بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

نمودارهای درختی درسنامه

فصل اول: حرکت بر خط راست ۱

فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای ۷

فصل سوم: نوسان و موج ۱۳

فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج ۲۱

فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی ۳۰

فصل ششم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای ۳۵

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل اول ۳۹

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل دوم ۴۶

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل سوم ۵۰

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل چهارم ۵۵

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل پنجم ۵۷

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل ششم ۵۹

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ فصل هفتم ۶۰

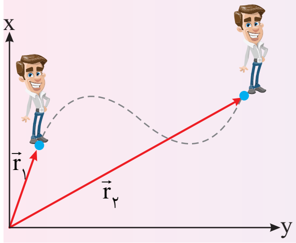
الگو یادآوری

۱ حرکت بر خط راست (مشخصه‌های حرکت)

مکان

بردار مکان ($\vec{r}$)

- برداری که مبدأ مکان را به مکان متحرک وصل می‌کند.
- کمیتی برداری است. $(\vec{r}_1 ، \vec{r}_2)$



بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$)

- برداری است که مکان اولیهٔ متحرک را به مکان نهایی آن وصل می‌کند.
- کمیتی برداری است.
- به مسیر حرکت بستگی ندارد.

مسافت طی‌شده (l)

- طول مسیر حرکت را مسافت طی‌شده گویند.
- به مسیر حرکت بستگی دارد.
- کمیتی نرده‌ای است.
- **نکته** ۱) مسافت طی‌شده متحرک مساوی و یا بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است: $l \geq |\vec{d}|$
  ۲) اگر متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند: $l = |\vec{d}|$

معادلهٔ حرکت

- معادلهٔ مکان - زمان حرکت است: $x = f(t)$
  مثلاً $x = t^2 - 4t + 5$
  - مبدأ مکان $x = 0$
  - مکان اولیه (مبدأ حرکت) $x = f(t = 0)$
- به ازای $x > 0$ بردار مکان مثبت (بردار مکان در جهت مثبت محور x است.)
- به ازای $x < 0$ بردار مکان منفی (بردار مکان خلاف جهت محور x است.)
- تغییر جهت بردار مکان در لحظه‌ای است که مکان متحرک صفر شود $(x = 0)$ و علامت و جهت بردار مکان تغییر کند.

بازهٔ زمان

- n ثانیهٔ mام: $t_1 = nm - n$ تا $t_2 = nm$
  مثلاً دو ثانیهٔ سوم: $t_1 = 2 \times 3 - 2 = 4s$ تا $t_2 = 2 \times 3 = 6s$
- ثانیهٔ nام: $t_1 = n - 1$ تا $t_2 = n$
  مثلاً ثانیهٔ پنجم: $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 5s$

الگو یادآوری

۲

حرکت بر خط راست (مشخصه‌های حرکت)

سرعت ـ تندی

سرعت متوسط: جابه‌جایی تقسیم بر بازهٔ زمانی:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\quad (\Delta\vec{x}\rightarrow m,\ \Delta t\rightarrow s,\ \vec{v}_{av}\rightarrow m/s)$$

کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است.

اگر متحرک به مکان اولیهٔ خود باز گردد: $\Delta x=0 \Rightarrow v_{av}=0$

تندی متوسط: مسافت طی‌شده تقسیم بر بازهٔ زمانی

$$s_{av}=\frac{\Delta l}{\Delta t}\quad (\Delta l\rightarrow m,\ \Delta t\rightarrow s,\ s_{av}\rightarrow m/s)$$

کمیتی نرده‌ای است.

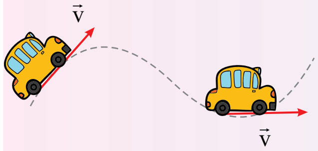
کمیتی همواره مثبت است.

نکته ۱: تندی متوسط همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ سرعت متوسط است: $s_{av}\geq|v_{av}|$

۲: در یک حرکت روی خط راست اگر متحرک تغییر جهت ندهد: $s_{av}=v_{av}$

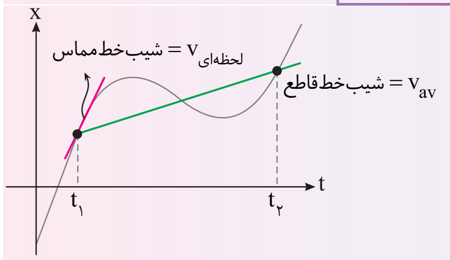
سرعت لحظه‌ای: سرعت متحرک در هر لحظه بوده و کمیتی برداری است.

تندی لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه بوده و برابر اندازهٔ سرعت است.



جهت سرعت متحرک در هر لحظه مماس برمسیر متحرک است.

سرعت متوسط در نمودار $x-t$ ← شیب خط قاطع بین دو لحظهٔ t_1 تا t_2 در نمودار $x-t$ است.



سرعت لحظه‌ای در نمودار $x-t$ ← شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در هر لحظه است.

معادلهٔ سرعت ـ زمان: تابعی است که در هر لحظه سرعت متحرک را مشخص می‌کند: $v=f(t)$

مثلاً: $v=t^2-4t+5$

سرعت متحرک مشخص کنندهٔ جهت حرکت متحرک است.
- $v>0$: متحرک در جهت محور x در حال حرکت است.
- $v<0$: متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

تغییر جهت حرکت: لحظه‌ای است که سرعت متحرک صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند.

شتاب (a)

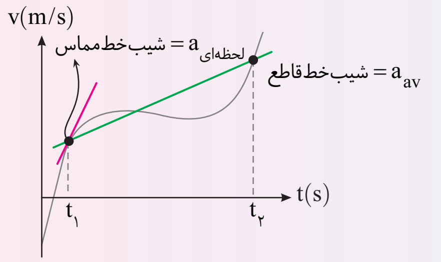
شتاب متوسط: آهنگ تغییر سرعت است:

$$\vec{a}_{av}(m/s^2)=\frac{\Delta\vec{v}\rightarrow m/s}{\Delta t\rightarrow s}$$

کمیتی برداری است و اندازهٔ آن برابر شیب خط قاطع نمودار $v-t$ است.

شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه است.

کمیتی برداری است و اندازهٔ آن برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ است.

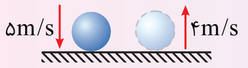


نوع حرکت
- حرکت تندشونده: $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌جهت باشند $\Leftarrow av>0$
- حرکت کندشونده: $\vec{a}$ و $\vec{v}$ خلاف جهت هم باشند $\Leftarrow av<0$

نکته ۱: جهت شتاب متوسط هم‌جهت با بردار تغییر سرعت است.

۲: در محاسبهٔ شتاب متوسط باید به جهت سرعت دقت کنیم، به طور مثال در شکل روبه‌رو اگر گوی با سرعت $5m/s$ به زمین برخورد کرده و با سرعت $4m/s$ به سمت بالا برگردد، تغییر سرعت برابر است با:

$$\Delta\vec{v}=+4\vec{j}-(-5\vec{j})=+9\vec{j}$$



الگو یادآوری

۳

حرکت بر خط راست (دو حرکت خاص)

سرعت ثابت

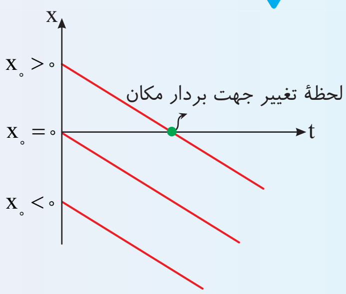
حرکتی که در آن، اندازه و جهت سرعت ثابت است.

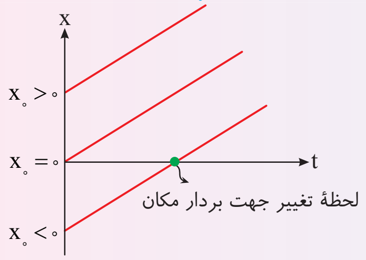
- $v_{av} = v_{\text{لحظه‌ای}}$
- جهت حرکت ثابت و بدون تغییر است.
- شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط صفر است.

معادلهٔ مکان - زمان: $x = vt + x_0 \Rightarrow \Delta x = vt$

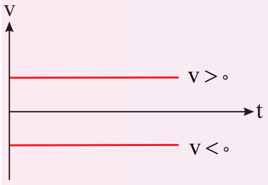
(x_0: مکان اولیه؛ v: سرعت متحرک؛ x: مکان متحرک در هر لحظه)

نمودار مکان - زمان: شیب خط ثابت و برابر سرعت متحرک است.





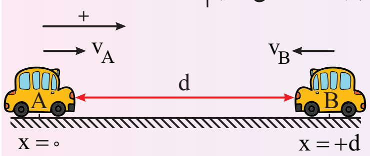
نمودار سرعت - زمان:



حرکت چند مرحله‌ای: اگر متحرک در چند بازهٔ زمانی Δt_1، Δt_2 و ...، جابه‌جایی‌های Δx_1، Δx_2 و ... را با سرعت‌های v_1، v_2 و ... طی کند:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots} \quad , \quad v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \cdots}$$

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت: در بررسی حرکت دو متحرک نوشتن معادلهٔ حرکت مهم است. برای این کار جهت مثبت اختیاری (معمولاً به سمت راست) و مبدأ مکان اختیاری (معمولاً مکان اولیهٔ یکی از متحرک‌ها) را باید مشخص کنیم.



$$\begin{cases} x_A = v_A t + 0 \\ x_B = -v_B t + d \end{cases}$$

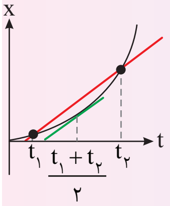
شتاب ثابت

حرکتی که در آن آهنگ تغییر سرعت (شتاب) ثابت است و شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای متحرک با هم برابر است.

- معادلهٔ حرکت: $x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$
- معادلهٔ سرعت - زمان: $v = at + v_0$
- معادلهٔ مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$
- معادلهٔ مستقل از زمان: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

فرمول‌های جانبی

سرعت متوسط
- در بازهٔ صفر تا t: $v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \quad , \quad v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$
- در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 با سرعت در لحظهٔ $\frac{t_1 + t_2}{2}$ برابر است.



الگو یادآوری ۴

حرکت بر خط راست (دو حرکت خاص)

شتاب ثابت

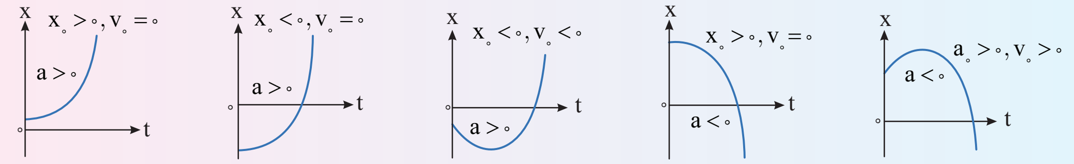
فرمول‌های جانبی ← مدت زمان و جابه‌جایی توقف متحرک

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{|2a_{\text{ترمز}}|} \qquad \Delta t_{\text{توقف}} = \frac{v_0}{|a_{\text{ترمز}}|}$$

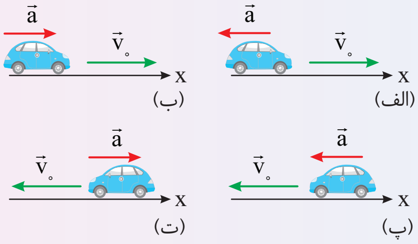
جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام: $\Delta x(\text{t ام}) = \frac{1}{2}a(2t-1)+v_0$

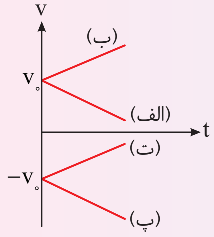
جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تصاعد حسابی با قدر نسبت a تشکیل می‌دهند.

نمودار مکان – زمان: جهت دهانهٔ نمودار علامت شتاب را مشخص می‌کند.

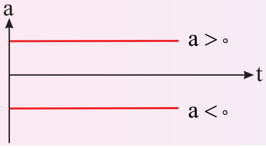


نمودار سرعت – زمان: شیب خط مماس بر این نمودار شتاب را مشخص می‌کند.



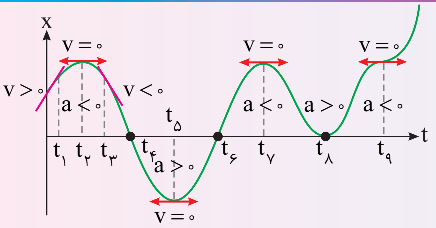


نمودار شتاب – زمان



حرکت‌شناسی در یک بعد (ویژگی‌های نمودارها)

نمودار مکان – زمان



شیب خط مماس بر نمودار برابر سرعت لحظه‌ای است.
- در بازه‌ای که نمودار صعودی بوده یا زاویهٔ خط مماس برنمودار با جهت مثبت محور زمان حاده است: $v>0$
- در بازه‌ای که نمودار نزولی بوده یا زاویهٔ خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان منفرجه است: $v<0$
- در قله و درهٔ نمودار: $v_{t_2}=v_{t_5}=v_{t_7}=v_{t_8}=v_{t_9}=0$

شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط است.

محل تلاقی نمودار با محور زمان « لحظهٔ گذر از مبدأ » t_4 و t_6 لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان

در لحظهٔ t_8 به مبدأ می‌رسد و از آن نمی‌گذرد « جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.

جهت دهانهٔ نمودار
- رو به بالا شتاب مثبت
- رو به پایین شتاب منفی

با تشخیص علامت سرعت و شتاب از روی نمودار می‌توان نوع حرکت را مشخص کرد.
- در لحظهٔ t_1، $av<0$ کندشونده
- در لحظهٔ t_3، $av>0$ تندشونده

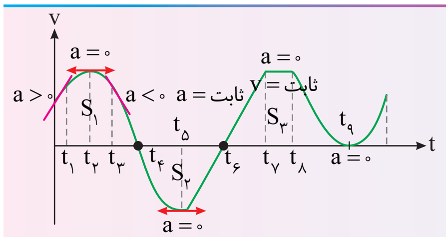
به تعداد نقاط قله و درهٔ نمودار، علامت سرعت و جهت حرکت تغییر می‌کند.

در t_2، t_5، t_7، t_8 متحرک تغییر جهت می‌دهد، در t_9 جسم به طور لحظه‌ای متوقف شده امّا علامت سرعت تغییر نمی‌کند و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

الگو یادآوری

۵ حرکت‌شناسی در یک بعد (ویژگی‌های نمودارها)

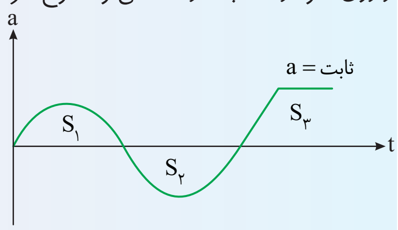
نمودار سرعت – زمان



- شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب لحظه‌ای
  - در بازه‌ای که نمودار صعودی است یا زاویه خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان حاده است: $a > ۰$
  - در بازه‌ای که نمودار نزولی است یا زاویه خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان منفرجه است: $a < ۰$
  - در نقاط قله و درهٔ نمودار: $a_{t_۵} = a_{t_۲} = ۰$
- شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر شتاب متوسط است.
- در محل تلاقی نمودار $v - t$ با محور زمان
  - تغییر جهت سرعت (حرکت) مانند لحظه‌های $t_۴$ و $t_۶$
  - عدم تغییر جهت سرعت (حرکت) مانند لحظهٔ $t_۹$
- سطح محصور بین نمودار و محور زمان
  - $S_۲ < ۰$ ، $S_۱, S_۳ > ۰$ جابه‌جایی $= S_۱ + S_۲ + S_۳ + \cdots$
  - مسافت[۱] $= |S_۱| + |S_۲| + |S_۳| + \cdots$
- در بازه‌ای که
  - نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود حرکت متحرک کندشونده است.
  - نمودار از محور زمان دور می‌شود حرکت متحرک تندشونده است.

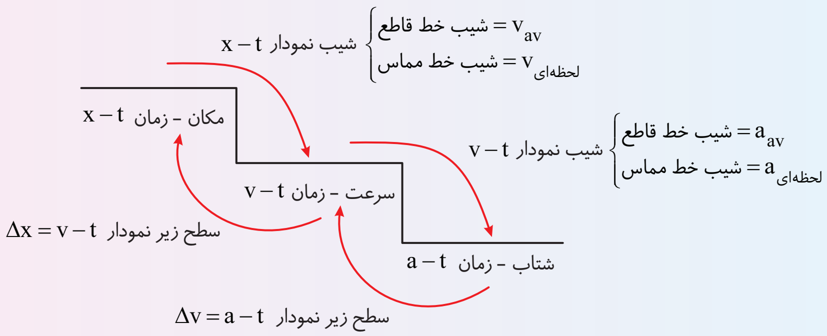
نمودار شتاب – زمان

- از روی نمودار شتاب – زمان نمی‌توان نوع حرکت را مشخص کرد مگر آن که سرعت اولیه مشخص باشد.



- سطح محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر تغییرات سرعت است. $\Delta v = S_۱ + S_۲ + S_۳$ ، $S_۱, S_۳ > ۰$ ، $S_۲ < ۰$

جمع‌بندی



۱- می‌دانیم سطح مثبت است تنها برای نمادگذاری از این روش استفاده کرده‌ایم.

الگو یادآوری

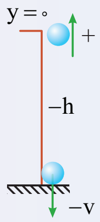
۶ سقوط آزاد

- در مسیر سقوط آزاد، جسم تنها تحت تأثیر نیروی وزن است.
- این حرکت نمونهٔ خوبی از حرکت با شتاب ثابت است.
- شتاب سقوط تمام اجسام در شرایط خلأ یکسان است و به جرم جسم بستگی ندارد.
  - یک پَر و یک گلوله در شرایط خلأ با یک شتاب سقوط می‌کنند.
  - اگر ارتفاع رها شـدن دو جسـم از سطح زمین یکسان باشـد، در شرایط خلأ دو جسم با هم به زمین می‌رسند و تندی برخورد آن‌ها به زمین یکسان است.

رابطه‌های اصلی

رابطه‌های سقوط آزاد همان رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت بدون سرعت اولیه است.

جهت مثبت رو به بالا



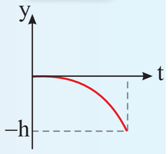
$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲$

$v = -gt$

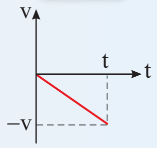
$v_y^۲ = -۲gy$

نمودارها

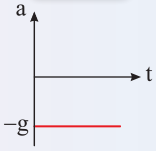
y − t



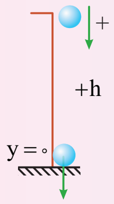
v − t



a − t



جهت مثبت رو به پایین



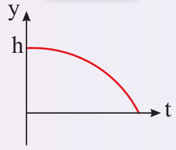
$y = \frac{۱}{۲}gt^۲$

$v = gt$

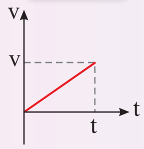
$v_y^۲ = ۲gy$

نمودارها

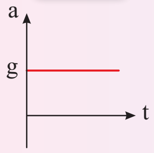
y − t



v − t



a − t



الگو یادآوری ۱

دینامیک

علم بررسی علل سکون و حرکت اجسام به کمک نیروهای وارد بر آن‌ها را دینامیک گویند.

نیرو: برهم‌کنش دو جسم را نیرو گویند. ← نیرو کمیتی است برداری و دارای اندازه و جهت است.

اثر نیرو: تغییر تندی جسم، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل جسم

قوانین حرکت نیوتون

قانون اول نیوتون

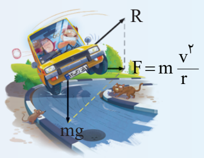
یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.

اگر نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند $(F_{net}=0)$
- جسم ساکن، ساکن می‌ماند (تعادل ایستایی)
- جسم متحرک به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی)

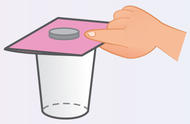
لختی تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لَختی (اینرسی) گویند.

مثال

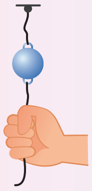
انحراف سرنشین در پیچ جاده به دلیل لختی و تمایل به حرکت روی خط راست



کشیدن سریع مقوا از زیر سکه و سقوط سکه در لیوان در اثر لختی



حرکت سریع دست و پاره شدن نخ پایینی در اثر لختی وزنه



قانون دوم نیوتون

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم در جهت نیرو شتابی می‌گیرد که با نیرو نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a} \Leftarrow \vec{a}=\vec{F}_{net}/m$$

در کاربرد قانون دوم نیوتون، ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برایند آن‌ها را مساوی $m\vec{a}$ قرار می‌دهیم.

تذکر! $m\vec{a}$ نیرو نیست بلکه نیروی خالص وارد بر جسم برابر جرم جسم در شتاب آن است.

قانون سوم نیوتون

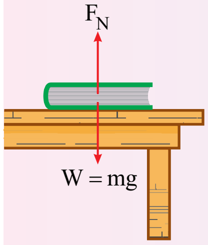
هر گاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم اندازه F و در خلاف جهت وارد می‌کند. $(F_{AB}=-F_{BA})$

نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم مختلف وارد می‌شوند و بررسی برایند آن‌ها غیرفیزیکی است.

نمونه‌هایی از قانون سوم نیوتون

- راه رفتن: زمین را به عقب هل می‌دهیم زمین به ما رو به جلو نیرو وارد می‌کند و ما جلو می‌رویم.
- عامل رانش موشک به جلو: موشک به گازهای خروجی نیرو وارد می‌کند و گازها نیروی رو به جلو به موشک وارد می‌کنند.
- شلیک گلوله از تفنگ سبب می‌گردد که گلوله به جلو برود و تفنگ به عقب لگد بزند.

مثالی از تحلیل واکنش نیروهای وارد بر جسم



نیروهای وارد بر کتاب ← نیروی وزن و نیروی عمودی سطح

W از طرف کره زمین بر جسم وارد می‌شود و واکنش W نیرویی است که از طرف جسم به کرهٔ زمین وارد می‌شود.

F_N نیرویی که سطح میز بر کتاب رو به بالا وارد می‌کند، واکنش F_N توسط کتاب بر سطح میز رو به پایین وارد می‌شود.

الگو یادآوری

۲ نیروهای خاص

وزن

وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود $(\vec{W}=m\vec{g})$

جهت نیروی وزن همواره در امتداد قائم و به طرف مرکز زمین است.

مقاومت شاره

نیرویی که در اثر حرکت جسم در شاره، از سوی شاره و در خلاف جهت حرکت جسم به جسم وارد می‌شود $(\vec{f}_D)$.

بعضی از عوامل مؤثر در مقاومت شاره ← بزرگی و شکل جسم

↓

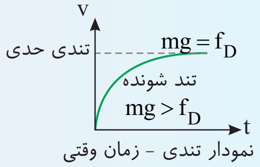
تندی جسم ← هرچه تندی بیشتر شود، مقاومت هوا (شاره) بیشتر می‌شود.

↓

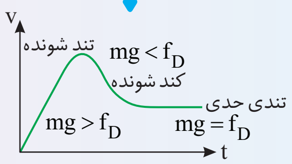
تندی حدی ← با افزایش تندی، لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا برابر می‌شود $(f_D=W)$ و حرکت جسم با تندی ثابتی به نام تندی حدی ادامه می‌یابد.

← تندی حدی چترباز $5m/s$ و قطرهٔ باران $7m/s$ است.

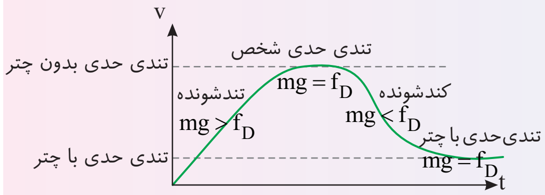
حرکت چترباز



نمودار تندی - زمان وقتی از ابتدا چتر باز است.



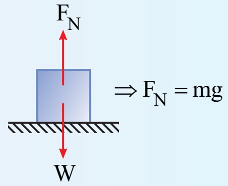
نمودار تندی - زمان وقتی ابتدا چترباز پرش آزاد دارد و سپس چترش را باز می‌کند.

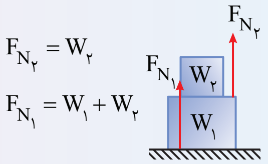


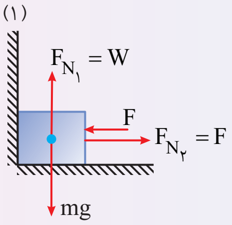
نیروی عمودی سطح

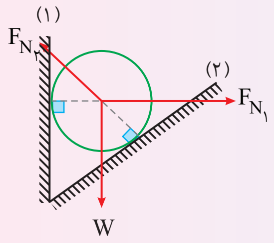
نیرویی که از طرف سطح، عمود بر سطح در جهت جسم بر جسم وارد می‌شود (F_N).

مثال







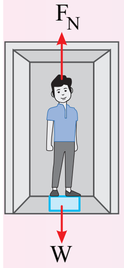


نکته نیروسنج همواره نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد.

آسانسور ← سرعت ثابت $F_N=W$

حرکت رو به بالا: $F_N-mg=ma$ (تندشونده $a>0$ ، کندشونده $a<0$)

حرکت رو به پایین: $mg-F_N=ma$ (تندشونده $a>0$ ، کندشونده $a<0$)



پاره شدن کابل آسانسور ← سقوط آزاد ← شتاب g ← $F_N=0$

← ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

الگو یادآوری

۳

نیروهای خاص

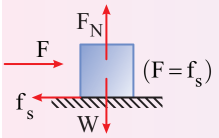
اصطکاک

هر گاه دو جسم که با یکدیگر در تماس‌اند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند، بین آن‌ها یک نیروی تماسی ایجاد می‌شود که با حرکت آن‌ها نسبت به هم مخالفت می‌کند. این نیرو را اصطکاک گویند.

نیروی اصطکاک به جنس سطح دو جسم و زبری و نرمی آن‌ها و ... بستگی دارد.

نیروی اصطکاک برای دویدن، راه رفتن، ترمز کردن و ... مفید است.

اصطکاک ایستایی ← بر جسم نیرو وارد می‌شود و جسم حرکت نمی‌کند. در این حالت اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک ایستایی است (f_s).

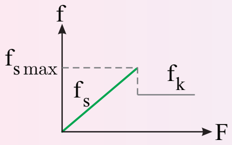


← این اصطکاک مقدار ثابتی ندارد.

← بیشینه اصطکاک ایستایی: اصطکاک در آستانهٔ حرکت $f_{s_{max}} = \mu_s F_N$ ، $f_s < f_{s_{max}}$

اصطکاک جنبشی این اصطکاک، وقتی جسم در حال حرکت روی سطح است، ظاهر می‌شود (f_k).

← $f_k = \mu_k F_N$

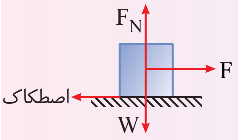


μ_s ضریب اصطکاک ایستایی، μ_k ضریب اصطکاک جنبشی ← $\mu_k < \mu_s$

بررسی اصطکاک

← اگر $F < f_k$ ← $F < f_{s_{max}}$ جسم ساکن می‌ماند ← اصطکاک ایستایی $(f_s = F)$

← اگر $F = f_{s_{max}}$ ← جسم ساکن می‌ماند ← اصطکاک آستانهٔ حرکت
$F = F_{s_{max}} = \mu_s F_N$

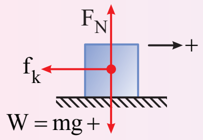


← اگر $F > f_{s_{max}}$ ← جسم به حرکت در می‌آید ← اصطکاک جنبشی: $f_k = \mu_k F_N$

← **پرتاب جسم با سرعت اولیه** ←

جسم نیروی جلوبری ندارد

← $F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$

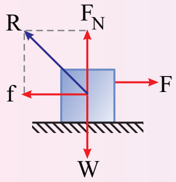


- این شتاب به جرم جسم بستگی ندارد.
- مسافت توقف $\Delta x = \dfrac{v_0^2}{2\mu_k g}$ ← به جرم بستگی ندارد.
- زمان توقف $\Delta t = \dfrac{v_0}{\mu_k g}$ ← به جرم جسم بستگی ندارد.

نیروی سطح

نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (R).

این نیرو دارای دو مؤلفهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

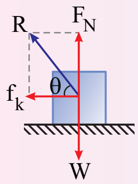


اگر جسم در اثر نیروی F همچنان ساکن بماند $R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$

اگر جسم به حرکت در آید. $R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$

زاویهٔ بین نیروی سطح و امتداد افقی: $\tan\theta = \dfrac{F_N}{f_k} = \dfrac{F_N}{\mu_k F_N} \Rightarrow \tan\theta = \dfrac{1}{\mu_k}$ (جسم در حال حرکت)

← این زاویه به اندازهٔ نیروی عمودی سطح بستگی ندارد.



اگر سطح بدون اصطکاک باشد، نیروی سطح وارد بر جسم همان نیروی عمودی سطح است. $f_{اصطکاک} = 0 \Rightarrow R = F_N$

الگو یادآوری ۴

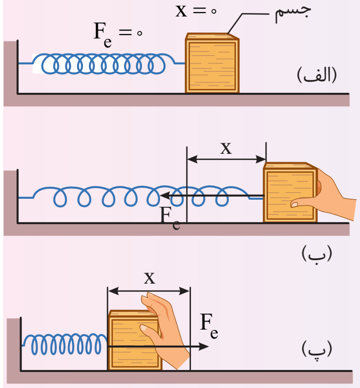
نیروهای خاص

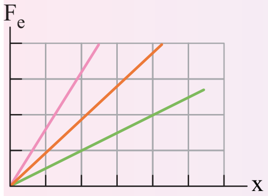
نیروی کشسانی فنر

هر گاه بخواهیم طول یک فنر را تغییر دهیم (فنر را بکشیم یا فشرده کنیم)، فنر با اعمال نیرویی با تغییر طولش مخالفت می‌کند، این نیرو را نیروی کشسانی فنر گویند.

یادمان باشد برای کشیدگی و فشردگی فنر باید از دو طرف فنر به آن نیرو وارد شود.

همواره نیروی کشسانی فنر به سمت حالت طبیعی آن است.





قانون هوک: $F_e=-kx \Rightarrow |F_e|=k|x|$

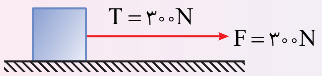
- تغییر طول فنر از طول طبیعی‌اش
- ثابت فنر (N/m)
  - به اندازه، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد.
  - شیب نمودار F_e-x

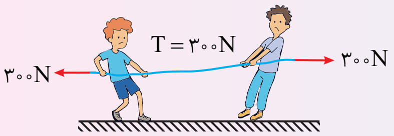
کشش طناب

برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن در محل پارگی باید وارد شود تا نخ در وضعیت اولیهٔ کشیدگی باقی بماند.

کشش یک طناب که جرم ناچیز دارد در تمام نقاط آن یکسان است.

نیروی کشش طناب در دو شکل روبه رو $300\,N$ است.





تکانه و قانون دوم نیوتون

حاصل‌ضرب جرم در سرعت جسم را تکانه گویند. $\vec{P}=m\vec{v}$، کمیت برداری است.

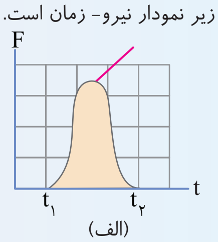
رابطهٔ نیرو و تغییر تکانه: $\vec{F}_{net}=m\vec{a}=m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\Rightarrow \vec{F}_{net}=\dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$

آهنگ تغییر تکانه برابر نیروی وارد بر جسم است (بیان دیگر قانون دوم نیوتون).

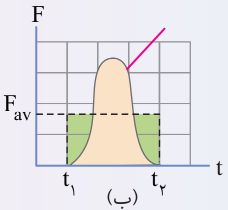
سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است.

تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو- زمان است.

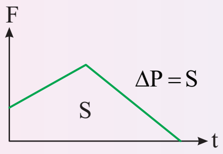
تغییرتکانهٔ ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانهٔ نیروی واقعی متغیر با زمان است.



(الف)



(ب)

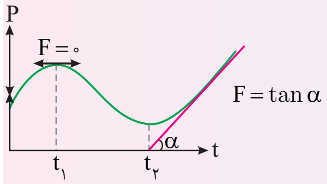


(پ)

رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی: $\left(K=\frac{1}{2}mv^2,\ P=mv\right)\rightarrow K=\dfrac{P^2}{2m}$

ویژگی‌های نمودار $(P-t)$

- شیب خط مماس بر نمودار برابر بزرگی نیرو است.
- در نقاط max و min نیرو صفر است.
- از صفر تا t_1 حرکت تندشونده، از t_1 تا t_2 کندشونده، از t_2 به بعد تندشونده



الگو یادآوری

۵ تعادل

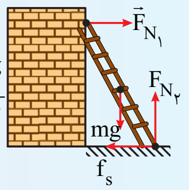
هر گاه نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند، جسم در حال تعادل است.

دیوار بدون اصطکاک

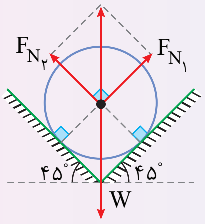
$F_{N_1} = f_s$

$F_{N_2} = mg$

$R = \sqrt{f_s^2 + W^2}$



اگر نردبان در آستانهٔ حرکت باشد ← $F_{N_1} = f_{s_{max}}$



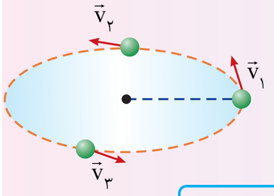
$F_{N_1}^2 + F_{N_2}^2 = W^2$

$F_{N_1} = F_{N_2}$

حرکت دایره‌ای

مفاهیم اولیه

حرکت دایره‌ای، حرکتی است روی یک مسیر خمیده (دایره) بنابراین این حرکت، شتابدار است.



دوره ← مدت زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره می‌نامیم (T).

مثال:

- دوره عقربه ثانیه‌شمار: $T_s = ۶۰s = ۱\,min = \frac{۱}{۶۰}h$
- دوره عقربه دقیقه‌شمار: $T_m = ۱h = ۶۰\,min = ۳۶۰۰s$
- دورهٔ عقربه ساعت‌شمار: $T_h = ۱۲h = ۷۲۰\,min = ۴۳۲۰۰s$

بسامد ← تعداد دورها در مدت ۱s (f).

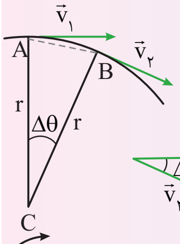
← تعداد دور بر دقیقه (rpm) ← ۵۰rpm یعنی ۵۰ دور در مدت یک دقیقه

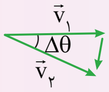
سینماتیک حرکت دایره‌ای

سرعت

در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است.

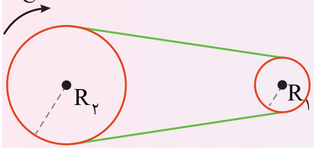
اندازه سرعت (تندی): ذره در مدت یک دوره (T) محیط دایره (۲πr) را طی می‌کند: $v = \frac{۲\pi r}{T}$





$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

یک مثال مهندسی از انتقال حرکت در حرکت دایره‌ای:



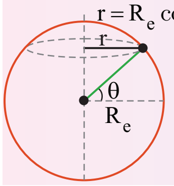
$v_1 = v_2 \Rightarrow \frac{۲\pi R_2}{T_2} = \frac{۲\pi R_1}{T_1}$

نقاط کرهٔ زمین

دوره چرخش تمام نقاط کرهٔ زمین به حول محور زمین ۲۴h است.

در دوران زمین حول محورش، تندی نقاط در نزدیک استوا از تندی نقاط نزدیک قطب بیشتر است.

به زاویهٔ θ، مدار یا عرض جغرافیایی گویند.



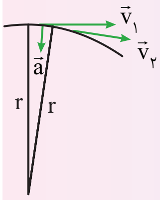
شتاب

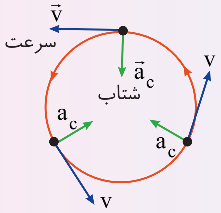
شتاب مرکزگرا در امتداد شعاع و رو به مرکز است.

اندازهٔ شتاب مرکزگرا:

$a_c = \frac{v^2}{r}$

$a_c = r(\frac{۴\pi^2}{T^2})$



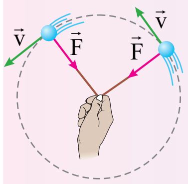


الگو یادآوری

۶ دینامیک دایره‌ای

نیرو

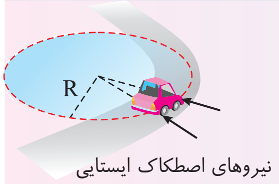
- در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالص وارد بر جسم در امتداد شعاع و رو به مرکز است که آن را **نیروی مرکزگرا** گویند.
- جهت نیروی مرکزگرا دائماً در حال تغییر است، بنابراین نیروی مرکزگرا یک نیروی متغیر است حتی اگر اندازهٔ آن ثابت باشد.
- اندازهٔ نیروی مرکزگرا: $F=m\frac{v^2}{r}$ و $F=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$



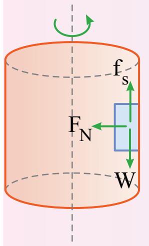
مثال‌هایی از نیروی مرکزگرا

عبور از پیچ افقی ← نیروی مرکزگرا نیروی اصطکاک ایستایی است ← $f_s=m\frac{v^2}{R}$

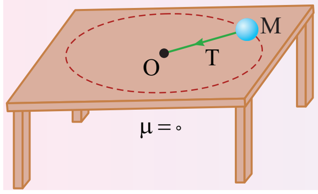
بیشینه تندی برای گذر از پیچ ← $f_{s_{max}}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow \mu_s mg=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\mu_s Rg}$



استوانهٔ دوار ← جسم روی دیوارهٔ یک استوانه دوار قرار دارد.
- نیروی عمودی سطح نیروی مرکزگرا $F_N=mr(\frac{4\pi^2}{T^2})$
- نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیروی وزن $f_s=W$



جسم متصل به ریسمان
- نیروی کشش نخ نیروی مرکزگرا است.
- $T=m\frac{v^2}{r}$



نیروی گرانش

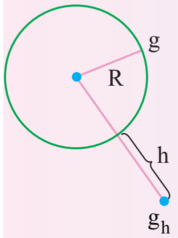
گرانش

تمام اجرام بر هم نیروی ربایشی وارد می‌کنند که به آن نیروی گرانشی گویند.

قانون گرانش عمومی: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل‌ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$ ← G ثابت گرانش عمومی $G=6/67\times10^{-11}Nm^2/kg^2$

میدان گرانشی
- خاصیتی در فضای اطراف هر جرم که بر اجرام دیگر نیرو وارد می‌کند.
- برابر نیروی وارد بر یکای جرم جسم $(\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m})$ است که به آن **شتاب گرانشی** نیز می‌گویند.
- در سطح سیاره $g=G\frac{M}{R^2}$، M جرم سیاره، R شعاع سیاره
- در ارتفاع h از سطح سیاره $g=G\frac{M}{(R+h)^2}$



ماهواره

- نیرویی که ماهواره را در مدار خود نگه می‌دارد نیروی گرانش زمین (وزن ماهواره) است که همان نیروی مرکزگرا است. $m\frac{v^2}{r}=G\frac{M_em}{r^2}$
- سرعت ماهواره r فاصله از مرکز زمین « $v^2=\frac{GM_e}{r}\xrightarrow{GM_e=R_e^2g}v^2=\frac{R_e^2g}{r}$ « $\boxed{v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}}}$ « $r=R_e+h$ « $\boxed{v=R_e\sqrt{\frac{g}{R_e+h}}}$
- دوره « $v=r\omega$ « $T=\frac{2\pi r}{v}$ « $T=\frac{2\pi}{R_e\sqrt{\frac{g}{r}}}$ « $T=\frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{r^3}{g}}$ « $T^2=\frac{4\pi^2}{R_e^2g}$ « $T^2\propto r^3$

الگو یادآوری

۱

حرکت نوسانی

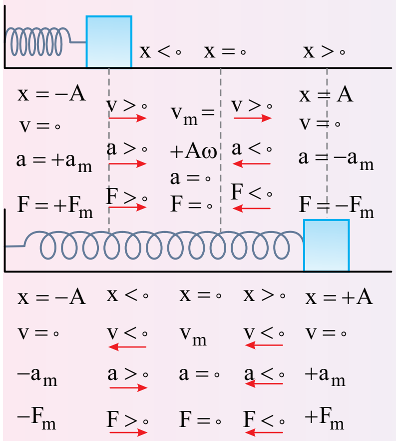
مفاهیم اولیه

نوسان دوره‌ای نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای یا غیردوره‌ای باشند.

- در نوسان‌های دوره‌ای، نوسان‌ها در هر دوره تکرار می‌شوند.
- به نوسان‌های سینوسی، حرکت هماهنگ ساده (SHM) گویند.

حرکت هماهنگ ساده حرکت روی یک پاره‌خط در دو طرف نقطه‌ای در وسط مسیر (حالت تعادل، مرکز نوسان، مبدأ).

در این حرکت یک نیروی برگرداننده وجود دارد که همواره رو به مرکز نوسان است.



دوره (T) زمان یک نوسان کامل

بسامد (f) تعداد نوسان در یکای زمان

$$f(Hz)=\frac{1}{T(s)}$$

بُعد یا مکان (x) فاصله از مبدأ (مرکز نوسان، حالت تعادل)

دامنه بیشینه بُعد $x_m=\pm A$، به نقاط $\pm A$ نقاط بازگشت گویند.

- طول پاره‌خط مسیر نوسان $2A$ است.
- در یک دوره مسافت طی‌شده $4A$ و جابه‌جایی صفر است.

با گذر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب و نیرو تغییر می‌کند.

همواره شتاب (نیرو) با مکان مختلف‌العلامه هستند.

- **قانون هوک** $F=-kx$

در یک دوره شتاب، نیرو و سرعت دوبار صفر و دوبار بیشینه می‌شوند.

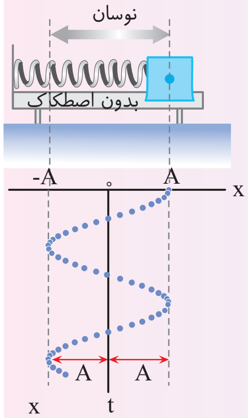
مشخصه‌های حرکت نوسانی

مکان یا بُعد

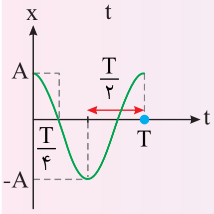
معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده را می‌توان به صورت سینوسی یا کسینوسی نوشت.

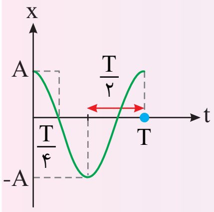
معادلهٔ مکان ـ زمان $x=A\cos\omega t$

- x مکان (فاصله از مبدأ) و A دامنه
- ωt شناسه تابع کسینوسی (فاز) بر حسب رادیان
- بسامد زاویه‌ای: $\omega=\frac{2\pi}{T}(rad/s)$ و $\omega=2\pi f$

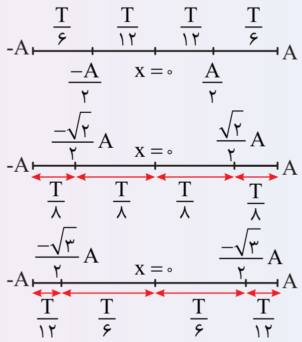


نمودار مکان ـ زمان





بازه‌های زمانی شناخته شده



الگو یادآوری ۲

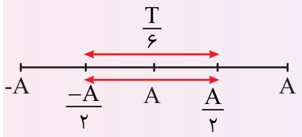
حرکت نوسانی

مشخصه‌های حرکت نوسانی

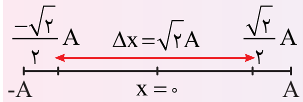
مکان یا بُعد

بازه‌های زمانی شناخته شده

- حداقل مدت زمان طی جابه‌جایی به اندازهٔ یک دامنه، برابر $\frac{T}{6}$ است.

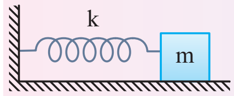


- بیشینه سرعت متوسط در بازه‌های قرینه در دو طرف حالت تعادل اتفاق می‌افتد. مثلاً در $\frac{T}{4}$ بیشترین جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ $\frac{T}{8}$ در دو طرف مبدأ رخ می‌دهد. $v_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}A}{\frac{T}{4}}=\frac{4\sqrt{2}A}{T}$

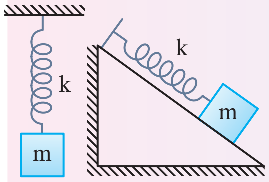


سامانه جرم – فنر

دوره $T=2\pi\sqrt{m/k}$ ، بسامد زاویه‌ای $\omega=\sqrt{k/m}$ و $\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{m'}{m}}\times\sqrt{\frac{k}{k'}}$



- دوره به دامنه بستگی ندارد.
- دورهٔ یک سامانه جرم – فنر در همهٔ محیط‌ها و نقاط کرهٔ زمین ثابت است و تنها به جرم نوسانگر و ثابت فنر بستگی دارد.



شتاب – نیرو

معادله شتاب – مکان $ma=-kx \Rightarrow a=-\frac{k}{m}x \Rightarrow |a|=+\omega^2 x$

بیشینه شتاب $a_m=A\omega^2$

معادله نیرو – مکان $F=ma \Rightarrow |F|=m\omega^2|x|$

- نیروی بیشینه $F_m=mA\omega^2$

انرژی حرکت هماهنگ ساده

انرژی پتانسیل در نقاط بازگشت بیشینه و در مرکز نوسان صفر است.

انرژی جنبشی در نقاط بازگشت صفر و در مرکز نوسان بیشینه است.

- $K=\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K_m=\frac{1}{2}mv_m^2$

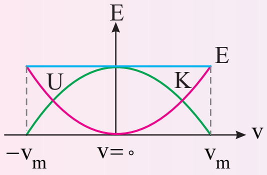
انرژی مکانیکی $E=U+K$ در تمام نقاط مسیر، مقدار ثابتی است.

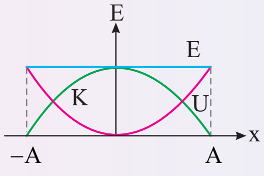
- **انرژی مکانیکی** برابر بیشینه انرژی جنبشی و بیشینه انرژی پتانسیل است. $E=U_m=K_m$
- **روابط انرژی مکانیکی** $\rightarrow E=\frac{1}{2}kA^2$ ، $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ ، $E=\frac{1}{2}mv_m^2$
- **انرژی پتانسیل بر حسب سرعت**

$$E=K+U \Rightarrow U=E-K$$

$$\Rightarrow U=\frac{1}{2}mv_m^2-\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(v_m^2-v^2)$$

- نمودارهای انرژی بر حسب مکان و سرعت





بیشینه تندی $v=A\omega$

- رابطه بیشینه تندی و بیشینه شتاب $v_m=A\omega$, $a_m=A\omega^2 \Rightarrow a_m=v_m\omega$

حرکت نوسانی

آونگ

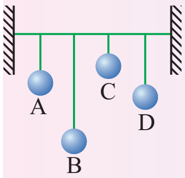
آونگ ساده آونگی با وزنهٔ کوچکی متصل به یک نخ با طول ثابت و جنس کش نیامدنی و زاویهٔ انحراف کوچک از حالت تعادل

دوره $T=2\pi\sqrt{l/g}$ ، بسامد زاویه‌ای $\omega=\sqrt{g/l}$ ، $\frac{T}{T'}=\sqrt{\frac{l}{l'}}\times\sqrt{\frac{g'}{g}}$

- دورهٔ آونگ به جرم آونگ و دامنه بستگی ندارد.
- دورهٔ آونگ با دور شدن از سطح زمین و کاهش g افزایش می‌یابد.
- دورهٔ آونگ در قطب‌های زمین از استوا کمتر است.
- اگر دورهٔ آونگ یک ساعت آونگ‌دار کاهش یابد، ساعت تندتر کار می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.

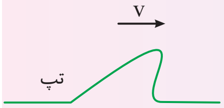
تشدید

- هر نوسانگر می‌تواند با بسامدی ویژهٔ خود که به ساختار آن بستگی دارد نوسان کند که به آن بسامد طبیعی $(f_\circ)$ گویند.
- برای جلوگیری از میرایی نوسان یک نوسانگر مانند یک آونگ، باید به آن انرژی داده شود تا نوسان‌ها میرا نباشد، این نوع نوسان‌ها را نوسان واداشته گویند.
- هر گاه بر جسمی که می‌تواند با دوره یا بسامد خاصی (بسامد طبیعی) نوسان کند نیرویی دوره‌ای با همان بسامد وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنهٔ نوسان افزایش می‌یابد $(f_d=f_\circ)$ و در این حالت تشدید رخ داده است.
- از پدیده تشدید برای ناميرا کردن نوسان‌های میرا استفاده می‌شود.
- در شکل روبه‌رو با نوسان آونگ A به آونگ‌های B و C انرژی منتقل می‌شود و آن‌ها می‌جنبند و به نوسان در می‌آیند، این آونگ‌ها با بسامدهای دیگر به نوسان در می‌آیند اما هر گاه بسامد نوسان واداشته با بسامد آونگی برابر شود $(f_\circ=f_d)$ در مورد آن آونگ تشدید رخ می‌دهد.



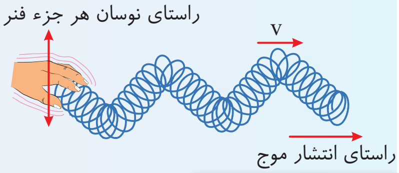
موج مکانیکی (مفاهیم اولیه)

- آشفتگی منتشر شده در محیط را **تپ** گویند و انتقال تپ را در محیط انتشار تپ گویند.
- به تپ‌های متوالی ایجاد شده در یک محیط کشسان **موج** گویند.

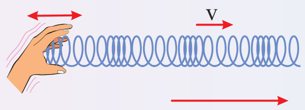


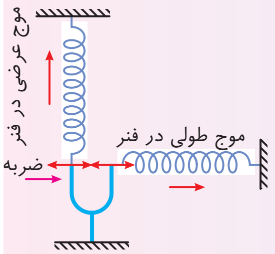
- موج‌ها عموماً به دو دسته تقسیم می‌شود.
  - **موج‌های الکترومغناطیسی** این موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.
  - **موج‌های مکانیکی** این موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند.

موج عرضی: موجی است که راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است.



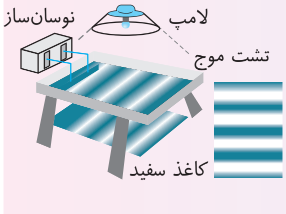
موجی طولی: موجی است که راستای نوسان ذره‌های محیط هم‌راستای پیشروی موج است.





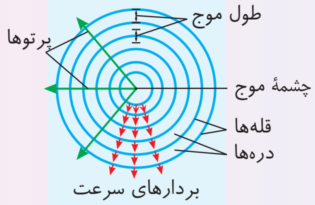
مشخصه‌های موج

- برای مطالعهٔ مشخصات موج از وسیله‌ای موسوم به تشت موج استفاده می‌شود.
- به برآمدگی‌های موج ایجاد شده **قله (ستیغ)** و به فرورفتگی‌ها **درّه (پاستیغ)** گفته می‌شود.
- **طول موج** به فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور، طول موج (λ) گویند.
  - مسافتی که موج در مدت یک دوره طی می‌کند.
- برای رسم موج می‌توان تنها مکان قله‌ها یا دره‌های موج را در شکل نشان داد که به آن‌ها جبههٔ موج گویند.
  - به طور مثال:

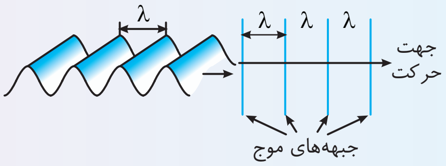


(ب)

(الف)



(ب)



(الف)

الگو یادآوری ۴

موج مکانیکی (مفاهیم اولیه)

مشخصه‌های موج

ویژگی‌های وابسته به چشمه

- دامنه (A): بیشینهٔ فاصلهٔ یک ذره از مکان تعادل، دامنهٔ موج نامیده می‌شود که همان فاصلهٔ قله یا دره نسبت به سطح آرام یا ساکن است.
- دورهٔ تناوب (T): مدت زمانی که هر ذرهٔ محیط یک نوسان کامل انجام می‌دهد، دورهٔ تناوب موج نامیده می‌شود که برابر دورهٔ چشمه نوسان است.
- بسامد (f): تعداد نوسان‌های انجام شده توسط هر ذرهٔ محیط در یک ثانیه بسامد موج نامیده می‌شود که برابر بسامد چشمهٔ موج است. $(f=\frac{1}{T})$

ویژگی‌های وابسته به محیط

- تندی انتشار موج (v): اگر جبهه‌های موج در مدت Δt مسافت l را طی کنند، تندی انتشار موج از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $v=\frac{l}{\Delta t}=\frac{\lambda}{T}=\lambda f \quad (\lambda \propto T)$
- تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.
  - به طور مثال: در آب‌های عمیق تندی انتشار موج به عمق آب بستگی ندارد، اما در عمق‌های کم‌عمق هر چه عمق آب کمتر شود، تندی انتشار موج کاهش می‌یابد.

بررسی طول موج در دو حالت مختلف $(\lambda=\frac{v}{f})$

دو موج توسط یک چشمه در دو محیط منتشر شوند:
چون چشمهٔ موج‌ها یکسان است پس بسامد دو نیز یکسان است.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{v_2}{f}}{\frac{v_1}{f}}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}$$

دو موج توسط دو چشمه در یک محیط منتشر شوند:
چون موج‌ها در یک محیط منتشر شده‌اند، تندی انتشار آن‌ها یکسان است.

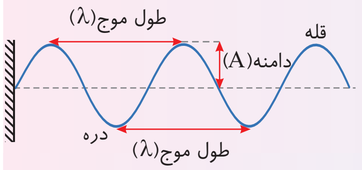
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{v}{f_2}}{\frac{v}{f_1}}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{f_1}{f_2}$$

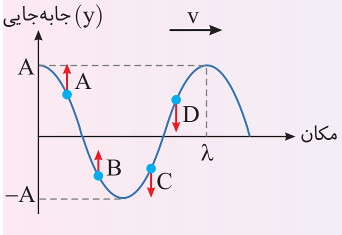
موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن

موج سینوسی

هر گاه چشمهٔ موج دارای حرکت هماهنگ ساده باشد، موج سینوسی است.

- هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است.
- بسامد دورهٔ نوسان تمام نقاط محیط با بسامد و دورهٔ چشمه برابر است.





رفتار ذرات محیط

هر ذره از محیط حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند.

- **ذرهٔ A**: در حال حرکت رو به بالا، کندشونده (شبیه نوسانگر در حال حرکت به سوی دامنه)
  - $a<0$ ، $v>0$ ، $y>0$
- **ذرهٔ B**: رو به بالا، تندشونده (نوسانگر در حال نزدیک شدن به حالت تعادل)
  - $a>0$ ، $v>0$ ، $y<0$
- **ذرهٔ C**: رو به پایین، کندشونده، $a>0$ ، $v<0$ ، $y<0$
- **ذرهٔ D**: رو به پایین، تندشونده، $a<0$ ، $v<0$ ، $y>0$

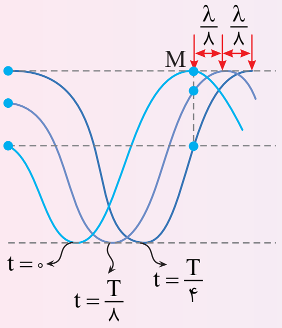
الگو یادآوری

۵

موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن

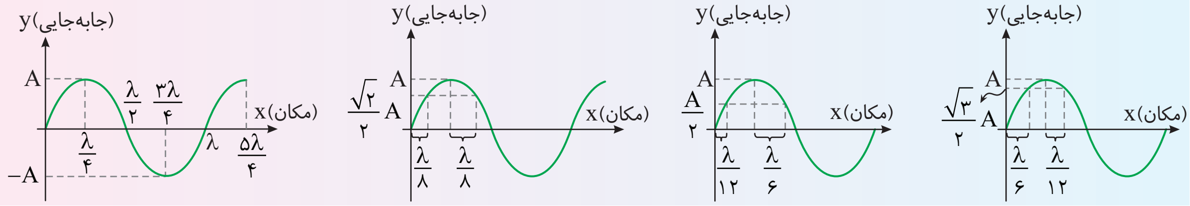
موج سینوسی

در شکل روبه‌رو از یک موج در بازه‌های زمانی $\frac{T}{8}$ عکس گرفته شده است. با توجه به شکل و همانطور که در بالا نیز گفته شده ذرهٔ M حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار کرده و به سمت پایین در حال نوسان است و قلهٔ موج در حال پیشروی به سمت راست است.



همانطور که در شکل نیز مشخص است با توجه به ثابت بودن تندی انتشار موج، طول موج و دورهٔ موج با هم متناسب‌اند. $T \propto \lambda \Rightarrow \frac{T}{8} \propto \frac{\lambda}{8}$

بررسی طول موج در شکل موج سینوسی:



تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر

سرعت انتشار موج در تار یا فنر: $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، v: m/s ، F: N (نیوتون) نیروی کشش طناب، $\mu=\frac{m}{L}$: چگالی خطی جرمی (m: kg ، L: m)

تندی انتشار موج به طول تار بستگی ندارد. $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ (ρ: چگالی سیم، A: سطح مقطع سیم، D: قطر سیم)

نکته

- اگر طول تار یا فنر n برابر شود، جرم آن نیز n برابر شده و μ ثابت می‌ماند.
- اگر تار را بکشیم تا با ثابت ماندن جرم، طول تار n برابر شود، در این صورت μ تار $\frac{1}{n}$ می‌شود.

انتقال انرژی در موج مکانیکی عرضی

هر موجی حامل انرژی است.

با انتشار موج مکانیکی این انرژی به صورت انرژی جنبشی و پتانسیل در موج منتقل می‌شود.

در یک موج سینوسی (برای همهٔ انواع امواج مکانیکی) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) با مربع دامنه و بسامد موج متناسب است. (f^2 , A^2)

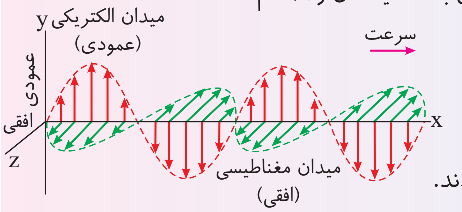
امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی از رابطهٔ متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند، یعنی تغییر در هر کدام از آن‌ها میدان متغیر دیگری را به‌وجود می‌آورد.

منشأ تولید امواج الکترومغناطیسی، حرکت شتابدار ذرهٔ باردار است.

موج الکترومغناطیسی

۱ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی دارای بسامد یکسان و همگام‌اند.



۲ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند.

۳ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر مسیر انتشار موج (راستای انتقال انرژی) عمودند و موج عرضی است.

الگو یادآوری ۶

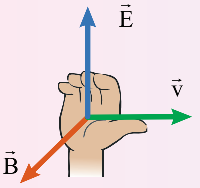
موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن — **امواج الکترومغناطیسی**

موج الکترومغناطیسی

۴ این موج‌ها حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

۵ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=3\times10^{8}\,m/s$ است.

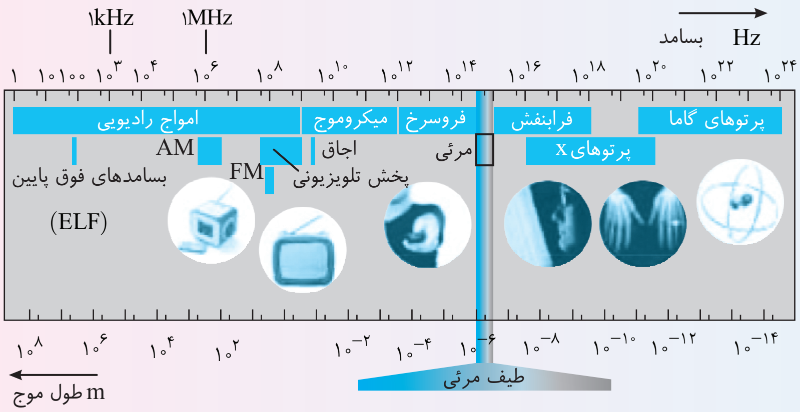
طول موج الکترومغناطیسی در خلأ برابر است با: $\lambda=\frac{c}{f}$



۶ جهت انتشار امواج الکترومغناطیسی را می‌توان مطابق شکل از قاعدهٔ دست راست به‌دست آورد.

۷ طیف امواج الکترومغناطیسی

امروزه طیف وسیعی از امواج الکترومغناطیسی را می شناسیم. این طیف شامل امواج رادیویی، میکروموج، فروسرخ، طیف نور مرئی، فرابنفش، پرتوهای X و پرتوهای گاما است که از کمترین بسامد تا بیشترین بسامد گسترده شده‌اند. تمام این امواج به رغم تفاوت فراوان در روش های تولید و کاربردهای آن‌ها، امواجی الکترومغناطیسی هستند و همگی با تندی نور در خلأ حرکت می کنند و هیچ گسستگی‌ای در این طیف وجود ندارد.



هر چه از پرتوهای گاما به سمت امواج رادیویی حرکت کنیم، طول موج امواج افزایش یافته و انرژی و بسامد آن‌ها کاهش می‌یابد.

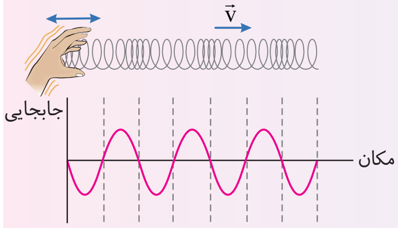
موج طولی و مشخصه‌های آن

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده شده ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی به طور متناوب در طول فنر ظاهر می‌شود.

در یک لحظه از زمان در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.

در یک لحظه در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

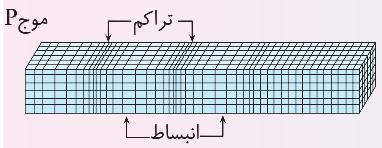
برای فنر زیر نمودار جابه‌جایی - مکان رسم شده است:

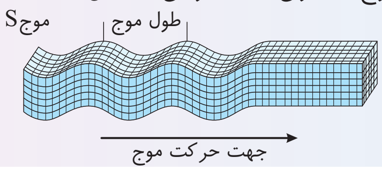


برای موج طولی
- طول موج برابر با فاصلهٔ بین دو تراکم (برای فنر، جمع‌شدگی) یا دو انبساط متوالی (برای فنر، بازشدگی) است.
- همچنین دامنهٔ موج طولی برابر با بیشینهٔ جابه‌جایی از مکان تعادل است.

برای امواج مکانیکی، تندی انتشار امواج طولی در یک محیط جامد بیشتر از تندی انتشار امواج عرضی در همان محیط است.

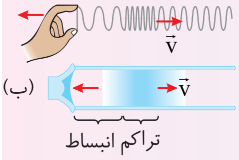
به طور مثال: امواج زمین لرزه از دو موج P (طولی) و S (عرضی) تشکیل شده است: $v_P > v_S$





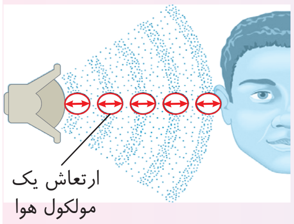
صوت

مشخصه‌های امواج صوتی



امواج صوتی موج‌های مکانیکی است که راستای نوسان ذرات محیط هم راستا با انتشار صوت است.

- صوت به صورت ناحیه‌های بازشدگی (لایه‌های انبساطی) و ناحیه‌های جمع‌شدگی (لایه‌های تراکمی) در محیط منتشر می‌شود.
- هر مولکول هوا با موج حرکت نمی‌کند، بلکه در مکان ثابتی به جلو و عقب نوسان می‌کند.



جبهه‌های موج صوتی به صورت کروی‌اند $(A=4\pi r^2)$

تندی انتشار موج

- مشابه بقیه امواج از ویژگی‌های محیط بوده و از رابطه $\lambda=\frac{v}{f}$ به‌دست می‌آید.
- در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود.
- عموماً: تندی صوت در جامدها > تندی صوت در مایع‌ها > تندی صوت در گازها
- آزمایش نشان می‌دهد که تندی صوت افزون بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد و در یک محیط با افزایش دما، تندی نیز افزایش می‌یابد.

شدت و تراز شدت صوت

شدت صوت: به مقدار انرژی صوتی که در واحد زمان در یکای سطح عمود بر راستای انتشار صوت می‌گذرد.

$$I=\frac{E}{t.A}=\frac{P}{A}$$

(E: انرژی صوت، P: توان صوت)

برای یک چشمهٔ نقطه‌ای صوت با جبهه‌های موج کروی:

$$A=4\pi r^2$$

(r: فاصله از چشمه)

عوامل مؤثر بر شدت صوت:

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\times\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

(A: دامنه، f: بسامد، r: فاصله از چشمه)

- شدت صوت به محیط انتشار نیز بستگی داشته و با آشکارساز قابل اندازه‌گیری است.

تراز شدت صوت: به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}$$

(β: دسی بل، I: شدت صوت)

I_0: شدت مرجع بوده و نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنوایی است:

$$I_0=10^{-12}W/m^2$$

یادآوری ریاضی:

۱) $\log ab=\log a+\log b$ ۲) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$

۳) $\log a^n=n\log a$ ۴) $\log a=\log b\Rightarrow a=b$

۵) $\log 1=0$ ۶) $\log 10=1$

اختلاف تراز شدت صوت:

$$\beta_2-\beta_1=10(\log\frac{I_2}{I_0}-\log\frac{I_1}{I_0})\Rightarrow\Delta\beta=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

ادراک شنوایی

- به صوت حاصل از چشمهٔ موجی کم‌میرا که دارای حرکت هماهنگ ساده است (مثل دیاپازون) تُن موسیقی یا به اختصار تن گویند.
- شنیدن هر تن موسیقی دارای دو ویژگی متمایز **ارتفاع** و **بلندی** است که هر دو به ادراک شنوایی ما مربوط می‌شود:

ارتفاع بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند. به طور مثال اگر چند دیاپازون با بسامدهای مختلف به طور یکسان نواخته شوند بسامدهای آن را می‌توان از کمترین (بم‌ترین) تا بیشترین (زیرترین) مقدار تشخیص داد.

بلندی شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. به طور مثال اگر یک دیاپازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، بسامد صوت (ارتفاع صوت) ثابت امّا بلندی‌های مختلفی به گوش می‌رسد.

- **نکته** بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با آشکارساز اندازه گرفت اما بلندی چیزی است که ما حس می‌کنیم.
- دستگاه شنوایی انسان به بسامدهای متفاوت حساسیت‌های متفاوتی نشان می‌دهد.
  - بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گسترهٔ ۲۰۰۰Hz تا ۵۰۰۰Hz است.
  - گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz است.
  - **نکته ۱)** اگر به مدت ۱۰ دقیقه در معرض صوتی با تراز شدت ۱۲۰dB باشیم، آستانهٔ شنوایی به طور موقت از ۰dB به ۲۸dB افزایش می‌یابد.
  - **نکته ۲)** مطالعه نشان می‌دهد که به طور متوسط اگر به مدت ۱۰ سال در معرض صدایی با تراز شدت ۹۲dB قرار گیریم، آستانهٔ شنوایی به طور دائم ۲۸dB افزایش می‌یابد.

الگو یادآوری ۸

اثر دوپلر

تغییر بسامد صوت در اثر حرکت منبع یا شنونده یا هر دو را اثر دوپلر گویند.

اگر چشمهٔ صوت و ناظر شنونده ثابت باشند، طول موج و بسامد رسیده به شنونده با طول موج و بسامد چشمه یکسان است.

چشمهٔ متحرک و ناظر (شنونده) ساکن:

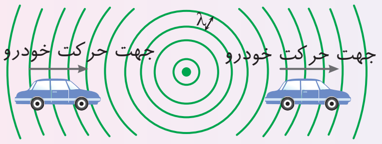
طول موج: طول موج نسبت به حالت سکون چشمه در جلوی چشمه کاهش و در عقب آن افزایش می‌یابد.

بسامد موج: بسامد موج نسبت به حالت سکون چشمه در جلوی چشمه $(\downarrow\lambda=\frac{v}{\uparrow f})$ افزایش و در پشت چشمه $(\uparrow\lambda=\frac{v}{f\downarrow})$ کاهش می‌یابد.

چشمه ساکن و ناظر (شنونده) متحرک باشد:

ناظر در حال نزدیک شدن به چشمه ← طول موج ثابت
← بسامد موج افزایش می‌یابد.

ناظر در حال دور شدن از چشمه ← طول موج ثابت
← بسامد موج کاهش می‌یابد.

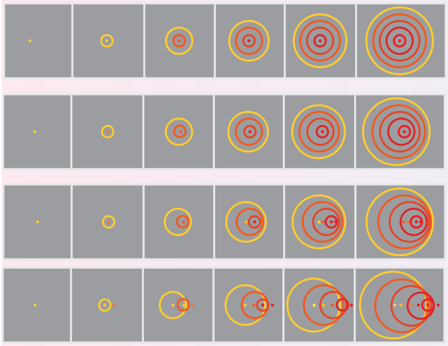


نکته

۱ اگر در اثر حرکت چشمه یا شنونده یا هر دو، بسامد افزایش یابد ← ارتفاع صوت افزایش می‌یابد.

۲ اگر در اثر حرکت چشمه یا شنونده یا هر دو، بسامد کاهش یابد ← ارتفاع صوت کاهش می‌یابد.

مقایسه جبهه‌های موج در اثر دوپلر



- چشمه و ناظر ساکن
- چشمه با تندی کمتر از تندی صوت در حال حرکت به سمت راست است.
- چشمه با تندی برابر با تندی صوت در حال حرکت به سمت راست است.
- چشمه با تندی بیشتر از تندی صوت به سمت راست در حرکت است.

دوپلر برای امواج الکترومغناطیسی

- برای امواج الکترومغناطیسی مانند هر موج دیگری اثر دوپلر برقرار است.
- با حرکت چشمهٔ موج نسبت به ناظر (آشکارساز)، بسامد و طول موج دریافتی تغییر می کند.
- در پدیده‌های نجومی از جابه‌جایی دوپلری استفاده می‌شود.
- با دور شدن چشمه از آشکارساز طول موج افزایش می‌یابد که به آن انتقال به سرخ گویند.
- با نزدیک شدن چشمه به آشکارساز طول موج کوتاه‌تر می‌شود که به آن انتقال به آبی گویند.

الگو یادآوری ۱

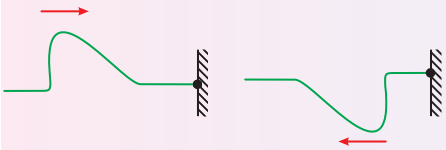
بازتاب امواج

بازتاب موج در یک بعد

اگر تپی را در یک فنر کشیدهٔ بلند که یک سر آن به تکیه‌گاهی ثابت شده است، روانه کنیم وقتی تپ به تکیه‌گاه (مرز) می‌رسد نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتون تکیه‌گاه نیز نیرویی با اندازهٔ برابر و خلاف جهت بر فنر وارد می‌کند.

تپ بازتاب نسبت به تپ فرودی قرینه و معکوس است.

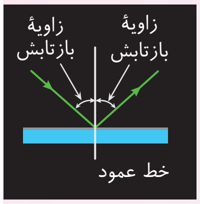
به طور مثال:



تپ فرودی و تپ بازتاب (در یک محیط منتشر شده‌اند) دارای تندی یکسان‌اند ← بسامد آن‌ها نیز یکی است.

بازتاب موج در دو یا سه بعد

قانون بازتاب عمومی زاویهٔ پرتو تابش با نیم‌خط عمود (زاویهٔ تابش) با زاویهٔ پرتو بازتاب با نیم‌خط عمود (زاویهٔ بازتاب) با هم برابرند.

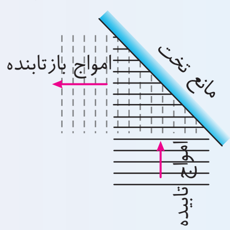


پرتوی تابش، پرتوی بازتابش و خط عمود بر سطح بازتابنده در هر بازتابشی در یک صفحه قرار دارند.

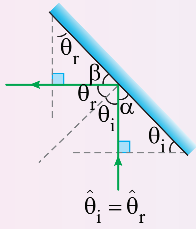
فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی برابر طول موج است. پرتو موج بر جبهه‌های موج عمود بوده و راستای انتشار موج را نشان می‌دهد.

به طور مثال:

طرحی از جبهه‌های موج



نمودار پرتویی

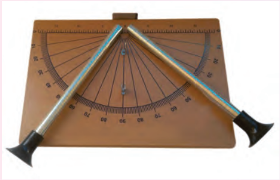


زاویهٔ بین جبهه‌های موج و سطح برابر زاویهٔ بین پرتو و خط عمود است.

$\theta_r =$ زاویه بین جبهه‌های بازتاب و سطح، $\theta_i =$ زاویهٔ بین جبهه‌های تابش و سطح، $\theta_r =$ زاویهٔ بازتاب، $\theta_i =$ زاویه تابش

نکته اگر پرتویی عمود بر سطح به آن برخورد کند پرتو روی خودش بازتاب می‌شود.

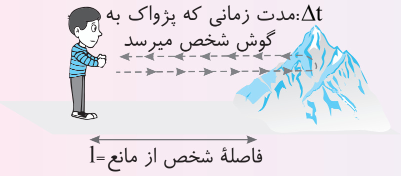
در اسباب نشان داده شده در شکل روبه‌رو، با توجه به قانون بازتاب عمومی هنگامی صوت ایجاد شده در یکی از دهانه‌ها در دهانهٔ دیگر با بلندی بیشینه شنیده می‌شود که زاویه‌ای که هر دو لوله با نیم‌خط عمود $(\theta_i = \theta_r)$ می‌سازند یکسان باشد.



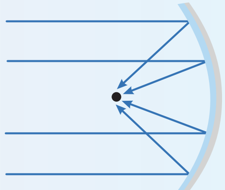
نمایشی از اسباب آزمایش بازتاب صوت

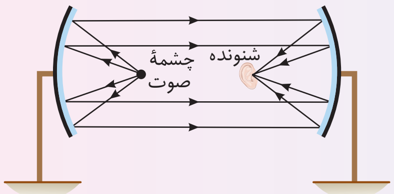
پژواک: به بازتاب صوت از یک سطح پژواک گویند.

برای تشخیص دو صوت از هم باید اختلاف زمانی رسیدن دو صوت به گوش از $0/1s$ بیشتر باشد.



بازتاب از سطح کاو: اگر پرتوهای موج موازی با محور سطح به آن برخورد کند، پرتوهای بازتاب از کانون سطح عبور می‌کنند:



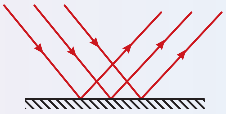


الگو یادآوری

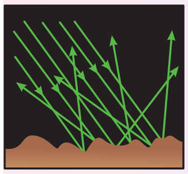
۲ بازتاب امواج

در بازتاب دو نوع سطح وجود دارد، امّا در هر دو حالت قانون بازتاب عمومی برقرار است.

بازتاب منظم یا آینه‌ای: اگر یک دسته پرتو موازی به سطح صیقلی تابیده شود، پرتوهای بازتاب از سطح نیز با یکدیگر موازی‌اند.



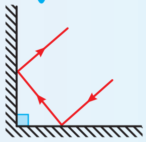
بازتاب نامنظم یا پخشنده: اگر یک دسته پرتو موازی به سطح غیر صیقلی تابیده شود، پرتوهای بازتاب در جهت‌های مختلف پخش می‌شوند که این پدیده را پخش نور گویند.



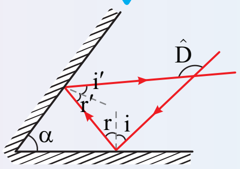
نکته یک سطح برای پرتوهای نوری غیرصیقلی است که ناهمواری‌های سطح بزرگ‌تر از طول موج نور باشد.

کاربرد بازتاب:
۱ میکروفون سهموی که با استفاده از بازتاب صوت از سطح کاو صدای رسیده به آن را تقویت می‌کند.
۲ لیتوتریپسی که از آن برای شکستن سنگ‌های کلیه به کمک بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود.
۳ در دستگاه سونار که در کشتی‌ها برای مکان‌یابی اجسام زیر آب به‌کار می‌رود از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.
۴ در دستگاه سونوگرافی از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.
۵ برای اندازه‌گیری تندی شارش خون از مکان‌یابی پژواکی به همراه اثر دوپلر می‌توان استفاده کرد.
۶ در دوربین‌های کنترل سرعت (رادار دوپلری) از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده شده است.

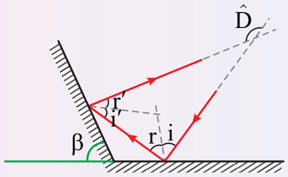
بررسی چند نمونه بازتاب از روی آینه‌های متقاطع



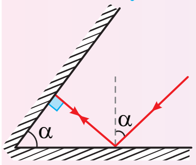
اگر دو آینه بر هم عمود باشند پرتوی تابش و بازتاب از سطح دوم با هم موازی‌اند



$\hat{D} = ۲\alpha$



$\hat{D} = ۲\beta$



شکست موج

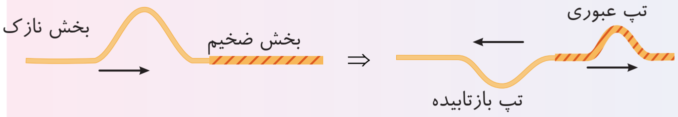
تغییر تندی پیشروی موج در ورود به محیط جدید را گویند.

هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند اما تندی انتشار موج و طول موج تغییر می‌کند. $f_۱ = f_۲ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}$

شکست موج در یک بعد

هنگام رسیدن موج به مرز جدایی دو محیط بخشی از موج بازتاب و بخشی دیگر عبور می‌کند.

اگر یک تپ را در سمت نازک ریسمان تولید کنیم.



اگر موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد شود، قطر سیم کاهش یافته و با توجه به رابطهٔ تندی موج در ریسمان $v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$ تندی موج افزایش می‌یابد: $\lambda_۲ > \lambda_۱ \xleftarrow{\lambda = \frac{v}{f}}$ $\begin{cases} v_۲ > v_۱ \\ f_۲ = f_۱ : \text{چشمهٔ موج تغییر نکرده است.} \end{cases}$

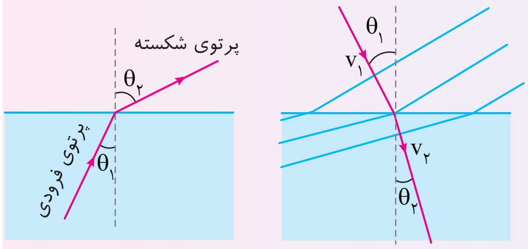
شکست موج

شکست موج در دو یا سه بعد

اگر یک موج به طور مایل از یک محیط به محیط دیگر وارد شود، جهت پیشروی موج در مرز بین دو محیط تغییر می‌کند.

قانون شکست عمومی نسبت سینوس زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست با نسبت تندی در دو محیط برابر است.

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$



در هر محیطی که تندی موج در آن بیشتر است، زاویهٔ پرتو موج با نیم‌خط عمود بر مرز بین دو محیط بزرگ‌تر است.

نکته اگر پرتو موجی عمود بر مرز بین دو محیط بتابد، در ورود به محیط دوم منحرف نمی‌شود اما تندی و طول موج آن تغییر می‌کند.

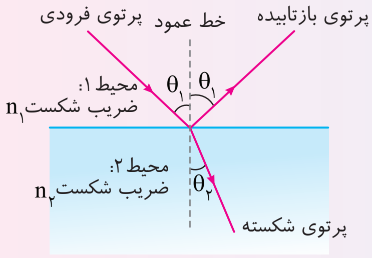
شکست امواج الکترومغناطیسی

ضریب شکست هر محیط برابر نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط است. $n=\dfrac{\text{تندی نور در خلأ}}{\text{تندی نور در یک محیط}}=\dfrac{c}{v}$

هر چه ضریب شکست یک محیط بیشتر باشد، تندی نور در آن محیط کمتر است، می‌توان گفت آن محیط غلیظ‌تر است.

در یک محیط با ضریب شکست بیشتر، طول موج کوتاه‌تر است.

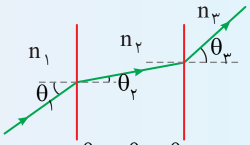
قانون شکست اسنل $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$



جمع‌بندی $$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}$$

در گذر نور از چند محیط به سه نکته زیر دقت کنید:

- هر محیطی که در آن زاویهٔ پرتو با خط عمود بزرگ‌ترین باشد، تندی نور در آن محیط بیشترین است و آن محیط کمترین ضریب شکست را دارد.

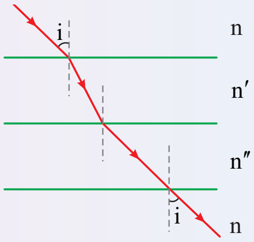


$\theta_3>\theta_1>\theta_2$

$v_3>v_1>v_2$

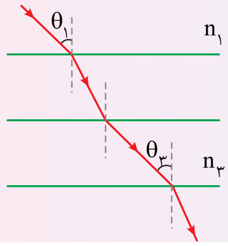
$n_3<n_1<n_2$

- اگر محیط ابتدا و آخر یکسان باشند. پرتو ورودی و خروجی با هم موازی می‌شوند.



- برای هر دو محیط دلخواهی می‌توانیم روابط شکست را بنویسیم به طور مثال:

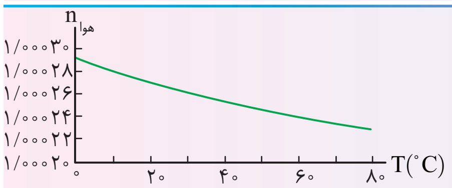
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_3}=\frac{v_1}{v_3}=\frac{\lambda_1}{\lambda_3}=\frac{n_3}{n_1}$$



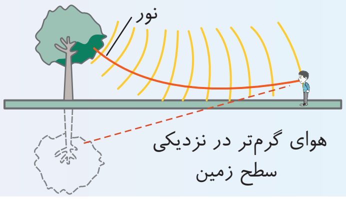
سراب

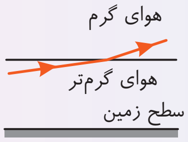
۱ در روزهای گرم اتفاق می‌افتد.

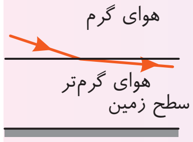
۲ ضریب شکست یک محیط مثل هوا به دمای آن نیز بستگی دارد و با افزایش دما ضریب شکست محیط کاهش می‌یابد.



۳ در بررسی دقیق‌تر پدیدهٔ سراب متوجه می‌شویم که در روزهای گرم لایه‌های هوایی نزدیک به زمین گرم‌تر است و مطابق شکل زیر بخش‌های پایینی جبههٔ موج کمی تندتر از بخش بالایی جبههٔ موج حرکت می‌کنند (زیرا با افزایش دما محیط رقیق‌تر و تندی موج در آن محیط بیشتر می‌شود) و این باعث می‌شود پرتوهای موج رو به بالا خم شوند:





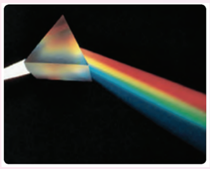


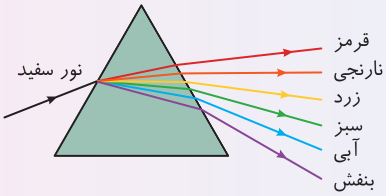
الگو یادآوری ۴

شکست موج

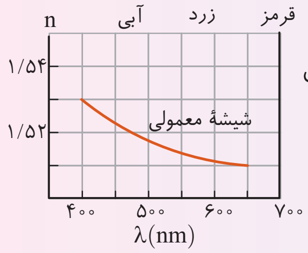
پاشندگی نور

تجزیه نور سفید به رنگ‌های متفاوت به وسیلهٔ منشور نمونه‌ای از پاشندگی نور است:

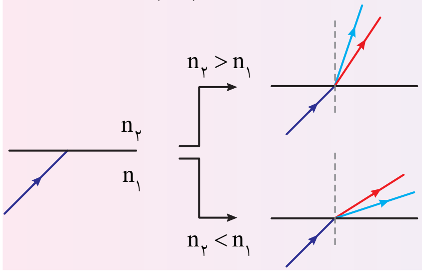




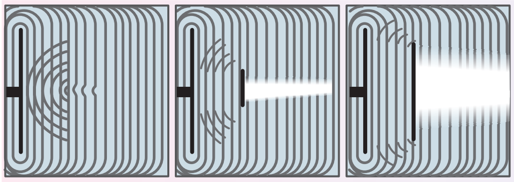
- علت پاشندگی نور متفاوت بودن ضریب شکست یک محیط معین غیر خلأ برای طول موج‌های مختلف است.
- عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است.
  - ضریب شکست یک محیط معین، برای نور قرمز کمترین و برای نور بنفش بیشترین مقدار است.



- مثال: پرتو نور اولیه ترکیبی از نور آبی و قرمز است.



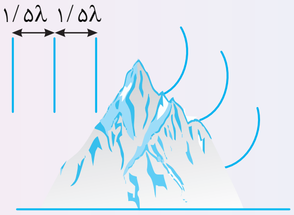
پراش



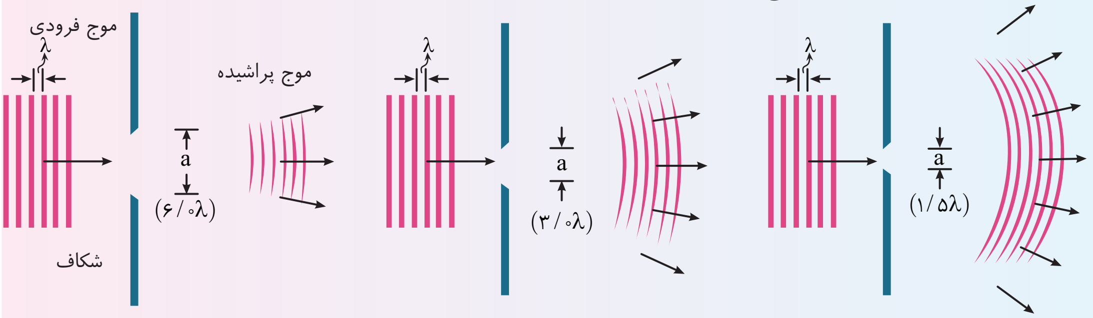
اگر در مسیر پیشروی موج مانعی قرار دهیم، بخشی از موج از لبه‌های مانع یا شکاف‌های آن می‌گذرد. در صورتی که ابعاد مانع یا شکاف در حدود طول موج باشد، بخشی از موج که از لبه‌ها یا شکاف‌ها عبور می‌کند به وضوح به اطراف مانع یا شکاف گسترده می‌شود که به این رفتار موج، پراش می‌گویند.

هر چه ابعاد شکاف یا لبهٔ یک مانع بیشتر در حدود طول موج باشد، پراش بارزتری رخ می‌دهد و موج به ناحیهٔ سایه بیشتری دسترسی پیدا می‌کند:

- با افزایش طول موج پراش بارزتری رخ می‌دهد.



- با کاهش پهنای شکاف پراش بارزتری رخ می‌دهد.



در عبور از یک شکاف طول موج، بسامد و تندی موج ثابت می‌ماند.

اگر پراش نور تک‌فام از یک شکاف باریک یا لبه‌ای تیز را روی یک پرده ملاحظه کنیم، همواره نوارهای تاریک و روشنی موسوم به نقش پراش موازی با لبه‌های شکاف مشاهده می‌کنیم. البته تحلیل نقش پراش مبتنی بر بحث تداخل امواج است.

الگو یادآوری

۵

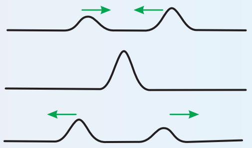
تداخل امواج

اصل بر هم‌نهی ← وقتی چندین موج به طور همزمان بر ناحیه‌ای از فضا تأثیر بگذارند، اثر خالص آن‌ها برابر مجموع اثرهای مجزای هریک از آن‌ها است.

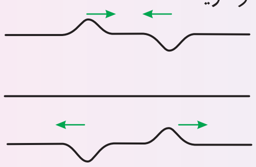
به طور مثال اگر دو قلهٔ موج در یک نقطه به هم برسند، آن نقطه از محیط به اندازهٔ مجموع دامنهٔ دو موج از حالت تعادل خود بالا می‌رود. $(A_t = A_1 + A_2)$

به ترکیب موج‌ها با یکدیگر تداخل گویند، به بیان دیگر، تداخل ترکیب دو یا چند موج است که همزمان از یک نقطه عبور می‌کنند.

در شکل زیر تپ‌ها هنگام هم‌پوشانی تپ بزرگ‌تری را ایجاد کرده‌اند که به آن تداخل سازنده می‌گویند.

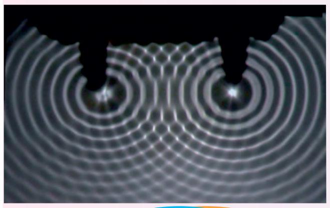


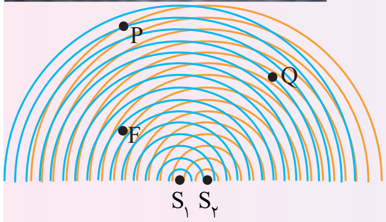
در شکل زیر تپ‌ها هنگام هم‌پوشانی اثر یکدیگر را حذف کرده‌اند که به آن تداخل ویرانگر گویند.



دقت کنید که تداخل تپ‌ها مسیر حرکت آن‌ها را تغییر نمی‌دهد و پس از تداخل شکل تپ‌ها و مسیر حرکت آن‌ها مشابه قبل از هم‌پوشانی باقی می‌ماند. تداخل موج‌ها نیز مانند تداخل تپ‌هایی که در بالا توضیح دادیم خواهد بود.

تداخل امواج سطحی آب ← هر گاه دو نوسان‌ساز هم‌دوره (با بسامد یکسان) روی سطح آب مطابق شکل موج ایجاد کنند. پس از انتشار دو موج با هم تداخل می‌کنند.



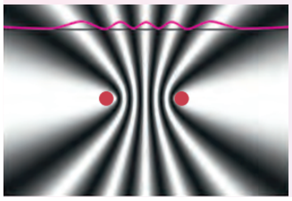


به طور مثال در نقطهٔ P: قله‌های دو موج به هم رسیده و تداخل سازنده است و دامنهٔ موج آب بیشینه می‌شود. $(A_T = A_1 + A_2)$

در نقطهٔ Q: قلهٔ موج S_1 به درهٔ موج S_2 رسیده و تداخل ویرانگر است و دامنهٔ موج آب کمینه می‌شود. $(A_T = A_1 - A_2)$

در نقطهٔ F: دره‌های دو موج به هم رسیده و تداخل سازنده است و سطح آب به شدت پایین می‌رود.

به چنین نقش متناوب یک در میان از بیشینه و کمینهٔ موج تداخلی، نقش تداخل گفته می‌شود.



تداخل امواج صوتی

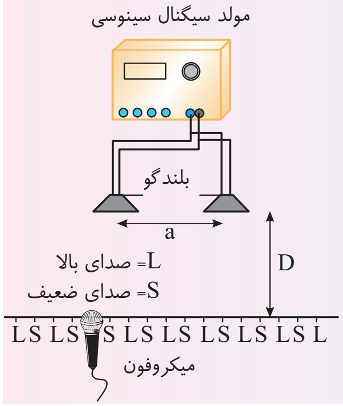
در آزمایش شکل زیر، توسط دو بلندگوی هم‌بسامد در فاصلهٔ مناسب از بلندگوها روی خط افقی نقش تداخلی ایجاد می‌شود.

در نقاط L تداخل صوتی سازنده بوده و صدای بلندی شنیده می‌شود.

در نقاط S تداخل صوتی ویرانگر بوده و صدای ضعیف شنیده می‌شود.

فاصلهٔ نقاط S و L متناسب با طول موج صوت است و با افزایش طول موج فاصلهٔ این نقاط از هم بیشتر می‌شود.

با حرکت دادن میکروفون صدای دریافتی به طور متناوب کم و زیاد می‌شود.



الگو یادآوری

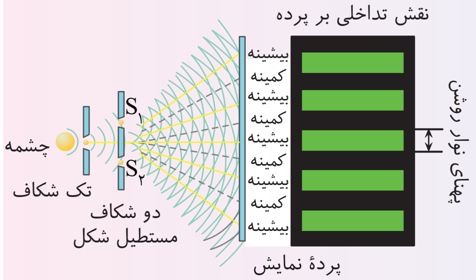
۶

تداخل امواج

تداخل امواج نوری

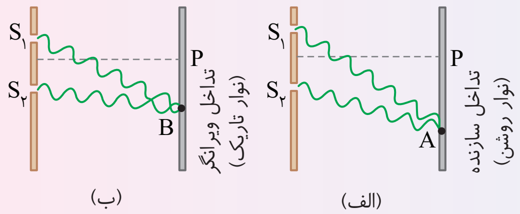
آزمایش یانگ نشان‌دهندهٔ رفتار موجی نور است.

در این آزمایش نورهای پراش یافته از دو شکاف S_1 و S_2 با یکدیگر تداخل کرده و روی پردهٔ نمایش نوارهای (فریزهای) تاریک و روشن ایجاد می‌کنند.



در محل نوارهای (فریزهای) روشن تداخل دو موج سازنده است و دو موج یکدیگر را تقویت می‌کنند.

در محل نوارهای (فریزهای) تاریک تداخل دو موج ویرانگر است و دو موج یکدیگر را تضعیف می‌کنند.



نوارهای روشن و تاریک روی پرده که ناشی از تداخل‌های سازنده و ویرانگرند، نقش‌های تداخلی خوانده می‌شوند.

پهنای نوارهای تاریک و روشن (که مساوی فرض می‌شوند) متناسب با طول موج نور به‌کار رفته در آزمایش است.

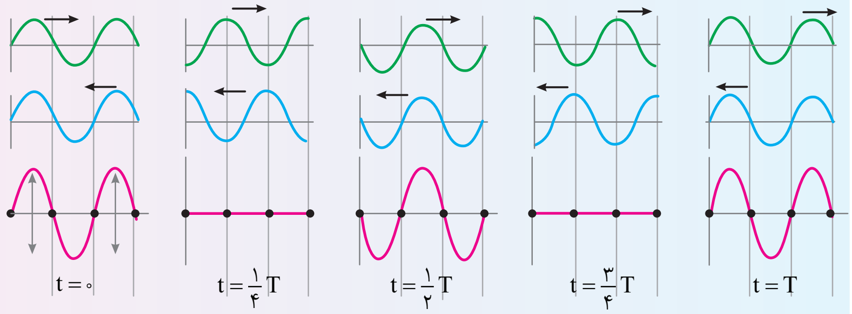
- به طور مثال اگر آزمایش یانگ را یک بار با نور قرمز و بار دیگر با نور سبز انجام دهیم $(\lambda_{قرمز} > \lambda_{سبز})$، پهنای نوارهای تاریک و روشن نور قرمز بزرگ‌تر از پهنای نوارهای تاریک و روشن نور سبز است.
- اگر آزمایش یانگ در محیط شفافی با ضریب شکست n انجام شود، به دلیل کاهش طول موج، پهنای نوارها نسبت به آزمایش یانگ در هوا، $\frac{1}{n}$ می‌شود.

موج ایستاده و تشدید در ریسمان

امواج ایستاده

هر گاه دو موج رفت و برگشت هم‌دوره و هم‌دامنه در یک ریسمان منتشر شوند در اثر تداخل آن‌ها امواج ایستاده تشکیل می‌شود.

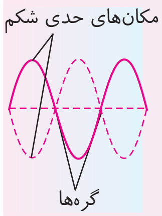
برای تولید امواج ایستاده کافی است موجی را در یک ریسمان متصل به انتهای ثابت بفرستیم، موج پس از بازتاب از مانع، تشکیل امواج ایستاده می‌دهد.



نکته بازهٔ زمانی بین دو بارِ متوالی تخت شدن ریسمان، $\frac{T}{2}$ است. به شکل $t=\frac{T}{4}$ و $t=\frac{3T}{4}$ دقت کنید.

به نقاطی از ریسمان که هنگام تشکیل امواج ایستاده هرگز حرکت نمی‌کند، گره گفته می‌شود.

- وسط دو گرهٔ مجاور را شکم گویند.



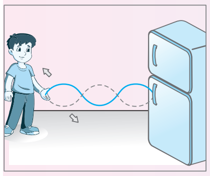
جمع‌بندی امواج ایستاده:

- امواج عرضی، می‌توانند امواج ایستاده تولید کنند.
- امواج طولی، می‌توانند امواج ایستاده تولید کنند.
- بسامد ارتعاش تمام نقاط محیط یکسان و برابر بسامد چشمه موج است.
- پس از تشکیل امواج ایستاده، جای گره‌ها و شکم‌ها ثابت است.
- تمام نقاط بین دو گرهٔ متوالی با هم بالا و پایین می‌روند اما دامنهٔ آن‌ها یکسان نیست.
- دو شکم مجاور هم حرکتشان قرینهٔ هم است وقتی یکی رو به بالا می‌رود دیگری رو به پایین می‌رود.

انواع ایستاده

جمع‌بندی امواج ایستاده:

- فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی یا دو شکم متوالی $\frac{\lambda}{2}$ و فاصلهٔ یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ است.
- پس از تشکیل امواج ایستاده، این موج به سمت راست و چپ حرکت نمی‌کند و هر ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است و انرژی از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر منتقل نمی‌شود.
- با توجه به شکل روبه‌رو پس از تشکیل امواج ایستاده در محل چشمه (نوسان‌ساز)، گره وجود دارد.



- در نقاط گره دو موج به هم رسیده کاملاً ناهمفاز (در فاز مخالف)اند و تداخل ویرانگر است.
- در نقاط شکم دو موج به هم رسیده کاملاً همفازند و تداخل سازنده است.

فاصلهٔ گرهٔ nام از انتهای ثابت برابر $\Delta x = 2n\frac{\lambda}{4}$ و فاصلهٔ شکم nام از انتهای ثابت برابر $\Delta x = (2n-1)(\frac{\lambda}{4})$ است.

تشدید در ریسمان

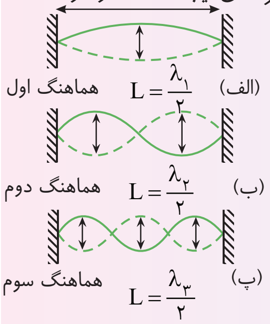
اگر دو سر یک تار را به یک نوسان ساز وصل کنیم، در این تار به‌ازای بسامدهای معینی امواج ایستادهٔ بارز رخ می‌دهد و گره و شکم به خوبی روی تار قابل مشاهده است. به این بسامدهای معین، بسامدهای تشدیدی می‌گویند.

با توجه به شکلِ سه بسامد تشدیدی اول یک تار، می‌توان طول موج تار را بر حسب عدد هماهنگ به‌دست آورد:

- عدد هماهنگ یک تار برابر تعداد شکم‌های ایجادشده در تار یا یک واحد کمتر از تعداد گره‌های ایجاد شده در تار است.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

(۲L: طول تار، n: شمارهٔ هماهنگ)



یادآوری برای یک موج رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ برقرار است بنابراین بسامدهای تشدیدی تار با استفاده از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آیند.

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = \frac{nv}{2L}$$

(n: عدد هماهنگ، v: تندی تار، L: طول تار، f_n: بسامد تشدیدی)

- تندی تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$ است که در این رابطه F نیروی کشش ریسمان و μ چگالی خطی جرمی تار یعنی $\frac{m}{L}$ است.

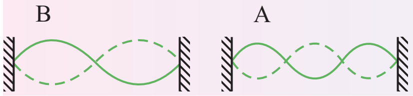
(ρ: چگالی تار، A: سطح مقطع تار، D: قطر مقطع تار)

مدهای نوسان را با بسامد تشدیدی مشخص می‌کنند.

کمینه بسامد یک تار مربوط به $n=1$ است که به آن بسامد اصلی گفته می‌شود و مد مربوط به آن را مد اصلی یا هماهنگ اول گویند. $f_1 = \frac{v}{2L}$

- در هماهنگ اول، طول موج تار بیشینه است. $\lambda_1 = \frac{2L}{1} = 2L$
- **میانبر** بسامد هماهنگ nام، n برابر بسامد هماهنگ اول است. $f_n = nf_1$
  - نسبت بسامد دو هماهنگ m ام و nام برابر است با: $\frac{f_m}{f_n} = \frac{mf_1}{nf_1} = \frac{m}{n}$
  - تفاضل دو بسامد متوالی همواره برابر بسامد اصلی خواهد شد: $f_n - f_{n-1} = nf_1 - (n-1)f_1 = f_1$

هنگامی بین دو تار یا یک تار و یک وسیله تشدید رخ می‌دهد که بسامد آن‌ها با هم برابر باشد. به طور مثال اگر دو تار زیر با یکدیگر تشدید کنند، بسامد هماهنگ سوم تار A با بسامد هماهنگ دوم تار B برابر است:



$$\Rightarrow f_{2_B} = f_{3_A}$$

الگو یادآوری **۸**

موج ایستاده و تشدید در لولهٔ صوتی

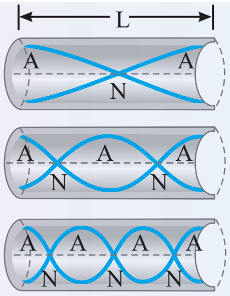
اگر در یک لوله بدمیم به شرطی که طول لوله مضرب‌های معینی از طول موج صوت باشد، در لوله تشدید رخ می‌دهد و موج‌های صوتی تشکیل امواج ایستاده با شکم و گره مشخص می‌دهند.

در یک لولهٔ در حال تشدید، فاصلهٔ دو گره یا دو شکم مجاور $\frac{\lambda}{۲}$ و فاصلهٔ یک شکم از یک گره $\frac{\lambda}{۴}$ است.

دقت کنید که صوت یک موج طولی است و در شکل‌های زیر برای اینکه آن را راحت‌تر نمایش دهیم به صورت موج عرضی مدلسازی کرده‌ایم.

در انتهای بستهٔ لوله گره و در انتهای باز آن شکم ایجاد می‌شود.

الف) لولهٔ صوتی با دو انتهای باز (لولهٔ صوتی باز)



مد اصلی (بم‌ترین صوت) $L=\frac{\lambda_۱}{۲}$

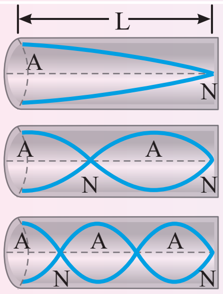
مد دوم (هماهنگ دوم) $L=۲\frac{\lambda_۲}{۲}$

مد سوم (هماهنگ سوم) $L=۳\frac{\lambda_۳}{۲}$

مد n اُم (هماهنگ n اُم) $L=n\frac{\lambda_n}{۲}$

در لولهٔ صوتی با دو انتهای باز، تعداد شکم از تعداد گره‌ها یک واحد بیشتر است. / در لولهٔ صوتی با دو انتهای باز، طول لوله مضرب درست $\frac{\lambda}{۲}$ یا مضرب زوج $\frac{\lambda}{۴}$ است.

ب) لولهٔ صوتی با یک انتهای باز و یک انتهای بسته (لولهٔ صوتی بسته)[۱]



مد اصلی (بم‌ترین صوت) $L=\frac{\lambda_۱}{۴}$

مد دوم (هماهنگ سوم) $L=۳\frac{\lambda_۳}{۴}$

مد سوم (هماهنگ پنجم) $L=۵\frac{\lambda_۵}{۴}$

مد n اُم (هماهنگ n اُم) $L=(۲n-۱)\frac{\lambda_n}{۴}$

در لولهٔ صوتی با یک انتهای باز تعداد شکم‌ها و تعداد گره‌ها یکسان است. / در لولهٔ صوتی با یکی انتهای باز، طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ است.

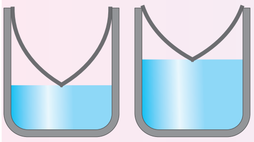
نکتهٔ مهم

۱) در تار مرتعش، موج ایستاده در تار عرضی ← امّا موج صوتی ایجاد شده در محیط، طولی است.

۲) در لولهٔ صوتی، موج ایستاده در لوله طولی ← همچنین موج صوتی ایجاد شده در محیط، طولی است.

۳) هنگام پر کردن یک ظرف استوانه‌ای تو پر مطابق شکل فضای خالی لیوان در حال کاهش بوده و طول موج صوت ایجاد شده کاهش می‌یابد بنابراین:

ارتفاع صوت زیاد می‌شود / صدا زیرتر می‌شود ← بسامد افزایش می‌یابد $\xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}}$ $\lambda\downarrow$



هنگام خالی کردن یک پارچ یا لیوان بر عکس حالت بالا اتفاق می‌افتد و طول موج افزایش می‌یابد در نتیجه بسامد صوت حاصل کاهش یافته و ارتفاع صوت کم می‌شود و صدا بم‌تر خواهد شد.

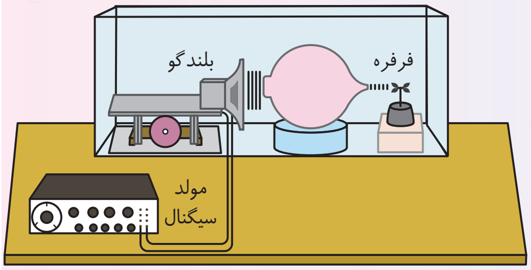
تشدیدگر هلمهولتز و امواج ایستاده در اتاق میکروموج

وقتی در دهانهٔ یک بطری می‌دمیم، گسترهٔ وسیعی از بسامدها ایجاد می‌شود که اگر یکی از این بسامدها با یکی از بسامدهای تشدیدی بطری منطبق باشد، یک موج صوتی قوی ایجاد می‌شود.

تشدیدگر هلمهولتز: به ظرفی مانند بطری که دارای یک گردن است، تشدیدگر هلمهولتز گفته می‌شود و ساده‌ترین آن به صورت کره‌ای تو خالی با دهانه‌ای باز به شکل گردن بوده و به صورت روبه‌رو است:

تشدیدگر هلمهولتز مانند لوله‌های صوتی، بسامدهای تشدیدی معینی دارند و هرگاه بسامد یک صوت برابر با یکی از بسامدهای تشدیدی آن باشد، تشدیدگر پاسخ قوی‌تری به آن می‌دهد.

به طور مثال: در شکل روبه‌رو تنها به ازای بسامدهای معینی صوت عبوری از تشدیدگر باعث چرخیدن فرفره خواهد شد که این بسامدهای معین همان بسامدهای تشدیدی تشدیدگر هلمهولتز است.



۱- بررسی شکل‌های کتاب درسی جزء برنامهٔ رسمی کتاب نیست اما حضور مسائل آن به دلیل شباهت زیاد با تار مرتعش در سؤالات کنکور ممکن است.

اجاق‌های میکروموج (مایکروفر) بر اساس تداخل امواج الکترومغناطیسی و تشکیل امواج ایستاده کار می‌کند.

بسامد امواج ایستادهٔ ایجادشده ۲/۴۵۰GHz و طول موج آن حدود ۱۲cm است.

در محل شکم‌ها دامنهٔ نوسان میدان الکتریکی بیشینه است و مولکول‌های آب موجود در مواد غذایی به شدت به ارتعاش درآمده و بیشترین افزایش دما ایجاد می‌شود.	در محل گره‌ها، دامنهٔ نوسان میدان الکتریکی صفر است و هیچ نوسان میدان الکتریکی‌ای نداریم و در گره‌ها اصطلاحاً نقاط سرد داریم.

به همین دلیل اجاق‌های میکروموج صفحه‌های گردانی دارند تا با گرداندن غذا در اجاق هیچ بخشی از غذا در گره باقی نماند.

الگو یادآوری ۱

آشنایی با فیزیک اتمی

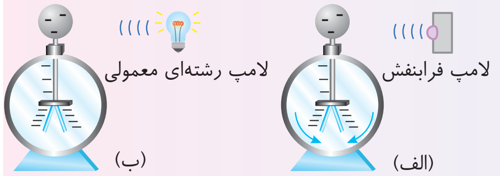
فیزیک کلاسیک: به مکانیک نیوتونی، نظریه الکترومغناطیس ماکسول و ترمودینامیک، فیزیک کلاسیک گویند.

فیزیک جدید

- شالودهٔ فیزیک جدید نظریه‌های نسبیت خاص و عام و نظریه کوانتومی است.
- نظریهٔ نسبیت خاص، پدیده‌های فیزیکی در سرعت‌های بسیار زیاد و قابل مقایسه با سرعت نور را توجیه می‌کند.
- نظریهٔ نسبیت عام، پدیده‌های مربوط به مطالعهٔ هندسه فضا – زمان و گرانش را بررسی می‌کند.
- نظریهٔ کوانتومی به مطالعهٔ پدیده‌ها در مقیاس بسیار کوچک، مانند مولکول‌ها، اتم‌ها و ذره‌های ریزی که اتم‌ها را می‌سازند (ذره‌های زیراتمی) می‌پردازد.
- فیزیک جدید در واقع به پدیده‌هایی می‌پردازد که توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه نیست از جمله این پدیده‌ها می‌توان به اثر فوتوالکتریک، ساختار اتم، طیف اتمی و ساختار هسته اشاره کرد.

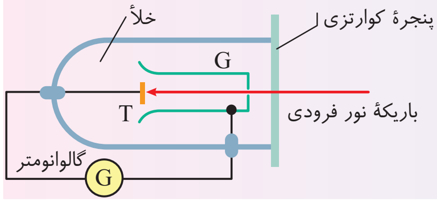
اثر فوتوالکتریک

- جدا شدن الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور (تابش الکترومغناطیسی) بر آن را اثر فوتوالکتریک گویند و الکترون‌های جداشده را فوتوالکترون می‌نامند.
- با تاباندن نور مرئی بر کلاهک الکتروسکوپ باردار با بار منفی، انحراف ورقه‌ها تغییر نمی‌کند اما با تاباندن نور فرابنفش، انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد که علت آن اثر فوتوالکتریک است.



(الف) (ب)

- برای بررسی اثر فوتوالکتریک از مدار روبه‌رو استفاده می‌شود.



دیدگاه فیزیک کلاسیک

- رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به بسامد نور فرودی بر فلز بستگی ندارد و با هر بسامدی رخ می‌دهد.
- در نظریهٔ ماکسول، شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکی موج متناسب است $(I \propto E^{۲})$ و با افزایش شدت نور باید انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش یابد.
- عامل جدا شدن الکترون نیرویی است که توسط میدان الکتریکی نور بر الکترون وارد می‌شود. $(\vec{F} = -e\vec{E})$

تجربه آزمایشگاهی

- رخ دادن اثر فوتوالکتریک به شدت نور فرودی بر فلز بستگی ندارد.
- رخ دادن اثر فوتوالکتریک به بسامد نور بستگی دارد.
- کمترین بسامد را (و بلندترین طول موج) که اثر فوتوالکتریک با آن رخ می‌دهد، **بسامد آستانه** (طول موج آستانه) گویند.
- با افزایش شدت نور، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند و تنها تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

نظریهٔ اینشتین

فوتون
- نور از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده است.
- انرژی هر فوتون $E = hf$ (بسامد نور؛ ثابت پلانک $h = ۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$) و انرژی کل پرتو نور $E = nhf$ است (n: تعداد فوتوالکترون‌ها).

- با تاباندن نور مناسب و جدا شدن الکترون، بخشی از انرژی فوتون سبب جدا شدن الکترون (W) می‌شود و بخشی از انرژی فوتون به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود (K) $K = hf - W_{۰}$.
- W مقدار انرژی لازم برای جدا شدن الکترون است.

تابع کار
- برای هر فلز، یک حداقل انرژی (کار) لازم است تا الکترون از فلز جدا شود، این حداقل انرژی را تابع کار گویند $(W_{۰})$.
  - تابع کار به جنس فلز بستگی دارد.
  - بین تابع کار و بسامد آستانه و طول موج آستانه رابطهٔ $W_{۰} = hf_{۰}$ و $W_{۰} = hc/\lambda_{۰}$ برقرار است.
  - تابع کار مربوط به سست‌ترین الکترون است، بنابراین با جدا شدن الکترون انرژی جنبشی آن بیشینه است. $K_m = hf - W_{۰}$

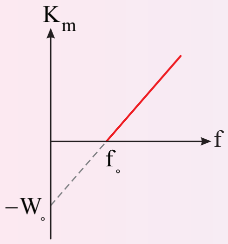
الگو یادآوری

۲ آشنایی با فیزیک اتمی

اثر فوتوالکتریک

نمودار $K_m - f$ ← نمودار خط راست است.

- عرض از مبدأ آن $-W_\circ$ است.
- شیب خط آن ثابت پلانک است.
- طول از مبدأ آن بسامد آستانه است.
- در تمام آزمایش‌های فوتوالکتریک برای هر فلزی شـیب خط نمودار $(K_m - f)$ برابر h است، یعنی نمودارها با هم موازی‌اند.



الکترون ولت

- مقدار انرژی مورد نیاز برای گذر یک الکترون در اختلاف پتانسیل ۱V در خلأ را الکترون‌ولت (eV) گویند.
- هر الکترون ولت معادل $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$ است. $(۱eV = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J)$
- ثابت پلانک: $h = ۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s$ ← تقریب مهم $hc = ۱۲۴۰eV.nm$
- نمودار $k_m - f$ خطی است و شیب آن برای هر فلزی h است.
- اگر بسامد نور دو برابر شود، انرژی جنبشی بیشینه، بیش از دو برابر افزایش می‌یابد.

آشنایی با فیزیک اتمی (طیف اتمی، الگوهای اتمی)

طیف گسیلی از گازها و بخار عنصرها از خطوط رنگی جدا از هم با طول موج‌های معین تشکیل شده است که به آن **طیف گسیلی (نشری) خطی** گویند.

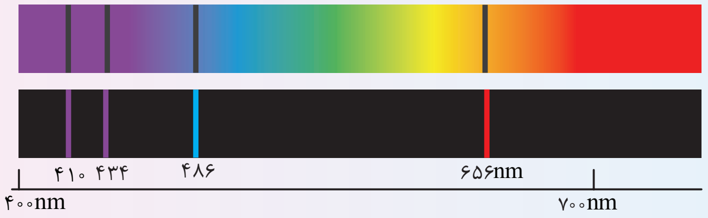
طیف نور سفیدی را که بعضی از خطها یا طول موج‌های آن جذب شده باشد **طیف جذبی** گویند.

طیف خورشید

- در طیف نور خورشید خط‌های تاریک جذبی (به نام خطوط فرانهوفر) دیده می‌شود.
- خط‌های جذبی طیف خورشید معرف عنصرهای موجود در جو خورشید و جو زمین است.
- با بررسی طیف جذبی نور ستارگان می‌توان به عنصرهای تشکیل‌دهنده آن‌ها پی برد.

طیف اتمی

- به طیف گسیلی خطی و طیف جذبی خطی عنصری طیف اتمی می‌گویند.
- **ویژگی‌های طیف اتمی**
  - طیـف اتمی هیچ دو عنصری شـبیه به هم نیسـت و طول موج‌های گسـیلی و جذبی هر عنصر منحصر به فرد است.
  - اتم هر عنصر دقیقاً همان طول موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کند که اگر دمای آن به اندازه کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شود، آن‌ها را تابش می‌کند.



جذب و گسیل نور توسط اتم هیدروژن

تصویر بالایی: طیف جذبی، خطهای تاریک در زمینهٔ روشن معرف طول موج‌های جذب شده هستند.

تصویر پایینی: طیف گسیلی، خطهای روشن معرف طول موج‌های گسیلی هستند.

الگو یادآوری

۳

آشنایی با فیزیک اتمی (طیف اتمی، الگوهای اتمی)

رابطهٔ ریدبرگ ـ بالمر

$n' < n$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$R_H = 0/0109 (nm^{-1})$

در هر رشته خطوط شماره‌گذاری دارند. اولین خط طیفی بلندترین طول موج گسیلی آن رشته و گذار الکترون از اولین تراز بالاتر به آن تراز است.

این رابطه تنها برای اتم هیدروژن است.

نام رشته	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط	مقدارهای n	گسترهٔ طول موج
لیمان	$n'=1$	$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$	$n=2,3,4,\ldots$	فرابنفش
بالمر	$n'=2$	$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$	$n=3,4,5,\ldots$	فرابنفش و مرئی
پاشن	$n'=3$	$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$	$n=4,5,6,\ldots$	فروسرخ
براکت	$n'=4$	$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})$	$n=5,6,7,\ldots$	فروسرخ
پفوند	$n'=5$	$\frac{1}{\lambda}=(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2})$	$n=6,7,8,\ldots$	فروسرخ

الگوهای اتمی

الگوی اتمی تامسون

اتم به صورت توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت است که الکترون‌ها درون آن قرار دارند.

این الگو توانایی توجیه کردن طیف اتمی را ندارد.

این الگو با آزمایش رادرفورد و کشف هستهٔ اتم در تضاد است.

الگوی اتمی رادرفورد

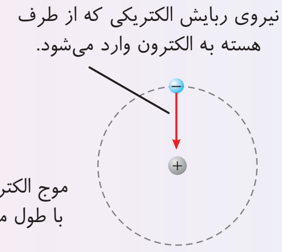
آزمایش ورقهٔ طلا: انحراف غیر عادی ذرات آلفای تابیده‌شده به ورقهٔ نازک طلا و پراکندگی غیرعادی آن‌ها سبب ارائهٔ الگوی اتمی رادرفورد شد.

همهٔ بار مثبت اتمی در فضای کوچکی به نام هسته قرار دارد و الکترون‌ها در فاصلهٔ زیادی از هسته قرار دارند. این مدل را **مدل اتم هسته‌ای** یا **مدل هسته‌ای اتم** می‌نامند.

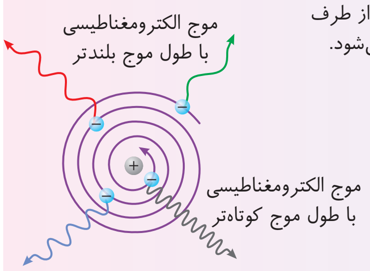
نارسایی‌های الگوی رادرفورد

این الگو در مورد چگونگی حرکت الکترون‌ها اظهار نظری ندارد.

این الگو پایداری اتم را توجیه نمی‌کند.



شکل (الف)



شکل (ب)

الکترون ساکن باشد جذب هسته می‌شود. (شکل الف)

الکترون متحرک باشد به دلیل تابش الکترومغناطیسی سرانجام بر هسته سقوط می‌کند. (شکل ب)

این الگو ساختار هسته را توجیه نمی‌کند.

این الگو گسسته بودن طیف اتمی را توضیح نمی‌دهد.

الگو یادآوری

۴

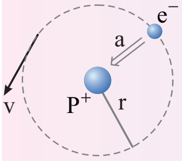
آشنایی با فیزیک اتمی (طیف اتمی، الگوهای اتمی)

الگوهای اتمی

الگوی اتمی بور

۱ مدارها و انرژی الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند، یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند.

۲ الکترون در حین حرکت روی یک مدار مانا، بر خلاف نظریهٔ الکترومغناطیسی کلاسیک، تابشی گسیل نمی‌کند. این حالت الکترون را **مدار مانا یا حالت مانا** گویند.

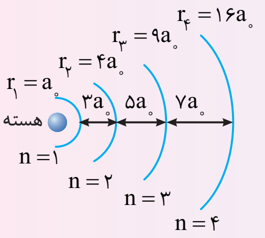


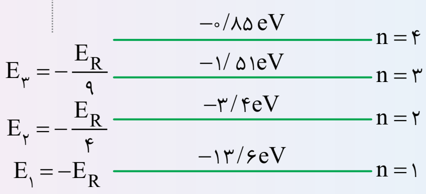
شعاع مدارهای مانا دارای مقدارهای مشخص گسسته‌ای است.

- $r_n = n^2 a_\circ \leftarrow n$ عدد طبیعی
- $a_\circ$ کوچک‌ترین شعاع مدار الکترون که به آن شعاع اتمی بور می‌گویند. $a_\circ = ۰/۵۲۹\,\mathring{A}$

انرژی الکترون در این مدارها مقدارهای مشخص گسسته‌ای است.

- $E_n = -\dfrac{E_R}{n^2} \leftarrow E_R$ را یک ریدبرگ گویند. $E_R = ۱۳/۶\,eV = ۲/۱۷ \times ۱۰^{-۱۸}\,J$
- $n = ۱$ را حالت پایه گویند و مدارهای بالاتر را حالت‌های برانگیخته می‌نامند.
- **نکتهٔ مهم** با افزایش n، فاصلهٔ مدارها از هم در اتم هیدروژن افزایش می‌یابد، اما اختلاف انرژی ترازهای انرژی کاهش می‌یابد.





- دقت کنید با پرش الکترون از $n = ۱$ به $n = ۲$، نسبت انرژی‌ها به صورت $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{۱}{۴}$ است، اما به دلیل دریافت انرژی توسط الکترون انرژی آن افزایش می‌یابد.

۳ الکترون تنها هنگامی که از حالت مانای $\left(E_U = -\dfrac{E_R}{n_U^2}\right)$ به حالت مانای $\left(E_L = -\dfrac{E_R}{n_L^2}\right)$ با انرژی کمتر می‌رود، تابش الکترومغناطیسی به صورت فوتون گسیل می‌کند. انرژی فوتون برابر اختلاف انرژی دو تراز است.

$$hf = E_U - E_L \rightarrow h\frac{c}{\lambda} = \frac{-E_R}{n_U^2} - \frac{-E_R}{n_L^2} \rightarrow \boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc}\left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}\right)} \Rightarrow R_H = \frac{E_R}{hc}$$

آشنایی با فیزیک اتمی (الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن)

انرژی یونش الکترون

انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از اتم و قید هسته را انرژی یونش الکترون گویند.

توانایی‌های الگوی بور

- توجیه جذب و گسیل تابش توسط اتم
- توجیه خطی بودن طیف اتمی
- توجیه منحصر به فرد بودن طیف اتمی
- قابل کاربرد در هر اتم تک‌الکترونی که به آن اتم هیدروژن‌گونه گویند، هر چند بار هستهٔ آن بیشتر از $+e$ باشد.

نارسایی‌های الگوی بور

- رفتار اتم‌های چند الکترونی را توجیه نمی‌کند.
- این الگو متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را نمی‌تواند توضیح دهد.

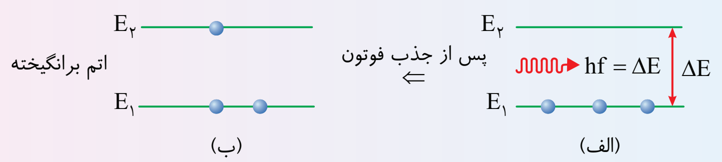
الگو یادآوری

۵

آشنایی با فیزیک اتمی (آشنایی با لیزر)

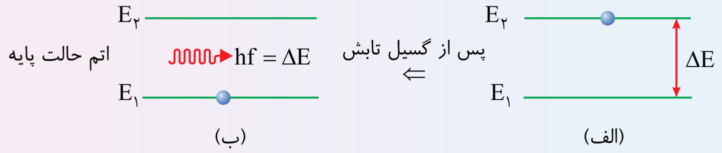
برانگیختگی اتم

- جذب انرژی توسط الکترون و رفتن از حالت $n_۱$ به حالت $n_۲$ $(n_۲ > n_۱)$
- اتم* ⟵ فوتون + اتم



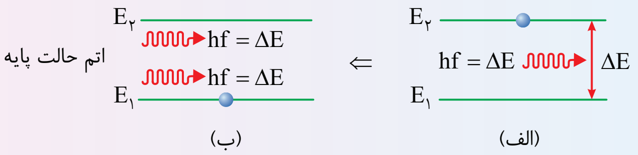
گسیل خودبه‌خودی

- الکترون با گسیل تابش و از دست دادن انرژی از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رود.
- فوتون + اتم ⟵ اتم*



گسیل القایی

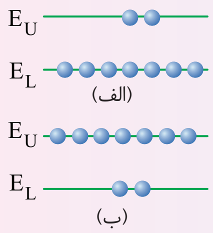
- تابش یک فوتون به یک اتم برانگیخته
- انرژی فوتون تابیده به اتم برابر اختلاف انرژی دو تراز حالت برانگیخته و حالت پایه
- پرش الکترون از حالت برانگیخته به حالت پایه و گسیل یک فوتون هم‌انرژی و هم‌جهت فوتون تابیده شده به اتم برانگیخته
- ۲ فوتون + اتم ⟵ اتم* + فوتون



- در گسیل القایی، فوتون گسیل شده با فوتون فرودی هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی است.

لیزر

- اساس کار لیزر گسیل القایی است.
- به باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی، باریکهٔ لیزری گویند.
- لیزر نور مرئی است.
- در تولید لیزر، ابتدا یک چشمهٔ خارجی سبب برانگیختن الکترون‌ها می‌شود تا لحظه‌ای که وارونی جمعیت رخ دهد.
- **وارونی جمعیت** تعداد الکترون‌ها در یک محیط لیزری در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه‌پایدار نسبت به ترازهای پایین‌تر بیشتر است.
  - در ترازهای شبه‌پایدار الکترون در مدت زمان بسیار طولانی $(۱۰^{-۳}s)$ از حالت معمولی $(۱۰^{-۸}s)$ باقی می‌مانند.



الف) به طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.
ب) در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.

الگو یادآوری

۱

آشنایی با ساختار هسته

تعریف‌ها

با آزمایش رادرفورد مشخص شد که اتم تقریباً از فضای تهی تشکیل شده است و بیشتر جرم آن در یک هستهٔ چگال با بار مثبت قرار دارد.

ابعاد هسته حدود $10^{-15}\,m$ (۱ فمتومتر یا ۱ فرمی) و حدود صدهزار مرتبه کوچک‌تر از ابعاد اتم $(1\,\mathring{A}=10^{-10}\,m)$ است.

عدد اتمی Z: تعداد پروتون‌های هسته « محدودهٔ عدد اتمی عناصر طبیعی $1\leq Z\leq 92$

عناصـری که عدد اتمی آن‌ها بیشـتر از ۸۳ باشـد، ناپایدارند. هسـتهٔ پایدار با بیشـترین تعـداد پروتون $Z=83$ متعلق به بیسموت $({}^{209}_{83}Bi)$ است.

عدد نوترونی N: تعداد نوترون‌های هسته « محدودهٔ عدد نوترونی عناصر طبیعی $0\leq N\leq 146$

نوکلئون: به پروتون و نوترون، نوکلئون می‌گویند.

عدد جرمی A: مجموع عدد اتمی و عدد نوترونی (تعداد نوکلئون‌های هسته) $A=Z+N$

نماد هسته: $X_{\text{اتم}}$ هسته $={}^{A}_{Z}X$

ایزوتوپ:
- اتم‌های با مقدار پروتون معین و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) گویند.
- رفتار شـیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر یکسـان است. به همین دلیل با روش‌های شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر را نمی‌توان جدا کرد.
- برای جداسـازی ایزوتوپ‌های یک عنصر از اختلاف جرم آن‌ها اسـتفاده می‌شـود و جداسـازی با روش‌های فیزیکی صورت می‌گیرد.

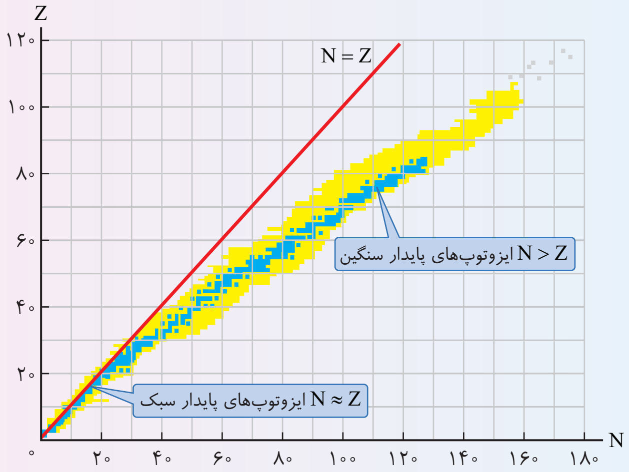
نیروی هسته‌ای

نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های هسته را نیروی هسته‌ای گویند.

۱ این نیرو کوتاه‌بُرد است و در ابعاد هسته عمل می‌کند و در ابعاد اتمی اثری از آن مشاهده نمی‌شود.

۲ از نیروی رانش کولنی بین پروتون‌های هسته قوی‌تر است به همین علت به نیروی هسته‌ای قوی مشهور است.

۳ با بزرگ شدن هسته در عناصر سنگین نیروی رانش کولنی بارزتر شده و هسته ناپایدار می‌شود.



از منظر نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون وجود ندارد به همین علت آن‌ها را نوکلئون گویند.

ترازهای انرژی هسته: انرژی نوکلئون‌ها کوانتیده است.

اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته بسیار بیشتر از اختلاف ترازهای انرژی اتم است.
- در هسته‌های سبک اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون حدود MeV (مگاالکترون ولت) است.
- در هسته‌های سنگین اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون حدود keV (کیلوالکترون ولت) است.
- بزرگ بودن اختلاف ترازهای انرژی هسـته نسـبت به ترازهای انرژی الکترون سـبب می‌گردد که هسته در واکنش‌های شیمیایی تغییر نکند.

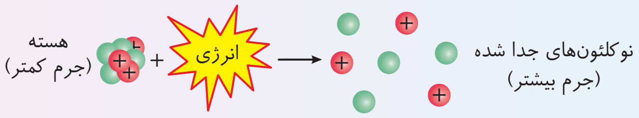
الگو یادآوری

۲ آشنایی با ساختار هسته

انرژی بستگی هسته

جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های هسته کمتر است. این اختلاف جرم را **کاستی جرم هسته** گویند.

نظریهٔ اینشتین هرگاه کاستی جرم هسته را در رابطهٔ معروف اینشتین $(E=mc^2)$ در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته‌ای به‌دست می‌آید.



قانون پایستگی جرم و انرژی مجموع جرم و انرژی در برهم‌کنش پایسته می‌ماند.

یکای جرم اتمی $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ که طبق تعریف $12/000000u$ است را یکای جرم اتمی گویند.

- یکای جرم اتمی برابر $1/66\times10^{-27}kg$ است.
- جرم پروتون $1/00727u$، جرم الکترون $0/000549u$ و جرم نوترون $1/008665u$ است.
- انرژی معادل جرم $1u$ برابر $931/5MeV$ است. برای به‌دست آوردن انرژی آزاد شده در فرایندهای هسته‌ای کافی است اختلاف جرم در دو طرف واکنش بر حسب u، در ۹۳۱/۵ ضرب شود تا انرژی بر حسب MeV به‌دست آید.

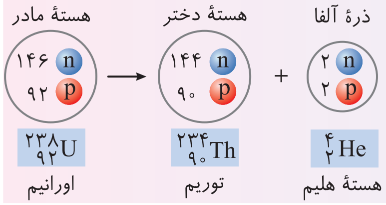
آشنایی با ساختار هسته (پرتوزایی)

واپاشی هسته‌های ناپایدار را پرتوزایی (رادیواکتیویته) گویند.

هسته‌های پرتوزا با گسیل یکی از پرتوهای آلفا، بتا (الکترون)، بتای مثبت (پوزیترون) و گاما واپاشیده می‌شوند.

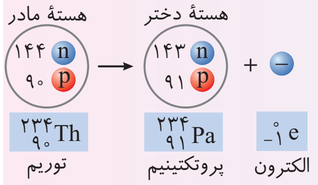
آلفا

- آلفا ذره است » آلفا از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است. $(\alpha={}^{4}_{2}He)$
- در واپاشی آلفازا، از عدد اتمی و عدد نوترونی دو واحد و از عدد جرمی چهار واحد کاسته می‌شود.
- واپاشی آلفازا: ${}^{A}_{Z}X\to{}^{A-4}_{Z-2}Y+{}^{4}_{2}He$، هسته X را «هسته مادر» و هسته Y را «هسته دختر» می‌گویند.
- در اثر ورود ذرات آلفا از راه تنفس و گوارش به بدن، بافت‌های بدن به شدت آسیب می‌بینند.
- بُرد ذرات آلفا کم است و به سرعت جذب می‌شوند.

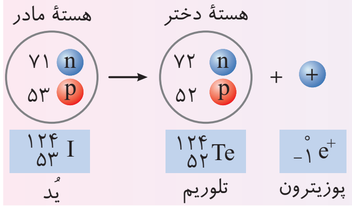


بتا

- بتا ذره است.
- در اثر واپاشی یک نوترون در هسته، بتا (الکترون) و یک پروتون ایجاد می‌شود.
- ${}^{1}_{0}n\to{}^{1}_{1}H+{}^{0}_{-1}e$
  - واپاشی بتازای منفی: ${}^{A}_{Z}X\to{}^{A}_{Z+1}Y+{}^{0}_{-1}e^{-}$
  - در واپاشی بتای منفی (الکترون)، عدد جرمی تغییر نمی‌کند و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد و عنصر به عنصر خانه بعدی جدول تناوبی تبدیل می‌شود.

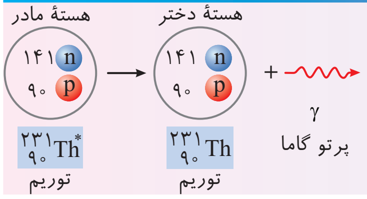


- بتای مثبت (پوزیترون): در اثر واپاشی یک پروتون ایجاد می‌شود: ${}^{1}_{1}H\to{}^{1}_{0}n+{}^{0}_{1}e^{+}$
  - واپاشی بتازای مثبت: ${}^{A}_{Z}X\to{}^{A}_{Z-1}Y+{}^{0}_{+1}e^{+}$
  - در این واپاشی عدد جرمی ثابت و عدد اتمی یک واحد کاهش می‌یابد.



گاما

- گاما موج الکترومغناطیسی است و همان ویژگی‌های پرتو X را دارد اما از آن پرانرژی‌تر است.
- در واپاشی گامازا عدد جرمی و عدد اتمی تغییر نمی‌کند. ${}^{A}_{Z}X^{*}\to{}^{A}_{Z}X+{}^{0}_{0}\gamma$
- گسیل گاما اغلب با گسیل آلفا و بتا همراه است.



الگو یادآوری

۳ آشنایی با ساختار هسته (پرتوزایی)

قانون‌های پایستگی

۱ مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش‌های هسته‌ای یکسان است.

۲ مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش‌های هسته‌ای یکسان است.

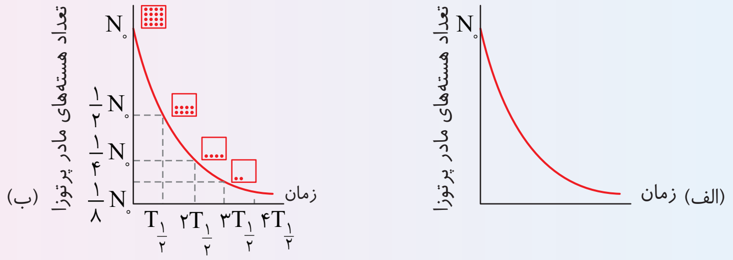
نیمه‌عمر ($T_{\frac{1}{2}}$)

نیمه‌عمر زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد.

$N=\frac{N_0}{2^n}$ و $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ ← n تعداد نیمه‌عمرها و t زمان واپاشی

N_0 تعداد هسته‌های اولیه، N تعدادهسته‌های فعال باقیمانده

نمودارها



آشنایی با فیزیک هسته‌ای

راکتور شکافت هسته‌ای

در واکنش شکافت نیاز به نوترون کند داریم.

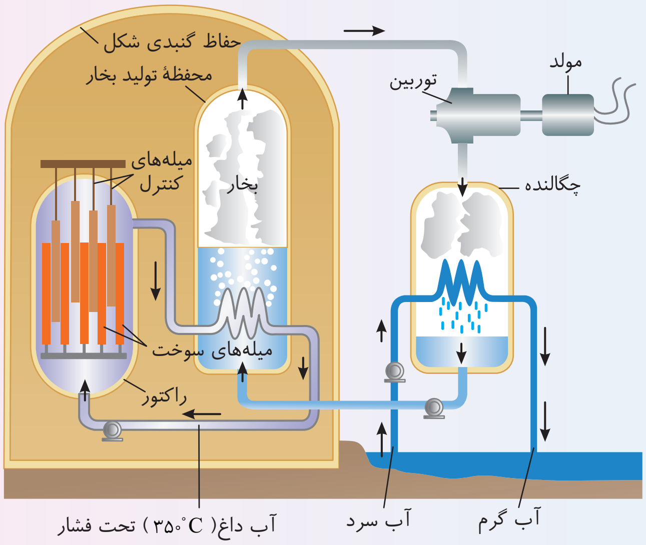
از آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) به عنوان **کُندساز** نوترون‌ها استفاده می‌شود.

اجزای راکتور

کندکننده، میله‌های کنترل، شاره‌ای مانند آب برای خارج کردن گرما و سوخت هسته‌ای

میله‌های کنترل از جنس کادمیم یا بور هستند.

با وارد کردن میله‌های کنترل به داخل راکتور، آهنگ واکنش شکافت، یعنی تعداد نوترون‌های موجود برای به‌وجود آوردن شکافت، تنظیم می‌شود.



طرح‌واره‌ای از یک راکتور PWR و قسمت‌های اصلی یک نیروگاه شکافت هسته‌ای

الگو یادآوری

۴

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

شکافت هسته‌ای

واپاشی یک هسته سنگین به دو هسته سبک را واکنش شکافت گویند.

در واکنش شکافت، جرم محصولات واکنش از جرم هسته‌های اولیه کمتر است و اختلاف جرم طبق رابطهٔ $\left(E=mc^{۲}\right)$ به انرژی تبدیل می‌شود.

در واکنش شکافت، ابتدا یک نوترون کند توسط ایزوتوپ ${}^{۲۳۵}_{۹۲}\mathrm{U}$ جذب شده و به ${}^{۲۳۶}_{۹۲}\mathrm{U}^{*}$ تبدیل می‌شود، سپس واکنش شکافت رخ می‌دهد.

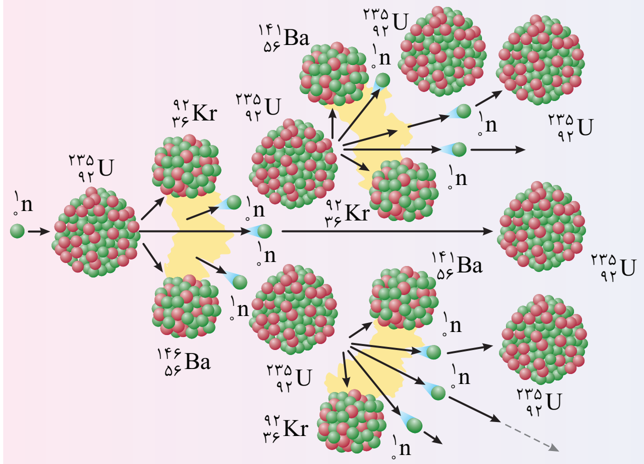
هسته‌های سبک متفاوتی در واکنش شکافت ایجاد می‌شود که یک نمونه آن به شکل زیر است.

$${}^{۱}_{۰}n+{}^{۲۳۵}_{۹۲}U\rightarrow {}^{۲۳۶}_{۹۲}U^{*}\rightarrow {}^{۱۴۱}_{۵۶}Ba+{}^{۹۲}_{۳۶}Kr+۳{}^{۱}_{۰}n+۲۰۰\mathrm{MeV}$$

هسته مرکب (ناپایدار) — باریم — کریپتون — نوترون — انرژی

با جذب نوترون، هستهٔ اورانیم شروع به ارتعاش کرده و تا جایی تغییر شکل می‌دهد که نیروی جاذبهٔ هسته‌ای دیگر نمی‌تواند با نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌های هسته متوازن باشد و هسته به پاره‌های سبک که حامل انرژی (عمداً انرژی جنبشی) هستند، واپاشیده می‌شود.

واکنش زنجیری ← اگر نوترون‌های آزاد شده در شکافت بتوانند به هسته‌های دیگر برخورد کنند و سبب واکنش‌های دیگر شوند، یک رشته از واکنش شکافت ایجاد می‌شود که به آن واکنش زنجیری گویند.



گداخت (همجوشی) هسته‌ای

در فرایند گداخت هسته‌ای، دو هستهٔ سبک با یکدیگر ترکیب می‌شوند و هستهٔ سنگین‌تری به‌وجود می‌آورند.

نمونه‌ای از واکنش گداخت: $\;{}^{۲}_{۱}D+{}^{۳}_{۱}T\rightarrow {}^{۴}_{۲}He+{}^{۱}_{۰}n$

دوتریم — تریتیم — هسته هلیم — نوترون

جرم محصولات گداخت هسته‌ای از جرم هسته‌های اولیه کمتر است و این اختلاف جرم با توجه به رابطهٔ $E=mc^{۲}$ به انرژی تبدیل می‌شود.

در واکنش گداخت، دو هسته‌ای که به هم نزدیک می‌شوند دارای بار مثبت‌اند و به شدت یکدیگر را دفع می‌کنند و مانع گداخت هسته‌ای می‌شوند و برای ایجاد گداخت باید دما بسیار بالا باشد تا هسته‌ها انرژی جنبشی لازم برای برخورد به هم را داشته باشند.

برای شروع واکنش دوتریم - تریتیم، به دمایی حدود ده‌ها میلیون درجهٔ سلسیوس نیاز داریم.

غنی‌سازی

در سنگ همدان اورانیم دو ایزوتوپ ${}^{۲۳۵}_{۹۲}\mathrm{U}$ و ${}^{۲۳۸}_{۹۲}\mathrm{U}$ وجود دارد.

۰/۷۲ درصد سنگ اورانیم، ایزوتوپ ${}^{۲۳۵}\mathrm{U}$ است.

برای اورانیم ${}^{۲۳۸}\mathrm{U}$ احتمال واکنش شکافت بسیار کم است و واکنش زنجیره‌ای برای آن نامکن است.

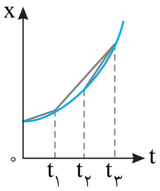
برای کاربرد اورانیم در واکنش شکافت به اورانیم ${}^{۲۳۵}\mathrm{U}$ نیاز است. به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ${}^{۲۳۵}\mathrm{U}$ در یک نمونه **غنی‌سازی** می‌گویند.

پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ

پاسخ فصل اول

B ۱ (۳)

با توجه به این‌که سرعت متوسط در بین دو نقطه، برابر شیب خط قاطع نمودار بین آن دو نقطه، در نمودار مکان - زمان است، از آن‌جایی که شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ بیشتر است، سرعت متوسط در این بازه بیشتر است.



B ۲ (۴)

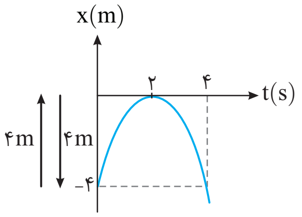
نمودار $x-t$ حرکت را رسم می‌کنیم:

$x=-t^۲+۴t-۴$

$\Delta x=-(t-۲)^۲$

مسافت طی شده برابر است با:

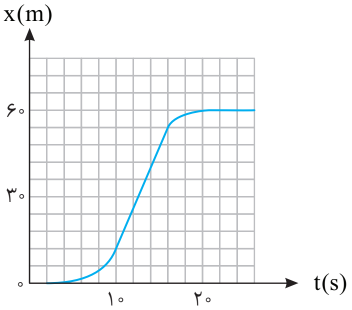
$l=۴+۴=۸m$



B ۳ (۳)

در نمودار $x-t$، سرعت برابر با شیب خط مماس در هر لحظه است. پس در نمودار هرچه شیب تندتر باشد، در آن نقطه سرعت بیشتر است. با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه شیب نمودار که به صورت خطی نیز هست از سایر بازه‌ها بیشتر و برابر است با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰}=\frac{۴۲}{۶}\Rightarrow v=۷m/s$$



B ۴ (۱)

حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت در حال افزایش است. در نمودار گزینهٔ (۱) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت کندشونده است. در نمودار گزینهٔ (۳) ابتدا سرعت در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.

B ۵ (۳)

شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت است:

$$\vec a_{av}=\frac{\Delta\vec v}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\vec v=\vec v_۲-\vec v_۱}\vec a_{av}=\frac{۱۰\vec i-۱۶\vec j-(-۶\vec i+۴\vec j)}{۴}\Rightarrow\vec a_{av}=۴\vec i-۵\vec j$$

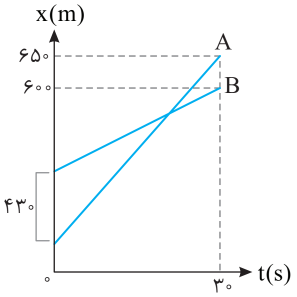
B ۶ (۳)

سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است. از این‌رو با توجه به نمودار داریم:

$$v_A=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}$$

$$v_B=\frac{۶۰۰-(۴۳۰+x)}{۳۰}$$

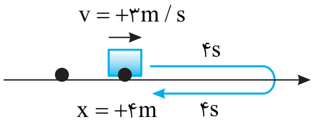
تفاضل سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:



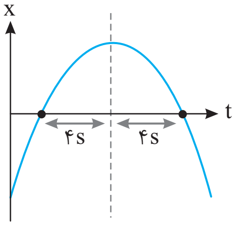
$$v_A-v_B=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}-\frac{۱۷۰-x}{۳۰}=\frac{۴۸۰}{۳۰}\Rightarrow v_A-v_B=۱۶m/s$$

B ۷ (۱)

حرکت دارای شتاب ثابت است و در مبدأ زمان از مکان $+۴m$ با سرعت $+۳m/s$ می‌گذرد. متحرک در لحظهٔ $t=۴s$ در بیشترین فاصله از مبدأ است یعنی متحرک در این نقطه متوقف شده و بر می‌گردد و پس از ۴ ثانیهٔ دیگر $(۸-۴=۴s)$ مجدداً به محل ابتدایی حرکتش می‌رسد، یعنی مکانش $+۴m$ می‌شود.



دقت کنید که معادلهٔ مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ $(x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰)$ بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصلهٔ زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.



D ۸ (۲)

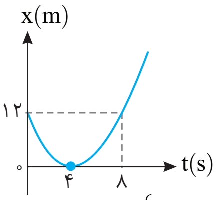
جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است و متحرکی که شتابش بیشتر است زودتر به مقصد می‌رسد و متحرکی که شتاب کمتری دارد، حرکت آن ۲s بیشتر طول می‌کشد.

$$\Delta x_۱=\Delta x_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}at_۱^۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(t_۱+۲)^۲\Rightarrow t_۱=\frac{۳}{۴}(t_۱+۲)$$

$$\Rightarrow t_۱=\frac{۳}{۴}t_۱+\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۴}t_۱=\frac{۳}{۲}\Rightarrow t_۱=۶s$$

A ۹ (۳)

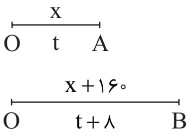
نمودار سهمی نسبت به رأس $(t=۴s)$ متقارن است، پس سرعت اولیه و سرعت در لحظهٔ $t=۸s$ باهم برابر است و در رأس سهمی شیب خط مماس افقی بوده و سرعت در این لحظه $(t=۴s)$ صفر است:



از $t=۴s$ تا $t=۸s$: $\begin{cases}\Delta t=۴s\\ v_۱=۰\\ v_۲=?\\ \Delta x=۱۲m\end{cases}$ $\Rightarrow\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t$ $\Rightarrow ۱۲=\frac{v_۲}{۲}\times۴\Rightarrow v_۲=۶m/s$

B ۱۰ (۲)

متحرک از نقطهٔ O با شتاب $۲m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند، اگر متحرک مسیر OA به طول x را در t طی کند، متحرک مسیر OB به طول $x+۱۶۰$ را در مدت $t+۸$ طی می‌کند:



$$\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}at^۲=t^۲\\ x+۱۶۰=\frac{۱}{۲}a(t+۸)^۲=(t+۸)^۲\end{cases}\xrightarrow[\text{هم کم کنیم}]{\text{دو معادله را از}}$$

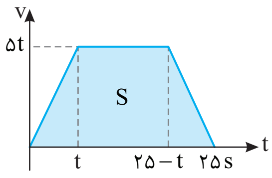
$$۱۶۰=(t+۸)^۲-t^۲\Rightarrow۱۶۰=۱۶t+۶۴\Rightarrow t=۶s$$

بنابراین x برابر است با:

$$x=t^۲\Rightarrow x=۳۶m$$

B ۱۱ (۳)

نمودار $v-t$ حرکت این متحرک به‌صورت مقابل است (در نمودار $v-t$ شیب خط نمودار برابر شتاب حرکت است پس در قسمت اول و آخر حرکت شیب نمودار قرینه هم هستند و بازه‌های زمانی برابر دارند.)



$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\text{برابر جابه‌جایی است.}]{\text{مساحت زیر نمودار v-t}}v_{av}=\frac{S}{۲۵}=\frac{\frac{۵t(۲۵+۲۵-۲t)}{۲}}{۲۵}$

$\Rightarrow\frac{۵t(۵۰-۲t)}{۵۰}=۲۰\Rightarrow-۲t^۲+۵۰t=۲۰۰\Rightarrow t^۲-۲۵t+۱۰۰=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۵s\\t=۲۰s\end{cases}$

بنابراین مدت زمان حرکت یکنواخت برابر است با از $t=۵s$ تا $۲۵-t=۲۰s$ یعنی مدت حرکت یکنواخت $۱۵s$ بوده است.

B ۱۲ (۲)

دو ثانیهٔ سوم یعنی $t=۴s$ تا $t=۶s$:

$v_۱=-۲(۴)+۴=-۴m/s\ ,\ v_۲=-۲(۶)+۴=-۸m/s$

جابه‌جایی را حساب می‌کنیم: $\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta x=-۶\times۲\Rightarrow|\Delta x|=۱۲m$

B ۱۳ (۲)

جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\ ,\ \Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow\frac{۱}{۲}a_At_A^۲=\frac{۱}{۲}a_Bt_B^۲$

$\xrightarrow[\text{فرض مسأله}]{a_A=۴a_B}۴t_A^۲=t_B^۲\Rightarrow t_B=۲t_A$

اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$\frac{v_{avA}}{v_{avB}}=\frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}}=\frac{t_B}{t_A}=۲$

A ۱۴ (۴)

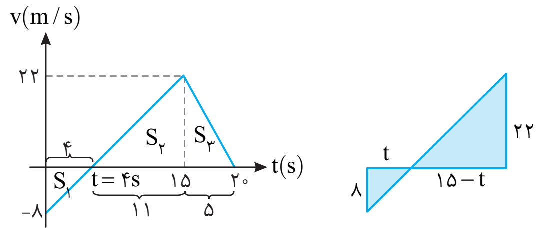
برای به دست آوردن مسافت طی شده کافی است قدر مطلق مساحت محصور بین نمودار سرعت زمان با محور زمان را حساب کنیم.

با توجه به تشابه مثلث‌ها زمان t را به‌دست می‌آوریم:

$\frac{۸}{t}=\frac{۲۲}{۱۵-t}\Rightarrow\frac{۴}{t}=\frac{۱۱}{۱۵-t}\Rightarrow۶۰-۴t=۱۱t\Rightarrow t=۴s$

اکنون مساحت‌ها را حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.

$l=|S_۱|+S_۲+S_۳\Rightarrow l=\frac{۸\times۴}{۲}+\frac{۲۲\times۱۶}{۲}\Rightarrow l=۱۶+۱۷۶=۱۹۲m$

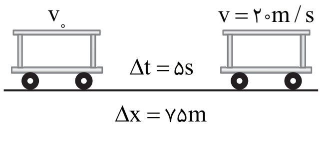


B ۱۵ (۲)

جابه‌جایی متحرک در ۵s اول ($t=۰$ تا $t=۵s$) ۷۵ متر است و در لحظهٔ $t=۵s$ تندی آن $۲۰m/s$ است.

$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\times\Delta t\Rightarrow۷۵=\frac{۲۰+v_۰}{۲}\times۵\ ,\ v_۰=۱۰m/s$

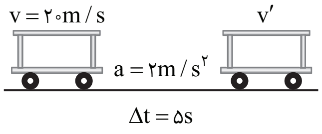
$v=at+v_۰\Rightarrow۲۰=a\times۵+۱۰\Rightarrow a=۲m/s^۲$



در مدت ۵s دوم حرکت متحرک با شتاب ثابت برابر $a=۲m/s^۲$ (حرکت با شتاب ثابت است) است:

$v'=at+v\Rightarrow v'=۲\times۵+۲۰\Rightarrow v'=۳۰m/s$

$v_{av}=\frac{v+v'}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲۰+۳۰}{۲}=۲۵m/s$



روش دیگر: جابه‌جایی در T ثانیه دوم به اندازهٔ $(T=۵s)aT^۲$ بیشتر از T ثانیهٔ نخست است و چون شتاب حرکت برابر $a=۲m/s^۲$ به‌دست آمده پس:

$\Delta x_۲-\Delta x_۱=aT^۲\Rightarrow\Delta x_۲-۷۵=۲\times۲۵\Rightarrow\Delta x_۲=۱۲۵$

$v_{av}=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}=\frac{۱۲۵}{۵}=۲۵m/s$

B ۱۶ (۲)

با توجه به فرض‌های پرسش، شکل زیر را رسم کرده و سپس به کمک معادلهٔ مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.

$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow\begin{cases}v^۲-۰=۲a_۱\Delta x_۱ & \text{برای قسمت اول حرکت}\\ ۰-v^۲=۲(-a_۲)\Delta x_۲ & \text{برای قسمت دوم حرکت}\end{cases}$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$۱=\frac{۲a_۱(۴\Delta x_۲)}{۲a_۲(\Delta x_۲)}\Rightarrow a_۲=۴a_۱$

D ۱۷ (۳)

حرکت دارای شتاب ثابت $-۴m/s^۲$ است وقتی جابه‌جایی در ثانیه سوم صفر می‌شود یعنی متحرک در بازهٔ ۲s تا ۲/۵s مسیری را طی کرده و در $t=۲/۵s$ سرعتش صفر شده و در بازهٔ ۲/۵s تا ۳s همین مسیر را بر می‌گردد، بنابراین: $t=۲/۵s\Rightarrow v=۰$

با توجه به مطالب فوق نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.

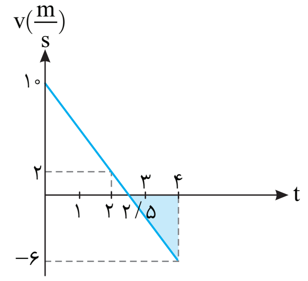
$v=at+v_۰\xrightarrow{t=۲/۵s}۰=-۴\times۲/۵+v_۰\Rightarrow v_۰=۱۰m/s$

$v=at+v_۰\xrightarrow{t=۲s}v=-۴\times۲+۱۰=۲m/s$

$v=at+v_۰\xrightarrow{t=۴s}v=-۴\times۴+۱۰=-۶m/s$

اکنون نمودار را رسم می‌کنیم و مسافت را از ۲s تا ۴s حساب می‌کنیم.

$l=\frac{۲\times۰/۵}{۲}+\frac{۱/۵\times(۶)}{۲}=۰/۵+۴/۵=۵m$



B ۱۸ (۱)

ابتدا با توجه به اینکه معادلهٔ مکان - زمان متحرک درجهٔ دوم بوده و حرکت متحرک شتاب ثابت است، معادلهٔ سرعت - زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم:

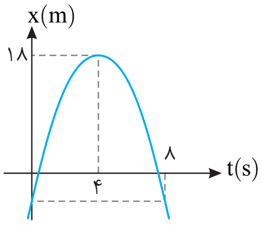
$\begin{cases}x=۲t^۲+۴t-۸\\x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{۲}a=۲\Rightarrow a=۴m/s^۲\\v_۰=۴m/s\end{cases}\ ,\ v=at+v_۰\Rightarrow v=۴t+۴$

برای آنکه متحرک تغییر جهت دهد باید $v=۰$ شود: $۴t+۴>۰$

اما $۴t+۴$ همواره مثبت است و هرگز برای $t>۰$، صفر نمی‌شود، بنابراین متحرک تغییر جهت نداده و جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه‌اند.

B ۱۹ (۳)

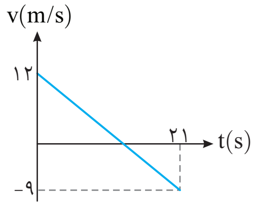
شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد، بنابراین در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازهٔ شیب‌ها یکسان می‌باشد پس شیب خط مماس در $t=0$ و $t=8s$ هم‌اندازه و بزرگی سرعت در این دو لحظه یکسان است.



B ۲۰ (۲)

شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب است.

$$a=\frac{-9-12}{21}=-1\,m/s^2$$



معادلهٔ سرعت - زمان متحرک برابر است با:

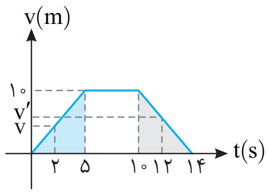
$$v=at+v_0 \Rightarrow v=-t+12\begin{cases} \xrightarrow{t_1=6s} v_1=6m/s \\ \xrightarrow{t_2=12s} v_2=0 \end{cases}$$

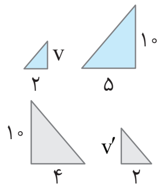
جابجایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x=\frac{6}{2}\times 6=18m$$

B ۲۱ (۱)

سرعت در لحظهٔ $t_1=2s$ و $t_2=12s$ را با توجه تشابه به مثلث به دست می‌آوریم.





$$\frac{v}{2}=\frac{10}{5}\Rightarrow v=4m/s$$

$$\frac{v'}{2}=\frac{10}{4}\Rightarrow v'=5m/s\ ,\ a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v'-v}{\Delta t}=\frac{5-4}{12-2}=\frac{1}{10}m/s^2$$

C ۲۲ (۲)

نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت می‌باشد. شتاب هر یک را حساب می‌کنیم:

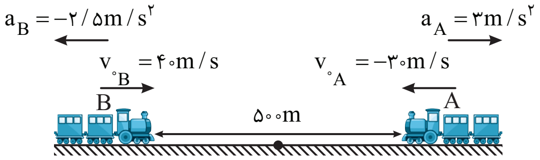
$$a_B=\frac{0-40}{16}=-2.5m/s^2\ ,\ a_A=\frac{0-(-30)}{10}=3m/s^2$$

محل قطار A را در $t=0$ مبدأ اختیار کرده و معادلهٔ حرکت آن را می‌نویسیم:

$$x_A=\frac{1}{2}\times 3\times t^2-30t \xrightarrow{t=10s} x_A=150-300 \Rightarrow x_A=-150m$$

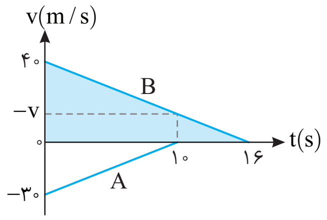
$$x_B=\frac{1}{2}\times(-2.5)t^2+40t-500 \xrightarrow{t=10s} x_B=-125+400-500 \Rightarrow x_B=-225m$$

$$\Delta x=|x_A-x_B|=75m$$



روش دیگر: در لحظهٔ $t=10s$ متحرک A می‌ایستد. به کمک تشابه سرعت متحرک B را در لحظهٔ $t=10s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{40}{v}=\frac{16}{6}\Rightarrow v=15m/s$$



اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازهٔ صفر تا $10s$ به‌دست می‌آوریم.

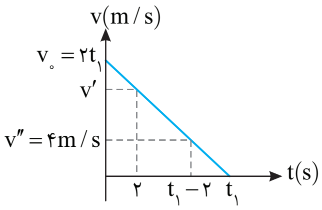
$$\Delta x_A=\frac{-30\times 10}{2}=-150m\ ,\ \Delta x_B=\frac{40+15}{2}\times 10=275m$$

اکنون متحرک A، $150m$ و متحرک B، ۲۷۵ متر به سمت هم حرکت کرده‌اند و در ابتدا فاصلهٔ آن‌ها از هم $500m$ بوده بنابراین در این لحظه فاصلهٔ آن‌ها از هم خواهد شد.

$$500-(150+275)=75m$$

B ۲۳ (۲)

نمودار $v-t$ به‌صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. برای دو ثانیهٔ آخر به کمک فرمول طلایی می‌توان نوشت:



$$\Delta x_2=\frac{v''}{2}\times 2\Rightarrow v''=4m/s$$

با توجه به قسمت آخر حرکت، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-4}{2}=-2m/s^2$$

اکنون به کمک معادلهٔ جابجایی زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

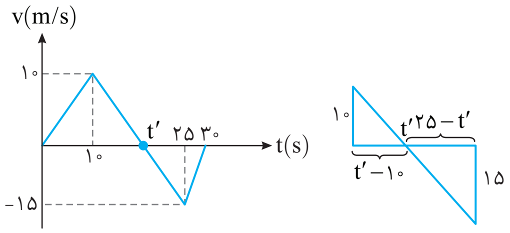
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 36=\frac{1}{2}(-2)\times(2)^2+v_0\times 2\Rightarrow v_0=20m/s$$

به کمک معادلهٔ سرعت زمان، t_1 را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-2t+20\Rightarrow t=10s$$

B ۲۴ (۲)

در بازه‌ای که سرعت متحرک منفی بوده، متحرک خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است.



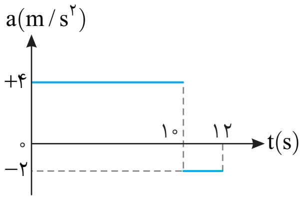
$$\frac{25-t'}{t'-10}=\frac{15}{10}\Rightarrow 50-2t'=3t'-30\Rightarrow 80=5t'\Rightarrow t'=16s$$

سرعت متوسط در بازهٔ $t'=16s$ تا $30s$ خواسته شده است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-\left(\frac{15(30-16)}{2}\right)}{30-16}=-7.5m/s\Rightarrow |v_{av}|=7.5m/s$$

B ۲۵ (۴)

جابه‌جایی را در بازه‌های زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه و همچنین ۱۰ تا ۱۲ ثانیه به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:



$$0\rightarrow 10s:\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}\times 4\times 100+5\times 10=250m$$

سرعت در لحظهٔ $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_1=at+v_0\Rightarrow v_1=4\times 10+5=45m/s$$

این سرعت، سرعت اولیهٔ قسمت بعدی است، از این رو:

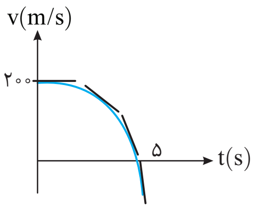
$$10s\rightarrow 12s:\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_1t\Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times 4+45\times 2=86m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{250+86}{12}=\frac{336}{12}=\frac{112}{4}\Rightarrow \bar{v}=28m/s$$

۲۶ B ④

ابتدا نمودار $v-t$ معادلهٔ داده شده را رسم می‌کنیم:
با گذشت زمان شیب خط مماس بر نمودار تندتر می‌شود و در نمودار $v-t$ شیب خط مماس همان شتاب متحرک بوده که در حال افزایش است.



از $t=۰$ تا $t=۵s$ تندی از $۲۰۰m/s$ به صفر رسیده است و تندی در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است.
در $t=۵s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر علامت می‌دهد و جهت بردار شتاب تغییری نمی‌کند.
از صفر تا $۵s$ سرعت مثبت و متحرک در جهت محور x ها در حال حرکت و از $t=۵s$ به بعد سرعت منفی و متحرک خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند.

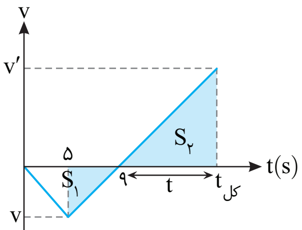
۲۷ B ①

در نمودار $v-t$ شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در آن لحظه است. در بازهٔ صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 این شیب مثبت و شتاب متحرک مثبت است.

۲۸ D ①

برای آن‌که متحرک به جای اول بازگردد باید جابه‌جایی آن صفر شود یعنی سطح محصور بین نمودار $v-t$ با محور زمان صفر می‌شود از این‌رو باید $|S_1|=|S_2|$ باشد. با توجه به تشابه دو مثلث رنگی خواهیم داشت:

$$\frac{v'}{v}=\frac{t}{۴}\Rightarrow v'=v\frac{t}{۴}$$



اکنون می‌توان نوشت:

$$S_1=S_2\Rightarrow \frac{۹\times v}{۲}=\frac{v'\times t}{۲}$$

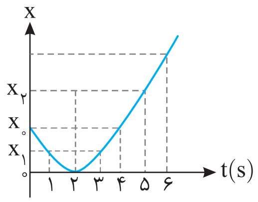
$$\Rightarrow \frac{۹\times v}{۲}=\frac{vt}{۴}\times\frac{t}{۲}$$

$$\Rightarrow t^2=۳۶\Rightarrow t=۶s$$

بنابراین: $t_{کل}=۶+۹=۱۵s$

۲۹ D ④

گزینهٔ (۱): با توجه به نمودار که یک سهمی است قطعاً مسافت طی‌شده از ۳ تا ۶ ثانیه بزرگ‌تر از مسافت طی شده از صفر تا ۳s است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



گزینهٔ (۲): با توجه به نمودار مسافت طی‌شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر است با: $L=x_0+x_1$
و جابه‌جایی در ۳ ثانیه اول برابر است با: $|d|=|x_1-x_0|$
کاملاً مشخص است که $L>|d|$ بوده و گزینهٔ (۲) نادرست است.
گزینهٔ (۳): $t=۲s$ رأس سهمی است و نمودار نسبت به محور گذرنده از $t=۲s$ دارای تقارن است یعنی اگر متحرک در $t=۰$ در مکان x_0 است در $t=۴s$ نیز در مکان x_0 است و جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ ۰ تا ۴s صفر است. در حالیکه جابه‌جایی در بازهٔ $t=۱s$ تا $t=۵s$ برابر x_2-x_1 است و مخالف صفر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.
گزینهٔ (۴): در سه ثانیهٔ اول اندازهٔ جابه‌جایی $|d|=|x_1-x_0|$ و دربازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۴s$ اندازهٔ جابه‌جایی $|d'|=|x_0-x_1|$ است و $|d'|=|d|$ می‌باشد در نتیجه اندازه سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا ۳s با اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ ۱s تا ۴s برابر است و گزینهٔ (۴) درست است.

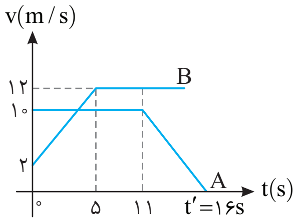
۳۰ D ③

با توجه به داده‌های سؤال نمودار $v-t$ مربوط به حرکت متحرک‌های A و B را رسم می‌کنیم. متحرک A در ابتدا تا لحظهٔ $t=۱۱s$ با تندی ثابت $۱۰m/s$ حرکت می‌کند و بعد از آن با شتاب $a=-۲m/s^2$ از تندی خود کاسته تا متوقف شود:

$$\begin{cases} v_1=۱۰m/s \\ v_2=۰ \\ \Delta t=(t'-۱۱) \\ a=-۲m/s^2 \end{cases}\Rightarrow v_2=a(t'-۱۱)+v_1\Rightarrow ۰=-۲(t'-۱۱)+۱۰ \Rightarrow t'-۱۱=۵\Rightarrow t'=۱۶s$$

متحرک B از تندی $۲m/s$ شروع به حرکت کرده و مدت ۵s به طور شتابدار حرکت می‌کند و سپس با تندی ثابت و چون دو متحرک به هم می‌رسند پس باید علامت تندی هر دو متحرک یکسان باشد.

$$\begin{cases} v'_2=? \\ v'_1=۲m/s \\ t=۵s \\ a'=۲m/s^2 \end{cases}\Rightarrow v'_2=a't+v'_1\Rightarrow v'_2=۲\times۵+۲\Rightarrow v'_2=۱۲m/s$$



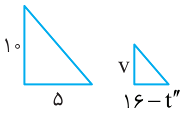
هر دو متحرک از یک نقطه (مبدأ مختصات) شروع به حرکت کردند پس برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی هر دو متحرک یکسان باشد. ابتدا جابه‌جایی دو متحرک تا لحظهٔ $t=۵s$ را از سطح زیر نمودار $v-t$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A=S_A=۱۰\times۵=۵۰m\,,\,\Delta x_B=S_B=\frac{۵\times(۲+۱۲)}{۲}=۳۵m$$

تندی اولیهٔ متحرک A بیشتر از تندی اولیه متحرک B است و در ابتدا A از متحرک B جلو زده و هماطور که در حساب کردن جابه‌جایی مشخص است متحرک A در ۵s اولیه بیشتر از متحرک B جابه‌جا شده است و این دو در این مدت به هم نمی‌رسند. حال جابه‌جایی در بازهٔ ۰ تا ۱۱s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_A=۱۱\times۱۰=۱۱۰m\ ,\ \Delta x_B=۳۵+(۱۲\times۶)=۱۰۷m$$

بنابراین تا لحظهٔ $t=۱۱s$ متحرک A به اندازهٔ $۱۱۰-۱۰۷=۳m$ جلوتر از متحرک B است و اگر در لحظهٔ t'' این دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی متحرک B از $t=۱۱s$ تا t'' به اندازهٔ ۳m بیشتر از متحرک A در این بازه باشد و با توجه به تشابه مثلث، سرعت متحرک در لحظهٔ t'' را به‌دست می‌آوریم:

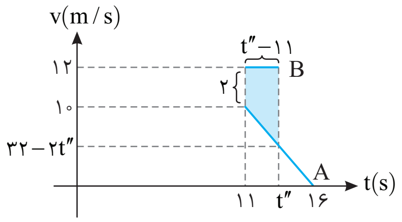


$$\frac{۱۰}{v}=\frac{۵}{۱۶-t''}\Rightarrow v=۳۲-t''$$

$$\Delta x_B-\Delta x_A=۳m\xrightarrow[\text{جابه‌جایی برابر سطح رنگی زیر نمودار است}]{\text{با توجه به شکل این اختلاف}}$$

$$\frac{(t''-۱۱)(۲+(۲t''-۲۰))}{۲}=۳$$

$$(t''-۱۱)\times۲(t''-۹)=۶\Rightarrow(t''-۱۱)(t''-۹)=۳\Rightarrow\begin{cases} t''=۱۲s \\ t''=۸s\ \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$



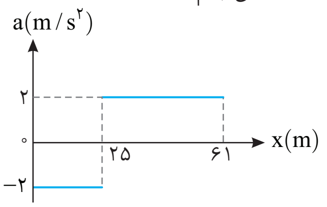
سرعت A در این لحظه برابر $۳۲-۲(۱۲)=۸m/s$ است و تندی آن به اندازهٔ $۱۲-۸=۴m/s$ از تندی متحرک B کمتر است.

A ۳۱ (۲)

سرعت متحرک را به کمک معادلهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

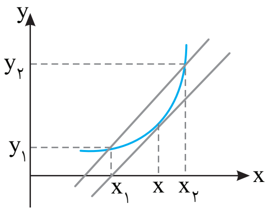
$$x=۲۵m: v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v_۱^۲-۱۰۰=۲(-۲)(۲۵) \Rightarrow v_۱^۲=۰ \Rightarrow v_۱=۰$$

اکنون سرعت را در مکان $x=۶۱m$ را به دست می‌آوریم:



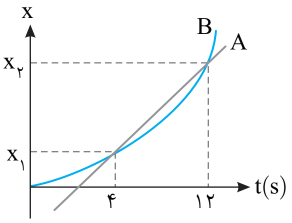
$$x=۶۱m: v^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x$$
$$\Rightarrow v^۲-۰=۲(۲)\times(۶۱-۲۵)$$
$$\Rightarrow v^۲=۴\times۳۶$$
$$\Rightarrow v=۲\times۶=۱۲m/s$$

D ۳۲ (۲)



با توجه به آنچه در کتاب حسابان برای شکل شبیه نمودار این مسئله بیان می‌شود، شیب خط قاطع بین دو نقطه $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۲,y_۲)$ با شیب خط مماس گذرنده از نقطهٔ $x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ برابر است از این رو در نمودارهای A و B نیز شیب خط مماس بر نمودار سهمی (B) در لحظهٔ $t=\frac{t_۱+t_۲}{۲}$ با شیب خط قاطع A برابر می‌شود، بنابراین $t=\frac{۴+۱۲}{۲}=۸s$.

روش دیگر: جابه‌جایی متحرک A و B در بازهٔ $t=۴s$ و $t=۱۲s$ یکسان است. متحرک A حرکت سرعت ثابت داشته و سرعت لحظه‌ای و متوسط آن همواره باهم برابر است:



$$v_{av_A}=v_A \xrightarrow{v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}} \frac{\Delta x_A}{\Delta t}=v_A \xrightarrow{\Delta x_A=\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲+v\Delta t}$$

$$v_A=\frac{\frac{۱}{۲}a\Delta t^۲+v\Delta t}{\Delta t}=\frac{۱}{۲}a\Delta t+v \Rightarrow v_A=a\frac{\Delta t}{۲}+v$$

برای متحرک B معادلهٔ سرعت به صورت $v_B=a\Delta t'+v$ است و چون سرعت A و B باهم برابر است:

$$a\frac{\Delta t}{۲}+v=a\Delta t'+v \Rightarrow \Delta t'=\frac{\Delta t}{۲} \Rightarrow \Delta t'=\frac{۱۲-۴}{۲}=۴s$$

بنابراین لحظهٔ مورد نظر خواهد شد: $۴+۴=۸s$

A ۳۳ (۱)

جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲g\Delta y \Rightarrow (۲۴)^۲-۰=۲\times g\times ۳۰ \Rightarrow g=\frac{۲۴\times۲۴}{۲\times۳۰} \Rightarrow g=۹/۶m/s^۲$$

A ۳۴ (۲)

راه‌حل اول: با توجه به رابطهٔ مکان- زمان می‌توان نوشت:

$$x=\frac{۱}{۲}gt^۲ \xrightarrow{t=۱s} \Delta x_۱=۵m$$

برای یافتن جابه‌جایی در ثانیهٔ دوم باید مکان در ثانیهٔ اول و مکان در ثانیهٔ دوم را به‌دست آورد و مکان‌ها را از هم کم کرد. بنابراین:

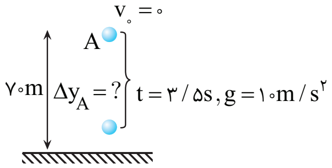
$$\begin{cases} t=۱s \Rightarrow x=۵m \\ t=۲s \Rightarrow x=۲۰m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۲۰-۵=۱۵m \quad , \quad \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

راه‌حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ t ام از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

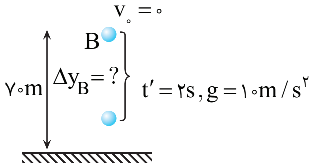
$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۱s \Rightarrow \Delta x_{(۱)}=۵m \\ t=۲s \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۱۵m \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

A ۳۵ (۴)

گلولهٔ A، $۱/۵s$ زودتر رها شده پس بعد از گذشت دو ثانیه از سقوط B، گلولهٔ A، $۳/۵s$ سقوط کرده است



$$\Delta y_A=\frac{۱}{۲}gt^۲$$
$$\Rightarrow \Delta y_A=۵\times(۳/۵)^۲=۶۱/۲۵m$$



$$\Delta y_B=\frac{۱}{۲}gt'^۲$$
$$\Rightarrow \Delta y_B=۵(۲)^۲=۲۰m$$

بنابراین در این مدت متحرک A، $۶۱/۲۵m$ و متحرک B، $۲۰m$ سقوط کرده‌اند بنابراین فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$d=\Delta y_A-\Delta y_B \Rightarrow d=۶۱/۲۵-۲۰=۴۱/۲۵m$$

B ۳۶ (۳)

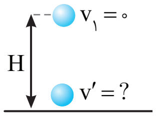
متحرک از حال سکون رها شده و حرکت شتابدار با شتاب ثابت $g=۹/۸m/s^۲$ است:

$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲} \Rightarrow ۴/۹=\frac{۰+v_۲}{۲} \Rightarrow v_۲=۹/۸m/s$$

$$\Delta y=\frac{H}{۹} \quad , \quad g=۹/۸m/s^۲ \quad , \quad v_۱=۰ \quad , \quad v_۲=۹/۸m/s$$

$$\Rightarrow v_۲^۲-v_۱^۲=۲g\Delta y \Rightarrow (۹/۸)^۲=۲\times۹/۸\times\frac{H}{۹} \Rightarrow H=۴/۹\times۹$$

خواستهٔ مسئله تندی هنگام رسیدن به زمین است یعنی در مدتی که متحرک به اندازهٔ H جابه‌جا شده است:



$$v'^۲-v_۱^۲=۲gH \Rightarrow v'^۲-۰=۲\times۹/۸\times۴/۹\times۹$$
$$\Rightarrow v'=۹/۸\times۳ \Rightarrow v'=۲۹/۴m/s$$

روش دوم: هر دو معادلهٔ مستقل از زمان بالا را با هم می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_۲^۲-v_۰^۲=۲g\frac{H}{۹} \Rightarrow v_۲^۲=۲g\frac{H}{۹} \\ v'^۲-v_۰^۲=۲gH \Rightarrow v'^۲=۲gH \end{cases} \Rightarrow \frac{v_۲^۲}{v'^۲}=\frac{۱}{۹} \Rightarrow v'=۳v_۲$$

حال با توجه به اینکه $v_۲$ برابر $۹/۸m/s$ است، v' را حساب می‌کنیم.

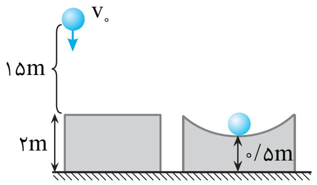
B ۳۷ (۳)

محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم:

$$y_۱-y_۲=۴۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲-\frac{۱}{۲}g(t-۱)^۲=۴۵ \Rightarrow t=۵s$$

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۵)^۲=۱۲۵m$$

B ۳۸ (۴)



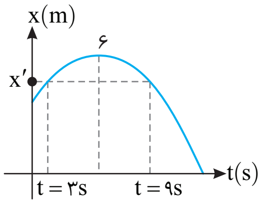
جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم، سرعت برخورد شخص به بالش را حساب می‌کنیم

$$v^۲-v_۰^۲=۲gy$$
$$\Rightarrow v^۲-۰=۲g(۱۵)$$
$$\Rightarrow v^۲=۳۰g$$

بعد از برخورد به بالش جسم دارای حرکت کندشونده می‌شود تا می‌ایستد، شتاب در این قسمت خواهد شد: $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y \Rightarrow ۰-۳۰g=۲a(۰/۵) \Rightarrow a=-۱۰g$

B ۳۹ (۱)

نمودار سهمی نسبت به رأس خود متقارن است بنابراین مکان متحرک در $t=3s$ و $t=9s$ کـه فاصلهٔ یکسانی از رأس سـهمی $t=6s$ دارند با هم برابر می‌باشـند بنابراین $\Delta x=0$ است. $\Delta x=x_{(9)}-x_{(3)}=x'-x'=0$



B ۴۰ (۴)

برای آن‌که معادلهٔ $v=\frac{-\sqrt{-2x}}{4}$ صحیح باشد باید زیر رادیکال مثبت باشد. از این رو مقدارهای x باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی باشد. از طرفی $v^2=\frac{-x}{8}$ بوده و در $x=0$ ، $v=0$ اسـت یعنی متحرک از مبدأ مکان در جهت منفی محور حرکت کرده اسـت و با افزایش مقدار x، سـرعت نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است. البته می‌توان با مقایسهٔ این تابع با معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب را به دست آورد.

$$\begin{cases} v^2=2ax \\ v^2=-\frac{x}{8} \end{cases} \Rightarrow 2a=-\frac{1}{8}\Rightarrow a=-\frac{1}{16}\,m/s^2$$

D ۴۱ (۱)

سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی متحرک است.

با توجه به تشابه دو مثلث سرعت v' را به‌دست می‌آوریم:

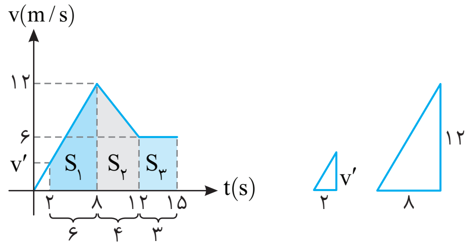
$$\frac{v'}{2}=\frac{12}{8}\Rightarrow v'=3m/s$$

$$\Delta x=S_1+S_2+S_3\Rightarrow \Delta x=\frac{6(12+3)}{2}+\frac{4(12+6)}{2}+6(3)$$

$$\Delta x=45+36+18=99m$$

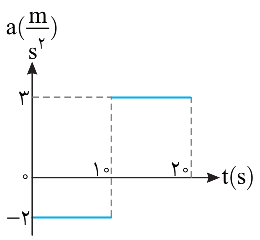
مکان اولیه متحرک در لحظهٔ $t=2s$ برابر $-6m$ است:

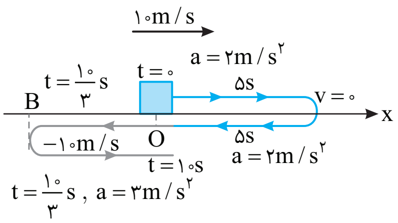
$$x_2-(-6)=99\Rightarrow x_2=+93m$$



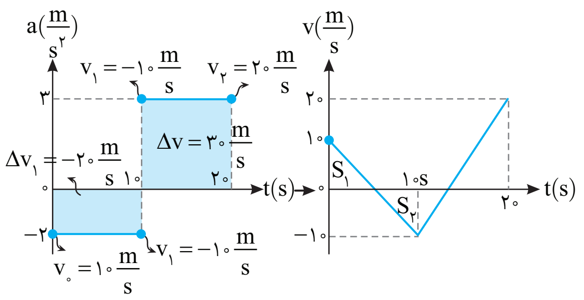
D ۴۲ (۴)

سؤال سـختی برای جلسـهٔ کنکور است. امـا با توجه به رفتار متحرک در حرکت با شـتاب ثابت می‌تـوان آن را حـل کرد. متحـرک بـا تنـدی $10m/s$ و شـتاب $2m/s^2$ بعـد از $5s$ متوقف می‌شـود و در مـدت لحظـهٔ $t=10s$ یعنی $5s$ بعد از توقـف در نقطـهٔ A از نقطـهٔ O مبـدأ می‌گـذرد و در ایـن لحظه سـرعتش $-10m/s$ اسـت و با شـتاب $3m/s^2$ بعد از مـدت $t=\frac{v}{a}=\frac{10}{3}s$ در نقطهٔ B متوقـف می‌شـود و پس از $\frac{10}{3}s$ مجـدداً به مبدأ می‌رسد و برای همیشه از آن دور می‌شود. بنابراین در لحظهٔ $t=5+5+\frac{10}{3}+\frac{10}{3}=\frac{50}{3}s$ بـرای سـومین بـار از مبدأ می‌گـذرد. لازم به ذکر اسـت که در صورت سـؤال لحظهٔ $t=0$ را لحظهٔ اولین عبور از مبدأ در نظر گرفته اسـت از این رو لحظهٔ $\frac{50}{3}s$ سـومین بـارعبـورازمبـدأخواهـدبـود.



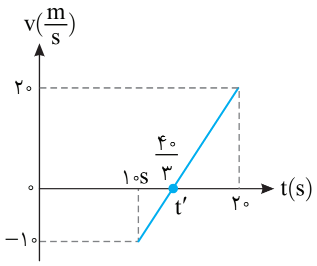


روش دیگر: با توجه به نمودار $a-t$ ، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:

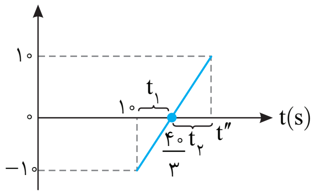


متحرک از $x=0$ شـروع به حرکت کرده برای آن‌که مجدداً به مبدأ برسـد باید Δx یا مجموع سـطح زیر نمودار $v-t$ صفر شـود. در شکل داده شـده S_1 و S_2 یکسان امّا S_2 منفی اسـت پس در لحظهٔ $t=10s$ متحـرک به مبدأ مکان رسـیده و حـال زمان دیگری بعد $t=10s$ را به دست می‌آوریم که متحرک به مبدأ مکان رسیده باشد.

با توجه به تشابه: $\frac{t'-10}{10}=\frac{20-t'}{20}\Rightarrow 2t'-20=20-t'\Rightarrow 3t'=40\Rightarrow t'=\frac{40}{3}s$



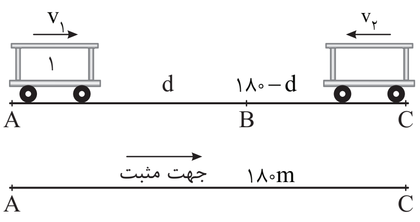
حال باید زمانی را به‌دست آورد که مساحت مثلث بالا محور زمان با مثلث پایین محور زمان یکسان‌باشد،یعنی‌دومثلث‌هم‌نهشت‌باشند. $t_2=t_1\Rightarrow \frac{40}{3}-10=t''-\frac{40}{3}\Rightarrow t''=\frac{50}{3}s$



D ۴۳ (۲)

سرعت متحرک (۱) در جهت مثبت اختیاری بوده و سرعت متحرک (۲) منفی است و دو متحرک (۱) و (۲) در مدت زمان t به نقطهٔ B می‌رسند:

$$\begin{aligned} &\text{(۱)متحرک}: d=v_1t \\ &\text{(۲)متحرک}: 180-d=|v_2|t \end{aligned} \Rightarrow \frac{v_1}{|v_2|}=\frac{d}{180-d}$$



با توجه به سؤال متحرک (۲) فاصلهٔ AB را در مدت ۲۵s طی می‌کند:

$$\text{(۲)متحرک}: d=|v_۲|\times ۲۵\Rightarrow |v_۲|=\frac{d}{۲۵}$$

و متحرک (۱) فاصلهٔ BC را در مدت ۱۶s طی می‌کند:

$$\text{(۱)متحرک}: ۱۸۰-d=v_۱\times ۱۶\Rightarrow v_۱=\frac{۱۸۰-d}{۱۶}$$

حال با توجه به معادلهٔ اول:

$$\frac{\frac{۱۸۰-d}{۱۶}}{\frac{d}{۲۵}}=\frac{d}{۱۸۰-d}\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}\times\frac{۱۸۰-d}{d}=\frac{d}{۱۸۰-d}$$

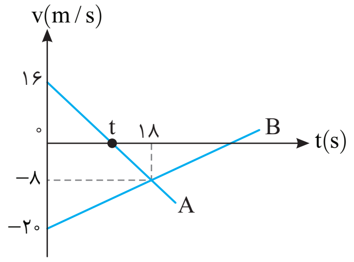
$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}=\frac{d^۲}{(۱۸۰-d)^۲}\Rightarrow \frac{۵}{۴}=\frac{d}{۱۸۰-d}\Rightarrow ۹۰۰-۵d=۴d\Rightarrow d=۱۰۰$$

حال $v_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۱=\frac{۱۸۰-d}{۱۶}=\frac{۸۰}{۱۶}=۵m/s$$

B ۴۴ (۲)

در بازهٔ صفر تا t ثانیه حرکت A در جهت محور x ها بوده است. ابتدا زمان t را به کمک تشابه مثلث به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{۱۶}{t}=\frac{۸}{۱۸-t}\Rightarrow ۳۶-۲t=t\Rightarrow t=۱۲s$$

شتاب حرکت B را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a_B=\frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸}=\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۲}{۳}m/s^۲$$

جابه‌جایی B در مدت $t=۱۲s$ خواهد شد: $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$

$$\Rightarrow \Delta x_B=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times(۱۲)^۲+(-۲۰)\times ۱۲\Rightarrow \Delta x_۲=۴۸-۲۴۰\Rightarrow \Delta x_۲=-۱۹۲m$$

بنابراین بزرگی جابه‌جایی B برابر ۱۹۲ متر است.

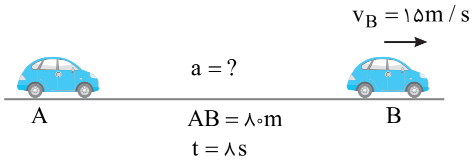
A ۴۵ (۴)

ابتدا به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{۲}\Delta t\Rightarrow ۸۰=\frac{۱۵+v_A}{۲}\times ۸\Rightarrow v_A=۵m/s$$

اکنون می‌توان شتاب را به دست آورد:

$$a=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۱۵-۵}{۸}=\frac{۵}{۴}m/s^۲$$



B ۴۶ (۳)

کافی است معادلهٔ حرکت دو گلوله را نوشته و از هم کم کنیم:

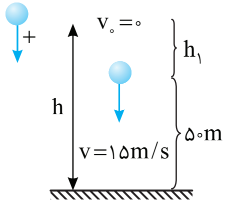
$$\Delta y=y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲-\frac{۱}{۲}gt_۲^۲=\frac{۱}{۲}g(t_۱)^۲-\frac{۱}{۲}g(t_۱-۲/۵)^۲$$

$$\Rightarrow ۶۸/۷۵=۵t_۱^۲-۵(t_۱^۲-۵t_۱+۶/۲۵)$$

$$\Rightarrow ۶۸/۷۵=۵t_۱^۲-۵t_۱^۲+۲۵t_۱-۳۱/۲۵\Rightarrow ۲۵t_۱=۱۰۰\Rightarrow t_۱=۴s$$

B ۴۷ (۲)

ابتدا $h_۱$ را به کمک معادلهٔ مستقل از زمان حساب می‌کنیم. $h_۱$ را با ۵۰m جمع کرده و ارتفاع جسم در لحظهٔ رها شدن از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$v^۲-v_۰^۲=۲gh_۱\Rightarrow ۲۲۵=۲۰h_۱\Rightarrow h_۱=۱۱/۲۵m$$

$$h=۵۰+۱۱/۲۵=۶۱/۲۵m$$

اکنون با داشتن ارتفاع محل رها شدن جسم، زمان رسیدن جسم به زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow ۶۱/۲۵=۵t^۲\Rightarrow t^۲=۱۲/۲۵\Rightarrow t=۳/۵s$$

به‌دست آوردن جذر ۱۲/۲۵ کار دشواری است، پس باید از گزینه‌ها کمک بگیرید. گزینهٔ (۱) جذر عدد ۴، گزینهٔ (۳) جذر عدد ۲۵ است و گزینهٔ (۴) نیز نمی‌تواند جذر عدد ۱۲/۲۵ باشد. زیرا ۳۶=۶×۶ بوده که از ۱۲/۲۵ بزرگ‌تر است.

پاسخ فصل دوم

۴۸ (۳) B

نیرویی که توسط طناب به هر دو شخص وارد می‌شود یکسان است:

$$F_۱ = m_۱ a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{F_۱}{m_۱}$$
$$F_۲ = m_۲ a_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{F_۲}{m_۲}$$
$$\xrightarrow[F_۱ = F_۲]{m_۱ > m_۲} a_۱ < a_۲$$

دو جسم در ابتدا ساکن هستند و $a_۱ < a_۲$ است پس متحرک (۲) سریع‌تر حرکت می‌کند و هنگام رسیدن دو متحرک به هم متحرک (۲) جابه‌جایی بیشتری انجام می‌دهد بنابراین دو متحرک بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

۴۹ (۳) A

ابتدا برایند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = (۲۰\vec{i} - ۵۰\vec{j}) + (۱۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}) + (-۱۰\vec{j}) = ۳۰\vec{i} - ۴۰\vec{j}$$
$$\Rightarrow |\vec{F}_{net}| = \sqrt{F_x^۲ + F_y^۲} = ۵۰N$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

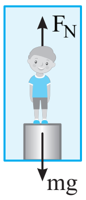
$$F_{net} = ma \Rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{۵۰}{۵} = ۱۰ m/s^۲$$

۵۰ (۳) A

به جسم دو نیروی W و f_D عمود بر هم وارد می‌شود.

$$W = mg \Rightarrow ۴/۸ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۰/۴۸kg$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^۲ + W^۲} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^۲ + (۴/۸)^۲} = ۰/۴۸ \times \frac{۶۵}{۶}$$
$$\sqrt{f_D^۲ + (۴/۸)^۲} = ۵/۲ \Rightarrow f_D^۲ = ۴ \Rightarrow f_D = ۲N$$

۵۱ (۱) B



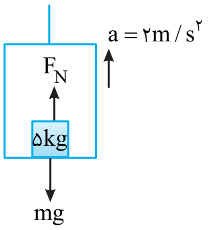
ابتدا شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$
$$\Rightarrow ۶۰۰ - ۴۸۰ = ۶۰a \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

برایند نیروها رو به پایین است، پس شتاب حاصل از آن هم رو به پایین است.

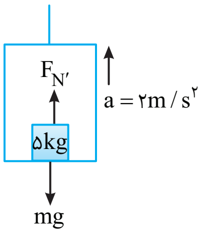
۵۲ (۳) B

در حالت اول داریم:



$$F_{net} = ma \xrightarrow{\text{جسم رو به بالا حرکت می‌کند}}$$
$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۵۰ = ۱۰$$
$$\Rightarrow F_N = ۶۰N$$

در حالت دوم داریم:

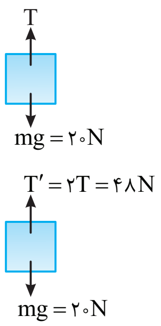


$$F_{net} = ma \xrightarrow{\text{جسم رو به پایین حرکت می‌کند}}$$
$$ma - F_{N'} = ma$$
$$\Rightarrow ۵۰ - F_{N'} = ۱۰ \Rightarrow F_{N'} = ۴۰N$$

اختلاف نیروی عمودی سطح برابر است با: $F_N - F_{N'} = ۶۰ - ۴۰ = ۲۰N$

میانبر هرگاه آسانسور یکبار با شتاب a رو به بالا و بار دیگر با همان شتاب رو به پایین حرکت کند، اختلاف نیروی عمودی سطح برابر ۲mg است (البته باید نوع حرکت در دو حالت یکسان باشد).

۵۳ (۲) B



به جسم نیروی کشش طناب به سمت بالا و نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود حرکت تندشونده رو به بالاست‌بنابراین:

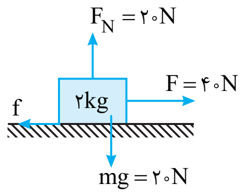
$$T - mg = ma \Rightarrow T - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow T = ۲۴N$$

حال اگر کشش طناب دو برابر شود یعنی: $T' = ۲T = ۴۸N$

$$T' - mg = ma' \Rightarrow ۴۸ - ۲۰ = ۲a'$$
$$\Rightarrow a' = ۱۴ m/s^۲$$

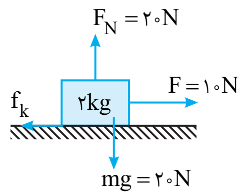
بنابراین شتاب حرکت از $۲m/s^۲$ به $۱۴m/s^۲$ رسیده و ۷ برابر شده است.

۵۴ (۴) B



ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s_{max}})$ را حساب می‌کنیم. اگر نیروی افقی وارد بر جسم $(F = ۴۰N)$ بزرگ‌تر از $f_{s_{max}}$ باشد جسم به حرکت در می‌آید:

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{max}} = ۰/۶ \times ۲۰ = ۱۲N < F$$



بنابراین جسم به حرکت در می‌آید و پس از 5s سرعتش به v می‌رسد. حال F از ۳۰N کم شده و مقدار آن به ۱۰N می‌رسد. جسم درحال حرکت بوده پس همچنان به جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود.

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = ۰/۵ \times ۲۰ = ۱۰N$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۱۰ - ۱۰ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۰$$

بنابراین جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۵۵ (۲) B

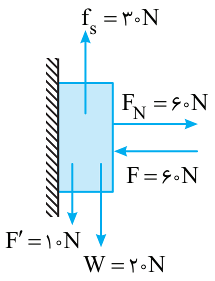
سرعت متحرک از $v_۱ = ۵۴km/h = ۱۵m/s$ به صفر رسیده است:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-۱۵}{۰/۳} = -۵۰ m/s^۲$$

نیروی وارد بر شخص از طرف کمربند برابر است با:

$$|\vec{F}_{av}| = m|\vec{a}_{av}| \Rightarrow |\vec{F}_{av}| = ۶۰ \times ۵۰ = ۳۰۰۰N$$

۵۶ (۴) B



بنابه قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند برابر نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند. برای بررسی، ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم تا متوجه شویم که در اثر اعمال نیروی ۱۰N رو به پایین، جسم به حرکت در می‌آید یا نه؟

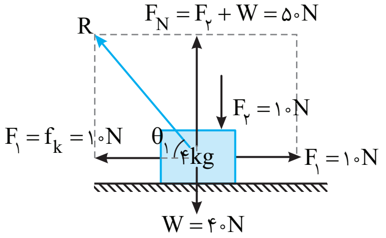
$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۶۰ = ۳۶N$$

نیروی وزن ۲۰N و نیروی موازی با دیوار ۱۰N رو به پایین است که جمعاً ۳۰N می‌شود و از $f_{s_{max}} = ۳۶N$ کوچک‌تر است و جسم همچنان ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک ایستایی در این حالت برابر $F_{met} = ۰ \Rightarrow f_s = F' + W = ۱۰ + ۲۰ = ۳۰N$ می‌شود. در این صورت:

$$R' = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۶۰^۲ + ۳۰^۲} \Rightarrow R' = ۳۰\sqrt{۵}N$$

۵۷ گزینهٔ ۱

سرعت جسم ثابت است و برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است اکنون ضریب اصطکاک را به‌دست می‌آوریم. $f_k=\mu_k F_N\Rightarrow 10=\mu_k(50)\Rightarrow\mu_k=0/2$

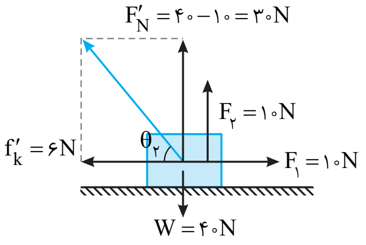


اکنون نیروی اصطکاک جدید را حساب می‌کنیم. $f'_k=\mu_k F'_N=0/2\times30=6N$

در حالت اول: $\tan\theta_1=\frac{50}{10}=5$

در حالت دوم: $\tan\theta_2=\frac{30}{6}=5$

$\Rightarrow\theta_2=\theta_1<90^\circ$



۵۸ گزینهٔ ۴

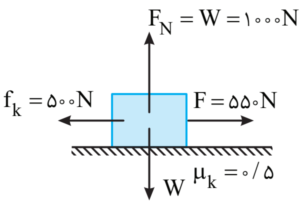
عامل توقف صندوق اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد. $f_{s_{max}}=ma\Rightarrow\mu_s mg=ma\Rightarrow a=\mu_s g=0/25\times10=2/5m/s^2$

شتاب توقف کامیون حداکثر باید $2/5m/s^2$ باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد از این رو: $v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-225=2(-2/5)\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{225}{5}=45m$

۵۹ گزینهٔ ۴

ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم. $F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\xrightarrow[f_k=500N]{f_k=\mu_k F_N}$

$550-500=100a\Rightarrow a=0/5m/s^2$



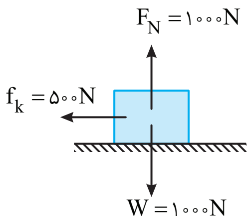
جابه‌جایی و سرعت را تا لحظهٔ پاره شدن طناب حساب می‌کنیم.

$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}\times0/5\times16\Rightarrow\Delta x=4m$

$v_1=at+v_0\Rightarrow v_1=0/5\times4=2m/s$

پس از پاره شدن طناب تنها نیروی وارد بر جسم اصطکاک است که سبب توقف جسم می‌شود.

$f_{net}=ma\xrightarrow{f_{net}=f_k}-500=100a\Rightarrow a=-5m/s^2$



جابه‌جایی از این لحظه تا توقف خواهد شد:

$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-4=2(-5)\Delta x\Rightarrow\Delta x=0/4m$

بنابراین کل جابه‌جایی برابر است با:

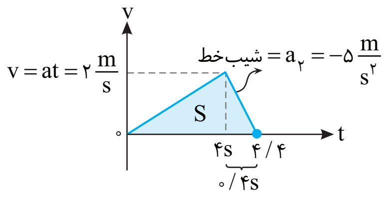
$4+0/4=4/4m$

روش دوم: ابتدا با توجه به دینامیک، شتاب حالت اول و حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{(1)}F-f_k=ma\Rightarrow550-(1000)(0/5)=100a\\ \Rightarrow a_1=0/5m/s^2\\ \xrightarrow{(2)}-f_k=ma\Rightarrow-500=100a_2\Rightarrow a_2=-5m/s^2\end{cases}$$

حال نمودار $v-t$ را کشیده و از سطح زیر نمودار مسافت را به‌دست می‌آوریم:

$$S=\frac{4/4\times2}{2}=4/4m$$



۶۰ گزینهٔ ۴

شتاب حرکت وزنه‌های A و B را به‌دست می‌آوریم.

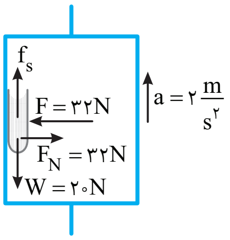
$$F_{net}=ma\begin{cases}\mu_{k_A}m_Ag=m_Aa_A\Rightarrow a_A=\mu_{k_A}g\\ \mu_{k_B}m_Bg=m_Ba_B\Rightarrow a_B=\mu_{k_B}g\end{cases}\xrightarrow{\mu_{k_A}=2\mu_{k_B}}\frac{a_A}{a_B}=2$$

سرعت اولیهٔ هر دو یکسان است. به کمک معادلهٔ مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow{v=0}\Delta x=\frac{v_0^2}{-2a}\Rightarrow\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{a_B}{a_A}=\frac{1}{2}$$

۶۱ گزینهٔ ۴

عامل حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا نیروی اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیوارهٔ آسانسور است. نیروهای وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم و چون کتاب و آسانسور هر دو با شتاب $a=2m/s^2$ به سمت بالا در حال حرکت‌اند، برایند آن‌ها را مساوی ma قرار می‌دهیم $f_s-W=ma\Rightarrow f_s-20=2\times2\Rightarrow f_s=24N$

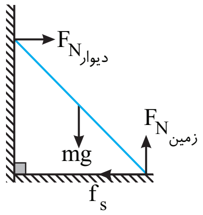


اکنون نیرویی که کتاب به دیواره یا دیواره به کتاب وارد می‌کند برابر است با:

$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}=\sqrt{24^2+(32)^2}$

$=8\sqrt{3^2+4^2}=40N$

۶۲ گزینهٔ ۲



توسط دیوار قائم تنها نیروی عمودی سطح و توسط زمین دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به نردبان وارد می‌شود. نیروی اصطکاک مانع لیز خوردن نردبان به سمت راست می شود بنابراین جهت f_s به سمت چپ است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم و نیروهای افقی را برابر هم و نیروهای قائم را نیز برابر هم قرار می‌دهیم.

$$\text{نردبان در حال تعادل:}\begin{cases}f_s=F_{N_{دیوار}}=300N\\ F_{N_{زمین}}=mg=400N\end{cases}$$

هر دو نیروی $F_{N_{زمین}}$ و f_s از زمین به نردبان وارد شده و نیرویی که زمین به نردبان وارد می‌کند برابر است با:

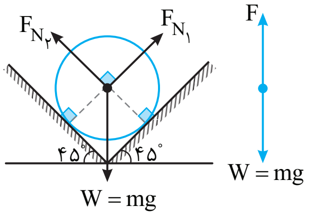
$$R=\sqrt{300^2+400^2}=500N$$

B ۶۳ ۳

نیرویی که جسم بـر دیواره‌ها وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح F_N است که توسط دیواره‌ها بر جسم وارد می‌شود، بنابراین باید F_N را حساب کنیم.
زاویهٔ دیواره‌ها با سطح یکسان است پس نیروی عمودی سطح دو دیواره یکسان است:

$$F=\sqrt{F_{N_1}^2+F_{N_2}^2}\xrightarrow{F_{N_1}=F_{N_2}}F=F_{N_1}\sqrt{2}$$

جسم در حال تعادل است پس نیروی وزن و نیروی F هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند:



$$F_{N_1}\sqrt{2}=mg\Rightarrow F_{N_1}\sqrt{2}=50$$
$$\Rightarrow F_{N_1}=\frac{50}{\sqrt2}\times\frac{\sqrt2}{\sqrt2}=\frac{50\sqrt2}{2}$$
$$\Rightarrow F_{N_1}=25\sqrt2 N$$

B ۶۴ ۳

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی و رابطه تکانه می‌توانیم K را بر حسب P بنویسیم:

$$P=mv, K=\frac12 mv^2\Rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$$

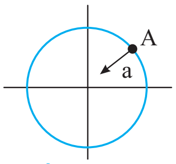
درصد تغییر انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{K_2-K_1}{K_1}\times100=\frac{\frac{P_2^2}{2m}-\frac{P_1^2}{2m}}{\frac{P_1^2}{2m}}\times100=\frac{P_2^2-P_1^2}{P_1^2}\times100$$

$$\xrightarrow[P_2=22, P_1=20]{P_2=P_1+2}\frac{(P_1+2)^2-P_1^2}{P_1^2}\times100=\frac{P_1^2+4+4P_1-P_1^2}{P_1^2}\times100$$

$$=\frac{4+4\times(20)}{(20)^2}\times100=\frac{84}{4}\%=21\%$$

B ۶۵ ۱

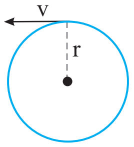


شـتاب در حرکت دایره‌ای مرکزگراسـت بنابراین در نقطه A جهت شتاب به سمت جنوب غربی است.

B ۶۶ ۴

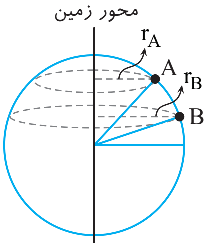
$$F_{مرکزگرا}=ma=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow\frac{v^2}{r}=|\vec a|\Rightarrow v^2=r|\vec a|=2\times\sqrt{9+16}$$
$$v^2=10\Rightarrow v=\sqrt{10}m/s$$

B ۶۷ ۳



$$v=r(\frac{2\pi}{T})$$
$t=1min$, $n=90$ دور
$$\Rightarrow T=\frac{t}{n}=\frac{60s}{90}=\frac23(s)\ ,\ r=\frac{قطر}{2}=2m$$
$$v=r(\frac{2\pi}{T})=2\times2\pi\times\frac32=6\pi$$

A ۶۸ ۴



دورهٔ تمـام نقاط واقع بر سـطح زمین بـا هم برابر و مسـاوی $T=24h$ اسـت. اما تندی متفاوت و وابسته به شعاع است، بنابراین باید شعاع چرخش هر نقطه را حول محور زمین به‌دست آوردیم:

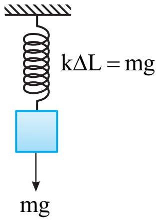
$$r_A=R\cos60°\ ,\ r_B=R\cos30°$$

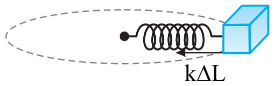
$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{r_A\frac{2\pi}{T}}{r_B\frac{2\pi}{T}}=\frac{R\cos60°}{R\cos30°}=\frac{\frac12}{\frac{\sqrt3}{2}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt3}{3}$$

B ۶۹ ۴

در حرکـت دایره‌ای یکنواخت، شـتاب همواره مثبت و به سـمت مرکز اسـت. با توجه به بـردار اولیـه شـتاب ذره $\vec a=2\vec i-2\vec j$، ذره در ربع دوم قـرار دارد و اندازه شـتاب برابر $2\sqrt2$ متر بر مجذور ثانیه است. چون دوره حرکت ۴ ثانیه است بنابراین پس از ۱ ثانیه ذره در ربع سـوم با شـتاب $\vec a=2\vec i+2\vec j$ و پس از ۲ ثانیه در ربع چهارم با بردار شـتاب $\vec a=-2\vec i+2\vec j$ خواهد بود، بنابراین در ۱/۵ ثانیه ذره دقیقاً در وسط ناحیه سوم و چهارم یعنی روی محور yها قرار می‌گیرد که شتاب آن برابر $\vec a=2\sqrt2\vec j$ است.

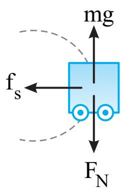
B ۷۰ ۳





$$k\Delta L=m\frac{v^2}{R}$$
$$\Rightarrow mg=\frac{mv^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{Rg}$$
$$v=\sqrt{0/4\times10}=2m/s$$

B ۷۱ ۲



نیرویی که سـطح وارد می‌کنـد، برایند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}$$
$$\Rightarrow10^4\sqrt{10}=\sqrt{(3000\times10)^2+f_s^2}$$

دو طرف معادله را به توان (۲) می‌رسانیم:

$$10^9=9\times10^8+f_s^2\Rightarrow f_s^2=10^8\Rightarrow f_s=10^4 N$$

A ۷۲ ۳

شتاب گرانش را در محل سفینه به‌دست می‌آوریم.

$$g_h=G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}\quad ,\quad \text{در سطح زمین } g_e=G\frac{M_e}{R_e^2}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e}=\frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\frac{g_h}{9/8}=\frac{(6400)^2}{(6400+6400)^2}$$
$$\Rightarrow g_h=\frac14\times9/8\Rightarrow g_h=2/45\ m/s^2$$

نیروی وزن فضانورد خواهد شد:

$$W_h=mg_h\Rightarrow W_h=80\times2/45\Rightarrow W_h=196N$$

البته چون فاصله سفینه از مرکز زمین دو برابر شعاع زمین است بنابراین وزن فضانورد در آن محل $\frac14$ وزن‌فضانوردبرسطح‌زمین‌است. $W_h=(\frac{R_e}{R_e+h})^2\times W\Rightarrow W_h=\frac14 W$

C ۷۳ ۲

در حرکت ماهواره، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\begin{cases}T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}\\ g=G\frac{M_e}{R_e^2}\end{cases}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{R_e^2 g}}\xrightarrow{r=2R_e}T=2\pi\sqrt{\frac{8R_e^3}{R_e^2 g}}$$

$$\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{4\times2R_e}{g}}=4\pi\sqrt{\frac{2R_e}{g}}\Rightarrow T=4\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$

A ۷۴ ۱

با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net}=ma$ اگر نیروی خالص وارد بر ذره صفر باشد، شتاب حرکت صفر بوده و سرعت جسم تغییر نمی‌کند.

B ۷۵ ۴

ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم: $T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۶}=۱۰s$

نیروی اصطکاک همان نیروی مرکزگراست از این‌رو می‌توانیم بنویسیم:

$$f_s=F=mR\frac{۴\pi^۲}{T^۲}=۵\times۲\times(\frac{۲\pi}{۱۰})^۲=۱۰\times\frac{۴\pi^۲}{۱۰۰}=۰/۴\pi^۲N$$

B ۷۶ ۴

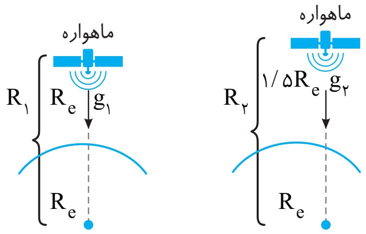
شتاب مرکزگرای ماهواره برابر g است:

$$\begin{cases} g_۱=G\frac{M}{R_۱^۲} \\ g_۲=G\frac{M}{R_۲^۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{g_۲}{g_۱}=(\frac{R_۱}{R_۲})^۲=(\frac{۲}{۲/۵})^۲\Rightarrow\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow g_۲=\frac{۱۶}{۲۵}g_۱$$

بنابراین شتاب مرکزگرا در حالت دوم به اندازهٔ $g_۲-g_۱=\frac{۱۶}{۲۵}g_۱-g_۱=\frac{-۹}{۲۵}g_۱=\frac{-۳۶}{۱۰۰}g_۱$ یا ۳۶ درصد، نسبت به شتاب مرکزگرای اولیه کاهش می‌یابد.

روش دوم: درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta g}{g_۱}\times۱۰۰=\frac{-\frac{۹}{۲۵}g_۱}{g_۱}\times۱۰۰=\text{۳۶٪ کاهش}$$



B ۷۷ ۱

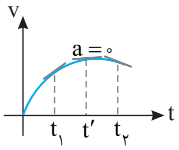
رابطهٔ بین تکانه و انرژی جنبشی $K=\frac{P^۲}{۲m}$ است:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{P_A^۲}{۲m_A}}{\frac{P_B^۲}{۲m_B}}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_B}{m_A}\times(\frac{P_A}{P_B})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۵}{۸}m_A}{m_A}\times(\frac{\frac{۴}{۳}P_B}{P_B})^۲=\frac{۵}{۸}\times\frac{۱۶}{۹}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{۱۰}{۹}$$

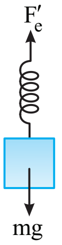
A ۷۸ ۴

نیروی وارد بر جسم برابر $F=ma$ است که جرم جسم ثابت است و بزرگی نیرو متناسب با بزرگی شتاب تغییر می‌کند. شتاب نیز در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ است. با توجه به شکل بزرگی شیب (بزرگی شتاب) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد.



B ۷۹ ۳

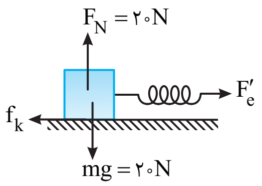
در حالت اول به جسم نیروی کشش فنر به سمت بالا و نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود:



$$F_e-mg=ma\Rightarrow k\Delta x-mg=ma$$

$$k(\frac{۴۲}{۱۰۰}-\frac{۳۰}{۱۰۰})-۲۰=۲\times۲\Rightarrow k=۲۰۰N/m$$

در حالت دوم نیروی کشش فنر در جهت حرکت و نیروی اصطکاک خلاف جهت به جسم وارد می‌شود:

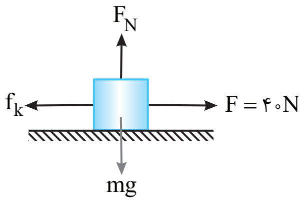


$$F'_e-f_k=ma'$$
$$\Rightarrow k\Delta x'-f_k=ma'$$
$$۲۰۰\times(\frac{۶}{۱۰۰})-f_k=۲\times۲$$
$$\Rightarrow f_k=۸N$$

نیروی اصطکاک برابر است با:

$$f_k=\mu_kF_N\Rightarrow۸=\mu_k(۲۰)\Rightarrow\mu_k=۰/۴$$

C ۸۰ ۴



ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$f_k=\mu_kmg\Rightarrow f_k=\frac{۱}{۴}\times۴۰=۱۰N$$

نیروی افقی وارد بر جسم $۴۰N$ است. هنگامی که جسم شروع به حرکت می‌کند، تا زمانی که $F>f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می‌شود و وقتی $F=f_k=۱۰N$ سرعت جسم ثابت می‌ماند و اگر $F<f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می‌کند. بنابراین نیروی F را می‌توان از $۴۰N$ تا $۱۰N$ کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد، بنابراین: $\Delta F=۴۰-۱۰=۳۰N$

B ۸۱ ۴

در حرکت ماهواره به دور زمین، نیروی مرکزگرا با نیروی گرانش وارد بر ماهواره برابر است.

$$m\frac{v^۲}{r}=G\frac{mM_e}{r^۲}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\quad(۱)$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times(\frac{v_A}{v_B})^۲\xrightarrow{(۱)}$$

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{r_B}{r_A}$$

$$r=h+R_e\Rightarrow\begin{cases} r_A=۶۳۷۰+R_e=۲R_e \\ r_B=۱۲۷۴۰+۶۳۷۰=۳R_e\end{cases}$$

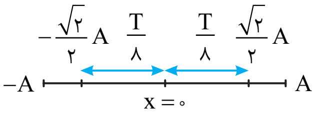
$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

پاسخ فصل سوم

B ۸۲ (۴)

زمان بیان شده $(\frac{T}{۴})$ را به دو بازهٔ یکسان $(\frac{T}{۸})$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم زیرا در این ناحیه سرعت بیشتر از انتهای مسیر بوده و جابه‌جایی بیشتر است. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، در مدت $\frac{T}{۸}$ نوسانگر از مرکز به $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رود از این‌رو:

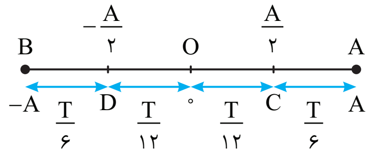
$$\Delta x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=\sqrt{۲}A\Rightarrow \Delta x=\sqrt{۲}\times\frac{۸}{۲}\Rightarrow \Delta x=۴\sqrt{۲}cm$$



B ۸۳ (۱)

راه‌حل اول: سریع‌ترین راه‌حل استفاده از بازه‌های زمانی است که بهتر است به‌خاطر بسپارید:

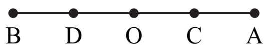
$$D \text{ تا } C \text{ از}: t_۱=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}$$
$$B \text{ تا } D \text{ از}: t_۲=\frac{T}{۶}$$
$$\Rightarrow \frac{t_۱}{t_۲}=۱$$



راه‌حل دوم: معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت $x=A\cos\omega t$ می‌باشد. در نقطهٔ C متحرک در فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از مرکز تعادل $(x=۰)$ قرار دارد.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow \frac{A}{۲}=A\cos\omega t_C\Rightarrow \cos\omega t_C=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\frac{۲\pi}{T}t_C=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_C=\frac{T}{۶}$$

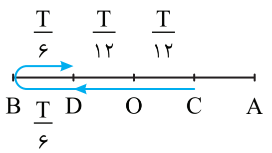


بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{۶}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

$$t_{C\to O}=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۶}=\frac{T}{۱۲}$$

به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز $\frac{T}{۱۲}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{۶}$ خواهد بود از این‌رو:

$$t_{C\to D}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}, t_{D\to B}=\frac{T}{۶}\Rightarrow \frac{T_{C\to D}}{T_{D\to B}}\Rightarrow \frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۶}}=۱$$

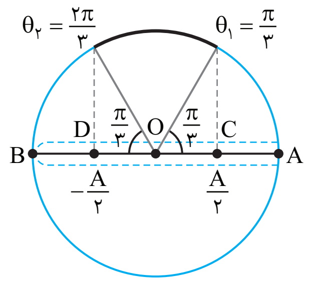


راه‌حل سوم: با استفاده از دایرهٔ مثلثاتی کمان متناظر $\frac{A}{۲}$ و $-\frac{A}{۲}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. اکنون می‌توان نوشت:

$$\omega t_D-\omega t_C=\frac{۲\pi}{۳}-\frac{\pi}{۳}\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}(t_۱)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۶}$$

$$\omega t_B-\omega t_D=\pi-\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega(t_۲)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_۲=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۲=\frac{T}{۶}$$

دقت کنید تغییر شناسهٔ تابع کسینوسی با زمان رابطهٔ خطی دارد. یعنی شناسهٔ تابع کسینوسی در زمان‌های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در مسألهٔ بالا از جابه‌جایی از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ بوده و در جابه‌جایی از $-\frac{A}{۲}$ تا $-A$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ است، بنابراین این دو جابه‌جایی در مدت‌زمان یکسان طی می‌شود.



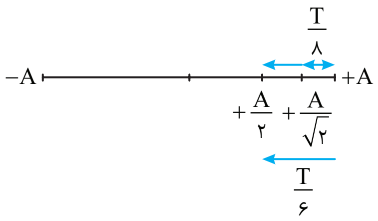
B ۸۴ (۴)

جابه‌جایی نوسانگر برابر است با:

$$\Delta x=\frac{+A}{۲}-\frac{A}{\sqrt{۲}}=\frac{(\sqrt{۲}-۲)A}{۲\sqrt{۲}}\Rightarrow|\Delta x|=|(\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}})A|=\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}A$$

زمان حرکت از $+A$ تا $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ برابر $\frac{T}{۸}$ و از $+A$ تا $+\frac{A}{۲}$ برابر $\frac{T}{۶}$ است. بنابراین زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ تا $\frac{+A}{۲}$ برابر $\Delta t=\frac{T}{۶}-\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲۴}$ است. بزرگی سرعت متوسط خواهد شد:

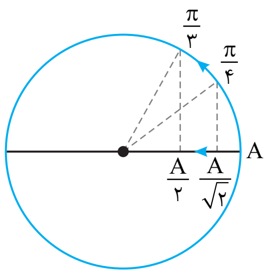
$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}A}{\frac{T}{۲۴}}\Rightarrow|v_{av}|=۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$$



روش مثلثاتی: زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ تا $+\frac{A}{۲}$ را به کمک دایرهٔ مثلثاتی به‌دست می‌آوریم:

$$\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{۱۲}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۲۴}$$

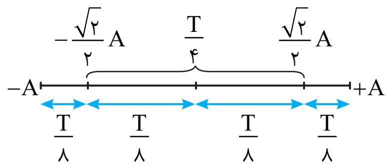
باقی راه‌حل شبیه روش قبلی است.



۸۵ C ۳

سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی معین هنگامی بیشینه است که جابه‌جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه‌جایی بیشینه در یک بازهٔ معین در دو طرف نقطهٔ تعادل رخ می‌دهد زیرا در نقطهٔ تعادل سرعت بیشینه است. بنابراین بازه $\frac{T}{۴}$ را به دو بازهٔ یکسان $\frac{T}{۸}$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است. یعنی در بازهٔ $\frac{T}{۴}$ بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی برابر است با:

$$|\Delta x|=|-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A|=\sqrt{۲}A\Rightarrow|\Delta x|=۲\sqrt{۲}cm$$



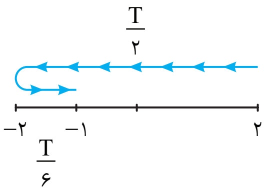
اکنون دوره را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow\frac{۲T}{۳}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow T=۴s$$

اندازهٔ سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{T}{۴}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{۴}{۴}}=۲\sqrt{۲}cm/s$$

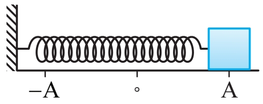
$$\Rightarrow|v_{av}|=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱۰۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۵۰}m/s$$



۸۶ B ۱

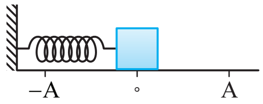
نوسانگر در نقاط بازگشت $(x=A)$ تغییر جهت می‌دهد و در این نقاط شتاب نوسانگر بیشینه است.

$$|a_{max}|=A\omega^۲\Rightarrow ۰/۸\pi^۲=A\omega^۲ \qquad (۱)$$



هنگام عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل $(x=۰)$ نیرو و شتاب نوسانگر صفر شده و در این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است:

$$|v_{max}|=A\omega\Rightarrow ۰/۲\pi=A\omega \qquad (۲)$$



با تقسیم معادلهٔ (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{۰/۸\pi^۲}{۰/۲\pi}=\frac{A\omega^۲}{A\omega}\Rightarrow ۴\pi=\omega$$

با قرار دادن $\omega=۴\pi$ در معادلهٔ (۲) مقدار A را به‌دست می‌آوریم:

$$۰/۲\pi=A\times۴\pi\Rightarrow A=\frac{۰/۲}{۴}=۰/۰۵m=۵cm$$

با توجه به رابطهٔ $|a|=\omega^۲x$ داریم:

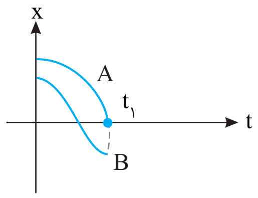
$$\begin{cases}|a|=\omega^۲(۱)\\ ۰/۸\pi^۲=\omega^۲(۵)\end{cases}\Rightarrow|a|=\frac{۰/۸\pi^۲}{۵}\Rightarrow a=۰/۱۶\pi^۲$$

۸۷ B ۲

در لحظهٔ $t_۱$ با توجه به نمودار، مدت زمانی که از نوسان‌های نوسانگر A و B گذشته برابر است با:

$$\begin{cases}t_۱=\frac{T_A}{۴}\\ t_۱=\frac{T_B}{۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{T_A}{۴}=\frac{T_B}{۲}\Rightarrow T_A=۲T_B\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega_B=۲\omega_A$$

معادلهٔ نیرو - مکان $|F|=m\omega^۲x$ می‌باشد بنابراین بیشینه نیرو برابر است با:



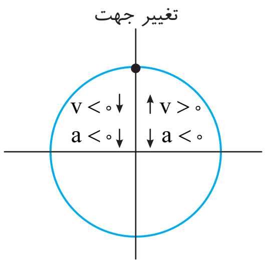
$$|F_{max}|=m\omega^۲A$$

$$\frac{|F_{max_A}|}{|F_{max_B}|}=\frac{(m\omega^۲A)_A}{(m\omega^۲A)_B}$$

$$=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{\omega^۲_A}{\omega^۲_B}\times\frac{A_A}{A_B}=۴\times(\frac{۱}{۲})^۲\times(\frac{۸}{۲})=۴$$

۸۸ A ۲

سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x=+A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



۸۹ A ۳

تندی بیشینه برابر $A\omega$ است:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}v_{max}=۰/۱\times\sqrt{\frac{۱۰۰}{۱}}=۰/۱\times۱۰=۱m/s$$

۹۰ B ۳

دورهٔ آونگ را از رابطهٔ $T=\frac{t}{N}$ به‌دست می‌آوریم:

$$T_۱=\frac{t}{N_۱}\Rightarrow T_۱=\frac{۷۲}{۴۰}=۱/۸s \quad , \quad T_۲=\frac{t}{N_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۷۲}{۴۵}=۱/۶s$$

دورهٔ آونگ برابر $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است:

$$T_۱=۲\pi\sqrt{\frac{l_۱}{g}}\Rightarrow۱/۸=۲\pi\sqrt{\frac{l_۱}{\pi^۲}}\Rightarrow\sqrt{l_۱}=۰/۹\Rightarrow l_۱=۰/۸۱m=۸۱cm$$

$$T_۲=۲\pi\sqrt{\frac{l_۲}{g}}\Rightarrow۱/۶=۲\pi\sqrt{\frac{l_۲}{\pi^۲}}\Rightarrow\sqrt{l_۲}=۰/۸\Rightarrow l_۲=۰/۶۴m=۶۴cm$$

بنابراین طول آونگ $۸۱-۶۴=۱۷cm$ کاهش می‌یابد.

۹۱ A ۱

با توجه به مسیر نوسان دامنهٔ حرکت برابر $۲cm$ است و اندازهٔ شتاب نوسانگر از رابطهٔ $|a|=\omega^۲|x|$ به‌دست می‌آید

$$۴=\omega^۲(\frac{۱}{۱۰۰})\Rightarrow۴۰۰=\omega^۲\Rightarrow\omega=۲۰rad/s$$

بسامد زاویه‌ای سیستم جرم فنر برابر است با:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow۲۰=\sqrt{\frac{k}{۲}}\Rightarrow۴۰۰=\frac{k}{۲}\Rightarrow k=۸۰۰N/m$$

۹۲ A ۱

در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، انرژی پتانسیل نوسانگر صفر است:

$$E=K+U\Rightarrow E=K_{max}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}mv^۲_{max}\Rightarrow v^۲_{max}=\frac{۲E}{m}\Rightarrow v_{max}=(\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$$

۹۳ A ۳

طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$\lambda=vT\xrightarrow{T=\frac{۱}{f}}\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow۰/۵=\frac{v}{۱۰۰}\Rightarrow v=۵۰m/s$$

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow۱۰=۵۰(\Delta t)\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۵}s$$

A ۹۴ (۱)

ابتدا تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم.

$v=f\lambda \xrightarrow{f=۶۰۰Hz,\lambda=۰/۲m} v=۶۰۰\times ۰/۲ \Rightarrow v=۱۲۰m/s$

تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[\rho=۱۰۰۰۰kg/m^۳]{F=۳۶N} ۱۲۰=\sqrt{\frac{۳۶}{۱۰۰۰۰\times A}}$

$\Rightarrow ۱۲۰\times ۱۲۰=\frac{۳۶}{۱۰۰۰۰A}$

$A=\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰}m^۲=\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰}\times ۱۰^۶mm^۲\Rightarrow A=۰/۲۵mm^۲$

B ۹۵ (۳)

تندی موج در ریسمان برابر است با:

$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۸۰}{۰/۲}}=۲۰m/s$

با توجه به نقش موج داده شده طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$\lambda+\frac{\lambda}{۲}=۱۵cm\Rightarrow\frac{۳\lambda}{۲}=۱۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm=۰/۱m$

دورهٔ نوسان موج خواهد شد:

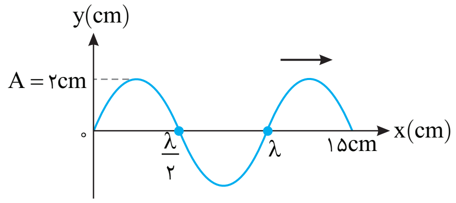
$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}}\lambda=vT\Rightarrow ۰/۱=۲۰T\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰۰}s=۰/۰۰۵s$

در حل این نوع مسائل پس از به‌دست آوردن دوره، بازهٔ زمانی داده شده را با آن مقایسه می‌کنیم.

$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۵}\Rightarrow\Delta t=۲T$

بازهٔ ارائه شده دو دورهٔ کامل است و در هر دوره ذره مسافت ۴A را طی می‌کند بنابراین:

۱ نوسان کامل	$۴A=۸cm$
۲ نوسان کامل	$۱۶cm$



B ۹۶ (۲)

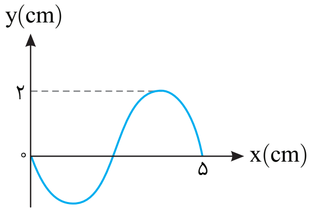
رابطهٔ تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$\begin{cases} v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v'=\sqrt{\frac{F'}{\mu}}\end{cases}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{۲۰۰}{۱۶۰}=\sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}}\Rightarrow\frac{۲۵}{۱۶}=\frac{F'}{۱۲۸}\Rightarrow F'=۲۰۰N$

$\Delta F=F'-F=۲۰۰-۱۲۸=۷۲N$

A ۹۷ (۳)

با توجه به نقش موج داده شده طول موج برابر ۵cm است.



$\begin{cases}\lambda=۵cm\\ v=۲۰cm/s\end{cases}$

$\Rightarrow\lambda=vT\Rightarrow ۵=۲۰\times T$

$\Rightarrow T=\frac{۱}{۴}s$

بنابراین $\Delta t=\frac{۱}{۸}s$ برابر نصف دوره است و مسافتی که هر ذره در نصف دوره طی می‌کند برابر نصف مسافت یک نوسان کامل است یعنی مسافتی برابر ۲A را طی می‌کند.

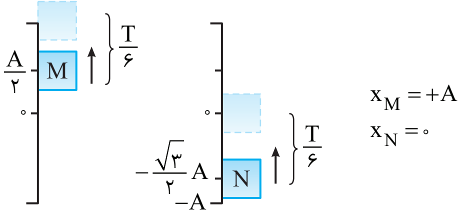
۱ نوسان کامل	$۴A=۸cm$
$\frac{۱}{۲}$ نوسان کامل	$؟=۴cm$

B ۹۸ (۴)

طول موج ۲m و تندی موج برابر ۱۰m/s است.

$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow ۱۰=\frac{۲}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵}s\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۵}}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۶}$

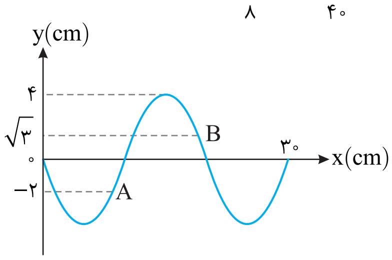
در لحظهٔ $t=۰$ ذرهٔ M در مکان $+\frac{A}{۲}$ بوده و در حال حرکت به سمت بالا (نقطهٔ بازگشت) است و نقطهٔ N در مکان $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و در حال حرکت به سمت بالا (نقطهٔ تعادل) است.



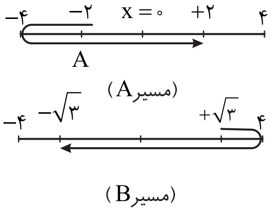
B ۹۹ (۲)

طول موج برابر است با:

$۳\frac{\lambda}{۲}=۳۰\Rightarrow\lambda=۲۰cm\xrightarrow{v=\lambda/T}T=\frac{۰/۲}{۸}\Rightarrow T=\frac{۱}{۴۰}s$



بازهٔ زمانی $\frac{۱}{۸۰}s$ نصف دوره $(T=\frac{۱}{۴۰}s)$ است و در مدت نصف دوره مسیر ذرهٔ A و ذرهٔ B مطابق شکل‌های زیر است.



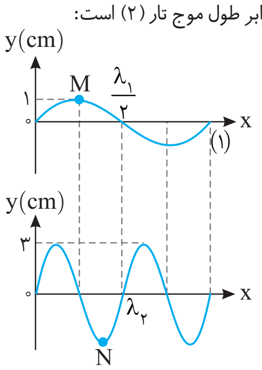
$\Delta y_A=۲+۲=۴$

$|\Delta y_B|=\sqrt{۳}+\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}$

$\Rightarrow\frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۴}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

B ۱۰۰ (۴)

با توجه به شکل دو نمودار طول موج تار (۱) دو برابر طول موج تار (۲) است:



$\begin{cases}\lambda_۱=\frac{v_۱}{f_۱}\\ \lambda_۲=\frac{v_۲}{f_۲}\end{cases}\xrightarrow{v_۱=v_۲}\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{f_۲}{f_۱}$

$\Rightarrow\frac{f_۲}{f_۱}=۲\Rightarrow\frac{\frac{۱}{T_۲}}{\frac{۱}{T_۱}}=۲\Rightarrow\frac{T_۱}{T_۲}=۲$

دورهٔ نوسان ذرات موج (۱) (مثل نقطهٔ M) دو برابر دورهٔ نوسان ذرات موج (۲) (مثل نقطهٔ N) است

$$\begin{cases} T_M=\dfrac{t_M}{N_M} \\ T_N=\dfrac{t_N}{N_N} \end{cases} \xrightarrow{t_M=t_N} \frac{T_M}{T_N}=\frac{N_N}{N_M} \Rightarrow ۲=\frac{N_N}{۲} \Rightarrow N_N=۴$$

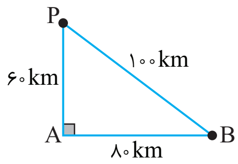
B ۱۰۱ (۱)

فاصلهٔ ایستگاه رادیویی B را از گیرندهٔ P حساب می‌کنیم:

$$PB^۲=۶۰^۲+۸۰^۲ \Rightarrow PB=۱۰۰km$$

اختلاف راه A و B از P را به‌دست می‌آوریم:

$$\delta=PB-PA=۱۰۰-۶۰=۴۰km$$



اختلاف زمانی رسیدن سیگنال به P برابر است با:

$$\Delta x=vt \Rightarrow t=\frac{\delta}{v}=\frac{۴۰\times ۱۰^۳}{۳\times ۱۰^۸}=\frac{۴}{۳}\times ۱۰^{-۴}s$$

A ۱۰۲ (۱)

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}=۷۶ \Rightarrow \log\frac{I}{I_۰}=۷/۶=۷+۰/۶ \Rightarrow \log ۱۰^۷+۲\log ۲$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_۰}=۴\times ۱۰^۷ \Rightarrow \frac{I}{۱۰^{-۱۲}}=۴\times ۱۰^۷ \Rightarrow I=۴\times ۱۰^{-۵}\frac{W}{m^۲}$$

B ۱۰۳ (۱)

تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۲۶=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow ۲/۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}, ۲+۰/۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

به‌جای عدد ۲، $\log ۱۰^۲$ و به جای عدد ۰/۶، $۲\log ۲$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log ۱۰^۲+۲\log ۲=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow \log(۲^۲\times ۱۰^۲)=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

$$\Rightarrow ۲^۲\times ۱۰^۲=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow I=۴\times ۱۰^{-۱۰}W/m^۲$$

A ۱۰۴ (۲)

تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۸۰=۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۸=\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۱۰^۸=\frac{I}{I_۰} \Rightarrow I=۱۰^۸ I_۰=۱۰^{-۴}\frac{W}{m^۲}$$

شدت صوت از رابطهٔ $I=\frac{P}{A}$ به‌دست می‌آید که چون جبهه‌های موج صوتی کروی هستند، $A=۴\pi r^۲$ است:

$$۱۰^{-۴}=\frac{۴۸}{A} \Rightarrow A=۴۸\times ۱۰^۴ \Rightarrow ۴\pi r^۲=۴۸\times ۱۰^۴ \xrightarrow{\pi=۳}$$

$$۱۲r^۲=۴۸\times ۱۰^۴ \Rightarrow r^۲=۴\times ۱۰^۴ \Rightarrow r=۲\times ۱۰^۲=۲۰۰m$$

B ۱۰۵ (۳)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}-۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰} \Rightarrow \beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{\frac{I_۱}{I_۰}}{\frac{I_۲}{I_۰}} \Rightarrow \beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}$$

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_۱}{I_۲}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

$$۵۴-۴۰=۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow ۱۴=۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow ۱/۴=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

$$\Rightarrow ۲-۰/۶=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \log ۱۰^۲-۲\log ۲=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۴}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

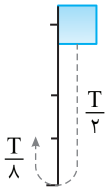
$$\Rightarrow r_۲=۵r_۱ \xrightarrow{r_۲-r_۱=۳۶} ۵r_۱-r_۱=۳۶ \Rightarrow r_۱=۹m$$

B ۱۰۶ (۱)

ابتدا دورهٔ موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \dfrac{\lambda}{۴}=۱۰ \Rightarrow \lambda=۴۰cm=۰/۴m \\ v=۲۰m/s \end{cases} \Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=T=\frac{۰/۴}{۲۰}=\frac{۱}{۵۰}s$$

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۸۰}}{\frac{۱}{۵۰}} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T}=\frac{۵}{۸} \Rightarrow \Delta t=\frac{۵T}{۸}=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۸}$$



ذرهٔ A ابتدا در دامنهٔ مثبت قرار دارد و هنگام عبور از نقطهٔ تعادل بردار شتاب آن تغییر می‌کند.

B ۱۰۷ (۲)

ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۸۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow ۱۰^۸=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow I=۱۰^{-۴}W/m^۲$$

توان در محل شنونده را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P'}{A} \Rightarrow I=\frac{P'}{۴\pi R^۲} \Rightarrow ۱۰^{-۴}=\frac{P'}{۴\times ۳\times(۲۰)^۲}$$

$$\Rightarrow P'=۴۸۰۰\times ۱۰^{-۴}\times ۱۰^۳W \Rightarrow P'=۴۸۰mW$$

توان جذب شده توسط محیط برابر است با:

$$\Delta P=۴۸۰-۵۰۰=-۲۰ \text{ میلی وات} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P}=\frac{۲۰}{۵۰۰}=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}=۰/۰۴=۴\%$$

B ۱۰۸ (۳)

با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\beta'=۱/۳\beta \Rightarrow \log\frac{I'}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow \log\frac{۸I}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰}$$

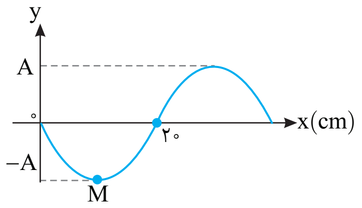
$$\Rightarrow \log ۸+\log\frac{I}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۳\log ۲=۰/۳\log\frac{I}{I_۰}$$

$$\Rightarrow ۳\times ۰/۳=۰/۳\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow \log\frac{I}{I_۰}=۳,\ \beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}=۱۰\times ۳=۳۰dB$$

C ۱۰۹ (۱)

ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم.

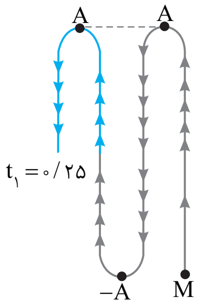
$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰ \Rightarrow \lambda=۴۰cm$$



دوره را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{\lambda}{v} \Rightarrow T=\frac{۰/۴}{۲} \Rightarrow T=۰/۲s$$

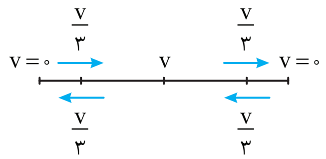
در لحظهٔ $t_۱=۰/۲۵s$، نقطهٔ M، یک نوسان کامل را در ۰/۲s انجام داده به محل اولش باز می‌گردد سپس در مدت $۰/۲۵-۰/۲=۰/۰۵s$ به محل تعادل خود می‌رسد $(y=۰)$ و از آن جا به مدت ۰/۰۵s به انتهای مسیر (نقطهٔ A) می‌رود که حرکت کندشونده است $(t=۰/۳s)$ و در ۰/۰۵s باقیمانده از A به تعادل بر می‌گردد و حرکت تندشونده است.



(البته این مسیر روی خط راست است که برای نمایش آن به صورت شکل بالا نمایش داده شده است.)

A ۱۱۰ (۳)

تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطهٔ تعادل بیشینه یعنی v است از این‌رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل روبه‌رو در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{3}$ می‌شود.



نتیجه: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{1}{n}v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

B ۱۱۱ (۱)

با توجه به نمودار دامنه نوسانگر 2cm است و در مکان $\sqrt{2}$cm انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر و برابر 20mJ است، بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

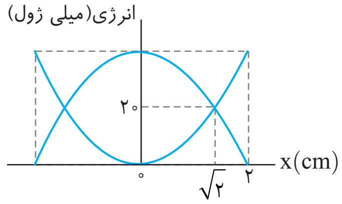
$$E=U+K=20+20\Rightarrow E=40mJ$$

از طرفی انرژی مکانیکی برابر مقدار بیشینه انرژی جنبشی $(E=K_m)$ است. در نتیجه تغییر انرژی از صفر تا 40mJ یعنی جابه‌جایی نوسانگر از انتهای مسیر تا مرکز نوسان که $\frac{1}{4}$ دوره $(\frac{T}{4})$ طول می‌کشد. با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{T}{4}=0/05\Rightarrow T=0/2s$$

در لحظهٔ گذر از مرکز نوسان $(x=0)$ تندی بیشینه و برابر است با:

$$v_m=A\omega\xrightarrow[A=0/02m]{\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0/2}=10\pi rad/s}v_m=0/02\times10\pi=\frac{\pi}{5}m/s$$



A ۱۱۲ (۲)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=(\frac{A_2}{A_1})^2}\beta_2-\beta_1=10\log(\frac{A_2}{A_1})^2$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=10\log(\frac{0/8A_1}{A_1})^2=10\log0/64$$

$$\Delta\beta=10\log\frac{64}{100}=10(\log64-\log100)\Rightarrow\Delta\beta=10(\log2^6-\log10^2)$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=10(6\log2-2)=10(6\times0/3-2)\Rightarrow\Delta\beta=-2dB$$

B ۱۱۳ (۲)

نوسانگر در دامنهٔ خود بوده و از جرم کاسته شده پس در دورهٔ جدید حرکت دامنهٔ نوسان تغییر نمی‌کند. بسامد حرکت از رابطهٔ $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ به‌دست می‌آید، $\frac{3}{4}$ از جرم جسم کاسته شده بنابراین جرم جسم $\frac{1}{4}$ شده است و چون بسامد با جرم رابطهٔ عکس و جذری دارد $(f\propto\frac{1}{\sqrt{m}})$، بسامد نوسان دو برابر می‌شود.

A ۱۱۴ (۴)

در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیشترین بسامد را دارد.

A ۱۱۵ (۱)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_2-\beta_1=5\beta_1-\beta_1=4\beta_1\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_0}-\log\frac{I_1}{I_0}=4\log\frac{I_1}{I_0}$$

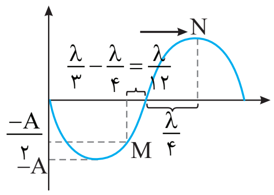
$$\Rightarrow\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}=4\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=4\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=(\frac{I_1}{I_0})^4$$

$$\Rightarrow\frac{16I_1}{I_1}=(\frac{I_1}{I_0})^4\Rightarrow2=\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow I=2\times10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

B ۱۱۶ (۱)

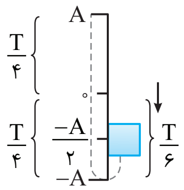
ابتدا دورهٔ موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{3\lambda}{4}=30cm\Rightarrow\lambda=40cm=0/4m\Rightarrow\lambda=vT\Rightarrow0/4=40\times T\Rightarrow T=\frac{1}{100}s$$



مدت زمانی که موج از M به N رسیده $\frac{1}{300}s$ یعنی $\frac{T}{3}$ است، پس فاصلهٔ نقاط M و N از هم $\frac{\lambda}{3}$ است.

بنابراین ذرهٔ M در این لحظه از مکان $-\frac{A}{2}$ به سمت پایین در حال نوسان است:



$$\Delta t=\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{6}=\frac{4T}{6}$$

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{2T}{3}=\frac{2}{300}=\frac{1}{150}s$$

A ۱۱۷ (۳)

شدت صوت را در محل پردهٔ گوش شخص به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow50=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-7}W/m^2$$

انرژی در مدت ۵۰ ثانیه برابر است با:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow E=IAt$$

$$\Rightarrow E=10^{-7}\times6\times10^{-6}\times50=3\times10^{-10}J=3\times10^{-4}\mu J$$

پاسخ فصل چهارم

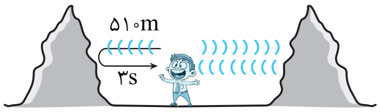
۱۱۸ B (۲)

شخص اولین پژواک صدایش را پس از $3s$ شنیده است یعنی صوت در مدت $3s$ به صخرهٔ نزدیک‌تر در فاصلهٔ $510m$ برخورد کرده و بازگشته است از این رو سرعت صوت در محیط خواهد شد. مسافت $l=v\Delta t\Rightarrow 2\times510=v\times3\Rightarrow v=340\,m/s$

پژواک دوم $1s$ پس از پژواک اول شنیده شده است از این رو پژواک دوم پس از $3+1=4s$ شنیده می‌شود. یعنی صوت از شنونده تا صخره دورتر $2s$ در راه بوده است و فاصله شخص از صخرهٔ دورتر خواهد شد.

$$l_2=vt=340\times2=680m$$

فاصله دو صخره از هم برابر است با: $510+680=1190m$



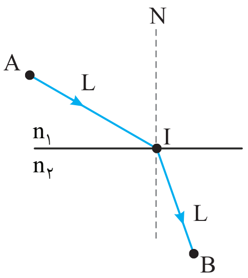
۱۱۹ A (۱)

سرعت نور در محیط دوم برابر است با: $\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow v_2=\frac{n_1}{n_2}v_1$

زمان حرکت نور از A تا I برابر است با: $t_1=\frac{L}{v_1}$

و از I تا B برابر است با: $t_2=\frac{L}{v_2}=\frac{L}{\frac{n_1}{n_2}v_1}=\frac{n_2}{n_1}\frac{L}{v_1}$

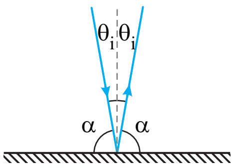
بنابراین زمان رسیدن از A تا B برابر می‌شود با:



$$t=t_1+t_2=\frac{L}{v_1}+\frac{n_2}{n_1}\frac{L}{v_1}\Rightarrow t=\frac{L}{v_1}(1+\frac{n_2}{n_1})$$

۱۲۰ A (۱)

با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:



$$\theta_i+\theta_i=\frac{1}{4}\alpha\Rightarrow\alpha=8\theta_i$$

$$\alpha+\theta_i=90^\circ\Rightarrow 8\theta_i+\theta_i=90^\circ\Rightarrow\theta_i=10^\circ$$

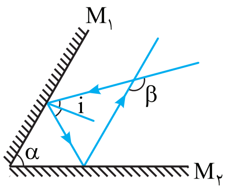
۱۲۱ A (۴)

با توجه به ضریب شکست داریم:

$$v=\frac{c}{n}\Rightarrow v=\frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

۱۲۲ A (۱)

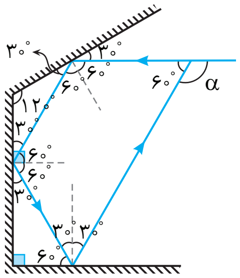
در آینه‌های متقاطع زاویهٔ انحراف یعنی زاویهٔ بین امتداد پرتو اولیه با امتداد پرتو بازتاب از آینهٔ دوم به زاویهٔ تابش بستگی ندارد و $\beta=2\alpha$ است (اگر α حاده باشد) بنابراین با تغییر i، β تغییر نمی‌کند. فرض این است که پرتو بعد از بازتاب از آینهٔ M_1 به آینهٔ M_2 بتابد.



۱۲۳ A (۲)

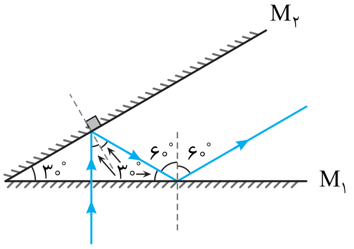
با توجه به نیم خط عمود و قانون بازتاب عمومی داریم:

$$\alpha=180^\circ-60^\circ=120^\circ$$



۱۲۴ B (۲)

تعداد دفعات بازتاب تا لحظه‌ای رخ می‌دهد که پرتو بازتاب با یکی از آینه‌ها موازی شود و یا زاویهٔ بین پرتو و یکی از آینه‌ها از زاویهٔ بین دو آینه کوچک‌تر شود. با این توضیحات و مطابق شکل گزینهٔ (۲) درست است.

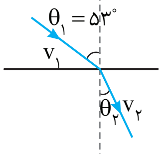


۱۲۵ B (۴)

با توجه به صورت مسئله سرعت نور از محیط ۱ به محیط ۲، ۲۵٪ کاهش یافته است:

$$v_2=v_1\underset{\text{کاهش}}{-}\underset{25\%}{\frac{25}{100}}v_1\Rightarrow v_2=0/75v_1$$

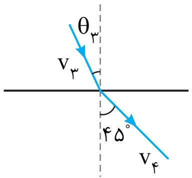
رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و زاویه شکست $\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$ است.



$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}\Rightarrow\frac{v_1}{0/75v_1}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{0/75}=\frac{0/8}{\sin\theta_2}\Rightarrow\sin\theta_2=0/6\Rightarrow\theta_2=37^\circ$$

سرعت نور در محیط (۴)، ۴۰ درصد بیشتر از سرعت نور در محیط (۳) است:



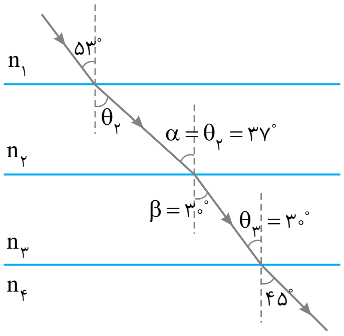
$$v_4=v_3+\frac{40}{100}v_3\Rightarrow v_4=1/4v_3$$

$$\frac{v_3}{v_4}=\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_4}\Rightarrow\frac{v_3}{1/4v_3}=\frac{\sin\theta_3}{\sin45^\circ}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{1/4}=\frac{\sin\theta_3}{0/7}\Rightarrow\sin\theta_3=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta_3=30^\circ$$

حال با توجه به خطوط موازی و مورب، α در مرز دو محیط ۲ و ۳ برابر 37° و β در مرز دو محیط ۳ و ۴ برابر 30° است.

رابطهٔ بین ضریب شکست دو محیط و زاویهٔ پرتو تابش و شکست به صورت زیر است:



$$\frac{n_2}{n_3}=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\Rightarrow\frac{n_2}{n_3}=\frac{\sin30^\circ}{\sin37^\circ}$$

$$\Rightarrow\frac{n_2}{n_3}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{10}}\Rightarrow\frac{n_2}{n_3}=\frac{5}{6}$$

A ۱۲۶ (۴)

در امواج ایستاده، تمام نقاط بین دو گره با هم بالا و پایین می‌روند اما دامنهٔ این نقاط از گره تا شکم در حال افزایش است، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. از طرفی تمام نقاط محیط با بسامد موج در نوسان بوده و بسامد آن‌ها یکسان است و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است. سرعت هر ذره از محیط هنگام گذر از وضع تعادلش برابر $v_m = A\omega$ بوده که نقطهٔ A دارای دامنهٔ بزرگ‌تری است پس سرعتش بیشتر است و گزینه (۴) درست است.

A ۱۲۷ (۲)

در امواج ایستاده فاصلهٔ دو شکم یا گرهٔ متوالی $\frac{\lambda}{۲}$ است، از این رو ابتدا طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۶۰}{۴۰۰} \Rightarrow \lambda = ۰/۴\text{m} = ۴۰\,\text{cm}$$

اکنون فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی را به‌دست می‌آوریم: $\frac{\lambda}{۲} = ۲۰\,\text{cm}$ = فاصلهٔ دو گره متوالی

A ۱۲۸ (۲)

رابطهٔ بسامد یک تار مرتعش به شکل زیر است:

$$f = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow f = \frac{n}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f = \frac{۲}{۲\times۰/۲}\sqrt{\frac{۱۲۰}{۱۲\times۱۰^{-۳}}} \Rightarrow f = ۵۰۰\,\text{Hz}$$

A ۱۲۹ (۳)

در یک تار مرتعش طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج است، بنابراین خارج قسمت طول تار به نصف طول موج باید عددی صحیح شود $\left(\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} = n\right)$. حال اعداد داده شده در گزینه‌ها را طبق این شرط امتحان می‌کنیم:

$$\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} = \frac{۲۴}{۸} = ۳ \text{ قق} \quad , \quad \frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} = \frac{۴۰}{۸} = ۵ \text{ قق}$$

$$\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} = \frac{۶۰}{۸} = ۷/۵ \text{ غقق} \quad , \quad \frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} = \frac{۱۲۰}{۸} = ۱۵ \text{ قق}$$

در نتیجه طول داده شده در گزینهٔ (۳) نمی‌تواند طول تار باشد.

A ۱۳۰ (۲)

ابتدا بسامد تشدیدی اصلی (مُد اصلی) را به‌دست می‌آوریم:

$$f_۱ = ۵۰۰ - ۳۷۵ = ۱۲۵\,\text{Hz}$$

بنابراین مدهای این تار برابر است با:

۱۲۵Hz, ۲۵۰Hz, ۳۷۵Hz, ۵۰۰Hz, ۶۲۵Hz, ۷۵۰Hz, ۸۷۵Hz

یعنی کافی بود به ۷۵۰Hz عدد ۱۲۵Hz را اضافه می‌کردیم.

A ۱۳۱ (۱)

بسامد هماهنگ nام یک تار برابر است با:

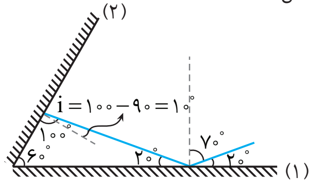
$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۲۱۰ = \frac{۳v}{۲\times\frac{۵۰}{۱۰۰}} \Rightarrow v = ۷۰\,\text{m/s}$$

سرعت پیشروی موج در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow[v = v_۰\,\text{m/s}]{\mu = \frac{m}{L} = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۵۰\times۱۰^{-۲}}} v_۰ = \sqrt{\frac{F}{۱۰^{-۲}}} \Rightarrow ۴۹۰۰ = \frac{F}{۱۰^{-۲}} \Rightarrow F = ۴۹\text{N}$$

B ۱۳۲ (۱)

خط عمود بر سطح آینهٔ (۱) را رسم می‌کنیم و زاویهٔ تابش به سطح آینهٔ (۲) را به‌دست می‌آوریم، که مطابق شکل ۱۰° است.



A ۱۳۳ (۱)

در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می‌کند، در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد. $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{v_۱}{v_۲}$

از طرفی سرعت انتشار موج در طناب $\left(v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\right)$ با قطر (شعاع) سطح مقطع طناب نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{D_۲}{D_۱} \Rightarrow \frac{۷}{\lambda_۲} = \frac{D_۲}{۳D_۲} \Rightarrow \lambda_۲ = ۲۱\text{cm}$$

A ۱۳۴ (۳)

ابتدا تندی موج را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۲۵۰}{۴\times۱۰^{-۳}}} = \sqrt{\frac{۲۵}{۴}\times۱۰^{۴}} = \frac{۵}{۲}\times۱۰^{۲} \Rightarrow v = ۲۵۰\,\text{m/s}$$

با توجه به رابط $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج را به‌دست می‌آوریم:

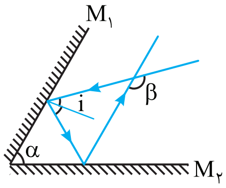
$$\lambda = \frac{۲۵۰}{۳۱۲/۵} = \frac{۲۵۰۰}{۳۱۲۵} = \frac{۱۰۰}{۱۲۵} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸\text{m}$$

A ۱۳۵ (۱)

زاویهٔ تابش $\theta_۱ = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$ و زاویهٔ شکست $\theta_۲ = ۳۰ + ۱۵ = ۴۵^\circ$ است از این‌رو ضریب شکست خواهد شد:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} \\ \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{\sin ۴۵^\circ}{\sin ۳۰^\circ} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \sqrt{۲}$$

A ۱۳۶ (۱)



در آینه‌های متقاطع زاویهٔ انحراف یعنی زاویهٔ بین امتداد پرتو اولیه با امتداد پرتو بازتاب از آینهٔ دوم به زاویهٔ تابش بستگی ندارد و $\beta = ۲\alpha$ است (اگر α ثابت باشد)، بنابراین با تغییر i، β تغییر نمی‌کند. فرض این است که پرتو بعد از بازتاب از آینهٔ $M_۱$ به آینهٔ $M_۲$ بتابد.

A ۱۳۷ (۱)

وقتی تشدید رخ می‌دهد که بسامد نوسان‌کننده با بسامد یکی از هماهنگ‌های سیم ویولن برابر باشد. بسامدهای ۶۰۰Hz و ۹۰۰Hz بسامدهای دو هماهنگ متوالی این تار هستند. در این صورت بسامد اصلی تار برابر تفاضل این دو بسامد است:

$$f_۱ = ۹۰۰ - ۶۰۰ \Rightarrow f_۱ = ۳۰۰\text{Hz}$$

$$f_۱ = \frac{v}{۲L} \Rightarrow ۳۰۰ = \frac{v}{۲\times۰/۲۵} \Rightarrow v = ۱۵۰\,\text{m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow ۱۵۰\times۱۵۰ = \frac{F}{\frac{۰/۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}} \Rightarrow F = ۴۵\text{N}$$

پاسخ فصل پنجم

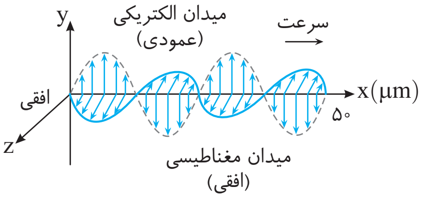
۱۳۸ A (۳)

انرژی کل $E=nhf$ را با $E=Pt$ مساوی قرار می‌دهیم:

$$nhf=Pt\Rightarrow n\times ۲=\frac{۱۰۰\times ۱۶}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}\Rightarrow n=۵\times ۱۰^{۲۱}$$

۱۳۹ A (۴)

با توجه به نقش موج داده شده می‌توان به راحتی طول موج را به‌دست آورد:



$$۲\lambda=۵۰\times ۱۰^{-۶}m\Rightarrow \lambda=۲۵\times ۱۰^{-۶}m$$

انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۵\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow E=۴/۸\times ۱۰^{-۲}eV$$

۱۴۰ B (۲)

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی بیشینه می‌توان نوشت:

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_۰$$

$$\Rightarrow K_{max}=۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۷۰\times ۱۰^{-۹}}-۲=۴/۶-۲=۲/۶eV$$

۱۴۱ A (۳)

از لیزر در برش فلزات استفاده می‌شود و گزینهٔ (۳) درست است.

۱۴۲ B (۴)

برای یونیزه شدن باید الکترون از حالت پایه $n=۱$ به حالت $n=\infty$ برود. فوتونی که در این حالت دریافت می‌کند برابر فوتونی است که هنگام گذار از $n=\infty$ به $n=۱$ آزاد می‌کند. درواقع طول موج جذبی یا طول موج گسیلی برابر است. از این‌رو:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n_l^۲}-\frac{۱}{n_u^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\lambda=۱۰۰nm$$

۱۴۳ A (۲)

با توجه به الگوی اتمی بور:

$$r_n=n^۲a_۰\xrightarrow{n=۳}r_۳=۹a_۰\Rightarrow r_۳=۹r_۱$$

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\xrightarrow{n=۳}E_۳=\frac{-E_R}{۹}\Rightarrow E_۳=\frac{۱}{۹}E_۱$$

۱۴۴ B (۳)

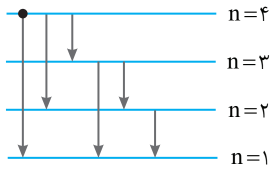
راه‌حل اول: با توجه به شکل روبه‌رو، ۶ نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل کند.

ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=۱$ را می‌شماریم: $۴\to۳\to۲\to۱$ سه نوع فوتون

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=۲$ را می‌شماریم: $۳\to۱$, $۴\to۲$ دو نوع فوتون

سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=۳$ را می‌شماریم: $۴\to۱$ یک نوع فوتون

راه‌حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۴ را با هم جمع کنیم: $۳+۲+۱=۶$



۱۴۵ B (۲)

راه‌حل اول: در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیهٔ نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج ۶۵۶nm ، سبز با طول موج ۴۸۶nm، آبی با طول موج ۴۳۴nm و بنفش با طول موج ۴۱۰nm که همگی مربوط به سری طول موج‌های بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۲$ می‌رود. طول موج ۶۶۰nm از بقیهٔ طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می‌باشد به همین دلیل الکترون از تراز $n=۳$ به تراز $n'=۲$ می‌رود.

راه‌حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به‌دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می‌کنیم.

$$E=h\frac{c}{\lambda}=\frac{۴/۱۳۶\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow E=۱/۸۸eV$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=۳$ و $n'=۲$ یکسان است:

$$E_۳-E_۲=-۱/۵۱-(-۳/۳۹)\Rightarrow E_۳-E_۲=۱/۸۸eV$$

۱۴۶ A (۱)

بلندترین طول موج رشتهٔ پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۳$ برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow\lambda\sim۲۰۰۰nm\Rightarrow\lambda\sim۲\mu m$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشتهٔ پاشن وقتی است که الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=۳$ برود.

$$\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\lambda=۹۰۰nm=۰/۹\mu m$$

۱۴۷ A (۲)

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطهٔ $E_n=\frac{E_R}{n^۲}$ به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}E_۱=\frac{E_R}{۱}\\ E_۳=\frac{E_R}{۹}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E=E_۱-E_۳}\Delta E=\frac{E_R}{۱}-\frac{E_R}{۹}\Rightarrow\Delta E=\frac{۸}{۹}E_R$$

$$\begin{cases}E_۴=\frac{E_R}{۱۶}\\ E_۶=\frac{E_R}{۳۶}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E'=E_۴-E_۶}$$

$$\Delta E'=\frac{E_R}{۱۶}-\frac{E_R}{۳۶}\Rightarrow\Delta E'=\frac{۹E_R}{۱۴۴}-\frac{۴E_R}{۱۴۴}=\frac{۵E_R}{۱۴۴}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{\frac{۸}{۹}E_R}{\frac{۵E_R}{۱۴۴}}\Rightarrow\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{۸\times۱۴۴}{۵\times۹}=\frac{۱۲۸}{۵}=\frac{۲۵۶}{۱۰}=۲۵/۶$$

۱۴۸ B (۳)

کمترین بسامد مربوط به رشتهٔ بالمر مربوط به گذار از تراز $n=۳$ به $n'=۲$ است، بنابراین:

$$\Delta E=E_۳-E_۲=\frac{-۱۳/۶}{۹}-(\frac{-۱۳/۶}{۴})=\frac{۱۳/۶(۹-۴)}{۳۶}=\frac{۵(۱۳/۶)}{۳۶}$$

$$\Delta E=hf\Rightarrow f=\frac{\Delta E}{h}\Rightarrow f=\frac{۵\times۱۳/۶}{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۵}}\simeq\frac{۷/۵۵}{۱۶}\times۱۰^{۱۵}Hz$$

۱۴۹ A (۳)

دومین طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن برابر $n=۵$ است.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۲۵})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=R\frac{۱۶}{۲۲۵}\Rightarrow\lambda=\frac{۲۲۵}{۱۶}\times\frac{۱}{R}$$

$$\lambda=\frac{۲۲۵}{۱۶}\times۱۰^{۲}nm$$

سومین طیف اتمی هیدروژن در طیف پاشن برابر $n=۶$ است.

$$\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۳۶})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۳}{۳۶})$$

$$\lambda'=۱۲\times۱۰^{۲}\,nm$$

حال اختلاف دو طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda-\lambda'=\frac{۲۲۵}{۱۶}\times۱۰^{۲}-۱۲\times۱۰^{۲}=۱۰^{۲}(\frac{۲۲۵}{۱۶}-۱۲)=\frac{۸۲۵}{۴}$$

B ۱۵۰ (۳)

انرژی فوتون تابشی، برابر اختلاف انرژی مدارهای $n_۲$ و $n_۱$ است و داریم:

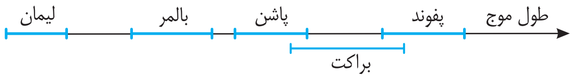
$$E_{n_۲}-E_{n_۱}=-\frac{E_R}{n_۲^۲}-(-\frac{E_R}{n_۱^۲})\Rightarrow ۱۲/۷۵=E_R(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲})$$

$$\Rightarrow ۱۲/۷۵=۱۳/۶(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲})$$

با جای‌گذاری گزینه‌ها در رابطهٔ بالا، $n_۱=۱$ و $n_۲=۴$ به‌دست می‌آید و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۵۱ (۴)

با توجه به نمودار طول موج گسیلی زیر، گزینهٔ (۴) درست است.



B ۱۵۲ (۲)

$$E_B=۳E_A\Rightarrow\frac{hc}{\lambda_B}=۳\frac{hc}{\lambda_A}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\lambda_A=۳\lambda_B\\ \lambda_A-\lambda_B=۴\end{cases}\Rightarrow\lambda_A=۶nm\ ,\ \lambda_B=۲nm$$

A ۱۵۳ (۴)

انرژی پرتوهای نور برابر است با:

$$E=nh\frac{c}{\lambda}\Rightarrow ۱۲۰=n\times۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶/۶\times۱۰^{-۷}}$$

$$\Rightarrow n=۴۰\times۱۰^{۱۹}\Rightarrow n=۴\times۱۰^{۲۰}$$

B ۱۵۴ (۱)

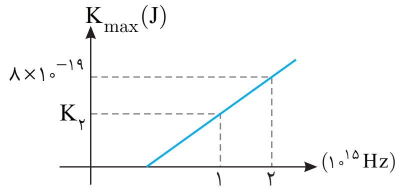
طبق رابطهٔ $K_{max}=hf-W_۰$ شیب خط این نمودار برابر h می‌باشد، بنابراین:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۳۰۰\times۱۰^{-۹}}=۱۰^{۱۵}Hz$$

$$h=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}-K_۲}{۲\times۱۰^{۱۵}-۱\times۱۰^{۱۵}}=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J.s$$

$$\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۱۹}-K_۲=۶/۴\times۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow K_۲=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J.s$$



B ۱۵۵ (۳)

رشتهٔ بالمر یعنی $n'=۲$، بلندترین طول موج گسیلی یعنی فوتون گسیلی کمترین انرژی را داشته باشد از این رو در رشتهٔ بالمر باید الکترون از $n=۳$ به $n'=۲$ برود.

انرژی الکترون در هر تراز برابر $E_n=\frac{-E_R}{n^۲}$ است بنابراین:

$$\begin{cases}E_۳=\frac{E_R}{n^۲}=\frac{۱۳/۶}{۹}\\ E_۲=\frac{E_R}{n'^۲}=\frac{۱۳/۶}{۴}\end{cases}\Rightarrow\Delta E=hf\Rightarrow\frac{۱۳/۶}{۴}-\frac{۱۳/۶}{۹}=\frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow\frac{۶۸}{۳۶}=\frac{۱۲۴۰}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۲۴۰\times۳۶}{۶۸}\simeq۶۵۶nm$$

A ۱۵۶ (۱)

وقتی در رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$، $n'=۲$ باشد، سری طول موج‌های گسیلی مربوط به سری بالمر بوده که دارای چهار طول موج گسیلی مرئی و یک طول موج گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش است.

B ۱۵۷ (۱)

بنا بر رابطهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک داریم:

$$K_m=hf-W_۰\xrightarrow{K'_m=۴K_m}hf'-W_۰=۴(hf-W_۰)$$

$$hf'=۴hf-۳W_۰\xrightarrow{f'=kf}khf=۴hf-۳W_۰$$

$$\Rightarrow k=۴-\frac{۳W_۰}{hf}\Rightarrow ۱<k<۴$$

B ۱۵۸ (۳)

ابتدا طول موج پرتو گسیل‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}}\approx\frac{۳}{۶۰۰}\times۱۰^{-۴}=\frac{۱}{۲۰۰}\times۱۰^{-۴}=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۴}=۵۰۰nm$$

λ در محدودهٔ نور مرئی به‌دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=۲$ صدق می‌کند که تنها در گزینهٔ (۳)، $n'=۲$ بیان شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۵۹ (۴)

در سری بالمر، فقط پنجمین خط طیفی فرابنفش است و بقیه نور مرئی است. از طرفی طول‌موج فرابنفش کوتاه‌تر از ۴۰۰nm است بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

پاسخ فصل ششم

A ۱۶۰ (۳)

در یک هستهٔ پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته از جرم هسته بیشتر است.

A ۱۶۱ (۳)

در گسیل پوزیترون، یک پروتون به یک پوزیترون و یک نوترون تبدیل می‌شود و بار هسته به اندازه $e=1/6\times10^{-19}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.
در گسیل الکترون، یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود و بار هسته $1/6\times10^{-19}C$ افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست است. در گسیل α دو پروتون از هسته جدا شده و بار هسته $2\times1/6\times10^{-19}=3/2\times10^{-19}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است با توضیحات داده شده گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۱۶۲ (۳)

با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{4}_{2}He+{}^{27}_{13}Al\rightarrow{}^{A}_{Z}X+{}^{1}_{0}n\Rightarrow\begin{cases}4+27=A+1\Rightarrow A=30\\2+13=Z+0\Rightarrow Z=15\end{cases}$$

A ۱۶۳ (۳)

با توجه به فرض مسأله:

$${}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{208}_{81}Tl+{}^{0}_{+1}e+{}^{4}_{2}He\Rightarrow\begin{cases}A=208+0+4\Rightarrow A=212\\Z=81+1+2\Rightarrow Z=84\end{cases}$$

B ۱۶۴ (۳)

راه‌حل اول: استفاده از تعریف:

$$m\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{2}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{4}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{8}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{16}\ \text{باقی‌مانده}$$

بنابراین $\frac{15}{16}$ مقدار اولیه واپاشیده شده است. $m-\frac{m}{16}=\frac{15}{16}m=75g\Rightarrow m=80\,g$

در مدت ۲۰ شبانه روز، از $80\,g$، ۷۵ گرم واپاشیده شده است یعنی ۵ گرم باقی‌مانده است و پس از گذشت یک نیمه‌عمر دیگر یعنی گذشت ۵ شبانه‌روز دیگر، $\frac{5}{2}=2/5\,g$ از آن باقی می‌ماند.

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه‌های نیمه‌عمر است. در این رابطه‌ها n تعداد نیمه‌عمرها و M، جرم مادهٔ پرتوزای اولیه و m جرم ماده پرتوزای باقی‌مانده است.

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow n=\frac{20}{5}=4$$

$$m=\frac{M}{2^n}\Rightarrow M-75=\frac{M}{2^4}\Rightarrow M-75=\frac{M}{16}\Rightarrow M=80\,g$$

$$m=\frac{M}{2^n}\Rightarrow 2/5=\frac{80}{2^n}\Rightarrow 2^n=32\Rightarrow n=5$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow 5=\frac{t}{5}\Rightarrow t=25\ \text{شبانه‌روز}$$

A ۱۶۵ (۲)

۷۵ درصد از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده شده است یعنی ٪۲۵ از آن ماده فعال باقی مانده است:

$$N=N_0-\frac{75}{100}N_0\Rightarrow N=\frac{25N_0}{100}$$

$$\Rightarrow N=\frac{N_0}{4}=\frac{N_0}{2^2}\xrightarrow{N=N_0(\frac{1}{2})^n}\frac{N_0}{2^2}=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow n=2$$

در هر نیمه‌عمر نصف ماده وا پاشیده می‌شود پس برای آنکه مقدار ماده به $\frac{1}{4}$ حالت اولیه برسد باید دو نیمه عمر بگذرد. زمان واپاشی خواهد شد:

$$t=nT\Rightarrow t=2\times8=16D$$

B ۱۶۶ (۳)

با توجه به نمودار، نیمه‌عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه‌عمر عنصر A است:

$$N=\frac{N_0}{2^3}\Rightarrow N=\frac{1000}{2^3}=125\ \text{هسته}$$

برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو:

$$N_B=\frac{N_{0B}}{2^n}\Rightarrow125=\frac{1000}{2^n}\Rightarrow n=3$$

نیمه‌عمر عنصر B خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{3}{3}=1\ \text{روز}$$

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow\frac{N_0}{32}=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow n=5,\ T=\frac{t}{n}\Rightarrow1=\frac{t}{5}\Rightarrow t=5\ \text{روز}$$

A ۱۶۷ (۱)

ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به‌دست می‌آوریم:

$$E=mc^2\Rightarrow E=10^{-3}\times(3\times10^8)^2\Rightarrow E=9\times10^{13}J$$

اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صد متر بالا برد به‌دست می‌آوریم:

$$E=mgh\Rightarrow9\times10^{13}=m\times10\times100\Rightarrow m=9\times10^{10}kg$$

$$\Rightarrow m=90\times10^6\ \text{تن}\Rightarrow m=90\ \text{میلیون تن}$$

A ۱۶۸ (۱)

ذرهٔ گسیل شده از هسته یک ذرهٔ بتای منفی (الکترون) است. بنابراین عدد اتمی (تعداد پروتون‌های هسته) یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

A ۱۶۹ (۴)

تعداد هسته‌های باقی‌مانده $100-87/5=12/5$ درصد تعداد هسته‌های اولیه است:

$$\frac{N}{N_0}\times100=12/5\Rightarrow N=\frac{12/5}{100}N_0\Rightarrow N=\frac{1}{8}N_0$$

با توجه به رابطه نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow\frac{1}{8}N_0=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow n=3\ ,\ T_{\frac{1}{2}}=\frac{t}{n}\Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=\frac{24}{3}=8h$$

B ۱۷۰ (۱)

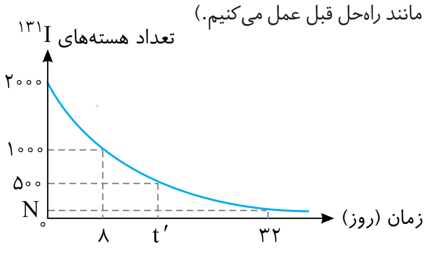
راه‌حل اول: با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' برابر دو نیمه‌عمر بوده و $2\times8=16$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$$2000\xrightarrow{\text{۸ روز}}1000\xrightarrow{\text{۸ روز}}500\xrightarrow{\text{۸ روز}}250\xrightarrow{\text{۸ روز}}N=125$$

راه‌حل دوم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}=\frac{32}{8}=4\ ,\ N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow N=\frac{N_0}{2^4}\Rightarrow N=\frac{2000}{16}\Rightarrow N=125$$

(در مورد t' مانند راه‌حل قبل عمل می‌کنیم.)



A ۱۷۱ (۴)

با توجه به فرض‌های مسأله می‌توان نوشت:

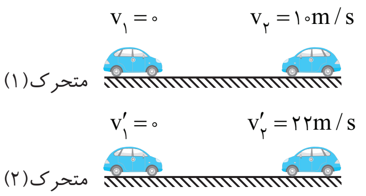
$$N_A=4N_B\Rightarrow\frac{N_{0A}}{2^{n_A}}=4\frac{N_{0B}}{2^{n_B}}\xrightarrow{N_{0A}=N_{0B}}$$

$$\frac{2^{n_B}}{2^{n_A}}=4\Rightarrow2^{n_B-n_A}=2^2\Rightarrow n_B-n_A=2$$

پاسخ فصل هفتم

۱۷۲ B (۲)

هر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و تندی اولیهٔ آن‌ها صفر است و با توجه به رابطهٔ $v=at+v_1$ داریم:



$10=at \Rightarrow 10=at \quad (1)$

$22=(a+1/5)t \Rightarrow 22=at+1/5t \quad (2)$

اگر معادلهٔ (۲) را از معادلهٔ (۱) کم کنیم: $22-10=1/5t \Rightarrow 12=\frac{3}{2}t \Rightarrow t=8s$

۱۷۳ B (۳)

سرعت در $t=0$ برابر $v_0=4m/s$ است. سرعت در $t=4s$ و $t=12s$ را به دست می‌آوریم، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

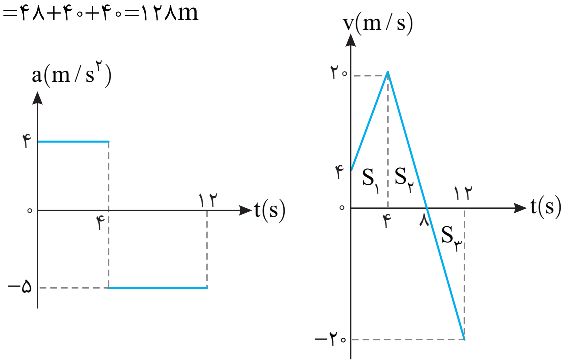
$t=4s \Rightarrow v=at+v_0 \Rightarrow v=4\times4+4=20m/s$

$t=12s \Rightarrow v=-5\times8+20 \Rightarrow v=-20m/s$

نمودار رسم شده در $t=8s$ محور زمان را قطع می‌کند. در این صورت:

$d=|S_1|+|S_2|+|S_3| \quad d=\frac{20+4}{2}\times4+\frac{20\times4}{2}+\frac{20\times4}{2}$

$d=48+40+40=128m$



۱۷۴ B (۳)

شعاع چرخش ذره را به‌دست می‌آوریم:

$\text{محیط دایره}=2\pi r \Rightarrow 12=2\times3r \Rightarrow r=2m$

دورهٔ حرکت برابر است با: $T=\frac{t}{N}=\frac{60}{6}=10s$

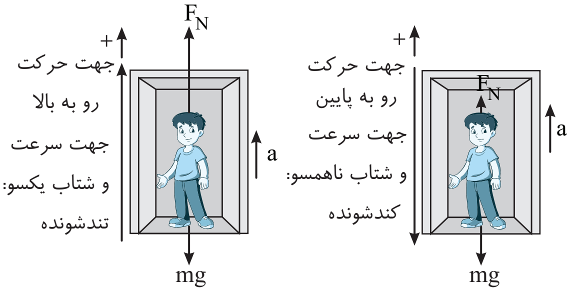
اکنون شتاب مرکزگرا به‌دست می‌آید: $a=r\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow a=2\times\frac{4\times9}{10^2} \Rightarrow a=\frac{18}{25}m/s^2$

۱۷۵ A (۳)

وقتی جسم روی باسکول (نیروسنج) قرار می‌گیرد توسط نیروسنج نیروی عمودی سطح F_N رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. بنابه قانون سوم نیوتون جسم هم بر باسکول نیروی واکنش F_N را رو به پایین اعمال می‌کند و باسکول در واقع F_N را نشان می‌دهد.

۱) $\underbrace{F_N}_{\text{عددباسکول}} > mg$ ⇐ { حرکت تندشونده رو به بالا / حرکت کندشونده رو به پایین } ⇐

$\vec{F}_{net}=m\vec{a} \Rightarrow F_N-mg=ma \Rightarrow F_N=mg+ma$



۲) $\underbrace{F_N}_{\text{عددباسکول}} < mg$ ⇐ { حرکت کندشونده رو به بالا / حرکت تندشونده رو به پایین } ⇐

$\vec{F}_{net}=m\vec{a} \Rightarrow F_N-mg=-ma \Rightarrow F_N=mg-ma$

۱۷۶ B (۳)

به ازای هر ۴ نوسان آونگ A، آونگ B، ۵ نوسان کامل انجام می‌دهد، بنابراین دورهٔ A بزرگ‌تر است و می‌توان نوشت: $4T_A=5T_B \Rightarrow T_A=\frac{5}{4}T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=\frac{5}{4}$

همچنین می‌دانیم طبق رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، دورهٔ تناوب آونگ با جذر طول نخ آونگ رابطهٔ مستقیم دارد و برای دو آونگ A و B داریم:

$\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{5}{4}=\sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B}=\frac{25}{16}$

۱۷۷ B (۴)

$K=3U \Rightarrow U=\frac{K}{3}$

$E=K+U \Rightarrow E=K+\frac{K}{3}=\frac{4}{3}K \xrightarrow{E=K_{max}} \frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}mv^2$

$v_{max}^2=\frac{4}{3}v^2 \Rightarrow \frac{v^2}{v_{max}^2}=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v}{v_{max}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۷۸ B (۲)

هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند $(v_{0A}=v_{0B}=0)$ و در مدت t متحرک B به اندازهٔ $75-(-75)=150m$ و متحرک A به اندازهٔ ۷۵m جابه‌جا می‌شود:

$\Delta x_A=\frac{1}{2}a_At^2 \Rightarrow 75=\frac{1}{2}\times1/5\times t^2 \Rightarrow t^2=100 \Rightarrow t=10s$

$\Delta x_B=\frac{1}{2}a_Bt^2 \Rightarrow 150=\frac{1}{2}a_B\times10^2 \Rightarrow a_B=3m/s^2$

زمان سبقت دو متحرک $t=10s$ است، در این لحظه به کمک معادلهٔ سرعت زمان، سرعت هر یک را حساب می‌کنیم:

$v_A=a_At+v_{0A} \Rightarrow v_A=(1/5)(10) \Rightarrow v_A=15\,m/s$

$v_B=a_Bt+v_{0B} \Rightarrow v_B=(3)(10) \Rightarrow v_B=30\,m/s$

$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A}=\frac{30}{15}=2$

۱۷۹ B (۳)

ابتدا زمان کل سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم (برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم.)

$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 360=5t^2 \Rightarrow t^2=72 \Rightarrow t=6\sqrt{2}s$

این زمان به سه بازهٔ $2\sqrt{2}s$ تقسیم شده است.

بنابراین بازه‌های زمانی برابر است با: صفر تا $2\sqrt{2}$، $2\sqrt{2}$ تا $4\sqrt{2}$ و $4\sqrt{2}$ تا $6\sqrt{2}$.

جابه‌جایی از صفر تا $2\sqrt{2}$ را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y_1=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_1=40m$

با همین بازه مشخص است که پاسخ گزینهٔ (۳) می‌شود زیرا تنها گزینه‌ای که Δy_1 در آن ۴۰m گزینهٔ (۳) است.

جابه‌جایی از صفر تا $4\sqrt{2}$: $\Delta y_2=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow\Delta y_2=160m$

جابه‌جایی از $2\sqrt{2}$ تا $4\sqrt{2}$: $\Delta y_2-\Delta y_1=160-40=120m$

جابه‌جایی از صفر تا $6\sqrt{2}$: $\Delta y_3=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow\Delta y_3=360m$

جابه‌جایی از $4\sqrt{2}$ تا $6\sqrt{2}$: $\Delta y_3-\Delta y_2=360-160=200m$

B ۱۸۰ (۴)

نیروی گرانش وارد بر ماهواره نیروی مرکزگرا است.

از طرفی شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\qquad(1)$$

$$g=G\frac{M_e}{R_e^2}\Rightarrow GM_e=R_e^2g\qquad(2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}}\Rightarrow v=6400\times10^3\times\sqrt{\frac{9/8}{7200\times10^3}}$$

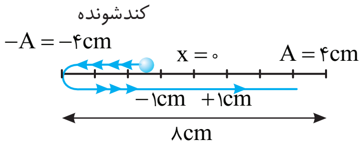
$$v=6400\times10^3\times\sqrt{\frac{4/9}{3600\times10^3}}$$

$$\Rightarrow v=6400\times10^3\times\frac{7}{6\times10^3}=\frac{6400\times7}{6}m/s$$

$$v=\frac{7}{6}\times6400\times\frac{10^{-3}km}{\frac{1}{3600}h}\Rightarrow v=26880\,km/h$$

B ۱۸۱ (۳)

نکتهٔ مهم: حداقل زمانی که طی آن مکان و سـرعت نوسانگر هر دو قرینه می‌شوند برابر $\frac{T}{2}$ (نصف دوره) است.

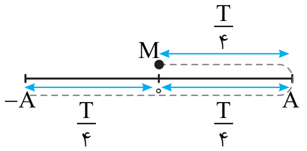


بنابراین $t_2-t_1=\frac{T}{2}\xrightarrow[f=5]{T=\frac{1}{f}}t=\frac{\frac{1}{5}}{2}=0/1s$

B ۱۸۲ (۴)

با توجه به تعریف طول موج که میزان پیشـروی موج در یک دوره (T) اسـت، موج در مدت زمان $\frac{3T}{4}$ به اندازهٔ $\frac{3\lambda}{4}$ پیشروی می‌کند.

با توجه به جهت پیشروی نقطهٔ M که رو به بالاست و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده برای نقطهٔ M در مدت $\frac{3T}{4}$ داریم:



بنابراین مکان نقطهٔ M بعد از $\frac{3T}{4}$، $-A$ است.

B ۱۸۳ (۳)

ضریب شکست محیط شفاف $\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow\frac{v_1}{\frac{1}{2}v_1}=\frac{n}{1}\Rightarrow n=2$

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow n_1\sin i=n_2\sin r\Rightarrow2\times\sin30^\circ=1\times\sin r\Rightarrow\sin r=1\Rightarrow r=90^\circ$$

زاویهٔ انحراف $D=r-i=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

A ۱۸۴ (۴)

بایـد انرژی فوتون طول موج $\lambda=600nm$ را به دسـت آوریم. در صورتی که انرژی فوتـون از تابـع کار فلز (یعنی حداقـل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سـطح فلز) بیشتر یا با آن مساوی باشد $(hf\geq W_0)$، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{4/14\times10^{-15}\times3\times10^8}{600\times10^{-9}}=2/07eV$$

انرژی الکترون از تابع کار هر سه فلز کمتر است و هیچ‌یک از سه فلز فوتوالکترون گسیل نمی‌کنند.

A ۱۸۵ (۳)

با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{1200}=\frac{1}{100}(\frac{1}{9}-\frac{1}{n^2})$$

$$\frac{1}{n^2}=\frac{1}{9}-\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1}{n^2}=\frac{4-3}{36}\Rightarrow n^2=36\Rightarrow n=6$$

A ۱۸۶ (۲)

تغییر جرم را حساب می‌کنیم: $\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})$

$$\Rightarrow\Delta M=223/018-(219/009+4/003)$$

$$\Rightarrow\Delta M=223/018-223/012=0/006u$$

$$E=0/006\times931/5=5/589MeV=5/589\times1/6\times10^{-19}\times10^6$$

$$\Rightarrow E=8/9424\times10^{-13}J$$

A ۱۸۷ (۳)

$$N_0-N=\frac{7}{8}N_0\Rightarrow N=\frac{1}{8}N_0,\ N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow2^n=8\Rightarrow n=3$$

$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow3=\frac{t}{5}\Rightarrow t=15$ روز

A ۱۸۸ (۴)

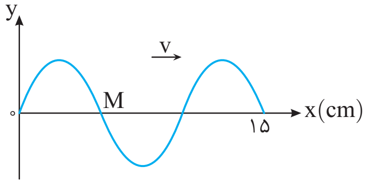
در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعهٔ گاما بیشترین بسامد را دارد.

B ۱۸۹ (۳)

در حل این مسـائل دوره را به‌دسـت می‌آوریم و بازهٔ زمانی داده شـده را با دوره مقایسـه می‌کنیم بنابراین ابتدا دوره را حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار نقش موج می‌توان طول موج را به‌دست آورد.



$$3\frac{\lambda}{2}=15\Rightarrow\lambda=10cm$$

بسامد موج خواهد شد: $v=f\lambda\Rightarrow20=f(10)\Rightarrow f=2Hz$

و دوره برابر است با: $T=\frac{1}{f}\Rightarrow T=\frac{1}{2}s$

اکنون $\Delta t=\frac{۹}{۴}s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم. $\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow \Delta t=\frac{۹}{۲}T$

وقتی که در مسئله دربارهٔ حرکت یک ذره از محیط پرسش می‌شود، یعنی شما باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید. در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره، نوسانگر به موقعیت قبلی خود باز می‌گردد یعنی مکان و سرعت خود را تکرار می‌کند. با توجه به جهت پیشروی موج نقطهٔ M در مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالاست و در هر بازهٔ $\frac{T}{۲}$، یکبار جهت حرکتش عوض می‌شود بنابراین در مدت $۹(\frac{T}{۲})$، ۹ بار جهت حرکتش عوض می‌شود.

B ۱۹۰ (۲)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\Rightarrow ۱۲=۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow ۱/۲=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲\Rightarrow ۴\times ۰/۳=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

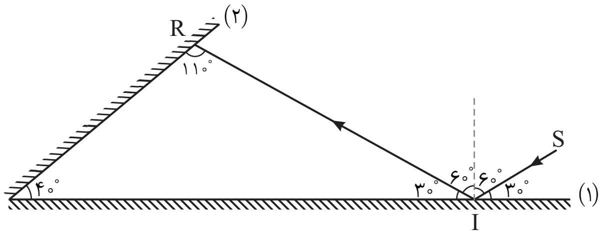
$$\Rightarrow ۴\log ۲=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲\Rightarrow ۲^۴=(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow ۲^۲=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow ۲^۲=\frac{۸}{d_۲}\Rightarrow d_۲=۲m$$

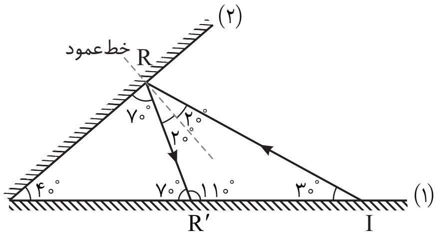
بنابراین باید $۸-۲=۶m$ به چشمه نزدیک شود.

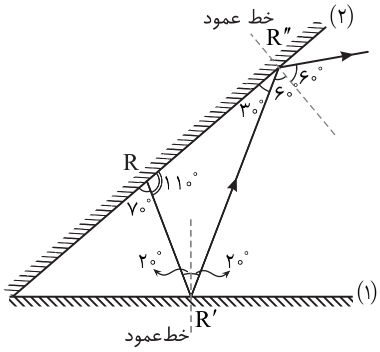
B ۱۹۱ (۱)

با توجه به قانون بازتاب زاویه r تابش و بازتاب با هم برابر است. مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است:



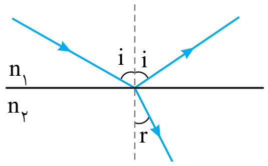
⇒





B ۱۹۲ (۲)

با توجه به شکل:



$$i+r=۹۰°$$

$$\Rightarrow ۵۳+r=۹۰°\Rightarrow r=۳۷°$$

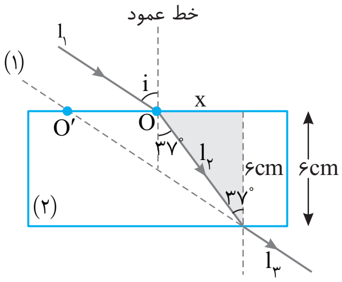
$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin ۵۳°}{\sin ۳۷°}=\frac{۰/۸}{۰/۶}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۴}{۳}$$

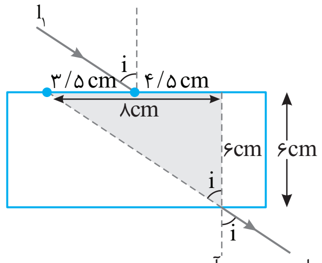
B ۱۹۳ (۲)

با توجه به قضیه موازی و مورب زاویه پرتو $l_۲$ با خط عمود بر سطح متوازی‌السطوح هنگام خروج نیز ۳۷° است. در مثلث رنگی با داشتن تانژانت زاویهٔ ۳۷° مقدار x را به‌دست می‌آوریم.

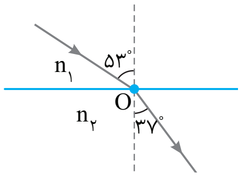
$$\tan ۳۷°=\frac{x}{۶}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{x}{۶}\Rightarrow x=۴/۵cm$$



پرتوهای ورودی و خروجی در یک محیط هستند، پس پرتوهای ورودی و خروجی موازی هم هستند و زاویه خروج از متوازی‌السطوح نیز i است: $\tan i=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow i=۵۳°$



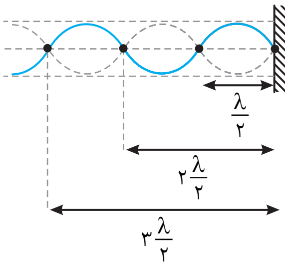
حال ضریب شکست را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{\sin ۵۳°}{\sin ۳۷°}=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{n_۲}{۱}\Rightarrow n_۲=\frac{۴}{۳}$$

B ۱۹۴ (۲)

در بازتاب از انتهای ثابت و تشکیل امواج ایستاده، در محل انتهای ثابت گره تشکیل می‌شود از طرفی فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی از هم $\frac{\lambda}{۲}$ است و با توجه به شکل فاصلهٔ گره‌ها از انتهای ثابت مضرب صحیح نصف طول موج یعنی $d=n\frac{\lambda}{۲}$ می‌شود، بنابراین ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:



$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۲۰}{۲۰۰}=۰/۱m$$

در این صورت فاصلهٔ گره‌ها از انتهای ثابت برابر خواهد شد با: $d=n\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow d=۰/۰۵\,n$

۱۹۵ A (۲)

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطهٔ $E_n=\frac{E_R}{h^۲}$ بدست می‌آید:

$$\begin{cases}E_۱=\frac{E_R}{۱}\\E_۳=\frac{E_R}{۹}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E=E_۱-E_۳}\Delta E=\frac{E_R}{۱}-\frac{E_R}{۹}\Rightarrow \Delta E=\frac{۸}{۹}E_R$$

$$\begin{cases}E_۴=\frac{E_R}{۱۶}\\E_۶=\frac{E_R}{۳۶}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E'=E_۴-E_۶}$$

$$\Delta E'=\frac{E_R}{۱۶}-\frac{E_R}{۳۶}\Rightarrow\Delta E'=\frac{۹E_R}{۱۴۴}-\frac{۴E_R}{۱۴۴}=\frac{۵E_R}{۱۴۴}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{\frac{۸}{۹}E_R}{\frac{۵E_R}{۱۴۴}}\Rightarrow\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{۸\times۱۴۴}{۵\times۹}=\frac{۱۲۸}{۵}=\frac{۲۵۶}{۱۰}=۲۵/۶$$

۱۹۶ A (۱)

بلندترین طول موج رشتهٔ پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۳$ برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow\lambda\sim۲۰۰۰nm\Rightarrow\lambda\sim۲\mu m$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشتهٔ پاشن وقتی است که الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=۳$ برود.

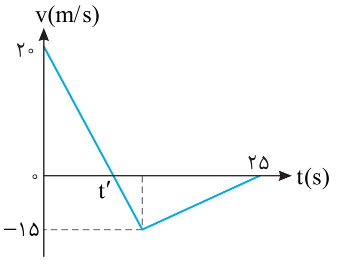
$$\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\lambda=۹۰۰nm=۰/۹\mu m$$

۱۹۷ A (۳)

اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند. ایزوتوپ‌ها دارای خاصیت‌های شیمیایی یکسان و انرژی بستگی هسته‌ای و خواص هسته‌ای متفاوت هستند.

۱۹۸ A (۳)

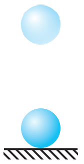
در بازهٔ زمانی t' تا ۲۵s متحرک در خلاف جهت محور xها در حرکت بوده است. سرعت متوسط برابر $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است که در آن Δx سطح محصور بین نمودار با محور زمان در بازهٔ t' تا ۲۵s است، از این رو:



$$v_{av}=\frac{|S|}{\Delta t}=\frac{۱۵\times(۲۵-t')\times\frac{۱}{۲}}{۲۵-t'}\Rightarrow v_{av}=۷/۵m/s$$

۱۹۹ B (۲)

ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow۲۴/۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times v^۲\Rightarrow v^۲=۴۸۴$$

$$|v_۲|=۲۲m/s$$

شتاب حرکت گلوله $۱۰m/s^۲$ بوده یعنی در هر ثانیه به تندی گلوله $۱۰m/s$ افزوده می‌شود پس سرعت گلوله ۱s قبل از برخورد به زمین $|v_۱|=۱۲m/s$ است. بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{|v_۱|+|v_۲|}{۲}=\frac{۱۲+۲۲}{۲}=\frac{۳۴}{۲}=۱۷m/s$$

۲۰۰ A (۳)

به جسم دو نیروی W و f_D عمود بر هم وارد می‌شود.

$$W=mg\Rightarrow۴/۸=m\times۱۰\Rightarrow m=۰/۴۸kg$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+W^۲}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۰/۴۸\times\frac{۶۵}{۶}$$

$$\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۵/۲\Rightarrow f_D^۲=۴\Rightarrow f_D=۲N$$

۲۰۱ B (۴)

نیروی مرکزگرایی که ماهواره را در مدارش نگاه می‌دارد، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^۲}=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

سرعت خطی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و شعاع چرخش ماهوارهٔ A برابر $r_A=R_e+R_e=۲R_e$ و شعاع چرخش ماهوارهٔ B نیز $r_B=R_e+۲R_e=۳R_e$ است، از این‌رو:

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{\frac{GM_e}{۲R_e}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{۳R_e}}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

۲۰۲ A (۴)

ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}mA^۲\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}m\times(\frac{۵}{۱۰۰})^۲\times\frac{۴\pi^۲}{(\frac{۱}{۱۰})^۲}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}m(\frac{۲۵}{۱۰^۴})\times۴\pi^۲\times۱۰۰\Rightarrow E=\frac{\pi^۲}{۲}m$$

انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است:

$$E=K+U\xrightarrow{K=U}\frac{\pi^۲}{۲}m=۲K\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$

$$\frac{\pi^۲}{۲}m=mv^۲\Rightarrow v^۲=\frac{\pi^۲}{۲}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi\ m/s$$

$$m/s\xrightarrow{\times۱۰۰}cm/s\longrightarrow v=۵۰\sqrt{۲}\pi\ cm/s$$

۲۰۳ A (۲)

ابتدا به کمک نمودار طول موج را حساب می‌کنیم. $۳\frac{\lambda}{۲}=۱۲۰\Rightarrow\lambda=۸۰cm$

با داشتن طول موج و تندی، دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۸}{۱۰}=۰/۰۸s\\ \Delta t=۰/۰۵-۰/۰۱=۰/۰۴s\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۰۴}{۰/۰۸}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین بازهٔ زمانی داده شده نصف دوره است و در نصف دوره یک نوسانگر ساده همواره مسافت $۲A$ را طی می‌کند، بنابراین $۲\times۳=۶cm$ مسافت طی شده است.

۲۰۴ B (۳)

بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن‌که الکترون از تراز $n=۱$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n=۲$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیهٔ فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\xrightarrow{n=۱}E_۱=-۱۳/۶eV$$

انرژی فوتون باید برابر $۱۳/۶eV$ باشد از این‌رو:

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow ۱۳/۶=۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}$$
$$\Rightarrow \lambda\approx ۰/۸۸۲\times۱۰^{-۷}m\Rightarrow \lambda\approx ۸۸/۲nm$$

بنابراین طول موج در ناحیهٔ فرابنفش است.

۲۰۵ A (۴)

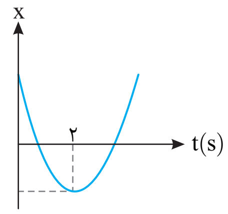
با توجه به اطلاعات داده شده سرعت نهایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

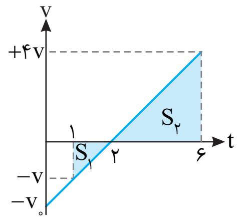
$$\begin{cases}\Delta x=x_۲-x_۱=-۱۲۲/۵-۰\Rightarrow \Delta x=-۱۲۲/۵\,m\\ \Delta t=۵s\\ v_۰=۰\\ v=?\end{cases}$$
$$\Rightarrow \Delta x=\frac{v_۰+v}{۲}\Delta t\Rightarrow -۱۲۲/۵=\frac{۰+v}{۲}\times۵\Rightarrow v=-۴۹\,m/s$$

بزرگی سرعت برابر $۴۹m/s$ است.

۲۰۶ B (۳)

حرکت با شتاب ثابت است و نمودار سهمی است، سرعت اولیه منفی و شتاب مثبت است زیرا جهت تقعر رو به بالاست. نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.





$$\Delta x=v_{at}\Delta t\Rightarrow \Delta x=۳\times۵=۱۵m$$
$$S_۱+S_۲=۱۵m\Rightarrow \frac{-v\times۱}{۲}+\frac{۴v\times۴}{۲}=۱۵$$
$$\Rightarrow v=۲m/s$$

اکنون مسافت را به‌دست می‌آوریم:

$$L=|S_۱|+|S_۲|\Rightarrow L=|-۱|+۱۶=۱۷m$$

۲۰۷ A (۴)

$$\begin{cases}F=-\pi^۲y\\ F=m\omega^۲y\end{cases}\Rightarrow ۱۰\times۱۰^{-۳}\omega^۲=\pi^۲\Rightarrow \omega=۱۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۵Hz$$

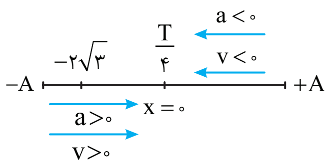
این نوسانگر در هر ثانیه ۵ نوسان انجام می‌دهد، پس در یک دقیقه (۶۰ ثانیه)، تعداد ۳۰۰ نوسان انجام خواهد داد.

۲۰۸ B (۲)

ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم. $\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰}s$

بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۲۴}s$ قطعاً از یک دوره $T=\frac{۱}{۱۰}s$ کمتر است.

با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازهٔ $+A$ تا صفر و $-A$ تا صفر شتاب و سرعت هم‌جهت است. اکنون مکان متحرک را در $t=\frac{۱}{۲۴}$ حساب می‌کنیم.



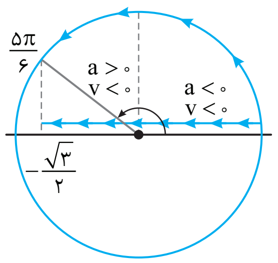
$$x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi t\Rightarrow x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۶}$$
$$\Rightarrow x=۰/۰۴\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})\Rightarrow x=-۲\sqrt{۳}cm$$

از $t=۰$ تا $\frac{۱}{۲۴}s$ نوسانگر از $x=۰$ به $x=-۲\sqrt{۳}cm$ می‌رود و در بازهٔ زمانی حرکت از $+A$ تا $x=۰$ بردار شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند: $\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$

حل به کمک دایره مثلثاتی (دایره مرجع): فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۴}s$ را حساب می‌کنیم: $\theta=\omega t\Rightarrow \theta=۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=\frac{۵\pi}{۶}$

در تغییر از صفر تا $\frac{\pi}{۲}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم‌علامت است، یعنی به مدت $\frac{T}{۴}$:

$$\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$$



۲۰۹ A (۲)

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند یعنی در هر لحظه یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است. از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۲۱۰ B (۴)

بنابر تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow \beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}=۱۰\log\frac{۵۰۰}{۱۰۰}$$
$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{۱۰}{۲}=۱۰(\log۱۰-\log۲)\Rightarrow \beta_۲-\beta_۱=۱۰(۱-۰/۳)=۷dB$$

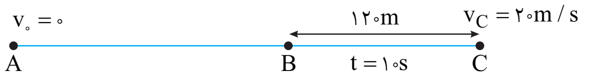
۲۱۱ B (۳)

انرژی الکترون در مدارهای مختلف اتم هیدروژن برابر است با $\frac{-E_R}{n^۲}$، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_R=\frac{۲۱/۷۶\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۳/۶eV$$
$$E_{n'}-E_n=\frac{۱۶/۳۲\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۰/۲eV$$
$$(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})=\frac{۳}{۴}=۱-\frac{۱}{۴}\Rightarrow n'=۱,n=۲$$

۲۱۲ B (۲)

حرکت دارای شتاب ثابت است.



سرعت در نقطهٔ B را به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v_C+v_B}{۲}\Delta t\Rightarrow ۱۲۰=\frac{۲۰+v_B}{۲}\times۱۰\Rightarrow v_B=۴m/s$$

شتاب را حساب می‌کنیم: $a=\frac{v_C-v_B}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۲۰-۴}{۱۰}\Rightarrow a=۱/۶m/s^۲$

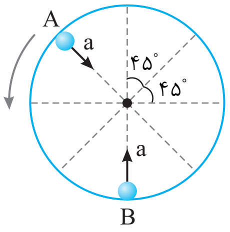
اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، فاصلهٔ A تا B را به دست می‌آوریم:

$$v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۶-۰=۲\times۱/۶\times\Delta x\Rightarrow \Delta x=۵m$$

۲۱۳ ۴ (c)

در حرکت دایره‌ای یکنواخت در تمام لحظه‌ها اندازهٔ سرعت و اندازهٔ شتاب مقدار ثابتی است.
در این مسأله اندازهٔ شتاب در همهٔ نقاط مسیر برابر است با:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{2^2+(-2)^2}\Rightarrow a=2\sqrt{2}\ m/s^2$$



در هر نقطه، بردار شتاب بر مسیر حرکت عمود است. از طرفی دورهٔ حرکت ۴s است یعنی این متحرک هر کدام از کمان‌های °۴۵ را در ۰/۵s طی می‌کند. در لحظهٔ بیان شده، بردار شتاب باید به شکل روبه‌رو باشد (نقطهٔ A)، پس ۱/۵s بعد، متحرک سه کمان °۴۵ را طی کرده و به نقطهٔ B می‌رسد و بردار شتاب در جهت مثبت محور قائم و به صورت $\vec{a}=2\sqrt{2}\vec{j}$ می‌شود.

۲۱۴ ۲ (A)

تندی صوت در محیط را به‌دست می‌آوریم:

$$v=f\lambda\Rightarrow v=40\times10^{3}\times8/75\times10^{-3}\Rightarrow v=350m/s$$

زمان رفت صوت $\frac{0/4}{2}=0/2s$ است، از این رو: $d=vt=350\times0/2=70m$

۲۱۵ ۳ (A)

با توجه به شکل داریم:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{\sin\hat{i}}{\sin\hat{r}}\Rightarrow\begin{cases}\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin45^\circ}{\sin20^\circ}\\ \frac{v_2}{v_3}=\frac{\sin20^\circ}{\sin60^\circ}\end{cases}\Rightarrow\frac{v_1}{v_3}=\frac{\sin45^\circ}{\sin60^\circ}\Rightarrow\frac{v_3}{v_1}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

۲۱۶ ۴ (A)

انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی برابر است با:

$$E=mc^2\Rightarrow E=4\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2\Rightarrow E=36\times10^{13}\ J$$

هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مقدار انرژی زیر را مصرف می‌کند:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=100\times20\times3600\Rightarrow E=7/2\times10^{6}\ J$$

بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر است با: $n=\frac{36\times10^{13}}{7/2\times10^{6}}\Rightarrow n=5\times10^{7}=50000000$

۲۱۷ ۲ (A)

$$P=6kgm/s,\ m=2kg,\ K=\frac{P^2}{2m}=\frac{(6)^2}{2\times2}=\frac{36}{4}=9J$$

۲۱۸ ۴ (B)

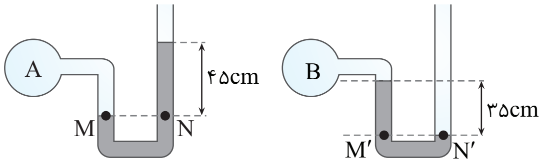
برای مخزن A با توجه به خط تراز داریم:

$$P_M=P_N\Rightarrow P_A=P_0+P_{\text{مایع}}\Rightarrow P_A=75+45=120\ cmHg$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_B+P_{\text{مایع}}=P_0\Rightarrow P_B+35=75\Rightarrow P_B=40\ cmHg$$

بنابراین نسبت فشار مخزن A به فشار مخزن B برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{120}{40}=3$



۲۱۹ ۱ (C)

طبق فرض مسأله داریم:

$$2Q_1=Q_2\Rightarrow2(m_1c\Delta\theta_1)=m_2c\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow{m=\rho V}2(\rho_1V_1\Delta\theta_1)=\rho_2V_2\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[\rho_1=\rho_2]{V=S.h}2S_1\Delta\theta_1=S_2\Delta\theta_2\xrightarrow{S_2=2S_1}\Delta\theta_1=\Delta\theta_2$$

از طرفی شعاع ورقهٔ مسی بزرگ‌تر، $\sqrt{2}$ برابر شعاع ورقهٔ مسی کوچک‌تر است:

$$S_2=2S_1\Rightarrow\pi R_2^2=2\pi R_1^2\Rightarrow R_2=\sqrt{2}R_1$$

اکنون $\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}=\frac{\alpha R_2\Delta\theta_2}{\alpha R_1\Delta\theta_1}\Rightarrow\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}=\sqrt{2}$$

۲۲۰ ۱ (A)

بنا بر قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T=\text{ثابت}}P_1\times V_1=(P_1+15\times10^4)V_2$$

فشار افزایش یافته، بنابراین در دمای ثابت حجم کاهش یافته است و بنا بر فرض مسئله:

$$\Delta V=-0/6V_1\Rightarrow V_2-V_1=-0/6V_1\Rightarrow V_2=0/4V_1$$

اکنون V_2 را در قانون گازها جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P_1V_1=(P_1+15\times10^4)\times0/4V_1\Rightarrow P_1=0/4P_1+6\times10^4$$

$$\Rightarrow0/6P_1=6\times10^4\Rightarrow P_1=10^5\ Pa$$

۲۲۱ ۳ (B)

با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=q\vec{E}$ داریم:

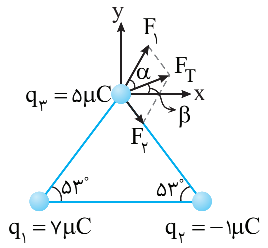
$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow10/8\vec{i}-14/4\vec{j}=2\times10^{-6}(\vec{E})\Rightarrow\vec{E}=5/4\times10^6\vec{i}-7/2\times10^6\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(5/4\times10^6)^2+(7/2\times10^6)^2}=9\times10^5\sqrt{(6)^2+(8)^2}=9\times10^6\ N/C$$

۲۲۲ ۳ (C)

ابتدا نیروهای وارد بر بار q_3 و جهت آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$F_1=k\frac{q_1q_3}{r^2}=35\frac{k}{r^2}\times10^{-12},\quad F_2=\frac{kq_2q_3}{r^2}=5\frac{k}{r^2}\times10^{-12}$$

$$\tan\alpha=\frac{F_2}{F_1}=\frac{1}{7}$$

از طرفی می‌دانیم که $\alpha+\beta=53^\circ$ است (با توجه به خطوط موازی و مورب).

$$\tan53^\circ=\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\xrightarrow[\tan\alpha=\frac{1}{7}]{\tan53^\circ=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}}$$

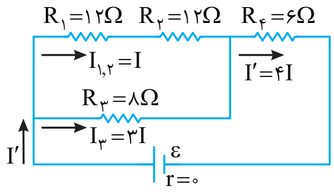
$$\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{\frac{1}{7}+\tan\beta}{1-\frac{1}{7}\tan\beta}\Rightarrow\frac{3}{7}+3\tan\beta=4-\frac{4}{7}\tan\beta$$

$$\Rightarrow\frac{25}{7}\tan\beta=\frac{25}{7}\Rightarrow\tan\beta=1\Rightarrow\beta=45^\circ$$

B ۲۲۳ (۴)

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و مقاومت معادل R_1 و R_2 برابر $12+12=24\Omega$ است که با مقاومت $R_3=8\Omega$ موازی است، پس اگر جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 را I بگیریم:

$$\begin{cases}R_3=8\Omega\\ R_{1,2}=24\Omega\end{cases}\xrightarrow{I_{1,2}=I} I_3=3I$$



بنابراین جریان کل مدار (I') برابر است با: $I'=I_{1,2}+I_3=4I$

اکنون توان‌های مصرفی را مقایسه می‌کنیم: $\frac{P_4}{P_1}=\frac{R_4I'^2}{R_1I_{1,2}^2}=\frac{6\times(4I)^2}{12\times(I)^2}=8$

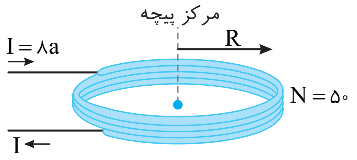
A ۲۲۴ (۲)

ابتدا باید شعاع حلقه‌ها (R) را به‌دست آوریم:

$$A=\pi R^2\xrightarrow{A=64\pi}64\pi cm^2=\pi R^2\Rightarrow R=8cm$$

رابطهٔ میدان مغناطیسی حاصل از حلقهٔ حامل جریان برابر $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ است که با توجه به داده‌های سؤال N و I و μ_0 داده شده است.

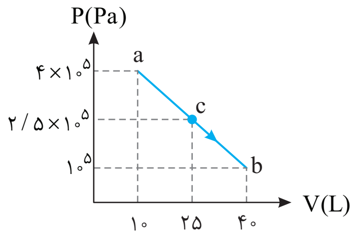
$$B=\frac{\mu_0NI}{2R}\Rightarrow B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times50\times8}{2\times8\times10^{-2}}=10^{-3}\pi T$$



B ۲۲۵ (۴)

در حل این نوع مسائل، در قدم اول دمای ابتدا و انتهای مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{4\times10^5\times10}{nR}\\ T_b=\frac{40\times10^5}{nR}\end{cases}\Rightarrow T_a=T_b$$



بنابراین انرژی درونی دستگاه در حالت a و b برابر است. نقطهٔ c را وسط ab انتخاب می‌کنیم، فشار گاز در این نقطه $\frac{10^5+4\times10^5}{2}=2/5\times10^5\ Pa$ و حجم گاز $\frac{10+40}{2}=25L$ بوده و دمای گاز برابر است با:

$$T_c=\frac{P_cV_c}{nR}=\frac{2/5\times10^5\times25}{nR}=\frac{62/5\times10^5}{nR}>T_a=T_b$$

B ۲۲۶ (۴)

کره جسمی همگن است و نقاط نوک تیز ندارد و توزیع بار در آن یکنواخت است، یعنی چگالی سطحی کل کره با هر قسمت دیگر آن یکسان است:

$$\sigma_1=\sigma_2\Rightarrow\frac{Q_1}{A_1}=\frac{Q_2}{A_2}\xrightarrow[A_2=1cm^2]{A_1=4\pi r^2}\frac{157nC}{4\pi\times(5)^2}=\frac{Q_2}{1}$$

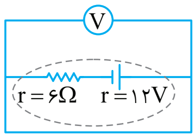
$$Q_2=\frac{157}{4\times3/14\times25}\Rightarrow Q_2=0/5nC$$

هر پیکو کولن 10^{-12} کولن و هر نانو کولن 10^{-9} کولن است بنابراین

$$Q_2=0/5\times10^3pC=500pC$$

B ۲۲۷ (۱)

جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{0+6}\Rightarrow I=2A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times6\Rightarrow V=0$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

A ۲۲۸ (۴)

خط فکری: گرمای تولید شده در مقاومت یعنی انرژی الکتریکی مصرفی در مقاومت که همان $U=qV$ است.

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$U=Vq\Rightarrow4000=V\times200\Rightarrow V=20V$$

به کمک قانون اهم جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{20}{5}=4A$

با توجه به تعریف جریان $I=q/t$، زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$q=It\Rightarrow200=4t\Rightarrow t=50s$$

A ۲۲۹ (۲)

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، نیروی مرکزگرا است:

$$\begin{cases}K=\frac12mv^2\\ F=\frac{mv^2}{r}\end{cases}\Rightarrow\frac{K}{F}=\frac{r}{2}\Rightarrow K=\frac12F\times r=\frac12\times3/2\times10^{-16}\times2\times10^{-3}$$

$$=3/2\times10^{-19}J=3/2\times10^{-19}\times\frac{1}{1/6\times10^{-19}}eV=2eV$$

A ۲۳۰ (۳)

زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac14$ دوره و دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر است.

$$\frac{T}{4}=\frac14\Rightarrow T=1s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\omega=2\pi\ rad/s\quad,\quad A=\frac{20}{2}=10cm$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه است و K_m برابر انرژی مکانیکی است از این‌رو:

$$K_m=E\Rightarrow K_m=\frac12mA^2\omega^2$$

$$\Rightarrow K=\frac12\times0/1\times(0/1)^2\times(2\pi)^2\Rightarrow K=0/02J=20mJ$$

A ۲۳۱ (۴)

با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\\ T'=2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}\end{cases}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{l'}{l}}\Rightarrow\frac13=\sqrt{\frac{l'}{l}}\Rightarrow\frac19=\frac{l'}{l}$$

$$\Rightarrow l'=\frac{l}{9}\quad,\quad\Delta l=l-l'=l-\frac{l}{9}=\frac89l$$

A ۲۳۲ (۲)

تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})\Rightarrow \Delta M=۲۲۳/۰۱۸-(۲۱۹/۰۰۹+۴/۰۰۳)$$

$$\Rightarrow \Delta M=۲۲۳/۰۱۸-۲۲۳/۰۱۲=۰/۰۰۶u$$

$$E=۰/۰۰۶\times ۹۳۱/۵=۵/۵۸۹MeV=۵/۵۸۹\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۱۰^{۶}$$

$$\Rightarrow E=۸/۹۴۲۴\times ۱۰^{-۱۳}J$$

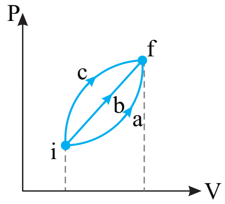
B ۲۳۳ (۲)

کار انجام شده در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W=-nR\Delta T$ و انرژی آن از رابطهٔ $\Delta U=nC_V\Delta T$ به‌دست می‌آید.

$$\frac{W}{\Delta U}=\frac{-nR\Delta T}{nC_V\Delta T}\Rightarrow \frac{W}{\Delta U}=-\frac{R}{C_V}\xrightarrow[C_V=\frac{۵}{۲}R]{\text{گاز روی محیط کار انجام داده } W=-۵۰۰J}$$

$$\frac{-۵۰۰۰}{\Delta U}=-\frac{۲}{۵}\Rightarrow \Delta U=۱۲۵۰۰J$$

B ۲۳۴ (۱)



چون حالت ابتدایی و انتهایی در هر سه مسیر یکی است، تغییر انرژی درونی در هر سه مسیر یکسان است. با توجه به رابطهٔ $PV=nRT$ چون $P_fV_f>P_iV_i$ بوده در نتیجه $T_f>T_i$ و انرژی درونی افزایش یافته است.

در نتیجه $(\Delta U_a=\Delta U_b=\Delta U_c>۰)$ و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. سطح زیر نمودار c از b و a بیشتر است و گاز منبسط شده است.

$$S_c>S_b>S_a\Rightarrow |W_c|>|W_b|>|W_a|$$

$$\xrightarrow{\Delta U_a=\Delta U_b=\Delta U_c} Q_c>Q_b>Q_a>۰$$

A ۲۳۵ (۳)

اگر دمای منبع سرد $\theta\ ^\circ C$ باشد، دمای منبع گرم $۴\theta\ ^\circ C$ است:

$$\eta=۱-\frac{T_C}{T_H}\Rightarrow \frac{۳۰}{۱۰۰}=۱-\frac{۲۷۳+\theta}{۲۷۳+۴\theta}\Rightarrow \frac{۷}{۱۰}=\frac{۲۷۳+\theta}{۲۷۳+۴\theta}$$

$$\Rightarrow (۲۷۳+\theta)\times ۱۰=(۲۷۳+۴\theta)\times ۷\Rightarrow ۳\times ۲۷۳=۱۸\theta\Rightarrow \theta=۴۵/۵^\circ C$$

A ۲۳۶ (۲)

راه‌حل اول: نیروی اولیهٔ بین دو گلوله ربایشی است. در نتیجه بار آن‌ها در ابتدا ناهمنام است. پس از تماس آن دو با هم بار هر دو برابر می‌شود:

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=+۳\mu C\Rightarrow q_۱+q_۲=+۶\mu C=۶\times ۱۰^{-۶}C$$

از طرفی با توجه به فرض مسأله و قانون کولن خواهیم داشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow -۴=۹\times ۱۰^{۹}\frac{q_۱q_۲}{۹\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow q_۱q_۲=-۴\times ۱۰^{-۱۱}=-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}C^۲$$

با توجه به خاصیت معادلهٔ درجهٔ دوم می‌توان $q_۱$ و $q_۲$ را ریشه‌های یک معادلهٔ درجهٔ دوم دانست که حاصل‌ضرب دو ریشه -۴۰×۱۰^{-۱۲} و حاصل‌جمع آن‌ها $+۶\times ۱۰^{-۶}$ شده است و معادله را نوشت:

$$q^۲-۶\times ۱۰^{-۶}q-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}=۰\Rightarrow q=\frac{+۳\times ۱۰^{-۶}\pm\sqrt{۹\times ۱۰^{-۱۲}+۴۰\times ۱۰^{-۱۲}}}{۱}$$

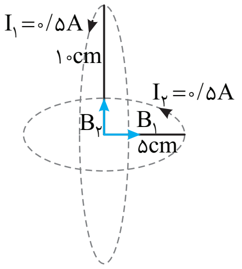
$$\Rightarrow q=۳\times ۱۰^{-۶}\pm ۷\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow \begin{cases} q_۱=۱۰\times ۱۰^{-۶}=+۱۰\mu C \\ q_۲=-۴\times ۱۰^{-۶}=-۴\mu C \end{cases}$$

راه‌حل دوم: در این روش با توجه به اینکه در فرض مسأله نیروی جاذبه ۴N است، داریم:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow -۴=۹\times ۱۰^{۹}\times \frac{q_۱q_۲}{۹\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow q_۱q_۲=-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}C^۲$$

اکنون از گزینه‌ها کمک می‌گیریم، تنها گزینه‌ای که حاصل‌ضرب اعداد آن $-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}C^۲$ می‌شود، گزینهٔ (۲) است.

B ۲۳۷ (۴)



مطابق شکل، دو بردار میدان مغناطیسی بر هم عمودند.

$$B_۱=\frac{\mu_۰}{۲}\frac{I_۱}{R_۱}=\frac{۱۲\times ۱۰^{-۷}}{۲}\times\frac{۰/۵}{۰/۱}=۳\times ۱۰^{-۶}\ T$$

$$B_۲=\frac{\mu_۰}{۲}\frac{I_۲}{R_۲}=\frac{۱۲\times ۱۰^{-۷}}{۲}\times\frac{۰/۵}{۰/۰۵}=۶\times ۱۰^{-۶}\ T$$

$$B_T=\sqrt{B_۱^۲+B_۲^۲}=۱۰^{-۶}\sqrt{۳^۲+۶^۲}$$

$$=۳\sqrt{۵}\times ۱۰^{-۶}\ T$$

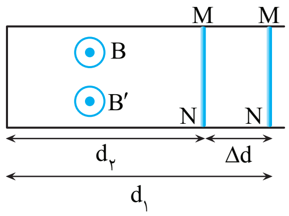
B ۲۳۸ (۱)

با حرکت MN به سمت چپ، سطح مدار کاهش می‌یابد در نتیجه، شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد و سبب برقراری جریان القایی می‌شود که بنا به قانون لنز جهت جریان به گونه‌ای است که با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') نیز باید برونسو باشد. حال که میدان القایی برونسو است، به کمک قاعدهٔ دست راست برای سیم راست باید جریان در سیم MN از N به سمت M باشد. بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\varepsilon|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=۱}|\varepsilon|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta A=l\Delta d}|\bar{\varepsilon}|=Bl\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

در فیزیک پایه دهم خوانده‌اید که $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ برابر تندی است از این رو:

$$|\bar{\varepsilon}|=Blv\ [1]\Rightarrow ۰/۱۵=۰/۱۲\times ۰/۲۵\times v\Rightarrow v=۵m/s$$



A ۲۳۹ (۳)

ابتدا سرعت جسم را در لحظهٔ $t_۱=۲۰s$ و $t_۲=۳۵s$ حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازهٔ صفر تا ۱۰s حرکت دارای شتاب ثابت $-۲m/s^۲$ است از این‌رو:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-۲\times ۱۰+۰\Rightarrow v=-۲۰m/s$$

در بازهٔ ۱۰s تا ۲۰s شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان $-۲۰m/s$ است. در بازهٔ ۲۰s تا ۳۵s حرکت دارای شتاب ثابت $۲m/s^۲$ است، در نتیجه:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۲(۳۵-۲۰)+(-۲۰)\Rightarrow v=۱۰m/s$$

سرعت از $-۲۰m/s$ به $۱۰m/s$ رسیده است در این‌صورت از $-۲۰m/s$ تا صفر، حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است و در لحظه‌ای بین ۲۰s تا ۳۵s که سرعت صفر شده (سرعت از منفی به مثبت تبدیل شده است)، متحرک تغییر جهت داده است و گزینهٔ (۳) درست است.

در مدتی که سرعت منفی است جهت حرکت در جهت منفی محور x و سپس که سرعت مثبت شده است، سرعت در جهت مثبت محور x است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

می‌توان لحظهٔ صفر شدن سرعت را به راحتی به دست آورد:

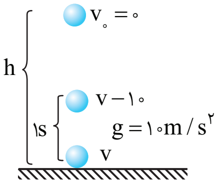
$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۲t+(-۲۰)\Rightarrow t=۱۰s$$

یعنی در لحظهٔ ۲۰+۱۰=۳۰s سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. که در حل این مسأله به دست آوردن زمان تغییر جهت لازم نبود.

۱- می‌توانید این رابطه را به خاطر بسپارید تا از حل طولانی آن صرف‌نظر شود.

۲۴۰ B ۴

روش اول: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است، در سقوط آزاد چون شتاب حرکت $g=10 m/s^2$ است تندی ذره در هر ثانیه به اندازهٔ $10 m/s$ افزایش می‌یابد:



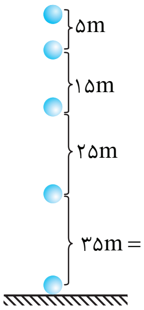
$$W_t=\Delta K\Rightarrow 70=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m(v-10)^2\Rightarrow 70=\frac{1}{2}m(v^2-(v-10)^2)$$

$$70=0/1(20v-100)\Rightarrow 700=20v-100\Rightarrow 20v=800\Rightarrow v=40 m/s$$

گلوله از ارتفاع h رها شده پس $v_0=0$ بوده و تندی ذره هنگام رسیدن به زمین $40 m/s$ است.

$$v^2-v_0^2=2gh\Rightarrow 1600=20h\Rightarrow h=80m$$

روش دوم: در سقوط آزاد تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است پس کار کل برای کار نیروی وزن است:



$$W_t=W_g\Rightarrow 70=mgh_1$$

$$\Rightarrow 70=0/2\times10\times h_1\Rightarrow h_1=35m$$

برای جابه‌جایی در بازه‌های ۱ ثانیه در سقوط آزاد داریم: $h=5+15+25+35=80m$

۲۴۱ A ۳

چگالی مخلوط برابر $\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}$ است و چون چگالی A و B برحسب g/L داده شده پس چگالی مخلوط را نیز برحسب g/L در رابطه جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow[g/cm^3\xrightarrow{\times1000}g/L]{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}$$

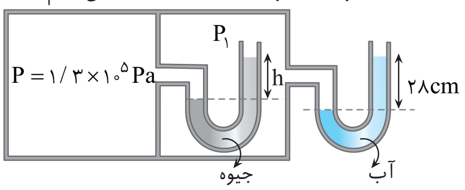
$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}\Rightarrow 750\frac{g}{L}=\frac{600V_A+800V_B}{V_A+V_B}$$

$$750V_A+750V_B=600V_A+800V_B$$

$$\Rightarrow 150V_A=50V_B\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{1}{3}$$

۲۴۲ B ۲

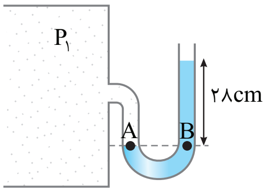
خط فکری: با توجه به شکل، در تست دو لولهٔ U شکل داریم که در هر مورد خط هم‌تراز را کشیده و در دو مرحله مجهول‌های مسأله را به‌دست می‌آوریم.



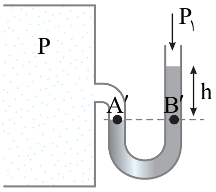
۱) ابتدا با توجه به لولهٔ U شکل حاوی آب فشار P_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_1=\rho gh+P_0\Rightarrow P_1=1000\times10\times\frac{28}{100}+10^5$$

$$P_1=102800 Pa=102/8 kPa$$



۲) در لولهٔ U شکل حاوی جیوه با توجه به خط هم‌تراز داریم:



$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P=P_1+\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow 1/3\times10^5=102/8\times10^3+13600\times10\times h$$

$$0/272\times10^5=13600\times10\times h\Rightarrow 136h=27/2$$

$$\Rightarrow h=0/2m=20cm$$

۲۴۳ B ۴

ابتدا تعداد مول‌های مخلوط را به‌دست می‌آوریم.

$$PV=nRT\Rightarrow 7/5\times10^5\times80\times10^{-3}=n\times8\times300$$

$$\Rightarrow n=25 mol\Rightarrow n_{H_2}+n_{He}=25$$

$$\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}+\frac{m_{He}}{M_{He}}=25\Rightarrow\frac{m_{H_2}}{2}+\frac{m_{He}}{4}=25$$

$$\Rightarrow\frac{80-m_{He}}{2}+\frac{m_{He}}{4}=25\Rightarrow\frac{160-2m_{He}+m_{He}}{4}=25$$

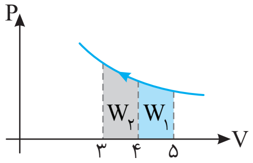
$$\Rightarrow m_{He}=60 g\Rightarrow\frac{60}{80}=75\%$$

۲۴۴ A ۲

در فرایند بی‌دررو گرمای منتقل شده بین دستگاه و محیط صفر است. بنابراین:

$$\Delta U=W$$

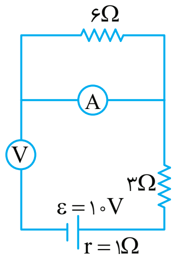
مقدار کار انجام شده برابر سطح زیر نمودار $P-V$ است:



$$W_2>W_1\Rightarrow\Delta U_2>\Delta U_1$$

۲۴۵ B ۲

خط فکری: هرگاه ولت‌سنج آرمانی به طور اشتباه متوالی با باتری بسته شود، جریان خروجی باتری یعنی جریان مدار صفر می‌شود. با توجه به شکل ولت‌سنج با باتری متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است $(I=0)$ در نتیجه آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد. در این حالت مقاومت 6Ω اتصال کوتاه شده است و از مقاومت 3Ω نیز جریانی نمی‌گذرد و ولتاژ دو سر مقاومت 3Ω صفر است، بنابراین ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان خواهد داد:



$$V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=0}V=\varepsilon=10V$$

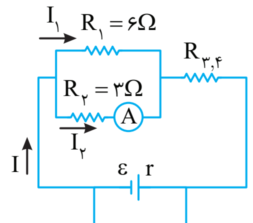
۲۴۶ B ۲

ابتدا مقاومت معادل R_3 و R_4 را به‌صورت یک مقاومت فرض کنید. البته محاسبهٔ مقدار آن مهم نیست. حال حل را شروع می‌کنیم.

۱) با افزایش مقاومت $R_2=3\Omega$ به 6Ω، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۲) با افزایش مقاومت معادل، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$$



۳) با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

$$\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$$

۴) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $(R_{۳,۴})$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد:

$$\downarrow V_{۳,۴}=R_{۳,۴}I\downarrow$$

۵) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱,۲}$ افزایش می‌یابد زیرا:

$$\uparrow V_{\text{باتری}}=V_{۱,۲}+\downarrow V_{۳,۴}\Rightarrow V_{۱,۲}\uparrow$$

۶) با افزایش ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، جریان گذرنده از $R_۱$ افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V_۱=I_۱\overset{\text{ثابت}}{R_۱}\Rightarrow I_۱\uparrow$$

جریان کل مدار $I=I_۱+I_۲$ است از این‌رو: $I_۲=\downarrow I-I_۱\uparrow\Rightarrow I_۲\downarrow$

و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۲۴۷ B ۴

با توجه به نمودار، میدان مغناطیسی بر حسب زمان در بازهٔ صفر تا ۰/۰۱s تغییر می‌کند، پس برای شار مغناطیسی داریم:

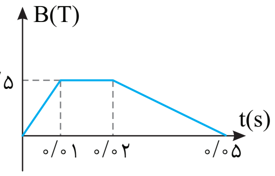
$$\begin{cases}\Phi_۱=B_۱A\\ \Phi_۲=B_۲A\end{cases}\Rightarrow \Delta\Phi=\Delta BA$$

حال با توجه به رابطهٔ نیروی محرکه و شار مغناطیسی داریم:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times A=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times(\pi r^۲)$$

چون نمودار $B-t$ از صفر تا ۰/۰۱s خطی است، پس $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار برابر شیب خط در بازهٔ صفر تا ۰/۰۱s است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_۲-B_۱}{t}=\frac{۰/۵}{۰/۰۱}=۵۰T/s$$



$$\varepsilon=-\frac{\Delta B}{\Delta t}(\pi r^۲)\xrightarrow[r=۰/۱]{\frac{\Delta B}{\Delta t}=۵۰}\varepsilon=-۵۰\times۳\times(۰/۱)^۲=-۱/۵V$$

آهنگ تولید انرژی گرمایی یا همان توان برای مقاومت ۵Ω در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^۲}{R}=\frac{(۱/۵)^۲}{۵}=\frac{۲/۲۵}{۵}=۰/۴۵W$$

در بازهٔ ۰/۰۱ تا ۰/۰۲ ثانیه چون میدان تغییر نمی‌کند، $\Delta B=۰$ بوده پس تغییر شار نیز صفر است و نیروی محرکهٔ القایی ایجاد نشده، پس انرژی گرمایی هم در این بازه تولید نمی‌شود. در بازهٔ ۰/۰۲ تا ۰/۰۵ ثانیه نیز مانند حالت اول ابتدا تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان را به‌دست می‌آوریم و چون نمودار خطی است، این تغییرات برابر شیب خط نمودار است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_۲-B_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۰/۵}{۰/۰۳}=-\frac{۵۰}{۳}\frac{T}{s}$$

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-۱\times(-\frac{۵۰}{۳})\times(\pi r^۲)=\frac{۵۰}{۳}\times۳\times۱۰^{-۲}=۰/۵V$$

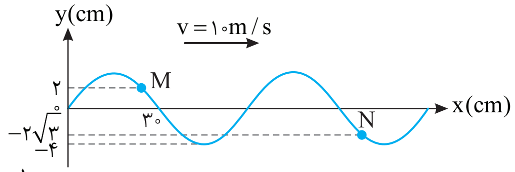
پس توان ایجاد شده (آهنگ تولید انرژی گرمایی) در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^۲}{R}=\frac{۰/۵\times۰/۵}{۵}=۰/۰۵W$$

۲۴۸ C ۴

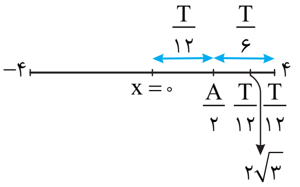
با توجه به شکل طول موج دوره را حساب می‌کنیم.

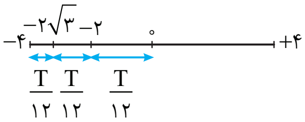
$$\frac{\lambda}{۲}=۳۰\Rightarrow\lambda=۶۰cm=۰/۶m\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۶}{۱۰}=۰/۰۶s$$



مشخص می‌کنیم مدت زمان $\frac{۱}{۲۰۰}$s چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۲۰۰}}{\frac{۶}{۱۰۰}}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۱۲}$

با توجه به جهت پیشروی موج ذرهٔ M از مکان $x=۲cm$ در جهت رو به بالا در حرکت است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نقطهٔ M بعد از $\frac{T}{۱۲}$ به مکان $۲\sqrt{۳}$ می‌رسد اما نقطهٔ N در مدت $\frac{T}{۱۲}$ از مکان $-۲\sqrt{۳}$ به مکان $-۲cm$ می‌رسد. بنابراین خواهیم داشت:





$$\left|\frac{a_M}{a_N}\right|=\left|\frac{\omega^۲y_M}{\omega^۲y_N}\right|=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}$$

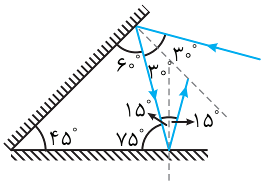
۲۴۹ A ۱

اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با:

$$\beta_۲-\beta_۱=۰/۳\Rightarrow\log\frac{I_۲}{I_۰}-\log\frac{I_۱}{I_۰}=۰/۳\Rightarrow\log\frac{I_۲}{I_۱}=\log۲\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=۲$$

۲۵۰ A ۱

مطابق شکل و با استفاده از قانون بازتاب عمومی داریم:



بنابراین پرتو تابیده به آینهٔ دوم ۷۵° است

پس زاویهٔ تابش برابر $\theta_i=۹۰^\circ-۷۵^\circ=۱۵^\circ$ است. $\theta_i=\theta_r=۱۵^\circ$

۲۵۱ B ۴

انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n=-\frac{E_R}{n^۲}$ است. از این‌رو انرژی بستگی الکترون در هر تراز $\frac{E_R}{n^۲}$ است:

$$۰/۸۵=\frac{۱۳/۶}{n^۲}\Rightarrow n^۲=۱۶\Rightarrow n=۴$$

بنابراین تراز $n+۱=۵$ است و انرژی الکترون در این تراز برابر است با:

$$E_n=\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_n=\frac{۱۳/۶}{۲۵}\Rightarrow E_۵=۰/۵۴۴eV$$

$$E_n-E_{n+۱}=۰/۸۵-۰/۵۴۴=۰/۳۰۶eV$$

۲۵۲ A ۳

توصیهٔ ریاضی: باید حجم‌های اشکال مشخص هندسی را به خاطر بسپارید.

$$(V_{\text{مکعب}}=a^۳,V_{\text{مکعب مستطیل}}=abc$$
$$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h\ ,V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳,V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h)$$

ابتدا حجم جسم را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^۳\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^۳$$

یکای چگالی را به $kg/m^۳$ تبدیل می‌کنیم:

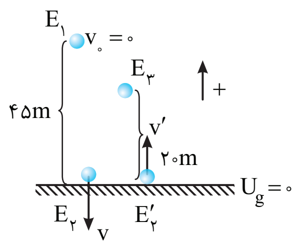
$$\rho=۶g/cm^۳\times۱۰۰۰=۶\times۱۰^۳kg/m^۳$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^۳)\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

۲۵۳ (۴)

ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



$$E_۲=E_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲=mgh\Rightarrow v^۲=۲\times۱۰\times۴۵\Rightarrow v=-۳۰m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که ما جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین گلوله ابتدا متوقف می‌شود و سپس با سرعت v' روبه بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{۱}{۲}mv'^۲$ است و تا ۲۰m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.

$$\frac{۱}{۲}mv'^۲=mgh'\Rightarrow v'^۲=۲gh'=۲\times۱۰\times۲۰\Rightarrow v'=۲۰m/s$$

v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما بود.

اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{v'-v}{t}=\frac{۲۰-(-۳۰)}{۲\times۱۰^{-۳}}=۲۵\times۱۰^۳\ m/s^۲$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=۰/۲\times۲۵\times۱۰^۳=۵۰۰۰N$$

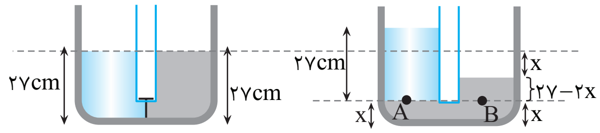
میانبر: در شرایط خلأ می‌توانید از رابطهٔ $v=\sqrt{۲gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

۲۵۴ (۳)

چگالی جیوه از آب بیشتر است، پس با باز شدن شیر جیوه زیرآب قرار می‌گیرد. چون سطح مقطع دو لوله یکسان است اگر در شاخه سمت راست جیوه به ارتفاع x پایین بیاید در شاخهٔ سمت چپ به همان اندازه بالا خواهد رفت:

$$P_A=P_B\Rightarrow \rho_w gh_w=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۱\times۲۷=۱۳/۵(۲۷-۲x)$$

$$\Rightarrow ۲x=۲۵\Rightarrow x=۱۲/۵cm$$



۲۵۵ (۳)

گرمایی که یخ می‌گیرد تا ذوب شود، به وسیلهٔ رسانش در میلهٔ آلومینیومی به آب منتقل می‌شود.

گرمایی که یخ می‌گیرد تا ذوب شود: $Q=mL_F=۱۰۰\times۱۰^{-۳}\times۳۳۶\times۱۰^۳=۳۳۶۰۰J$

$$H=\frac{Q}{t}=\frac{kA\Delta\theta}{L}\Rightarrow Q=k\frac{At\Delta\theta}{L}$$

$$\Rightarrow ۳۳۶۰۰=۲۴۰\times\frac{\left[\pi\left(\frac{۴\times۱۰^{-۲}}{۲}\right)^۲\right]\times t\times۱۰۰}{۱۸\times۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow t=\frac{۳۳۶۰۰}{۱۶۰}=۲۱۰s$$

۲۵۶ (۳)

فرایند AB در نمودار $V-T$ مبدأ گذر بوده و هم‌فشار و تراکمی است و فرایند BC هم‌دما و انبساطی است از این‌رو گزینهٔ (۱) (به‌دلیل انبساط هم‌فشار فرایند AB) و گزینهٔ (۴) (اشتباه رسم کردن نمودار BC) حذف می‌شوند.

از طرفی در فرایند AB:

$$\frac{V_A}{T_A}=\frac{V_B}{T_B}\Rightarrow\frac{۴}{۵۰۰}=\frac{V_B}{۲۵۰}\Rightarrow V_B=۲lit$$

$$P_AV_A=nRT_A\rightarrow P_A\times۴\times۱۰^{-۳}=۰/۴\times۸\times۵۰۰\Rightarrow P_A=۴\times۱۰^۵Pa$$

$$\xrightarrow[\text{هم فشار}]{\text{فرایند AB}} P_A=P_B=۴\times۱۰^۵Pa$$

از طرفی در فرایند BC:

$$P_BV_B=P_CV_C\Rightarrow ۴\times۱۰^۵\times۲\times۱۰^{-۳}=P_C\times۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow P_C=۱۰^۵Pa$$

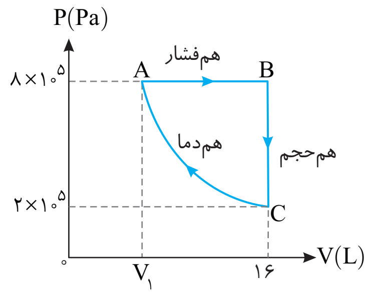
بنابراین گزینهٔ (۳) که فشار در نقطهٔ (C) برابر $۱۰^۵Pa$ و فرایند BC هم‌دما است، پاسخ است.

۲۵۷ (۴)

گاز یک چرخه را طی کرده:

$$\Delta U_{ABCD}=۰\Rightarrow\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}=۰$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{CA}=۰]{\text{فرایند CA هم‌دماست}}\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}=۰$$



در فرایند BC که هم‌حجم است، کار انجام شده روی گاز صفر است:

$$W_{AB}+Q_{AB}+W_{BC}+Q_{BC}=۰\xrightarrow{W_{BC}=۰}W_{AB}+Q_{AB}+Q_{BC}=۰$$

$$Q_{AB}+Q_{BC}=-W_{AB}$$

با توجه به هم‌دما بودن فرایند CA حجم $V_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_CV_C}{T_C}=\frac{P_AV_A}{T_A}\xrightarrow{T_A=T_C}$$

$$P_CV_C=P_AV_A\Rightarrow ۲\times۱۰^۵\times۱۶=۸\times۱۰^۵\times V_۱\Rightarrow V_۱=۴L$$

حال با رابطهٔ $W_{AB}=-P\Delta V$ کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار AB را به‌دست می‌آوریم:

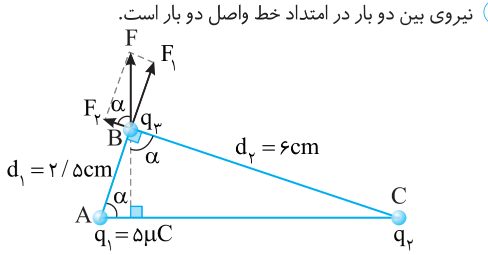
$$W_{AB}=-(۸\times۱۰^۵)(۱۶\times۱۰^{-۳}-۴\times۱۰^{-۳})\Rightarrow W_{AB}=-۹۶\times۱۰^۲J$$

$$Q_{AB}+Q_{BC}=-W_{AB}\Rightarrow Q_{AB}+Q_{BC}=۹۶\times۱۰^۲J$$

۲۵۸ (۳)

در حل این نوع مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱) نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است.



۲) نیروی خالص، برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ است، یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا $F_۱$ و $F_۲$ به‌دست آید. به شکل دقت کنید.

در مثلث‌های $BF_۲F$ و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود:

$$\Delta BF_۲F \Rightarrow \tan\alpha=\frac{F_۱}{F_۲}, \Delta ABC: \tan\alpha=\frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲}=\frac{BC}{AB}=\frac{d_۲}{d_۱}$$

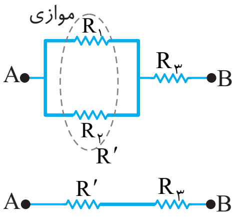
بنا بر قانون کولن:

$$\frac{k\frac{q_۱q_۳}{(d_۱)^۲}}{k\frac{q_۲q_۳}{(d_۲)^۲}}=\frac{d_۲}{d_۱} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{۵}{q_۲}=\frac{۲/۵}{۶} \Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

میانبر در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید یعنی $\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲}$

۲۵۹ A (۲)

با توجه به شکل مدار:



$$R'=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

$$R_{AB}=R'+R_۳ \Rightarrow R_{AB}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}+R_۳$$

با توجه به فرض مسئله:

$$R_{AB}=R_۱ \Rightarrow \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}+R_۳=R_۱$$

$$R_۳=R_۱-\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} \Rightarrow R_۳=\frac{R_۱^۲+R_۱R_۲-R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} \Rightarrow R_۳=\frac{R_۱^۲}{R_۱+R_۲}$$

۲۶۰ B (۳)

ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۲۰Ω، ۳۰Ω و ۶۰Ω موازی‌اند:

$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow R'=۱۰\Omega$$

مقاومت‌های ۲۰Ω و ۲۰Ω با هم موازی‌اند:

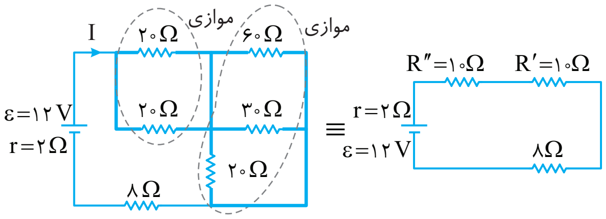
$$R''=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$$

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R''+R'+۸=۱۰+۱۰+۸=۲۸\Omega$$

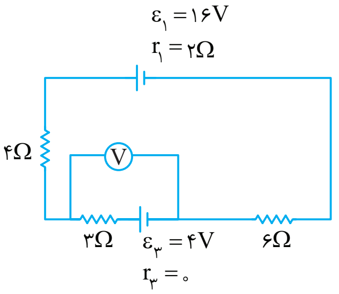
جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲۸+۲} \Rightarrow I=۰/۴\,A$$



۲۶۱ B (۴)

شاخهٔ شامل باتری (۲) باز بوده و این شاخه از مدار حذف می‌شود.



ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{۱۶-۴}{۱۳+۲}=\frac{۱۲}{۱۵}=\frac{۴}{۵}=۰/۸\,A$$

اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج برابر است با:

$$V=\varepsilon_۳+IR \Rightarrow V=۴+۰/۸\times۳=۴+۲/۴=۶/۴V$$

۲۶۲ B (۴)

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-N\frac{A\Delta B}{\Delta t}$$

در بازهٔ ۰ تا ۰/۰۱s: $\varepsilon_۱=-۱\times\pi\times(۰/۲)^۲\times\frac{۰/۳}{۰/۰۱}=-۳/۶V$

در بازهٔ ۰/۰۱s تا ۰/۰۲: $\varepsilon_۲=۰$

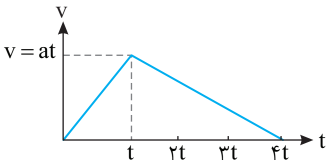
در بازهٔ ۰/۰۲s تا ۰/۰۳s: $\varepsilon_۳=۱\times\pi(۰/۲)^۲\times\frac{۰/۳}{۰/۰۱} \Rightarrow \varepsilon_۳=۳/۶V$

۲۶۳ B (۴)

شتاب در قسمت کندشونده $\frac{۱}{۳}$ شتاب در قسمت تندشونده است بنابراین زمان و مسافت توقف در قسمت کندشونده به ترتیب ۳ برابر زمان و مسافت در قسمت تندشونده است. مسافت طی شده خواهد شد:

$$S=\frac{v\times۴t}{۲}=\frac{at\times۴t}{۲}\xrightarrow{a=۳m/s^۲}\frac{۳t\times۴t}{۲}=۶۰۰ \Rightarrow t=۱۰s$$

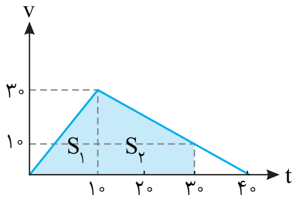
$$v=at=۳\times۱۰=۳۰m/s$$



اکنون سطح زیر نمودار را از صفر تا ۳۰s حساب می‌کنیم. ابتدا سرعت را در لحظهٔ $t=۳۰s$ حساب می‌کنیم:

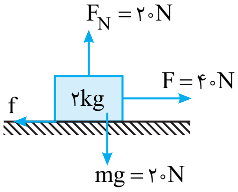
$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=-۱\times۲۰+۳۰ \Rightarrow v=۱۰m/s$$

$$\Delta x=S_۱+S_۲=\frac{۳۰\times۱۰}{۲}+\frac{۳۰+۱۰}{۲}\times۲۰ \Rightarrow \Delta x=۱۵۰+۴۰۰=۵۵۰m$$



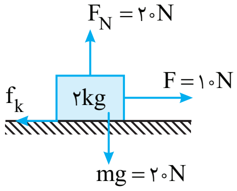
۲۶۴ B (۴)

ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s_{max}})$ را حساب می‌کنیم. اگر نیروی افقی وارد بر جسم $(F=۴۰N)$ بزرگ‌تر از $f_{s_{max}}$ باشد جسم به حرکت در می‌آید:



$$f_{s_{max}}=\mu_sF_N \Rightarrow f_{s_{max}}=۰/۶\times۲۰=۱۲N<F$$

بنابراین جسم به حرکت در می‌آید و پس از ۵s سرعتش به v می‌رسد. حال F از ۳۰N کم شده و مقدار آن به ۱۰N می‌رسد. جسم درحال حرکت بوده پس همچنان به جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود.



$$f_k=\mu_kF_N \Rightarrow f_k=۰/۵\times۲۰=۱۰N$$

$$F_{net}=ma \Rightarrow F-f_k=ma \Rightarrow ۱۰-۱۰=۲\times a \Rightarrow a=۰$$

بنابراین جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

A ۲۶۵ (۱)

ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{۱}{۲}s \xrightarrow{\omega=۲\pi/T} \omega=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \omega=۴\pi\ rad/s$$

طول پاره‌خط مسیر ۱۰cm است بنابراین دامنه خواهد شد: $A=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$

اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{max}=mA\omega^{۲} \xrightarrow{m=۰/۵kg}$$

$$F_m=۰/۵\times۰/۰۵\times۱۶\pi^{۲}\Rightarrow F_m=۴N$$

A ۲۶۶ (۴)

با توجه به شکل داریم:

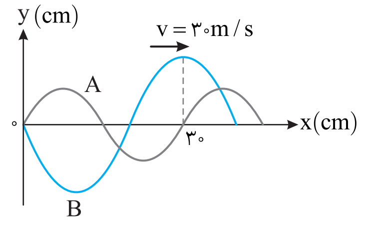
$$\lambda_A=۳۰cm=۰/۳m \xrightarrow{v=\lambda/T} ۳۰=\frac{۰/۳}{T_A}\Rightarrow T_A=۰/۰۱s$$

$$\frac{۳}{۴}\lambda_B=\lambda_A\Rightarrow\frac{۳}{۴}\lambda_B=۳۰\Rightarrow\lambda_B=۴۰cm=۰/۴m$$

$$\xrightarrow{v=\lambda T} ۳۰=\frac{۰/۴}{T_B}\Rightarrow T_B=\frac{۴}{۳۰۰}s$$

حال با توجه به این که $T=\frac{t}{n}$، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت ۲۰s به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۰/۰۱=\frac{۲۰}{n_A}\Rightarrow n_A=۲۰۰۰ \\ \frac{۴}{۳۰۰}=\frac{۲۰}{n_B}\Rightarrow n_B=۱۵۰۰ \end{cases} \Rightarrow n_A-n_B=۵۰۰$$ نوسان



A ۲۶۷ (۱)

طول موج را به‌دست می‌آوریم.

$$E=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۷}=\frac{۱۲۴۰}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۲۴۰}{۴\times۱۰^{-۷}}=۳۱۰\times۱۰^{۷}nm$$

$\lambda=۳۱۰\times۱۰^{۷}\times۱۰^{-۹}=۳/۱m\Rightarrow$ رادیویی

دقت کنید تمام اعداد داده شده در پرانتز روبه‌روی سؤال به هیچ دردی نمی‌خورد.

A ۲۶۸ (۴)

اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیهٔ گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.

A ۲۶۹ (۴)

۸۷/۵ درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی مانده است.

$$N=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_۰=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

در مدت ۲۴h، سه نیمه‌عمر طی شده است.

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۲۴}{۳}=۸h$$