پاسخ‌های تشریحی

ویندوز ۱۰ ۱۱

جامع فیزیک پایه

جلد دوم

رضا خالو، امیرعلی میری

رشتهٔ تجربی



نشر الگو



پیشگفتار

به نام خدا

سلام

همکاران گرامی و دانش آموز عزیز

مقدم شما را به دنیای پنجره‌های کتاب جامع فیزیک پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) خوش آمد می گوییم.

کتاب دو جلدی است یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامهٔ کاملاً تشریحی

اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره (به جز فصل ۱ دهم) و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

۱) درسنامه: در درسنامه با یک خلاصه درس مفید و کاربردی روبرو هستید که در آن تمام نکات درسی به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) تست‌ها: تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می دهند که شامل تست‌های کنکور، کنکورهای آزمایشی و تألیفی است.

الف- چینش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله‌پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ۳۰٪ آن‌ها را با لوگوی ( ) مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی ( ) مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبرو - پنجره تودرتو

در آزمون‌هایی که شما خواهید دید، تست‌ها طبقه‌بندی ندارند و این شما هستید که باید موضوع تست را تشخیص دهید. به همین دلیل بین هر دو پنجرهٔ پشت سرهم یک بخش به نام پنجره روبرو و در انتهای هر فصل یک بخش به نام پنجرهٔ تودرتو قرار دارد که در آن‌ها خبری از طبقه‌بندی تست‌ها نیست و تست‌ها ترتیب مشخصی ندارند و در واقع شما یک کتاب با تست‌های ریز طبقه‌بندی و یک مینی کتاب با تست‌های درهم و برهم در اختیار دارید.



اما جلد دوم یا جلد پاسخنامه[1]

تمام زحماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در این جلد به سرانجام می‌رسد، به‌قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

الف- خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید، بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

ب- نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

پ- یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، اینگونه فکر نکرده‌ایم که این مطلب قبلاً بیان شده بلکه برای یادآوری و راحت‌تر کردن حل تست آن را دوباره بیان کرده‌ایم.

ت- یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ما فکر کرده‌ایم شما آن را به‌خاطر ندارید. از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تست در آخر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعهٔ پاسخ، بازی با سؤال را حل کنید. کلید این تست‌ها در پاسخ قرار دارد اما حل آن‌ها به صورت QR Code بوده و می‌توانید از سایت نیز پاسخ را بردارید.

پاسخ پنجره‌های روبه‌رو و تودرتو: در پاسخ این تست‌ها، شمارهٔ «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و در سنامهٔ آن کجاست.

در آخر باید بگوییم که پاسخ همهٔ تست‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله‌پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانهٔ کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و همچنین آقای محسن شعبان شمیرانی که ویرایش این کتاب بر عهده‌ی ایشان امکان‌پذیر نبود، در واحد حروفچینی و صفحه‌آرایی از خانم‌ها فاضله محسنی، مریم احمدی و راضیه صالحی و همچنین سرکار خانم سکینه مختار مدیر واحد فنی و ویرایش قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس olgoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.



پاسخ فصل اول ۲

پاسخ فصل دوم ۲۱

پاسخ فصل سوم ۶۹

پاسخ فصل چهارم ۱۲۵

پاسخ فصل پنجم ۱۷۵

پاسخ فصل ششم ۲۵۰

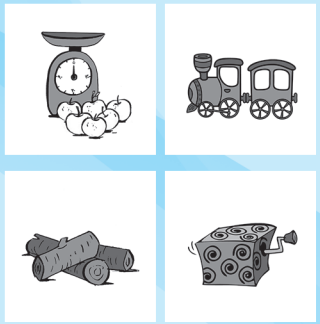
پاسخ فصل هفتم ۳۴۳

Windows10&11

جامع فیزیک پایه (تجربی)

*** پاسخ‌های تشریحی ***









فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

پنجره ۱

A ۱ ۳

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

نقطهٔ قوت دانش فیزیک آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی است و گزارهٔ (ب) درست است.

نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود حتی نظریه‌ای جدید را جایگزین کند و گزارهٔ (پ) درست است.

اما با آنکه آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده است و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۲ ۲

برای مدل‌سازی باید از کمیت‌هایی صرف‌نظر کرد که در پدیدهٔ مورد مطالعه نقش اساسی ندارند. در پرتاب کردن توپ، چون تندی آن خیلی زیاد است، مقاومت هوا تأثیر چندانی بر آن ندارد و در مقابل تأثیر نیروی گرانش می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. هرگاه یک برگ در هوا رها شود، مقاومت هوای وارد بر آن در حرکت برگ نقش مهمی خواهد داشت و در مدل‌سازی نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. هنگام ترمز کردن اتومبیل اصطکاک نقش اساسی دارد و در مدل‌سازی نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، زیرا با صرف‌نظر از اصطکاک نمی‌توان کاهش سرعت و توقف اتومبیل را توجیه کرد.

A ۳ ۳

خط فکری در فواصل نزدیک سطح زمین نیروی وزن تغییرات چندانی ندارد اما اگر از سطح زمین زیاد دور شویم نیروی وزن کاهش می‌یابد و دانستن این مطلب در مدل‌سازی مهم است.

در سقوط برگ و پرتاب کردن توپ بسکتبال که در مجاورت سطح زمین صورت می‌گیرد تغییر نیروی وزن ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در مدل‌سازی (الف) و (ب) از تغییر نیروی وزن چشم‌پوشی می‌کنیم. اما در پرتاب ماهواره و حرکت ماهواره در مداری به گرد زمین چون ماهواره از سطح زمین دور می‌شود، تغییر نیروی وزن قابل چشم‌پوشی است.

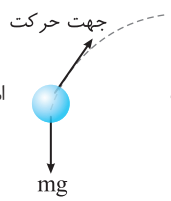
A ۴ ۳

۱ در پرتاب توپ بسکتبال چرخیدن توپ مدنظر نبوده و توپ را نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۲ سرعت حرکت توپ زیاد نبوده و می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۳ ارتفاع توپ زیاد تغییر نمی‌کند به همین دلیل نیروی وزن تغییر نمی‌کند.

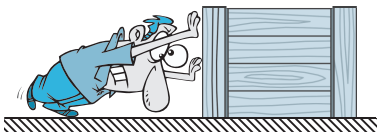
بنابراین مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال به صورت



است.

A ۵ ۲

در بررسی حرکت و سکون اجسام می‌توان آن‌ها را ذره در نظر گرفت و نیروهای وارد بر آن‌ها را به‌صورت نیروهای وارد بر این ذره (نقطه) فرض کرد، بنابراین در این مدل‌سازی جسم گسترده یک ذره فرض می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است و نیروهای وارد بر ذره از یک نقطه رسم می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است و نیروی شخص و نیروی اصطکاک هم‌اندازه است. بنابراین بردار نیروی شخص باید هم‌اندازهٔ بردار اصطکاک رسم شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۶ ۴

معمولاً جرم طناب در مقابل جرم جسم قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. گزینهٔ (۱) نادرست است.

جسم توسط طناب روی سطح افقی به حرکت در آمده است و چرخش در کار نیست، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

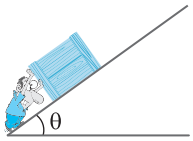
می‌توان جسم را به‌صورت یک ذره در نظر گرفت و با رسم نیروهای وارد بر آن ذره حرکت را مدل‌سازی کرد. بنابراین ابعاد جسم قابل چشم‌پوشی است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در هنگام حرکت جسم روی سطح نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد زیر به‌طور مستقیم در نحوهٔ حرکت جسم تأثیرگذار است و گزینهٔ (۴) قابل چشم‌پوشی نیست.

A ۷ ۳

در مدل‌سازی از کمیت‌هایی صرف‌نظر می‌شود که تأثیر چندانی در حرکت جسم یا پدیدهٔ مورد مطالعه نداشته باشند.

وقتی شما جسمی را هُل می‌دهید، مقاومت هوا در حرکت جسم نقش مهمی ندارد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین (الف) درست است.



در جابه‌جایی رو به بالا در مجاورت زمین، شتاب گرانش (g) تغییر چندانی ندارد بنابراین (ب) نیز قابل صرف‌نظر کردن است.

وقتی شما جسمی را رو به بالا می‌برید باید بر نیروی وزن غلبه کنید و اگر نیروی خود را قطع کنید معمولاً جسم به پایین برمی‌گردد، بنابراین نیروی وزن قابل صرف‌نظر کردن نیست و (پ) نادرست است.

در بررسی حرکت جعبه آن را به‌صورت ذره‌ای بررسی می‌کنند و در این صورت حرکت ابعاد جعبه قابل صرف‌نظر کردن است و (ت) درست است.

اما کاملاً مشخص است که هرچه θ بزرگ‌تر باشد، هُل دادن جسم رو به بالا سخت‌تر است و اگر زاویهٔ θ نادیده گرفته شود مانند این است که جسم را روی سطح افقی $(\theta=0)$ هُل می‌دهیم، در این صورت حرکت کاملاً دگرگون می‌شود، بنابراین زاویهٔ θ قابل صرف‌نظر کردن نیست و (ث) نادرست است.

A ۸ ۳

چشمهٔ نور (خورشید) در فاصلهٔ بسیار دوری از جسم (درخت) قرار دارد، از این‌رو می‌توان پرتوهای واگرایی که از خورشید گسیل می‌شود را موازی در نظر گرفت بنابراین گزاره (الف) درست است. / پرتوهای بازتابیده از درخت، در راستاهای مختلف پخش می‌شوند و تعدادی از آن‌ها وارد دوربین می‌شوند، از این‌رو گزارهٔ (ب) درست است. / در بررسی چگونگی نحوهٔ تشکیل تصویر به دلیل گستردگی جسم و تصویرش، نقطه‌ای فرض کردن جسم نادرست است و در این مدل‌سازی فرض نادرستی است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

در این صورت دو گزاره درست و گزینهٔ (۳) پاسخ است.

A ۹ ۴

منبع نور لیزر در واقع گسترده است و پرتوهای خروجی از آن واگرا است. به‌طوری که از منبع نور لیزر دور شویم، متوجه می‌شویم که پرتوهای خروجی از آن واگرا هستند. در مطالعهٔ لیزر برای سادگی و مدل‌سازی منبع نور را نقطه‌ای و پرتوهای آن را موازی فرض می‌کنیم، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) درست است. اما گزینهٔ (۳) مدل‌سازی نیست، زیرا لیزر در واقعیت تک‌رنگ است.

A ۱۰ ۳

یادآوری ۱ هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی و یکاهای آن‌ها نیز یکاهای اصلی هستند.

یادآوری ۲ برای بیان هر کمیت فیزیکی نرده‌ای به عدد و یکای مناسب، نیاز داریم و برای بیان هر کمیت فیزیکی برداری علاوه بر عدد و یکای مناسب، بیان جهت نیز لازم است.

یادآوری ۳ برای نمایش کمیت‌های برداری از علامت پیکان بالای نماد آن کمیت استفاده می‌کنیم. مانند بردار نیرو $(\vec{F})$ اما برای بیان اندازهٔ یک کمیت برداری علامت پیکان را از بالای سر آن برمی‌داریم، مانند اندازهٔ نیرو F.

با توجه به یادآوری‌ها، گزاره‌های (الف) و (ب) درست و گزارهٔ (پ) نادرست‌اند.

A ۱۱ ۴

یکای فرعی نیرو $kg.m/s^2$ است و به افتخار نیوتون، یکای نیرو نیوتون نام‌گذاری شده و در دستگاه SI یکای نیرو، نیوتون است، گزینه (۱) نادرست است. یکای طول ابتدا به صورت کسری از فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شد و سپس فاصله دو خط حک شده در نزدیکی هر یک از سرهای میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم به عنوان یکای طول تعریف شد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

یکای مقدار ماده مول می‌باشد و نه جرم. اما در گزینه (۳) از تعریف یکای جرم استفاده شده است و نادرست است.

یکای زمان ثانیه (s) در ابتدا به صورت $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی تعریف شد، اما امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۲ ۳

جرم و زمان هر دو کمیت اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI به‌ترتیب کیلوگرم و ثانیه است که هر دو یکای اصلی هستند.

A ۱۳ ۲

یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای تندی و سرعت هر دو متر بر ثانیه (m/s) است و گزارهٔ (ب) درست است.

یکای شدت روشنایی کَندِلا (شمع) و یکای شدت جریان الکتریکی آمپر است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

A ۱۴ ۲

جرم، زمان، طول، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند.

در گزینهٔ (۲) هر سه کمیت چگالی، تندی و انرژی کمیت‌های فرعی هستند.

بازی با سؤال **کمیت‌های عنوان شده در کدام گزینه همگی اصلی هستند؟**

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو

۲) گرما، زمان، جرم

۳) جریان الکتریکی، دما، جرم

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

گزینهٔ ۳

A ۱۵ ۱

یادآوری تفاوت یکای فرعی و یکای SI:

یکای فرعی: اگر یکای یک کمیت بر اساس یکاهای اصلی نوشته شود به آن یکای فرعی گویند.

مثلاً یکای فرعی نیرو با توجه به قانون دوم نیوتون به صورت روبه‌رو است:

$$F=ma \Rightarrow [F]=kgm/s^2$$

دقت کنید که در یکای فرعی نیرو از نام نیوتون استفاده نشده است.

یکای SI: برای برخی از یکاهای پُر کاربرد فرعی، نام ویژه‌ای برگزیده شده است مانند نیوتون برای نیرو، در واقع یکای فرعی بر اساس هفت یکای اصلی نوشته می‌شود و برای آن یک نام قرارداد شده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم.

تنها سرعت است که یکای SI و یکای فرعی آن m/s است.

یکای SI فشار پاسکال و یکای فرعی آن kg/ms^2 است.

یکای SI نیرو نیوتون و یکای فرعی آن kgm/s^2 است.

یکای SI انرژی ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 است.

A ۱۶ ۴

جرم کمیت اصلی بوده و گزینه‌های (۱) و (۳) جواب نیست. شتاب کمیتی برداری است و گزینهٔ (۲) جواب نخواهد بود. انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار کمیت‌های فرعی و نرده‌ای هستند.

A ۱۷ ۱

یکاهای استفاده شده در متن پوند، فوت، کوارت، نیوتون، متر، لیتر، مایل و گالن است که از این بین تنها یکای نیوتون و متر یکای SI هستند و از بین این دو یکای SI، تنها یکای متر که مربوط به کمیت طول است، یک کمیت اصلی است.

A ۱۸ ۱

هر انسانی هم ضربان قلب دارد و هم می‌تواند فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دستان کشیده خود را اندازه بگیرد و به عنوان یکا در نظر بگیرد، پس هر دو در دسترس همه هستند. اما می‌دانیم ضربان قلب و فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دست کشیده شده برای افراد مختلف متفاوت است، بنابراین مشکل این دو تغییرپذیر بودن آن‌ها می‌باشد.

پنجره ۲

A ۱۹ ۲

در صورت این سؤال شما با یک روش اندازه‌گیری آشنا می‌شوید که در آن اندازهٔ یک کمیت مثلاً ضخامت یک برگ را با وسایل اندازه‌گیری معمولی به‌دست می‌آورید. برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ از کتاب می‌توانید با یک خط‌کش ضخامت کتاب را اندازه‌گیری کنید، سپس ضخامت کتاب را به تعداد برگ‌های آن تقسیم کنید تا ضخامت یک برگ به‌دست آید. البته یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای دارای $\frac{400}{2}=200$ برگ است.

$$\text{ضخامت یک برگ}=\frac{\text{ضخامت کتاب}}{\text{تعداد برگ‌های آن}}=\frac{3/6}{200}=1/8\times10^{-2}cm=0/18mm$$

A ۲۰ ۱

به کمک روش زنجیره‌ای و با استفاده از ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) مسأله را حل می‌کنیم

$$v=14\text{گره دریایی}\times\underbrace{\frac{0/5m/s}{1\text{ گره دریایی}}}_{\text{ضریب تبدیل}}=7m/s$$

اکنون هر متر بر ثانیه را به km/h تبدیل می‌کنیم:

$$v=7\frac{m}{s}\times\underbrace{\frac{1km}{10^3m}}_{\text{ضریب تبدیل متر به کیلومتر}}\times\underbrace{\frac{3600s}{1h}}_{\text{ضریب تبدیل ثانیه به ساعت}}\Rightarrow v=25/2\frac{km}{h}\approx25\frac{km}{h}$$

A ۲۱ ۳

با توجه به اینکه هر قیراط ۲۰۰mg است، ابتدا هر قیراط را به میلی‌گرم تبدیل می‌کنیم.

۲۰۰ قیراط چند میلی‌گرم است:

$$m=200\text{قیراط}\times\underbrace{\frac{200mg}{1\text{قیراط}}}_{\text{ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم}}=4\times10^4mg$$

هر ۱۰۰۰ میلی‌گرم، ۱ گرم است. بنابراین خواهیم داشت:

$$m=4\times10^4mg\times\underbrace{\frac{1g}{1000mg}}_{\text{ضریب تبدیل میلی‌گرم به گرم}}=40g$$

B ۲۲ ۳

با توجه به تبدیلات زنجیره‌ای مسأله را حل می‌کنیم. ضریب تبدیل سیر به مثقال برابر $\frac{1\text{سیر}}{16\text{مثقال}}$ است. ابتدا مثقال را به سیر تبدیل می‌کنیم:

$$500\text{مثقال}\times\frac{1\text{سیر}}{16\text{مثقال}}=31/25\text{سیر}$$

ضریب تبدیل مثقال به گرم $\left(\frac{4/86g}{1\text{مثقال}}\right)$ و ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم $\left(\frac{1kg}{10^3g}\right)$، مثقال را به kg تبدیل می‌کنیم:

$$500\text{مثقال}\times\frac{4/86g}{1\text{مثقال}}\times\frac{1kg}{10^3g}=2/43kg$$

A ۲۳ ۱

خط فکری فاصلهٔ هواپیما از سطح آزاد دریا خواسته شده است البته برحسب متر، بنابراین ابتدا باید با روش زنجیره‌ای، فوت (ft) را به متر تبدیل کنید سپس عدد به‌دست آمده را به‌صورت نماد علمی بنویسید و برای نوشتن نماد علمی باید عدد را به‌صورت $(a\times 10^{b})$ بنویسید که در آن a یک عدد بین ۱ تا ۱۰ و b نیز یک عدد صحیح است.

ارتفاع هواپیما از سطح زمین ۴۰۰۰۰ پا است بنابراین:

$$h=40000\,ft\times\underbrace{\frac{12\,in}{1\,ft}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{فوت به اینچ}}}\times\underbrace{\frac{2/5\,cm}{1\,in}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{اینچ به سانتی‌متر}}}\times\underbrace{\frac{1\,m}{100\,cm}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{سانتی‌متر به متر}}}\Rightarrow h=12000\,m$$

اکنون h را برحسب نماد علمی می‌نویسیم: $h=1/2\times 10^{4}\,m$

A ۲۴ ۱

ابتدا عدد را برحسب نماد علمی می‌نویسیم:

$$m=0/000167\,kg=1/67\times 10^{-4}\,kg$$

اکنون با تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$1/67\times 10^{-4}\,kg\times\underbrace{\left(\frac{10^{3}\,g}{1\,kg}\right)}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{g به kg}}}\times\underbrace{\left(\frac{1\,Gg}{10^{9}\,g}\right)}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{گرم به گیگاگرم}}}=1/67\times 10^{-10}\,Gg$$

با مقایسهٔ عدد $1/67\times 10^{-10}$ با نماد علمی $a\times 10^{b}$ نتیجه می‌گیریم که $b=-10$ است.

B ۲۵ ۱

خط فکری تـوان یعنی آهنگ مصرف انرژی $(P=\frac{U}{t})$ که در آن یکای U ژول و یکای t، s است یعنی یکای فرعی توان J/s است و یکای SI آن وات (W) نام دارد. بنابرایـن شـما باید یکای توان داده شـده را بـه یکای فرعی آن یعنـی J/s تبدیل کنید، سپس به جای J/s، وات قرار دهید.

با روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$P=0/032\,\frac{\mu g(km)^{2}}{(ms)^{3}}\times\underbrace{\frac{1\,g}{10^{6}\,\mu g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{میکروگرم به گرم}}}\times\underbrace{\frac{1\,kg}{10^{3}\,g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{گرم به کیلوگرم}}}\times\underbrace{\left(\frac{10^{3}\,m}{1\,km}\right)^{2}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{کیلومتر به متر}}}\times\underbrace{\left(\frac{10^{3}\,ms}{1\,s}\right)^{3}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{میلی‌ثانیه به ثانیه}}}$$

$$=0/032\times 10^{6}\,W$$

که باید آن را به‌صورت نماد علمی بنویسیم:

$$P=0/032\times 10^{6}=32\times 10^{3}=3/2\times 10^{4}\,W$$

A ۲۶ ۳

هریک از گزینه‌ها را با روش تبدیل زنجیره‌ای بررسـی می‌کنیم تا درسـتی و نادرسـتی آن مشخص شود.

گزینه (۱): $5km=5km\times\frac{10^{3}\,m}{1\,km}\times\frac{10^{2}\,cm}{1\,m}=5\times 10^{5}\,cm$

بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینه (۲): $40\mu s=40\mu s\times\frac{1\,s}{10^{6}\,\mu s}=4\times 10^{-5}\,s$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینه (۳): $84\,mg=84\,mg\times\frac{1\,g}{10^{3}\,mg}=8/4\times 10^{-2}\,g$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

گزینه (۴):

$$280\,cm^{2}=280\,cm^{2}\times\frac{1\,m^{2}}{(10^{2})^{2}\,cm^{2}}=280\times 10^{-4}\,m^{2}=2/8\times 10^{-2}\,m^{2}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۲۷ ۳

قطعاً جرم این سه جسم با یکاهای مختلف را نمی‌توانیم با یکدیگر مقایسه کنیم، بنابراین باید تمام جرم‌ها را برحسب یک یکای یکسان مثلاً گرم (g) به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=0/004\times 10^{-3}\,Mg=4\times 10^{-6}\,Mg\times\left(\frac{10^{6}\,g}{1\,Mg}\right)=4g$$

$$m_B=0/004\times 10^{-7}\,Gg=4\times 10^{-10}\,Gg\times\left(\frac{10^{9}\,g}{1\,Gg}\right)=4\times 10^{-1}\,g$$

$$m_C=3\times 10^{-15}\,Tg=3\times 10^{-15}\,Tg\times\left(\frac{10^{12}\,g}{1\,Tg}\right)=3\times 10^{-3}\,g$$

با مقایسهٔ اعداد به‌دست آمده مشخص است که: $m_C<m_B<m_A$

A ۲۸ ۲

خط فکری در حـل ایـن نوع مسـائل راهی به‌جز بررسـی تک‌تـک گزینه‌ها وجود نـدارد. البته باید یکای دو طرف هر نامسـاوی را یکسان‌سـازی کنید تـا بتوانید در مورد درست و نادرست بودن آن اظهارنظر کنید.

گزینهٔ (۱): $2/2\times 10^{-6}\,m^{2}\times\underbrace{\frac{10^{6}\,mm^{2}}{1\,m^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ mm^{2}\text{ به }m^{2}}}=2/2\,mm^{2}>0/24\,mm^{2}$

نامساوی گزینهٔ (۱) درست است.

گزینهٔ (۲): $2/01\,cm^{3}\times\underbrace{\frac{1\,m^{3}}{10^{+6}\,cm^{3}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ m^{3}\text{ به }cm^{3}}}\times\underbrace{\frac{1\,km^{3}}{10^{+9}\,m^{3}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ km^{3}\text{ به }m^{3}}}=2/01\times 10^{-15}\,km^{3}$

$$=2010\times 10^{-18}>0/3\times 10^{-18}$$

نامساوی گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): $3\,mm^{2}\times\underbrace{\frac{1\,m^{2}}{10^{6}\,mm^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ m^{2}\text{ به }mm^{2}}}\times\underbrace{\frac{10^{2}\,dm^{2}}{1\,m^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ dm^{2}\text{ به }m^{2}}}=3\times 10^{-4}\,dm^{2}<4\times 10^{-3}\,dm^{2}$

نامساوی گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴): $4/01\,mg\times\frac{1\,g}{10^{3}\,mg}=4/01\times 10^{-3}\,g<5\times 10^{-3}\,g$

نامساوی گزینهٔ (۴) درست است.

A ۲۹ ۴

ابتدا طول ضلـع BC را با روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب فوت به‌دست می‌آوریم:

$$72\,in\times\underbrace{\frac{1\,ft}{12\,in}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{ft به in}}}=6\,ft$$

به کمک رابطهٔ فیثاغورس طول وتر AC را برحسب فوت حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{BC^{2}+AB^{2}}=\sqrt{6^{2}+8^{2}}=10\,ft$$

اکنون فوت را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$AC=10\,ft\times\underbrace{\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{in به ft}}}\times\underbrace{\left(\frac{2/5\,cm}{1\,in}\right)}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{cm به in}}}=300\,cm$$

A ۳۰ ۲

تندی نور $3\times 10^{8}\,m/s$ است، یعنی نور در هر ثانیه، مسافت $3\times 10^{8}\,m$ را طی می‌کند بنابراین ابتدا مسافت را برحسب متر به‌دست می‌آوریم.

$$1\,ft\times\frac{12\,in}{1\,ft}\times\frac{2/5\,cm}{1\,in}\times\frac{1\,m}{10^{2}\,cm}=0/3\,m$$

اکنون با توجه به تندی خواهیم داشت: $\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow 3\times 10^{8}=\frac{0/3}{t}\Rightarrow t=10^{-9}\,s$

هر ns۱ برابر $10^{-9}\,s$ است، از این‌رو خواهیم داشت: $(t=1\,ns)$

A ۳۱ ۴

با توجه به ضرایب تبدیل $\frac{1AU}{1/5\times10^{11}m}$ و $\frac{60s}{1min}$ تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$3\times10^{8}m/s=3\times10^{8}\frac{m}{s}\times\frac{1AU}{1/5\times10^{11}m}\times\frac{60s}{1min}=0/12AU/min$$

بازی با سؤال **فاصلهٔ اختروشی از منظومهٔ شمسی برابر $10^{15}Au$ است. این فاصله برحسب سال نوری تقریباً برابر کدام گزینه می‌باشد؟ مسافتی که نور در یک ماه طی می‌کند تقریباً $8\times10^{13}m$ بوده و میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر $1/5\times10^{11}m$ است.)**

۱) $1/5\times10^{8}$ ۲) $1/5\times10^{11}$ ۳) 3×10^{14} ۴) 3×10^{17}

گزینهٔ ۲

B ۳۲ ۱

به رابطهٔ داده شده نگاه کنید. صورت کسر یکاها داده شده بنابراین صورت یکای سمت چپ باید تبدیل به صورت یکای سمت راست شود، بنابراین ابتدا تبدیل واحد از سانتی‌متر به متر را انجام می‌دهیم:

$$F=360\frac{kg.cm}{(min)^2}\times\frac{1m}{100cm}=3/6kg.m/(min)^2$$

اکنون برای پر کردن جای خالی باید دقیقه (min) را به یکی از یکاهای داده شده در گزینه‌ها تبدیل کنیم. در گزینهٔ (۱) دقیقه را باید به ثانیه تبدیل کنیم.

$$3/6\frac{kg.m}{(min)^2}\times(\frac{1min}{60s})^2=3/6\times\frac{1}{3600}=0/1\times10^{-2}=10^{-3}kg.m/s^2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ مسأله است و دیگر نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست اما گزینه‌های دیگر رانیز بررسی می‌کنیم.

در گزینهٔ (۲) دقیقه به ms (میلی‌ثانیه) تبدیل شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$3/6\frac{kg.m}{(min)^2}\times(\frac{1min}{60s})^2\times(\frac{1s}{10^3ms})^2=10^{-9}kg.m/ms^2$$

برای رد گزینهٔ (۳) و (۴) می‌توان این‌گونه استدلال کرد که عدد سمت چپ $3/6kgm/min^2$ در سمت راست به $10^{-3}\frac{kgm}{\square^2}$ تبدیل شده است یعنی بعد از تبدیل عدد کوچک‌تر شده است، بنابراین در تبدیل min (دقیقه) باید مخرج بزرگ شده باشد و اگر از کیلوثانیه (ks) و ساعت (h) استفاده کنیم، ضریب تبدیل باعث بزرگ شدن عدد می‌شود که جواب نخواهد بود.

A ۳۳ ۳

خط فکری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌گویند، بنابراین $500cm^3/s$ یعنی در هر ثانیه از شیلنگ $500cm^3$ آب خارج می‌شود و کافی است آن را به لیتر بر دقیقه $(\frac{L}{min})$ تبدیل کنیم.

با روش تبدیل زنجیره‌ای و استفاده از ضرایب $(\frac{1L}{10^3cm^3})$ و $(\frac{60s}{1min})$ تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$500\frac{cm^3}{s}\times\frac{1L}{10^3cm^3}\times\frac{60s}{1min}=30\frac{L}{min}$$

B ۳۴ ۴

طول شمع 18cm است و در مدت 2h آب می‌شود، بنابراین آهنگ آب شدن شمع خواهد شد:

$$\text{آهنگ آب شدن شمع}=\frac{\text{طول شمع}}{\text{مدت زمان آب شدن}}=\frac{18cm}{2h}=9cm/h$$

حال با روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای (cm/h) را به یکای $\mu m/ms$ تبدیل می‌کنیم.

$$9cm/h\times\underbrace{\frac{1m}{10^{+2}cm}}_{\text{ضریب تبدیل cm به m}}\times\underbrace{\frac{10^{+6}\mu m}{1m}}_{\text{ضریب تبدیل m به }\mu m}\times\underbrace{\frac{1h}{3600s}}_{\text{ضریب تبدیل ساعت به ثانیه}}\times\underbrace{\frac{1s}{10^3ms}}_{\text{ضریب تبدیل s به ms}}=\frac{10}{400}\mu m/ms$$

$$=\frac{1}{4}\times10^{-1}Mm/ms$$

یادآوری در نماد علمی، عدد حاصل‌ضرب $a\times10^{b}$ نوشته می‌شود که در آن $1\le a<10$ و b یک عدد صحیح است.

عدد را به نماد علمی می‌نویسیم.

$$\frac{1}{4}\times10^{-1}\mu m/ms=0/25\times10^{-1}\mu m/ms=2/5\times10^{-2}\mu m/ms$$

بازی با سؤال **ارتفاع یک گیاه در هر هفته به اندازهٔ رشد می‌کند. آهنگ متوسط رشد این گیاه چند $\mu m/s$ است؟** از کتاب درسی

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

گزینهٔ ۲

B ۳۵ ۳

یادآوری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامند. مثلاً آهنگ مصرف انرژی هنگام نشستن در کلاس $12/6kJ/min$ است که مفهوم آن این است که بدن شما در هر دقیقه نشستن در کلاس 12/6 kJ انرژی مصرف می‌کند.

آهنگ خروج بنزین از بشکه $2L/s$ یعنی در هر ثانیه 2L بنزین از بشکه خارج می‌شود. بنابراین در مدت 45s مقدار بنزین خارج شده از بشکه برابر است با:

$$\text{مقدار بنزین خارج شده}=\text{آهنگ خروج}\times\text{زمان}=2L/s\times45=90L$$

گنجایش بشکه 100L بنزین بوده که در ابتدا در آن 90L بنزین قرار داشته است یعنی $100-90=10L$ از حجم بشکه خالی بوده است. اکنون باید مشخص کنیم این 10L چند درصد حجم بشکه بوده است:

$$\frac{\text{حجم خالی}}{\text{حجم کل}}\times100=\frac{10}{100}\times100=10\%$$

B ۳۶ ۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود آهنگ تغییر سرعت خودرو $18\times10^3m/(min)^2$ است یعنی در هر دقیقه به اندازهٔ $18\times10^3m/min$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود. در مرحلهٔ اول دقیقه را به ثانیه تبدیل کنید سپس به کمک آهنگ تغییر سرعت، زمان رسیدن به سرعت $25\times10^{-3}km/s$ را به‌دست بیاورید.

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=18\times10^3\frac{m}{(min)^2}\times\underbrace{\frac{1min^2}{3600s^2}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{مربع دقیقه به مربع ثانیه}}}=5\frac{m}{s^2}$$

سرعت داده شده را برحسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v=25\times10^{-3}\frac{km}{s}\times\underbrace{\frac{10^3m}{1km}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{کیلومتر به متر}}}\Rightarrow v=25\frac{m}{s}$$

با توجه به تعریف آهنگ می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow5=\frac{25-0}{t}\Rightarrow t=5s$$

B ۳۷ ۲

خط فکری دقت کنید آهنگ افزایش ارتفاع آب از شما خواسته شده است. بنابراین باید مساحت سطح قاعدهٔ مخزن (۲) را داشته باشید تا به کمک آن بتوانید با استفاده از آهنگ حجم آب ریخته شده در مخزن (۲) آهنگ تغییر ارتفاع را حساب کنید.

ابتدا مساحت سطح (کف) مخزن (۲) را به‌دست می‌آوریم. $A=100\times5=5\times10^2cm^2$

آهنگ ورود آب به مخزن (۲)، $2L/s$ است یعنی در هر ثانیه 2L آب وارد مخزن (۲) می‌شود، از این‌رو ارتفاع آبی که در هر ثانیه به آب درون مخزن (۲) افزوده می‌شود برابر خواهد شد با:

$$V=A\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{V}{A}=\frac{2\times10^3cm^3}{5\times10^2cm^2}\Rightarrow\Delta h=4cm$$

بنابراین در هر ثانیه، 4cm بر ارتفاع آب ظرف (۲) اضافه می‌شود یعنی آهنگ افزایش ارتفاع آب $4cm/s$ است.

B ۳۸ ۲

خط فکری در فیزیک دو کمیت یکسان با یکای یکسان را می‌توان با هم جمع و یا از هم کم کرد. به‌طور مثال اگر جرم جعبه‌ای ۲kg و جرم محتویات درون آن ۵kg باشد، مجموع جرم‌ها برابر ۵+۲=۷kg است. در واقع کمیت‌های متفاوت و یکاهای متفاوت را نمی‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد. یعنی شما نمی‌توانید جرم جسم و شتاب آن را با هم جمع کنید و یا این‌که جرم برحسب kg را با جرم برحسب g جمع کنید. اما کمیت‌های مختلف با یکاهای مختلف به شرط سازگاری یکاها را می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال در رابطهٔ $F=ma$ ، m جرم جسم، a شتاب جسم و F نیرو است و مشاهده می‌کنید که کمیت جرم را می‌توان در کمیت شتاب ضرب کرد و کمیت نیرو را به‌دست آورد. اما سازگاری یکاها نیز باید رعایت شود یعنی برای آنکه نیرو برحسب نیوتون به‌دست آید باید جرم برحسب کیلوگرم و شتاب برحسب متر بر مربع ثانیه (m/s^2) در رابطه قرار داده شود.

با توجه به آن‌چه در خط فکری بیان شده است، گزارهٔ (الف) برای دو کمیت فیزیکی با دو یکای متفاوت قابل انجام نیست اما اعمال ریاضی در گزارهٔ (ب) و (پ) قابل انجام است.

B ۳۹ ۲

در گزینهٔ (۱)، یکای توان $P=W/t$ برابر وات بوده که معادل J/s است و در گزینهٔ (۱) سازگاری یکاها در SI رعایت نشده است و گزینهٔ (۱) نادرست است. / در گزینهٔ (۲)، طبق قانون دوم نیوتون اگر نیرو بر حسب نیوتون باشد حتماً جرم باید بر حسب (kg) و شتاب بر حسب (m/s^2) باشد که چنین است و گزینهٔ (۲) دارای سازگاری یکاها بوده و پاسخ درست است.

در گزینهٔ (۳) زمان برحسب ساعت (h) و تندی بر حسب (km/h) بوده بنابراین مسافت طی شده باید برحسب (km) باشد که چنین نیست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴) با توجه به تعریف فشار هرگاه نیرو بر حسب (N) و سطح برحسب (m^2) باشد فشار برحسب پاسکال (Pa) خواهد بود که در رابطهٔ گزینهٔ (۴)، مساحت سطح برحسب cm^3 است، بنابراین سازگاری یکاها وجود نداشته و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۴۰ ۴

خط فکری ابتدا یکاهای فرعی نیرو در SI را مشخص کنید. اگر خاطرتان نیست از قانون دوم نیوتون $F=ma$ کمک بگیرید. سپس باید با توجه به یکای تندی (m/s) و سازگاری یکاها در دو طرف رابطه $F=kv$ ، یکای k را به‌دست آورید.

در رابطهٔ $F=ma$ اگر جرم برحسب kg و شتاب برحسب m/s^2 باشد، نیرو برحسب kgm/s^2 خواهد بود. اکنون یکای نیرو و یکای تندی را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم و یکای k را حساب می‌کنیم. $F=kv\Rightarrow kg.m/s^2=[k](m/s)\Rightarrow[k]=kg/s$

A ۴۱ ۳

کمیت A انرژی می‌باشد و یکای SI آن ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 می‌باشد و یکای C برابر متر است. با قرار دادن این یکاها در رابطهٔ مسأله می‌توان یکای B را به‌دست آورد: $A=BC^2\Rightarrow B=\frac{A}{C^2}\Rightarrow[B]=\frac{kgm^2/s^2}{m^2}=\frac{kg}{s^2}$

B ۴۲ ۴

یادآوری زمانی دوکمیت قابل جمع و تفریق‌اند که هم‌جنس و هم‌یکا باشند.

الف) $(at+v)$ باید حاصل‌ضرب at از جنس v و یکای آن برابر یکای v باشد. یکای v، m/s ، یکای a، m/s^2 و یکای زمان s است. بنابراین:

$at+v\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s+\frac{m}{s}=\frac{m}{s}+\frac{m}{s}$ قابل انجام است.

ب) ضریب $\frac{1}{2}$ یکا ندارد و آن را در نظر نمی‌گیریم.

$\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s^2+\frac{m}{s}\times s=m+m$ قابل انجام است.

پ) $ax+v^2\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times m+(\frac{m}{s})^2=\frac{m^2}{s^2}+\frac{m^2}{s^2}$ قابل انجام است.

بازی با سؤال با در نظر گرفتن یکای کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و زمان، در چه تعداد از روابط زیر، یکای دو طرف تساوی با یکدیگر سازگاری دارد؟ (x نماد جابه‌جایی، v نماد سرعت، a نماد شتاب و t نماد زمان است.) قلمچی

الف) $x=vt$ / ب) $v^3=2ax^2$ / پ) $t=\sqrt{\frac{2x}{a}}$ / ت) $v=at$ / ث) $v=\frac{1}{2}at^3$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

B ۴۳ ۱

در رابطهٔ $\Delta x=AB^2+vB$ ، Δx یکای متر و از جنس طول است، بنابراین باید یکای AB^2 و vB هر دو متر و از جنس طول باشند تا بتوان آن‌ها را با هم جمع کرد. از این‌رو می‌توان نوشت: $m=[v][B]\Rightarrow[B]=\frac{m}{[v]}=\frac{m}{m/s}=s$

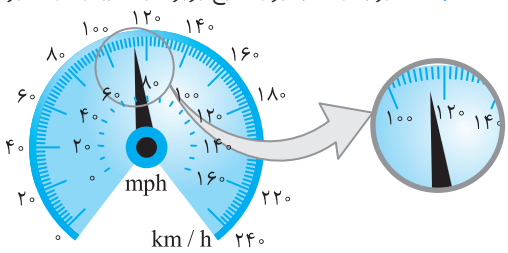
$m=[A][B^2]\Rightarrow[A]=\frac{m}{[B]^2}\Rightarrow[A]=m/s^2$

A ۴۴ ۴

عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری، تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین‌گیری اعداد و مهارت شخص آزمایشگر است.

A ۴۵ ۱

خط فکری دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.



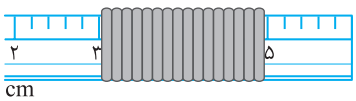
به شکل نگاه کنید فاصلهٔ بین ۰ تا ۲۰ و ۱۰۰ تا ۱۲۰، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج $\frac{20}{10}=2\frac{km}{h}$ بوده بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $2\frac{km}{h}$ است که این دقت اگر برحسب m/s بیان شود، معادل مقدار زیر است:

$2\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}\Rightarrow$ دقت $=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}\frac{m}{s}$

A ۴۶ ۴

با توجه به شکل فاصلهٔ بین ۲cm و ۳cm، به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، بنابراین کمینه درجه‌بندی خط‌کش $\frac{3-2}{5}=\frac{1}{5}=0/2cm$ بوده و دقت این خط‌کش $0/2cm$ یا $2mm$ است. اکنون تعداد دوره‌های سیم روی خط‌کش را بشمارید، بله تعداد دورها ۱۶ است یعنی اگر قطر سیم را با حرف D نمایش دهیم، $16D$ برابر $5-3=2cm$ می‌شود. از این‌رو قطر سیم خواهد شد:

$16D=2cm\Rightarrow D=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}cm\Rightarrow D=\frac{1}{8}cm\times\frac{10mm}{1cm}=1/25mm$



A ۴۷ ۲

خط فکری دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین شما باید به آخرین رقم عدد یا اولین رقم سمت راست آن نگاه کنید. دقت هریک از وسیله‌ها خواهد شد

A	۲۰/۱۵m/s	دقت A: $0/01m/s$
B	۲۰/۱m/s	دقت B: $0/1m/s$
C	۲۰/۱۵۶m/s	دقت C: $0/001m/s$

بنابراین بیشترین دقت را وسیلهٔ C دارد.

B ۲ ۴۸

کمینه درجه‌بندی شکل (الف)، ۱cm است بنابراین دقت آن نیز ۱cm است.

(الف)

کمینه درجه‌بندی شکل (ب)، ۰/۵cm یا ۵mm است و دقت آن نیز ۵mm خواهد بود.

(ب)

فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و کمینه درجه‌بندی شکل (پ) ۲mm است که جواب مسأله است.

(پ)

فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. کمینه درجه‌بندی شکل (ت) $\frac{۱}{۱۰}$cm یا ۱mm است.

(ت)

A ۲ ۴۹

دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش است که در این مسئله دقت ۰/۲cm بوده یعنی فاصلهٔ بین دو خط روی خط‌کش ۰/۲cm است و هر سانتی‌متر به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. از این‌رو در فاصلهٔ ۱۰cm=۱۰−۲۰، به ۵×۱۰=۵۰ قسمت مساوی تقسیم شده است.

A ۲ ۵۰

آمپرسنج رقمی بوده و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است در این صورت دقت اندازه‌گیری این آمپرسنج ۰/۰۰۱mA است که اگر دقت برحسب میکرومتر بیان شود خواهد شد: $۰/۰۰۱\,mA = ۱۰^{-۶}\,A = ۱\,\mu A$

A ۲ ۵۱

در وسایل رقمی دقت وسیله برابر با یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است، پس دقت هر وسیله را به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود کدام‌یک از آن‌ها با بقیه فرق می‌کند.

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۱): ۰/۰۱dm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲): ۰/۰۱m

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۳): ۱mm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۴): ۰/۱cm=۰/۰۰۱m

بنابراین دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲) با بقیه متفاوت است.

A ۲ ۵۲

ساعت A، کمترین زمانی که اندازه می‌گیرد، یک دقیقه است. پس کمینهٔ اندازه‌گیری آن ۱ دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک ثانیه است که معادل آن $\frac{۱}{۶۰}$ دقیقه است پس داریم: $\frac{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت A}}{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت B}} = \frac{۱\,min}{\frac{۱}{۶۰}\,min} = ۶۰$

ساعت B، وقت را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه دقت آن نسبت به ساعت A بیشتر است.

A ۳ ۵۳

در صورت مسأله دقت اندازه‌گیری ۰/۱m/s بیان شده است.

در گزینهٔ (۱) فاصلهٔ بین صفر تا ۵m/s به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

m/s

در گزینهٔ (۲) با یک تقسیم‌بندی غیرمعمول روبه‌رو هستیم. فاصلهٔ بین صفر تا ۸m/s به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۲m/s است. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

m/s

در گزینهٔ (۳) با یک وسیلهٔ رقمی روبه‌رو هستیم که دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شده بوده یعنی ۰/۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

8.2 m/s

A ۱ ۵۴

دقت کولیس برابر ۰/۰۰۱cm یعنی ۰/۰۱mm است، بنابراین اعدادی که این کولیس نمایش می‌دهد برحسب میلی‌متر باید دارای دو رقم بعد از اعشار باشد و تنها عدد گزارش شده در گزینهٔ (۱) دارای دو رقم بعد از اعشار است.

A ۳ ۵۵

در هر دور کامل جابه‌جایی زبانه ۰/۵mm است که این ۰/۵mm در واقع به ۱۰۰ قسمت تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این ریزسنج $\frac{۰/۵}{۱۰۰}$=۰/۰۰۵mm است، بنابراین دقت آن ۰/۰۰۵mm است.

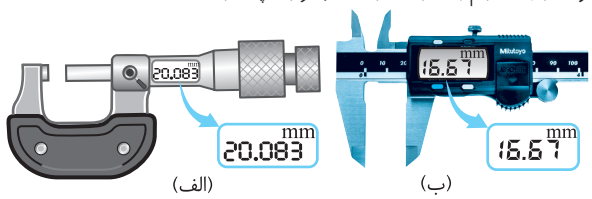
A ۴ ۵۶

با توجه به شکل دقت ریزسنج ۰/۰۰۱mm و دقت کولیس ۰/۰۱mm است، بنابراین ریزسنج دقت بالاتری دارد و گزارهٔ (الف) درست است.

دقت یک خط‌کش مدرج که فاصلهٔ بین ۱cm تا ۲cm آن به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده برابر $\frac{۲-۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}$cm=۱mm است که با دقت کولیس (۰/۰۱mm)

شکل (ب) برابر نیست و گزارهٔ (ب) نادرست است.

دقت ریزسنج (الف) ۰/۰۰۱mm است و اگر نتیجه اندازه‌گیری برحسب mm بیان شود دارای سه رقم بعد از اعشار است و گزارهٔ (پ) درست است.



(الف) (ب)

B ۲ ۵۷

یادآوری در دستگاه‌های مدرج دقت برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است، بنابراین:

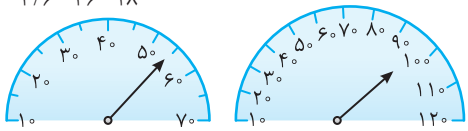
۱ دقت تندی‌سنج (۱) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = ۵\,\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^{۳}\,m}{۱\,km}\times\frac{۱\,h}{۳۶۰۰\,s}=\frac{۵}{۳/۶}\,\frac{m}{s}$$

۲ دقت تندی‌سنج (۲) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = ۱۰\,\frac{ft}{s}\times\frac{۳۰\,cm}{۱\,ft}\times\frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm}=۳\,m/s$$

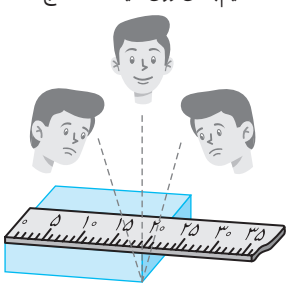
حال اختلاف دقت وسیله‌ها را به‌دست می‌آوریم: $۳-\frac{۵}{۳/۶}=\frac{۵/۸}{۳/۶}=\frac{۵۸}{۳۶}=\frac{۲۹}{۱۸}\,m/s$



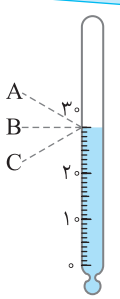
تندی سنج(۱) تندی سنج(۲)

B ۲ ۵۸

خط فکری در یک وسیلهٔ اندازه‌گیری اگر درجه‌بندی روی مورد اندازه‌گیری قرار گیرد مانند درجه‌بندی دماسنج الکلی یا جیوه‌ای که تقسیم‌بندی روی شیشهٔ دماسنج است و یا مانند شکل زیر که خط‌کش روی قطعه قرار دارد اگر از سمت عددهای کوچک‌تر، عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد کمتری را گزارش خواهیم کرد و اگر از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد بزرگ‌تری را گزارش خواهیم کرد.



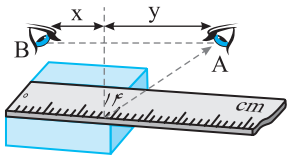
در مسأله ناظر A از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد را می‌خواند بنابراین عدد بزرگ‌تری را (مثلاً ۳۱°C) بیان خواهد کرد. ناظر B عمود نگاه می‌کند و دقت بالایی دارد و درست می‌خواند و ناظر C که از سمت عددهای کوچک‌تر دما را می‌خواند، دمای کمتری مثلاً ۲۹°C را اعلام می‌کند.



نکته هرگاه در وسیلهٔ مدرج، عقربه روی صفحهٔ مدرج قرار داشته باشد، مانند تندی‌سنج خودرو، اگر از سمت عددهای کوچک‌تر عدد خوانده شود، عدد گزارش شده از اندازهٔ واقعی بزرگ‌تر است و بالعکس.

A ۲ ۵۹

خط فکری هـرگاه موقع اندازه‌گیری با وسـیلهٔ مـدرج به جای عمود نـگاه کردن به وسـیله به‌طور مایـل به آن نگاه کنیـم، در اندازه‌گیری دچار خطا می‌شـویم و هرچه از خط عمود دورتر باشـید خطای شما بیشتر اسـت و عدد گزارش شده توسط شما از عدد واقعی دورتر است.



اگـر بـه خط‌کش عمـود نـگاه کنیم عدد اندازه‌گیری برابر ۱۴cm اسـت، شخص A کـه از سـمت عددهـای بزرگ‌تـر بـه خط‌کشی که روی جسم است نگاه می‌کند عددی که گزارش می‌کند از ۱۴cm بیشـتر اسـت که در مسـأله بیان شـده ۱۵cm است. شخص B به خط عمود نزدیک‌تر است و چون فاصلهٔ او از خط عمود کمتر از A است، عدد گزارش شدهٔ او با آنکه از ۱۴cm کمتر است اما به ۱۴ نزدیک‌تر مثلاً برابر ۱۳/۵cm است.

B ۲ ۶۰

خط فکری بـرای کاهش خطـا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمـولاً اندازه‌گیری آن را چنـد بـار تکـرار می‌کنند و میانگیـن عددهای حاصـل از اندازه‌گیری به عنـوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشـته باشـند در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند بنابراین شما باید ابتدا اعـدادی کـه دارای اختلاف زیاد با بقیه هسـتند شناسـایی کرده و کنار بگذارید، سـپس میانگین‌گیری را انجام دهید.

عدد ۸/۳ و عدد ۳/۲ با سایر اعداد اندازه‌گیری گزارش شده، اختلاف بیشتری دارند پس در محاسـبات حـذف می‌شـوند و عـدد گزارش‌شـده برابـر میانگیـن بقیـه اعـداد اندازه‌گیری است. $\frac{۵/۵+۵/۲+۵/۸+۵/۲}{۴}=\frac{۲۱/۷}{۴}=۵/۴۲۵\approx ۵/۴\text{kg}$

نکته باید تعداد اعشار عدد حاصل از میانگین‌گیری با اعشار عددهای گزارش شده یکی باشد.

A ۱ ۶۱

در اعداد گزارش شـده، اعـداد ۱/۰۵s و ۶/۰۴s از بقیهٔ اعداد فاصلهٔ غیرعادی دارند، بنابراین آن‌ها را دور می‌ریزیم و بین بقیهٔ اعداد میانگین‌گیری را انجام می‌دهیم.

$t_{\text{میانگین}}=\frac{۳/۹۸+۴/۰۲+۴/۰۴}{۳}=۴/۰۱\overline{۳}\approx ۴/۰۱\text{s}$

وسـیلهٔ اندازه‌گیری رقمی اسـت و تعداد ارقام بعد از اعشـار آن دو رقم اسـت و دقت اندازه‌گیری این زمان‌سـنج ۰/۰۱s است، بنابراین باید عدد گزارش شده هم دارای دو رقم بعد از اعشار باشد از این‌رو به جای عدد ۴/۰۱$\overline{۳}$ عدد ۴/۰۱s گزارش می‌شود.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان سقوط	۴/۰۲s	۳/۹۸s	۶/۰۴s	۱/۰۵s	۴/۰۴s

پنجره دوجداره

B ۱ ۶۲

کلاهک پیچ به ۵۰ قسـمت تقسـیم شـده اسـت و در یـک دور کامل کلاهـک پیچ، فک متحـرک ریزسـنج ۰/۵mm جابه‌جـا می‌شـود. یعنـی هـر قسـمت کلاهـک معـادل $\frac{۰/۵}{۵۰}=۰/۰۱\text{mm}$ اسـت، از این‌رو ۱۲ قسمت کلاهک برابر ۰/۱۲ میلی‌متر است.

B ۳ ۶۳

خط فکری به این سـؤال‌ها پاسـخ دهید. ۱) یک متر چند سـانتی‌متر اسـت؟ بله، ۱۰۰ سانتی‌متر است. ۲) یک متر چند کیلومتر است؟ درست می‌گویید یک متر، $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است، بنابراین اگر اندازهٔ یک کمیت با یکای کوچک‌تری بیان شود، عدد بزرگ‌تر می‌شـود و اگر با یکای بزرگ‌تری بیان شـود، عدد کوچک‌تر می‌شـود. حال شـما باید در بررسی گزینه‌ها به این مطلب دقت کنید که عدد بعد از تغییر یکا چه تغییری می‌کند.

گزینـهٔ (۱): اگـر B به پیشـوند کوچک‌تر تغییر یـکا بدهد، عدد گزارش شـده برای B، بزرگ‌تر می‌شود و چون B در مخرج $\left(\frac{A}{BC^۲}\right)$ قرار دارد، عدد گزارش شده برای کمیت کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲): اگر A و C به یک پیشـوند یکسان کوچک‌تر مثلاً میلی تغییر کنند، هریک از آن‌ها در عدد ۱۰۰۰ ضرب می‌شود. $\left(\frac{۱۰۰۰A}{B(۱۰۰۰C)^۲}\right)$ اما چون C توان (۲) دارد و مخرج کسـر است سـبب می‌گردد که عدد بیان شـده برای کمیت کوچک‌تر شـود و گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): A در صورت کسـر و B در مخرج آن قرار دارد و اگر به یک پیشـوند یکسان بزرگ‌تر تغییر یکا دهند، ضریب پیشـوند از صورت و مخرج حذف شـده و عدد گزارش شده تغییری نمی‌کند و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۳ ۶۴

یادآوری یکای نجومی (AU): میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید $(۱\text{AU}\approx ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m})$ است.

سال نوری (ly): مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می‌کند.

۱ فاصلهٔ دو ستاره از هم ۵/۸۴AU است که آن را برحسب متر حساب می‌کنیم.

$۵/۸۴\text{AU}\times\underbrace{\frac{۱/۵\times ۱۰^{۱۱}}{۱\text{AU}}}_{\text{ضریب تبدیل AU به m}}=۵/۸۴\times ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\text{m}$

۲ یک سال را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$۱\text{y}=۱\text{y}\times\underbrace{\frac{۳۶۵\text{d}}{۱\text{y}}}_{\text{ضریب تبدیل سال به روز}}\times\underbrace{\frac{۲۴\text{h}}{۱\text{d}}}_{\text{ضریب تبدیل روز به ساعت}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{h}}}_{\text{ضریب تبدیل ساعت به ثانیه}}=۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}\text{s}$

۳ مسافت طی شده در مدت یک سال توسط نور خواهد شد:

$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow\text{مسافت}=\text{زمان}\times\text{تندی}$

$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۱۰^{۸}\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}$

$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}\text{m}$

بنابراین ضریب تبدیل متر به سال نوری خواهد شد: $\left(\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}\right)$

۴ اکنون به کمک ضریب تبدیل می‌توان نوشت:

$۵/۸۴\text{AU}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\times\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}=\frac{۱}{۱۰^{۸}}\times ۱۰^{-۲}\approx ۰/۰۱\times ۱۰^{-۲}$

$۵/۸۴\text{AU}\approx ۱۰^{-۴}\text{ly}$

C ۲ ۶۵

۱ آهنـگ خروج آب از شـیر $۱۰\text{cm}^۳/\text{s}$ اسـت یعنی در هـر ثانیه $۱۰\text{cm}^۳$ آب درون ایـن ظرف می‌ریزد بنابرایـن در مدت ۱۲/۵s حجم آبی که درون ظرف می‌ریزد، خواهد شد: $V=۱۰\times ۱۲/۵=۱۲۵\text{cm}^۳$

۲ ارتفاع آب ۱۵cm شده است که ۱۰cm آن در قسمت پهن ظرف و ۵cm آن در قسمت باریک ظرف است. حجم قسمت پهن را حساب می‌کنیم

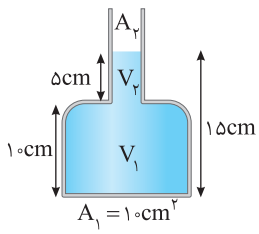
$V_۱=A_۱h_۱=۱۰\times ۱۰=۱۰۰\text{cm}^۳$

۳ حجم آب در قسمت باریک برابر است با:

$V=V_۱+V_۲\Rightarrow ۱۲۵=۱۰۰+V_۲\Rightarrow V_۲=۲۵\text{cm}^۳$

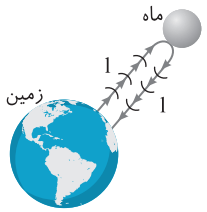
۴ مساحت سطح مقطع قسمت باریک خواهد شد:

$V_۲=A_۲h_۲\Rightarrow ۲۵=A_۲\times ۵\Rightarrow A_۲=۵\text{cm}^۲$



۳ ۶۶ B

مسافتی که موج رادار در رفت و برگشت طی می‌کند مطابق شکل دو برابر فاصلهٔ ماه تا زمین است. با توجه به تعریف تندی که در متوسطه اول خوانده‌اید می‌توان نوشت:



$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow \text{مسافت}=\text{تندی}\times\text{زمان}$$

$$\text{تندی موج}=۳\times۱۰^{۵}\frac{km}{h}=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$

$$۲l=۳\times۱۰^{۸}\times۳\Rightarrow l=۴/۵\times۱۰^{۸}m$$

اکنون این فاصله را به یکای نجومی (AU) تبدیل می‌کنیم.

$$l=۴/۵\times۱۰^{۸}m=۴/۵\times۱۰^{۸}\times\underbrace{\left(\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}\right)}_{\text{ضریب تبدیل متر به یکای نجومی}}\Rightarrow l=۳\times۱۰^{-۳}AU$$

۲ ۶۷ B

ابتدا به کمک میانگین‌گیری دورهٔ T را به‌دست می‌آوریم. حواسمان باشد زمان‌های داده شده برای سه دوره $(۳T)$ بوده و عدد گزارش شده در آزمایش اول از بقیهٔ نتایج فاصلهٔ زیادی دارد و در میانگین‌گیری در نظر گرفته نمی‌شود.

$$۳T=\frac{۰/۸۸+۰/۹۴+۰/۸۶+۰/۹۲}{۴}=\frac{۳/۶}{۴}\Rightarrow ۳T=۰/۹\Rightarrow T=۰/۳s$$

اکنون به کمک رابطهٔ بین g و T، شتاب گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$g=\frac{۰/۱\pi^{۲}}{(T^{۲})}\Rightarrow g=\frac{۰/۱\times(۳)^{۲}}{(۰/۳)^{۲}}=\frac{۰/۹}{۰/۰۹}=۱۰\,m/s^{۲}$$

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۲ ۶۷ A

۱ **کامیون در** حرکت است و ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. در این حرکت وزش نسیم نقش مؤثری در حرکت کامیون ندارد و در مدل‌سازی می‌توان آن را نادیده گرفت و مدل با واقعیت تفاوت محسوسی نخواهد داشت. در اثر نیروی اصطکاک چرخ کامیون با سطحی که در آن در حال حرکت است، کامیون متوقف می‌شود. پس نمی‌توان اصطکاک را ناچیز فرض کرد. چون با نادیده گرفتن اصطکاک کامیون هرگز متوقف نمی‌شود. یعنی صرف‌نظر کردن از اصطکاک تفاوت بسیار زیادی بین مدل و واقعیت به وجود می‌آورد. ابعاد کامیون نیز در این توقف نقش اساسی ندارد و حتی می‌توان کامیون را به صورت یک ذره فرض کرد. بنابراین گزینهٔ (۲) پاسخ مسئله است.

نمای ۱

۲ ۶۷ A

۲ **با توجه به روش** تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\text{فرسنگ}=\frac{۱۰}{۳}\leftarrow ۲۰/۸km\times\underbrace{\frac{۱۰^{۳}m}{۱km}}_{\text{ضریب تبدیل کیلومتر به متر}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۲}cm}{۱m}}_{\text{ضریب تبدیل متر به سانتی‌متر}}\times\underbrace{\frac{\text{ذرع}۱}{۱۰۴cm}}_{\text{ضریب تبدیل سانتی‌متر به ذرع}}\times\underbrace{\frac{\text{فرسنگ}۱}{\text{ذرع}۶۰۰۰}}_{\text{ضریب تبدیل ذرع به فرسنگ}}$$

نمای ۳

۳ ۶۷ A

۱ **ابتدا** باید جرم الماس را برحسب گرم حساب کنیم.

$$m=\text{قیراط}۱۸۰=\text{قیراط}۱۸۰\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{\text{قیراط}۱}}_{\text{ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم}}\Rightarrow m=۳۶\times۱۰^{۳}mg\Rightarrow m=۳۶g$$

۲ جرم مولی کربن $۱۲g/mol$ است. اکنون مشخص می‌کنیم که $۳۶g$ کربن چند مول کربن است.

$$n=\frac{۳۶}{۱۲}=۳mol$$

۳ در هر مول ماده ۶×۱۰^{۲۳} اتم وجود دارد. بنابراین تعداد کربن موجود در این الماس خواهد شد.

۱ mol	۶×۱۰^{۲۳} اتم
۳mol	$N\Rightarrow N=۱۸\times۱۰^{۲۳}$

نمای ۳

۳ ۶۷ A

۴ **ابتدا مساحت** هر سطح از گلبول قرمز را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^{۲}=۳/۱۴\times(۳\times۱۰^{-۶})^{۲}=۳/۱۴\times۹\times۱۰^{-۱۲}$$

$$=۲۸/۲۶\times۱۰^{-۱۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۱۱}m^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}$$

حال تبدیل واحدهای گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه(۱)برحسب $(cm)^{۲}$: $۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱cm}{۱۰mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۷}(cm)^{۲}$

گزینه(۲) برحسب $m^{۲}$: $۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱m}{۱۰^{۳}mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۱۱}m^{۲}$

گزینه (۳) و (۴) برحسب $(nm)^{۲}$:

$$۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱۰^{۶}nm}{۱mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{۷}(nm)^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

نمای ۳

۱ ۶۷ B

۵ **با توجه به** صورت مسئله حجم ۱۲ قطره آب $۱cm^{۳}$ است. بنابراین حجم ۳۰ قطره آب خواهد شد:

۱۲ قطره	$۱cm^{۳}$
۳۰ قطره	$V\Rightarrow V=\frac{۳۰}{۱۲}=۲/۵\,cm^{۳}$

بنابراین آهنگ خروج آب، ۳۰ قطره در دقیقه یعنی $۲/۵\,cm^{۳}$ بر دقیقه است که باید آن را به L/h تبدیل کنیم.

$$۲/۵\frac{cm^{۳}}{min}\times\underbrace{\frac{۱L}{۱۰^{۳}cm^{۳}}}_{\text{ضریب تبدیل به لیتر}}\times\underbrace{\frac{۶۰min}{۱h}}_{\text{ضریب تبدیل دقیقه به ساعت}}=\frac{۱۵۰}{۱۰^{۳}}\frac{L}{h}=۰/۱۵\frac{L}{h}$$

نمای ٤

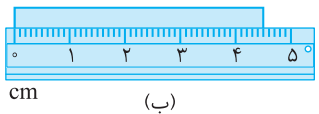
۱ ۶۷ A

۶ **دقت دستگاه** مدرج برابر کمینه درجه‌بندی روی دستگاه است. در شکل (الف) کمینه درجه‌بندی ۱cm است و دقت آن نیز ۱cm است.

در شکل (ب) کمینه درجه‌بندی ۱mm یا ۰/۱cm است. بنابراین دقت آن ۰/۱cm و یا ۱mm است.



(الف)



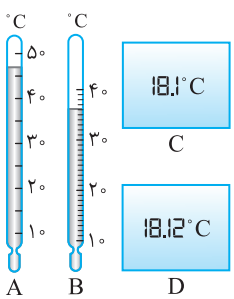
(ب)

نمای ۶

۳ ۶۷ A

۷ **با توجه به** شکل در دماسنج مدرج A کمینه تقسیم‌بندی $۵^{\circ}C$ است. بنابراین دقت آن $۵^{\circ}C$ است و در دماسنج مدرج B کمینه تقسیم‌بندی برابر $۱^{\circ}C$ است و دقت آن نیز $۱^{\circ}C$ است.

در دماسنج رقمی، یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) برابر دقت است، بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج C برابر $۰/۱^{\circ}C$ و دقت اندازه‌گیری دماسنج D برابر $۰/۰۱^{\circ}C$ است و پاسخ گزینهٔ (۳) است.



نمای ۶

۱ ۶۷ B

۸ **ابتدا مگاژول** (MJ) را به ژول (J) تبدیل می‌کنیم:

$$۵۰/۷۲\frac{MJ}{m^۳}\times\frac{۱۰^۶J}{۱MJ}=۵۰۷۲\times۱۰^۴J/m^۳$$

حال مقدار به‌دست آمده را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم:

$$۵۰۷۲\times۱۰^۴J/m^۳=۵۰۷۲۰\frac{J}{\square^۳}\Rightarrow۱۰^۳\frac{J}{m^۳}=۱\frac{J}{\square^۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^۳=\frac{m^۳}{\square^۳}\Rightarrow۱۰=\frac{m}{\square}\Rightarrow\square=dm$$

بنابراین جای خالی را باید با دسی‌متر پر کرد. نمای ۳

۴ ۶۷ A

۹ **کمیت‌های اصلی** عبارت‌اند از: جرم، طول، زمان، دما شدت روشنایی. شدت جریان الکتریکی و مقدار ماده

در گزینهٔ (۱): نیرو و فشار کمیت اصلی نیستند و این گزینه درست نیست.

در گزینهٔ (۲): فشار و سرعت کمیت اصلی نیستند، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

در گزینهٔ (۳): نیرو کمیت اصلی نیست، در نتیجه گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴): هر سه کمیت دما، جریان الکتریکی و جرم کمیت اصلی هستند. نمای ۲

۳ ۶۷ A

۱۰ **سال نوری** یکای طول و روز خورشیدی یکای زمان است و این دو یکا مربوط به یک کمیت یکسان نیستند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گره دریایی یکای تندی وسایل دریایی و مایل دریایی یکای طول است و این دو نیز دو کمیت مختلف هستند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

یکای نجومی و آنگستروم هر دو یکای اندازه‌گیری طول هستند و گزینهٔ (۳) درست است.

مول یکای مقدار ماده و تُن یکای جرم است و گزینهٔ (۴) نادرست است. نمای ۳

پنجره ۳

۳ ۶۸ A

با تغییر حالت، جرم ثابت می‌ماند اما حجم تغییر می‌کند که باعث تغییر چگالی می‌شود پس گزینهٔ (۱) نادرست است. هم‌چنین با افزایش دما، جسم منبسط می‌شود حجم افزایش و جرم ثابت می‌ماند، در نتیجه چگالی تغییر می‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

$$\rho=\frac{m}{V\uparrow}\Rightarrow\text{چگالی کاهش می‌یابد}$$

پرتقال با پوست چگالی کمتری از آب دارد و روی سطح آب باقی می‌ماند اما پرتقال بدون پوست، چگالی‌اش بیشتر از آب است و در آب فرومی‌رود و گزینهٔ (۴) نیز نادرست است.

۴ ۶۹ A

مایع کپسول ضدحریق باید روی مایع شعله‌ور قرار بگیرد تا مانع از رسیدن اکسیژن به مایع شعله‌ور شده و باعث خاموش شدن آتش شود. پس باید چگالی مایع ضدحریق کپسول از چگالی مایع در حال اشتعال کمتر باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۴ ۷۰ B

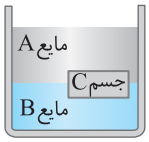
خط فکری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین شده و مایع‌ها به ترتیب چگالی از چگالی بیشتر به کمتر از کف ظرف روی هم قرار می‌گیرند و مایع با کمترین چگالی در سطح قرار می‌گیرد، بنابراین شما باید بررسی کنید که چگالی A، B و C نسبت به هم چگونه است.

با توجه به فرض مسئله $\rho_A=۳\rho_B$، از طرفی چگالی مایع C، ۴۰ درصد چگالی مایع A است یعنی خواهیم داشت: $\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\rho_A\Rightarrow\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times۳\rho_B\Rightarrow\rho_C=۱/۲\rho_B$

بنابراین ترتیب چگالی‌ها نسبت به هم به‌صورت $\rho_A>\rho_C>\rho_B$ است و A ته‌نشین و B سطح‌نشین و C بین آن‌ها قرار می‌گیرد.

۲ ۷۱ A

یادآوری هرگاه چگالی جسمی از چگالی مایع بیشتر باشد جسم در آن مایع فرو می‌رود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد جسم بر سطح مایع قرار می‌گیرد.



۱ مایع B ته‌نشین شده بنابراین چگالی آن از چگالی A بزرگ‌تر است. $\rho_B>\rho_A$

۲ جسم C درون مایع A فرو رفته و در ته مایع A قرار گرفته بنابراین چگالی جسم C از چگالی مایع A بیشتر است. $\rho_C>\rho_A$

۳ جسم C روی سطح مایع B قرار دارد بنابراین چگالی C از چگالی مایع B کمتر است. $\rho_C<\rho_B$

۴ نتیجه نهایی این است که: $\rho_B>\rho_C>\rho_A$

۴ ۷۲ A

چگالی شمش را حساب می‌کنیم، اگر مقدار به‌دست آمده مساوی یا نزدیک به چگالی طلا در جدول باشد، شمش طلا خالص است و در غیر این صورت دارای ناخالصی است.

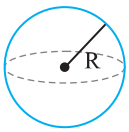
$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۱/۵\times۱۰^۴\times۱۰^{-۶}m^۳]{m=۲۴۰kg}\rho=\frac{۲۴۰}{۱/۵\times۱۰^۴\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow\rho=۱۶۰\times۱۰^۲=۱۶\times۱۰^۳kg/m^۳$$

چگالی به‌دست آمده از چگالی طلا در جدول $(۱۹/۳\times۱۰^۳kg/m^۳)$ کمتر است بنابراین شمش ناخالص است.

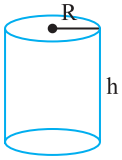
۳ ۷۳ A

یادآوری ریاضی



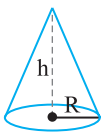
حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$$



حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\pi R^۲h$$



حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h$$

ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^۳\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^۳$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^۳)\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

بازی با سؤال **می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶g/cm^۳$، یک استوانهٔ توخالی با شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm بسازیم، جرم این استوانه چند کیلوگرم می‌شود؟** $(\pi\simeq۳)$

۱) ۷ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

۲ ۷۴ A

حجم مکعب مستطیل را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱/۳۵\times۱۰^{+۳}g]{\rho=۲۲/۵g/cm^۳}۲۲/۵=\frac{۱/۳۵\times۱۰^۳}{V}\Rightarrow V=\frac{۱/۳۵\times۱۰^۳}{۲۲/۵}$$

$$\Rightarrow V=۶۰cm^۳$$

اکنون می‌توانیم L را حساب کنیم

$$V=۳\times L\times(۱/۲۵L)\Rightarrow۶۰=۳/۷۵L^۲\Rightarrow L^۲=۱۶\Rightarrow L=۴cm$$

A ۷۵ ۴

چگالی از ویژگی‌های ساختاری یک عنصر است. مثلاً اگر سیمی را از وسط نصف کنید، جرم هر قسمت آن نیز نصف می‌شود و نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از دستگاهی بگذرانید تا باریک شود قطعاً طول آن زیاد می‌شود و حجم آن ثابت می‌ماند و چون جرم آن ثابت است، نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت است. بنابراین چگالی تغییر نمی‌کند.

A ۷۶ ۳

جرم جسم ثابت است و حجم آن افزایش یافته بنابراین چگالی جسم کاهش می‌یابد $(\rho_{\downarrow}=\frac{m}{V_{\uparrow}})$. با نوشتن رابطه چگالی در دو حالت مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ \rho'=\frac{m}{V+\frac{5}{100}V}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{V}{1/05V}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{1}{1/05}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{100}{105}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{20}{21}$$

بازی با سؤال **درون یک ظرف دارای پیستون مقداری گاز محبوس است. اگر توسط پیستون حجم ظرف را نصف کنیم، چگالی گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۴۲ ۴) تغییر نمی‌کند

گزینهٔ ۲

A ۷۷ ۳

ابتدا به کمک یک تناسب ساده مجموع جرم انسان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

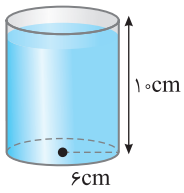
۱	۶۰
۷×۱۰^{۹}	$m_{کل}=۴۲۰\times۱۰^{۹}kg$

با داشتن جرم به کمک چگالی، حجم کل آدم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۴۲۰\times۱۰^{۹}}{۱۰۰\times۱۰^{۶}}=۴۲۰۰\,m^{۳}$$

A ۷۸ ۴

حداکثر مقدار روغن یعنی تمام ظرف پر از روغن شده باشد، بنابراین حجم روغن باید برابر گنجایش ظرف باشد. گنجایش ظرف را حساب می‌کنیم:



حجم استوانه = مساحت قاعده × ارتفاع $\Rightarrow V=\pi R^{۲}h$

$$\Rightarrow V=۳\times(۶)^{۲}\times۱۰\Rightarrow V=۱۰۸۰cm^{۳}$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}m=۰/۸\times۱۰۸۰\Rightarrow\rho=۸۶۴g$$

A ۷۹ ۴

خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود.

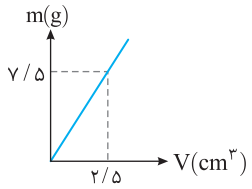
جرم مایع اول برابر $۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰g$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد: حجم ظرف: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{۲۴۰}{1/2}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$

جرم روغن برابر $۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰g$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با $۲۰۰cm^{۳}$ است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\Rightarrow\rho=۰/۸g/cm^{۳}=۸۰۰g/L$$

A ۸۰ ۱

باتوجه تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$، شیب خط نمودار $m-V$ یک جسم برابر چگالی آن است. بنابراین چگالی جسم خواهد شد:



$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۷/۵}{۲/۵}$$

$$\Rightarrow\rho=۳g/cm^{۳}=۳\times۱۰^{۳}\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

حجم ۲/۲۵kg از این ماده خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۳\times۱۰^{۳}=\frac{۲/۲۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۲/۲۵}{۳\times۱۰^{۳}}\Rightarrow V=۰/۷۵\times۱۰^{-۳}m^{۳}$$

$$\Rightarrow V=۷/۵\times۱۰^{-۴}m^{۳}$$

میانبر چگالی یک جسم ثابت است از این رو می‌توان نوشت: $\frac{m_{۲}}{m_{۱}}=\frac{V_{۲}}{V_{۱}}$

A ۸۱ ۴

در دمای ثابت انبساط و انقباض برای جسم رخ نمی‌دهد، بنابراین چگالی آن ثابت است، از طرفی چگالی از ویژگی‌های ساختاری ماده است و با تغییر حجم، چگالی ثابت می‌ماند. به‌طور مثال اگر یک کرهٔ توپر از جنس مس داشته باشید و بخواهید یک کرهٔ توپر بزرگ‌تر از مس بسازید، همگام با افزایش حجم کره، جرم آن نیز تغییر می‌کند به‌طوری که چگالی ثابت می‌ماند.

A ۸۲ ۲

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شدهٔ درون استوانه است: $V=۵۴-۵۰=۴cm^{۳}$

چگالی گلوله برابر با $\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵g/cm^{۳}$ خواهد شد.

A ۸۳ ۱

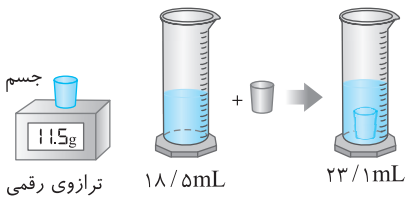
ترازوی رقمی جرم جسم را ۱۱/۵g نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج است.

$$V_{جسم}=۲۳/۱-۱۸/۵\Rightarrow V_{جسم}=۴/۶mL=۴/۶cm^{۳}$$

چگالی جسم خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۱/۵}{۴/۶}\Rightarrow\rho=۲/۵g/cm^{۳}$

چگالی را برحسب $kg/m^{۳}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۲/۵\frac{g}{cm^{۳}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\times\frac{۱۰^{۶}cm^{۳}}{۱m^{۳}}\Rightarrow\rho=۲/۵\times۱۰^{۳}=۲۵۰۰kg/m^{۳}$$



A ۸۴ ۱

خط فکری حجم مقدار مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسمی است که در مایع فرو می‌رود. در این مسئله مایع جابه‌جا شده از ظرف بیرون ریخته است بنابراین ابتدا باید حجم مایع بیرون ریخته را به کمک چگالی مایع حساب کنید و این حجم همان حجم قطعه فلز است که به کمک آن می‌توانید جرم قطعه فلز را حساب کنید.

حجم الکل بیرون ریخته شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۶۰g]{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}۰/۸=\frac{۱۶۰}{V}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$$

بنابراین حجم قطعه فلز برابر $۲۰۰cm^{۳}$ است و می‌توان جرم آن را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۲/۷=\frac{m}{۲۰۰}\Rightarrow m=۵۴۰g$$

A ۸۵ ۳

مساحت سطح مقطع استوانه $A=10cm^2$ و ارتفاع آب جابه‌جا شده $12cm$ است بنابراین حجم آب جابه‌جا شده که برابر حجم جسم است را می‌توان حساب کرد.

$$V_{\text{فلز}}=V_{\text{آب جابه‌جا شده}}=Ah\Rightarrow V_{\text{فلز}}=10\times12=120cm^3$$

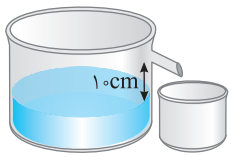
جرم قطعه فلز $900g$ است بنابراین چگالی فلز برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{900}{120}\Rightarrow\rho=7/5g/cm^3$$

B ۸۶ ۴

وقتی سنگ را درون ظرف قرار می‌دهیم به اندازهٔ حجم سنگ، روغن جابه‌جا می‌شود. بنابراین ابتدا حجم سنگ را حساب می‌کنیم

$$V_{\text{سنگ}}=\Delta V_{\text{روغن}}$$



$r_1=10cm \quad r_2=5cm$

$$V_{\text{سنگ}}=\left(\frac{m}{\rho}\right)_{\text{سنگ}}=\frac{18000}{5}=3600cm^3$$

حجم مایع جابه‌جا شده برابر $3600cm^3$ است. ابتدا حجم مایع را برای ارتفاع $10cm$ ظرف بالا حساب می‌کنیم.

$$\Delta V=\pi r^2\Delta h=3\times(10)^2\times10\Rightarrow\Delta V=3000cm^3$$ درون ظرف

بنابراین از $3600cm^3$ مایع جابه‌جا شده $3000cm^3$ در ظرف (۱) است و باقی آن یعنی $3600-3000=600cm^3$ در ظرف (۲) ریخته شده است. اکنون ارتفاع مایع در ظرف (۲) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_2=\pi r_2^2h\Rightarrow600=3\times(5)^2\times h\Rightarrow h=8cm$$

B ۸۷ ۲

نکته همواره حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم و یا حجم قسمتی از جسم است که در مایع فرو رفته است.

۱ با قرار گرفتن جسم، آب $20cm$ بالا آمده است، حجم آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_{\text{آب}}=A\Delta h\xrightarrow[\Delta h=20cm]{A=20cm^2}\Delta V_{\text{آب}}=20\times20=400cm^3$$

۲ حجم آب جابه‌جا شده برابر $\frac{1}{5}$ حجم جسم است که در مایع فرو رفته بنابراین حجم جسم خواهد شد:

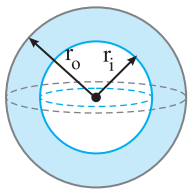
$$\Delta V_{\text{آب}}=\frac{1}{5}V_{\text{جسم}}\Rightarrow200=\frac{1}{5}V_{\text{جسم}}\Rightarrow V_{\text{جسم}}=1000cm^3$$

۳ جرم جسم $2kg$ و حجم آن $1000cm^3$ است، بنابراین چگالی جسم برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{2}{1000\times10^{-6}}\Rightarrow\rho=2000kg/m^3$$

A ۸۸ ۱

یادآوری ریاضی حجم کره‌ای با شعاع خارجی r_o و شعاع داخلی r_i از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.



$$V=\frac{4}{3}\pi r_o^3-\frac{4}{3}\pi r_i^3=\frac{4}{3}\pi(r_o^3-r_i^3)$$

ابتدا حجم کره که از فلز ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{خارجی}}-\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{داخلی}}\Rightarrow V=\frac{4}{3}\times3\times(64-27)\Rightarrow V=4\times37cm^3$$

جرم فلز را به کمک تعریف چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=5\times4\times37\Rightarrow m=740g=0/74kg$$

B ۸۹ ۲

خط فکری ابتدا با داشتن جرم قطعه طلا و چگالی طلا، حجم طلایی که در ساختن این قطعه به کار رفته است را حساب کنید و با مقایسهٔ حجم طلای به کار برده شده با حجم ظاهری طلا می‌توانید حجم حفرهٔ درون آن را به‌دست آورید.

۱ حجم طلای به کار برده شده در این قطعه برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=199/5g]{\rho=19000kg/m^3=19g/cm^3}19=\frac{199/5}{V}\Rightarrow V=\frac{199/5}{19}\Rightarrow V=10/5cm^3$$

۲ حجم حفرهٔ درون قطعه خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=12-10/5=1/5cm^3$$

B ۹۰ ۳

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow8=\frac{6000}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=750cm^3$$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم: $V=a^3\Rightarrow V_{\text{مکعب}}=10^3cm^3$

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است، بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $1000-750=250cm^3$ است.

B ۹۱ ۳

۱ ابتدا حجم ظاهری کرهٔ کامل را حساب می‌کنیم

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3\Rightarrow V=\frac{4}{3}\times3\times125\Rightarrow V=500cm^3$$:حجم کره کامل

۲ با توجه به چگالی و جرم کره، حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{m}{\rho}=\frac{1080}{2/7}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=400cm^3$$

۳ در این صورت حجم حفرهٔ درون کرهٔ فلزی خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری کره}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=500-400=100cm^3$$

۴ درصد حجم حفره از حجم کل کره برابر است با: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}}\times100=\frac{100}{500}\times100=20\%$

بازی با سؤال **درون مکعبی برنزی به جرم $6/4kg$ که طول هر ضلع آن $10cm$ است، حفره‌ای وجود دارد، اگر چگالی برنز $8g/cm^3$ باشد، چند درصد از حجم این مکعب برنزی را حفره تشکیل داده است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

C ۹۲ ۱

۱ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{ظاهری}}=a^3$

۲ حجم حفرهٔ کروی با شعاع $\frac{a}{2}$ خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{4}{3}\times3\left(\frac{a}{2}\right)^3\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{a^3}{2}$$

۳ حجم فلز به کار رفته برای ساخت این مکعب را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow\frac{a^3}{2}=a^3-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{a^3}{2}$$

۴ جرم فلز خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow8=\frac{m}{\frac{a^3}{2}}\Rightarrow m_{\text{فلز}}=4a^3$$

۵ حجم مایع درون حفره برابر حجم حفره $\frac{a^3}{2}$ است بنابراین جرم مایع را می‌توان حساب کرد.

$$\rho_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{V}\Rightarrow2=\frac{m_{\text{مایع}}}{\frac{a^3}{2}}\Rightarrow m_{\text{مایع}}=a^3$$

۶ با توجه به فرض مسئله مجموع جرم مایع و جرم فلز $950g$ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{فلز}}+m_{\text{مایع}}=950 \quad (1)$$

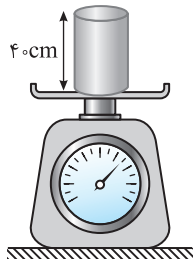
۷ نسبت جرم فلز به جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}}=\frac{4a^3}{a^3}=4\Rightarrow m_{\text{فلز}}=4m_{\text{مایع}}$$

در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$4m_{\text{مایع}}+m_{\text{مایع}}=950\Rightarrow5m_{\text{مایع}}=950\Rightarrow m_{\text{مایع}}=190g$$

بازی با سؤال مطابق شکل استوانه‌ای توخالی به ارتفاع ۴۰cm به شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی R از یک فلز با چگالی $3500\,kg/m^3$ ساخته شده است. اگر استوانه را از آب پر کنیم، جرم مجموع برابر ۷/۶۲ کیلوگرم می‌شود. R چند سانتی‌متر است؟ $(\pi\approx 3, \rho_{آب}=1\,kg/lit)$



۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۲

A ۹۳ | ۱

خط فکری در فرض مسئله چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است بنابراین شما کافی است $\rho_A=1/5\rho_B$ را نوشته و مقدارهای داده شده در مسئله را در این رابطه جای‌گذاری کنید.

$$\rho_A=1/5\rho_B \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}} \frac{m_A}{V_A}=1/5\frac{m_B}{V_B}$$

$$\xrightarrow[m_A=?,\,V_A=20cm^3]{m_B=200g,\,V_B=50cm^3} \frac{m_A}{20}=1/5\times\frac{200}{50}\Rightarrow m_A=120g$$

بازی با سؤال چگالی جسم A، $\frac{2}{3}$ چگالی جسم B است. اگر جرم $50cm^3$ از جسم A برابر ۷۵۰g باشد، جرم $60cm^3$ از جسم B چند گرم است؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۹۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۳۵۰

گزینهٔ ۴

A ۹۴ | ۳

خط فکری نسبت جرم‌ها را دارید $(\frac{m_A}{m_B}=1)$، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا بتوانید نسبت چگالی‌ها را به‌دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow[r_A=3cm,\,r_B=6cm]{V=\frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{4}{3}\pi(6)^3}{\frac{4}{3}\pi(3)^3}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=8$$

بازی با سؤال قطر یک گلولهٔ توپر آلومینیمی دو برابر قطر یک گلولهٔ توپر مسی است. اگر جرم گلولهٔ آلومینیمی ۲/۴ برابر جرم گلولهٔ مسی باشد، چگالی آلومینیم چند برابر چگالی مس است؟

خارج ریاضی - ۸۷

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

گزینهٔ ۳

A ۹۵ | ۱

استوانه و مکعب هم‌جنس هستند. بنابراین $\frac{\rho_2}{\rho_1}=1$ است.

حجم مکعب برابر است با: $V_1=a^3$

حجم استوانه برابر است با:

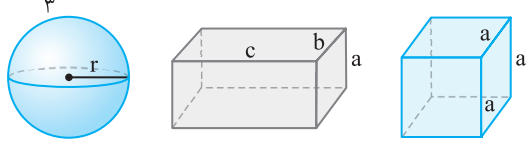
$$V_2=\pi r^2h \xrightarrow[h=a]{r=\frac{a}{2}} V_{استوانه}=3\times(\frac{a}{2})^2\times a\Rightarrow V_{استوانه}=\frac{3}{4}a^3$$

نسبت $\frac{m_2}{m_1}$ خواهدشد: $\rho_1=\rho_2\Rightarrow\frac{m_1}{V_1}=\frac{m_2}{V_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{\frac{3}{4}a^3}{a^3}=\frac{3}{4}$

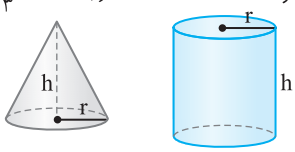
B ۹۶ | ۲

یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:

مکعب: $V=a^3$ مکعب مستطیل: $V=abc$ کره: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$



استوانه: $V=\pi r^2h$ مخروط: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$



جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است $(m_1=m_2)$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_1=a^3$ است.

ارتفاع مخروط برابر طول ضلع مکعب یعنی $h=a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب $(r=\frac{a}{2})$ است. حجم مخروط خواهد شد:

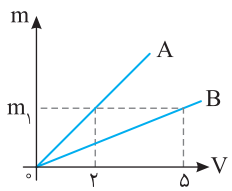
$$V_2=\frac{1}{3}\pi r^2h\Rightarrow V_2=\frac{1}{3}\pi(\frac{a}{2})^2\times a\xrightarrow{\pi=3}V_2=\frac{a^3}{4}$$

اکنون V_1 و V_2 را داریم، نسبت $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\rho_1=\frac{m_1}{V_1}\\ \rho_2=\frac{m_2}{V_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\frac{V_2}{V_1}\xrightarrow{m_1=m_2}\frac{\rho_1}{\rho_2}=1\times\frac{\frac{a^3}{4}}{a^3}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{1}{4}$$

A ۹۷ | ۴

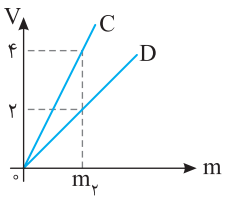
در نمودار (الف) چگالی‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_A=\frac{m_1}{2}\ ,\ \rho_B=\frac{m_1}{5}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_1}{2}}{\frac{m_1}{5}}=\frac{5}{2}\Rightarrow\rho_B=\frac{2}{5}\rho_A$$

در نمودار (ب) هم چگالی‌ها را مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_C=\frac{m_2}{4}\ ,\ \rho_D=\frac{m_2}{2}$$

$$\frac{\rho_C}{\rho_D}=\frac{\frac{m_2}{4}}{\frac{m_2}{2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\rho_D=2\rho_C$$

B ۹۸ | ۳

با توجه به نسبت چگالی‌های داده شده و $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=\frac{5}{2}\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{5}{2}\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow[V_B=4L,\,V_A=2L]{m_A=m_B+1}\frac{m_B+1}{2}=\frac{5}{2}\frac{m_B}{4}$$

$$\Rightarrow m_B+1=\frac{5}{4}m_B\Rightarrow\frac{m_B}{4}=1\Rightarrow m_B=4kg$$

جرم 4L مایع B برابر 4kg شده است بنابراین چگالی B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{4}{4}=1kg/L$$

چگالی همواره مقداری ثابت است، بنابراین جرم ۱۰L از جسم B را به کمک چگالی می‌توان حساب کرد:

$$\rho_B=\frac{m'_B}{V'_B}\Rightarrow 1=\frac{m'_B}{10}\Rightarrow m'_B=10kg$$

A ۹۹ ۲

هرگاه جسمی درون مایعی قرار گیرد حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. اکنون که ظرف در دو حالت لبریز است بنابراین حجم مقدار مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است. در نتیجه حجم مایع بیرون ریخته در دو حالت یکسان و برابر حجم جسم است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{m}{\rho_۱}=\frac{۲m}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۲$$

B ۱۰۰ ۴

خط فکری نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به‌دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

۱ حجم استوانهٔ توپر A برابر است با: $V_A=\pi R^۲h_A=\pi R^۲h$

۲ ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانهٔ A است. $(R_O=R \text{ و } h_A=h_B)$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_i=\frac{R}{۲})$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B=\pi(R_O^۲-R_i^۲)h_B\Rightarrow V_B=\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})h=\frac{۳}{۴}\pi R^۲h$$

۳ نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{\frac{۳}{۴}\pi R^۲h}{\pi R^۲h}\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{۳}{۴}$$

۴ نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

B ۱۰۱ ۳

یادآوری ریاضی حجم کرهٔ توپر $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ و حجم کرهٔ توخالی با شعاع خارجی R_O و شعاع داخلی R_i برابر است با: $V_{\text{توخالی}}=\frac{۴}{۳}\pi(R_O^۳-R_i^۳)$

با توجه به برابر بودن جرم‌ها و داشتن چگالی‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را حساب کرد.

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B$$

$$\xrightarrow{\rho_A=۴/۲g/cm^۳,\ \rho_B=۸/۴g/cm^۳}۴/۲\times V_A=۸/۴\times V_B$$

$$\Rightarrow V_A=۲V_B\qquad(۱)$$

شعاع کرهٔ A و شعاع خارجی کرهٔ B یکسان و برابر $R_A=R_{B_O}=R$ است.

حجم کرهٔ A برابر است با: $V_A=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$

حجم کرهٔ B برابر است با: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi(R_O)^۳-\frac{۴}{۳}\pi(R_i)^۳=\frac{۴}{۳}\pi(R^۳-R_i^۳)$

اکنون حجم‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و شعاع داخلی B را حساب می‌کنیم.

$$V_A=۲V_B\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R^۳=۲\times(\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳)$$

$$\Rightarrow۲\times\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow R_i^۳=\frac{R^۳}{۲}\Rightarrow R_i=\frac{R}{\sqrt[۳]{۲}}\Rightarrow R_i=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲}R$$

B ۱۰۲ ۲

خط فکری جنس استوانه و جنس کره یکسان است. بنابراین چگالی در دو حالت برابر است و چون ρ ثابت است قطعاً نسبت $\frac{m}{V}$ در دو حالت با هم برابر است. بنابراین شما باید حجم استوانه و کره را حساب کنید، سپس نسبت $\frac{m}{V}$ را در دو حالت برابر قرار دهید.

حجم استوانه را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}}=[\pi(r_o^۲-r_i^۲)]\times h$$

$$\xrightarrow{h=۲R,\ R_o=R,\ R_i=\frac{R}{۲}}\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})\times۲R=\frac{۳}{۲}\pi R^۳$$

حجم کره را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)$$

$$\xrightarrow{r_o=R,\ R_i=\frac{R}{۲}}V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi[R^۳-(\frac{R}{۲})^۳]=\frac{۴}{۳}\pi(\frac{۷}{۸}R^۳)=\frac{۷}{۶}\pi R^۳$$

چون چگالی ثابت است از این‌رو:

$$\rho_{\text{کره}}=\rho_{\text{استوانه}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}}=\frac{M_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M}=\frac{\frac{۷}{۶}\pi R^۳}{\frac{۳}{۲}\pi R^۳}\Rightarrow M_{\text{کره}}=\frac{۷}{۹}M$$

B ۱۰۳ ۳

۱ حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر گنجایش ظرف است $V_{\text{آب}}=۷۲۰cm^۳$

۲ جرم آب حاصل از ذوب یخ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\xrightarrow{\rho=۱g/cm^۳}۱=\frac{m}{۷۲۰}\Rightarrow m=۷۲۰g$$

۳ جرم یخ نیز برابر جرم آب تولید شده یعنی ۷۲۰g است.

۴ حجم یخ ذوب شده برابر است با: $\rho_{\text{یخ}}=\frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow۰/۹=\frac{۷۲۰}{V}\Rightarrow V=۸۰۰cm^۳$

C ۱۰۴ ۳

خط فکری به چگالی یخ $\rho=۰/۹g/cm^۳$ و چگالی آب $\rho_{\text{آب}}=۱g/cm^۳$ دقت کنید. چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است با توجه به اینکه هنگام ذوب، جرم جسم ثابت می‌ماند. باید حجم آب از حجم یخ کمتر باشد به همین دلیل $\rho=\frac{m_{\text{ثابت}}}{V\downarrow}\uparrow$

هنگام ذوب یخ، حجم کل مخلوط کاهش یافته است.

جرم یخ و جرم آب حاصل از ذوب آن برابر است: $m_i=m_W$

با توجه به صورت مسئله حجم، $۵cm^۳$ کم شده است یعنی اکنون می‌توان نوشت:

$$V_W=V_i-۵$$

$$m_i=m_W\xrightarrow{m=\rho V}\rho_iV_i=\rho_WV_W\Rightarrow۰/۹\times V_i=۱\times(V_i-۵)\Rightarrow V_i=۵۰cm^۳$$

بنابراین جرم یخ خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_i=\rho_iV_i\Rightarrow m_i=۰/۹\times۵۰=۴۵g$

بازی با سؤال **ظرفی محتوی آب را که قطعه یخی بر سطح آن شناور است حرارت می‌دهیم تا همهٔ یخ ذوب شود به‌طوری که $۳cm^۳$ از حجم مخلوط آب و یخ کاسته می‌شود. اگر چگالی یخ $۰/۹g/cm^۳$ و چگالی آب $۱g/cm^۳$ باشد، حجم یخ اولیه چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟**

۱) ۲۷ ۲) ۱/۸ ۳) ۴/۵ ۴) ۳۰

گزینهٔ ۴

B ۱۰۵ ۱

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با: $\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب $kg/m^۳$ خواهد شد.

$$\rho_A = 1200\,g/L = 1200\frac{g}{L}\times\frac{10^3 L}{1m^3}\times\frac{1kg}{10^3 g} \Rightarrow \rho_A = 1200\frac{kg}{m^3}$$

به همین ترتیب $\rho_B = 1500\frac{kg}{m^3}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow 1200 = \frac{2}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{2}{1200} \Rightarrow V_A = \frac{1}{600}m^3$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 1500 = \frac{4}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{4}{1500} = \frac{2}{750}m^3$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow \rho = \frac{2+4}{\frac{1}{600}+\frac{2}{750}} = \frac{6}{\frac{5+8}{3000}} \Rightarrow \rho = \frac{18000}{13}$$

B ۳ ۱۰۶

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

دقت کنید که در صورت مسئله چگالی مایع A و چگالی مایع B داده شده و نسبت حجم‌ها خواسته شده است. بنابراین ما باید جرم‌ها را برحسب حجم و چگالی بنویسیم.

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m=\rho V} \rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_B = 800g/L = 0/8g/cm^3]{\rho_A = 600g/L = 0/6g/cm^3} 0/75 = \frac{0/6V_A + 0/8V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow 0/75V_A + 0/75V_B = 0/6V_A + 0/8V_B \Rightarrow 0/15V_A = 0/05V_B$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{0/05}{0/15} = \frac{1}{3}$$

A ۱ ۱۰۷

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$$

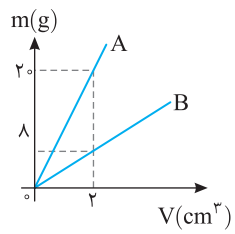
جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم $(m = \rho V)$:

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow[V_2 = \frac{2}{3}V]{V_1 = \frac{1}{3}V} \rho = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3}V + \rho_2 \times \frac{2}{3}V}{V} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

B ۳ ۱۰۸

خط فکری شیب نمودار جرم برحسب حجم یک ماده برابر چگالی آن ماده است، بنابراین ابتدا چگالی‌های دو مادهٔ A و B را حساب کنید. حجم مادهٔ B را بیابید سپس به کمک رابطهٔ چگالی، جرم A را حساب کنید.

۱ چگالی A و B را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow \rho_A = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_A = 10g/cm^3 = 10000kg/m^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \rho_B = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_B = 4g/cm^3 = 4000kg/m^3$$

۲ حجم ۲۰kg از مادهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 4000 = \frac{20}{V_B} \Rightarrow V_B = 5\times10^{-3}m^3$$

۳ رابطهٔ چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = \frac{m_A}{\rho_A}} 8000 = \frac{m_A + 20}{\frac{m_A}{10000} + 5\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 0/8m_A + 40 = m_A + 20 \Rightarrow 20 = 0/2m_A \Rightarrow m_A = 100kg$$

C ۳ ۱۰۹

در حالت اول نصف ظرف از هر کدام از مایع‌ها پر شده پس حجم دو مایع با هم برابر است:

$$\left.\begin{matrix} V_A = V_B = V \\ m_A = \rho_A V \\ m_B = \rho_B V \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \rho_A + \rho_B = 6 \quad (1)$$

در حالت دوم جرم یکسانی از دو ماده با هم مخلوط شده بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} m_A = m_B = m \\ V_A = \frac{m}{\rho_A} \\ V_B = \frac{m}{\rho_B} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\rho_A}+\frac{1}{\rho_B}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A + \rho_B}{\rho_A \rho_B} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

بـه معادلـهٔ (۱) و (۲) دقت کنیـد، دو معادله با دو مجهول ρ_A و ρ_B، دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\rho_A + \rho_B}{\rho_A \rho_B}}{\frac{\rho_A + \rho_B}{1}} = \frac{\frac{3}{4}}{6} \Rightarrow 4\times6 = 3\rho_A\rho_B \Rightarrow \rho_A = \frac{8}{\rho_B}$$

اکنون مقدار به دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم

$$\rho_A + \rho_B = 6 \Rightarrow \frac{8}{\rho_B} + \rho_B = 6 \Rightarrow 8 + \rho_B^2 = 6\rho_B \Rightarrow \rho_B^2 - 6\rho_B + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (\rho_B - 2)(\rho_B - 4) = 0 \Rightarrow \rho_B = 2g/cm^3 \text{ یا } 4g/cm^3$$

بنابراین چگالی A نیز برابر است با:

$$\rho_A + \rho_B = 6g/cm^3 \Rightarrow \rho_A = 2g/cm^3 \text{ یا } 4g/cm^3$$

B ۴ ۱۱۰

خط فکری باید به سراغ یافتن حجم آب و حجم مایع بروید. حجم آب به راحتی به‌دست می‌آید اما برای یافتن حجم مایع باید از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده کنید. اکنون به مراحل زیر دقت کنید.

۱ ۸۰ گرم آب به چگالی $1g/cm^3$ با m گرم مایع به چگالی $1/6g/cm^3$ مخلوط کرده‌ایم. ابتدا حجم هر دو مایع را حساب می‌کنیم:

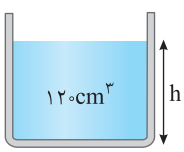
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_W = \frac{m_W}{\rho_W} \Rightarrow V_W = \frac{80}{1} = 80cm^3 \\ V_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{m}{1/6} \end{cases}$$

۲ اکنون چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن قرار می‌دهیم و جرم مایع را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_W + m_{مایع}}{V_W + V_{مایع}} = \frac{80+m}{80+\frac{m}{1/6}} = 1/2 \Rightarrow 80 + m = 96 + \frac{1/2}{1/6}m$$

$$\Rightarrow 80 + m = 96 + \frac{3}{4}m \Rightarrow \frac{m}{4} = 16 \Rightarrow m = 64g$$

۳ با داشتن جرم مایع حجم آن را حساب می‌کنیم:



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{64}{1/6} = 40cm^3$$

۴ حجم مخلوط برابر مجموع حجم آب و حجم مایع است از این‌رو:

$$V_{مخلوط} = V_W + V_{مایع} = 80 + 40 = 120cm^3$$

۵ با داشتن حجم مخلوط و سطح مقطع ظرف، ارتفاع مخلوط در ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_{مخلوط} = A_{ظرف} \times h \Rightarrow 120 = 20 \times h \Rightarrow h = 6cm$$

B ۱۱۱ ۱

حجم آلیاژ $50cm^3$ است که $10cm^3$ از مجموع حجم دو ماده کمتر است یعنی می‌توان نوشت: $V_1+V_2=50+10\Rightarrow V_1+V_2=60cm^3$ (۱)

جرم آلیاژ برابر مجموع جرم دو مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن است.

$$m_{\text{آلیاژ}}=m_1+m_2 \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V,\ m_{\text{آلیاژ}}=180g} 180=\rho_1V_1+\rho_2V_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1=2g/cm^3,\ \rho_2=4g/cm^3} 180=2V_1+4V_2$$

$$\Rightarrow V_1+2V_2=90cm^3 \quad (2)$$

اکنون با حل دو معادله دو مجهول معادلات (۱) و (۲)، حجم اولیه هر یک از دو ماده را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} V_1+V_2=60 \\ V_1+2V_2=90 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}$$

$$V_1+2V_2-V_1-V_2=90-60\Rightarrow V_2=30cm^3$$

بنابراین حجم V_1 خواهد شد: $V_1+V_2=60\Rightarrow V_1+30=60\Rightarrow V_1=30cm^3$

B ۱۱۲ ۲

چگالی قطعه جواهر و حجم آن را در اختیار داریم بنابراین جرم قطعه جواهر را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=13/6g/cm^3]{V=5cm^3} 13/6=\frac{m}{5}\Rightarrow m=68g$$

بنابراین مجموع جرم طلا و نقره‌ای که در این جواهر به‌کار برده شده $68g$ است.

$$m_{Ag}+m_{Au}=68 \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{Ag}V_{Ag}+\rho_{Au}V_{Au}=68$$

$$\xrightarrow[\rho_{Ag}=10g/cm^3]{\rho_{Au}=19g/cm^3} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \quad (1)$$

حجم کل قطعه $5cm^3$ است یعنی مجموع حجم طلا و نقره در این آلیاژ برابر $5cm^3$ شده است.

$$V_{Ag}+V_{Au}=5 \quad (2)$$

دستگاه دو معادله دو مجهول (۱) و (۲) را حل می‌کنیم.

$$-19\times\begin{cases} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \\ V_{Ag}+V_{Au}=5 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \\ -19V_{Ag}-19V_{Au}=-95 \end{cases}$$

$$-9V_{Ag}=-27\Rightarrow V_{Ag}=3cm^3$$

اکنون می‌توان جرم نقره را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=10\times3\Rightarrow m_{Ag}=30g$$

C ۱۱۳ ۴

مساحت سطح مقطع میله و طول میله را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم حجم میله را حساب کنیم. $V=AL\Rightarrow V=2\times10^{-4}\times1/7\Rightarrow V=3/4\times10^{-4}m^3$

حجم میله برابر مجموع حجم دو ماده است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_A+V_B=3/4\times10^{-4}m^3 \quad (1)$$

ترازو وزن کل میله را $13/2N$ نشان می‌دهد بنابراین جرم آن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow13/2=m\times10\Rightarrow m=1/32kg$$

جرم میله برابر مجموع جرم دو ماده است بنابراین خواهیم داشت:

$$m_A+m_B=1/32kg \xrightarrow{m=\rho V} \rho_AV_A+\rho_BV_B=1/32$$

$$\xrightarrow[\rho_B=4500g/L=4500kg/m^3]{\rho_A=2/4g/cm^3=2400kg/cm^3} 2400V_A+4500V_B=1/32 \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2400V_A+4500(3/4\times10^{-4}-V_A)=1/32$$

$$2400V_A+1/53-4500V_A=1/32\Rightarrow2100V_A=0/21$$

$$V_A=\frac{0/21}{2100}=10^{-4}cm^3$$

حجم جسم A و سطح مقطع میله را داریم بنابراین می‌توانیم طول میلهٔ A را حساب کنیم.

$$V_A=AL_A\Rightarrow10^{-4}=2\times10^{-4}L_A\Rightarrow L_A=0/5m$$

B ۱۱۴ ۲

یادآوری ۱ ابتدا یکای چگالی B را برحسب kg/m^3 به‌دست آوریم، کافی است $2g/cm^3$ را در 10^3 ضرب کنید. $\rho_B=2g/cm^3\Rightarrow\rho_B=2000kg/m^3$

یادآوری ۲ عدد چگالی برحسب g/L برابر عدد چگالی برحسب kg/m^3 است، بنابراین چگالی مخلوط در SI خواهد شد:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=1500g/L\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=1500kg/m^3$$

۱ جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}}=m_A+m_B+m_C=150+100+200=450g\Rightarrow m_{\text{مخلوط}}=0/45kg$$

۲ حجم مخلوط را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow1500=\frac{0/45}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow V_{\text{مخلوط}}=3\times10^{-4}m^3=300cm^3$$

۳ حجم مایع A خواهد شد:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A} \xrightarrow[\rho_A=800kg/m^3]{m_A=0/15kg} 800=\frac{0/15}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_A=\frac{0/15}{800}m^3\Rightarrow V_A=187/5cm^3$$

۴ حجم مایع B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_B=0/1kg} 2000=\frac{0/1}{V_B}\Rightarrow V_B=50cm^3$$

۵ حجم مایع C را با توجه به حجم مایع‌های A و B و حجم کل به‌دست می‌آوریم:

$$V_A+V_B+V_C=V_{\text{مخلوط}}\Rightarrow187/5+50+V_C=300\Rightarrow V_C=62/5cm^3$$

۶ حال با توجه به حجم و جرم مایع C، چگالی ρ' را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho'=\frac{m_C}{V_C}\Rightarrow\rho'=\frac{200\times10^{-3}}{62/5\times10^{-6}}=3200\frac{kg}{m^3}$$

پنجره دوجداره

B ۱۱۵ ۱

خط فکری حجم آبی که بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است بنابراین ابتدا حجم آب را حساب کنید سپس حجم آب را با حجم لوله $V=\pi(r_o^2-r_i^2)h$ برابر قرار دهید.

۱ حجم آب سر ریز شده را حساب می‌کنیم.

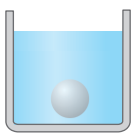
$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=1g/cm^3]{m=\frac{9}{8}kg=\frac{9000}{8}g} 1=\frac{\frac{9000}{8}}{V}\Rightarrow V=\frac{9000}{8}cm^3$$

۲ این حجم برابر حجم لوله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\pi(r_o^2-r_i^2)h \xrightarrow[r_o=10cm,\ h=5cm]{\pi\simeq3} \frac{9000}{8}=3(10^2-r_i^2)\times5$$

$$\Rightarrow\frac{600}{8}=100-r_i^2\Rightarrow r_i^2=100-\frac{600}{8}=\frac{200}{8}\Rightarrow r_i^2=\frac{100}{4}\Rightarrow r_i=\frac{10}{2}=5cm$$

B ۱۱۶ ۱



۱ با خارج کردن قطعه فلزی از درون ظرف، سطح آب $2cm$ پایین رفته است، حجم این آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $V=Ah\Rightarrow V=16\times2=32cm^3$

۲ حجم ظاهری این قطعه فلزی با حجم آب جابه‌جا شده برابر است. $V_{\text{ظاهری}}=32cm^3$

۳ حجم فلزی که قطعه فلزی از آن ساخته شده است را به کمک جرم آن $(m_{\text{فلز}}=210g)$ و چگالی آن $(\rho_{\text{فلز}}=7g/cm^3)$ حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow7=\frac{210}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{210}{7}=30cm^3$$

۴ حجم حفره درون قطعه فلز برابر با حجم ظاهری قطعه فلز منهای حجم فلزی است که قطعه از آن ساخته شده است. $V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}=32-30=2cm^3$

B ۱ ۱۱۷

خط فکری برای آنکه وضعیت پوسته را درون مایع مشخص کنید ابتدا باید چگالی مجموعه را حساب کنید. اگر این چگالی از چگالی مایع کمتر باشد، مجموعه بر سطح مایع شناور و یا درون آن غوطه‌ور می‌ماند و اگر چگالی به‌دست آمده از چگالی مایع بیشتر باشد، مجموعه درون مایع ته‌نشین می‌شود. بنابراین باید چگالی مجموعه را حساب کنید.

۱ حجم فلزی که پوسته از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\xrightarrow[r_i=۴cm\,,\,\pi=۳]{r_o=۵cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳(۵^۳-۴^۳)$$

$$\Rightarrow V=۴(۱۲۵-۶۴)\Rightarrow V=۴(۶۱)=۲۴۴cm^۳$$

۲ جرم فلز به‌کار برده شده در پوسته را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_{فلز}=۳g/cm^۳}۳=\frac{m}{۲۴۴}\Rightarrow m=۷۳۲g$$

۳ حجم آب درون حفره برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{آب}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۴)^۳\Rightarrow V_{آب}=۲۵۶cm^۳$$

۴ جرم آب برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۱=\frac{m_{آب}}{۲۵۶}\Rightarrow m_{آب}=۲۵۶g$$

۵ چگالی مجموعه را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{مجموعه}=\frac{m_{آب}+m_{فلز}}{V_{آب}+V_{فلز}}=\frac{۲۵۶+۷۳۲}{۲۵۶+۲۴۴}=\frac{۹۸۸}{۵۰۰}$$

$$\Rightarrow\rho_{مجموعه}=۱/۹۷۶g/cm^۳>۱/۶g/cm^۳$$

چگالی مجموعه از چگالی مایع بیشتر است و مجموعه در مایع ته‌نشین می‌شود.

B ۴ ۱۱۸

چگالی اسفنج برابر $\rho=m/V$ است. وقتی اسفنج درون آب قرار می‌گیرد و آب جذب می‌کند حجم مجموعه همان حجم اولیهٔ اسفنج است، بنابراین چگالی جدید برابر است با:

$$\rho'=\frac{m_{اسفنج}+m_{\text{آب جذب شده}}}{V}\xrightarrow{\rho'=۴\rho}$$

$$\frac{m+m_{آب}}{V}=۴\frac{m}{V}\Rightarrow m_{آب}=۳m$$

B ۲ ۱۱۹

خط فکری برای اینکه کره در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از چگالی آب باشد و برای اینکه کره درون مایع فرو رود باید چگالی کره از چگالی مایع بیشتر باشد، $\rho_{آب}>\rho_{کره}>\rho_{مایع}$ باشد، بنابراین چگالی کرهٔ توپر را بررسی می‌کنیم.

با توجه به خط فکری بیان شده چگالی کره را بین چگالی مایع و آب قرار می‌دهیم و حجم کره را بررسی می‌کنیم:

$$\rho_{مایع}<\rho_{کره}<\rho_{آب}\Rightarrow۵۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۱۰۰۰\Rightarrow۵۰۰<\frac{۴}{V_{کره}}<۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow۱۲۵<\frac{۱}{V_{کره}}<۲۵۰\Rightarrow\frac{۱}{۲۵۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۱۲۵}$$

اکنون با توجه به حجم کره $\left(\frac{۴}{۳}\pi R^۳\right)$ خواهیم داشت:

$$۴\times۱۰^{-۳}<\frac{۴}{۳}\pi R^۳<۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۳}<۴R^۳<۸\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^{-۳}<R^۳<۲\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۱۰^{-۱}<R<\sqrt[۳]{۲}\times۱۰^{-۱}$$

$$\Rightarrow۰/۱m<R<۰/۱۲۶m$$

پس شعاع انتخابی بین ۱۰cm تا ۱۲/۶cm است که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

B ۴ ۱۲۰

حجم کل جسم از حجم فلز A، حجم فلز B و حجم حفرهٔ درون آن تشکیل شده است. اگر حجم جسم را V در نظر بگیریم:

$$V=V_A+V_B+V_{حفره}$$

با توجه به سؤال ۲۵درصد حجم جسم یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}$ حجم جسم از فلز A ساخته شده است و $V_A=\frac{V}{۴}$ است. می‌خواهیم بدانیم چند درصد از حجم جسم، از فلز B است.

درصد حجم فلز B را با x نشان می‌دهیم: $V_B=\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم}$

$$\rho_{جسم}=\frac{m_A+m_B}{V_{جسم}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_{جسم}}$$

$$\Rightarrow۷=\frac{۸(\frac{۲۵}{۱۰۰}V_{جسم})+۲۰(\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم})}{V_{جسم}}\Rightarrow۷=۲+۰/۰۲x\Rightarrow۵=۰/۰۲x\Rightarrow x=۲۵$$

۲۵ درصد حجم جسم از فلز B است.

C ۲ ۱۲۱

می‌خواهیم جرم کره را حساب کنیم بنابراین باید حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست بیاوریم. حجم فلز برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(R_o^۳-R_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲^۳-R_۱^۳)$$

$$=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)(R_۲^۲+R_۱R_۲+R_۱^۲)$$

$$\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)[(R_۲+R_۱)^۲-R_۱R_۲]\qquad(۱)$$

از اینجا به بعد، شما باید به کمک ریاضی مسئله را حل کنید، تفاضل $(R_۲-R_۱)$ و مجموع $(R_۲+R_۱)$ را در اختیار دارید. به کمک آن‌ها $R_۱R_۲$ را باید حساب کنید.

$$\begin{cases}R_۲+R_۱=a\\R_۲-R_۱=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_۲^۲+R_۱^۲+۲R_۱R_۲=a^۲\\R_۲^۲+R_۱^۲-۲R_۱R_۲=b^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow۴R_۱R_۲=a^۲-b^۲\Rightarrow R_۱R_۲=\frac{a^۲-b^۲}{۴}$$

با جای‌گذاری در رابطه (۱) مسئله قابل حل است.

$$V=\frac{۴}{۳}\times۳(b)[a^۲-\frac{a^۲-b^۲}{۴}]\Rightarrow V=۴b(\frac{۴a^۲-a^۲+b^۲}{۴})\Rightarrow V=b(۳a^۲+b^۲)$$

جرم کره خواهد شد: $m=\rho V\Rightarrow m=\rho b(۳a^۲+b^۲)$

C ۳ ۱۲۲

نکته چگالی آب $۱g/cm^۳$ است، بنابراین همواره عدد حجم آب برحسب $cm^۳$ با عدد جرم آب برحسب g برابر است به‌طور مثال جرم $۵cm^۳$ آب $۵g$ است.

چگالی محلول آب و نمک در حالت اول برابر است با:

$$\rho_{محلول}=\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}\Rightarrow\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}=۱/۲$$

$$\xrightarrow{V_{محلول}=۱L=۱۰۰۰cm^۳}m_{محلول}=۱۰۰۰\times۱/۲=۱۲۰۰g$$

پس از آنکه مقداری آب بخار می‌شود، چگالی $۱/۵g/cm^۳$ می‌شود. البته اگر به اندازهٔ x گرم از آب بخار شود، حجم آب بخار شده نیز x سانتی‌متر مکعب است، بنابراین جرم محلول در حالت جدید خواهد شد $۱۲۰۰-x$ و حجم محلول نیز $۱۰۰۰-x$ خواهد شد بنابراین:

$$\rho'=\frac{m-x}{V_{محلول}-x}=۱/۵\Rightarrow\frac{۱۲۰۰-x}{۱۰۰۰-x}=۱/۵$$

$$\Rightarrow۱۲۰۰-x=۱۵۰۰-۱/۵x\Rightarrow۰/۵x=۳۰۰\Rightarrow x=۶۰۰cm^۳$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

A ۱۲۲ ۲

۱ **دقت اندازه‌گیری** وسایل رقمی (دیجیتال) برابر ۱ واحد از آخرین رقم گزارش شده (اولین رقم سمت راست عدد گزارش شده) است. بنابراین دقت اندازه‌گیری عدد $52/4\ L/g$ برابر $0/1\ L/g$ است. این دقت را به یکای kg/m^3 تبدیل می‌کنیم:

$$0/1\ g/L\times\frac{1\ kg}{1000\ g}\times\frac{1\ L}{10^{-3}\ m^3}=0/1\ kg/m^3$$

نمای ۶

A ۱۲۲ ۱

۲ **چگالی یک** جسم از ویژگی‌های ساختاری جسم است، بنابراین در همه جا چگالی جسم یکسان است.

نمای ۷

بازی با سوال **کرهٔ توپُری به شعاع R از فلزی با چگالی ρ_0 ساخته شده است. اگر درون آن حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{R}{2}$ و هم‌مرکز با کره ایجاد شود، چگالی آن چند برابر ρ_0 می‌شود؟**

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

گزینهٔ ۱

B ۱۲۲ ۱

۳ **دو کره مشابه**اند یعنی ابعاد یا حجم ظاهری یکسان دارند پس:

$$V_A=V_B\ (\text{حجم کل}\ A,B)$$

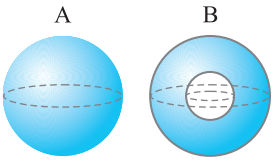
امّا جرم A بیشتر از جرم B است پس کرهٔ A توپر و کرهٔ B تو خالی است.

از طرفی جرم کرهٔ توپر A، $560\ g$ است

بنابراین حجم کره A خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 7=\frac{560}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_A=80\ cm^3=V_B$$



حال با توجه به چگالی و جرم کرهٔ B حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m_B}{V'_B}\Rightarrow 7=\frac{350}{V'_B}\Rightarrow V'_B=50\ cm^3$$

حجم حفره درون کرهٔ B برابر است با تفاضل حجم ظاهری کرهٔ B و حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است از این‌رو:

$$V_{\text{حفره}}=30\ cm^3\Leftarrow 80-50=\text{حجم ظاهری کره}-\text{حجم فلز}$$

نمای ۱۰

بازی با سوال **دو مکعب فلزی هم‌جنس A و B که به‌ترتیب طول ضلع آن‌ها a و ۲a و جرم آن‌ها m و ۲m است در اختیار داریم. اگر بدانیم یکی از مکعب‌ها توپر و دیگری توخالی است حجم حفره برابر کدام گزینه است؟**

۱) $2a^3$ ۲) $4a^3$ ۳) $6a^3$ ۴) $3a^3$

گزینهٔ ۳

B ۱۲۲ ۲

۴ **ضریب تبدیل** ماخ به m/s به صورت $\frac{340\ m/s}{1\ \text{ماخ}}$ است، بنابراین:

$$v=\frac{5}{9}\ \text{ماخ}\times\frac{340\ m/s}{1\ \text{ماخ}}\Rightarrow v=\frac{5}{9}\times 340\ m/s$$

اکنون m/s را به km/h تبدیل می‌کند.

$$v=\frac{5}{9}\times 340\ m/s\times\frac{3600\ s}{1\ h}\times\frac{1\ km}{10^3\ m}\Rightarrow v=5\times 34\times 4=680\ km/h$$

A ۱۲۲ ۱

۵ **خط فکری** حجم الکلی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم گلولهٔ آهنی است که در ظرف محتوی الکل فرو می‌رود، بنابراین شما باید ابتدا حجم گلوله آهنی را به کمک چگالی و جرم آن حساب کنید، سپس جرم الکل خارج شده را به‌دست بیاورید.

حجم گلولهٔ آهنی را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=3900\ g=3/9\ kg]{\rho=7800\ kg/m^3}7800=\frac{3/9}{V}\Rightarrow V=5\times 10^{-4}\ m^3$$

بنابراین حجم الکل خارج شده از ظرف نیز $5\times 10^{-4}\ m^3$ بوده و جرم آن خواهد شد:

$$m_{\text{الکل}}=\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}}\Rightarrow m=800\times 5\times 10^{-4}\Rightarrow m=0/4\ kg\Rightarrow m=400\ g$$

نمای ۸

B ۱۲۲ ۱

۶ **حجم آلیاژ** در نهایت $180\ cm^3$ است یعنی $V_{\text{آلیاژ}}=V_A+V_B=180\ cm^3$. با توجه به تعریف چگالی، جرم کل آلیاژ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}}\xrightarrow{\rho_{\text{آلیاژ}}=15000\ kg/m^3=15\ g/cm^3}15=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{180}\Rightarrow m_{\text{آلیاژ}}=2700\ g$$

در صورت مسئله جرم فلز A برابر $m_A=1800\ g$ بیان شده از این رو جرم فلز B خواهد شد:

$$m_{\text{آلیاژ}}=m_A+m_B\Rightarrow 2700=1800+m_B\Rightarrow m_B=900\ g$$

حال با توجه به چگالی و جرم A، حجم آن را حساب می‌کنیم:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 12=\frac{900}{V_A}=V_A=75\ cm^3$$

نمای ۱۱

B ۱۲۲ ۴

۷ **یادآوری** در جمع جبری چند کمیت با هم باید آن کمیت‌ها یکسان باشند. اما برای ضرب و تقسیم، می‌توان کمیت‌های مختلف را در هم ضرب و بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال از ضرب جرم در شتاب کمیت نیرو حاصل می‌شود و یا از ضرب کمیت سرعت در کمیت زمان، جابه‌جایی به‌دست می‌آید. البته نمی‌توان کمیت جابه‌جایی را با کمیت سرعت جمع کرد.

در گزینهٔ (۱) از ضرب کمیت سرعت A در کمیت زمان C، $(v\times t)$ کمیت جابه‌جایی به دست می‌آید و گزینهٔ (۱) قابل محاسبه است. / در گزینهٔ (۲) از تقسیم کمیت سرعت بر کمیت زمان $(\frac{A}{C})$ کمیت شتاب و از ضرب کمیت شتاب در کمیت جرم، کمیت نیرو به‌دست می‌آید $(F=ma)$ و گزینهٔ (۲) قابل محاسبه است. / در گزینهٔ (۳) حاصل ضرب کمیت سرعت (A) در کمیت زمان (C) جابه‌جایی $(\Delta x=vt)$ به دست می‌آید که کمیت طول است و می‌توان کمیت طول $(A\times C)$ را با کمیت طول B جمع کرد و گزینهٔ (۳) قابل انجام است. / از تقسیم کمیت طول (B) بر کمیت سرعت (A)، کمیت زمان به دست می‌آید. $(\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}})$ بنابراین کمیت جرم D را نمی‌توان از کمیت $(\frac{B}{A})$ زمان کم کرد و گزینهٔ (۴) نشدنی است.

نمای ۵

B ۱۲۲ ۲

۸ **آهنگ حجم** خروجی $7/5\ L/min$ است. آهنگ خروجی را بر حسب cm^3/s حساب می‌کنیم.

$$7/5\ \frac{L}{min}\times\frac{10^3\ cm^3}{1\ L}\times\frac{1\ min}{60\ s}=125\ cm^3/s$$

(ضریب تبدیل لیتر به cm^3 / ضریب تبدیل دقیقه به ثانیه)

آهنگ جرم خروجی $0/1\ kg/s$ را برحسب g/s به‌دست می‌آوریم.

$$0/1\ \frac{kg}{s}\times\frac{10^3\ g}{1\ kg}=100\ g/s$$

(ضریب تبدیل کیلوگرم به گرم)

بنابراین در هر ثانیه $125\ cm^3$ مایع که جرم آن $100\ g$ است از ظرف خارج می‌شود، بنابراین چگالی مایع خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{100}{125}\Rightarrow\rho=0/8\ g/cm^3$$

نمای ٤ و ۷

B ۱۲۲ ۱

۹ **عـدد گزارش** شـده ۲/۱s از بقیه اعداد فاصلهٔ زیـادی دارد و آن را دور می‌ریزیم و بین چهار عدد دیگر میانگین‌گیری انجام می‌دهیم.

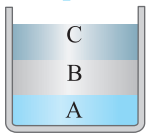
$$t_{\text{میانگین}}=\frac{۴/۱+۴/۲+۴/۲+۴/۴}{۴}=\frac{۱۶/۹}{۴}=۴/۲۲۵s$$

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان (s)	۴/۱	۴/۲	۲/۱	۴/۲	۴/۴

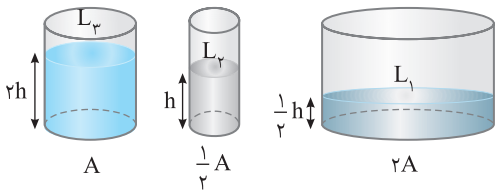
امـا نمی‌توان عدد ۴/۲۲۵ را گزارش داد زیرا یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شـده توسـط این کورنومتر ۰/۱s اسـت، یعنی عدد بیان شده بر حسـب ثانیه دارای یک رقم اعشـار اسـت. بنابراین عدد گزارش شـده نیز باید دارای یک رقم اعشـار بوده و آن را به صورت ۴/۲s≈۴/۲۲۵ اعلام کرد. نمای ۶

B ۱۲۲ ۳

۱۰ **یادآوری** هرگاه سـه مایع مخلوط نشـدنی A، B و C را در یک ظرف بریزیم، مایع دارای بیشترین چگالی ته‌نشین و مایع دارای کمترین چگالی سطح‌نشین می‌شود $\rho_A>\rho_B>\rho_C$



باید چگالی سه مایع را به‌دست بیاوریم تا به کمک آن بتوانیم نحوهٔ قرار گرفتن مایع‌ها را درون ظرف مشخص کنیم. ابتدا حجم هر مایع را حساب می‌کنیم و چگالی آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\left.\begin{aligned}&m_۱=m_۲=m_۳=m\\&V_۱=۲A\times\frac{h}{۲}=Ah\Rightarrow\rho_{L_۱}=\frac{m}{Ah}\\&V_۲=\frac{۱}{۲}A\times h=\frac{Ah}{۲}\Rightarrow\rho_{L_۲}=\frac{m}{\frac{Ah}{۲}}=۲\frac{m}{Ah}\\&V_۳=۲h\times A=۲Ah\Rightarrow\rho_{L_۳}=\frac{m}{۲Ah}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{Ah}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\rho_{L_۲}>\rho_{L_۱}>\rho_{L_۳}$$

پس هنگامی که این سه مایع را در یک ظرف بریزیم مایعی که بیشترین چگالی را دارد در ته ظرف قرار می‌گیرد و مایعی که کمتری چگالی را دارد در بالا قرار می‌گیرد پس مایع ته ظرف مایع $L_۲$ و مایع روی سطح مایع $L_۳$ است. نمای ۷

پنجره تو در تو

A ۱۲۳ ۲

۱ **بنابر آخرین** توافق جهانی، یک متر برابر است با مسافتی که نور در مدت $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه در خلأ طی می‌کند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای جرم به‌صورت استوانه‌ای فلزی از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم تعریف شده است. جرم این اسـتوانه که به دقت درون دو حباب شیشـه‌ای قرار گرفته، کیلوگرم استاندارد بین‌المللی است که در موزهٔ سِوْر فرانسه نگهداری می‌شود. بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.[۱]

اسـتاندارد کنونی زمان بر اسـاس دقت بسیار زیاد سـاعت‌های اتمی تعریف شده است. بنابراین گزارهٔ (پ) نیز درست است. نمای ۲

A ۱۲۳ ۲

۲ **حجم روغن** سـرریز شـده از لیوان برابر حجم شـن ریخته شـده در آن اسـت. با توجه به تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{\text{روغن}}=V_{\text{شن}}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}}\frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{m_{\text{شن}}}{\rho_{\text{شن}}}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_{\text{شن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{m_{\text{شن}}}{m_{\text{روغن}}}\xrightarrow{m_{\text{روغن}}=۱۶g\ ,\ m_{\text{شن}}=۴۰g}\frac{\rho_{\text{شن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{۴۰}{۱۶}=\frac{۵}{۲}$$

نمای ۸

B ۱۲۳ ۲

۳ **میزان آب خروجی** از شـلنگ در مدت ۱۰s برابر ۱/۵L اسـت. بنابراین در هر ۱s میزان آب خروجـی ۰/۱۵L اسـت. یعنـی آهنگ خروج آب $۰/۱۵\frac{L}{s}$ اسـت. بـا روش تبدیل زنجیره‌ای آهنگ خروج را برحسب $\frac{mm^۳}{min}$ حساب می‌کنیم.

$$۰/۱۵\frac{L}{s}\times\frac{۱۰^۳cm^۳}{۱L}\times\frac{۱۰^۳mm^۳}{۱cm^۳}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۹\times۱۰^۶\frac{mm^۳}{min}$$

نمای ٤

B ۱۲۳ ۲

۴ **ابتـدا بـا دانسـتن** جرم و چگالـی آب، حجم آب که همان حجم ظرف اسـت را به‌دسـت می‌آوریم:

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\Rightarrow۱۰۰۰=\frac{۲۰۰۰\times۱۰^{-۳}}{V}\Rightarrow V_{\text{آب}}=۲\times۱۰^{-۳}m^۳$$

حداکثر روغن یعنی روغن حجم کل ظرف را پر کند، بنابراین حجم روغن برابر است با:

$$V_{\text{روغن}}=۲\times۱۰^{-۳}m^۳$$

حال با توجه به چگالی روغن، جرم آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{\text{روغن}}=\rho_{\text{روغن}}V=۰/۸\times۱۰^۳\times۲\times۱۰^{-۳}=۱/۶kg$$

نمای ۸

B ۱۲۳ ۴

۵ **می‌تـوان وزنـه** را به‌صورت یـک ذره در نظر گرفت، بنابراین ابعاد وزنه قابل چشم‌پوشـی است. از جرم نخ سبک می‌توان صرف نظر کرد زیرا در حرکت وزنه، تأثیر چندانی ندارد. برای چند نوسـان محـدود، اصطکاک در نقطهٔ اتصال قابل چشم‌پوشـی اسـت زیرا مانع نوسـان در مـدت کوتاه چند نوسـان نمی‌شـود. البته دقـت کنید اگر بازهٔ زمانی نوسـان طولانـی شـود، ایـن اصطـکاک باعث توقـف آونگ شـده و قابل چشم‌پوشـی نیسـت. سـه کمیـت قبلـی قابل چشم‌پوشـی بـود. بنابرایـن گزینهٔ (۴) یعنـی طول آونـگ قابل چشم‌پوشی نیست، زیرا اگر از طول آونگ صرف‌نظر کنیم دیگر آونگی برای نوسان وجود ندارد. از طرفی هرچه طول آونگ بلندتر باشد پس از رها شدن مسیر طولانی‌تری را طی می‌کند و زمان آن طولانی‌تر می‌شود. نمای ۱

B ۱۲۳ ۳

۶ **۱** **حجم** ظاهری کره را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\xrightarrow[\pi\approx۳]{R=۱۰cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۰^۳)\Rightarrow V=۴۰۰۰cm^۳$$

۲ ۲۵ درصد حجم کره، حجم حفرهٔ درون آن است، بنابراین حجم فلزی که این کره از آن ساخته شده است ۷۵٪ حجم ظاهری کره است.

$$V_{\text{فلز}}=\frac{۷۵}{۱۰۰}(\text{حجم ظاهری})=\frac{۷۵}{۱۰۰}\times۴۰۰۰\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۳۰۰۰cm^۳$$

جرم کرهٔ فلزی ۲۱/۶kg است. بنابراین چگالی فلز خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲۱۶۰۰}{۳۰۰۰}=۷/۲g/cm^۳$$

نمای ۹

B ۱۲۳ ۳

۷ **کمینه درجه‌بندی** دستگاه مدرج برابر دقت دستگاه است. بنابراین دقت ساعت عقربه‌ای ۱s است. از طرفی دقت دستگاه رقمی برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) یعنی ۱s است. از این‌رو نسبت دقت‌ها برابر $\frac{۱s}{۱s}=۱$ است. نمای ۶

۱- در بیسـت و ششـمین مجموع عمومی اوزان و مقیاس‌ها که در آبان ۱۳۹۷ برگزار شـد، تعریف یکاهای کیلوگرم، آمپر، کلوین و مول تغییر کرد. براسـاس تعریف‌های جدید کیلوگرم براسـاس ثابت پلانک (h)، آمپر براساس بار بنیادی (e)، کلوین براساس ثابت بولتزمان (k) و مول براساس ثابت آووگادرو (N_A) باز تعریف شدند.

۲- یک روز خورشـیدی، زمانِ بین ظاهر شـدن‌های متوالی خورشید در بالاترین نقطهٔ آسمان در هر روز است.

۳- ساعت‌های اتمی پس از چندین و چند میلیون سال، تنها یک ثانیه جلو یا عقب می‌افتند!

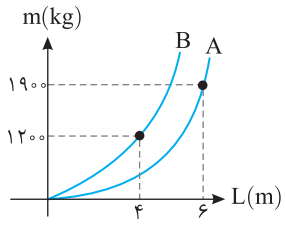
۴- خوب است نگاهی به وبگاه موزه علوم و فناوری www.irstm.ir نیز داشته باشید.

A ۱۲۳ ۳

۸ **نسبت چگالی**ها را می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{V=L^3}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۹۰۰}{۱۲۰۰}\times\frac{۴^3}{۶^3}=\frac{۱۹}{۱۲}\times\left(\frac{۲}{۳}\right)^3=\frac{۱۹}{۱۲}\times\frac{۸}{۲۷}=\frac{۳۸}{۸۱}$$



نمای ۱۰

B ۱۲۳ ۳

۹ **یکای فرعی**، یکایی است که با استفاده از یکاهای اصلی نوشته می‌شود. شتاب برابر است با تغییرات سرعت بر واحد زمان پس: $[\text{شتاب}]=[\text{m/s}^2]$ و در یکای شتاب، یکای طول (متر) وجود دارد. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب×جرم=نیرو پس: $[\text{نیرو}]=[\text{kgm/s}^2]$ پس در یکای نیرو نیز یکای طول (متر) وجود دارد.

فشار برابر است با نیرو بر واحد سطح: $[\text{فشار}]=[\text{kg/ms}^2]$ پس در یکای فشار، یکای طول (متر) وجود دارد. انرژی برابر است با حاصل‌ضرب نیرو در جابه‌جایی: $[\text{انرژی}]=[\text{kgm}^2/\text{s}^2]$ پس در یکای انرژی نیز یکای طول (متر) وجود دارد. پس در یکای فرعی همه کمیت‌های داده شده، متر وجود دارد، یعنی برحسب یکای اصلی طول نوشته شده‌اند.

نمای ۲

B ۱۲۳ ۴

۱۰ **ابتدا حجم** هریک از فلزها را با استفاده از چگالی آن‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V_۱=\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{۴۰۰}{۱۰}=۴۰\text{cm}^3,\ V_۲=\frac{m_۲}{\rho_۲}=\frac{۳۰۰}{۱۲}=۲۵\text{cm}^3$$

مجموع حجم دو فلز قبل از مخلوط شدن برابر است با: $V_۱+V_۲=۴۰+۲۵=۶۵\text{cm}^3$

از حجم کل ۱۵cm^3 کاسته شده است، پس حجم مخلوط خواهد شد:

$$V_{\text{مخلوط}}=۶۵-۱۵=۵۰\text{cm}^3$$

چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۰۰+۳۰۰}{۵۰}=۱۴\text{g/cm}^3=۱۴۰۰\text{kg/m}^3$$

نمای ۱۱

A ۱۲۳ ۱

۱۱ **یکاها باید در** دو طرف تساوی سازگار باشند.

$$[x]=[\alpha][\beta]\Rightarrow m=[\alpha]\times s^3\Rightarrow[\alpha]=m/s^3,[x]=\frac{[\beta]}{[t+۳]}\Rightarrow m=\frac{\beta}{s}\Rightarrow\beta=m.s$$

دقت کنید که فقط کمیت‌های هم‌جنس را می‌توان با هم جمع یا تفریق کرد پس یکای ۳ در مخرج کسر باید با یکای t (زمان) یکی باشد.

نمای ۵

B ۱۲۳ ۲

۱۲ **۱** **سال نوری** برابر با مسافتی است که نور در مدت یکسال طی می‌کند. ابتدا یک سال را برحسب ثانیه به‌دست می‌آوریم.

$$۱y=۱y\times\frac{۳۶۵d}{۱y}\times\frac{۲۴h}{۱d}\times\frac{۳۶۰۰s}{۱h}\Rightarrow۱y=۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰s$$

۲ مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند:

$$۱Ly=۳\times۱۰^8\times۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰\Rightarrow۱Ly=\text{زمان}\times\text{تندی}=\text{مسافت طی شده در یک سال}$$

۳ فاصلهٔ دو سیاره برحسب متر خواهد شد:

$$l=\text{تندی}\times\text{زمان}\Rightarrow l=۳\times۱۰^8\times۳۶/۵\times۶۰(m):\text{فاصله دو سیاره}$$

۴ فاصلهٔ دو سیاره برحسب سال نوری برابر است با:

$$l=۳\times۱۰^8\times۳۶/۵\times۶۰m\times\frac{۱Ly}{\underbrace{۳\times۱۰^8\times۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰m}_{\text{ضریب تبدیل متر به سال نوری}}}\Rightarrow l=\frac{۱}{۱۴۴۰۰}Ly$$

نمای ۳

B ۱۲۳ ۲

۱۳ **هر هکتومتر** مربع $۱(hm)^2=۱۰^4m^2$ را هکتار می‌نامند. برای بیان مساحت این مستطیل برحسب هکتار ابتدا باید ابعاد زمین را برحسب هکتومتر حساب کرد.

$$\text{طول}:۶۰۰۰ft\times\frac{۱۲in}{۱ft}\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}\times\frac{۱hm}{۱۰۰m}=۱۸hm$$

$$\text{عرض}:۴۰۰۰in\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}\times\frac{۱hm}{۱۰۰m}=۱hm$$

مساحت زمین برحسب هکتار خواهد شد: هکتار $۱۸hm\times۱hm=۱۸(hm)^2\Rightarrow$ ۱۸

نمای ۳

B ۱۲۳ ۴

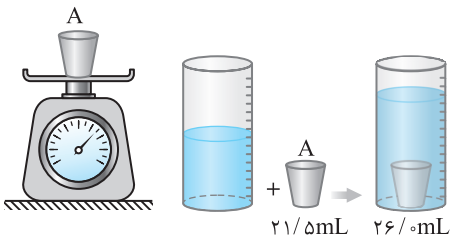
۱۴ **یادآوری** هرگاه جسمی درون یک مایع قرار گیرد، حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده است.

حجم جسم را به‌دست می‌آوریم: $V=۲۶-۲۱/۵\Rightarrow V=۴/۵mL\Rightarrow V=۴/۵cm^3$

از طرفی هرگاه جسم درون یک مایع ته‌نشین شود قطعاً چگالی آن از چگالی مایع بیشتر است. جسم درون آب ته‌نشین شده است، بنابراین چگالی جسم باید از چگالی آب یعنی $(\rho_{\text{آب}}=۱\text{g/cm}^3)$ بیشتر باشد. با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho_{\text{جسم}}>\rho_{\text{آب}}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}}>۱\Rightarrow\frac{m_{\text{جسم}}}{۴/۵}>۱\Rightarrow m_{\text{جسم}}>۴/۵g$$

و تنها در گزینهٔ (۴) جرم بیشتر از ۴/۵g است.



نمای ۸

B ۱۲۳ ۳

۱۵ **حجم** استوانه A را حساب می‌کنیم: $V_A=\pi r^2h\xrightarrow{r=R\ ,\ h=R}V_A=\pi R^3$

۲ جرم استوانهٔ A خواهد شد: $\rho_A=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_A=\rho}\rho=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho\pi R^3$

۳ حجم کره B را به‌دست می‌آوریم: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi R^3$

۴ جرم کره B برابر است با: $m_B=\rho_BV_B\xrightarrow{\rho_B=\frac{\rho}{۲}}m_B=\frac{\rho}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R^3)$

۵ چگالی مکعب خواهد شد:

$$\rho_{\text{مکعب}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho_{\text{مکعب}}=\frac{\rho\pi R^3+\frac{۲}{۳}\rho\pi R^3}{\pi R^3+\frac{۴}{۳}\pi R^3}=\frac{\frac{۵}{۳}\rho}{\frac{۷}{۳}}=\frac{۵}{۷}\rho$$

دقت کنید حجم مکعب برابر جمع حجم کره و حجم استوانه خواهد بود.

نمای ۱۰ و ۱۱

فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

پنجره ۱

A ۱۲۴ ۲

ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و بر هم نیرو وارد می‌کنند و گزارهٔ (الف) درست است. / ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند و گزارهٔ (ب) نادرست است. / حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات و بزرگی نیروی بین ذرات بستگی دارد و گزارهٔ (پ) درست است. / پلاسما اغلب (نه همواره) در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید بنابراین گزاره (ت) نادرست است.

A ۱۲۵ ۲

نیروی بین مولکولی در جامدها بیشتر از نیروی بین مولکولی در مایع‌ها و در مایع‌ها نیز بیشتر از نیروی بین مولکولی در گازها است. $F_s > F_l > F_g$

A ۱۲۶ ۳

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم $(10^{-10}\,m)$ است. اما فاصلهٔ بین مولکول‌ها در گازها بسیار بیشتر از مایعات و جامدات است. بنابراین $(d_s \sim d_l < d_g)$

A ۱۲۷ ۴

جامدها به دو دستهٔ جامدهای بلورین و جامدهای بی‌شکل تقسیم می‌شوند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به آهستگی سرد کنیم، مولکول‌ها وقت کافی برای ایجاد شبکهٔ بلوری خواهند داشت. این جامدها، جامدهای بلورین نامیده می‌شوند و فلزات و بیشتر سنگ‌ها مانند آهن، الماس و نمک طعام جزء جامدهای بلورین هستند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به سرعت سرد کنیم، مولکول‌ها فرصت کافی برای تشکیل شبکهٔ بلوری ندارند و جامد بی‌شکل مانند شیشه تشکیل می‌شود.

بنابراین آهن جزء دستهٔ جامدهای بلورین و شیشه، جامد بی‌شکل (آمورف) است.

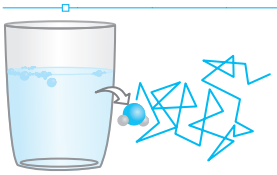
اما مادهٔ درون ستارگان و شفق قطبی مربوط به حالت چهارم ماده یعنی پلاسما است که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.

A ۱۲۸ ۲

شکل (الف) دارای طرح‌های منظم تکرارشونده است، بنابراین مربوط به جامد بلورین است و شکل (ب) دارای طرح‌های منظم نیست و مربوط به جامد آمورف مانند شیشه است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

شکل (الف) که مربوط به جامد بلورین است هنگام سرد کردن آرام مایع تشکیل می‌شود و شکل (ب) که مربوط به جامد بی‌شکل (آمورف) است از سرد کردن سریع مایع به وجود می‌آید و گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۲۹ ۳



در مایع‌ها مانند گازها مولکول‌ها در حال حرکت بوده و با یکدیگر برخورد دارند. مولکول‌های قطرهٔ جوهر نیز در مسیر خود دائماً با مولکول‌های آب برخورد کرده و دائماً تغییر جهت می‌دهند که به این پدیده فرایند پخش می‌گویند. این پدیده سبب می‌گردد که قطره جوهر در آب پخش شود.

A ۱۳۰ ۳

مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و گزینهٔ (۱) درست است.

فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از سرعت پدیدهٔ پخش در مایع‌ها بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

اتم‌های برخی از جامدها در طرح‌های منظمی کنار یکدیگر قرار دارند. جامدهایی را که از یک الگوی سه بعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شوند، جامدهای بلورین می‌نامند و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۳۱ ۲



ذرات سازندهٔ جامدهای بی‌شکل (آمورف) مانند شیشه بر خلاف جامدهای بلورین در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

در گازها فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها خیلی بیشتر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است در حالی که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم است و گزارهٔ (ب) درست است.

فاصلهٔ بین مولکول‌های گاز زیاد بوده و گازها تراکم‌پذیرند، اما فاصلهٔ بین مولکولی مایع‌ها تقریباً مانند جامدها در حدود ۱ آنگستروم بوده و مایع‌ها تراکم‌ناپذیرند و گزارهٔ (پ) نادرست است.

دلیل اینکه شکر می‌تواند آب را شیرین کند پدیدهٔ پخش در مایع‌ها است که دلیل این پدیده حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن با ذرات شکر است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۳۲ ۴

نیروی ربایشی بین مولکول‌های یک جسم جامد یا مایع، مولکول‌ها را کنار هم نگه می‌دارد. اگر مولکول‌های جسم تحت تأثیر یک نیروی تراکمی فوق‌العاده به هم نزدیک شوند، نیروی بین آن‌ها رانشی می‌شود و اگر فاصلهٔ بین آن‌ها از حالت عادی کمی بیشتر شود، نیرو ربایشی است.

بازی با سوال **اگر فاصلهٔ بین دو مولکول مایع یک بار $10^{-12}\,m$ و بار دیگر $10^{-8}\,m$ باشد، نیروی بین دو مولکول به ترتیب از چه نوعی است؟**

۱) ربایشی، رانشی

۲) رانشی، ربایشی

۳) رانشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

۴) ربایشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

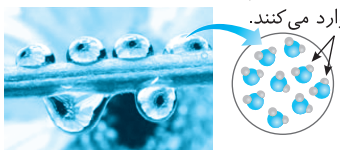
گزینهٔ ۳

A ۱۳۳ ۳

تراوش آب از منفذهای دیوارها به دلیل خاصیت مویینگی است که علت آن بزرگ‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوار از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. نشستن حشرات روی سطح آب به دلیل وجود کشش سطحی است و همچنین تشکیل حباب‌های کروی صابون و قطره‌های کروی آب به دلیل کشش سطحی آب است.

A ۱۳۴ ۲

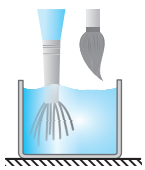
علت تشکیل قطره‌های شبنم روی شاخ و برگ درختان نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (الف) درست است.





علت پخش شدن قطره‌های جوهر در آب، حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

علت ناتوانی توفان در بلند کردن حجم زیادی از آب دریاها، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب (کشش سطحی) است و گزارهٔ (پ) نادرست است.



علت به هم چسبیدن موهای قلم‌مو هنگام خارج کردن آن از ظرف آب کشش سطحی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۳۵ ۲

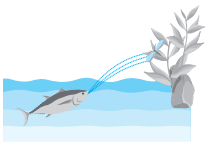
شکل (الف) مربوط به پدیدهٔ پخش برای ذرات سازندهٔ جوهر در آب است.



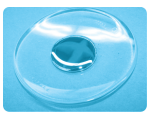
شکل (ب) قطره‌های کروی آب در حال سقوط آزاد، جلوه‌هایی از کشش سطحی هستند که ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.



شکل (پ) هدف‌گیری حشرات توسط ماهی کمان‌گیر به کمک نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب صورت می‌گیرد که سبب می‌شود هنگام پرتاب آب به صورت یک قطره کروی (شبیه یک گلولهٔ کوچک) عمل کند.



شکل (ت): نیروی هم‌چسبی قوی بین مولکول‌های جیوه سبب می‌گردد که جیوه به شکل قطره روی سطح شیشه باقی بماند.



بنابراین علت پدیده‌های ایجاد شده در شکل‌های (ب)، (پ) و (ت) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جسم است.

A ۱۳۶ ۱

علت کروی بودن قطره‌ها، کشش سطحی یا همان نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطحی مایع می‌باشد. قطره‌های قطره‌چکان (۱) بزرگ‌تراند که نشان‌دهندهٔ نیروی هم‌چسبی بیشتر روغن در این حالت است و دمای روغن نیز قطعاً در این حالت کمتر است **زیرا هر چه دما بالاتر رود نیروی هم‌چسبی کمتر می‌شود.** مثلاً هنگام شستن ظرف، افزون بر مایع ظرفشویی از آب گرم استفاده می‌کنیم تا هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع چربی کاهش یابد.

بازی با سوال **دو ظرف آب A و B در دو دمای T_A و T_B در اختیار داریم. اگر $T_B < T_A$ باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) قطره‌های آب ظرف A از قطره‌های آب ظرف B بزرگ‌تر است.

۲) اگر آب درون ظرف A روی سطح شیشه‌ای به صورت قطره باقی بماند، قطعاً آب درون ظرف B نیز روی سطح به صورت قطره باقی می‌ماند.

۳) اگر گیره‌ای فلزی در ظرف A روی سطح آن باقی نماند، قطعاً روی سطح ظرف B نیز باقی نمی‌ماند.

۴) هر سه گزینه درست است.

گزینهٔ ۲

A ۱۳۷ ۱

با افزودن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کاهش می‌یابد و گیره در آب فرو می‌رود. همچنین نیروی دگرچسبی بین کارت و آب نیز با اضافه شدن مایع شوینده کاهش یافته و کارت از سمت چپ می‌افتد.

A ۱۳۸ ۴

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع (مانند آب) و ظرف مسطح (مانند شیشه) از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع به صورت لایهٔ نازکی در می‌آید و در سطح ظرف پخش می‌شود و سطح ظرف را تَر می‌کند.

A ۱۳۹ ۴

شناور ماندن یک تیغ فولادی روی سطح آب، کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط آزاد و قطره‌ای قرار گرفتن جیوه روی سطح شیشه همگی به دلیل نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است اما علت آنکه پرتقال با پوست روی سطح آب می‌ماند کمتر بودن چگالی پرتقال با پوست از چگالی آب است، بنابراین علت سه پدیده نیروی هم‌چسبی است.

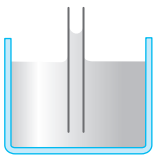
A ۱۴۰ ۳

در پدیده‌هایی مانند بالا رفتن آب در لولهٔ مویین، پخش شدن آب روی سطح شیشه و برآمده بودن (محدب بودن) سطح جیوه در لولهٔ مویین شیشه‌ای، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد نقش دارد. اما ایستادن یک حشره بر سطح آب مربوط به نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب است که سبب کشش سطحی می‌شود و گزینهٔ (۳) پاسخ تست است.

A ۱۴۱ ۳

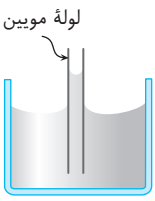
هر گاه یک لولهٔ مویین شیشه‌ای در یک ظرف آب فرو رود، سطح آب درون لولهٔ مویین از سطح آب درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد که علت آن اختلاف نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب و نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است. بنابراین اثر مویینگی جواب تست نیست. / نشستن پشه روی سطح آب، تشکیل حباب‌های صابون و کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط در اثر کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. بنابراین عامل این سه پدیده ربطی به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی ندارد. اما ترشوندگی دقیقاً به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی وابسته است و هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند. بنابراین قسمت (ت) نیز جواب تست نیست. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۴۲ ۳



هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله مویین بالا می‌رود و سطح مایع درون لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرورفته است.

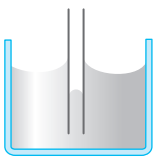
A ۱۴۳ ۴



لوله مویین است و در لولهٔ مویین سطح مایع از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار گرفته است. رفتار لولهٔ مویین ارتباطی به کشش سطحی و هم‌چنین چگالی لوله یا چگالی مایع ندارد بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

اما بالا رفتن مایع درون لولهٔ مویین بیان‌گر این است که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۴۴ ۳



سطح درون لوله چرب شده است و همین باعث شده که نیروی دگر چسبی بین آب و دیوارهٔ داخلی لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر شود و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب باعث می‌شود، سطح آب درون لوله مطابق شکل از سطح آب درون ظرف پایین‌تر باشد و سطح آب درون لوله برآمده (کوژ) باشد. اما در قسمت بیرونی لوله، آب با شیشه در تماس است که نیروی دگرچسبی آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر است و سبب می‌گردد که سطح آب فرورفته (کاو) باشد.

بازی با سوال **هر گاه سطح درونی لولهٔ شیشه‌ای را روغن‌اندود کرده و سپس لوله را وارد ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله ..... می‌ایستد، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین آب و روغن ..... است.**

۱) کوژ - کمتر **۲)** کاو - کمتر **۳)** کوژ - بیشتر **۴)** کاو - بیشتر

گزینهٔ ۳

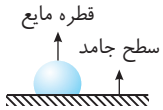
A ۱۴۵ ۴



با توجه به لبه‌های سطح مایع درون لوله و اینکه سطح مایع دارای فرورفتگی (تقعر) است، مشخص است که نیروی دگرچسبی بین مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۱) درست است. / اگر مقداری از این مایع بر سطحی از جنس لوله قرار گیرد چون نیروی دگر چسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی است، مایع به صورت یک لایه روی سطح در می‌آید و گزینهٔ (۲) نادرست است. / اگر یک لولهٔ مویین از جنس لوله بسازیم مایع در این لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۴۶ ۳

مایع بر سطح جامد به صورت قطره قرار گرفته است، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و سطح جامد بیشتر است. با گرم کردن مایع، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن ضعیف شده و ممکن است نیروی دگر چسبی بر آن غلبه کرده و مایع به صورت لایه نازکی بر سطح جامد پخش شود و گزاره (الف) درست است.



اگر سطح جامد را دودادود کنیم، نیروی دگر چسبی بین مایع و سطح دودادود کمتر شده و مایع همچنان به صورت قطره می‌ماند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

با بررسی گزاره (الف)، متوجه شدیم که نیروی هم‌چسبی مولکول‌های این مایع از نیروی دگرچسبی بین مایع و جسم جامد بیشتر است، بنابراین اگر یک ظرف را از این مایع پر کنیم سپس از جسم جامد یک لولهٔ مویین بسازیم و آن را در مایع قرار دهیم، قطعاً سطح مایع درون لوله مویین از سطح مایع درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بازی با سؤال **کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد مایع ریخته شده بر سطح جامد درست است؟**



۱) الزاماً سطح جامد چرب است.

۲) سطح این مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد دارای تحدب (کوژ) خواهد بود.

۳) مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد بالاتر از سطح مایع قرار می‌گیرد.

۴) تمام موارد گفته شده

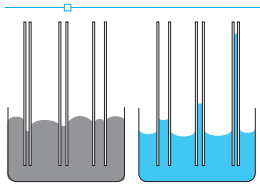
گزینهٔ ۳

A ۱۴۷ ۲

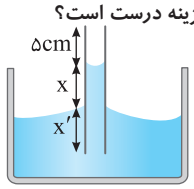
در لوله‌های مویین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۴۸ ۴

خط فکری هر چه قطر یک لولهٔ مویین کوچک‌تر باشد، فاصلهٔ مایع درون لوله از سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر می‌شود. بنابراین با کاهش قطر لوله (D) مایع بیشتر درون لوله بالا می‌رود و گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است. میزان فرورفتگی لوله (h') تأثیری در مقدار بالا آمدن مایع درون لولهٔ مویین ندارد بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) است.



بازی با سؤال **با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟**



۱) اگر x'، ۱cm افزایش پیدا کند، x نیز ۱cm افزایش می‌یابد.

۲) اگر x'، ۱cm افزایش پیدا کند، x کمتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

۳) اگر x'، ۱cm افزایش پیدا کند، x تغییر نمی‌کند.

۴) اگر x'، ۱cm افزایش پیدا کند، x بیشتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

A ۱۴۹ ۴

خط فکری ابتدا باید میزان بالا آمدن آب در حالت اول را به‌دست آوریم. سپس ارتفاع لوله که در حالت دوم خارج از آب می‌ماند را حساب کنیم تا بتوانیم در مورد مسئله اظهار نظر کنیم.

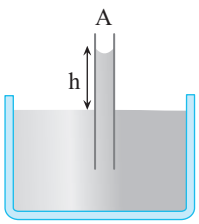
۱ طول لوله ۵۰cm و میزان فرورفتگی آن در آب ۸cm است بنابراین ۴۲cm آن خارج از آب می‌ماند و فاصلهٔ سطح آب درون لوله تا دهانهٔ آن ۲۵cm است. از این‌رو مقدار بالا آمدن آب درون لولهٔ مویین $۴۲-۲۵=۱۷cm$ است.

۲ طول لوله دوم ۲۵cm است و ۱۰cm آن درون آب قرار گرفته است بنابراین $۲۵-۱۰=۱۵cm$ لوله خارج از آب است و چون لوله مشابه اولی است و تنها طول آن کوتاه‌تر است، آب بالا می‌آید اما نه به اندازهٔ ۱۷cm بلکه تا لبهٔ دهانه لوله یعنی ۱۵cm بالا می‌آید و در آن‌جا باقی می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

نکته در لوله‌های مویین مایع سرریز نمی‌شود.

C ۱۵۰ ۲

خط فکری آب در لوله مویین تا جایی بالا می‌آید که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر وزن آب باشد.



در محاسبه از تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ یعنی نسبت جرم به حجم استفاده می‌کنیم:

$$F_{\text{دگرچسبی}}=mg \xrightarrow{\rho=m/V\Rightarrow m=\rho V} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Vg \xrightarrow{V=Ah} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Ahg$$

$$\Rightarrow F_{\text{دگرچسبی}}=۱۰۰۰\times ۰/۴\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۱}\times ۱۰=۱/۶\times ۱۰^{-۳}\,N$$

پنجره ۲

A ۱۵۱ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار $(P=\frac{F}{A})$ آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعده مکعب $A=۰/۲\times ۰/۲=۰/۰۴m^2$ است، بنابراین:

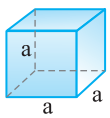
$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{W}{A}\Rightarrow P=\frac{۸۰۰}{۰/۰۴}\Rightarrow P=۲۰۰۰۰Pa\Rightarrow P=۲۰kPa$$

A ۱۵۲ ۲

خط فکری می‌توان ثابت کرد که در جامدهای همگن مانند مکعب توپر فشار از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید. به اثبات مقابل دقت کنید:

$$P=\frac{W}{A}=\frac{\rho Vg}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho hg$$

اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:



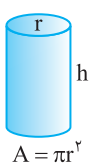
$$\frac{P_A}{P_B}=۶\Rightarrow\frac{\rho_A h_A g}{\rho_B h_B g}=۶\xrightarrow{h_A=۴h_B}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}\times ۴=۶\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

A ۱۵۳ ۴

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به‌دست آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم‌وزن هستند.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ هر استوانه را به‌دست می‌آوریم:



$A=\pi r^2$

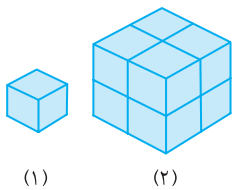
$$P=\frac{W}{A}\Rightarrow\begin{cases}P_A=\frac{m_A g}{A_A}\Rightarrow P_A=\frac{m_A g}{\pi(r_A)^2}\\ P_B=\frac{m_B g}{A_B}\xrightarrow{r_B=۲r_A}P_B=\frac{m_B g}{\pi(۲r_A)^2}\end{cases}$$

۲ اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{m_A g}{\pi r_A^2}}{\frac{m_B g}{۴\pi r_A^2}}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{P_A}{P_B}=۴$$

A ۱۵۴ ۳

به دو شکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشت مکعب مانند مکعب (۱) است. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابر جرم و حجم مکعب (۱) است. از طرفی مساحت قاعدهٔ مکعب (۲) چهار برابر مساحت قاعدهٔ مکعب (۱) است، بنابراین:


(۱) (۲)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{W_۲}{A_۲}}{\frac{W_۱}{A_۱}}=\frac{W_۲}{W_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=۸\times\frac{۱}{۴}=۲$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن است می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز مسئله را حل کرد. ارتفاع شکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

A ۱۵۵ ۳

خط فکری با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ و اینکه برای این مکعب مستطیل، F همان نیروی وزن (W) است، بیشترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده کمترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح ab قرار گیرد و کمترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده بیشترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح bc باشد.

۱ در صورت مسئله بیان شده که ابعاد a، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند، این یعنی $b=۲a$ و $c=۳a$ است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}P_{max}=\frac{W}{A_{min}}=\frac{W}{a\times b}=\frac{W}{a(۲a)}\Rightarrow P_{max}=\frac{W}{۲a^۲}\\ P_{min}=\frac{W}{A_{max}}=\frac{W}{bc}=\frac{W}{۲a(۳a)}\Rightarrow P_{min}=\frac{W}{۶a^۲}\end{cases}$$

۲ حالت نسبت فشار خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{W}{۲a^۲}}{\frac{W}{۶a^۲}}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=۳$$

میانبر فشار برای جامدات همگن با شکل‌هایی مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و ... به ارتفاع جامد بستگی دارد.

$$P=\rho gh\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\rho gh_{max}}{\rho gh_{min}}=\frac{c}{a}=\frac{۳a}{a}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=۳$$

A ۱۵۶ ۳

وقتی گفته می‌شود که استوانهٔ فلزی را ذوب کرده و مکعب ساخته‌ایم یعنی باید بدانید که در دو حالت جرم (وزن) استوانه و مکعب یکی است و با استفاده از تعریف فشار، فشار استوانه و مکعب را به‌دست آورید و بر هم تقسیم کنید.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ استوانه برابر است با: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{mg}{\pi R^۲}$

۲ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب را حساب می‌کنیم: $P'=\frac{F}{A}\Rightarrow P'=\frac{mg}{R^۲}$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{mg}{R^۲}}{\frac{mg}{\pi R^۲}}\Rightarrow P'=\pi P$

B ۱۵۷ ۳

یادآوری حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعدهٔ R برابر است با: $V=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h$

و حجم مکعب به ضلع a برابر است با: $V=a^۳$

خط فکری داستان از این جا شروع می‌شود که جرم دو جسم یکسان است $(m_۱=m_۲)$ و شما با برابر قرار دادن جرم و سپس استفاده از فرمول چگالی $(m=\rho V)$ و سرانجام به کار گیری فرمول حجم مخروط و مکعب می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جرم دو جسم یکی است.

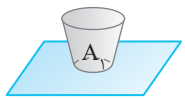
$$m_۱=m_۲\xrightarrow{m=\rho V}\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\xrightarrow[V_۲=a^۳]{V_۱=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h}\rho_۱(\frac{۱}{۳}\pi R^۲h)=\rho_۲a^۳$$

۲ با توجه به فرض مسئله $h=a$ و $R=\frac{a}{۲}$ است، آن‌ها را در رابطه‌ای که در بالا به‌دست آورده‌ایم، قرار می‌دهیم.

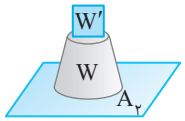
$$\rho_۱[\frac{۱}{۳}\times۳(\frac{a}{۲})^۲a]=\rho_۲a^۳\Rightarrow\rho_۱\frac{a^۳}{۴}=\rho_۲a^۳\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

B ۱۵۸ ۲

۱ در حالت اول فشار وارد بر قاعدهٔ کوچک مخروط برابر است: $P_۱=\frac{W}{A_۱}$



۲ در حالت دوم مخروط روی قاعدهٔ بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم، فشار در این حالت برابر است با: $P_۲=\frac{W+W'}{A_۲}$



۳ در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعده بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است.

$$\begin{cases}A_۱=\pi r_۱^۲\\ A_۲=\pi(۲r_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow A_۲=۴A_۱$$

۴ از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند: $P_۱=P_۲$

$$\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{(W+W')}{A_۲}\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{W+W'}{۴A_۱}\Rightarrow۴W=W+W'\Rightarrow W'=۳W$$

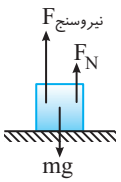
B ۱۵۹ ۲

خط فکری با توجه به شکل بر جسم سه نیروی وزن (W)، نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی نیروسنج وارد می‌شود.

وزن جسم برابر است با: $W=mg\xrightarrow{m=۰/۵kg}W=۰/۵\times۱۰=۵N$

با توجه به تعریف فشار (نیروی عمودی وارد بر یکای سطح) نیروی عمودی سطح وارد بر کف وزنه را به‌دست می‌آوریم:

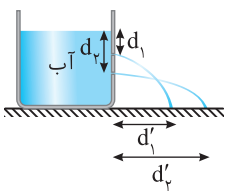
$$P=\frac{F_N}{A}\Rightarrow۳۰۰=\frac{F_N}{(۰/۱)^۲}\Rightarrow F_N=۳N$$



نیروی وزن ۵N و نیروی عمودی سطح $F_N=۳N$ شده است از این‌رو نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند باید ۵−۳=۲N و رو به بالا باشد. زیرا وزنه ساکن و در تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است بنابراین نیروسنج عدد ۲N را نشان می دهد.

A ۱۶۰ ۲

خط فکری فشار مایع به عمق آن بستگی دارد و هرچه از سطح مایع پایین‌تر برویم، فشار بیشتر می‌شود. هرچه سوراخ در بدنهٔ ظرف پایین‌تر باشد، فشار آب بیشتر شده و آب با فشار بیشتری خارج می‌شود و آب خروجی فاصله بیشتری از ظرف می‌گیرد. $d_۲>d_۱\Rightarrow d'_۲>d'_۱$



A ۱۶۱ ۳

خط فکری فشار حاصل از مایع به شکل ظرف بستگی نداشته و برابر $P=\rho gh$ است. در این رابطه ρ چگالی مایع و h عمق مایع از سطح آزاد است:

$$P=\rho gh\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{P=۳۲/۸kPa=۳۲۸۰۰Pa}۳۲۸۰۰=\rho\times۱۰\times۴\Rightarrow\rho=۸۲۰\frac{kg}{m^۳}$$

یادآوری برای تبدیل واحد $\frac{kg}{m^۳}$ به $\frac{g}{cm^۳}$ داریم: $\frac{kg}{m^۳}\xrightarrow[\times۱۰۰۰]{\div۱۰۰۰}\frac{g}{cm^۳}$

حال چگالی به‌دست آمده را تبدیل واحد می‌کنیم: $\rho=۸۲۰\frac{kg}{m^۳}=۰/۸۲\frac{g}{cm^۳}$

A ۱۶۲ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر فشار ناشی از مایع (ρgh) و فشار هواست.

بنابراین: $P=P_0+\rho gh \xrightarrow[h=8m,P_0=10^5 Pa]{P=1/76atm} 1/76\times10^5=10^5+\rho\times10\times8$

$0/76\times10^5=80\rho\Rightarrow\rho=950kg/m^3\Rightarrow\rho=0/95g/cm^3$

B ۱۶۳ ۴

خط فکری به کمک حجم داده شده، ارتفاع آب درون استوانه را حساب می‌کنیم و به کمک $P=\rho gh$ فشار را به‌دست می‌آوریم.

۱ ارتفاع آب درون استوانه برابر است با:

$V=Ah \xrightarrow{A=\pi r^2} V=\pi r^2 h \xrightarrow[V=157cm^3]{r=1cm}$

$157=3/14\times1\times h\Rightarrow h=50cm$

۲ اکنون فشار آب را به‌دست می‌آوریم.

$P=\rho gh \xrightarrow{\rho=1000kg/m^3} P=1000\times10\times\frac{50}{100}\Rightarrow P=5000Pa$

B ۱۶۴ ۴

خط فکری برای ظروفی مانند استوانه که سطح مقطع آن در ارتفاع‌های مختلف یکسان است فشار حاصل از مایع را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد: $P=\rho gh=\frac{mg}{A}$

جرم مایع داده شده، پس راحت‌تر است فشار را از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آوریم:

$P=\frac{(157\times10^{-3})\times10}{\pi r^2} \xrightarrow[\pi=3/14]{r=1cm} P=\frac{157\times10^{-2}}{(3/14)\times10^{-4}}=500\times10^2=5000Pa$

B ۱۶۵ ۴

نکته در محاسبهٔ فشار حاصل از مایع یا فشار در یک نقطه از مایع شکل ظرف اهمیت ندارد.

۱ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ' قرار گرفته است: $P_A=\rho' gh$

۲ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ B را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ قرار گرفته است: $P_A=\rho gh$

حال نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho' gh}{\rho gh}=\frac{\rho'}{\rho}=\frac{3/5}{10/5}=\frac{1}{3}$

B ۱۶۶ ۲

نکته عمق یک مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند.

فشار کل مایع حاصل‌جمع فشار مایع (ρgh) و فشار هوا (P_0) است. $P=P_0+\rho gh$

عمق ۵۰٪ افزایش یافته یعنی $h'=1/5h$ و فشار ۱۰٪ زیاد شده بنابراین $P'=1/1P$ است. از این‌رو:

$P'=1/1P\Rightarrow P_0+\rho gh'=1/1(P_0+\rho gh)$

$\Rightarrow P_0+\rho g(1/5h)=1/1P_0+1/1\rho gh\Rightarrow 0/4\rho gh=0/1P_0\Rightarrow 4\rho gh=P_0$

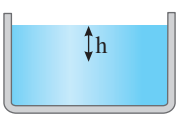
$\xrightarrow[P_0=10^5 Pa]{\rho=10^3 kg/m^3} 4\times10^3\times10\times h=10^5\Rightarrow h=2/5m$

اکنون می‌توان P را حساب کرد.

$P=P_0+\rho gh=10^5+10^3\times10\times2/5\Rightarrow P=12/5\times10^4 Pa=1/25\times10^5 Pa$

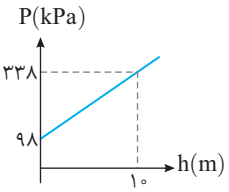
B ۱۶۷ ۳

یادآوری عمق را از سطح جدایی مایع می‌سنجند.



به نمودار نگاه کنید در مکان $h=0$ فشار $98kPa$ است یعنی فشار هوا در سطح مایع $0/98\times10^5$ پاسکال بوده و گزارهٔ (الف) درست است.

در عمق ۱۰ متری مایع فشار $338kPa$ است و فشار در این عمق ناشی از فشار هوا و فشار مایع است از این‌رو می‌توان نوشت:



$P=P_0+\rho gh$

$\Rightarrow 338\times10^3=98\times10^3+\rho\times10\times10$

$\Rightarrow 240\times10^3=100\rho$

$\Rightarrow\rho=2400kg/m^3=2/4g/cm^3$

بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

اکنون با داشتن چگالی می‌توان فشار در عمق ۵ متری را حساب کرد. $P=P_0+\rho gh$

$\Rightarrow P=98\times10^3+2400\times10\times5\Rightarrow P=218\times10^3 Pa\Rightarrow P=218kPa$

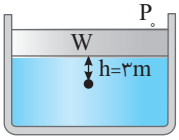
گزاره (پ) نادرست است و تنها دو گزارهٔ (الف) و (ب) درست است.

B ۱۶۸ ۴

خط فکری فشار در عمق مایع ناشی از سه فشار است.

۱ فشار هوا P_0 ۲ فشار ناشی از وزن پیستون $(P=\frac{W}{A})$

۳ فشار ناشی از مایع (ρgh) و هر فشار را باید به‌دست آورد و با هم جمع کرد.



۱ فشار مایع در عمق ۳ متری برابر است با:

$P_{مایع}=\rho gh \xrightarrow[g=10m/s^2]{\rho=2000kg/m^3} P=2000\times10\times3\Rightarrow P_{مایع}=60000Pa$

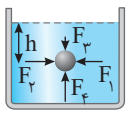
۲ فشار ناشی از وزن پیستون را حساب می‌کنیم.

$P=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}=\frac{200}{100\times10^{-4}}\Rightarrow P=2\times10^4 Pa=20000Pa$

۳ اکنون این دو فشار را با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل به‌دست آید.

$P=P_0+P_{مایع}+P_{پیستون}=10^5+60000+20000=18\times10^4 Pa$

A ۱۶۹ ۳



در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن فشار در همهٔ جهت‌ها یکسان است بنابراین در امتداد یک خط افقی درون مایع نیروهای وارد بر یک جسم کروی از دو طرف یکسان است $F_1=F_2$. اما در سطح بالایی کره به دلیل عمق کمتر، فشار و در نتیجه نیرو کمتر است. $F_4>F_2=F_1>F_3$

A ۱۷۰ ۱

خط فکری نیروی حاصل از فشار وارد بر یک سطح از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید که در این رابطه P فشار وارد بر یک سطح و A سطح مقطع آن است.

۱ فشار در عمق ۵ متری آب را حساب می‌کنیم: $P=P_0+\rho gh$

$\xrightarrow{P_0=10^5 Pa,\rho=1000kg/m^3} P=10^5+1000\times10\times5\Rightarrow P=150000Pa$

۲ اکنون نیروی وارد بر پردهٔ گوش شخص را به‌دست می‌آوریم:

$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA \xrightarrow{A=1cm^2} F=150000\times1\times10^{-4}\Rightarrow F=15N$

A ۱۷۱ ۱

خط فکری اول باید بدانیم در حل این مسئله نیازی به فشار هوا نیست، زیرا فشار هوای درون زیردریایی با فشار هوای محیط برابر است و اثر هم را از بین می‌برند و تنها فشار مؤثر فشار مایع بالای سوراخ است و برای آنکه آب وارد زیردریایی نشود باید حداقل نیرویی برابر نیرویی که آب بر سوراخ وارد می‌کند، به کار برد.

۱ ابتدا فشار آب در عمق ۲۰m را با توجه به فرض مسئله به‌دست می‌آوریم:

$P=20\times10^4=2\times10^5 Pa$

۲ اکنون نیرو را حساب می‌کنیم: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=2\times10^5\times10^{-3}\Rightarrow F=200N$

A ۱ ۱۷۲

خط فکری ابتدا فشار ستون جیوه $P=\rho gh$ را به‌دست می‌آوریم، سپس فشار به‌دست آمده را در مساحت سطح مقطع ظرف ضرب می‌کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف به‌دست آید.

۱ فشار وارد بر ته لوله برابر است با:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۰/۱\Rightarrow P=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\,Pa$$

۲ مساحت سطح مقطع لوله را حساب می‌کنیم.

$$A=\pi r^{۲}\xrightarrow[r=\frac{۲}{۲}=۱\,cm]{\pi=۳}A=۳\times(۱۰^{-۲})^{۲}=۳\times۱۰^{-۴}\,m^{۲}$$

۳ نیروی وارد بر ته لوله خواهد شد:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\times۳\times۱۰^{-۴}\Rightarrow F=۴/۰۸N\Rightarrow F\approx۴N$$

A ۱ ۱۷۳

خط فکری در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است، نیروی وارد بر کف ظرف برابر نیروی وزن مایع بدون ظرف خواهد بود.

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده در سه ظرف مقدار مایع ریخته شده برابر و وزن این سه مایع یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع خواسته شده است که این نیرو همان نیروی وزن مایع است بنابراین $F_۱=F_۲=F_۳$.

B ۴ ۱۷۴

ابتدا به سراغ مقایسه فشار آب در دو ظرف می‌رویم که راحت‌تر است. ارتفاع آب در ظرف B نصف ارتفاع آب در ظرف A است و با توجه به رابطه $P=\rho gh$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho gh_A}{\rho gh_B}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{h_A}{h_B}=\frac{h_A}{\frac{h_A}{۲}}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=۲$$

اکنون به سراغ مقایسهٔ نیروی وارد بر کف ظرف می‌رویم. می‌توان از دو روش به جواب رسید؛ روش اول مقایسهٔ وزن آب در دو ظرف است زیرا نیرویی که آب به کف ظرف استوانه‌ای شکل وارد می‌کند همان نیروی وزن است و دیگری استفاده از حاصل‌ضرب فشار در مساحت کف ظرف $(F=PA)$ است.

روش اول: ابعاد استوانهٔ B نصف ابعاد استوانهٔ A است.

$$\begin{cases}h_B=\frac{۱}{۲}h_A\\ R_B=\frac{۱}{۲}R_A\end{cases}\xrightarrow{V=\pi R^{۲}h}\frac{V_A}{V_B}=\frac{R_A^{۲}h_A}{(\frac{۱}{۲}R_A)^{۲}(\frac{۱}{۲}h_A)}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=۸$$

یعنی در ظرف A هشت برابر ظرف B آب وجود دارد بنابراین وزن آب در ظرف A هشت برابر وزن آب در ظرف B است و خواهیم داشت:

$$\frac{F_A}{F_B}=۸$$

روش دوم:

$$\begin{cases}F_A=P_AA_A\\ F_B=P_BA_B\end{cases}\Rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{P_A}{P_B}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow[A_A=۴A_B]{P_A=۲P_B}\frac{F_A}{F_B}=۲\times۴=۸$$

A ۴ ۱۷۵

خط فکری دقت کنید ظرف دوم را پر از مایع نکرده‌ایم، بلکه تمام مایع ظرف اول را در ظرف دوم ریخته‌ایم. یعنی وزن مایع در دو حالت یکسان است اما مساحت کف ظرف دوم بزرگ‌تر است. زیرا ابعاد ظرف دوم دو برابر ظرف اول است بنابراین فشار در حالت کمتر خواهد شد. اما حل مسئله:

مساحت سطح کف ظرف مکعب‌شکل برابر $A=a^{۲}$ است از این‌رو:

$$A=a^{۲}\xrightarrow[A_۲=a_۲^{۲}]{A_۱=a_۱^{۲}}\frac{A_۲}{A_۱}=(\frac{a_۲}{a_۱})^{۲}\Rightarrow(\frac{۲a_۱}{a_۱})^{۲}\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۴$$

نسبت فشارها خواهد شد:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{W}{A_۲}}{\frac{W}{A_۱}}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۱}{۴}$$

میانبر مقدار مایع یکسان است وقتی کف ظرف چهار برابر شود، ارتفاع مایع $\frac{۱}{۴}$ می‌شود و فشار $\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

$$\begin{cases}h_۲=\frac{۱}{۴}h_۱\\ P=\rho gh\end{cases}\Rightarrow P_۲=\frac{۱}{۴}P_۱$$

B ۳ ۱۷۶

خط فکری در صورت مسئله بیان شده حجم آب و حجم روغن ریخته شده در دو ظرف برابر است. بنابراین می‌توان با توجه به شکل ظرف‌ها، نسبت ارتفاع آب و روغن را در ظرف A و B حساب کرد و سپس به کمک رابطه فشار مایع (ρgh) نسبت فشارها را به‌دست آورد.

در ظرف استوانه‌ای A، آب ریخته شده و حجم آب برابر است با: $V_{آب}=\pi R^{۲}h_{آب}$

در ظرف مکعب‌شکل B، روغن ریخته شده و حجم روغن برابر است با: $V_{روغن}=R^{۲}h_{روغن}$

حجم آب و روغن برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{آب}=V_{روغن}\Rightarrow\pi R^{۲}h_{آب}=R^{۲}h_{روغن}\Rightarrow h_{روغن}=\pi h_{آب}$$

اکنون نسبت فشار آب در ظرف A به فشار روغن در ظرف B را حساب می‌کنیم.

$$\frac{P_{آب}}{P_{روغن}}=\frac{\rho_{آب}gh_{آب}}{\rho_{روغن}gh_{روغن}}\xrightarrow[\rho_{روغن}=۰/۸g/cm^{۳}]{\rho_{آب}=۱g/cm^{۳}}\frac{P_{آب}}{P_{روغن}}=\frac{۱\times h_{آب}}{۰/۸\times\pi h_{آب}}=\frac{۱۰}{۸\times۳}=\frac{۵}{۱۲}$$

B ۴ ۱۷۷

خط فکری نکته اصلی در حل این مسئله هم‌جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ استفاده کرد. در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{\frac{W_{آب}}{A_A}}{\frac{W_{جیوه}}{A_B}}\xrightarrow{W_{آب}=W_{جیوه}}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A_B=۴A_A}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=۴$$

A ۴ ۱۷۸

خط فکری می‌خواهیم فشار کل وارد بر کف ظرف را با افزایش ارتفاع مایع دو برابر کنیم، بنابراین کافی است فشار کل را در حالت $h_۱$ به‌دست آوریم، سپس آن را دو برابر کنیم و ارتفاع $h_۲$ را حساب کنیم.

فشار کل در عمق $h_۱$ برابر است با: $P_۱=\rho gh_۱+P_۰$

$$P_۱=۲۰۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}+۱۰^{۵}\Rightarrow P_۱=۱۱۰۰۰Pa$$

فشار $P_۲$ دو برابر $P_۱$ است از این‌رو: $P_۲=۲\times۱۱۰۰۰۰=۲۲۰۰۰۰Pa$

اکنون ارتفاع مایع را در حالت جدید حساب می‌کنیم. $P_۲=\rho gh_۲+P_۰$

$$\Rightarrow۲۲۰۰۰۰=۲۰۰۰\times۱۰h_۲+۱۰۰۰۰۰\Rightarrow۱۲۰۰۰۰=۲۰۰۰۰h_۲\Rightarrow h_۲=۶m=۶۰۰\,cm$$

عجب ظرف استوانه‌ای بلندی، ارتفاع ۶ متر شده است.

B ۲ ۱۷۹

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر مجموع فشار هوا و فشار حاصل از مایع است: $P_۱=P_۰+\rho gh$

بنابراین فشار کل در عمق ۲h برابر خواهد شد با: $P_۲=P_۰+۲\rho gh$

اکنون فشار $P_۲$ و $P_۱$ را مقایسه می‌کنیم. البته قطعاً $P_۲>P_۱$ است اما چه مقدار؟ مسئله را به روش زیر بررسی می‌کنیم:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{P_۰+۲\rho gh}{P_۰+\rho gh}=\frac{P_۰+\rho gh+\rho gh}{P_۰+\rho gh}=\frac{P_۰+\rho gh}{P_۰+\rho gh}+\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=۱+\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}$$

کامل مشخص است که مقدار $\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}$ از یک کمتر است، بنابراین نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ از ۱ بیشتر و از ۲ کمتر می‌شود:

$$۱<\frac{P_۲}{P_۲}<۲$$

میانبر کافی است دو عدد اختیاری به $P_۰$ و ρgh بدهید. مثلاً ۵ و ۸ در این صورت:

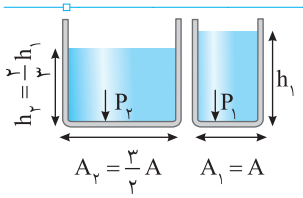
$P_۱=۸+۵=۱۳$

با دو برابر شدن ρgh یعنی $۲\times۵=۱۰$ خواهیم داشت: $P_۲=۸+۲\times۵=۱۸$

قطعاً $۱<\frac{۱۸}{۱۳}<۲$ است بنابراین $۱<\frac{P_۲}{P_۱}<۲$.

B ۳ ۱۸۰

مقدار آب ریخته شده در دو ظرف برابر است، بنابراین حجم آب درون ظرف‌ها یکی است و ارتفاع آب در ظرفی که قاعده‌اش بزرگ‌تر است، کمتر است. جرم آب‌ها در دو حالت یکی است بنابراین حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:



$$m_1=m_2\Rightarrow V_1=V_2\Rightarrow A_1h_1=A_2h_2\Rightarrow Ah_1=\frac{3}{2}Ah_2\Rightarrow h_1=\frac{3}{2}h_2$$

از طرفی فشار وارد بر کف ظرف برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است:

$$P_1=\rho gh_1+P_0\Rightarrow P_1=\frac{3}{2}\rho gh_2+P_0 \quad (1)$$

$$P_2=\rho gh_2+P_0 \quad (2)$$

با مقایسهٔ رابطه‌های (۱) و (۲) مشخص است که P_1 از P_2 بیشتر است، اما $\frac{3}{2}$ برابر P_2 نمی‌شود، یعنی: $P_2<P_1<\frac{3}{2}P_2$

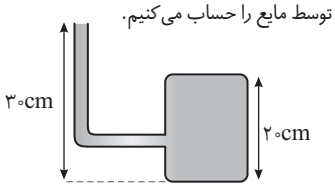
نکته دقت کنید وقتی در یک دوجمله‌ای مانند $y=a+b$ تنها یکی از جمله‌ها مثلاً a، $\frac{3}{2}$ برابر شود، مقدار y افزایش می‌یابد اما $\frac{3}{2}$ برابر نمی‌شود زیرا برای $\frac{3}{2}$ برابر شدن حتماً باید b نیز $\frac{3}{2}$ برابر شود.

B ۳ ۱۸۱

۱ نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع ناشی از فشار مایع است. ابتدا فشار مایع را به‌دست می‌آوریم. البته یادآوری می‌کنیم که عمق مایع را از سطح آزاد آن اندازه‌گیری می‌کنند یعنی در این ظرف $h=30cm$ است بنابراین:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=800\times10\times\frac{30}{100}\Rightarrow P=2400Pa$$

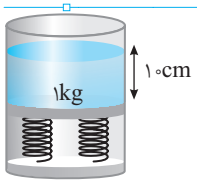
۲ اکنون نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را حساب می‌کنیم.



$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA$$
$$\Rightarrow F=2400\times100\times10^{-4}$$
$$\Rightarrow F=24N$$

B ۳ ۱۸۲

خط فکری یک مسئله با شکل عجیب اما بسیار ساده. دو فنر در واقع وزن پیستون و آب روی آن را تحمل می‌کنند بنابراین کافی است وزن آب را با وزن پیستون جمع کنیم.



حجم آب برابر است با: $V=Ah\Rightarrow V=10\times20\times10^{-6}\Rightarrow V=2\times10^{-4}m^3$

جرم آب خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=1000kg/m^3} m=1000\times2\times10^{-4}\Rightarrow m=0/2kg$$

وزن آب را حساب می‌کنیم: $W_{آب}=mg=0/2\times10=2N$

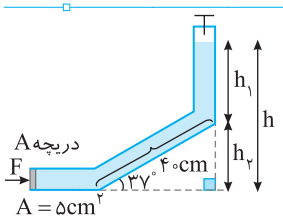
وزن پیستون برابر است با: $W_{پیستون}=mg=1\times10=10N$

دو فنر جمعاً $10+2=12N$ نیرو تحمل می‌کنند بنابراین هر فنر 6N نیرو تحمل می‌کند.

میانبر جرم $1cm^3$ آب 1g است بنابراین در این مسئله جرم $200cm^3$ آب 200g یا 0/2kg است.

C ۲ ۱۸۳

خط فکری فشار مایع به شکل ظرف بستگی ندارد و تنها به ارتفاع مایع درون ظرف بستگی دارد، بنابراین در حل این مسئله گام اول یافتن ارتفاع مایع درون ظرف است.



۱ با توجه به شکل ارتفاع مایع درون ظرف برابر است با: $h=h_1+h_2$

اما h_2 چگونه به‌دست می‌آید؟ به کمک $\sin37^\circ$ می‌توان h_2 را حساب کرد.

$$\sin37^\circ=\frac{h_2}{40}\Rightarrow h_2=40\sin37^\circ\Rightarrow h_2=40\times0/6=24cm$$

بنابراین $h=25+24=49cm$ است.

۲ فشار این مایع را حساب می‌کنیم، دقت کنید که بالای این مایع خلأ است.

$$P_{مایع}=\rho gh=4\times10^4\times10\times49\times10^{-2}=1/96\times10^5Pa$$

۳ عاملی که می‌خواهد مانع خروج دریچه شود، فشار هوای بیرون و فشار حاصل از نیروی F است که بر سطح دریچه وارد می‌شود و جمع این دو فشار باید با فشار مایع برابر شود.

$$P_{مایع}=P_0+\frac{F}{A}$$

بنابراین:

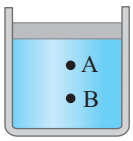
$$1/96\times10^5=10^5+\frac{F}{A}\Rightarrow0/96\times10^5=\frac{F}{5\times10^{-4}}\Rightarrow F=48N$$

A ۱ ۱۸۴

نکته در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، فشار یکسان است.

در هر سه حالت غشای D واقع بر دهانهٔ فشارسنج‌های A، B و C در عمق یکسانی قرار دارد، بنابراین در هر سه حالت فشار یکسانی بر آن وارد می‌شود و $P_A=P_B=P_C$ است.

A ۴ ۱۸۵



به شکل نگاه کنید، عمق B از عمق A بیشتر است و با توجه به رابطهٔ $(P=\rho gh)$ قطعاً فشار مایع در عمق B از فشار مایع در عمق A بیشتر است $(P_A<P_B)$. با قرار دادن وزنه روی پیستون، این وزنه فشاری برابر $P=\frac{W}{A}$ بر مایع وارد می‌کند و بنا بر اصل پاسکال، مایع این افزایش فشار را به‌طور یکسان به تمام نقاط منتقل می‌کند، بنابراین افزایش فشار در نقطهٔ A با افزایش فشار در نقطهٔ B برابر است $(\Delta P_B=\Delta P_A)$.

A ۴ ۱۸۶

نکته فشار در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن همواره با هم برابر است و به شکل ظرف و سرباز یا سربسته بودن شاخه‌ها بستگی ندارد.

بنابراین فشار نقاط M، N و P با هم برابر است.

B ۴ ۱۸۷

خط فکری نکته مهم در حل این مسئله این است که یادمان باشد، فشار در هر نقطه از مایع ساکن به عمق مایع یعنی فاصلهٔ آن نقطه از سطح آزاد مایع بستگی دارد، بنابراین برای مقایسه فشار در نقطهٔ A و نقطهٔ B باید فاصلهٔ قائم این دو نقطه را از سطح آزاد مایع حساب کنیم.

۱ فشار بر درپوش A برابر است با:

$$P_A=\rho gh_A\xrightarrow[\rho=1/5g/cm^3=1500kg/m^3]{h_A=12cm} P_A=1500\times10\times12\times10^{-2}\Rightarrow P_A=150\times12$$

۲ برای یافتن فشار بر درپوش B، ابتدا h را به کمک شکل حساب می‌کنیم.

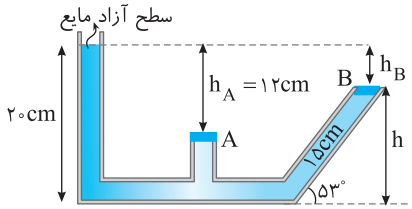
$$\sin53^\circ=\frac{h}{15}\Rightarrow h=15\sin53^\circ\Rightarrow h=15\times0/8=12cm$$

بنابراین عمق B از سطح آزاد مایع برابر است با: $h_B=20-12=8cm$

۳ فشار بر درپوش B خواهد شد: $P_B=\rho gh_B=1500\times10\times8\times10^{-2}=150\times8$

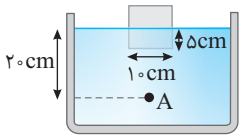
۴ اختلاف فشار بر درپوش A و B خواهد شد:

$$P_A-P_B=150\times12-150\times8=150\times(12-8)=150\times4=600Pa$$



۱۸۸ B **۱**

خط فکری وقتی جسمی را روی سطح مایع قرار می‌دهیم، مقداری از جسم در مایع فرو رفته و سطح مایع بالا می‌آید و جسم روی سطح شناور می‌ماند. این افزایش ارتفاع مایع باعث می‌شود که فشار مایع در همهٔ نقاط آن افزایش یابد.



بنابراین برای به‌دست آوردن فشار در نقطهٔ A کافی است فشار مایع در عمق ۲۰cm را با فشار هوا جمع کرد. فشار در عمق ۲۰ cm و در نقطهٔ A خواهد شد: $P=P_{\circ}+\rho gh$

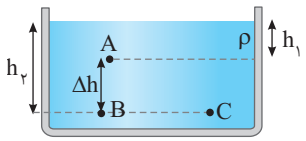
$$P=10^5+1000\times10\times0/2\Rightarrow P=102000Pa=1/02\times10^5Pa$$

۱۸۹ A **۳**

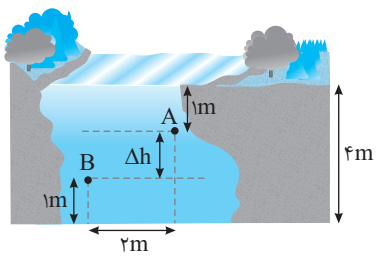
خط فکری اختلاف فشار دو نقطه درون یک مایع همواره برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است که در آن Δh فاصلهٔ قائم دو نقطه از یکدیگر است. به اثبات زیر دقت کنید:

$$\begin{cases}P_A=P_{\circ}+\rho gh_1\\P_B=P_{\circ}+\rho gh_2\end{cases}\Rightarrow\Delta P=P_B-P_A=\rho g(h_2-h_1)=\rho g\Delta h$$

$$\begin{cases}P_A=P_{\circ}+\rho gh_1\\P_C=P_{\circ}+\rho gh_2\end{cases}\Rightarrow\Delta P=P_C-P_A=\rho g(h_2-h_1)=\rho g\Delta h$$



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ قائم A و B از هم یعنی Δh روی شکل بستگی دارد.



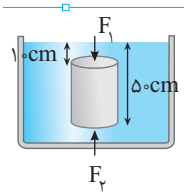
۱ با توجه به اعداد روی شکل، Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h=4-(1+1)=2m$

۲ اختلاف فشار برابر است با:

$$\Delta P_{AB}=\rho g\Delta h_{AB}\xrightarrow{\rho=1/5\,g/cm^3=1500kg/m^3}$$

$$\Delta P_{AB}=1500\times10\times2\Rightarrow\Delta P_{AB}=30000Pa=30kPa$$

۱۹۰ B **۲**



۱ نیروی وارد بر سطح بالایی از طرف آب برابر است با: $F_1=P_1A=\rho gh_1A$

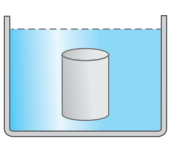
۲ نیروی وارد بر سطح پایینی از طرف آب خواهد شد: $F_2=P_2A=\rho gh_2A$

۳ اختلاف دو نیرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=F_2-F_1=\rho g(h_2-h_1)A\xrightarrow[\rho=1000\,kg/m^3]{A=20\,cm^2}$$

$$\Delta F=1000\times10\times(0/5-0/1)\times20\times10^{-4}\Rightarrow\Delta F=10^4\times0/4\times20\times10^{-4}=8N$$

بازی با سؤال **مطابق شکل، جسمی درون مایعی قرار دارد. اختلاف نیروی وارد بر سطح بالایی جسم با نیروی وارد بر سطح پایینی جسم از طرف مایع به کدام عامل بستگی ندارد؟**

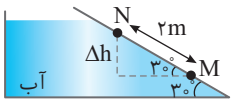


۱) ابعاد جسم
۲) چگالی جسم
۳) چگالی مایع
۴) شتاب گرانش

گزینهٔ ۲

۱۹۱ B **۲**

اختلاف فشار بین دو نقطهٔ M و N از رابطهٔ $P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ M و N است.



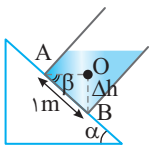
بنابراین ابتدا Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h=MN\sin30^\circ\Rightarrow\Delta h=2\times\frac{1}{2}=1m$

اکنون اختلاف فشار بین نقاط M و N را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho g\Delta h=1000\times10\times1=10000Pa=10kPa$$

۱۹۲ B **۱**

اختلاف فشار بین این دو نقطه برابر است با:



$$1200\frac{g}{lit}=1200\frac{g}{lit}\times\frac{10^{-3}kg}{1g}\times\frac{1lit}{10^{-3}m^3}$$
$$=1200kg/m^3$$

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow9600=1200\times10\Delta h\Rightarrow\Delta h=0/8m$$

بنا به خطوط موازی و مورب، زاویهٔ β در مثلث AOB برابر زاویهٔ α است و می‌توان نوشت:

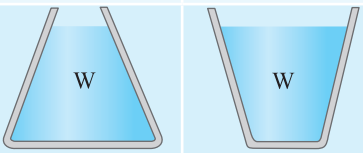
$$\sin\beta=\frac{\Delta h}{AB}\xrightarrow{\alpha=\beta}\sin\alpha=\frac{0/8}{1}\Rightarrow\alpha=53^\circ$$

۱۹۳ A **۱**

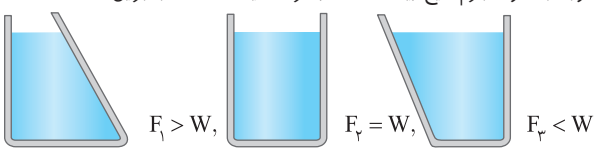
فشار مایع $P=\rho gh$ است که مایع هر سه ظرف یکسان است و با توجه به شکل ارتفاع مایع نیز یکسان است، بنابراین فشار آب بر کف در هر سه ظرف یکسان است. $(P_1=P_2=P_3)$

۱۹۴ A **۱**

خط فکری می‌توان گفت که سه نوع ظرف داریم و برای هرکدام از آن‌ها می‌توان مطابق جدول زیر نیروی وارد بر کف ظرف و وزن مایع را مقایسه کرد:

دهانهٔ ظرف پهن‌تر	دهانهٔ ظرف باریک‌تر	ظرف با سطح مقطع ثابت
		
W	W	W
$F<W$ وارد بر کف	$F>W$ وارد بر کف	$F=W$ وارد بر کف

با توجه به سؤال جرم مایع ریخته شده در ظرف‌ها یکسان است بنابراین:



نیروی وارد بر کف ظرف (۱) از دو ظرف دیگر بیشتر است.

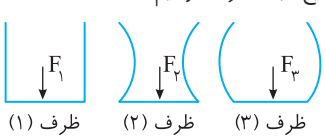
۱۹۵ B **۴**

دقت کنید حجم سه مایع یکسان و مساحت مقطع هر سه ظرف برابر $(A_1=A_2=A_3)$ است. بنابراین در ظرف (۲) ارتفاع مایع از دو ظرف دیگر بیشتر و در ظرف (۳)، ارتفاع مایع از همه کمتر است $(h_2>h_1>h_3)$. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف خواهد شد:

$$F=PA=\rho ghA$$

و با توجه به ارتفاع مایع در سه ظرف خواهیم داشت:

$$F_2>F_1>F_3$$

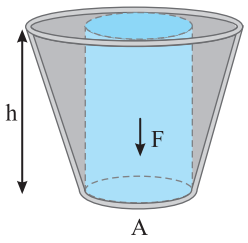


B ۱۹۶ ۲

خط فکری فشاری که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند برابر با $P=\rho gh$ است. نیرویی که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند نیز از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید:

$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$

در شکل روبه‌رو hA برابر با حجم قسمتی از مایع است که به صورت استوانهٔ رنگی مشخص شده است. بنابراین $F=\rho ghA$ برابر با وزن این قسمت از مایع است که از وزن کل مایع کمتر است: $F<W$

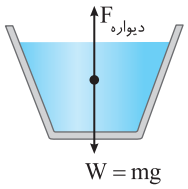


با توجه به متن خط فکری قطعاً نیرویی که توسط مایع به کف ظرف وارد می‌شود از وزن مایع کمتر است $F_1<20N$.

اما دقت کنید نیرویی که یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح وارد می‌کند، همواره برابر نیروی وزن جسم است بنابراین $F_2=20N$.

B ۱۹۷ ۱

مایع درون ظرف ساکن است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است $(F_{net}=0)$.



نیروهای وارد بر مایع را بررسی می‌کنیم:

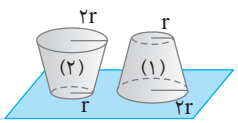
۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع رو به پایین وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف دیواره‌ها به مایع وارد می‌شود.

نیروی دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند، بنابراین نیروی خالصی که دیواره‌ها بر مایع وارد می‌کنند باید در راستای قائم (در راستای وزن) و رو به بالا باشد.

A ۱۹۸ ۳

خط فکری به عبارت نیروی وارد بر سطح افقی دقت کنید. یک جسم ساکن همواره نیرویی برابر نیروی وزن را بر تکیه‌گاهش وارد می‌کند. چون وزن ظرف و آب درون آن‌ها یکسان است، نیرویی که هر دو ظرف بر سطح افقی وارد می‌کنند یکسان است $(F_1=F_2)$.

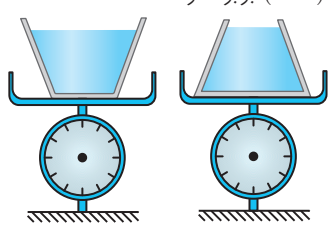


ارتفاع آب در دو ظرف یکسان است بنابراین فشار آب در کف ظرف‌ها یکسان است.

$$P=\rho gh \xrightarrow{h_1=h_2} P_1=P_2$$

A ۱۹۹ ۱

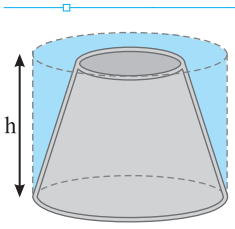
این دو ترازو در هر حالت نیروی وزن اجسام روی کفهٔ ترازو را نشان می‌دهد و در هر دو حالت جرم ظرف‌ها و مایع درون آن‌ها یکسان است بنابراین اختلاف بین عددی که دو ترازو نشان می‌دهند $(a'-a)$ برابر صفر است.



B ۲۰۰ ۱

خط فکری با توجه به شکل مقابل:

$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$

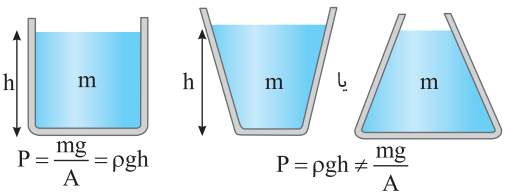


اما hA برابر با حجم مایعی است که به صورت یک استوانهٔ رنگی مشخص شده است، بنابراین $F=\rho ghA$ از وزن مایع بیشتر است: $F>W$

با توجه به متن خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف این ظرف وارد می‌شود از وزن مایع بیشتر است بنابراین $F>W_1+W_2$ خواهد بود.

A ۲۰۱ ۳

خط فکری برای ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها در حال تغییر است. فشار حاصل از مایع تنها از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید.



با توجه به خط‌فکری بالا، فشار حاصل از مایع را حساب می‌کنیم:

$$P=\rho gh \Rightarrow P=۳۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۳۰۰۰Pa$$

B ۲۰۲ ۱

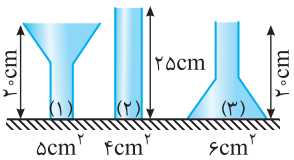
مایع ساکن است و برایند نیروهای وارد بر مایع صفر است. دو نیرو بر مایع وارد می‌شود، یکی نیروی وزن $(W=۵۰N)$ رو به پایین و دیگری نیرویی است که ظرف به مایع وارد می‌کند که اندازهٔ آن نیز باید $۵۰N$ و رو به بالا باشد. بنا به قانون سوم نیوتون مایع نیز همین نیروی $۵۰N$ را رو به پایین به ظرف وارد می‌کند.

A ۲۰۳ ۲

خط فکری نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند ناشی از فشار مایع $(F=PA)$ است. برای آنکه مشخص شود که نیروی وارد بر کف کدام ظرف بیشتر است باید از رابطهٔ $F=PA=\rho ghA$، نیروی وارد بر کف تک‌تک ظرف‌ها را به‌دست آوریم.

نیروی وارد بر کف هر ظرف خواهد شد:

$$F=PA\Rightarrow F=\rho ghA\Rightarrow\begin{cases}F_3=\rho g(۲۰\times ۶)=۱۲۰\rho g\\F_2=\rho g(۲۵\times ۴)=۱۰۰\rho g\\F_1=\rho g(۲۰\times ۵)=۱۰۰\rho g\end{cases}$$



با مقایسه سه نیروی F_1، F_2، F_3 مشخص است که $F_1=F_2<F_3$ است.

B ۲۰۴ ۴

خط فکری در حل این مسئله می‌توان از تعریف اصلی فشار $P=\frac{F}{A}$ استفاده کرد و کافی است وزن آب اضافه شده را بر مساحت سطح دهانهٔ ظرف تقسیم کنیم، زیرا افزایش فشار در سطح بالایی آب به تمام نقاط به‌طور یکسان منتقل می‌شود.

نکته عدد حجم آب بر حسب لیتر با عدد جرم آن برحسب kg برابر است. وقتی حجم آب $۲lit$ است، جرم آن $۲kg$ است و فشاری که این مقدار آب ایجاد می‌کند برابر است با:

$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\xrightarrow{\Delta F=\Delta W=\Delta mg}\Delta P=\frac{\Delta mg}{A}=\frac{۲\times ۱۰}{۰/۰۴}=۵۰۰Pa$$

B ۲۰۵ ۳

۱ ابتدا افزایش ارتفاع مایع را به ازای مایع اضافه شده به ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\Delta m=۴۰g\\\rho=۴g/cm^3\end{cases}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\Delta V=\frac{\Delta m}{\rho}\Rightarrow\Delta V=\frac{۴۰}{۴}=۱۰cm^3$$

قسمت باریک ظرف استوانه‌ای است، بنابراین:

$$\Delta V=A\Delta h\Rightarrow ۱۰=۲\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=۵cm$$

۲ به اندازهٔ $۵cm$ بر ارتفاع مایع افزوده شده بنابراین افزایش فشار برابر است با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۵cm=۰/۰۵m]{\rho=۴g/cm^3=۴۰۰۰kg/m^3}\Delta P=۴۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۰۵=۲۰۰۰Pa$$

۳ افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}\Rightarrow \Delta F_{\text{کف ظرف}}=\Delta P A_{\text{کف ظرف}}$$

$$\Rightarrow \Delta F_{\text{کف ظرف}}=۲۰۰۰\times(۲۰\times۱۰^{-۴})=۴N$$

میانبر افزایش فشار در یک نقطه از مایع محصور به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود:

$$\Delta P_{\text{بالا ظرف}}=\Delta P_{\text{کف ظرف}}\Rightarrow \frac{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}$$

$$\xrightarrow{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}=\Delta mg}\Delta F_{\text{کف ظرف}}=\frac{A_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}\times\Delta mg$$

B ۲۰۶ ۲

خط فکری بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند تحمل کند و نشکند ۱۳۵N است. بنابراین ابتدا باید فشار قابل تحمل توسط کف ظرف را مشخص کنیم، سپس به کمک آن می‌توان ارتفاع ستونی از جیوه که می‌تواند این فشار را ایجاد کند به‌دست آورد.

۱ بیشینه فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$P_{max}=\frac{F_{max}}{A}=\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}Pa$$

۲ بیشینه ارتفاع جیوه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{max}=\rho_{Hg}gh_{max}\Rightarrow\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}=۱۳۵۰۰\times۱۰h_{max}\Rightarrow h_{max}=۵۰cm$$

۳ درون ظرف تا ارتفاع ۴۰cm جیوه ریخته شده است بنابراین حداکثر باید $۵۰-۴۰=۱۰cm$ به جیوه درون ظرف اضافه کرد.

B ۲۰۷ ۲

خط فکری نیروی وارد بر سطح تکیه‌گاه به شکل ظرف بستگی ندارد و همواره برابر مجموع نیروی وزن مایع و وزن ظرف است.

$$\Delta m=\rho\Delta V$$

$$\xrightarrow[\rho=۸۰۰\frac{kg}{m^۳}]{V=۵L=۵\times۱۰^{-۳}m^۳}\Delta m=۸۰۰\times۵\times۱۰^{-۳}=۴kg$$

بنابراین در این سؤال نیز نیروی وارد بر سطح میز به اندازهٔ وزن مایع اضافه شده افزایش می‌یابد.

$$\Delta W=\Delta mg\longrightarrow\Delta W=۴۰N$$

B ۲۰۸ ۳

خط فکری در حل این مسئله ابتدا باید حجم پایینی ظرف را حساب کنیم تا مشخص شود که چه مقدار از مایع در قسمت پایین ظرف و چه مقدار آن در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد تا بتوانیم ارتفاع کل مایع تا کف ظرف را حساب کنیم و فشار وارد بر کف ظرف و سپس نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را به‌دست آوریم.

۱ حجم قسمت پایینی ظرف برابر است با:

$$V_۱=A_۱h_۱\Rightarrow V_۱=۳۰\times۷۵\Rightarrow V_۱=۲۲۵۰cm^۳=۲/۲۵L$$

۲ حجم کل مایع ۷/۵L است، بنابراین حجم مایع که به قسمت بالای ظرف (قسمت پهن) می‌رود برابر خواهد شد با:

$$V_۲=۷/۵-۲/۲۵\Rightarrow V_۲=۵/۲۵L=۵۲۵۰cm^۳$$

۳ ارتفاع مایع در قسمت بالای ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_۲=A_۲h_۲\Rightarrow ۵۲۵۰=۱۵۰h_۲\Rightarrow h_۲=۳۵cm$$

۴ ارتفاع کل مایع در ظرف از کف ظرف تا سطح مایع برابر است با:

$$h_{\text{کل}}=h_۱+h_۲=۷۵+۳۵=۱۱۰cm=۱/۱m$$

۵ پس فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P=\rho gh=۳۰۰۰\times۱۰\times۱/۱=۳۳\times۱۰^۳Pa$$

۶ حال نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA=۳۳\times۱۰^۳\times۳۰\times۱۰^{-۴}=۹۹N$$

دقت کنید با توجه به شکل ظرف که سطح مقطع بالایی آن بزرگ‌تر از سطح مقطع پایینی آن است، نیروی وارد بر کف ظرف (F) از وزن مایع (W) کمتر است پس نمی‌توان نیروی وارد بر کف ظرف را برابر با $W=mg$ دانست.

B ۲۰۹ ۴

خط فکری دوباره یک مسئله با یک ظرف که دو قسمت پهن و باریک دارد و مقداری مایع. ابتدا حجم مایع در قسمت باریک را حساب می‌کنیم تا مشخص شود وقتی ۰/۵kg آب از شیر خارج می‌شود، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید.

۱ حجم آب را در قسمت بالای ظرف به‌دست می‌آوریم.

$$V_۱=A_۱h_۱\Rightarrow V_۱=۵\times۵=۲۵۰cm^۳$$

۲ حجم ۰/۵kg آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱۰۰۰=\frac{۰/۵}{V}\Rightarrow$$

$$V=۵\times۱۰^{-۴}m^۳\Rightarrow V=۵۰۰cm^۳$$

۳ وقتی ۵۰۰cm³ آب از ظرف خارج شود، ۲۵۰cm³ آن مربوط به قسمت باریک است و ۲۵۰cm³ مربوط به قسمت پهن (پایینی) است. کاهش ارتفاع در قسمت پهن (پایین) ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=A_۲\Delta h_۲$$

$$\Rightarrow ۲۵۰=۱۲۵\Delta h_۲\Rightarrow\Delta h_۲=۲cm$$

۴ کاهش ارتفاع کل برابر است با:

$$\Delta h_{\text{کل}}=۵+۲=۷cm$$

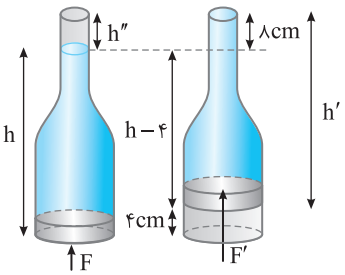
۵ کاهش فشار وارد بر کف ظرف برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow\Delta P=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۷}{۱۰۰}=۷۰۰Pa$$

C ۲۱۰ ۳

۱ با حرکت پیستون ۴cm از مایع در قسمت پهن ظرف کاسته شده و همین حجم مایع باید به قسمت باریک ظرف اضافه شود:

$$\Delta V_{\text{قسمت پهن}}=\Delta V_{\text{قسمت باریک}}\xrightarrow{V=Ah}۱۰\times h''=۲۰\times۴\Rightarrow h''=۸cm$$



۲ در ابتدا ارتفاع مایع درون ظرف h بوده است، با حرکت پیستون به اندازهٔ ۴cm رو به بالا مایع درون قسمت باریک ۸cm بالا رفته است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$h'=h-۴+۸\Rightarrow h'=h+۴$$ است ۴cm افزایش ارتفاع مایع نسبت به حالت قبل

بنابراین فشار مایع درون ظرف به مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$\Delta P=\rho gh\Rightarrow\Delta P=\rho g\times\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow\Delta P=۱۲۰۰\times۱۰\times\frac{۴}{۱۰۰}=۴۸۰Pa$$

۳ افزایش نیرویی که مایع به پیستون در حالت جدید وارد می‌کند، برابر است با:

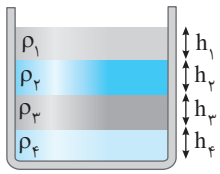
$$\Delta F=\Delta PA\Rightarrow\Delta F=۴۸۰\times۲۰\times۱۰^{-۴}=۰/۹۶N$$

۴ باید نیروی F به اندازهٔ ۰/۹۶N زیاد شود تا مایع در تعادل بماند یعنی $F'=F+۰/۹۶N$.

A ۱ ۲۱۱

خط فکری هنگامی که دو یا چند مایع روی هم ریخته می‌شوند فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر مجموع فشارهای آن‌ها است:

$P=\rho_1 gh_1+\rho_2 gh_2+\rho_3 gh_3+\rho_4 gh_4$ از طرف مایع‌ها



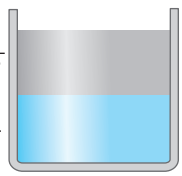
فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$P=P_0+\rho gh+\rho' gh'$

$\Rightarrow P=10^5+2500\times 10\times\frac{8}{100}+1500\times 10\times\frac{8}{100}$

$\Rightarrow P=10^5+2000+1200$

$\Rightarrow P=10^3(100+2+1/2)=103/2\times 10^3\,Pa=103/2kPa$



$\rho'=1/5\,\frac{g}{cm^3}=1500\,\frac{kg}{m^3}$

$\rho=2/5\,\frac{g}{cm^3}=2500\,\frac{kg}{m^3}$

A ۲ ۲۱۲

یادآوری فشار وارد بر یک ظرف با سطح مقطع ثابت از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ نیز به‌دست می‌آید:

فشار حاصل از آب را حساب می‌کنیم:

$P_{آب}=\frac{m_W g}{A}\xrightarrow[A=5cm^2=5\times 10^{-4}m^2]{m_W=200g=0/2kg} P_{آب}=\frac{2}{5\times 10^{-4}}=4000Pa$

فشار حاصل از جیوه را حساب می‌کنیم:

$P_{جیوه}=\frac{m_{Hg} g}{A}\xrightarrow[A=5cm^2=5\times 10^{-4}m^2]{m_{Hg}=400g=0/4kg} P_{جیوه}=\frac{4}{5\times 10^{-4}}=8000Pa$

فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف برابر است با:

$P_{کف}=P_{آب}+P_{جیوه}=4000+8000=12000\Rightarrow P_{کف}=12kPa$

میانبر چون جرم جیوه دو برابر جرم آب است، پس وزن و فشار جیوه نیز دو برابر وزن و فشار آب است.

A ۳ ۲۱۳

خط فکری حل این مسئله جالب است. آب در ته ظرف و روغن روی آن قرار می‌گیرد. در مسئله ارتفاع آب داده شده است، بنابراین فشار آب را از رابطه $\rho_W gh_W$ به‌دست می‌آوریم. اما برای روغن صحبت از جرم است، بنابراین فشار روغن را از رابطه $P=\frac{m_o g}{A}$ به‌دست می‌آوریم.

فشار وارد بر کف ظرف ناشی از مجموع فشار دو مایع است.

$P_{کل}=P_{آب}+P_{روغن}=\rho_W gh_W+\frac{m_o g}{A}$

$\xrightarrow[h_W=10cm,A=2\times 10^{-3}m^2]{P=2000Pa} 2000=1000\times 10\times\frac{10}{100}+\frac{m_o\times 10}{2\times 10^{-3}}$

$\Rightarrow 1000=\frac{m_o\times 10}{2\times 10^{-3}}\Rightarrow m_o=0/2kg=200g$

A ۴ ۲۱۴

با افزودن روغن فشار مایع بر کف ظرف ٪۲۰ افزایش یافته است. یعنی فشار ناشی از ستون روغن ٪۲۰ فشار ستون آب است، بنابراین می‌توان نوشت:

$P_o=\frac{20}{100}P_W\Rightarrow\rho_o gh_o=\frac{20}{100}\rho_W gh_W$

$\Rightarrow 0/8h_o=\frac{2}{10}\times 1\times h_W\Rightarrow h_o=\frac{0/2}{0/8}h_W=\frac{1}{4}h$

A ۴ ۲۱۵

نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع‌ها برابر است با:

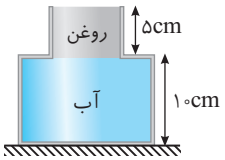
$F=PA=(P_O+P_W)A$

$=(\rho_O gh_O+\rho_W gh_W)A$

$F=(800\times 10\times\frac{5}{100}+1000\times 10\times\frac{10}{100})\times 50\times 10^{-4}$

$\Rightarrow F=(14)\times 50\times 10^{-4}$

$\Rightarrow F=70000\times 10^{-4}\Rightarrow F=7N$



A ۱ ۲۱۶

یادآوری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین می‌شود.

خط فکری فشار در کف ظرف داده شده است و فشار در ارتفاع ۴cm از کف ظرف خواسته شده است، بنابراین کافی است از فشار کف ظرف، فشار ستون ۴cm آب را کم کرد. البته شما می‌دانید که چون آب دارای چگالی بیشتری است، آب ته‌نشین شده است.

به حل مسئله می‌پردازیم:



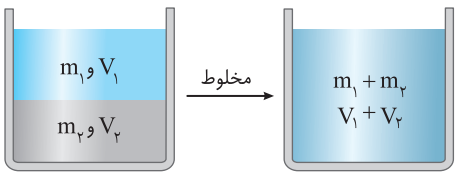
$P_A=P_{\text{در کف ظرف}}-\rho g\Delta h$

$=1800-1000\times 10\times\frac{4}{100}$

$P_A=1800-400=1200Pa$

A ۱ ۲۱۷

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف برابر نسبت مجموع وزن دو مایع بر کف ظرف است $(P_{کل}=\frac{W_{کل}}{A})$، بنابراین $P_1=P_2$ است.



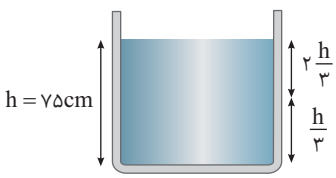
$P=\frac{m_1 g}{A}+\frac{m_2 g}{A}$ $\qquad$ $P=\frac{(m_1+m_2)g}{A}$

B ۱ ۲۱۸

خط فکری چه دو مایع با هم مخلوط شوند و چه به صورت مخلوط نشده در ظرف استوانه‌ای قرار بگیرند، چون وزن مایع درون ظرف یکسان است، فشار وارد بر کف ظرف در دو حالت یکسان است. در حل این سؤال برای راحتی فرض می‌کنیم که دو مایع مخلوط نشده باشند. چگالی مایع A از چگالی مایع B بیشتر است و مایع A ته‌نشین می‌شود. با توجه به شکل ارتفاع مایع A و ارتفاع مایع B را می‌توان به‌دست آورد.

$\begin{cases}V_A=\frac{1}{3}V\\ V_B=\frac{2}{3}V\end{cases}\xrightarrow{V=Ah}\begin{cases}h_A=\frac{1}{3}h\\ h_B=\frac{2}{3}h\end{cases}$

$h_A=\frac{h}{3}=\frac{75}{3}=25cm\quad,\quad h_B=\frac{2h}{3}=\frac{2}{3}\times 75=50cm$



فشار وارد بر کف ظرف توسط مخلوط برابر است با:

$P=\rho_A gh_A+\rho_B gh_B=1200\times 10\times\frac{25}{100}+600\times 10\times\frac{50}{100}$

$\Rightarrow P=3000+3000=6000Pa$

B ۲۱۹ ۱

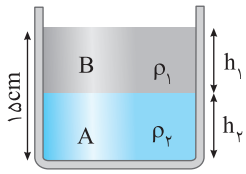
خط فکری این نوع مسائل به یک دستگاه دو معادله - دو مجهول می‌رسد. معادله اول از روی شکل مشخص است $(h_1+h_2=0/15m)$ و معادلهٔ دوم باید به کمک فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف نوشته شود و با حل دستگاه دو معادله - دو مجهول h_1 و h_2 به‌دست می‌آید.

۱ چگالی‌ها را بر حسب یکای SI به‌دست می‌آوریم:

$$1200g/L\times\frac{1m^3}{10^3L}\times\frac{10^3g}{1kg}=1200kg/m^3$$

دقت کردید مقدار چگالی بر حسب g/L همان مقدار چگالی بر حسب kg/m^3 است، بنابراین $900g/L$ نیز همان $900kg/m^3$ است.

۲ مایعی که چگالی بیشتری دارد ته‌نشین می‌شود، بنابراین $\rho_1=900kg/m^3$ و $\rho_2=1200kg/m^3$ است. فشار این دو مایع برابر $1650Pa$ شده است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_1+P_2=1650\Rightarrow\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=1650$$
$$\Rightarrow 900\times10\times h_1+1200\times10\times h_2=1650$$
$$\Rightarrow 3h_1+4h_2=0/55 \quad (2)$$

از طرفی مجموع h_1 و h_2، برابر $0/15m$ است، بنابراین همان‌گونه که پیش‌بینی کردیم به دو معادله و دو مجهول رسیدیم که باید آن را حل کنیم.

$$\begin{cases}3h_1+4h_2=0/55\\ h_1+h_2=0/15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3h_1+4h_2=0/55\\ -3h_1-3h_2=-0/45\end{cases}$$
$$h_2=0/1m=10cm\,,\,h_1=5cm$$

بنابراین نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ برابر است با: $\frac{h_2}{h_1}=\frac{10}{5}=2$

B ۲۲۰ ۱

خط فکری در این نوع مسائل، با دو معادله و دو مجهول سر و کار داریم. یعنی باید دو رابطه بین ارتفاع آب و ارتفاع جیوه پیدا کنیم و با حل آن‌ها مسئله قابل حل می‌شود.

جرم جیوه چهار برابر جرم آب است:

$$m_{Hg}=4m_W\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_{Hg}V_{Hg}=4\rho_WV_W$$

حجم مایع $V=Ah$ است که مساحت سطح مقطع ظرف برای هر دو مایع یکسان است بنابراین:

معادله اول: $13/6\times A\times h_{Hg}=4\times1\times A\times h_W\Rightarrow h_W=3/4h_{Hg}$ (۱)

اکنون معادله دوم را می‌نویسیم: $h_W+h_{Hg}=44$ (۲)

با توجه به معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$3/4h_{Hg}+h_{Hg}=44\Rightarrow h_{Hg}=10cm,h_W=34cm$$

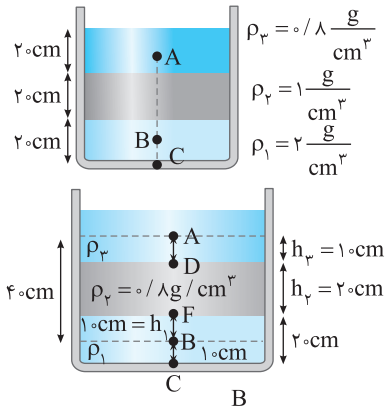
فشار آب برابر است با: $P_W=\rho_Wgh_W=1000\times10\times\frac{34}{100}=3400Pa$

فشار جیوه برابر است با: $P_{Hg}=\rho_{Hg}gh_{Hg}=13600\times10\times0/1=13600Pa$

فشار کل خواهد شد: $P=P_{Hg}+P_W=13600+3400=17000Pa=17kPa$

B ۲۲۱ ۴

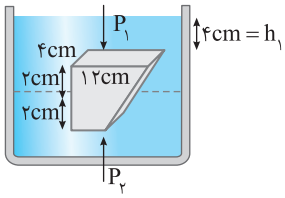
خط فکری به شکل دقت کنید، در فاصلهٔ AB، $10cm$ از مایع با چگالی ρ_1، $20cm$ از مایع با چگالی ρ_2 و $10cm$ از مایع با چگالی ρ_3 قرار دارد. بنابراین برای به‌دست آوردن اختلاف فشار بین AB باید فشار حاصل از $10cm$ مایع ρ_1 و $20cm$ مایع ρ_2 و $10cm$ مایع ρ_3 را با هم جمع کنیم.



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر است با: $\Delta P_{AB}=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+\rho_3gh_3$

$$=2000\times10\times\frac{10}{100}+1000\times10\times\frac{20}{100}+800\times10\times\frac{10}{100}$$
$$=2000+2000+800=4800Pa$$

A ۲۲۲ ۳



۱ سطح بالایی جسم تنها در مایع ρ_1 فرو رفته و فشار وارد بر سطح بالایی جسم از طرف مایع برابر است با:

$$P_1=\rho_1gh_1=\rho_1g\frac{4}{100}=0/4\rho_1$$

۲ سطح پایینی جسم در مایع ρ_2 نیز فرو رفته و فشار وارد بر این سطح از طرف دو مایع برابر است با:

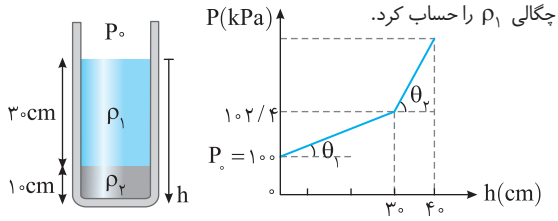
$$P_2=P_{(1)\text{مایع}}+P_{(2)\text{مایع}}\Rightarrow P_2=\rho_1g\frac{6}{100}+\rho_2g\frac{2}{100}=0/6\rho_1+0/2\rho_2$$

۳ نیروی وارده از طرف مایع برابر $F=PA$ است:

$$F_1=F_2\Rightarrow P_1A_1=P_2A_2\xrightarrow[A_2=4\times5=20cm^2]{A_1=4\times12=48cm^2}0/4\rho_1\times48=(0/6\rho_1+0/2\rho_2)\times20$$
$$4/8\rho_1=3\rho_1+\rho_2\Rightarrow\rho_2=1/8\rho_1\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=1/8$$

A ۲۲۳ ۴

فشار $30cm$ از مایع ρ_1 برابر $102/4-100=2/4kPa$ شده است و می‌توان به کمک آن چگالی ρ_1 را حساب کرد.



$$P=\rho_1gh_1\Rightarrow2400=\rho_1\times10\times\frac{30}{100}\Rightarrow\rho_1=800kg/m^3$$

به نمودارها دقت کنید شیب این نمودارها برابر است با:

$$\tan\theta=\frac{\Delta P}{\Delta h}\xrightarrow{\Delta P=\rho g\Delta h}\tan\theta=\frac{\rho g\Delta h}{\Delta h}\Rightarrow\tan\theta=\rho g$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_2=17\tan\theta_1\Rightarrow\rho_2g=17\rho_1g\Rightarrow\rho_2=17\times800\Rightarrow\rho_2=13600kg/m^3$$

پنجره دوجداره

B ۲۲۴ ۳

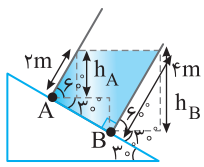
در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید بنابراین اختلاف فشار مایع در نقطهٔ B در دو حالت خواهد شد:

$$P'-P=\rho gh'-\rho gh\Rightarrow P'-P=\rho g(h'-h)$$

B ۲۲۵ ۴

خط فکری وقتی صحبت از فشار مایع $P=\rho gh$ است باید بدانیم منظور از h ارتفاع قائم مایع است و اختلاف فشار بین دو نقطه $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ بستگی به اختلاف ارتفاع قائم دو نقطه از هم دارد.

۱ عمق نقطهٔ A از سطح آب را حساب می‌کنیم.



$$\sin 60^\circ=\frac{h_A}{2}\Rightarrow h_A=2\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow h_A=\sqrt{3}m$$

۲ عمق نقطهٔ B از سطح آب را نیز به‌دست می‌آوریم.

$$\sin 60^\circ=\frac{h_B}{4}\Rightarrow h_B=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow h_B=2\sqrt{3}m$$

۳ اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=P_B-P_A=\rho gh_B-\rho gh_A=\rho g(h_B-h_A)$$

$$\Delta P=800\times10(2\sqrt{3}-\sqrt{3})\Rightarrow\Delta P=8000\sqrt{3}Pa$$

B ۲۲۶ ۱



ابتدا باید بدانیم آهنگ ثابت خروج آب از شیر یعنی در هر ثانیه مقدار ثابتی آب وارد ظرف می‌شود. اما هر چه از کف ظرف به سمت دهانهٔ ظرف برویم، مساحت سطح بیشتر می‌شود و با حجم ثابت افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد، بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب در حال کاهش است از این‌رو آهنگ تغییر فشار نیز در حال کاهش است.

B ۲۲۷ ۳

چون چگالی آب بیشتر از چگالی روغن است بنابراین آب زیر روغن قرار می‌گیرد. مجموع فشار دو مایع بر کف را حساب می‌کنیم. (ارتفاع روغن h_o و ارتفاع آب h_w)

$$P=(\rho gh)_w+(\rho gh)_o=10^3\times10\times h_w+8\times10^2\times10\times h_o=2400$$

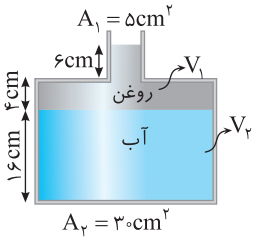
$$\Rightarrow100h_w+80h_o=24\quad(1)$$

حال با توجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده که مجموع ارتفاع‌ها برابر ۲۶cm است داریم:

$$h_w+h_o=\frac{26}{100}\Rightarrow100h_w+100h_o=26\quad(2)$$

با حل دو معادله (۱) و (۲) ارتفاع‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}100h_w+80h_o=24\\100h_w+100h_o=26\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}h_o=0/1m=10cm\\h_w=0/16m=16cm\end{matrix}$$



ارتفاع قسمت پهن ظرف ۲۰cm است که ۱۶cm آن را آب پُر کرده بنابراین ۴cm از ارتفاع روغن در این قسمت پهن قرار دارد و ۱۰−۴=۶cm روغن در قسمت باریک ظرف قرار دارد و حجم روغن مجموع حجم این دو قسمت است که باید آن را حساب کنیم.

$$V_{oil}=V_1+V_2=A_1h_1+A_2h_2=6\times5+4\times30=150cm^3$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{oil}=\rho V_{oil}\Rightarrow m_{oil}=0/8\times150=120g$$

B ۲۲۸ ۲

یادآوری ریاضی حجم مخروط برابر $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$ و حجم استوانه برابر $V=\pi r^2h$ است.

خط فکری با برابر قرار دادن حجم آب در دو حالت ارتفاع مایع درون استوانه را حساب می‌کنیم، سپس با داشتن نسبت ارتفاع آب در مخروط و استوانه می‌توانیم نسبت فشار در حالت دوم به فشار حالت اول را حساب کنیم.

حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$V_{\text{استوانه}}=V_{\text{مخروط}}\Rightarrow\pi r'^2h'=\frac{1}{3}\pi r^2h\xrightarrow{r'=\frac{r}{2}}\frac{r^2}{4}h'=\frac{1}{3}r^2h\Rightarrow h'=\frac{4}{3}h$$

با توجه به اینکه فشار مایع $P=\rho gh$ است می‌توان نوشت: $\frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مخروط}}}=\frac{\rho gh'}{\rho gh}=\frac{4}{3}$

دقت کنید که فشار مایع تنها در ظروف با سطح مقطع ثابت مانند ظرف استوانه‌ای را می‌توان از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آورد.

C ۲۲۹ ۲

خط فکری سؤال جالبی است. در حالت اول چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است و جسم بر سطح مایع شناور می‌ماند و در حالت دوم چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر است و جسم در مایع فرو می‌رود و در ته ظرف می‌نشیند. برای حالت اول مسئله را باید از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ حل کرده که در آن F نیروی وزن است و با قرار دادن جسم روی سطح مایع افزایش فشار برابر $\frac{W}{A}$ می‌شود اما در حالت دوم برای یافتن فشار مایع بر کف ظرف باید مشخص شود که ارتفاع مایع درون ظرف چه مقدار افزایش یافته است.

۱ چون چگالی گوی فلزی اول کمتر از چگالی مایع است، گوی روی سطح مایع قرار می‌گیرد بنابراین افزایش فشار ناشی از افزایش وزن است از این‌رو:

$$P_1=P_{\text{اضافه‌شده روی سطح}}\Rightarrow P_1=\frac{mg}{A}=\frac{\rho Vg}{A}$$

$$P_1=\frac{2\times10^3\times(\frac{4}{3}\times\pi\times(0/1)^3)\times10}{200\times10^{-4}}=4\times10^3Pa$$

۲ چگالی گوی دوم بیشتر از چگالی مایع بوده و گوی در مایع فرو می‌رود و به اندازه حجم گوی بر حجم مایع درون ظرف افزوده می‌شود. حجم گوی را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{گوی}}=\frac{4}{3}\pi R^3\Rightarrow V_{\text{گوی}}=\frac{4}{3}\times\pi\times(0/1)^3\Rightarrow V_{\text{گوی}}=4\times10^{-3}m^3$$

۳ افزایش حجم مایع نیز برابر $4\times10^{-3}m^3$ است بنابراین می‌توانیم افزایش ارتفاع مایع را حساب کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}}=V_{\text{گوی}}\Rightarrow A\Delta h=V_{\text{گوی}}\Rightarrow200\times10^{-4}\times\Delta h=4\times10^{-3}\Rightarrow\Delta h=0/2m$$

۴ افزایش فشار مایع در حالت دوم خواهد شد:

$$P_2=P_{\text{ارتفاع اضافه‌شده}}=\rho g\Delta h\Rightarrow P_2=4\times10^3\times10\times20\times10^{-2}=8\times10^3Pa$$

بنابراین نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ برابر است با:

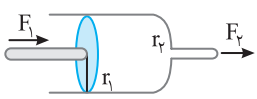
$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{8\times10^3}{4\times10^3}=2$$

C ۲۳۰ ۲

خط فکری یک مایع محصور این توانایی را دارد که فشار وارد بر آن را به‌طور یکسان در تمام جهت‌ها منتقل کند. بنابراین فشاری که توسط شخص به پیستون سرنگ وارد می‌شود $(P=\frac{F_1}{A_1})$ عیناً به نوک سوزن $(P=\frac{F_2}{A_2})$ منتقل می‌شود. در حل این تست نیازی به تبدیل cm به m نداریم زیرا جواب نهایی بر حسب cm خواسته شده است.

۱ فشاری که توسط شخص به پیستون وارد می‌شود برابر است با: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{8}{\pi(1/2)^2}$

۲ این فشار به سوزن منتقل می‌شود و شعاع سطح مقطع سوزن برای حداقل نیروی لازم برای ورود مایع به بافت حیوان، برابر است با:



$$P=\frac{F_{2\min}}{A_{2\min}}\Rightarrow\frac{8}{\pi(1/2)^2}=\frac{0/32}{A_2}\Rightarrow\frac{8}{\pi(1/2)^2}=\frac{0/32}{\pi r_{\min}^2}$$

$$r_{\min}=\frac{2}{10}\times1/2\Rightarrow r_{\min}=0/24cm$$

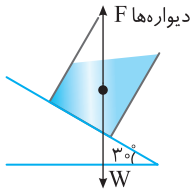
برای حالت حداکثر نیرو نیز خواهیم داشت:

$$P=\frac{F_{2\max}}{A_{2\max}}\Rightarrow\frac{8}{\pi(1/2)^2}=\frac{0/72}{\pi(r_{\max})^2}\Rightarrow r_{\max}^2=\frac{9}{100}\times(1/2)^2\Rightarrow r_{\max}=0/36cm$$

بنابراین شعاع انتخاب شده باید بین ۰/۲۴ و ۰/۳۶ سانتی‌متر باشد و گزینهٔ (۲) درست است. $0/24<r<0/36$

C ۲۳۱ ۴

خط فکری این مسئله بیشتر از آنکه به مبحث فشار مربوط باشد به مبحث دینامیک مربوط است، باید نیروهای وارد بر آب درون ظرف را بررسی کنیم و چون مایع ساکن است باید نیروی خالص وارد بر مایع صفر باشد.

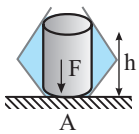


نیروی وزن در امتداد قائم بر مایع درون ظرف وارد می‌شود اما مایع ساکن است بنابراین برایند نیروهای وارد بر مایع توسط دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند. از این‌رو این نیروی برایند باید هم‌اندازه وزن مایع و در امتداد قائم رو به بالا باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

C ۲۳۲ ۲

خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود ناشی از فشار مایع است. فشار مایع در عمق h از یک مایع برابر ρgh و نیرویی که مایع بر سطح A وارد می‌کند برابر $F=\rho ghA$ است.

به نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود $(F=\rho ghA)$ دقت کنید. حاصل‌ضرب hA برابر حجم استوانه درون شکل زیر است و حجم این استوانه از حجم کل مایع کمتر است بنابراین نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند از وزن کل مایع کمتر خواهد شد.



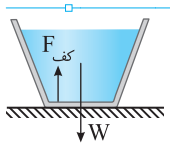
$$\begin{cases} F=\rho ghA \\ hA<V_{\text{کل مایع}} \end{cases} \Rightarrow F<\rho gV \xrightarrow{m=\rho V} F<mg$$

خط فکری نیرویی که از طرف یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح زیری آن وارد می‌شود همواره برابر وزن جسم است. یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت همان وزن جسم است.

جرم ظرف ناچیز است. بنابراین نیرویی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند برابر وزن مایع درون ظرف است $F'=W$ بنابراین $F<W=F'$.

C ۲۳۳ ۱

خط فکری مایع درون ظرف ساکن و نیروی خالص وارد بر مایع صفر است. نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم:



۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف کف ظرف بر مایع رو به بالا وارد می‌شود.

۳ نیرویی که توسط دیواره‌های ظرف بر مایع وارد می‌شود.

ابتدا وزن مایع را به‌دست می‌آوریم: $W=mg \Rightarrow W=۵۰N$

سپس نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$F=PA=\rho ghA \Rightarrow F=۲\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۰/۱\times۱۵۰\times۱۰^{-۴}=۳۰N$$

بنا بر قانون سوم نیوتون، نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف می‌شود برابر نیرویی است که کف ظرف به مایع وارد می‌کند.

اکنون یک نیروی $۵۰N$ رو به پایین به مایع وارد می‌شود و یک نیروی $۳۰N$ نیز توسط کف ظرف رو به بالا به مایع وارد می‌شود و برای آنکه مایع ساکن بماند حتماً دیواره‌های ظرف نیروی رو به بالایی به اندازهٔ $۵۰-۳۰=۲۰N$ به مایع وارد می‌کنند تا نیروی خالص وارد بر مایع صفر شود.

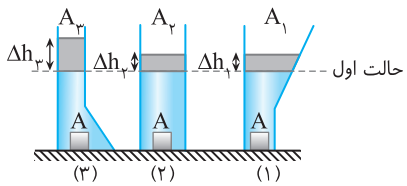
C ۲۳۴ ۲

خط فکری هر گاه در یک ظرف حاوی مایع، یک جسم (مثلاً یک سنگ) بیندازیم، به اندازهٔ حجم جسم، حجم مایع بالا می‌آید. به‌طور مثال اگر حجم مایع $۵۰cm^{۳}$ افزایش یابد حتماً حجم سنگ $۵۰cm^{۳}$ است.

وقتی در سه ظرف محتوی آب سنگ قرار دهیم، حجم آب جابه‌جا شده یکسان است اما سطح دهانه ظرف (۳) باریک‌تر و سطح دهانهٔ ظرف (۱) پهن‌تر است بنابراین:

$$\Delta V_۱=\Delta V_۲=\Delta V_۳$$

$$A_۱\Delta h_۱=A_۲\Delta h_۲=A_۳\Delta h_۳ \xrightarrow{A_۱>A_۲>A_۳} \Delta h_۱<\Delta h_۲<\Delta h_۳$$



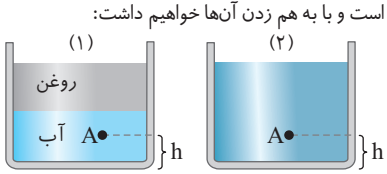
افزایش نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب برابر است با: $\Delta F=\Delta PA=\rho g\Delta hA$

از این‌رو: $F_۳>F_۲>F_۱$

C ۲۳۵ ۳

خط فکری وقتی دو مایع با چگالی‌های مختلف را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط، عددی بین عدد چگالی دو مایع است، یعنی وقتی آب و روغن را به هم می‌زنیم چگالی مخلوط از چگالی آب کمتر و از چگالی روغن بیشتر است. از طرفی همواره فشار وارد بر کف این ظرف برابر $P=\frac{W}{A}$ است.

چگالی روغن کمتر از چگالی آب است و با به هم زدن آن‌ها خواهیم داشت:



$\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{مخلوط}}>\rho_{\text{روغن}}$

فشار در کف ظرف از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}+P_{۰}$ به‌دست می‌آید و در دو حالت وزن کل مایع (mg) یکسان است. بنابراین فشار در کف ظرف در هر دو حالت با هم برابر است: $P=P'$ (۱)

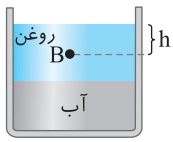
در شکل (۱) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار آب بین نقطهٔ A و کف ظرف است. $P=P_A+\rho_{\text{آب}}gh$ (۲)

در شکل (۲) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار مایع مخلوط بین نقطهٔ A و کف ظرف است. $P'=P'_A+\rho_{\text{مخلوط}}gh$ (۳)

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow P_A+\rho_{\text{آب}}gh=P'_A+\rho_{\text{مخلوط}}gh$$

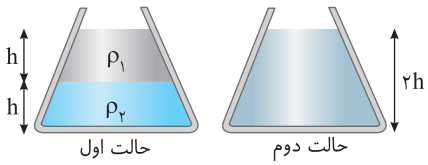
$$\Rightarrow P'_A-P_A=(\rho_{\text{آب}}-\rho_{\text{مخلوط}})gh \xrightarrow{\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{مخلوط}}} P'_A>P_A$$

بازی با سؤال **فشار در نقطهٔ B را قبل و بعد از مخلوط شدن دو مایع با هم مقایسه کنید.**



C ۲۳۶ ۲

نکته ۱ اگر دو مایع با جسم یکسان و چگالی $\rho_۲>\rho_۱$ را با هم مخلوط کنیم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی‌هاست: $\rho=\frac{\rho_۱+\rho_۲}{۲}$



نکته ۲ هرگاه دو مایع به حجم‌های $V_۱$ و $V_۲>V_۱$ با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ با هم مخلوط شوند، چگالی مخلوط به چگالی مایعی که دارای حجم بیشتری بوده است نزدیک‌تر است.

با توجه به شکل حالت اول حجم مایع $\rho_۲$ که در کف ظرف است بیشتر است و چگالی مخلوط به $\rho_۲$ نزدیک‌تر است و چون $\rho_۲>\rho_۱$ است بنابراین چگالی مخلوط از میانگین چگالی‌ها بیشتر می‌شود. $\rho_{\text{مخلوط}}>\frac{\rho_۱+\rho_۲}{۲}$

فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_۱=\rho_۱gh+\rho_۲gh=(\rho_۱+\rho_۲)gh=\frac{\rho_۱+\rho_۲}{۲}g(۲h) \quad (۱)$$

فشار در حالت دوم خواهد شد: $\rho_۲=\rho_{\text{مخلوط}}g(۲h)$ (۲)

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) و با توجه به اینکه $\rho_{\text{مخلوط}}>\frac{\rho_۱+\rho_۲}{۲}$ است فشار در حالت دوم بیشتر از فشار در حالت اول است.

C ۲۳۷ ۱

خط فکری این مکعب از سه قسمت ساخته شده است. یکی از قسمت‌ها فلزی با چگالی $۲g/cm^۳$، دیگری فلزی با چگالی $۴g/cm^۳$ و یک قسمت هم حفره‌ای که حجم آن $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است. بنابراین، حجم این مکعب برابر حاصل جمع حجم این سه قسمت است.

۱ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال:

$$V_{\text{فلز}۱}+V_{\text{فلز}۲}+V_{\text{حفره}}=V_{\text{مکعب}} \quad (۱)$$

۲ با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{\text{فلز}۱}=\frac{m_۱}{\rho_۱} \xrightarrow[\rho_۱=۲۰۰۰kg/m^۳]{m_۱=\frac{۱}{۳}m} V_{\text{فلز}۱}=\frac{\frac{۱}{۳}m}{۲۰۰۰} \Rightarrow V_{\text{فلز}۱}=\frac{m}{۶۰۰۰}$$

$$V_{\text{فلز}۲}=\frac{m_۲}{\rho_۲} \xrightarrow[\rho_۱=۴۰۰۰kg/m^۳]{m_۲=\frac{۲}{۳}m} V_{\text{فلز}۲}=\frac{\frac{۲}{۳}m}{۴۰۰۰}=\frac{m}{۶۰۰۰}$$

۳ حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{مکعب}}=a^۳=(۳۰\times۱۰^{-۲})^۳ \Rightarrow V_{\text{مکعب}}=۲۷\times۱۰^{-۳}m^۳$$

۴ حجم حفره $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است بنابراین: $V_{\text{حفره}}=\frac{۱}{۶}\times۲۷\times۱۰^{-۳}=۴/۵\times۱۰^{-۳}m^۳$

۵ به سراغ رابطهٔ (۱) می‌رویم و مقدارهای به‌دست آمده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا جرم مکعب را حساب کنیم:

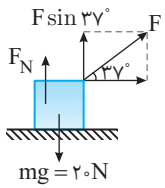
$$\frac{m}{۶۰۰۰}+\frac{m}{۶۰۰۰}+۴/۵\times۱۰^{-۳}=۲۷\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{m}{۳۰۰۰}=۲۲/۵\times۱۰^{-۳} \Rightarrow m=۶۷/۵kg$$

۶ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب خواهد شد:

$$P=\frac{mg}{A}=\frac{۶۷/۵\times۱۰}{۳۰\times۳۰\times۱۰^{-۴}}=۷/۵\times۱۰^۳Pa=۷/۵kPa$$

B ۲۳۸ ۳

خط فکری با توجه به آن چه در فیزیک (۱) پایهٔ دهم خوانده‌ایم، ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم، سپس به کمک رسم نیروها، نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.



$$F_N+F\sin۳۷^\circ=mg$$

$$\Rightarrow F_N=mg-F\sin۳۷^\circ=۲۰-(۱۰\times۰/۶)=۱۴N$$

فشار برابر است با:

$$P=\frac{F_N}{A}=\frac{۱۴}{۰/۲\times۰/۷}=\frac{۱۴}{۰/۱۴}=۱۰۰Pa$$

C ۲۳۹ ۳

تذکر! این مسئله ترکیبی از فصل ویژگی‌های ماده در پایهٔ دهم و فصل دینامیک در پایهٔ دوازدهم است که در آن نیروی کشسانی فنر آموزش داده شده و این نیرو برابر $F=k\Delta x$ است که در آن k ثابت فنر و Δx تغییر طول فنر است. دقت کنید این مسئله برای دانش‌آموز پایه دوازدهم است.

فشاری که به سطح $A_۲$ وارد می‌شود برابر است با مجموع فشار مایع و فشاری که در اثر قرار دادن جسم روی پیستون $A_۱$ ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$P_{A_۲}=\rho gh+\frac{W}{A_۱} \Rightarrow P_{A_۲}=\rho g(h_۱+h_۲\sin۳۰^\circ)+\frac{mg}{A_۱}$$

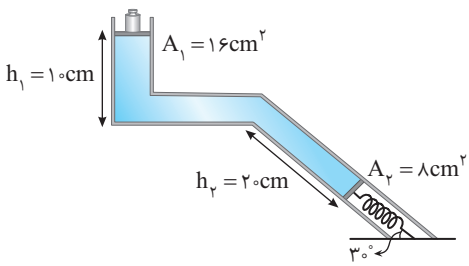
$$\Rightarrow P_{A_۲}=۸\times۱۰^۳\times۱۰\times(۲۰\times۱۰^{-۲})+\frac{۲\times۱۰}{۱۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$=۱۶\times۱۰^۳+۱۲/۵\times۱۰^۳=۲۸/۵\times۱۰^۳Pa$$

نیروی وارد بر $A_۲$ برابر نیرویی است که فنر به سطح بیستون (۲) وارد می‌کند، بنابراین:

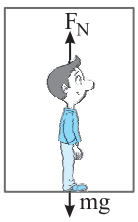
$$P_{A_۲}A_۲=k\Delta x \Rightarrow ۲۸/۵\times۱۰^۳\times(۸\times۱۰^{-۴})=۴۰۰\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x=۵/۷\times۱۰^{-۲} \Rightarrow \Delta x=۵/۷cm$$



C ۲۴۰ ۲

خط فکری می‌دانیم فشار $P=\frac{F_N}{A}$ است که در آن F_N نیروی عمودی سطح است، بنابراین باید نیروی عمودی سطح را به‌دست آوریم. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در آسانسور رسم می‌کنیم. اگر جسم رو به بالا در حرکت باشد نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F_{net}=F_N-mg$ خواهد بود چنانچه حرکت تندشونده باشد در قانون دوم نیوتون $F=ma$ شتاب را با علامت مثبت قرار می‌دهیم و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب را با علامت منفی قرار می‌دهیم.



۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم، یکی از نیروها، نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر شخص وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود.

۲ آسانسور با حرکت کندشونده در حال حرکت رو به بالا است بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_N-mg=ma \Rightarrow F_N-۸۰\times۱۰=۸۰\times(-۵) \Rightarrow F_N=۴۰۰N$$

اکنون می‌توان فشار وارد بر کف آسانسور را به‌دست آورد:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{F_N}{A} \Rightarrow P=\frac{۴۰۰}{۲\times۴۰\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow P=۵۰۰۰۰Pa=۵۰kPa$$

C ۲۴۱ ۳

خط فکری برای حل این مسئله شما باید از دینامیک کمک بگیرید و به کمک تحلیل نیروهای وارد بر مایع، نیروی عمودی سطح کف ظرف وارد بر مایع را حساب کنید. ابتدا در حالت کلی مسئله را حل می‌کنیم و روابط مربوط به فشار در این حالت را به‌دست می‌آوریم سپس مسئله را حل می‌کنیم.

می‌دانیم فشار برابر اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح است $(P=\frac{F_N}{A})$. اگر ظرف ساکن باشد فشار $P=\rho gh$ و اختلاف فشار بین دو نقطه برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است. در حالتی که ظرف با شتاب ثابت a در راستای قائم در حال حرکت است، ابتدا باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آورد. اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به پایین باشد، نیروی وزن از نیروی عمودی تکیه‌گاه بزرگ‌تر است.

$$F_T=ma \Rightarrow mg-F'_N=ma \Rightarrow F'_N=m(g-a)$$

فشار برابر خواهد شد با:

$$P'=\frac{F'_N}{A} \Rightarrow P'=\frac{m(g-a)}{A} \xrightarrow{m=\rho V}$$

$$P'=\frac{\rho V(g-a)}{A} \xrightarrow{V=Ah} P'=\rho h(g-a)$$

اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به بالا باشد آن‌گاه می‌توان نشان داد که $P'=\rho h(g+a)$

اکنون با توجه به آنچه که در بالا به‌دست آورده‌ایم، خواهیم داشت:

$$P'=\rho h(g-a)=\rho h(g-\frac{g}{۳})=\frac{۲}{۳}\rho hg \ , \ \frac{P'}{P}=\frac{\frac{۲}{۳}\rho hg}{\rho hg}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \Delta P'=\frac{۲}{۳}\Delta P$$

بازی با سؤال **اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف پر از آبی در حال سکون P می‌باشد. اگر ظرف آب با شتاب ثابت گرانش سقوط کند، اختلاف فشار بین این دو نقطه .....**

۱) برابر صفر می‌شود.
۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از P می‌شود.
۳) برابر P می‌شود.
۴) بزرگ‌تر از P می‌شود.

گزینهٔ ۱

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

B ۲۴۱ ۴

۱ **شکل** به فاصلهٔ مولکولی زیاد گازها که باعث تراکم‌پذیری آن‌ها می‌شود، اشاره دارد.

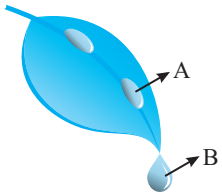
۲ همچنین شکل حرکت نامنظم گاز درون یک بادکنک را نشان می‌دهد که باعث می‌شود گازها شکل مشخصی نداشته باشند و پدیدهٔ پخش در آن‌ها رخ دهد. نمای ۱

B ۲۴۱ ۴

۲ **آب روی برگ** به‌صورت قطره درمی‌آید زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و سطح برگ بیشتر است و گزینهٔ (۱) درست است.

هنگام سقوط شبنم B به دلیل کشش سطحی به‌صورت کره در می‌آید، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

در شبنم A و همچنین شبنم B هم‌چسبی بزرگ‌تر از دگرچسبی است و گزینهٔ (۳) نادرست است.



نمای ۲

B ۲۴۱ ۴

۳ **علت تغییر** رنگ آب توسط جوهر و پخش شدن بوی عطر در هوا پدیده پخش در مایع و گاز است بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

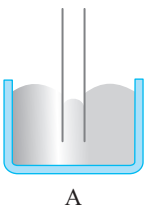
کروی شدن قطره‌های آب هنگام سقوط و شناور ماندن سوزن فولادی بر سطح آب ناشی از پدیده کشش سطحی مولکول‌های آب است و گزینهٔ (۲) درست است.

استفاده از مایع شوینده سبب کاهش نیروی هم‌چسبی شده و شستن ظرف‌های چرب را ساده‌تر می‌کند و همچنین افزایش دما نیز نیروی هم‌چسبی را کاهش می‌دهد، بنابراین علت هر دو مورد کاهش نیروی هم‌چسبی است و گزینهٔ (۳) نیز درست است. نمای ۱ و ۲

B ۲۴۱ ۴

۴ **به دلیل** بزرگ بودن نیروی هم‌چسبی جیوه از نیروی دگرچسبی بین جیوه و لوله، سطح جیوه درون لوله مویین پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است.

از طرفی سطح جیوه دارای برآمدگی (تحدب) است و شکل A درست است.



نمای ۳

B ۲۴۱ ۲

۵ **در اولین** مرحله با توجه به تعریف فشار، وزن و جرم این مکعب را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{A}\xrightarrow[A=10^{-2}m^2]{P=7200Pa}7200=\frac{W}{10^{-2}}\Rightarrow W=72N\Rightarrow m=7/2kg$$

بنابراین جرم این مکعب $7/2kg$ است.

۲ حجم فلزی که این مکعب $7/2kg$ از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=8g/cm^3=8000kg/m^3}8000=\frac{7/2}{V}$$

$$\Rightarrow V=9\times10^{-4}m^3\Rightarrow V=900cm^3$$

۳ حجم مکعبی که طول هر ضلع آن $10cm$ است خواهد شد:

$$V'=a^3=10^3\Rightarrow V'=1000\,cm^3$$

۴ درنتیجه مکعب توپر و کامل نیست، زیرا حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده $900cm^3$ و حجم مکعب کامل $1000cm^3$ است و حفره‌ای به حجم $1000-900=100cm^3$ درون این مکعب قرار دارد. نمای ۴

B ۲۴۱ ۴

۶ **فشار در یک** نقطه از مایع برابر است با: $P=P_0+\rho gh$

۱ فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A=P_0+\rho gh_A\xrightarrow[\rho_{آب}=1g/cm^3=1000kg/m^3]{h_A=10cm=0/1m}P_A=9/9\times10^4+1000\times10\times0/1$$

$$\Rightarrow P_A=9/9\times10^4+0/1\times10^4=10\times10^4\,Pa$$

۲ فشار در نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم: $P_B=P_0+\rho gh_B\xrightarrow{h_B=60cm=0/6m}$

$$P_B=9/9\times10^4+1000\times10\times0/6\Rightarrow P_B=9/9\times10^4+0/6\times10^4=10/5\times10^4\,Pa$$

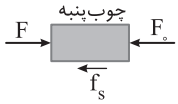
۳ نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_B}{P_A}=\frac{10/5\times10^4}{10\times10^4}\Rightarrow\frac{P_B}{P_A}=\frac{10/5}{10}=\frac{2/1}{2}=\frac{21}{20}$$

نمای ۵

B ۲۴۱ ۱

۷ **چوب‌پنبه** ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. از طرفی فشار مایع در سمت چپ چوب‌پنبه برابر $P_{چوب‌پنبه}=P_0+\rho gh$ و در سمت راست چوب‌پنبه $P_1=P_0$ است. بنابراین نیرویی که از سمت راست توسط هوا بر چوب‌پنبه وارد می‌شود (F_0) از نیرویی که از سمت چپ توسط مایع بر چوب‌پنبه وارد می‌شود (F) کمتر است و باید چوب‌پنبه به بیرون پرت شود، اما چه نیرویی مانع خروج چوب‌پنبه شده است؟! قطعاً نیروی اصطکاک ایستایی بر چوب‌پنبه به سمت چپ وارد شده و با کمک F_0 مانع خروج چوب‌پنبه شده است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{net}=0\Rightarrow F-F_0-f_s=0$$

$F_0=P_0A$ و $F=(P_0+\rho gh)A$ است.

$$(P_0+\rho gh)A-P_0A-f_s=0$$

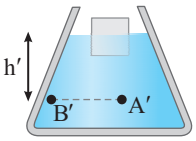
$$\Rightarrow f_s=(\rho gh)A=1000\times10\times(0/6+0/4)\times4\times10^{-4}=4N$$

میانبر از همان ابتدا می‌توانستیم تأثیر فشار هوا در دو طرف را حذف کنیم و نیروی اصطکاک را برابر نیروی ناشی از فشار آب بر چوب‌پنبه قرار دهیم. $f_s=P_{مایع}A$

نمای ۶

B ۲۴۱ ۴

۸ **یادآوری** فشار در نقاط هم‌عمق در یک مایع ساکن با هم برابر است.



۱ با توجه به نکتهٔ بالا فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B=P$

۲ نقاط A' و B' نیز در عمق h' در مایع قرار دارد و فشار در نقاط A' و B' نیز با هم برابر است: $P_{A'}=P_{B'}=P'$

۳ بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند:

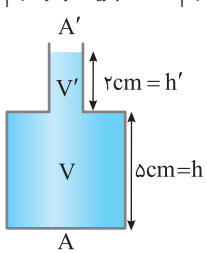
$$\begin{cases}P_A=P_B=P\\P_{A'}=P_{B'}=P'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P_{A'}-P_B=P'-P\\P_{B'}-P_A=P'-P\end{cases}\Rightarrow P_{A'}-P_B=P_{B'}-P_A$$

$$\begin{cases}P_A=P_B=P\\P'_{A'}=P_{B'}=P'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P_{A'}-P_A=P'-P\\P_{B'}-P_B=P'-P\end{cases}\Rightarrow P_{A'}-P_A=P_{B'}-P_B$$

نمای ۷

B ۲۴۱ ۲

۹ **خط فکری** یک لیتر آب به ظرف اضافه شده و سبب شده تا فشار وارد بر کف ظرف $400Pa$ زیاد شود، یعنی فشاری که این $1L$ آب ایجاد کرده است، $400Pa$ است و با توجه به تعریف اصلی فشار $P=\frac{F}{A}$ ابتدا می‌توان مساحت دهانه ظرف (A') را حساب کرد. سپس حجم آب موجود در قسمت باریک را $(A'h')$ به‌دست می‌آوریم. برای به‌دست آوردن حجم قسمت پهن ظرف، حجم قسمت باریک را از حجم کل آب $(2L)$ کم می‌کنیم.



۱ به کمک فشار ناشی از $1L$ آب، مساحت سطح دهانه را حساب می‌کنیم. (جرم $1lit$ آب $1kg$ است.)

$$P=\frac{F}{A'}\Rightarrow400=\frac{10}{A'}$$

$$\Rightarrow A'=\frac{1}{40}m^2=2/5\times10^{-2}m^2$$

۲ حجم قسمت باریک را به‌دست می‌آوریم

$$V'=A'h'\Rightarrow V'=2/5\times10^{-2}\times\frac{2}{100}\Rightarrow V'=5\times10^{-4}m^3=0/5L$$

۳ حجم قسمت پایین ظرف خواهد شد: $V=۲-۰/۵\Rightarrow V=۱/۵L=۱۵۰۰cm^۳$

۴ اکنون مساحت سطح A قابل محاسبه است.

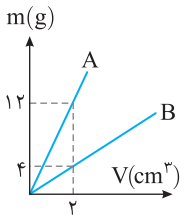
$V=Ah\Rightarrow ۱۵۰۰=A\times ۵\Rightarrow A=۳۰۰cm^۲=۳\times ۱۰^{-۲}m^۲$

۵ نسبت $\frac{A}{A'}$ برابر است با: $\frac{A}{A'}=\frac{۳\times ۱۰^{-۲}}{۲/۵\times ۱۰^{-۲}}=۱/۲$

نمای ۹

B ۲۴۱ ۲

۱۰ ۱ ابتدا با توجه به نمودار چگالی هر مایع را حساب می‌کنیم.



$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\begin{cases}\rho_A=\frac{۱۲}{۲}=۶g/cm^۳=۶۰۰۰kg/m^۳\\ \rho_B=\frac{۴}{۲}=۲g/cm^۳=۲۰۰۰kg/m^۳\end{cases}$

۲ فشار ناشی از مایع A را به‌دست می‌آوریم.

$P_A=\rho_A gh_A\xrightarrow{h_A=۱۰cm=۰/۱m}P_A=۶۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۶۰۰۰Pa$

۳ فشار مایع B را به کمک فشار در کف ظرف حساب می‌کنیم.

$P_B=۱۰۰۰۰-۶۰۰۰\Rightarrow P_B=۴۰۰۰Pa$

۴ ارتفاع مایع B خواهد شد:

$P_B=\rho_B gh_B\Rightarrow ۴۰۰۰=۲۰۰۰\times ۱۰\times h_B\Rightarrow h_B=۰/۲m=۲۰cm$

۵ حجم مایع B برابر است با: $V_B=Ah_B\Rightarrow V_B=۴۰\times ۲۰=۸۰۰cm^۳$

۶ اکنون جرم مایع B قابل محاسبه است.

$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_B=\rho_B V_B\Rightarrow m_B=۲\times ۸۰۰=۱۶۰۰g=۱/۶kg$

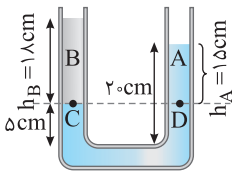
نمای ۱۰

پنجره ۳

A ۲۴۲ ۱

۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن، هم‌فشارند.

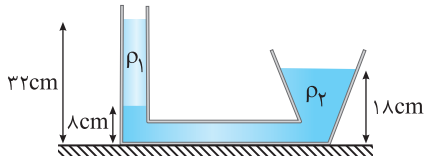
۲ فشار در نقطهٔ C حاصل از ۱۸cm مایع B و در نقطهٔ D حاصل از ۱۵cm از مایع A است.



$P_C=P_D\Rightarrow P_۰+\rho_B gh_B=P_۰+\rho_A gh_A$

$\rho_B\times ۱۸=\rho_A\times ۱۵\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{۱۵}{۱۸}=\frac{۵}{۶}$

بازی با سؤال با توجه به شکل زیر، $\rho_۱/\rho_۲$ کدام است؟



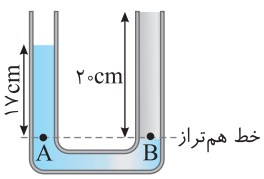
۱) $\frac{۱۶}{۹}$ ۲) $\frac{۱۲}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

گزینهٔ ۳

A ۲۴۳ ۲

۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم.

۲ فشار دو شاخه در خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.



$P_A=P_B\Rightarrow\rho_{آب}gh_{آب}=\rho_{روغن}gh_{روغن}$

$\Rightarrow\rho_{آب}\times ۱۷=\rho_{روغن}\times ۲۰$

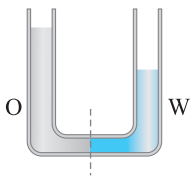
$\rho_{روغن}=\frac{۱۷}{۲۰}\rho_{آب}\Rightarrow\rho_{روغن}=\frac{۸۵}{۱۰۰}\rho_{آب}$

$\rho_{روغن}-\rho_{آب}=\frac{۸۵}{۱۰۰}\rho_{آب}-\rho_{آب}=-\frac{۱۵}{۱۰۰}\rho_{آب}$

بنابراین چگالی روغن ۱۵٪ کمتر از چگالی آب است.

A ۲۴۴ ۳

خط تراز دو مایع دقیقاً در وسط لوله قرار گرفته و فشار مایع از شاخهٔ سمت راست و شاخهٔ سمت چپ در این حالت با هم برابر است. فشار حاصل از شاخهٔ سمت راست برابر $\rho_W gh_W$ بوده و فشار حاصل از شاخهٔ سمت چپ برابر $\rho_O gh_O$ است.

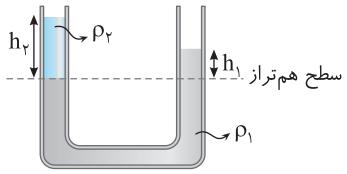


$P_{چپ}=P_{راست}\Rightarrow\rho_O gh_O=\rho_W gh_W\Rightarrow\frac{h_W}{h_O}=\frac{\rho_O}{\rho_W}=۰/۸$

A ۲۴۵ ۱

هنگامی که دو مایع را درون ظرفی می‌ریزیم، همواره مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع با چگالی کمتر روی آن قرار می‌گیرد. بنابراین شکل‌های (الف) و (ب) که در آن $\rho_۲$ ته‌نشین شده است نادرست‌اند.

در لولهٔ U شکل فشار در سطح هم‌تراز یکسان است، بنابراین در سطح هم‌تراز فشار مایع $\rho_۱$ با فشار مایع $\rho_۲$ برابر است.



$P_۱=P_۲\Rightarrow\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲$

$\Rightarrow\rho_۱h_۱=\rho_۲h_۲$

$\xrightarrow{\rho_۱>\rho_۲}h_۱<h_۲$

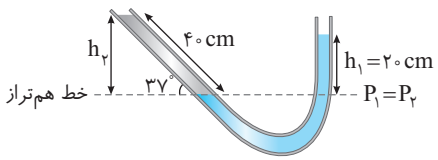
بنابراین شکل (پ) درست و شکل (ت) نادرست است.

مباتبر مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و ارتفاع آن کمتر از ارتفاع مایع در شاخهٔ دیگر لوله است.

B ۲۴۶ ۲

فشار مایع در یک ظرف به عمق قائم مایع از سطح آزاد آن بستگی دارد. یعنی ارتفاع مؤثر مایع در لولهٔ سمت چپ برابر است با:

$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_۲}{۴۰}\Rightarrow h_۲=۴۰\sin ۳۷^\circ=۴۰\times ۰/۶=۲۴cm$

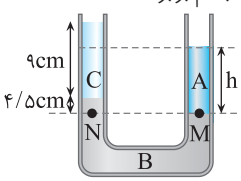


فشار در نقاط هم تراز یکسان است، از این رو:

$\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲\Rightarrow ۲\times ۲۰=\rho_۲\times ۲۴\Rightarrow\rho_۲=\frac{۴۰}{۲۴}=\frac{۵}{۳}g/cm^۳$

B ۲۴۷ ۲

ابتدا خط تراز را رسم می‌کنیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است.



فشار در نقطهٔ M برابر فشار ستون مایع A است و فشار در نقطهٔ N برابر فشار ستون مایع B و ۹cm از مایع C و ۴/۵cm از مایع C است.

$\begin{cases}P_M=\rho_A gh\\ P_N=\rho_B gh_B+\rho_C gh_C\end{cases}\xrightarrow{P_M=P_N}$

$۱/۸\times ۱۰^۳\times g\times h=۲\times ۱۰^۳\times g\times\frac{۴/۵}{۱۰۰}+۰/۸\times ۱۰^۳\times g\times\frac{۹}{۱۰۰}$

از دو طرف معادلهٔ بالا $۱۰^۳$ و g را ساده می‌کنیم:

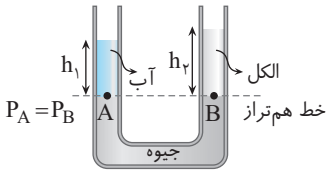
$۱/۸h=\frac{۹}{۱۰۰}+\frac{۷/۲}{۱۰۰}\Rightarrow ۱/۸h=\frac{۱۶/۲}{۱۰۰}\Rightarrow h=۹cm$

حال اختلاف ارتفاع دو شاخه در بالای خط تراز که خواستهٔ سؤال است را حساب می‌کنیم:

$x=h_{چپ}-h_{راست}\Rightarrow x=(۹+۴/۵)-۹=۴/۵cm$

B ۲۴۸ ۳

در شاخهٔ سمت راست آن قدر الکل ریخته شده که ارتفاع جیوه در دو طرف برابر شده است، بنابراین فشار جیوه در دو طرف برابر است. خط هم‌تراز را رسم کرده و فشار در نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم.

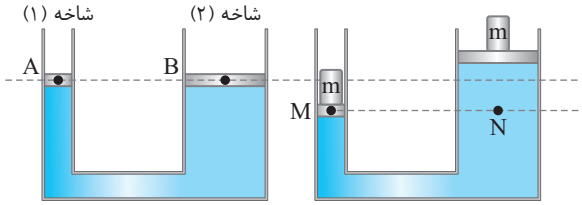


$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ + \rho_1 g h_1 = P_\circ + \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2} \Rightarrow h_2 = \frac{1 \times 27/2}{0/8} = 34\,cm$$

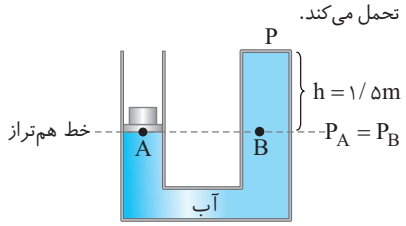
B ۲۴۹ ۲

با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m روی پیستون‌ها، فشار در زیر پیستون به اندازهٔ $\frac{W}{A}$ افزایش می‌یابد و چون $A_1 < A_2$، بنابراین $\Delta P_1 > \Delta P_2$، بنابراین افزایش فشار در شاخهٔ (۱) بیشتر بوده و باعث می‌شود مایع در شاخهٔ (۲) بالا برود.



B ۲۵۰ ۱

خط فکری خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در نقاط هم‌تراز مساوی قرار می‌دهیم. فشار در نقطهٔ A مجموع فشار هوا $(P_\circ)$ و فشار ناشی از وزنه $(P = \frac{W}{A})$ است. اما فشار در نقطهٔ B جمع فشار ارتفاع ۱/۵ متری مایع و فشاری است که دهانهٔ بستهٔ $(P)A_2$ تحمل می‌کند.



۱ فشار در نقطهٔ A را می‌نویسیم: $P_A = P_\circ + \frac{W}{A}$

۲ فشار در نقطهٔ B را می‌نویسیم: $P_B = P_{\text{دهانه بسته}} + \rho g h$

۳ اکنون P_A را مساوی P_B قرار می‌دهیم. $P_A = P_B$

$$P_\circ + \frac{mg}{A} = P + \rho g h \Rightarrow P = P_\circ + \frac{mg}{A} - \rho g h \Rightarrow P = 10^5 + \frac{20}{10^{-4}} - 1000 \times 10 \times 1/5$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + 2 \times 10^5 - 1/5 \times 10^4 \Rightarrow P = 10^4 (10 + 20 - 1/5) = 28/5 \times 10^4\,Pa$$

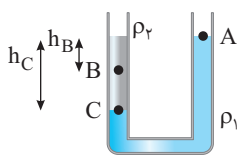
۴ نیروی وارد بر دهانهٔ A_2 برابر است با:

$$F = PA = 28/5 \times 10^4 \times 10^{-4} = 28/5\,N$$

A ۲۵۱ ۴

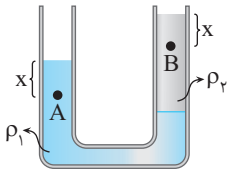
نقطهٔ A در سطح بالایی مایع قرار دارد و فشار در نقطهٔ A همان فشار هواست $(P_A = P_\circ)$. در نقاط B و C علاوه بر فشار هوا، فشار مایع نیز وجود دارد و هر چه عمق مایع بیشتر باشد فشار بیشتر است. بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} P_B = P_\circ + \rho g h_B > P_A \\ P_C = P_\circ + \rho g h_C \xrightarrow{h_C > h_B} P_C > P_B \end{array}\right\} \Rightarrow P_C > P_B > P_A$$



A ۲۵۲ ۱

۱ مایع ρ_1 ته‌نشین شده است بنابراین چگالی آن بیشتر است $\rho_1 > \rho_2$.



۲ فشار در نقاط A و B برابر است با:

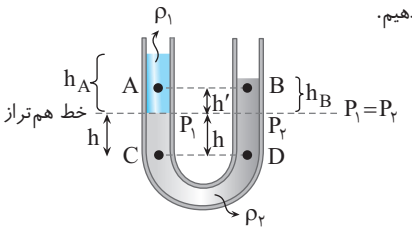
$$P_A = P_\circ + \rho_1 g x \quad \text{و} \quad P_B = P_\circ + \rho_2 g x$$

۳ چون $\rho_1 > \rho_2$ است قطعاً $P_A > P_B$ خواهد بود.

B ۲۵۳ ۴

خط فکری در این تست کنکور، طراح دو حالت مختلف برای مقایسهٔ فشار در نظر گرفته است. یکی نقاط C و D که در یک مایع روی یک خط افقی قرار دارند و دیگری نقاط A و B که در دو مایع با چگالی‌های مختلف روی یک خط افقی قرار دارند. از طرفی مایع ρ_2 دارای چگالی بیشتری است زیرا ته‌نشین شده است.

۱ خط هم‌تراز را از سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم و فشار نقاط روی این خط را برابر قرار می‌دهیم.



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_\circ + \rho_1 g h_A = P_\circ + \rho_2 g h_B$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_A = \rho_2 h_B \xrightarrow{h_A > h_B} \rho_1 < \rho_2$$

۲ نقاط C و D درون یک مایع و در یک خط افقی قرار دارند بنابراین فشار در این دو نقطه باهم برابر است اما به اثبات این مسئله توجه کنید: فشار در نقطهٔ C برابر مجموع فشار P_1 و فشار ستون h از مایع است همچنین در نقطهٔ D فشار برابر مجموع فشار P_2 و فشار ستون h از مایع است. بنابراین:

$$\left\{\begin{array}{l} P_C = P_1 + \rho_2 g h \\ P_D = P_2 + \rho_2 g h \end{array}\right. \Rightarrow P_C = P_D$$

۳ اکنون فشار نقاط A و B را با هم مقایسه می‌کنیم. برای این منظور می‌توان فشار P_1 را مجموع فشار $\rho_1 g h'$ و فشار در نقطهٔ A در نظر گرفت، همچنین فشار P_2 را مجموع فشار $\rho_2 g h'$ و فشار در نقطهٔ B فرض کرد.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_1 g h' = P_B + \rho_2 g h' \xrightarrow{\rho_1 < \rho_2} P_A > P_B$$

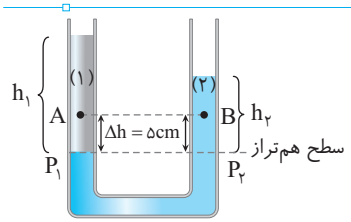
میانبر ۱ فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در یک مایع، یکسان است.

$$P_C = P_D$$

میانبر ۲ در یک لوله U شکل، فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در دو مایع متفاوت در نقطه‌ای بزرگ‌تر است که ارتفاع مایع بالای آن بیشتر است $P_A > P_B$.

B ۲۵۴ ۴

یادآوری برای دو مایع مخلوط‌نشدنی که در یک ظرف قرار دارند مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است.



با توجه به یادآوری در شاخهٔ سمت چپ، مایع (۲) زیر مایع (۱) است، پس چگالی مایع سمت چپ $\rho_1 = 800\,kg/m^3$ و چگالی مایع سمت راست $\rho_2 = 1000\,kg/m^3$ است.

فشار در نقطهٔ A برابر است با: $P_A = P_1 - \rho_1 g \Delta h$

فشار در نقطهٔ B برابر است با: $P_B = P_2 - \rho_2 g \Delta h$

$$P_A - P_B = P_1 - \rho_1 g \Delta h - (P_2 - \rho_2 \Delta h) = (\rho_2 - \rho_1) g \Delta h$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (1000 - 800) \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_A = P_B + 100$$

میانبر اگر دو مایع در لوله U شکل داشته باشیم، اختلاف فشار بین دو نقطه در ارتفاع یکسان از کف لوله و در دو مایع مختلف برابر است با: $\Delta P_{AB} = (\Delta \rho) g h$

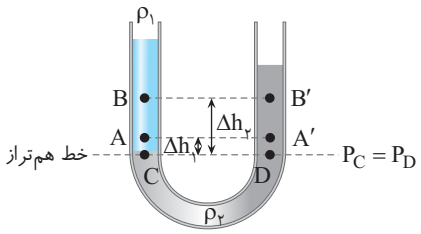
B ۲۵۵ ۱

راه‌حل اول: مایع ρ_1 روی مایع ρ_2 قرار دارد، بنابراین $\rho_1<\rho_2$ است. در نقاط هم‌تراز C و D فشار یکسان است. فشار در نقطهٔ D را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$P_D=P_{A'}+\rho_2 g\Delta h_1 \quad (1) \qquad P_D=P_{B'}+\rho_2 g\Delta h_2 \quad (2)$$

فشار در نقطهٔ C را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$P_C=P_A+\rho_1 g\Delta h_1 \quad (3) \qquad P_C=P_B+\rho_1 g\Delta h_2 \quad (4)$$



رابطه‌های (۱) و (۳) و همچنین رابطه‌های (۲) و (۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

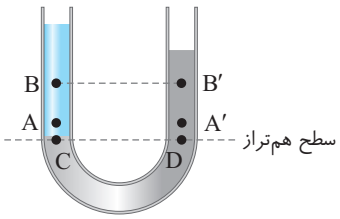
$$\xrightarrow{(1)\text{ و }(3)} P_{A'}+\rho_2 g\Delta h_1=P_A+\rho_1 g\Delta h_1 \Rightarrow \overbrace{P_A-P_{A'}}^{\Delta P_1}=(\rho_2-\rho_1)g\Delta h_1$$

$$\xrightarrow{(2)\text{ و }(4)} P_{B'}+\rho_2 g\Delta h_2=P_B+\rho_1 g\Delta h_2 \Rightarrow \underbrace{P_B-P_{B'}}_{\Delta P_2}=(\rho_2-\rho_1)g\Delta h_2$$

$$\xrightarrow{\Delta h_1<\Delta h_2} \Delta P_1<\Delta P_2$$

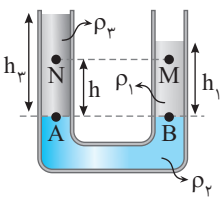
نتیجه در لوله‌های U شکل محتوی دو مایع مخلوط‌نشدنی، هر چه از سطح هم‌تراز دو مایع بالاتر رویم، اختلاف فشار بین دو نقطه واقع بر یک خط افقی افزایش می‌یابد.

میانبر دقت کنید اختلاف فشار در نقاط C و D واقع بر خط هم‌تراز صفر است. هر چه از سطح آزاد مایع به سمت خط هم‌تراز برویم، اختلاف فشار در نقاط واقع در دو مایع کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد و هر چه از خط هم‌تراز به سمت سطح آزاد مایع برویم، اختلاف فشار در دو طرف لوله بیشتر می‌شود. $P_B-P_{B'}>P_A-P_{A'}$



B ۲۵۶ ۳

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در نقاط A و B واقع بر سطح هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار ستون h_3 از مایع ρ_3 و فشار در نقطهٔ B برابر فشار ستون h_1 از مایع ρ_1 است:



$$P_A=P_B \Rightarrow \rho_3 gh_3=\rho_1 gh_1 \xrightarrow{h_3>h_1} \rho_3<\rho_1$$

برای بررسی فشار در نقاط N و M، کافی است از نقاط B و A به اندازه h بالا برویم، در این صورت در شاخه سمت چپ، فشار در نقطهٔ N برابر $P_N=P_A-\rho_3 gh$ و در شاخه سمت راست، فشار در نقطهٔ M برابر $P_M=P_B-\rho_1 gh$ است.

با توجه به اینکه $P_A=P_B$ و ρ_1 بزرگ‌تر از ρ_3 است، فشار در نقطهٔ N از فشار در نقطهٔ M بزرگ‌تر است. $(P_N>P_M)$

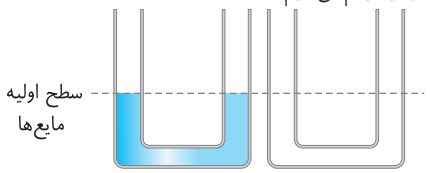
میانبر مایع ρ_2 در این مسئله نقشی ندارد و در مایع ρ_1 و ρ_3 فشار دو نقطه روی یک خط افقی همواره در مایعی با چگالی بیشتر، کمتر از دیگری است. (یا اینکه در نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالا سر آن کمتر باشد، فشار کمتر است.)

B ۲۵۷ ۲

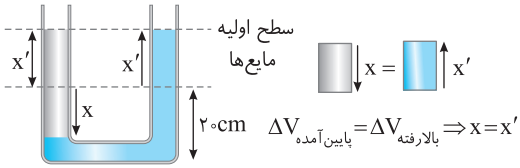
نکته اگر در لولهٔ U شکل تنها یک مایع قرار گرفته باشد، همواره سطح آزاد مایع در دو شاخه در یک سطح (تراز) قرار می‌گیرند.

خط فکری برای حل سؤالاتی که در لولهٔ U شکل قرار است مایع اضافه شود باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱ یک لولهٔ U شکل در کنار لولهٔ اولیهٔ داده شده رسم می‌کنیم و سطح مایع اولیه در لوله را در لولهٔ جدید رسم می‌کنیم.



۲ مایع جدید را در لولهٔ دوم اضافه می‌کنیم، فقط دقت کنید در شاخه‌ای که مایع اضافه می‌شود (شاخهٔ سمت چپ) مقداری مایع اولیه پایین رفته و همان مقدار مایع در شاخهٔ دیگر (شاخهٔ سمت راست) بالا می‌آید. در این سؤال سطح مقطع دو ظرف برابر است و همچنین در دو شاخه آب قرار دارد و سطح آزاد مایع در دو طرف یکسان است:



$$\Delta V_{\text{پایین آمده}}=\Delta V_{\text{بالا رفته}} \Rightarrow x=x'$$

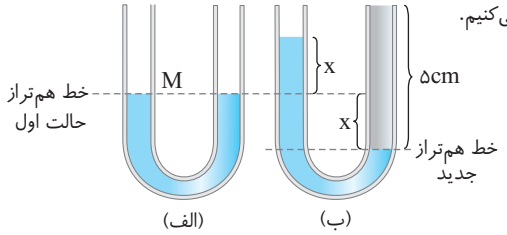
۳ بنابراین ارتفاع مایع اضافه شده برابر ۲x است:

$$V_{\text{مایع جدید}}=A(2x) \Rightarrow 200=20\times 2x \Rightarrow x=5\text{cm}$$

۴ ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت راست برابر $20+5=25\ \text{cm}$ می‌شود.

B ۲۵۸ ۲

در دو حالت شکل را کنار هم رسم می‌کنیم. خط هم‌تراز حالت اول و حالت جدید را رسم می‌کنیم.



وقتی در شاخهٔ سمت راست نفت می‌ریزیم، آب در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین رفته و در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ x بالا می‌رود و ارتفاع آب در شاخهٔ سمت چپ از خط هم‌تراز جدید برابر $h_W=2x$ می‌شود. اکنون در خط هم‌تراز جدید فشار نفت و آب را مساوی قرار می‌دهیم.

$$P_W=P_O \Rightarrow \rho_W gh_W=\rho_O gh_O \Rightarrow 1\times(2x)=0/8\times 5 \Rightarrow x=2\text{cm}$$

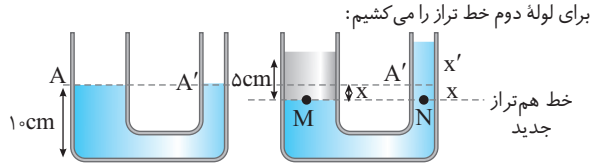
B ۲۵۹ ۲

ابتدا کنار لولهٔ U شکل سؤال، لولهٔ U شکل دیگری رسم می‌کنیم و نفت را به شاخه سمت چپ آن اضافه می‌کنیم. برای اینکه بتوانیم دو حالت را باهم مقایسه کنیم، خط هم‌تراز سطح آب در لولهٔ اول را روی لولهٔ دوم مشخص می‌کنیم. حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته با حجم آبی که در شاخهٔ سمت راست بالا می‌آید برابر است.

$$\Delta V_{\text{آب پایین آمده}}=\Delta V_{\text{آب بالا رفته}} \Rightarrow \pi(3r)^2\times x=\pi r^2 x' \Rightarrow x'=9x$$

یعنی وقتی در شاخهٔ سمت چپ نفت روی آب ریخته می‌شود و آب به اندازه x پایین می‌رود در شاخهٔ سمت راست آب به اندازهٔ 9x بالا می‌رود و سطح آب در شاخهٔ سمت راست 10x بالاتر از خط هم‌تراز جدید است.

برای لولهٔ دوم خط تراز را می‌کشیم:

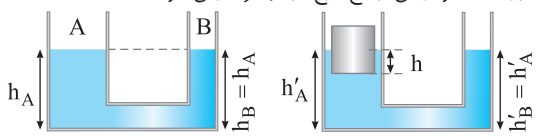


$$P_M=P_N \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} gh_{\text{نفت}}=\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8\times 5=1\times(10x) \Rightarrow x=0/4\text{cm}$$

میزان آبی که در شاخهٔ باریک بالا رفته برابر است با: $x'=9x=9\times 0/4=3/6\text{cm}$

B ۳ ۲۶۰

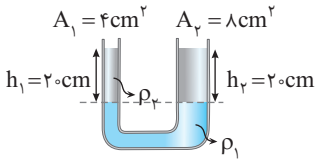
نکتهٔ مهم در حل این مسئله این است که بدانیم وقتی درون ظروف مرتبط مایعی ریخته شود همواره سطح مایع در تمام ظروف در ارتفاع یکسان قرار دارد. اگر جسم را روی سطح آب شناور کنیم باز ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت چپ و سمت راست باهم برابر است $h'_A = h'_B$. حتی اگر مقداری سنگ‌ریزه در یک شاخه بریزیم باز ارتفاع مایع در دو شاخه یکی است، زیرا فشار در کف ظرف توسط مایع در دو حالت باید یکسان باشد در غیر این صورت آب از ناحیه با فشار بیشتر به سمت ناحیه با فشار کمتر شارش می‌کند تا فشار یکسان شود یعنی ارتفاع مایع در دو طرف یکی شود.



B ۳ ۲۶۱

خط فکری وقتی که در شاخهٔ سمت راست همان مایع ρ_2 ریخته می‌شود تا سطح مایع ρ_1 در دو شاخه در یک تراز قرار گیرد، فشار مایع ρ_2 در دو طرف یکسان است. یکسان بودن فشار مایع یعنی ارتفاع مایع اضافه شده نیز همان ۲۰cm است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

شکل را رسم می‌کنیم، نسبت حجم مایع در دو شاخه برابر است با: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 h_2}{A_1 h_1} = \frac{8}{4} = 2$



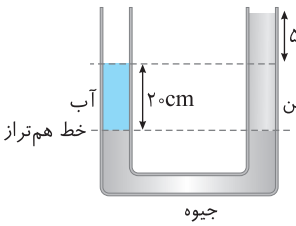
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \rho V_1 \\ m_2 = \rho V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \Rightarrow m_2 = 2m$$

بنابراین جرم مایع اضافه شده به شاخهٔ سمت راست دو برابر جرم مایع شاخهٔ سمت چپ است.

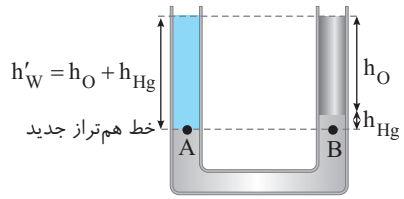
C ۳ ۲۶۲

در حالت اول خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. روی این خط فشار آب در سمت چپ با فشار روغن در سمت راست برابر است.



$$P_0 + \rho_W g h_W = \rho_O g h_O + P_0$$
$$\Rightarrow \rho_W h_W = \rho_O h_O$$
$$\Rightarrow 1 \times 20 = \rho_O \times 25$$
$$\Rightarrow \rho_O = 0/8 g/cm^3$$

پس از افزودن آب، مایع‌های درون ظرف به شکل زیر قرار می‌گیرند. برای سطح هم‌تراز نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_W g h'_W + P_0 = \rho_O g h_O + \rho_{Hg} g h_{Hg} + P_0$$
$$1 \times h'_W = 0/8 \times 25 + 13/6 \times h_{Hg} \Rightarrow h'_W = 20 + 13/6 h_{Hg} \quad (1)$$

از طرفی با توجه به شکل می‌توان نوشت: $h'_W = h_O + h_{Hg} \Rightarrow h'_W = 25 + h_{Hg}$ (۲)

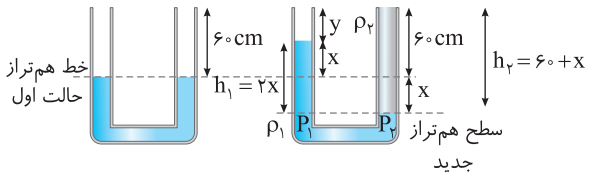
از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$25 + h_{Hg} = 20 + 13/6 h_{Hg}$$
$$\Rightarrow h_{Hg} = \frac{5}{12/6} \Rightarrow h_{Hg} \approx 0/4cm \quad , \quad h'_W = 25 + 0/4 = 25/4cm$$

ارتفاع آب در حالت اول ۲۰cm بود و در حالت دوم $25/4cm$ شده است، بنابراین ارتفاع آب اضافه شده برابر است با: $25/4 - 20 = 5/4cm$

B ۳ ۲۶۳

خط فکری در مسائلی که به یک شاخهٔ لولهٔ U شکل مایع اضافه می‌کنیم، باید لوله را در دو حالت اول و دوم مطابق شکل کنار هم رسم کنیم تا تغییرات را با چشم به خوبی ببینیم.



وقتی در یک سمت لوله الکل می‌ریزیم و سطح آب به اندازهٔ x از سطح اولیه پایین می‌رود، در طرف دیگر آب به اندازهٔ x بالا می‌رود (به شکل‌ها دقت کنید). فشار در سطح هم‌تراز جدید را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 g(2x) = \rho_2 g(60 + x)$$
$$\Rightarrow 1 \times (2x) = 0/8 \times (60 + x) \Rightarrow 2x = 48 + 0/8x \Rightarrow 1/2x = 48 \Rightarrow x = 40cm$$

اکنون مقدار y یعنی فاصله سطح آب در شاخهٔ سمت چپ تا لبهٔ لوله را به‌دست می‌آوریم

$$x + y = 60 \xrightarrow{x = 40cm} 40 + y = 60 \Rightarrow y = 20cm$$

A ۳ ۲۶۴

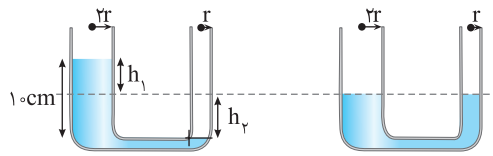
نکته در ظروف مرتبط با هم همواره ارتفاع قائم مایع یکسان است.

وقتی شیر را باز می‌کنیم، آب وارد لولهٔ باریک می‌شود تا جایی که آب در دو طرف هم‌سطح شود، حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین می‌رود برابر با حجم آبی است که در شاخه سمت راست بالا می‌آید:

$$4\pi(2r)^2 h_1 = 4\pi r^2 h_2 \Rightarrow 4h_1 = h_2$$

با توجه به شکل

$$\begin{cases} 10 - h_1 = h_2 \\ 4h_1 = h_2 \end{cases} \Rightarrow 10 - h_1 = 4h_1 \Rightarrow h_1 = 2$$

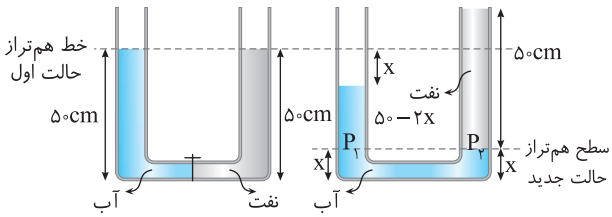


C ۲ ۲۶۵

خط فکری با باز کردن شیر، آب که دارای چگالی بیشتری است از شاخهٔ سمت چپ به سمت شاخهٔ سمت راست می‌رود و اگر آب در سمت چپ به اندازهٔ x پایین بیاید در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود (دقت کنید سطح مقطع دو شاخه یکی است.) در این صورت در سمت راست به اندازه ۵۰cm نفت و x سانتی‌متر آب وجود دارد و در سمت چپ تنها به اندازهٔ $(50-x)cm$ آب وجود دارد. شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم و خط هم تراز حالت اول و خط هم‌تراز حالت دوم را می‌کشیم. فشار در خط هم‌تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

به دو شکل رسم شده دقت کنید. در سمت راست بالای خط هم‌تراز جدید ارتفاع نفت ۵۰cm است و در سمت چپ ارتفاع آب در بالای خط هم تراز جدید $50-2x$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_W h_W = \rho_O h_O \Rightarrow 1000 \times (50 - 2x) = 800 \times 50$$
$$50 - 40 = 2x \Rightarrow x = 5cm$$



B ۲ ۲۶۶

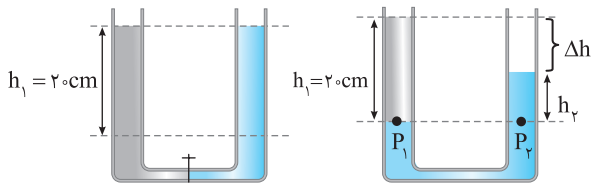
بعد از باز کردن شیر بین دو قسمت، مایعی که دارای چگالی بیشتر است (مایع در لولهٔ سمت راست) به پایین می‌آید و مایع در لوله سمت چپ بالا می‌رود.

اکنون خط هم‌تراز را در حالت جدید رسم می‌کنیم. در سمت چپ بالای خط هم‌تراز $h_1=۲۰cm$ از مایع ρ_1 و در سمت راست بالای خط هم‌تراز h_2 سانتی‌متر از مایع ρ_2 قرار می‌گیرد که فشار این دو مایع روی خط هم‌تراز برابر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1+P_0=\rho_2gh_2+P_0\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_2h_2$$

$$\Rightarrow۱\times۲۰=۱/۶h_2\Rightarrow h_2=\frac{۲۰}{۱/۶}=۱۲/۵cm$$

اختلاف ارتفاع سطح آزاد در دو لوله برابر است با: $\Delta h=h_1-h_2=۲۰-۱۲/۵=۷/۵cm$



پنجره دوجداره

B ۲ ۲۶۷

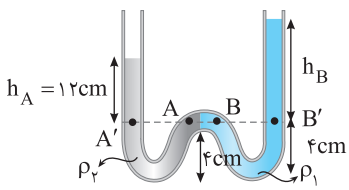
باید فشار مایع‌ها در دو طرف سطح تماس دو مایع یکسان باشد تا مایع‌ها در تعادل باشند. فشار نقاط A و A' در مایع ρ_2 با هم برابر است. هم‌چنین فشار نقاط B و B' در مایع ρ_1 با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow\rho_2gh_A=\rho_1gh_B$$

$$۱۴۰۰\times۱۰\times\frac{۱۲}{۱۰۰}=۱۲۰۰\times۱۰\times h_B\Rightarrow h_B=\frac{۱۴}{۱۰۰}m=۱۴cm$$

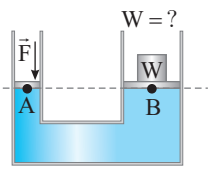
اختلاف سطح آزاد دو مایع در دو طرف شاخه‌ها برابر اختلاف ارتفاع h_A و h_B است:

$$h_B-h_A=۱۴-۱۲=۲cm$$



A ۴ ۲۶۸

خط تراز را می‌کشیم، فشار در نقاط A و B با هم برابر است:



$$P_A=P_B\Rightarrow\frac{F}{A_A}=\frac{W}{A_B}\Rightarrow\frac{F}{W}=\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^2}{۴}}$$

$$\frac{F}{W}=\frac{D_A^2}{D_B^2}\Rightarrow\frac{۲۰}{W}=(\frac{۱}{۱۰})^2\Rightarrow W=۲۰۰۰N$$

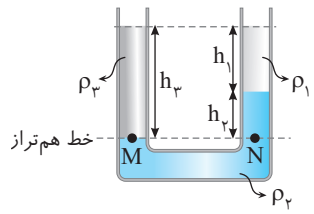
B ۳ ۲۶۹

۱ ابتدا باید مقایسه‌ای از چگالی مایع‌های درون لوله داشته باشیم. مایع (۲) ته‌نشین شده و چگالی مایع (۲) بیشتر از همه است. خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط M و N با هم برابر است: $h_3=h_1+h_2$

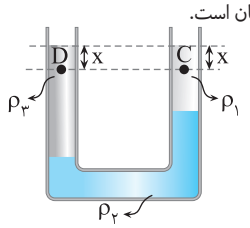
$$P_M=P_N\Rightarrow\rho_3gh_3=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2\xrightarrow{h_3=h_1+h_2}$$

$$\rho_3g(h_1+h_2)=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2\Rightarrow\rho_3gh_1+\rho_3gh_2=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2$$

چگالی ρ_2 از چگالی ρ_3 بیشتر است، پس $\rho_3gh_2<\rho_2gh_2$ است و برای اینکه تساوی بالا برقرار شود باید $\rho_3gh_1>\rho_1gh_1$ بوده و $\rho_3>\rho_1$ باشد. (البته از نظر ظاهری هم میشه این موضوع را فهمید که چون مایع ρ_3 در شاخه سمت چپ میزان بیشتری نسبت به مایع ρ_1 در شاخهٔ سمت راست، پایین آمده است، پس باید چگالی ρ_3 بیشتر از چگالی ρ_1 باشد.)

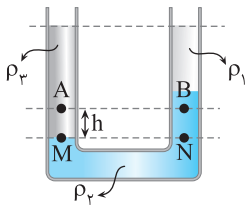


۲ فاصلهٔ نقاط C و D تا سطح آزاد مایع‌ها یکسان است.



$$P_D=\rho_3gx\xrightarrow{\rho_3>\rho_1}P_D>P_C$$
$$P_C=\rho_1gx$$

۳ نقاط A و B در فاصلهٔ یکسانی از خط تراز قرار دارند. نقطهٔ A به اندازهٔ h متر در مایع ρ_3 بالاتر از خط تراز قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ ρ_3gh از فشار نقطهٔ M کمتر است. همچنین نقطهٔ B به اندازهٔ h متر در مایع ρ_2 بالاتر از خط تراز بوده و فشار این نقطه به اندازهٔ ρ_2gh از فشار نقطهٔ N کمتر است:

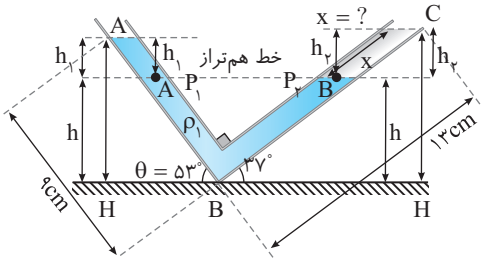


$$P_A=P_M-\rho_3gh\xrightarrow{P_M=P_N=P}$$
$$P_B=P_N-\rho_2gh$$
$$P_A=P-\rho_3gh\xrightarrow{\rho_2>\rho_3}P_A>P_B$$
$$P_B=P-\rho_2gh$$

B ۲ ۲۷۰

۱ ابتدا ارتفاع قائم مایع ρ_1 را حساب می‌کنیم.

$$\sin۵۳^\circ=\frac{AH}{AB}\Rightarrow AH=AB\sin۵۳^\circ\Rightarrow AH=۹\times۰/۸=۷/۲cm$$



۲ فاصلهٔ سطح مایع ρ_2 تا سطح افقی را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin۳۷^\circ=\frac{CH}{BC}\Rightarrow CH=BC\sin۳۷^\circ\Rightarrow CH=۱۳\times۰/۶=۷/۸cm$$

۳ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_2h_2\qquad(I)$$

۴ h_1 و h_2 را از روی شکل به‌دست می‌آوریم:

$$h_1=AH-h=۷/۲-h\quad,\quad h_2=CH-h=۷/۸-h$$

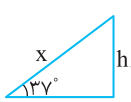
h_1 و h_2 را در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم.

$$۱\times(۷/۲-h)=۰/۸(۷/۸-h)\Rightarrow h=۴/۸cm$$

۵ با داشتن h می‌توان مقدار h_2 را حساب کرد.

$$h_2=۷/۸-h\Rightarrow h_2=۷/۸-۴/۸=۳cm$$

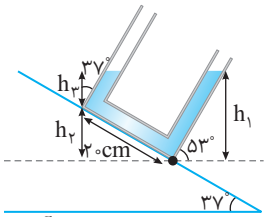
۶ اکنون می‌توان به سراغ محاسبه x رفت، با توجه به مثلثات:



$$\sin۳۷^\circ=\frac{h_2}{x}\Rightarrow x=\frac{h_2}{\sin۳۷^\circ}=\frac{۳}{۰/۶}=۵cm$$

C ۲۷۱ ۴

۱ با توجه به شکل فشار ناشی از h_1 باید با مجموع فشار h_2 و h_3 برابر باشد:



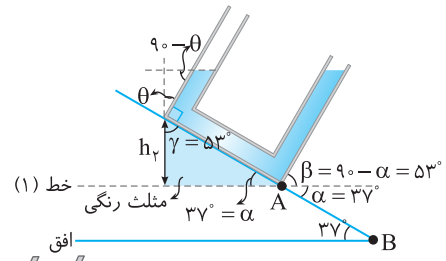
$$\rho gh_1=\rho gh_2+\rho gh_3$$
$$\Rightarrow h_1=h_2+h_3 \quad (1)$$

۲ حال با استفاده از هندسه اندازه زاویه‌هایی که برای حل باید بدانیم را به‌دست می‌آوریم:
خط (۱) با سطح افق موازی است و سطح شیبدار مورب این دو خط موازی است پس زاویه α، 37° است.
مثلث رنگی مثلث قائم‌الزاویه است، بنابراین زاویه γ، 53° است.

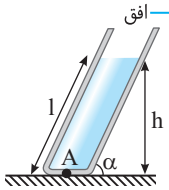
$$\gamma+90^\circ+\theta=180^\circ \xrightarrow{\gamma=53^\circ} \theta=37^\circ$$

۳ حال با توجه به یادآوری و زوایای به‌دست آمده در بالا معادلهٔ (۱) را کامل می‌کنیم:

$$18\sin 53^\circ=20\times\sin 37^\circ+x\sin 53^\circ \Rightarrow 14/4=12+x\times 0/8\Rightarrow x=3cm$$



یادآوری فشار در هر نقطه مایع ساکن، به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

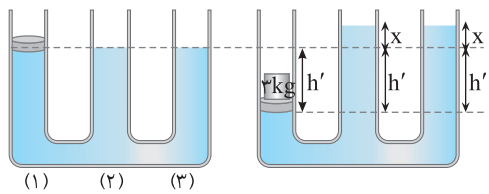


$$P_A=\rho_A gh=\rho gl\sin\alpha$$

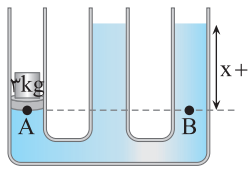
B ۲۷۲ ۲

با قرار گرفتن جسم روی شاخهٔ (۱) مایع در این شاخه پایین آمده و در دو شاخهٔ دیگر بالا می‌رود، دقت کنید که در ظروف مرتبط با هم سطح مایع‌ها یکسان است از این رو سطح مایع در دو شاخهٔ (۲) و (۳) نیز باید با هم یکسان باشند بنابراین اگر مایع در شاخهٔ (۲) x سانتی‌متر بالا رود در شاخهٔ (۳) نیز x سانتی‌متر بالا می‌رود. از طرفی حجم مایعی که در شاخهٔ (۱) پایین آمده با حجم مایع بالا رفته در شاخه‌های (۲) و (۳) یکسان است و چون سطح مقطع سه لوله یکسان است، مایع در لوله (۱) به اندازه $h'=x+x=2x$ پایین می‌رود.

$$\Delta V_{\text{پایین آمده}}=\Delta V_{\text{بالا رفته}}\Rightarrow Ah'=Ax+Ax\Rightarrow h'=2x$$



خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B با هم برابر است:

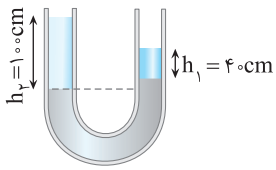


$$P_A=P_B\Rightarrow\frac{mg}{A}=\rho gh\xrightarrow{h=3x}$$
$$\frac{3\times 10}{100\times 10^{-4}}=1000\times 10\times 3x$$
$$\Rightarrow x=0/1m=10cm$$

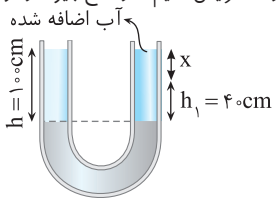
بنابراین آب در شاخهٔ (۳) به اندازهٔ $x=10cm$ بالا می‌رود.

B ۲۷۳ ۴

خط فکری دقت کنید در صورت سؤال بیان نشده که با چه روشی می‌خواهیم سطح جیوه در هر دو شاخه را یکسان کنیم. با دو روش می‌توان این کار را انجام داد. با توجه به گزینه‌ها روش اول این است که آن قدر به مقدار آب شاخهٔ سمت راست اضافه کنیم تا سطح جیوه در این شاخه پایین برود و در شاخهٔ دیگر بالا بیاید و سطح یکسان شود. در روش دوم، مقداری از نفت شاخهٔ سمت چپ را خارج کنیم تا فشار در این شاخه کم شود و سطح جیوه بالا بیاید و سطح جیوه در دو طرف یکی شود.

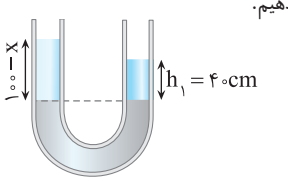


روش اول: ارتفاع آب درون ظرف را به اندازهٔ x افزایش دهیم تا ارتفاع جیوه در دو طرف یکی شود.



$$P_{\text{نفت}}=P_{\text{آب}}$$
$$\Rightarrow\rho_2 gh_2=\rho_1 g(h_1+x)$$
$$\Rightarrow 0/8\times 100=1(40+x)$$
$$\Rightarrow 80=40+x\Rightarrow x=40cm$$

روش دوم: ارتفاع نفت را به اندازهٔ x کاهش دهیم.



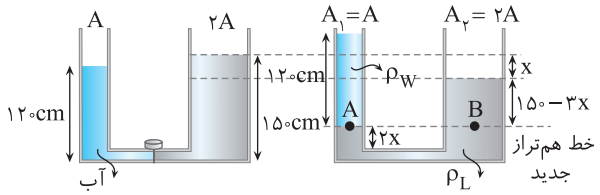
$$P_{\text{نفت}}=P_{\text{آب}}\Rightarrow\rho_2 g(h_2-x)=\rho_1 gh_1$$
$$\Rightarrow 0/8(100-x)=1\times 40$$
$$\Rightarrow 80-0/8x=40$$
$$\Rightarrow 0/8x=40\Rightarrow x=50cm$$

C ۲۷۴ ۱

چگالی مایع از چگالی آب بیشتر است و با باز کردن شیر رابط، مایع از شاخهٔ سمت راست به شاخهٔ سمت چپ می‌رود. مساحت سطح مقطع شاخهٔ سمت راست دو برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است، بنابراین اگر مایع در سمت راست به اندازهٔ x پایین برود، در سمت چپ به اندازهٔ 2x بالا می‌رود. در این صورت در بالای خط هم‌تراز جدید در سمت راست ارتفاع مایع برابر $150-3x$ و در سمت چپ ارتفاع آب بالای خط هم‌تراز جدید هم‌چنان $120cm$ است. فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_W gh_W=\rho_L gh_L\Rightarrow 1\times 120=2\times(150-3x)$$
$$60=150-3x\Rightarrow 3x=90\Rightarrow x=30cm$$

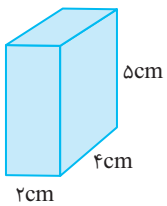
ارتفاع مایع در سمت چپ برابر 2x یعنی $60cm$ می‌شود.



پنجره ۲ روبه‌روی ۳

B ۲۷۴ ۴

خط فکری بنا به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ هر چه مساحت سطح A کمتر باشد، با ثابت بودن F فشار بیشتر می‌شود، بنابراین باید مسئله را این گونه حل کرد که مکعب مستطیل روی کوچک‌ترین سطح خود قرار دارد، در این حالت ارتفاع مکعب مستطیل بیشینه و فشار بیشینه است.



یادآوری برای یک جامد همگن توپر با شکل مکعب مستطیل فشار برابر است با: $P=\rho gh$

فشار بیشینه را حساب می‌کنیم.

$$P_{max}=\rho gh_{max}=8000\times 10\times\frac{5}{100}$$
$$\Rightarrow P_{max}=4\times 10^3 Pa$$

نمای ٤

B ۲۷۴ ۲

۲ **فشار وارد از** طرف آب بر کف استخر و بر سطح هر کاشی برابر است با:

$$P=P_{\text{کل}}-P_{\circ}\Rightarrow P=2/2\times 10^5-10^5\Rightarrow P=1/2\times 10^5 Pa$$

نیروی وارد بر سطح هر کاشی خواهد شد:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F=1/2\times 10^5\times(25\times 10^{-4})\Rightarrow F=300N$$

نمای ۶

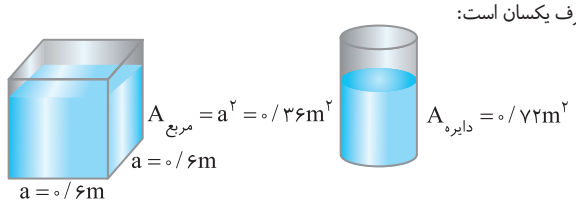
B ۲۷۴ ۲

نکته برای ظروفی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است فشار حاصل از مایع درون آن‌ها از دو رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$P=\frac{mg}{A}=\rho gh$$

(جرم مایع، چگالی مایع، مساحت سطح مقطع)

مقدار آب در هر دو ظرف مکعبی و استوانه‌ای یکسان است، بنابراین جرم آب در دو ظرف یکسان است:



$$\frac{P_{استوانه}}{P_{مکعب}}=\frac{\frac{m_1g}{A_{دایره}}}{\frac{m_2g}{A_{مربع}}}\xrightarrow{m_1=m_2}\frac{P_{استوانه}}{P_{مربع}}=\frac{A_{مربع}}{A_{دایره}}=\frac{0/36}{0/72}=\frac{1}{2}$$

$A_{دایره}=0/72m^2, A_{مربع}=0/36m^2$

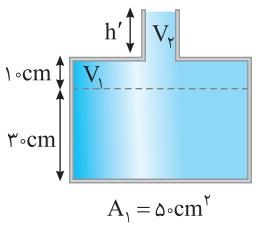
نمای ۶

B ۲۷۴ ۳

۱ **ابتدا** حجم ۹۰۰g از مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 1/5=\frac{900}{V}\Rightarrow V=\frac{900}{1/5}=\frac{900\times 2}{3}=600cm^3$$

۲ حال برای به‌دست آوردن فشار باید افزایش ارتفاع را به‌ازای $600cm^3$ مایع افزوده شده، محاسبه کرد.



$$V_1+V_2=600\Rightarrow 50\times 10+h'\times 10=600$$
$$\Rightarrow h'=10cm$$

۳ پس ارتفاع کل مایع درون ظرف برابر است با:

$$30+10+10=50cm$$

۴ فشار وارد بر کف ظرف خواهد شد:

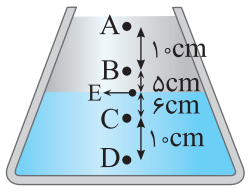
$$P=\rho gh=1/5\times 10^3\times 10\times\frac{50}{100}=7/5\times 10^3 Pa$$

نمای ۹

B ۲۷۴ ۲

خط فکری اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع به اختلاف عمق مایع بین آن دو نقطه بستگی دارد، یعنی $\Delta P=\rho g\Delta h$ است. بنابراین می‌توان به کمک اختلاف فشار (ΔP) و داشتن اختلاف عمق (Δh) چگالی مایع را حساب کرد.

۱ چگالی مایع بالایی را حساب می‌کنیم.



$$\Delta P_{AB}=\rho_1 g(\Delta h_{AB})$$
$$\Rightarrow 800=\rho_1\times 10\times 0/1$$
$$\Rightarrow \rho_1=800kg/m^3$$

۲ چگالی مایع پایینی را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta P_{CD}=\rho_2 g(\Delta h_{CD})\Rightarrow 1200=\rho_2\times 10\times 0/1=\rho_2=1200kg/m^3$$

۳ اکنون برای به‌دست آوردن اختلاف فشار بین نقاط B و C باید فشار حاصل از 5cm از مایع ρ_1 را با فشار حاصل از 6cm از مایع ρ_2 جمع کرد.

$$\Delta P_{BE}+\Delta P_{EC}=\rho_1 g(\Delta h_{BE})+\rho_2 g(\Delta h_{EC})=800\times 10\times\frac{5}{100}+1200\times 10\times\frac{6}{100}$$
$$\Delta P_E=400+720=1120Pa$$

نمای ۱۰

B ۲۷۴ ۱

۶ **ارتفاع مایع** در سه ظرف برابر است از طرفی مساحت کف هر سه ظرف یکسان است بنابراین نیرویی که از طرف مایع به کف هر ظرف وارد می‌شود خواهد شد:

$$F=PA=\rho ghA\xrightarrow[A_1=A_2=A_3]{h_1=h_2=h_3}F_1=F_2=F_3$$

نمای ۹

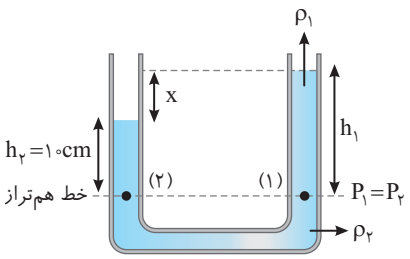
B ۲۷۴ ۴

۷ **خط هم‌تراز** را رسم می‌کنیم و فشار در این نقاط را روی خط هم‌تراز برابر قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1+P_0=\rho_2gh_2+P_0\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_2h_2\Rightarrow 0/8\times h_1=1\times 10$$

$$h_1=\frac{10}{0/8}=12/5cm$$

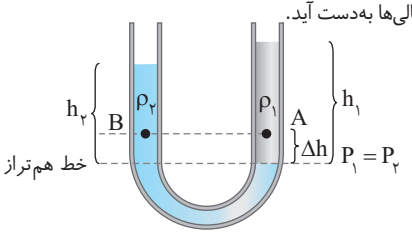
با توجه به شکل می‌توان نوشت: $h_1=h_2+x\Rightarrow 12/5=10+x\Rightarrow x=2/5cm$



نمای ۱۱

B ۲۷۴ ۱

۸ **خط هم‌تراز** را رسم کرده، فشار در نقاط واقع بر آن را برابر قرار می‌دهیم تا به کمک آن رابطهٔ بین چگالی‌ها به‌دست آید.



$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\xrightarrow{h_1>h_2}\rho_2>\rho_1$$

اکنون فشار نقاط A و B را مقایسه می‌کنیم:

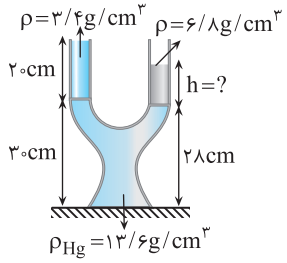
$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1g\Delta h+P_A=\rho_2g\Delta h+P_B\xrightarrow{\rho_2>\rho_1}P_B<P_A$$

میانبر در لولهٔ U شکل مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است. فشار دو نقطه که روی یک خط افقی در دو مایع در شاخه‌های لولهٔ U شکل قرار دارند با هم برابر نیست و در نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالاسر آن بیشتر است بزرگ‌تر است.

نمای ۱۲

B ۲۷۴ ۳

خط فکری **۹** فشار در کف ظرف چه از شاخهٔ سمت چپ و چه از شاخهٔ سمت راست حساب شود، یکسان است. بنابراین به سراغ شاخهٔ سمت چپ می‌رویم زیرا ارتفاع مایعات در آن مشخص است.



فشار در کف ظرف بر حسب cmHg خواسته شده است، بنابراین فشار مایع با چگالی $\rho=3/4g/cm^3$ و ارتفاع ۲۰cm را بر حسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

$$\rho gh=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow 3/4\times 20=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=5cm\Rightarrow P_{مایع}=5cmHg$$

اکنون کافی است فشار مایع را با فشار ستون ۳۰cm جیوه جمع کنیم تا فشار در کف ظرف به‌دست آید.

$$P=30+5=35cmHg$$

نمای ۱۰ و ۱۱

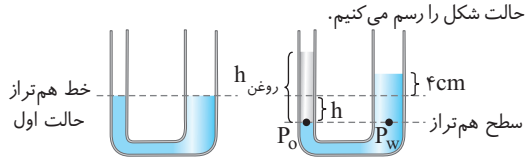
B ۲۷۴ ۲

خط فکری حجم آبی که در شاخه سمت چپ پایین می‌رود برابر حجم آبی است که در شاخه سمت راست بالا می‌آید و این کلید حل مسئله است.

$$\Delta V_{\text{چپ}}=\Delta V_{\text{راست}}\Rightarrow (Ah)_{\text{چپ}}=(Ah)_{\text{راست}}$$

$$۲\times h_{\text{چپ}}=۵\times ۴\Rightarrow h_{\text{چپ}}=۱۰\text{cm}$$

در دو حالت شکل را رسم می‌کنیم.



اکنون با توجه به سطح هم‌تراز می‌توان نوشت:

$$P_o=P_w\Rightarrow \rho_o h_{\text{روغن}}=\rho_w h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow ۰/۸\times h_{\text{روغن}}=۱\times ۱۴\Rightarrow h_{\text{روغن}}=\frac{۱۴۰}{۸}\Rightarrow h_{\text{روغن}}=۱۷/۵\text{cm}$$

حجم روغن اضافه شده برابر است با: $V=Ah_{\text{روغن}}=۲\times ۱۷/۵=۳۵\text{cm}^۳$

جرم روغن اضافه شده را به‌دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=۰/۸\times ۳۵\Rightarrow m=۲۸\text{g}$

میانبر تغییر ارتفاع مایع در دو شاخهٔ لولهٔ U شکل با مساحت سطح مقطع لوله‌ها و هم‌چنین با مجذور قطر سطح مقطع لوله‌ها نسبت وارون دارد.

$$\frac{h_۲}{h_۱}=\left(\frac{A_۱}{A_۲}\right)=\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲$$

نمای ۱۳

پنجره ۴

A ۲۷۵ ۲

خط فکری با توجه به اینکه فشار $P=\frac{F}{A}$ است، می‌توان فشار هوای محیط را ناشی از وزن هوای اطراف کرهٔ زمین فرض کرد و به کمک فشار هوا در سطح دریا نیروی F که همان وزن ستون هواست را حساب کرد.

با توجه به تعریف فشار می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W}{A}\xrightarrow[A=۱\,\text{m}^۲]{P=۱\,\text{bar}=۱۰^۵\,\text{Pa}}۱۰^۵=\frac{m\times ۱۰}{۱}\Rightarrow m=۱۰^۴\,\text{kg}$$

B ۲۷۶ ۲

خط فکری فشار در عمق ۱۳۶cm آب رودخانه، مجموع فشار هوا و فشار آب است که ابتدا باید فشار ناشی از آب را برحسب cmHg حساب کنید.

فشار ۱۳۶cm آب برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_W g h_W=\rho_{Hg} g h_{Hg}\Rightarrow ۱۰۰۰\times\frac{۱۳۶}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰ h_{Hg}\Rightarrow$$

$$h_{Hg}=۰/۱\text{m}=۱۰\text{cm}\Rightarrow P_W=۱۰\text{cmHg}$$

فشار در این عمق برابر است با: $P_{\text{کل}}=P_۰+P_W=۷۶+۱۰=۸۶\text{cmHg}$

B ۲۷۷ ۱

ابتدا فشار آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_T=P_۰+P_W\Rightarrow ۱۰۰=۷۵+P_W\Rightarrow P_W=۲۵\text{cmHg}$$

حال فشار آب را با فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری از جیوه برابر قرار داده و عمق آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_W=P_{Hg}\Rightarrow \rho_W g h_W=\rho_{Hg} g h_{Hg}\Rightarrow \rho_W h_W=\rho_{Hg} h_{Hg}\Rightarrow$$

$$۱\times h_W=۱۳/۶\times ۲۵\Rightarrow h_W=۳۴۰\text{cm}=۳/۴\text{m}$$

نکته برای تبدیل یکای فشار ستونی از مایع به ارتفاع $h_{\text{مایع}}$ به سانتی‌متر جیوه، کافی است بنویسیم: $\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}=\rho_{Hg} h_{Hg}\Rightarrow P_{\text{cmHg}}=\frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}}$

بازی با سوال چه ارتفاعی از آب (برحسب متر) فشاری برابر با ۱۵۰ میلی‌متر جیوه دارد؟ (چگالی آب و جیوه به ترتیب $۱۰۰۰\text{kg/m}^۳$ و $۱۳۶۰۰\text{kg/m}^۳$ است.)

۱) ۰/۱۵ ۲) ۱/۵۰ ۳) ۲/۰۴ ۴) ۸/۰۲

گزینهٔ ۳

A ۲۷۸ ۱

اختلاف فشار هوا در نزدیکی زمین را می‌توان مانند اختلاف فشار مایع‌ها به‌دست آورد. در واقع فشاری که این ستون فرضی هوا ایجاد می‌کند، هم‌اندازه با فشاری است که ستون جیوه با ارتفاع ۱۵ میلی‌متر ایجاد کرده است.

$$(\rho h)_{\text{هوا}}=(\rho h)_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۱/۲\times h=۱۳۶۰۰\times ۱۵\times ۱۰^{-۳}\Rightarrow h=۱۷۰\text{m}$$

بازی با سوال ارتفاع سقف یک سالن از کف آن برابر ۸ متر است. چنانچه چگالی هوا $۱/۲۵\text{g/L}$ باشد، فشار هوا در سقف سالن چند پاسکال از فشار هوا در کف سالن کمتر است؟ $(g=۱۰\text{N/kg})$ از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۲۷۹ ۱

خط فکری فشار شاره با تغییر ارتفاع تغییر می‌کند، پس تنها عاملی که باعث تغییر در فشار می‌شود اوج گرفتن (افزایش ارتفاع) هواپیما است و با افزایش ارتفاع، فشار به اندازه $\Delta P=\rho gh$ کاهش می‌یابد و نیروی وارد شده نیز کاهش می‌یابد.

کاهش فشار در اثر افزایش ارتفاع یک کیلومتری را حساب می‌کنیم. البته ابتدا چگالی هوا را برحسب $\text{kg/m}^۳$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۱/۲\frac{۱۰^{-۳}\text{kg}}{۱۰^{-۳}\text{m}^۳}=۱/۲\frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$$

$$\Delta P=\rho gh\Rightarrow \Delta P=۱/۲\times ۱۰\times ۱۰^۳\Rightarrow \Delta P=۱۲\times ۱۰^۳\,\text{Pa}$$

کاهش نیروی وارد بر پنجره برابر است با:

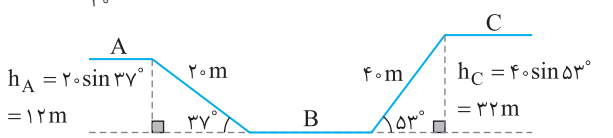
$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\Rightarrow \Delta F=\Delta P A\Rightarrow \Delta F=۱۲\times ۱۰^۳\times ۵۰\times ۱۰^{-۴}\Rightarrow \Delta F=۶۰\text{N}$$

A ۲۸۰ ۳

۱ ابتدا به کمک مثلثات ارتفاع نقاط A و C را از سطح زمین حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_A}{۲۰}\Rightarrow h_A=۲۰\sin ۳۷^\circ\Rightarrow h_A=۲۰\times ۰/۶=۱۲\text{m}$$

$$\sin ۵۳^\circ=\frac{h_C}{۴۰}\Rightarrow h_C=۴۰\sin ۵۳^\circ=۴۰\times ۰/۸=۳۲\text{m}$$



۲ اختلاف ارتفاع قائم نقاط A و C برابر است با: $\Delta h=h_C-h_A=۳۲-۱۲=۲۰\text{m}$

۳ اختلاف فشار هوا بین این دو نقطه خواهد شد.

$$\Delta P_{A,C}=\rho gh\Rightarrow \Delta P_{A,C}=۱/۲\times ۱۰\times ۲۰=۲۴۰\,\text{Pa}$$

B ۲۸۱ ۲

غواص به وسیلهٔ لوله‌ای که یک سر آن بیرون از آب است، در حال تنفس است. پس فشار درون ریهٔ او برابر فشار هوای محیط یعنی $P_۰$ است و فشار وارد بر قفسه سینهٔ غواص برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است $(P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}=P_۰+\rho gh)$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}-P_{\text{درون ریه}}=P_۰+\rho gh-P_۰=\rho gh$$

$$=۱۰۰۰\times ۱۰\times ۶/۲=۶۲۰۰۰\,\text{Pa}=۶۲\text{kPa}$$

A ۲۸۲ ۲

خط فکری فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار ناشی از ارتفاع مایع یعنی ρgh است.

$$P=\rho gh\Rightarrow ۱۲۵۴=۱۰۴۵\times ۱۰\times h\Rightarrow h=۰/۱۲\text{m}=۱۲\text{cm}$$

B ۲۸۳ ۲

خط فکری فشار درون دیگ‌های زودپز قرار است $2atm$ شود، یعنی وزنه‌ای که روی روزنه می‌گذاریم باید به کمک فشار هوا $(1\,atm)$ بیاید تا بخار آب از درون دیگ خارج نشود. در واقع فشار دیگ زودپز باید با مجموع فشار هوای محیط (P_0) و فشار ناشی از وزنه $(P_{وزنه}=\frac{W}{A})$ برابر شود.

۱ برای دیگ زودپز شکل (۱) خواهیم داشت:

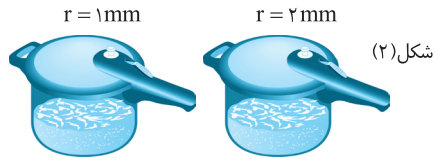
$$P_{1_{دیگ}}=P_0+\frac{W_1}{A_1}\xrightarrow{A_1=\pi r_1^2}2\times10^5=10^5+\frac{m_1\times10}{\pi(10^{-3})^2}$$

$$\Rightarrow 10^5=\frac{m_1\times10}{\pi\times10^{-6}}\Rightarrow m_1=\pi\times10^{-2}kg\Rightarrow m_1=10\pi g$$

۲ برای دیگ زودپز شکل (۲) خواهیم داشت:

$$P_{2_{دیگ}}=P_0+\frac{W_2}{A_2}\xrightarrow{A_2=\pi r_2^2}2\times10^5=10^5+\frac{m_2\times10}{\pi(2\times10^{-3})^2}\Rightarrow$$

$$10^5=\frac{m_2\times10}{4\pi\times10^{-6}}\Rightarrow m_2=4\pi\times10^{-2}kg\Rightarrow m_2=40\pi g$$



۳ بنابراین $m_2-m_1=40\pi-10\pi=30\pi=30\times3=90g$

میانبر $P_{دیگ}=P_0+\frac{W}{A}\Rightarrow\frac{m_0g}{A}=P_{دیگ}-P_0\Rightarrow m_0g=(P_{دیگ}-P_0)A$

بازی با سؤال **مساحت روزنهٔ خروج بخار آب روی در یک زودپز $4mm^2$ است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید گذاشت چند گرم باشد تا فشار داخل زودپز در $2atm$ نگه داشته شود؟ $(P_0=1\,atm)$**



۱) ۴۰
۲) ۰/۰۴
۳) ۸۰
۴) ۰/۰۸

گزینه ۱

C ۲۸۴ ۱

خط فکری فشار در ته لوله (کف داخلی لوله) برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه است. در حل این مسئله بهتر است ابتدا فشار هوا را برحسب $cmHg$ به‌دست آوریم، سپس فشار در حالت دوم را دو برابر فشار در حالت اول قرار دهیم $(P_2=2P_1)$.

۱ تبدیل یکای فشار هوا از پاسکال به $cmHg$: $P=\rho_{Hg}gh_{Hg}$

$$\Rightarrow h_{Hg}=\frac{P}{\rho_{Hg}\times g}=\frac{1/0336\times10^5}{13600\times10}\Rightarrow h_{Hg}=0/76m\Rightarrow P_{هوا}=76cmHg$$

۲ فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_1=P_0+P_{جیوه}\xrightarrow{P_{جیوه}=4cmHg}P=76+4=80cmHg$$

۳ فشار در حالت دوم، دو برابر فشار در حالت اول است بنابراین:

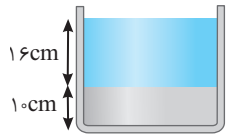
$$P_2=2P_1=2\times80=160cmHg$$

۴ اکنون ارتفاع جیوه در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$P_2=P_0+P_{جیوه}\Rightarrow160=76+h_{جیوه}\Rightarrow h_{جیوه}=84cm$$

B ۲۸۵ ۳

خط فکری فشار مایعی به چگالی ρ، در عمق h برابر ρgh است که برحسب پاسکال به‌دست می‌آید، برای آن که فشار مایع مستقیماً برحسب $cmHg$ به‌دست آید. کافی است ρgh را با $\rho_{Hg}gh_{Hg}$ برابر قرار دهیم. در این صورت، ارتفاع ستونی از جیوه که فشارش با فشار مایع برابر است به‌دست می‌آید.



۱ فشار مایع ρ_1 برحسب $cmHg$ خواهد شد: $\rho_1gh_1=\rho_{Hg}gh_{Hg}\xrightarrow{h_1=10cm}$

$$6/8\times10=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=5cm\Rightarrow P_1=5cmHg$$

۲ فشار مایع ρ_2 برحسب $cmHg$ را حساب می‌کنیم.

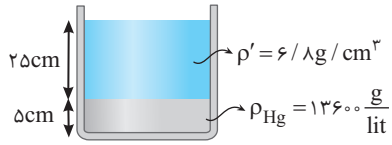
$$\rho_2gh_2=\rho_{Hg}gh_{Hg}\xrightarrow{h_2=16cm}3/4\times16=13/6\times h_{Hg}\Rightarrow$$

$$h_{Hg}=4cm\Rightarrow P_2=4cmHg$$

۳ فشار کل وارد بر کف ظرف را به‌دست می‌آوریم.

$$P=P_1+P_2+P_0=5+4+75\Rightarrow P=84cmHg$$

بازی با سؤال **در ظرفی مطابق شکل دو مایع روی هم قرار گرفته‌اند، فشار ناشی از مایع در کف ظرف P کیلوپاسکال و P' سانتی‌متر جیوه است. P و P' به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(g=10N/kg)$**



۱) ۱۷/۵ ، ۱۶/۸
۲) ۱۲/۵ ، ۱۶/۸
۳) ۱۷/۵ ، ۲۳/۸
۴) ۱۲/۵ ، ۲۳/۸

گزینه ۳

B ۲۸۶ ۴

خط فکری مجدداً مسئله را بخوانید. جرم جیوه و جرم آب هر دو $136g$ و وزن آن‌ها برابر است، بنابراین برای حل این مسئله بهتر است از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ که در آن F مجموع وزن دو مایع است $(F=2mg)$، استفاده کرد.

۱ در ظرف استوانه‌ای دو مایع به جرم‌های $m=136g$ ریخته شده، پس فشار را از $P=\frac{W}{A}$ حساب می‌کنیم.



$$P=\frac{W}{A}=\frac{2mg}{A}=\frac{2\times136\times10^{-3}\times10}{5\times10^{-4}}=5440Pa$$

۲ فشار هوا را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$$P_0=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_0=13/6\times10^3\times10\times0/76=101360Pa$$

۳ فشار کل خواهد شد:

$$P_{کل}=P_{دو\,مایع}+P_0\Rightarrow P_{کل}=5440+101360=108800Pa$$

B ۲۸۷ ۳

ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$$P_0=75cmHg\Rightarrow P_0=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_0=13500\times10\times\frac{75}{100}=101250Pa$$

در حالت اول فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{کف}=P_0+P_{مایع}\Rightarrow P_1=101250+\rho gh$$

$$P_1=101250+1250\times10\times\frac{10}{100}=102500Pa$$

در حالت دوم فشار وارد بر کف ظرف به اندازه $\Delta P=1/02P_1-P_1=0/02P_1$ افزایش یافته است که این افزایش به دلیل اضافه شدن مایع به چگالی $800kg/m^3$ است:

$$\rho'gh'=0/02P_1\Rightarrow800\times10\times h'=2050\Rightarrow h'=\frac{2050}{8}\times10^{-3}m=\frac{2050}{8}\times10^{-1}cm$$

حجم مایع اضافه شده برابر است با:

$$V=A\Delta h\Rightarrow V=20\times\frac{2050}{8}\times10^{-1}=\frac{2050}{4}=512/5cm^3$$

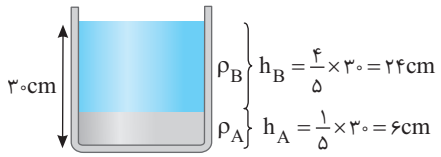
B ۲۸۸ **۳**

خط فکری اگر دو مایع A و B را درون ظرفی بریزیم، مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع دیگر روی آن قرار می‌گیرد. اما نکته مهم چیست؟ فشار وارد بر کف ظرف از طرف دو مایع با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید که نیروی F در آن مجموع نیروی وزن دو مایع است $P=\frac{W_A+W_B}{A}$. بنابراین اگر مایع‌ها را با هم مخلوط کنیم، فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. به همین دلیل به جملهٔ «با یکدیگر مخلوط کرده» توجهی نمی‌کنیم و مسئله را شبیه دو مایع که روی هم قرار دارند حل کنیم که در آن $\frac{۱}{۵}$ حجم کل، مربوط به مایع A و $\frac{۴}{۵}$ حجم کل مربوط به مایع B است.

۱ شکل زیر را رسم کرده و ارتفاع هر مایع را حساب می‌کنیم:

ارتفاع مایع A، $\frac{۱}{۵}$ ارتفاع کل مایع است. $h_A=\frac{۱}{۵}\times ۳۰=۶cm$

ارتفاع مایع B خواهد شد: $h_B=۳۰-۶=۲۴cm$



۲ اکنون فشار هر مایع را برحسب cmHg به دست می‌آوریم.

$\rho_A h_A=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۳/۴\times ۶=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۱/۵cm$

$\Rightarrow P_A=۱/۵cmHg$ ، $\rho_B h_B=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۱/۷\times ۲۴=۱۳/۶h_{Hg}$

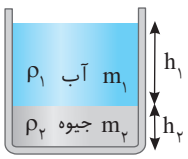
$\Rightarrow h_{Hg}=۳cm\Rightarrow P_B=۳cmHg$

۳ فشار کل مخلوط بر کف ظرف برابر است با:

$P=P_A+P_B=۱/۵+۳=۴/۵cmHg$

C ۲۸۹ **۲**

خط فکری ابتدا با توجه به یکسان بودن جرم آب و جیوه می‌توان یک رابطهٔ ریاضی بین $h_۱$ و $h_۲$ پیدا کرد و سپس با توجه به فرض مسئله رابطه $h_۱+h_۲=۷۳$ را نوشته و یک دستگاه دو معادله دو مجهول را حل کرد.



جرم آب و جیوه برابر است. از این رو:

$m_۱=m_۲\Rightarrow \rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\Rightarrow \rho_۱Ah_۱=\rho_۲Ah_۲$

$\Rightarrow ۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\Rightarrow h_۱=۱۳/۶h_۲$

با توجه به فرض مسئله $h_۱+h_۲=۷۳cm$ است، بنابراین دستگاه زیر را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\\ h_۱+h_۲=۷۳\end{cases}\Rightarrow ۱۳/۶h_۲+h_۲=۷۳\Rightarrow ۱۴/۶h_۲=۷۳\Rightarrow h_۲=۵cm$$

چون ارتفاع جیوه ۵cm است، پس فشار آن ۵cmHg است. از طرفی وزن آب و جیوه در مسأله یکسان است. پس فشار آب نیز ۵cmHg است و فشار وارد بر کف ظرف برابر است با: $P_{کل}=P_۱+P_۲=۱۰cmHg$

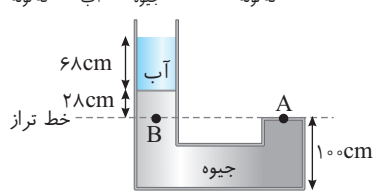
B ۲۹۰ **۳**

فشار ارتفاع ۶۸ سانتی‌متر آب را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$P_{آب}=\rho_{آب}gh=\rho_{جیوه}gh'\Rightarrow h'=\frac{۱}{۱۳/۶}\times ۶۸=۵cm$

در لولهٔ زیر فشار نقاط A و B را که روی یک خط تراز هستند برابر قرار می‌دهیم:

$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=P_{آب}+P_{جیوه}+P_۰\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=۵+۲۸+۷۷=۱۱۰cmHg$

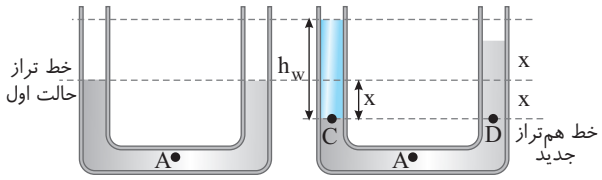


C ۲۹۱ **۱**

ابتدا باید ارتفاع آب اضافه شده را به‌دست آورد

$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۶۸}{۱}cm^۳$

$\Rightarrow V=Ah_W\Rightarrow ۲\times h_W=۶۸\Rightarrow h_W=۳۴cm$



وقتی مطابق شکل در شاخهٔ سمت چپ آب بریزیم، اگر جیوه در این شاخه به اندازهٔ x از خط تراز حالت اول پایین برود از شاخهٔ دیگر به اندازه x از خط تراز حالت اول بالا می‌رود. خط تراز جدید را رسم می‌کنیم و فشار نقاط C و D واقع بر این خط را مساوی قرار می‌دهیم. فشار نقطه C برابر فشار ستون ۳۴cm آب و فشار هواست و فشار نقطهٔ D برابر فشار ستون ۲x cm جیوه و فشار هواست.

$P_C=P_D\Rightarrow P_۰+\rho_W gh_W=P_۰+\rho_{Hg}gh_D\Rightarrow \rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}$

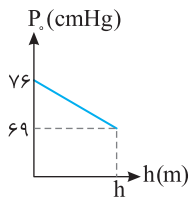
$\Rightarrow ۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۳۴}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times (۲x)\Rightarrow ۲x=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow x=\frac{۱}{۸۰}m=۱/۲۵cm$

A ۲۹۲ **۳**

با توجه به نمودار کاهش فشار از سطح زمین تا ارتفاع h برابر است با:

$\Delta P=۷۶-۶۹=۷cmHg$

اکنون می‌توان مقدار h را حساب کرد.



$\Delta P=\rho_{هوا}g(h-۰)\Rightarrow \rho_{Hg}g(\frac{۷}{۱۰۰})=\rho_{هوا}gh$

$\Rightarrow ۱۴\times ۱۰^۳\times \frac{۷}{۱۰۰}=۱\times h\Rightarrow h=۹۸۰m$

A ۲۹۳ **۳**

خط فکری با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد و اختلاف فشار بین دو نقطه در هوا برابر $\Delta P=\bar{\rho}g\Delta h$ است که $\bar{\rho}$ چگالی متوسط بین آن دو نقطه است.

۱ اختلاف فشار $\Delta P_۱$ برابر است با:

$\Delta P_۱=\bar{\rho}g\Delta h_{AB}\Rightarrow \Delta P_۱=\bar{\rho}g۵۰۰۰$

۲ اختلاف فشار $\Delta P_۲$ برابر است با:

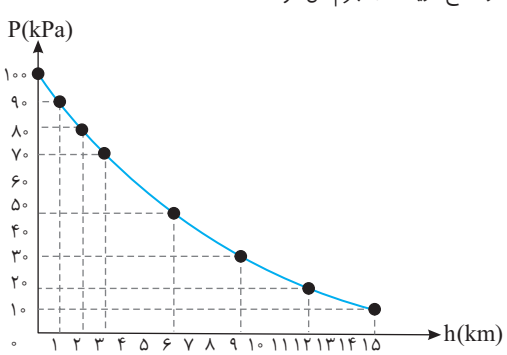
$\Delta P_۲=\bar{\rho}'g\Delta h_{BC}\Rightarrow \Delta P_۲=\bar{\rho}'g۵۰۰۰$

۳ با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین $\bar{\rho}'<\bar{\rho}$ است:

$\bar{\rho}'g۵۰۰۰<\bar{\rho}g۵۰۰۰\Rightarrow \Delta P_۲<\Delta P_۱$

A ۲۹۴ **۴**

به نمودار دقت کنید، در سطح دریای آزاد فشار ۱۰۰kPa (۱ bar) و در ارتفاع ۱۲km فشار ۲۰kPa است. یعنی فشار در ارتفاع ۱۲km، ۲۰ درصد فشار در سطح دریای آزاد است و ۸۰ درصد فشار هوا کاسته شده است. بنابراین جرم هوای موجود تا ارتفاع ۱۲km از سطح دریا، ۸۰٪ جرم کل هواست.



A ۲۹۵ ۳

هـرگاه یک جوسـنج را به بـالای کوه ببریـم به دلیل کاهش فشار هوا در بالای کوه، ارتفاع ستون جیوه در جوسـنج کاهش می‌یابد و گزارهٔ (الف) درست است.

یک جوسـنج (بارومتر) همواره فشـار هوای محیط را نشـان می‌دهد و دو برابر کردن سطح مقطع لولهٔ آن تأثیـری در ایـن اندازه‌گیری ندارد و هم‌چنان فشـار هـوای محیط یعنی ۷۴cmHg را نشـان می‌دهـد و ارتفاع تغییر نمی‌کنـد و گزارهٔ (ب) نادرسـت اسـت. اگر به جای جیوه از مایعی با چگالی کمتر استفاده شود برای آنکه فشار سـتون مایع با فشـار هوای محیط برابر شـود، سـتون مایع باید ارتفاع بیشتری نسبت به حالت جیوه داشته باشد و گزارهٔ (پ) درست است.

B ۲۹۶ ۳

خط فکری این سـؤال در واقع تکـرار آزمایش توریچلی با دو لوله با قطرهای متفاوت اسـت. در این آزمایـش در هر دو لوله ارتفاع جیوه بیانگر فشـار هوا برحسب cmHg است.

فشار هوای محیط ۷۶cmHg است، بنابراین در هر دو لوله ارتفاع ستون جیوه ۷۶cm است. از این رو حجم جیوه در دو لوله خواهد شد:

$$V=\pi r^2 h \Rightarrow \begin{cases} V_A=\pi(r_A)^2 h_A \\ V_B=\pi(r_B)^2 h_B \end{cases} \xrightarrow[r_A=2r_B]{h_A=h_B} \frac{V_A}{V_B}=\frac{(2r_B)^2}{r_B^2}=4 \Rightarrow V_A=4V_B$$

بازی با سؤال **درون لولهٔ فشارسنجی که قطر مقطع آن یک سانتی‌متر است، تا ارتفاع ۶۵ سانتی‌متر جیوه وجود دارد. در فشارسنج دیگری که قطر مقطع لولهٔ آن $\frac{1}{2}$ سانتی‌متر است. ارتفاع ستون جیوه در همان مکان چند سانتی‌متر می‌شود؟**

۱) ۳۲/۵ ۲) ۶۵ ۳) ۱۳۰ ۴) $65\sqrt{2}$

گزینهٔ ۲

B ۲۹۷ ۲

خط هم‌تراز را رسـم می‌کنیم. بـا توجه به خط هم‌تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است.

۱ فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا است.

۲ فشـار در نقطـهٔ B حاصـل از ارتفـاع $200-20=180cm$ سـتون مایع است.

بنابراین: $P_A=P_B \Rightarrow P_\circ=\rho_{مایع} g\frac{180}{100}$

فشـار هوا برابر ۷۲cmHg اسـت، در واقع فشار هوا با فشـار حاصل از ارتفاع ۷۲cm جیوه یعنی $\rho_{Hg} g\frac{72}{100}$، برابر است.

$$\rho_{Hg} g\frac{72}{100}=\rho_{مایع} g\frac{180}{100} \xrightarrow{\text{از } g \text{ دو طرف ساده می‌شود}} 13500\times\frac{72}{100}=\rho_{مایع}\times\frac{180}{100} \Rightarrow \rho_{مایع}=5400 kg/m^3$$

B ۲۹۸ ۳

در لولهٔ سـمت راسـت ارتفاع قائم جیوه ۷۵cm اسـت و فشـار نقاط A و B با هم برابر است، از این‌رو:

$$P_A=P_B \Rightarrow P_{گاز}+P_{جیوه}=P_\circ \Rightarrow$$

اگر گاز وجود نداشته باشد $\rightarrow P_\circ=P_{جیوه}=75cmHg$

اگر گاز در بالای لوله محبوس باشد $\rightarrow P_\circ>75cmHg$

A ۲۹۹ ۲

یادآوری فشار مایع به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

فشـار جو برابر ۷۵cmHg اسـت، از این رو ارتفاع قائم جیوهٔ درون لوله برابر ۷۵cm خواهد بود با توجه به شکل مقدار L خواهد شد:

$$\sin 30^\circ=\frac{h}{L}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ=\frac{75}{L} \Rightarrow L=150cm$$

B ۳۰۰ ۱

خط فکری هنگامی که مایع تمام لوله را پر کرده است از طرف مایع بر ته لوله فشار وارد می‌شود. در این سـؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشـیم، فشـار در نقطهٔ M حاصل از فشار ستون مایع و فشار وارد بر ته لوله است:

$$P_N=P_M \Rightarrow P_\circ=P_{مایع}+P_{ته\ لوله}$$

نقاط A و B هم‌ترازند و فشار در آن‌ها یکسان است:

$$P_B=P_A \Rightarrow 76=46+P_{ته\ لوله}$$

$$\Rightarrow P_{ته\ لوله}=30cmHg$$

این فشار را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho gh \Rightarrow P=13600\times 10\times\frac{3}{10}=3\times 13/6\times 10^3 Pa$$

بنابراین نیروی وارد بر ته لوله برابر است با:

$$F=PA \Rightarrow F=3\times 13/6\times 10^3\times 2/5\times 10^{-4}=10/2N\approx 10N$$

B ۳۰۱ ۴

با سـوراخ شـدن انتهای لوله، بر جیوهٔ درون لوله فشار هوا وارد می‌شود و فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف با فشار هوای وارد بر جیوهٔ درون لوله برابر شده و جیوهٔ درون لوله، درون ظرف تخلیه می‌شود.

B ۳۰۲ ۴

به شکل (۱) نگاه کنید چرا جیوه پایین نمی‌رود؟ زیرا مقداری گاز زیر جیوه محبوس است و فشار گاز در این حالت برابر است با مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه:

$$P_1=P_\circ+P_{Hg} \qquad (I)$$

در شـکل (۲) جیوه از لوله بیرون نمی‌ریزد، زیرا فشـار هوا مانع بیرون ریختن جیوه می‌شود، یعنی فشار هوا برابر مجموع فشار گاز محبوس و فشار ستون جیوه است:

$$P_\circ=P_2+P_{Hg} \Rightarrow P_2=P_\circ-P_{Hg} \qquad (II)$$

در شـکل (۳) لوله افقی اسـت به همین دلیل فشار دو طرف جیوه با هم برابر اسـت و فشـار هوا با فشـار گاز محبوس برابر است:

$$P_3=P_\circ \qquad (III)$$

با توجه به روابط (I)، (II) و (III) خواهیم داشت: $P_1>P_3>P_2$

بازی با سؤال **به وسـیلهٔ ۲cm جیـوه، مقداری هـوا درون لولـهٔ افقی محبوس شـده اسـت. هرگاه لوله را به صورت قائم در آوریم و جیوه نریزد فشار هوای محبوس شده چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۲ سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد.

۲) ۲ سانتی‌متر جیوه کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

گزینهٔ ۴

A ۳۰۳ ۳

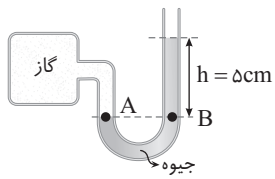
خط فکری ۱ در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم.

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز و فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار حاصل از ستون ۵cm مایع است.

۲ فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوای بیرون (P_0) است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = P_0 + \rho gh \xrightarrow{P_g = P_{گاز} - P_0} P_g = \rho gh$$

$$\Rightarrow P_g = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow P_{پیمانه‌ای} = ۶۸۰۰Pa$$

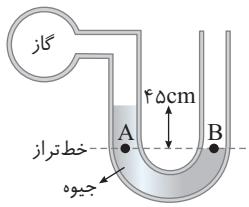


A ۳۰۴ ۱

خط فکری خط تراز را می‌کشیم. فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است. در شاخهٔ سمت راست در نقطهٔ B، فشار برابر فشار هوای محیط $P_B = P_0$ و در شاخهٔ سمت چپ در نقطهٔ A، فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون ۴۵cm جیوه است. فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + P_{جیوه} = P_0 \Rightarrow P_{گاز} = P_0 - P_{Hg} \xrightarrow{P_{Hg} = \rho_{Hg} g h_{Hg}}$$

$$P_{گاز} = ۱۰^۵ - ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴۵}{۱۰۰} \Rightarrow P_{گاز} = ۳۸۸۰۰Pa$$



B ۳۰۵ ۴

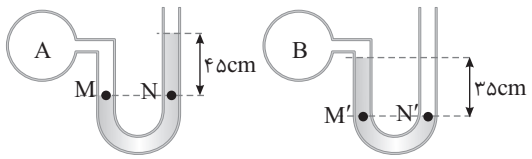
با توجه به خط تراز برای مخزن A داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_0 + P_{جیوه} \Rightarrow P_A = ۷۵ + ۴۵ = ۱۲۰cmHg$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_B + P_{جیوه} = P_0 \Rightarrow P_B + ۳۵ = ۷۵ \Rightarrow P_B = ۴۰cmHg$$

بنابراین نسبت فشار مخزن A به فشار مخزن B برابر است با: $\frac{P_A}{P_B} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳$

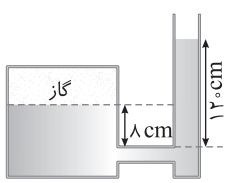


شکل (۲) شکل (۱)

میانبر در شکل (۱) فشار گاز درون مخزن بیشتر از فشار هواست و جیوه را در شاخهٔ سمت راست بالا برده است. $P_{گاز} = P_0 + P_{جیوه}$

در شکل (۲) فشار هوا از فشار گاز درون مخزن بیشتر است و جیوه را در شاخهٔ سمت چپ بالا برده است. $P_{جیوه} = P_0 - P_{گاز}$

بازی با سؤال **در شکل مقابل، مایع درون ظرف جیوه است. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار گاز درون محفظه چند سانتی‌متر جیوه است؟**

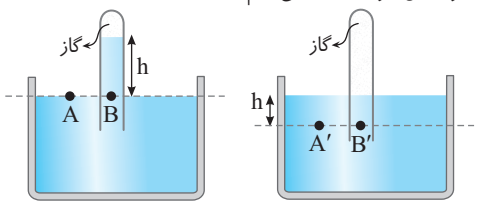


۱) ۴۵ ۲) ۸۳ ۳) ۱۷۵ ۴) ۱۸۷

گزینهٔ ۴

A ۳۰۶ ۲

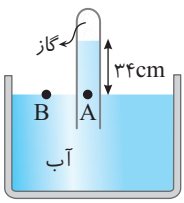
خط فکری در سؤالاتی که لوله‌ای به طور وارون درون یک ظرف قرار می‌گیرد نیز از خط تراز برای حل سؤال استفاده می‌کنیم.



$P_A = P_B$ $P_{A'} = P_{B'}$

$P_0 = P_{گاز} + \rho gh$ $P_0 + \rho gh = P_{گاز}$

۱ ابتدا فشار ستون ۳۴ سانتی‌متری آب را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:



$$\rho_W gh_W = \rho_{Hg} gh_{Hg}$$
$$\Rightarrow ۱ \times ۳۴ = ۱۳/۶ h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۲/۵cm$$
$$\Rightarrow P_{آب} = ۲/۵cmHg$$

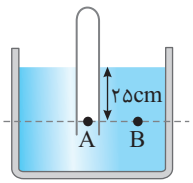
۲ فشار در نقاط A و B که روی یک خط تراز قرار دارند برابر است از این‌رو:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + P_{آب} = P_0 \xrightarrow{P_{گاز} = ۷۲cmHg} P_0 = ۷۲ + ۲/۵ = ۷۴/۵cmHg$$

B ۳۰۷ ۳

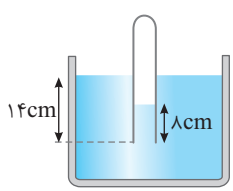
$P_A = P_B$ با توجه به خط تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است:

فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری مایع است:



$$P_{گاز} = P_0 + \rho gh \xrightarrow{\rho = ۲g/cm^۳ = ۲۰۰۰kg/m^۳}$$
$$P_{گاز} = ۱۰^۵ + ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰}$$
$$P_{گاز} = ۱۰۵ \times ۱۰^۳ Pa = ۱۰۵kPa$$

بازی با سؤال **مطابق شکل، دهانهٔ لولهٔ قائمی تا عمق ۱۴ سانتی‌متر درون مایعی به چگالی $۰/۹g/cm^۳$ فرو برده شده است. اگر ارتفاع مایع در داخل لوله ۸ سانتی‌متر باشد، فشار هوای داخل لوله چند سانتی متر جیوه است؟ (فشار هوا ۷۶cmHg و $\rho_{جیوه} = ۱۳/۵g/cm^۳$ است.)**



۱) ۷۵/۵ ۲) ۷۵/۶ ۳) ۷۶/۴ ۴) ۷۶/۵

گزینهٔ ۳

B ۳۰۸ ۱

خط فکری ابتدا به کمک نیروی وارد بر کف، فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم. فشار به‌دست آمده مجموع فشار ارتفاع ۱۸cm = ۸ + ۱۰ جیوه و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع و فشار گاز است. فشار مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$F = PA \Rightarrow ۶۸۰ = P \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow P = ۳۴۰۰۰Pa$$

۲ اکنون فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$P = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow ۳۴۰۰۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۰/۲۵m = ۲۵cm$$

پس فشار وارد بر کف ظرف برابر ۲۵cmHg است.

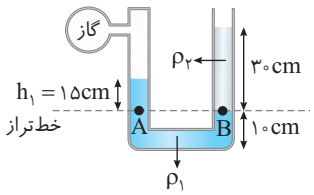
۳ از طرفی ارتفاع جیوه در ظرف ۱۸cm = ۸ + ۱۰ بوده، بنابراین فشار گاز بالای لوله برابر است با:

$$P = P_{گاز} + P_{جیوه} \Rightarrow P_{گاز} = ۲۵ - ۱۸ = ۷cmHg$$

B ۳۰۹ ۱

خط فکری فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر اختلاف فشار مخزن گاز (P_G) و فشار هوا $(P_\circ)$ است $(P_g = P_G - P_\circ)$. بنابراین در حل این مسئله نیازی به دانستن فشار هوا و فشار مخزن گاز نیست.

۱ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار در نقاط هم‌تراز A و B را برابر قرار می‌دهیم:



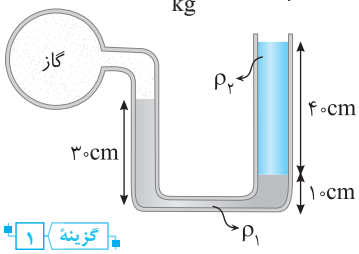
$$P_A = P_B$$
$$\Rightarrow P_{گاز} + \rho_1 g h_1 = P_\circ + \rho_2 g h_2$$
$$\Rightarrow P_{گاز} - P_\circ = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

۲ اکنون فشار پیمانه‌ای خواهد شد:

$$P_g = P_{گاز} - P_\circ = 2000 \times 10 \times \frac{30}{100} - 1000 \times 10 \times \frac{15}{100} = 1500 Pa$$: فشار پیمانه‌ای

بازی با سوال **درون یک لولهٔ U شکل که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است جیوه به چگالی $\rho_1 = 13/6 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ و مایعی با چگالی ρ_2 قرار دارد. اگر فشار مخزن ۸۰kPa باشد، ρ_2 در SI کدام است؟** $(P_\circ = 10^5 Pa, g = 10 \frac{N}{kg})$

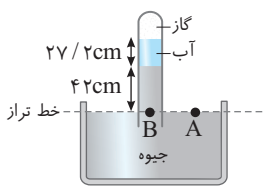
۱) ۱۸۰۰
۲) ۳۶۰۰
۳) ۱/۸
۴) ۳/۶



گزینهٔ ۱

B ۳۱۰ ۴

۱ نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن هم‌فشارند. فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار جیوه، فشار آب و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. اکنون فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ = P_{گاز} + P_{آب} + P_{جیوه}$$

۲ فشار آب برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

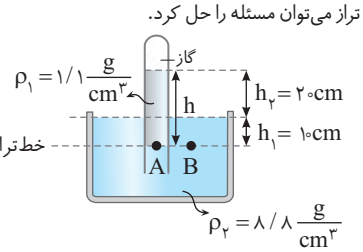
$$P_{آب} = \frac{(\rho h)_{آب}}{\rho_{جیوه}} = \frac{1 \times 27/2}{13/6} = 2 cmHg$$

۳ بنابراین خواهیم داشت:

$$72 = 42 + 2 + P_{گاز} \Rightarrow P_{گاز} = 28 cmHg$$

B ۳۱۱ ۴

خط فکری فشار پیمانه‌ای گاز خواسته شده است یعنی $P_g = P_G - P_\circ$، بنابراین با رسم یک خط تراز می‌توان مسئله را حل کرد.



۱ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_B$$

۲ فشار نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون مایع $h = 20 + 10 = 30 cm$ به چگالی ρ_1 است.

$$P_A = P_{گاز} + \rho_1 gh$$

۳ فشار نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h_1 = 10cm$ مایع ρ_2 است.

$$P_B = P_\circ + \rho_2 g h_2$$

۴ اکنون می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + \rho_1 gh = P_\circ + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \underbrace{P_{گاز} - P_\circ}_{P_g} = \rho_2 g h_2 - \rho_1 gh$$

$$P_g = 8/8 \times 10^3 \times 10 \times 0/1 - 1/1 \times 10^3 \times 10 \times 0/3 \Rightarrow P_g = 5/5 \times 10^3 Pa = 5/5 kPa$$

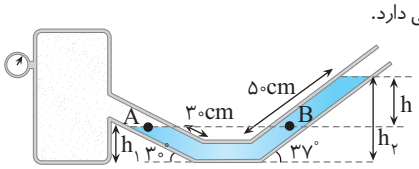
A ۳۱۲ ۳

فشار درون لاستیک که توسط فشارسنج اندازه‌گیری می‌شود، فشار پیمانه‌ای هوای درون لاستیک $(P_g = P_G - P_\circ)$ است و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است./ هر $1 atm$ برابر $10^5 Pa = 100 kPa$ است، بنابراین $220 kPa$ برابر $2/2 atm$ است و گزینهٔ (۲) نادرست است. / بنابراین گزینهٔ (۳) درست است اما آن را حساب می‌کنیم.

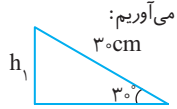
$$P = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 220 \times 10^3 = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h_{Hg} \Rightarrow$$
$$h_{Hg} \approx 1/62 m \Rightarrow P = 162 cmHg$$

A ۳۱۳ ۱

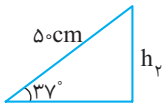
خط فکری ابتدا باید بدانیم که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای $(P_g = P_G - P_\circ)$ را اندازه‌گیری می‌کند. مطلب بعدی که باید یادمان باشد این است که فشار مایع به ستون قائم آن بستگی دارد.



۱ ارتفاع قائم مایع در هر لوله را به کمک مثلثات به‌دست می‌آوریم:



$$\sin 30^\circ = \frac{h_1}{30} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_1}{30} \Rightarrow h_1 = 15 cm$$



$$\sin 37^\circ = \frac{h_2}{50} \Rightarrow 0/6 = \frac{h_2}{50} \Rightarrow h_2 = 30 cm$$

۲ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم. $P_A = P_B$

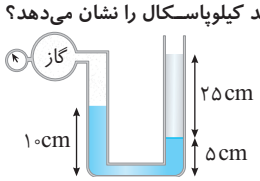
۳ فشار نقطهٔ A همان فشار مخزن گاز است. $P_A = P_G$

۴ فشار نقطهٔ B فشار هوای محیط به اضافهٔ فشار ستون h مایع است که $h = h_2 - h_1 = 30 - 15 = 15 cm$ است. $P_B = P_\circ + P_h$

۵ سرانجام می‌نویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_G = P_\circ + P_h$$
$$\Rightarrow P_G - P_\circ = P_h \Rightarrow P_g = \rho gh = 800 \times 10 \times \frac{15}{100} \Rightarrow P_g = 1200 Pa$$

بازی با سوال **درون لولهٔ U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است. دو مایع به چگالی $\rho_1 = 1200 kg/m^3$ و $\rho_2 = 900 g/lit$ قرار دارد. فشارسنج بوردون متصل به مخزن فشار چند کیلوپاسکال را نشان می‌دهد؟** $(P_\circ = 10^5 Pa, g = 10 N/kg)$

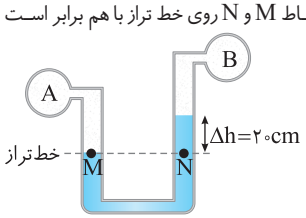


۱) ۱/۶۵
۲) ۱۰۱/۵۵۰
۳) ۱۰۴/۵۵۰
۴) ۴/۵۵۰

گزینهٔ ۱

A ۳۱۴ ۳

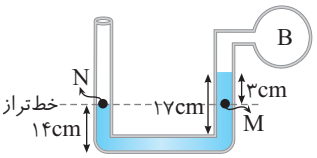
ابتدا خط هم‌تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط M و N روی خط تراز با هم برابر است بنابراین:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh$$
$$P_A - P_B = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h$$
$$\Delta P = 1000 \times 10 \times \frac{20}{100} = 2000 Pa$$

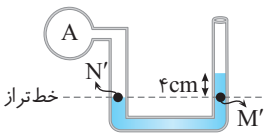
B ۳۱۵ ۴

۱ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن B، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن B را به‌دست می‌آوریم:



$$P_N = P_M$$
$$\Rightarrow P_\circ = P_B + \rho g \Delta h$$
$$\Rightarrow P_B = P_\circ - ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۳}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_B = P_\circ - ۲۰۴۰ Pa$$

۲ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن A، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن A را به‌دست می‌آوریم:



$$P_{N'} = P_{M'}$$
$$\Rightarrow P_A = P_\circ + \rho g \Delta h'$$
$$\Rightarrow P_A = P_\circ + ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_A = P_\circ + ۲۷۲۰ Pa$$

۳ حال اختلاف فشار مخزن A و B را حساب می‌کنیم:

$$P_A - P_B = (P_\circ + ۲۷۲۰) - (P_\circ - ۲۰۴۰) \Rightarrow \Delta P_{AB} = ۴۷۶۰ Pa$$

۴ این فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P_{AB} = \rho g h_{Hg} \Rightarrow ۴۷۶۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h_{Hg}$$
$$\Rightarrow h_{Hg} = ۳/۵ \times ۱۰^{-۲} m = ۳/۵ cmHg$$

B ۳۱۶ ۴

خط فکری فشار در نقطهٔ A برحسب cmHg خواسته شده است، بنابراین ابتدا فشار ستون ۱۰cm مایع بالای خط تراز و همچنین فشار ستون ۳/۴ متری آب را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم. سپس به کمک خط تراز مسئله را حل می‌کنیم.

۱ فشار ستون ۱۰cm مایع برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} g h_{Hg}$$
$$\xrightarrow[\rho_{Hg} = ۱۳/۶ g/cm^۳]{\rho_{\text{مایع}} = ۶/۸ g/cm^۳} ۶/۸ \times ۱۰ = ۱۳/۶ \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۵ cm$$

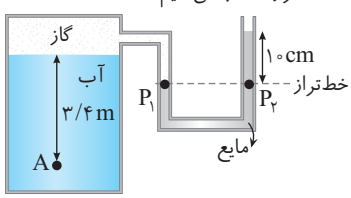
بنابراین فشار مایع $P_{\text{مایع}} = ۵ cmHg$ است.

۲ فشار ستون ۳/۴m آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho_W g h_W = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow ۱ \times ۳/۴ = ۱۳/۶ h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{۱}{۴} m = ۲۵ cm$$

بنابراین فشار آب نیز برابر ۲۵cmHg می‌شود.

۳ فشار گاز درون مخزن را به کمک خط تراز حساب می‌کنیم.



$$P_۱ = P_۲$$
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_\circ + P_{\text{مایع}} = ۷۵ + ۵$$
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۸۰ cmHg$$

۴ فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ۳/۴m آب است.

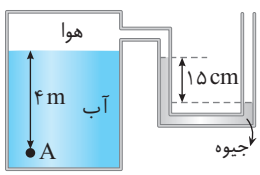
$$P_A = P_{\text{آب}} + P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_A = ۲۵ + ۸۰ \Rightarrow P_A = ۱۰۵ cmHg$$

میانبر فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون ۳/۴m آب، فشار ستون ۱۰cm مایع و فشار هواست.

$$P_A = P_W + P_{\text{مایع}} + P_\circ$$

بازی با سؤال فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب $۱۰۰۰ kg/m^۳$، چگالی جیوه $۱۳۶۰۰ kg/m^۳$، فشار هوای بیرون $۱۰^۵ Pa$ و $g = ۱۰ N/kg$ است.) تجربی - ۹۴

۱) ۷۹/۶ ۲) ۱۱۹/۶ ۳) ۶۸/۴ ۴) ۱۲۰/۴

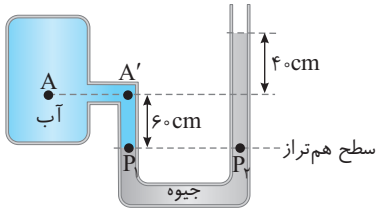


گزینهٔ ۲

B ۳۱۷ ۳

با توجه به شکل سطح هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در سطح‌های هم‌تراز در یک مایع برابر است. از طرفی فشار $P_۱$ برابر مجموع فشار در سطح A و فشار ستون ۶۰cm آب است و فشار $P_۲$ برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۱۰۰cm جیوه است.

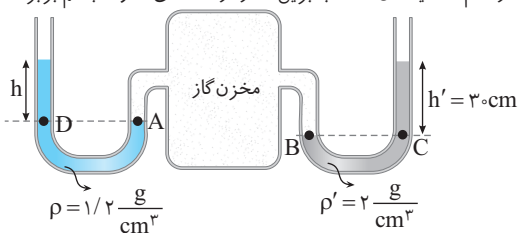
$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow P_A + \rho_W g h_W = P_\circ + \rho_{Hg} g h_{Hg}$$
$$\Rightarrow P_A - P_\circ = \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho_W g h_W$$
$$P_A - P_\circ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۱ - ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ \Rightarrow$$
$$P_A - P_\circ = ۱۳۶۰۰۰ - ۶۰۰۰ = ۱۳۰۰۰۰ Pa = ۱۳۰ kPa$$



$$P_A = P_{A'}$$

B ۳۱۸ ۱

خط فکری مهم‌ترین نکته‌ای که باید به آن دقت کرد این است که فشار گاز در یک محفظه در تمام نقاط یکسان است، بنابراین فشار در نقطه‌های A و B با هم برابر است.



۱ در سمت راست خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط B و C را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_B = P_C \Rightarrow P_B = \rho' g h' + P_\circ \qquad (۱)$$

۲ در سمت چپ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و D را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_D \Rightarrow P_A = \rho g h + P_\circ \qquad (۲)$$

۳ گفتیم فشار در تمام نقاط یک مخزن گاز برابر است از این رو:

$$P_A = P_B \xrightarrow{(۱),(۲)} \rho g h + P_\circ = \rho' g h' + P_\circ$$
$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow ۱/۲ h = ۲ \times ۳۰ \Rightarrow h = ۵۰ cm$$

B ۳۱۹ ۲

فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز A و B یکسان است، از این رو:

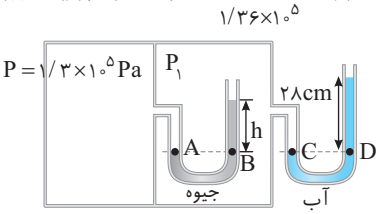
$$P = P_۱ + \rho g h \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ = P_۱ + ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h \qquad (۱)$$
$$\Rightarrow P_۱ = ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h$$

فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز C و D یکسان است. بنابراین:

$$P_۱ = P_\circ + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow P_۱ = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲} \qquad (۲)$$

سمت چپ رابطهٔ (۱) و (۲) برابر است از این رو مقدار سمت راست این رابطه‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

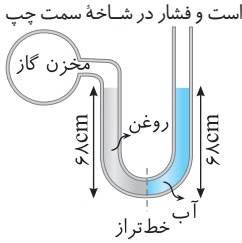
$$(۲),(۱) \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲}$$
$$\Rightarrow ۰/۳ \times ۱۰^۵ - ۲۸۰۰ = ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h \Rightarrow h = \frac{۰/۲۷۲ \times ۱۰^۵}{۱/۳۶ \times ۱۰^۵} = ۰/۲ m = ۲۰ cm$$



B ۳ ۳۲۰

خط فکری ارتفاع آب و روغن در دو شاخه یکی است. فشار پیمانه‌ای (P_g) نیز اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. خط تراز در این مسئله پایین‌ترین نقطهٔ لولهٔ U شکل در محل تماس آب و روغن است.

فشار در شاخهٔ سمت راست با فشار در شاخهٔ سمت چپ برابر است. فشار در شاخهٔ سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است و فشار در شاخهٔ سمت چپ مجموع فشار گاز و ستون روغن است.



$$P_{چپ}=P_{راست}\Rightarrow P_{گاز}+P_O=P_\circ+P_W$$
$$\Rightarrow \underbrace{P_{گاز}-P_\circ}_{P_g}=P_W-P_O\Rightarrow P_g=P_W-P_O$$

$$P_g=\rho_W gh_W-\rho_O gh_O=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۶۸}{۱۰۰}-۸۰۰\times۱۰\times\frac{۶۸}{۱۰۰}$$
$$P_g=۶۸۰\times۱۰-۶۸۰\times۸=۶۸۰\times۲=۱۳۶۰Pa$$

این فشار را به cmHg تبدیل می‌کنیم.

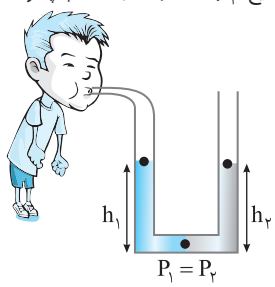
$$P_g=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_{cmHg}=\frac{۱۳۶۰}{۱۳۶۰۰\times۱۰}\times۱۰۰=۱\ cmHg=۱۰mmHg$$

میانبر از همان ابتدا می‌توانستیم بفهمیم اختلاف فشار گاز و فشار هوا یعنی فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار ستون آب و روغن است و بنویسیم.

$$P_g=\rho_W gh_W-\rho_O gh_O$$

B ۳ ۳۲۱

خط فکری چگالی مایع $\rho_۲$ بیشتر است، بنابراین اگر شیر را باز کنیم مایع $\rho_۲$ ته‌نشین می‌شود و مایع $\rho_۱$ را در سمت چپ به بالا هل می‌دهد. برای آن که مایع‌ها در وضعیت قبل از باز شدن شیر باقی بمانند، باید از شاخهٔ سمت چپ در آن دمید و فشار این دمیدن باید با اختلاف فشار شاخهٔ سمت راست و سمت چپ برابر باشد. بنابراین فشار سمت راست لوله، مجموع فشار هوا و فشار مایع $\rho_۲$ است و فشار سمت چپ لوله، فشار دمیدن به‌اضافهٔ فشار مایع $\rho_۱$ است.



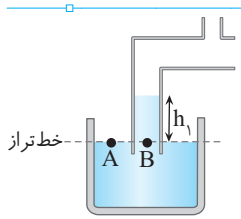
$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{شخص}+\rho_۱gh_۱=P_\circ+\rho_۲gh_۲$$
$$\Rightarrow \underbrace{P_{شخص}-P_\circ}_{\text{فشار پیمانه‌ای}}=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$$
$$\Rightarrow P_g=۱۵۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}-۱۴۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_g=۵۰۰Pa$$

میانبر فشار پیمانه‌ای دمیدن در این لوله برابر است با:

$$P_g=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$$

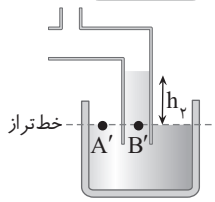
B ۴ ۳۲۲

ابتدا برای ظرف حاوی آب خط تراز می‌کشیم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_\circ=\rho_{آب}gh_۱+P_{شخص}$$

هم‌چنین در ظرف حاوی الکل داریم:



$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P_\circ=\rho_{الکل}gh_۲+P_{شخص}$$

سمت چپ دو معادله با هم برابر است، بنابراین سمت راست دو معادله نیز با هم برابر است:

$$\rho_{آب}gh_۱=\rho_{الکل}gh_۲\Rightarrow h_۱=\circ/۸h_۲$$
$$\Delta h=۱\circ cm\Rightarrow h_۲-h_۱=۱\circ\Rightarrow \circ/۲h_۲=۱\circ\Rightarrow h_۲=۵\circ cm$$

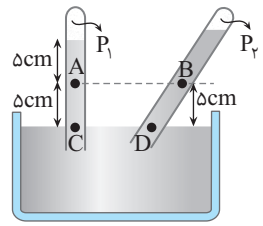
فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار هوای درون ریه شخص و فشار هواست. با توجه به ظرف حاوی الکل فشار پیمانه‌ای شخص را حساب می‌کنیم:

$$P_\circ=\rho_{الکل}gh_۲+P_{شخص}\Rightarrow P_{شخص}-P_\circ=-\rho_{الکل}gh_۲\Rightarrow$$
$$P_{پیمانه‌ای}=-۸۰۰\times۱۰\times\frac{۵\circ}{۱۰۰}=-۴۰۰۰Pa$$

B ۳ ۳۲۳

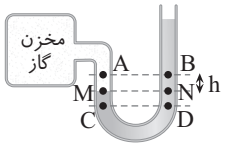
یادآوری فشار مایع ناشی از ارتفاع قائم مایع است و کج بودن لوله مهم نیست.

به شکل نگاه کنید. فشار نقاط C و D که روی یک خط تراز قرار دارند باهم برابر است. نقطه A، ۵cm از نقطهٔ C بالاتر و نقطهٔ B نیز ۵cm از نقطهٔ D بالاتر است. یعنی اگر از نقطهٔ C به نقطهٔ A برویم و یا از نقطهٔ D به نقطهٔ B برویم مقدار کاهش فشار یکسان است. بنابراین در نقطه‌های A و B نیز فشارها با هم برابر است و اختلاف فشار این دو نقطه صفر است.



B ۲ ۳۲۴

۱ نقاط C و D هم‌تراز هستند و در یک مایع قرار دارند، پس $P_C=P_D$ است.



۲ فشار در نقطهٔ A برابر فشار مخزن گازی است، همچنین اگر خط تراز بکشیم فشار نقاط M و N باهم برابراست. فشار در نقطهٔ M برابرفشار مخزن گازی یا همان فشار در نقطهٔ A است:

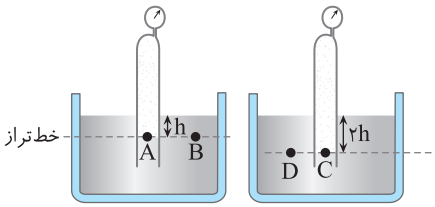
$$\begin{cases}P_M=P_N & \text{نقاط هم‌تراز}\\ P_M=P_A\end{cases}\Rightarrow P_N=P_A$$

نقطهٔ B به اندازهٔ h بالاتر از نقطهٔ N قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ B به اندازهٔ ρgh از فشار N کمتر است.

$$P_B=P_N-\rho gh\xrightarrow{P_N=P_M=P_A}P_B=P_A-\rho gh\Rightarrow P_A>P_B$$

C ۱ ۳۲۵

یادآوری فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_\circ)$ را اندازه‌گیری می‌کند.



(۱) $\rho_۱=\rho_{Hg}$ (۲) $\rho_۲=\frac{\rho_{Hg}}{۳}$

در شکل (۱) فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{۱G}=P_\circ+P_h\Rightarrow \underbrace{P_{۱G}-P_\circ}_{P_{۱g}}=P_h\Rightarrow P_{۱g}=\rho_{Hg}gh$$

در شکل (۲) فشار نقاط C و D روی خط تراز برابر است:

$$P_C=P_D\Rightarrow P_{۲G}=P_\circ+P_{۲h}\Rightarrow \underbrace{P_{۲G}-P_\circ}_{P_{۲g}}=P_{۲h}\Rightarrow P_{۲g}=\frac{\rho_{Hg}g(۲h)}{۳}$$

بنابراین اختلاف فشاری که دو فشارسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

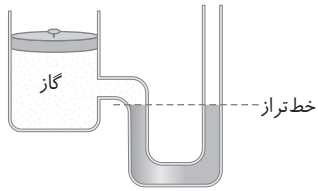
$$P_{۱g}-P_{۲g}=\rho_{Hg}gh-\frac{\rho_{Hg}}{۳}g(۲h)\Rightarrow P_{۱g}-P_{۲g}=\frac{۱}{۳}\rho_{Hg}gh$$

بنابراین اختلاف فشار برحسب cmHg برابر $\frac{۱}{۳}h$ است.

B ۳ ۳۲۶

خط فکری در ابتدا ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله یکسان است و این یعنی فشار گاز درون مخزن و فشار هوای محیط یکسان است. وقتی وزنه را روی پیستون قرار می‌دهیم، فشاری برابر $\frac{W}{A}$ به گاز وارد می‌شود و این افزایش فشار سبب می‌گردد که جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته و در شاخهٔ سمت راست بالا برود. مثل همیشه خط تراز را رسم کرده، مسئله را حل می‌کنیم.

حالت اول: فشار هوای محیط و فشار گاز برابر است. $P_{\text{گاز}} = P_\circ$

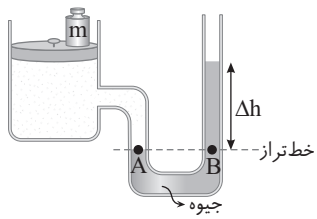


حالت دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ + \frac{W}{A} = P_\circ + \rho g \Delta h$$

$$\Rightarrow \frac{W}{A} = \rho g \Delta h \Rightarrow mg = \rho g \Delta h A \Rightarrow m = \rho \Delta h A$$

$$\Rightarrow m = ۱۳۶۰۰ \times \frac{۷/۵}{۱۰۰} \times ۵۰ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow m = ۵/۱\text{kg}$$



میانبر همان‌گونه که در خط فکری بیان شد، با قرار دادن وزنه و افزایش فشار در سمت چپ، جیوه در سمت راست بالا می‌رود تا فشار در دو سوی لوله یکی شود. بنابراین فشار حاصل از وزنه برابر فشار ستون اضافی جیوه است. $\Delta P = \frac{W}{A} = \rho_{Hg} g(\Delta h_{Hg})$

B ۳ ۳۲۷

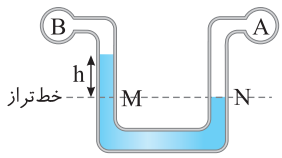
باید فشار مطلق دو مخزن را مقایسه کنیم، بنابراین فشار مطلق مخزن A را به‌دست می‌آوریم.

$$P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} = P_{A\ \text{مطلق}} - P_\circ \Rightarrow P_{A\ \text{مطلق}} = P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} + P_\circ = ۱۲ \times ۱۰^۴\ \text{Pa}$$

$$P_{B\ \text{مطلق}} = ۱۰/۶ \times ۱۰^۴\ \text{Pa}$$

چون فشار مطلق A بزرگ‌تر از فشار مطلق B است، بنابراین مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود و ارتفاع مایع در سمت چپ بیشتر از سمت راست می‌شود. فشار روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم. $P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho g h \Rightarrow P_A - P_B = \rho g h$

$$\Rightarrow ۱/۴ \times ۱۰^۴ = ۷ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۰/۲\text{m} = ۲۰\text{cm}$$



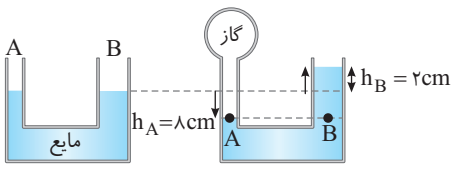
C ۲ ۳۲۸

حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است.

۱ قطر شاخهٔ B دو برابر قطر شاخهٔ A است. بنابراین نسبت مساحت سطح مقطع B به مساحت سطح مقطع A خواهد شد.

$$D_B = ۲D_A \Rightarrow r_B = ۲r_A \xrightarrow{A=\pi r^۲} A_B = ۴A_A$$

۲ وقتی شاخهٔ A را به مخزن گاز وصل کرده و مایع در آن ۸cm پایین برود، حجم مایع جابه‌جا شده در سمت راست و چپ با هم برابر خواهد بود، از این رو:



$$V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B \Rightarrow ۸ \times A_A = h_B \times ۴A_A \Rightarrow h_B = ۲\text{cm}$$

۳ به شکل نگاه کنید. اختلاف ستون مایع در دو طرف لوله برابر است با:

$$h = h_A + h_B = ۱۰\text{cm}$$

۴ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_\circ + P_{\text{مایع}}$$

۵ فشار هوا ۷۶cmHg است. برای آن که فشار گاز را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم، باید فشار ستون ۱۰cm مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم.

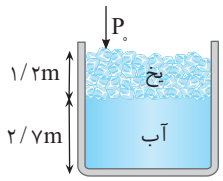
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = h_{Hg} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}} = \frac{۶/۸ \times ۱۰}{۱۳/۶} = ۵\text{cmHg}$$

۶ فشار گاز خواهد شد. $P_{\text{گاز}} = ۷۶ + ۵ = ۸۱\text{cmHg}$

پنجره دوجداره

B ۲ ۳۲۹

فشار در عمق ۲/۷m آب برابر است با فشار حاصل از آب و یخ و فشار هوا:



$$P_A = P_\circ + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}}$$

$$P_A = P_\circ + \rho_{\text{یخ}} g \times ۱/۲ + \rho_{\text{آب}} g \times ۲/۷$$

به‌جای چگالی آب، $\rho_{\text{آب}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵}$ و به‌جای چگالی یخ $\rho_{\text{یخ}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۵}$ قرار می‌دهیم و این فشارها را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

تبدیل فشار حاصل از یخ به cmHg : $\rho_{\text{یخ}} g \times ۱/۲ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

$$\frac{\rho_{Hg}}{۱۵} \times ۱/۲ = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۸\text{cmHg}$$

تبدیل فشار حاصل از آب به cmHg : $\rho_{\text{آب}} g \times ۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

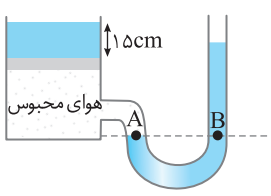
$$\frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵} \times g \times ۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۰/۲\text{m} = ۲۰\text{cmHg}$$

حال فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A = P_\circ + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = ۷۵ + ۸ + ۲۰ = ۱۰۳\text{cmHg}$$

B ۱ ۳۳۰

ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به‌دست می‌آوریم:



$$P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_W g h_W + P_\circ + \frac{W}{A}$$

$$= ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۵}{۱۰۰} + P_\circ + \frac{۱۰^{-۱}}{۵ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$= P_\circ + ۱/۵ \times ۱۰^۳ + ۰/۲ \times ۱۰^۳$$

$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P_\circ + ۱/۷ \times ۱۰^۳$$

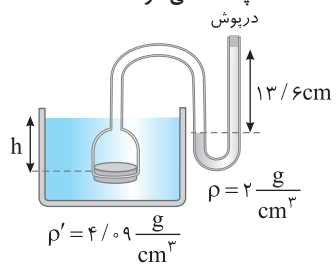
این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطهٔ A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ + ۱/۷ \times ۱۰^۳ = \rho g h + P_\circ$$

$$\Rightarrow ۱/۷ \times ۱۰^۳ = ۱۷۰۰ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۰/۱\text{m} = ۱۰\text{cm}$$

بازی با سؤال در شکل زیر نیروی وارد بر درپوش بالایی لوله ۶۰N و سطح مقطع لوله ۲۰cm² است و در طرف دیگر لولهٔ U شکل، پیستون سبکی مقداری هوا را در لوله محبوس کرده است. h چند سانتی‌متر است؟

۱) ۰/۸
۲) ۰/۶
۳) ۸۰
۴) ۶۰



گزینهٔ ۳

B ۴ ۳۳۱

خط تراز را در لولهٔ U شکل رسم می‌کنیم و فشار نقاط N و M واقع بر این خط را با هم برابر قرار می‌دهیم.

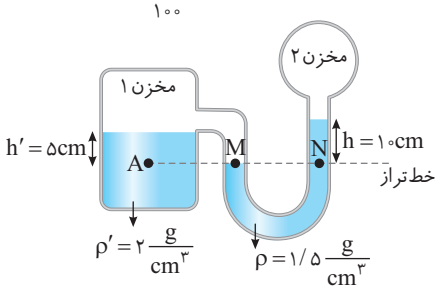
$P_M = P_N \Rightarrow P_{۱\,\text{مخزن}} = P_{۲\,\text{مخزن}} + \rho gh \Rightarrow$

$P_{۱\,\text{مخزن}} = 1/2\times10^3 + 1/5\times10^3\times10\times\frac{10}{100} = 2/7\times10^3\,Pa$

فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز مخزن (۱) و فشار ستون 5cm مایع در این مخزن است.

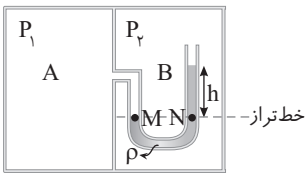
$P_A = P_{۱\,\text{مخزن}} + \rho' gh' \Rightarrow$

$P_A = 2/7\times10^3 + 2\times10^3\times10\times\frac{5}{100} = 3/7\times10^3\,Pa = 3/7\,kPa$



B ۳ ۳۳۲

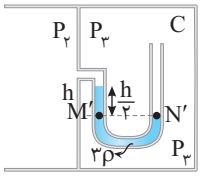
بین مخزن A و B با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$P_M = P_N$

$P_1 = P_2 + \rho gh \Rightarrow P_1 > P_2$

بین مخزن B و C با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$P_{M'} = P_{N'}$

$P_2 + 3\rho g\frac{h}{2} = P_3 \Rightarrow P_3 > P_2$

بنابراین فشار P_2 از P_1 و P_3 کوچک‌تر است و گزینهٔ (۲) یا گزینهٔ (۳) درست است.

$P_1 = P_2 + \rho gh$

$P_3 = P_2 + \frac{3}{2}\rho gh \Rightarrow P_3 > P_1$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

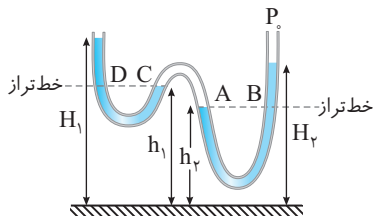
B ۳ ۳۳۳

فشار هوای محبوس در تمام نقاط آن یکسان است. بنابراین $P_C = P_A$ خواهد بود. خط تراز را برای دو طرف رسم می‌کنیم و به کمک خط تراز روابط زیر را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} P_C = P_D \\ P_C = \rho g(H_1 - h_1) + P_0 \quad (2) \end{cases}, \quad \begin{cases} P_A = P_B \\ P_A = \rho g(H_2 - h_2) + P_0 \quad (1) \end{cases}$$

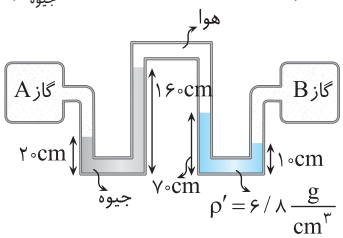
البته می‌دانیم $P_C = P_A$ است بنابراین سمت راست دو رابطه (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$\rho g(H_2 - h_2) = \rho g(H_1 - h_1) \Rightarrow H_2 - h_2 = H_1 - h_1$



بازی با سؤال در شکل زیر، فشار گاز مخزن B از فشار گاز مخزن A ..... سانتی‌متر جیوه ..... است. $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\,g/cm^3, g = 10\,N/kg)$

۱) ۱۱۰، بیشتر
۲) ۱۱۰، کمتر
۳) ۵۵، بیشتر
۴) ۵۵، کمتر



گزینهٔ ۱

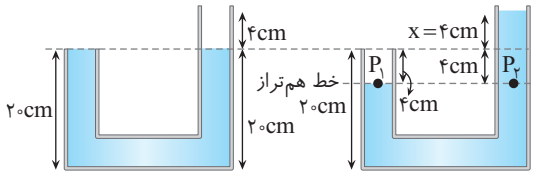
B ۴ ۳۳۴

با دمیدن در شاخهٔ سمت چپ، مایع در شاخهٔ سمت راست باید 4cm بالا برود تا به لبهٔ لوله برسد، بنابراین در شاخهٔ سمت چپ نیز مایع 4cm پایین می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف 8cm می‌شود. خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در دو طرف مساوی قرار می‌دهیم، اما P_1 در سمت چپ همان فشار دمیدن و P_2 در سمت راست مجموع فشار هوا و فشار 8cm مایع است. بنابراین:

$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{دمیده شده}} = \rho gh + P_0 = 2/5\times10^3\times10\times8\times10^{-2} + 10^5$

$= 10^5 + 2\times10^3 = 102\times10^3\,Pa$

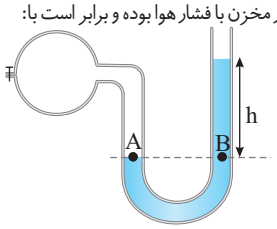
بنابراین حداقل فشار دمیدن 102kPa می‌شود.



شکل (۱)

C ۴ ۳۳۵

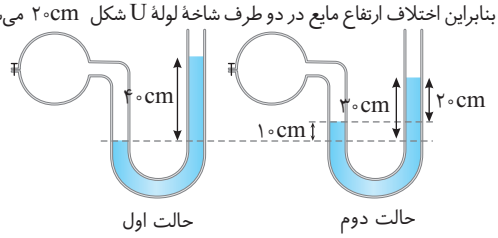
یادآوری فشار پیمانه‌ای گاز برابر اختلاف فشار مخزن با فشار هوا بوده و برابر است با:



$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0$

$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho gh$

مایع در شاخهٔ سمت راست 10cm پایین آمده و همین مقدار مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود، بنابراین اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف شاخهٔ لولهٔ U شکل 20cm می‌شود:



حالت اول　　حالت دوم

حالت اول: $P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho g\frac{40}{100} = 4000\times10\times\frac{40}{100} = 16000\,Pa$

حالت دوم: $P'_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho g\frac{20}{100} = 4000\times10\times\frac{20}{100} = 8000\,Pa$

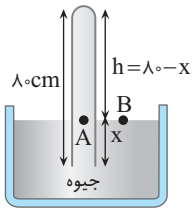
بنابراین فشار مخزن به اندازهٔ $16000 - 8000 = 8000\,Pa$ کاهش می‌یابد، با توجه به صورت سؤال در هر ثانیه فشار مخزن 200Pa کاهش می‌یابد، بنابراین

1 s	200Pa
t	8000Pa

$\Rightarrow t = 40\,s$

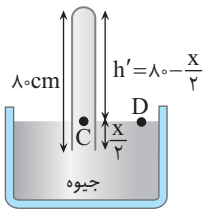
C ۳۳۶ ۳

طول قسمتی از لوله که در جیوه فرو رفته است را با x نمایش می‌دهیم، فشار در نقاط A و B روی خط هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون h جیوه و فشار وارد بر انتهای لوله است.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}+P_h=P_\circ$$
$$\Rightarrow ۷+P_h=P_\circ\Rightarrow ۷+(۸۰-x)=P_\circ$$
$$\Rightarrow ۸۷-x=P_\circ\Rightarrow x=۸۷-P_\circ \qquad (I)$$

در حالت دوم قسمت درون جیوه $\frac{x}{۲}$ و فشار نقاط C و D برابر است:



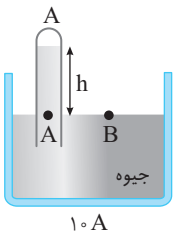
$$P_C=P_D\Rightarrow P'_{\text{ته لوله}}+P_{h'}=P_\circ$$
$$\Rightarrow ۳+۸۰-\frac{x}{۲}=P_\circ\Rightarrow ۸۳-\frac{x}{۲}=P_\circ \qquad (II)$$

از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۸۳-\frac{۸۷-P_\circ}{۲}=P_\circ\Rightarrow ۸۳-۴۳/۵+\frac{P_\circ}{۲}=P_\circ\Rightarrow ۳۹/۵=\frac{P_\circ}{۲}\Rightarrow P_\circ=۷۹\text{cmHg}$$

B ۳۳۷ ۲

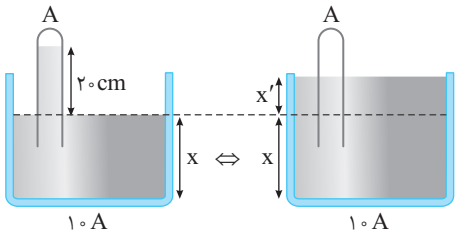
فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_\circ\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_\circ=P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر ۲۰ cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر $P_\circ$ خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت حجم $Ah=۲۰A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل زیر، سطح جیوه در ظرف ۲ cm بالا آید. پس جیوه در واقع ۱۸cm پایین آمده است.

$$۲۰A=۱۰A\times x'\Rightarrow x'=۲\text{cm}$$



A ۳۳۸ ۴

با افزایش فشار هوای محفظه، فشار روی بادکنک افزایش می‌یابد، حجم بادکنک کم می‌شود و احتمال ترکیدن آن کاهش می‌یابد.

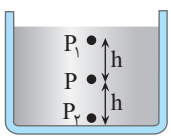
A ۳۳۹ ۱

نقاط A و B هر دو در تماس با سطح آزاد می‌باشند، بنابراین: $P_A=P_B=P_\circ$

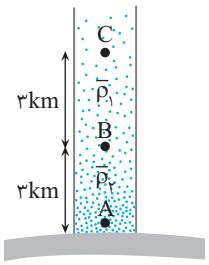
و فشار در نقطهٔ C برابر با $P_C=P_\circ+\rho gh$ است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

B ۳۴۰ ۳

خط فکری اگر فشار در یک شاره برابر P باشد، فشار h متر بالاتر از آن برابر $P_۱=P-\rho gh$ و h متر پایین‌تر از آن برابر است:



با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین چگالی متوسط هوا از A تا B بزرگ‌تر از چگالی متوسط هوا از B تا C است:



$$\begin{cases}P_C=P_B-\bar{\rho}_۱gh\\ P_A=P_B+\bar{\rho}_۲gh\end{cases}\xrightarrow[\text{و تقسیم بر ۲ می‌کنیم}]{\text{دو طرف معادله را جمع کرده}}$$
$$\frac{P_A+P_C}{۲}=\frac{۲P_B+\bar{\rho}_۲gh-\bar{\rho}_۱gh}{۲}$$
$$\Rightarrow\frac{P_A+P_C}{۲}=P_B+\frac{\bar{\rho}_۲gh-\bar{\rho}_۱gh}{۲}$$

با توجه به اینکه $\bar{\rho}_۱<\bar{\rho}_۲$ است، بنابراین $\bar{\rho}_۲gh-\bar{\rho}_۱gh$ عددی مثبت بوده و $\frac{P_A+P_C}{۲}$ از P_B بزرگ‌تر است.

پنجره ۳ روبه‌روی ۴

B ۳۴۰ ۲

خط فکری فشار کل برابر $P_{\text{کل}}=P_\circ+\rho gh$ است. بنابراین در حل این مسئله کافی است فشار کل را یک بار برای عمق ۱۸ متری و بار دیگر برای عمق ۶ متری بنویسیم، سپس نسبت آن‌ها را برابر ۱/۷۵ قرار دهیم.

۱ فشار در عمق ۱۸ متری و ۶ متری خواهد شد:

$$P=P_\circ+\rho gh\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{h=۱۸m}P=P_\circ+۱۰۰۰\times۱۰\times۱۸=P_\circ+۱۸\times۱۰^۴\\ \xrightarrow{h=۶m}P'=P_\circ+۱۰۰۰\times۱۰\times۶=P_\circ+۶\times۱۰^۴\end{cases}$$

۲ با توجه به فرض مسئله که $\frac{P}{P'}=۱/۷۵$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_\circ+۱۸\times۱۰^۴}{P_\circ+۶\times۱۰^۴}=۱/۷۵\Rightarrow P_\circ+۱۸\times۱۰^۴=۱/۷۵P_\circ+۱/۷۵\times۶\times۱۰^۴$$
$$۰/۷۵P_\circ=۱۸\times۱۰^۴-۱۰/۵\times۱۰^۴\Rightarrow ۰/۷۵P_\circ=۷/۵\times۱۰^۴\Rightarrow P_\circ=۱۰^۵\text{Pa}$$

۳ اکنون فشار هوای محیط را بر حسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\xrightarrow{\rho_{Hg}=۱۳۶۰۰\text{kg/m}^۳}۱۰^۵=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{Hg}$$
$$h_{Hg}=\frac{۱۰۰}{۱۳۶}\sim ۰/۷۳۵\text{mHg}=۷۳/۵\text{cmHg}$$

نمای ۱۴

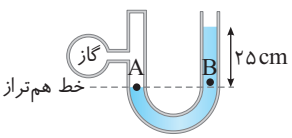
B ۳۴۰ ۴

خط فکری خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز برابر است و فشار در نقطهٔ A برابر فشار مخزن گاز $(P_A=P_{\text{گاز}})$ و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵cm مایع است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}=P_\circ+\rho gh$$

با توجه به فرض مسئله اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوا برابر $۵\times۱۰^۳\text{Pa}$ است. بنابراین:

$$P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho gh\xrightarrow{P_{\text{گاز}}-P_\circ=۵\times۱۰^۳}۵\times۱۰^۳=\rho\times۱۰\times\frac{۲۵}{۱۰۰}$$
$$\rho=۲\times۱۰^۳\text{kg/m}^۳\Rightarrow\rho=۲\text{g/cm}^۳$$



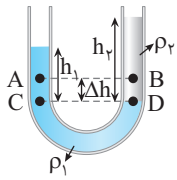
میانبر اختلاف فشار گاز و فشار هوا همان فشار ستون ۲۵cm مایع است.

$$P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho gh$$

نمای ۱۶

۳ ۳۴۰ B

۳ نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن هم‌فشارند. بنابراین



$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}, h_2 > h_1 \Rightarrow \rho_1 > \rho_2$$

(البته با توجه به شکل و بدون محاسبه، با توجه به اینکه مایع ρ_2 روی مایع ρ_1 قرار گرفته، نتیجه می‌گیریم مایع ρ_2 چگالی کمتری دارد.) می‌توان فشار در نقطهٔ C را جمع فشار در نقطهٔ A و فشار $\rho_1 g\Delta h$ و فشار در نقطهٔ D را نیز جمع فشار در نقطهٔ B و فشار $\rho_2 g\Delta h$ در نظر گرفت:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_1 g\Delta h = P_B + \rho_2 g\Delta h$$

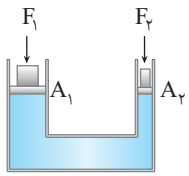
$$\Rightarrow P_B - P_A = (\rho_1 - \rho_2) g\Delta h \xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} P_B > P_A$$

نتیجه در لوله‌های U شکل که دو مایع مخلوط نشدنی در آن قرار دارد، اگر نقاط روی یک خط افقی درون دو مایع باشند، نقطه‌ای که در مایع چگال‌تر قرار دارد، فشار کمتری خواهد داشت یا می‌توان گفت که هر نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالای آن بیشتر باشد، فشار بیشتری دارد.

نمای ۱۲

۲ ۳۴۰ A

۴ فشار P_1 و P_2 روی دو سطح هم‌تراز A_1 و A_2 برابر است. بنابراین:

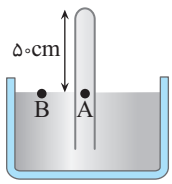


$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2$$

نمای ۱۱

۳ ۳۴۰ B

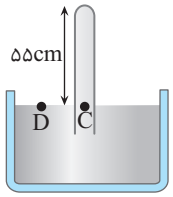
۵ به شکل روبه‌رو نگاه کنید. نقاط A و B روی یک خط ترازند و فشار آن‌ها با هم برابر است. فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار وارد بر ته لوله (P_1) و فشار ستون ۵۰ سانتی‌متر جیوه است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_1 + 50 = 75$$

$$\Rightarrow P_1 = 25\ \text{cmHg}$$

نیروی وارد بر ته لوله در این حالت برابر است با:



$$F_1 = P_1 A \Rightarrow F_1 = 25 \times A$$

لوله را در حالت دوم ۵cm بیرون کشیده‌ایم، بنابراین خواهیم داشت:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 + P_{\text{جیوه}} = P_0$$

$$\Rightarrow P_2 + 55 = 75 \Rightarrow P_2 = 20\ \text{cmHg}$$

نیروی وارد بر ته لوله در این حالت خواهد شد:

$$F_2 = P_2 A \Rightarrow F_2 = 20 \times A$$

درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{20A - 25A}{25A} \times 100 = -20\%$$

بنابراین نیروی وارد بر ته لوله ٪۲۰ کاهش می‌یابد.

نمای ۱۵

۱ ۳۴۰ B

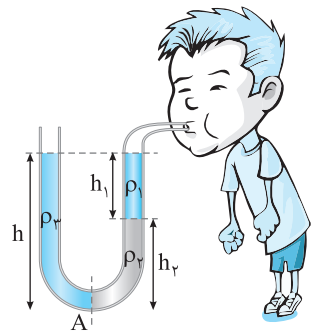
۶ با توجه به شکل فشار شاخهٔ سمت چپ با فشار شاخهٔ سمت راست در نقطهٔ A برابر است. فشار در شاخهٔ چپ مجموع فشار هوا و فشار مایع ρ_3 است و فشار در شاخهٔ سمت راست، مجموع فشار ستون h_1 از مایع ρ_1، فشار ستون h_2 از مایع ρ_2 و فشار هوای درون ریه شخص است. بنابراین:

$$P_{\text{شاخه چپ}} = P_{\text{شاخه راست}} \Rightarrow P_0 + \rho_3 gh = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + P_{\text{شخص}}$$

$$\xrightarrow{\rho_3 = \rho_1 + \rho_2} P_0 + (\rho_1 + \rho_2) g(h_1 + h_2) = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + P_{\text{شخص}}$$

$$P_0 + \rho_1 gh_1 + \rho_1 gh_2 + \rho_2 gh_1 + \rho_2 gh_2 = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + P_{\text{شخص}}$$

$$P_{\text{شخص}} - P_0 = \rho_1 gh_2 + \rho_2 gh_1 \Rightarrow P_g = \rho_1 gh_2 + \rho_2 gh_1$$



نمای ۱۷

۱ ۳۴۰ C

۷ **۱** خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار $P_1 = P_2$ است.

۲ برای به‌دست آوردن فشار در نقطهٔ N، از P_2 مقدار $\rho_2 gh_2$ را کم می‌کنیم.

$$P_N = P_2 - \rho_2 gh_2 = P_2 - 800 \times 10 \times \frac{4}{100} = P_2 - 320$$

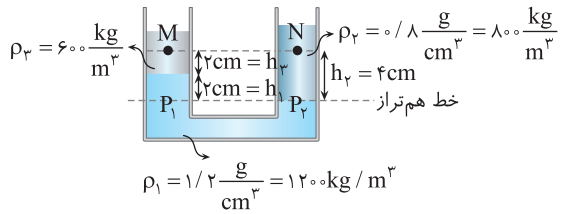
۳ برای به‌دست آوردن فشار در نقطهٔ M از فشار P_1 مقدار $\rho_1 gh_1$ و $\rho_3 gh_3$ را کم می‌کنیم.

$$P_M = P_1 - (\rho_1 gh_1 + \rho_3 gh_3) \Rightarrow P_M = P_1 - (1200 \times 10 \times \frac{2}{100} + 600 \times 10 \times \frac{2}{100})$$

$$\Rightarrow P_M = P_1 - (240 + 120) \Rightarrow P_M = P_1 - 360$$

۴ اکنون اختلاف فشار نقاط M و N را حساب می‌کنیم.

$$P_N - P_M = P_2 - 320 - (P_1 - 360) \xrightarrow{P_1 = P_2} P_N - P_M = 40\ \text{Pa}$$



نمای ۱۲

۳ ۳۴۰ B

۸ **خط فکری** خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقطهٔ B و فشار نقطهٔ C با هم برابر است. فشار نقطهٔ C برابر مجموع فشار ۲۰+۳۰=۵۰cm جیوه و فشار هوای محیط است. فشار نقطهٔ C را به‌دست می‌آوریم، سپس فشار نقطهٔ B را با فشار نقطهٔ C برابر قرار می‌دهیم. برای یافتن فشار نقطهٔ A کافی است از فشار نقطهٔ B، فشار ستون ۲۰cm آب بالای B را کم کنیم.

۱ فشار در نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$P_C = P_0 + P_{Hg} \Rightarrow P = 10^5 + \rho_{Hg} gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow P_C = 10^5 + 13600 \times 10 \times \frac{50}{100} \Rightarrow P_C = 10^5 + 68000 \Rightarrow P_C = 168000\ \text{Pa}$$

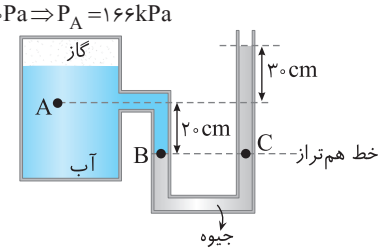
۲ فشار نقطهٔ B که روی خط تراز با نقطهٔ C قرار دارد نیز برابر است با:

$$P_B = P_C \Rightarrow P_B = 168000\ \text{Pa}$$

۳ فشار در نقطهٔ A برابر فشار در نقطهٔ B، منهای فشار ۲۰cm آب بالای B است.

$$P_A = P_B - \rho_W gh_W = 168000 - 1000 \times 10 \times \frac{20}{100}$$

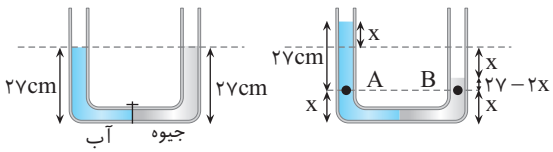
$$= 166000\ \text{Pa} \Rightarrow P_A = 166\ \text{kPa}$$



نمای ۱۷

B ۳ ۳۴۰
۹ **چگالی جیوه** از چگالی آب بیشتر است، پس با باز کردن شیر، جیوه زیر آب قرار می‌گیرد. چون سطح مقطع دو لوله یکسان است، اگر در شاخه سمت راست جیوه به ارتفاع x پایین بیاید در شاخهٔ سمت چپ به همان اندازه بالا خواهد رفت.
در این حالت در شاخهٔ سمت چپ ۲۷cm آب و به اندازهٔ x سانتی‌متر جیوه قرار می‌گیرد و در شاخهٔ سمت راست به اندازه ۲۷−x جیوه قرار دارد. شکل را در دو حالت رسم می‌کنیم و خط هم‌تراز را می‌کشیم و فشار در این نقاط را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_W g h_W = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 1 \times 27 = 13/5(27-2x)$$
$$2x = 25 \Rightarrow x = 12/5\,cm$$

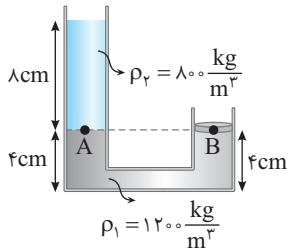


نمای ۱۳

A ۳ ۳۴۰
۱۰ ۱ در حالت اول با استفاده از خط تراز فشار وارد بر درپوش را حساب می‌کنیم.

یادآوری مایع با چگالی بیشتر در ظرف ته‌نشین می‌شود:

$$P_A = P_B \xrightarrow[\text{فشار وارد بر درپوش است}]{\text{فشار در نقطهٔ B}} \rho_2 gh = P_1$$
$$\Rightarrow 800 \times 10 \times \frac{8}{100} = P_1 \Rightarrow 640\,Pa = P_1$$



۲ در حالت دوم دو مایع با هم مخلوط شده‌اند، در واقع ۸cm مایع ρ_2 با ۸cm مایع ρ_1 مخلوط شده است:

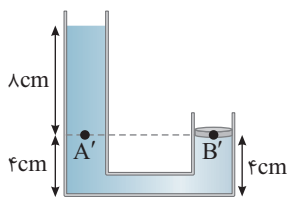
$$\rho_{12} = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1+V_2} = \frac{\rho_1 A h_1 + \rho_2 A h_2}{A h_1 + A h_2} \xrightarrow[\text{A را ساده می‌کنیم}]{\text{از صورت و مخرج}}$$
$$\rho_{12} = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1+h_2} = \frac{800\times\frac{8}{100} + 1200\times\frac{8}{100}}{\frac{8}{100}+\frac{8}{100}} = \frac{64+96}{\frac{16}{100}} = 1000\,kg/m^3$$

۳ مایع مخلوط در لوله به صورت زیر قرار می‌گیرد:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_{12} g \frac{8}{100} = P_2 \Rightarrow 1000\times 10 \times \frac{8}{100} = P_2 \Rightarrow 800\,Pa = P_2$$

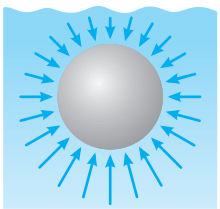
۴ بنابراین:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{800}{640} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{5}{4}$$

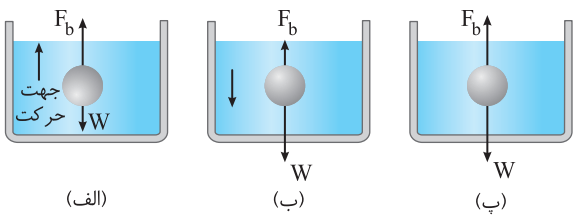


نمای ۱۱ و ۱۳

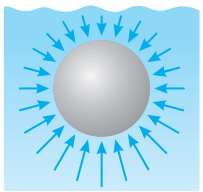
پنجره ۵

A ۲ ۳۴۱

به جسم درون یک شاره یا غوطه‌ور در آن، همواره **نیروی بالاسوی** خالصی به نام نیروی شناوری از طرف شاره وارد می‌شود. در شکل روبه‌رو پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند و این سبب می‌گردد که نیروی شناوری بالاسو بر جسم وارد شود.

A ۳ ۳۴۲
نیروی شناوری رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین اگر نیروی شناوری بیشتر باشد، جسم به سمت بالا حرکت می‌کند و گزاره (الف) درست است و اگر نیروی وزن بیشتر باشد، جسم به سمت پایین حرکت کرده و گزاره (ب) درست است و هنگامی که این دو نیرو با هم برابر باشند. اگر جسم روی سطح مایع باشد شناور می‌ماند، اما چون جسم در این شکل درون مایع است جسم به حالت غوطه‌ور می‌ماند و گزارهٔ (پ) نادرست است.



B ۱ ۳۴۳
خط فکری با توجه به تحلیل کیفی کتاب درسی برای نیروی شناوری در شکل زیر، می‌توان نتیجه گرفت نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار در سطح پایینی و سطح بالایی است. (که فشار شاره نیز به چگالی شاره و عمق آن بستگی دارد.)


پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد شده بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند.

در شکل‌های (الف)، چگالی مایع (۲) بیشتر و نیروی شناوری وارد بر آن بزرگ‌تر است. $(F_{b_1} < F_{b_2})$
در شکل (ب) هرچه ابعاد جسم بزرگ‌تر باشد، نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل بیشتر شدن اختلاف عمق، بیشتر شده و نیروی شناوری بزرگ‌تر می‌شود، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C از نیروی شناوری وارد بر جسم B بزرگ‌تر است. $F_{b_B} < F_{b_C}$

A ۳ ۳۴۴
خط فکری وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود. در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم روی مایع شناور می‌ماند و در حالتی که چگالی جسم و مایع یکسان باشد، جسم به‌صورت غوطه‌ور یا شناور درمی‌آید.
جسم A شناور شده است، بنابراین چگالی آن از چگالی آب کمتر است و جسم B در آب فرو رفته است، بنابراین چگالی جسم B از چگالی آب بیشتر است، بنابراین $\rho_B > \rho_A$ است و گزینهٔ (۳) درست است.
در مورد مقایسه مقدار نیروی شناوری وارد بر دو جسم و همچنین مقایسه جرم آن‌ها نمی‌توان اظهارنظر کرد. مثلاً جسم A می‌تواند یک کشتی باربری بسیار بزرگ باشد که بر سطح آب شناور است و جسم B یک سنگ‌ریزه باشد که در آب فرو می‌رود.

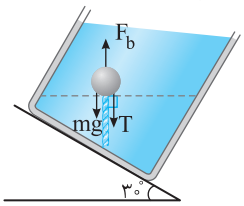
B ۳۴۵ ۴

نکته ۱ سطح مایع درون ظرف همواره افقی است.

نکته ۲ نیروی شناوری همواره بالاسو است.

وقتی جسم کروی شکل توخالی (مثلاً یک توپ فوتبال پلاستیکی) را درون آب فرو کرده و رها کنید، جسم به سمت سطح آب باز می‌گردد و روی آب شناور می‌ماند. چنانچه توپ را با ریسمانی به ته ظرف ببندید، همچنان به دلیل نیروی شناوری توپ به سمت سطح آب حرکت می‌کند تا کشیدگی ریسمان مانع حرکتش شود و توپ ساکن بماند.

در این حالت امتداد ریسمان کشیده شده بر سطح آزاد مایع عمود است و مطابق شکل زاویهٔ بین ریسمان و سطح مایع ۹۰° است.

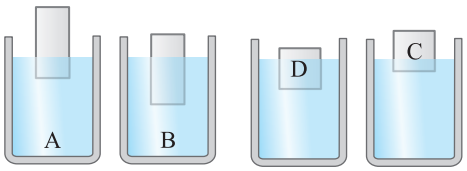


B ۳۴۶ ۲

خط فکری هرچه چگالی یک جسم بیشتر باشد، فرورفتگی آن در یک مایع بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، فرورفتگی جسم در مایع کمتر است.

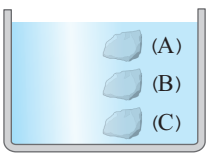
در شکل (۱) دو جسم یکسان را در مایع‌های مختلف A و B قرار داده‌ایم و این دو جسم بر سطح مایع‌ها شناورند اما فرورفتگی جسم در مایع B بیشتر است، بنابراین چگالی مایع B از چگالی مایع A کمتر است $\rho_A > \rho_B$.

در شکل (۲) جسم D و جسم C دو جسم متفاوت هستند که در سطح مایع یکسانی شناورند و فرورفتگی جسم D از فرورفتگی جسم C در مایع بیشتر است، بنابراین چگالی D بیشتر از چگالی C است $(\rho_D > \rho_C)$.



شکل (۱) شکل (۲)

A ۳۴۷ ۴



نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار است و برای سنگی که تماماً درون مایع قرار گرفته اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\Delta P = \rho g \Delta h)$ ثابت است. وقتی تمام جسم در مایع قرار می‌گیرد، در تمام مسیر پایین رفتن جسم تا ته‌نشین شدن آن نیروی شناوری وارد بر جسم ثابت می‌ماند یعنی $F_{b_1} = F_{b_2} = F_{b_3}$ است.

بازی با سوال **اگر سنگ را از بیرون آب رها کنیم تا وارد آب شده و در آن فرو رود، نیروی شناوری وارد بر آن چه تغییری می‌کند؟**

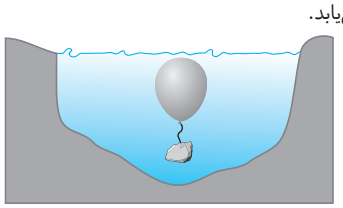
۱) همواره ثابت است. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس ثابت ۴) هر سه گزینه ممکن است.

گزینهٔ ۳

B ۳۴۸ ۲

با پایین رفتن مجموعه در دریاچه، فشار مایع افزایش می‌یابد که این افزایش فشار بر جسمی مانند بادکنک سبب کاهش حجم آن شده و با کوچک شدن بادکنک نیروی شناوری کاهش می‌یابد.



B ۳۴۹ ۳

خط فکری کافی است چند فیلم اکشن دیده باشید که در آن وقتی قایق‌شان سوراخ شده، برای جلوگیری از غرق شدن سریع آن، اشیاء درون قایق را به بیرون انداخته‌اند، یعنی افراد می‌دانند هرگاه جسمی را از درون قایق بیرون بیندازند، فرورفتگی قایق در آب کمتر می‌شود. با انداختن توپ بولینگ به درون استخر، قایق سبک‌تر شده و میزان فرورفتگی آن در آب کمتر می‌شود و سطح آب در کنارهٔ قایق نسبت به حالت قبل پایین‌تر قرار می‌گیرد.

بازی با سوال **نیروی شناوری وارد بر قایق چگونه تغییر می‌کند؟**

B ۳۵۰ ۲

در هر دو حالت قایق بر سطح آب شناور است، بنابراین نیروی شناوری در هر دو حالت با نیروی وزن قایق برابر است، از این‌رو نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

اما چگالی آب شور از چگالی آب شیرین بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم در آن کمتر است، بنابراین فرورفتگی قایق در آب کاهش می‌یابد.

افرادی که به دریاچهٔ ارومیه رفته باشند کاملاً متوجه شده‌اند که درون آب دریاچه فرو نمی‌روند برخلاف آب استخر.

بازی با سوال **تکه چوبی در آب شناور می‌ماند، به‌طوری که نیمی از حجم آن زیر سطح آب قرار می‌گیرد. اگر همین تکه چوب در نفت شناور شود، چه کسری از حجم آن زیر سطح نفت قرار می‌گیرد؟**

$(\rho_O = ۰/۸ g/cm^۳, \rho_W = ۱ g/cm^۳)$

۱) بیش از نصف ۲) نصف

۳) کمتر از نصف ۴) پاسخ به شکل تکه چوب بستگی دارد.

گزینهٔ ۱

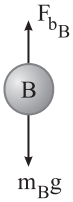
B ۳۵۱ ۳

یادآوری جسمی روی سطح مایع شناور می‌ماند که چگالی آن کمتر از چگالی مایع باشد. در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از چگالی مایع کمتر است.

هر دو جسم شناورند، بنابراین نیروی شناوری وارد بر آن‌ها برابر نیروی وزن است:



$$F_{b_A} = m_A g$$



$$F_{b_B} = m_B g$$

$$\xrightarrow[\text{فرض مسئله}]{F_{b_A} > F_{b_B}} m_A g > m_B g \Rightarrow m_A > m_B$$

حجم دو جسم با هم برابر است:

$$\begin{cases} m_A > m_B \\ V_A = V_B \end{cases} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho_A > \rho_B$$

بازی با سوال **اگر نیروی شناوری وارد بر دو جسم برابر و حجم جسم A بیشتر از حجم B باشد، چگالی A و B را با هم مقایسه کنید؟**

۱) $\rho_{\text{مایع}} < \rho_A = \rho_B$ ۲) $\rho_A < \rho_B < \rho_{\text{مایع}}$

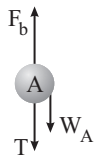
۳) $\rho_B < \rho_A < \rho_{\text{مایع}}$ ۴) $\rho_{\text{مایع}} < \rho_A < \rho_B$

گزینهٔ ۲

B ۳ ۳۵۲

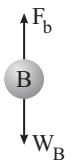
خط فکری برای بررسی نیروی شناوری به ابعاد جسم توجه کنید. هرچه اختلاف فشار وارد بر سطح بالایی و پایینی یک جسم بیشتر باشد، نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است. حجم سه جسم یکسان است از این‌رو اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی هر سه جسم برابر $\Delta P=\rho g(2r)$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر سه جسم با هم برابر است.

جسم A در حال تعادل است:



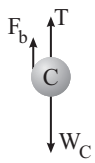
$$W_A+T=F_b \Rightarrow W_A=F_b-T \quad (1)$$

جسم B در حال تعادل است:



$$W_B=F_b \quad (2)$$

جسم C در حال تعادل است:

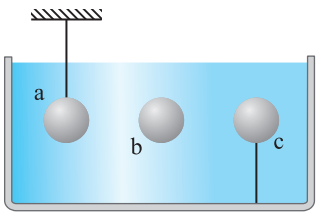


$$W_C=F_b+T \quad (3)$$

از سه معادلهٔ بالا مشخص است که: $W_A<W_B<W_C$

البته همانطور که مشخص است جسم C تمایل به فرو رفتن و جسم A تمایل به بالا آمدن دارد، پس جسم C بیشترین وزن و جسم A کمترین وزن را دارد.

بازی با سوال **در شکل زیر سه جسم a، b و c جرم برابر دارند و هر سه در یک مایع فرو رفته‌اند. جسم a از یک ریسمان کشیده شده آویزان است و جسم c نیز به یک ریسمان کشیده شده متصل است و هر سه جسم در تعادل‌اند. اگر نیروی شناوری وارد بر آن‌ها به‌ترتیب F_{b_a}، F_{b_b} و F_{b_c} باشد، کدام گزینه درست است؟**



۱) $F_{b_a}=F_{b_b}=F_{b_c}$

۲) $F_{b_a}<F_{b_b}<F_{b_c}$

۳) $F_{b_a}>F_{b_b}=F_{b_c}$

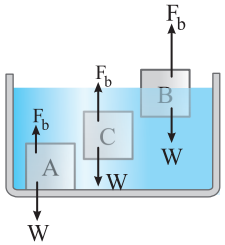
۴) $F_{b_a}=F_{b_b}>F_{b_c}$

گزینهٔ ۲

B ۳ ۳۵۳

به فرض مسئله یعنی برابری جرم هر سه جسم A و B و C دقت کنید. در این صورت نیروی وزن وارد بر هر جسم یکسان است:

$$W_A=W_B=W_C=W$$



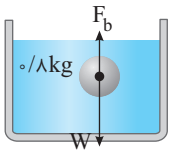
جسم A ته‌نشین شده است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم A از نیروی وزن آن کمتر است. $(F_{b_A}<W)$

جسم B روی سطح مایع شناور است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم B برابر نیروی وزن جسم B است $(F_{b_B}=W)$.

جسم C درون مایع غوطه‌ور و در تعادل است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C برابر نیروی وزن جسم C است $(F_{b_C}=W)$.

در نتیجه $F_{b_A}<F_{b_B}=F_{b_C}$.

B ۱ ۳۵۴

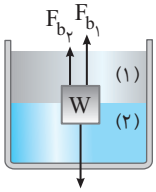


نیروهای وارد بر جسم را در حال فرو رفتن در مایع رسم می‌کنیم. نیروی وزن (W) از نیروی شناوری (F_b) بزرگ‌تر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_b=ma \xrightarrow{m=0/8kg,\ F_b=6N} 0/8\times10-6=0/8a \Rightarrow a=2/5m/s^2$$

B ۱ ۳۵۵

خط فکری جسم ساکن است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما باید بررسی کنید چه نیروهایی به جسم وارد می‌شوند و این نیروها در کدام جهت هستند.



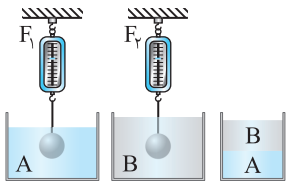
بر این جسم سه نیرو وارد می‌شود: ۱ نیروی وزن ۲ نیروی شناوری مایع (۱) ۳ نیروی شناوری مایع (۲)

نیروی وزن رو به پایین و نیروهای شناوری F_{b_1} و F_{b_2} در امتداد قائم و رو به بالا هستند. بنابراین نیروی وزن جسم توسط این دو نیروی شناوری خنثی می‌شود یعنی $W=F_{b_1}+F_{b_2}$.

B ۳ ۳۵۶

خط فکری اگر یک گلوله فولادی را در سطح آب رها کنیم، درون آب فرو می‌رود اما اگر همین گلوله را در سطح جیوه رها کنیم، روی سطح جیوه باقی می‌ماند و اگر گلوله فولادی را به زور درون جیوه هل داده و رها کنیم، گلوله به سمت بالا می‌آید تا روی جیوه شناور شود یعنی وقتی گلوله در جیوه فرو رفته نیروی شناوری که جیوه به گلوله فولادی وارد می‌کند، از نیروی شناوری که آب به گلوله فولادی وارد می‌کند بیشتر است، بنابراین نتیجه می‌گیریم وقتی جسم درون مایعی قرار گیرد، **هر چه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تری به جسم وارد می‌کند.**

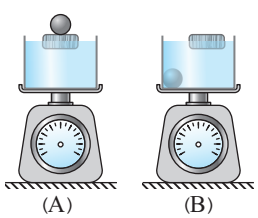
به شکل (۳) نگاه کنید. مایع A ته‌نشین شده است، بنابراین $\rho_A>\rho_B$ است. وقتی که این قطعهٔ فلزی در مایع A قرار می‌گیرد، چون چگالی A بیشتر است نیروی شناوری که بر آن وارد می‌شود بیشتر از نیروی شناوری وارد بر این قطعه فلز در مایع B است، بنابراین نیروسنج شکل (۱) از نیروسنج شکل (۲) عددی کمتری را نشان می‌دهد $(F_1<F_2)$.



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

B ۲ ۳۵۷

خط فکری اگر اجزای مجموعه ثابت باشند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد در تمام حالت‌ها با هم برابر است. مثلاً در شکل روبه‌رو در حالت A گوی بالای چوب قرار گرفته و در حالت B گوی را برداشته و درون آب می‌اندازیم ولی در هر دو حالت وزن مجموعه شامل گوی، چوب، آب و ظرف آن ثابت است، پس عددی که ترازو در حالت A و B نشان می‌دهد مجموع وزن ظرف، آب، چوب و گوی است که با هم برابر است. ترازو وزن ظرف، مایع و جسم را نشان می‌دهد که در دو حالت یکسان است.

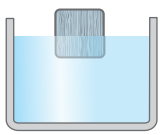


B ۳ ۳۵۸

وقتی جسم را وارد ظرف حاوی مایع می‌کنیم از طرف مایع به جسم نیروی شناوری F_b وارد می‌شود و سبب کاهش وزن جسم می‌شود. با توجه به‌صورت مسئله این مقدار کاهش برابر $W''=F_b$ است، بنابراین مایع بر جسم نیروی W'' را رو به بالا و بنا به قانون سوم نیوتون جسم نیز بر مایع نیروی W'' را رو به پایین وارد کرده و نیروسنج جمع نیروی وزن ظرف و نیروی W'' را نشان می‌دهد $(W+W'')$.

B ۳۵۹ ۴

در ابتدا نیرویی که به کف ظرف وارد می‌شود برابر وزن آب درون ظرف است. با قرار دادن قطعه چوب بر سطح آب، نیرویی که بر کف ظرف وارد می‌شود برابر مجموع وزن آب و قطعه‌چوب است یعنی به اندازهٔ وزن قطعه چوب بر نیروی وارد بر کف ظرف اضافه شده ا ست.



بازی با سوال **ظرفی استوانه‌ای‌شکل، حاوی آب روی سطح افقی قرار دارد. اگر جسمی درون مایع غوطه‌ور شود، افزایش نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:**

۱) صفر ۲) وزن جسم

۳) نیروی شناوری وارد بر جسم ۴) گزینهٔ (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۴

B ۳۶۰ ۲

با قرار گرفتن جسم درون مایع، از طرف مایع نیروی شناوری رو به بالا به جسم وارد می‌شود، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون از طرف جسم نیز نیرویی هم‌اندازه با نیروی شناوری رو به پایین به مایع وارد می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف به اندازهٔ نیروی شناوری افزایش می‌یابد.

B ۳۶۱ ۳

خط فکری با قرار دادن جسمی در مایع از طرف مایع به جسم نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود و طبق قانون سوم نیوتون از طرف جسم نیز نیرویی هم‌اندازه با نیروی شناوری رو به پایین به مایع وارد می‌شود که باعث افزایش نیروی وارد بر کف ظرف و افزایش فشار وارد بر کف ظرف می‌شود.

در حالت اول: به چوب نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود و چون چوب روی سطح آب شناور است، نیروی شناوری وارد بر چوب برابر نیروی وزن آن است. با قرار دادن چوب درون ظرف همچنان چوب شناور بوده و تغییری در اندازهٔ نیروی شناوری ایجاد نمی‌شود بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف و فشار وارد بر کف ظرف ثابت می‌ماند.

در حالت دوم: دقت کنید در ابتدا وزنهٔ فلزی درون مایع بوده و نیروی شناوری وارد بر آن کمتر از وزن آن است، اما با قرار دادن وزنه در ظرف، وزنهٔ فلزی روی سطح آب شناور می‌شود و نیروی شناوری وارد بر آن برابر وزن وزنهٔ فلزی می‌شود، بنابراین در این حالت نیروی شناوری وارد بر جسم افزایش یافته و نیروی وارد بر کف ظرف و همچنین فشار وارد بر کف ظرف افزایش می‌یابد.

B ۳۶۲ ۴

در حرکت شاره پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد و بررسی این پدیده‌ها اغلب می‌تواند بسیار پیچیده باشد. برای پرهیز از این پیچیدگی‌ها، مدل آرمانی و ساده شده‌ای از یک شاره در حال حرکت و بدون تلاطم که دارای **جریان لایه‌ای یکنواخت** است را بررسی می‌کنیم، افزون بر این فرض می‌کنیم شاره تراکم‌ناپذیر است (یعنی، **چگالی آن ثابت است**) و اصطکاک داخلی (گران‌روی) ندارد (**اتلاف انرژی رخ نمی‌دهد**). بنابراین گزاره‌های (الف)، (پ) و (ت) برای مدل‌سازی شاره به‌کار می‌رود، اما قانون پایستگی جرم برای سادگی و مدل‌سازی نیست بلکه یک قانون حاکم بر طبیعت در مکانیک نیوتونی است.

A ۳۶۳ ۴

خط فکری هرچه جریان یک مایع تندتر شود تمایل آن مایع برای ایجاد جریان متلاطم بیشتر می‌شود. زیرا جریان از سطح مقطع بزرگ به سمت لوله با سطح مقطع کوچک می‌رود، پس سرعت جریان شاره افزایش می‌یابد. اگر این افزایش سرعت زیاد باشد، ممکن است باعث شود که در لولهٔ (۲) جریان متلاطم شود و هم‌چنین ممکن است این افزایش سرعت چشم‌گیر نباشد و جریان به حرکت خود به صورت لایه‌ای ادامه دهد.

بازی با سوال **با توجه به شکل روبه‌رو و متلاطم بودن جریان در مقطع (۱)، نوع جریان در مقطع (۲) چگونه می‌تواند باشد؟**



۱) جریان در قسمت (۲) الزاماً متلاطم است.

۲) جریان در قسمت (۲) می‌تواند لایه‌ای باشد.

۳) جریان در قسمت (۲) می‌تواند متلاطم باشد.

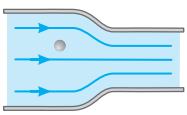
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۱

B ۳۶۴ ۲

خط فکری در حرکت لایه‌ای و پایای یک شاره درون لوله‌ای با سطح مقطع‌های مختلف که همه‌جای لوله پر از شاره است، مقدار شاره‌ای که در یک مدت‌زمان معین از یک مقطع لوله می‌گذرد با مقدار شاره‌ای که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت‌زمان می‌گذرد برابر است و با کاهش مساحت سطح مقطع لوله، جریان شاره تندتر می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد.

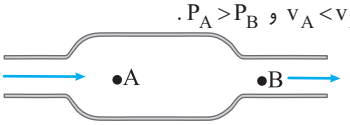
با توجه به شکل در مقطع (۲) تندی، شاره بیشتر است، بنابراین تندی شاره و تندی حباب هوا نیز بیشتر است. از طرفی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد و این امر سبب می‌گردد که فشار درونی حباب هوا از فشار بیرونی آن بیشتر باشد و این باعث افزایش حجم حباب می‌شود. در نتیجه $v_2 > v_1$ و $D_2 > D_1$ است.



A ۳۶۵ ۱

خط فکری بنا بر اصل برنولی برای شاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به اصل برنولی در نقطهٔ B مساحت سطح مقطع لوله کمتر از مساحت سطح مقطع آن در نقطهٔ A است، بنابراین تندی شاره در نقطهٔ B بیشتر و فشار شاره در نقطهٔ B کمتر است. $v_A < v_B$ و $P_A > P_B$.



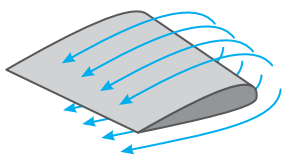
B ۳۶۶ ۳

در شکل (۱) با جاری کردن آب بین دو قایق، تندی جریان آب بین آن‌ها زیاد شده و بنا به اصل برنولی فشار کاهش می‌یابد و چون فشار در دو طرف قایق‌ها بیشتر از فشار بین آن‌ها است، دو قایق به سمت هم کشیده می‌شوند و گزاره (الف) درست است.

در شکل (۲) اگر تندی هوا بالای بال هواپیما کمتر باشد، بنا بر اصل برنولی، فشار هوا در بالای بال بیشتر است و هواپیما نمی‌تواند اوج بگیرد و گزاره (ب) نادرست است.

با حرکت کامیون تندی هوای بالای کامیون بیشتر شده پس از فشار هوای بالای برزنت کاسته شده و برزنت به سمت بالا پف می‌کند و گزاره (پ) درست است.

بازی با سوال **شکل زیر بال هواپیما را نشان می‌دهد، اگر جریان تند هوا در زیر بال و جریان آرام هوا بالای بال باشد، کدام گزینه درست است؟**



۱) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت پایین است.

۲) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت بالا است.

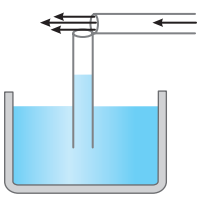
۳) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا افقی است.

۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۱

A ۳۶۷ ۴

وقتی در نی افقی می‌دمیم، تندی شارش هوا در دهانهٔ لولهٔ قائم افزایش می‌یابد و بنا به اصل برنولی، فشار هوا در بالای دهانهٔ نی قائم کاهش می‌یابد و همین امر سبب می‌گردد که سطح آب درون لولهٔ قائم بالا بیاید.



A ۳۶۸ ۱

با حرکت آب به سمت بالا تندی جریان آب به‌دلیل شتاب گرانش کاهش می‌یابد، طبق معادله پیوستگی، Av مقدار ثابتی است و با کاهش تندی جریان آب باید سطح مقطع (A) افزایش یابد.

بازی با سوال **وقتی شیر آب را کمی باز می‌کنیم، آب به آرامی جریان پیدا می‌کند و مشاهده می‌شود که باریکه آب با نزدیک شدن به زمین باریک‌تر می‌شود. دلیل این موضوع آن است که .....**

۱) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین کمتر می‌شود.

۲) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.

۳) تندی جریان آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.

۴) نیروی جاذبهٔ زمین در نزدیکی سطح زمین بیشتر است.

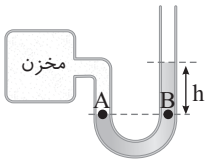
گزینهٔ ۳

A ۳۶۹ ۴

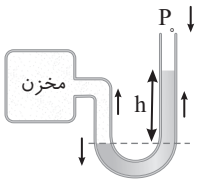
کاربراتور با توجه به اصل برنولی کار می‌کند. این‌گونه که هنگام گاز دادن دریچهٔ هوا و دریچهٔ پروانه‌ای باز می‌شود و هوا وارد لوله ونتوری می‌شود و هنگام عبور از گلوگاه لولهٔ ونتوری، با نازک شدن لوله و کاهش سطح مقطع آن بنا بر معادلهٔ پیوستگی تندی جریان هوا بالا رفته و بنا بر اصل برنولی فشار هوا پایین می‌آید و این امر باعث می‌شود سوخت به لوله تزریق شود.

B ۳۷۰ ۲

یادآوری فشار پیمانه‌ای مخزن برابر اختلاف فشار گاز محبوس در مخزن و فشار هوا است. بنابراین:

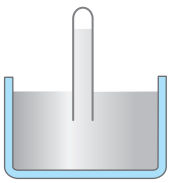


$$P_A = P_B$$
$$P_{\text{مخزن}} = P_\circ + \rho gh \Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_\circ = \rho gh \Rightarrow$$
$$P_g = \rho gh$$



با دمیدن بالای شاخهٔ سمت راست به صورت افقی، تندی هوا افزایش و طبق اصل برنولی، فشار هوای بالای شاخه کاهش یافته و مطابق شکل مایع در این شاخه بیشتر بالا می‌آید. بنابراین اختلاف ارتفاع مایع (h) بین دو شاخه افزایش یافته و فشار پیمانه‌ای زیاد می‌شود: افزایش می‌یابد: $P_g = \rho gh \xrightarrow{\text{h افزایش یافته}} P_g$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک لولهٔ آزمایش را درون ظرف حاوی مایع به‌صورت وارون قرار داده‌ایم و مایع درون لوله در حال تعادل است. اگر بالای ظرف و به موازات سطح مایع با یک دمندهٔ قوی به شدت بدمیم، ارتفاع مایع درون لوله چگونه تغییر می‌کند؟**

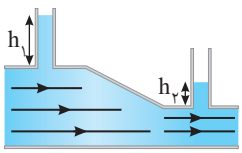


۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۱

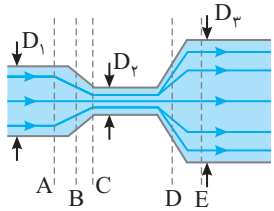
B ۳۷۱ ۱

در قسمت (۱) سطح مقطع لوله که در آن آب در حال حرکت است از سطح مقطع لوله در قسمت (۲) بیشتر است، بنابراین تندی جریان آب در قسمت (۱) کمتر است، در نتیجه بنا به اصل برنولی فشار آب در قسمت (۱) بیشتر از قسمت (۲) است و ارتفاع آب در لوله (۱) از ارتفاع آب در لوله (۲) بیشتر است.



B ۳۷۲ ۴

خط فکری در لولهٔ زیر که به لولهٔ ونتوری معروف است داریم:



P_A فشار ثابت $\Rightarrow v_A$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش A

تندی در حال افزایش $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال کاهش $\Rightarrow$ در بخش B

$\Rightarrow$ فشار در حال کاهش

$v_C (v_C > v_A)$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش C

$\Rightarrow P_C (P_C < P_A)$ فشار ثابت

تندی در حال کاهش $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال افزایش $\Rightarrow$ در بخش D

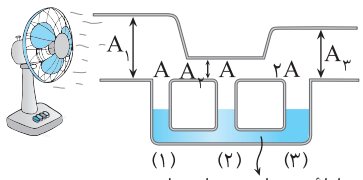
$\Rightarrow$ فشار در حال افزایش

$v_E (v_C > v_A > v_E)$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش E

$\Rightarrow P_E (P_E > P_A > P_C)$ فشار ثابت

به شکل نگاه کنید، مساحت سطح مقطع لوله در قسمت‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم مقایسه کنید، مشخص است که $A_1 > A_3 > A_2$ است بنابراین برای تندی شاره در قسمت‌های مختلف خواهیم داشت $v_2 > v_3 > v_1$ و بنا به اصل برنولی، هرچه تندی شاره بیشتر باشد، فشار شاره در آن‌جا کمتر است. $P_2 < P_3 < P_1$

چون فشار هوا روی قسمت (۲) از دو قسمت دیگر کمتر است آب در این لوله بالاتر قرار می‌گیرد و در قسمت (۳) نیز آب بالاتر از قسمت (۱) خواهد بود. $h_2 > h_3 > h_1$



لولهٔ مرتبط بین شاخه‌ها

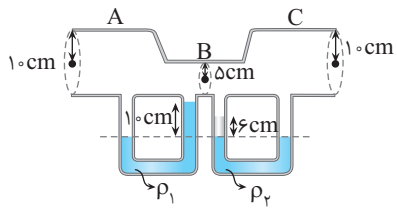
B ۳۷۳ ۲

خط فکری باید به سراغ اصل برنولی و معادله پیوستگی برویم زیرا بنا بر معادلهٔ پیوستگی، تندی جریان هوا در قسمت‌های باریک‌تر لوله، بیشتر است و در نتیجه فشار هوا کمتر است و ارتفاع مایع در قسمتی که فشار هوای بالاسر آن کمتر است، بیشتر است. این اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف هر لولهٔ U شکل ناشی از اختلاف فشار هوا در دو شاخهٔ لوله است.

فشار هوا در قسمت A و C برابر و در قسمت B کمتر است. از این‌رو اختلاف فشار قسمت A و B $(P_A - P_B)$ برابر اختلاف فشار قسمت B و C، $(P_C - P_B)$ است $(P_A - P_B = P_C - P_B)$. اکنون برای هر لولهٔ U شکل به کمک خط تراز خواهیم داشت: لوله حاوی مایع ρ_1: $P_A - P_B = \rho_1 gh_1$ $\xrightarrow{P_A - P_B = P_C - P_B}$

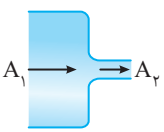
لوله حاوی مایع ρ_2: $P_C - P_B = \rho_2 gh_2$

$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 \times ۱۰ = \rho_2 \times ۶ \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۵}{۳}$$



A ۳۷۴ ۳

در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در بازهٔ زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر مقدار شاره‌ای است که در همین بازهٔ زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد.



A ۳۷۵ ۱

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجم شاره شارش شده در یکای زمان، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{\Delta t}$$

اما $\frac{L}{\Delta t}$ برابر تندی شاره (v) است. از این‌رو: $\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = Av$

اکنون آهنگ شارش حجمی شاره را حساب می‌کنیم.

$$Av = ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۷ = ۱۴۰ \times ۱۰^{-۴} = ۱۴ \times ۱۰^{-۳}\, m^3/s = ۱۴ lit/s$$

بازی با سؤال **آهنگ شارش حجمی شاره در یک لوله برابر $۳۷/۵ lit/s$ است. اگر قطر سطح مقطع لوله $۱۰cm$ باشد، تندی جریان شاره در لوله چند m/s است؟** $(\pi = ۳)$

۱) ۰/۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

A ۳۷۶ ۱

خط فکری با توجه به معادلهٔ پیوستگی آهنگ شارش مایع درون لوله ثابت است.

تندی مایع سطح مقطع لوله حجم شارش شده

آهنگ شارش مایع برابر $\frac{V}{\Delta t}=Av$ است، بنابراین در دو مقطع A_1 و A_2 از یک لوله که مایع در آن‌ها تندی v_1 و v_2 دارد، داریم:

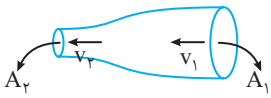
$$A_1v_1=A_2v_2$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_Av_A=A_Bv_B$$

$$\Rightarrow \pi r_A^2v_A^2=\pi r_B^2v_B^2 \xrightarrow{d_A=2d_B\Rightarrow r_A=2r_B} v_B=4v_A \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\frac{1}{4}$$

بازی با سؤال **شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا تمام فضای لولهٔ نشان داده شده در شکل را پر کرده است. شعاع سطح مقطع در قسمت بزرگ‌تر لوله $r_1=4cm$ و شعاع سطح مقطع کوچک‌تر $r_2=1/5cm$ است. اگر تندی شاره در عبور از سطح بزرگ‌تر $9cm/s$ باشد، تندی شاره در عبور از سطح کوچک‌تر چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟**



۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۴

گزینهٔ ۳

A ۳۷۷ ۲

مساحت سطح مقطع دایره‌ای‌شکل در ورودی لوله $A_1=\pi r^2$ است و مساحت سطح مقطع مربعی‌شکل در قسمت خروجی $A_2=r^2$ می‌شود. اکنون به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله قابل حل است:

$$A_1v_1=A_2v_2\Rightarrow \pi r^2\times 4=r^2\times v_2\Rightarrow v_2=12m/s$$

A ۳۷۸ ۴

خط فکری هنگام خروج آرام آب از شیر به دلیل نیروی گرانش و سقوط آب، تندی آب افزایش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی آب و معادله پیوستگی به دلیل افزایش تندی، قطر باریکهٔ آب کاهش می‌یابد، بنابراین مسئله را به کمک معادلهٔ پیوستگی حل می‌کنیم.

۱ معادله پیوستگی را می‌نویسیم.

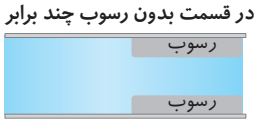
$$A_1v_1=A_2v_2\Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A=\pi(\frac{D}{2})^2} \frac{v_1}{v_2}=(\frac{D_2}{D_1})^2\Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{16}{25}\Rightarrow v_2=\frac{25}{16}v_1$$

۲ حال درصد تغییرات تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times 100=\frac{\frac{9}{16}v_1}{v_1}\times 100=\frac{9}{16}\times 100=56/25\%$$

بازی با سؤال **در شکل زیر به علت تشکیل رسوب در لوله، مساحت سطح قسمتی از لوله ۲۰ درصد کاهش یافته است. اگر درون لوله شاره‌ای پایا و لایه‌ای برقرار باشد، آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت بدون رسوب چند برابر قسمت رسوب کرده است؟**

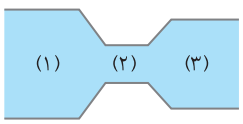


۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۴۴ ۴) ۰/۸

گزینهٔ ۱

A ۳۷۹ ۲

معادلهٔ پیوستگی را برای قسمت‌های (۱) و (۲) و (۳) می‌نویسیم:



$$A_1v_1=A_2v_2=A_3v_3$$

$$\Rightarrow \frac{v_3}{v_1}=\frac{A_1}{A_3}=\frac{\pi r_1^2}{\pi r_3^2}=(\frac{r_1}{r_3})^2=\frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow v_3=\frac{25}{16}v_1=\frac{25}{16}\times 8=12/5cm/s$$

میانبر معادلهٔ پیوستگی را می‌توان مستقیماً برای سطح مقطع (۱) و (۳) نوشت:

$$A_1v_1=A_3v_3$$

B ۳۸۰ ۴

آهنگ شارش حجمی شاره برابر است با Av، بنابراین:

$$\frac{(Av)_A}{(Av)_B}=\frac{3}{2}\Rightarrow \frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}=\frac{3}{2}\xrightarrow{A_A=2A_B} v_A=\frac{3}{4}v_B$$

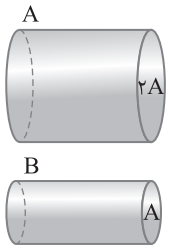
تندی شاره در لوله A کمتر از تندی شاره در لوله B به‌دست آمده است و با توجه به فرض مسئله که اختلاف تندی شاره در لوله A و B، $2cm/s$ است باید نوشت:

$$v_B-v_A=2\Rightarrow v_B-\frac{3}{4}v_B=2\Rightarrow v_B=8cm/s$$

B ۳۸۱ ۱

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجمی که در هر ثانیه از سطح مقطع لوله می‌گذرد برابر است با:

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره}=\frac{\text{حجم شارش شده}}{\text{زمان}}=\text{مساحت سطح مقطع}\times\text{تندی شاره}$$



$$\Rightarrow \frac{V}{t}=Av\Rightarrow \frac{\frac{V_A}{t_A}}{\frac{V_B}{t_B}}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}\xrightarrow{\substack{A_A=2A_B\\ v_A=\frac{4}{3}v_B}}$$

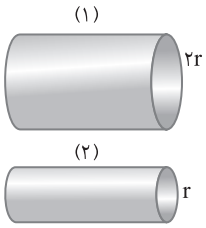
$$\frac{\frac{V_A}{1}}{\frac{V_B}{2}}=\frac{2A}{A}\times\frac{\frac{4}{3}v_B}{v_B}\Rightarrow \frac{2V_A}{V_B}=\frac{8}{3}\Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=\frac{4}{3}$$

اکنون با داشتن نسبت حجم در لوله‌های A و B و همچنین نسبت چگالی‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\begin{cases}m_A=\rho_AV_A\\ m_B=\rho_BV_B\end{cases}\Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho_AV_A}{\rho_BV_B}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=1$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو دو لوله با شعاع‌های مختلف داریم و تندی جریان آب در لولهٔ (۱) نصف تندی جریان آب در لولهٔ (۲) است. اگر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۱) در مدت زمان t_1 برابر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۲) در مدت t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ برابر کدام گزینه است؟**



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

B ۳۸۲ ۲

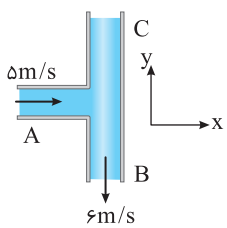
خط فکری دقت کنید که ذهن خود را درگیر تعداد حفره‌های خروجی نکنید، بلکه برای خروج آب یک حفره در نظر بگیرید که مساحت سطح آن سه برابر مساحت سطح یکی از حفره‌هاست، سپس به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله به راحتی قابل حل است.

معادله پیوستگی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم:

$$A_1v_1=A_2v_2 \xrightarrow[A_2=3\pi(\frac{5}{2})^2\times 10^{-4}]{A_1=\pi(\frac{20}{2})^2\times 10^{-4},v=3m/s}$$

$$\pi(10)^2\times 3=3\pi(\frac{25}{4})v_2\Rightarrow v_2=16m/s$$

بازی با سؤال **در یک لولهٔ سه راهه افقی که سطح مقطع سه شاخهٔ آن یکسان است آب جریان دارد. سرعت در مقطع C در SI کدام است؟**



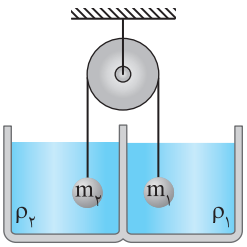
۱) $-1\vec{j}$ ۲) $+1\vec{j}$ ۳) $-2\vec{j}$ ۴) $+2\vec{j}$

گزینهٔ ۱

پنجره دو جداره

B ۳۸۳ ۳

خط فکری هرچه چگالی مایع بیشتر باشد نیروی شناوری که بر جسم وارد می‌کند بیشتر است.



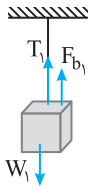
دستگاه در تعادل است و $\rho_1 < \rho_2$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر m_1 توسط مایع ρ_1 از نیروی شناوری وارد بر m_2 توسط مایع ρ_2 کمتر است و برای آن‌که دستگاه در تعادل بماند باید نیروی گرانشی وارد بر جسم m_1 کمتر از نیروی گرانشی وارد بر جسم m_2 باشد. در نتیجه $m_1 < m_2$ است.

B ۳۸۴ ۲

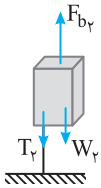
نیروی شناوری حاصل از اختلاف فشار بین سطح مقطع بالا و پایین جسم یعنی $\Delta P = \rho_{\text{مایع}} g\Delta h$ است. دو جسم مکعب‌شکل هستند و حجم آن‌ها از رابطهٔ $V = Ah$ به‌دست می‌آید:

$$V_2 = 2V_1 \Rightarrow A_2 h_2 = 2A_1 h_1 \xrightarrow{\text{سطح مقطع دو جسم یکسان}} h_2 = 2h_1$$

ارتفاع جسم (۲) دو برابر ارتفاع جسم (۱) است و اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\rho g\Delta h)$ دو برابر اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین جسم (۱) است و نیروی شناوری وارد بر جسم (۲)، دو برابر نیروی شناوری وارد بر جسم (۱) است:



جسم در تعادل است: $T_1 + F_{b_1} = W_1 \Rightarrow T_1 = W_1 - F_{b_1}$



جسم در تعادل است: $T_2 + W_2 = F_{b_2} \Rightarrow T_2 = F_{b_2} - W_2$

$$\xrightarrow{T_1 = T_2} W_1 - F_{b_1} = F_{b_2} - W_2$$

با توجه به معادلهٔ بالا داریم:

$$W_1 - F_{b_1} = F_{b_2} - W_2 \Rightarrow W_1 + W_2 = F_{b_1} + F_{b_2}$$

$$\xrightarrow[F_{b_2} = 2F_{b_1}]{W_1 + W_2 = 50N} 50 = 3F_{b_1} \Rightarrow F_{b_1} = \frac{50}{3} N$$

B ۳۸۵ ۳

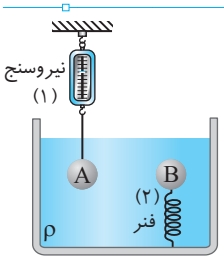
نیروی شناوری (F_b) توسط مایع بر فلز رو به بالا وارد می‌شود، بنا بر قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط فلز بر مایع رو به پایین وارد می‌شود، بنابراین عددی که ترازوی B نمایش می‌دهد، برابر وزن مایع، وزن ظرف و نیروی شناوری است.

$$F_b + W_{\text{مایع}} + W_{\text{ظرف}} = 7/5 \times g \Rightarrow F_b = (7/5 - 1 - 1/8)g \Rightarrow F_b = 4/7gN$$

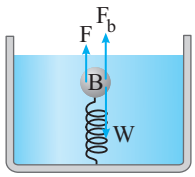
عددی که ترازوی فنری A نمایش می‌دهد تفاضل نیروی وزن و نیروی شناوری است از این‌رو:

$$W_{\text{فلز}} - F_b = 3/5 \times g \Rightarrow m_{\text{فلز}} g - 4/7g = 3/5 \times g \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 8/2kg$$

B ۳۸۶ ۴

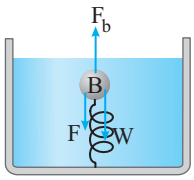


نیروسنج (۱) عدد صفر را نشان داده است، بنابراین نیروی وزن وارد بر جسم A با نیروی شناوری وارد بر آن برابر است. در این صورت چگالی جسم A با چگالی مایع یکی است $(\rho_A = \rho)$.



فنر فشرده

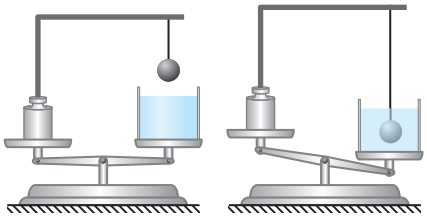
فنر شماره (۲) مشخص نیست که جمع شده یا باز شده است. اگر جمع شده باشد، می‌خواهد باز شود و به جسم B یک نیروی رو به بالا وارد می‌کند، یعنی بر جسم B نیروی وزن رو به پایین و نیروی فنر و شناوری رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین نیروی وزن جسم B از نیروی شناوری بزرگ‌تر است. بنابراین چگالی جسم B از چگالی مایع بیشتر است $(\rho_B > \rho)$.



اما اگر فنر باز شده باشد، می‌خواهد به حالت اول برگردد و جسم B را به پایین می‌کشد. در این حالت نیروی وزن W و نیروی فنر F رو به پایین و F_b رو به بالاست. بنابراین $F_b > W$ است و چگالی B از چگالی مایع کمتر است $(\rho_B < \rho)$.

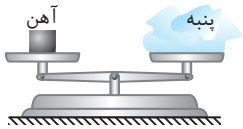
C ۳۸۷ ۳

وزنه وارد ظرف آب در کفهٔ سمت راست شده است. بر وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود، یعنی از کفهٔ سمت چپ به اندازهٔ نیروی شناوری کاسته می‌شود. از طرفی وقتی آب به وزنه نیروی شناوری وارد می‌کند، بنا بر قانون سوم نیوتون وزنه نیز به آب کفه سمت راست نیروی شناوری رو به پایین وارد می‌کند، یعنی به اندازهٔ نیروی شناوری به کفهٔ راست افزوده می‌شود. دقت کنید به اندازهٔ نیروی شناوری از کفه سمت چپ کم شده و به همان اندازه به کفهٔ سمت راست اضافه شده و برای برقراری مجدد تعادل باید در کفهٔ سمت چپ، وزنه‌ای قرار دهیم که وزن آن دو برابر نیروی شناوری وارد بر وزنه است.



برای مثال اگر هر دو کفه در ابتدا ۱۰N وزن داشته باشند و کفهٔ سمت راست ۲N اضافه وزن بیابد، وزنش به ۱۲N می‌رسد و کفهٔ سمت چپ وزنش ۲N کاهش یافته و به ۸N می‌رسد. پس باید وزنهٔ ۴N را به کفهٔ سمت چپ اضافه کرد تا تعادل برقرار گردد، یعنی وزن وزنه باید دو برابر نیروی شناوری وارد بر توپ باشد.

بازی با سؤال **مقداری پنبه و مقداری آهن در دو کفهٔ ترازو قرار دارند و ترازو در تعادل است. نیروی گرانش وارد بر .....**



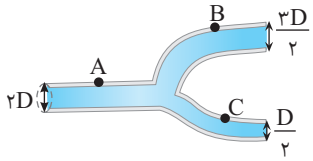
۱) پنبه و آهن برابر است.
۲) پنبه از آهن کمتر است.
۳) پنبه از آهن بیشتر است.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

C ۳۸۸ ۲

خط فکری هنگامی که در دو قسمت از لوله‌ای سوراخی ایجاد شود، در هر قسمتی که فشار بیشتر است، ارتفاع آب خروجی از آن قسمت بیشتر خواهد بود.

در یک لوله، آهنگ شارش جریان پایای مایع (Av) ثابت است، پس هر قسمت از لوله که باریک‌تر باشد، تندی مایع در آن قسمت بیشتر است، همچنین در اصل برنولی گفته می‌شود که در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین



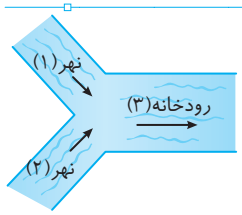
$$A_A > A_B > A_C \Rightarrow v_A < v_B < v_C \Rightarrow P_A > P_B > P_C$$

بنابراین ارتفاع مایع خارج شده از سوراخ A بیشترین و از سوراخ C کمترین خواهد بود.

$$h_A > h_B > h_C$$

B ۳ ۳۸۹

خط فکری با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی شاره، قطعاً مجموع آهنگ شارش در نهر (۱) و (۲) برابر آهنگ شارش در رودخانه (۳) است و به کمک این مطلب باید مسئله را حل کرد.



آهنگ شارش حجمی نهر (۲) + آهنگ شارش حجمی نهر (۱) = آهنگ شارش حجمی رودخانه (۳)

مساحت سطح مقطع هر قسمت برابر حاصل‌ضرب پهنای آن در عمق آن است، بنابراین مساحت سطح مقطع‌ها برابر خواهد شد با:

$A_۱=۲\times۴m^۲$ $A_۲=۵\times۳m^۲$ $A_۳=۱۰\times h_۳ m^۲$

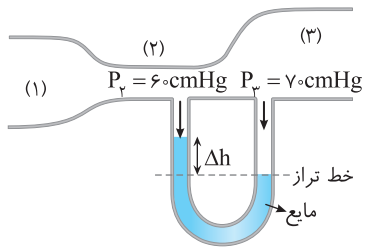
با نوشتن معادلهٔ پیوستگی برای سه مسیر حرکت آب مسئله قابل حل است.

$$A_۱v_۱+A_۲v_۲=A_۳v_۳\Rightarrow(۲\times۴)\times۲+(۵\times۳)\times۴=(۱۰\times h_۳)\times۲/۵$$

$$\Rightarrow ۱۶+۶۰=(۲۵h_۳)\Rightarrow h_۳=\frac{۷۶}{۲۵}\Rightarrow h_۳=۳/۰۴m$$

B ۳ ۳۹۰

در قسمت (۳) فشار هوا ۷۰ cmHg و در قسمت (۲) فشار هوا ۶۰ cmHg است که سبب می‌گردد در شاخهٔ سمت راست مایع پایین برود و در شاخهٔ سمت چپ مایع بالا بیاید. تا جایی که اختلاف فشار هوا $(P_۳-P_۲)$ در دو طرف لوله با اختلاف فشار مایع $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ یکی شود.



۱ اختلاف فشار در دو طرف لوله $۷۰-۶۰=۱۰ cmHg$ است که آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\Rightarrow P=۱۳۶۰۰Pa$$

۲ این فشار را با اختلاف فشار مایع برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow{\rho=۴۰۰۰kg/m^۳}۱۳۶۰۰=۴۰۰۰\times۱۰\times\Delta h$$

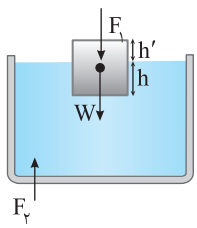
$$\Rightarrow\Delta h=۰/۳۴m\Rightarrow\Delta h=۳۴cm$$

C ۲ ۳۹۱

جرم مکعب چوبی را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=۷۵۰\times(۰/۱)^۳\Rightarrow m=۰/۷۵kg$$

برای حل این مسئله از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم. جسم روی سطح آب ساکن و در تعادل است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این مکعب را رسم می‌کنیم. سه نیرو در امتداد قائم بر این مکعب وارد می‌شود.



۱ نیروی وزن W

۲ نیرویی که از طرف هوا بر سطح بالایی مکعب وارد می‌شود $F_۱=P_{هوا}\times A$

۳ نیرویی که از طرف آب بر سطح پایینی مکعب وارد می‌شود:

$$F_۲=(P_{هوا}+\rho gh)A$$

بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net}=۰\Rightarrow F_۱+W=F_۲\Rightarrow P_{هوا}\times A+mg=(P_{هوا}+\rho gh)A$$

$$P_{هوا}A+mg=P_{هوا}A+\rho ghA\Rightarrow mg=\rho ghA\Rightarrow ۰/۷۵=۱۰۰۰\times h\times(۰/۱)^۲$$

$$h=۰/۰۷۵m\Rightarrow h=۷/۵m\Rightarrow h'=۱۰-۷/۵=۲/۵m$$

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

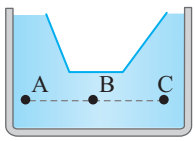
A ۲ ۳۹۱

۱ **شاره در حال** جریان است، پس بنابر اصل برنولی هر قسمت از لوله که سطح مقطع بزرگ‌تری دارد، فشار بیشتری دارد:

$$P_C>P_A>P_B$$

نمای ۲۱

بازی با سوال **در شکل مقابل نقاط A و B و C در یک ارتفاع از ظرف قرار دارند. کدام گزینه درست است؟**



۱) $P_A=P_B=P_C$

۲) $P_B<P_A<P_C$

۳) $P_B>P_A>P_C$

۴) $P_A=P_B<P_C$

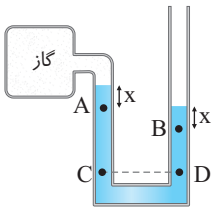
گزینهٔ ۱

B ۳ ۳۹۱

۱ **فشار** در نقاط C و D برابر است، چرا؟ برای اینکه هر دو روی یک خط تراز درون یک مایع قرار دارند. $P_C=P_D$

۲ قطعاً فشار نقاط C و D چون در عمق بیشتری نسبت به A و B قرار دارند، بیشتر است.

۳ اما در مورد نقطهٔ A و B:



با هم فکر کنیم، به نظر شما فشار گاز بیشتر است یا فشار هوا؟، مایع از سمت راست پایین رفته و از سمت چپ بالا آمده بنابراین باید فشار هوا از فشار گاز بیشتر باشد.

فشار در نقطهٔ A: $P_A=P_{گاز}+\rho gx\xrightarrow{P_۰>P_{گاز}}P_B>P_A$

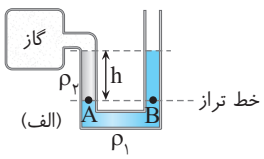
فشار در نقطهٔ B: $P_B=P_۰+\rho gx$

نمای ۱۸

B ۳ ۳۹۱

خط فکری هرگاه فشار مخزن گاز از فشار هوا کمتر باشد، فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_۰)$ منفی به‌دست می‌آید.

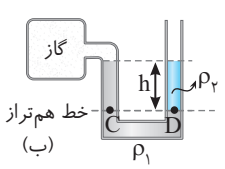
به شکل (الف) دقت کنید. مایع $\rho_۱$ ته‌نشین شده بنابراین چگالی $\rho_۱$ از چگالی $\rho_۲$ بیشتر است. نقاط A و B روی خط تراز دارای فشار برابر هستند. از این رو:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+\rho_۲gh=P_۰+\rho_۱gh\quad(۱)$$

همان‌گونه که گفته شد $\rho_۱>\rho_۲$ بوده بنابراین $\rho_۱gh>\rho_۲gh$ است و برای آن که تساوی (۱) برقرار شود باید $P_{گاز}>P_۰$ باشد، در نتیجه فشار پیمانه‌ای در شکل (الف) مثبت است.

برای شکل (ب) نیز مایع $\rho_۱$ ته‌نشین شده بنابراین چگالی $\rho_۱$ از چگالی $\rho_۲$ بزرگ‌تر است $\rho_۱>\rho_۲$. خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط C و D واقع بر خط تراز را مساوی قرار می‌دهیم.



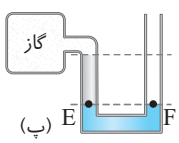
$$P_C=P_D\Rightarrow P_{گاز}+\rho_۱gh=P_۰+\rho_۲gh\quad(۲)$$

چون $\rho_۱>\rho_۲$ بوده قطعاً $\rho_۱gh>\rho_۲gh$ است و برای آن که تساوی (۲) برقرار شود، باید $P_{گاز}<P_۰$ باشد و فشار پیمانه‌ای گاز منفی است.

در شکل (پ) قطعاً فشار گاز از فشار هوا کمتر است، زیرا هوا توانسته است مایع را در شاخهٔ سمت چپ بالا ببرد یعنی با توجه به خط تراز:

$$P_E=P_F\Rightarrow P_{گاز}+\rho gh=P_۰\Rightarrow P_{گاز}<P_۰$$

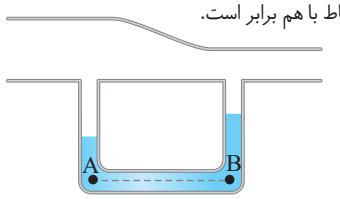
بنابراین فشار پیمانه‌ای منفی است.



نمای ۱۶

B ۳۹۱ ۱

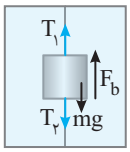
۴ **بـا توجـه به** اینکه مایع در تعادل اسـت و نقاط A و B در یک خط تـراز در این مایع قرار دارند، فشار این نقاط با هم برابر است.



نمای ۲۱

B ۳۹۱ ۴

۵ **اگر نیروی وزن** بیشتر از نیروی شناوری باشد، جسم تمایل به پایین رفتن دارد، پس نخ بالایی نیرو را تحمل می‌کند و ممکن است پاره شود. اگر نیروی شناوری بیشتر از نیروی وزن باشد جسم تمایل به بالا رفتن دارد پس نخ پایینی نیرو را تحمل می‌کند و ممکن اسـت پاره شود و اگر نیروی شناوری و وزن با هم برابر باشند به هیچ‌کدام از نخ‌ها نیرو وارد نخواهد شد و در نتیجه هیچ‌کدام از آن‌ها پاره نمی‌شوند.



حالت اول: $mg > F_b \Rightarrow mg = F_b + T_1$

حالت دوم: $mg < F_b \Rightarrow F_b = mg + T_2$

حالت سوم: $mg = F_b$

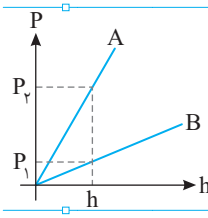
نمای ۲۰

B ۳۹۱ ۱

۶ **با توجه به شکل** روبه‌رو و رابطهٔ فشار داریم:

$$P_2 > P_1 \Rightarrow \rho_A gh > \rho_B gh \Rightarrow \rho_A > \rho_B$$

پـس مایـع A چگالـی بیشـتری دارد (غلیظ‌تره) و چوب در آن کمتر فرومی‌رود.



نمای ۲۰

B ۳۹۱ ۱

۷ **با توجه به هم‌فشار** بودن نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن داریم:

یادآوری فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای مخزن (۱) را نشان می‌دهد، بنابراین فشار مخزن (۱) برابر $P_0 + 0/2\times10^5\,Pa$ یعنی $1/2\times10^5\,Pa$ است.

خط فکری فشار مخزن (۱) برابر $1/2\times10^5\,Pa$ است و فشار نقطهٔ A همان فشار مخزن (۱) و فشـار نقطهٔ C همان فشـار گاز مخزن (۲) اسـت. به کمک رسم خط تراز در مخزن (۲) و خط تراز C و D مسئله قابل حل است.

۱) فشار نقاط A و B را که روی یک خط تراز قرار دارند برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow \text{فشار مخزن(۱)}\ P_A = \overbrace{\text{فشار مخزن(۲)}}^{P_C} + \rho gx \Rightarrow P_A = P_C + \rho gx \quad (I)$$

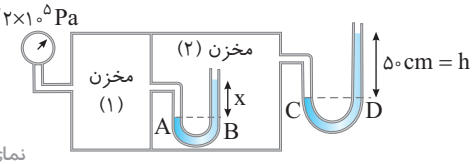
۲) فشار نقاط C و D که روی یک خط تراز قرار دارند با هم برابر است.

$$P_C = P_D \Rightarrow \text{فشار مخزن(۲)}\ P_C = P_0 + \rho gh \qquad (II)$$

۳) از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$1/2\times10^5 = 10^5 + (1000\times10\times x) + (1000\times10\times0/5)$$

$$12 = 10 + x + 0/5 \Rightarrow x = 1/5m = 150cm$$



نمای ۱۷

A ۳۹۱ ۳

۸ **آهنگ شـارش** حجمی شاره در هر سه شیلنگ یکسان است و با توجه به معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1v_1 = A_2v_2 = A_3v_3 \xrightarrow{A_3>A_2>A_1} v_1 > v_2 > v_3$$

چون آب از شیلنگ (۱) با تندی بیشتری خارج می‌شود، مسافت بیشتری را طی می‌کند.

با توجه به تندی‌ها داریم: $d_1 > d_2 > d_3$

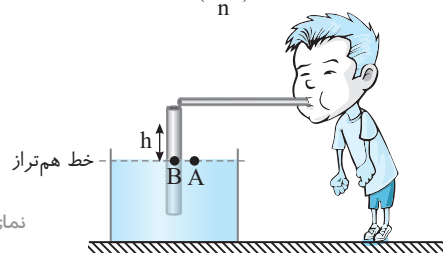
نمای ۲۲

B ۳۹۱ ۳

۹ **فشـار در نقطهٔ** A همان فشـار هوای محیط $(P_A = P_0)$ اسـت. اما فشـار بالای هوای دهانـهٔ لولـهٔ قائم در اثر دمیدن در مقابل آن بنـا به اصل برنولی کاهش یافته و برابر $\frac{P_0}{n}$ اسـت، بنابراین فشـار در نقطهٔ B برابر مجموع فشـار هوا در دهانهٔ لوله و فشـار مایع بالا آمده در لوله است $(P_B = \frac{P_0}{n} + \rho gh)$. نقاط A و B در یک خط تراز قرار دارند، پس:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \frac{P_0}{n} + \rho gh \Rightarrow \frac{n-1}{n} P_0 = \rho gh$$

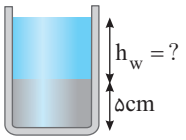
$$\frac{n-1}{n}\times10^5 = 1000\times10\times h \Rightarrow h = 10\left(\frac{n-1}{n}\right)$$



نمای ۲۱

B ۳۹۱ ۳

۱۰ **فشـار ۵cm** جیوه برابر ۵cmHg اسـت. بـرای آن که فشـار پیمانه‌ای در کف ظرف دو برابر شـود باید فشـار آب اضافه شده نیز ۵cmHg باشد. اکنون، مشخص می‌کنیم که ارتفاع چند سانتی‌متر آب فشاری برابر ۵cmHg ایجاد می‌کند.



$$\rho_w gh_w = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow 1\times h_w = 13/6\times5 \Rightarrow h_w = 68cm$$

نمای ۱۴

پنجره تو در تو

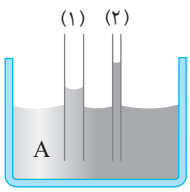
A ۳۹۲ ۴

۱ بـا کاهش فاصلـه از $1\mathring{A} = 10^{-10}m$ به $10^{-13}m$ نیروی بین مولکولی رانشـی خواهد شـد و در فاصلـهٔ $10^{-5}m$ مولکول‌ها دیگر بر هـم نیرو وارد نمی‌کنند، زیـرا نیروی بین مولکولی کوتاه بُرد است و در فاصله $10^{-5}m$ این نیرو عملاً صفر است.

نمای ۱

A ۳۹۲ ۲

۲ **در حالت اول** که هر دو لوله در مایع A قرار دارند چون لولـهٔ (۱) پهن‌تر از لولهٔ (۲) اسـت، مایع درون آن کمتر از لولـهٔ (۲) بالا می‌آید. اما وقتی که لولهٔ (۱) را در مایع A و لولـهٔ (۲) را در مایع B وارد می‌کنیم چون اطلاعی از قدرت نیروی دگرچسـبی این دو مایـع با لولهٔ مویین نداریـم نمی‌توان در مورد میـزان بالا آمدن مایع در لوله‌ها اظهارنظر کرد و ممکن اسـت ارتفاع مایع در هر دو لوله یکسان شود و گزینهٔ (۲) درست است.



نمای ۳

A ۳۹۲ ۱

۳ **با دمیدن درون** نی تندی هوای بین دو ورقه زیاد می‌شود و بنا بر اصل برنولی فشار هوای بین دو ورقه کاهش می‌یابد و فشـار هوا در طرفین ورقه‌ها باعث نزدیک شـدن ورقه‌ها به هم می‌شود.

نمای ۲۱

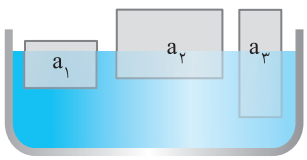
A ۳۹۲ ۱

۴ **با افزایش ارتفاع**، فشـار هوا کاهش می‌یابد، اما فشارسـنج، فشـار پیمانه‌ای یعنی اختلاف فشار هوا و مخزن $(P_g = P_G - P_0)$ را مشخص می‌کند، بنابراین با تغییر ارتفاع و فشار هوا در سطح زمین و بالای کوه فشار اندازه‌گیری توسط فشارسنج تغییری نکرده و یکسان است.

نمای ۱۶

B ۳۹۲ ۲

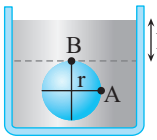
۵ **نکتهٔ مهم** هر چه درصد حجمی که یک جسم در مایعی فرورفته بیشتر باشد، آن جسم چگالی بیشتری دارد. در شکل مسئله بیشتر از نصف حجم جسم a_1 در آب فرورفته است و برای جسم a_3 کمی بیشتر از نصف حجمش در آب فرورفته و حجم فرورفتهٔ جسم a_2 در آب از نصف هم کمتر است بنابراین به ترتیب درصد فرورفتگی a_1 بیشتر از a_3 و a_3 بیشتر از a_2 است در نتیجه $\rho_1>\rho_3>\rho_2$.



نمای ۲۰

A ۳۹۲ ۲

۶ فشار در نقاط A و B را به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم:



$$\begin{cases} P_B = P_\circ + \rho gh \\ P_A = P_\circ + \rho g(h+r) \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_\circ + \rho g(h+r) - P_\circ - \rho gh = \rho gr$$

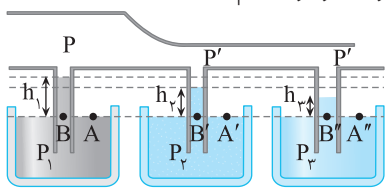
میانبر فشار در مایع به عمق مایع بستگی دارد و اختلاف فشار به اختلاف عمق بستگی خواهد داشت

$$\Delta P_{AB} = \rho g \Delta h_{AB} \xrightarrow{\Delta h_{AB} = r} \Delta P_{AB} = \rho gr$$

نمای ۸

A ۳۹۲ ۱

۷ **با توجه به خط** تراز در هر ظرف داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ = P + \rho_1 gh_1$$

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_\circ = P' + \rho_2 gh_2 \;,\; P_{A''} = P_{B''} \Rightarrow P_\circ = P' + \rho_3 gh_3$$

با توجه به رابطه‌های بالا:

$$P' + \rho_2 gh_2 = P' + \rho_3 gh_3 \xrightarrow{h_2 > h_3} \rho_3 > \rho_2$$

حال در ظرف (۱) و (۲):

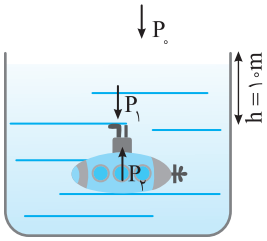
$$P + \rho_1 gh_1 = P' + \rho_2 gh_2 \xrightarrow{P > P'} P - P' = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$$

$$\rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1 > 0 \Rightarrow \rho_2 gh_2 > \rho_1 gh_1 \xrightarrow{h_1 > h_2} \rho_2 > \rho_1$$

نمای ۲۱

B ۳۹۲ ۲

۸ **ابتدا فشاری** که بر درپوش از بیرون وارد می‌شود را حساب می‌کنیم:



$$P_1 = P_\circ + \rho gh \xrightarrow{1\,atm = 10^5\,Pa}$$

$$P_1 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 1 \Rightarrow P_1 = 2 \times 10^5\,Pa$$

برای اینکه آبی به داخل زیردریایی وارد نشود باید فشار وارد به درپوش از بیرون و داخل باهم برابر باشد:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_1 = P_{\text{هوای درون زیر دریایی}} + \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 = 0/8 \times 10^5 + \frac{F}{50 \times 10^{-4}} \Rightarrow 1/2 \times 10^5 = \frac{F}{50 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = 60 \times 10 = 600\,N$$

نمای ۶

B ۳۹۲ ۴

۹ **خط فکری** فشاری که توسط هوا بر سطح مایع اعمال می‌شود توسط مایع در تمام جهت‌ها به‌طور یکسان منتقل می‌شود، بنابراین با دو برابر شدن فشار هوای بالای مایع، این افزایش فشار نیز به کف ظرف منتقل می‌شود.

۱ فشار کل مایع در کف ظرف در حالت اول برابر است با:

$P_2 = P_1 + \rho gh$ فشار کل در کف ظرف

۲ فشار کل مایع در کف ظرف پس از ۲ برابر شدن فشار هوای بالای مایع برابر خواهد شد با:

$P'_2 = 2P_1 + \rho gh$

بنابراین قطعاً $P'_2 > P_2$ است اما به اندازهٔ $2P_2$ نمی‌شود. به استدلال زیر دقت کنید.

$$\frac{P'_2}{P_2} = \frac{2P_1 + \rho gh}{P_1 + \rho gh} = \frac{P_1 + P_1 + \rho gh}{P_1 + \rho gh} = \frac{P_1}{P_1 + \rho gh} + \frac{P_1 + \rho gh}{P_1 + \rho gh} = \frac{P_1}{P_1 + \rho gh} + 1$$

کاملاً مشخص است که $\frac{P_1}{P_1 + \rho gh} < 1$ است، بنابراین $\frac{P'_2}{P_2} < 2$ خواهد بود.

میانبر یادمان باشد یک دو جمله‌ای وقتی دو برابر می‌شود که هر جملهٔ آن دو برابر شود و همواره رابطهٔ زیر برقرار است.

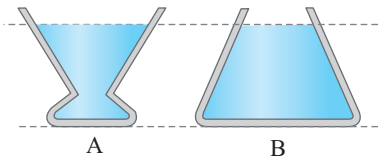
$$\left.\begin{matrix} y_1 = a + b \\ y_2 = 2a + b \end{matrix}\right\} \Rightarrow y_1 < y_2 < 2y_1$$

نمای ۵

B ۳۹۲ ۳

۱۰ **فشار وارد** بر کف ظرف تنها تابعی از چگالی و ارتفاع مایع $(P = \rho gh)$ است. با توجه به شکل ارتفاع مایع در دو ظرف یکسان است. از این‌رو:

$$\begin{cases} P_A = \rho_A gh_A \\ P_B = \rho_B gh_B \end{cases} \xrightarrow[h_A = h_B]{\rho_A = \rho_B \text{ مایع‌ها هم‌جنس هستند}} P_A = P_B$$



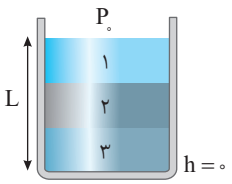
نیروی وارد بر کف ظرف‌ها توسط مایع برابر $F_{\text{کف}} = PA_{\text{کف}}$ است بنابراین:

$$\begin{cases} F_A = P_A A_A \\ F_B = P_B A_B \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A}{P_B} \times \frac{A_A}{A_B} = \frac{1}{3}$$

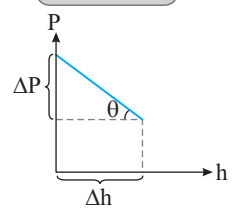
نمای ۹

B ۳۹۲ ۳

۱۱ **هر چه از کف** ظرف به سمت سطح مایع‌های درون ظرف برویم فشار کمتر می‌شود و البته دقت کنید که در سطح آزاد بالاترین مایع $(h = L)$ فشار صفر نمی‌شود بلکه با فشار هوای محیط $(P_\circ)$ برابر می‌شود، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

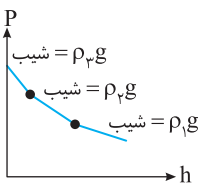


تغییر فشار در یک مایع به چگالی مایع و تغییر ارتفاع مایع بستگی دارد $(\Delta P = \rho g \Delta h)$ و هرچه چگالی بیشتر باشد، شیب نمودار بیشتر است.



$$\text{شیب خط} = \tan\theta = \frac{\Delta P}{\Delta h} = \frac{\rho g \Delta h}{\Delta h} = \rho g$$

مایعی که ته‌نشین شده دارای بیشترین چگالی است، یعنی ترتیب چگالی‌ها به صورت $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$ است، بنابراین شیب نمودار ρ_3 از شیب نمودار ρ_2 و آن نیز از شیب نمودار ρ_1 بیشتر است

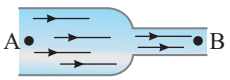


$\tan\theta_3 > \tan\theta_2 > \tan\theta_1$ و گزینهٔ (۳) درست است.

نمای ۱۰

B ۳۹۲ ۳

۱۲ **۱** انرژی جنبشی یک جسم از رابطه $K=\frac{1}{2}mv^2$ به‌دست می‌آید. با توجه به فرض



مسئله انرژی جنبشی یک گرم آب در نقطهٔ B (قسمت راست لوله) ۱۶ برابر انرژی جنبشی یک گرم آب درنقطهٔ A (قسمت چپ لوله) است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K_B=16K_A\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2=16(\frac{1}{2}mv_A^2)\Rightarrow v_B^2=16v_A^2\Rightarrow v_B=4v_A$$

۲ معادله پایستگی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

$$A_Av_A=A_Bv_B\Rightarrow A_Av_A=A_B(4v_A)\Rightarrow A_A=4A_B$$

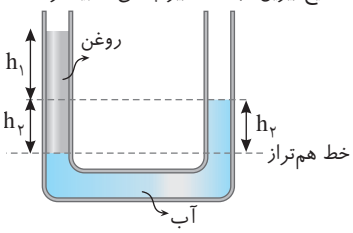
۳ مساحت سطح مقطع از رابطهٔ $A=\pi r^2=\pi(\frac{D}{2})^2$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$\pi(\frac{D_A}{2})^2=4\pi(\frac{D_B}{2})^2\Rightarrow D_A=2D_B\Rightarrow\frac{D_B}{D_A}=\frac{1}{2}$$

نمای ۲۲

A ۳۹۲ ۲

۱۳ **خط فکری** در لولهٔ Uشکل ابتدا باید خط هم‌تراز را رسم کنید، سپس فشار را در دوطرف لوله Uشکل در خط هم‌تراز برابر قرار دهید. خط هم‌تراز خطی است که از مرز جدایی دو مایع رسم می‌شود. یادمان است که فشار مایع به مساحت سطح مقطع ظرف بستگی ندارد و قطعاً مایع زیرین آب است زیرا چگالی آن بیشتر است.



$$P_{روغن}=P_{آب}\Rightarrow\rho_{روغن}h_{روغن}=\rho_{آب}h_{آب}\Rightarrow 0/8\times(h_1+h_2)=1\times h_2$$

$$\Rightarrow h_1+h_2=1/25h_2\Rightarrow h_1=0/25h_2\Rightarrow\frac{h_1}{h_2}=\frac{1}{4}$$

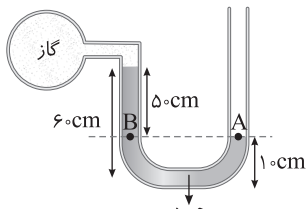
نمای ۱۱

A ۳۹۲ ۲

۱۴ **خط هم‌تراز** را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B روی خط هم‌تراز یکسان است. در نقطهٔ A، فشار برابر فشار هوای محیط (P_0) و در نقطهٔ B فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون ۵۰cm جیوه است بنابراین خواهیم داشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_0=P_{مخزن}+\rho gh\Rightarrow 10^5=P_{مخزن}+13600\times 10\times\frac{50}{100}$$

$$10^2kPa=P_{مخزن}+68kPa\Rightarrow P_{مخزن}=32kPa$$



میانبر با توجه به اینکه مایع در شاخهٔ متصل به گاز بالاتر قرار گرفته از همان ابتدا مشخص است که فشار هوای محیط از فشار گاز بیشتر است و می‌توان نوشت:

$$P_G=P_0-\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

نمای ۱۶

B ۳۹۲ ۱

۱۵ **خط فکری** اختلاف فشار بین دو نقطه به اختلاف عمق دو نقطه بستگی دارد. از این‌رو ابتدا باید عمق نقطهٔ A و B را از سطح آزاد مایع به‌دست آوریم. سپس اختلاف عمق دو مایع را حساب کنیم تا بتوانیم اختلاف فشار را به‌دست آوریم.

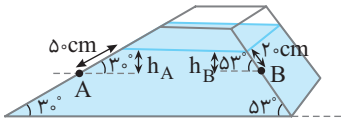
ابتدا عمق از سطح آزاد دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin 30^\circ=\frac{h_A}{50}\Rightarrow h_A=50\sin 30^\circ=25cm$$

$$\Rightarrow\Delta h=25-16=9cm$$

$$\sin 53^\circ=\frac{h_B}{20}\Rightarrow h_B=20\sin 53^\circ=16cm$$

اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B خواهد شد:



$$\Delta P=\rho_{مایع}g\Delta h_{AB}=3/4\times 10^3\times 10\times(\frac{9}{100})$$

فشار به‌دست آمده برحسب پاسکال است که باید آن را به cmHg تبدیل کنیم به همین دلیل می‌نویسیم:

$$\Delta P_{Pa}=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow 3/4\times 10^3\times 10\times\frac{9}{100}=13/6\times 10^3\times 10\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=2/25cm$$

بنابراین اختلاف فشار خواهد شد:

$$\Delta P=2/25cmHg$$

نمای ۱۴

B ۳۹۲ ۱

۱۶ **معادلهٔ پیوستگی** را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

$$A_Av_A=A_Bv_B\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A=\pi r^2}\frac{v_B}{v_A}=(\frac{r_A}{r_B})^2$$

$$\xrightarrow{r_B=r_A-0/375r_A}\frac{v_B}{v_A}=(\frac{r_A}{0/625r_A})^2$$

$$\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=(\frac{1000}{625})^2=(\frac{8}{5})^2\Rightarrow v_B=\frac{64}{25}v_A$$

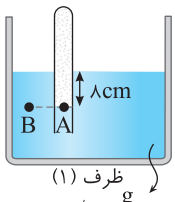
درصد تغییرات تندی برابر است با:

$$\frac{\Delta v}{v_A}\times 100=\frac{v_B-v_A}{v_A}\times 100=\frac{\frac{64}{25}v_A-v_A}{v_A}\times 100=\frac{39}{25}\times 100=156\%$$

نمای ۲۲

B ۳۹۲ ۴

۱۷ **خط فکری** برای هر ظرف با رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز مسئله قابل حل است، البته باید فشار مایع‌ها را برحسب cmHg حساب کنیم.



$$\rho_1=6/8\frac{g}{cm^3}$$

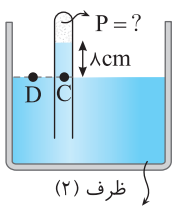
۱ در شکل (۱) فشار ستون ۸cm مایع را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم

$$\rho_{مایع}gh_{مایع}=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow 6/8\times 8=13/6\times h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg}=4cm\Rightarrow P_{مایع}=4cmHg$$

۲ فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز برابر است به کمک این مطلب می‌توان فشار هوای محیط را حساب کرد.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز_1}=P_0+P_{مایع}\Rightarrow 79=P_0+4\Rightarrow P_0=75cmHg$$



$$\rho_2=1/7\frac{g}{cm^3}$$

۳ در ظرف (۲) فشار ستون ۸cm مایع را برحسب cmHg حساب می‌کنیم.

$$\rho_2gh_2=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow 1/7\times 8=13/6h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg}=1cm\Rightarrow P_{مایع}=1cmHg$$

۴ فشار نقاط C و D واقع بر خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

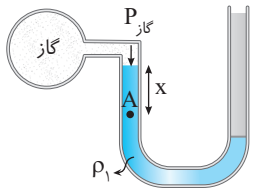
$$P_C=P_D\Rightarrow P_{گاز_2}+P_{مایع}=P_0$$

$$\Rightarrow P_{گاز_2}+1=75\Rightarrow P_{گاز_2}=74cmHg$$

نمای ۱۸

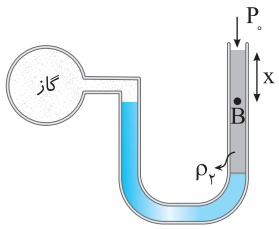
B ۳۹۲ ۴

۱۸ **۱** نقطهٔ A در عمق x از مایع ρ_1 در شاخهٔ سمت چپ قرار گرفته و فشار وارد بر آن برابر است با: $P_A = P_{گاز} + \rho_1 gx$



۲ نقطهٔ B در عمق x از مایع ρ_2 در شاخهٔ سمت راست قرار گرفته و فشار وارد بر آن برابر است با: $P_B = P_\circ + \rho_2 gx$

۳ مایع ρ_1 ته‌نشین شده و چگالی آن بیشتر از مایع ρ_2 است و $\rho_1 gx > \rho_2 gx$ اما مقایسه‌ای از فشار گاز و فشار هوا نداریم بنابراین بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

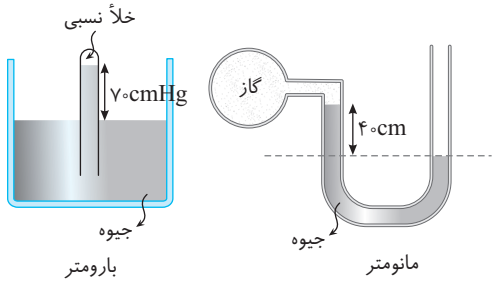


نمای ۱۸

B ۳۹۲ ۳

خط فکری **۱۹** بارومتر وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری فشار هوای محیط. به بارومتر نگاه کنید. ارتفاع ستون جیوه در آن ۷۰cm است، بنابراین فشار هوای محیط ۷۰cmHg است. با توجه به خط تراز مانومتر، فشار در سمت راست برابر فشار هوا و فشار در سمت چپ برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون ۴۰cm جیوه است.

با توجه به عددهای روی بارومتر و مانومتر می‌توان نوشت:



$P_{گاز} + P_{Hg} = P_\circ \Rightarrow P_{گاز} = P_\circ - P_{Hg} = ۷۰ - ۴۰ \Rightarrow P_{گاز} = ۳۰cmHg$

اکنون می‌توان فشار گاز مخزن را برحسب کیلو پاسکال به‌دست آورد:

$P_{Pa} = \rho_{Hg} g h_{Hg}$

$\Rightarrow P_{Pa} = ۱۳۵۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۳۰}{۱۰۰} = ۴۰۵۰۰Pa \Rightarrow P_{گاز} = ۴۰/۵kPa$

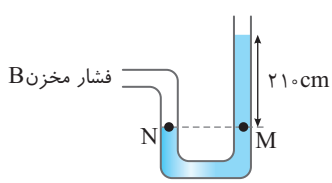
نمای ۱۷

B ۳۹۲ ۳

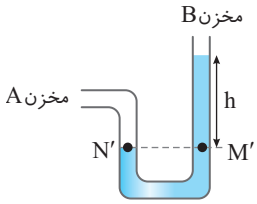
۲۰ **ابتدا خط تراز** را برای لوله بیرونی رسم کرده و فشار مخزن B را محاسبه می‌کنیم:

$P_M = P_N \Rightarrow P_\circ + \rho gh = P_B$

$\Rightarrow ۱۰^5 + ۱۰^3 \times ۱۰ \times ۲/۱ = P_B \Rightarrow P_B = ۱/۲۱ \times ۱۰^5 Pa$



حال برای لوله U شکل داخلی خط تراز را می‌کشیم:



$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_B + \rho gh = P_A$

$\Rightarrow ۱/۲۱ \times ۱۰^5 + ۱۰^3 \times ۱۰ \times h = ۰/۱۴ \times ۱۰^6 Pa$

$۱/۲۱ \times ۱۰^5 + ۱۰^4 h = ۱/۴ \times ۱۰^5$

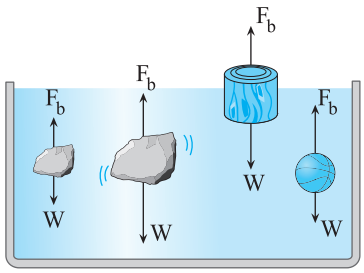
$\Rightarrow ۰/۱۹ \times ۱۰^5 = ۱۰^4 h$

$\Rightarrow h = ۱/۹m = ۱۹۰cm$

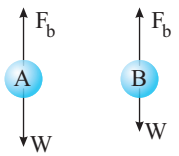
نمای ۱۷

A ۳۹۲ ۴

خط فکری **۲۱** به کمک شکل زیر که شکل کتاب درسی است مسئله را حل کنید. نیروهای F_b و W برای جسم شناور، همچنین برای سنگ کوچک‌تر غوطه‌ور در آب برابر است $(F_b = W)$. اما توپ در حال حرکت روبه بالاست زیرا $F_b > W$ است و برای سنگ بزرگ که $F_b < W$ است سنگ در حال حرکت رو به پایین است.



به جسم A نیروهای هم‌اندازهٔ W و F_b وارد می‌شود بنابراین جسم A می‌تواند شناور یا غوطه‌ور باشد. اما برای جسم B نیروی $F_b > W$ است و قطعاً جسم B درون مایع در حال حرکت رو به بالاست.



نمای ۱۹

B ۳۹۲ ۲

۲۲ **برای اینکه** یخ روی سطح محلول شناور بماند باید چگالی یخ از چگالی محلول کمتر باشد.



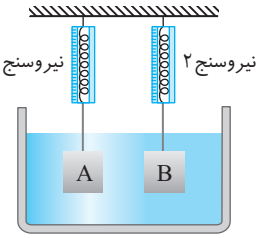
بنابراین چگالی محلول باید از $\rho_{یخ} = ۰/۹g/cm^3$ بیشتر باشد و با توجه به اینکه چگالی آب از چگالی الکل بیشتر است پس باید آب حجم بیشتری از محلول را تشکیل داده باشد و گزینهٔ (۲) درست است.

نمای ۲۰

B ۳۹۲ ۲

خط فکری **۲۳** به شکل روبه‌رو نگاه کنید. فشار در قسمت پایین جسم از فشار در قسمت بالای جسم بیشتر است، بنابراین نیروی وارد بر وجه پایینی این جسم توسط مایع از نیروی وارد بر وجه بالایی جسم بیشتر است و نیروی خالصی که به جسم وارد می‌شود یعنی نیروی شناوری رو به بالاست. حال اگر دو جسم با ظاهری یکسان داشته باشیم، این اختلاف فشار در وجه بالا و پایین شبیه هم است و نیروی شناوری وارد بر آن‌ها یکسان است.

شکل ظاهری دو مکعب یکسان است و دو مکعب هم‌جنس‌اند، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر دوی آن‌ها یکسان است. از آنجایی که نیروسنج (۱) عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد و با توجه به یکسان بودن نیروی شناوری، باید وزن مکعب A از وزن مکعب B بیشتر باشد، بنابراین مکعب A توپر و مکعب B دارای حفره است.

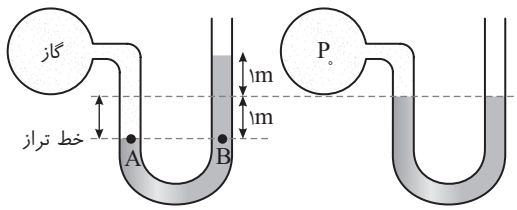


نمای ۲۰

C ۳۹۲ ۴

۲۴ **هنگامی که** مخزن گاز سوراخ می‌شود فشار دو طرف لوله برابر P_0 خواهد شد و سطح مایع در دو طرف یکسان می‌شود. با توجه به صورت سؤال، مایع در شاخه سمت راست $1m$ پایین آمده پس مایع در شاخه سمت چپ یک متر بالا می‌رود تا هر دو شاخه هم‌سطح شوند، بنابراین با توجه به شکل زیر اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف لولهٔ U شکل قبل از سوراخ‌شدن مخزن $2m$ بوده است. فشار نقاط A و B روی خط تراز یکسان است. $P_A = P_B$

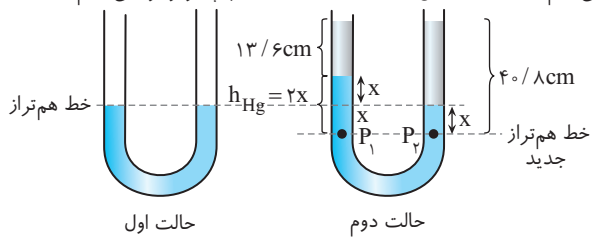
$$P_{\text{مخزن}} = P_0 + \rho gh \Rightarrow \underbrace{P_{\text{مخزن}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 2 = 20 \times 10^3\,Pa = 20\,kPa$$



نمای ۱۸

B ۳۹۲ ۳

۲۵ **خط فکری** در شاخهٔ سمت راست مقدار $40/8cm$ آب و در شاخهٔ سمت چپ $13/6cm$ آب ریخته شده است، بنابراین در شاخهٔ سمت راست، جیوه به اندازهٔ x پایین می‌رود و در شاخهٔ سمت چپ جیوه به اندازهٔ x بالا می‌رود. خط هم‌تراز جدید را رسم می‌کنیم و فشار را روی این خط در دو شاخه راست و چپ برابر قرار می‌دهیم.



با توجه به شکل در شاخه سمت راست، $40/8cm$ آب در بالای خط هم‌تراز جدید قرار دارد و در شاخهٔ سمت چپ مقدار $13/6cm$ آب و $2x$ جیوه قرار دارد، بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow (\rho gh)_{\text{سمت چپ}} + (\rho_{Hg} g h_{Hg}) = (\rho gh)_{\text{سمت راست}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 13/6 + 13/6 \times (2x) = 1 \times 40/8 \Rightarrow 27/2x = 27/2 \Rightarrow x = 1\,cm$$

بنابراین سطح جیوه در شاخه سمت راست $1cm$ پایین می‌رود.

نمای ۱۳

فصل سوم: کار، انرژی و توان

پنجره ۱

A ۳۹۳ | ۱

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است، این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

نکته در فیزیک تندی یعنی مسافت طی شده تقسیم بر زمان که کمیتی نرده‌ای، همواره مثبت و بدون جهت است، اما سرعت یعنی جابه‌جایی تقسیم بر زمان که کمیتی برداری است و جهت آن مهم است.

A ۳۹۴ | ۲

خط فکری برای آنکه در رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی برحسب ژول به‌دست آید، باید تندی برحسب m/s و جرم برحسب kg باشد (سازگاری یکاها) بنابراین شما ابتدا باید تبدیل یکا برای جرم و تندی را انجام دهید، سپس انرژی جنبشی را به‌دست بیاورید.

هر تن برابر $1000\,kg$ است. بنابراین جرم هواپیما خواهد شد:

$$m=500\,ton=500\times1000\Rightarrow m=5\times10^5\,kg$$

تندی هواپیما را برحسب m/s حساب می‌کنیم:

$$v=720\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{10^3m}{1km}\Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow k=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times(200)^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times4\times10^4$$

$$K=10^{10}J\xrightarrow{1MJ=10^6J}K=10^4MJ$$

میانبر تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ و بالعکس

$$\frac{km}{h}\xrightarrow[\times3/6]{\div3/6}\frac{m}{s}$$

A ۳۹۵ | ۳

انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم وابسته نیست. تندی ماهواره خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=100kg]{K=5\times10^7J}5\times10^7=\frac{1}{2}\times100\times v^2\Rightarrow v^2=10^6\Rightarrow v=10^3\frac{m}{s}$$

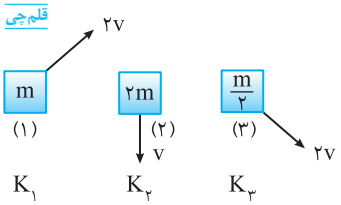
A ۳۹۶ | ۲

یادآوری انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد.

جرم هر سه جسم و تندی آن‌ها با هم برابر است از این رو انرژی جنبشی آن‌ها نیز $(K=\frac{1}{2}mv^2)$ برابر است $(K_1=K_2=K_3)$.

بازی با سؤال در کدام گزینه انرژی جنبشی اجسام زیر به‌درستی مقایسه شده است؟

قلم‌چی



۱) $K_2<K_3<K_1$

۲) $K_3<K_2<K_1$

۳) $K_3=K_2<K_1$

۴) $K_3=K_2=K_1$

گزینهٔ ۳

A ۳۹۷ | ۳

جرم جسم ثابت است، بنابراین با نوشتن انرژی جنبشی جسم در دو حالت و تقسیم آن‌ها بر هم، می‌توانیم تندی جسم را در حالت دوم به‌دست آوریم.

$$\begin{cases}K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\\K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}\xrightarrow[v_1=4m/s]{K_1=4J,\,K_2=5J}\frac{5}{4}=\frac{v_2^2}{4^2}$$

$$\Rightarrow v_2^2=20\Rightarrow v_2=2\sqrt{5}m/s$$

A ۳۹۸ | ۲

تندی جسم $5m/s$ افزایش یافته یعنی $v_2=v_1+5$ است. با افزایش تندی، افزایش انرژی جنبشی $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه شده است $(K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1)$. با توجه به این داده‌ها مسئله به راحتی قابل حل است.

$$K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1\Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{9}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow v_2=\frac{3}{2}v_1\xrightarrow{v_2=v_1+5}v_1+5=\frac{3}{2}v_1\Rightarrow\frac{1}{2}v_1=5\Rightarrow v_1=10m/s$$

A ۳۹۹ | ۴

تندی جسم افزایش یافته بنابراین انرژی جنبشی آن قطعاً افزایش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله تندی $1m/s$ زیاد شده یعنی $(v_2=v_1+1)$ و سبب گردیده که انرژی جنبشی از $18J$ به $18+14=32J$ برسد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases}K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\\K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}\Rightarrow\frac{32}{18}=\frac{(v_1+1)^2}{v_1^2}\Rightarrow\frac{16}{9}=\frac{(v_1+1)^2}{v_1^2}$$

$$\Rightarrow\frac{v_1+1}{v_1}=\frac{4}{3}\Rightarrow3v_1+3=4v_1\Rightarrow v_1=3m/s$$

اکنون جرم جسم قابل محاسبه است.

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow18=\frac{1}{2}\times m\times(3)^2\Rightarrow m=4kg$$

A ۴۰۰ | ۲

خط فکری جهت حرکت جسم تأثیری در انرژی جنبشی جسم ندارد، بنابراین کافی است شما انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب کرده تا بتوانید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

ابتدا انرژی جنبشی جسم در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\Rightarrow\frac{K_2}{100}=(\frac{20}{10})^2\Rightarrow K_2=400J$$

بنابراین تغییر انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\Delta K=K_2-K_1=400-100\Rightarrow\Delta K=300J$$

A ۴۰۱ | ۲

نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B برابر است:

$$\begin{cases}K_A=\frac{1}{2}m_Av_A^2\\K_B=\frac{1}{2}m_Bv_B^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{v_A^2}{v_B^2}$$

$$\xrightarrow[v_A=\frac{1}{2}v_B]{K_A=3K_B}3=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{(\frac{1}{2}v_B)^2}{v_B^2}\Rightarrow\frac{m_B}{m_A}=\frac{1}{12}$$

بازی با سؤال نسبت انرژی جنبشی جسمی به جرم m_1 که با تندی v_1 در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن $2m_1$ و تندی‌اش $\frac{1}{2}v_1$ است، چقدر است؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

گزینهٔ ۴

B ۴۰۲ | ۱

حالت اول: جرم و انرژی جنبشی A، نصف جرم و انرژی جنبشی B است، بنابراین:

$$K_A=\frac{1}{2}K_B\Rightarrow\frac{1}{2}m_Av_A^2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}m_Bv_B^2)$$

$$\xrightarrow{m_A=\frac{1}{2}m_B}\frac{1}{2}(\frac{1}{2}m_B)v_A^2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}m_B)v_B^2\Rightarrow v_A=v_B\quad(1)$$

حالت دوم: تندی A، ۱m/s افزایش یافته $(v'_A=v_A+1)$ و انرژی جنبشی خودروها، مساوی شده است. از این‌رو می‌توان نوشت:

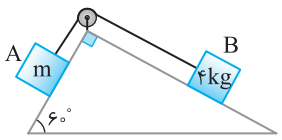
$$K'_A=K_B\Rightarrow\frac{1}{2}m_A(v_A+1)^2=(\frac{1}{2}m_B)v_B^2$$

$$\xrightarrow[m_A=\frac{1}{2}m_B]{(1)}\frac{1}{2}(v_A+1)^2=v_A^2\Rightarrow v_A+1=\sqrt{2}v_A$$

$$\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}v_A+1=1/4v_A\Rightarrow v_A=\frac{1}{0/4}=2/5m/s$$

B ۴۰۳ | ۳

خط فکری به شکل به خوبی نگاه کنید. اگر جسم B، یک متر پایین بیاید در همان زمان جسم A که با یک ریسمان به جسم B متصل است، یک متر بالا می‌رود. یعنی تندی حرکت جسم B برابر تندی حرکت جسم A است. اکنون انرژی جنبشی A را سه برابر انرژی جنبشی B قرار دهید و مسئله را حل کنید.



با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$K_A=3K_B\Rightarrow\frac{1}{2}m_Av_A^2=3(\frac{1}{2}m_Bv_B^2)\xrightarrow{v_A=v_B}m_A=3m_B$$

$$\Rightarrow m_A=3\times4=12kg$$

B ۴۰۴ | ۱

انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و تندی ثانویه را برحسب تندی اولیه حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}\Rightarrow\frac{9}{4}=(\frac{v_2}{v_1})^2\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow v_2=\frac{3}{2}v_1$$

درصد تغییرات (افزایش) سرعت برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times100=\frac{v_2-v_1}{v_1}\times100=\frac{\frac{3}{2}v_1-v_1}{v_1}\times100=50\%$$

بنابراین باید تندی را ۵۰٪ افزایش دهیم.

A ۴۰۵ | ۴

انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته، یعنی به انرژی جنبشی اولیه K_1 به اندازهٔ $0/44K_1$ اضافه شده است، بنابراین: $K_2=K_1+0/44K_1\Rightarrow K_2=1/44K_1$

جرم جسم ثابت است، اکنون به جای K_1 و K_2 رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود.

$$\frac{1}{2}mv_2^2=1/44\times\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow v_2^2=1/44v_1^2\Rightarrow v_2=1/2v_1\quad(1)$$

با توجه به فرض مسئله $v_2=v_1+5$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(1)}v_1+5=1/2v_1\Rightarrow0/2v_1=5\Rightarrow v_1=25m/s$$

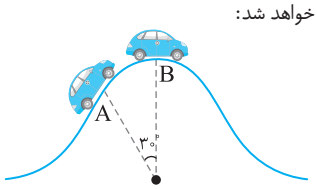
بازی با سوال جسمی با سرعت v_1 در حرکت است. اگر به سرعت آن 6m/s افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۱٪ افزایش می‌یابد، v_1 چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۲

A ۴۰۶ | ۲

انرژی جنبشی جسم ۱۹٪ کاهش یافته است، یعنی اگر انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ A، K_A باشد انرژی جنبشی آن در نقطهٔ B خواهد شد:



$$K_B=K_A-\frac{19}{100}K_A$$

$$\Rightarrow K_B=\frac{81}{100}K_A$$

در فرمول انرژی جنبشی، v تندی است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. از طرفی جرم جسم ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{81}{100}\times\frac{1}{2}mv_A^2\Rightarrow v_B=\frac{9}{10}\times20=18m/s$$

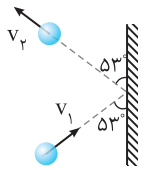
B ۴۰۷ | ۲

خط فکری درصد تغییرات هر کمیت در فیزیک برابر است با تغییرات آن کمیت تقسیم بر مقدار اولیه آن ضربدر ۱۰۰، به عنوان مثال درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با: $\frac{K_2-K_1}{K_1}\times100$

حال اگر
- $K_2-K_1>0$ باشد، به اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی افزایش یافته است.
- $K_2-K_1<0$ باشد، به‌اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی کاهش یافته است.

از طرفی انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد، بنابراین شما باید انرژی جنبشی اولیه و نهایی را حساب کنید تا بتوانید درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

انرژی جنبشی در حالت اول برابر است با:



$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(10)^2=50m$$

انرژی جنبشی در حالت دوم خواهد شد:

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(8)^2=32m$$

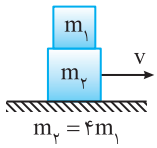
اکنون درصد تغییرات انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times100=\frac{32m-50m}{50m}\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات}=-36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش می‌یابد.

B ۴۰۸ | ۳

حالت اول: دو جسم با تندی ثابت باهم در حال حرکت‌اند و مجموع جرم آن‌ها برابر است با:



$$M=m_1+m_2\xrightarrow{m_2=4m_1}$$

$$M=m_1+4m_1\Rightarrow M=5m_1$$

انرژی جنبشی در حالت اول خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K_1=\frac{1}{2}(5m_1)v^2\Rightarrow K_1=2/5m_1v^2$$

حالت دوم: m_1 را از روی m_2 برمی‌داریم. یعنی تنها جرم $m_2=4m_1$ باقی می‌ماند از طرفی به تندی آن ۲۰٪ اضافه می‌کنیم، یعنی تندی v بعد از افزایش خواهد شد:

$$v'=v+0/2v=1/2v$$

اکنون انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$K_2=\frac{1}{2}m_2v'^2=\frac{1}{2}(4m_1)(1/2v)^2=2m_1\times1/44v^2$$

با داشتن K_1 و K_2 تغییرات انرژی جنبشی مجموعه خواهد شد:

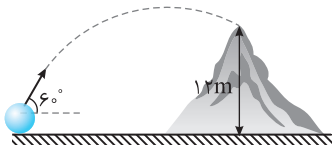
$$\Delta K=K_2-K_1=2/88m_1v^2-2/5m_1v^2=0/38m_1v^2$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta K}{K_1}\times100=\frac{0/38m_1v^2}{2/5m_1v^2}\times100=15/2$$

B ۱ ۴۰۹

انرژی جنبشی جسم ٪۳۶ کاهش یافته است. یعنی اگر انرژی جنبشی اولیه K_1 است انرژی جنبشی ثانویهٔ آن $K_2=K_1-\frac{۳۶}{۱۰۰}K_1$ است، بنابراین خواهیم داشت:



$$K_2=\frac{۶۴}{۱۰۰}K_1 \quad (۱)$$

اکنون با قرار دادن $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ در رابطهٔ بالا، نسبت v_2 به v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{۱}{۲}mv_2^۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲}mv_1^۲\right)\Rightarrow v_2^۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}v_1^۲\Rightarrow v_2=۰/۸v_1$$

درصد تغییرات سرعت خواهد شد:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times ۱۰۰=\frac{۰/۸v_1-v_1}{v_1}\times ۱۰۰=-۰/۲\times ۱۰۰=-۲۰٪$$

بنابراین تندی ٪۲۰ کاهش یافته است.

B ۱ ۴۱۰

انرژی جنبشی شهاب‌سنگ را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times ۱/۴\times ۱۰^۸\times(۱۰^۴)^۲=۰/۷\times ۱۰^{۱۶}J=۷۰\times ۱۰^{۱۴}J$$

هر تن TNT، ۴۲×۱۰^۸J انرژی آزاد می‌کند، حال باید حساب کنیم چند تن TNT، انرژی $۷۰\times ۱۰^{۱۴}J$ آزاد می‌کند.

$$\begin{array}{|c|c|}\hline ۱\text{ تن} & ۴۲\times ۱۰^۸J \\ \hline m_{TNT} & ۷۰\times ۱۰^{۱۴}J \\ \hline\end{array}\Rightarrow m_{TNT}=\frac{۷۰\times ۱۰^{۱۴}}{۴۲\times ۱۰^۸}=\frac{۱۰}{۶}\times ۱۰^۶ton$$

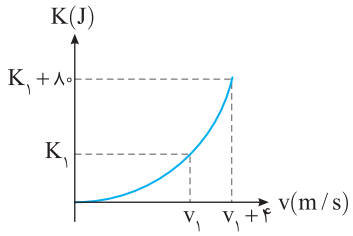
B ۲ ۴۱۱

به نمودار نگاه کنید، وقتی تندی v_1 است، انرژی جنبشی K_1 بوده و وقتی تندی $v_1+۴$ است، انرژی جنبشی $K_1+۸۰$ می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2=\frac{۱}{۲}mv_2^۲\Rightarrow K_1+۸۰=\frac{۱}{۲}m(v_1+۴)^۲\Rightarrow K_1+۸۰=\frac{۱}{۲}m(v_1^۲+۸v_1+۱۶)$$

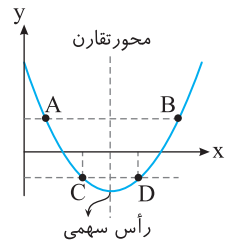
$$\Rightarrow K_1+۸۰=\underbrace{\frac{۱}{۲}mv_1^۲}_{K_1}+۴mv_1+۸m\Rightarrow ۴mv_1+۸m=۸۰$$

$$\xrightarrow{m=۲/۵kg} ۴\times ۲/۵v_1+۸\times ۲/۵=۸۰\Rightarrow v_1=۶m/s$$

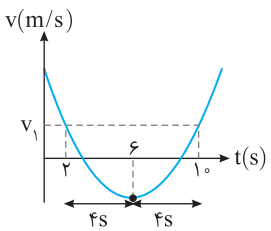


B ۱ ۴۱۲

یادآوری در نمودار سهمی، خط قائمی که از رأس می‌گذرد محور تقارن سهمی است و نقاط روی نمودار که در فاصلهٔ طولی یکسانی از رأس سهمی قرار دارند، مقدار yهای آن‌ها با هم برابر است. به‌طور مثال روی شکل $y_A=y_B$ و $y_C=y_D$ است.



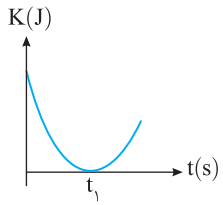
به شکل نمودار دقت کنید. فاصلهٔ نقاط در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۱۰s$ تا رأس سهمی برابر است، بنابراین تندی جسم در این دو لحظه برابر است و نسبت انرژی جنبشی جسم در این دو لحظه $\frac{K_1}{K_2}=۱$ خواهد بود.



B ۴ ۴۱۳

خط فکری وقتی انرژی جنبشی یک جسم کاهش می‌یابد، حتماً تندی آن کاهش یافته است و بالعکس، بنابراین شما باید به نمودار دقت کنید و بررسی کنید که انرژی جنبشی در چه بازه‌ای کاهش می‌یابد و در چه بازه‌ای افزایش می‌یابد. از طرفی یادتان باشد انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد. یعنی اگر انرژی جنبشی جسم کاهش یابد و جسم متوقف شود و مجدداً در هر جهتی شروع به حرکت کند، چون تندی‌اش زیاد می‌شود، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

به نمودار دقت کنید. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و سرانجام در لحظهٔ t_1 صفر می‌شود، یعنی تندی متحرک صفر می‌شود. بعد از لحظهٔ t_1 مجدداً جسم شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی جسم زیاد می‌شود. یعنی تندی جسم افزایش می‌یابد اما اینکه در چه جهتی شروع به حرکت کرده است معلوم نیست، ممکن است پس از توقف در همان جهت اولیه به حرکت درآید و یا در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت کرده باشد و یا در جهت دیگری، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) هر دو می‌توانند صحیح باشند.



B ۲ ۴۱۴

با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شدهٔ A، برابر ۴d است از این رو:

$$v_A=\frac{۴d}{t}, v_B=\frac{d}{t}\Rightarrow v_A=۴v_B$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲}{\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲}=\frac{m(۴v_B)^۲}{۸mv_B^۲}=\frac{۱۶mv_B^۲}{۸mv_B^۲}=۲$$

C ۴ ۴۱۵

پس از برخورد و شکستن اولین صفحهٔ شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_1-K_2=\frac{۱}{۲}mv_1^۲-\frac{۱}{۲}mv_2^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۳}\times ۳۶۰۰-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۳}\times ۲۵۰۰=۱/۱J$$

در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $۳/۶-۱/۱=۲/۵J$ خواهد بود و به ازای هر $۱/۱J$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحهٔ شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین دو صفحهٔ شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست: $۱/۳-۱/۱=۰/۲J$ ، $۲/۵-۱/۱=۱/۳J$

B ۴ ۴۱۶

خط فکری ابتدا باید به‌وسیلهٔ تعریف شتاب متوسط $\left(a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$، تندی جسم را حساب کنید، سپس انرژی جنبشی آن را به‌دست آورید. البته جسمی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند در ابتدا تندی‌اش صفر است.

تندی جسم را حساب می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v-v_۰}{t}\xrightarrow[t=۲/۵s]{a_{av}=۴m/s^۲} ۴=\frac{v-۰}{۲/۵}\Rightarrow v=۱۰m/s$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{m=۰/۵kg} K=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵\times ۱۰^۲\Rightarrow K=۲۵J$$

B ۳ ۴۱۷

شتاب جسم $a=۴m/s^۲$ به ما داده شده است. همچنین تندی اولیهٔ آن $۲m/s$ است، بنابراین با توجه به تعریف شتاب می‌توانیم تندی ثانویهٔ جسم را حساب کنیم.

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v_2-v_1}{t}\xrightarrow{t=۲s} ۴=\frac{v_2-۲}{۲}\Rightarrow v_2=۱۰\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد: $K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{m=۲kg} K=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^۲=۱۰۰J$

دقت کردید که جهت حرکت جسم مهم نبود چون شتاب حرکت جسم را در اختیار داشتیم.

C ۴۱۸ ۳

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون چون نیرو ثابت است، شتاب حرکت جسم هم ثابت است. با توجه تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}\xrightarrow{v_0=0}v_1=at$$

۲ در مدت $2t$ دیگر یعنی پس از گذشت زمان $t+2t=3t$، تندی جسم خواهد شد:

$$v_2=a(3t)$$

اکنون انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}ma^2(3t)^2}{\frac{1}{2}m(at)^2}=9\Rightarrow K'=9K$$

B ۴۱۹ ۴

ابتدا شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{3}{5}m/s^2$$

اگر جهت مثبت را جهت مثبت محور x ها بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است:

$$a=-\frac{3}{5}m/s^2$$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به $-6m/s$ رسیده است:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow v=at+v_0\Rightarrow -6=-\frac{3}{5}t+6\Rightarrow t=20s$$

پنجره ۲

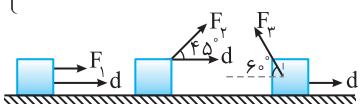
A ۴۲۰ ۳

با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $(W=Fd\cos\theta)$ که در آن θ زاویهٔ بین بردار نیرو و جابه‌جایی است می‌توان مشاهده کرد که نیروی شخص بر راستای حرکت عمود است $(\theta=0)$ و کار نیروی عمود بر مسیر، صفر است. $\cos\theta=0\Rightarrow W=0$

A ۴۲۱ ۱

کار تک‌تک نیروها را در هر شکل به‌دست می‌آوریم.

$$W=Fd\cos\theta\begin{cases}\xrightarrow{F_1}W_1=F_1d\cos0\Rightarrow W_{F_1}=F_1d\\ \xrightarrow{F_2}W_2=F_2d\cos45^\circ\Rightarrow W_{F_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}F_2d\\ \xrightarrow{|F_2|=\sqrt{2}F_1}W_{F_2}=F_1d\\ \xrightarrow{F_3}W_3=F_3d\cos(120^\circ)\xrightarrow[|F_3|=\sqrt{2}F_1]{\cos120^\circ=-\cos60^\circ=-\frac{1}{2}}\\ W_{F_3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}F_1d\Rightarrow W_{F_3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}W_{F_1}\Rightarrow W_{F_1}=-\sqrt{2}W_{F_3}\end{cases}$$

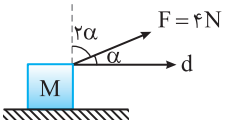


بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{F_1}=W_{F_2}=-\sqrt{2}W_{F_3}$$

A ۴۲۲ ۴

خط فکری اندازهٔ جابه‌جایی در هر دقیقه را در اختیار دارید و می‌توانید جابه‌جایی را در هر ثانیه و سپس در ۱۰s به‌دست بیاورید. البته با توجه به اینکه روی شکل زاویهٔ ۹۰° برابر 3α شده است، بنابراین زاویهٔ بین F و d نیز مشخص است. پس به سراغ حل مسأله بروید جابه‌جایی در مدت $1min=60s$ برابر ۱۲۰ متر است، پس در هر ثانیه، جابه‌جایی $\frac{120}{60}=2m$ و در ۱۰s جابه‌جایی $d=2\times10=20m$ خواهد بود. زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی خواهد شد:



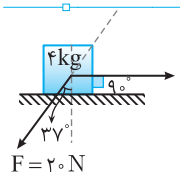
$$3\alpha=90^\circ\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

اکنون کار قابل محاسبه است:

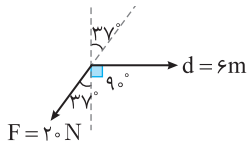
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}W=4\times20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow W=40\sqrt{3}J$$

B ۴۲۳ ۱

خط فکری برای یافتن کار باید زاویهٔ بین جهت بردار نیرو و جهت بردار جابه‌جایی را به‌دست آوریم. مطابق شکل نیروی F را امتداد می‌دهیم تا زاویهٔ بین F و d به‌دست آید.



به شکل نگاه کنید. جسم را به صورت یک نقطه فرض کرده‌ایم و بردار F را از آن نقطه رسم می‌کنیم. زاویهٔ بین بردار d و F برابر $(90+37)$ است. از این‌رو می‌توان نوشت:

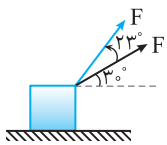


$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=20\times6\times\cos(90+37)$$

$$\xrightarrow{\cos(90+37)=-\sin37}W=20\times6\times(-0/6)\Rightarrow W=-72J$$

B ۴۲۴ ۳

خط فکری مسألهٔ ساده‌ای است، ابتدا زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۳۰° است و پس از آنکه نیرو ۲۳° پادساعتگرد در همان صفحه بچرخد زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $30+23=53^\circ$ می‌شود. البته یک مطلب ریاضی که باید برای حل مسئله بدانیم سینوس و کسینوس زاویه‌های متمم با هم برابرند یعنی $\cos53^\circ$ با $\sin37^\circ$ و $\cos30^\circ$ با $\sin60^\circ$ و ... برابر است، بنابراین کار در هر دو حالت را بیابید و با توجه به فرض مسأله آن‌ها را برابر قرار دهید.



بنا به تعریف کار خواهیم داشت:

$$\text{حالت اول: } W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\theta=30^\circ}W=\frac{\sqrt{3}}{2}Fd$$

$$\text{حالت دوم: } W=Fd'\cos\theta'\xrightarrow[\cos53^\circ=0/6]{\theta'=53^\circ}W=0/6Fd'$$

کارها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}Fd=0/6Fd'\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0/6}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\sqrt{3}}{1/2}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

B ۴۲۵ ۲

خط فکری جهت نیروی وارد بر جسم و جهت حرکت آن در این مسأله مشخص نیست، بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی از $\theta=0$ تا $\theta=180^\circ$ می‌تواند تغییر کند بنابراین شما کار این نیرو را باید یک بار با زاویهٔ $\theta=0$ و بار دیگر با زاویهٔ $\theta=180^\circ$ حساب کنید تا مشخص شود کار این نیرو بین چه مقدارهایی می‌تواند قرار گیرد. سپس گزینه‌ها را با این بازه مقایسه کنید.

بنا به تعریف کار نیروی ثابت می‌توان نوشت:

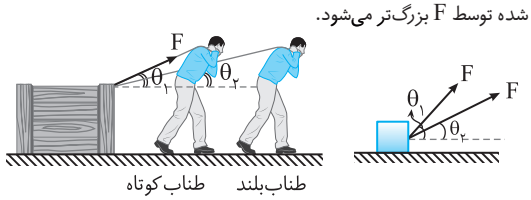
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[d=4m]{F=12N}$$

$$\begin{cases}\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1\Rightarrow W=12\times4\times1=48J\\ \theta=180^\circ\Rightarrow\cos\theta=-1\Rightarrow W=12\times4\times(-1)=-48J\end{cases}$$

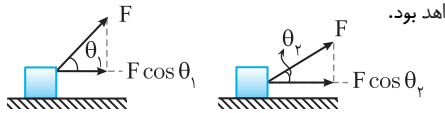
بنابراین کار نیروی F می‌تواند بین دو مقدار $-48\le W\le48$ باشد و تنها گزینهٔ (۲) بین این دو مقدار است.

B ۴۲۶ ۲

به دو شکل رسم شده خوب دقت کنید. هرچه طناب بلندتر باشد، هنگام کشیدن جسم، زاویهٔ بین نیرو و امتداد جابه‌جایی کوچک‌تر می‌شود. هرچه زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی کوچک‌تر، کسینوس آن بزرگ‌تر می‌شود و با توجه به تعریف کار $W=Fd\cos\theta$، کار انجام شده توسط F بزرگ‌تر می‌شود.



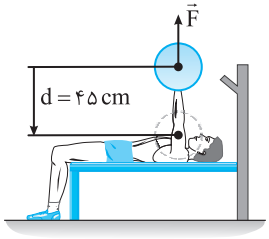
البتـه دقـت کنید اگر نیـروی F را در دو حالـت تجزیه کنید، مؤلفهٔ افقـی در حالت دوم بزرگ‌تر خواهد بود.



A ۴۲۷ ۲

خط فکری بـا توجه به تعریـف کار نیروی ثابـت $W=Fd\cos\theta$ و با توجه به شـکل هنـگام پایین آمدن وزنه، نیروی شـخص وارد بر وزنه رو به بـالا و جابه‌جایی رو به پایین است $(\theta=180^\circ)$ و کار نیروی شخص منفی است اما نیروی وزن رو به پایین بوده و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی $\theta=0$ اسـت بنابراین کار نیروی وزن مثبت اسـت.

ورزشکار وزنه را یکنواخت پایین آورده یعنی نیـروی خالـص وارد بر وزنه صفر اسـت و نیروی وزن وزنه با نیروی شخص هم‌اندازه اسـت $(F=W)$. با توجه به این مطالب می‌توانیـد کار نیـروی وزن و کار نیـروی شخص را حساب کنید.



کار نیروی وزن برابر است با:

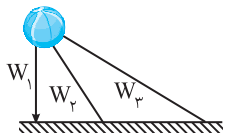
$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W_W=mgd\cos 0\Rightarrow W_W=60\times10\times0/45\Rightarrow W=270J$$

کار نیـروی شـخص را حسـاب می‌کنیـم. البته می‌دانیـم که انـدازهٔ F و W یکی اسـت. یعنی بنابراین: $F=mg=270N$

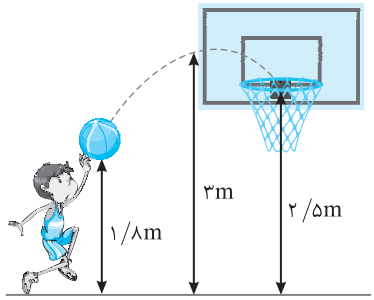
$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=600\times0/45\times(-1)=-270J$$

A ۴۲۸ ۴

خط فکری مهم‌تریـن مطلب دربارهٔ کار نیـروی وزن این اسـت کـه کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر بسـتگی دارد $(W_1=W_2=W_3)$. اگر جسـم بالا برود، کار نیروی وزن منفی اسـت و اگر جسم پایین بیاید، کار نیروی وزن مثبت است. بنابراین در حل این مسأله باید ارتفاع نقطهٔ پرتاب تا حلقه را حساب کنیم.



با توجه به شکل ارتفاع حلقه از نقطهٔ پرتاب برابر است با: $h=2/5-1/8=0/7m$

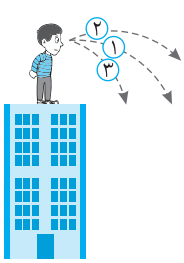


کار نیروی وزن منفی اسـت زیرا ارتفاع توپ تا رسـیدن به حلقه زیاد شـده است. بنابراین خواهیم داشت: $W_W=-mgh\Rightarrow W_W=-1\times10\times0/7\Rightarrow W_W=-7J$

A ۴۲۹ ۱

یادآوری کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است. علامت مثبت برای وقتی اسـت که جسـم پایین می‌آیـد و علامت منفی بـرای وقتی اسـت که جسـم بالا می‌رود و منظـور از h فاصلهٔ قائم بین نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر است.

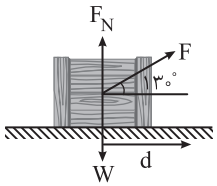
سـه توپ دارای جرم یکسـان بـوده و از یـک نقطه پرتاب شـده‌اند. بنابرایـن بـرای هـر سـه تـوپ کار نیـروی وزن $W_W=mgh$ خواهد بود و $W_1=W_2=W_3$ است.



A ۴۳۰ ۴

خط فکری هرگاه بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی جسـم عمود باشـد، کار نیرو صفر اسـت، بنابراین باید بررسی کنید که در جابه‌جایی این جسم کدام نیروها بر مسیر حرکت عمود هستند.

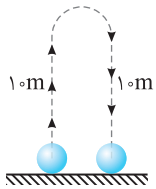
در جابه‌جایی روی سـطح افقی، نیروی وزن بر مسیر حرکت عمود است و کار نیروی وزن صفر است.



$\theta=90^\circ\Rightarrow\cos\theta=0\Rightarrow W_W=0$

به شـکل نگاه کنید. نیروی عمودی سطح (F_N) نیز بر مسـیر عمود اسـت، بنابراین کار آن نیز صفر است.

B ۴۳۱ ۲



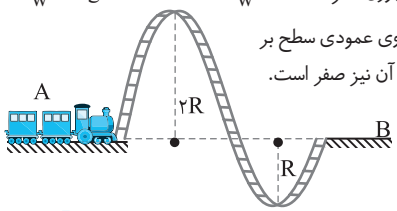
دقت کنید کار در کل مسـیر یعنی جسم به محل اول خود بازگردد. کار نیروی وزن به مسـیر بسـتگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ ابتدایی و انتهایی بسـتگی دارد که در این مسـأله فاصلهٔ نقطـهٔ نقطهٔ ابتدایـی و انتهایـی از هم صفر اسـت، بنابرایـن کار نیـروی وزن صفـر خواهـد بـود. $(W_W=0)$. اما کار نیروی مقاومت هوا به مسـیر بسـتگی دارد و برای به‌دست آوردن کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر باید نیروی مقاومت هوا را در مسافتی که گلوله طی کـرده $(10+10=20m)$ ضرب کـرد البته نیروی مقاومت هوا همـواره در خلاف جهت حرکت گلوله است و کار آن منفی است.

$W_F=-2\times20=-40J$

A ۴۳۲ ۳

به مسیر نگاه کنید، در طول مسیر ترن از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود و ارتفاع قائم B نسبت A صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر است.

$W_W=mgh\xrightarrow{h=0}W_W=0$



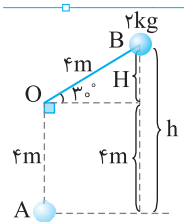
در طول مسیر حرکت ترن، نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود است و کار آن نیز صفر است.

$W_{F_W}=F_N d\cos90^\circ$

$\Rightarrow W_{F_N}=0$

B ۴۳۳ ۱

خط فکری باید ارتفاع نقطهٔ ابتدایـی و انتهایی را به‌دست بیاورید. جسـم به پایین آمده و کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین باید به سراغ ریاضی برویم.



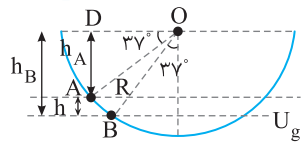
به شـکل نگاه کنید. ابتدا ارتفاع BH را در مثلث OBH به کمک سینوس زاویهٔ ۳۰° به‌دست می‌آوریم.

$$\sin30^\circ=\frac{BH}{OB}\Rightarrow BH=OB\sin30^\circ\Rightarrow BH=4\times\frac{1}{2}=2m$$

ارتفاع h خواهد شد: $h=4+2=6m$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_W=mgh=2\times10\times6=120J$

B ۴۳۴ ۱



به دقـت به شـکل نـگاه کنید. ابتـدا به کمـک مثلثات h_A و h_B را که روی شکل مشخص کرده‌ایم، به‌دست می‌آوریم.

$$\sin37^\circ=\frac{h_A}{OA}\xrightarrow{OA=R}h_A=R\sin37^\circ\Rightarrow h_A=\frac{70}{2}\times0/6=21cm$$

$$\sin53^\circ=\frac{h_B}{OB}\xrightarrow{OB=R}h_B=R\sin53^\circ\Rightarrow h_A=\frac{70}{2}\times0/8=28cm$$

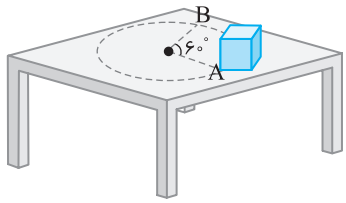
اکنون مقدار جابه‌جایی m را در راستای قائم از A تا B حساب می‌کنیم.

$h=h_B-h_A\Rightarrow h=28-21\Rightarrow h=7cm$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_g=mgh=0/1\times10\times0/07m=0/07J$

B ۴۳۵ ۲

خط فکری کار نیروی اصطکاک به مسیر حرکت و مسافت طی شده جسم بستگی دارد و در حرکت این جعبه، کار نیروی اصطکاک منفی است، بنابراین مسافت طی شده روی محیط دایره را حساب کنید و کار نیروی اصطکاک را در این مسافت به‌دست آورید.



طول مسیر حرکت از A تا B برابر $\frac{۱}{۶}$ محیط دایره است.

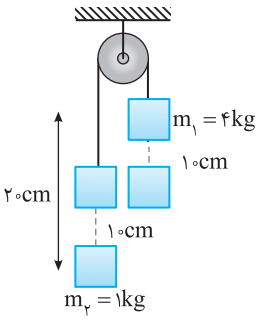
$$L=\frac{۱}{۶}(۲\pi r)\Rightarrow L=\frac{۱}{۶}(۲\pi\times ۰/۴۵)=\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_F=-۲\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi=-۰/۳\pi J$$

C ۴۳۶ ۴

خط فکری وقتی وزنه‌ها را رها می‌کنید، وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود و وقتی از کنار هم می‌گذرند وزنه ۴kg، ۱۰cm پایین می‌آید و وزنه ۱kg، ۱۰cm بالا می‌رود. کار نیروی وزن وزنهٔ ۴kg مثبت و کار نیروی وزن وزنهٔ ۱kg منفی است. زیرا وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود، بنابراین کار نیروی وزن را برای هر وزنه حساب کنید و با هم جمع کنید.



کار نیروی وزن وارد بر وزنهٔ ۴kg برابر است با: $W_۱=+m_۱gh=۴\times ۱۰\times ۰/۱=۴J$

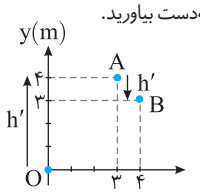
کار نیروی وزن وارد بر وزنهٔ ۱kg برابر است با: $W_۲=-m_۲gh=-۱\times ۱۰\times ۰/۱=-۱J$

کار نیروی وزن وارد بر مجموعه خواهد شد: $W_W=۴+(-۱)=۳J$

B ۴۳۷ ۲

خط فکری برای یافتن کار نیروی وزن بین دو نقطه، باید ارتفاع قائم این دو نقطه از یکدیگر را پیدا کنید و کار نیروی وزن $(W=\pm mgh)$ را به‌دست بیاورید.

با پرتاب توپ از مبدأ $O(۰,۰)$ وقتی توپ از نقطهٔ $A(۳,۴)$ می‌گذرد، در امتداد قائم ۴ متر بالا رفته است و کار نیروی وزن در جابه‌جایی OA منفی و برابر است با:



$$W=-mgh\xrightarrow{m=۰/۵kg} W_{W_{O\to A}}=-۰/۵\times ۱۰\times ۴$$

$$\Rightarrow W_W=-۲۰J$$

در جابه‌جایی از A تا B جسم در امتداد محور قائم از ۴m به ۳m می‌رود یعنی به‌اندازهٔ $h'=۱m$ پایین می‌آید در این صورت کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W=+mgh'\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=۰/۵\times ۱۰\times ۱\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=+۵J$$ حرکت رو به پایین

B ۴۳۸ ۱

خط فکری هرگاه بردار نیرو $\vec{F}$ و بردار جابه‌جایی $\vec{d}$ برحسب بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بیان شود و کار نیروی $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ از شما خواسته شود، باید این‌گونه عمل کنید: مؤلفهٔ F_x که عمود بر d_y است $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین کار این مؤلفه در امتداد محور yها صفر است و تنها در امتداد محور xها کار انجام می‌دهد و مؤلفهٔ F_y نیز که عمود بر امتداد d_x است، کارش در این امتداد صفر است و تنها در امتداد d_y کار انجام می‌دهد، بنابراین کار $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d}=d_x\vec{i}+d_y\vec{j}$ برابر است با:

$$W_F=F_xd_x+F_yd_y$$

برای یافتن کار نیروی $\vec{F}=۳۰\vec{i}+۴۰\vec{j}$ در جابه‌جایی $\Delta\vec{x}=۶\vec{i}$ باید بنویسیم:

کار مؤلفهٔ قائم نیروی $\vec{F}=۳۰\vec{i}+۴۰\vec{j}$ در امتداد محور xها صفر است.

$$W_y=Fd\cos\theta\xrightarrow{\theta=۹۰^\circ} W_y=۰$$

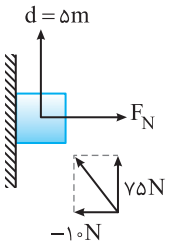
حال کار نیروی مؤلفه x را به‌دست می‌آوریم:

$$W_x=Fd\cos\theta\Rightarrow W_x=۳۰\times ۶=۱۸۰J$$

البته از همان ابتدا می‌توانستید بنویسید:

$$W_F=F_xd_x+F_yd_y\xrightarrow{d_y=۰} W_F=۳۰\times ۶+۰=۱۸۰J$$

B ۴۳۹ ۱



بردار جابه‌جایی با توجه به داده‌های مسأله برابر است با:

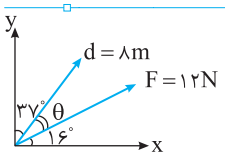
$$\vec{d}=۵\vec{j}$$

مؤلفهٔ افقی نیرو $F_x=-۱۰N$ بر مسیر حرکت عمود است و کار آن صفر است، بنابراین کار نیروی F برابر کار مؤلفهٔ قائم آن $F_y=۱۵N$ در جابه‌جایی ۵ متر است.

$$W_F=F_yd_y=۱۵\times ۵=۷۵J$$

اما کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمود است در این جابه‌جایی صفر است.

B ۴۴۰ ۱



به دقت به شکل نگاه کنید، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

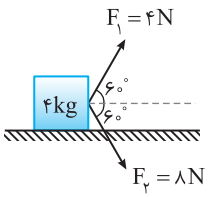
$$\theta=۹۰-(۳۷+۱۶)\Rightarrow\theta=۳۷^\circ$$

بنابراین کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=۱۲\times ۸\times\cos ۳۷^\circ=۱۲\times ۸\times ۰/۸=۷۶/۸J$$

B ۴۴۱ ۱

خط فکری کار تک‌تک نیروها را باید حساب کرده و با هم جمع کنیم. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمودند، در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین شما کافی است کار نیروی $F_۱$ و کار نیروی $F_۲$ را حساب کرده و با هم جمع کنید.



کار نیروی $F_۱$ برابر است با:

$$W_{F_۱}=F_۱d\cos\theta_۱\Rightarrow W_{F_۱}=۴\times ۴\times\cos ۶۰^\circ\xrightarrow{\cos ۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}} W_{F_۱}=۸J$$

کار نیروی $F_۲$ خواهد شد: $W_{F_۲}=F_۲d\cos\theta_۲\Rightarrow W_{F_۲}=۸\times ۴\times\cos ۶۰^\circ=۱۶J$

کار کل برابر خواهد شد با: $W_t=۸+۱۶=۲۴J$

C ۴۴۲ ۴

خط فکری کار نیروی F در امتداد محور xها برابر F_xd_x و در امتداد محور yها برابر F_yd_y است، بنابراین شما باید جابه‌جایی روی هریک از محورها را حساب کنید سپس کار در راستای هر محور را به‌دست آورده و با هم برابر قرار دهید.

جابه‌جایی روی محور xها برابر است با: $d_x=B_x-A_x=a-(-۴)=a+۴$

کار در امتداد محور xها خواهد شد: $W_x=F_xd_x\Rightarrow W_x=-۱۲\times(a+۴)$ (۱)

جابه‌جایی روی محور yها برابر است با: $d_y=B_y-A_y=۲a-(-۶)=۲a+۶$

کار در امتداد محور yها خواهد شد: $W_y=F_yd_y\Rightarrow W_y=۸(۲a+۶)$ (۲)

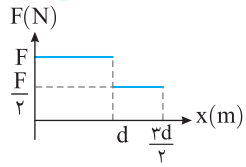
اکنون با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$W_x=W_y\Rightarrow -۱۲(a+۴)=۸(۲a+۶)\Rightarrow -۳(a+۴)=۲(۲a+۶)$$

$$\Rightarrow -۳a-۱۲=۴a+۱۲\Rightarrow -۷a=۲۴\Rightarrow a=-\frac{۲۴}{۷}$$

۴۴۳ B ۲

ابتدا کار در جابه‌جایی صفر تا d و سپس در جابه‌جایی d تا $\frac{۳d}{۲}$ را حساب کرده مجموع آن‌ها را برابر ۲۰J قرار می‌دهیم:



$$\begin{cases} W_{۰\to d}=Fd \\ W_{d\to\frac{۳d}{۲}}=(\frac{F}{۲})\times(\frac{d}{۲}) \end{cases} \xrightarrow{W=W_{۰\to d}+W_{d\to\frac{۳d}{۲}}} W=Fd+\frac{Fd}{۴}$$

$$\xrightarrow{W=۲۰J} \frac{۵Fd}{۴}=۲۰\Rightarrow Fd=۱۶$$

اکنون به سراغ کار در جابه‌جایی صفر تا $\frac{d}{۲}$ می‌رویم. در این جابه‌جایی نیروی وارد بر جسم F است.

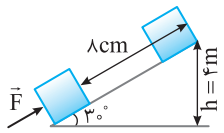
$$W_{۰\to\frac{d}{۲}}=F\times\frac{d}{۲}\xrightarrow{Fd=۱۶} W_{۰\to\frac{d}{۲}}=\frac{۱۶}{۲}=۸J$$

۴۴۴ B ۳

نیروی $F_۱$ با راستای جابه‌جایی زاویه θ می‌سازد و کار آن $W_۱=F_۱d\cos\theta$ است، نیروی $F_۲$ هم‌راستای جابه‌جایی است $(\cos\theta=۱)$ پس $W_۲=F_۲d$ و نیروی $F_۳$ عمود بر راستای جابه‌جایی $(\cos\theta=۰)$ و کار حاصل از آن $W_۳=۰$ است. برای مقایسه $W_۱$ و $W_۲$ دقت کنید که $\cos\theta$ در شکل (۱) از یک کمتر است و حاصل $F_۱d\cos\theta$ کوچک‌تر از $F_۲d$ می‌شود بنابراین $W_۱<W_۲$ خواهد بود.

۴۴۵ B ۳

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است که در آن h فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی است بنابراین ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

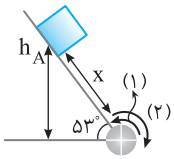


طول ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰° برابر نصف وتر است یعنی $h=\frac{۸}{۲}=۴m$ است از این‌رو کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W=mgh\xrightarrow{m=۰/۱۵kg} W_W=۰/۱۵\times۹/۸\times۴\Rightarrow W_W=۵/۸۸J$$

۴۴۶ B ۳

خط فکری دقت کنید کار نیروی وزن کاهش یافته است بنابراین در تنظیم جدید باید فاصلهٔ نقطهٔ A از سطح زمین کم شده باشد، زیرا هرچه جسم از ارتفاع کمتری رها شود کار نیروی وزن کوچک‌تر خواهد شد، بنابراین باید سطح شیبدار را در سوی (۱) بچرخانیم اما حل مسأله چگونه است، کافی است در دو حالت کار نیروی وزن را حساب کنیم.



حالت اول: ابتدا ارتفاع A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin۵۳^\circ=\frac{h_A}{x}\Rightarrow h_A=x\sin۵۳^\circ\Rightarrow h_A=۰/۸x$$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_W=+mgh_A\Rightarrow W_W=mg(۰/۸x)\quad(۱)$

کار نیروی وزن در **حالت دوم:** $W'_W=mgh'_A\quad(۲)$

با توجه به فرض مسأله کار نیروی وزن ۳۷/۵ درصد کاهش یافته است یعنی:

$$W'_W=W_W-\frac{۳۷/۵}{۱۰۰}W_W\Rightarrow W'_W=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}W_W$$

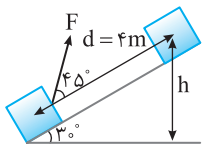
$$mgh'_A=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}(mg)(۰/۸x)\Rightarrow h'_A=\frac{x}{۲}\xrightarrow{h'_A=x\sin\alpha'}\sin\alpha'=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\alpha'=۳۰^\circ$$

بنابراین زاویه از ۵۳° باید به ۳۰° تغییر کند یعنی سطح شیبدار به‌اندازهٔ ۲۳° پادساعتگرد و در سوی (۱) بچرخد.

۴۴۷ B ۲

ابتدا باید جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را به کمک زاویهٔ ۳۰° حساب کنیم.



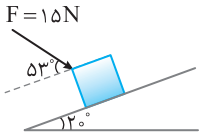
$$\sin۳۰^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow d=\frac{h}{\sin۳۰^\circ}$$

$$\Rightarrow d=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۴m$$

زاویهٔ بین نیرو F و جابه‌جایی ۴۵° است و کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۱۵\times۴\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۳۰\sqrt{۲}J$$

بازی با سوال جسمی را از پایین سطح شیبداری مطابق شکل با نیروی $F=۱۵N$ بالا می‌بریم. در بازه‌ای که جسم ۲ متر جابه‌جا می‌شود، کار نیروی F چند ژول است؟

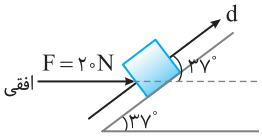


۱) ۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

گزینهٔ ۱

۴۴۸ B ۱

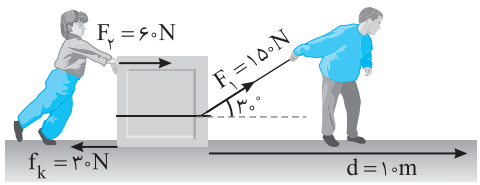
به شکل دقت کنید. با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=۳۷^\circ$ است، بنابراین کار نیروی F در جابه‌جایی ۴ متر روی سطح برابر است با:



$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۲۰\times۴\times\cos۳۷^\circ\Rightarrow W_F=۲۰\times۴\times۰/۸=۶۴J$$

۴۴۹ A ۲

خط فکری برای به‌دست آوردن کار کُل باید کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را حساب کرده و با هم جمع کنیم. البته باید ابتدا تک‌تک نیروها را شناسایی کنید که در شکل این کار برای شما انجام شده به‌جز نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه که در این جابه‌جایی کارشان صفر است.



کار نیروی $F_۱$ خواهد شد: $W_{F_۱}=F_۱d\cos\theta_۱$

$$\Rightarrow W_{F_۱}=۱۵۰\times۱۰\times\cos۳۰^\circ=۱۵۰\times۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow W_{F_۱}=۱۲۷۵J$$

کار نیروی $F_۲$ خواهد شد:

$$W_{F_۲}=F_۲d\cos\theta_۲\Rightarrow W_{F_۲}=۶۰\times۱۰\times\cos۰^\circ\Rightarrow W_{F_۲}=۶۰۰J$$

کار نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم:

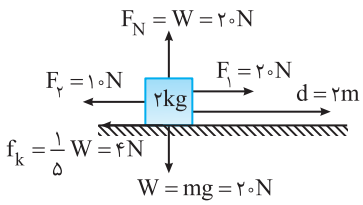
$$W_{f_k}=f_kd\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{f_k}=۳۰\times۱۰\times(-۱)=-۳۰۰J$$

سرانجام کار کل خواهد شد: $W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{f_k}+W_W+W_{F_N}$

$$\Rightarrow W_t=۱۲۷۵+۶۰۰-۳۰۰\Rightarrow W_t=۱۵۷۵J$$

۴۵۰ A ۴

کار تک‌تک نیروها را به‌دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا کار کُل به‌دست آید.



۱ کار نیروی وزن (W) و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) که بر مسیر عمود هستند صفر است.

۲ کار نیروی $F_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$W_F = Fd\cos\theta \xrightarrow[\theta=۰]{F_۱=۲۰N} W_{F_۱} = ۲۰\times۲\times\cos۰ = ۴۰J$$

۳ کار نیروی $F_۲$ برابر است با:

$$W_{F_۲} = F_۲\, d\cos\theta_۲ = ۱۰\times۲\times\cos۱۸۰^\circ \Rightarrow W_{F_۲} = -۲۰J$$

۴ نیروی اصطکاک جنبشی $\frac{۱}{۵}$ نیروی وزن است یعنی:

$$f_k = \frac{۱}{۵}W = \frac{۱}{۵}\times۲\times۱۰ \Rightarrow f_k = ۴N$$

کار نیروی اصطکاک برابر است با:

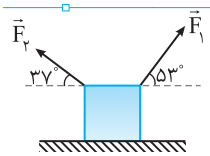
$$W_{f_k} = f_k d\cos۱۸۰^\circ \Rightarrow W_{f_k} = ۴\times۲\times(-۱) = -۸J$$

۵ کار کل خواهد شد:

$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_W + W_{f_k} + W_{F_N} = ۴۰ + (-۲۰) + (-۸) \Rightarrow W_t = ۱۲J$$

B ۴ ۴۵۱

کار کل برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. بنابراین:



$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_W$$

کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) در این جابه‌جایی صفر است، زیرا بر مسیر عمودند. با توجه به فرض مسأله $W_{F_۱} = \frac{۱}{۲}W_t$ و $W_{F_۲} = \frac{۵}{۶}W_t$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

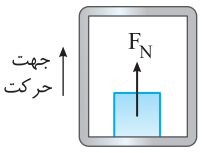
$$W_t = \frac{۱}{۲}W_t + \frac{۵}{۶}W_t + W_{f_k} \Rightarrow W_t = \frac{۳+۵}{۶}W_t + W_{f_k}$$

$$W_t = \frac{۴}{۳}W_t + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{۱}{۳}W_t$$

B ۴ ۴۵۲

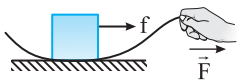
تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

وقتی جسمی در یک آسانسور قرار دارد و آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه کف آسانسور جسم را به بالا می‌برد و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر نخواهد بود.



نتیجه کار نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌تواند صفر و یا غیرصفر باشد، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

اگر یک جسم را روی یک ورقه کاغذ قرار دهید و کاغذ را بر سطح صاف میزی بکشید، عامل حرکت جسم نیروی اصطکاک بین جسم و کاغذ است که این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم است و کار نیروی اصطکاک در این حالت مثبت است.



نتیجه کار نیروی اصطکاک می‌تواند مثبت و یا منفی باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم با کار کل برابر است و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است. $W_t = W_۱ + W_۲$

اگر جسمی تحت تأثیر چند نیرو با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار نیروهای وارد بر آن صفر است. به‌طور مثال اگر شما وزنهٔ ۲kg را با سرعت ثابت تا ارتفاع یک متری بالا ببرید، بر وزنه دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن $W = mg = ۲۰N$ دیگری نیروی دست شما که با نیروی وزن برابر است $(F = ۲۰N)$ زیرا جسم دارای سرعت ثابت است.

در این حالت کار نیروی وزن برابر است با: $W_W = -mgh \Rightarrow W_W = -۲۰J$

و کار نیروی شما نیز خواهد شد: $W_F = ۲۰\times۱ = +۲۰J$

و مجموع جبری کار نیروها صفر می‌شود.

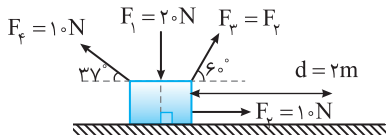
نتیجه هرگاه جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار تک‌تک نیروها صفر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۳ ۴۵۳

کار یک نیروی ثابت از رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی می‌باشد. کار نیروی $F_۲$ و $F_۳$ را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_۲} = F_۲\, d\cos\theta \xrightarrow{\theta=۰} W_{F_۲} = ۲۰J$$

$$W_{F_۳} = F_۳ d\cos\theta \xrightarrow{\theta=۶۰^\circ} W_{F_۳} = ۱۰J$$



کار نیروی $F_۳$، ۱۰J و نصف کار نیروی $F_۲$ $(۲۰J)$ است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. نیروی $F_۱$ بر مسیر حرکت عمود است پس $\theta = ۹۰^\circ$ و $\cos۹۰^\circ = ۰$ می‌شود، پس کار نیروی $F_۱$ صفر است $(W_{F_۱} = ۰)$ و گزارهٔ (ب) درست است. کار نیروی $F_۴$ را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{F_۴} = ۱۰\times۲\times\cos۱۴۳^\circ \Rightarrow W_{F_۴} = ۱۰\times۲\times\cos(۱۸۰^\circ - ۳۷^\circ) = -۱۶J$$

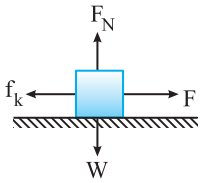
کار کل برابر مجموع کار تک تک نیروهاست، از این‌رو:

$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_{F_۳} + W_{F_۴} = ۰ + ۲۰ + ۱۰ - ۱۶ = ۱۴J$$

کار کل برابر ۱۴J است و گزارهٔ (پ) نادرست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

B ۳ ۴۵۴

خط فکری قبل از حل این مسأله به شکل زیر دقت کنید و سپس کار کل را در این مسأله بررسی می‌کنیم:



$$W_t = W_W + W_{F_N} + W_F + W_{f_k}$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر مسیر حرکت عمود هستند و اندازهٔ آن‌ها در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_t = W_F + W_{f_k} \Rightarrow W_t = Fd\cos۰ + f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow W_t = Fd - f_k d = \underbrace{(F - f_k)}_{F_{net}} d$$

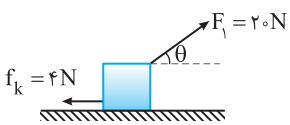
اما $F - f_k$ نیروی خالص وارد بر این جسم است، بنابراین کار کل برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است. $W_t = W_{F_{net}}$

اکنون مسیر حل مسأله مشخص است.

کار نیروی برایند یعنی کار کل ۳۰J است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_{F_۱} + W_{f_k} \Rightarrow W_t = F_۱ d\cos\theta + f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۳۰ = ۲۰\times۵\times\cos\theta + ۴\times۵\times(-۱) \Rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$



C ۱ ۴۵۵

نکته هرگاه یک جسم تحت تأثیر چند نیروی ثابت از حال سکون به حرکت درآید، جسم در جهت نیروی برایند (خالص) حرکت خواهد کرد و زاویهٔ بین نیروی برایند و جهت حرکت جسم صفر است $(\theta = ۰)$.

خط فکری مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی خالص را حساب کنید سپس اندازهٔ این نیرو را به‌دست آورید و در آخر کار این نیرو را در جابه‌جایی ۵m حساب کنید.

۱ ابتدا نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$\vec{F}_t=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3\Rightarrow\vec{F}_t=(2\vec{i}-5\vec{j})+(3\vec{i}+6\vec{j})+(-\vec{i}+2\vec{j})$

$\Rightarrow\vec{F}_t=4\vec{i}+3\vec{j}\Rightarrow|\vec{F}_t|=\sqrt{4^2+3^2}=5N$

۲ مجموع جبری کار تک‌تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است از این‌رو:

$W_t=W_{F_t}=F_td\Rightarrow W_t=5\times5=25J$

B ۴۵۶ ۱

خط فکری در روز سرد، با مالیدن دست‌های خود به هم، دستان خود را گرم می‌کنیم یعنی کار نیروی اصطکاک بین دستان شما به گرما تبدیل می‌شود، بنابراین هرگاه در حرکت جسم روی یک سطح، گرمای تولید شده از شما خواسته شود شما باید به سراغ کار نیروی اصطکاک بروید.

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم در مدت یک دقیقه $(60s)$ را حساب می‌کنیم.

$d=\text{زمان}\times\text{تندی}\Rightarrow d=3\times60=180m$

۲ کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$W_f=f_kd\cos180^\circ\Rightarrow W_f=-2\times180=-360J$

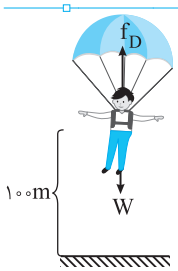
۳ بنابراین گرمای تولید شده در این مدت $360J$ بوده است.

B ۴۵۷ ۳

تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. یعنی نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن جسم است.

$F_{net}=0\Rightarrow f_D=W\Rightarrow f_D=mg$

$\Rightarrow f_D=80\times10=800N$



جابه‌جایی رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالاست و زاویهٔ $\theta=180^\circ$ می‌شود از این‌رو کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos180^\circ=-1}W_f=800\times100\times(-1)=-80000J$

$W_f=-80kJ$

B ۴۵۸ ۲

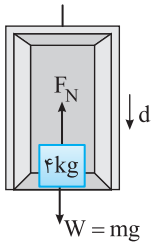
۱ باید جابه‌جایی آسانسور را در مدت $4s$ حساب کنیم.

$d=vt\Rightarrow d=2\times4=8m$

۲ چون جابه‌جایی رو به پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$W_W=+mgh\Rightarrow W_W=4\times10\times8\Rightarrow W_W=320J$

۳ جعبه با تندی ثابت رو به پایین در حرکت است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. به جعبه دو نیروی وزن و نیرو عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت:



$F_{net}=0\Rightarrow F_N=W\Rightarrow F_N=4\times10=40N$

۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$W_{F_N}=F_Nd\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ}W_{F_N}=40\times8\times(-1)\Rightarrow W_{F_N}=-320J$

میانبر چون تندی ثابت است، کار کل صفر است و وقتی کار وزن $+320J$ است قطعاً کار نیروی عمودی سطح $-320J$ است.

B ۴۵۹ ۲

خط فکری اگر به یک جسم چند نیرو اثر کند

- جسم ساکن بماند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با تندی ثابت شروع به حرکت کند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت کند:

$$\begin{cases}F_{کل}=ma\\W_{F_{کل}}=F_{کل}d\cos\theta=mad\cos\theta\end{cases}$$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$F_{net}=ma\xrightarrow[a=0/6m/s^2]{m=72+18=90kg}F_{net}=90\times0/6\Rightarrow F_{net}=54N$

۲ کار کل وارد بر مجموعه برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است.

$W_t=W_{F_{net}}=F_{net}\times d\Rightarrow W_t=54\times2/5\Rightarrow W_t=135J$

B ۴۶۰ ۱

خط فکری نیروی شناوری همواره رو به بالاست. پس بر مسیر حرکت قایق بر سطح آب عمود است و **کار آن صفر است**. اما کار کل برابر کار نیروی برایند است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی برایند را به‌دست آورید، سپس کار کل را حساب کنید.

۱ نیروی خالص وارد بر قایق بنا به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$F=ma\Rightarrow F=100\times2\Rightarrow F=200N$

۲ کار کل خواهد شد: $W_t=W_{F_{net}}=F_{net}d\Rightarrow W_t=200\times10=2000J=2kJ$

B ۴۶۱ ۱

خط فکری این مسأله ترکیب مبحث کار با دینامیک نیروهاست و شما ابتدا باید نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون نیروی F را حساب کنید. دقت کنید که جسم از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده است یعنی نیروی وزن از نیروی F بزرگ‌تر است. حال به سراغ حل مسأله بروید.

۱ نیروها را رسم می‌کنیم و برایند نیروها را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم.



$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F=ma$

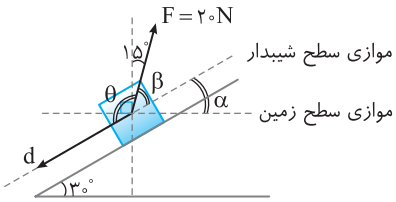
$\xrightarrow{m=4kg}40-F=8\Rightarrow F=32N$

۲ کار نیروی F را حساب می‌کنیم البته F رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است بنابراین زاویهٔ بین F و d، 180° خواهد بود بنابراین:

$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=32\times5\times\cos180^\circ=-160J$

C ۴۶۲ ۴

۱ از محل جسم خطی موازی سطح زمین و خطی موازی سطح شیبدار رسم کنید. بنا به خطوط موازی - مورب زاویهٔ بین این دو خط $\alpha=30^\circ$ خواهد بود.



۲ به شکل خوب نگاه کنید. زاویهٔ β یعنی زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت برابر است با:

$15+\beta+\alpha=90\Rightarrow15+\beta+30=90\Rightarrow\beta=45^\circ$ زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت:

۳ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با: $\theta=180-\beta=180-45$

۴ جابه‌جایی جسم با تندی $4m/s$ در مدت یک ثانیه خواهد شد:

$d=vt\Rightarrow d=4\times1=4m$

۵ کار نیروی F خواهد بود:

$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=20\times4\times\underbrace{\cos(180-45)}_{-\cos45}\Rightarrow W_F=80\times(\frac{-\sqrt{2}}{2})$

$\Rightarrow W_F=-40\sqrt{2}J$

پنجره دو جداره

C ۴۶۳ ۱

یادآوری همواره نیرویی که در راستای حرکت است کار انجام می‌دهد و اگر نیرو عمود بر مسیر حرکت باشد، کار آن صفر است.

مؤلفهٔ افقی نیرو (F_x) که در راستای محور y عمود است، در امتداد محور yها کارش صفر است و در امتداد محور xها، کارش برابر است با: $W_x=F_xx$

مؤلفهٔ قائم نیرو (F_y) که بر راستای محور x عمود است، در امتداد محور xها کارش صفر است و در راستای محور yها، کارش برابر است با: $W_y=F_yy$

بنابراین کار نیروی F در این مسیر خواهد شد:

$W=W_x+W_y\Rightarrow W=F_xx+F_yy\Rightarrow W=(2\times3)+[(-5)\times(-1)]=11J$

بازی با سؤال **در صفحهٔ xoy بر جسمی که بردار جابه‌جایی آن به صورت $\vec{d}=5\vec{i}+4\vec{j}$ است، نیروی $\vec{F}=\alpha\vec{i}+5\vec{j}$ وارد شده است. اگر کار این نیرو در این جابه‌جایی، سه برابر کار آن در جابه‌جایی روی محور xها باشد، α کدام است؟ (تمامی واحدها در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشند.)**

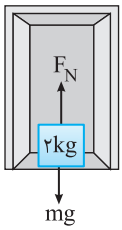
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

۴ ۴۶۴ B

خط فکری نیروهای وارد بر جسم (وزنه) را رسم می‌کنیم. نیروی برایند را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم و به کمک آن نیروی عمودی تکیه‌گاه را حساب می‌کنیم تا بتوانیم کار نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آوریم.

آسانسور با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، بنابراین نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم از نیروی وزن بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت: $F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-۲\times۱۰=۲\times۲\Rightarrow F_N=۲۴N$

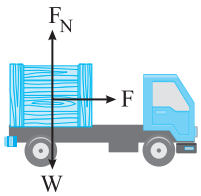


کار نیروی عمودی تکیه‌گاه در ۲۵ سانتی‌متر حرکت آسانسور برابر است با:

$$W_{F_N}=F_N d\cos\theta=۲۴\times\frac{۱}{۴}\times\cos۰=۶J$$

۱ ۴۶۵ C

خط فکری اولین سؤالی که باید از خود بکنید این است که «چه نیرویی باعث حرکت جعبه به همراه کامیون می‌شود؟» بله، پاسخ نیروی اصطکاک است که جعبه را حرکت می‌دهد و به جعبه شتاب می‌دهد. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه را بیابید و کار نیروی وارد بر جعبه را حساب کنید.



عامل حرکت جعبه نیروی اصطکاک بین جعبه و کامیون است که به جعبه شتاب $۲m/s^۲$ می‌دهد، بنابراین: $F=ma\Rightarrow F=۱\times۲=۲N$

کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی ۵m خواهد شد.

$$W_F=F\times d\times\cos۰\Rightarrow W_F=۲\times۵=۱۰N$$

۲ ۴۶۶ C

خط فکری جسم تحت تأثیر سه نیرو، دارای حرکت با سرعت ثابت است. یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از طرفی هرگاه برایند سه نیرو (بردار) صفر شود، همواره برایند دو نیرو هم‌اندازهٔ نیروی سوم و در جهت خلاف آن است. با این دانسته‌ها باید به سراغ حل مسأله بروید.

در این مسأله سرعت جسم ثابت بوده است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. $\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰\Rightarrow(\vec{F}_۱+\vec{F}_۳)=-\vec{F}_۲$

و اندازهٔ برایند $F_۱$ و $F_۳$ در این مسأله ۱۶N است.

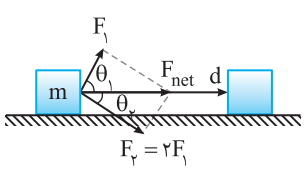
در ابتدا جسم در جهت نیروی $F_۲$ در حرکت است. پس از حذف نیروی $F_۲$، نیروی خالص $F_{۱۳}=۱۶N$ باقی می‌ماند که در خلاف جهت نیروی $F_۲$ بوده یعنی زاویهٔ بین نیروی $F_{۱۳}$ و جهت حرکت جسم ۱۸۰° است، بنابراین کار کل خواهد شد:

$$W_t=F_{۱۳}d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_t=-۱۶\times۱۰=-۱۶۰J$$

۲ ۴۶۷ B

خط فکری هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر دو یا چند نیروی ثابت شروع به حرکت کند، جسم در جهت نیروی خالص (برایند) به حرکت درمی‌آید. یعنی مطابق شکل جسم در جهت F_{net} جابه‌جا می‌شود. در حل این تست باید از مثلثات به نحو چشمگیری استفاده کنید.

۱ زاویهٔ بین نیروی $F_۱$ و جابه‌جایی را $\theta_۱$ و زاویهٔ بین نیروی $F_۲$ و جابه‌جایی را $\theta_۲$ می‌نامیم و می‌توانیم بنویسیم:



$$\tan\theta_۱=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\Rightarrow\tan\theta_۱=\frac{F_۲}{F_۱}\quad(I)$$

۲ کار نیروی $F_۱$ و $F_۲$ در مسیر حرکت و جابه‌جایی d خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow\begin{cases}W_۱=F_۱d\cos\theta_۱\\W_۲=F_۲d\cos\theta_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}\quad(II)$$

۳ مجدداً به سراغ مثلثات می‌رویم، دو نیرو بر هم عمود هستند بنابراین مجموع $\theta_۱$ و $\theta_۲$، ۹۰° است یعنی $\theta_۱$ و $\theta_۲$ متمم یکدیگرند و کسینوس هر زاویه با سینوس زاویهٔ دیگر برابر است. $\theta_۱+\theta_۲=۹۰^\circ\Rightarrow\sin\theta_۱=\cos\theta_۲$

۴ به جای $\cos\theta_۲$ در رابطهٔ (II)، $\sin\theta_۱$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\sin\theta_۱}{\cos\theta_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\tan\theta_۱$$

۵ از رابطهٔ (I) به جای $\tan\theta_۱$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{F_۲}{F_۱}=(\frac{F_۲}{F_۱})^۲\xrightarrow{F_۲=۲F_۱}\frac{W_۲}{W_۱}=(\frac{۲F_۱}{F_۱})^۲=۴$$

بازی با سؤال **بر جسم ساکنی که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، دو نیروی افقی عمود بر هم $|\vec{F}_۱|=۱۲N$ و $\vec{F}_۲$ وارد می‌شود. اگر در یک جابه‌جایی معین کار نیروی $\vec{F}_۱$، ۹ برابر کار نیروی $\vec{F}_۲$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟**

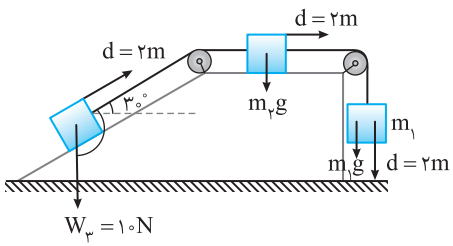
قلم‌چی

۱) ۳۶ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۴ ۴) ۶

۳ گزینهٔ

۴ ۴۶۸ B

خط فکری به شکل دقت کنید جابه‌جایی تمام این جسم‌ها یکسان است. کار نیروی وزن برای تک‌تک نیروها را حساب می‌کنیم. جسم‌های $m_۱$، $m_۲$ و $m_۳$ به‌وسیلهٔ طناب به هم متصل‌اند و زمانی که $m_۱$، ۲ متر پایین بیاید، $m_۲$، ۲ متر به سمت راست و $m_۳$ نیز ۲ متر روی سطح شیبدار حرکت می‌کند.



۱ کار نیروی وزن برای جسم $m_۱$: جسم رو به پایین در حرکت است و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی $m_۱$ صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

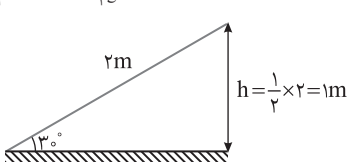
$$W_{m_۱g}=m_۱gd\cos۰\Rightarrow W_{m_۱g}=m_۱gd=۱۰\times۲=۲۰J$$

۲ جسم $m_۲$ روی سطح افقی، ۲m جابه‌جا می‌شود و در این مسیر نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

$$\theta=۹۰^\circ\Rightarrow W_{m_۲g}=m_۲gd\cos۹۰^\circ=m_۲gd(۰)=۰$$

۳ به شکل دقت کنید وقتی جسم $m_۳$ روی سطح به‌اندازهٔ ۲m بالا می‌رود و در امتداد قائم به‌اندازهٔ ۱m بالا می‌رود و کار نیروی وزن در این حالت منفی و برابر است با:

$$W_{m_۳g}=-m_۳gh\Rightarrow W_{m_۳g}=-۱۰\times۱=-۱۰J$$



C ۴۶۹ ۴

خط فکری این مسأله ترکیبی از مبحث کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است. دقت کنید که جهت حرکت جسم و نوع حرکت جسم مشخص نیست بنابراین هر حالتی ممکن است و می‌توانید بدون استدلال گزینهٔ (۴) را انتخاب کنید. اما برای حل علمی آن باید تمام حالات ممکن را بررسی کنید.

مثلاً اینکه جسم در حال حرکت رو به بالاست یا در حال حرکت رو به پایین است؟ و ... وزن جسم $۲۰N$ و نیروی وارد بر آن $F=۲۴N$ است، بنابراین برایند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی F افزایش می‌یابد، $W_F=Fd\uparrow$ بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

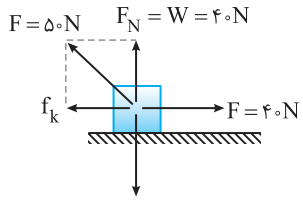
اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینهٔ (۲) نیز می‌تواند درست باشد. $W_F=Fd\downarrow$

چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

C ۴۷۰ ۱

خط فکری مسأله ترکیبی از فصل کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است (یادتان باشد این کتاب برای داوطلب آزمون سراسری نوشته شده است) از طرف سطح، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و نیروی اصطکاک در امتداد حرکت جسم وارد می‌شود که برایند این دو نیرو را نیروی سطح وارد بر جسم گویند. اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر و کار سطح برابر کار نیروی اصطکاک است، بنابراین باید نیروها را رسم کنید و نیروی اصطکاک را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید.

۱ به شکل مقابل دقت کنید. نیروی $۵۰N$ توسط سطح بر جسم وارد شده است. این نیرو دارای دو مؤلفهٔ $F_N=۴۰N$ و f_k است که بر هم عمودند بنابراین بنا به قضیهٔ فیثاغورس می‌توان نوشت:



$$F^۲=f_k^۲+F_N^۲\Rightarrow ۵۰^۲=f_k^۲+۴۰^۲\Rightarrow f_k=۳۰N$$

۲ کار نیروی F در جابه‌جایی $۱۰m$ برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۴۰\times۱۰\times\cos۰\Rightarrow W_F=۴۰۰J$$

۳ کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$W_{f_k}=f_k d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{f_k}=۳۰\times۱۰\times(-۱)=-۳۰۰J$$

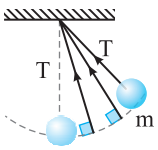
۴ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

۵ کار کل را به‌دست می‌آوریم.

$$W_t=W_{f_k}+W_F+W_{F_N}+W_W=-۳۰۰+۴۰۰\Rightarrow W_t=۱۰۰J$$

C ۴۷۱ ۲

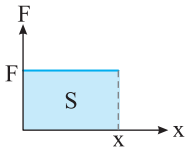
دقت کنید این مسأله، یک مسألهٔ خاص است و در طول مسیر حرکت نیرویی که نخ بر جسم وارد می‌کند همواره در راستای نخ و در امتداد شعاع مسیر حرکت گلولهٔ آونگ است. یعنی در هر نقطه از مسیر نیرو بر راستای حرکت عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$ و کار نیروی کشش نخ در کل مسیر صفر است. $W_T=۰$



C ۴۷۲ ۳

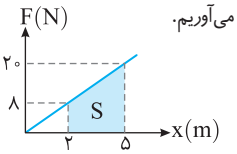
نکته هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، اندازهٔ کمیت حاصل برابر سطح زیر نمودار است.

خط فکری اکنون به نکتهٔ بالا فکر کنید. در شکل روبه‌رو نمودار نیرو - مکان $F-x$ جسم رسم شده است. کار نیروی F خواهد شد $W=Fx$ اگر به Fx دقت کنید برابر سطح زیر نمودار است.



نتیجه سطح محصور بین نمودار $F-x$ و محور x برابر کار نیروی F است.

نمودار $F=۴x$ را رسم می‌کنیم، این نمودار خطی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن ۴ است. اکنون در $x=۲m$ و $x=۵m$ نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$$x=۲\Rightarrow F=۴\times۲=۸N$$

$$x=۵\Rightarrow F=۴\times۵=۲۰N$$

یادآوری مساحت ذوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضرب‌در نصف ارتفاع.

سطح S را که یک ذوزنقه است حساب می‌کنیم.

$$W_F=S=\frac{۲۰+۸}{۲}\times(۵-۲)\Rightarrow W_F=۴۲J$$

پنجره ۱ روبه‌رو ۲

B ۴۷۲ ۲

۱ **خط فکری** در رابطهٔ انرژی جنبشی $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$، باید جرم بر حسب kg و تندی برحسب m/s باشد. بنابراین شما باید ابتدا تندی را برحسب m/s حساب کنید. تندی فضاپیما $۳\times۱۰^{-۴}Au/h$ است. با روش تبدیل زنجیره‌ای خواهیم داشت:

$$v=۳\times۱۰^{-۴}\frac{Au}{h}\times\frac{۱/۵\times۱۰^{+۱۱}m}{۱Au}\times\frac{۱h}{۳۶۰۰s}\Rightarrow v=\frac{۵}{۴}\times۱۰^۴m/s$$

ضریب تبدیل یکای نجومی به متر — ضریب تبدیل ساعت به ثانیه

انرژی جنبشی فضاپیما خواهد شد:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}\times۸۰\times(\frac{۵}{۴}\times۱۰^۴)^۲$$

$$K=۴۰\times\frac{۲۵}{۱۶}\times۱۰^۸=۶۲/۵\times۱۰^۸J\Rightarrow K=۶/۲۵\times۱۰^۹J=۶/۲۵GJ$$

نمای ۱

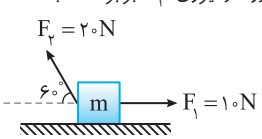
B ۴۷۲ ۳

۲ **با توجه به این** که جسم در راستای محور xها در حرکت است، بنابراین تنها مؤلفهٔ افقی نیرو $F_x=۱۵N$ که در راستای جابه‌جایی است، کار انجام می‌دهد، مؤلفهٔ قائم نیروی F $(F_y=۲۰N)$ در راستای عمود بر محور جابه‌جایی یعنی محور x بوده و کار آن برابر صفر می‌باشد. بنابراین کار نیروی F در این جابه‌جایی برابر است با: $W=F_x d=۱۵\times۱۰=۱۵۰J$

نمای ۸

B ۴۷۲ ۱

۳ **دقت کنید** جابه‌جایی به سمت چپ است، از این رو کار نیروی $F_۲$ برابر است با:



$$W_{F_۲}=F_۲ d\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}F_۲ d$$

$$\Rightarrow W_{F_۲}=\frac{۱}{۲}\times۲۰\times d=۱۰d$$

کار نیروی $F_۱$ خواهد شد: $W_{F_۱}=F_۱ d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{F_۱}=۱۰\times d\times(-۱)=-۱۰d$

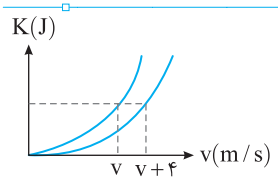
نسبت $W_{F_۱}$ به $W_{F_۲}$ را حساب می‌کنیم

$$\frac{W_{F_۱}}{W_{F_۲}}=\frac{۱۰d}{-۱۰d}=-۱$$

نمای ۶

۳ C ۴۷۲

۴ جرم جسم A چهار برابر جرم جسم B است $(m_A = 4m_B)$. از طرفی اگر به نمودارها دقت کنید، وقتی یکی از دو جسم سرعتش v و دیگری سرعتش v+۴ است انرژی جنبشی دو متحرک برابر شده است. بنابراین جسمی که سرعتش کمتر است باید جرمش بیشتر باشد تا انرژی جنبشی‌اش با انرژی جنبشی جسم سریع‌تر برابر شود. بنابراین جسم A دارای سرعت v و جسم B دارای سرعت v+۴ است و می‌توان نوشت:



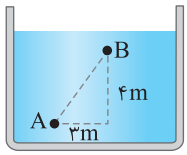
$$K_A = K_B \Rightarrow \frac{1}{2}m_A v^2 = \frac{1}{2}m_B (v+4)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}(4m_B)v^2 = \frac{1}{2}m_B(v+4)^2 \Rightarrow 2v = v+4 \Rightarrow v = 4m/s$$

نمای ۵

۵ B ۴۷۲

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به ارتفاع قائم دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد. بنابراین، در جابه‌جایی از A تا B، ارتفاع قائم $h = 4m$ است و چون جسم روبه بالا حرکت کرده و نیروی وزن روبه پایین است، کار نیروی وزن منفی و برابر است با:



$$W_W = -mgh \Rightarrow W_W = -4\times10\times4 \Rightarrow W_W = -160J$$

اما کار نیروی شناوری. نیروی شناوری همواره رو به بالاست و نیرو همواره در امتداد جابه‌جایی کار انجام می‌دهد. یعنی چون نیروی شناوری رو به بالاست، شما باز هم باید جابه‌جایی در امتداد قائم یعنی ۴m را در نظر بگیرید.

$$W_{F_b} = F_b d \xrightarrow[F_b = 50N]{d = 4m} W_{F_B} = 50\times4 = 200J$$

نمای ۱۱ و ۷

۶ B ۴۷۲

نیروی خالص وارد بر جسم که سبب کاهش سرعت و توقف جسم می‌شود، نیروی اصطکاک جنبشی است. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون اندازهٔ این نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$f = ma \Rightarrow f_k = 4\times2 = 8N$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_{f_k} = f_k d\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ} W_{f_k} = 8\times10\times(-1) = -80J$$

نمای ۱۱

۷ B ۴۷۲

ابتدا سرعت اتومبیل را برحسب متر بر ثانیه به‌دست می‌آوریم:

$$v = 90\frac{km}{h} = \frac{90}{3/6} \Rightarrow v = 25m/s$$

قرار است انرژی جنبشی با افزایش سرعت دو برابر شود از این رو می‌نویسیم:

$$K_2 = 2K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_2^2 = 2\times\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow$$

$$v_2^2 = 2v_1^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}v_1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}\times25$$

اگر $\sqrt{2}$ را برابر ۱/۴ قرار دهیم خواهیم داشت: $v_2 = 1/4\times25 \Rightarrow v_2 = 35m/s$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = 35-25 = 10m/s$$

پس سرعت باید ۱۰m/s افزایش یابد.

نمای ۲

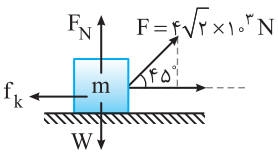
۸ A ۴۷۲

کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم و با هم جمع می‌کنیم تا کار کل به‌دست آید.

۱ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه که بر جابه‌جایی سورتمه عمودند، صفر است.

$$W_{F_N} = W_W = 0$$

۲ کار نیروی ثابت تراکتور برابر است با:



$$W_F = Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta=45^\circ}$$

$$W_F = 4\sqrt{2}\times10^3\times235\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$W_F = 940\times10^3 J = 940000J$$

۳ کار نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$W_{f_k} = f_k d\cos(180)^\circ \xrightarrow{f_k = 3/4\times10^3 N} W_{f_k} = -3/4\times10^3\times235$$

$$W_{f_k} = -799\times10^3 J = -799000J$$

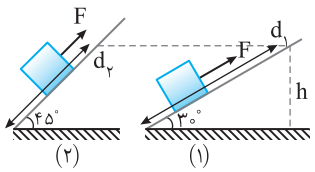
۴ کار کل خواهد شد:

$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = 0+0+(-799000)+940000 \Rightarrow W_t = 141000J$$

نمای ۱۰

۹ B ۴۷۲ **خط فکری**

دقت کنید که با نیروی ثابت F، جسم روی دو سطح تا ارتفاع یکسان h بالا برده شده است، اکنون شما باید تشخیص بدهید که جابه‌جایی روی کدام سطح شیبدار برای رسیدن به ارتفاع h بیشتر است.



در شکل کاملاً مشخص است که شخص روی سطح شیبدار شماره (۱) مسیر طولانی‌تر را طی می‌کند و کار نیروی F روی سطح (۱) بزرگ‌تر است. اما این هم اثبات ریاضی:

$$\begin{cases} (1)\text{شکل}: \sin30^\circ = \frac{h}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h}{\sin30^\circ} \Rightarrow d_1 = 2h \\ (2)\text{شکل}: \sin45^\circ = \frac{h}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{h}{\sin45^\circ} \Rightarrow d_2 = \sqrt{2}h \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 > d_2 \Rightarrow W_1 > W_2$$

نمای ۹

۱۰ B ۴۷۲

در صورت مسئله فرض شده است که از اتلاف انرژی صرف‌نظر می‌کنیم. در این صورت انرژی‌ای که از سوخت حاصل می‌شود به انرژی جنبشی خودرو تبدیل شده است.

در حالت اول، انرژی جنبشی از صفر به $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ می‌رسد. یعنی مصرف V لیتر سوخت انرژی جنبشی $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ را تأمین می‌کند.

در حالت دوم، انرژی جنبشی از $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ به $K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2$ می‌رسد. در این صورت خواهیم داشت:

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(4v^2) - \frac{1}{2}mv^2 = 3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

بنابراین برای هر $\frac{1}{2}mv^2$ مقدار V لیتر سوخت مصرف می‌شود و برای $3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ مقدار 3V لیتر سوخت مصرف خواهد شد.

نمای ۴ و ۲

پنجره ۳

۲ A ۴۷۳ **خط فکری**

در حل مسائلی که داده‌های مسئله، تندی و جرم است و کار کل را از شما می‌خواهد باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ بروید و به کمک تغییر انرژی جنبشی کار کل را حساب کنید.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر است با:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی تندی اولیه آن و هم‌چنین انرژی جنبشی اولیه آن صفر است بنابراین:

$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v=70m/s]{m=80\times10^3 kg}$$

$$W_t = \frac{1}{2}\times80\times10^3\times(70)^2 \Rightarrow W_t = 196\times10^6 J = 196MJ$$

A ۲ ۴۷۴

جـرم خـودرو و تنـدی آن داده شـده اسـت و کار کل را از شـما می‌خواهد، یعنی مسـئله می‌گوید به سراغ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی بروید.

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[m=1500kg]{v_1=10m/s,\ v_2=5m/s} W_t = \frac{1}{2}\times 1500(5^2 - 10^2) = \frac{1}{2}\times 1500(25-100)$$

$$\Rightarrow W_t = -56250J$$

A ۳ ۴۷۵

خط فکری تندی جسم دو برابر شده است. پس ابتدا حساب کنید که انرژی جنبشی ثانویه چند برابر انرژی جنبشی اولیه است و سپس به سراغ قضیه کار و انرژی بروید.

۱ تندی جسم دو برابر شده است بنابراین:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2}{v_1})^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{2v_1}{v_1})^2 = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1$$

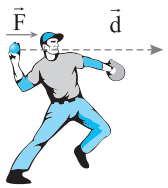
$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

۲ قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_t = 30J} 30 = 4K_1 - K_1 \Rightarrow K_1 = 10J$$

A ۳ ۴۷۶

خط فکری در مدتی که شخص به توپ نیرو وارد می‌کند مطابق شکل جسم در امتداد افقی حرکت می‌کند و نیروی وزن بر مسیر عمود بوده و کار نیروی وزن صفر است. توپ مسافت افقی ۱/۵m را طی می‌کند که در این مسیر به آن نیروی ۷۵N وارد می‌شود و تنها این نیرو به توپ وارد می‌شود. به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

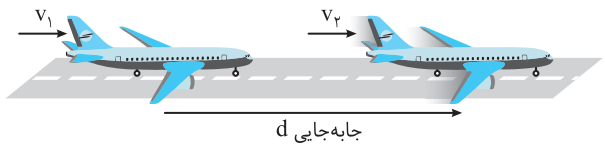


$$W = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 75\times 1/5 = \frac{1}{2}\times 150\times 10^{-3}(v_2^2 - 0^2)$$

$$\Rightarrow 75\times 1/5 = 75\times 10^{-3}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 1500 \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{15}m/s$$

A ۴ ۴۷۷

خط فکری مجموع جبری کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. اما در این مسئله مشخص نیست که در جابه‌جایی هواپیما، تندی هواپیما ثابت است یا در حال کاهش و یا در حال افزایش. در این صورت حالت‌های مختلفی برای کار کل و مقایسه کار نیروی پیشران W_F و کار نیروی اصطکاک W_f ایجاد می‌شود. بنابراین حالت‌های مختلف را باید بررسی کنید.



اگر $v_2 > v_1$، تندی هواپیما در حال افزایش یعنی انرژی جنبشی آن در حال افزایش بوده $(\Delta K > 0)$ و کار کل مثبت است. کار نیروی پیشران مثبت و کار نیروی اصطکاک منفی است، وقتی کار کل مثبت است یعنی W_F از W_f بزرگ‌تر است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد. $W_{کل} > 0 \Rightarrow W_F > W_f$

اگر تندی هواپیما در جابه‌جایی d ثابت باشد، تغییر انرژی جنبشی صفر است و کار کل نیز صفر است بنابراین: $W_{کل} = 0 \Rightarrow W_F = W_f$

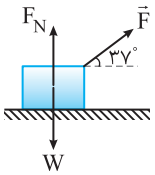
و گزینه (۲) درست است.

اگر هواپیما در حال توقف (ترمز گرفتن) باشد یعنی $v_1 > v_2$ است و $\Delta K < 0$ بوده و چون $W_{کل} = \Delta K$، $W_{کل} < 0$ می‌شود. $W_{کل} < 0 \Rightarrow W_F - W_f < 0 \Rightarrow W_F < W_f$

و گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

بنابراین هر سه حالت ممکن است و پاسخ گزینه (۴) می‌شود.

A ۲ ۴۷۸



بر جسـم سـه نیروی F، وزن (W) و نیـروی عمودی سـطح (F_N) وارد می‌شـود و کار نیـروی وزن و کار نیروی عمودی سـطح صفر است بنابراین کار کل برابر کار نیروی F اسـت و کار نیروی F را بنا بر قضیه کار و انـرژی جنبشـی بـا تغییر انـرژی جنبشـی برابـر قرار می‌دهیم و F را حساب می‌کنیم.

$$W_F = \Delta K \Rightarrow Fd\cos\theta = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow F\times 10\times 0/8 = \frac{1}{2}\times 2(10^2) \Rightarrow F = 12/5N$$

B ۳ ۴۷۹

یادآوری انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشـی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشـی جسم است بنابراین باید انرژی جنبشی ثانویه را حساب کنیم. از این رو می‌نویسیم:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2^2}{v_1^2})$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[v_1=10m/s,\ v_2=20m/s]{K_1=100J} \frac{K_2}{100} = (\frac{20}{10})^2 \Rightarrow K_2 = 4\times 100 = 400J$$

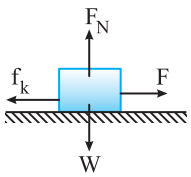
کار کل خواهد شد: $W_t = \Delta K = 400 - 100 = 300J$

بازی با سوال **جسـمی با سـرعت $8m/s$ در جهت مثبـت محور xها حرکت می‌کند و انرژی جنبشـی آن $64J$ اسـت. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر می‌کند و در جهت منفی محور xها به $16m/s$ می‌رسـد. کار کل وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟**

۱) ۱۲۸ ۲) −۱۹۲ ۳) −۱۲۸ ۴) ۱۹۲

گزینهٔ ۴

B ۳ ۴۸۰



جسـم از حال سـکون شـروع به حرکت کـرده و تندی اولیه آن صفر است.

بنـا به قضیـه کار و انـرژی جنبشـی، مجمـوع جبری کار تـک تـک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشـی قرار می‌دهیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = \Delta K$$

$$\xrightarrow[W_W=0,\ W_{F_N}=0]{W_F=Fd,\ W_{f_k}=-f_k d} -f_k d + Fd = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\xrightarrow[v=4m/s,\ d=1/6m]{m=2kg,\ f_k=\frac{1}{6}F} (-\frac{1}{6}F + F)\times 1/6 = \frac{1}{2}\times 2\times (4)^2$$

$$\frac{5}{6}F\times 1/6 = 16 \Rightarrow F = 12N$$

بنابراین نیروی اصطکاک نیز خواهد شد: $f_k = \frac{1}{6}F \Rightarrow f_k = \frac{1}{6}\times 12 \Rightarrow f_k = 2N$

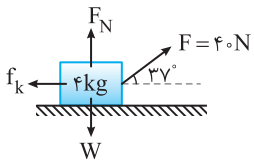
بازی با سوال **جسـمی به جرم $2kg$ روی سـطح افقی سـاکن است و تحـت تأثیر نیروی افقی $20N$ شـروع به حرکت می‌کند و تنـدی‌اش پس از طی مسـافت ۵ متر به $8m/s$ می‌رسـد. نیروی اصطکاک جسم با سطح چند نیوتون است؟** $(g = 10m/s^2)$

۱) ۹ ۲) صفر ۳) ۳/۶ ۴) ۷/۲

گزینهٔ ۴

۴۸۱ B ۲

ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به‌دست می‌آوریم:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times 4(16-0)=32J$$

کار کل برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهاست. کار نیروهای وزن (W) و عمودی سطح (F_N) که بر مسیر عمودند صفر است و تنها کار نیروی F و نیروی اصطکاک جنبشی باقی می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow 32=Fd\cos 37^\circ+f_k d\cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow 32=40\times 1/6\times 0/8+f_k\times 1/6\times(-1)$$

دو طرف معادلهٔ بالا را بر ۱/۶ تقسیم می‌کنیم:

$$20=40\times 0/8-f_k\Rightarrow f_k=12N$$

۴۸۲ B ۲

یادآوری ریاضی نمودار تابع درجه ۲ به‌صورت $y=ax^2+bx+c$ سهمی است و وقتی ضریب x^2 یعنی a مثبت است، نمودار دارای مینیمم و اگر a منفی باشد، نمودار دارای ماکزیمم است.

کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. از طرفی جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی اولیهٔ جسم صفر است، از این رو کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F=\Delta K\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2$$

کار نیروی F برحسب تندی جسم یک تابع درجه دو بوده و نمودار تابع درجه ۲ سهمی است و با توجه به اینکه ضریب v^2 مثبت است بنابراین نمودار دارای مینیمم است در نتیجه گزینه (۲) نمودار $W-v$ این جسم است.

۴۸۳ B ۳

برای بررسی علامت کار کل باید بررسی کنید که تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال کاهش است یا در حال افزایش و به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، علامت کار کل را مشخص کنید.

به نمودار دقت کنید، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، تندی جسم در حال کاهش و انرژی جنبشی جسم در حال کم شدن است و تغییر انرژی جنبشی منفی و کار کل منفی است.

$$0\to t_1: v_2<v_1\Rightarrow K_2<K_1\Rightarrow \Delta K<0\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t<0$$

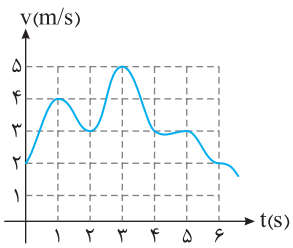
در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش است و تغییر انرژی جنبشی مثبت وکار کل، مثبت است:

$$t_1\to t_2: v_2>v_1\Rightarrow K_2>K_1\Rightarrow \Delta K>0\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t>0$$

۴۸۴ B ۳

خط فکری اول فکر کنید مفهوم دو ثانیهٔ سوم چیست؟ دو ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_1=4s$ تا $t_2=6s$. برای یافتن کار کل باید از روی نمودار، تندی در این دو لحظه را مشخص کنید سپس انرژی جنبشی در این دو حالت را به‌دست بیاورید و از هم کم کنید.

دو ثانیهٔ سوم بازهٔ $t_1=4s$ تا $t_2=6s$ می‌باشد. پس با توجه به نمودار، تندی در این دو لحظه برابر است با $v_1=3m/s$ و $v_2=2m/s$.



طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=K_2-K_1=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times 3(4-9)=-7/5J$$

۴۸۵ A ۴

۱ جابه‌جایی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$x=t^2+4t+10\xrightarrow{t=0} x_1=0+0+10=10m$$

$$\xrightarrow{t=2s} x_2=4+8+10=22m$$

$$\xrightarrow{d=x_2-x_1} d=22-10=12m$$

۲ کار نیروی F در این جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم.

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=30\times 12\Rightarrow W_F=360J\quad (I)$$

۳ تندی در $t=0$ و $t=2s$ را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$v(0)=2(0)+4=4m/s\ ,\ v(2)=2(2)+4=8m/s$$

۴ تغییر انرژی جنبشی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K=K_2-K_1\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}\times 10\times(8^2)-\frac{1}{2}\times 10\times(4^2)=5\times 48\Rightarrow \Delta K=240J\quad (II)$$

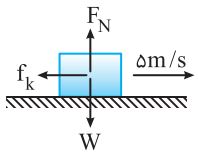
۵ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (مجموع جبری کار تک تک نیروها) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 360+W_{f_k}=240\Rightarrow W_{f_k}=-120J$$

۴۸۶ B ۴

خط فکری هرگاه یک جسم را پرتاب می‌کنید از لحظه‌ای که جسم از دست شما جدا می‌شود نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود و نیروهای وارد بر جسم به‌صورت شکل روبه‌رو است. کار کل را برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم قرار دهید و مسئله را حل کنید.



۱ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر جابه‌جایی عمودند صفر است.

$$W_{F_N}=W_W=0$$

۲ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی جسم را می‌نویسیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_{f_k}=0-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow{W_{f_k}=-f_k d} -f_k d=-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow[f_k=2N]{m=2kg,\ v=5m/s} 2\times d=\frac{1}{2}\times 2\times 5^2\Rightarrow d=12/5m$$

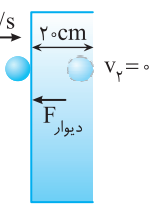
بازی با سؤال **مکعبی به جرم ۲kg روی سطح افقی با تندی اولیه v_0 پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که کار نیروی اصطکاک به ۲۴ ژول می‌رسد، تندی جسم ۴m/s کمتر از تندی اولیهٔ آن است. v_0 چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

گزینه ۲

۴۸۷ B ۲

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.



$$W_t=\Delta K$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[v_1=300m/s]{v_2=0} W_{F_{دیوار}}=\frac{1}{2}\times 40\times 10^{-3}(0^2-(300)^2)$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}}=20\times 10^{-3}(-90000)=-1800J$$

B ۴۸۸ ۱

خط فکری تمام انرژی جنبشی چکش به میخ منتقل شده است یعنی چکش متوقف شده است. انرژی جنبشی چکش را حساب کنید سپس آن را با کار نیروی مقاوم چوب برابر قرار دهید. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی مقاوم برابر تغییر انرژی جنبشی است. از طرفی کار این نیرو منفی است زیرا نیرو و جابه‌جایی با هم زاویهٔ ۱۸۰° می‌سازند از این رو خواهیم داشت:

$$W_f=\Delta K\Rightarrow W_f=K_۲-K_۱\Rightarrow -fd=۰-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

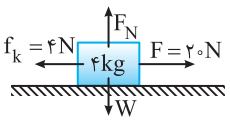
$$\xrightarrow[f=۵۰۰N]{m=۰/۸kg,\ v=۵m/s}۵۰۰\times d=\frac{۱}{۲}\times ۰/۸\times ۲۵\Rightarrow d=\frac{۱}{۵۰}m\Rightarrow d=۲cm$$

B ۴۸۹ ۲

خط فکری مسئلهٔ زیبایی است به‌ویژه که شما ممکن است فکر کنید که پس از پاره شدن طناب، جسم بلافاصله متوقف می‌شود که اینگونه نیست و بنا به قانون اول نیوتون جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد تا سرانجام نیروی اصطکاک آن را متوقف کند.

شما در دو مرحله باید از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنید، بار اول برای یافتن تندی جسم در لحظهٔ پاره‌شدن طناب و بار دیگر برای یافتن مسافتی که جسم متوقف می‌شود.

حالت اول: جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده، کار کل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰$$

$$\Rightarrow Fd-f_kd=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۲۰\times ۵-۴\times ۵=\frac{۱}{۲}\times ۴\times v^۲\Rightarrow v^۲=۴۰$$

$$\Rightarrow v=۲\sqrt{۱۰}m/s$$

حالت دوم: پس از پاره شدن نخ، تنها نیروی اصطکاک باقی می‌ماند و در نهایت تندی صفر است بنابراین:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow -f_kd'=۰-\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۴d'=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۴۰\Rightarrow d'=۲۰m$$

میانبر از ابتدا می‌توانید بنویسید که اندازه کار کُل در قسمت اول با اندازه کار کُل در قسمت دوم مسیر برابر است.

$$|W_t|=|W_t'|\Rightarrow|Fd-f_kd|=|-f_kd'|\Rightarrow|۲۰\times ۵-۴\times ۵|=|-۴d'|\Rightarrow d'=۲۰m$$

بازی با سؤال **در مسئلهٔ قبل جابه‌جایی جسم از ابتدا تا انتهای حرکت چند متر است؟**

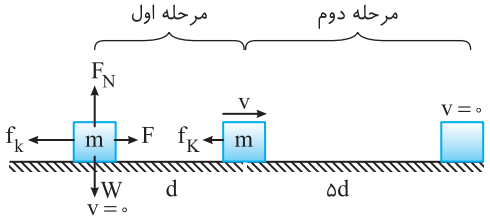
۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۳

B ۴۹۰ ۳

به شکل مسیری که رسم کرده‌ایم دقت کنید، تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر است زیرا تندی اول و آخر مسیر صفر است. اکنون کار کل در مسیر حرکت را برابر تغییر انرژی جنبشی می‌گذاریم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۰}W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=۰\qquad(۱)$$



نکته نکته مهم این است که نیروی F تنها در جابه‌جایی d بر جسم اثر می‌کند اما نیروی اصطکاک در تمام مسیر $(d+۵d=۶d)$ بر جسم اثر می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$(۱)\Rightarrow Fd-f_k(۶d)=۰\Rightarrow\frac{F}{f_k}=۶$$

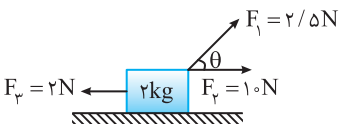
B ۴۹۱ ۲

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{F_۳}=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow F_۱d\cos\theta+F_۲d+F_۳d\cos ۱۸۰^\circ=\frac{۱}{۲}\times ۲\times(۱۰۰-۰)$$

$$\Rightarrow ۱۰\times(۲/۵\cos\theta+۱۰-۲)=۱۰۰\Rightarrow\cos\theta=\frac{۲}{۲/۵}=۰/۸\Rightarrow\theta=۳۷^\circ$$



B ۴۹۲ ۳

۱ تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K=K_۲-K_۱\Rightarrow\Delta K=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰\xrightarrow[v=۵m/s]{m=۵kg}\Delta K=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۵^۲$$

$$\Rightarrow\Delta K=\frac{۱۲۵}{۲}=۶۲/۵J$$

اکنون مجموع کار تک تک نیروها را با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر قرار می‌دهیم:

قضیه کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{F_۳}=\Delta K$

$$\xrightarrow[W_{F_۲}=+۲۵J]{W_{F_۱}=-۱۰J}-۱۰+۲۵+W_{F_۳}=۶۲/۵\Rightarrow W_{F_۳}=۴۷/۵J$$

بازی با سؤال **جسمی به جرم ۱۶۰۰ گرم فقط تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_۱$، $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ قرار گرفته و در ۲۰ متر جابه‌جایی، تندی آن از ۳۶km/h به ۷۲km/h می‌رسد. اگر کار نیروی $\vec{F}_۱$ در این جابه‌جایی معادل ۶۰J باشد، کار برایند نیروهای $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ در همین جابه‌جایی چند ژول است؟** قلم‌چی

۱) ۳۰۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

گزینهٔ ۲

B ۴۹۳ ۲

خط فکری به گزینه‌ها دقت کنید، باید اظهار نظر کنید که در کدام مورد، تندی جسم یعنی انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و تغییر انرژی جنبشی منفی است، در واقع کار کل انجام شده روی جسم منفی است. پس شما باید متوجه باشید که در این حرکت، اندازه کار نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از اندازهٔ کار نیروی در جهت حرکت بیشتر بوده به‌طوری که جمع کارها منفی شده است.

دو نیروی F' و F در خلاف جهت هم هستند و اگر کار نیروی F مثبت باشد کار نیروی F' منفی و بالعکس.

با توجه به خط‌فکری، کار نیروی در خلاف جهت حرکت بزرگتر است یعنی نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از نیروی در جهت حرکت بزرگتر است.

اگر F هم‌جهت حرکت باشد، F' خلاف جهت حرکت بوده و باید $F'>F$ باشد تا کار کل منفی شود بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینهٔ (۲) درست است.

اگر F' هم‌جهت حرکت باشد یعنی F در خلاف جهت حرکت است و باید $F>F'$ باشد تا اندازه کار F از کار F' بیشتر بوده و کار کل منفی می‌شود، بنابراین گزینه (۳) و (۴) نادرست است.

B ۴۹۴ ۳

یادآوری مجموع جبری کار تک تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت: $W_{F_{net}}=W_t=\Delta K$

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow F_td=K_۲-K_۱\Rightarrow F_t\times ۱۰=۴۰-۰\Rightarrow F_t=۴N$$

$$F_t=\sqrt{F^۲+F^۲}\Rightarrow ۴=\sqrt{۲F^۲}\Rightarrow F=۲\sqrt{۲}N$$

بازی با سؤال **دو نیروی عمود برهم $F_۱$ و $F_۲=۳۰N$ بر جسم ساکن ۵ کیلوگرمی وارد می‌شوند. تندی جسم پس از ۱۰ متر جابه‌جایی برابر $۱۰\sqrt{۲}m/s$ می‌شود. $F_۱$ چند نیوتون است؟**

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

گزینهٔ ۳

A ۱ ۴۹۵

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. در ابتدا جسم ساکن بوده و در انتها نیز جسم روی سطح میز ساکن است و بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل صفر است.

$$W_t=\Delta K \xrightarrow{K_2=K_1=0} W_t=0$$

مجموع کار نیروی شخص و کار نیروی وزن (کار کل) نیز صفر خواهد بود از این رو می‌توان نوشت:

$$W_t=W_F+W_W=0$$

کار نیروی وزن منفی است زیرا جسم رو به بالا حرکت کرده است $W_W=-mgh$

بنابراین:

$$W_F-mgh=0\Rightarrow W_F=mgh=2\times10\times1=20J$$

B ۲ ۴۹۶

جسم به اندازهٔ h از سطح زمین بالا رفته و تندی‌اش به v رسیده و در طول مسیر نیروی F رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین بر آن وارد شده است و مجموع کار F و کار نیروی وزن برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_F+W_W=\frac{1}{2}mv^2$$

کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است از این رو:

$$W_F-mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh$$

کاملاً مشخص است که کار نیروی F از انرژی جنبشی جسم بیشتر است. $W_F>\frac{1}{2}mv^2$

B ۱ ۴۹۷

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

۱ کار کل نیروهای وارد بر قطرهٔ باران را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم.

$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\xrightarrow{m=6\times10^{-5}kg,\ v=30m/s} W_t=\frac{1}{2}\times6\times10^{-5}\times900-0=27\times10^{-3}J$$

بر قطرهٔ باران دو نیرو یکی وزن و دیگری مقاومت هوا وارد می‌شود که مجموع کار آن برابر کار کل است از این رو:

$$W_t=W_g+W_f\Rightarrow W_t=mgh-W_f$$

$$\Rightarrow 27\times10^{-3}=6\times10^{-5}\times10\times2500+W_f\Rightarrow W_f=-1/473J\approx-1/5J$$

B ۴ ۴۹۸

نیروهای وارد بر چترباز، نیروی گرانش و نیروی مقاومت هواست. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow mgh+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow[v_1=1/5m/s,\ v_2=4/5m/s]{m=100kg,\ h=500m}$$

$$(100\times10\times500)+W_{f_D}=\frac{1}{2}\times100\times(4/5^2-1/5^2)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50(4/5+1/5)(4/5-1/5)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50\times6\times3\Rightarrow 500000+W_{f_D}=900$$

$$\Rightarrow W_{f_D}=-499100J=-499/1kJ$$

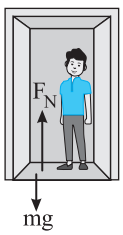
بازی با سوال چتربازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود. جرم چترباز همراه چترش ۸۰kg است. اگر چترباز با تندی ۵m/s به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ $(g=10N/kg)$

۱) -629 ۲) -639 ۳) -629×10^3 ۴) 639×10^3

گزینهٔ ۲

B ۴ ۴۹۹

خط فکری تمام داستان حرکت از طبقهٔ سوم به طبقهٔ دهم در حل مسئله تأثیری ندارد. تنها نکتهٔ مهم این مسئله تندی ثابت آسانسور در مسافت ۶m است و زمان بیان شده در مسئله نیز مهم نیست و مسئله به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به راحتی قابل حل است.



جرم کل شخص ۷۵kg است. کار نیروی وزن در ۶m جابه‌جایی خواهد شد:

$$W_W=-mgh\xrightarrow{m=75kg} W_W=-75\times10\times6\Rightarrow W_W=-4500J$$

نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) است. تندی جسم ثابت است و تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و کار کل نیز صفر است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W+W_{F_N}=0\Rightarrow W_{F_N}=-W_W\Rightarrow W_{F_N}=-(-4500)=4500J$$

B ۱ ۵۰۰

در کل مسیر از سطح زمین تا لحظهٔ پرتاب جسم، دو نیرو یکی نیروی شخص (W_F) و دیگری نیروی وزن (W_W) بر جسم وارد می‌شود که کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_F=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow -mgh+W_F=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh\xrightarrow{m=0/5kg,\ h=1/5m,\ v=8m/s}$$

$$W_F=\frac{1}{2}\times0/5\times64+0/5\times10\times1/5\Rightarrow W_F=23/5J$$

A ۲ ۵۰۱

خط فکری ثانیه اول یعنی بازهٔ زمانی ۰ تا ۱s، ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی ۱s تا ۲s، ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی ۲s تا ۳s و ... . شتاب سقوط جسم بنا به فرض مسئله $10m/s^2$ است بنابراین شما به کمک تعریف شتاب می‌توانید تندی جسم در $t=2s$ و $t=3s$ و هم‌چنین انرژی جنبشی جسم را در این دو لحظه به‌دست بیاورید و تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب کنید در این صورت کار نیروی وزن مشخص می‌شود.

جسم در شرایط خلأ رها شده و تندی اولیهٔ آن صفر بوده از طرفی شتاب وارد بر جسم شتاب گرانش $g=10m/s^2$ است. طبق رابطهٔ شتاب متوسط که در سال نهم خواندید داریم:

$$\text{شتاب متوسط}=\frac{\text{تغییر تندی}}{\text{زمان}}\begin{cases}\frac{v(3)-v(0)}{3}=10\Rightarrow v(t=3s)=30m/s\\ \frac{v(2)-v(0)}{2}=10\Rightarrow v(t=2s)=20m/s\end{cases}$$

حال طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}=\Delta K$$

$$\Rightarrow W_{mg}=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_2^2)=\frac{1}{2}\times1\times(900-400)=250J$$

A ۳ ۵۰۲

W_1 و W_2 را با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم:

$$W_1=\Delta K_1\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}m(v^2-0)\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W_2=\Delta K_2=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1=v,\ v_2=3v} W_2=\frac{1}{2}m((3v)^2-v^2)\Rightarrow W_2=\frac{8}{2}mv^2$$

حال $\frac{W_2}{W_1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{\frac{8}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2}=8$$

B ۳ ۵۰۳

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است، در هر حالت تغییر انرژی جنبشی را بررسی می‌کنیم. تندی جسم از v_0 به v_0+5 رسیده و کار کل انجام شده برابر ۲۵۰J بوده است بنابراین:

$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow 250=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{m=4kg} 250=\frac{1}{2}\times4(v_0+5)^2-\frac{1}{2}\times4\times v_0^2$$

$$125=v_0^2+10v_0+25-v_0^2\Rightarrow v_0=10m/s$$

اکنون کار کل را در مدتی که تندی از $10+5=15m/s$ به $15+5=20m/s$ می‌رسد، حساب می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times4\times(20^2-15^2)\Rightarrow W_t=2\times175=350J$$

C ۲ ۵۰۴

در لحظهٔ $t=0$ تندی v_1 است. در لحظهٔ $t=1s$، تندی $20\%v_1$ افزایش می‌یابد و برابر $v_2=1/2v_1$ می‌شود بنابراین کار کل در بازهٔ ثانیهٔ اول (یعنی از $t=0$ تا $t=1s$) بنا به قضیهٔ کار و انرژی خواهد شد:

$$W_{t_1}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_{t_1}=\frac{1}{2}m(1/44v^2-v^2)$$

$$\Rightarrow W_{t_1}=0/44(\frac{1}{2}mv^2)$$

در ثانیهٔ بعدی یعنی ثانیهٔ دوم مجدداً $20\%v_1$ به تندی اضافه می‌شود و تندی خواهد شد:

$$v_3=v_2+0/20v_1=1/2v_1+0/2v_1\Rightarrow v_3=1/4v_1$$

کار کل در بازهٔ ثانیهٔ دوم (یعنی از $t=1s$ تا $t=2s$) خواهد شد:

$$W_{t_2}=\frac{1}{2}mv_3^2-\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(1/4v_1)^2-\frac{1}{2}m(1/2v_1)^2=$$

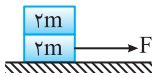
$$W_{t_2}=\frac{1}{2}m(1/96v_1^2-1/44v_1^2)=0/52(\frac{1}{2}mv^2)$$

اکنون نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{0/52\times\frac{1}{2}mv^2}{0/44\times\frac{1}{2}mv^2}\Rightarrow\frac{W_2}{W_1}=\frac{13}{11}$$

B ۱ ۵۰۵

حالت اول: با نیروی F، تندی از صفر به v می‌رسد، کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهد شد:



$$W_F=\Delta K\Rightarrow Fd=\frac{1}{2}(4m)(v^2-0)\Rightarrow Fd=2mv^2\qquad(1)$$

حالت دوم: با همان نیروی F، می‌خواهیم تندی وزنه‌ای به جرم ۲m را از v به ۲v برسانیم بنابراین می‌توان نوشت:

$$W'_F=\Delta K'\Rightarrow Fd'=\frac{1}{2}(2m)(4v^2-v^2)\Rightarrow Fd'=3mv^2\qquad(2)$$

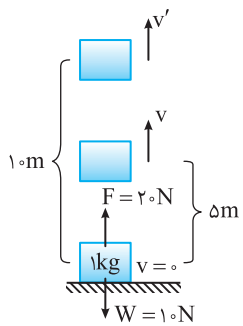
با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{Fd'}{Fd}=\frac{3mv^2}{2mv^2}=\frac{3}{2}\Rightarrow d'=\frac{3}{2}d$$

B ۲ ۵۰۶

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که در فصل دینامیک پایه دوازدهم این مسئله را راحت‌تر می‌توانید حل کنید اما در فصل کار و انرژی اول نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس مجموع کار نیروها را در هر مسیر با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار دهید تا بتوانید تندی جسم را در ارتفاع ۱۰ متری و در وسط مسیر یعنی ارتفاع ۵ متری حساب کنید.

دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی F بر جسم وارد می‌شود.



با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_F+W_{mg}=\Delta K$$

$$(1)\rightarrow\text{وسط مسیر}:20\times5-1\times10\times5=\frac{1}{2}\times1\times(v^2-0^2)$$

$$\Rightarrow50=\frac{1}{2}v^2\Rightarrow v=10m/s$$

$$(2)\rightarrow\text{در ارتفاع ۱۰ متری}:200\times10-1\times10\times10=\frac{1}{2}m(v'^2-0^2)\Rightarrow100=\frac{1}{2}v'^2$$

$$\Rightarrow v'=10\sqrt{2}m/s$$

در این صورت نسبت تندی‌ها خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{10}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

B ۲ ۵۰۷

کار نیروی عمودی سطح F_N و کار نیروی وزن وارد بر هر دو قایق صفر است زیرا این نیروها بر مسیر عمودند از طرفی نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و برابر F است و از ابتدا تا انتهای مسیر هر دو قایق، مسیر یکسانی را طی کرده‌اند. بنابراین کار کل انجام شده روی قایق‌ها برابر است و گزاره (الف) درست است.

$$W_t=Fd$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند و انرژی جنبشی اولیهٔ آن‌ها صفر است. بنابراین انرژی جنبشی نهایی آن‌ها یکی است.

$$W_{t_1}=W_{t_2}\Rightarrow\Delta K_1=\Delta K_2\xrightarrow{K_{0_1}=K_{0_2}=0}K_1=K_2$$

و گزاره (ب) درست است.

اما وقتی انرژی جنبشی آن‌ها یکی است جسمی که جرم کمتری دارد تندی‌اش بیشتر است یعنی تندی آن در انتهای مسیر برابر نیست و گزاره (پ) نادرست است.

$$K_1=K_2\Rightarrow\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2\xrightarrow{m_2=2m_1}v_1^2=2v_2^2\Rightarrow v_1=\sqrt{2}v_2$$

$$\Rightarrow v_1\neq v_2$$

A ۱ ۵۰۸

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$W_{\text{الف}}=\Delta K_{\text{الف}}\Rightarrow F_{\text{الف}}d=\frac{1}{2}m(v^2-0)$$

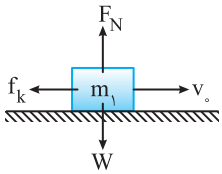
$$W_{\text{ب}}=\Delta K_{\text{ب}}\Rightarrow F_{\text{ب}}\times2d=\frac{1}{2}\times4m(v^2-0^2)$$

اگر دو معادله را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{d}{2d}=\frac{m}{4m}\Rightarrow\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}=\frac{1}{2}$$

B ۲ ۵۰۹

یادآوری هرگاه جسمی را با سرعت اولیه به حرکت در می‌آورید، پس از جدا شدن جسم از دست شما، نیروی جلوبری وجود ندارد و جسم چون سرعت گرفته به حرکت خود ادامه می‌دهد.



بر هر جسم سه نیروی ۱) وزن ۲) عمودی سطح ۳) اصطکاک وارد می‌شود. کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند صفر است و کار کل برابر کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم است. اگر نیروی اصطکاک جسم سبک را f_k بنامیم با توجه به فرض مسئله نیروی اصطکاک جسم سنگین $2f_k$ خواهد بود.

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی در هر حالت جابه‌جایی جسم تا توقف را حساب می‌کنیم:

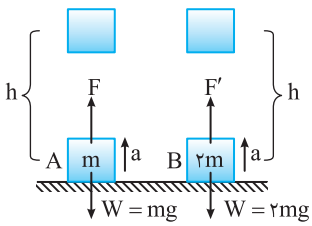
$$W_t=\Delta K\Rightarrow\begin{cases}\text{۱ جسم}: W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow f_k\times x\times\cos180^\circ\\ =\frac{1}{2}m(0-v_0^2)\Rightarrow x=\frac{mv_0^2}{2f_k}\\ \text{۲ جسم}: W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow 2f_k\times X\times\cos180^\circ\\ =\frac{1}{2}(2m)(0-v_0^2)\Rightarrow X=\frac{mv_0^2}{2f_k}\end{cases}$$

یعنی مسافت طی شده توسط دو جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف برابر است $(x=X)$.

C ۵۱۰ | ۱

خط فکری انرژی جنبشی اولیه هر دو جسم که از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند صفر است و پس از جابه‌جایی یکسان h، انرژی جنبشی آن‌ها را باید به‌دست بیاورید و مقایسه کنید. برای این کار شما باید نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید، کار تک تک نیروها را حساب کرده و مجموع آن‌ها را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر ΔK قرار دهید و انرژی جنبشی هر یک را به‌دست آورید.

۱ با توجه به فرض مسئله شتاب هر دو جسم A و B یکسان است. هر جسم رو به بالا شروع به حرکت کرده و نیروی رو به بالا F از وزن بیشتر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} A: F-mg=ma \Rightarrow F=mg+ma \\ B: F'-۲mg=۲ma \Rightarrow F'=۲mg+۲ma \end{array}\right\} F'=۲F$$

۲ قضیه کار و انرژی را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$A: W_{t_A}=\Delta K_A \Rightarrow W_F+W_{W_A}=\Delta K_A$$

$$\xrightarrow[K_{\circ A}=\circ]{W_{W_A}=-mgh,\ W_F=Fh} Fh-mgh=K_A \quad (۱)$$

$$B: W_{t_B}=\Delta K_B \Rightarrow W_{F'}+W_{W_B}=\Delta K_B$$

$$\xrightarrow[K_{\circ B}=\circ]{W_{W_B}=-۲mgh,\ W_{F'}=F'h=۲Fh} ۲Fh-۲mgh=K_B$$

$$\Rightarrow ۲(Fh-mgh)=K_B \quad (۲)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $K_B=۲K_A$.

A ۵۱۱ | ۴

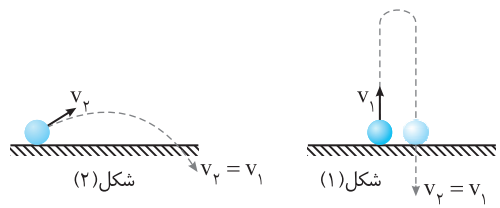
کار کل یا همان کار نیروی برایند وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است و به تندی ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی ندارد و چگونگی مسیر در محاسبه آن تأثیری ندارد بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کار کل}}=\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲) \xrightarrow{m=۲kg,\ v_۱=۲۰m/s,\ v_۲=۱۰m/s}$$

$$W_{\text{کار کل}}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times((۱۰^۲)-(۲۰)^۲)=(۱۰۰-۴۰۰) \Rightarrow W_{\text{کار کل}}=-۳۰۰J$$

A ۵۱۲ | ۴

به شکل زیر و به کلمهٔ الزاماً در صورت مسئله دقت کنید. در شکل (۱) گلوله‌ای را در شرایط خلأ از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم (اکنون خودکار خود را به بالا پرتاب کنید) گلوله بالا می‌رود، می‌ایستد و با همان تندی به محل اولیه‌اش برمی‌گردد.



چون تندی ابتدایی و انتهایی یکسان است، تغییر انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار کل صفر است. اما در کل مسیر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و در تمام مسیر بر جسم نیروی وزن وارد می‌شود و بنابراین گزینه (۱) نادرست است. در طول مسیر تندی ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. در شکل (۲) مسیر خمیده است و کار کل نیز صفر است بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است اما به هر حال تندی اولیه و نهایی باید یکسان باشد تا تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر شود یعنی گزینه (۴) درست است.

A ۵۱۳ | ۲

بر ماهواره تنها نیروی وزن وارد می‌شود و این نیرو همواره در امتداد شعاع کرهٔ زمین است که بر مسیر حرکت ماهواره عمود است. یعنی $\theta=۹۰^\circ$ و $\cos\theta=\circ$. بنابراین کار انجام شده بر ماهواره صفر می‌شود و تندی ماهواره تغییر نمی‌کند البته با توجه به رابطهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{کل}}=\Delta K \xrightarrow{W_{\text{کل}}=\circ} \Delta K=\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\circ \Rightarrow v_۱=v_۲=۲۰m/s$$

بازی با سؤال **ماهواره‌ای به جرم ۵۰۰kg با تندی ۳m/s در فاصلهٔ ۷۲۰۰km از مرکز زمین به گرد زمین می‌چرخد، در مدتی که ماهواره نیم دور به گرد زمین می‌چرخد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟** برگرفته از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۲۲۵۰ ۳) ۴۵۰۰ ۴) ۴۵۰۰π

گزینه ۲

B ۵۱۴ | ۲

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. سه نیرو بر جسم وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن W ۲ نیروی اصطکاک f_k

۳ نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) F_N

کار نیروی عمودی سطح در طول مسیر رفت و برگشت بر مسیر عمود است صفر است. $W_{F_N}=\circ$

در لحظهٔ رها شدن تندی جسم صفر و در انتها نیز در پایین مسیر تندی صفر است. بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. $\Delta K=\circ$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_W+W_{f_k}+W_{F_N}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{\Delta K=\circ} W_W=-W_{f_k} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_W}=-۱$$

B ۵۱۵ | ۴

خط فکری کار کل یعنی به‌دنبال تغییر انرژی جنبشی بروید برای این منظور باید اندازهٔ سرعت در نقاط A و B را داشته باشید تا به کمک آن، انرژی جنبشی را در نقاط A و B حساب کنید.

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ A: $\vec{v}_A=۳\vec{i}+۴\vec{j} \Rightarrow v_A=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m/s$

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ B:

$$\vec{v}_B=۵\vec{i}-۱۲\vec{j} \Rightarrow v_B=\sqrt{۵^۲+(-۱۲)^۲}=۱۳m/s$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل خواهد شد:

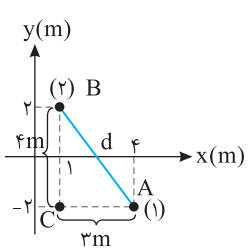
$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=K_B-K_A \Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv_B^۲-\frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\xrightarrow{m=۸۰۰kg} W_t=\frac{۱}{۲}\times ۸۰۰(۱۳^۲-۵^۲) \Rightarrow W_t=۴۰۰\times(۱۴۴)$$

$$\Rightarrow W_t=۴۰۰\times ۱۴۴ \Rightarrow W_t=۵۷۶۰۰J=۵۷/۶kJ$$

B ۵۱۶ | ۴

ابتدا با رسم نمودار مسیر حرکت جسم را مشخص می‌کنیم و با توجه به قضیهٔ فیثاغورس d برابر است با:



$$d=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m$$

$$W_t=\Delta K \Rightarrow F_t d=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow F_t\times ۵=۲(۶۴-۴) \Rightarrow F_t=۲۴N$$

A ۵۱۷ ۱

خط فکری برای یافتن کار کل شما باید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید و تغییر انرژی جنبشی به تندی ابتدایی و انتهایی بستگی دارد و شکل مسیر هرگونه‌ای که باشد و چگونگی حرکت جسم اصولاً مهم نیست.

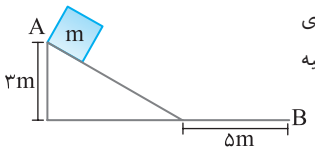
کار کل نیروهای وارد بر جسم بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی است از این‌رو:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m=2000kg,\ v_1=2m/s,\ v_2=12m/s}$$

$$W_t=\frac{1}{2}\times 2\times 10^3(144-4)=140\times 10^3 J=140kJ$$

A ۵۱۸ ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن کار نیروی وزن تنها جابه‌جایی در راستای قائم مهم است. همچنین با داشتن تندی اولیه و تندی نهایی می‌توان کار کل را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست آورد.



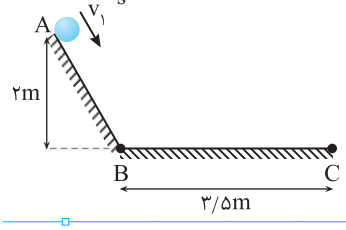
کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg}=mgh\cos\alpha=5\times 10\times 3\times 1=150J\Rightarrow W_1=150J$$

کار کل نیروها را از قضیهٔ کار و انرژی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A=0-\frac{1}{2}mv_A^2=-\frac{1}{2}\times 5\times(2)^2=-10J\Rightarrow W=-10J$$

بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $1kg$ با تندی اولیهٔ v_1 از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و مماس بر مسیر بدون اصطکاک AB با تندی $7m/s$ به نقطه B می‌رسد و پس از طی مسافت $3/5$ متر در مسیر افقی، در نقطهٔ C می‌ایستد. کار کل انجام شده روی گلوله چند ژول است؟** $(g=10\frac{m}{s^2})$ قلم‌چی



۱) $-4/5$ ۲) $4/5$
۳) 9 ۴) -9

گزینهٔ ۱

C ۵۱۹ ۴

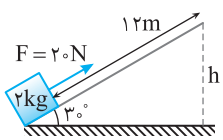
خط فکری تندی ابتدایی و انتهایی را در مسیر حرکت را در اختیار داریم یعنی باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم.

۱ نیروی عمودی سطح F_N بر مسیر عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی $F=20N$ در جابه‌جایی $12m$ برابر است با:

$$W_F=Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta=0,\ \cos\theta=1} W_F=20\times 12=240J$$

۳ برای یافتن کار نیروی وزن ارتفاعی که جسم بالا رفته را حساب می‌کنیم، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° نصف وتر است.



$$h=\frac{12}{2}=6m$$

جسم رو به بالا حرکت کرده و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_W=-mgh \xrightarrow{m=2kg} W_W=-2\times 10\times 6\Rightarrow W_W=-120J$$

۴ مجموع کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\Rightarrow 0-120+240+W_{f_k}=\frac{1}{2}\times 2\times 6^2\Rightarrow 120+W_{f_k}=36\Rightarrow W_{f_k}=-84J$$

۵ اکنون می‌توان نیروی اصطکاک را به‌دست آورد.

$$W_{f_k}=f_k d\cos\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ,\ \cos\theta=-1} -84=f_k\times 12\times(-1)\Rightarrow f_k=7N$$

B ۵۲۰ ۲

کار کل در مسیر رفت را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A \xrightarrow{K_B=0} W_t=0-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{t_{رفت}}=-\frac{1}{2}\times m(8^2)\Rightarrow W_{t_{رفت}}=-32m$$

کار کل در مسیر برگشت خواهد شد:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2-0\Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{|W_{t_{رفت}}|}{|W_{t_{برگشت}}|}=2$$

از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{32m}{\frac{1}{2}mv_A'^2}=2\Rightarrow v_A'^2=32\Rightarrow v_A'=4\sqrt{2}m/s$$

B ۵۲۱ ۲

پس از پاره شدن نخ در راستای جابه‌جایی جسم دو نیروی وزن و شناوری بر جسم وارد می‌شود:

کار نیروی وزن در این جابه‌جایی جسم رو به بالا منفی و برابر است با:

$$W_{وزن}=mgd\cos 180^\circ=10\times(20\times 10^{-2})\times(-1)=-2J$$

کار نیروی شناوری خواهد شد:

$$W_{F_b}=F_b d\cos 0^\circ=20\times(20\times 10^{-2})=4J$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی شناوری برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

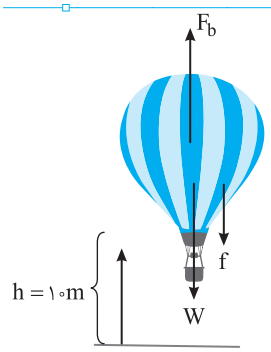
$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{F_b}+W_{وزن}=\Delta K$$

$$4+(-2)=K_2-K_1 \xrightarrow[\text{جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{K_1=0} K_2=2J$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}\times 1\times v_2^2=2\Rightarrow v_2=2m/s$$

B ۵۲۲ ۴

خط فکری در مسائل این چنینی بهتر است با رسم یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را مشخص کنیم. سپس به حل مسئله بپردازیم. نیروهای وارد بر بالون عبارتند از:



۱ نیروی شناوری F_b که سبب بالا رفتن بالون می‌شود.

۲ نیروی وزن

۳ نیروی مقاومت هوا. کار نیروی مقاومت هوا منفی و برابر $-500J$ است و کار نیروی وزن نیز منفی می‌باشد، با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_f+W_{F_b}=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\Rightarrow mgh\cos 180^\circ+(-500)+F_b\times h=\frac{1}{2}\times 5\times 16$$

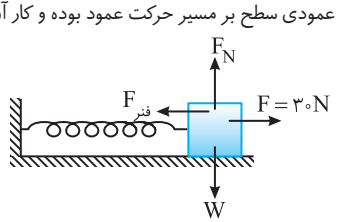
$$-50\times 10\times 10-500+10F_b=400\Rightarrow F_b=590N$$

B ۵۲۳ ۱

۱ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.

۱) نیروی وزن ۲) نیروی عمودی سطح ۳) نیروی فنر ۴) نیروی F

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود بوده و کار آن‌ها صفر است.



۲ کار نیروی $F=۳۰N$ در جابه‌جایی $۱۰cm$ خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۳۰\times ۰/۱\times ۱\Rightarrow W_F=۳J$$

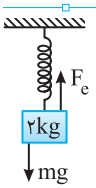
۳ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم نیز صفر است. $(\Delta K=۰)$

۴ کار کل را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۰} W_{F_N}+W_F+W_{F_{فنر}}+W_W=۰$$

$$\Rightarrow ۳+W_{F_{فنر}}=۰\Rightarrow W_{F_{فنر}}=-۳J$$

B ۵۲۴ ۴



مطابق شکل، نیروی وزن در جهت جابه‌جایی و نیروی کشسانی فنر خلاف جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود. جسم رها شده است بنابراین تندی اولیه آن صفر است $(v_۱=۰)$. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

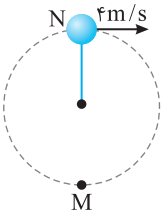
$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_{F_e}=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow mgh+W_{F_e}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۰/۰۴$$

$$۲\times ۱۰\times\frac{۴}{۱۰۰}+W_{F_e}=۰/۰۴\Rightarrow W_{F_e}=۰/۰۴-۰/۸=-۰/۷۶J$$

پنجره دو جداره

B ۵۲۵ ۲



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود. ۱) نیروی وزن ۲) نیروی کشش نخ ۳) نیروی مقاومت هوا

۱ نیروی کشش نخ در تمام نقاط مسیر از جسم به سمت مرکز دایره است بنابراین بر مسیر حرکت عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به فاصله N تا M که دو برابر طول نخ است بستگی دارد $(h=۲\times ۱=۲m)$ و چون از N تا M جسم رو به پایین حرکت می‌کند کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_W=+mgh\xrightarrow{m=۲kg} W_W=۲\times ۱۰\times ۲\Rightarrow W_W=۴۰J$$

۳ در نقطه N تندی جسم $۴m/s$ است و با توجه به فرض مسئله تندی در نقطه M، ۵۰٪ بیشتر است. یعنی:

$$v_M=v_N+\frac{۵۰}{۱۰۰}v_N\Rightarrow v_M=\frac{۱۵۰}{۱۰۰}v_N\Rightarrow v_M=\frac{۳}{۲}\times ۴=۶m/s$$

۴ اما کار نیروی مقاومت هوا: برای یافتن کار نیروی مقاومت همواره باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t=\Delta K)$ برویم.

$$W_F+W_W+W_f=\Delta K\Rightarrow ۰+۴۰+W_f=\frac{۱}{۲}mv_M^۲-\frac{۱}{۲}mv_N^۲$$

$$\xrightarrow{m=۲kg} ۴۰+W_f=\frac{۱}{۲}\times ۲\times (۶)^۲-\frac{۱}{۲}\times ۲\times (۴)^۲\Rightarrow ۴۰+W_f=۲۰$$

$$W_f=-۲۰J$$

C ۵۲۶ ۴

یادآوری ۱ جسم ساکن هرگاه تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد در جهت برایند نیروهای وارد بر جسم حرکت خواهد کرد و کار نیروی برایند برابر $W_{F_{net}}=F_{net}d$ می‌شود.

یادآوری ۲ کار نیروی برایند برابر کار کل نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t=W_{F_{net}}=\Delta K$$

یادآوری ۳ قضیه کار و انرژی جنبشی چگونگی آرایش نیروها و مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی نیروی برایند را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow F_{net}\times d=K_۲-K_۱\xrightarrow[K_۲=۳۵J\,,\,d=۷m]{K_۱=۰}$$

$$F_{net}\times ۷=۳۵-۰\Rightarrow F_{net}=۵N$$

برایند $F_۱=۳N$ و $F_۲$ برابر $۵N$ شده است اما ما نمی‌دانیم که آیا این دو نیرو هم‌جهت هستند یا در خلاف جهت هم و یا باهم زاویه می‌سازند از این‌رو:

اگر $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ هم‌جهت باشد، در این صورت:

$$F_۱+F_۲=۵\Rightarrow ۳+F_۲=۵\Rightarrow F_۲=۲N$$

اگر $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ در خلاف‌جهت هم باشند، $F_۲>F_۱$ باشد آنگاه:

$$F_۲-F_۱=۵\Rightarrow F_۲-۳=۵\Rightarrow F_۲=۸N$$

اگر $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ عمود بر هم باشند آنگاه:

$$F_۱^۲+F_۲^۲=۵^۲\Rightarrow ۳^۲+F_۲^۲=۵^۲\Rightarrow F_۲=۴N$$

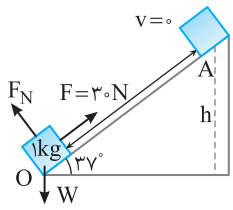
در نتیجه با قضیه کار و انرژی جنبشی نمی‌توان نیروی $\vec{F}_۲$ را تعیین کرد، در واقع برای $\vec{F}_۲$ بی‌نهایت جواب وجود دارد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

C ۵۲۷ ۲

۱ در ابتدا جسم ساکن و تندی اولیه صفر است $(v_۱=۰)$، جسم حداکثر تا جایی بالا می‌رود که تندی آن صفر شود $(v_۲=۰)$، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است $(\Delta K=۰)$

۲ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل نیز صفر خواهد شد. $W_t=\Delta K=۰$

۳ کار نیروی عمودی سطح صفر و مجموع کار نیروی F و نیروی وزن خواهد شد:



$$W_t=W_{F_N}+W_W+W_F=۰$$

$$\Rightarrow W_W+W_F=۰$$

$$\Rightarrow W_W=-W_F\Rightarrow W_W=-Fd$$

نیروی $F=-۳۰N$ فقط $۵m$ بر جسم وارد شده است از این رو:

$$W_W=-۳۰\times ۵\Rightarrow W_W=-۱۵۰J$$

۴ کار نیروی وزن در این مسیر منفی و برابر $W_W=-mgh$ است از این رو:

$$-۱۵۰=-۱\times ۱۰\times h\Rightarrow h=۱۵m$$

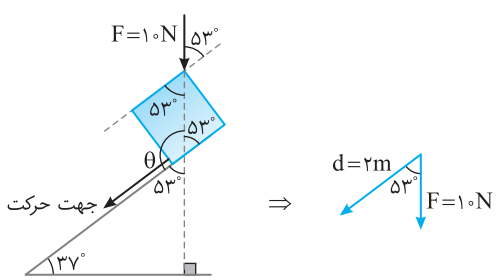
۵ کل جابه‌جایی (OA) خواهد شد:

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h}{OA}\Rightarrow ۰/۶=\frac{۱۵}{OA}\Rightarrow OA=\frac{۱۵}{۰/۶}\Rightarrow OA=۲۵m$$

B ۵۲۸ ۳

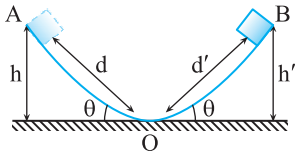
به شکل زیر دقت کنید. برای یافتن کار نیروی $F=۱۰N$ در جابه‌جایی $۲m$ به زاویه بین نیرو و جابه‌جایی نیاز داریم که این زاویه برابر ۵۳° است از این رو کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۱۰\times ۲\times ۰/۶\Rightarrow W_F=۱۲J$$



C ۲ ۵۲۹

۱ جسم با تندی ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند $(\Delta K=0)$ و کار کل انجام شده روی جسم نیز صفر است.



۲ سه نیرو بر جسم وارد می‌شود، نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیروی اصطکاک. کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود است، صفر است. وقتی جسم از A تا O حرکت می‌کند جسم پایین می‌آید پس کار نیروی وزن مثبت و برابر mgh است و کار نیروی اصطکاک برابر $W_{f_K}=-f_K d$ است.

۳ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حرکت جسم از A تا O می‌نویسیم و نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم: $W_W+W_{F_N}+W_{f_k}=\Delta K \Rightarrow mgh-f_k d=0$

$$\Rightarrow f_k=mg\frac{h}{d}\xrightarrow{\frac{h}{d}=\sin\theta} f_k=mg\sin\theta \qquad (1)$$

۴ هنگامی که جسم از O تا B بالا می‌رود کار نیروی وزن منفی و برابر $W'_W=-mgh'$ و کار نیروی اصطکاک برابر $W'_{f_k}=-f_k d'$ است. مجدداً قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم. تندی جسم در نقطهٔ O، $8m/s$ و در نقطهٔ B صفر است.

$$W_{f_k}+W_W+W_{F_N}=\Delta K \Rightarrow -f_k d'-mgh'+0=-\frac{1}{2}mv^2 \qquad (2)$$

۵ اکنون نیروی اصطکاک را از رابطه (۱) در رابطهٔ (۲) قرار می‌دهیم و h' را به‌دست می‌آوریم:

$$(1),(2)\Rightarrow -(mg\underbrace{\sin\theta)d'}_{h'}-mgh'=-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow -2gh'=-\frac{1}{2}\times(8)^2\Rightarrow h'=1/6m$$

B ۲ ۵۳۰

خط فکری در این حرکت کار کل همان کار نیروی F است و برای به‌دست آوردن کار کل در ثانیه دوم، ابتدا باید بدانید که ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t=1s$ و $t=2s$، سپس با یافتن شتاب حرکت به کمک قانون دوم نیوتون، تندی جسم را در لحظه‌های $t=1s$ و $t=2s$ حساب کنید و سرانجام به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را به‌دست آورید.

۱ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma\xrightarrow{m=5kg}2=5a\Rightarrow a=0/4m/s^2$$

۲ تندی در لحظهٔ $t=1s$ و $t=2s$ را به کمک تعریف شتاب به‌دست می‌آوریم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases}\xrightarrow{t=1s}0/4=\frac{v_1-0}{1}\Rightarrow v_1=0/4m/s\\ \xrightarrow{t=2s}0/4=\frac{v_2-0}{2}\Rightarrow v_2=0/8m/s\end{cases}$$

۳ کار نیروی F را حساب می‌کنیم:

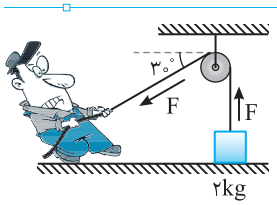
$$W_F=\Delta K\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}\times5(0/64-0/16)$$

$$W_F=\frac{1}{2}\times5(0/48)=5\times0/24\Rightarrow W_F=1/2N$$

C ۴ ۵۳۱

نکته نیرویی که سبب بالا رفتن وزنهٔ $2kg$ توسط نخ می‌شود هم‌اندازهٔ نیروی F است که توسط کارگر بر نخ وارد می‌شود.

تندی جعبه ثابت است و انرژی جنبشی جعبه تغییر نمی‌کند $(\Delta K=0)$.

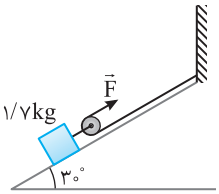


بنابراین مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی F که بر جعبه وارد می‌شود نیز صفر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_F+W_{mg}=\Delta K\xrightarrow[\text{تندی ثابت}]{\Delta K=0}W_F-mgh=0\Rightarrow W_F=2\times10\times4=80N$$

C ۲ ۵۳۲

۱ تندی جسم ثابت است و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی‌کند بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. پس بنا به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم صفر است.



۲ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.

I) نیروی عمودی سطح: که چون بر مسیر عمود است، کارش صفر است.

II) نیروی وزن: جسم رو به بالا در حرکت است و کار نیروی وزن منفی و برابر $W_W=-mgh$ است که در آن h خواهد بود:

$$\sin30^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow h=5\times\sin30^\circ\Rightarrow h=2/5m$$

$$W_W=-1/7\times10\times2/5\Rightarrow W_W=-42/5J$$

III) نیروی اصطکاک: کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k}=-f_k d\Rightarrow W_{f_k}=-3\times5=-15J$$

۳ اکنون می‌توان به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی F را حساب کرد.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{F_N}+W_W+W_{f_k}+W_F=0$$

$$\Rightarrow 0-42/5-15+W_F=0\Rightarrow W_F=57/5J$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

B ۲ ۵۳۲

۱ **تندی** جعبه ثابت است و انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند $(\Delta K=0)$.

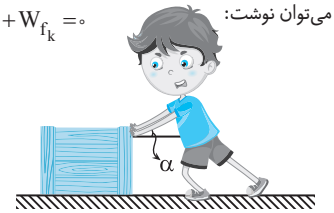
۲ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) که بر مسیر حرکت عموداند صفر است.

$$W_{f_N}=W_W=0$$

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، با توجه به صفر بودن تغییرات انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{f_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=0$$

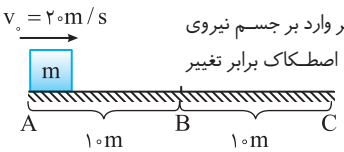
$$\Rightarrow W_{f_k}=-W_F\Rightarrow\frac{W_{f_k}}{W_F}=-1$$



نمای ۱۱

B ۲ ۵۳۲

۲ **در طول مسیر** A تا C کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است و تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است بنابراین کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.



حالت اول مسیر AB: بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow -f_{k_{A\to B}}\times(AB)=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\xrightarrow{f_{k_{A\to B}}=35N}-35\times10=\frac{1}{2}\times4\times v_B^2-\frac{1}{2}\times4\times20^2$$

$$\Rightarrow -350+800=2v_B^2\Rightarrow v_B^2=225\Rightarrow v_B=15m/s$$

حالت دوم مسیر BC: مجدداً قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow -f_{k_{(B\to C)}}\times(BC)=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\xrightarrow{f_{k_{B\to C}}=40N}-40\times10=\frac{1}{2}\times4\times v_C^2-\frac{1}{2}\times4\times225$$

$$\Rightarrow -400=2v_C^2-450\Rightarrow 50=2v_C^2\Rightarrow v_C^2=25\Rightarrow v_C=5m/s$$

بنابراین نسبت $\frac{v_B}{v_C}$ خواهد شد:

$$\frac{v_B}{v_C}=\frac{15}{5}=3$$

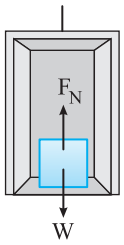
نمای ۱۴

B ۵۳۲ ۴

۳ خط فکری جهت حرکت آسانسور مشخص نیست بنابراین با دو حالت روبه‌رو هستیم:

۱ آسانسور روبه بالا حرکت کند.

۲ آسانسور رو به پایین حرکت کند.



بر جعبه دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) وارد می‌شود.

مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح برابر تغییر انرژی جنبشی جعبه است، بنابراین:

$$W_{F_N}+W_W=\Delta K$$

حالت اول: آسانسور رو به بالا شروع به حرکت کند. در این صورت کار نیروی وزن منفی و برابر $W_W=-mgh$ و کار نیروی عمودی سطح مثبت، برابر است با:

$$W_{F_N}-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0 \xrightarrow[h=5m,\ v=4m/s]{m=4kg}$$

$$W_{F_N}-4\times10\times5=\frac{1}{2}\times4\times16\Rightarrow W_{F_N}=232N$$

حالت دوم: آسانسور رو به پایین شروع به حرکت کند. در این صورت کار نیروی وزن مثبت و برابر $W_W=+mgh$ است و کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow W_{F_N}+mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W_{F_N}+4\times10\times5=\frac{1}{2}\times4\times(4)^2\Rightarrow W_{F_N}=-168J$$

نمای ۱۶

B ۵۳۲ ۲

۴ شکل (۱): کار برابر مجموع جبری کار دو نیروی یکسان F است بنابراین:

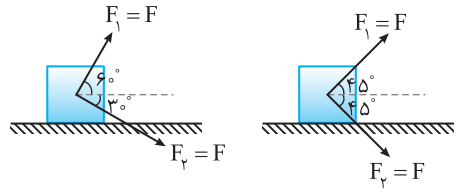
$$W_1=W_{F_1}+W_{F_2}=Fd\cos45^\circ+Fd\cos45^\circ=\sqrt{2}Fd=1/4Fd$$

شکل (۲): کار W_2 نیز خواهد شد:

$$W_2=W_{F_1}+W_{F_2}=Fd\cos60^\circ+Fd\cos30^\circ=\frac{Fd}{2}+Fd\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow W_2=\frac{\sqrt{3}+1}{2}Fd=\frac{1/7+1}{2}Fd=1/35Fd$$

بنابراین $W_2<W_1$ است.

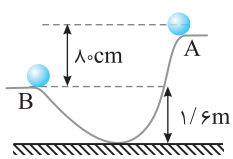


شکل (۱) شکل (۲)

نمای ۱۰

A ۵۳۲ ۱

۵ یادآوری کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به ارتفاع قائم نقطهٔ ابتدایی و نقطه انتهایی از هم بستگی دارد. اگر جسم رو به پایین حرکت کند $W_W=+mgh$ و اگر جسم رو به بالا حرکت کند $W_W=-mgh$ است.



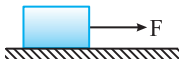
کار نیروی وزن در این مسئله خواهد شد:

$$W_W=mgh \xrightarrow[h=0/8m]{m=2kg} W_W=2\times10\times0/8=16J$$

نیروی عمودی سطح در تمام مسیر بر مسیر عمود است و کار آن صفر است. نمای ۷

C ۵۳۲ ۴

۶ اگر جسم از حال سکون به حرکت درآید، در هر بازه‌ای که می‌گذرد، سرعت آن افزایش می‌یابد و در هر بازه نسبت به بازه قبل، مسیر طولانی‌تری را طی می‌کند (d بزرگ‌تر می‌شود) و کار نیروی F افزایش می‌یابد. اگر جسم از ابتدا در جهت نیروی F دارای سرعت باشد، به‌دلیل افزایش سرعت، کار نیروی F در بازه‌های متوالی افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. اگر جسم دارای سرعت اولیه به سمت چپ باشد، نیروی F باعث کاهش سرعت آن می‌شود و در بازه‌های متوالی کار نیروی F به دلیل کاهش جابه‌جایی کمتر می‌شود تا جسم متوقف شود، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.



اگر نیرو پس از توقف جسم همچنان به جسم وارد شود، جسم که ابتدا دارای حرکت کندشونده بوده دارای حرکت تندشونده می‌شود و کار نیروی F در بازه‌های زمانی t افزایش می‌یابد. یعنی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است. نمای ۱۷

B ۵۳۲ ۲

۷ با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $(W=Fd\cos\theta)$:

$$W_1=Fd\cos\theta_1\ ,\ W_2=Fd\cos\theta_2$$

نیروی F وارد بر خودروها و جابه‌جایی d با هم برابر است و برای مقایسه کار آن‌ها باید به بررسی زاویه θ بپردازیم. می‌دانیم هر چه θ کوچک‌تر باشد $\cos\theta$ بزرگ‌تر است، پس

$$\theta_2<\theta_1\Rightarrow\cos\theta_2>\cos\theta_1\Rightarrow W_2>W_1$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_2>W_1\Rightarrow\Delta K_2>\Delta K_1$$

سرعت اولیه هر دو متحرک صفر می‌باشد پس:

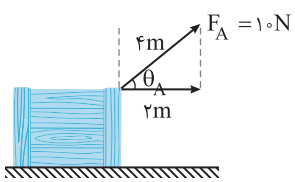
$$K_0=0\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2>\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow v_2^2>v_1^2\Rightarrow v_2>v_1$$

نمای ۱۸

B ۵۳۲ ۳

۸ یادآوری مؤلفه‌ای از نیرو کار انجام می‌دهد که در امتداد جابه‌جایی باشد و کار مؤلفه‌ای از نیرو که عمود بر راستای جابه‌جایی است، صفر است.

شخص A: با توجه به شکل زاویه بین نیروی F و جابه‌جایی برای شخص A برابر است با:

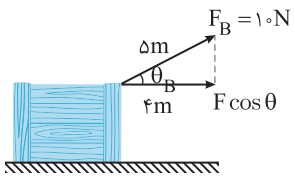


$$\cos\theta_A=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

کار شخص A برابر خواهد شد با:

$$W_A=F_A d\cos\theta_A \xrightarrow{d=5m} W_A=10\times5\times\frac{1}{2}=25J$$

شخص B: کسینوس زاویه بین نیروی شخص B و راستای حرکت برابر است با:



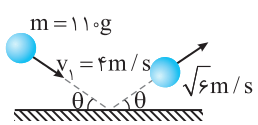
$$\cos\theta_B=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{4}{5}$$

کار شخص B برابر خواهد شد با: $W_B=F_B d\cos\theta_B\Rightarrow W_B=10\times5\times\frac{4}{5}=40J$

کار نیروی شخص B $(40-25=15J)$ از کار نیروی شخص A بیشتر است. نمای ۱۵

A ۵۳۲ ۳

۹ بنا به قضیه کار - انرژی جنبشی کافی است که تغییر انرژی جنبشی جسم را در مدت برخورد حساب کنیم.



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times0/11\times(6-16)\Rightarrow W_t=-0/55J$$

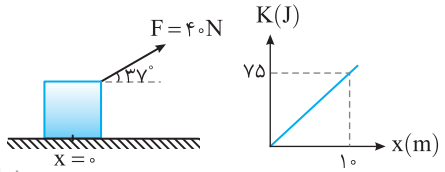
نمای ۱۴

B ۳ ۵۳۲

۱۰ به نمودار نگاه کنید، در جابه‌جایی ۱۰ متر کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر ۷۵J شده است، بنابراین به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان اصطکاک را حساب کرد.

$$W_t = W_F + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow Fd\cos\theta - f_k d = K - ۰$$

$$\Rightarrow ۴۰\times ۱۰\times ۰/۸ - f_k \times ۱۰ = ۷۵ \Rightarrow ۷/۵ = ۴۰\times ۰/۸ - f_k \Rightarrow f_k = ۲۴/۵N$$



نمای ۱۳

پنجره چهارم

A ۲ ۵۳۳

انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم با توجه به رابطه $U = mgh$ نسبت به زمین یکسان است و گزاره (الف) نادرست است.

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد که ارتفاع قائم در حرکت شخص A و شخص B از سطح زمین در طبقه سوم یکی است و کار نیروی وزن یکسان است $(W_{W_A} = W_{W_B} = -mgh)$ و گزاره (ب) درست است.

اگر شخص B از پله‌ها آرام‌تر بالا می‌رود و در مدت t به طبقه سوم برسد قطعاً شخص A که سریع‌تر بالا می‌رود در زمان کوتاه‌تری به طبقه سوم می‌رسد، بنابراین شخص B در لحظهٔ $\frac{t}{۲}$ ارتفاع کمتری از شخص A بالا رفته و انرژی پتانسیل گرانشی آن کمتر است و گزاره (پ) نادرست است.

B ۱ ۵۳۴

به فرض مسئله دقت کنید، انرژی جنبشی ۱۰٪ از انرژی پتانسیل گرانشی کمتر است یعنی انرژی جنبشی ۹۰٪ انرژی پتانسیل گرانشی است. از طرفی سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب شده است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K = \frac{۹۰}{۱۰۰}U \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۹۰}{۱۰۰}mgh \Rightarrow v^۲ = ۱/۸gh \quad (۱)$$

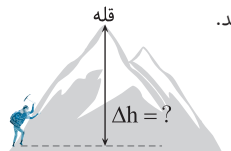
اما باید تندی هواپیما را برحسب m/s حساب کنیم و سپس آن را در رابطه (۱) قرار دهیم:

$$v = ۸۶۴km/h = \frac{۸۶۴}{۳/۶}m/s = ۲۴۰m/s$$

$$\text{رابطه (۱)} \Rightarrow (۲۴۰)^۲ = ۱/۸\times ۱۰\times h \Rightarrow h = ۳۲۰۰m$$

A ۱ ۵۳۵

خط فکری کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطهٔ خاص، می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد. به همین دلیل در این مسئله مبدأ انرژی پتانسیل مشخص نیست که البته مهم هم نیست و شما کافی است از رابطهٔ $\Delta U = mg\Delta h$ مسئله را حل کنید.



جرم کوهنورد ۷۲kg و انرژی پتانسیل گرانشی او در نقطهٔ A، ۵۷۶kJ− و در قله ۲۸۸kJ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow U_۲ - U_۱ = mg\Delta h \Rightarrow ۲۸۸\times ۱۰^۳ - (-۵۷۶)\times ۱۰^۳ = ۷۲\times ۱۰\Delta h$$

$$۸۶۴\times ۱۰^۳ = ۷۲۰\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{۸۶۴\times ۱۰^۳}{۷۲۰} = ۱۲۰۰m$$

B ۲ ۵۳۶

در صورت سؤال، تغییر ارتفاع، ۵۰٪ ارتفاع اولیه بوده است $\Delta h = \frac{۵۰}{۱۰۰}h$ و این افزایش ارتفاع سبب شده است که انرژی پتانسیل به اندازه $\Delta U = +۱۵۰J$ افزایش یابد. بنابراین برای تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:

$$\Delta U = mg\Delta h \xrightarrow{m=۴kg} ۱۵۰ = ۴\times ۱۰\Delta h$$

$$\xrightarrow{\Delta h = \frac{۵۰}{۱۰۰}h} ۱۵۰ = ۴۰\times \frac{۵۰}{۱۰۰}h \Rightarrow h = ۷/۵m$$

A ۱ ۵۳۷

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به مبدأ اختیاری بستگی ندارد و برابر $\Delta U = mg\Delta h$ است. حال اگر جسم رو به بالا حرکت کند $\Delta h > ۰$ و در نتیجه $\Delta U > ۰$ بوده یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش است.

در تمام طول مسیر جسم در حال بالا رفتن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن در حال افزایش است و نوع حرکت تأثیری در این مطلب ندارد.

B ۳ ۵۳۸

خط فکری ابتدا چند مطلب را برای خود روشن کنید:

۱ نیروی کابل متصل به آسانسور رو به بالاست یا رو به پایین؟ قطعاً رو به بالاست.

۲ وقتی آسانسور پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی زیاد می‌شود یا کم؟ قطعاً کاهش می‌یابد.

۳ فنر، وزن جسم را تحمل می‌کند بنابراین فنر فشرده شده یا کشیدگی دارد؟ قطعاً، فنر زیر جسم فشرده شده است. اکنون مسئله قابل بررسی است.

آسانسور در حال پایین آمدن است و نیروی کابل رو به بالاست، بنابراین $\theta = ۱۸۰^\circ$ و کار نیروی کابل منفی است.

جسم در حال پایین آمدن است بنابراین $(\Delta h < ۰)$ و انرژی پتانسیل گرانشی در حال کاهش بوده و تغییر انرژی پتانسیل $(\Delta U = mg\Delta h < ۰)$ است.

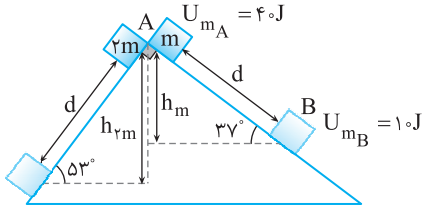
فنر فشرده شده است. هر گاه فنر کشیده یا فشرده شود، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی فنر مثبت است.

B ۱ ۵۳۹

خط فکری جعبه m و جعبه ۲m در ابتدا در ارتفاع یکسانی قرار دارند و با توجه به رابطه $U = mgh$، انرژی پتانسیل گرانشی جعبه ۲m در آن ارتفاع ۲ برابر انرژی پتانسیل گرانشی جعبه m است. انرژی پتانسیل جعبه m را در نقطهٔ A و B در اختیار داریم، به کمک آن d را حساب می‌کنیم، سپس با استفاده از d انرژی پتانسیل جعبه ۲m را وقتی به اندازهٔ d پایین می‌آید به‌دست می‌آوریم.

۱ جرم ۲m دو برابر جرم m است. انرژی پتانسیل m در نقطهٔ A، ۴۰J است بنابراین انرژی پتانسیل ۲m در نقطهٔ A، ۸۰J است.

$$U_{۲m_A} = ۲U_{m_A} = ۲\times ۴۰ = ۸۰J$$



۲ ارتفاع قائم A تا B برابر است با:

$$|\Delta U_m| = mgh_m \Rightarrow |۱۰ - ۴۰| = m\times ۱۰h_m \Rightarrow h_m = \frac{۳}{m}$$

۳ مقدار d را حساب می‌کنیم:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h_m}{d} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\frac{۳}{m}}{d} \Rightarrow d = \frac{۵}{m}$$

۴ وقتی جعبه ۲m به اندازهٔ d روی سطح پایین می‌آید، مقدار ارتفاعی که پایین می‌آید برابر خواهد شد با:

$$h_{۲m} = d\sin ۵۳^\circ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۵}{m}\times ۰/۸ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۴}{m}$$

۵ تغییر انرژی پتانسیل ۲m خواهد شد:

$$|\Delta U_{۲m}| = ۲mgh_{۲m} \Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۲m\times ۱۰\times \frac{۴}{m}$$

$$\Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۸۰J \Rightarrow \Delta U_{۲m} = -۸۰J$$

۶ بنابراین انرژی پتانسیل جعبه ۲m، از ۸۰J به صفر می‌رسد.

$$\Delta U = U_۲ - U_۱ \Rightarrow -۸۰ = U_۲ - ۸۰ \Rightarrow U_۲ = ۰$$

B ۵۴۰ ۱

۱ بر این جسم دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی دست رو به بالا وارد می‌شود.

۲ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است و تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر می‌شود $(\Delta K=0)$.

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کُل نیز صفر است. $W_t=\Delta K=0$

۴ کار کُل مجموع کار نیروی وزن و نیروی دست است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{دست}+W_W=0\Rightarrow W_{دست}=-W_W \quad (I)$$

۵ کار نیروی وزن همواره برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$(\Delta U=-W_W)$ بنابراین خواهیم داشت: $(I)\Rightarrow W_{دست}=\Delta U\Rightarrow \frac{\Delta U}{W_{دست}}=1$

میانبر کافی بود در این مسئله به خود بگویید کاری که شما برای بالا بردن جسم انجام داده‌اید به صورت انرژی پتانسیل در آن ذخیره شده است. بنابراین

$$W_W=\Delta U$$

A ۵۴۱ ۳

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک مسیر همواره برابر منفی کار نیروی وزن در آن مسیر است $(\Delta U_g=-W_W)$ بنابراین به این مسئله بدون حل می‌توان جواب داد. با توجه به خط فکری می‌توان نوشت:

$$\Delta U_g=-W_W\Rightarrow \frac{\Delta U_g}{W_W}=-1$$

بازی با سوال **سنگی به جرم $1kg$ از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، با تندی $20m/s$ به طرف بالا پرتاب شده و با تندی $22m/s$ به زمین می‌رسد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول این حرکت چند برابر کار نیروی وزن است؟** $(g=10m/s^2)$ قلم‌چی

۱) -1 ۲) ۲ ۳) -2 ۴) ۱

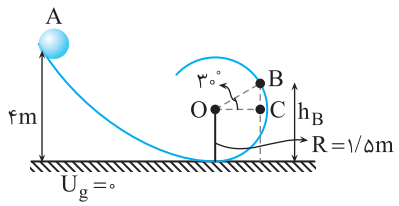
گزینهٔ ۱

B ۵۴۲ ۳

ابتدا باید ارتفاع نقطهٔ B تا سطح زمین را حساب کنیم.

$$\sin 30^\circ=\frac{BC}{OB}\Rightarrow BC=1/5\times\frac{1}{2}=0/75m$$

$$h_B=BC+R=0/75+1/5=2/25m$$



اکنون تغییر انرژی پتانسیل از نقطهٔ A تا نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

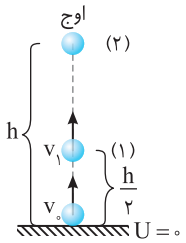
$$\Delta U=U_B-U_A=mgh_B-mgh_A \xrightarrow{m=0/5kg}$$

$$\Delta U=0/5\times10(2/25-4)\Rightarrow\Delta U=5(-1/75)\Rightarrow\Delta U=-8/75J$$

A ۵۴۳ ۲

خط فکری انرژی مکانیکی مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی است $(E=U+K)$ و در یک مسیر بدون اتلاف انرژی، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند (اصل پایستگی انرژی مکانیکی). از طرفی با حرکت جسم به سمت پایین انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش می‌یابد و هنگام حرکت جسم رو به بالا انرژی پتانسیل گرانشی جسم افزایش می‌یابد. جسم در شرایط خلأ رها شده و جسم رو به پایین در حرکت است بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی جسم در حال کاهش است اما چون شرایط خلأ است انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

A ۵۴۴ ۴

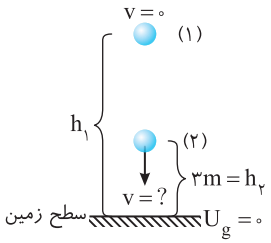


انرژی مکانیکی پایسته است، پس نیازی به محاسبهٔ ارتفاع و تندی در نقطهٔ مورد نظر نیست. انرژی مکانیکی جسم در همهٔ نقاط مسیر یکسان و برابر انرژی مکانیکی اولیه است. از طرفی انرژی مکانیکی اولیه جسم همان انرژی جنبشی اولیه است بنابراین:

$$E_1=E_0=K_1=\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}\times2\times100=100J$$

A ۵۴۵ ۴

خط فکری در حل این گونه مسائل باید انرژی مکانیکی در حالت اول و دوم را برابر قرار دهیم.



انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم. (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم.)

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\xrightarrow{K_1=0} mgh_1=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2^2=2g(h_1-h_2)\Rightarrow v_2^2=2\times10(8-3)$$

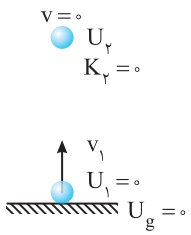
$$v_2^2=100\Rightarrow v_2=10m/s$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ نهایی استفاده کنید یعنی: $v=\sqrt{2g\Delta h}$

A ۵۴۶ ۳

خط فکری ارتفاع اوج گلوله جایی است که تندی گلوله صفر می‌شود و گلوله به سمت پایین بر می‌گردد، پس ارتفاع اوج یعنی جایی که $v=0$ است.

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. سپس انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و در اوج را مساوی قرار می‌دهیم.



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\xrightarrow{U_1=0,K_2=0}$$

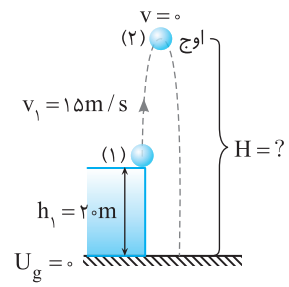
$$\frac{1}{2}mv_1^2=mgh\Rightarrow v_1=\sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow v_1=\sqrt{2\times10\times7/2}\Rightarrow v_1=12m/s$$

B ۵۴۷ ۱

خط فکری بیشینه ارتفاع گلوله جایی است که تندی گلوله صفر و انرژی جنبشی گلوله صفر می‌شود، بنابراین اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل بگیرید اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه پرتاب گلوله و نقطهٔ اوج بنویسید مسئله حل می‌شود.

برای نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ اوج اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهد شد:



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

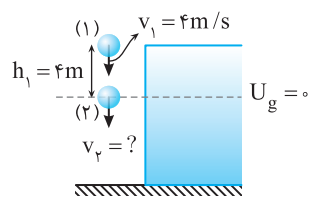
$$\xrightarrow{K_2=0} mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$=mgH+0$$

$$\Rightarrow10\times20+\frac{1}{2}\times(15)^2=10\times H$$

$$200+\frac{225}{2}=10H\Rightarrow H=31/25m$$

B ۵۴۸ ۴



می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم و به کمک آن تندی گلوله را پس از ۴ متر پایین آمدن به‌دست آوریم. یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

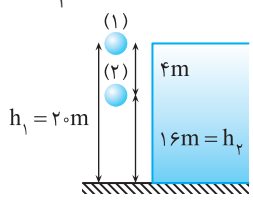
$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow{U_2=0}mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$10\times4+\frac{1}{2}\times16=\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow v_1^2=96$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_2}{K_1}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}=(\frac{96}{16})\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=6$$

اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنید آن‌گاه خواهید دید که تفاوتی در حل مسئله وجود ندارد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

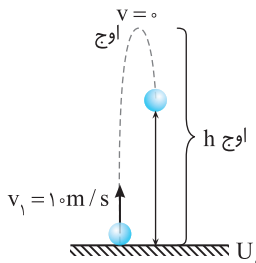


$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow8+200=160+\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow96=v_2^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}=\frac{96}{16}=6$$

۲ ۵۴۹ B

ارتفاع اوج نقطه‌ای است که تندی گلوله در آن صفر می‌شود و گلوله برمی‌گردد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم:



$$E_2=E_1\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow h=\frac{v^2}{2g}\Rightarrow h_{\text{اوج}}=\frac{100}{20}=5m$$

یادآوری کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد و چنانچه جسم از ابتدا به انتها رو به پایین حرکت کند کار نیروی وزن مثبت و اگر رو به بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است.

در این صورت $\frac{2}{3}$ ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$h=\frac{2}{3}\times5=\frac{10}{3}m$$

کار نیروی وزن منفی و برابر خواهد شد با:

$$W_W=-mgh\xrightarrow{m=0/2kg}W_W=-0/2\times10\times\frac{10}{3}\Rightarrow W_W=-10J$$

۲ ۵۵۰ B

خط فکری به سؤال دقت کردید، در یک نقطه از مسیر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم را به ما داده است یعنی ما با جمع کردن K و U، انرژی مکانیکی جسم را در اختیار داریم. در لحظهٔ رها شدن جسم تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی است یعنی انرژی مکانیکی در لحظهٔ رها شدن همان انرژی پتانسیل گرانشی است.

۱ انرژی مکانیکی جسم خواهد شد:

$$E=U+K\xrightarrow{U=60J\,,\,K=20J}E=60+20\Rightarrow E=80J$$

۲ انرژی پتانسیل گرانشی در لحظهٔ رها شدن برابر انرژی مکانیکی جسم است بنابراین:

$$E=U=mgh\xrightarrow{m=2kg}80=2\times10\times h\Rightarrow h=4m$$

۱ ۵۵۱ B

کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید و به جای انرژی جنبشی ثانویه (K_2) مقدار $K_2=K_1+15$ را قرار دهید.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow[h_2=0]{K_2=K_1+15}mgh+K_1=0+K_1+15$$

$$\Rightarrow0/1\times10\times h=15\Rightarrow h=15m$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی: در طول مسیر حرکت تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است و کار نیروی وزن در این حالت برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W=K_2-K_1\Rightarrow mgh=15\Rightarrow0/1\times10\times h=15\Rightarrow h=15m$$

۱ ۵۵۲ B

استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B$$

$$\Rightarrow U_A-U_B=K_B-K_A\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|$$

در واقع مقدار کاهش انرژی پتانسیل برابر مقدار افزایش انرژی جنبشی است و بالعکس.

از طرفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با: $|\Delta U|=mg|\Delta h|\quad(2)$

با ترکیب رابطهٔ (۱) و (۲) مسئله به سادگی قابل حل است.

$$mg\Delta h=|\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2|\Rightarrow g\Delta h=\frac{1}{2}(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_2=6m/s\,,\,v_1=4m/s}10\times\Delta h=\frac{1}{2}\times(36-16)\Rightarrow\Delta h=1m$$

مباتبر استفاده از رابطهٔ $v_2^2-v_1^2=2g\Delta h$.

۳ ۵۵۳ B

یادآوری با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت $|\Delta U|=|\Delta K|$

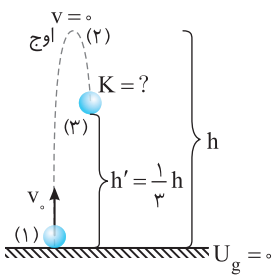
جسم به سمت پایین پرتاب شده و انرژی پتانسیل آن کاهش یافته و از U به $\frac{U}{3}$ رسیده یعنی تغییر انرژی پتانسیل برابر $(\Delta U=\frac{U}{3}-U=-\frac{2}{3}U)$ است. در این بازه انرژی جنبشی از ۲۰J به ۳۴J رسیده یعنی ۱۴J افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$|\Delta U|=|\Delta K|\Rightarrow\frac{2}{3}U=14\Rightarrow U=21J$$

درنتیجه در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ۲۰J است انرژی پتانسیل گرانشی جسم ۲۱J است، بنابراین انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر از جمله در $\frac{h}{2}$ برابر است با:

$$E=U+K\Rightarrow E=21+20=41J$$

۲ ۵۵۴ B



ارتفاع اوج را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow0+\frac{1}{2}mv_0^2=mgh+0\Rightarrow h_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}$$

فاصلهٔ نقطهٔ (۳) از سطح زمین بنا به فرض مسئله $\frac{1}{3}$ ارتفاع اوج یعنی برابر است با:

$$h'=\frac{1}{3}h\Rightarrow h'=\frac{1}{3}\frac{v_0^2}{2g}$$

این بار اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه‌های (۱) و (۳) می‌نویسیم:

$$E_1=E_3\Rightarrow\frac{1}{2}mv_0^2=U_3+K_3\Rightarrow\frac{1}{2}mv_0^2=mg(\frac{1}{3}\frac{v_0^2}{2g})+K_3$$

$$\Rightarrow K_3=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{6}mv_0^2\Rightarrow K_3=\frac{1}{3}mv_0^2$$

بازی با سؤال **جسمی به جرم ۲kg در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که $\frac{1}{7}$ مسیر را طی کرده است برابر ۳۰J باشد، ارتفاع h چند متر است؟** $(g=10N/kg)$

۱) ۱۰/۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۳/۵

گزینهٔ ۱

B ۵۵۵ ۴

انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر حرکت گلوله یکسان است. برای ابتدای مسیر و محلی که در آن تندی گلوله نصف می‌شود $(v_۲=\frac{۱}{۲}v_۱=\frac{۲۰}{۲}=۱۰m/s)$ اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۲۰)^۲=۱۰\times h+\frac{۱}{۲}(۱۰)^۲\Rightarrow h=۱۵m$$

B ۵۵۶ ۳

سؤال فاصله گلوله از سطح زمین را موقعی که انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی باشد خواسته است. انرژی مکانیکی را در این لحظه برحسب انرژی پتانسیل گرانشی حساب می‌کنیم:

$$E_۲=K_۲+U_۲\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۲}U_۲}E_۲=\frac{۱}{۲}U_۲+U_۲\Rightarrow E_۲=\frac{۳}{۲}U_۲$$

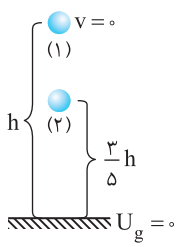
حال با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای حالت اول و حالت دوم می‌توان نوشت:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۳}{۲}U_۲=K_۱+U_۱\Rightarrow\frac{۳}{۲}mgh_۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow ۳gh_۲=v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۳۰h_۲=۹۰۰\Rightarrow h_۲=۳۰m$$

B ۵۵۷ ۴

اصل پایستگی انرژی مکانیکی جسم را برای ارتفاع h و در فاصلهٔ $h-\frac{۲}{۵}h=\frac{۳}{۵}h$ می‌نویسیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$\xrightarrow[U_۱=mgh]{K_۱=۰}mgh+۰=mg(\frac{۳}{۵}h)+K_۲$$

$$\Rightarrow K_۲=\frac{۲}{۵}mgh$$

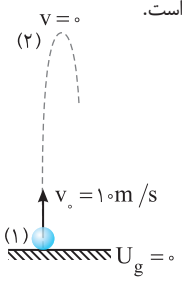
انرژی پتانسیل گرانشی در این نقطه $U_۲=\frac{۳}{۵}mgh$ است بنابراین:

$$\frac{K_۲}{U_۲}=\frac{\frac{۲}{۵}mgh}{\frac{۳}{۵}mgh}=\frac{۲}{۳}$$

B ۵۵۸ ۲

یادآوری اوج نقطه‌ای است که تندی جسم در آن‌جا صفر است.

۱ با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=mgh_{اوج}+۰$$

$$\Rightarrow h_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow h_{اوج}=\frac{۱۰^۲}{۲\times ۱۰}=۵m$$

۲ در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ٪۲۵ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل گرانشی جسم ٪۷۵ انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$U=\frac{۷۵}{۱۰۰}E\Rightarrow mgh=\frac{۷۵}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰)\Rightarrow ۱۰\times h=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times ۱۰^۲\Rightarrow h=۳/۷۵m$$

۳ فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از نقطه اوج خواهد شد: $۵-۳/۷۵=۱/۲۵m$

بازی با سؤال **جسمی را از سطح زمین با تندی $۲۰m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. در ارتفاع چند متری از سطح زمین انرژی جنبشی جسم یک پنجم انرژی جنبشی آن در لحظهٔ پرتاب خواهد شد؟ $(g=۱۰N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

۱) ۱۶ ۲) ۴ ۳) ۲۰ ۴) ۵

گزینهٔ ۱

B ۵۵۹ ۴

خط فکری دقت کنید وقتی رابطهٔ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم را در نقطه‌ای از مسیر یک حرکت به شما بدهند و از شما تندی جسم را در آن نقطه بخواهند شما باید در انرژی مکانیکی $(E=U+K)$ به جای U، مقدار آن را برحسب K قرار دهید که در آن تندی وجود دارد.

حالت اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+۰=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=K_۲}U_۱=K_۲+K_۲$$

$$\Rightarrow mgh=۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow v=\sqrt{gh}$$

حالت دوم: پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و در نقطهٔ مورد نظر U را برحسب K قرار می‌دهیم:

$$E_۱=E_۳\Rightarrow U_۱+۰=U_۳+K_۳\xrightarrow{U_۳=\frac{۱}{۳}K_۳}U_۱=\frac{۱}{۳}K_۳+K_۳$$

$$\Rightarrow U_۱=\frac{۴}{۳}K_۳\Rightarrow mgh=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۲}mv'^۲\Rightarrow v'^۲=\frac{۳}{۲}gh\Rightarrow v'=\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$$

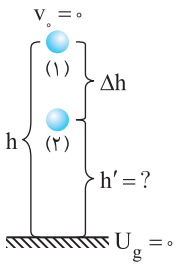
بنابراین نسبت $\frac{v}{v'}$ خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

B ۵۶۰ ۱

خط فکری هر گاه در یک نقطه از مسیر رابطهٔ بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم را به شما بدهند و در مورد ارتفاع آن (محل آن) نقطه سؤال کنند شما باید K را برحسب U در رابطهٔ انرژی مکانیکی قرار دهید. یعنی وقتی گفته می‌شود انرژی جنبشی $\frac{۱}{۴}$ انرژی پتانسیل است شما باید به جای K مقدار $\frac{۱}{۴}U$ را قرار دهید.

بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی:



$$E_۲=E_۱\Rightarrow U_۲+K_۲=U_۱$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۴}U_۲}\frac{۵}{۴}U_۲=U_۱$$

$$\Rightarrow\frac{۵}{۴}mgh'=mgh\Rightarrow h'=\frac{۴}{۵}h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=h-h'}\Delta h=\frac{۱}{۵}h\Rightarrow\frac{\Delta h}{h}=\frac{۱}{۵}$$

بازی با سؤال **گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز است.)**

مشابه خارج ریاضی - ۹۷

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

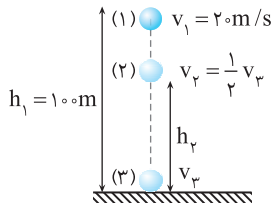
گزینهٔ ۲

میانبر انرژی جنبشی جسم $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل اولیه شده است یعنی $\frac{۱}{۵}U$ به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین باید جسم به اندازه $\frac{۱}{۵}h$ پایین آمده باشد.

C ۵۶۱ ۲

خط فکری هر گاه از یک وسیلهٔ در حال حرکت جسمی رها شود، سرعت اولیه جسم هنگام رها شدن همان سرعت وسیلهٔ متحرک است و جهت سرعت اولیه هم‌جهت حرکت وسیله است. اکنون با دانستن این مطلب، شما باید پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه شروع و برخورد به زمین بنویسید و تندی گلوله در برخورد به زمین را حساب کنید سپس با نوشتن مجدد اصل پایستگی انرژی مکانیکی محلی که تندی گلوله نصف تندی آن در برخورد به زمین است را حساب کنید.

در لحظه‌ای که گلوله از بالون رها می‌شود، سرعت گلوله برابر با سرعت بالون و جهت آن رو به بالا است. پس در لحظهٔ رها شدن گلوله از بالون، گلوله هم دارای انرژی جنبشی و هم دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. چون مقاومت هوا ناچیز است طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1=E_3\Rightarrow U_1+K_1=U_3+K_3\xrightarrow{U_3=0}U_1+K_1=K_3$$

$$\Rightarrow mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_3^2\Rightarrow ۱۰\times۱۰۰+\frac{1}{2}\times۲۰^2=\frac{1}{2}v_3^2$$

$$\Rightarrow v_3^2=۲۴۰۰\Rightarrow v_3=۲۰\sqrt{۶}m/s$$

با توجه به اینکه اندازه سرعت گلوله در نقطه (۲) نصف اندازه سرعت آن در لحظه رسیدن به زمین است، داریم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\xrightarrow{v_2=\frac{1}{2}v_3=۱۰\sqrt{۶}m/s}۱۰\times۱۰۰+\frac{1}{2}\times۲۰^2=۱۰\times h_2+\frac{1}{2}\times(۱۰\sqrt{۶})^2\Rightarrow h_2=۹۰m$$

A ۵۶۲ ۱

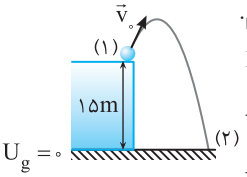
خط فکری انرژی مکانیکی در نبود نیروهای اتلافی در تمام نقاط مسیر حرکت ثابت و یکسان است بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ اوج همان انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب است.

برای یافتن انرژی مکانیکی در اوج کافی است انرژی جنبشی اولیه را حساب کنیم.

$$E=U+K\xrightarrow{U=0}E=K_0=\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow E=\frac{1}{2}\times۰/۱\times۹۰۰=۴۵J$$

A ۵۶۳ ۲

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانش فرض می‌کنیم و برای نقطهٔ پرتاب و لحظهٔ رسیدن جسم به زمین پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\xrightarrow{U_2=0}mgh+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow ۱۵۰+۵۰=\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow v_2^2=۴۰۰\Rightarrow v_2=۲۰m/s$$

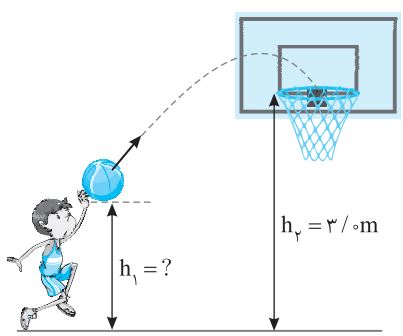
A ۵۶۴ ۱

اتلاف انرژی نداشته و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow{U=mgh\,,\,K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2\xrightarrow{v_1=۶m/s\,,\,v_2=۵m/s}$$

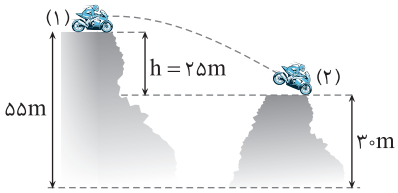
$$۱۰h_1+\frac{1}{2}\times۳۶=۳۰+\frac{1}{2}\times۲۵\Rightarrow ۲۰h_1+۳۶=۶۰+۲۵\Rightarrow h_1=۲/۴۵m$$



A ۵۶۵ ۳

روش اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

نیروی مقاومت هوا وجود ندارد بنابراین می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد. محل تپهٔ دوم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow[U_1=mgh]{U_2=0}mgh+\frac{1}{2}mv_1^2=0+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$۱۰\times۲۵+\frac{1}{2}\times(۲۰)^2=\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow v_2^2=۹۰۰\Rightarrow v_2=۳۰m/s$$

روش دوم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کُل یعنی کار نیروی وزن برابر است با:

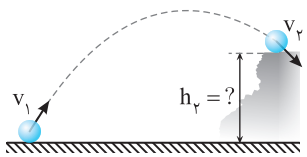
$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_g=+mgh]{W_t=W_g}W_g=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mgh=\frac{1}{2}m(v_2^2)-\frac{1}{2}m(۲۰)^2\xrightarrow{h=۲۵m}۲۵۰=\frac{v_2^2}{2}-۲۰۰$$

$$\frac{v_2^2}{2}=۴۵۰\Rightarrow v_2^2=۹۰۰\Rightarrow v_2=۳۰m/s$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $(v_2^2=v_1^2+2g\Delta h)$

بازی با سوال **توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $۴۰m/s$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود و با تندی $۲۰m/s$ با بالای صخره برخورد می‌کند. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، ارتفاع h_2 چند متر است؟** از کتاب درسی



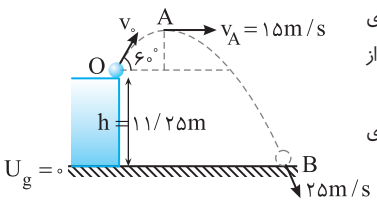
۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۳۰

گزینهٔ ۱

B ۵۶۶ ۳

خط فکری سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیرید و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطهٔ O (نقطهٔ پرتاب) و نقطهٔ B (محل برخورد گلوله به زمین) بنویسید و سرعت اولیه v_0 را بیابید. اما مفهوم حداقل تندی گلوله چیست؟ از نقطهٔ O تا A که گلوله در حال بالا رفتن است، تندی آن در حال کاهش است و از A به بعد تندی گلوله در حال افزایش است بنابراین منظور از حداقل تندی، بالاترین نقطهٔ مسیر است که با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط B و A می‌توانید فاصله A از سطح زمین را بیابید.

برای نقاط O و B پایستگی انرژی مکانیکی می‌نویسیم:



$$E_O=E_B\Rightarrow U_O+K_O=U_B+K_B\xrightarrow{U_B=0}mgh+\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$=0+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow v_B^2=v_0^2+2gh\Rightarrow(۲۵)^2=v_0^2+۲\times۱۰\times۱۱/۲۵$$

$$\Rightarrow v_0^2=۴۰۰\Rightarrow v_0=۲۰m/s$$

اما برای یافتن بیشترین ارتفاع از سطح زمین می‌توان نوشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\Rightarrow mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2=0+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2=v_A^2+2gh_A\Rightarrow ۲۵^2=۱۵^2+۲۰h_A\Rightarrow h_A=۲۰m$$

۵۶۷ **B** **۱**

یادآوری اندازهٔ افزایش انرژی جنبشی برابر اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل جسم است.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$
$$\Rightarrow U_1-U_2=K_2-K_1\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|$$

۱ انرژی جنبشی اولیه را حساب می‌کنیم:

$$K_1=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K_1=\frac{1}{2}\times 2\times 4^2\Rightarrow K_1=16J$$

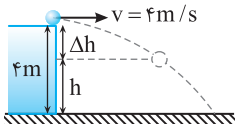
۲ افزایش انرژی جنبشی جسم ۸۰٪ انرژی جنبشی اولیه است.

$$\Delta K=\frac{80}{100}K_1\Rightarrow\Delta K=\frac{4}{5}\times 16\Rightarrow\Delta K=12/8J$$

۳ اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر ۱۲/۸J است، بنابراین ارتفاعی که گلوله پایین می‌آید برابر است با:

$$\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow 12/8=2\times 10\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=0/64m$$

۴ در این لحظه ارتفاع گلوله از سطح زمین برابر است با:



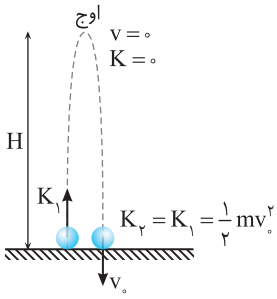
$$h=4-0/64=+3/36m$$

۵۶۸ **B** **۱**

مقاومت هوا ناچیز است و انرژی مکانیکی در طول مسیر ثابت است و نمودار انرژی مکانیکی برحسب h باید خط راست افقی و موازی محور h باشد از این‌رو گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. انرژی پتانسیل گرانشی برابر $U=mgh$ است که یک تابع خطی است که شیب آن mg بوده و مثبت است. از طرفی با کاهش U ، K افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

۵۶۹ **C** **۲**

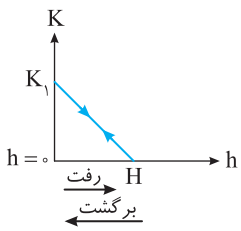
با توجه به شکل روبه‌رو با بالا رفتن جسم از سرعت آن کاسته شده تا سرعت در اوج به صفر می‌رسد و در بازگشت چون مقاومت هوا ناچیز است، سرعت به حالت اول باز می‌گردد، یعنی انرژی جنبشی ابتدا پرتاب هنگام برگشت همان مقدار



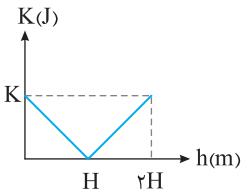
$K_1=\frac{1}{2}mv^2$ و در اوج $K=0$ و در محل $K_2=\frac{1}{2}mv_0^2$ است. از طرفی داریم:

$$\Delta K=\Delta U\Rightarrow\Delta K=mgh$$

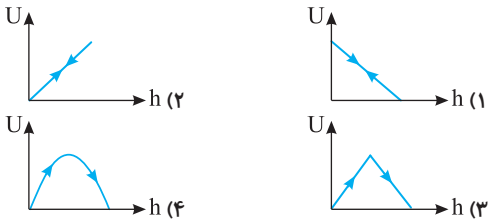
یعنی تغییرات انرژی جنبشی با h رابطهٔ خطی دارد، از این‌رو وقتی جسم از زمین تا اوج می‌رود، انرژی جنبشی به‌طور خطی نسبت به h کاهش یافته و به صفر می‌رسد و در برگشت از $h=H$ به $h=0$ انرژی جنبشی افزایش یافته و به مقدار K_1 می‌رسد.



دقت کنید بعضی از دانش‌آموزان عزیز ممکن است که گزینه (۱) را انتخاب کنند که در آن انرژی جنبشی صفر و سپس زیاد شده است، اما دقت نمی‌کنند که در نقطه $h=H$ انرژی جنبشی صفر می‌شود و جسم باید $h=H$ را برگردد تا به صفر برسد در حالی که در این نمودار گویی جسم از ارتفاع H بالاتر می‌رود و به ارتفاع ۲H می‌رسد و به زمین $(h=0)$ بر نمی‌گردد و این نمودار نادرست است.

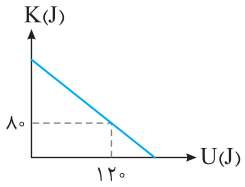


بازی با سوال جسمی را با سرعت اولیهٔ v_0 در شرایط خلأ از سطح زمین و در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار انرژی پتانسیل بر حسب ارتفاع از زمین در زمان رفت و برگشت کدام است؟ (سطح زمین مبدأ پتانسیل است.)



گزینهٔ ۲

۵۷۰ **B** **۲**



انرژی مکانیکی در هر نقطه از مسیر حرکت جسم برابر مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی جسم است. بنابراین با توجه به اعداد روی نمودار وقتی انرژی پتانسیل جسم ۱۲۰J است، انرژی جنبشی آن ۸۰J است، در نتیجه انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$E=U+K\Rightarrow E=120+80\Rightarrow E=200J$$

انرژی مکانیکی در همهٔ نقاط ثابت و یکسان است از این‌رو انرژی مکانیکی جسم در لحظهٔ پرتاب نیز ۲۰۰J است و در لحظهٔ پرتاب $U=0$ است. در نتیجه:

$$E=K_0\Rightarrow 200=\frac{1}{2}mv_0^2\xrightarrow{m=4kg}200=\frac{1}{2}\times 4v_0^2\Rightarrow v_0=10m/s$$

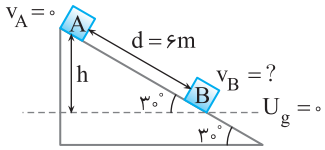
۵۷۱ **A** **۴**

۱ ارتفاع عمودی پایین آمدن جسم وقتی به اندازه ۶m روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin 30^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{h}{6}\Rightarrow h=3m$$

۲ محل نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

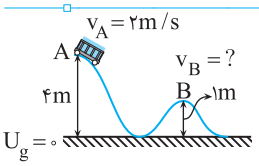
۳ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:



$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\xrightarrow[K_A=0]{U_B=0}mgh=\frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B=\sqrt{2gh}\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times 10\times 3}\Rightarrow v_B=2\sqrt{15}m/s$$

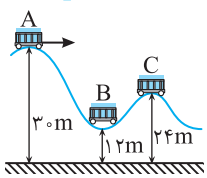
۵۷۲ **A** **۲**

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:



$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$
$$\Rightarrow 40m+2m=10m+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow v_B^2=64\Rightarrow v_B=8m/s$$

۵۷۳ **B** **۴**



۱ این بار می‌خواهیم نقطهٔ A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم. در این صورت انرژی پتانسیل گرانشی جسم در تمام نقاط زیر A، از جمله نقاط B و C منفی خواهد شد.

۲ برای یافتن تندی در نقطهٔ B، پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\xrightarrow[K_A=0]{U_A=0,U_B=mg(h_B-h_A)}$$
$$0+0=mg(h_B-h_A)+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow 0=g(12-30)+\frac{1}{2}v_B^2$$
$$\frac{1}{2}v_B^2=18g\Rightarrow v_B^2=36g\quad(I)$$

۳ برای یافتن تندی در نقطهٔ C، پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A=E_C\Rightarrow U_A+K_A=U_C+K_C \xrightarrow[U_C=mg(h_C-h_A)]{U_A=0,\,K_A=0}$$

$$0+0=mg(h_C-h_A)+\frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow 0=g\times(24-30)+\frac{1}{2}v_C^2\Rightarrow v_C^2=12g \qquad (II)$$

۴ نسبت v_B به v_C را از تقسیم رابطهٔ (I) بر رابطهٔ (II) به‌دست می‌آوریم:

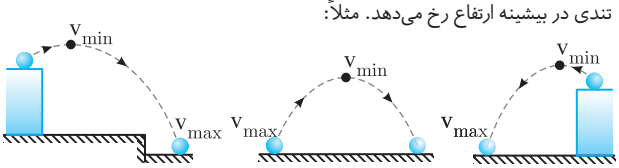
$$\frac{v_B^2}{v_C^2}=\frac{36g}{12g}\Rightarrow\frac{v_B}{v_C}=\sqrt{3}$$

میانبر از رابطهٔ $v=\sqrt{2g\Delta h}$:

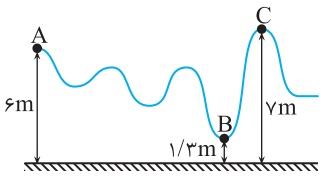
$$v_B=\sqrt{2\times g\times(30-12)}\Rightarrow v_B=\sqrt{36g}\Rightarrow\frac{v_B}{v_C}=\sqrt{3}$$
$$v_C=\sqrt{2\times g\times(30-24)}\Rightarrow v_C=\sqrt{12g}$$

۳ | ۵۷۴ | B

خط فکری در حرکت یا پرتاب یک جسم، بیشینه تندی در کمینه ارتفاع و کمینه تندی در بیشینه ارتفاع رخ می‌دهد. مثلاً:



گلوله هر چه پایین‌تر می‌آید مقدار بیشتری از انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، پس زمانی که ارتفاع گلوله به ۱/۳m از سطح زمین می‌رسد، گلوله بیشترین تندی را دارد.



$$E_A=E_B\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B$$

$$\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_B^2+13\Rightarrow v_B=7\sqrt{2}\,m/s$$

کمینه سرعت نیز وقتی است که متحرک به بیشینه ارتفاع خود از سطح زمین می‌رسد.

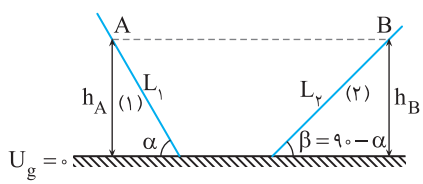
$$E_A=E_C\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_C^2+mgh_C\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_C^2+70$$

با توجه به معادلهٔ بالا v_C^2 منفی می‌شود، یعنی گلوله به نقطهٔ C نمی‌رسد و قبل از آن تندی گلوله به طور لحظه‌ای صفر می‌شود. در نتیجه کمترین تندی متحرک، لحظه‌ای است که تندی آن صفر می‌شود. $(v_{min}=0)$

۲ | ۵۷۵ | B

خط فکری وقتی سطوح بدون اصطکاک هستند، جسم رها شده از نقطهٔ A در سطح روبه‌رو، مطابق شکل به نقطهٔ B می‌رسد و بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع نقطهٔ B با ارتفاع نقطهٔ A برابر است.

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow{K_A=K_B=0}$$
$$U_A=U_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B\Rightarrow h_A=h_B$$



با توجه به خط فکری بیان شده، مسافت طی شده L_1 و L_2 را برحسب زوایای α و β حساب می‌کنیم.

$$\sin\alpha=\frac{h_A}{L_1}\Rightarrow h_A=L_1\sin\alpha$$
$$\sin\beta=\frac{h_B}{L_2}\Rightarrow h_B=L_2\sin\beta$$
$$\xrightarrow{h_A=h_B} L_1\sin\alpha=L_2\sin\beta \quad (1)$$

چون $\alpha+\beta=90^\circ$ است از این‌رو $\cos\beta=\sin\alpha$ و $\cos\alpha=\sin\beta$ خواهد بود بنابراین:

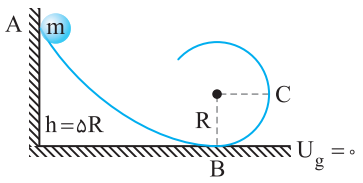
$$(1)\Rightarrow L_1\cos\beta=L_2\sin\beta\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}=\cot\alpha$$

۲ | ۵۷۶ | A

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابر پایستگی انرژی مکانیکی:

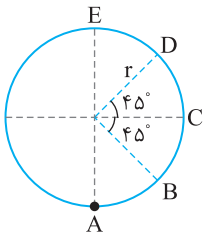
$$E_C=E_A\Rightarrow U_C+K_C=U_A+K_A \xrightarrow{U_C=mgR,\,U_A=mg(5R)}$$

$$\Rightarrow mgR+\frac{1}{2}mv_C^2=mg5R+0\Rightarrow v_C=2\sqrt{2Rg}$$



۲ | ۵۷۷ | B

خط فکری در نقطه‌ای که تندی صفر می‌شود، انرژی جنبشی گلوله صفر شده است و تمام انرژی جنبشی اولیهٔ آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود. با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع قائم گلوله در لحظه‌ای که تندی‌اش صفر است را به دست بیاورید و به شکل نگاه کنید و ببینید کدام نقطه در این ارتفاع قرار دارد.



نقطهٔ A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

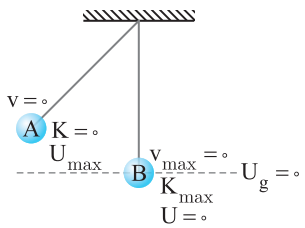
$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow[K_2=0]{U_1=0} K_1=U_2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=mgh \xrightarrow{v=\sqrt{2gr}}\frac{1}{2}(2gr)=gh\Rightarrow r=h$$

که ارتفاع نقطه C از نقطهٔ A برابر r است.

۴ | ۵۷۸ | B

خط فکری آونگ ساده از یک ریسمان سبک و یک وزنه تشکیل شده است. با انحراف آونگ از راستای قائم، مقداری انرژی پتانسیل گرانشی در آن ذخیره می‌شود و لحظهٔ رها شدن قطعاً انرژی پتانسیل



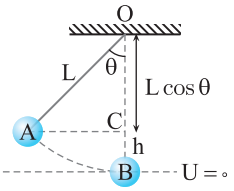
گرانشی آن بیشینه است و انرژی جنبشی آن صفر است و هر چه آونگ به حالت قائم نزدیک‌تر می‌شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به‌طوری که در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر انرژی پتانسیل به حداقل می‌رسد و اگر این نقطه مبدأ انرژی پتانسیل فرض شود، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود. بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow[U_B=0,\,K_B=K_{max}]{K_A=0,\,U_A=U_{max}}$$

$$U_{max}+0=0+K_{max}\Rightarrow U_{max}=K_{max}\Rightarrow\frac{U}{K}=1$$

B ۲ ۵۷۹

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم $U_B=0$، برای حل مسئله ابتدا باید فاصلهٔ قائم نقطهٔ A تا B را حساب کنیم، یعنی مقدار h را باید به‌دست بیاوریم: $h=OB-OC$



OB همان طول ریسمان یعنی L است، اما OC را به کمک کسینوس زاویهٔ θ حساب می‌کنیم.

$$\cos\theta=\frac{OC}{OA}\Rightarrow\cos\theta=\frac{OC}{L}\Rightarrow OC=L\cos\theta$$

بنابراین h خواهد شد: $h=L-L\cos\theta=L(1-\cos\theta)$

با توجه به شکل و پایستگی انرژی مکانیکی، خواهیم داشت:

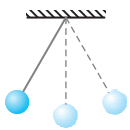
$$E_A=E_B\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow g(L-L\cos\theta)=\frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow 10\times 0/9\times(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}\times 9\Rightarrow\cos\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ$$

میانبر ۱ فاصلهٔ قائم هر نقطه از مسیر از پایین‌ترین نقطه برابر است با: $h=L(1-\cos\theta)$

میانبر ۲ تندی در پایین‌ترین نقطه مسیر خواهد شد: $v=\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$

بازی با سوال **آونگی به طول ۱/۶ متر در حال نوسان است. وقتی گلولهٔ آونگ از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌گذرد، سرعتش ۴m/s است. زاویهٔ راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g=10m/s^2$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**



۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

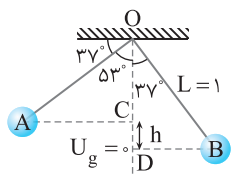
گزینهٔ ۳

B ۲ ۵۸۰

با توجه به شکل ابتدا فاصلهٔ قائم A تا B یعنی h را حساب می‌کنیم:

$$h=OD-OC,\ OD=L\cos 37^\circ,\ OC=L\cos 53^\circ$$

$$h=L\cos 37^\circ-L\cos 53^\circ\Rightarrow h=0/8-0/6=0/2m$$



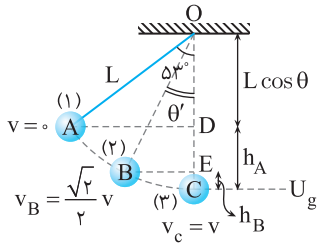
صفحهٔ افقی که B و D در آن واقع‌اند را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم. بنا بر اصل پایسته بودن انرژی مکانیکی:

$$E_A=E_B=U_A+K_A=U_B+K_B\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{2gh}\Rightarrow v=\sqrt{20\times 0/2}\Rightarrow v=2m/s$$

B ۳ ۵۸۱

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطه C) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



۱ ارتفاع نقطهٔ A از نقطهٔ C را به‌دست می‌آوریم:

$$h_A=OC-OD=L-L\cos 53^\circ=L(1-\cos 53^\circ)=1\times(1-0/6)$$

$$h_A=0/4m$$

۲ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A=E_C\Rightarrow U_A+K_A=U_C+K_C\Rightarrow mgh_A+0=0+\frac{1}{2}mv_C^2$$

$$v_C^2=2\times 10\times 0/4\Rightarrow v_C=\sqrt{8}m/s$$

۳ ارتفاع نقطهٔ B از نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$h_B=OC-OE\Rightarrow h_B=L-L\cos\theta'\xrightarrow{L=1m}h_B=1-\cos\theta'$$

۴ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط B و C می‌نویسیم و θ' را به دست می‌آوریم.

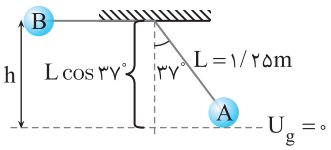
$$E_B=E_C\Rightarrow U_B+K_B=U_C+K_C\Rightarrow mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$=0+\frac{1}{2}mv_C^2\xrightarrow{v_B=\frac{\sqrt{2}}{2}v=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{8})=2m/s}$$

$$10\times(1-\cos\theta')+\frac{1}{2}(2)^2=\frac{1}{2}\times(\sqrt{8})^2\Rightarrow\cos\theta'=0/8\Rightarrow\theta'=37^\circ$$

B ۲ ۵۸۲

خط فکری وضعیت افقی یعنی گلوله آن‌قدر بالا برود تا ریسمان در امتداد افق قرار گیرد، یعنی به وضعیت B برسد. از طرفی حداقل تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. یعنی وقتی گلوله به وضعیت B می‌رسد تندی‌اش صفر شده و تمام انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل گرانشی باشد.



سطحی که نقطه A در آن است را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم $(U_A=0)$، فاصلهٔ قائم B از A را حساب می‌کنیم:

$$h_B=L\cos 37^\circ\xrightarrow[\cos 37^\circ=0/8]{L=1/25m}h_B=1/25\times 0/8\Rightarrow h_B=1m$$

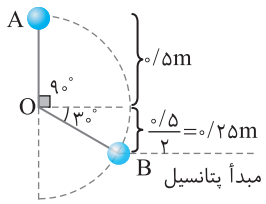
اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\xrightarrow{U_A=0,\ K_B=0}K_A=U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2=mgh_B\Rightarrow\frac{1}{2}v_A^2=10\times 1\Rightarrow v_A=2\sqrt{5}m/s$$

B ۲ ۵۸۳

انرژی مکانیکی جسم پایسته است. نقطهٔ B را به عنوان مبنای انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:



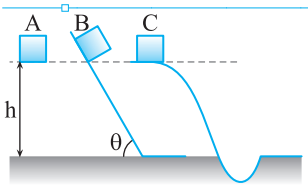
$$E_A=E_B\Rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B$$

$$\xrightarrow[U_B=0]{K_A=0}U_A=K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B=\sqrt{2gh_A}\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times 10\times 0/75}=\sqrt{15}\,m/s$$

B ۴ ۵۸۴



در هر سه حالت سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و پایستگی انرژی را برای نقطهٔ رها شدن و سطح زمین می‌نویسیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow[U_2=0]{K_1=0}U_1=K_2$$

$$\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

وقتی جسمی از ارتفاع h رها می‌شود تا به سطح زمین برسد، با عبور از هر مسیر بدون اصطکاکی تندی رسیدن به زمین به جرم جسم و شکل مسیر بستگی ندارد و همواره برابر $v=\sqrt{2gh}$ است. تندی رسیدن هر سه جسم به سطح زمین برابر است.

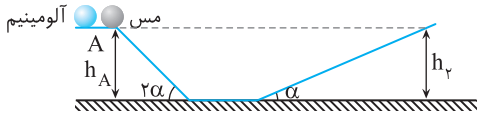
۱ ۵۸۵ A

خط فکری هر گلوله که از نقطهٔ A در ارتفاع h رها می‌شود، در سطح دیگر تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. یعنی تمام انرژی مکانیکی آن انرژی پتانسیل گرانشی باشد.

بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_A = E_2 \Rightarrow U_A + K_A = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_A = 0,\ K_2 = 0} mgh_A = mgh_2 \Rightarrow h_2 = h_A$$

بنابراین ارتفاع جسم در سطح شیبدار دیگر به زاویهٔ سطح و جرم جسم بستگی ندارد در نتیجه: $h_{Cu} = h_{Al}$

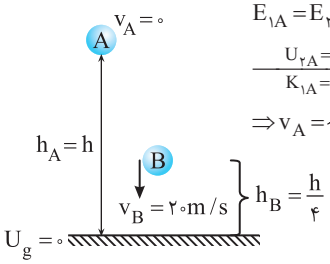


۳ ۵۸۶ B

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم A می‌نویسیم.

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow U_{1A} + K_{1A} = U_{2A} + K_{2A} \xrightarrow[K_{1A}=0]{U_{2A}=0} mgh = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_A = \sqrt{20h} \quad (1)$$



پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم B می‌نویسیم:

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow U_{1B} + K_{1B} = U_{2B} + K_{2B} \xrightarrow{U_{2B}=0}$$

$$mgh_B + \frac{1}{2}mv_{1B}^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}\times(20)^2 + 10\times\frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 400 + 5h \Rightarrow v_B = \sqrt{400+5h} \quad (2)$$

با توجه به فرض مسئله تندی A و B در برخورد به زمین برابر است از این‌رو:

$$(1)\text{ و }(2): \sqrt{20h} = \sqrt{400+5h} \Rightarrow 15h = 400 \Rightarrow h = \frac{80}{3}m$$

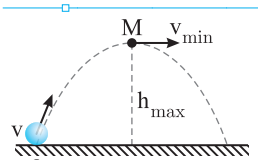
میانبر استفاده از رابطهٔ $v^2 = v_0^2 + 2g\Delta h$:

$$v_A^2 = 20h$$

$$v_B^2 = 20^2 + 20\times\frac{h}{4} \Rightarrow 20h = 400 + 5h \Rightarrow h = \frac{400}{15} = \frac{80}{3}m$$

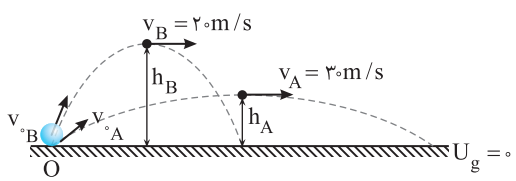
۱ ۵۸۷ C

خط فکری هر گاه گلوله‌ای مطابق شکل پرتاب شود هنگام بالا رفتن، تندی آن کاهش می‌یابد و در بالاترین نقطه مسیر (نقطهٔ M) تندی‌اش کمینه است و بعد از عبور از M و با پایین آمدن گلوله تندی آن افزایش می‌یابد. با توجه به سؤال حداقل تندی گلوله‌های A و B در بالاترین نقطه مسیر اتفاق می‌افتد. تندی و جرم دو گلوله یکی است، بنابراین انرژی مکانیکی دو گلوله برابر است و با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای هر گلوله می‌توان مسئله را حل کرد.



۱ پایستگی انرژی را برای گلولهٔ A می‌نویسیم:

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{0A}^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A \quad (I)$$



۲ پایستگی انرژی را برای گلوله B می‌نویسیم:

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow U_{1B} + K_{1B} = U_{2B} + K_{2B}$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_{0B}^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad (II)$$

سمت چپ دو رابطه (I) و (II) برابر است بنابراین سمت راست آن‌ها نیز برابر است.

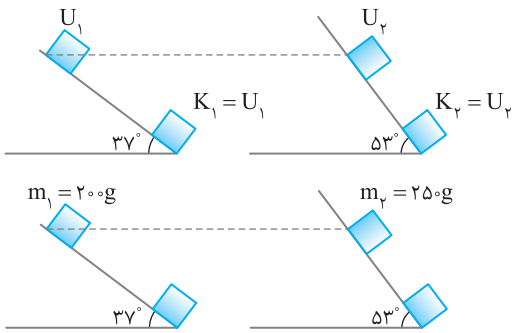
$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 10h_A + \frac{1}{2}(30)^2 = 10h_B + \frac{1}{2}(20)^2$$

$$\Rightarrow 450 - 200 = 10(h_B - h_A) \Rightarrow h_B - h_A = 25m$$

۲ ۵۸۸ B

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در پایین سطح شیبدار برابر انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن است. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} K_1 = U_1 \\ K_2 = U_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{m_1gh}{m_2gh} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{200}{250} = 0/8$$



۴ ۵۸۹ B

ارتفاع آونگ در لحظهٔ رها شدن از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را حساب می‌کنیم:

$$h = OB - OC \xrightarrow[OC = L\cos 37^\circ]{OB = L} h = L - L\cos 37^\circ$$

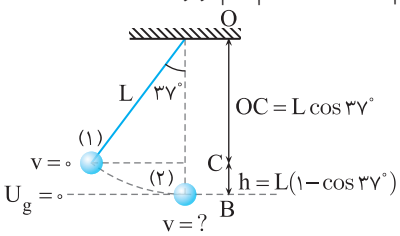
$$\Rightarrow h = L(1 - \cos 37^\circ) \quad (I)$$

پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط (۱) و (۲) را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[U_2 = 0]{K_1 = 0} mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \xrightarrow{(I)} v = \sqrt{2gL(1 - \cos 37^\circ)}$$

همان‌طور که رابطه نشان می‌دهد این سرعت به جرم گلوله بستگی ندارد و چون طول دو آونگ و مقدار انحراف از امتداد قائم در هر دو آونگ یکی است، بنابراین سرعت گلولهٔ هر دو آونگ هنگام گذر از راستای قائم باهم برابر است.



۱ ۵۹۰ B

خط فکری مقاومت هوا ناچیز است پس می‌توان برای هر دو جسم پایستگی انرژی مکانیکی را نوشت. اگر سطح کره‌ها را مبدأ پتانسیل بگیریم هنگام رسیدن جسم به سطح کره انرژی پتانسیل گرانشی صفر است و چون جسم‌ها رها شده‌اند پس انرژی جنبشی اولیه آن‌ها صفر است.

برای جسم A: $E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A} \Rightarrow mgh = K_A$

برای جسم B: $E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B} \Rightarrow m\frac{g}{6}h = K_B$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{mgh}{m\frac{g}{6}h} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 6$$

A ۵۹۱ ۳

جسم در هوا در حال سقوط است بنابراین تندی آن و انرژی جنبشی آن می‌تواند در حال افزایش باشد اما انرژی مکانیکی آن قطعاً در حال کاهش است زیرا در اثر مقاومت هوا بخشی از انرژی مکانیکی آن تلف می‌شود.

A ۵۹۲ ۳

طبق پایستگی انرژی، انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند. در اینجا هم بخشی از انرژی جنبشی به انرژی درونی توپ و بخش دیگر به انرژی درونی دست تبدیل می‌شود.

A ۵۹۳ ۱

انرژی جنبشی گلوله را در لحظهٔ برخورد به مانع حساب می‌کنیم. با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_1=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times ۰/۰۲۵\times ۴۰۰^2=\frac{1}{2}\times ۰/۰۲۵\times ۱۶۰۰۰۰=۲\times ۱۰^3\,J$$

با توجه به فرض مسئله تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده است، پس ۲×۱۰^3 ژول گرما ایجاد می‌شود.

B ۵۹۴ ۱

خط فکری انرژی جنبشی گلوله هنگام برخورد به مانع کاهش یافته است و این کاهش انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی مانع و گلوله تبدیل شده است. افزایش انرژی درونی مانع ۲ برابر افزایش انرژی درونی گلوله است.

اگر افزایش انرژی درونی را با حرف ΔQ نمایش دهیم در این صورت با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=\Delta Q_{\text{گلوله}}+\Delta Q_{\text{مانع}} \xrightarrow{\Delta Q_{\text{مانع}}=۲\Delta Q_{\text{گلوله}}} |\Delta K|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

داده‌های مسئله را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$|K_2-K_1|=۲\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow |\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2|=۲\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$\xrightarrow{\substack{m=۰/۰۴kg,\ v_1=۱۴۰m/s\\ v_2=۲۰m/s}} |\frac{1}{2}\times ۰/۰۴\times ۲۰^2-\frac{1}{2}\times ۰/۰۴\times ۱۴۰^2|=۲\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$|۸-۳۹۲|=۲\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow ۳۸۴=۲\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow \Delta Q_{\text{گلوله}}=۱۹۲J$$

B ۵۹۵ ۴

خط فکری جسم روی سطح افقی در حرکت است. چنانچه این سطح را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، انرژی مکانیکی جسم همان انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما باید کاهش انرژی جنبشی خودرو را حساب کنید که برابر افزایش انرژی درونی خودرو و محیط اطراف آن است.

ابتدا یکای تندی‌ها را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v_1=۷۲km/h=\frac{۷۲}{۳/۶}m/s \Rightarrow v_1=۲۰m/s$$

$$v_2=۱۸km/h=\frac{۱۸}{۳/۶}m/s \Rightarrow v_2=۵m/s$$

درصد تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{E_1}\times ۱۰۰=\frac{\Delta K}{K_1}\times ۱۰۰=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times ۱۰۰$$

$$=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}\times ۱۰۰=\frac{۵^2-۲۰^2}{۲۰^2}\times ۱۰۰$$

$$=\frac{۲۵-۴۰۰}{۴۰۰}\times ۱۰۰=-۹۳/۷۵٪ \text{ درصد تغییر انرژی مکانیکی}$$

بازی با سوال **اتومبیلی به جرم $۸۰۰kg$ و تندی $۱۰m/s$ ترمز کرده و متوقف می‌شود. چه مقدار انرژی برحسب ژول به گرما تبدیل می‌شود؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۴×۱۰^3 ۲) ۴×۱۰^4

۳) ۸×۱۰^4 ۴) باید نیروی اصطکاک معلوم باشد.

گزینهٔ ۲

B ۵۹۶ ۳

خط فکری بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. از طرفی تغییر انرژی مکانیکی این قطعه برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما انرژی جنبشی در حالت اول و حالت دوم را نوشته و از هم کم کنید و آن را برابر کار نیروی اصطکاک قرار دهید.

بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow K_2-K_1=W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$

$$\xrightarrow[v_2=v-۴,\ v_1=v]{m=۰/۲kg,\ W_f=-۸J} \frac{1}{2}\times ۰/۲(v-۴)^2-\frac{1}{2}\times ۰/۲v^2=-۸$$

$$v^2-۸v+۱۶-v^2=-۸۰ \Rightarrow -۸v=-۹۶ \Rightarrow v=۱۲m/s$$

B ۵۹۷ ۴

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی در این مسئله همان تغییر انرژی جنبشی است می‌توان نوشت:

$$W_f=E_2-E_1 \Rightarrow W_f=K_2-K_1$$

۱۹ درصد انرژی جنبشی اولیه در اثر برخورد تلف شده است یعنی $W_f=\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_1$ بنابراین:

$$\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_1=K_2-K_1 \Rightarrow K_2=\frac{۸۱}{۱۰۰}K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$\frac{1}{2}mv'^2=\frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{1}{2}mv^2) \Rightarrow v'^2=\frac{۸۱}{۱۰۰}v^2 \Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

روش دیگر: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}}=K_2-K_1 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}}=\frac{1}{2}m(v'^2-v^2)$$

$$\Rightarrow -\frac{۱۹}{۱۰۰}(\frac{1}{2}mv^2)=\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{1}{2}mv^2)=\frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v'=\frac{۹}{۱۰}v \Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

A ۵۹۸ ۳

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توپ در لحظهٔ رها شدن دارای انرژی پتانسیل گرانشی است و پس از چند بار برخورد به زمین جسم متوقف می‌شود، یعنی تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیهٔ آن به گرما تبدیل می‌شود. $Q=U_{\text{گرانشی}}=mgh=۱\times ۱۰\times ۲=۲۰J$

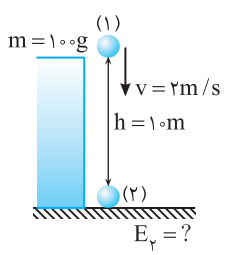
بازی با سوال **توپی به جرم ۲ کیلوگرم را از سطح زمین با تندی اولیه $۱۰m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و توپ پس از چند بار برخورد به زمین نهایتاً روی سطح زمین متوقف می‌شود. چند ژول گرما در این حرکت به توپ و محیط اطراف آن داده شده است؟** قلم‌چی

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰

۳) صفر ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

گزینهٔ ۲

B ۵۹۹ ۲



با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست.

$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow E_2=W_f+E_1$$

انرژی اولیه جسم را حساب می‌کنیم.

$$E_1=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow E_1=۰/۱\times ۱۰\times ۱۰+\frac{1}{2}\times ۰/۱\times ۴=۱۰/۲J$$

اکنون انرژی گلوله در برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=W_f+E_1 \Rightarrow E_2=-۲+۱۰/۲=۸/۲J$$

A ۶۰۰ ۳

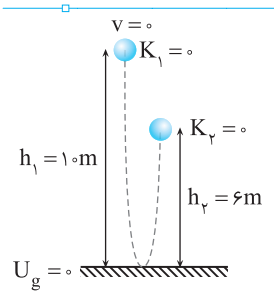
یادآوری همواره تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر منفی کار نیروی وزن است، بنابراین:

$$W_{mg}=-\Delta U \Rightarrow W_{mg}+\Delta U=0$$

B ۶۰۱ ۱

۱ انرژی مکانیکی اولیه گلوله را حساب می‌کنیم.

$$E_1=U_1+K_1 \Rightarrow E_1=mgh_1$$
$$\Rightarrow E_1=1\times 10\times 10=100J$$



۲ گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌رود یعنی در این ارتفاع تندی آن به‌طور لحظه‌ای صفر شده و انرژی جنبشی صفر می‌شود و انرژی مکانیکی گلوله در این نقطه خواهد شد:

$$E_2=U_2+K_2 \xrightarrow{K_2=0} E_2=mgh_2 \Rightarrow E_2=1\times 10\times 6=60J$$

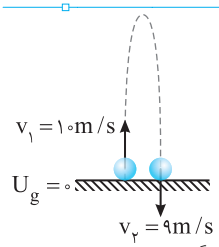
۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروهای مقاوم در برابر حرکت در کل مسیر خواهد شد:

$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow 60-100=W_f \Rightarrow W_f=-40J$$

B ۶۰۲ ۱

۱ انرژی مکانیکی اولیه توپ همان انرژی جنبشی آن است.

$$E_1=U_1+K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1=\frac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times 0/2\times 100=10J \Rightarrow E_1=10J$$



۲ انرژی مکانیکی هنگام رسیدن به نقطهٔ پرتاب مجدداً انرژی جنبشی است.

$$E_2=U_2+K_2 \xrightarrow{U_2=0} E_2=\frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow E_2=\frac{1}{2}\times 0/2\times 9^2 \Rightarrow E_2=8/1J$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروهای مقاوم است که به گرما تبدیل می‌شود.

$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow 8/1-10=W_f \Rightarrow W_f=-1/9J \xrightarrow{Q=|W_f|} Q=1/9J$$

B ۶۰۳ ۳

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی جنبشی گلوله (ΔK) برابر مجموع تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن $(|\Delta U|)$ و کار نیروی اصطکاک است $(|W_f|=\frac{40}{100}K_1)$، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|\Delta U|+|W_f| \Rightarrow |\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2|=|mg\Delta h|+\frac{40}{100}(\frac{1}{2}mv_1^2)$$
$$\xrightarrow{v_1=20m/s,\ \Delta h=0/2m} |\frac{1}{2}v_2^2-\frac{1}{2}(20)^2|=10\times 0/75+\frac{4}{10}\times\frac{1}{2}\times 20^2$$
$$|\frac{1}{2}v_2^2-200|=7/5+80 \Rightarrow 200-\frac{1}{2}v_2^2=87/5 \Rightarrow v_2^2=225 \Rightarrow v_2=15m/s$$

B ۶۰۴ ۳

در طول مسیر دو نیرو یکی وزن و دیگری اصطکاک هوا بر جسم وارد می‌شود و کار هریک از نیروها را حساب می‌کنیم.

۱ کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل است. $W_{mg}=-\Delta U_g$

جسم رو به پایین حرکت کرده و انرژی پتانسیل آن از mgh، صفر می‌شود، بنابراین:

$$W_{mg}=-(U_{2g}-U_{1g}) \Rightarrow W_{mg}=-(0-mgh) \Rightarrow W_{mg}=mgh$$

۲ کار نیروی اصطکاک بنا به فرض مسئله ۱۰٪ انرژی پتانسیل اولیه است البته می‌دانیم کار نیروی اصطکاک منفی است بنابراین: $W_f=-\frac{10}{100}mgh$

۳ با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta K=W_f+W_g \Rightarrow +81=-\frac{10}{100}mgh+mgh$$
$$\Rightarrow 81=\frac{9}{10}\times 3\times 10\times h \Rightarrow h=3m$$

B ۶۰۵ ۱

یادآوری وقتی گلوله در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود، این نقطه را نقطهٔ اوج گلوله گویند.

حالت اول: گلوله در هنگام بالا رفتن ۱۰J انرژی از دست می‌دهد یعنی تغییر انرژی مکانیکی آن $E_2-E_1=-10J$ است و با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv^2=-10 \Rightarrow 2h-\frac{1}{2}\times 0/2\times 900=-10$$
$$\Rightarrow h=40m$$

حالت دوم: اگر مقاومت هوا وجود نداشت با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت: $E_2=E_1 \Rightarrow mgh'=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10h'=\frac{1}{2}\times 900 \Rightarrow h'=45m$

بنابراین گلوله $45-40=5m$ بالاتر می‌رفت.

B ۶۰۶ ۳

خط فکری هنگام سقوط گلوله یا پایین آمدن گلوله، انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل به انرژی جنبشی جسم و صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود. البته اگر در مسیر حرکت اصطکاک وجود نداشت، کاهش انرژی پتانسیل با افزایش انرژی جنبشی برابر بود اما به دلیل وجود مقاومت هوا بخشی از انرژی هدر می‌رود و به گرما تبدیل می‌شود که این مقدار گرما همان کار نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم است.

کار نیروی مقاومت هوا در این مسئله برابر تفاوت بین کاهش انرژی پتانسیل و افزایش انرژی جنبشی است بنابراین:

$$W_f=|\Delta K|-|\Delta U| \xrightarrow{|\Delta K|=54J,\ |\Delta U|=80J} W_f=54-80=-26J$$

اکنون می‌توان نیروی مقاومت هوا را به‌دست آورد.

$$W_f=f_k d\cos\theta \Rightarrow -26=f_k\times 13\times\cos\pi \Rightarrow f_k=2N$$

B ۶۰۷ ۲

خط فکری بنا به قانون پایستگی انرژی هرگاه در جایی انرژی کم شود حتماً به انرژی دیگری تبدیل شده است. در سقوط جسم کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است $|\Delta U|=|\Delta K|$، البته اگر مقاومت هوا ناچیز باشد اما اگر مقاومت هوا مؤثر باشد قطعاً $|\Delta K|<|\Delta U|$ خواهد شد یعنی بخشی از تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به کار نیروی مقاومت هوا تبدیل می‌شود. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است. $|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f|$

۱ در صورت مسئله بیان شده که تغییر انرژی جنبشی، $\frac{2}{3}$ تغییر انرژی پتانسیل بوده است $(|\Delta K|=\frac{2}{3}|\Delta U|)$ بنابراین می‌توان نوشت هنگام سقوط انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی و هم‌چنین کار نیروی اصطکاک تبدیل می‌شود.

$$|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f| \Rightarrow |\Delta U|=\frac{2}{3}|\Delta U|+|W_f| \Rightarrow |W_f|=\frac{1}{3}|\Delta U| \quad (1)$$

۲ قدرمطلق کار نیروی وزن برابر قدرمطلق تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است $(|\Delta U|=|W_{mg}|)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \Rightarrow |W_f|=\frac{1}{3}|W_{mg}|$$

جسم در حال حرکت رو به پایین بوده و کار نیروی وزن مثبت است. اما کار نیروی اصطکاک منفی است. بنابراین:

$$W_f=-\frac{1}{3}W_g \Rightarrow \frac{W_f}{W_g}=-\frac{1}{3}$$

بازی با سوال **در حین سقوط جسمی در نزدیکی سطح زمین نسبت تغییرات انرژی جنبشی به قدرمطلق کار نیروی مقاومت هوا برابر ۳ است. نسبت تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل کدام است؟**

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{2}{5}$

گزینهٔ ۳

C ۶۰۸ ۲

یادآوری هنگامی که وسیله‌ای با تندی v در حال حرکت است، تندی تمام اجسام و اشخاص درون آن نیز برابر v می‌باشد پس اگر از این وسیلهٔ جسمی را به بیرون رها کنیم تندی اولیه آن جسم برابر v و در جهت حرکت وسیله است.

۱ انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

$$E_1=U_1+K_1\Rightarrow E_1=mgh+\frac{1}{2}mv_1^2=5\times10\times100+\frac{1}{2}\times5\times40^2=9000J$$

۲ انرژی مکانیکی جسم هنگام برخورد به زمین برابر خواهد شد با:

$$E_2=U_2+K_2\xrightarrow{U_2=0}E_2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow{W_f=-1000J}\frac{1}{2}mv_2^2-9000=-1000$$

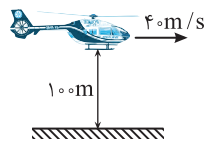
$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times5v_2^2=+8000\Rightarrow v_2^2=3200\Rightarrow v_2=40\sqrt{2}m/s$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{اصطکاک}=\Delta K\Rightarrow mg\Delta h-1000=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow5\times10\times100-1000=\frac{1}{2}\times5\times(v_2^2-1600)\Rightarrow1600=v_2^2-1600\Rightarrow v_2^2=3200$$

$$\Rightarrow v_2=40\sqrt{2}m/s$$



C ۶۰۹ ۲

خط فکری انرژی مکانیکی اولیه توپ انرژی پتانسیل گرانشی $(E_1=U_1)$ است. هر بار که گلوله به زمین برخورد می‌کند، $\frac{1}{4}$ انرژی قبل از برخورد را از دست می‌دهد یعنی $E_2=E_1-\frac{E_1}{4}=\frac{3}{4}E_1$ است و در دومین برخورد انرژی جسم $E_3=E_2-\frac{1}{4}E_2=\frac{3}{4}E_2=\frac{9}{16}E_1$ می‌شود و الا آخر، ... بنابراین شما در هر برخورد با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توانید ارتفاعی که گلوله پس از برخورد بالا می‌رود را به‌دست آورید و تعداد برخوردها را حساب کنید.

با استفاده از قانون پایستگی انرژی بیشینه ارتفاعی که توپ پس از اولین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

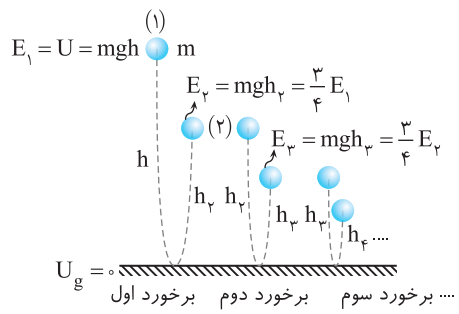
$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow mgh_2-mgh=-\frac{1}{4}mgh\Rightarrow h_2=\frac{3}{4}h$$

حال بیشینه ارتفاعی که توپ پس از دومین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

$$E_3-E_2=W_f\Rightarrow mgh_3-\frac{3}{4}mgh=-\frac{1}{4}(\frac{3}{4}mgh)$$

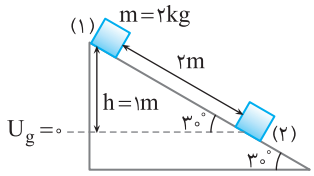
$$\Rightarrow mgh_3=-\frac{3}{16}mgh+\frac{3}{4}mgh=\frac{9}{16}mgh\Rightarrow h_3=\frac{9}{16}h$$

بنابراین توپ پس از دومین برخورد $\frac{9}{16}$ ارتفاع اولیه بالا می‌آید.



B ۶۱۰ ۴

جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. مسئله را می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی یا قضیه کار و انرژی جنبشی حل کنید.



روش قانون پایستگی انرژی: کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است.

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_1=K_1+U_1=K_1+mgh]{E_2=K_2+U_2=K_2+0}K_2-(K_1+mgh)=W_f\quad(1)$$

$K_2=K_1$ است از طرفی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است $h=\frac{2}{2}=1m$،

بنابراین:

$$(1)\Rightarrow0-2\times10\times1=W_f\Rightarrow W_f=-20J$$

روش قضیه کار و انرژی جنبشی: نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از

۱ نیروی وزن

۲ نیروی اصطکاک

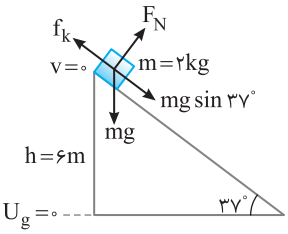
۳ نیروی عمودی سطح

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[v=ثابت]{\Delta K=0}W_{F_N}+W_W+W_f=0$$

$$\Rightarrow W_f=-mgh\Rightarrow W_f=-2\times10\times1=-20J$$

B ۶۱۱ ۱

راه‌حل اول: بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر کار کل است.



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_{f_k}+W_W$$

$$=\frac{1}{2}mv^2-0\qquad(1)$$

طول سطح شیبدار یعنی جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم:

$$d=\frac{h}{\sin37^\circ}\Rightarrow d=\frac{6}{0/6}=10m$$

اکنون با جای‌گذاری در رابطهٔ به‌دست آمده سرعت را حساب می‌کنیم:

$$(1)\Rightarrow-f_kd+mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow-4\times10+2\times10\times6=\frac{1}{2}\times2\times v^2$$

$$\Rightarrow v=4\sqrt{5}m/s$$

راه‌حل دوم: تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است. از این‌رو:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow K_2+U_2-(K_1+U_1)=W_f$$

$$\xrightarrow{K_2=\frac{1}{2}mv^2,\ U_1=mgh}\frac{1}{2}mv^2-mgh=-f_kd$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times2\times v^2-2\times10\times6=-4\times10\Rightarrow v^2=80\Rightarrow v=4\sqrt{5}m/s$$

B ۶۱۲ ۱

خط فکری در صورت مسئله کاهش انرژی مکانیکی خواسته شده است بنابراین شما باید انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت دوم را حساب کنید و از هم کم کنیم.

۱ انرژی مکانیکی در حالت اول برابر است با:

$$E_1=K_1+U_1=\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}\times1\times36=18J\Rightarrow E_1=18J$$

۲ انرژی مکانیکی در حالت دوم را حساب می‌کنیم. اما ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

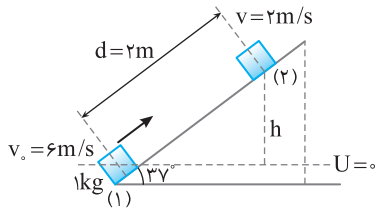
$$\sin37^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow0/6=\frac{h}{2}\Rightarrow h=1/2m$$

$$E_2=K_2+U_2=\frac{1}{2}mv^2+mgh\Rightarrow E_2=\frac{1}{2}\times1\times4+1\times10\times(1/2)=2+12=14J$$

۳ کاهش انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_2-E_1\Rightarrow\Delta E=14-18\Rightarrow\Delta E=-4J$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی مکانیکی است.



۴ ۶۱۳ B

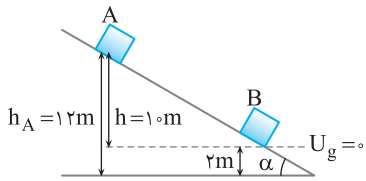
خط فکری کار نیروهای مقاوم برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. دقت کنید تندی ثابت است یعنی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و تغییر انرژی مکانیکی جسم همان تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$E_۲-E_۱=W_{f_{کل}}\Rightarrow U_۲+K_۲-(U_۱+K_۱)=W_{f_{کل}}$$

$$\xrightarrow{K_۲=K_۱} U_۲-U_۱=W_{f_{کل}}\Rightarrow \Delta U=W_{f_{کل}}$$

۱ با توجه به خط فکری ابتدا باید تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب کنیم.

$$\Delta U=-mgh\Rightarrow \Delta U=-۴\times ۱۰\times ۱۰\Rightarrow \Delta U=-۴۰۰J$$



۲ نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر نیروی مقاومت هوا است بنابراین کار نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر کار نیروی مقاومت هوا در یک جابه‌جایی معین است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{f_{کل}}=W_{f_{سطح}}+W_{f_{هوا}}\Rightarrow W_{f_{کل}}=۹W_{f_{هوا}}+W_{f_{هوا}}\Rightarrow W_{f_{کل}}=۱۰W_{f_{هوا}}$$

۳ $\Delta U=W_{f_{کل}}\Rightarrow -۴۰۰=۱۰W_{f_{هوا}}\Rightarrow W_f=-۴۰J$

۲ ۶۱۴ B

۱ جابه‌جایی جعبه را روی سطح شیبدار از ابتدا تا ترک سطح حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۰^\circ=\frac{۲/۵}{d}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{۲/۵}{d}\Rightarrow d=۵m$$

۲ ابتدای سطح شیبدار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابراین انرژی مکانیکی جعبه در ابتدای سطح برابر است با:

$$E_۱=U_۱+K_۱\xrightarrow{U_۱=۰} E_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^۲\Rightarrow E_۱=۱۰۰J$$

۳ کار نیروی اصطکاک در این مسیر را حساب می‌کنیم.

$$W_f=-f_K d\Rightarrow W_f=-۵\times ۵\Rightarrow W_f=-۲۵J$$

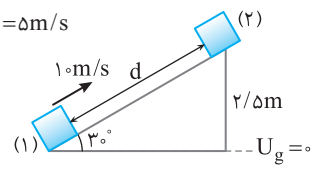
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی ثانویه را به‌دست می‌آوریم.

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow E_۲-۱۰۰=-۲۵\Rightarrow E_۲=۷۵J$$

۵ به کمک انرژی مکانیکی $E_۲$، می‌توان تندی جدا شدن جعبه از سطح را حساب کرد.

$$E_۲=U_۲+K_۲\Rightarrow E_۲=mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۷۵=۲\times ۱۰\times ۲/۵+\frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲$$

$$\Rightarrow v^۲=۲۵\Rightarrow v=۵m/s$$



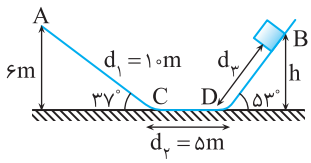
۲ ۶۱۵ B

کار نیروی اصطکاک را در طول مسیر حساب می‌کنیم:

۱ طول مسیر $d_۱$ و $d_۳$ را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{۶}{AC}\Rightarrow ۰/۶=\frac{۶}{d_۱}\Rightarrow d_۱=۱۰m$$

$$\sin ۵۳^\circ=\frac{h}{d_۳}\Rightarrow d_۳=\frac{h}{\sin ۵۳^\circ}\Rightarrow d_۳=\frac{h}{۰/۸}\Rightarrow d_۳=\frac{۵}{۴}h$$



۲ برای یافتن کار نیروی اصطکاک در کل مسیر کار نیروی اصطکاک در مسیر $d_۱$، مسیر $d_۲$ و مسیر $d_۳$ را حساب می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم

$$W_f=-fd_۱-fd_۲-fd_۳\Rightarrow W_f=-۲۰-۱۰-۲d_۳\xrightarrow{d_۳=\frac{۵}{۲}h} W_f=-۳۰-\frac{۵}{۲}h$$

۳ در نقطهٔ A و B تندی جسم صفر و انرژی جنبشی صفر است و انرژی مکانیکی در این نقاط انرژی پتانسیل گرانشی است. $E_A=mgh_A$ و $E_B=mgh_B$

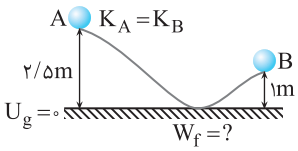
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow (mgh)_B-(mgh)_A=W_f$$

$$۲۰h-۱۲۰=-۳۰-\frac{۵}{۲}h\Rightarrow \frac{۴۵h}{۲}=۹۰\Rightarrow h=۴m$$

۳ ۶۱۶ B

سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم



$$E_B-E_A=W_f$$
$$\Rightarrow (U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$

بنا بر فرض $K_A=K_B$ است، بنابراین:

$$U_B-U_A=W_f\Rightarrow ۱\times ۱۰\times ۱-۱\times ۱۰\times ۲/۵=W_f\Rightarrow W_f=-۱۵J$$

۴ ۶۱۷ B

۱ سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم. بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ C یعنی $E_C=K_C+U_C$ برابر صفر است. قانون پایستگی انرژی را برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_C-E_B=W_{f_{B\to C}}\Rightarrow ۰-\frac{۱}{۲}mv_B^۲=f_k(BC)\cos\pi$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}mv_B^۲=-f_k(BC)\Rightarrow v_B^۲=۴\times ۴\Rightarrow v_B=۴m/s$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۲ برای به‌دست آوردن کار نیروی اصطکاک در مسیر خمیده نیز قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_{f_{A\to B}}\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲-mgh_A=W_f$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۶-۲\times ۱۰\times ۱=W_f=-۴J$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

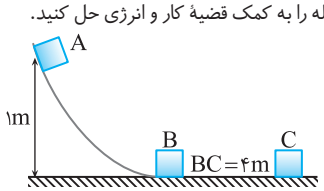
۳ کار نیروی وزن در مسیر ABC را بررسی می‌کنیم. در مسیر BC چون نیروی وزن بر مسیر عمود است، کار آن صفر است. از طرفی کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و در مسیر AB کار نیروی وزن مثبت و برابر با mgh است.

کار نیروی وزن: $W_{mg}=W_{mg_{ABC}}=W_{mg_{AB}}+W_{mg_{AC}}=mgh_A+۰$

$$\Rightarrow W_{mg}=۲۰J$$

بنابراین گزینه (۳) نیز درست است از این‌رو پاسخ گزینهٔ (۴) درست است.

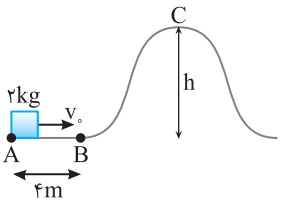
سعی کنید این مسئله را به کمک قضیهٔ کار و انرژی حل کنید.



A ۶۱۸ | ۳

خط فکری کمینه مقدار h که جسم از نقطهٔ C عبور نکند یعنی تندی جسم در نقطهٔ C برابر صفر شود و تمام انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ B به انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C تبدیل شود، بنابراین در قدم اول شما باید به کمک قانون پایستگی انرژی، انرژی جنبشی جسم را در نقطه B به‌دست بیاورید و آن را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهید.

سطح AB را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.



$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(K_B+U_B)-(K_A+U_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_A=U_B=0}K_B-K_A=-f_k(AB)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-f_k(AB)$$

$$\xrightarrow[f_k=2N,\,AB=4m]{v_A=10m/s,\,m=2kg}K_B-\frac{1}{2}\times2\times100=-2\times4$$

$$\Rightarrow K_B=-8+100\Rightarrow K_B=92J$$

اکنون در مسیر بدون اصطکاک BC باید انرژی جنبشی در نقطهٔ B را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهیم.

$$U_C=K_B\Rightarrow mgh_{min}=92\Rightarrow2\times10\times h_{min}=92\Rightarrow h_{min}=4/6m$$

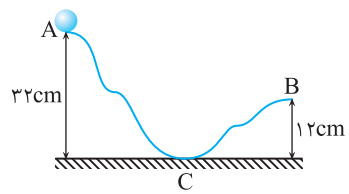
B ۶۱۹ | ۳

نقطهٔ C را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

اگر سطح بدون اصطکاک باشد، می‌توان برای نقاط A و B اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته، تندی در نقطهٔ B را به‌دست آوریم.

$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A+0=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow g(h_A-h_B)=\frac{1}{2}\times v_B^2$$

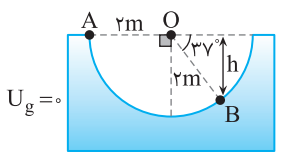
$$10(0/32-0/12)=\frac{1}{2}\times v_B^2\Rightarrow v_B^2=4\Rightarrow v_B=2m/s$$



اما اگر سطح دارای اصطکاک باشد مقداری از انرژی مکانیکی تلف می‌شود و تندی جسم در نقطهٔ B از $2m/s$ کمتر خواهد بود.

B ۶۲۰ | ۱

ابتدا به کمک شکل ارتفاعی که گلوله در مسیر A و B پایین می‌آید را حساب می‌کنیم



$$\sin37^\circ=\frac{h}{OB}\Rightarrow0/6=\frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow h=1/2m$$

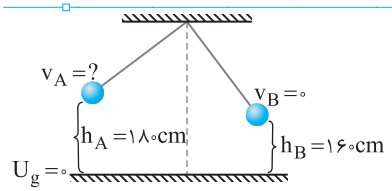
با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط A و B، تندی گلوله را در نقطهٔ B حساب می‌کنیم (نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_B=0,\,K_A=0}\frac{1}{2}mv_B^2-mgh=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/4\times16-0/4\times10\times1/2=W_f\Rightarrow3/2-4/8=W_f\Rightarrow W_f=-1/6J$$

B ۶۲۱ | ۴



گلوله مماس بر نوک بینی شخص B متوقف شود یعنی اینکه گلوله حداکثر تا آن نقطه $(h=160cm)$ بالا رود و در آنجا تندی گلوله صفر شود. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_f\xrightarrow{W_f=-\frac{20}{100}E_A}E_B-E_A=-\frac{20}{100}E_A$$

$$\Rightarrow E_B=0/8E_A\Rightarrow mgh_B=0/8(mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2)$$

$$16=0/8(18+\frac{1}{2}v_A^2)\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }0/8}20=18+\frac{1}{2}v_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2=4\Rightarrow v_A=2m/s$$

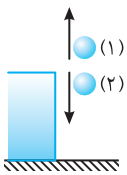
A ۶۲۲ | ۳

با رها شدن A و B، نیروی وزن آن‌ها برابر است $(W_A=W_B)$ اما مقاومت هوای وارد بر جسم A از مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر است یعنی در طول این مسیر معین کار نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم A بیشتر بوده و اتلاف انرژی آن نیز بیشتر است از این‌رو انرژی جنبشی A از انرژی جنبشی B کمتر است $(K_A<K_B)$ و (الف) نادرست است.

اما پس از جابه‌جایی یکسان فاصلهٔ آن‌ها از محل رها شدن و هم‌چنین ارتفاع آن‌ها از سطح زمین یکسان است بنابراین با برابر بودن جرم آن‌ها، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها یکی است $(U_A=U_B=mgh)$ و (ب) درست است.

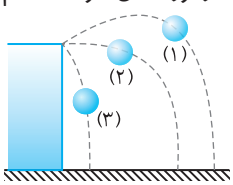
در مورد انرژی مکانیکی کاملاً مشخص است که چون $U_A=U_B$ و $K_A<K_B$ است انرژی مکانیکی A $(E=K+U)$ کمتر از انرژی مکانیکی B است و (پ) نادرست است.

A ۶۲۳ | ۲



تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $\Delta U=mg\Delta h$ است و برای هر دو گلوله Δh یا تغییرات ارتفاع مشابه است، زیرا از یک ارتفاع مشخص به زمین می‌رسند، گلوله‌ها مشابه هستند پس $m_1=m_2$ بوده و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برای هر دو گلوله یکسان است. اما کار نیروی اصطکاک به مسیر بستگی دارد و هرچه مسیر طولانی‌تر باشد کار نیروی اصطکاک بیشتر می‌شود پس کار نیروی اصطکاک گلوله (۱) بیشتر از گلوله (۲) است.

بازی با سؤال **مطابق شکل سه گلوله یکسان را در سه حالت نشان داده شده با تندی یکسان پرتاب می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله‌ها هنگام رسیدن به زمین می‌تواند درست باشد؟**



۱) تندی هر سه گلوله با هم برابر است.

۲) تندی گلولهٔ (۱) از همه بیشتر است.

۳) تندی گلولهٔ (۳) از همه بیشتر است.

۴) گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند درست باشند.

گزینهٔ ٤

C ۶۲۴ | ۲

حالت اول: با فرض اینکه سطح زمین مبدأ پتانسیل گرانشی است قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.

$$E_2-E_1=W_f$$

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_2=U_2+K_2,\,K_2=0]{E_1=U_1+K_1,\,U_1=0}U_2-K_1=W_f$$

$$\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv_0^2=-f_Dh$$

$$\xrightarrow[m=0/4kg]{h=4m}0/4\times10\times4-\frac{1}{2}\times0/4\times v_0^2=-f_D\times4\qquad(1)$$

حالت دوم: گلوله روی سطح افقی پرتاب شده و انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است و قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E'_۲-E'_۱=W'_f \Rightarrow ۰-\frac{۱}{۲}\times ۰/۴\times v_۰^۲=-f_k\times ۴ \qquad (۲)$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$۱۶=-f_D\times ۴-(-f_k\times ۴)\Rightarrow ۱۶=۴(f_k-f_D)\Rightarrow f_k-f_D=۴N$$

میانبر در حرکت جسم رو به بالا مجموع کار نیروی مقاومت هوا و کار نیروی وزن با انرژی جنبشی اولیه برابر می‌شود و در حرکت جسم روی سطح افقی، کار نیروی اصطکاک با انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{f_D}+W_{mg}=W_{f_k}\Rightarrow -f_Dh-mgh=-f_kd$$

$$\xrightarrow{d=h} f_k-f_D=mg=۰/۴\times ۱۰=۴N$$

۲ ۶۲۵ A

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

انرژی جنبشی نهایی جسم در برگشت به نقطه پرتاب برابر است با:

$$K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{v=\frac{۱}{۳}v_۰} K_۲=\frac{۱}{۲}m(\frac{۱}{۳}v_۰)^۲=\frac{۱}{۹}(\frac{۱}{۲}mv_۰^۲)$$

تغییر انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\Delta K=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۹}(\frac{۱}{۲}mv_۰^۲)-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow \Delta K=-\frac{۸}{۹}(\frac{۱}{۲}mv_۰^۲)$$

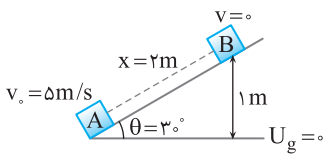
$$\Rightarrow \Delta K=-\frac{۸}{۹}K_۱$$

بنا به قانون پایستگی انرژی $\frac{۸}{۹}$ انرژی جنبشی اولیه در اثر اصطکاک تلف شده است.

۳ ۶۲۶ B

خط فکری کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت است بنابراین کافی است شما کار نیروی اصطکاک را به کمک قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت به‌دست آورید و آن را دو برابر کنید.

نقطهٔ پرتاب را با حرف A و نقطه‌ای که جسم متوقف می‌شود و برمی‌گردد را B می‌نامیم. ابتدا برای زمانی که جسم از A تا B جابه‌جا می‌شود قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:



$$E_B-E_A=W_{f_k}$$

$$\Rightarrow mgh-\frac{۱}{۲}mv^۲=W_{f_k}$$

$$\Rightarrow ۲\times ۱۰\times ۱-\frac{۱}{۲}\times ۲\times (۵)^۲=W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{f_k}=-۵J$$

اکنون کافی است کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را دو برابر کنیم.

$$W_{f_{k_{کل}}}=۲W_{f_{k_{A\to B}}}=۲\times(-۵)=-۱۰J$$

بازی با سؤال **جسمی به جرم ۳۰۰ گرم را از پایین سطح شیبداری با زاویهٔ شیب ۳۷° با تندی اولیهٔ ۶m/s مماس بر سطح، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از ۱/۵ متر پیش‌روی جسم متوقف شده و بازمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک و کار نیروی وزن در تمام مسیر رفت و برگشت به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟** $(g=۱۰N/kg, \sin ۳۷°=۰/۶)$

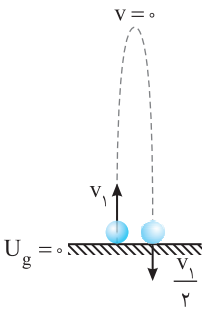
۱) صفر، صفر ۲) $-۵/۴$ ، صفر ۳) صفر، $+۵/۴$ ۴) $-۵/۴$ ، $+۵/۴$

گزینهٔ ۲

۱ ۶۲۷ C

خط فکری نیروی مقاومت هوا در طول مسیر رفت و برگشت ثابت است بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت برابر کار نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت است. شما باید کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت را به کمک قانون پایستگی انرژی $(E_۲-E_۱=W_f)$ حساب کنید سپس به کمک کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، ارتفاع اوج یعنی طول مسیر بالا رفتن گلوله را به‌دست بیاورید تا بتوانید کار نیروی وزن $W_{mg}=-mgh_{اوج}$ را حساب کنید.

۱ قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت و برگشت را می‌نویسیم.



$$E_۲-E_۱=W_f$$

$$\Rightarrow (K_۲+U_۲)-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_۲=U_۱=۰} K_۲-K_۱=W_f$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$\xrightarrow{v_۲=\frac{v_۱}{۲}} \frac{۱}{۲}m(\frac{v_۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$W_f=\frac{۱}{۲}m(\frac{v_۱^۲}{۴}-v_۱^۲)\Rightarrow W_f=-\frac{۳}{۴}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)=-\frac{۳}{۸}mv_۱^۲$$

۲ کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت خواهد شد.

$$W_{f_{رفت}}=\frac{W_f}{۲}\Rightarrow W_{f_{رفت}}=-\frac{۳}{۸}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)=-\frac{۳}{۱۶}mv_۱^۲$$

۳ به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی وزن در مسیر رفت را حساب می‌کنیم.

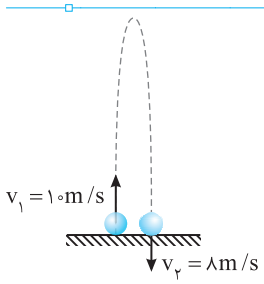
$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{f_{رفت}}+W_{mg}=۰-K_۱$$

$$\Rightarrow -\frac{۳}{۱۶}mv_۱^۲+W_{mg}=-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_{mg}=-\frac{۵}{۱۶}mv_۱^۲$$

۴ نسبت کار نیروی وزن در مسیر رفت و کار نیروی اصطکاک در کل مسیر برابر است با:

$$\frac{W_{mg}}{W_f}=\frac{-\frac{۵}{۱۶}mv_۱^۲}{-\frac{۳}{۸}mv_۱^۲}=\frac{۵}{۶}$$

۲ ۶۲۸ B



نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت را $f_{D_۱}$ و در مسیر برگشت را $f_{D_۲}$ می‌نامیم. با توجه به فرض مسئله: $f_{D_۱}=۱/۴f_{D_۲}$

اندازه جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت (h) یکسان است بنابراین کار نیروی $f_{D_۱}$ در مسیر رفت ۱/۴ کار نیروی $f_{D_۲}$ در مسیر برگشت است.

$$W_{f_{D_۱}}=۱/۴W_{f_{D_۲}}$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد:

$$W_f=W_{f_{D_۱}}+W_{f_{D_۲}}=۱/۴W_{f_{D_۲}}+W_{f_{D_۲}}\Rightarrow W_f=۲/۴W_{f_{D_۲}}$$

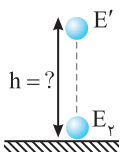
قانون پایستگی انرژی را در کل مسیر رفت و برگشت می‌نویسیم:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow (K_۲+U_۲)-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_۱=U_۲=۰} K_۲-K_۱=W_f\Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۸^۲)-\frac{۱}{۲}m(۱۰)^۲=۲/۴W_{f_{D_۲}}$$

$$\Rightarrow -۱۸m=۲/۴W_{f_{D_۲}}\Rightarrow W_{f_{D_۲}}=-۷/۵m$$

مسیر برگشت از نقطهٔ اوج تا رسیدن به سطح زمین است:



$$E_۲-E'=W_{f_{D_۲}} \xrightarrow[U'=mgh]{E'=K'+U',K'=۰}$$

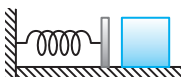
$$\frac{۱}{۲}m\times ۶۴-m\times ۱۰\times h=-۷/۵m$$

$$\Rightarrow ۱۰h=۳۹/۵\Rightarrow h=۳/۹۵m$$

۱ ۶۲۹ B

خط فکری بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جرم - فنر وقتی اتفاق می‌افتد که فنر بعد از برخورد فشرده شده و جسم متوقف می‌شود. در این حالت انرژی مکانیکی ثانویه سامانه همان انرژی کشسانی فنر است، بنابراین شما انرژی مکانیکی اولیه را حساب کنید و به کمک قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست آورید.

۱ انرژی مکانیکی اولیه همان انرژی جنبشی جسم است.



$$E_1=K_1=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=0/2kg,\ v=10m/s}$$

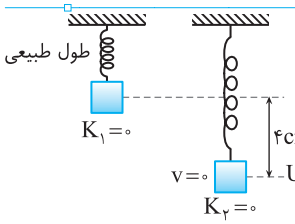
$$E_1=\frac{1}{2}\times 0/2\times 10^2 \Rightarrow E_1=10J$$

۲ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f \xrightarrow{E_2=U_2=9J} 9-10=W_f \Rightarrow W_f=-1J$$

B ۶۳۰ **۴**

پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



انرژی مکانیکی در ابتدا برابر است با:

$$E_1=K_1+U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1=U_1=mgh$$

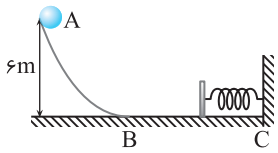
$$\xrightarrow{m=0/5kg,\ h=4cm} E_1=0/5\times 9/8\times\frac{4}{100}\Rightarrow E_1=0/196J$$

انرژی مکانیکی در حالت (۲) یعنی در حداکثر کشیدگی فنر، همان بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر است و بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_2=E_1 \xrightarrow[K_2=0]{E_2=U_{2e}} U_{2e}=0/196J$$

B ۶۳۱ **۳**

۱ گلوله از نقطهٔ A رها شده بنابراین تندی و انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ A صفر است و اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی $U_g=0$ فرض کنیم



انرژی مکانیکی گلوله در نقطه A برابر خواهد شد با:

$$E_A=K_A+U_A \xrightarrow{K_A=0} E_A=U_A=mgh$$

$$\xrightarrow[h=6m]{m=0/2kg} E_A=0/2\times 10\times 6=12J$$

۲ اکنون با نوشتن قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی جسم را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم.

$$E_B-E_A=W_{f_{A\to B}} \xrightarrow{W_f=-2J} E_B-12=-2\Rightarrow E_B=10J$$

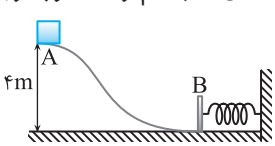
۳ سطح BC بدون اصطکاک است و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_B=E_C$$

بنابراین بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$E_C=K_C+U_C \xrightarrow{K_C=0} U_{C_{max}}=10J$$

بازی با سؤال **مطابق شکلی جسمی به جرم ۲۰۰g از نقطهٔ A رها می‌شود. از زمان شروع حرکت جسم تا لحظه‌ای که جسم توسط فنر به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، ۱۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه آن تلف می‌شود. بیشترین مقدار ذخیره شده در فنر چند ژول است؟**



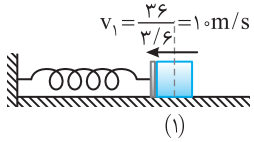
۱) ۱/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۷/۲ ۴) ۱۰/۸

گزینهٔ ۳

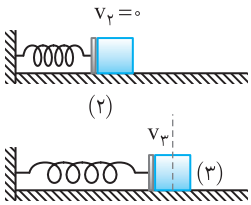
C ۶۳۲ **۴**

تندی جسم در لحظهٔ برخورد را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم.

$$v_1=36\frac{km}{h}=\frac{36}{3/6}\frac{m}{s}\Rightarrow v_1=10m/s$$



بیشینه انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر وقتی است که جسم به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود (شکل (۲)).



قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم و به کمک آن کار نیروی اصطکاک را در این مسیر به‌دست می‌آوریم.

$$E_2-E_1=W_f \xrightarrow{E_2=U_e,\ E_1=K_1} U_e-K_1=W_f \xrightarrow{U_e=82J}$$

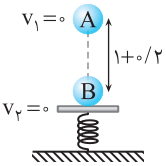
$$82-\frac{1}{2}mv^2=W_f \xrightarrow{m=2kg} 82-\frac{1}{2}\times 2\times 10^2=W_f\Rightarrow W_f=-18J$$

از وضعیت (۲) تا وضعیت (۳)، با توجه به ثابت ماندن نیرو اصطکاک و یکسان بودن جابه‌جایی از حالت (۱) تا (۲) و حالت (۲) تا (۳)، کار نیروی اصطکاک همان $-18J$ است، بنابراین در مسیر برگشت قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_3-E_2=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}mv_3^2-U_{فنر}=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}\times 2\times v_3^2-82=-18$$

$$\Rightarrow v_3^2=64\Rightarrow v_3=8m/s$$

B ۶۳۳ **۱**



در طول مسیر بر گلوله سه نیرو

۱ وزن

۲ مقاومت هوا

۳ نیروی فنر وارد می‌شود و کار کل آن‌ها بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

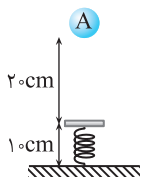
$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=K_2-K_1$$

در ابتدا و انتهای مسیر تندی گلوله صفر است، بنابراین:

$$W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=0\Rightarrow +mgh+(-6)+W_{فنر}=0$$

$$\Rightarrow 3\times 10\times(1/2)+(-6)+W_{فنر}=0\Rightarrow W_{فنر}=-30J$$

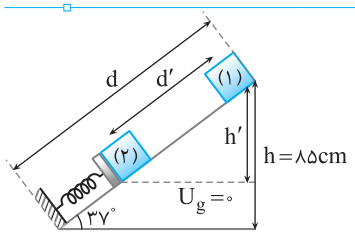
بازی با سؤال **جسمی از نقطهٔ A رها شده است، هنگامی که تندی متحرک ۱/۵m/s می‌شود، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی فنر با هم برابر خواهد شد. در این لحظه فاصلهٔ جسم از سطح زمین چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی مقاومت‌ها صرف‌نظر کنید.)**



۱) ۲۲/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

B ۶۳۴ **۴**



ابتدا طول سطح (d) را به کمک روابط مثلثاتی حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow 0/6=\frac{85}{d}$$

$$\Rightarrow d=\frac{850}{6}cm$$

فنر هنگامی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی را دارد که وزنه متوقف شده و تمام انرژی جنبشی اولیه و انرژی پتانسیل گرانشی‌اش به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_2=E_1\Rightarrow U_e=U_g+K \xrightarrow{U_e=1/8K} 1/8K=U_g+K$$

$$\Rightarrow U_g=0/8K\Rightarrow mgh'=0/8\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Rightarrow 10h'=0/4\times 4^2$$

$$\Rightarrow h'=0/64m=64cm$$

اکنون d' یعنی مقداری که وزنه روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ=\frac{h'}{d'}\Rightarrow d'=\frac{64}{0/6}=\frac{640}{6}cm$$

بنابراین کمترین طول فنر برابر اختلاف d و d' بوده و مقدار آن خواهد شد:

$$d-d'=\frac{850}{6}-\frac{640}{6}=\frac{210}{6}=35cm$$

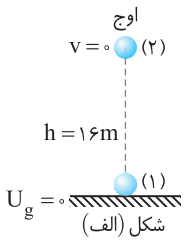
پنجره دو جداره

B ۶۳۵ ۱

خط فکری حداکثر ارتفاعی که گلوله بالا می‌رود $16m$ است یعنی در این نقطه، تندی گلوله به‌طور لحظه‌ای صفر می‌شود. با داشتن تندی اولیه و ارتفاع اوج شما می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی، نیروی مقاومت هوا را حساب کنید. سپس مجدداً قانون پایستگی انرژی برای نقطه‌ای در ارتفاع ۷ متری یک‌بار هنگام بالا رفتن گلوله و بار دیگر در برگشت گلوله بنویسید و تندی جسم را به‌دست بیاورید.

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم

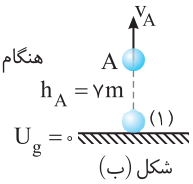
۱ قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم (شکل الف) و نیروی مقاومت هوا را به‌دست می‌آوریم.



شکل (الف)

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow mgh_2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_{f_D}$$
$$\Rightarrow 320-400=W_{f_D}\Rightarrow -80=fh\cos 180^\circ$$
$$\Rightarrow -80=-f_D\times 16\Rightarrow f_D=5N$$

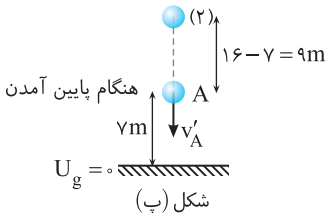
۲ تندی در ارتفاع ۷ متری سطح زمین را نیز با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط (۱) و A در شکل (ب) حساب می‌کنیم.



شکل (ب)

$$E_A-E_1=W'_f\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A-\frac{1}{2}mv_1^2=f_Dh_A\cos 180^\circ$$
$$\Rightarrow v_A^2+140-400=5\times 7\times(-1)\Rightarrow v_A^2=225\Rightarrow v_A=15m/s$$

۳ برای یافتن تندی گلوله هنگام برگشت در ارتفاع ۷ متر قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۲) و A می‌نویسیم. کار نیروی اصطکاک در این مسیر که طول آن $16-7=9m$ است برابر است با:



شکل (پ)

$$W''_f=-f_Dd=-5\times 9\Rightarrow W''_f=-45J$$
$$E'_A-E_2=W''_f\xrightarrow[E'_A=U'_A+K'_A]{E_2=mgh}\frac{1}{2}mv'^2_A+mgh_A-mgh=-45$$
$$\xrightarrow{m=2kg}v'^2_A+2\times 10\times 7-2\times 10\times 16=-45$$
$$\Rightarrow v'^2_A=135\Rightarrow v'_A=3\sqrt{15}m/s$$
$$\frac{v_A}{v'_A}=\frac{15}{3\sqrt{15}}=\frac{5}{\sqrt{15}}$$

B ۶۳۶ ۳

مقاومت هوا ناچیز است بنابراین می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرده و برای هر جسم تندی رسیدن به زمین را حساب کنیم.

$$m_{\text{جسم}}: E_1=E_2\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$
$$2m_{\text{جسم}}: E_1=E_2\Rightarrow 2mg(2h)+0=0+\frac{1}{2}(2m)v'^2\Rightarrow v'=\sqrt{4gh}$$

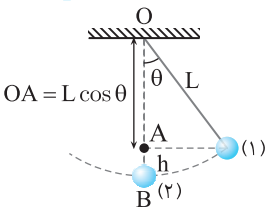
بنابراین خواهیم داشت: $\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{4gh}}{\sqrt{2gh}}=\sqrt{2}$

میانبر جسمی که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی تندی آن پس از سقوطی به اندازه h برابر است با:

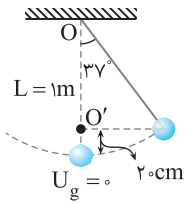
$v=\sqrt{2gh}$

B ۶۳۷ ۴

یادآوری هرگاه آونگی به طول L و جسم m را از راستای قائم مطابق شکل به اندازهٔ θ منحرف کنیم انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در آن خواهد شد:



$$\left.\begin{array}{l}U=mgh\\ h=OB-OA=L-L\cos\theta\end{array}\right\}\Rightarrow U=mgL(1-\cos\theta)$$



وقتی آونگ به اندازه 37° منحرف می‌شود. انرژی پتانسیل ذخیره شده در آن برابر است با:

$$U_1=mgL(1-\cos\theta)\Rightarrow U_1=mgL(1-0/8)$$
$$\Rightarrow U_1=mg(1)(0/2)\Rightarrow U_1=0/2mg$$

وقتی آونگ رها می‌شود و نخ آن در نقطه O' به میخ گیر می‌کند و آونگ در طرف چپ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این حالت طول آونگ جدید $L'=100-80=20cm$ می‌شود و تا جایی گلوله بالا می‌رود که تمام انرژی آن به انرژی پتانسیل گرانشی (U_2) تبدیل شود (بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

$$U_2=mgL'(1-\cos\theta')=0/2mg(1-\cos\theta')$$
$$U_1=U_2\Rightarrow 0/2mg=0/2mg(1-\cos\theta')\Rightarrow\cos\theta'=0\Rightarrow\theta'=90^\circ$$

C ۶۳۸ ۱

۱ ابتدا به کمک شکل مشخص می‌کنیم که گلوله نسبت به حالت قائم تا چه ارتفاعی بالا رفته است.

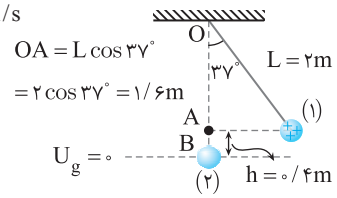
$$h=OB-OA\xrightarrow[OA=L\cos 37^\circ]{OB=L}h=L-L\cos 37^\circ\Rightarrow h=2-2\cos 37^\circ$$
$$\Rightarrow h=0/4m$$

۲ انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ (۱) شامل انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$E_1=U_1+K_1\xrightarrow{K_1=0}E_1=U_{1E}+U_{1g}$$

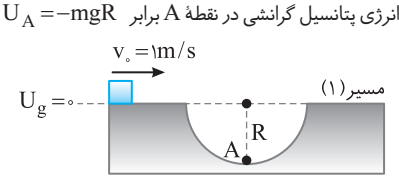
۳ پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. با خنثی شدن میله و گذر گلوله از حالت قائم انرژی آن در این لحظه انرژی جنبشی است $E_2=K_2$ و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_{1E}+U_{1g}=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow 100+1\times 10\times 0/4=\frac{1}{2}\times 1\times v^2$$
$$\Rightarrow v=4\sqrt{13}m/s$$

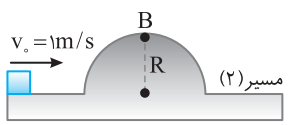


C ۶۳۹ ۴

دو سطح بدون اصطکاک است و در مسیر (۱) انرژی تلف نمی‌شود و وقتی جسم پایین می‌آید تا به نقطهٔ A برسد و مجدداً تا همان سطح بالا می‌رود. تندی جسم در انتهای مسیر (۱) همان $1m/s$ است. اما به کمک مسیر (۱) و اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان شعاع R را به‌دست آورد. سطح افقی مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم در این صورت انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر $U_A=-mgR$ می‌شود.



$$\text{مسیر (۱)}: E_1=E_2\Rightarrow\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}mv_A^2-(mgR)\Rightarrow\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}\times 2^2-10R$$
$$\Rightarrow R=0/15m$$

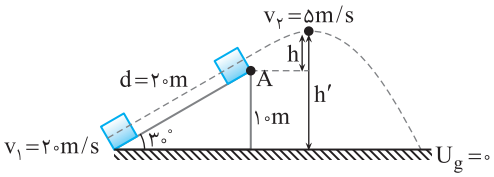


در مسیر (۲) باید جسم به اندازه $R=0/15m$ بالا برود در این‌صورت در نقطهٔ B انرژی پتانسیل گرانشی آن خواهد شد: $U_B=mgR=2\times10\times0/15\Rightarrow U_B=3J$

اما دقت کنید جسم در ابتدا دارای $K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times2\times1^2=1J$ انرژی جنبشی است بنابراین جسم در مسیر (۲) انرژی لازم برای گذر از B را ندارد و گزینه (۴) درست است.

۳ ۶۴۰ C

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با $\frac{1}{2}mv^2=200m$ و انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر است با: $mgd\sin30^\circ=m\times10\times20\times\frac{1}{2}=100m$



پس هنگامی که جعبه به نقطهٔ A می‌رسد تمام انرژی جنبشی اولیه آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل نشده و جسم هنوز دارای انرژی جنبشی و تندی است و از نقطه A می‌گذرد. کمینه سرعت جسم مربوط به لحظه‌ای است که جسم در ارتفاع بیشینه قرار گرفته است. اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و بیشینه ارتفاع را حساب می‌کنیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2+mgh'\Rightarrow200=\frac{1}{2}\times25+gh'$$
$$\Rightarrow187/5=gh'\Rightarrow h'=18/75m$$

بیشینه ارتفاع از نقطهٔ A برابر است با: $h'-10=h\Rightarrow h=8/75m$

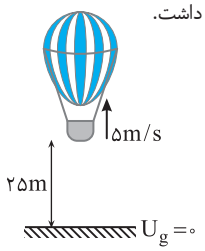
۳ ۶۴۱ C

یادآوری هرگاه از درون دستگاه متحرکی، جسمی رها شود جسم سرعت اولیه‌ای برابر سرعت دستگاه متحرک و در جهت حرکت دستگاه خواهد داشت.

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

ابتدا فاصلهٔ بالون از سطح زمین را در لحظهٔ رها شدن کیسه شنی حساب می‌کنیم:

مسافت = تندی × زمان $\Rightarrow h=5\times5=25m$



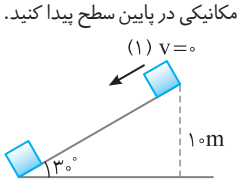
در این لحظه تندی کیسه شن $5m/s$ رو به بالا و فاصلهٔ آن از سطح زمین ۲۵ متر است و کیسه شن تا زمانی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی کیسه شن را در لحظهٔ رها شدن کیسه و در لحظهٔ توقف آن برابر قرار می‌دهیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2$$
$$\xrightarrow[U_1=mgh_1,\ U_2=mgh_2]{v_2=0\Rightarrow K_2=0}\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1=0+mgh_2$$
$$\Rightarrow\frac{1}{2}v_1^2+10h_1=10h_2\xrightarrow[h_1=25m]{v=5m/s}\frac{1}{2}\times5^2+10\times25=10\times h_2$$
$$\Rightarrow h_2=26/25m$$

۲ ۶۴۲ B

خط فکری شتاب متوسط $(a_{av}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t})$ از شما خواسته شده است، بنابراین شما باید تندی جسم را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی در پایین سطح پیدا کنید.

در حل این مسئله زاویهٔ 30° جزء داده‌های اضافی است و کافی است بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی بنویسیم.

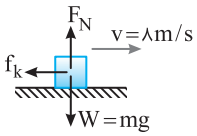


$$E_1=E_2\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|\Rightarrow mg\Delta h=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow10\times10=\frac{1}{2}v^2$$
$$\Rightarrow v=10\sqrt{2}m/s$$

شتاب متوسط خواهد شد: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{10\sqrt{2}}{2}\Rightarrow a_{av}=5\sqrt{2}m/s^2$

۲ ۶۴۳ B

یادآوری هرگاه جسمی را با تندی اولیه به حرکت در آوریم، از لحظهٔ جدا شدن جسم از دست ما، دیگر نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود. نیروی مؤثر وارد بر جسم که آن را متوقف می‌کند نیروی اصطکاک f_k است. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{net}=ma\xrightarrow[m=2kg]{F_{net}=f_k=-4N}-4N=2a\Rightarrow a=-2m/s^2$$

ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=2s$، بنابراین سرعت متحرک را به کمک تعریف شتاب در این لحظه‌ها به‌دست می‌آوریم.

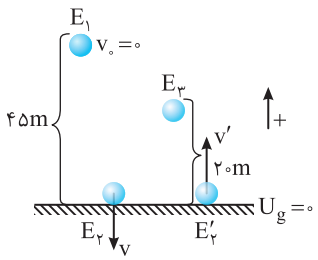
$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow\begin{cases}t=1s\Rightarrow-2=\frac{v_1-8}{1}\Rightarrow v_1=6m/s\\ t=2s\Rightarrow-2=\frac{v_2-8}{2}\Rightarrow v_2=4m/s\end{cases}$$

تغییر انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_2-E_1=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow\Delta E=\frac{1}{2}\times2\times16-\frac{1}{2}\times2\times36\Rightarrow\Delta E=-20J$$

۴ ۶۴۴ B

ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



$$E_2=E_1\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=mgh\Rightarrow v^2=2\times10\times45\Rightarrow v=-30m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین، گلوله ابتدا متوقف شده و سپس با سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv'^2$ است و تا $20m$ بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود. $\frac{1}{2}mv'^2=mgh'\Rightarrow v'^2=2gh'=2\times10\times20\Rightarrow v'=20m/s$

v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما است.

اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

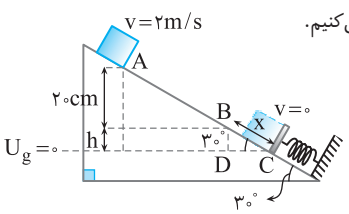
$$a=\frac{v'-v}{t}=\frac{20-(-30)}{2\times10^{-3}}=25\times10^3m/s^2$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=0/2\times25\times10^3=5000N$$

میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطهٔ $v=\sqrt{2gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

۲ ۶۴۵ B

سطحی که نقطهٔ C در آن واقع شده و جسم در آن نقطه متوقف شده است را مطابق شکل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

جسم در نقطهٔ C متوقف شده $(K_C=0)$ و انرژی جسم در نقطهٔ همان انرژی پتانسیل کشسانی فنر $(E_C=U_e=10J)$ است.



ارتفاع قائمی که جسم از A تا C پایین می‌آید مطابق شکل $(0/2+h)$ است.

و انرژی مکانیکی جسم در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_A=K_A+U_A\Rightarrow E_A=\frac{1}{2}mv^2+mg(0/2+h)$$

اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و C مسئله حل می‌شود.

$$E_1=E_2\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mg(0/2+h)=U_e$$

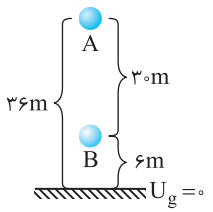
$$\frac{1}{2}\times2\times4+2\times10(0/2+h)=10\Rightarrow h=0/1m$$

با توجه به مثلث BDC :

$$\sin30^\circ=\frac{h}{x}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{0/1}{x}\Rightarrow x=0/2m=20cm$$

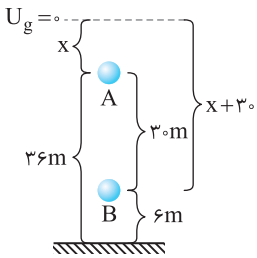
C ۶۴۶ | ۲

خط فکری مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را می‌توان به‌طور دلخواه انتخاب کرد. در ابتدا مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و چون انرژی پتانسیل گرانشی A از انرژی پتانسیل گرانشی B بیشتر است $(\frac{U_A}{U_B}=6)$ یعنی نقطهٔ A از نقطهٔ B بالاتر است.



$$\frac{mgh_A}{mgh_B}=6\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=6\Rightarrow\frac{36}{h_B}=6\Rightarrow h_B=6m$$

مبدأ پتانسیل گرانشی را جابه‌جا کرده‌ایم و قطعاً مبدأ بالاتر از سطح زمین اختیار شده است و باید جایی بالاتر نقطهٔ A باشد. در این حالت مجدداً باید بنویسیم:



$$\frac{U_B}{U_A}=6\Rightarrow\frac{-mgh'_B}{-mgh'_A}=6\Rightarrow\frac{x+30}{x}=6$$

$$\Rightarrow x+30=6x\Rightarrow x=6m$$

بنابراین فاصلهٔ مبدأ پتانسیل از سطح زمین خواهد شد: $36+6=42m$

C ۶۴۷ | ۱

خط فکری انرژی جنبشی جسم پس از اعمال نیرو به مقدار اولیه می‌رسد یعنی انرژی جنبشی ثانویه و انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین تندی نهایی جسم با تندی اولیهٔ آن برابر است. اما چون نیروی F در خلاف‌جهت حرکت به جسم وارد شده است تندی جسم در ابتدا کاسته شده و به صفر رسیده سپس تحت تأثیر نیروی F مجدداً شروع به حرکت در خلاف جهت اولیه می‌کند. به همین دلیل سرعت جسم در حالت ثانویه قرینه سرعت جسم در حالت اولیه خواهد بود.

۱ انرژی جنبشی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$K_2=K_1\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow v_2^2=v_1^2\Rightarrow v_2=-v_1\Rightarrow v_2=-4m/s$$

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-4-4}{16}\Rightarrow a=-0/5m/s^2$$

۳ اندازه نیروی F را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$|F|=|ma|\Rightarrow F=|2\times(-0/5)|=1N$$

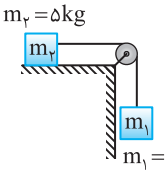
B ۶۴۸ | ۲

در حل این مسئله می‌خواهیم تنها با توجه به قانون پایستگی انرژی و تبدیل انرژی‌ها به هم به سریع‌ترین روش مسئله را حل می‌کنیم.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم وزنه $4kg$ شروع به پایین آمدن می‌کند و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل آزاد شده وزنهٔ $4kg$ به انرژی جنبشی کل دستگاه تبدیل می‌شود. بنابراین کافی است تغییر انرژی پتانسیل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار دهیم.

$$\Delta U=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=2J}mg\Delta h=2\Rightarrow4\times10\times\Delta h=2\Rightarrow\Delta h=\frac{1}{20}m=5cm$$

بازی با سؤال **در شکل مقابل دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. پس از $10cm$ جابه‌جایی سرعت وزنه‌ها $40cm/s$ می‌شود. نیروی اصطکاک بین جسم ۵ کیلوگرمی و سطح افقی میز چند نیوتون است؟** $(g=10N/kg$، جرم نخ و قرقره ناچیز$)$



۱) ۴/۹ ۲) ۵ ۳) ۹/۸ ۴) ۶/۵

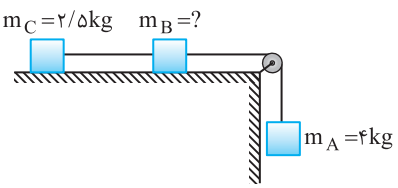
گزینهٔ ۳

B ۶۴۹ | ۴

به استدلالی که با توجه به قانون پایستگی انرژی صورت می‌گیرد با دقت توجه کنید.

بـا یک متـر جابه‌جایی، وزنه A به اندازه $mgh=4\times10\times1=40J$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند که ۵ ژول آن صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود و از ۳۵ ژول باقی‌مانده، ۲۵ ژول تبدیل به انرژی جنبشی دو وزنه A و C شده است و $(K_{A\text{و}C}=25J)$ بقیهٔ آن یعنی $35-25=10J$ به انرژی جنبشی وزنه B تبدیل شده است:

$$K_B=10J$$



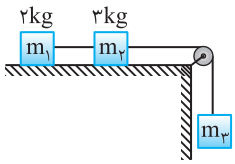
نکته وقتی که اجسام به‌صورت شکل با ریسمان به‌دنبال هم وصل هستند، تندی آن‌ها در تمام لحظات باهم برابر است.

اکنون برای جسم B و مجموعه جسم‌های A و C انرژی جنبشی را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم و با توجه به نکتهٔ بیان شده، تندی‌ها از دو رابطه حذف می‌شود و جرم m_B به‌دست می‌آید.

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\begin{cases}K_B=\frac{1}{2}m_Bv^2\\K_{A,C}=\frac{1}{2}(m_A+m_C)v^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_B}{K_{A,C}}=\frac{m_B}{m_A+m_C}$$

$$\Rightarrow\frac{10}{25}=\frac{m_B}{4+2/5}\Rightarrow m_B=2/6kg$$

بازی با سؤال **در شکل زیر وزنه m_3 از حال سکون رها می‌شود. اگر تا لحظه‌ای که وزنهٔ m_3، ۹۰ سانتی‌متر پایین می‌آید، مجموع انرژی جنبشی دو وزنهٔ m_1 و m_2 روی سطح افقی به ۲۲/۵ ژول برسد، m_3 چند کیلوگرم است؟** $(g=10m/s^2$ **و کلیهٔ اصطکاک‌ها و جرم نخ و قرقره ناچیز است.)**



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۲

C ۶۵۰ | ۲

هنگامی که جسم $3kg$، d متر پایین می‌آید، جسم $1kg$، d متر بالا می‌رود. در سؤال گفته شده که فاصله دو جسم از هم $2m$ شود، در واقع $d+d=2m\Rightarrow d=1m$.

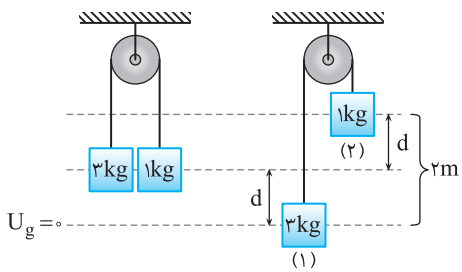
اما چگونه در مورد مسئله فکر کنیم؟ جسم $3kg$، $1m$ پایین می‌آید و به اندازهٔ $1m$ بالا می‌رود به اندازه $U=mgd=3\times10\times1=30J$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند، جسم $1kg$ هم که $1m$ بالا می‌رود به اندازه $U=mgd=1\times10\times1=10J$ انرژی پتانسیل دریافت می‌کند تفاوت این دو انرژی کجا رفته است؟

تبدیل به انرژی جنبشی مجموعه می‌شود:

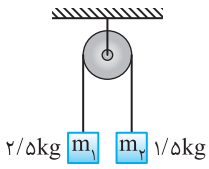
$$30-10=K\Rightarrow K=20J$$

دو جسم به‌هم وصل هستند و در هر لحظه تندی آن‌ها برابر است از این رو خواهیم داشت:

$$K=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2\Rightarrow20=\frac{1}{2}(3+1)v^2\Rightarrow v^2=10\Rightarrow v=\sqrt{10}m/s$$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است، دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که هریک از وزنه‌ها ۳۰cm جابه‌جا شده است، انرژی جنبشی وزنهٔ ۱/۵ کیلوگرمی چند ژول است؟ $(g=10N/kg)$



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{9}{8}$ ۳) $\frac{15}{8}$ ۴) $\frac{5}{4}$

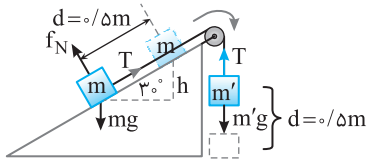
گزینهٔ ۲

C ۶۵۱ ۴

نکته در طول یک ریسمان سبک، نیروی کشش یکسان است.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم مطابق شکل مسئله m' پایین می‌آید و m روی سطح شیبدار بالا می‌رود. اگر m' به اندازه d پایین بیاید، m روی سطح شیبدار به اندازهٔ d جابه‌جا می‌شود. البته جابه‌جایی m در امتداد قائم خواهد شد:

$$\sin 30^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow h=\frac{1}{2}d\Rightarrow h=\frac{1}{2}\times 0/5=0/25m$$



برای هر جسم قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم (T نیرویی است که نخ بر جسم وارد می‌کند).

$$\text{جسم } m': W_{m'g}+W_T=\Delta K'\xrightarrow{K'_1=0} m'gd+W_T=K'_2-0$$

$$\Rightarrow m'gd-Td=K'_2$$

$$\text{جسم } m: W_{mg}+W_T=\Delta K\Rightarrow -mgh+W_T=K_2-0$$

$$\Rightarrow -mgh+Td=K_2$$

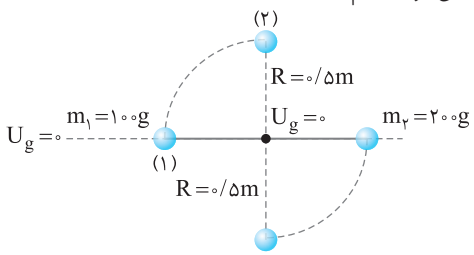
دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$m'gd-Td-mgh+Td=K'_2+K_2\Rightarrow mg(0/5)-mg(0/25)=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv^2$$

$$5-2/5=v^2\Rightarrow v^2=\frac{5}{2}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{10}}{2}m/s$$

C ۶۵۲ ۱

حالت اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی اختیار می‌کنیم. انرژی مکانیکی دستگاه را در حالت اولیه E_1 و در حالت قائم E_2 می‌نامیم. منظور از انرژی مکانیکی مجموع انرژی مکانیکی هر دو جسم است.



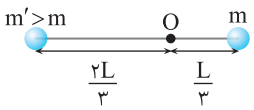
دقت کنید که چون حالت اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل اختیار کرده‌ایم، در حالت قائم m_1 به اندازهٔ R بالاتر رفته و m_2 به اندازهٔ R پایین آمده است، پس انرژی پتانسیل m_1 برابر با m_1gR و انرژی پتانسیل m_2 برابر با $-m_2gR$ شده است.

اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی کل دستگاه در حالت دوم یعنی K_2 را حساب می‌کنیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow 0=m_1gR+(-m_2gR)+K_2$$

$$\Rightarrow 0=0/1\times 10\times 0/5-0/2\times 10\times 0/5+K_2\Rightarrow K_2=0/5J$$

بازی با سؤال در شکل زیر به دو سر میلهٔ سبکی دو گلولهٔ m و m' متصل است. میله می‌تواند حول نقطهٔ O بدون اصطکاک در صفحهٔ قائم بچرخد. اگر میله را از وضع افقی رها کنیم، لحظه‌ای که میله به وضع قائم در می‌آید مجموع انرژی جنبشی گلوله‌ها برابر mgL می‌شود. $\frac{m'}{m}$ کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

پنجره ۳ روبه‌رو ۴

A ۶۵۲ ۳

۱ **بنا به قضیهٔ** کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است و جمله (الف) درست است. $(W_t=\Delta K)$

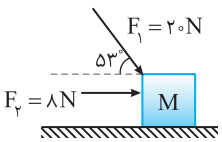
بنا به تعریف انرژی پتانسیل گرانشی، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی در یک جابه‌جایی معین برابر منفی کار نیروی وزن در آن جابه‌جایی است که در جمله (ب) به منفی بودن آن اشاره نشده و جمله (ب) نادرست است. $(W_{mg}=-\Delta U_g)$

بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر کار نیروهای اتلافی وارد بر جسم در آن جابه‌جایی است $(E_2-E_1=W_f)$ و جمله (پ) درست است.

نمای ۱۲، ۲۲ و ۲۹

A ۶۵۲ ۲

۱ **کار نیروی** F_1 را حساب می‌کنیم.



$$W_1=F_1d\cos 53^\circ\Rightarrow W_1=20d\times 0/6=12d$$

۲ کار نیروی F_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$W_2=F_2d\cos 0^\circ\Rightarrow W_2=8d$$

۳ تندی جسم ثابت بوده و انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0} W_{F_N}+W_{mg}+W_1+W_2+W_f=0$$

$$\Rightarrow 12d+8d-200=0\Rightarrow d=\frac{200}{20}\Rightarrow d=10m$$

۴ جسم در مدت ۵s با تندی ثابت v، ۱۰m جابه‌جا شده است، بنابراین:

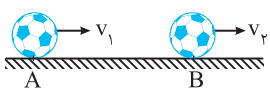
$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{10}{5}=2m/s$$

نمای ۱۵

B ۶۵۲ ۲

۳ **قانون پایستگی** انرژی را برای توپ در نقطهٔ A و نقطهٔ B می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_f\xrightarrow{U_A=U_B=0} K_B-K_A=W_f$$



با توجه به فرض مسئله کار نیروهای اتلافی برابر ۱۹٪ انرژی جنبشی اولیه جسم است بنابراین: $W_f=\frac{-19}{100}K_A$

$$K_B-K_A=\frac{-19}{100}K_A\Rightarrow K_B=0/81K_A\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2=0/81\left(\frac{1}{2}mv_A^2\right)$$

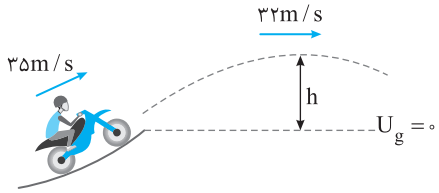
$$\xrightarrow{v_A=8m/s} v_B^2=0/81\times(8)^2\Rightarrow v_B=0/9\times 8\Rightarrow v_B=7/2m/s$$

نمای ۲۹

۴ ۶۵۲ B

۴ **سطحی که** موتورسوار شروع به پرش می‌کند را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. انرژی مکانیکی موتورسوار در ابتدا برابر است با:

$$E_1=U_1+K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1=K_1=\frac{1}{2}mv_1^2$$



و در بالاترین نقطه مسیر، انرژی مکانیکی موتورسوار برابر است با:

$$E_2=U_2+K_2 \Rightarrow E_2=mgh+\frac{1}{2}mv_2^2$$

قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f \xrightarrow{W_f=-4000J} mgh+\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=-4000J$$

$$\xrightarrow{m=200kg} 200\times10\times h+\frac{1}{2}\times200(32^2-35^2)=-4000$$

$$20h+[(32+35)(32-35)]=-40 \Rightarrow 20h+(67)(-3)=-40$$

$$\Rightarrow 20h-201=-40 \Rightarrow h=\frac{161}{20} \Rightarrow h=8/05m$$

نمای ۳۰

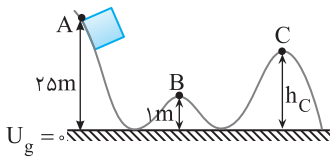
۲ ۶۵۲ B

خط فکری **۵** اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به مسیر حرکت بستگی ندارد و به فاصلهٔ قائم نقاط ابتدایی و انتهایی از هم بستگی دارد بنابراین شما ابتدا باید h_C را حساب کنید تا بتوانید از رابطه $\Delta U=mg\Delta h$ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب کنید.

ابتدا اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم تا به کمک آن h_C را به‌دست آوریم.

$$E_A=E_C \Rightarrow mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2=mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2$$

$$2\times10\times25=2\times10\times h_C+\frac{1}{2}\times2\times(20)^2 \Rightarrow h_C=5m$$



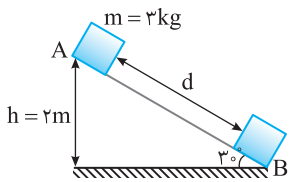
تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با:

$$\Delta U_{BC}=mg\Delta h_{BC} \Rightarrow \Delta U=mg(h_C-h_B) \Rightarrow \Delta U=2\times10\times(5-1)=80J$$

نمای ۲۲

۱ ۶۵۲ A

۶ **جسم از A تا B** پایین می‌آید و انرژی پتانسیل گرانشی آن کم می‌شود از این رو تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم از A تا B منفی بوده و برابر است با:



$$\Delta U=-mg\Delta h \Rightarrow \Delta U=-3\times10\times2=-60J$$

اما تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است و برای محاسبه کار نیروی اصطکاک باید طول مسیر از A تا B یعنی d را بیابیم.

$$\sin30^\circ=\frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{2}{d} \Rightarrow d=4m$$

اکنون تغییر انرژی مکانیکی جسم را حساب می‌کنیم.

$$E_B-E_A=W_f \Rightarrow E_B-E_A=-f_k d \xrightarrow{f_k=15N} \Delta E=-15\times4$$

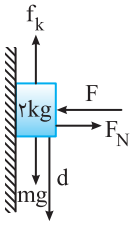
$$\Rightarrow \Delta E=-60J$$

نمای ۳۱

۱ ۶۵۲ B

۷ **جابه‌جایی جسم** در مدت ۳s، با تندی ۴m/s خواهد شد:

$$d=vt \Rightarrow d=4\times3 \Rightarrow d=12m$$



تندی جسم ثابت است و کار کل صفر است.

$$W_t=\Delta K \xrightarrow{\Delta K=0}$$

$$W_{F_N}+W_F+W_{mg}+W_{f_k}=0 \quad (1)$$

کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی F که هر دو بر مسیر حرکت عمودند صفر است.

جسم در حال حرکت رو به پایین است و کار نیروی وزن مثبت و برابر $W_{mg}=+mgh$ می‌شود، بنابراین رابطه (۱) به‌صورت زیر در می‌آید.

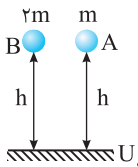
$$0+0+mgh+W_{f_k}=0 \xrightarrow{h=d=12m} 2\times10\times12+W_f=0 \Rightarrow W_f=-240J$$

نمای ۱۶

۱ ۶۵۲ B

خط فکری **۸** با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای هر گلوله، کار نیروی مقاومت هوا وارد بر هر یک را حساب کنید و با هم مقایسه کنید.

تندی دو گلوله هنگام رسیدن به زمین یکسان است $(v_A=v_B=v)$. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.



$$A\text{گلوله}: E_{2A}-E_{1A}=W_{f_A}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2-mgh=W_{f_A} \quad (1)$$

$$B\text{گلوله}: E_{2B}-E_{1B}=W_{f_B} \Rightarrow \frac{1}{2}(2m)v^2-2mgh=W_{f_B}$$

$$\Rightarrow 2(\frac{1}{2}mv^2-mgh)=W_{f_B} \quad (2)$$

رابطه (۲) را بر رابطه (۱) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{2(\frac{1}{2}mv^2-mgh)}{\frac{1}{2}mv^2-mgh}=\frac{W_{f_B}}{W_{f_A}} \Rightarrow \frac{W_{f_B}}{W_{f_A}}=2$$

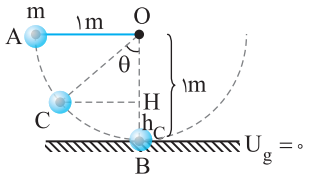
نمای ۳۲

۴ ۶۵۲ B

۹ **۱** **گلوله** هنگام گذر از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (B) دارای تندی بیشینه است. برای نقاط A و B اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و تندی بیشینه را حساب می‌کنیم.

$$E_A=E_B \Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \Rightarrow mgR+0=0+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2=\sqrt{2gR} \xrightarrow{R=1m} v_B=\sqrt{20}=2\sqrt{5}m/s$$



۲ اگر در نقطهٔ C تندی جسم $\frac{\sqrt{2}}{2}v_B$ باشد، ابتدا h_C را به‌دست می‌آوریم.

$$h_C=OB-OH \Rightarrow h_C=R-R\cos\theta \Rightarrow h_C=1-1\times\cos\theta=1-\cos\theta \quad (I)$$

۳ اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_B=E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2+0=\frac{1}{2}mv_C^2+mgh_C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{20})^2=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{20})^2+10h_C \Rightarrow 10=5+10h_C \Rightarrow h_C=0/5m$$

۴ اکنون می‌توان θ را حساب کرد:

$$(I) \Rightarrow h_C=1-\cos\theta \Rightarrow 0/5=1-\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=0/5 \Rightarrow \theta=60^\circ$$

نمای ۲۷

B ۶۵۲ ۳

۱۰

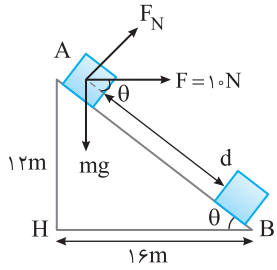
۱ ابتدا فاصلهٔ AB را حساب می‌کنیم. $AB^۲=۱۲^۲+۱۶^۲ \Rightarrow AB=۲۰m$

۲ کار نیروی عمودی سطح وارد بر جسم که بر مسیر عمود بوده صفر است.

$W_{F_N}=۰$

۳ کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد. جسم از نقطه A تا B رو به پایین حرکت کرده و کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$W_{mg}=mgh \Rightarrow W_{mg}=۴\times۱۰\times۱۲ \Rightarrow W_{mg}=۴۸۰J$



۴ با توجه به شکل و قضیه خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین F و جابه‌جایی d همان زاویهٔ سطح با افق است از این‌رو می‌توان نوشت:

$\cos\theta=\frac{HB}{AB} \Rightarrow \cos\theta=\frac{۱۶}{۲۰} \Rightarrow \cos\theta=\frac{۴}{۵}$

۵ کار نیروی F را حساب می‌کنیم.

$W_F=Fd\cos\theta \Rightarrow W_F=۱۰\times۲۰\times\frac{۴}{۵} \Rightarrow W_F=۱۶۰J$

۶ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای جسم در مسیر AB می‌نویسیم.

$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_N}+W_F+W_{mg}=K_B-۰ \Rightarrow ۰+۱۶۰+۴۸۰=K_B$

$\Rightarrow K_B=۶۴۰J$

نمای ۲۰

پنجره ۵

A ۶۵۳ ۴

آهنگ انجام کار را توان گویند، توان کمیتی نرده‌ای است $P=\frac{W}{\Delta t}$ و گزاره (الف) درست است. با توجه به تعریف توان، هرچه توان دستگاهی بیشتر باشد، مقدار کار مشخصی را در بازهٔ زمانی کوتاه‌تری انجام می‌دهد و گزاره (ب) درست است. $\uparrow P=\frac{W_{\text{ثابت}}}{\Delta t\downarrow}$

نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم.

$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ \xrightarrow[W_{\text{ورودی}}=P_{\text{ورودی}}t]{W_{\text{خروجی}}=P_{\text{خروجی}}t} Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

اسب بخار یکای قدیمی توان است $۱hp=۷۴۶W$ و گزاره (ت) نادرست است.

A ۶۵۴ ۱

به آهنگ انجام کار توان می‌گویند $(P=\frac{W}{t})$ و دو دستگاه A و B قرار است کار یکسانی را انجام دهند $(W_A=W_B)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l}P_A=\frac{W_A}{t_A}\\ P_B=\frac{W_B}{t_B}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A}=\frac{W_B}{W_A}\times\frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A}=\frac{t_A}{t_B}$$

$$\xrightarrow[P_B=۸۰W]{P_A=۱۲۰W} \frac{۸۰}{۱۲۰}=\frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B}=\frac{۲}{۳}$$

B ۶۵۵ ۲

خط فکری کار مفیدی که پمپ برای خروج آب انجام می‌دهد به انرژی جنبشی آب تبدیل می‌شود، بنابراین ابتدا شما باید انرژی جنبشی را به‌دست آورده و سپس توان مفید پمپ را حساب کنید.

ابتدا تندی را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم:

$v=۷۲km/h \xrightarrow{\times\frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}} v=۲۰m/s$

اکنون انرژی جنبشی آب یعنی کار مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times۷۵\times۴۰۰ \Rightarrow K=۱۵۰۰۰J \Rightarrow W_{\text{پمپ}}=۱۵kJ$

توان مفید پمپ خواهد شد: $P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow P=\frac{۱۵}{۶۰} \Rightarrow P=۰/۲۵kW$

بازی با سؤال یک پمپ آتش‌نشانی در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر آب را با تندی ۲۰m/s پرتاب می‌کند. توان خروجی این پمپ چند وات است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱

گزینهٔ ۲

A ۶۵۶ ۳

خط فکری تندی شخص برای بالا رفتن ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد برابر اندازه کار نیروی وزن $(W=mgh)$ است بنابراین ابتدا باید ارتفاعی که شخص بالا می‌رود را حساب کنیم، سپس کار شخص و در نهایت توان متوسط مفید او را به‌دست بیاوریم.

ارتفاعی که شخص بالا رفته است را حساب می‌کنیم: ارتفاع هر پله ۳۰cm است و شخص ۷۰ پله بالا رفته است بنابراین: $h=۷۰\times۰/۳=۲۱m$

کار شخص برابر است با:

$W_{\text{شخص}}+W_{mg}=\Delta K$

$\xrightarrow{\Delta K=۰} W_{\text{شخص}}=-W_{mg}=-(-mgh)=mgh$

$\xrightarrow{m=۶۰kg} W_{\text{شخص}}=۶۰\times۱۰\times۲۱ \Rightarrow W_{\text{شخص}}=۱۲۶۰۰J$

توان متوسط مفید شخص خواهد شد:

$P=\frac{W}{t}=\frac{۱۲۶۰۰}{۹۰} \Rightarrow P=۱۴۰W$

B ۶۵۷ ۱

به کمک قضیه و کار انرژی جنبشی، کار نیروی موتور را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که بالابر رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی $(W_{mg}=-mgh)$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$W_t=W_{\text{موتور}}+W_{mg}=\Delta K \xrightarrow{v_۱=۰} W_{\text{موتور}}-mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰$

$\xrightarrow[v=۲m/s,\ m=۵۰۰kg]{h=۱۰m} W_{\text{موتور}}-۵۰۰\times۱۰\times۱۰=\frac{۱}{۲}\times۵۰۰\times۲^۲$

$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=۵۰۰۰۰+۱۰۰۰ \Rightarrow W_{\text{موتور}}=۵۱۰۰۰W$

$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=۵۱۰۰۰W\times\frac{۱hp}{۷۵۰W} \Rightarrow W_{\text{موتور}}=۶۸hp$

B ۶۵۸ ۳

تندی حرکت آسانسور ثابت و شتاب آسانسور صفر است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آسانسور صفر بوده و نیروی موتور آسانسور ثابت و برابر نیروی وزن است. $F_{\text{موتور}}=mg$

توان نیروی موتور بالابر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t برابر است با:

$P=\frac{W}{t} \Rightarrow P=\frac{F.d}{t} \Rightarrow P=F.v \xrightarrow[F=\text{ثابت}]{v=\text{ثابت}} P=\text{ثابت}$

تندی

بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) درست است.

B ۶۵۹ ۲

خط فکری اگر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t توان موتور خودرویی که با تندی ثابت در حرکت است برابر P باشد، آنگاه شما می‌توانید بنویسید،

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{W=F.d}P=\frac{F.d}{t}\xrightarrow{\text{تندی}v=\frac{d}{t}}P=F.v$$

مسئله با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم به‌راحتی قابل حل است:

$$P=Fv\xrightarrow[F=۱۵۰۰N]{P=۳۶\times۱۰^۳W,v=?}۳۶\times۱۰^۳=۱۵۰۰\times v\Rightarrow v=۲۴m/s$$

B ۶۶۰ ۲

کار نیروی خالص را با استفاده از تعریف توان به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{W_t}{t}\Rightarrow W_t=Pt\xrightarrow{P=۱۲\times۱۰^۳W,t=۱۰s}W_t=۱۲\times۱۰^۳\times۱۰$$

$$\Rightarrow W_t=۱۲\times۱۰^۴J$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل (یا کار نیروی خالص) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\xrightarrow{v_۱=۵m/s,\ v_۲=۱۵m/s}۱۲\times۱۰^۴=\frac{۱}{۲}m(۱۵^۲-۵^۲)$$

$$\Rightarrow ۱۲\times۱۰^۴=\frac{۱}{۲}\times m(۲۲۵-۲۵)\Rightarrow m=۱۲۰۰kg$$

B ۶۶۱ ۱

۱ ابتدا تندی خودرو را حساب می‌کنیم. $v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{۲۴۰}{۱۲}\Rightarrow v=۲۰m/s$

۲ خودرو دارای سرعت ثابت است و بنا بر قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آن صفر بوده و نیروی پیشران خودرو با نیروی مقاوم در برابر حرکت خودرو برابر است.

$$F_{کل}=۰\Rightarrow F=f\xrightarrow{f=۱۵۰۰N}F=۱۵۰۰N$$

۳ توان را حساب می‌کنیم:

$$P=W/t\xrightarrow{W=Fd}P=Fd/t\xrightarrow{v=d/t}P=Fv$$

$$\xrightarrow[v=۲۰m/s]{F=۱۵۰۰N}P=۱۵۰۰\times۲۰\Rightarrow P=۳۰۰۰۰W=۳۰kW$$

بازی با سوال **تندی خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg در مدت ۱۰s و طی مسافت افقی ۱۰۰m از ۵m/s به ۱۵m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر خودرو در طول مسیر ثابت و برابر ۳۰۰N است. توان متوسط موتور پیشران خودرو چند اسب بخار است؟** $(۱hp=۷۵۰W)$

۱) ۱۵۰۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۷۵۰

گزینهٔ ۲

B ۶۶۲ ۱

خط فکری ۱ تندی جعبه ثابت است زیرا در هر ثانیه، ۲/۵m طی می‌کند.

۲ مؤلفهٔ عمود نیرو کار انجام نمی‌دهد و مؤلفه‌ای که در راستای حرکت است $(F\cos\theta)$ کار انجام می‌دهد.

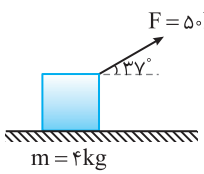
تندی جعبه را حساب می‌کنیم: $v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{۲/۵}{۱}=۲/۵m/s$

کار نیروی F برابر است با: $W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۵۰\times d\times۰/۸\Rightarrow W_F=۴۰d$

توان نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W_F}{t}\Rightarrow P=\frac{۴۰d}{t}\Rightarrow P=۴۰\times۲/۵\Rightarrow P=۱۰۰W$$

چون تندی جسم ثابت است توان نیروی F در تمام لحظه‌ها ثابت است و توان در چهار ثانیهٔ سوم همان ۱۰۰W است.



B ۶۶۳ ۳

۱ نیروی پیشرانه‌ای هر موتور $F=۳\times۱۰^۵N$ است و جابه‌جایی هواپیما در همان امتداد نیرو در هر دقیقه ۱۵km است بنابراین کار نیروی هر موتور را می‌توان حساب کرد.

$$W=Fd\Rightarrow W=۳\times۱۰^۵\times۱۵\times۱۰^۳\Rightarrow W=۴۵\times۱۰^۸J$$

۲ توان هر موتور برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=۱min=۶۰s}P=\frac{۴۵\times۱۰^۸}{۶۰}\Rightarrow P=۷/۵\times۱۰^۷W$$

۳ توان را برحسب اسب بخار به‌دست می‌آوریم.

$$P=۷/۵\times۱۰^۷W\times\frac{۱hp}{۷۵۰W}\Rightarrow P=۱۰^۵hp$$

ضریب تبدیل وات به اسب بخار

B ۶۶۴ ۲

خط فکری برای یافتن توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم، شما باید ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی خالص) را حساب کنید و سپس توان را به‌دست بیاورید.

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=K_۲-۰=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow[v=۵m/s]{m=۲kg}W_t=\frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲$$

$$\Rightarrow W_t=۲۵J$$

اکنون توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{۲۵}{۱۰}=۲/۵W$$

A ۶۶۵ ۱

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت ۱۰s به‌دست می‌آوریم:

$$d=vt\Rightarrow d=۱\times۱۰\Rightarrow d=۱۰m$$

۲ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است: $h=\frac{۱۰}{۲}=۵m$

۳ کار نیروی F را به کمک توان آن حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow W_F=Pt\Rightarrow W_F=۱۰\times۱۰=۱۰۰J$$

۴ کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود بوده صفر است. $W_{F_N}=۰$

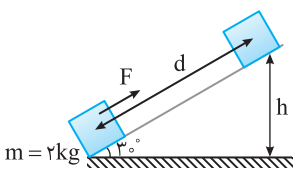
۵ جسم در امتداد قائم h=۵m بالا رفته و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-۲\times۱۰\times۵\Rightarrow W_{mg}=-۱۰۰J$$

۶ تندی جسم ثابت است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_f+W_{F_N}+W_F=۰\Rightarrow-۱۰۰+W_f+۰+۱۰۰=۰$$

$$\Rightarrow W_f=۰$$



کار نیروی اصطکاک صفر شده است. مفهوم آن این است که سطح بدون اصطکاک بوده و کار نیروی ثابت با کار نیروی وزن برابر شده و این کار به انرژی پتانسیل گرانشی جسم تبدیل شده است.

بازی با سوال **جسمی به جرم ۱kg روی سطح شیبداری که با افق زاویه ۳۰° می‌سازد، قرار دارد. به آن نیروی ثابت F که موازی سطح شیبدار است، وارد می‌کنیم. این نیرو جسم را با تندی ثابت ۰/۵m/s به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. اگر توان نیروی F، ۵ وات باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم در مدت ۱۰s چند ژول است؟** $(g=۱۰N/kg)$

۱) −۴۵ ۲) −۲۵ ۳) −۵۰ ۴) −۱۵

گزینهٔ ۲

A ۶۶۶ ۴

۱ جرم آبی را که پمپ بالا می‌برد را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۷۵\times۱۰^{-۳}m^۳]{\rho=۱۰۰۰kg/m^۳}۱۰۰۰=\frac{m}{۷۵\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow m=۷۵kg$$

۲ کاری که این پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W=mgh\Rightarrow W=۷۵\times۱۰\times۵\Rightarrow W=۳۷۵۰J$$

۳ توان پمپ را برحسب وات به‌دست می‌آوریم:

$$P=۲hp\times\frac{۷۵۰W}{۱hp}\Rightarrow P=۱۵۰۰W$$

ضریب تبدیل اسب بخار به وات

۴ اکنون می‌توان زمان را حساب کرد.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow ۱۵۰۰=\frac{۳۷۵۰}{t}\Rightarrow t=۲۵s$$

C ۶۶۷ ۱

خط فکری آب از ارتفاع $۲۰m$ سقوط می‌کند و روی آب توسط توربین کار انجام می‌شود، پس با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان کار توربین را حساب کرد. (هر متر مکعب آب جرمی برابر $۱۰۰۰kg$ دارد.)

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\text{تندی اولیه آب صفر است}}W_g+W_{\text{توربین}}=K_۲-K_۱$$

$$\Rightarrow \underbrace{mgh}_{\text{در حال پایین آمدن}}+\underbrace{W_{\text{توربین}}}_{\text{مقاومت در برابر حرکت آب}<۰}=K_۲\Rightarrow W_{\text{توربین}}=۲۵۰۰۰-۴۰۰۰۰۰=-۳۷۵۰۰۰J$$

$$P=\frac{|W|}{t}=\frac{۳۷۵۰۰۰}{۱}=۳۷۵kW$$

B ۶۶۸ ۱

کار مفید A، ۲۶٪ از کار مفید B بیشتر است بنابراین:

$$W_A=W_B+۰/۲۶W_B\Rightarrow W_A=۱/۲۶W_B$$

نسبت توان A به توان B خواهد شد:

$$\begin{cases}P_A=\frac{W_A}{t_A}\\P_B=\frac{W_B}{t_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{W_A}{W_B}\times\frac{t_B}{t_A}\xrightarrow{\substack{t_A=۳D\\t_B=۴D}}\frac{P_A}{P_B}=\frac{۱/۲۶W_B}{W_B}\times\frac{۴}{۳}=۱/۶۸$$

B ۶۶۹ ۴

سطح بدون اصطکاک است و تندی جسم برای هر دو جسم ثابت و برابر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی هر دو جسم صفر است $(\Delta K=۰)$. قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۰}W_{F_N}+W_{mg}+W_F=۰$$

$$\xrightarrow[W_{F_N}=۰]{F_N\text{ بر مسیر عمود است}}W_F=-W_{mg}$$

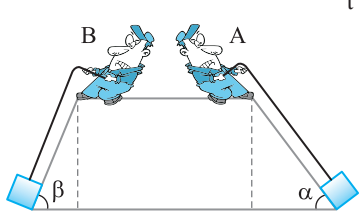
جسم رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی و برابر $W=-mgh$ است از این‌رو: $W_F=mgh$

بنابراین کار هردو یکسان است.

البته از همان ابتدا شما می‌توانستید بگویید کار هر شخص به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی (mgh) در جسم‌ها ذخیره می‌شود (در سامانهٔ جسم - زمین) چون h یکسان است، کار یکسان است.

اما باید به سراغ توان برویم. شخص A، باید جسم را روی مسیر طولانی‌تری با همان تندی بالا بکشد، بنابراین زمان برای او بیشتر است $t_A>t_B$.

با توجه به رابطهٔ $P=\frac{W}{t}$، توان شخص A کمتر از توان شخص B است.



B ۶۷۰ ۱

کاری که هر تلمبه انجام می‌دهد، بالا بردن مایع تا ارتفاع h می‌باشد بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{(mg)_{\text{آب}}h}{t}\xrightarrow{m=\rho V}P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}$$

$$P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{(mg)_{\text{روغن}}h}{t}\Rightarrow P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

توان هر دو تلمبه یکسان است بنابراین:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=P_{\text{تلمبه روغن}}\Rightarrow\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

$$\xrightarrow{t=۱s}V_{\text{آب}}=۰/۸V_{\text{روغن}}\Rightarrow\frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{روغن}}}=۰/۸$$

A ۶۷۱ ۳

خط فکری توان ورودی ماشین برابر مجموع توان مفید و توان اتلافی آن است و بازده، نسبت توان مفید به توان ورودی دستگاه است. با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

با توجه به فرض مسئله $P_{\text{مفید}}=P_{\text{خروجی}}=\frac{۱}{۴}P_{\text{اتلاف}}$ بنابراین توان ورودی خواهد شد:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلاف}}\xrightarrow{P_{\text{اتلاف}}=۴P_{\text{خروجی}}}$$

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+۴P_{\text{خروجی}}\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۵P_{\text{خروجی}}$$

بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{۵P_{\text{خروجی}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=۲۰٪$$

A ۶۷۲ ۳

با داشتن بازده و توان ورودی موتور الکتریکی می‌توان توان مفید آن را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=۲۰۰W]{Ra=۷۵٪}$$

$$۷۵=\frac{P_{\text{خروجی}}}{۲۰۰}\times۱۰۰\Rightarrow\text{توان مفید: }P_{\text{خروجی}}=۱۵۰W$$

بنابراین این موتور الکتریکی توانی که تلف می‌کند برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow ۲۰۰=۱۵۰+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow P_{\text{اتلافی}}=۵۰W$$

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E_{\text{اتلافی}}=۵۰\times۶۰=۳۰۰۰J=۳kJ$$

A ۶۷۳ ۴

۱ کار مفید پمپ بالا بردن ۲۵۲ تن آب تا ارتفاع ۱۲ متری است، بنابراین کار مفید برابر است با:

$$W=mgh$$

$$\xrightarrow{m=۲۵۲\times۱۰^۳kg,\,h=۱۲m}\text{کار مفید (خروجی) }W_O=۲۵۲\times۱۰^۳\times۱۰\times۱۲J$$

۲ توان مفید پمپ را حساب می‌کنیم:

$$\text{توان خروجی (مفید) }P_{\text{خروجی}}=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=۱h=۳۶۰۰s}P_{\text{خروجی}}=\frac{۲۵۲\times۱۰^۴\times۱۲}{۳۶۰۰}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=۸۴۰۰W$$

۳ با توجه به تعریف بازده می‌توان توان ورودی (توان پمپ) را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow ۸۰=\frac{۸۴۰۰}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۱۰۵۰۰W\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۱۰/۵kW$$

بازی با سؤال **توان موتور آبی ۵۰۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است. به کمک این پمپ پس از چند ثانیه، می‌توان ۲۰۰۰ لیتر آب را تا ارتفاع ۱۰ متر بالا برد؟** $(\rho_{\text{آب}}=۱g/cm^۳,\,g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

B ۶۷۴ ۱

خط فکری بازده برابر نسبت کار مفید (کار خروجی) به کار ورودی است، بنابراین کافی است کار ورودی را به کمک توان ورودی و کار مفید را به کمک $W=mgh$ حساب کنید.

یادآوری جرم هر لیتر آب $1kg$ است.

۱ توان ورودی $30kW$ است بنابراین کار ورودی در هر ثانیه برابر است با:

$$P_{ورودی}=\frac{W_{ورودی}}{t}\Rightarrow 30=\frac{W_{ورودی}}{1}\Rightarrow W_{ورودی}=30kJ$$

۲ کار مفید، بالا بردن ۶۰ لیتر آب (یعنی $60kg$ آب) به ارتفاع ۲۰ متری است از این‌رو:

$$W=mgh\Rightarrow W_{خروجی}=60\times 10\times 20\Rightarrow W_{خروجی}=12kJ$$

۳ بازدهٔ تلمبه خواهد شد: $Ra=\frac{W_{خروجی}}{W_{ورودی}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{12}{30}\times 100\Rightarrow Ra=40\%$

B ۶۷۵ ۲

۱ جرم ۳ مترمکعب آب را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1g/cm^3=1000kg/m^3}1000=\frac{m}{3}\Rightarrow m=3000kg$$

۲ کار مفید پمپ بالا فرستادن $3000kg$ آب به ارتفاع ۲۴ متری است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{مفید}=W_{خروجی}=mgh\Rightarrow W_{خروجی}=3000\times 10\times 24\Rightarrow W_{خروجی}=72\times 10^4 J$$
$$\Rightarrow W_{خروجی}=720kJ$$

۳ کار ورودی پمپ را به کمک توان پمپ حساب می‌کنیم.

$$P_{ورودی}=\frac{W_{ورودی}}{t}\Rightarrow W_{ورودی}=P_{ورودی}t$$
$$\xrightarrow[P_{ورودی}=20kW]{t=1min=60s}W_{ورودی}=20\times 60=1200kJ$$

۴ اکنون بازده قابل محاسبه است.

$$Ra=\frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{720}{1200}\times 100\Rightarrow Ra=60\%$$

B ۶۷۶ ۱

خط فکری توان ورودی پمپ را در اختیار دارید بنابراین می‌توانید به کمک بازده توان مفید و از آن‌جا، کار مفید را حساب کنید و در آخر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، جرم آب را به‌دست آورید و آهنگ جریان آب را حساب کنید.

۱ توان مفید این پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}}\times 100\xrightarrow[P_{ورودی}=5kW]{Ra=60\%}60=\frac{P_{خروجی}}{5}\times 100\Rightarrow P_{خروجی}=3kW$$

۲ کار مفید پمپ برابر است با: $P_{خروجی}=\frac{W_{خروجی}}{t}=W_{خروجی}=P_{خروجی}.t$

۳ کار کل یعنی مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم را با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مساوی تغییرات انرژی جنبشی آب قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{پمپ}+W_{mg}=K_2-K_1\Rightarrow P_{خروجی}t-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0$$
$$\xrightarrow{v=6m/s}3000t-m\times 10\times 1/2=\frac{1}{2}m\times 6^2\Rightarrow 3000t=30m \quad (1)$$

یادآوری تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامند.

بنابراین آهنگ جریان آب یعنی مقدار جرم آب نسبت به زمان در نتیجه:

$$(1)\Rightarrow\frac{m}{t}=\frac{3000}{30}=100kg/s$$

بازی با سؤال **پمپ آبی با توان ورودی $10kW$ و بازده ۷۹/۵ درصد، در هر ثانیه ۲۵ لیتر آب به چگالی $1g/cm^3$ را از ته چاهی به عمق ۳۰ متر بالا می‌کشد و با تندی v به بیرون پمپاژ می‌کند، v چند متر بر ثانیه است؟** $(g=10N/kg)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۴

B ۶۷۷ ۲

۱ انرژی آزاد شده از سوختن هر لیتر بنزین برابر $3/2\times 10^7 J$ است بنابراین انرژی آزاد شده از سوختن نیم‌لیتر بنزین خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} 1L & E=3/2\times 10^7 J \\ \hline 0/5L & E=? \end{array}\Rightarrow E=0/5\times 3/2\times 10^7\Rightarrow E=1/6\times 10^7 J$$

۲ تنها ۱۰٪ از انرژی آزاد شده از بنزین به انرژی جنبشی خودرو تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی جنبشی خودرو در اثر سوختن $0/5L$ بنزین برابر است با:

$$K=\frac{10}{100}E\Rightarrow K=\frac{10}{100}\times 1/6\times 10^7\Rightarrow K=1/6\times 10^6 J$$

۳ با داشتن انرژی جنبشی خودرو و تندی آن، جرم خودرو قابل محاسبه است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{v=40m/s}1/6\times 10^6=\frac{1}{2}\times m\times(40)^2\Rightarrow m=2000kg$$

بازی با سؤال **انرژی شیمیایی ذخیره شده در هر لیتر بنزین $2000kJ$ است. اگر ۱۰ درصد از انرژی ذخیره شده در بنزین توسط موتور خودرویی به جرم یک تن به انرژی جنبشی خودرو تبدیل شود، برای آنکه تندی خودرو به $72km/h$ برسد، چند لیتر بنزین مصرف شد؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

گزینهٔ ۱

B ۶۷۸ ۱

۱ کار مفید موتور خودرو صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{مفید}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}\times 3000(144-100)$$
$$\Rightarrow W_{مفید}=3000\times 22J$$

۲ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم:

$$P_{مفید}=\frac{W_{مفید}}{t}=\frac{3000\times 22}{5/5}=12000W=12kW$$

۳ کل توان تولیدی $15kW$ است که $12kW$ آن مفید و سبب افزایش تندی خودرو می‌شود. توانی که صرف کارهایی غیر از افزایش تندی خودرو شده است، برابر است با: $P_{اتلاف}=15-12=3kW$

۴ درصد توان تلف شده خواهد شد: $\frac{\Delta P}{P_i}\times 100=\frac{3}{15}\times 100=\frac{1}{5}\times 100=20\%$

B ۶۷۹ ۳

خط فکری انرژی ورودی به توربین، انرژی جنبشی آب هنگام ورود است. تفاوت انرژی جنبشی آب ورودی به توربین و انرژی جنبشی آب خروجی از توربین به انرژی مفید تبدیل می‌شود.

۱ تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow{v_1=v\ ,\ v_2=\frac{v}{2}}\Delta K=\frac{1}{2}m(\frac{v}{2})^2-\frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta K=-\frac{3}{4}(\frac{1}{2}mv^2)=-\frac{3}{4}K_1$$

۲ بنابراین کار مفید توربین برابر است با: $W_{مفید}=|\Delta K|=\frac{3}{4}K_1$

۳ بازده توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{مفید}}{W_{ورودی}}\xrightarrow[W_{مفید}=\frac{3}{4}K_1]{W_{ورودی}=K_1}Ra=\frac{3}{4}\times 100\Rightarrow Ra=75\%$$

B ۶۸۰ ۲

خط فکری انرژی ورودی به توربین از آزاد شدن انرژی پتانسیل گرانشی آبی که از آبشار فرو می‌ریزد تأمین می‌شود، یعنی $(W_{ورودی}=mgh)$ و انرژی الکتریکی که توربین تولید می‌کند همان انرژی خروجی (کار مفید) است.

۱ انرژی خروجی این توربین $650kJ$ و بازدهٔ آن ۶۵٪ است بنابراین انرژی (کار) ورودی به توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{خروجی}}{W_{ورودی}}\times 100\Rightarrow 65=\frac{650}{W_{ورودی}}\times 100\Rightarrow W_{ورودی}=1000kJ$$

۲ کار ورودی برابر است با:

$$W_{\text{ورودی}}=mgh\Rightarrow ۱۰۰۰\times ۱۰^{۳}=m\times ۱۰\times ۱۰\Rightarrow m=۱۰^{۴}\,kg$$

۳ با توجه به اینکه جرم هر مترمکعب آب $۱۰۰۰kg$ است، حجم آب خواهد شد:

$$\frac{۱۰۰۰kg}{۱۰^{۴}kg}\ \Big|\ \frac{۱m^{۳}}{V}\Rightarrow V=\frac{۱۰^{۴}\times ۱}{۱۰۰۰}=۱۰m^{۳}$$

B ۶۸۱ ۲

خط فکری ابتدا این ماشین جسم را بالا می‌برد و بخشی از کار ماشین به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در سامانه جسم - زمین ذخیره می‌شود و باقی آن تلف می‌شود و وقتی جسم رها می‌شود که به زمین برگردد چون مقاومت هوا ناچیز است انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود. در نتیجه، اگر شما انرژی جنبشی جسم هنگام رسیدن به سطح زمین را حساب کنید در واقع انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در جسم را به‌دست آورده‌اید که این انرژی همان کار مفید ماشین بالابر است. با داشتن کار مفید، بازده را می‌توانید حساب کنید.

۱ انرژی جنبشی جسم هنگام رسیدن به زمین را حساب می‌کنیم.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\xrightarrow[v=۴\sqrt{۵}m/s]{m=۴kg}K=\frac{۱}{۲}\times ۴\times(۴\sqrt{۵})^{۲}\Rightarrow K=۱۶۰J$$

که این همان کار مفید ماشین است. $W_{\text{خروجی}}=۱۶۰J$

۲ کاری که ماشین برای بالا بردن این جسم صرف کرده ۲۰۰ ژول است بنابراین بازدهٔ ماشین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\times ۱۰۰\Rightarrow Ra=۸۰٪$$

B ۶۸۲ ۲

توان مصرفی برابر آهنگ مصرف انرژی یا $\frac{E}{t}$ است و چون در مدت زمان یکسان داده شده تنها باید انرژی‌های مصرفی را مقایسه کرد اما بازده نسبت انرژی مفید به انرژی کل است. توان‌ها و بازده‌ها را به‌دست آورده با هم مقایسه می‌کنیم. بازده را با R نمایش می‌دهیم، داریم:

$$\text{مقایسه توان}:\begin{cases}P_A=\frac{E_A}{t}=\frac{۲۰۰۰۰J}{۳۶۰۰s}\\ P_B=\frac{E_B}{t}=\frac{۴۰۰۰۰J}{۳۶۰۰s}\end{cases}\Rightarrow P_B>P_A$$

$$\text{مقایسه بازده‌ها}:\begin{cases}Ra_A=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۳۰}{۴۰}\\ Ra_B=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{۲۸}{۴۰}\end{cases}\Rightarrow Ra_A>Ra_B$$

B ۶۸۳ ۳

توان ورودی هر دو تلمبه یکسان است بنابراین انرژی ورودی هر دو با هم برابر است. این انرژی ورودی در تلمبه اول باعث می‌شود که تلمبه A $۷۰L$ یا $۷۰kg$ آب را به ارتفاع ۱۰ متری ببرد، بنابراین بازده تلمبه A خواهد شد:

$$(Ra)_A=\frac{(E_A)_{\text{مفید}}}{(E_A)_{\text{کل}}}=\frac{m_Agh_A}{E_{\text{کل}}}=\frac{۷۰\times ۱۰\times ۱۰}{E_{\text{کل}}}$$

انرژی ورودی در تلمبه دوم $۵۰L$ یا $۵۰kg$ را به ارتفاع ۱۴ متری می‌برد، بنابراین بازده تلمبه B برابر می‌شود با:

$$(Ra_B)=\frac{(E_B)_{\text{مفید}}}{(E_B)_{\text{کل}}}=\frac{m_Bgh_B}{E_{\text{کل}}}=\frac{۵۰\times ۱۰\times ۱۴}{E_{\text{کل}}}$$

اکنون نسبت بازده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(Ra)_A}{(Ra)_B}=\frac{\frac{۷۰\times ۱۰\times ۱۰}{E_{\text{کل}}}}{\frac{۵۰\times ۱۰\times ۱۴}{E_{\text{کل}}}}=۱$$

بازی با سوال توان مصرفی بالابر A، ۲۰ درصد از توان مصرفی بالابر B بیشتر است و بازدهٔ آن $\frac{۶}{۵}$ برابر بازدهٔ بالابر B است. اگر m کیلوگرم بار با تندی ثابت توسط بالابرهای A و B به‌ترتیب در مدت زمان t_A و t_B تا یک ارتفاع مشخص بالا رود. حاصل $\frac{t_A}{t_B}$ کدام است؟ قلم‌چی

۱) $\frac{۳۶}{۲۵}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

گزینهٔ ۳

B ۶۸۴ ۱

۱ توان ۶ لامپ ۱۰۰ واتی برابر است با: $P_{\text{کل}}=۶\times ۱۰۰=۶۰۰W$

۲ مدت زمانی که لامپ‌ها در مدت یک ماه روشن هستند را برحسب ثانیه به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که لامپ در هر روز ۶ ساعت روشن است.

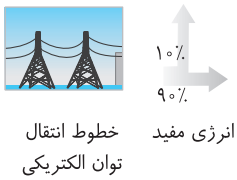
$$t=۱\times ۳۰\times ۶\times ۳۶۰۰\Rightarrow t=۱۸۰\times ۳۶۰۰s$$

(۱ روز، ۳۰ روز، ۶ ساعت، ۳۶۰۰ تبدیل به ثانیه)

۳ انرژی مصرفی توسط این ۶ لامپ در هر ماه خواهد شد:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=Pt\Rightarrow E_{\text{مفید}}=۶۰۰\times ۱۸۰\times ۳۶۰۰J$$

۴ با توجه به نمودار این انرژی ۹۰٪ انرژی رسیده به خطوط انتقال است بنابراین انرژی که توسط خطوط انتقال منتقل می‌شود خواهد شد:



$$Ra_{\text{خطوط انتقال}}=\frac{\text{انرژی رسیده به لامپ‌ها}}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow\frac{۹۰}{۱۰۰}=\frac{۶۰۰\times ۱۸۰\times ۳۶۰۰}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times ۳۶\times ۱۰^{۶}J$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times ۳۶MJ$$

۵ ۳۶٪ از انرژی حاصل از سوختن گازوئیل مفید بوده و وارد خطوط انتقال می‌شود بنابراین: $Ra_{\text{بازده نیروگاه}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{سوخت}}}\Rightarrow\frac{۳۶}{۱۰۰}=\frac{۱۲\times ۳۶}{W_{\text{سوخت}}}\Rightarrow W_{\text{سوخت}}=۱۲۰۰MJ$

۶ از سوخت هر لیتر گازوئیل $۳۰MJ$ انرژی تولید می‌شود بنابراین:

$$\frac{۳۰MJ}{۱۲۰۰MJ}\ \Big|\ \frac{۱L}{V}\Rightarrow V=\frac{۱۲۰۰MJ}{۳۰MJ}=۴۰L$$

دو جداره

B ۶۸۵ ۱

۱ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است. با توجه به تعریف شتاب، تندی جسم را پس از ۵s حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{a=۲m/s^{۲}}۲=\frac{v-۰}{۵}\Rightarrow v=۱۰m/s$$

۲ کار کل (کار نیروی خالص) وارد بر جسم را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی جسم به‌دست می‌آوریم.

$$W_t=W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow W_F=K_۲-K_۱\Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-۰$$

$$\xrightarrow[v=۱۰m/s]{m=۸kg}W_F=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۱۰^{۲}\Rightarrow W_F=۴۰۰J$$

۳ توان متوسط برابر خواهد شد با:

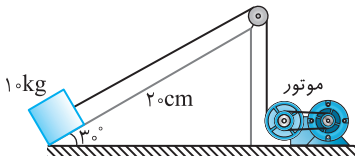
$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{۴۰۰}{۵}\Rightarrow P=۸۰W$$

B ۶۸۶ ۲

۱ تندی جعبه ثابت بوده و تغییر انرژی جنبشی آن صفر است $(\Delta K=0)$. از طرفی نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود و کارش صفر است. $W_{F_N}=0$

۲ ارتفاع سطح شیبدار را حساب می‌کنیم. ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است. $h=\frac{20}{2}=10m$

۳ کار نیروی وزن در بالا رفتن جسم از سطح منفی است، مقدار آن را به‌دست می‌آوریم. $W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-10\times10\times10\Rightarrow W_{mg}=-1000J$



۴ کار نیروی اصطکاک $\frac{1}{5}$ کار نیروی موتور است. $W_f=-\frac{1}{5}W_{\text{موتور}}$

۵ قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و کار موتور را به‌دست می‌آوریم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{\text{موتور}}+W_{mg}+W_{F_N}+W_f=0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}-1000-\frac{1}{5}W_{\text{موتور}}=0\Rightarrow\frac{4}{5}W_{\text{موتور}}=1000\Rightarrow W_{\text{موتور}}=1250J$$

۶ کار موتور در مدت $4s$ صورت گرفته است. بنابراین توان نیرو موتور خواهد شد:

$$P_{\text{موتور}}=\frac{W_{\text{موتور}}}{t}=\frac{1250}{4}=312/5W$$

B ۶۸۷ ۲

خط فکری دقت کنید که کار کل مفیدی که قرار است انجام شود، بالا بردن جسم است یعنی مجموع کار مفید موتورهای بالابر در دو مرحله باید برابر mgh جسم شود. کار مفید در هر مرحله را به کمک بازده حساب کنید و مجموع آن‌ها را برابر mgh قرار دهید.

در $50s$، دو موتور با توان $40kW$ و بازده ۲۵ درصد کار می‌کنند بنابراین:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow25=\frac{P_{\text{خروجی}}}{40}\times100\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=10kW$$

توان مفید هر موتور $10kW$ بوده و توان مجموع آن $10+10=20kW$ است، بنابراین در مدت $50s$ کار مفید هر دو موتور برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow W_{1_{\text{خروجی}}}=20\times50=1000kJ\Rightarrow W_{1_{\text{خروجی}}}=10^6J$$

در ادامهٔ مسیر یک موتور با توان مفید $10kW$ جسم را بالا می‌برد و کار مفید در این قسمت خواهد شد: $W_{2_{\text{خروجی}}}=10kW\times t'=10^4t'J$

مجموع کار $W_{1_{\text{خروجی}}}$ و $W_{2_{\text{خروجی}}}$ را برابر mgh قرار می‌دهیم.

$$W_{1_{\text{خروجی}}}+W_{2_{\text{خروجی}}}=mgh\xrightarrow{m=2500kg}10^6+10^4\times t'=2500\times10\times100$$

$$\Rightarrow10^6+10^4t'=2/5\times10^6\Rightarrow t'=\frac{1/5\times10^6}{10^4}\Rightarrow t'=150s$$

B ۶۸۸ ۱

۱ تندی حرکت جسم ثابت و برابر $1m/s$ است در این‌صورت جابه‌جایی بار در مدت ۲ دقیقه خواهد شد: $d=vt\Rightarrow d=1\times120\Rightarrow d=120m$

۲ کار مفید این موتور بالا بردن $4000kg$ بار به ارتفاع ۱۲۰ متر است بنابراین:

$$W_{\text{موتور}}=mgh\Rightarrow W_{\text{موتور}}=4\times10^3\times10\times120\Rightarrow W_{\text{موتور}}=4800\times10^3J=4800kJ$$

۳ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{t}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{4800kJ}{120}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=40kW$$

۴ به کمک بازده، توان مصرفی این موتور الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow80=\frac{40}{P_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=50kW$$

۵ برای به‌دست آوردن انرژی الکتریکی مصرفی برحسب kWh کافی است در رابطهٔ $E=Pt$، توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهید.

$$E=50\times\frac{2}{60}\Rightarrow E=\frac{5}{3}kWh$$

B ۶۸۹ ۱

خط فکری کار مفید هر دو پمپ فرستادن آب به ارتفاع h $(W_{\text{پمپ}}=mgh)$ است.

با داشتن توان ورودی و بازدهٔ هر پمپ توان خروجی هر پمپ را حساب کنید و به کمک توان خروجی هر پمپ، کار مفید را به‌دست آورید تا بتوانید نسبت $\frac{h_A}{h_B}$ را حساب کنید.

۱ توان خروجی پمپ A را حساب می‌کنیم.

$$Ra_A=\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{ورودی}_A}}\times100\xrightarrow[Ra_A=60\%]{P_{\text{ورودی}_A}=1200W}60=\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{1200}\times100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}_A}=720W$$

۲ توان خروجی پمپ B را به‌دست می‌آوریم.

$$Ra_B=\frac{P_{\text{خروجی}_B}}{P_{\text{ورودی}_B}}\times100\xrightarrow[Ra_A=40\%]{P_{\text{ورودی}_B}=600W}40=\frac{P_{\text{خروجی}_B}}{600}\times100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}_B}=240W$$

۳ حجم آبی که پمپ A پمپاژ می‌کند دو برابر حجم آبی است، که پمپ B پمپاژ می‌کند بنابراین $m_A=2m_B$ است اکنون نسبت $\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{خروجی}_B}}$ را می‌نویسیم:

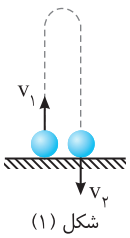
$$\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{خروجی}_B}}=\frac{\frac{W_{\text{خروجی}_A}}{t_A}}{\frac{W_{\text{خروجی}_B}}{t_B}}\xrightarrow[W=mgh]{t_A=t_B}\frac{720}{240}=\frac{m_Agh_A}{m_Bgh_B}\Rightarrow\frac{720}{240}=\frac{2h_A}{h_B}$$

$$\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=\frac{360}{240}\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=\frac{3}{2}$$

پنجره ۴ روبه‌رو ۵

B ۶۸۹ ۳

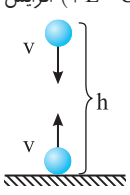
۱ **به شکل روبه‌رو** دقت کنید اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب کنید و گلوله یک مسیر رفت و برگشت را طی کند، وقتی به نقطهٔ پرتاب بازمی‌گردد تندی آن برابر تندی اولیه است $(v_1=v_2)$ و تغییرات انرژی جنبشی گلوله در این مسیر صفر است $(\Delta K=0)$ و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی برایند) نیز صفر است.



شکل (۱)

اما در تمام مسیر نیروی وزن بر جسم وارد می‌شود، یعنی نیروی برایند صفر نیست، بنابراین الزامی ندارد که گزینه (۱) درست باشد.

جسمی را با تندی ثابت v از سطح زمین بالا می‌برید، در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است بنابراین کار کل (کار نیروی برایند) صفر است اما با بالا رفتن جسم، انرژی پتانسیل گرانشی آن در حال افزایش است در نتیجه انرژی مکانیکی آن $(\uparrow E=U\uparrow+K)$ افزایش می‌یابد و گزینه (۲) نیز نادرست است.



شکل (۲)

می‌دانیم که کار برایند نیروهای وارد بر جسم، برابر با مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم (کار کل) است، بنابراین گزینه (۳) درست است.

شکل (۲) نشان می‌دهد که ممکن است انرژی مکانیکی ثابت نباشد اما قطعاً چون سرعت ثابت است و شتاب صفر است بنا به قانون دوم نیوتون الزاماً برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است و گزینه (۴) نادرست است.

B ۶۸۹ ۲

خط فکری منظور از حداقل توان متوسط خودرو این است که تمام توان صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو شده است، بنابراین کافی است تغییر انرژی جنبشی را حساب کرده سپس توان متوسط خودرو را به‌دست آورد.

تغییر انرژی جنبشی خودرو: $W_{\text{موتور}}=\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$

$$W_{\text{موتور}}=\frac{1}{2}\times 2000\times(10^2-8^2)\Rightarrow W_{\text{موتور}}=36\times10^3\,J$$

توان متوسط موتور خواهد شد:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=2\,min=120\,s}P=\frac{36\times10^3}{120}\Rightarrow P=300\,W$$

نمای ۳۵

B ۶۸۹ ۴

۱ حجم گوی را حساب می‌کنیم. $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times4^3\Rightarrow V=256\,cm^3$

۲ جرم گوی را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=5\,g/cm^3}m=5\times256\Rightarrow m=1280\,g=1/28\,kg$$

۳ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow K_2+U_2-K_1-U_1=W_f$$

$$\xrightarrow{K_1=0}K_2+(U_2-U_1)=W_f\Rightarrow K_2+\Delta U=W_f$$

جسم پایین آمده و تغییر انرژی پتانسیل آن منفی و برابر $(\Delta U=-mg\Delta h)$ است از این‌رو:

$$K_2+(-mg\Delta h)=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2-mg\Delta h=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times1/28\times v^2-1/28\times10\times10=-28$$

$$0/64v^2=100\Rightarrow0/8v=10\Rightarrow v=12/5\,m/s$$

نمای ۳۰

B ۶۸۹ ۲

۱ **ارتفاعی** که آسانسور به وسیله موتور بالا می‌رود برابر است با:

$$h=\text{تعداد طبقات}\times\text{ارتفاع هر طبقه}=3\times4=12\,m$$

۲ کار مفید موتور آسانسور، بالا بردن آسانسور ۵۰۰ کیلوگرمی به ارتفاع ۱۲ متر است، بنابراین کار مفید آن را حساب می‌کنیم.

$$W_{\text{خروجی}}=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=500\times10\times12\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=60000\,J$$

۳ توان مفید موتور آسانسور برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}}=\frac{W_{\text{خروجی}}}{t}\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=\frac{60000}{20}=3000\,W\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=3\times10^3\,W$$

۴ بازده موتور آسانسور خواهد شد:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100\xrightarrow{P_{\text{ورودی}}=30\times10^3\,W}Ra=\frac{3\times10^3}{30\times10^3}\times100\Rightarrow Ra=10\%$$

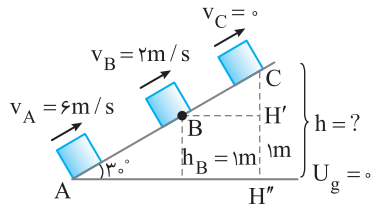
نمای ۳۵

C ۶۸۹ ۲

۱ با استفاده از قانون پایستگی انرژی در دو حالت A و B، کار نیروی اصطکاک از A تا B را به‌دست می‌آوریم.

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2)-\frac{1}{2}mv_A^2=W_f$$

$$20+4-\frac{1}{2}\times2\times36=W_f\Rightarrow W_f=-12\,J$$



۲ فاصلهٔ A تا B را حساب می‌کنیم:

ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° نصف وتر است. $h_B=\frac{AB}{2}\Rightarrow AB=2h_B=2m$

۳ نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_{f_{A\to B}}=-f_k(AB)\Rightarrow-12=-f_k(2)\Rightarrow f_k=6N$$

۴ قانون پایستگی انرژی را برای نقاط B و C می‌نویسیم.

$$E_C-E_B=W_{f_{B\to C}}\Rightarrow mgh-(mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2)=W_{f_{B\to C}}$$

$$20\times h-(20\times1+\frac{1}{2}\times2\times4)=-f_k(BC)\Rightarrow20h-(24)=-6(BC)\qquad(I)$$

۵ اکنون یک معادله با دو مجهول BC و h داریم بنابراین باید یک معادله دیگر به کمک شکل بنویسیم.

به شکل نگاه کنید می‌توانیم بنویسیم:

$$h=CH'+H'H''\xrightarrow{H'H''=1}CH'=h-1$$

از طرفی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° نصف وتر است.

$$CH'=\frac{1}{2}BC\Rightarrow BC=2CH'\Rightarrow BC=2(h-1)\quad(II)$$

۶ کافی است BC را در رابطه (I) جای‌گذاری کنیم.

$$20h-24=-6(2h-2)\Rightarrow20h-24=-12h+12\Rightarrow32h=36\Rightarrow h=\frac{9}{8}m$$

نمای ۳۱

B ۶۸۹ ۱

۱ **نیروی** اصطکاک بنا به فرض مسئله n برابر نیروی وزن است.

$$f_k=nW=nmg$$

۲ کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی d تا توقف برابر خواهد شد با:

$$W_f=-f_kd\Rightarrow W_f=-nmgd$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[U_1=U_2=0]{E_2=0}-E_1=W_f$$

$$\Rightarrow-K_1=W_f\Rightarrow-\frac{1}{2}mv^2=-nmgd\Rightarrow d=\frac{v^2}{2ng}$$

نمای ۲۹

B ۶۸۹ ۴

۷ **سطح زمین** را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

انرژی مکانیکی هر گلوله را در لحظهٔ پرتاب به‌دست می‌آوریم.

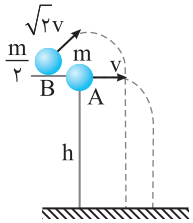
$$A:E_A=U_A+K_A=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$

$$B:E_B=U_B+K_B=\frac{m}{2}gh+\frac{1}{2}\frac{m}{2}(\sqrt{2}v)^2=\frac{m}{2}gh+\frac{1}{2}mv^2$$

بنابراین $E_A\neq E_B$ است و چون اتلاف انرژی ناچیز است انرژی مکانیکی آن‌ها در سطح زمین و نقطهٔ پرتاب یکسان است در نتیجه انرژی مکانیکی آن‌ها در رسیدن به زمین نیز متفاوت است.

تندی A هنگام برخورد به زمین را با اصل پایستگی انرژی مکانیکی به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}A:E_A=E'_A\Rightarrow mgh+\frac{1}{2}mv^2=0+\frac{1}{2}mv'^2_A\\ \Rightarrow v'^2_A=v^2+2gh\\ B:E_B=E'_B\Rightarrow\frac{m}{2}gh+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{m}{2}v'^2_B\\ \Rightarrow v'^2_B=2v^2+2gh\end{cases}\Rightarrow v'_A\neq v'_B$$



نمای ۲۸

B ۶۸۹ ۳

۸ **هـر دو آسانسـور** دارای جرم یکسـانی هسـتند و هر دو بار مشـابهی را به یـک اندازه بالا می‌برند. بنابراین کار مفید آن با هم برابر است.

($W_{O_A}=W_{O_B}=mgh$ ، منظور از W_O کار مفید و منظور از W_i کار ورودی است.)

بازده A دو برابر بازدهٔ B است از این رو می‌توان نوشت:

$$Ra_A=2Ra_B \xrightarrow{Ra=\frac{W_O}{W_i}\times 100} \frac{W_{O_A}}{W_{i_A}}=\frac{2W_{O_B}}{W_{i_B}}$$

$$\xrightarrow{W_{O_A}=W_{O_B}} \frac{1}{W_{i_A}}=\frac{2}{W_{i_B}} \Rightarrow W_{i_A}=\frac{1}{2}W_{i_B} \quad (I)$$

با توجه به فرض مسئله توان A نصف توان B است در نتیجه:

$$P_A=\frac{1}{2}P_B \Rightarrow \frac{W_{i_A}}{t_A}=\frac{1}{2}\frac{W_{i_B}}{t_B} \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{\frac{1}{2}W_{i_B}}{t_A}=\frac{1}{2}\frac{W_{i_B}}{t_B} \Rightarrow t_A=t_B$$

نمای ۳۶

B ۶۸۹ ۲

۹ ابتدا فاصلهٔ قائم نقاط (۱) و (۲) را به‌دست می‌آوریم.

در مثلث OAE می‌توان نوشت:

$$\cos 53^\circ=\frac{OA}{OE} \Rightarrow OA=OE\cos 53^\circ \Rightarrow OA=10\times 0/6=6m$$

در مثلث OBD خواهیم داشت:

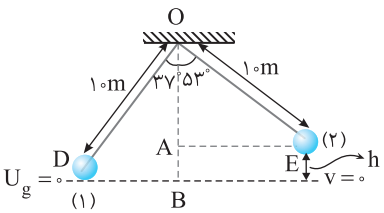
$$\cos 37^\circ=\frac{OB}{OD} \Rightarrow OB=OD\cos 37^\circ=10\times 0/8=8m$$

در این‌صورت h خواهد شد: $h=OB-OA=8-6 \Rightarrow h=2m$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1=E_2 \Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow[K_2=0]{U_1=0} K_1=U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2=mgh \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2=20 \Rightarrow v_1^2=40 \Rightarrow v_1=2\sqrt{10}m/s$$



نمای ۲۷

B ۶۸۹ ۲

۱۰ **کار خالصی** که با توان ثابت روی خودرو انجام می‌شود صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو شده است از این‌رو:

در حالت اول: تغییر انرژی جنبشی خواهد شد:

$$W_1=\Delta K_1=\frac{1}{2}m(2v)^2-\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta K_1=3(\frac{1}{2}mv^2) \qquad (I)$$

در حالت دوم: تغییر انرژی جنبشی خواهد شد:

$$W_2=\Delta K_2=\frac{1}{2}m(3v)^2-\frac{1}{2}m(2v)^2 \Rightarrow \Delta K_2=5(\frac{1}{2}mv^2) \quad (II)$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$P_1=P_2 \Rightarrow \frac{W_1}{t_1}=\frac{W_2}{t_2} \xrightarrow{(I)\text{و}(II)} \frac{3(\frac{1}{2}mv^2)}{t_1}=\frac{5(\frac{1}{2}mv^2)}{t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1}=\frac{5}{3}$$

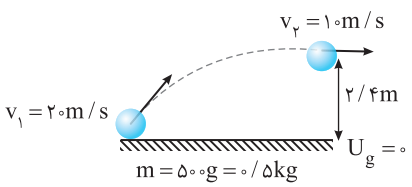
نمای ۳۵

پنجره تو در تو

B ۶۹۰ ۲

۱

یادآوری بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کُل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.



$$W_t=\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times 0/5(10^2-20^2)$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(-300) \Rightarrow W_t=-75J$$

یادآوری کار کُل برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است.

بـر توپ دو نیـروی وزن و نیـروی مقاومت هوا وارد می‌شـود. کار نیروی وزن به مسـیر بستگی ندارد و به ارتفاع قائم نقطهٔ ابتدایی و انتهایی از هم بستگی دارد.

توپ رو به بالا حرکت کرده بنابراین کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh \Rightarrow W_{mg}=-0/5\times 10\times 2/4 \Rightarrow W_{mg}=-12J$$

اکنون کار نیروی مقاومت هوا را حساب می‌کنیم.

$$W_t=W_{mg}+W_f \xrightarrow{W_t=-75J} -75=-12+W_f \Rightarrow W_f=-63J$$

نمای ۱۲ و ۱۴

A ۶۹۰ ۳

۲ **نیروی وزن** رو به پایین است، بنابراین هر گاه جسم رو به بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

نیـروی بالابر هواپیمـا باعث اوج گرفتن و بالا رفتن هواپیما می‌شـود. بنابراین کار نیروی بالابر هواپیما مثبت است و گزارهٔ (ب) درست است.

هنـگام اوج گرفتـن هواپیما قطعاً هواپیما به طرف جلو در حال حرکت اسـت و کار نیروی جلوبـر هواپیما مثبت بوده و گزارهٔ (پ) درسـت اسـت. کار نیروی مقاومـت هوا وارد بر هواپیما در خلاف جهت حرکت آن است و کارش منفی است و گزارهٔ (ت) نادرست است.

نمای ۷

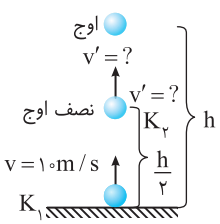
A ۶۹۰ ۲

۳ **کار نیروی وزن** هنگام پایین آمدن جسـم برابر $W_{mg}=mgh$ اسـت و کار نیروی وزن ارتباطی به وجود اصطکاک یا نبود اصطکاک ندارد بنابراین $(W_1=W_2)$ خواهد بود.

نمای ۹

B ۶۹۰ ۲

۴ **روش اول:** بـه نحـوهٔ حـل ایـن قسـمت دقت کنید. تا نصف ارتفاع اوج، نصف انرژی جنبشی اولیه گلوله به انرژی پتانسـیل گرانشـی تبدیل می‌شـود و نصف انرژی اولیـه به صورت انرژی جنبشی باقی می‌ماند.



$$K_2=\frac{1}{2}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2^2=\frac{1}{2}v_1^2$$

$$v_2=\frac{\sqrt{2}}{2}v_1 \Rightarrow v_2=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 10=5\sqrt{2}m/s$$

روش دیگر: البته معمولاً این نوع مسئله‌ها را به این گونه حل می‌کنیم:

۱ ابتدا با اصل پایستگی انرژی ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم.

$$E_1=E_{\text{اوج}}\Rightarrow U_1+K_1=U_{\text{اوج}}+K_{\text{اوج}}\xrightarrow[K_{\text{اوج}}=0]{U_1=0}\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_{\text{اوج}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{اوج}}=\frac{v_1^2}{2g}\Rightarrow h_{\text{اوج}}=\frac{100}{20}\Rightarrow h_{\text{اوج}}=5m$$

۲ نصف ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم. $h=\frac{h_{\text{اوج}}}{2}=\frac{5}{2}=2/5m$

۳ اصل پایستگی انرژی را برای ابتدای مسیر و در ارتفاع $\frac{h}{2}$ (نصف ارتفاع اوج) می‌نویسیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow{U_1=0}\frac{1}{2}mv_1^2=mg(\frac{h}{2})+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{1}{2}\times10^2=10\times2/5+\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow50-25=\frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2=2\times25\Rightarrow v_2=5\sqrt{2}m/s$$

نمای ۲۳

B ۶۹۰ ۳

۵ خط فکری راننده ترمز می‌کند. تندی و انرژی جنبشی اتومبیل کاهش پیدا می‌کند و تا رسیدن به مانع ٪۹۶ انرژی جنبشی تلف‌شده و تنها ٪۴ انرژی جنبشی اولیه باقی می‌ماند. بنابراین شما کافی است انرژی جنبشی هنگام برخورد را برابر $\frac{4}{100}$ انرژی جنبشی اولیه قرار دهید.

با توجه به خط فکری بیان شده می‌توان نوشت:

$$K_2=0/04K_1\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=0/04\times\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow v_2^2=0/04v_1^2$$

$$\Rightarrow v_2=0/2v_1\xrightarrow{v_1=108km/h}v_2=21/6km/h$$

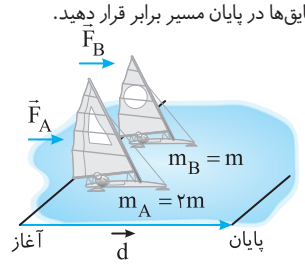
اکنون یکای تندی به‌دست آمده را از km/h به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v_2=21/6\frac{km}{h}\times\frac{10^3m}{1km}\times\frac{1h}{3600s}\Rightarrow v_2=\frac{21/6}{3/6}\Rightarrow v=6m/s$$

نمای ٤

A ۶۹۰ ۱

۶ خط فکری وقتی صحبت از انرژی جنبشی است، یعنی معمولاً شما باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی بروید و کار نیروی F_A و کار نیروی F_B را با توجه به برابر بودن انرژی جنبشی قایق‌ها در پایان مسیر برابر قرار دهید.



در حرکت هر دو قایق کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمودند صفر است، بنابراین برای هر قایق می‌توان نوشت:

$$W_{t_A}=\Delta K_A\Rightarrow W_{F_N}+W_{mg}+W_{F_A}=K_A-0$$

$$\Rightarrow W_{F_A}=K_A\quad(1)\ \text{قایق A}$$

$$W_{t_B}=\Delta K_B\Rightarrow W_{F_N}+W_{mg}+W_{F_B}=K_B-0$$

$$\Rightarrow W_{F_B}=K_B\quad(2)\ \text{قایق B}$$

با توجه به فرض مسئله $K_A=K_B$ است، بنابراین:

$$W_{F_A}=W_{F_B}\Rightarrow F_Ad=F_Bd\Rightarrow F_A=F_B\Rightarrow\frac{F_A}{F_B}=1$$

نمای ۱۸

A ۶۹۰ ۳

۷ **مسئله ساده‌ای** است، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی از ارتفاع h_1 تا ارتفاع $h_2=\frac{3}{2}h_1$ برابر $20J$ بیان شده است، بنابراین می‌توان نوشت

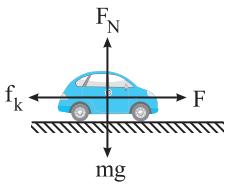
$$\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow20=mg(h_2-h_1)\Rightarrow20=0/2\times10\times(\frac{3}{2}h_1-h_1)$$

$$\Rightarrow\frac{h_1}{2}=10\Rightarrow h_1=20m$$

نمای ۲۲

B ۶۹۰ ۱

۸ **برایند نیروهای** مقاوم در مقابل حرکت، در خلاف جهت جابه‌جایی جسم است و کار آن منفی است. یعنی کار نیروهای مقاوم در این مسئله $W_f=-80kJ$ است. با دانستن این مطلب ابتدا نیروهای مقاوم در مقابل حرکت را با توجه به تعریف کار به‌دست می‌آوریم.



$$W_{f_{\text{اصطکاک}}}=f_{\text{اصطکاک}}\times d\times\cos180^\circ\xrightarrow{W_f=-80kJ}$$

$$-80\times10^3=f_{\text{اصطکاک}}\times50\times(-1)\Rightarrow f_{\text{اصطکاک}}=1600N$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل می‌کنیم

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow F-1600=2/5\times10^3\times1\Rightarrow F=4100N$$

بازی با سؤال **جسمی به جرم $2kg$ از ارتفاع ۱۰ متری رها شده و روی خط راست با شتاب $8m/s^2$ به سمت پایین سقوط می‌کند. کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند ژول است؟** $(g=10m/s^2)$ آزمون مدارس برتر

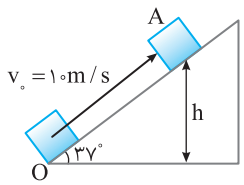
۱) -40 ۲) 40 ۳) -160 ۴) 160

گزینهٔ ۱

نمای ۱۱

C ۶۹۰ ۱

۹ خط فکری سرعت بازگشت جسم به محل پرتاب از سرعت اولیه کمتر شده است و این نشان می‌دهد که مسیر دارای اصطکاک است و بخشی از انرژی جسم در اثر اصطکاک تلف شده است، شما باید قضیه کار و انرژی جنبشی را یک‌بار برای مسیر رفت و بار دیگر برای مسیر برگشت بنویسید و یادتان باشد در هر دو مسیر کار نیروی عمود سطح صفر است و مجموع کار نیروی اصطکاک و نیروی وزن برابر تغییر انرژی جنبشی می‌شود. قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را در در مسیر رفت می‌نویسیم



$$W_{mg}+W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow-mgh+W_{f_k}=0-\frac{1}{2}mv_1^2\quad(1)$$

قضیه کار و انرژی جنبشی را در مسیر برگشت می‌نویسیم:

$$W_{mg}+W_{f_k}=\Delta K\Rightarrow mgh+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv_2^2-0\quad(2)$$

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و در مسیر برگشت باهم برابراند. ما می‌خواهیم h را حساب کنیم تا بتوانیم OA را به‌دست بیاوریم. بنابراین رابطهٔ (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم.

$$mgh+W_f-(-mgh+W_f)=\frac{1}{2}mv_2^2-(-\frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$2mgh=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow2\times10\times h=\frac{1}{2}(2\sqrt{5})^2+\frac{1}{2}(10)^2$$

$$\Rightarrow20h=60\Rightarrow h=3m$$

اکنون به کمک سینوس زاویه 37° در شکل، OA را حساب می‌کنیم.

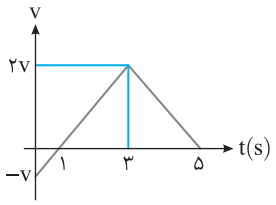
$$\sin37^\circ=\frac{h}{OA}\Rightarrow0/6=\frac{3}{OA}\Rightarrow OA=5m$$

نمای ۲۰ و ۳۳

B ۶۹۰ ۲

۱۰ **کار نیروی برایند** وارد بر جسم یا کار کُل خواسته شده است، یعنی باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم.

به نمودار نگاه کنید. در بازهٔ ۰ تا ۳s خواهیم داشت:



$$W_t=\Delta K$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}m(2v)^2-\frac{1}{2}m(-v)^2$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{3}{2}mv^2 \quad (1)$$

در بازهٔ ۳s تا ۵s نیز می‌توان نوشت:

$$W'_t=\Delta K'\Rightarrow W'=0-\frac{1}{2}m(2v)^2\Rightarrow W'=-4\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \quad (2)$$

اکنون با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{W'}{W}=\frac{-4\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}\Rightarrow\frac{W'}{W}=-\frac{4}{3}\Rightarrow W'=-\frac{4}{3}W$$

بازی با سؤال **معادلهٔ تندی - مکان متحرکی به‌صورت** $v=x^2+2x+4$ **است. کار کل در دو متر اول حرکت چند برابر کار کل در دو متر بعدی حرکت است؟**

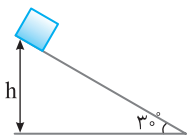
۱) ۵ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۳

گزینهٔ ۲

نمای ۱۳

A ۶۹۰ ۱

۱۱ **سطح بدون** اصطکاک است، از طرفی نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود است و کار آن صفر است. بنابراین تنها کار نیروی وزن می‌ماند که آن نیز بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهد شد:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}=K-0\Rightarrow W_{mg}=\frac{1}{2}mv^2$$

بنابراین کار نیروی وزن یک تابع درجه دو برحسب تندی است که نمودار آن یک سهمی است و گزینهٔ (۱) درست است.

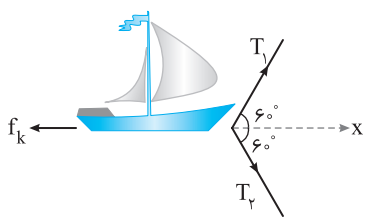
نمای ۱۳

A ۶۹۰ ۳

۱۲ **۱** **کار هر** یک از نیروهای T_1 و T_2 را حساب می‌کنیم.

$$W=Fd\cos\theta \xrightarrow[\theta=60^\circ\ d=20m]{F=T_1=200N}$$

$$W_{T_1}=W_{T_2}=200\times20\times\frac{1}{2}\Rightarrow W_{T_1}=W_{T_2}=2000J$$



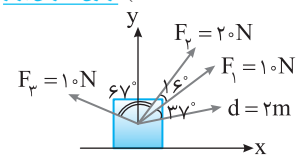
۲ کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$W_f=f_k d\cos\theta \xrightarrow{f_k=50N} W_{f_k}=50\times20\times(-1)=-1000J$$

۳ کار کل برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهاست. بنابراین:

$$W_t=W_{T_1}+W_{T_2}+W_{f_k}=2000+2000+(-1000)=W_t=3000J$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو جسمی تحت تأثیر سه نیروی** F_1، F_2 **و** F_3 **جابه‌جایی** ۲m **را در جهت نشان داده شده طی می‌کند. کار کل چند ژول است؟** $(\sin37^\circ=\cos53^\circ=0/6,\cos37^\circ=\sin53^\circ=0/8)$ آزمون مدارس برتر



۱) −۱۰ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۳۰

گزینهٔ ۴

نمای ۱۰

B ۶۹۰ ۲

۱۳ **خط فکری** به دو نکته در سؤال باید دقت کنید

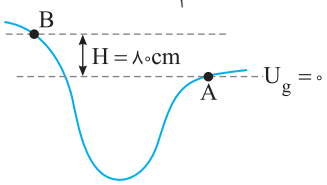
۱ نصف انرژی جنبشی اولیه از A تا B تلف می‌شود، یعنی $E_B=\frac{1}{2}E_A$ است.

۲ تندی در نقطهٔ B نصف تندی در نقطهٔ A است. $(v_B=\frac{1}{2}v_A)$ با نوشتن قانون پایستگی انرژی مسئله قابل حل است.

سطحی که نقطهٔ A بر آن قرار دارد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم

۱ انرژی مکانیکی در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_A=U_A+K_A \xrightarrow{U_A=0} E_A=\frac{1}{2}mv_A^2$$



۲ انرژی مکانیکی در نقطهٔ B برابر است با:

$$E_B=U_B+K_B\Rightarrow E_B=mgH+\frac{1}{2}mv_B^2$$

۳ با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$E_B=\frac{1}{2}E_A\Rightarrow mgH+\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv_A^2\right)\xrightarrow{H=0/8m}$$

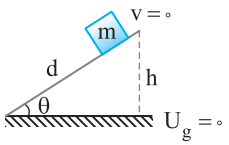
$$10\times0/8+\frac{1}{2}v_B^2=\frac{1}{4}v_A^2\xrightarrow{v_B=\frac{1}{2}v_A}8+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}v_A^2\right)=\frac{1}{4}v_A^2$$

$$\Rightarrow8=\frac{1}{8}v_A^2\Rightarrow v_A=8m/s$$

نمای ۳۱

B ۶۹۰ ۳

۱۴ **ارتفاعی که** جسم از آن رها می‌شود را حساب می‌کنیم.



$$\sin\theta=\frac{h}{d}\Rightarrow h=d\sin\theta \quad (1)$$

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی تندی جسم را در پایین سطح به دست می‌آوریم.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{2gh} \quad (2)$$

مقدار h را از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) قرار می‌دهیم.

$$v=\sqrt{2gd\sin\theta}$$

نتایجی که از این رابطه به‌دست می‌آید این است که:

۱ تندی جسم در پایین سطح به جرم جسم بستگی ندارد و گزارهٔ (الف) نادرست است.

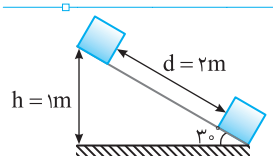
۲ با ثابت ماندن طول سطح شیبدار (d) هر چه زاویه سطح (θ) افزایش یابد تندی جسم در پایین سطح بیشتر می‌شود و گزاره (ب) درست است.

۳ با ثابت ماندن θ و افزایش d قطعاً تندی در پایین سطح افزایش می‌یابد و گزاره (پ) درست است. بنابراین دو گزاره درست است.

نمای ۲۸

۱۵ **A** ۶۹۰ **۴**

۱ جسم روی سطح ۲ متر جابه‌جا شده است، یعنی مطابق شکل به اندازهٔ $h=\frac{۲}{۲}=۱m$ پایین آمده است (ضلع



روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است). کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W_{mg}=+mgh\Rightarrow W_g=+۲\times۱۰\times۱\Rightarrow W_g=+۲۰J$$

۲ نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود و کار آن صفر است.

۳ تندی جسم ثابت است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم در این مسیر صفر است. $(\Delta K=۰)$

۴ قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{F_N}+W_{f_k}=۰\Rightarrow+۲۰+W_{f_k}=۰\Rightarrow W_{f_k}=-۲۰J$$

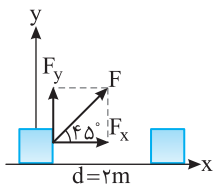
نمای ۳۱

۱۶ **C** ۶۹۰ **۱**

اندازهٔ جابه‌جایی جسم ۲ متر و در جهت محور xها است، کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهدشد: $W=Fd\cos\alpha\xrightarrow[d=۲m,\alpha=۴۵^\circ]{W=۲J}۲=F\times۲\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow F=\sqrt{۲}N$

هرگاه برداری با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۴۵° بسازد، اندازهٔ مؤلفه‌های آن بردار روی محورهای x و y با هم برابر است. بنابراین با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$\vec{F}=n\vec{i}+n\vec{j}\Rightarrow F=n\sqrt{۲}\xrightarrow{F=\sqrt{۲}}\sqrt{۲}=n\sqrt{۲}\Rightarrow n=۱\Rightarrow\vec{F}=\vec{i}+\vec{j}$$



نمای ۸

۱۷ **B** ۶۹۰ **۲**

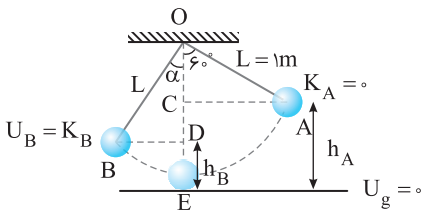
۱ **ارتفاع** قائم نقاط A و B را از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر حساب می‌کنیم.

$$h_A=OE-OC\xrightarrow{OE=L,\,OC=L\cos۶۰^\circ}h_A=L-L\cos۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow h_A=L(۱-\cos۶۰^\circ)\Rightarrow h_A=۱\times(۱-\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۲}m$$

$$h_B=OE-OD\xrightarrow{OE=L,\,OD=L\cos\alpha}h_B=L-L\cos\alpha$$

$$\Rightarrow h_B=L\times(۱-\cos\alpha)\Rightarrow h_B=۱\times(۱-\cos\alpha)=۱-\cos\alpha$$



۲ بزرگی کار نیروی مقاومت هوا ۰/۲J بیان شده بنابراین $W_{f_b}=۰/۲J$ است.

۳ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow U_B+K_B-(U_A+K_A)=W_f$$

$$\xrightarrow[K_A=۰,W_f=-۰/۲J]{U_B=K_B\text{ فرض مسئله}}۲K_B-U_A=-۰/۲J\Rightarrow۲\times\frac{۱}{۲}mv_B^۲-mgh_A$$

$$=-۰/۲J\xrightarrow{m=۰/۲kg}۰/۲\times v_B^۲-۰/۲\times۱۰\times\frac{۱}{۲}=-۰/۲$$

$$\Rightarrow۰/۲v_B^۲=۰/۸\Rightarrow v_B^۲=۴\Rightarrow v_B=۲m/s$$

جالب است اصلاً به حساب کردن h_B و داشتن α نیازی نبود و فقط وقت تلف کردیم.

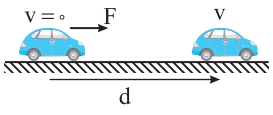
نمای ۳۱

۱۸ **B** ۶۹۰ **۲**

خط فکری در مسیر افقی نشان داده شده کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است. در مرحلهٔ اول به خودرو نیروی F و در مرحله دوم نیروی $F+F'$ وارد شده و از شما نسبت $\frac{F'}{F}$ خواسته شده است، بنابراین شما باید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی در هر مرحله نیروی F و F' را برحسب جرم خودرو (m)، تندی (v) و جابه‌جایی (d) به‌دست بیاورید تا بتوانید $\frac{F'}{F}$ را حساب کنید.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در قسمت اول مسیر داریم:

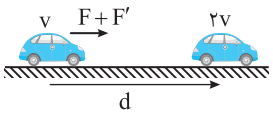
$$W_F=\Delta K\xrightarrow{v_۱=۰}Fd=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow F=\frac{mv^۲}{۲d}\quad(۱)$$



در قسمت دوم در جابه‌جایی d، تندی از v به ۲v رسیده است. بنابراین

$$W_{F+F'}=\Delta K\Rightarrow(F+F')d=\frac{۱}{۲}m(۲v)^۲-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$Fd+F'd=\frac{۱}{۲}m(۳v^۲)\xrightarrow{Fd=\frac{۱}{۲}mv^۲}F'd=mv^۲\Rightarrow F'=\frac{mv^۲}{d}\quad(۲)$$



برای به‌دست آوردن $\frac{F'}{F}$ کافی است رابطه (۲) را بر رابطهٔ (۱) تقسیم کنیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{mv^۲}{d}}{\frac{mv^۲}{۲d}}=۲$$

نمای ۱۷

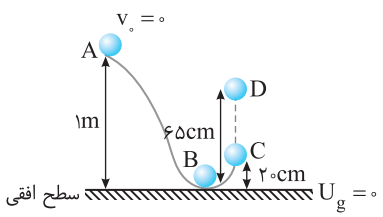
۱۹ **C** ۶۹۰ **۱**

۱ **نکته مهم** در حل این تست این است که از C تا D نیروی اصطکاک نداریم، پس انرژی مکانیکی نقاط C و D باهم برابر است $(E_C=E_D)$. از این‌رو می‌توان به جای E_C، E_D را قرار داد. اما چرا چنین کاری را انجام می‌دهیم. زیرا در نقطهٔ D که ارتفاع آن از سطح زمین مشخص است تنها انرژی پتانسیل گرانشی داریم. پس برویم به دنبال حل مسئله. سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط A و C، کار نیروی اصطکاک را می‌توان به‌دست آورد.

$$E_C-E_A=W_{f_{A\to C}}\xrightarrow{E_C=E_D}E_D-E_A=W_{f_{A\to C}}$$

$$\Rightarrow mgh_D-mgh_A=W_{f_{A\to C}}$$

$$\Rightarrow W_{f_{A\to C}}=۰/۱\times۱۰\times۰/۶۵-۰/۱\times۱۰\times۱=-۰/۳۵J$$



۲ کار کل مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. اگر کار نیروی وزن از A تا C و کار نیروی عمودی سطح از A تا C را حساب کنیم، کار کل به‌دست می‌آید. کار نیروی عمودی تکیه‌گاه از A تا C صفر است $(W_{F_N}=۰)$ زیرا این نیرو در هر نقطه

از مسیر A تا C بر مسیر عمود است. کار نیروی وزن از A تا C به مسیر بستگی ندارد و برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است.

$W_g = -(U_C - U_A) = -(mgh_C - mgh_A)$ کار نیروی وزن

$\Rightarrow W_g = -(۰/۱\times۱۰\times۰/۲ - ۰\times۱۰R\times۱) = +۰/۸J$

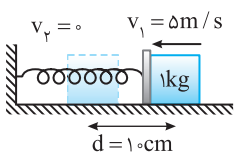
۳ اکنون کار کل را می‌توان حساب کرد

$W_t = W_{mg} + W_f + W_{F_N} = ۰/۸ + (-۰/۳۵) + ۰ \Rightarrow W_t = ۰/۴۵J$ کار کل

نمای ۱۹ و ۱۶

B ۶۹۰ ۱

۲۰ طبق معمول کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی وزن در این مسیر افقی صفر است. پس از برخورد دو نیروی مؤثر بر جسم وارد می‌شود یکی نیروی اصطکاک (f_k) و دیگری نیروی فنر (F_e) و بنابر قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:



$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_{mg} + W_{F_e} + W_{f_k} = \Delta K$

$W_{F_e} - f_k d = ۰ - \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[m=۱kg]{f_k=۲۰N} W_{F_e} - ۲۰\times۰/۱ = \frac{-۱}{۲}\times۱\times(۵)^۲$

$\Rightarrow W_{F_e} - ۲ = -۱۲/۵ \Rightarrow W_{F_e} = -۱۰/۵J$

نمای ۲۱

B ۶۹۰ ۴

خط فکری **۲۱** می‌خواهیم تندی جسم را در پایین سطح پیدا کنیم، باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم، بنابراین باید کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را حساب کنیم.

۱ با توجه به خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین نیروی F و مسیر $\theta = ۳۰^\circ$ خواهد شد. بنابراین کار نیروی F برابر است با:

$W_F = Fd\cos\theta \Rightarrow W_F = ۱۰\sqrt{۳}\times۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow W_F = ۱۵۰J$

۲ کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود بوده صفر است. $W_{F_N} = ۰$

۳ کار نیروی وزن به ارتفاع قائم h بستگی دارد. ابتدا باید h را حساب کنید.

$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h}{۱۰} \Rightarrow h = ۵m$

جسم پایین می‌آید. کار نیروی وزن مثبت بوده و خواهد شد:

$W_{mg} = +mgh \Rightarrow W_{mg} = ۲\times۱۰\times۵ \Rightarrow W_{mg} = ۱۰۰J$

۴ کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم.

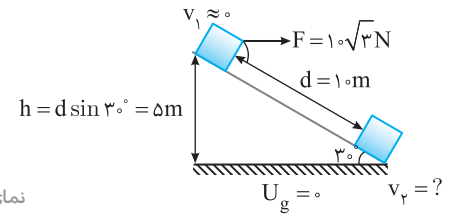
$W_{f_k} = f_k d\cos\theta \xrightarrow{\theta=۱۸۰^\circ} W_{f_k} = -f_k d$

$\xrightarrow{f_k=۵N} W_{f_k} = -۵\times۱۰ = -۵۰J$

۵ اکنون با نوشتن قضیه کار و انرژی جنبشی مسئله حل می‌شود.

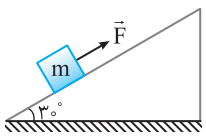
$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{F_N} + W_F + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - K_۱$

$\Rightarrow ۱۰۰ + ۱۵۰ + ۰ - ۵۰ = \frac{۱}{۲}\times۲\times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۰\sqrt{۲}m/s$



نمای ۲۰

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m با نیروی ثابت F و با تندی ثابت روی سطح بدون اصطکاکی به اندازه L بالا می‌رود. کار نیروی F در این جابه‌جایی کدام است؟



۱) mgl ۲) $\frac{mgl}{۲}$ ۳) $-mgl$ ۴) $-\frac{mgl}{۲}$

گزینهٔ ۲

C ۶۹۰ ۱

۲۲ با توجه به پایستگی انرژی در مسیر A تا B داریم:

$E_B - E_A = W_{f_{A\to B}} \xrightarrow[E_A=U_A]{E_B=K_B} \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - mgh = W_{f_{A\to B}}$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - m\times۱۰\times۵ = W_{f_{A\to B}}$

در مسیر B تا C نیز با توجه به پایستگی انرژی در مسیر B تا C داریم:

$E_C - E_B = W_{f_{B\to C}} \xrightarrow[E_C=U_C]{E_B=K_B} mgh' - \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = W_{f_{B\to C}}$

$\Rightarrow m\times۱۰\times۲ - \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = W_{f_{B\to C}}$

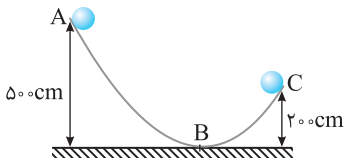
با توجه به سؤال کار نیروی اصطکاک در مسیر AB، ۱/۵ برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر BC است، داریم:

$W_{f_{A\to B}} = ۱/۵W_{f_{B\to C}} \xrightarrow[W_{f_{B\to C}} = ۲۰m - \frac{۱}{۲}mv_B^۲]{W_{f_{A\to B}} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - ۵۰m}$

$\frac{۱}{۲}mv_B^۲ - ۵۰m = ۱/۵(۲۰m - \frac{۱}{۲}mv_B^۲)$

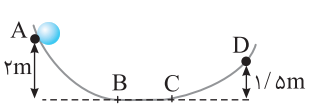
$\frac{۱}{۲}mv_B^۲ - ۵۰m = ۳۰m - \frac{۳}{۴}mv_B^۲ \xrightarrow{\text{از دو طرف } m \text{ ساده شود}}$

$۸۰ = \frac{۵}{۴}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۶۴ \Rightarrow v_B = ۸m/s$



نمای ۳۳ و ۳۱

بازی با سؤال در شکل زیر گلوله از حال سکون از نقطه A شروع به حرکت می‌کند و از طرف دیگر حداکثر تا نقطه D بالا می‌رود. اگر فقط قسمت افقی مسیر اصطکاک داشته باشد، وقتی گلوله از نقطه D بر می‌گردد و به نقطه B می‌رسد، اندازه سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۲\sqrt{۱۰}$ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $\sqrt{۵}$

گزینهٔ ۱

B ۶۹۰ ۴

۲۳ ۱ تندی جسم ثابت و نیروی خالص وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$f_{\text{مقاوم}} = F_{\text{پیشرانه}} \xrightarrow{f_{\text{مقاوم}}=۸۰۰N} F_{\text{پیشرانه}} = ۸۰۰N$

۲ کار نیروی موتور قایق برابر است با:

$W_F = Fd$

۳ توان نیروی موتور خواهد شد:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{Fd}{t}\Rightarrow P=Fv\Rightarrow P=۸۰۰\times ۱۲\Rightarrow P=۹۶۰۰W$$

۴ توان را برحسب اسب بخار حساب می‌کنیم

$$P=۹۶۰۰W\times\frac{۱hp}{۷۵۰W}\Rightarrow P=۱۲/۸hp$$

ضریب تبدیل وات به اسب بخار

میانبر استفاده از رابطه $P=Fv$ برای یافتن توان نیروی وسیله ای که با تندی ثابت v در حرکت است.

نمای ۳۵

B ۶۹۰ ۱

۲۴ خط فکری $\frac{۳}{۴}$ انرژی جنبشی آب توسط مولد به انرژی الکتریکی تبدیل شده است، بنابراین شما باید از خود بپرسید که این انرژی جنبشی از کجا آمده است؟ قطعاً انرژی پتانسیل گرانشی $۲۵۰m^۳$ آب به انرژی جنبشی تبدیل شده است که $\frac{۳}{۴}$ این انرژی به انرژی مفید الکتریکی تبدیل شده است.

۱ جرم $۲۵۰m^۳$ آب را به‌دست می‌آوریم

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۱۰۰۰kg/m^۳} m=۱۰۰۰\times ۲۵۰=۲۵\times ۱۰^۴kg$$

۲ سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و انرژی پتانسیل را حساب می‌کنیم: $E_۱=U=mgh\Rightarrow E_۱=۲۵\times ۱۰^۴\times ۱۰\times ۸۰\Rightarrow E_۱=۲۰\times ۱۰^۷J$

۳ $\frac{۳}{۴}$ این انرژی به انرژی مفید الکتریکی تبدیل شده است.

$$E_۲=\frac{۳}{۴}E_۱\Rightarrow E_۲=\frac{۳}{۴}\times ۲۰\times ۱۰^۷\Rightarrow E_۲=۱۵\times ۱۰^۷J$$

۴ این انرژی در هر ثانیه تولید می‌شود، بنابراین توان برابر است با:

توان مفید: $P_{مفید}=۱۵\times ۱۰^۷W\Rightarrow P=۱۵۰MW$

نمای ۳۵

B ۶۹۰ ۴

۲۵ **ماشین A**، در هر ساعت $۳۰kJ$ انرژی دریافت کرده و $۲۵kJ$ کار مفید انجام داده است، بنابراین در ماشین A در مدت یک ساعت $۳۰-۲۵=۵kJ$ انرژی تلف شده است و بازده ماشین A برابر با:

$$Ra_A=\frac{W_{خروجی}}{W_{ورودی}}\times ۱۰۰\Rightarrow Ra_A=\frac{۲۵}{۳۰}\times ۱۰۰=\frac{۵}{۶}\times ۱۰۰ \quad (۱)$$

ماشین B، در هر ساعت $۳۵kJ$ انرژی دریافت کرده و $۲۰kJ$ کار مفید انجام داده است، بنابراین در ماشین B در مدت یک ساعت $۳۵-۲۰=۱۵kJ$ توان تلف شده است و بازده ماشین B برابر است با:

$$Ra_B=\frac{W_{خروجی}}{W_{ورودی}}\times ۱۰۰\Rightarrow Ra_B=\frac{۲۰}{۳۵}\times ۱۰۰=\frac{۴}{۷}\times ۱۰۰ \quad (۲)$$

از رابطه (۱) و (۲) مشخص است که: $\frac{۵}{۶}>\frac{۴}{۷}\Rightarrow Ra_A>Ra_B$

از طرفی در ماشین A، در هر ساعت $۵kJ$ و در ماشین B در هر ساعت $۱۵kJ$ انرژی تلف شده است، یعنی توان اتلافی A از توان اتلافی B کمتر است. $P_A<P_B$

نمای ۳۶

فصل چهارم: دما و گرما

پنجره ۱

A ۶۹۱ ۳

دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی اجسام را نشان می‌دهد. برای اندازه‌گیری دما توسط دماسنج از تغییر یک کمیت در اثر گرمی و سردی استفاده می‌شود که به آن **کمیت دماسنجی** می‌گویند.

کمترین دمای ممکن صفر کلوین برابر $-۲۷۳/۱۵^\circ C$ است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

A ۶۹۲ ۲

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج‌های معیار برای اندازه‌گیری گسترهٔ دماهای مختلف پذیرفته‌اند. دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تف‌سنج.

A ۶۹۳ ۳

در دماسنج فارنهایت نقطهٔ انجماد آب $۳۲^\circ F$ و نقطهٔ جوش آب $۲۱۲^\circ F$ است و بین این دو دما به ۱۸۰ قسمت تقسیم شده و گزینهٔ (۱) درست است.

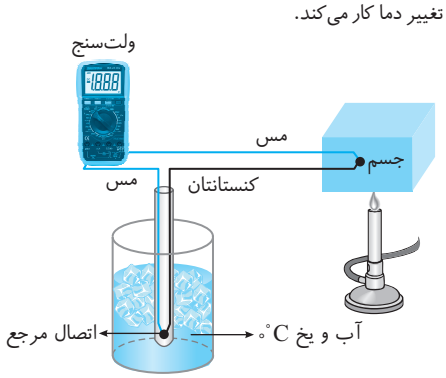
اساس کار تف‌سنج که یک دماسنج معیار است، تابش گرمایی اجسام است و گزینهٔ (۲) درست است.

مقیاس دما در SI کلوین است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در دماسنج ترموکوپل کمیت دماسنجی ولتاژ است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۶۹۴ ۲

ترموکوپل یکی از انواع دماسنج است که مطابق شکل کمیت دماسنجی آن ولتاژ است. این دماسنج از دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان ساخته شده که از یک طرف در دمای ذوب یخ نگه‌داشته شده و از طرف دیگر در مکانی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه‌گیری کنیم، به هم متصل شده‌اند که با تغییر دمای محل مورد نظر، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند. بنابراین این دماسنج بر اساس تغییر ولتاژ در اثر تغییر دما کار می‌کند.



طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

بازی با سوال اساس کار دماسنج ترموکوپل چیست؟

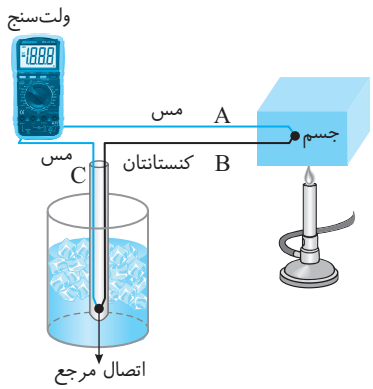
۱) تبدیل انرژی الکتریکی به گرمایی ۲) تبدیل انرژی شیمیایی به گرمایی

۳) تبدیل انرژی گرمایی به الکتریکی ۴) تبدیل انرژی گرمایی به شیمیایی

گزینهٔ ۳

A ۶۹۵ ۲

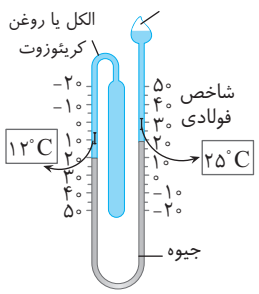
در دماسنج ترموکوپل وسیله اندازه‌گیری (X) ولت‌سنج می‌باشد و دو سیم هم‌جنس به آن متصل می‌شود پس A و C هم‌جنس‌اند. همچنین در ترموکوپل برای ایجاد این اختلاف پتانسیل لازم است که دو سیم غیرهم‌جنس به جسم و منبع آب و یخ در اتصال مرجع به هم برسند و B و C متفاوت بوده و B و A نیز متفاوت هستند.



A ۶۹۶ ۱

شاخه فولادی در سمت راست این دماسنج مقدار بیشینهٔ دما و شاخهٔ فولادی در سمت چپ این دماسنج مقدار کمینه دما را نشان می‌دهد. مطابق شکل زیر شاخهٔ فولادی در گزینهٔ (۱) مقدار بیشینه دما را $۲۵^\circ C$ و مقدار کمینه آن را $۱۲^\circ C$ نشان می‌دهد.

فضای خالی برای انبساط



A ۶۹۷ ۲

ابتدا دمای $۱۲۲^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۱۲۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۹۰=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow\theta=۵۰^\circ C$$

حال دمای $۵۰^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow T=۵۰+۲۷۳=۳۲۳K$$

A ۶۹۸ ۳

خط فکری کافی است در هر گزینه، دماها را بر حسب مقیاس سلسیوس به‌دست آوریم سپس اختلاف دو دما را حساب کنیم.

گزینه‌ها را یک‌به‌یک بررسی می‌کنیم:

در گزینهٔ (۱) داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\theta_۱=۲۳^\circ C\\ T=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow ۳۰۰=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow\theta_۲=۲۷^\circ C\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta\theta=۴^\circ C$$

گزینهٔ (۲):

$$\left.\begin{array}{l}\theta_۱=۲۰^\circ C\\ F=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\Rightarrow ۶۸=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\Rightarrow\theta_۲=۲۰^\circ C\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta\theta=۰$$

گزینهٔ (۳):

$$\left.\begin{array}{l}\theta_۱=۵۰^\circ C\\ F=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\Rightarrow ۱۴۰=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\Rightarrow\theta_۲=۶۰^\circ C\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C$$

گزینهٔ (۴):

$$\left.\begin{array}{l}\theta_۱=-۲۳^\circ C\\ T=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow ۲۴۳=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow\theta_۲=-۳۰^\circ C\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta\theta=-۷^\circ C$$

A ۶۹۹ **۱**

رابطه بین افزایش دما بر حسب فارنهایت با افزایش دما بر حسب درجه سلسیوس به صورت زیر است:

$$\begin{cases} F_۲=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲ \\ F_۱=\frac{۹}{۵}\theta_۱+۳۲ \end{cases} \Rightarrow \Delta F=F_۲-F_۱=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

نکته ۱ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین با هم برابر است $\Delta T=\Delta\theta$

نکته ۲ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت از رابطهٔ $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نکته‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت: $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta T$

بنابراین: $\frac{\Delta T}{\Delta F}=\frac{۵}{۹}$

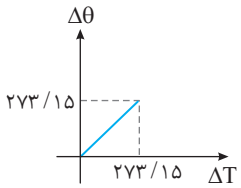
بازی با سؤال **دمای جسمی x درجه فارنهایت افزایش می‌یابد. افزایش دمای این جسم بر حسب کلوین چند x است؟**

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۵}$ ۳) $\frac{۲۷۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۲۷۳}$

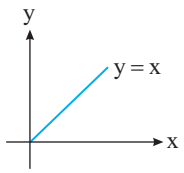
گزینهٔ ۱

A ۷۰۰ **۳**

تغییرات دما برحسب کلوین و درجهٔ سلسیوس با هم برابرند $(\Delta\theta=\Delta T)$ و نمودار $\Delta\theta$ بر حسب ΔT خط راست مایل گذرنده از مبدأ خواهد بود.



یادآوری نمودار $y=x$، یک خط راست مایل است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.



A ۷۰۱ **۲**

با توجه به فرض مسأله $(T=۴\theta)$ و با توجه به رابطهٔ دماسنجی بین درجه‌بندی سلسیوس و کلوین $(T=۲۷۳+\theta)$ خواهیم داشت: $۴\theta=۲۷۳+\theta \Rightarrow \theta=۹۱^\circ C$

B ۷۰۲ **۳**

با توجه به فرض مسأله مجموع اعداد دو دماسنج ۵۲− شده است. $\theta+F=-۵۲$ (I)

از طرفی رابطهٔ مقیاس دما در درجه‌بندی سلسیوس و فارنهایت به شکل زیر است:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲ \Rightarrow \theta=\frac{۵}{۹}(F-۳۲) \quad (II)$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$(I),(II) \Rightarrow \frac{۵}{۹}(F-۳۲)+F=-۵۲ \Rightarrow \frac{۱۴F}{۹}=-۵۲+\frac{۵}{۹}(۳۲)$$

$$\Rightarrow \frac{۱۴F}{۹}=\frac{-۴۶۸+۱۶۰}{۹} \Rightarrow ۱۴F=-۳۰۸ \Rightarrow F=-۲۲^\circ$$

بازی با سؤال **مجموع عددی دمای جسمی بر حسب کلوین و درجه سلسیوس ۶۰۰ می‌باشد. دمای جسم چند درجه سلسیوس است؟**

۱) ۱۶۳/۵ ۲) ۳۲۷ ۳) ۴۶۳/۵ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۱

B ۷۰۳ **۳**

یادآوری دقت اندازه‌گیری ابزار مدرج برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.

دقت دماسنج A، $۱^\circ C$ و دقت دماسنج B، $۱K$ و دقت دماسنج C برابر $۱^\circ F$ است.

دقت دماسنج‌های B و C را بر حسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

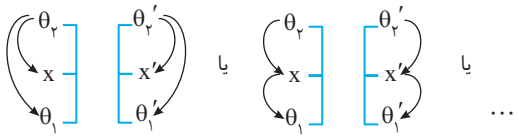
دقت دماسنج کلوین(B) $\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta}$ $a=b=۱^\circ C$

دقت دماسنج فارنهایت(C) $\xrightarrow{\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta}$ $۱^\circ F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=\frac{۵}{۹}^\circ C$

بنابراین دقت دماسنج‌های A و B برابر $۱^\circ C$ است و دقت دماسنج C برابر $\frac{۵}{۹}^\circ C$ که تقسیم‌بندی‌های آن کوچک‌تر و دماسنج دقیق‌تری است.

B ۷۰۴ **۲**

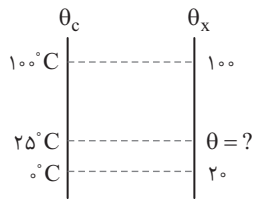
خط فکری هرگاه یک دماسنج با درجه‌بندی دلخواه دماهای $\theta_۱$ و $\theta_۲$ را $\theta'_۱$ و $\theta'_۲$ نشان دهد، در این صورت می‌توان با استفاده از شکل زیر و نوشتن یک تناسب هم‌ارز هر دمایی را در درجه‌بندی معلوم (x) و درجه‌بندی نامعلوم (x') به‌دست آورد.



$$\frac{\theta_۲-x}{\theta_۲-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'_۱}{\theta'_۲-\theta'_۱} \qquad \frac{\theta_۲-x}{x-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'}{x'-\theta'_۱}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید فقط کافی است که صورت و مخرج‌های این تناسب‌ها باهم هم‌ارز باشد، یعنی اگر در صورت کسر دمای بیشینه از دمای کمینه در دماسنج معلوم کم شده باشد در دماسنج مجهول نیز در صورت کسر، دمای بیشینه مجهول از دمای کمینه مجهول کاسته می‌شود.

برای حل مسأله از یک تناسب ساده و نمودار روبه‌رو کمک می‌گیریم:



۱۰۰−۰	۱۰۰−۲۰
۲۵−۰	θ−۲۰

$$\Rightarrow ۴\theta-۸۰=۸۰ \Rightarrow \theta=۴۰^\circ C$$

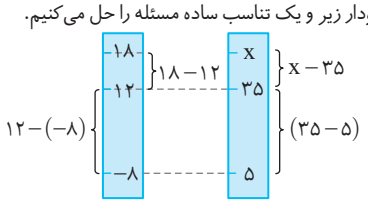
A ۷۰۵ **۱**

خط فکری برای نوشتن تناسب پیش خود می‌گوییم فاصلهٔ $(-۸)-۱۲$ در دماسنج سلسیوس معادل $(۳۵-۵)$ در دماسنج مجهول است. حال فاصلهٔ $(۱۲-۱۸)$ باید معادل فاصلهٔ $(x-۳۵)$ باشد.

ابتدا دمای $۶۴/۴^\circ$ فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲ \Rightarrow ۶۴/۴=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲ \Rightarrow \theta=۱۸^\circ C$$

اکنون با رسم نمودار زیر و یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.



$$\frac{۱۸-۱۲}{۱۲-(-۸)}=\frac{x-۳۵}{۳۵-۵} \Rightarrow \frac{۶}{۲۰}=\frac{x-۳۵}{۳۰} \Rightarrow ۹=x-۳۵ \Rightarrow x=۴۴^\circ$$

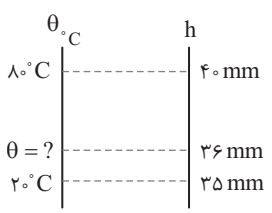
بازی با سؤال **یک دماسنج که طریقهٔ مدرج کردن آن مشخص نیست، دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل را صفر و دمای بخار آب جوش در فشار ۱atm را ۲۵۰° نشان می‌دهد، این دماسنج $۴۱^\circ F$ را چند درجه نشان می‌دهد؟**

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۷ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

A ۷۰۶ **۲**

رابطهٔ دما با ارتفاع ستون مایع یک رابطهٔ خطی است. از این‌رو به کمک نمودار شکل روبه‌رو که در آن ارتفاع مایع و دمای نظیر آن ارتفاع را در مقابل هم نوشته‌ایم و برقراری یک تناسب ساده مسأله قابل حل است:

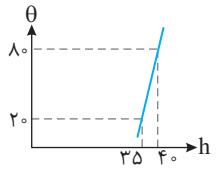


$$\begin{array}{|c|c|}\hline ۸۰-۲۰ & ۴۰-۳۵ \\ \hline \theta-۲۰ & ۳۶-۳۵ \\ \hline \end{array} \Rightarrow ۱۲=\theta-۲۰ \Rightarrow \theta=۳۲^\circ C$$

۴ ۷۰۷ B

با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط راست می‌توان معادله آن را نوشت:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

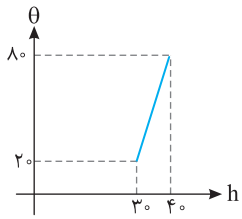


در این جا تابع θ و متغیر h است از این‌رو:

$$(\theta_1=20, h_1=35)\\(\theta_2=80, h_2=40)\Rightarrow\frac{\theta-20}{80-20}=\frac{h-35}{40-35}\Rightarrow\frac{\theta-20}{60}=\frac{h-35}{5}$$

$$\Rightarrow\theta-20=12h-420\Rightarrow\theta=12h-400$$

بازی با سؤال **کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر نمودار تغییرات ارتفاع بر حسب دما به‌صورت مقابل باشد، در کدام ارتفاع اندازهٔ دما با مقدار ارتفاع برابر است؟**



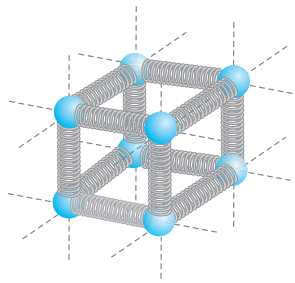
۱) ۲۸
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) ۳۶

گزینهٔ ۳

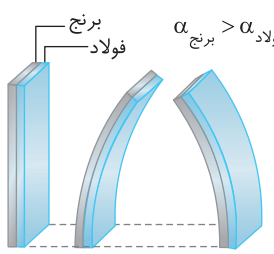
پنجره ۲

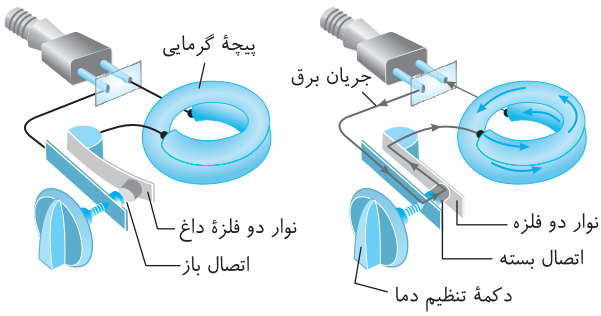
۳ ۷۰۸ A

توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است. انبساط گرمایی یک جسم **پیامد تغییر فاصلهٔ بین اتم‌ها و مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ آن است.** برای درک این مدل، چگونگی رفتار اتم‌ها در یک مادهٔ جامد را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌توان اتم‌ها را ذراتی در نظر گرفت که با فنرهایی به اتم‌های مجاور متصل شده‌اند و پیرامون مکان‌های تعادل خود با دامنهٔ کم نوسان می‌کنند. می‌توان نشان داد با افزایش دمای جامد، **فاصلهٔ متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد و درنتیجه جسم جامد منبسط می‌شود**، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند.



در یک نوار دوفلزه (دماپا) از دو فلز (مثلاً برنج و فولاد) استفاده می‌شود که ضریب انبساط آن‌ها متفاوت است. وقتی نوار گرم می‌شود و دمایش بالا می‌رود فلزی که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، انبساط طولی آن بیشتر است این سبب می‌گردد تیغه تاب بردارد و کمانی شکل شود، از آنجا که تیغهٔ بیرونی کمان طول بیشتری دارد، پس قسمت بیرونی کمان، فلزی است که ضریب انبساط طولی بزرگتری دارد. حال اگر نوار را سرد کنیم و دمای آن کاهش یابد، این بار، قسمت بیرونی کمان نواری است که ضریب انبساط طولی کم‌تری دارد، زیرا همان‌طور که گفتیم طول نوار بیرونی بیشتر از طول نوار درونی است و فلزی که ضریب انبساط طولی کم‌تری دارد، به ازای کاهش دما، طول آن کم‌تر کاهش می‌یابد. (فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد طول آن بیشتر کاهش می‌یابد. (نوار درونی)) بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. همین تغییر شکل دماپا و تاب برداشتن آن در اثر تغییر دما سبب می‌گردد که در مدارهای الکتریکی به‌عنوان کلید قطع و وصل استفاده شود و گزینهٔ (۴) درست است.



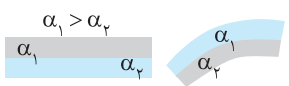


۲ ۷۰۹ A

خط فکری هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد با توجه به رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ تغییر طول آن بیشتر است. در سؤالات نوار دوفلزه، طول اولیهٔ فلزها باهم برابر است، بنابراین هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری داشته باشد تغییر طولش بیشتر است.

نکتهٔ دیگری که در این سؤالات باید به آن دقت کنید این است که هر میله‌ای که در سطح خارجی قوس قرار گرفته است، طول بزرگ‌تری دارد.

در این سؤال دمای میله‌ها کاهش یافته بنابراین تغییر طول میله‌ها کاهشی بوده و چون $\alpha_2>\alpha_1$ است بنابراین طول میلهٔ (۲) بیشتر کاهش می‌یابد و طول ثانویهٔ این میله کوتاه‌تر از میلهٔ (۱) خواهد شد و میلهٔ (۱) قوس خارجی نوار است.



در دمای معمولی

شکل (۱)

دما کاهش یافته

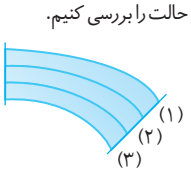
شکل (۲)

بازی با سؤال **اگر دمای این نوار را افزایش دهیم، شکل قرارگیری آن چگونه خواهد شد؟**

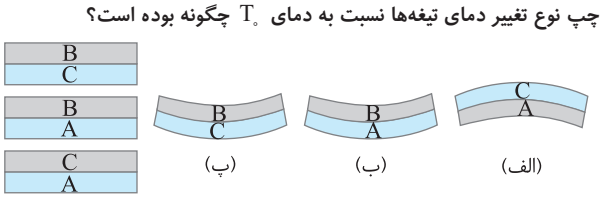
۴ ۷۱۰ B

خط فکری طول میله‌های A و B و C با هم برابر است. هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد، با افزایش دمای یکسان، افزایش طول آن بیشتر است و هنگام کاهش دما نیز، کاهش طول آن بیشتر است، بنابراین در حل این مسئله کاملاً باید دقت کرد که ضریب انبساط طولی B از بقیه بیشتر است $(\alpha_C<\alpha_A<\alpha_B)$، البته در صورت سؤال مشخص نشده که افزایش دما داشته‌ایم یا کاهش دما، بنابراین باید هر دو حالت را بررسی کنیم.

اگر دمای میله‌ها را بالا برده باشیم، با توجه به $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$، طول میله B بیشتر از همه افزایش یافته است، پس میلهٔ (۱) از جنس B است و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۳) از جنس C و اگر دمای میله‌ها را کاهش دهیم نیز طول میله B بیشتر از همه کاهش می‌یابد، پس میله (۳) از جنس B و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۱) از جنس C است.



بازی با سؤال **شکل‌های زیر، تیغه‌های فلزی A، B و C را نشان می‌دهد که در دمای اولیهٔ یکسان T_0 دارای طول‌های اولیهٔ یکسانی هستند و دوبه‌دو به یکدیگر به‌طور سراسری جوش داده شده‌اند و سپس دمایشان تغییر داده شده است. اگر مقایسهٔ بین ضرایب انبساط طولی آن‌ها به‌صورت $\alpha_A>\alpha_B>\alpha_C$ باشد، در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) به‌ترتیب از راست به چپ نوع تغییر دمای تیغه‌ها نسبت به دمای T_0 چگونه بوده است؟**

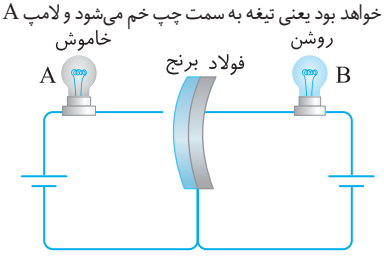


۱) افزایش، افزایش، افزایش
۲) کاهش، کاهش، افزایش
۳) کاهش، افزایش، کاهش
۴) افزایش، افزایش، کاهش

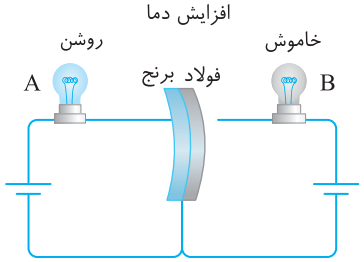
گزینهٔ ۳

A ۷۱۱ ۳

تیغهٔ نواری بین دو میله شبیه یک کلید عمل می‌کند. اگر دما افزایش یابد، برنج که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، بیشتر منبسط می‌شود و تیغه خمیده می‌شود به گونه‌ای که کمان بیرونی آن برنج باشد، بنابراین تیغه به سمت راست خم می‌شود و لامپ B روشن می‌شود. وقتی که دما کاهش می‌یابد، نوار برنجی بیشتر منقبض شده و طولش کوتاه‌تر می‌شود و کمان داخلی تیغهٔ خمیده، برنج خواهد بود یعنی تیغه به سمت چپ خم می‌شود و لامپ A روشن می‌شود.



افزایش دما



کاهش دما

B ۷۱۲ ۱

خط فکری برای انبساط طولی یک جسم معمولاً از سه کمیت سؤال می‌شود، اندازهٔ ثانویه طول پس از تغییر دما، تغییر طول و درصد تغییرات طولی:

	درصد تغییرات طول	تغییر طول	اندازهٔ ثانویه طول
انبساط طولی	$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\alpha\Delta\theta\times 100$	$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$	$L_2=L_1(1+\alpha\Delta\theta)$

نکته ۱ در دو رابطهٔ ابتدایی باید یکاهای (L_1 و L_2) یا (L_1 و ΔL) با هم یکسان باشند.

نکته ۲ اگر یکای ضریب انبساط طولی $^\circ C^{-1}$ و یا K^{-1} باشد، باید $\Delta\theta$ تغییر دما بر حسب $^\circ C$ یا K باشد.

در این مسئله تغییر طول پل خواسته شده است، بنابراین:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow[L_1=2000m]{[\Delta L]=[L_1]=m} \Delta L=2000\times 1/2\times 10^{-6}\times 50\Rightarrow \Delta L=0/12m$$

B ۷۱۳ ۲

نکته دقت کنید چون یکای ضریب انبساط طولی K^{-1} است، باید تغییر دما برحسب $^\circ C$ یا K باشد.

در رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ تغییرات دما را با توجه به واحد α باید یا برحسب درجهٔ سلسیوس و یا بر حسب کلوین باشد. از این‌رو تغییر دما را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_2=\frac{9}{5}\theta_2+32 \\ F_1=\frac{9}{5}\theta_1+32 \end{cases} \xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}} \Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=\frac{5}{9}\Delta F=\frac{5}{9}(104-(-4))=60^\circ C$$

اکنون تغییر طول میله را حساب می‌کنیم.

$$\Delta L=L_1\times\alpha\times\Delta\theta=1\times 13\times 10^{-6}\times 60=7/8\times 10^{-4}m=0/78mm$$

بازی با سؤال **طول میله‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس برابر ۸۰۰cm است. اگر طول آن در دمای ۵۰ درجه سلسیوس به ۸۰۱cm برسد، ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $2/5\times 10^{-4}$ ۲) $2/5\times 10^{-5}$ ۳) 4×10^{-4} ۴) 4×10^{-5}

گزینهٔ ۲

A ۷۱۴ ۳

خط فکری هرگاه صحبت از انبساط قطر کره یا شعاع دایره یا ضلع مکعب و یا ... باشد در واقع صحبت از انبساط طولی است.

درصد تغییر طول قطر را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\frac{\Delta D}{D_1}\times 100 \xrightarrow{\Delta D=D_1\alpha\Delta\theta} \text{درصد تغییر طول قطر}=\alpha\Delta\theta\times 100=2\times 10^{-5}\times 50\times 100=10^{-1}\%=0/1\%$$

بازی با سؤال **طول تیرآهنی ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه سلسیوس به ۵۰ درجه سلسیوس برسد، طول آن چند میلی‌متر افزایش می‌یابد؟** $(\alpha=1/2\times 10^{-5}\ ^\circ C^{-1})$ خارج تجربی - ۹۲

۱) ۷/۲ ۲) ۷۲ ۳) $7/2\times 10^{-1}$ ۴) $7/2\times 10^{-2}$

گزینهٔ ۱

B ۷۱۵ ۳

خط فکری افزایش طول محیط دایره، به کمک رابطهٔ انبساط طولی به‌دست می‌آید.

۱ شعاع دایره نصف قطر آن است. $r=\frac{D}{2}=\frac{1}{2}in\Rightarrow r=\frac{1}{2}\times 2/5\Rightarrow r=1/25cm$

۲ محیط حفره برابر است با: $L=2\pi r\Rightarrow L=2\pi\times 1/25\Rightarrow L=2/5\pi cm$

۳ افزایش محیط حفره خواهد شد:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=2/5\pi\times 2\times 10^{-5}\times 200 \xrightarrow{\pi=3} \Delta L=3\times 10^{-2}cm$$
$$\Rightarrow\Delta L=0/3mm$$

B ۷۱۶ ۴

میله	$L(m)$	$\Delta\theta(^\circ C)$	ضریب انبساط طولی	$\Delta L(m)$
a	۲	۱۰	A	6×10^{-5}
b	۲	۱۰	α	B
c	۴	۵	2α	4×10^{-5}

با توجه به رابطهٔ انبساط طولی جامد برای میلهٔ a می‌نویسیم:

$$\Delta L_a=L_a\alpha_a\Delta\theta_a\Rightarrow 6\times 10^{-5}=2(A)\times 10\Rightarrow A=3\times 10^{-6}K^{-1}$$

برای میلهٔ c می‌نویسیم:

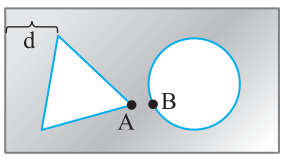
$$\Delta L_c=L_c\alpha_c\Delta\theta_c\Rightarrow 4\times 10^{-5}=4\times(2\alpha)\times 5\Rightarrow\alpha=10^{-6}K^{-1}$$

اکنون رابطهٔ انبساط طولی را برای جسم b می نویسیم:

$$\Delta L_b=L_b\alpha_b\Delta\theta_b\Rightarrow B=2\times 10^{-6}\times 10\Rightarrow B=2\times 10^{-5}m$$

A ۷۱۷ ۲

خط فکری هرگاه یک جسم در اثر تغییر دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزاء آن به یک نسبت منبسط می‌شوند. بنابراین ابعاد هر حفره یا فاصلهٔ بین هر دو نقطه از جسم افزایش می‌یابد.



در اثر تغییر دما شعاع حفرهٔ دایره‌ای افزایش یافته است بنابراین دمای صفحهٔ فلزی بالا رفته و تمام ابعاد صفحه بزرگ شده است و فاصلهٔ نقاط A و B و همچنین d افزایش می‌یابد.

A ۷۱۸ ۱

خط فکری هرگاه یک جسم جامد فلزی در اثر افزایش دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزای آن با یک نسبت ثابت بزرگ می‌شود.

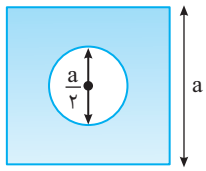
با افزایش دما، مساحت سطح سوراخ افزایش می‌یابد و چون تمام ابعاد خط‌کش به یک نسبت منبسط می‌شوند، مرکز سوراخ همچنان بر ۵/۵cm باقی می‌ماند.

B ۷۱۹ ۲

اگر $\alpha_{\text{پیچ}}>\alpha_{\text{مهره}}$ باشد با افزایش دما تغییر سطح مقطع در مهره بیشتر از تغییر سطح مقطع پیچ می‌باشد و باعث بیرون آمدن مهره خواهد شد بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. / اگر $\alpha_{\text{پیچ}}<\alpha_{\text{مهره}}$ باشد با افزایش دما، سطح مقطع پیچ بیشتر افزایش می‌یابد پس پیچ و مهره همچنان درگیر خواهند بود و گزارهٔ (ب) نادرست است. / اگر $\alpha_{\text{پیچ}}>\alpha_{\text{مهره}}$ باشد و دما را کاهش دهیم، کاهش سطح مقطع مهره بیشتر خواهد شد و باعث می‌شود که همچنان مهره درگیر پیچ بماند و گزاره (پ) نادرست است.

A ۷۲۰ ۲

با گرم کردن یک جسم، تمام ابعاد آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. از این‌رو نسبت قسمت‌های مختلف جسم ثابت می‌ماند و نسبت قطر سوراخ به ضلع مربع خواهد شد:



$$\frac{\frac{a}{2}}{a}=\frac{1}{2}$$

B ۷۲۱ ۲

خط فکری وقتی جسمی را گرم می‌کنیم و منبسط می‌شود، تمام ابعاد و اجزای آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. یعنی با انبساط و افزایش حجم مکعب، حجم حفره درون آن نیز افزایش می‌یابد و برای بررسی افزایش حجم حفره دقیقاً تصور می‌کنیم که یک حفره از همان جنس مکعب و با همان ضریب انبساط طولی در حال افزایش است. در این مسئله دربارهٔ انبساط شعاع حفره و انبساط ضلع مکعب صحبت شده است یعنی ما با روابط انبساط طولی سروکار داریم.

۱ ابتدا برای افزایش طول ضلع مکعب می‌نویسیم:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/004=200\alpha\Delta\theta \qquad (I)$$

۲ برای افزایش شعاع حفره خواهیم داشت:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta R=50\alpha\Delta\theta \qquad (II)$$

۳ ضریب انبساط طولی و تغییر دما در رابطه (I) و (II) یکی است بنابراین

افزایش: $\frac{0/004}{\Delta R}=\frac{200\alpha\Delta\theta}{50\alpha\Delta\theta}\Rightarrow\Delta R=0/001\,mm$

B ۷۲۲ ۱

خط فکری تغییر دما برحسب کلوین و برحسب درجه‌بندی سلسیوس یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$.

تغییر طول در دو حالت را به کمک رابطهٔ انبساط طولی $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ نوشته و تغییر دما در حالت دوم را حساب کرده، سپس دمایی که در آن طول ۴mm افزایش یافته حساب می‌کنیم.

در حالت اول: $\Delta L_1=L_1\alpha\Delta\theta_1$ ÷ در حالت دوم: $\Delta L_2=L_2\alpha\Delta\theta_2$

$$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}=\frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2}\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}\frac{6}{4}=\frac{373-253}{\Delta T_2}\Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{120}{\Delta T_2}\Rightarrow\Delta T_2=80K$$

حال با استفاده از تغییر دمای به‌دست آمده و اینکه دمای اولیه برابر ۲۵۳K است، دمای ثانویه را به‌دست می‌آوریم:

$$80=T_2'-253\Rightarrow T_2'=333K$$

$$T_2'=333K\xrightarrow{T=273+\theta}333=273+\theta_2\Rightarrow\theta_2=60^\circ C$$

B ۷۲۳ ۲

طول اولیهٔ هر دو میله ۱m است. اختلاف طول‌ها برحسب میلی‌متر خواسته شده بنابراین در روابط انبساط، طول اولیه را 10^3 mm قرار می‌دهیم. ابتدا طول ثانویه میلهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}=L_{1A}(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow L_{2A}=10^3(1+5\times10^{-5}\times90)$$

$$\Rightarrow L_{2A}=(10^3+4/5)mm$$

دمای میلهٔ B، ۹۰°F کاهش یافته، تغییر دمای میلهٔ B را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta F=-90^\circ F}-90=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-50^\circ C$$

طول ثانویهٔ میلهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2B}=L_{1B}(1+\alpha_B\Delta\theta)\Rightarrow$$

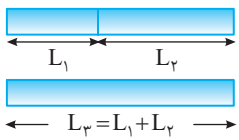
$$L_{2B}=10^3(1+4\times10^{-5}\times(-50))\Rightarrow L_{2B}=(10^3-2)mm$$

حال اختلاف طول خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}-L_{2B}=(10^3+4/5)-(10^3-2)\Rightarrow L_{2A}-L_{2B}=6/5mm$$

B ۷۲۴ ۳

خط فکری می‌خواهیم در هر دمایی رابطهٔ $L_3=L_1+L_2$ برقرار باشد. برای این منظور باید مجموع تغییر طول میله‌های (۱) و (۲) با تغییر طول میلهٔ (۳) برابر باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$\Delta L_3=\Delta L_1+\Delta L_2\Rightarrow$$

$$L_3\alpha_3\Delta\theta=L_1\alpha_1\Delta\theta+L_2\alpha_2\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\alpha_3=\frac{L_1\alpha_1+L_2\alpha_2}{L_3}$$

B ۷۲۵ ۱

با توجه به فرض مسئله اختلاف طول میله‌ها ۲۰cm بوده است.

$$L_2-L_1=20cm \qquad (1)$$

پس از گرم کردن میله‌ها مجموع طول ثانویهٔ آن‌ها برابر است با: $L_2'+L_1'=4/008$

با توجه به رابطهٔ انبساط طولی $L_2=L_1(1+\alpha\Delta\theta)$ خواهیم داشت:

$$L_2(1+\alpha\Delta\theta)+L_1(1+\alpha\Delta\theta)=4/008$$

از $1+\alpha\Delta\theta$ فاکتور می‌گیریم $\rightarrow(L_2+L_1)(1+\alpha\Delta\theta)=4/008\Rightarrow$

$$(L_2+L_1)(1+2\times10^{-5}\times100)=4/008\Rightarrow(L_2+L_1)=\frac{4/008}{1/002}\Rightarrow$$

$$L_2+L_1=4m \qquad (2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) یک دستگاه دو معادله دو مجهول داریم:

$$\begin{cases}L_2-L_1=20cm\\ L_2+L_1=400cm\end{cases}\Rightarrow 2L_2=420\Rightarrow L_2=210cm=2/1m, L_1=190cm=1/9m$$

A ۷۲۶ ۴

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میلهٔ A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با $30^\circ C$ افزایش دما ممکن نیست که میلهٔ A که طول کمتری دارد $(50cm)$ طولش آن‌قدر زیاد شود تا از میلهٔ B که طول بیشتری دارد $(70cm)$، 20cm بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A=\Delta L_B\Rightarrow L_A\alpha_A\Delta\theta_A=L_B\alpha_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow 50\alpha_A(30)=70\alpha_B(30)\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{7}{5}$$

بازی با سوال **طول یک میلهٔ آهنی در دمای صفر درجهٔ سلسیوس 4cm بیشتر از طول یک میلهٔ نقره‌ای در همان دما است. طول اولیهٔ میلهٔ نقره‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر باشد تا اختلاف طول آن‌ها در دمای $60^\circ C$ برابر 4cm شود؟ (ضریب انبساط طولی آهن و نقره به‌ترتیب $1/2\times10^{-5}\,^\circ C^{-1}$ و $1/8\times10^{-5}\,^\circ C^{-1}$)**

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۷۲۷ ۲

۱ طول اولیهٔ میلهٔ A، ۵ درصد از طول میلهٔ B بیشتر است بنابراین:

$$L_A=L_B+\frac{5}{100}L_B\Rightarrow L_A=1/05L_B$$

۲ همچنین α_A را حساب می‌کنیم:

$$3/05\alpha_A=15/25\times10^{-5}\Rightarrow\alpha_A=5\times10^{-5}\,^\circ C^{-1}$$

۳ قرار است طول ثانویهٔ دو میله برابر شود، از این‌رو:

$$L_A=L_B\Rightarrow L_{0A}(1+\alpha_A\theta)=L_{0B}(1+\alpha_B\theta)\xrightarrow{L_{0A}=1/05L_{0B}}$$

$$1/05L_{0B}(1+\alpha_A\theta)=L_{0B}(1+\alpha_B\theta)$$

طول اولیهٔ B (L_{0B}) را از دو طرف معادله ساده می‌کنیم:

$$1/05(1+\alpha_A\theta)=1+\alpha_B\theta\xrightarrow{\alpha_B=3/05\alpha_A}$$

$$1/05+1/05\alpha_A\theta=1+3/05\alpha_A\theta\Rightarrow 0/05=2\alpha_A\theta\Rightarrow$$

$$\theta=\frac{0/05}{2\alpha_A}\Rightarrow\theta=\frac{0/05}{10^{-4}}=500^\circ C$$

A ۷۲۸ ۳

خط فکری در ابتدا طول میلهٔ آهنی ۱mm بیشتر از طول میلهٔ مسی است. با $100^\circ C$ افزایش دمای میله‌ها، چون ضریب انبساط طولی مس از آهن بیشتر است، انبساط آن بیشتر خواهد بود و طول میلهٔ مسی ۰/۵mm بیشتر از طول میلهٔ آهنی می‌شود، بنابراین کافی است دو رابطهٔ $L_{Fe}-L_{Cu}=1$ و $L'_{Cu}-L'_{Fe}=0/5$ را نوشته و با قرار دادن اطلاعات مسئله، آن را حل کرد.

$$L_{Fe}-L_{Cu}=1$$

$$L'_{Cu}-L'_{Fe}=0/5\Rightarrow L_{Cu}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=0/5\Rightarrow$$

$$\overbrace{L_{Cu}-L_{Fe}}^{-1}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=0/5\Rightarrow$$

$$L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=1/5\Rightarrow$$

$$(L_{Fe}-1)\times 1/8\times10^{-5}\times100-L_{Fe}\times1/2\times10^{-5}\times100=1/5\Rightarrow$$

$$1/8\times10^{-3}L_{Fe}-1/8\times10^{-3}-1/2\times10^{-3}L_{Fe}=1/5\Rightarrow$$

$$0/6\times10^{-3}L_{Fe}=1/5+1/8\times10^{-3}\Rightarrow$$

$$L_{Fe}=\frac{1/5+1/8\times10^{-3}}{0/6\times10^{-3}}=(2/5\times10^{3}+3)mm=2503mm\Rightarrow$$

$$L_{Fe}=2/503m$$

B ۷۲۹ ۳

خط فکری تغییر طول میله برابر $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ است که در این رابطه برای یک میله علاوه بر $\Delta\theta$، طول اولیه نیز مهم است.

در حالت اول با تغییر دما از ۰ تا $\theta^\circ C$، افزایش طول میله برابر است با:

$$\Delta L_1=L_1\alpha\Delta\theta$$

در این صورت طول ثانویهٔ میله (L_2) از طول اولیه میله بیشتر می‌شود $L_2>L_1$. حال اگر میله‌ای با طول $L_2>L_1$ را مجدداً گرم کنیم تا دمای آن از θ به 2θ برسد یعنی تغییر دمای آن مانند حالت اول $\Delta\theta=2\theta-\theta=\theta$ باشد، چون طول اولیهٔ میله در این حالت بزرگ‌تر است بنابراین افزایش طول آن (ΔL_2) در این حالت قطعاً بزرگ‌تر از ΔL_1 است در نتیجه $\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}>1$ و $\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}<1$ است.

B ۷۳۰ ۴

خط فکری هر قطعه از ریل دارای دو سر آزاد است، بنابراین در اثر انبساط هر قطعه از دو طرف منبسط می‌شود و مطابق شکل اگر فاصلهٔ بین دو قطعه x باشد، هر قطعه از هر طرف $\frac{x}{2}$ منبسط می‌شود تا دو قطعه به هم برسند. یعنی هر قطعه در مجموع به اندازهٔ $\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=x$ منبسط می‌شود.



مقدار فاصله‌گذاری بین ریل‌ها حداقل باید به اندازهٔ مقدار انبساط طول هر ریل باشد:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=10\times12\times10^{-6}\times(40-(-10))$$

$$\Rightarrow\Delta L=60\times10^{-4}m=6mm$$

بازی با سؤال **طول قطعات فولادی که در ساختن ریل‌های راه‌آهن به‌کار می‌رود ۱۰ متر و ضریب انبساط طولی آن‌ها $1/1\times10^{-5}K^{-1}$ است. اگر دمای محیط بین $-10^\circ C$ تا $26^\circ C$ تغییر کند، فاصله بین قطعات ریل باید چند سانتی‌متر باشد تا ریل‌ها در اثر انبساط، خمیده نشوند؟** از کتاب درسی

۱) ۰/۱۹۸ ۲) ۰/۳۹۶ ۳) ۱/۹۸ ۴) ۳/۹۶

گزینهٔ ۲

B ۷۳۱ ۴

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده است، بنابراین میلهٔ مسی از سمت راست و میلهٔ آلومینیمی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصلهٔ دو میله از هم شود.

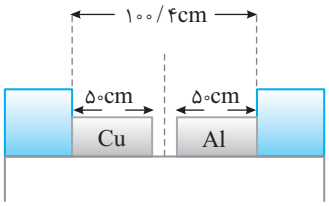
با توجه به شکل، فاصلهٔ دو میله از هم $100/4-100=0/4cm$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $0/4cm$ شود تا این دو به هم برسند:

$$0/4=\Delta L_{Cu}+\Delta L_{Al}\Rightarrow0/4=\alpha_{Cu}L_{1\,Cu}\Delta\theta+\alpha_{Al}L_{1\,Al}\Delta\theta$$

$$0/4=1/7\times10^{-5}\times50\times\Delta\theta+2/3\times10^{-5}\times50\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow0/4=\Delta\theta\times50\times10^{-5}(1/7+2/3)\Rightarrow\Delta\theta=200^\circ C$$

تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T=200K$.



A ۷۳۲ ۱

خط فکری با افزایش دما، مساحت قرص فلزی یک درصد افزایش یافته است، یعنی $\Delta A=\frac{1}{100}A_1$ است.

با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی جامدات خواهیم داشت:

$$\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{1}{100}A_1=A_1(2\alpha)\times250\Rightarrow\alpha=\frac{1}{50000}=2\times10^{-5}K^{-1}$$

میانبر درصد تغییرات سطح یک جسم برحسب درصد برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات}:\frac{\Delta A}{A_1}\times100\xrightarrow{\Delta A=A_1 2\alpha\Delta\theta}2\alpha\Delta\theta\times100$$

$$\Rightarrow1=2\alpha\times250\times100\Rightarrow\alpha=2\times10^{-5}K^{-1}$$

A ۷۳۳ ۴

ابتدا دمای $527^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T_2=273+\theta_2\Rightarrow T_2=273+527=800K$$

بنابراین دمای ورقه از $500K$ به $800K$ رسیده و دمای ورقه $300K$ افزایش یافته است.

حال با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی داریم:

$$\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta T\Rightarrow27\times10^{-3}mm^2=(40mm\times5mm)(2\alpha)(800-500)$$

$$\Rightarrow2\alpha=4/5\times10^{-7}(K^{-1})$$

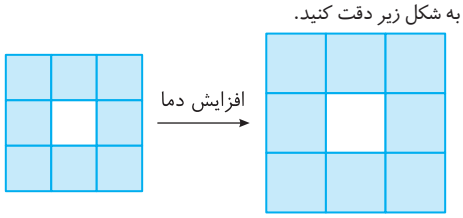
بازی با سؤال **ضریب انبساط سطحی فلزی $10^{-5}\,^\circ C^{-1}$ است. اگر شعاع صفحه‌ای دایره‌ای‌شکل از آن فلز در دمای صفر درجهٔ سلسیوس 1m باشد، افزایش قطر آن در دمای $100^\circ C$ چند میلی‌متر می‌شود؟** ریاضی - ۹۳

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

A ۷۳۴ ۴

خط فکری در هر جسم جامد اگر حفره‌ای وجود داشته باشد، برای بررسی انبساط حفره، آن را به صورت جسمی هم‌جنس با جسم جامد فرض کرده و مسئله را حل می‌کنیم. به شکل زیر دقت کنید.



مساحت ثانویه حفره خواسته شده است. بنابراین:

$$A_2=A_1(1+2\alpha\Delta\theta)\Rightarrow$$

$$A_2=50(1+2(2/3\times10^{-5})\times80)\Rightarrow A_2=50(1+368\times10^{-5})=50/184cm^2$$

B ۷۳۵ ۴

خط فکری وقتی بیان می‌شود که در اثر افزایش دما طول ۰/۱۷٪ افزایش یافته یعنی $\Delta L=\frac{0/17}{100}L_1$ است و می‌توان ضریب انبساط طولی مس را از این رابطه به دست آورد و سپس به کمک ضریب انبساط طولی مشخص کرد که مساحت ورقه چند برابر می‌شود.

۱ ضریب انبساط طولی مس خواهد شد:

$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{0/17}{100}L=L\alpha\times100\Rightarrow\alpha=1/7\times10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$$

۲ رابطهٔ انبساط سطحی را می‌نویسیم.

$$A_2=A_1(1+2\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=1+2\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=1+2\times1/7\times10^{-5}\times100\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=1/0034$$

میانبر به‌ازای تغییر دمای یکسان برای جسمی درصد تغییرات طولی $\alpha\Delta\theta\times100$ و درصد تغییرات سطحی $2\alpha\Delta\theta\times100$ خواهد بود. بنابراین:

$$\alpha\Delta\theta\times100=17\times10^{-2}\Rightarrow\alpha\Delta\theta=17\times10^{-4}$$

$$\frac{A_2}{A_1}=1+2\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=1+34\times10^{-4}=1/0034$$

B ۷۳۶ ۳

خط فکری با توجه به رابطهٔ $\Delta A=A2\alpha\Delta\theta$ برای اجسام هم‌جنس که ضریب انبساط یکسانی دارند، هر قدر، ابعاد یک جسم بزرگ‌تر باشد، در اثر میزان مشخص افزایش دما، انبساط آن بیشتر خواهد بود. در صورت مسئله بیان شده که بیشترین و کمترین انبساط سطح به‌ترتیب مربوط به صفحهٔ C و صفحهٔ B است، بنابراین صفحهٔ C باید از دیگر صفحه‌ها بزرگ‌تر باشد و صفحه B باید از دیگر سطوح کوچک‌تر باشد.

مساحت این صفحات را بررسی می‌کنیم.

مساحت صفحهٔ A: $A_A=4\times4=16cm^2$

مساحت صفحهٔ B: $A_B=2L_1cm^2$

مساحت صفحهٔ C: $A_C=2L_2cm^2$

مساحت صفحهٔ D: $A_D=4\times2/5=10cm^2$

طبق خط فکری مساحت صفحهٔ C باید از $16cm^2$ بزرگ‌تر باشد:

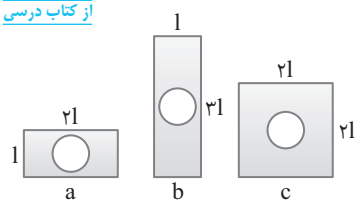
$$A_C>A_A\Rightarrow2L_2>16\Rightarrow L_2>8cm$$

و مساحت صفحهٔ B باید از $A_D=10cm^2$ کمتر باشد.

$$A_B<A_D\Rightarrow2L_1<10\Rightarrow L_1<5cm$$

بازی با سؤال **شکل زیر سه صفحهٔ فلزی هم‌جنس را در یک دما، نشان می‌دهد. اگر حفره‌های موجود در هر سه صفحه هم‌اندازه باشند، با افزایش دمای یکسان سطح کدام صفحه و سطح کدام حفره بیشتر از بقیه افزایش خواهد یافت؟**

از کتاب درسی



۱) a ، c

۲) c ، a

۳) a ، b

۴) c ، هر سه حفره یکسان افزایش سطح می‌یابند.

گزینهٔ ۴

B ۷۳۷ ۱

افزایش دمای دو ورقه را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta T_A=400K\xrightarrow{\Delta T_A=\Delta\theta_A}\Delta\theta_A=400^\circ C$$

$$\Delta F_B=270^\circ F\xrightarrow{\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta}270=\frac{9}{5}\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=150^\circ C$$

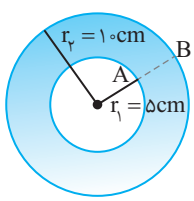
رابطهٔ انبساط سطحی جامد را می‌نویسیم:

$$\Delta S=S_1(2\alpha)\Delta\theta\xrightarrow[\Delta S_B=S_B(2\alpha_B)\Delta\theta_B]{\Delta S_A=S_A(2\alpha_A)\Delta\theta_A}\frac{\Delta S_A}{\Delta S_B}=\frac{S_A\alpha_A\Delta\theta_A}{S_B\alpha_B\Delta\theta_B}$$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم $(\Delta S_A=2\Delta S_B\ ,\alpha_A=4\alpha_B)$

$$2=\frac{S_A}{S_B}\times\frac{4\alpha_B}{\alpha_B}\times\frac{400}{150}\Rightarrow\frac{S_B}{S_A}=\frac{16}{3}$$

B ۷۳۸ ۴



با افزایش دما مساحت سطح رنگی و فاصله بین نقاط A و B افزایش می‌یابد. ابتدا افزایش سطح را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور مساحت سطح رنگی اولیه را به‌دست می‌آوریم:

برای به‌دست آوردن مساحت قسمت رنگی، مساحت دایرهٔ بزرگ با شعاع $r_2=10cm$ و مساحت دایرهٔ کوچک با شعاع $r_1=5cm$ را به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

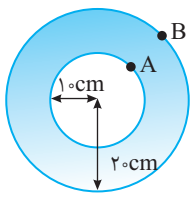
$$A_{\text{رنگی}}=\pi(r_2^2-r_1^2)\Rightarrow A=3(100-25)=225cm^2$$

اکنون انبساط سطحی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta A_{\text{رنگی}}=A_{\text{رنگی}}\times2\alpha\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta A_{\text{رنگی}}=225\times2\times1/5\times10^{-5}\times40=0/27cm^2$$

افزایش فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B به معنای انبساط یک میله به طول $L_{AB}=r_2-r_1=10-5=5cm$ است، بنابراین افزایش فاصله A و B برابر است با:

$$\Delta L_{AB}=\alpha\times L_{AB}\times\Delta\theta=1/5\times10^{-5}\times5\times40=0/003cm$$



بازی با سؤال **در شکل مقابل، دمای صفحهٔ فلزی را به اندازهٔ ۲۰ درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهیم. فاصلهٔ نقاط A و B چگونه تغییر می‌کند؟ (ضریب انبساط سطحی فلز $=3\times10^{-5}K^{-1}$)**

۱) ۰/۰۳ میلی‌متر افزایش

۲) ۰/۰۳ میلی‌متر کاهش

۳) ۰/۰۶ میلی‌متر افزایش

۴) ثابت می‌ماند.

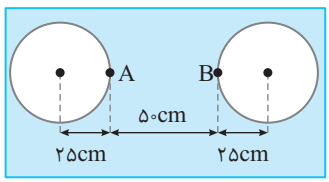
گزینهٔ ۱

B ۷۳۹ ۳

در اثر افزایش دما فاصلهٔ A تا B شبیه یک میله دارای انبساط طولی خواهد بود بنابراین:

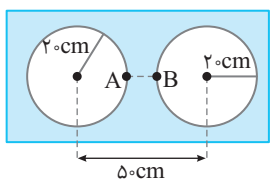
$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta=50\times\frac{3/6}{2}\times10^{-5}\times200\Rightarrow\Delta L_{AB}=0/18cm$$

طول AB خواهد شد: $L_2=L_1+\Delta L\Rightarrow L_2=50/18cm=501/8mm$



دقت کردید به اینکه در سؤال ضریب انبساط سطحی یعنی 2α داده شده بود اما برای حل سؤال نیاز به ضریب انبساط طولی یا α داشتیم و در رابطه به جای α، $\frac{3/6}{2}\times10^{-5}$ قرار دادیم.

بازی با سؤال **در شکل زیر صفحه از جنس فلزی به ضریب انبساط سطحی $5\times10^{-6}K^{-1}$ است. اگر دما به‌طور یکنواخت $60^\circ C$ افزایش یابد، فاصلهٔ بین A و B چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) ۰/۰۱۵ درصد کاهش می‌یابد.

۲) ۰/۰۱۵ درصد افزایش می‌یابد.

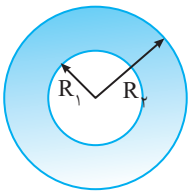
۳) ۰/۰۳ درصد کاهش می‌یابد.

۴) ۰/۰۳ درصد افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲

B ۷۴۰ ۱

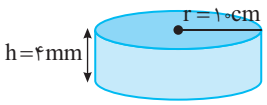
می‌خواهیم هنگام انبساط دو ورقه، اختلاف مساحت آن‌ها یعنی مساحت قسمت رنگی ثابت بماند در این صورت باید افزایش مساحت (ΔA) هر دو ورقه در هر دمایی ثابت بماند. بنابراین:



$$\Delta A_1 = \Delta A_2$$
$$\Rightarrow \pi R_1^2 \times 2\alpha_1 \times \Delta\theta = \pi R_2^2 \times 2\alpha_2 \times \Delta\theta$$
$$\Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{25}{36}$$

A ۷۴۱ ۴

ابتدا حجم قرص فلزی را قبل از انبساط حساب می‌کنیم:



$$V_1 = \pi r^2 h \xrightarrow{r=10cm,\, h=0/4cm}$$
$$V_1 = 3 \times 10^{+2} \times 0/4 \Rightarrow$$
$$V_1 = 1/2 \times 10^{+2}\, cm^3$$

تغییر حجم قرص از رابطهٔ $\Delta V = V_1 3\alpha \Delta\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T \Rightarrow \Delta V = 1/2 \times 10^2 \times 3 \times 5 \times 10^{-5} \times 100 = 1/8\, cm^3$$

B ۷۴۲ ۲

درصد تغییرات حجم خواسته شده است، بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1(3\alpha)\Delta\theta}{V_1} \times 100 \Rightarrow$$
$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3\alpha\Delta\theta \times 100$$

ضریب انبساط طولی فلز $10^{-5} K^{-1}$ و افزایش دما $100^\circ C$ است. بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3 \times 10^{-5} \times 100 \times 100 = 0/3\%$$

بازی با سؤال **مکعبی به ضریب انبساط طولی $12 \times 10^{-6} K^{-1}$ در دمای صفر درجهٔ سلسیوس قرار دارد. اگر دمای آن به $100^\circ C$ برسد، حجم مکعب چند درصد افزایش می‌یابد؟** خارج تجربی - ۹۴

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۳۶ ۳) ۱۲ ۴) ۳۶

گزینهٔ ۲

B ۷۴۳ ۴

خط فکری درصد تغییرات یک کمیت یعنی نسبت تغییرات آن کمیت به مقدار اولیهٔ آن ضرب در صد. البته نگران این جمله عجیب نباشید یعنی:

$$\text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1} \times 100 = (\alpha\Delta\theta) \times 100$$
$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1(3\alpha)\Delta\theta}{V_1} \times 100 = (3\alpha)\Delta\theta \times 100$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنید به نتیجهٔ زیر می‌رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}} = \frac{(3\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100} = 3$$

برای نسبت تغییرات سطح به تغییرات طول نیز می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر سطح}}{\text{درصد تغییر طول}} = \frac{(2\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100} = 2$$

اکنون مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم میله}}{\text{درصد تغییر طول میله}} = 3 \Rightarrow \frac{\text{درصد تغییر حجم}}{1\%} = 3 \Rightarrow \text{درصد تغییر حجم} = 3\%$$

پیشنهاد می‌کنیم نتایج به‌دست آمده را به‌خاطر بسپارید.

B ۷۴۴ ۴

درصد تغییرات حجمی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \xrightarrow[\Delta\theta = 80^\circ C]{\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta\theta}$$
$$0/08 = (3\alpha) \times \Delta\theta \times 100 \Rightarrow 0/08 = (3\alpha) \times 80 \times 100 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5}$$

درصد تغییرات سطحی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 \xrightarrow[\Delta\theta' = 60^\circ,\, \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5}]{\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta'}$$
$$\text{درصد تغییرات سطح} = 2\alpha\Delta\theta' \times 100$$
$$\text{درصد تغییرات سطح} = \left(\frac{2}{3} \times 10^{-5}\right) \times 60 \times 100 = 0/04\%$$

میانبر نسبت درصد تغییرات سطح به درصد تغییرات حجم برابر است با:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات حجم}} = \frac{2}{3} \times \frac{\Delta\theta_{\text{سطح}}}{\Delta\theta_{\text{حجم}}}$$

A ۷۴۵ ۱

خط فکری دو کره هم‌جنس و دارای شعاع یکسان هستند. البته یکی توپر (A) و دیگری توخالی (B) است، اما با افزایش یکسان دما $(\Delta\theta_A = \Delta\theta_B)$ همواره هر دو کره به یک اندازه منبسط می‌شوند و توپر و توخالی بودن جسم تأثیری در رابطهٔ $\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta\theta$ نخواهد داشت.

با توجه به خط فکری بیان شده با افزایش دمای یکسان، انبساط دو کرهٔ A و B برابر است $(\Delta V_A = \Delta V_B)$.

بازی با سؤال **دمای کرهٔ مسی توپر A به شعاع r و کرهٔ مسی توخالی B به شعاع داخلی $\frac{r}{2}$ و خارجی r را به‌طور یکسان بالا می‌بریم. افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ A چند برابر افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ B است؟**

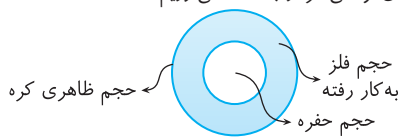
۱) $\frac{7}{8}$ ۲) $\frac{8}{7}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{8}$

گزینهٔ ۲

B ۷۴۶ ۱

خط فکری برای یک کرهٔ توخالی با سه حجم متفاوت روبه‌رو هستیم:

تغییر حجم فضای توخالی کره را به‌دست می‌آوریم.



$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3} \Delta V = \frac{4}{3}\pi r^3 \beta\Delta\theta$$

برای یافتن تغییر حجم فلز به‌کار برده شده در کره، ابتدا حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$\text{حجم فلز } V_m = \frac{4}{3}\pi r_o^3 - \frac{4}{3}\pi r_i^3 \xrightarrow[r_o = 2r]{r_i = r}$$
$$V_{1m} = \frac{4}{3}\pi[(2r)^3 - r^3] \Rightarrow V_{1m} = \frac{4}{3}\pi(7r^3) = \frac{28}{3}\pi r^3$$

اکنون تغییر حجم فلز را حساب می‌کنیم. $\Delta V_m = V_{1m}\beta\Delta\theta \Rightarrow \Delta V_m = \frac{28}{3}\pi r^3 \beta\Delta\theta$

نسبت تغییر حجم فضای توخالی به تغییر حجم فلز برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta}{\frac{28}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{1}{7}$$

میانبر $\Delta\theta$ و α یکسان است از این رو می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{V_1}{V_{1m}}$$

B ۷۴۷ ۲

خط فکری توخالی یا توپر بودن مکعب تأثیر روی انبساط اضلاع آن در یک تغییر دمای معین نخواهد داشت.

۱ با افزایش دما طول ضلع مکعب ۰/۱mm افزایش می‌یابد بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow{L_1 = 20cm} 0/1 \times 10^{-1} = 20\alpha\Delta\theta \Rightarrow \alpha\Delta\theta = 5 \times 10^{-4}$$

۲ باید نسبت حجم ثانویه حفره به حجم اولیه آن را حساب کنیم از این‌رو:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1(1+3\alpha\Delta\theta)}{V_1} = 1 + 3\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 + 3 \times 5 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1/0015$$

B ۷۴۸ ۲

ضریب انبساط طولی یعنی انبساط طول واحد طول جسم در اثر یک درجه افزایش دما. تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$ و تغییر دما در درجه‌بندی فارنهایت $\frac{۹}{۵}$ تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین است.

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T} \Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta T\Rightarrow \Delta T=\frac{۵}{۹}\Delta F$$

یعنی وقتی دما $۱^\circ F$ تغییر می‌کند، تغییر دما در کلوین $\frac{۵}{۹}$ است.

$$۳\alpha_F=\frac{۵}{۹}(۳\alpha_K)\Rightarrow \beta_F=\frac{۵}{۹}\beta_K$$

B ۷۴۹ ۴

خط فکری رابطهٔ افزایش حجم به‌صورت $\Delta V=V_۱ ۳\alpha\Delta\theta$ است. دقت کنید که در این رابطه یکای ΔV و $V_۱$ یکسان و یکای α و $\Delta\theta$ معکوس یکدیگرند. بنابراین اگر یکای α به صورت $\frac{۱}{^\circ C}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ C$ باشد و اگر یکای α به‌صورت $\frac{۱}{^\circ F}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ F$ باشد.

۱ برای کرهٔ A، ضریب انبساط طولی $۲\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$ و تغییر دما $۵۰^\circ C$ است:

$$\Delta V_A=V_۱ ۳\alpha_A\Delta\theta_A\Rightarrow \Delta V_A=V_۱(۶\times۱۰^{-۵})(۵۰)\Rightarrow \Delta V_A=V_۱(۳\times۱۰^{-۳})$$

۲ برای کرهٔ B، ضریب انبساط طولی برابر $۴\times۱۰^{-۵}\ ^\circ F^{-۱}$ است، بنابراین تغییر دما را باید برحسب درجه فارنهایت به‌دست آوریم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow \Delta F=\frac{۹}{۵}\times۵۰\Rightarrow \Delta F=۹۰^\circ F$$

$$\Delta V_B=V_۱ ۳\alpha_B\Delta\theta_B\Rightarrow \Delta V_B=V_۱(۱۲\times۱۰^{-۵})(۹۰)\Rightarrow \Delta V_B=V_۱(۱۰/۸\times۱۰^{-۳})$$

۳ شعاع هر دو کره در ابتدا یکسان است، بنابراین حجم اولیه دو کره با هم برابر است:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_۱(۳\times۱۰^{-۳})}{V_۱(۱۰/۸\times۱۰^{-۳})}=\frac{۱}{۳/۶}=\frac{۱۰}{۳۶}=\frac{۵}{۱۸}$$

B ۷۵۰ ۳

وقتی جسمی گرم می‌شود، فاصلهٔ بین مولکولی ذرات آن افزایش یافته و جسم در همهٔ راستاها افزایش طول خواهد داشت، در نتیجه قطر داخلی، قطر خارجی، ارتفاع و ضخامت فلز افزایش می‌یابند. بنابراین بر حجم آن نیز اضافه خواهد شد و مطابق رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ با توجه به ثابت ماندن m، چگالی و حجم با هم رابطهٔ عکس دارند و با افزایش حجم، چگالی کاهش خواهد یافت.

بازی با سؤال **اگر دمای یک لولهٔ مسی به تدریج افزایش یابد، کدام کمیت وابسته به آن کاهش می‌یابد؟**

۱) چگالی ۲) قطر خارجی ۳) قطر داخلی ۴) چگالی و قطر داخلی

گزینهٔ ۱

B ۷۵۱ ۱

خط فکری با افزایش دما چگالی جسم کاهش می‌یابد و با کاهش دما، چگالی جسم افزایش خواهد یافت. در این سؤال چگالی از $۳/۹ g/cm^۳$ به $۳ g/cm^۳$ رسیده بنابراین دمای جسم $۱۰۰۰^\circ C$ افزایش یافته است.

هنگام تغییر دمای جسم، جرم آن ثابت است و حجم آن تغییر می‌کند. با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m}{V_۲}\end{cases}\Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{V_۱}{V_۲}\xrightarrow{V_۲=V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)}\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{V_۱}{V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow$$

$$\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+۳\alpha\Delta\theta}\Rightarrow ۳=\frac{۳/۹}{۱+۳\alpha(۱۰۰۰)}\Rightarrow ۱/۳=۱+۳۰۰۰\alpha\Rightarrow \alpha=۱۰^{-۴}\ K^{-۱}$$

تذکر ممکن است برخی از شما از رابطهٔ $\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta$ سؤال را حل کرده باشید. دقت کنید که دو رابطهٔ $\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+۳\alpha\Delta\theta}$ و $\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta$ با تقریب خوبی با هم برابرند:

$$\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=۱۰۰۰^\circ C]{\Delta\rho=۳-۳/۹=-۰/۹ g/cm^۳} -۰/۹=-۳/۹(۳\alpha)(۱۰۰۰)$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۹}{۳/۹}\times۱۰^{-۳}=۳\alpha\Rightarrow ۳\alpha=\frac{۹}{۳۹}\times۱۰^{-۳}\Rightarrow \alpha=\frac{۳}{۳۹}\times۱۰^{-۳}\Rightarrow \alpha\sim۱۰^{-۴}\ K^{-۱}$$

B ۷۵۲ ۲

با توجه به رابطهٔ چگالی با دما داریم:

$$\rho_۲=\rho_۱(۱-\beta\Delta T)\Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۱-\beta\Delta T=۱-۲/۵\times۱۰^{-۵}\times۴۰۰=۱-۰/۰۱=۰/۹۹$$

البته می‌توانستید از رابطهٔ زیر نیز استفاده کنید.

$$\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+\beta\Delta T}\Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{۱}{۱+\beta\Delta T}\Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{۱}{۱+۲/۵\times۱۰^{-۵}\times۴۰۰}=\frac{۱}{۱/۰۱}\simeq۰/۹۹$$

B ۷۵۳ ۲

روش اول: ابتدا رابطهٔ چگالی و دما را می‌نویسیم:

$$V_۲=V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+۳\alpha\Delta\theta}$$

اگر بخواهیم رابطهٔ بین $\rho_۱$ و $\rho_۲$ را به‌دست آوریم، باید $\alpha\Delta\theta$ را محاسبه کنیم. پس از داده‌های مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta \xrightarrow{\Delta L=\frac{۰/۱}{۱۰۰}L_۱} \frac{۰/۱}{۱۰۰}L_۱=L_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow \alpha\Delta\theta=۱۰^{-۳}$$

اکنون $\alpha\Delta\theta$ را در رابطه چگالی قرار می‌دهیم:

$$\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+۳\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow \rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱/۰۰۳}=۰/۹۹۷\rho_۱\Rightarrow \Delta\rho=\rho_۲-\rho_۱=-۰/۰۰۳\rho_۱\Rightarrow$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}=-۰/۰۰۳=-۰/۳٪$$

روش دوم: با توجه به رابطهٔ $\rho_۲=\rho_۱(۱-\beta\Delta\theta)$ درصد تغییرات برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات چگالی}:\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}\times۱۰۰=\frac{\rho_۱(۱-۳\alpha\Delta\theta)-\rho_۱}{\rho_۱}\times۱۰۰\Rightarrow$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی}=-۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$$

درصد تغییرات طول برابر ۰/۱ درصد است:

$$\text{درصد تغییرات طول}:\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰=(\alpha\Delta\theta)\times۱۰۰=۰/۱$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی}:-۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=-۳(\alpha\Delta\theta\times۱۰۰)=-۰/۳$$

بنابراین چگالی ۰/۳ درصد کاهش یافته است.

بازی با سؤال **در اثر افزایش دما، چگالی میله‌ای n درصد کاهش می‌یابد، طول میله چند برابر می‌شود؟** آزمون مدارس برتر

۱) $\frac{n}{۱۰۰}$ ۲) $\frac{n}{۳۰۰}$ ۳) $۱+\frac{n}{۱۰۰}$ ۴) $۱+\frac{n}{۳۰۰}$

گزینهٔ ۴

B ۷۵۴ ۳

۱ چگالی جسم را در دمای $۰^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳=\frac{۴}{۳}\times۳\times۱^۳=۴ cm^۳\end{cases}\Rightarrow \rho=\frac{۴۴ g}{۴ cm^۳}\Rightarrow \rho=۱۱ g/cm^۳$$

۲ تغییر چگالی برابر است با:

$$\rho_۲=\rho_۱(۱-۳\alpha\Delta\theta)\Rightarrow \rho_۲=\rho_۱-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta\Rightarrow \Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta$$

دقت کنید چون تغییر چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب می‌خواهد، باید چگالی در دمای $۰^\circ C$ را بر حسب $kg/m^۳$ قرار دهیم:

$$\rho_۱=۱۱ g/cm^۳\times۱۰۰۰=۱۱۰۰۰ kg/m^۳$$

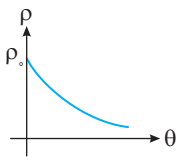
$$\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta\Rightarrow \Delta\rho=-۱۱۰۰۰\times(۹\times۱۰^{-۵})\times۱۰۰=-۹۹ kg/m^۳$$

بنابراین چگالی جسم $۹۹ kg/m^۳$ کاهش یافته است.

۳ ۷۵۵ B

یادآوری با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی جامدات و تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$V_۲=V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)$$



$$(\rho=\frac{m}{V},\ m=\text{ثابت})\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{V_۱}{V_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{V_۱}{V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow\rho_۲=\frac{\rho_۱}{۱+۳\alpha\Delta\theta}$$

اگر دمای اولیه $\theta=۰$ باشد:

$$\rho=\frac{\rho_۰}{۱+۳\alpha\Delta\theta},\quad \theta=۰\Rightarrow\rho=\rho_۰,\quad \theta\to\infty\Rightarrow\rho\to۰$$

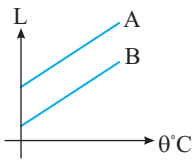
بازی با سؤال اگر از رابطهٔ $\rho_۲=\rho_۱(۱-۳\alpha\Delta\theta)$ استفاده می‌کردیم نمودار چگالی بر حسب دما چگونه می‌شد؟

۲ ۷۵۶ A

خط فکری با توجه به رابطهٔ $L=L_۰(۱+\alpha\Delta\theta)$ داریم:

شیب خط: $L_۰\alpha$ ، عرض از مبدأ: $L_۰$

$$L=L_۰\alpha\Delta\theta+L_۰$$
$$y=nx+b$$

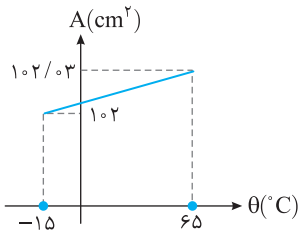


پس در نمودار $L-\theta$ ، شیب خط برابر $L_۰\alpha$ و عرض از مبدأ برابر $L_۰$ است. به نمودار دقت کنید. چون دو خط A و B با هم موازی‌اند، پس شیب دو خط برابر است با: $L_{۰A}\alpha_A=L_{۰B}\alpha_B$

طول اولیه A بزرگ‌تر از طول اولیهٔ B است، پس باید ضریب انبساط طولی A کوچک‌تر از ضریب انبساط طولی B باشد تا شیب خط‌ها با هم برابر شوند. $\alpha_A<\alpha_B$

۳ ۷۵۷ A

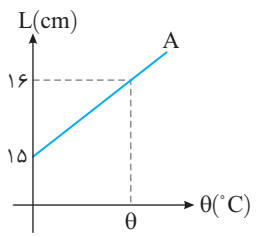
خوب به شما یک تست نموداری داده‌ایم تا به شما بگوییم. این تست یک تست معمولی که در آن مساحت سطح صفحه در دمای $-۱۵^\circ C$ برابر $۱۰۲cm^۲$ و در دمای $۶۵^\circ C$ برابر $۱۰۲/۰۳cm^۲$ است، فرقی ندارد کافی است برای تغییر دمای $\Delta\theta=۶۵-(-۱۵)=۸۰^\circ C$ و تغییر مساحت سطح $۱۰۲/۰۳-۱۰۲=۰/۰۳cm^۲$ رابطهٔ انبساط سطحی را بنویسیم. (در واقع تنها باید به نمودار خوب نگاه کنید و اطلاعات مورد نظر را از آن بیرون بکشید.)



$$\Delta A=A_۱۲\alpha\Delta\theta\Rightarrow۰/۰۳=۱۰۲\times۲\alpha(۸۰)\Rightarrow\alpha=۱/۸۴\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$$

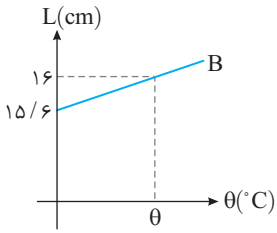
۳ ۷۵۸ B

با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ ، طول میلهٔ A به اندازهٔ $۱cm$ افزایش می‌یابد:



$$\Delta L_A=L_{۰A}\alpha_A\Delta\theta$$
$$\Rightarrow۱=۱۵\alpha_A\theta\quad (I)$$

حال با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ ، طول میلهٔ B به اندازهٔ $۰/۴cm$ افزایش می‌یابد:



$$\Delta L_B=L_{۰B}\alpha_B\Delta\theta$$
$$\Rightarrow۰/۴=۱۵/۶\alpha_B\theta\quad (II)$$

حال دو معادلهٔ به‌دست آمده را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۰/۴}=\frac{۱۵\alpha_A\theta}{۱۵/۶\alpha_B\theta}\Rightarrow\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۵/۲}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{۵۲}{۲۰}=\frac{۱۳}{۵}$$

۱ ۷۵۹ B

ضریب انبساط حجمی مایعات از ضریب انبساط حجمی جامدها بیشتر است. با توجه به سؤال حجم جسم جامد و مایع یکسان بوده و همچنین افزایش دماها یکسان است:

$$\Delta V_{\text{جامد}}=V\beta_{\text{جامد}}\Delta\theta$$
$$\Delta V_{\text{مایع}}=V\beta_{\text{مایع}}\Delta\theta$$
$$\xrightarrow{\beta_{\text{مایع}}>\beta_{\text{جامد}}}\Delta V_{\text{مایع}}>\Delta V_{\text{جامد}}$$

۴ ۷۶۰ A

انبساط تانکر ناچیز فرض شده است، بنابراین تنها انبساط مایع را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta\xrightarrow{\beta=۱۰^{-۳}K^{-۱},V_۱=۴\times۱۰^۴L}\Delta V=۴\times۱۰^۴\times۱۰^{-۳}\times۲۵$$
$$\Rightarrow\Delta V=۱۰۰۰L$$

در این صورت حجم نفت در محل تخلیه برابر است با:

$$V_۲=V_۱+\Delta V\Rightarrow V_۲=۴\times۱۰^۴+۱۰^۳=۴۱\times۱۰^۳L$$

۳ ۷۶۱ B

خط فکری در رابطهٔ $\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta$ ، یکای ΔV و $V_۱$ باید یکسان باشد و اگر یکای β ، $\frac{۱}{^\circ C}$ باشد، تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین خواهد بود.

۱ حجم اولیه مایع را برحسب سانتی‌متر مکعب به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱=۱L=۱۰^۳cm^۳$$

۲ با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی، تغییر دما را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta\xrightarrow[\Delta V=۱۲cm^۳]{\beta=۳\times۱۰^{-۴}\frac{۱}{^\circ C}}۱۲=۱۰^۳\times۳\times۱۰^{-۴}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C$$

۳ ۷۶۲ A

دقت کنید با توجه به افزایش چگالی، حجم مایع باید کاهش یافته باشد، در واقع دما کاهش یافته و تغییر دما منفی است.

$$\Delta\rho=-\rho_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow۰/۲=-۴\beta\Delta\theta\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{۰/۲}{-۴}\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{-۱}{۲۰}$$

با توجه به مقدار $\beta\Delta\theta$ به‌دست آمده تغییر حجم مایع را به‌دست می‌آوریم. به دلیل آنکه تغییر حجم برحسب لیتر خواسته شده در رابطهٔ $\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta$ ، یکای حجم اولیه را برحسب لیتر قرار می‌دهیم: $V_۱=۲۰۰۰L$

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta\xrightarrow{V_۱=۲۰۰۰L}\Delta V=۲۰۰۰(\beta\Delta\theta)$$
$$\Rightarrow\Delta V=۲۰۰۰(\frac{-۱}{۲۰})=-۱۰۰L$$

۲ ۷۶۳ A

خط فکری وقتی ظرفی از مایع پر شده باشد با توجه به اینکه ضریب انبساط حجمی مایع از ظرف بیشتر است، با افزایش دما حجم مایع بیشتر از حجم ظرف افزایش می‌یابد و این اختلاف در افزایش حجم باعث می‌شود مقداری مایع از ظرف سرریز شود.

ابتدا انبساط جیوه را به‌دست می آوریم:

$$\Delta V_{\text{جیوه}}=V_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{\text{جیوه}}=۲۰۰\times۱/۸\times۱۰^{-۴}\times۳۰\Rightarrow\Delta V_{\text{جیوه}}=۱/۰۸cm^۳$$

سپس انبساط ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}}=V_۱(۳\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{\text{ظرف}}=۲۰۰\times۳\times۱۰^{-۵}\times۳۰=۰/۱۸cm^۳$$

در این صورت مقدار جیوه‌ای که بیرون می‌ریزد برابر تفاضل تغییر حجم جیوه و تغییر حجم ظرف، یعنی انبساط ظاهری جیوه است:

$$\text{حجم جیوهٔ بیرون ریخته شده}=۱/۰۸-۰/۱۸=۰/۹cm^۳$$

میانبر اگر ظرفی به ضریب انبساط طولی α از مایعی با ضریب انبساط حجمی β پر شده باشد و با افزایش دما مقدار $\Delta V_{\text{سرریز}}$ مایع از ظرف سرریز شود، داریم :

$$\Delta V_{\text{سرریز}}=V(\beta-۳\alpha)\Delta\theta$$

بازی با سؤال در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، حجم ظرفی شیشه‌ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. هنگامی که دمای مجموعه را به $80^\circ C$ می‌رسانیم $12cm^3$ جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $1/8\times10^{-4}K^{-1}$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI کدام است؟ ریاضی - ۸۶

۱) $1/2\times10^{-4}$ ۲) 10^{-4} ۳) 10^{-5} ۴) 3×10^{-5}

گزینهٔ ۳

B ۷۶۴ ۲

۱ کاهش حجم ظرف خواهد شد: $\Delta V_{ظرف}=V(3\alpha)\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=-80^\circ C]{\alpha=1/5\times10^{-5}K^{-1}}$

$\Delta V_{ظرف}=2000\times3\times1/5\times10^{-5}(-80)\Rightarrow\Delta V_{ظرف}=-7/2cm^3$

۲ گنجایش ظرف در حالت جدید برابر است با: $V_{ظرف}=2000-7/2=1992/8cm^3$

۳ کاهش حجم مایع را حساب می‌کنیم:

$\Delta V_{مایع}=V\beta\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=-80^\circ C]{V=2000cm^3,\beta=5\times10^{-3}K^{-1}}$

$\Delta V_{مایع}=2000\times5\times10^{-3}\times(-80)\Rightarrow\Delta V_{مایع}=-80cm^3$

۴ حجم مایع در حالت جدید برابر است با: $V_{مایع}=2000-80=1920cm^3$

۵ اکنون حجم خالی ظرف را به‌دست می‌آوریم: $1992/8-1920=72/8cm^3$

میانبر اگر ظرفی از مایع پر شده باشد و دما کاهش یابد حجم خالی ظرف برابر است با: $\Delta V_{خالی\ ظرف}=|\Delta V_{مایع}|-|\Delta V_{ظرف}|$

B ۷۶۵ ۳

باید افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد. یعنی هر مقداری که حجم مایع افزایش یابد، حجم ظرف نیز همان مقدار افزایش یابد:

$\Delta V'=\Delta V\Rightarrow V'\beta\Delta\theta=V(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{\beta}{3\alpha}$

B ۷۶۶ ۳

خط فکری وقتی یک ظرف از مایع پر است و در اثر افزایش دما مقداری مایع سرریز می‌شود، حجم مقدار مایع سرریز شده برابر تفاضل انبساط مایع و انبساط ظرف است.

انبساط ظرف − انبساط مایع = حجم مایع سرریز

با افزایش دما به اندازهٔ $40^\circ C$، حجم مایع سرریزی از ظرف A برابر $4mm^3$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$V_{A\ سرریز}=\Delta V_{مایع}-\Delta V_{ظرف}$

$4=V\times\beta\times40-V(3\alpha)\times40 \quad (I)$

حجم مایع سرریزی از ظرف B خواهد شد:

$V_{B\ سرریز}=1/5V\times\beta\times40-1/5V\times3\alpha\times40$

$V_{B\ سرریز}=1/5(V\times\beta\times40-V\times3\alpha\times40) \quad (II)$

از رابطهٔ I را در رابطهٔ II جای‌گذاری می‌کنیم. $V_{B\ سرریز}=1/5\times4=6mm^3$

میانبر تغییر دما، جنس ظرف و جنس یکسان است و تفاوت تنها در حجم ظرف‌ها $(V_B=1/5V_A)$ است و با توجه به رابطهٔ $\Delta V=V\beta\Delta\theta$ مشخص است که: $V_{B\ سرریز}=1/5V_{A\ سرریز}$

B ۷۶۷ ۲

راه حل اول: ظرف از مایع پرشده و ظرف و مایع دارای حجم یکسانی هستند، ابتدا با توجه به جرم و چگالی مایع، حجم را به‌دست می‌آوریم:

$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{400}{0/5}\Rightarrow V=800cm^3$

با افزایش دما، حجم ظرف ثابت می‌ماند بنابراین حجم مایع درون ظرف در دمای $80^\circ C$ نیز همچنان $800cm^3$ است، اما چگالی مایع در حال تغییر است، بنابراین چگالی در دمای $80^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)\Rightarrow\rho_2=0/5(1-2\times10^{-3}\times50)\Rightarrow\rho_2=0/45g/cm^3$

حجم مایع درون ظرف $800cm^3$ و چگالی مایع $0/45g/cm^3$ است بنابراین جرم مایع درون ظرف برابر است با: $\rho_2=\frac{m_2}{V}\Rightarrow m_2=\rho_2V\Rightarrow m_2=0/45\times800=360g$

راه حل دوم: ظرف از مایع پر شده بنابراین حجم ظرف و مایع با هم برابر است. ضریب انبساط طولی ظرف ناچیز بوده و حجم ظرف ثابت است، بنابراین حجم مایع درون ظرف نیز در دمای $30^\circ C$ و $80^\circ C$ یکسان و برابر حجم ظرف است:

$V_1=V_2 \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}} \frac{m_1}{\rho_1}=\frac{m_2}{\rho_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}$

با توجه به رابطهٔ تقریبی تغییر چگالی $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ و اینکه جرم مایع در ابتدا $400g$ بوده می‌توان نوشت:

$\frac{m_2}{400}=\frac{\rho_1(1-\beta\Delta\theta)}{\rho_1}\Rightarrow\frac{m_2}{400}=1-2\times10^{-3}\times50\Rightarrow\frac{m_2}{400}=0/9\Rightarrow m_2=360g$

B ۷۶۸ ۴

خط فکری از انبساط ظرف چشم‌پوشی شده است. بنابراین تمام انبساط مایع به صورت افزایش ارتفاع آن خواهد بود. یعنی مساحت سطح مقطع استوانه در دو حالت A و حجم بنزین ابتدا $V_1=Ah_1$ و در نهایت $V_2=Ah_2$ خواهد بود.

۱ حجم اولیهٔ بنزین برابر است با: $V_1=Ah_1$

۲ حجم ثانویهٔ بنزین خواهد شد:

$V_2=V_1(1+\beta\Delta\theta)\Rightarrow Ah_2=Ah_1(1+\beta\theta)\Rightarrow h_2=h_1(1+\beta\theta)\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=1+\beta\theta$

B ۷۶۹ ۲

انبساط حجمی ظرف‌ها ناچیز است، بنابراین مساحت مقطع ظرف‌ها با افزایش دما تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. برای آنکه اختلاف ارتفاع مایع‌ها یکسان باشد، با افزایش دما هر دو مایع باید به یک اندازه در ظرف بالا بیایند، ظرف‌های A و B مشابه‌اند پس تغییر حجم آن‌ها یکسان خواهد بود:

$\Delta V_A=\Delta V_B \xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta} V_A\beta_A\Delta\theta=V_B\beta_B\Delta\theta\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$

حجم مایع A برابر است با: $V_A=Ah_A$

حجم مایع B برابر است با: $V_B=Ah_B$

حجم‌های به‌دست آمده را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم: $\frac{Ah_B}{Ah_A}=\frac{\beta_A}{\beta_A}\Rightarrow\frac{h_B}{h_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$

نکته در یک ظرف با انبساط ناچیز افزایش ارتفاع مایع درون آن با تغییر دما از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $\Delta h=h_1\beta\Delta\theta$

B ۷۷۰ ۳

خط فکری در این نوع مسائل که دربارهٔ انبساط آب پرسیده می‌شود، همواره باید به انبساط غیر عادی آب در محدودهٔ $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ توجه کرد. در دمای $4^\circ C$ حجم مقدار معینی آب کمینه و چگالی آب بیشینه است و توجه به این رفتار در پاسخگویی به مسئله لازم است.

به دلیل انبساط غیرعادی آب، چگالی مقدار معینی آب $4^\circ C$ بیشینه مقدار چگالی است و در روزهای سرد، آب $4^\circ C$ در دریاچه و آب‌گیرها ته‌نشین می‌شود، از این‌رو آب $0^\circ C$ که در سطح بالای دریاچه است، شروع به یخ زدن می‌کند و به مرور بر ضخامت آن افزوده می‌شود، اما آهنگ افزایش ضخامت یخ کاهش می‌یابد زیرا یخ نارساناست و انتقال گرما از آب به هوا کندتر صورت می‌گیرد و یخ زدن آب با آهنگ کندتری انجام می‌شود.

A ۷۷۱ ۴

خط فکری در حل این مسائل حتماً باید به گزینه‌ها دقت کرد. آن چه مشخص است آب دارای انبساط غیرعادی است و از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ به‌جای آنکه حجم آب افزایش یابد، حجم آب کاهش می‌یابد. بنابراین باید بررسی کنیم که $4^\circ C$ چند کلوین و چند $^\circ F$ است.

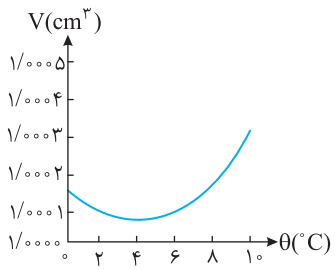
تبدیل $4^\circ C$ به کلوین: $T=273+4=277K$

تبدیل $4^\circ C$ به فارنهایت: $F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow F=\frac{9}{5}\times4+32\Rightarrow F=39/2^\circ F$

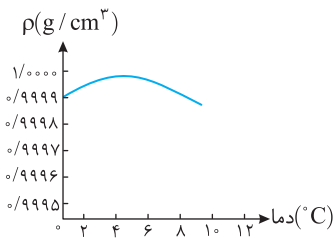
بنابراین هر سه گزینه درست است.

B ۷۷۲ ۲

خط فکری باید به انبساط غیرعـادی آب فکر کنیم، هرگاه دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ افزایش یابد، حجم آن به‌طور غیرعادی کاهـش و چگالـی آن افزایـش می‌یابـد و بـا افزایـش دمـا از $4^\circ C$ بـه بالاتـر، حجـم آب به‌طور عـادی افزایش و چگالی آن کاهـش می‌یابـد. در نتیجه حجم مقدار معینی آب در دمای $4^\circ C$ کمترین مقـدار و چگالی آن بیشترین مقدار است.



(الف) تغییرات حجم آب (شیرین) با دما



(ب) تغییرات چگالی آب (شیرین) با دما

A ۷۷۳ ۲

در بازهٔ $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ آب رفتار غیرعادی دارد و با افزایش دمای آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش می‌یابد.

با افزایش دما آب ظرف A لبریز شده است بنابراین حجم آب افزایش یافته یعنی دمای آب بالای $4^\circ C$ $(\theta_1 > 4^\circ C)$ است. ارتفاع آب در ظرف B کاهش یافته است بنابراین دمای ظرف B از $4^\circ C$ کمتر است $(\theta_2 < 4^\circ C)$.

B ۷۷۴ ۲

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند، زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P = \rho gh + P_0$ است که این رابطه از $P = \frac{W}{A} + P_0$ به‌دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر نکرده‌اند: (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این‌که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می‌شود؛ اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می‌شود و این دو تغییر اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. (تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است.)

B ۷۷۵ ۳

خط فکری دقت کنید چون ظرف استوانه‌ای است پس فشار وارد بر کف ظرف را از رابطهٔ $\frac{(mg)_{\text{آب}}}{A_{\text{کف ظرف}}}$ و نیروی وارد بر کف ظرف را نیز می‌توان از رابطهٔ $(mg)_{\text{آب}}$ به‌دست آورد. دقت کنید دلیل استفاده از این دو رابطه این است که با تغییر دمای آب جرم آب ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما با کاهش یا افزایش دما چگالی و ارتفاع مایع هر دو تغییر می‌کند. مثلاً در این سؤال با کاهش دما، حجم و ارتفاع آب کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد، بنابراین از رابطهٔ $P = \rho gh$ نمی‌توان سؤال را حل کرد.

۱ بررسی تغییر فشار:

$$P = \frac{(mg)_{\text{آب}}}{A_{\text{کف ظرف}}} \xrightarrow[\text{کاهش: کف ظرف } A \text{، ثابت: } m]{\text{دما کاهش یافته}} \text{افزایش می‌یابد: } P$$

۲ نیروی وارد بر کف ظرف: نیروی وارد بر کف ظرف برابر mg است که با تغییر دما ثابت می‌ماند.

B ۷۷۶ ۱

خط فکری مقدار فرورفتگی یک جسم شناور در مایع به چگالی مایع بستگی دارد یعنی هر چه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم شناور در مایع کمتر خواهد بود.

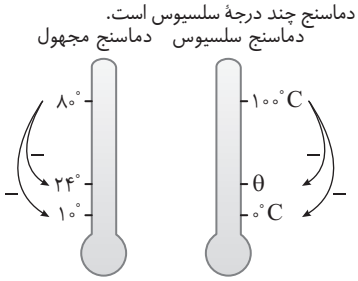


با افزایش دمای آب از $50^\circ C$ تا $65^\circ C$ حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد و با کاهش چگالی مایع، مقدار فرورفتگی قطعه چوب در مایع افزایش می‌یابد.

پنجره دو جداره

B ۷۷۷ ۲

ابتدا به‌دست می‌آوریم که 24° این دماسنج چند درجهٔ سلسیوس است.



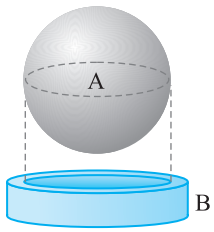
$$\frac{100-\theta}{100-0} = \frac{80-24}{80-10} \Rightarrow \frac{100-\theta}{100} = \frac{56}{70} \Rightarrow 100-\theta = 80 \Rightarrow \theta = 20^\circ C$$

بنابراین دما از $0^\circ C$ به $20^\circ C$ افزایش یافته و مقدار انبساط میله برابر است با:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 4 = L_1 \times 2/5 \times 10^{-5} \times 20 \Rightarrow L_1 = 8 \times 10^3 \, mm = 8m$$

B ۷۷۸ ۲

برای اینکه گلوله بتواند از حلقه عبور کند باید طول قطر بیرونی گلوله و طول قطر درونی حلقه یکی شود و می‌دانیم انبساط قطر از نوع انبساط طولی است، از این‌رو:



$$L_{2A} = L_{2B}$$
$$\Rightarrow d_A(1+\alpha_A \Delta\theta) = d_B(1+\alpha_B \Delta\theta)$$
$$\Rightarrow d_A + d_A \alpha_A \Delta\theta = d_B + d_B \alpha_B \Delta\theta$$
$$\Rightarrow d_A - d_B = \Delta\theta(d_B \alpha_B - d_A \alpha_A)$$

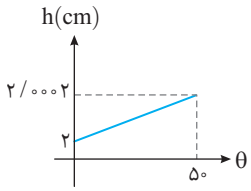
با توجه به سؤال $\rightarrow d_A - d_B = 0/002$

$$0/002 = \Delta\theta(1 \times 6/004 \times 10^{-6} - 1/002 \times 2 \times 10^{-6})$$
$$\Rightarrow 0/002 = \Delta\theta(6/004 \times 10^{-6} - 2/004 \times 10^{-6}) \Rightarrow 0/002 = \Delta\theta(4 \times 10^{-6})$$
$$\Rightarrow \Delta\theta = 500^\circ C \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 500 \Rightarrow \theta_2 - 10 = 500 \Rightarrow \theta_2 = 510^\circ C$$

C ۷۷۹ ۳

خط فکری از روی نمودار ارتفاع اولیه و شعاع اولیه استوانه را به‌دست می‌آوریم. سپس تغییر ارتفاع در اثر $50^\circ C$ افزایش دما را مشخص می‌کنیم تا بتوانیم به کمک آن ضریب انبساط طولی این استوانه را به‌دست آوریم.

۱ ارتفاع اولیه $h = 2cm$ است و چون قطر سطح مقطع استوانه برابر ارتفاع آن است بنابراین قطر سطح مقطع استوانه $2cm$ و شعاع آن $\frac{2}{2} = 1cm$ است.



۲ تغییر ارتفاع با توجه به نمودار $\Delta h = 2/0002 - 2 = 0/0002 cm$ است به کمک رابطهٔ انبساط طولی، ضریب انبساط طولی خواهد شد:

$$\Delta h = h_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 0/0002 = 2 \times \alpha \times 50 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-6} \, ^\circ C^{-1}$$

۳ ضریب انبساط حجمی استوانه برابر است با:

$$\beta = 3\alpha \Rightarrow \beta = 3 \times 2 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-6} \, ^\circ C^{-1}$$

۴ اکنون تغییر حجم استوانه قابل محاسبه است.

$$\Delta V = V_1 \times \beta \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = (\pi r_1^2 h_1) \times \beta \times \Delta\theta \Rightarrow$$
$$\Delta V = (3 \times 1 \times 2) \times 6 \times 10^{-6} \times 50 \Rightarrow$$
$$\Delta V = 1/8 \times 10^{-3} \, cm^3 = 1/8 \times 10^{-3} \times 10^3 \, mm^3 = 1/8 \, mm^3$$

میانبر

$$\begin{cases} \Delta h = h \times \alpha \times \Delta\theta \\ \Delta r = r \times \alpha \times \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta r} = \frac{h}{r} = 2 \Rightarrow \Delta r = \frac{\Delta h}{2} = 0/001 cm$$

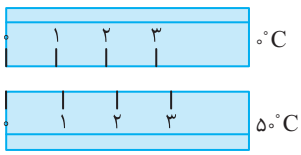
تغییر حجم برابر است با:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \pi r_2^2 h_2 - \pi r_1^2 h_1 = \pi(r_2^2 h_2 - r_1^2 h_1) = 1/8 \, mm^3$$

۱ ۷۸۰ B

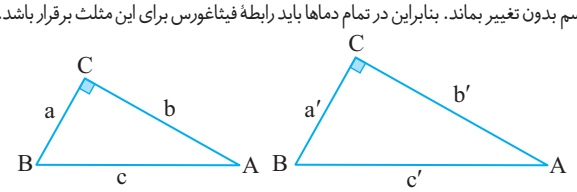
افزایش طول میز در اثر افزایش دما، ناچیز فرض شده است. اما در اثر افزایش دما، فاصلهٔ درجه‌بندی خط‌کش افزایش می‌یابد و طول میز را از طول واقعی آن کمتر نشان می‌دهد بنابراین: $\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1}\times 100=2\times 10^{-5}\times 50\times 100=0/1\%$

در واقع در این دما فاصلهٔ بین درجه‌بندی‌های خط‌کش افزایش می‌یابد، بنابراین خط‌کش در دمای $50^\circ C$ طول میز را کمتر نشان می‌دهد، در واقع طول واقعی میز از طول اندازه‌گیری شده $0/1\%$ بیشتر است.



۳ ۷۸۱ C

خط فکری وقتی می‌خواهیم زاویهٔ قائمه (راست) تغییر نکند، یعنی بعد از تغییر دما شکل جسم بدون تغییر بماند. بنابراین در تمام دماها باید رابطهٔ فیثاغورس برای این مثلث برقرار باشد.



راه‌حل اول: بنابر رابطهٔ فیثاغورس داریم: $a^2+b^2=c^2$

همچنین در دمای θ_2 در اثر تغییر دما طول اضلاع خواهد شد:

$$a'=a(1+\alpha\Delta\theta),\ b'=b(1+\alpha\Delta\theta),\ c'=c(1+\alpha_c\Delta\theta)$$

چون در هر دمایی زاویهٔ بین a و b برابر 90° است، یعنی بین اضلاع رابطهٔ فیثاغورس برقرار است. $a'^2+b'^2=c'^2$

$$a^2(1+\alpha\Delta\theta)^2+b^2(1+\alpha\Delta\theta)^2=c^2(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\Rightarrow$$

$$(1+\alpha\Delta\theta)^2(a^2+b^2)=c^2(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\xrightarrow{a^2+b^2=c^2}$$

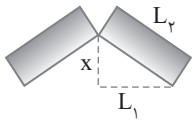
$$(1+\alpha\Delta\theta)^2=(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\Rightarrow\alpha_c=\alpha\Rightarrow\frac{\alpha_c}{\alpha}=1$$

راه‌حل دوم: برای آنکه زاویه قائمه بماند باید تمام اضلاع با نسبت یکسانی تغییر کنند یعنی $\frac{c}{c'}=\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\Rightarrow\frac{c}{c(1+\alpha_c\Delta\theta)}=\frac{a}{a(1+\alpha\Delta\theta)}=\frac{b}{b(1+\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow\alpha_C=\alpha$

۱ ۷۸۲ C

خط فکری چرا در اثر افزایش دما از قسمت شکاف وسط میله، میله به سمت بالا حرکت کرده است؟ خُب علت آن، انبساط طولی میله است که در اثر انبساط و افزایش طول راهی به جز تغییر شکل نداشته است.

طول اولیهٔ هر قسمت را L_1 و طول ثانویه را L_2 می‌نامیم. با توجه به شکل و قضیهٔ فیثاغورس:



$$L_2^2=x^2+L_1^2\Rightarrow x^2=L_2^2-L_1^2$$
$$\Rightarrow x^2=L_1^2(1+\alpha\Delta\theta)^2-L_1^2\Rightarrow$$
$$x^2=L_1^2(1+\alpha^2\Delta\theta^2+2\alpha\Delta\theta)-L_1^2$$

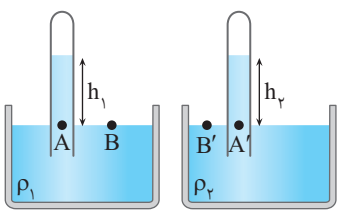
چون α از مرتبهٔ 10^{-6} است، وقتی به توان ۲ می‌رسد از مرتبهٔ 10^{-12} می‌شود و در مقایسه با $\alpha\Delta\theta$ بسیار کوچک شده و در مقابل $\alpha\Delta\theta$ قابل چشم‌پوشی است:

$$x^2=2L_1^2\alpha\Delta\theta=2\times 200^2\times 25\times 10^{-6}\times 32=64\Rightarrow x=8cm$$

۳ ۷۸۳ C

با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته‌ایم فشار نقاط A و B، همچنین A′ و B′ با هم برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1=P_0$$
$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow\rho_2gh_2=P_0$$



بنابراین: $\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_2}$

حال با توجه به رابطهٔ دمایی چگالی $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ داریم:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_1(1-\beta\Delta\theta)}=\frac{1}{1-\beta\Delta\theta}$$

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{1-\beta\Delta\theta}\times\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=\frac{1+\beta\Delta\theta}{1-(\beta\Delta\theta)^2}\xrightarrow{(\beta\Delta\theta)^2\sim 0}\frac{h_2}{h_1}\simeq 1+\beta\Delta\theta$$

۱ ۷۸۴ B

حجم اولیه دو مایع یکسان است $V_1=V_2$ و افزایش حجم مخلوط دو مایع در اثر افزایش دما برابر مجموع انبساط حجمی دو مایع است. با این اطلاعات می‌توان V_1 را به‌دست آورد.

$$\Delta V=\Delta V_1+\Delta V_2\xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta}2/7=V_1\beta_1\Delta\theta+V_2\beta_2\Delta\theta\xrightarrow{V_1=V_2}$$

$$2/7=V_1\times 50(1/2\times 10^{-3}+1/5\times 10^{-3})\Rightarrow V_1=\frac{2/7}{50\times 2/7\times 10^{-3}}=20cm^3$$

حال با مشخص شدن حجم اولیهٔ مایع (۱)، حجم ثانویهٔ آن را در دمای $20^\circ C$ به‌دست می‌آوریم: $V_1'=V_1(1+\beta_1\Delta\theta)=20(1+1/2\times 10^{-3}\times 20)=20/48cm^3$

۳ ۷۸۵ C

خط فکری حجم مایع به اندازهٔ $50-49/25=0/75cm^3$ از گنجایش ظرف کمتر است، بنابراین باید در اثر افزایش دما، مقدار انبساط مایع منهای انبساط ظرف برابر $0/75cm^3$ شود.

با توجه به خط فکری که باید دنبال می‌کردیم، می‌توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}}=0/75\Rightarrow V_{1\text{ مایع}}\beta_{\text{مایع}}\Delta\theta-V_{1\text{ ظرف}}(3\alpha)\Delta\theta=0/75$$

$$49/25\times 10^{-3}\Delta\theta-50\times 3\times\frac{2/5}{3}\times 10^{-5}\Delta\theta=0/75$$

$$49/25\times 10^{-3}\Delta\theta-1/25\times 10^{-3}\Delta\theta=0/75$$

$$48\times 10^{-3}\Delta\theta=0/75\Rightarrow\Delta\theta=\frac{75\times 10^{-2}}{48\times 10^{-3}}=\frac{750}{48}\Rightarrow\Delta\theta=15/625^\circ C$$

۴ ۷۸۶ B

خط فکری در حل این مسئله دقت کنید که بخشی از ظرف خالی است. برای حل آن ابتدا باید حجم ثانویه آب و حجم ثانویه ظرف را حساب کنید، سپس تفاضل آن‌ها را برابر $50L$ قرار دهید.

۱ حجم ظرف $1m^3$ و افزایش دما $80^\circ C$ بنابراین حجم ثانویه ظرف خواهد شد:

$$V_2=V_1(1+3\alpha\Delta\theta)\Rightarrow V_{2\text{ ظرف}}=1(1+3\times 5\times 10^{-6}\times 80)$$

$$\Rightarrow V_{2\text{ ظرف}}=(1+0/0012)=1/0012m^3=1001/2L$$

۲ حجم ثانویهٔ مایع را برحسب β حساب می‌کنیم. حجم اولیهٔ مایع $\frac{9}{10}$ حجم اولیهٔ ظرف یعنی $\frac{9}{10}m^3$ است.

$$V_{2\text{ مایع}}=V_{1\text{ مایع}}(1+\beta\Delta\theta)\Rightarrow V_{2\text{ مایع}}=\frac{9}{10}(1+\beta\times 80)=\frac{9}{10}+72\beta\Rightarrow$$

$$V_{2\text{ مایع}}=(\frac{9}{10}+72\beta)\times 10^3L$$

۳ تفاضل حجم ثانویهٔ مایع و حجم ثانویهٔ ظرف را برابر $50L$ قرار می‌دهیم.

$$V_{2\text{ مایع}}-V_{2\text{ ظرف}}=50\Rightarrow(\frac{9}{10}+72\beta)\times 10^3-1001/2=50$$

$$900+72000\beta-1001/2=50\Rightarrow 72000\beta-101/2=50$$

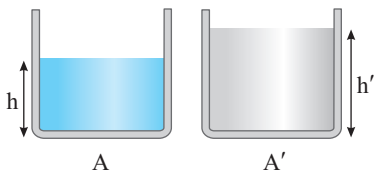
$$72000\beta=151/2\Rightarrow\beta=2/1\times 10^{-3}K^{-1}$$

C ۷۸۷ ۲

در ابتدا حجم مایع درون ظرف برابر $V=Ah$ است، بنابراین $h=\frac{V}{A}$ می‌شود.

پس از افزایش دما حجم مایع درون ظرف $V'=A'h'$ است، بنابراین $h'=\frac{V'}{A'}$ که در آن V' حجم مایع درون ظرف و A' مساحت سطح مقطع ظرف است. با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی مایع $V'=V(1+\beta\Delta\theta)$ و رابطهٔ انبساط سطحی کف ظرف $A'=A(1+2\alpha\Delta\theta)$ می‌توان نوشت.

$$h'=\frac{V(1+\beta\Delta\theta)}{A(1+2\alpha\Delta\theta)} \xrightarrow{h=\frac{V}{A}} h'=h\left(\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+2\alpha\Delta\theta}\right)\Rightarrow\frac{h'}{h}=\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+2\alpha\Delta\theta}$$



با توجه به فرض مسئله $h'=1/05h$ است بنابراین:

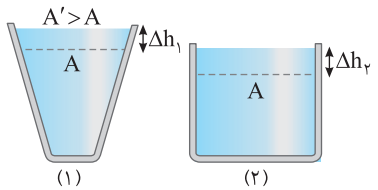
$$1/05=\frac{1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta}{1+2\times5\times10^{-5}\Delta\theta}\Rightarrow1/05+1/05\times10^{-4}\Delta\theta=1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta$$

$$0/05=2/5\times10^{-4}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{0/05}{2/5\times10^{-4}}\Rightarrow\Delta\theta=200^\circ C=200K$$

B ۷۸۸ ۲

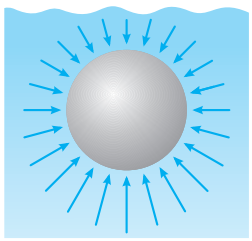
مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو ظرف یکی است.

با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است: $\Delta V_1=\Delta V_2$



سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2=\frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین افزایش فشار نیز کمتر است $\Delta P_1<\Delta P_2$

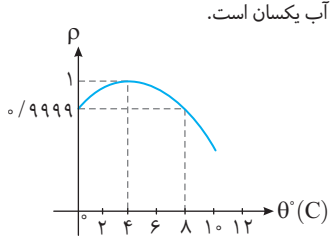
C ۷۸۹ ۲



خط فکری با توجه به شکل، فشار وارد بر سطح بالایی جسم از فشار بر سطح پایینی جسم کمتر است و همین اختلاف فشار $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ سبب ایجاد نیروی شناوری می‌شود بنابراین نیروی شناوری به چگالی مایع بستگی دارد و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناور بزرگ‌تر است.

خط فکری با تغییر دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با تغییر دمای آب از $4^\circ C$ به بالاتر حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.

خط فکری با توجه به نمودار تغییرات چگالی برحسب دما، در دمای $0^\circ C$ و $8^\circ C$ تقریباً چگالی آب یکسان است.



در دمای صفر جسم غوطه‌ور است بنابراین نیروی شناوری و نیروی وزن با هم برابر است. با افزایش دما از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد و نیروی شناوری بیشتر می‌شود در نتیجه جسم شروع به بالا رفتن می‌کند. اما با افزایش دما پس از دمای تقریباً $8^\circ C$ چگالی آب از چگالی آب صفر درجه کمتر می‌شود پس نیروی شناوری از وزن کمتر شده و پس از مدتی جسم در دمای بالایی $8^\circ C$ شروع به پایین آمدن می‌کند.

C ۷۹۰ ۳

ابتدا به بررسی ارتفاع h می‌پردازیم:

آب دارای انبساط غیرعادی است و وقتی دمای آب از $8^\circ C$ به $4^\circ C$ می‌رسد حجم آب و حجم ظرف کم می‌شود. البته کاهش حجم آب از کاهش حجم ظرفش بیشتر است زیرا $\beta_{\text{ظرف}}>\beta_{\text{آب}}$ است بنابراین h کاهش می‌یابد. اما از $4^\circ C$ به $2^\circ C$ انبساط غیرعادی آب شروع می‌شود و آب منبسط شده و ارتفاع آب کمی افزایش می‌یابد. پس h ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

فشار وارد بر کف ظرف:

بنا به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$، فشار وارد بر کف ظرف توسط آب برابر $P=\frac{W}{A}$ است که در آن وزن آب (W) ثابت است اما چون ظرف سرد شده مساحت سطح مقطع کف ظرف اندکی کاهش می‌یابد بنابراین فشار وارد بر کف ظرف اندکی افزایش می‌یابد

$$\uparrow P=\frac{W}{A\downarrow}$$ (W ثابت)

عددی که ترازو نشان می‌دهد چیزی به جز وزن ظرف و آب درون آن نیست $(a=W_{\text{آب}}+W_{\text{ظرف}})$ که هر دو ثابت است، بنابراین a ثابت است.

B ۷۹۱ ۴

در صورت این تست المپیاد فیزیک کشوری، مایع درون دماسنج مشخص نیست. در صورتی که مایع درون دماسنج آب خالص باشد و دمای محیط $4^\circ C$ باشد، اگر دمای محیط افزایش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج زیاد می‌شود و اگر دمای محیط کاهش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج باز هم زیاد می‌شود در واقع این امکان وجود دارد که ارتفاع آب درون دماسنج بالا برود و مقابل یک دما بایستد اما مشخص نیست که دما بالای $4^\circ C$ یا زیر $4^\circ C$ است. همین امر نیز سبب می‌گردد فاصلهٔ درجه‌ها در این دماسنج یکسان نباشد که علت این پدیده انبساط غیرعادی آب از $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ است.

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

A ۷۹۱ ۴

۱ **در دماسنج‌های** جیوه‌ای و الکلی کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لولهٔ دماسنج است و به جز چند مورد استثنا تمام مواد با افزایش دما، منبسط و با کاهش آن منقبض می‌شوند. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. در یکی از انواع ترموکوپل‌ها که جنس سیم‌ها از آلیاژ خاصی است، گسترهٔ دماسنجی از $-270^\circ C$ تا $1372^\circ C$ است، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. برای مقایسه دقت دو دماسنج یکایی که بر اساس آن دماسنج درجه‌بندی شده مهم نیست، بلکه فاصلهٔ درجه‌بندی‌ها روی دماسنج مهم است. زیرا ممکن است بین دو درجهٔ متوالی روی دماسنج به قسمت‌های مختلفی تقسیم شده باشد. از طرفی ساختمان دماسنج مثلاً نازک و یا کلفت بودن لولهٔ آن در دقت تأثیر دارد از این‌رو گزینهٔ (۳) نادرست است. در دماسنج ترموکوپل از دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان استفاده می‌شود اما سیم‌هایی که به ولت‌سنج می‌رسند هم‌جنس‌اند و گزینهٔ (۴) درست است. نمای ۱

A ۷۹۱ ۳

۲ **در فشارسنج** بوردون برای اندازه‌گیری فشار یک شاره از یک لولهٔ خمیدهٔ یک‌سر بسته و قابل انعطاف استفاده می‌شود که انتهای این لوله به عقربه‌ای متصل است و فشار را روی صفحه‌ای مدرج نشان می‌دهد. تغییر فشار پیمانه‌ای شارهٔ درون لوله سبب تغییر شکل لوله و در نتیجه حرکت عقربه روی صفحه مدرج می‌شود. در دماسنج‌های نواری از دو فلز متفاوت مثلاً برنج و آهن که سرتاسری به‌هم جوش داده شده یا پرچ شده‌اند استفاده می‌شود و به دلیل متفاوت بودن ضریب انبساط طولی دو فلز با کاهش یا افزایش دما میله‌ها روی هم خم شده و باعث انحراف عقربه می‌شوند. نمای ۳

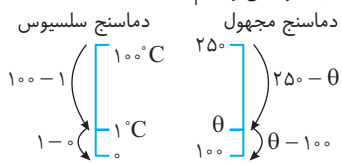
A ۷۹۱ ۴

۳ در اثر افزایش دما، کرهٔ فلزی منبسط می‌شود، یعنی فاصلهٔ بین مولکولی زیاد شده و تمام سطح کره و اجزای روی آن بزرگ می‌شود. بنابراین قطر سوراخ‌ها و فاصلهٔ بین آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

نمای ۳

A ۷۹۱ ۴

۴ با توجه به شکل تناسب زیر را می‌نویسیم:



$$\frac{۱۰۰-۱}{۱-۰}=\frac{۲۵۰-\theta}{\theta-۱۰۰}\Rightarrow ۹۹=\frac{۲۵۰-\theta}{\theta-۱۰۰}\Rightarrow ۹۹\theta-۹۹۰۰=۲۵۰-\theta$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\theta=۱۰۱۵۰\Rightarrow\theta=۱۰۱/۵^\circ C$$

نمای ۲

A ۷۹۱ ۱

۵ درصد تغییرات طول برابر است با:

$$\frac{\Delta L}{L_۱}\times ۱۰۰=\frac{L_۱\alpha\Delta\theta}{L_۱}\times ۱۰۰=(\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰=(\alpha\times ۵۰)\times ۱۰۰=۶\times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{۶}{۵۰}\times ۱۰^{-۴}=۱۲\times ۱۰^{-۶}=۱/۲\times ۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$$

نمای ۳

B ۷۹۱ ۴

۶ تغییر چگالی از رابطهٔ $\Delta\rho=-\rho_۱\beta\Delta\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین درصد تغییرات چگالی خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات چگالی}=\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}\times ۱۰۰=-۲\Rightarrow\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}=-۰/۰۲$$

$$\Rightarrow-\beta\Delta\theta=-۰/۰۲\Rightarrow\beta\Delta\theta=۰/۰۲\Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۴}\times\Delta\theta=۲\times ۱۰^{-۲}\Rightarrow\Delta\theta=۱۰۰^\circ C$$

اکنون تغییر دما را برحسب فارنهایت حساب می‌کنیم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta F=\frac{۹}{۵}\times ۱۰۰=۱۸۰^\circ F$$

نمای ۶

A ۷۹۱ ۱

خط فکری ۷ برای آنکه اختلاف طول دو نوار فلزی در هر دمایی ثابت باشد، باید تغییر طول دو نوار در اثر تغییر دما یکسان باشد.

می‌خواهیم اختلاف طول دو نوار همیشه مقدار ثابتی بماند.

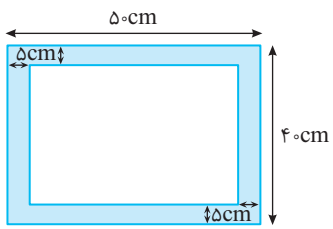
$$\Delta L_{Al}=\Delta L_{Cu}\Rightarrow(L_۱\alpha\Delta\theta)_{Al}=(L_۱\alpha\Delta\theta)_{Cu}$$

$$\Rightarrow L_۱\times ۲۴\times ۱۰^{-۶}=۳۰۰\times ۱۸\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow L_{۱Al}=۲۲۵cm$$

نمای ۳

B ۷۹۱ ۲

خط فکری ۸ هر گاه در یک جسم جامد با ضریب انبساط طولی α حفره‌ای باشد و از ما در مورد انبساط حفره در اثر تغییر دما پرسش شود، ما حفره را به صورت جسمی با همان ضریب انبساط طولی α در نظر می‌گیریم.



انبساط مساحت قسمت درونی قاب را از ما خواسته‌اند. ما برای حل مسئله فضای تو خالی را یک مستطیل از جنس همان فلز در نظر می‌گیریم و ابتدا مساحت این قسمت خالی را حساب می‌کنیم.

$$\text{طول مستطیل}=۵۰-۲\times(۵)=۴۰cm$$

$$\text{عرض مستطیل}=۴۰-۲\times(۵)=۳۰cm$$

مساحت قسمت درونی قاب خواهد شد: $A_۱=۳۰\times ۴۰=۱۲۰۰cm^۲$

انبساط این قسمت برابر است با:

افزایش $\Delta A=A_۱۲\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta A=۱۲۰۰\times ۲\times ۲\times ۱۰^{-۴}\times ۱۰۰=\Delta A=۴۸cm^۲$

نمای ۴

B ۷۹۱ ۳

۹ یادآوری دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری برابر کمینه مقدار درجه‌بندی وسیله است.

بین $۰^\circ F$ تا $۲۰^\circ F$ به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین دقت دماسنج فارنهایت برابر است با:

$$\text{کمینه درجه‌بندی}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲^\circ F$$

بین $-۱۰^\circ C$ تا $۰^\circ C$ به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین دقت دماسنج سلسیوس برابر است با:

$$\text{کمینه درجه‌بندی}=\frac{۱۰}{۱۰}=۱^\circ C$$

اختلاف دقت‌ها برحسب درجهٔ سلسیوس خواسته شده بنابراین دقت دماسنج فارنهایت را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow ۲=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۰}{۹}^\circ C$$

حال اختلاف دقت‌ها برابر $\frac{۱۰}{۹}-۱=\frac{۱}{۹}\ ^\circ C$ است.

نمای ۲

B ۷۹۱ ۳

۱۰ برای آنکه مایع سرریز نشود، باید در اثر افزایش دما حداکثر ارتفاع مایع $۵۰cm$ افزایش یابد. با توجه به اینکه از انبساط مخزن صرف‌نظر شده است، با افزایش دما مساحت سطح مقطع مخزن تغییر نمی‌کند. از این‌رو:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow A\Delta h=Ah_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta h=h_۱\beta\Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\beta=۱۰^{-۳}K^{-۱}]{h_۱=۱۰m,\ \Delta h=۰/۵m} ۰/۵=۱۰\times ۱۰^{-۳}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۵۰^\circ C$$

$$\Rightarrow\theta_۲-\theta_۱=۵۰\Rightarrow\theta_۲-(-۱۰)=۵۰\Rightarrow\theta_۲=۴۰^\circ C$$

بنابراین در دمای بالای $۴۰^\circ C$ مایع سرریز می‌شود و گزاره (الف) نادرست است.

با افزایش دما به شرط آنکه مایع از ظرف سرریز نشود، فشار ثابت می‌ماند و اگر با افزایش دما مایع آن‌قدر منبسط شود که مقداری از آن از ظرف سرریز شود، فشار کاهش می‌یابد و گزاره (ب) نادرست است. $\downarrow P=\frac{W\downarrow}{A_{\text{ثابت}}}$

همان‌گونه که در قسمت (الف) دیدیم، تغییر ارتفاع برابر است با:

$$\Delta h=h_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta h}{h_۱}=\beta\Delta\theta\xrightarrow{\Delta h=ah_۱\ \text{فرض مسئله}}\beta\Delta\theta=a\quad (I)$$

رابطهٔ تغییر چگالی با دما با تقریب مناسبی به صورت زیر است:

$$\rho_۲=\rho_۱(۱-\beta\Delta\theta)\Rightarrow\Delta\rho=-\rho_۱\beta\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}=-\beta\Delta\theta\quad (II)$$

با توجه به رابطهٔ (I) و (II) خواهیم داشت: $\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}=-a٪$

بنابراین چگالی a درصد کاهش می‌یابد و گزاره (پ) درست است.

نمای ۸

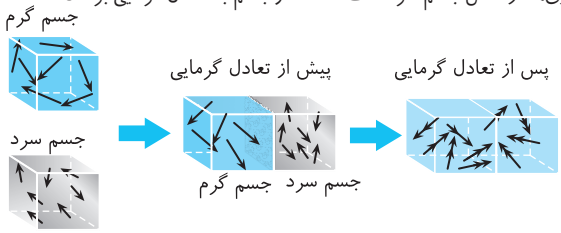
پنجره ۳

A ۷۹۲ ۲

گرما به صورت نوعی انرژی تعریف شده است که از محل با دمای بالاتر به محل با دمای پایین‌تر شارش می‌یابد.

B ۷۹۳ ۴

وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، از دیدگاه میکروسکوپی، آنچه که اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آنکه دو جسم به تعادل گرمایی برسند.



A ۳ ۷۹۴

گرمای ویژهٔ آب از سایر مواد بیشتر است. این نشان می‌دهد که وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ $1^\circ C$ تغییر دما دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای بیشتری با محیط اطراف خود مبادله می‌کند. از این خاصیت آب برای گرم کردن فضای خانه‌ها به وسیلهٔ شوفاژ استفاده می‌شود.

بازی با سؤال ..... **آب از سایر مواد بیشتر است، بنابراین وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ یک درجه سلسیوس تغییر دما می‌دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای ..... با محیط اطراف خود مبادله می‌کند که ..... به دلیل همین ویژگی آب است.**

۱) ظرفیت گرمایی - بیشتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

۲) گرمای ویژه - بیشتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۳) ظرفیت گرمایی - کمتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۴) گرمای ویژه - کمتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

گزینهٔ ۲

A ۱ ۷۹۵

خط فکری گرمای ویژه به جنس جسم و دمای آن بستگی دارد. ظرفیت گرمایی به جنس و جرم جسم بستگی دارد.

ظرفیت گرمایی جسم یعنی $C=mc$ که در آن c گرمای ویژه و m جرم جسم است، گرمای ویژهٔ یک جسم مقدار ثابتی است. بنابراین اگر جرم جسم نصف شود، ظرفیت گرمایی آن نصف می‌شود اما گرمای ویژه آن ثابت است.

A ۱ ۷۹۶

دقت کنید که گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد، بنابراین به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژهٔ جسم را حساب می‌کنیم و با مراجعه به جدول جنس جسم را مشخص کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[m=4kg]{Q=25/6kJ,\Delta\theta=70-20=50^\circ C} 25600=4\times c\times 50$$

$$\Rightarrow c=128J/kgK$$

بنابراین فلز مورد نظر سرب است.

B ۱ ۷۹۷

خط فکری در رابطهٔ گرماسنجی $Q=mc\Delta\theta$ هر گاه جسم گرما بگیرد، Q مثبت و دمای جسم افزایش یافته و هر گاه جسم گرما از دست بدهد، Q منفی و دمای جسم کاهش یافته است.

با نوشتن رابطهٔ گرما، مسئله قابل حل است. البته گرما را در رابطه با علامت منفی قرار می‌دهیم، زیرا جسم گرما از دست داده است:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[\theta_1=50^\circ C,c=400J/kg^\circ C]{Q=-40kJ=-40000J,m=2kg}$$

$$-40000=2\times 400(\theta_2-50)\Rightarrow -50=\theta_2-50\Rightarrow \theta_2=0^\circ C$$

A ۲ ۷۹۸

خط فکری تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین باهم برابر است، بنابراین اگر یکای گرمای ویژه برحسب $J/kg.K$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow 9=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=5^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[c=4200J/kg.K]{m=1kg} Q=1\times 4200\times 5=21000J=21kJ$$

B ۲ ۷۹۹

۱ ابتدا گرمای خواسته شده را برحسب SI (یعنی ژول) به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=4\times 2100\times 8=67200J$$

۲ هر کالری ۴/۲ ژول است حال گرمای به‌دست آمده را از ژول به کالری تبدیل می‌کنیم:

$$67200J\times\frac{1cal}{4/2J}=16000cal$$

A ۳ ۸۰۰

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است. به صحبت‌های عجیب جرم مولی توجه نکنید. کافی است جرم جسم را به کمک رابطهٔ گرما حساب کنید، سپس جرم را به تعداد مول‌ها تقسیم کنید و جرم مولی را به‌دست آورید.

یادآوری تعداد مول برابر است با: $n=\frac{m}{M}$ (m: جرم جسم، M: جرم مولی)

با توجه به رابطهٔ گرما خواهیم داشت $Q=mc\Delta T \xrightarrow[c=3750J/kg.K]{Q=37500J,\Delta T=303-283=20K}$

$$37500=m\times 3750\times 20\Rightarrow m=0/5kg$$

اکنون جرم مولی را به‌دست می‌آوریم.

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow 25=\frac{0/5}{M}\Rightarrow M=\frac{0/5}{25}=0/02kg/mol=20g/mol$$

A ۳ ۸۰۱

ابتدا جرم آبی که نیروگاه از رودخانه می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho_{آب}=1000kg/m^3,V=10^5m^3}$$

$$m=1000\times 10^5\Rightarrow m=10^8kg$$

یادآوری هر گیگا ژول، 10^9 ژول است.

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، دمای آب خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=2100GJ=2100\times 10^9J,\theta=25^\circ C}$$

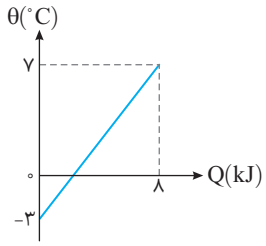
$$2100\times 10^9=10^8\times 4200\times(\theta-25)\Rightarrow(\theta-25)=5\Rightarrow\theta=30^\circ C$$

A ۴ ۸۰۲

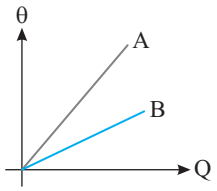
خط فکری با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ برای مقدار معینی از یک جسم، گرما و تغییر دما باهم متناسب‌اند.

با توجه به نمودار برای تغییر دمای جسم به اندازهٔ $7-(-3)=10^\circ C=10K$ گرمای لازم $8kJ$ بوده است، بنابراین برای تغییر دمای $3K$، گرمای لازم را به کمک یک تناسب ساده به‌دست می‌آوریم.

۱۰	۸kJ
۳	$Q\Rightarrow Q=2/4kJ$



بازی با سؤال **کدام گزینهٔ زیر در مورد نمودار دما برحسب گرمای روبه‌رو، درست است؟**



۱) ظرفیت گرمایی A بیشتر از ظرفیت گرمایی B است.

۲) ظرفیت گرمایی B بیشتر از ظرفیت گرمایی A است.

۳) گرمای ویژهٔ A بیشتر از گرمای ویژهٔ B است.

۴) گرمای ویژهٔ B بیشتر از گرمای ویژهٔ A است.

گزینهٔ ۲

B ۱ ۸۰۳

۱ ابتدا جرم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به کمک رابطهٔ گرماسنجی به‌دست می‌آوریم: $Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 32000=m\times 400\times 20\Rightarrow m=4kg$

یادآوری در رابطهٔ چگالی فلز سازنده باید از جرم فلز به کار رفته (قسمت توپر) و حجم فلز به کار رفته (حجم قسمت توپر) استفاده کرد: $\rho_{فلز}=\frac{m_{توپر}}{V_{توپر}}$

۲ حجم فلز به کار برده شده در ساخت مکعب را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 8000=\frac{4}{V}\Rightarrow V=\frac{1}{2000}m^3\Rightarrow V=\frac{10^6}{2000}cm^3=500cm^3$$

۳ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{مکعب}=a^3=8^3\Rightarrow V_{مکعب}=512cm^3$

۴ حجم حفره برابر اختلاف حجم مکعب و حجم فلزی است که مکعب از آن ساخته شده است. حجم حفره $=512-500=12cm^3$

۳ ۸۰۴ A

خط فکری کافی است، جرم جسم را در هر حالت از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم:

$$Q_1=m_1c\Delta\theta_1 \xrightarrow[\Delta\theta_1=30^\circ C]{Q=1200J,\ c=400J/kg^\circ C} 1200=m_1\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_1=0/1\,kg=100g$$

$$Q_2=m_2c\Delta\theta_2 \xrightarrow{Q=300J,\ \Delta\theta_2=30^\circ C} 300=m_2\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_2=0/025\,kg=25g$$

اختلاف جرم برابر است با: $\Delta m=100-25=75g$

۱ ۸۰۵ A

گرمای داده شده به مادهٔ A و مادهٔ B باهم برابر است. گرمای داده شده را طبق رابطهٔ گرما می‌نویسیم و باهم برابر قرار می‌دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q_A=Q_B} m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_A=5^\circ C,\Delta\theta_B=3^\circ C]{m_A=3g,m_B=2g} 3\times c_A\times5=2\times c_B\times3\Rightarrow\frac{c_A}{c_B}=\frac{2}{5}=0/4$$

بازی با سؤال **به دو جسم A و B که نسبت جرم آن‌ها $\frac{M_A}{M_B}=\frac{4}{3}$ و نسبت گرمای ویژهٔ آن‌ها $\frac{c_A}{c_B}=\frac{3}{5}$ است، به یک اندازه گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای جسم A برابر ۴۰ درجهٔ سلسیوس باشد، افزایش دمای جسم B چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟**

۱) ۱۸ ۲) ۳۲ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۲

۴ ۸۰۶ B

گرمای داده شده به دو جسم A و B برابر است. گرمای Q_A و Q_B را در رابطهٔ گرما برابر قرار می‌دهیم و به کمک آن یک رابطه بین $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$ به‌دست می‌آوریم.

$$Q_A=Q_B \xrightarrow[c_A=250J/kg^\circ C,\ c_B=1250J/kg^\circ C]{m_A=m_B=1\,kg}$$

$$1\times250\times\Delta\theta_A=1\times1250\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_A=5\Delta\theta_B \quad (I)$$

در صورت مسئله بیان شده که افزایش دمای جسم A، $20^\circ C$ بیشتر از افزایش دمای جسم B است، بنابراین: $\Delta\theta_A=\Delta\theta_B+20 \quad (II)$

اکنون دو معادله و دو مجهول (I) و (II) را در اختیار داریم.

$$(I)\ و\ (II)\Rightarrow5\Delta\theta_B=\Delta\theta_B+20\Rightarrow4\Delta\theta_B=20\Rightarrow\Delta\theta_B=5^\circ C$$

گرمای Q را حساب می‌کنیم. $Q=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow Q=1\times1250\times5\Rightarrow Q=6250J$

۱ ۸۰۷ B

با توجه به صورت مسئله چگالی A، ۰/۸ چگالی B است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=0/8\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=0/8\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow{V_A=2V_B}$$

$$\frac{m_A}{2V_B}=0/8\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_A=1/6m_B$$

گرمای داده شده به دو جسم یکسان است، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B \xrightarrow{c_A=\frac{1}{2}c_B}$$

$$1/6m_B\times\frac{c_B}{2}\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}=\frac{1}{0/8}=\frac{5}{4}$$

۲ ۸۰۸ B

۱ حجم فلزی که کرهٔ A از آن ساخته شده است برابر است با:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow{R_A=20cm} V_A=\frac{4}{3}\pi(20)^3=\frac{4}{3}\pi(8000)$$

۲ حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده است برابر خواهد شد با:

$$V_B=\frac{4}{3}\pi(R_o^3-R_i^3)\Rightarrow V_B=\frac{4}{3}\pi(20^3-10^3)=\frac{4}{3}\pi(7000)$$

۳ دو کره هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها باهم برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{4}{3}\pi(8000)}{\frac{4}{3}\pi(7000)}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{8}{7}$$

۴ گرمای داده شده به دو کره یکسان است، از طرفی دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژه آن‌ها برابر است $(c_A=c_B)$، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{8}{7}$$

۲ ۸۰۹ B

گرمای داده شده در هر دو حالت یکسان است، بنابراین در رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به دو جسم را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q_1=Q_2\Rightarrow m_1c\Delta\theta_1=m_2c\Delta\theta_2\Rightarrow m_1\Delta\theta_1=m_2\Delta\theta_2 \quad (I)$$

با توجه به صورت مسئله، دمای جسم ۲۵٪ بیشتر افزایش یافته است یعنی:

$$\Delta\theta_2=\Delta\theta_1+\frac{25}{100}\Delta\theta_1\Rightarrow\Delta\theta_2=1/25\Delta\theta_1 \quad (II)$$

اکنون رابطه (II) را در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$m_1\Delta\theta_1=m_2(1/25\Delta\theta_1)\Rightarrow m_2=0/8m_1$$

بنابراین تغییر جرم برابر است با: $\Delta m=m_2-m_1=0/8m_1-m_1=-0/2m_1$

یعنی باید ۲۰٪ از جرم جسم کم کنیم.

۳ ۸۱۰ B

چون ظرفیت گرمایی دو جسم داده شده است برای محاسبهٔ گرما از رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم:

در حالت اول به دو جسم گرمای یکسانی داده شده است، بنابراین:

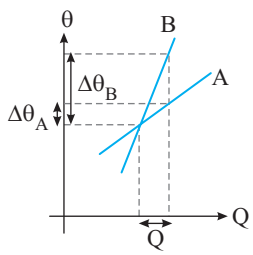
$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B \xrightarrow{C_A>C_B} \Delta\theta_A<\Delta\theta_B$$

در حالت دوم تغییر دمای دو جسم یکسان است:

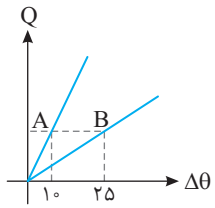
$$\left.\begin{matrix}Q_A=C_A\Delta\theta\\ Q_B=C_B\Delta\theta\end{matrix}\right\} \xrightarrow{C_A>C_B} Q_A>Q_B$$

۳ ۸۱۱ A

جرم دو جسم مشخص نیست، بنابراین در مورد گرمای ویژهٔ آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد. به سراغ رابطهٔ گرما $Q=C\Delta\theta$ می‌رویم که در آن C ظرفیت گرمایی جسم است و هر چه C بزرگ‌تر باشد، افزایش دمای جسم کمتر خواهد بود. با توجه به نمودار برای گرمای یکسان Q، افزایش دمای A از افزایش دمای B کمتر است، بنابراین ظرفیت گرمایی A از ظرفیت گرمایی B بیشتر است.



بازی با سؤال **نمودار گرمای داده شده به دو جسم A و B با جرم‌های یکسان، بر حسب تغییر دما به صورت روبه‌رو است. نسبت $\frac{c_A}{c_B}$ کدام است؟**



۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{5}{3}$

گزینهٔ ۲

۸۱۲ A ۱

خط فکری آهنگ گرما دادن، همان توان گرمایی است، اما دقت کنید یکای آهنگ گرما برحسب J/min است که باید به J/s یا همان وات تبدیل شود.

$$۲۰۰۰\frac{J}{min}\times\frac{۱min}{۶۰s}=\frac{۲۰۰۰}{۶۰}=\frac{۱۰۰}{۳}J/s$$

تغییر دمای آب از $۱۰^\circ C$ تا $۷۰^\circ C$ برابر $۶۰^\circ C$ است و گرمایی که آب دریافت می‌کند (Q) برابر خواهد شد با:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg^\circ C]{m=۴kg}Q=۴\times۴۲۰۰\times۶۰$$

اکنون می‌توان زمان را به‌دست آورد.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow t=\frac{Q}{P}=\frac{۴\times۴۲۰۰\times۶۰}{\frac{۱۰۰}{۳}}=۳\times۴\times۴۲\times۶۰s=\frac{۳\times۴\times۴۲\times۶۰}{۳۶۰۰}h=۸/۴h$$

میانبر چون آهنگ گرما دادن ثابت است، بنابراین نسبت گرما و زمان یکسان تغییر می‌کنند. در این سؤال گفته شده $۲۰۰۰J$ گرما در هر دقیقه داده می‌شود و گرمای مورد نیاز $Q=mc\Delta\theta=۵۰۴(۲۰۰۰)$ است. بنابراین این گرما در مدت ۵۰۴ دقیقه به جسم داده می‌شود.

$$t=\frac{۵۰۴}{۶۰}=۸/۴h$$

۸۱۳ A ۳

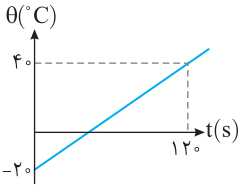
توان گرمایی اجاق الکتریکی $(P=\frac{Q}{t})$ ثابت است. بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{Q_W}{t_W}=\frac{Q_O}{t_O}\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}\frac{m_Wc_W\Delta\theta_W}{t_W}=\frac{m_Oc_O\Delta\theta_O}{t_O}$$

$$\xrightarrow[t_W=۱۰min\ ,\ t_O=۱۵min]{m_O=۳kg\ ,\ m_W=۱kg\ ,\ \Delta\theta_W=\Delta\theta_O}\frac{۱\times c_W}{۱۰}=\frac{۳\times c_O}{۱۵}\Rightarrow\frac{c_O}{c_W}=\frac{۱}{۲}$$

۸۱۴ B ۳

به نمودار نگاه کنید. در مدت $۱۲۰s$، دمای جسم در اثر دریافت گرما از $-۲۰^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ رسیده است، یعنی $۶۰^\circ C$ افزایش یافته است، بنابراین گرمایی که جسم دریافت می‌کند خواهد شد:



$$Q=mc\Delta\theta=Q=۰/۱\times۴۰۰\times۶۰\Rightarrow Q=۲۴۰۰J$$

این گرمایی است که جسم در $۱۲۰s$ دریافت کرده است، بنابراین گرمایی که در هر ثانیه دریافت می‌کند خواهد شد:

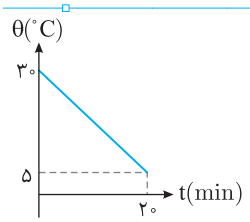
$$P=\frac{Q}{t}=\frac{۲۴۰۰}{۱۲۰}=۲۰J/s$$

میانبر در مدت $۱۲۰s$ دمای جسم جامد $۶۰^\circ C$ افزایش یافته بنابراین در هر ثانیه دمای جسم به اندازهٔ $۰/۵^\circ C$ افزایش می‌یابد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۱\times۴۰۰\times۰/۵=۲۰J$$

۸۱۵ A ۴

توان وسیلهٔ سرمازا ۳ وات است، یعنی وسیله در هر ثانیه $۳J$ گرما از جسم می‌گیرد. بنابراین با توجه به نمودار در مدت ۲۰ دقیقه مقدار گرمایی که جسم از دست می‌دهد تا دمایش از $۳۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسد برابر است با:



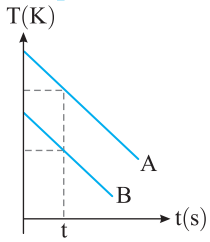
$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt=۳\times(۲۰\times۶۰)=۳۶۰۰J$$

به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژه جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۳۶۰۰=۰/۳\times c\times۲۵\Rightarrow c=۴۸۰\frac{J}{kg\cdot K}$$

۸۱۶ B ۱

توان وسیله‌ها یکسان است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ درمدت زمان یکسان، گرمای گرفته شده از دو جسم نیز یکسان است:



$$Q_A=P_At_A\xrightarrow[t_A=t_B]{P_A=P_B}Q_A=Q_B$$
$$Q_B=P_Bt_B$$

شیب نمودار برابر تغییرات محور قائم بر روی تغییرات محور افقی است (یعنی $\frac{\Delta T}{\Delta t}$) و با توجه به نمودار دو خط موازی‌اند، شیب هر دو نمودار یکسان است. بنابراین در مدت زمان یکسان تغییر دمای دو جسم یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta T=m_Bc_B\Delta T\Rightarrow m_Ac_A=m_Bc_B\Rightarrow C_A=C_B$$

۸۱۷ B ۳

خط فکری در واقع مسئله از ما خواسته که دربارهٔ گرمای ویژهٔ واقعی فلز اظهار نظر کنیم. در این صورت باید ابتدا مشخص کنیم که گرمکن با توان $P=۵۰W$ در مدت $t=۱۲۰s$ چند ژول گرما به فلز می‌دهد. سپس به کمک رابطهٔ گرما، گرمای لازم برای بالا بردن دمای قطعه فلز از $۱۸^\circ C$ به $۳۸^\circ C$ را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که گرمکن به فلز می‌دهد مقایسه کنیم.

گرمایی که گرمکن در مدت $۱۲۰s$ تولید می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۵۰\times۱۲۰\Rightarrow Q=۶۰۰۰J$$

گرمایی که قطعه فلز می‌گیرد تا دمایش بالا رود برابر است با:

$$Q_{فلز}=mc\Delta\theta=۰/۶\times c\times(۳۸-۱۸)=۱۲c$$

حال اگر تمام گرمایی که گرمکن تولید می‌کند صرف گرم شدن فلز شده باشد آن‌گاه:

$$Q_{فلز}=۶۰۰۰J\Rightarrow ۶۰۰۰=۱۲c\Rightarrow c=۵۰۰J/kg^\circ C$$

البته ممکن است که همهٔ $۶۰۰۰J$ گرما صرف گرم شدن قطعه فلز نشده و بخشی از آن به محیط داده شود. یعنی $Q_{فلز}<۶۰۰۰J$ باشد. بنابراین

$$mc\Delta\theta<۶۰۰۰\Rightarrow ۱۲c<۶۰۰۰\Rightarrow c<۵۰۰J/kg^\circ C$$

در نتیجه $c\le۵۰۰J/kg^\circ C$ خواهد بود.

۸۱۸ B ۲

۱ $\frac{۷}{۸}$ توان الکتریکی کتری به گرما تبدیل شده بنابراین توان گرمایی کتری برابر است با:

$$P_{گرمایی}=\frac{۷}{۸}P_{الکتریکی}\Rightarrow P_{گرمایی}=\frac{۷}{۸}\times۸۰۰=۷۰۰W$$

۲ حال گرمای داده شده به آب پس از ۱۰ دقیقه یا $۱۰\times۶۰=۶۰۰$ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{گرمایی}=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=P_{گرمایی}t\Rightarrow Q=۷۰۰\times۶۰۰=۴۲\times۱۰^۴J$$

۳ این گرما به $۲/۵kg$ آب با دمای اولیهٔ $۵^\circ C$ داده شده است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۴۲\times۱۰^۴=۲/۵\times۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C$$

۴ دمای جسم $۴۰^\circ C$ افزایش یافته:

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow ۴۰=\theta_۲-۵\Rightarrow\theta_۲=۴۵^\circ C$$

۸۱۹ A ۲

خط فکری در این سؤالات باید یک‌بار گرمایی که مایع می‌گیرد تا دمایش افزایش پیدا کند را حساب کنیم. سپس گرمایی که گرمکن در مدت $۲۴s$ تولید می‌کند را به‌دست می‌آوریم، تا مشخص شود چقدر از گرمای گرمکن به مایع رسیده است.

۱ گرمایی که دمای $۶۰g$ مایع را از $۳۰^\circ C$ به $۵۰^\circ C$ می‌رساند برابر است:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۵۰۰J/kgK}Q=\frac{۶۰}{۱۰۰۰}\times۱۵۰۰\times(۵۰-۳۰)\Rightarrow Q_{مایع}=۱۸۰۰J$$

۲ گرمایی که گرمکن تولید می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q_{گرمکن}=Pt\xrightarrow{P=۳۰۰W\ ,\ t=۲۴s}$$

$$Q_{گرمکن}=۳۰۰\times۲۴\Rightarrow Q_{گرمکن}=۷۲۰۰J$$

۳ اکنون مشخص می‌کنیم $Q_{مایع}$ چند درصد $Q_{گرمکن}$ است.

$$\frac{Q_{مایع}}{Q_{گرمکن}}\times۱۰۰=\frac{۱۸۰۰}{۷۲۰۰}\times۱۰۰=۰/۲۵\times۱۰۰=۲۵٪$$

میانبر در سؤالاتی که با توان و بازده سروکار داریم، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:



بازی با سؤال یک گرمکن با توان P و بازده ۸۴ درصد در مدت ۱۲۵s می‌توانـد دمـای ۶۰۰g آب ۳۰°C را به ۸۰°C برسـاند، P چند وات اسـت؟ ($c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.K$ ، از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.) آزمون مدارس برتر

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۸۲۰ ۱

گلولهٔ سـربی در اثر برخورد به دیوار متوقف شـده و ۵۰ درصد انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل شـده است. بنابراین باید در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به جای Q، ۵۰٪ انرژی جنبشی را قرار دهیم. $Q=\frac{۱}{۲}K\Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow ۱۲۵\Delta\theta=\frac{۱}{۴}\times(۴۰۰)^۲$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۴۰۰\times۴۰۰}{۵۰۰}\Rightarrow\Delta\theta=۳۲۰K$$

B ۸۲۱ ۴

بـا پایین آمدن وزنه، انرژی پتانسـیل آن به انـدازه $\Delta U=mgh$ کاهش می‌یابد که این انـرژی بـه انرژی جنبشـی همزن تبدیل می‌شـود و همزن این انرژی را بـه آب می‌دهد و دمای آب را بالا می‌برد. بنابراین در رابطهٔ دماسنجی $Q=m_Wc\Delta\theta$ به جای Q مقدار mgh را قرار می‌دهیم.

$$Q=m_Wc\Delta\theta\xrightarrow[Q=mgh]{m_W=۲m}mgh=۲mc\Delta\theta\xrightarrow{g=۱۰N/kg}\Delta\theta=\frac{۵h}{c}$$

B ۸۲۲ ۴

خط فکری در واقـع این مسـئله یک مسـئله ترکیبی از فصـل کار و انرژی و فصل گرماسـت. وقتی سـنگ در شـرایط خلأ رها می‌شـود، انرژی مکانیکی آن در طول مسـیر ثابت می‌ماند و تمام انرژی پتانسیل گرانشی آن هنگام برخورد به زمین به انرژی جنبشی جسـم تبدیل می‌شود. بنابراین به کمک پایسـتگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی هنگام برخورد به زمین را حسـاب می‌کنیم، سپس به کمک رابطه گرما، افزایش دمای سنگ در اثر دریافت انرژی را به‌دست می‌آوریم.

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow[U_۱=mgh]{K_۱=۰,U_۲=۰}mgh+۰=۰+K_۲$$

$$\Rightarrow K_۲=m\times۱۰\times۲۴۰\Rightarrow K_۲=۲۴۰۰m\ \text{ژول}$$

یک سوم این انرژی به گرما تبدیل شده است.

$$Q=\frac{۱}{۳}K_۲=\frac{۱}{۳}\times۲۴۰۰m=۸۰۰m\xrightarrow[c=۴۰۰J/kg^\circ C]{Q=mc\Delta\theta}m\times۴۰۰\times\Delta\theta=۸۰۰m$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=۲^\circ C$$

B ۸۲۳ ۱

خط فکری هر سه گوی را پس از مدتی از درون آب جوش بیرون آورده‌ایم از این‌رو دمای اولیه هر گوی $۱۰۰^\circ C$ است. سه گوی را روی یک ورقه بزرگ پارافین قرار داده‌ایم و این کار سـبب می‌گردد دمای نهایی هر سـه گوی برابر دمای ورقه بزرگ پارافین شـود، یعنی تغییر دمای سه گوی یکسان است. $\Delta\theta_{Ag}=\Delta\theta_{Cu}=\Delta\theta_{Fe}$

اکنون گرمایی که هر گوی از دست می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=m_{Ag}\times۲۴۰\times\Delta\theta_{Ag}$$

$$Q_۲=m_{Cu}\times۴۰۰\times\Delta\theta_{Cu}\ ,\ Q_۳=m_{Fe}\times۴۵۰\times\Delta\theta_{Fe}$$

گوی‌ها گرما را از دست داده و این گرما به پارافین می‌رسد، پس هرچه گرمایی که گوی‌ها از دست می‌دهند بیشتر باشد، مقدار پارافین ذوب شده بیشتر است. یعنی نسبت پارافین ذوب شده برابر نسبت گرماهای از دست داده شده توسط گوی‌هاست.

$$\frac{Q_۳}{Q_۱}=\frac{m_{Fe}\times۴۵۰\times\Delta\theta_{Fe}}{m_{Ag}\times۲۴۰\times\Delta\theta_{Ag}}=\frac{۱۵}{۸}\Rightarrow\frac{m_۳}{m_۱}=\frac{۱۵}{۸}\Rightarrow m_۳=\frac{۱۵}{۸}m_۱$$

$$\frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{m_{Cu}\times۴۰۰\times\Delta\theta_{Cu}}{m_{Ag}\times۲۴۰\times\Delta\theta_{Ag}}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow m_۲=\frac{۵}{۳}m_۱$$

B ۸۲۴ ۱

خط فکری گرمایـی کـه بـه مجموعه داده می‌شـود صـرف گرم کـردن آب و فلز می‌شود. از طرفی دمای آب و فلزی که در آن قرار دارد $۱۰^\circ C$ است. بنابراین کافی است مجموع گرمای آب و فلز را برابر کل گرمای ۲۱kJ قرار دهیم. چون آب و فلز در تماس باهم هستند، دمای نهایی آن‌ها نیز یکسان خواهد شد.

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی و مقدار گرمای داده شده به مجموعه می‌توان نوشت:

$$Q_{کل}=Q_{آب}+Q_{فلز}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$۲۱۰۰۰=۲\times۴۲۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow۲۱۰۰۰=۸۴۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۲۱۰۰۰}{۱۰۵۰۰}=۲^\circ C$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow۲=\theta_۲-۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۲^\circ C$$ دمای نهایی مجموعه خواهد شد.

B ۸۲۵ ۲

۱ ابتدا گرمایی که گرمکن به مجموعهٔ گرماسنج می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow{P=۵۰W,\ t=۶۰s}Q=۵۰\times۶۰=۳۰۰۰J$$

۲ این گرما صرف گرم کردن آب و گرماسنج شده است، بنابراین:

$$Q=Q_{آب}+Q_{گرماسنج}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$\Rightarrow۳۰۰۰=۰/۱\times۴۲۰۰\times(۲۵-۲۰)+C(۲۵-۲۰)$$

$$۹۰۰=۵C\Rightarrow C=۱۸۰J/^\circ C$$

۳ تـوان گرمایـی گرمکن ثابت اسـت و در مـدت ۱min، دمـای مجموعه $۵^\circ C$ افزایـش یافتـه اسـت. بـرای به‌دسـت آوردن مـدت زمانـی کـه دمـای مجموعـه $۱۰۰-۲۵=۷۵^\circ C$ افزایش می‌یابد، کافی است که از یک تناسب ساده استفاده کنیم.

$$\begin{array}{c|c}۵^\circ C & ۱\min\\ \hline ۷۵^\circ C & t\end{array}\Rightarrow t=۱۵\min$$

B ۸۲۶ ۳

خط فکری در واقع با روشن شدن همزن برقی، کاری که همزن انجام می‌دهد به گرما تبدیل شـده و انرژی درونی آب و گرماسـنج را بالا برده و سبب افزایش دمای آن‌ها می‌شود. مقدار انرژی که همزن به مجموعه می‌دهد از تعریف توان $P=W/t$ به‌دست می‌آید.

ابتدا گرمایی که لازم اسـت تا دمای آب و گرماسـنج $۱۰^\circ C$ بالا برود را به کمک رابطهٔ گرما به‌دست می‌آوریم.

$$Q=Q_{آب}+Q_{گرماسنج}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta\Rightarrow$$

$$Q=۰/۱\times۴۲۰۰\times۱۰+۳۰۰\times۱۰\Rightarrow Q=۷۲۰۰J$$

این مقدار گرما توسط همزن تأمین شده است از این‌رو:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{Q=W=۷۲۰۰}۲۰۰=\frac{۷۲۰۰}{t}\Rightarrow t=۳۶s$$

B ۸۲۷ ۱

خط فکری ابتدا باید براساس انبساط حجمی مایع، تغییر دمای آن را حساب کنیم سـپس به کمک چگالی جرم مایع را به‌دسـت می‌آوریم و به کمک تغییر دما و جرم مایع، گرمای داده شده به مایع را به‌دست می‌آوریم:

۱ افزایش حجم مایع $۲cm^۳$ اسـت. با توجه به رابطهٔ انبسـاط حجمی مایع می‌توان نوشت:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta\xrightarrow{V_۱=۲۰۰cm^۳}۲=۲۰۰\times۱/۲\times۱۰^{-۳}\times\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۱۰۰}{۱۲}=\frac{۲۵}{۳}^\circ C$$

۲ جرم جسم را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^۳}m=۰/۸\times۲۰۰\Rightarrow m=۱۶۰g$$

۳ اکنون گرمایی که به مایع می‌دهیم قابل محاسبه است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=\frac{۱۶۰}{۱۰۰۰}\times۲۴۰۰\times\frac{۲۵}{۳}\Rightarrow Q=۳۲۰۰J=۳/۲kJ$$

B ۸۲۸ ۳

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ ، دمای ثانویه را به‌دست آوریم. البته به دلیل آنکه از آب گرما گرفته‌ایم باید Q را منفی قرار دهیم.

$$-۴۲\times۱۰^{۳}=mc\Delta\theta\Rightarrow-۴۲\times۱۰^{۳}=۱\times۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-۱۰^{\circ}C$$

دما $۱۰^{\circ}C$ کاهش می‌یابد یعنی دمای آب از $۱۲^{\circ}C$ به $۲^{\circ}C$ رسیده و با توجه به انبساط غیر عادی آب، با کاهش دما از $۱۲^{\circ}C$ تا $۴^{\circ}C$، حجم کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد و از $۴^{\circ}C$ تا $۲^{\circ}C$ حجم افزایش و چگالی آب کاهش می‌یابد.

نکته به‌طور کلی هر گاه با تغییر حجم یا چگالی آب سر و کار داشتید، حواستون به دمای $۴^{\circ}C$ باشد که آیا در بازهٔ تغییرات دما قرار دارد یا نه.

بازی با سؤال **از ۵۰۰ گرم آب $۱۳^{\circ}C$ مقدار $۲۱kJ$ گرما می‌گیریم. حجم آب چگونه تغییر می‌کند؟** $(c_{آب}=۴۲۰۰J/kg^{\circ}C)$

۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

B ۸۲۹ ۲

خط فکری وقتی در مسئله به دو جسم متفاوت گرما می‌دهیم، برای بررسی و مقایسه انبساط آن‌ها ابتدا باید از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ ، رابطه‌ای بین تغییر دمای دو جسم به‌دست آوریم و سپس با استفاده از روابط انبساط تغییر خواسته شده را حساب کنیم.

۱ گرمای داده شده به هر دو میله یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow mc_A\Delta\theta_A=mc_B\Delta\theta_B\xrightarrow{\frac{c_A}{c_B}=۲}۲\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$$

۲ تغییر طول میله از رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{L_A\alpha_A\Delta\theta_A}{L_B\alpha_B\Delta\theta_B}\xrightarrow{L_A=L_B}\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{\alpha_A\Delta\theta_A}{\alpha_B\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\alpha_B=۲\alpha_A]{\Delta\theta_B=۲\Delta\theta_A}\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{۱}{۴}$$

B ۸۳۰ ۴

۱ گرمای داده شده به دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\xrightarrow[c_A=\frac{۱}{۲}c_B]{m_A=m_B}$$

$$m_B\frac{۱}{۲}c_B\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=\frac{۱}{۲}\Delta\theta_A$$

۲ نسبت تغییر حجم دو جسم خواسته شده است.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(۳\alpha_A)\Delta\theta_A}{V_B(۳\alpha_B)\Delta\theta_B}\xrightarrow[\Delta\theta_A=۲\Delta\theta_B]{V_B=۴V_A}\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\times۲$$

$$\xrightarrow{\alpha_A=\frac{۱}{۲}\alpha_B}\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times۲=\frac{۱}{۴}$$

B ۸۳۱ ۴

۱ دو ورقه هم‌جنس و با ضخامت یکسان هستند که سطح یکی دو برابر دیگری است $(S_۲=۲S_۱)$ ، بنابراین با توجه به رابطهٔ $V=Ah$ حجم دومی نیز دو برابر حجم اولی است $(V_۲=۲V_۱)$ و چون دو ورقه هم‌جنس بوده و چگالی آن‌ها یکسان است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\end{cases}\xrightarrow{\rho_۲=\rho_۱}\frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲}\xrightarrow{V_۲=۲V_۱}m_۲=۲m_۱$$

۲ گرمای داده شده به $S_۲$ دو برابر گرمای داده شده به $S_۱$ است و با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$Q_۲=۲Q_۱\Rightarrow m_۲c\Delta\theta_۲=۲m_۱c\Delta\theta_۱\xrightarrow{m_۲=۲m_۱}۲m_۱\Delta\theta_۲=۲m_۱\Delta\theta_۱$$

$$\Rightarrow\Delta\theta_۲=\Delta\theta_۱$$

۳ اکنون نسبت شعاع دو ورقه را به‌دست می‌آوریم:

$$S_۲=۲S_۱\Rightarrow\pi R_۲^{۲}=۲\pi R_۱^{۲}\Rightarrow R_۲=\sqrt{۲}R_۱$$

۴ به کمک رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta R=R\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱\alpha\Delta\theta_۱}{R_۲\alpha\Delta\theta_۲}\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱}{\sqrt{۲}R_۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

بازی با سؤال **از یک ورقهٔ آلومینیمی دو صفحهٔ دایره‌ای شکل به مساحت‌های $S_۱=S$ و $S_۲=nS$ بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به صفحهٔ اول گرمای $Q_۱=Q$ و به صفحهٔ دوم گرمای $Q_۲=nQ$ را بدهیم و بر اثر این گرما، افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب $\Delta R_۱$ و $\Delta R_۲$ باشد، $\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}$ چقدر است؟**

مشابه سراسری تجربی - ۹۲

۱) ۱ ۲) n ۳) $\sqrt{n}$ ۴) $\frac{۱}{n}$

گزینهٔ ۳

B ۸۳۲ ۳

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت ۳۰ دقیقه را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow[t=۳۰min=۳۰\times۶۰s]{P=۰/۱kW=۱۰۰W}Q=۱۰۰\times۳۰\times۶۰\Rightarrow Q=۱۸\times۱۰^{۴}J$$

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ ، تغییر دما خواهد شد:

$$۱۸\times۱۰^{۴}=۲\times۶۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۸}{۱۲}\times۱۰^{۲}\Rightarrow\Delta\theta=۱۵۰^{\circ}C$$

در نمودار نشان داده شده که در مدت ۳۰ دقیقه که دما $۱۵۰^{\circ}C$ افزایش یافته طول میله $۸۰/۲۴-۸۰=۰/۲۴cm$ افزایش یافته است:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta\xrightarrow[L_۱=۸۰cm]{\Delta L=۰/۲۴cm}۰/۲۴=۸۰\times\alpha\times۱۵۰$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{۰/۲۴}{۱۲}\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\alpha=۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^{\circ}C}$$

B ۸۳۳ ۳

در چند ثانیهٔ اول گرم کردن مشاهده می‌شود که سطح آب درون لوله اندکی پایین می‌آید. زیرا لولهٔ شیشه‌ای رسانای ضعیف گرما است.

بنابراین نخست لولهٔ شیشه‌ای منبسط می‌شود و حجم درون آن افزایش می‌یابد و سطح مایع که هنوز شروع به انبساط نکرده است پایین می‌آید و همین که گرما به مایع (آب) رسید، مایع منبسط می‌شود و در لوله از سطح اولیه بالاتر می‌رود زیرا ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر از ضریب انبساط حجمی جامد است.

B ۸۳۴ ۱

دو کره هم‌جنس (مسی) و شعاع آن‌ها یکی است، پس جرم کرهٔ توخالی کمتر است و برای افزایش دمای یکسان به گرمای کمتری نیاز دارد.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\begin{cases}Q_A=m_Ac\Delta\theta_A\\ Q_B=m_Bc\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow[\Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{m_A<m_B}Q_A<Q_B$$

از طرفی دمای هر دو کره به یک اندازه افزایش یافته است و بنا بر رابطه انبساط حجمی $\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta$ ، افزایش حجم دو کره و همچنین افزایش شعاع دو کره $(\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta)$ باهم برابر است.

B ۸۳۵ ۴

در مسائل مربوط به انبساط فقط جنس جسم، ابعاد ظاهری و تغییر دمای آن مهم است و در این مسأله قطر خارجی (ظاهری) و جنس و افزایش دمای دو کره (چون هر دو کره با آب جوش به تعادل رسیده‌اند) یکسان است.

B ۳ ۸۳۶

خط فکری توجه کنید که انبساط تنها به تغییر دما بستگی دارد.

$$\begin{cases}\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta\\ \Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta\\ \Delta V = V_1(3\alpha)\Delta\theta\end{cases}$$

هنگامی که در سؤال گفته شود به جسمی گرما داده‌ایم با توجه به رابطهٔ زیر ابتدا باید تغییر دما را محاسبه کنیم و سپس در معادلهٔ انبساط قرار دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \qquad (1)$$

به دو کره انرژی گرمایی مساوی داده شده است. جنس دو کره نیز یکسان است، یعنی گرمای ویژهٔ آن‌ها باهم برابر است. بنابراین طبق رابطهٔ (۱) تغییر دمای کره‌ای که درون آن حفره است و جرم کمتری دارد، بیشتر از دیگری است.

$$Q_{\text{توپر}} = Q_{\text{حفره‌دار}} \xrightarrow{c=c'} m\Delta\theta = m'\Delta\theta' \xrightarrow{m>m'} \Delta\theta < \Delta\theta'$$

تغییر شعاع کره‌ها از رابطهٔ $\Delta R = R_1\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید. دو کره هم‌جنس‌اند، پس ضریب انبساط طولی آن‌ها هم برابر است، همچنین دو کره در ابتدا شعاع اولیهٔ یکسانی دارند، بنابراین کرهٔ توخالی که تغییر دمای بیشتری داشته افزایش شعاع بیشتری هم خواهد داشت.

جمع‌بندی اگر دو جسم هم‌جنس و با شکل ظاهری یکسان داشته باشیم که جسم A توپر و جسم B توخالی باشد، در مسائلی که یا دمای دو جسم را یکسان تغییر می‌دهند (حالت ۱) یا به دو جسم گرمای یکسان داده می‌شود (حالت ۲):

حالت ۲	حالت ۱
$m_A > m_B$	$m_A > m_B$
A توپر، B توخالی	A توپر، B توخالی
$Q_A = Q_B$	$\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$
$\Delta\theta_A < \Delta\theta_B$	$Q_A > Q_B$
$\Delta R_A < \Delta R_B$	$\Delta R_A = \Delta R_B$

B ۳ ۸۳۷

خط فکری گرمای داده شده به هر چهار صفحهٔ فلزی هم‌جنس برابر است. در این صورت هر صفحه‌ای که جرم بیشتری دارد، افزایش دمای کمتری دارد. البته برای مقایسه جرم‌ها نیز کافی است، مساحت سطح ورقه‌ها را باهم مقایسه کنیم، زیرا چگالی هر چهار صفحه برابر است و مساحت روزنهٔ آن‌ها نیز یکسان است و ورقه‌ای که مساحت بیشتری دارد، جرمش بیشتر است. اگر مساحت سطح روزنه‌ها را یکسان و برابر x بگیریم.

مساحت ورقه A: $S_A = 2l\times l - x = 2l^2 - x$

مساحت ورقه B: $S_B = 3l\times l - x = 3l^2 - x$

مساحت ورقه C: $S_C = 3l\times 2l - x = 6l^2 - x$

مساحت ورقه D: $S_D = 0/5l\times 2l - x = l^2 - x$

بنابراین $S_D < S_A < S_B < S_C$ است و $m_D < m_A < m_B < m_C$ است.

با توجه به رابطهٔ گرما $Q = mc\Delta\theta$ با ثابت بودن Q هر چه m کمتر باشد $\Delta\theta$ بیشتر است.

$$m_A c\Delta\theta_A = m_B c\Delta\theta_B = m_C c\Delta\theta_C = m_D c\Delta\theta_D$$

$$\xrightarrow{m_D<m_A<m_B<m_C} \Delta\theta_D > \Delta\theta_A > \Delta\theta_B > \Delta\theta_C$$

قطر چهار حفره یکسان است و هر چه افزایش دما بیشتر باشد، انبساط حفره بزرگ‌تر است، بنابراین صفحهٔ D که بیشترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن بیشترین و صفحهٔ C که کمترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن کمترین است.

میانبر با تجربهٔ فیزیکی خود می‌دانیم هر چه جسمی کوچک‌تر باشد با گرمای یکسان، قطعاً سریع‌تر دمایش بالا می‌رود و سریع نیز منبسط می‌شود، بنابراین جسم کوچک‌تر افزایش دمایش بیشتر است و حفرهٔ آن نیز بزرگ‌تر می‌شود.

B ۳ ۸۳۸

هر دو کره هم‌جنس‌اند پس $c_A = c_B$ است و گرمای داده شده به دو کره A و B یکسان است از این‌رو:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{m_A = 2m_B} \Delta\theta_B = 2\Delta\theta_A$$

هر دو کره هم‌شعاع هستند، پس حجم اولیه آن‌ها با هم برابر است و هم‌چنین چون دو کره هم‌جنس‌اند پس ضریب انبساط حجمی آن‌ها نیز یکی است $(\beta_A = \beta_B)$ و خواهیم داشت:

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_{1A}\beta_A\Delta\theta_A}{V_{1B}\beta_B\Delta\theta_B} = \frac{1}{2}$$

B ۳ ۸۳۹

۱ حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V = \frac{4}{3}\pi(r^3_{\text{خارجی}} - r^3_{\text{داخلی}}) \Rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3}\times 3(4^3 - 3^3)$$

$$\Rightarrow V_{\text{فلز}} = 4(64 - 27) = 4\times 37\,cm^3 = 148\,cm^3$$

۲ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho = 2g/cm^3} m_{\text{فلز}} = 2\times 148 \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 296g$$

۳ به کمک رابطهٔ گرماسنجی تغییر دمای فلز قابل محاسبه است.

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow[c = 400J/kg.K]{Q = 2960J} 2960 = 296\times 10^{-3}\times 400\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 25^\circ C$$

۴ افزایش حجم فلز از ما خواسته شده است بنابراین:

$$\Delta V_{\text{فلز}} = V_{\text{فلز}}(3\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \Delta V_{\text{فلز}} = 148\times 3\times 10^{-5}\times 25 \Rightarrow \Delta V_{\text{فلز}} = 1/11\,cm^3$$

B ۲ ۸۴۰

با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m = \rho V} \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho V_A}{\rho V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \qquad (1)$$

گرمای داده شده به هر دو کره یکسان است، دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژهٔ آن‌ها یکی است به کمک رابطهٔ گرما خواهیم داشت:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c\Delta\theta_A = m_B c\Delta\theta_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \qquad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

اکنون نسبت تغییر حجم کره A و کرهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A(\beta)\Delta\theta_A}{V_B(\beta)\Delta\theta_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 1$$

دقت کردید که اعداد داده شده در صورت مسئله تأثیری در حل این مسئله ندارد. از طرفی حجم کرهٔ A که توپر است برابر حجم فلزی است که کره از آن ساخته شده است اما حجم کرهٔ B و حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده یکی نیست و در صورت مسئله نسبت حجم کرهٔ A به حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است مدنظر است.

جمع‌بندی برای یک کرهٔ دارای حفره در مسائل می‌تواند افزایش حجم کره، یا حفره یا فلز به کار رفته در قسمت توپر خواسته شود:

افزایش حجم فلز به کار رفته: $\Delta V = V\beta\Delta\theta \searrow (\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{خارجی}} - \frac{4}{3}\pi r^3_{\text{داخلی}})$

افزایش حجم حفره: $\Delta V = V\beta\Delta\theta \searrow (\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{داخلی}})$

افزایش حجم کره: $\Delta V_{\text{کره}} = V_{\text{کره}}\beta\Delta\theta \searrow (\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{خارجی}})$

A ۸۴۱ **۱**

خط فکری تعادل گرمایی یعنی هم‌دما شدن دو جسم. وقتی یک جسم گرم با یک جسم سرد در تماس قرار گیرد و باهم گرما مبادله کنند، گرما از جسم گرم آن‌قدر به جسم سرد شارش می‌کند تا دمای آن‌ها یکی شود که به این دما، دمای تعادل می‌گویند.

با توجه به خط فکری بیان شده گزینهٔ (۱) درست است.

اگر ظرف A آب محتوی ۲۰۰L و ظرف B محتوی ۲۰L آب و هر دو هم‌دما باشند، باهم در تعادل گرمایی هستند، اما قطعاً انرژی درونی آب ظرف A از انرژی درونی آب ظرف B بیشتر است، زیرا ظرف A تعداد ذرات بیشتری دارد، بنابراین گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست هستند.

دو جسم مانند آهن و آب می‌توانند باهم در تعادل گرمایی باشند در حالی که گرمای ویژهٔ آن‌ها برابر نیست، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۸۴۲ **۱**

وقتی آلومینیم و مس $20^\circ C$ را درون مقداری آب $100^\circ C$ بیندازیم، آب به آلومینیم و مس آن قدر گرما می‌دهد تا هر سه جسم به تعادل گرمایی برسند و دمای آن‌ها باهم برابر شود. یعنی دمای نهایی آلومینیم و مس برابر است. بنابراین افزایش دمای آن‌ها یکسان است. در نتیجه گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما برای تغییر دمای یکسان ۱kg آلومینیم و ۱kg مس، قطعاً گرمایی که آلومینیم باید دریافت کند، با توجه به رابطهٔ گرمایی $Q=mc\Delta\theta$ بیش از دو برابر مس خواهد بود زیرا گرمای ویژهٔ آلومینیم بیش از دو برابر گرمای ویژهٔ مس است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

B ۸۴۳ **۴**

خط فکری با توجه به مسئله $c_A > 2c_B$ است. اما جرم A و B مشخص نیست و اگر گرمای یکسانی به آن داده شود نمی‌توان تغییر دمای آن‌ها را باهم مقایسه کرد.

رابطهٔ گرماسنجی را می‌نویسیم و گرمای داده شده را برابر قرار می‌دهیم. $Q=mc\Delta\theta$

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}=\frac{m_Bc_B}{m_Ac_A}$$

کاملاً مشخص است که چون $\frac{m_B}{m_A}$ مشخص نیست هر حالتی ممکن است، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

A ۸۴۴ **۴**

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد برابر است با: $Q_{Al}=m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}$

$$\xrightarrow[\theta_{1Al}=90^\circ C]{m_{Al}=1kg\ ,\ c_{Al}=900J/kg.K}Q_{Al}=1\times900\times(\theta_e-90)$$

گرمایی که مس از دست می دهد شد: $Q_{Cu}=m_{Cu}c_{Cu}\Delta\theta_{Cu}$

$$\xrightarrow[\theta_{1Cu}=95^\circ C]{m_{Cu}=2kg\ ,\ c_{Cu}=400J/kgK}Q_{Cu}=2\times400(\theta_e-95)$$

چون دمای محیط مشخص نیست نمی‌توان نسبت $\frac{Q_{Al}}{Q_{Cu}}$ را حساب کرد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۸۴۵ **۳**

خط فکری هر گاه دو جسم یا دو مایع را در کنار هم قرار می‌دهیم تا با یکدیگر تبادل گرمایی انجام دهند و اتلاف گرمایی نداشته باشیم، مجموع جبری گرمای مبادله شده بین آن‌ها صفر می‌شود: $Q_1+Q_2+\cdots=0$

مجموع جبری گرمای مبادله شده بین دو جسم صفر است، بنابراین:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c(\theta_e-\theta_1)+m_2c(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow m_1(20-5)+m_2(20-95)=0\Rightarrow m_1=5m_2$$

از طرفی مجموع جرم آب‌های مخلوط شده برابر است با $m_1+m_2=150g$، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases}m_1=5m_2\\ m_1+m_2=150\end{cases}\Rightarrow 6m_2=150\Rightarrow m_2=25g\Rightarrow m_1=125g$$

میانبر هر گاه دو جسم هم‌جنس A و B با دماهای θ_A و θ_B را در کنار هم قرار دهیم تا با هم به تعادل دمایی برسند، داریم: $\frac{m_A}{m_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$

بازی با سؤال ۲۰۰g آب $22/5^\circ C$ را با ۱۵۰g آب $40^\circ C$ مخلوط می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی، دمای آب به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ تجربی - ۹۲

۱) ۲۷/۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۲/۵

گزینهٔ ۲

A ۸۴۶ **۳**

خط فکری جرم هر لیتر آب ۱kg است. بعد از برقراری تعادل ۶۰L یعنی ۶۰kg آب $40^\circ C$ داریم. بنابراین مجموع جرم دو مقدار آب ۶۰kg است. مسئله را حل کرده و جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم عددی که برای جرم‌ها به‌دست می‌آید، همان مقدار حجم آن‌ها برحسب لیتر است.

با توجه به قانون پایستگی انرژی مجموع گرمای مبادله شده صفر است.

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c(\theta_e-\theta_1)+m_2c(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow m_1(40-50)+m_2(40-20)=0\Rightarrow m_1=2m_2\qquad(2)$$

جمع m_1 و m_2 برابر ۶۰kg است بنابراین:

$$m_1+m_2=60\Rightarrow 2m_2+m_2=60\Rightarrow m_2=20kg\,,m_1=40kg$$

حجم آب $50^\circ C$، ۴۰L و حجم آب $20^\circ C$، ۲۰L بوده است.

بازی با سؤال m_1 کیلوگرم آب با دمای $10^\circ C$ را با m_2 کیلوگرم آب با دمای $50^\circ C$ مخلوط می‌کنیم و دمای تعادل بدون اتلاف گرما $30^\circ C$ می‌شود. m_2 چند برابر m_1 است؟ خارج ریاضی - ۸۸

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{3}{5}$

گزینهٔ ۱

A ۸۴۷ **۴**

بنابر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow 0/8\times4200\times(\theta_e-0)=0/42\times400\times(84-\theta_e)$$

$$\Rightarrow 80\theta_e=4(84-\theta_e)\Rightarrow 84\theta_e=4\times84\Rightarrow\theta_e=4^\circ C$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$

بازی با سؤال یک قطعه آهن به دمای $88^\circ C$ و ظرفیت گرمایی $420J/K$ را در یک کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس وارد می‌کنیم. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟ $(c_{آب}=4200J/kg.K)$ تجربی - ۸۹

۱) ۰/۸۸ ۲) ۸/۸ ۳) ۸ ۴) ۲۶

گزینهٔ ۳

A ۸۴۸ **۱**

۱ ابتدا دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow(70\times10^{-3})(900)(\theta_e-70)+(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=0$$

$$(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=(70\times10^{-3})(900)(70-\theta_e)\Rightarrow\theta_e=20^\circ C$$

۲ اکنون گرمای مبادله شده را به‌دست می‌آوریم:

$$|Q|=|mc\Delta\theta|=|\frac{70}{1000}\times900\times(70-20)|\Rightarrow|Q|=63\times50\Rightarrow|Q|=3150J$$

تذکر چون یکاها از صورت و مخرج حذف می‌شدند، تبدیل واحد را انجام ندادیم و فقط به این نکته توجه کردیم که یکاها یکسان باشند.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{(70\times900\times70)+(60\times4200\times7/5)}{(70\times900)+(60\times4200)}$$

$$\theta_e=\frac{70\times9\times7+6\times42\times7/5}{7\times9+6\times42}=\frac{70\times9+6\times6\times7/5}{9+6\times6}=\frac{70+30}{1+4}=20^\circ C$$

B ۱ ۸۴۹

خط فکری در واقع مسئله از ما دمای تعادل را می‌خواهد. البته پس از یافتن دمای تعادل می‌توان با کم کردن دمای اولیهٔ آب ($11/5^\circ C$) افزایش دمای آب را حساب کرد، پس برویم و مسئله را حل کنیم.

۱ با توجه به پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_{Cu}+Q_W=0\Rightarrow m_{Cu}c_{Cu}(\theta_e-\theta_{Cu})+m_Wc_W(\theta_e-\theta_W)=0$$

$$\xrightarrow[c_{Cu}=380\,J/kg.K\,,\,c_W=4200\,J/kg.K]{m_{Cu}=420g\,,\,m_W=80g\,,\,\theta_W=11/5^\circ C\,,\,\theta_{Cu}=100^\circ C}$$

$$420\times380(\theta_e-100)+80\times4200\times(\theta_e-11/5)=0$$

$$\xrightarrow[\text{۴۲۰۰ را فاکتور گرفته و ساده می کنیم}]{\text{از معادلهٔ سمت چپ}}38(\theta_e-100)+80(\theta_e-11/5)=0$$

$$\Rightarrow(38\theta_e-3800)+(80\theta_e-920)=0\Rightarrow\theta_e=\frac{4720}{118}=40^\circ C$$

۲ افزایش دمای آب خواهد شد: $\Delta\theta=\theta_e-\theta_1=40-11/5=28/5^\circ C$

۳ می‌دانیم تغییر دما برحسب کلوین و درجه سلسیوس یکسان است، بنابراین:

$$\Delta T=28/5K$$

A ۲ ۸۵۰

ابتدا با توجه به حجم و چگالی داده شده جرم آلومینیم و جرم آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{آب: }\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow1=\frac{m_1}{540}\Rightarrow m_1=540g$$

$$\text{آلومینیم: }\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow2/7=\frac{m_2}{200}\Rightarrow m_2=540g$$

با فرض ناچیز بودن اتلاف گرمایی دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200\times(\theta_e-20)+\frac{540}{1000}\times900(\theta_e-100)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200(\theta_e-20)=\frac{540}{1000}\times900\times(100-\theta_e)\Rightarrow\theta_e\simeq34^\circ C$$

نکته دقت کنید که اگر یکای گرمای ویژه به صورت $J/g.K$ داده شد با ضرب عدد در ۱۰۰۰ یکا را به SI تبدیل کرده و به $J/kg.K$ می‌رسانیم.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{540\times4/2\times20+540\times0/9\times100}{540\times4/2+540\times0/9}$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{4/2\times20+0/9\times100}{4/2+0/9}\Rightarrow\theta_e=\frac{84+90}{5/1}=\frac{174}{5/1}\approx34^\circ C$$

B ۱ ۸۵۱

مجموع گرمای مبادله شده بین فلز، مس و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم. $Q_{\text{آب}}+Q_{\text{مس}}+Q_{\text{فلز}}=0$

$$m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})+m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})=0$$

$$0/5\times4200(25-20)+0/4\times420(25-50)+0/2c_{\text{فلز}}(25-60)=0$$

$$2100\times5+168\times(-25)=7c_{\text{فلز}}\Rightarrow c_{\text{فلز}}=\frac{10500-4200}{7}=900J/kg.K$$

با توجه به جدول داده شده فلز به کار رفته آلومینیم است.

B ۴ ۸۵۲

تا اینجا سؤالات را با راه حل پایستگی انرژی حل کردیم. این تست را با راه حل تستی که در سؤالات قبلی هم ذکر کردیم حل می‌کنیم.

دمای تعادل چند جسم که در تبادل گرمایی به تعادل می‌رسند برابر است با:

$$\theta=\frac{m_Ac_A\theta_A+m_Bc_B\theta_B+m_Cc_C\theta_C}{m_Ac_A+m_Bc_B+m_Cc_C}$$

با توجه به داده‌های مسئله $m_A=m_B=m_C$ و برای گرمای ویژه داریم $c_A=3c_C\,,\,c_B=\frac{3}{2}c_C$ و دمای اولیه آن‌ها $\theta_A=15^\circ C$ و $\theta_B=20^\circ C$ است و دمای تعادل $25^\circ C$، مسئله با جایگذاری قابل حل است. جرم‌ها از صورت و مخرج حذف می‌شوند.

$$25=\frac{3c_C\times15+\frac{3}{2}c_C\times20+c_C\times\theta_C}{3c_C+\frac{3}{2}c_C+c_C}$$

c_C از صورت و مخرج حذف می‌شود.

$$25=\frac{45+30+\theta_c}{\frac{11}{2}}\Rightarrow25\times\frac{11}{2}=75+\theta_c\Rightarrow\theta_c=62/5^\circ C$$

B ۴ ۸۵۳

خط فکری هر گاه در یک مسئله دماهای مختلف برحسب یکاهای متفاوت بیان شود، اولین کار تبدیل همهٔ یکاها به یک یکای مشخص است که معمولاً آن یکا، درجه‌بندی سلسیوس است.

دمای تعادل را برحسب درجه‌بندی سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow113=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow81=\frac{9}{5}\theta\Rightarrow\theta_e=45^\circ C$$

۱ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow m_Ac_A(\theta_e-\theta_A)+m_Bc_B(\theta_e-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow400\times3/2(45-50)+200\times4(45-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow3/2\times(-5)+90-2\theta_B=0\Rightarrow74=2\theta_B\Rightarrow\theta_B=37^\circ C$$

۲ دمای T برحسب کلوین خواسته شده: $T=273+37=310K$

B ۲ ۸۵۴

۱ ابتدا رابطهٔ بین گرمای ویژهٔ مایع A و B را به‌دست می‌آوریم، با مخلوط کردن جرم یکسان از دو مایع A و B دمای تعادل آن‌ها $30^\circ C$ شده است، از این‌رو می‌توان نوشت: $Q_A+Q_B=0\Rightarrow mc_A(30-80)+mc_B(30-20)=0\Rightarrow c_B=5c_A$

۲ اکنون دمای تعادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم که در آن جرم A دو برابر جرم مایع B $(m_A=2m_B)$ است:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow2mc_A(\theta_e-80)+mc_B(\theta_e-20)=0\xrightarrow{c_B=5c_A}$$

$$\Rightarrow2\theta_e-160+5\theta_e-100=0\Rightarrow7\theta_e=260\Rightarrow\theta_e=\frac{260}{7}^\circ C$$

B ۳ ۸۵۵

با توجه به پایستگی انرژی، گرمایی که لیوان از دست می‌دهد با گرمایی که آب دریافت می‌کند تا به تعادل برسند باهم برابر است: $Q_{Al}=Q_W\Rightarrow m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W\Delta\theta_W$

با توجه به فرض مسئله $\Delta\theta_W=\frac{20}{100}\Delta\theta_{Al}$ است، بنابراین:

$$m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W(\frac{20}{100}\Delta\theta_{Al})\xrightarrow[c_W=4200J/kg.K]{m_{Al}=210g\,,\,c_{Al}=900J/kg.K}$$

$$210\times900=m_W\times4200\times\frac{20}{100}\Rightarrow m_W=\frac{900}{4}\Rightarrow m_W=225g$$

B ۱ ۸۵۶

مجموع گرمای مبادله شده بین میلهٔ آلومینیمی و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم. $Q_{Al}+Q_W=0\Rightarrow m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta_{Al})+m_Wc_W(\theta_e-\theta_W)=0$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم. $m_{Al}=2/5kg\,,\,m_{\text{آب}}=1/5kg$

$$c_{\text{آب}}=4200J/kg.K\,,\,c_{Al}=900J/kg^\circ C$$

$$2/5\times900(\theta_e-5)+1/5\times4200(\theta_e-100)=0$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{2/5\times900\times5+1/5\times4200\times100}{2/5\times900+1/5\times4200}=75^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ انبساط طولی افزایش طول آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

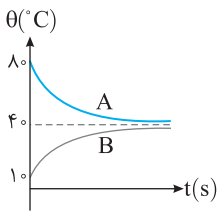
$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=200\times23\times10^{-6}\times(75-5)=0/322cm$$

میانبر دمای تعادل را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد.

$$\theta=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$$

B ۸۵۷ ۱

خط فکری چون نسبت ظرفیت‌های گرمایی خواسته شده است، از رابطهٔ گرما به صورت $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم.

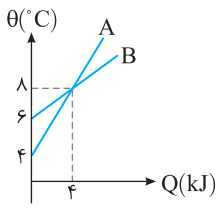


با توجه به نمودار دمای اولیهٔ A، $80^\circ C$ ، دمای اولیهٔ B، $10^\circ C$ و دمای تعادل آن‌ها $40^\circ C$ است و مجموع گرمای مبادله شده بین A و B صفر است از این‌رو می‌توان نوشت: $Q_A+Q_B=0\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=0$

$$\Rightarrow C_A(40-80)+C_B(40-10)=0\Rightarrow\frac{C_A}{C_B}=\frac{3}{4}$$

B ۸۵۸ ۲

خط فکری ابتدا از روی نمودارهای $\theta-Q$ ، ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس با نوشتن رابطهٔ تعادل گرمایی، دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:



۱ ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=C\Delta\theta\Rightarrow C=\frac{Q}{\Delta\theta}\Rightarrow\begin{cases}C_A=\frac{Q}{\Delta\theta_A}\Rightarrow C_A=\frac{4000}{8-4}=1000J/^\circ C\\ C_B=\frac{Q}{\Delta\theta_B}=\frac{4000}{8-6}=2000J/^\circ C\end{cases}$$

۲ رابطهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم: $Q_A+Q_B=0\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=0$

$$\Rightarrow 1000\times(\theta_e-60)+2000(\theta_e-10)=0$$

$$\Rightarrow\theta_e-60+2\theta_e-20=0\Rightarrow\theta_e=\frac{80}{3}{}^\circ C$$

$$\Rightarrow F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow F=\frac{9}{5}\times\frac{80}{3}+32=48+32=80^\circ F$$

B ۸۵۹ ۴

خط فکری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند در اثر تبادل گرمایی به دمای تعادل برسند، دمای تعادل به دمای اولیه جسمی که دارای ظرفیت گرمایی بیشتری است نزدیک‌تر خواهد شد زیرا هر چه ظرفیت گرمایی جسم بزرگ‌تر باشد، تغییر دمای آن کمتر است. با توجه به خط فکری بیان شده در شکل (الف) که $C_A=C_B$ است، دمای تعادل برابر میانگین دمای اولیه دو جسم A و B است و نمودار (الف) درست است. در نمودار (ب) چون $C_A>C_B$ است، دمای تعادل باید به θ_A نزدیک‌تر باشد که چنین است و در نمودار (پ) نیز چون $C_A<C_B$ است دمای تعادل باید به θ_B نزدیک‌تر باشد. که چنین است.

یادداشت ریاضی اما اکنون مسئله را به صورت ریاضی نیز حل می‌کنیم. با توجه به نمودارها، $\theta_A>\theta_B$ است و دمای تعادل قطعاً از θ_A کوچک‌تر و از θ_B بزرگ‌تر است $\theta_A<\theta_e<\theta_B$

مجموع گرمای مبادله شده بین دو جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow C_A(\theta_e-\theta_A)+C_B(\theta_e-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow C_A(\theta_A-\theta_e)=C_B(\theta_e-\theta_B)$$

۱ اگر $C_A=C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e=\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e=\frac{\theta_A+\theta_B}{2}$

نمودار (الف) درست است.

۲ اگر $C_A>C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e<\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e>\frac{\theta_A+\theta_B}{2}$

نمودار (ب) درست است.

۳ اگر $C_A<C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e>\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e<\frac{\theta_A+\theta_B}{2}$

نمودار (پ) درست است.

نکتهٔ مهم دقت کنید که $\theta_A>\theta_e>\theta_B$ و $\theta_B<\theta_e$ است و در نوشتن تغییرات دمای A، $\Delta\theta_A$ را باید $\theta_A-\theta_e$ بنویسیم و در نوشتن $\Delta\theta_B$ باید $\theta_e-\theta_B$ بنویسیم.

A ۸۶۰ ۲

گرماسنج بمبی نوعی گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه‌گیری انرژی آزاده شدهٔ آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود، بنابراین گزاره (الف) درست است. نمونه‌ای که جرم آن به دقت اندازه‌گیری شده است در ظرف سربسته‌ای که محتوی **اکسیژن** است قرار داده می‌شود، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. سپس این محفظه در آب یک گرماسنج قرار داده می‌شود و توسط جریان الکتریکی عبوری از یک سیم نازک، نمونهٔ داخل آن سوزانده می‌شود. بنابراین گزاره (پ) نادرست است. با اندازه‌گیری تغییر دمای آب، انرژی حاصل از احتراق مادهٔ مورد نظر را به‌دست می‌آورند که تقریباً معادل انرژی آزاد شده ماده است. در نتیجه تنها گزاره (الف) درست است.

A ۸۶۱ ۱

خط فکری گرمای ویژه یک جسم مقدار گرمایی است که به یکای جرم جسم داده می‌شود تا دمایش 1K بالا برود، بنابراین هرچه گرمای ویژهٔ جسمی بیشتر باشد، باید گرمای بیشتری دریافت کند تا دمایش 1K بالا برود یعنی اگر به دو جسم با گرمای ویژهٔ متفاوت گرمای یکسانی بدهیم، دمای جسمی که گرمای ویژهٔ بیشتری دارد کمتر بالا می‌رود. با توجه به این نکتهٔ فیزیکی به تحلیل مسئله بپردازید.

گرمای ویژه آلومینیم از دو برابر گرمای ویژهٔ مس بیشتر است از این‌رو وقتی آلومینیم در آب $50^\circ C$ قرار می‌گیرد و با آن تبادلی گرمایی انجام می‌دهد، افزایش دمای آن از افزایش دمای مس کمتر است و دمای تعادل آلومینیم با آب از دمای تعادل مس با آب کمتر خواهد بود.

A ۸۶۲ ۴

انرژی آزاد شده از مادهٔ غذایی سبب بالا رفتن دمای آب شده پس انرژی آزاد شدهٔ ماده غذایی برابر گرمای داده شده به آب است:

$$Q=mc\Delta\theta=0/2\times4200\times(20-15)=4200J=4/2kJ$$

A ۸۶۳ ۴

خط فکری برای به‌دست آوردن دمای تعادل کافی است مجموع گرمای مبادله شده بین اجسام در تماس باهم را برابر صفر قرار دهیم. در ضمن دقت کنید دمای اولیه گرماسنج و آب درون آن باهم برابر است.

بنا بر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}}+Q_{\text{آب}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+C_{\text{گرماسنج}}(\theta_e-\theta_{\text{گرماسنج}})=0$$

$$\xrightarrow[m_{\text{آب}}=0/5kg,\ m_{\text{فلز}}=0/8kg]{\theta_{\text{آب}}=\theta_{\text{گرماسنج}}=20^\circ C,\ \theta_e=25^\circ C,\ C=180J/K,\ c_{\text{آب}}=4200J/kg.K}$$

$$0/8\times c_{\text{فلز}}(25-100)+0/5\times4200(25-20)+180(25-20)=0$$

$$\Rightarrow-60c_{\text{فلز}}+10500+900=0\Rightarrow c_{\text{فلز}}=\frac{11400}{60}\Rightarrow c_{\text{فلز}}=190J/kg^\circ C$$

A ۸۶۴ ۳

۱ مجموع گرمای مبادله شده بین گرماسنج و آب و قطعه بنا به پایستگی انرژی صفر است. $Q_{\text{آب}}+Q_{\text{قطعه}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{1\text{آب}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{2\text{آب}})$$

$$+m_{\text{قطعه}}c_{\text{قطعه}}(\theta_e-\theta_{1\text{قطعه}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})=0$$

۲ اکنون داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$\Rightarrow\frac{50}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-30)+\frac{100}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-74)+\frac{80}{1000}\times c_{\text{قطعه}}\times(52-30)$$

$$+\frac{200}{1000}\times c_{\text{مس}}\times(52-30)=0$$

۳ با توجه به اینکه گرمای ویژهٔ مس $\frac{1}{10}$ گرمای ویژهٔ آب بوده، در معادلهٔ بالا به جای $c_{\text{مس}}$، $\frac{c_{\text{آب}}}{10}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{5c_{\text{آب}}\times22}{100}-\frac{10c_{\text{آب}}\times22}{100}+\frac{8c_{\text{قطعه}}\times22}{100}+\frac{2c_{\text{آب}}\times22}{100}=0\Rightarrow\frac{8c_{\text{قطعه}}}{100}=\frac{3c_{\text{آب}}}{100}$$

$$\Rightarrow c_{\text{قطعه}}=\frac{3}{8}\times4000=1500J/kg.K$$

B ۸۶۵ ۲

خط فکری اگر در حین تبادل گرما، مجموعه گرمای Q' را با محیط مبادله کند:

$$Q_1+Q_2+\cdots=Q' \Rightarrow \begin{cases} Q'<0 & Q' \text{ گرما از دست داده باشد} \\ Q'>0 & Q' \text{ گرما گرفته باشد} \end{cases}$$

با توجه به خط فکری معادله را می‌نویسیم: $Q_1+Q_2=Q'$

Q' گرمای اتلافی بوده و $Q'=-۱۲۶kJ$ است:

$$m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=Q'$$

$$\Rightarrow m_1\times۴۲۰۰\times(۵۰-۸۰)+۱\times۴۲۰۰\times(۵۰-۲۰)=-۱۲۶۰۰۰$$

$$\Rightarrow -۱۲۶۰۰۰m_1+۱۲۶۰۰۰=-۱۲۶۰۰۰ \Rightarrow m_1=۲kg$$

بازی با سوال **یک گلولهٔ فلزی به دمای $۱۰۰^\circ C$ را درون $۲kg$ آب صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. اگر $\frac{۱}{۶}$ گرمایی که گلوله از دست می‌دهد به محیط اطراف داده شود و دمای تعادل $۲۰^\circ C$ گردد، ظرفیت گرمایی گلوله چند $J/^\circ C$ است؟** $(c_{آب}=۴۲۰۰J/kg^\circ C)$ قلم‌چی

۱) ۲۵۲ ۲) ۱۲۶۰۰ ۳) ۱۲۶۰ ۴) ۲۵۲۰

گزینهٔ ۴

B ۸۶۶ ۱

۲۰ درصد از گرمای جسم به محیط اطراف داده شده بنابراین ۸۰ درصد این گرما به آب می‌رسد. دقت کنید که جسم گرما از دست داده و آب ۸۰ درصد از این گرما را گرفته بنابراین می‌توان نوشت: $\frac{۸۰}{۱۰۰}|Q_{جسم}|=Q_{آب} \Rightarrow ۰/۸|C_{جسم}\Delta\theta_{جسم}|=mc\Delta\theta_{آب}$

اگر دمای تعادل را با θ_e نشان دهیم، این دما از دمای جسم $۷۰^\circ C$ کوچک‌تر و از دمای آب $۰^\circ C$ بیشتر است: $۰/۸\times۴۳۷/۵\times(۷۰-\theta_e)=۰/۵\times۴۲۰۰\times(\theta_e-۰)$

$$\Rightarrow ۷۰-\theta_e=۶\theta_e \Rightarrow ۷\theta_e=۷۰ \Rightarrow \theta_e=۱۰^\circ C$$

B ۸۶۷ ۲

ابتدا معادلهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

C_1: ظرفیت گرمایی ظرف ، C_2: ظرفیت گرمایی مایع

C_3: ظرفیت گرمایی فلز ، $Q_T=۰$

$$C_1(\theta_e-\theta_1)+C_2(\theta_e-\theta_2)+C_3(\theta_e-\theta_3)+Q=۰$$

$$\Rightarrow ۹۰(۹-۳)+۶۳۰(۹-۳)+C_3(۹-۴۵)+۱۸۰۰=۰$$

$$\Rightarrow ۵۴۰+۳۷۸۰-۳۶C_3+۱۸۰۰=۰$$

$$\Rightarrow ۵۴۰+۳۷۸۰+۱۸۰۰=۳۶C_3 \Rightarrow C_3=۱۷۰J/^\circ C$$

ظرفیت گرمایی حاصل‌ضرب جرم جسم در گرمای ویژهٔ آن است بنابراین:

$$C_3=m_{فلز}\times c_{فلز} \Rightarrow ۱۷۰=۰/۵\times c \Rightarrow c_{فلز}=۳۴۰J/kg.^\circ C$$

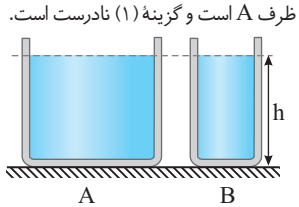
پنجره دو جداره

B ۸۶۸ ۴

یادآوری انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهندهٔ آن است. معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم انرژی درونی آن بالا می‌رود.

بنابراین انرژی درونی جسم به دمای جسم و تعداد ذرات تشکیل دهندهٔ آن بستگی دارد. دمای یک جسم بیانگر میانگین انرژی جنبشی ذرات آن است یعنی هر چه دمای جسم بالاتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن بیشتر است.

ظرفیت گرمایی برابر $C=mc$ است و چون جرم آب ظرف B از جرم آب ظرف A کمتر است، ظرفیت گرمایی آب در ظرف B کمتر از ظرف A است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



تعداد مولکول‌های آب در ظرف A در دمای $۲۰^\circ C$ از تعداد مولکول‌های آب در ظرف B بیشتر است، بنابراین انرژی درونی ظرف‌ها یکی نیست و گزینه (۲) نادرست است.

فشار آب هر دو ظرف بر کف آن‌ها برابر است $P=\rho gh$ ، اما چون مساحت کف ظرف B کمتر است، نیروی وارد بر کف ظرف B کوچک‌تر است $(F=\rho ghA)$ و گزینهٔ (۳) نادرست است.

دمای آب ظرف A و B باهم برابر است، از این‌رو میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آن‌ها یکی است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۸۶۹ ۳

خط فکری به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم.

۱ دقت کنید یکای گرمای ویژه به صورت $J/kg^\circ F$ داده شده، بنابراین در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ تغییرات دما نیز باید برحسب فارنهایت قرار گیرد.

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T=۱۰۰} \Delta F=\frac{۹}{۵}\times۱۰۰=۱۸۰^\circ F$$

۲ گرمای داده شده به فلز برابر است با:

$$Q=mc\Delta F \Rightarrow Q=\frac{۱۷۵}{۱۰۰۰}\times۴۰۰\times۱۸۰ \Rightarrow Q=۱۲۶۰۰J$$

۳ گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم. $۱۲۶۰۰J\times\frac{۱cal}{۴/۲J}=۳۰۰۰cal$

B ۸۷۰ ۲

توان گرمایی گرمکن ثابت است $(P_1=P_2)$ و در یک مدت معین $(t_1=t_2)$ گرمایی که به m_1 و گرمایی که به m_2 می‌دهد $(Q=Pt)$ باهم برابر است.

$$P=\frac{Q}{t} \Rightarrow Q=Pt \xrightarrow[P_1=P_2]{t_1=t_2} Q_1=Q_2$$

$$\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_1c(۳۶-۳۰)=m_2c(۴۲-۳۰) \Rightarrow ۶m_1=۱۲m_2 \Rightarrow m_1=۲m_2$$

وقتی آب‌ها را با هم مخلوط می‌کنیم، جرم کل مخلوط خواهد شد:

$$m=m_1+m_2 \Rightarrow m=۲m_2+m_2 \Rightarrow m=۳m_2$$

در حالتی که دو مایع را باهم مخلوط می‌کنیم چون زمان دادن گرما $۲t_1$ است یعنی دو برابر حالت‌های قبلی است گرما داده شده به مخلوط دو برابر مقدار گرمای حالت‌های قبلی است بنابراین خواهیم داشت.

$$Q=Pt \xrightarrow[\text{ثابت } P=]{t=۲t_1} Q=۲Q_2 \Rightarrow mc\Delta\theta=۲(m_2c(\Delta\theta_2))$$

$$\xrightarrow{m=۳m_2} ۳m_2c(\theta-۳۰)=۲m_2c(۴۲-۳۰)$$

$$\Rightarrow ۳\theta-۹۰=۲۴ \Rightarrow ۳\theta=۱۱۴ \Rightarrow \theta=۳۸^\circ C \Rightarrow \Delta\theta=۳۸-۳۰=۸^\circ C$$

B ۸۷۱ ۲

خط فکری ۰/۱ کار نیروی وزن صرف افزایش دمای جسم ۱۰ کیلوگرمی و ۰/۹ کار نیروی وزن با توجه به اتصال آن به همزن صرف افزایش دمای آب می‌شود.

۱ گرمایی که جسم $۱۰kg$ دریافت می‌کند:

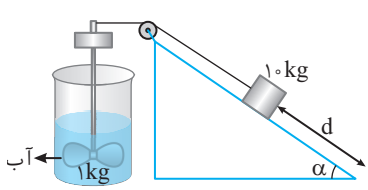
$$۰/۱W_{mg}=Q_{جسم} \Rightarrow ۰/۱\times(W_{mg})=۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{جسم}$$

۲ گرمایی که $۱kg$ آب دریافت می‌کند:

$$۰/۹W_{mg}=Q_{آب} \Rightarrow ۰/۹(W_{mg})=۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{آب}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$۹=\frac{۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{آب}}{۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{جسم}} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_{آب}}{\Delta\theta_{جسم}}=۹$$



B ۸۷۲ ۳

خط فکری مقدار انبساط میله‌ها به دو عامل طول اولیه میله و افزایش دمای میله‌ها بستگی دارد. البته گرمای ویژه و ضریب انبساط دمایی هر دو میله یکی است. گرمایی که به هر قسمت میله داده‌ایم برابر است. میله‌ای که طول کمتری دارد، جرم کمتری دارد و به همان نسبت افزایش دمای بیشتری دارد. $(L_2<L_1 \xleftarrow[Q_1=Q_2]{m_2<m_1} \Delta\theta_2>\Delta\theta_1)$

این توضیحات را دادیم تا کمی با فضای این سؤال آشنا شوید، حالا برویم سراغ حل:

اگر فرض کنیم با دو تکه کردن میله یک میله طولش $\frac{L}{n}$ می‌شود، میله دیگر طولش $L-\frac{L}{n}=\frac{n-1}{n}L$ می‌شود:

(۱) $\frac{L}{n}$ و $\frac{m}{n}$

اگر جرم کل میله m باشد، جرم آن‌ها به ترتیب $\frac{m}{n}$ و $m-\frac{m}{n}=(\frac{n-1}{n})m$ خواهد شد.

(۲) $\frac{n-1}{n}L$ و $\frac{n-1}{n}m$

به کمک رابطهٔ گرماسنجی رابطهٔ تغییر دمای دو جسم را حساب می‌کنیم.

$$Q=m_1c\Delta\theta_1 \xrightarrow{m_1=\frac{m_{کل}}{n}} Q=\frac{m_{کل}}{n}\times c\times\Delta\theta_1$$

$$Q=m_2c\Delta\theta_2 \xrightarrow{m_2=\frac{n-1}{n}m_{کل}} Q=\frac{n-1}{n}m_{کل}\times c\times\Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_1=(n-1)\Delta\theta_2$$

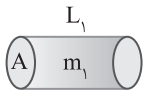
با توجه به رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

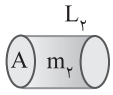
$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L_2=\frac{n-1}{n}L\alpha\Delta\theta_2 \,,\, \Delta L_1=\frac{L}{n}\alpha\Delta\theta_1$$

$$\Rightarrow \Delta L_1=\frac{L}{n}\alpha(n-1)\Delta\theta_2=\frac{n-1}{n}L\alpha\Delta\theta_2=\Delta L_2$$

روش دیگر:

۱ گرمای داده شده به هر دو تکه میله یکسان است:

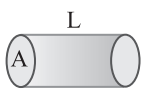




$$Q_1=Q_2 \Rightarrow m_1c_1\Delta\theta_1=m_2c_2\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[c_1=c_2]{\text{دو تکه میله هم‌جنس‌اند}} m_1\Delta\theta_1=m_2\Delta\theta_2$$

۲ جرم میله m را می‌توان از رابطهٔ چگالی و استفاده از حجم به‌دست آورد:



$$m=\rho V \Rightarrow m=\rho AL$$

۳ در رابطهٔ اول به‌دست آمده به جای m، ρAL قرار می‌دهیم:

$$\rho_1A_1L_1\Delta\theta_1=\rho_2A_2L_2\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[A_1=A_2 \text{ دو تکه میله سطح مقطع یکسانی دارند}]{\rho_1=\rho_2 \text{ دو تکه میله هم‌جنس‌اند}} L_1\Delta\theta_1=L_2\Delta\theta_2$$

۴ تغییرات طول برابر $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ است که چون دو تکه میله هم‌جنس‌اند $\alpha_1=\alpha_2$ بوده و با توجه به رابطهٔ قبل $L_1\Delta\theta_1=L_2\Delta\theta_2$ شده، بنابراین $\Delta L_1=\Delta L_2$ می‌شود.

بنابراین تغییرات طول هر دو میله یکسان است.

میانبر البته چون سؤال کلی گفته است شما می‌توانید یک حالت خاص را مثال بزنید و سؤال را حل کنید:

$$Q_1=Q_2 \xrightarrow[m_2=\frac{2m}{3}]{m_1=\frac{m}{3}} \Delta\theta_1=2\Delta\theta_2$$

(۱) $\frac{L}{3}$ و $\frac{m}{3}$

(۲) $\frac{2L}{3}$ و $\frac{2m}{3}$

حال با توجه به رابطهٔ انبساط طولی داریم:

$$\Delta L=L\Delta\theta \begin{cases} \xrightarrow{\Delta\theta_1=2\Delta\theta_2} \Delta L_1=\frac{L}{3}\alpha\Delta\theta_1=\frac{2L}{3}\alpha\Delta\theta_2 \\ \Delta L_2=\frac{2L}{3}\alpha\Delta\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta L_1=\Delta L_2$$

B ۸۷۳ ۴

خط فکری گرمای داده شده به دو گوی هم‌جنس $(c_A=c_B)$ یکسان است و چون افزایش دمای گوی B کمتر از افزایش دمای گوی A است $(\Delta\theta_B=\frac{26}{27}\Delta\theta_A)$، قطعاً جرم گوی B بیشتر است. در نتیجه گوی B باید توپر و گوی A که جرم کمتری دارد باید توخالی باشد. اما با محاسبات عددی هم این نتیجه را بررسی کنیم.

$$Q_A=Q_B \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow m_A\Delta\theta_A=m_B(\frac{26}{27}\Delta\theta_A)\Rightarrow m_A=\frac{26}{27}m_B \Rightarrow$$ گوی A توخالی است

دو جسم هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است.

حجم گوی توپر B $V_B=\frac{4}{3}\pi(\frac{d}{2})^3$

حجم فلز گوی توخالی A $V_A=\frac{4}{3}\pi\left[(\frac{d}{2})^3-(\frac{d'}{2})^3\right]$

$$\rho_A=\rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{26}{27}$$

حجم‌ها را جایگزین می‌کنیم.

$$\frac{\frac{4}{3}\pi\left[(\frac{d}{2})^3-(\frac{d'}{2})^3\right]}{\frac{4}{3}\pi(\frac{d}{2})^3}=\frac{26}{27}\Rightarrow 27(d)^3-27(d')^3=26d^3$$

$$\Rightarrow d^3=27d'^3\Rightarrow d'^3=\frac{d^3}{3^3}\Rightarrow d'=\frac{d}{3}$$

بنابراین قطر داخلی گوی A برابر $\frac{d}{3}$ است.

B ۸۷۴ ۳

گرمایی که جسم A از محیط می‌گیرد برابر است با:

$$Q_A=m_Ac_A(T'-10)$$

گرمایی که جسم B از محیط می‌گیرد خواهد شد:

$$Q_B=m_Bc_B(T'-5)$$

با توجه به فرض مسئله $m_A=2m_B$ ، $c_A=2c_B$ و $Q_A=2Q_B$ است. بنابراین:

$$m_Ac_A(T'-10)=2m_Bc_B(T'-5)\Rightarrow 2m_B(2c_B)(T'-10)=2m_Bc_B(T'-5)$$

$$\Rightarrow 2T'-20=T'-5\Rightarrow T'=15^\circ C$$

بنابراین دمای T' برحسب کلوین خواهد شد: $T'=273+15=288K$

C ۸۷۵ ۳

۱ گرمای داده شده (Q) به هر دو جسم یکسان بنابراین:

$$Q=Q'\Rightarrow C\Delta\theta=C'\Delta\theta' \xrightarrow{\Delta\theta=10^\circ C\,,\,\Delta\theta'=40^\circ C} C\times10=C'\times40$$

$$\Rightarrow C=4C'$$

۲ دو جسم را باهم تماس داده‌ایم تا به تعادل گرمایی برسند. بنابراین دمای آن‌ها یکسان شده است و وقتی به آن‌ها گرمای Q داده می‌شود چون باهم در تماس هستند دمای آن‌ها به یک اندازه بالا می‌رود و مجموع گرمایی که دو جسم دریافت می‌کنند برابر Q است.

$$Q=C\Delta\theta+C'\Delta\theta$$

$$Q=4C'\Delta\theta+C'\Delta\theta\Rightarrow Q=5C'\Delta\theta \quad (I)$$

۳ وقتی به جسم C' به اندازهٔ Q گرما داده‌ایم دمای آن $40^\circ C$ بالا رفته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q=C'\times40 \quad (II)$$

۴ اکنون با مقایسه رابطه‌های (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$C'\times40=5C'\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=8^\circ C$$

بازی با سؤال به دو مایع A و B با جرم‌های یکسان m و دمای اولیه $0^\circ C$، گرمای یکسان (Q) داده شده است و دمای مایع A و B به ترتیب به اندازهٔ θ و 2θ افزایش یافته است. اگر این دو مایع را باهم مخلوط کرده و به آن‌ها همان گرمای Q را داده بودیم، دمای نهایی مخلوط چند θ می‌شد؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

گزینهٔ ۲

B ۸۷۶ ۳

خط فکری مسئله حل چند مرحله‌ای دارد. ابتدا باید حجم فلز و حجم آب درون حفره را حساب کنیم. سپس جرم فلز و آب را به کمک چگالی آن‌ها به‌دست می‌آوریم. سرانجام با نوشتن $Q_{\text{فلز}}+Q_W=0$ دمای تعادل مسئله را به‌دست می‌آوریم.

۱ آب درون حفرهٔ نیمکره ریخته شده است و حجم آب با حجم حفره برابر است:

$$V_W=\frac{1}{2}(\text{حجم کره})=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi(5)^3 \xrightarrow{\pi=3} V_W=250\,cm^3$$

۲ جرم آب خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1\,g/cm^3}1=\frac{m}{250}\Rightarrow m_W=250\,g=0/25\,kg$$

۳ حجم بخش توپر نیمکره که از فلز ساخته شده را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{فلز}}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi(R_o^3-R_i^3)=\frac{1}{2}\times4(1000-125)=1750\,cm^3$$

۴ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=10\,g/cm^3}10=\frac{m_{\text{فلز}}}{1750}$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}}=17500\,g=17/5\,kg$$

۵ دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_W+Q_{\text{فلز}}=0\Rightarrow m_W c_W(\theta_e-\theta_{1W})+m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{1\text{فلز}})=0$$

$$\xrightarrow[c_W=4200\,J/kgK\ ,\ c_{\text{فلز}}=100\,J/kgK]{\theta_{1W}=10^\circ C,\theta_{1\text{فلز}}=80^\circ C}$$

$$0/25\times4200(\theta_e-10)+17/5\times100(\theta_e-80)=0$$

$$420\theta_e-4200+70\theta_e-5600=0\Rightarrow1120\theta_e=6020\Rightarrow\theta_e=53/75^\circ C$$

C ۸۷۸ ۲

خط فکری آهنگ یعنی مقدار آبی که در هر ثانیه در حوض ریخته می‌شود و جرم هر لیتر آب برابر $1\,kg$ است، از طرفی دمای نهایی هر دو آب $20^\circ C$ است. زیرا دمای آب حوض ثابت است. در ضمن مقداری از گرما به محیط داده شده است که در نوشتن پایستگی انرژی باید در نظر گرفته شود.

در هر ثانیه مجموع جرم آب سرد و گرم برابر $0/48kg$ است. دقت کنید که هر $1\,L$ آب $1\,kg$ جرم دارد:

$$m_C+m_H=0/48kg\Rightarrow m_C=0/48-m_H$$

حال پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_T=0\Rightarrow Q_C+Q_H=Q_f\Rightarrow m_C c(\theta_e-\theta_C)+m_H c(\theta_e-\theta_H)=Q_f$$

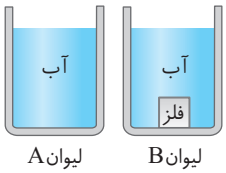
$$\xrightarrow{Q_f<0}(0/48-m_H)\times4200(20-0)+m_H(4200)(20-80)=-4200$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف بر }4200\text{ تقسیم شوند}}20(0/48-m_H)-60m_H=-1$$

$$\Rightarrow9/6-80m_H=-1\Rightarrow80m_H=10/6\Rightarrow m_H=0/1325kg=132/5g$$

C ۸۷۹ ۳

خط فکری به دو لیوان گرمای یکسانی داده شده است $(Q_A=Q_B)$ و دمای هر دو لیوان با محتویات آن‌ها به یک اندازه افزایش یافته است $(\Delta\theta_A=\Delta\theta_B)$، گرمایی که فلز در ظرف B دریافت می‌کند، قطعاً با گرمایی که آب هم‌حجم فلز در لیوان A دریافت می‌کند برابر است:



لیوان A لیوان B

$$\left.\begin{matrix}\Delta\theta_{\text{فلز}}=\Delta\theta_{\text{آب}}\\ Q_{\text{فلز}}=Q_{\text{آب}}\end{matrix}\right\}m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}=m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{m=\rho V}\rho_{\text{فلز}}V_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}=\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\xrightarrow{V_{\text{فلز}}=V_{\text{آب}}}$$

$$\rho_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}=\rho_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Rightarrow\frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}}=\frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{فلز}}}\xrightarrow[\rho_{\text{فلز}}=8\,g/cm^3]{\rho_{\text{آب}}=1\,g/cm^3}\frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}}=\frac{1}{8}$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

A ۸۷۹ ۳

۱ **هرگاه دو جسم** گرم و سرد در تماس با یکدیگر قرار گیرند، گرما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود و جسم گرم، سرد شده و جسم سرد، گرم می‌شود. این گرم‌تر و سردتر شدن در ابتدا به سرعت رخ می‌دهد و سپس با آهنگ کندتری ادامه می‌یابد تا اینکه دمای دو جسم برابر می‌شود بنابراین گزاره (الف) درست است.

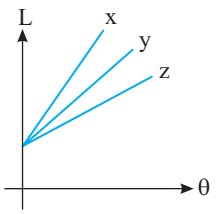
یک دماسنج برای آن‌که دمای جسمی یا محیطی را اندازه‌گیری کند، باید با آن در تماس باشد و تبادل گرمایی انجام دهد تا سرانجام با جسم یا محیط به تعادل گرمایی برسد و با آن‌ها هم‌دما شود، بنابراین می‌توان گفت دماسنج دمای خود در تعادل گرمایی را نمایش می‌دهد و گزارهٔ (ب) درست است.

هرگاه دو جسم به تعادل گرمایی برسند، دمای آن‌ها یکی می‌شود و در این حالت میانگین انرژی جنبشی ذرات دو جسم یکسان می‌شود و گزارهٔ (پ) درست است. بنابراین هر سه گزاره درست هستند.

نمای ۱۱

B ۸۷۹ ۳

خط فکری ۲ هر چه شیب نمودار $L-\theta$ بیشتر باشد، یعنی ضریب انبساط طولی جسم بیشتر است. با توجه به نمودار $\alpha_x>\alpha_y>\alpha_z$ است.



در شکل (الف) با افزایش دما طول x بیشتر از طول y رشد می‌کند $(\alpha_x>\alpha_y)$ و میلهٔ x در قوس بیرونی قرار می‌گیرد و تیغه به سمت پایین خمیده می‌شود. بنابراین شکل (الف) درست است.



در شکل (ب) با افزایش دما، میلهٔ y در قوس بیرونی قرار می‌گیرد $(\alpha_y>\alpha_z)$، و تیغه رو به پایین خمیده می‌شود.



در شکل (پ) نیز، در اثر افزایش دما قوس بیرونی، میلهٔ x می‌شود زیرا طولش در اثر افزایش دما بیشتر منبسط می‌شود $(\alpha_x>\alpha_z)$ و تیغه رو به پایین خمیده می‌شود.

در شکل (ت)، با افزایش دما میلهٔ y انبساط بیشتری دارد $(\alpha_y>\alpha_z)$ و تیغه طوری خمیده می‌شود که میلهٔ y کمان بیرونی باشد. بنابراین تیغه رو به بالا خمیده می‌شود.



نمای ۳

۳ **۴** **۸۷۹** **B**

۱ **ابتدا** به کمک رابطهٔ انبساط سطحی جامد، ضریب انبساط طولی فلز را حساب می‌کنیم.

$$\Delta A = A_1(2\alpha\Delta\theta) \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 0/01 \Rightarrow \frac{A_1(2\alpha)\Delta\theta}{A_1} = 0/01 \Rightarrow 2\alpha(\Delta\theta) = 0/01$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0/01}{2\times 250} = \frac{0/01}{500} = \frac{0/02}{1000} = 2\times 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$

۲ ضریب انبساط حجمی خواهد شد.

$$\beta = 3\alpha \Rightarrow \beta \simeq 6\times 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$ ضریب انبساط حجمی جامد

میانبر البته از همان ابتدا می‌توانستید بنویسید

$$= \frac{\Delta A}{A_1}\times 100$$ درصد تغییر مساحت

نمای ۵

۴ **۸۷۹** **B**

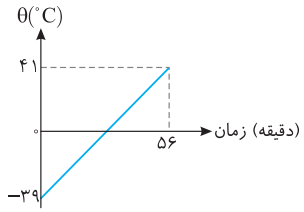
۱ **با توجه** به نمودار در مدت ۵۶ دقیقه دمای مایع از $-39^\circ C$ به $41^\circ C$ رسیده و در سؤال گفته شده در هر دقیقه به مایع $100J$ گرما داده شده است. بنابراین با یک تناسب ساده می‌توان گرمای داده شده به جسم در ۵۶ دقیقه را حساب کرد:

$$\begin{array}{c|c} 1\,min & 100J \\ \hline 56\,min & Q \end{array} \Rightarrow Q = 56\times 100J = 5600J$$

۲ با استفاده از رابطهٔ گرما، گرمای ویژه را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 5600 = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=500g=0/5kg]{\Delta\theta = 41-(-39) = 80^\circ C}$$

$$5600 = 0/5\times c\times 80 \Rightarrow c = 140 J/kg^\circ C$$



نمای ۱۳

۱ **۸۷۹** **B**

۵ **گرمای داده شده** به A و B یکسان است: $Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$

$$\xrightarrow{c_A = 2c_B \text{ فرض مسئله}} 2m_A\Delta\theta_A = m_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B}{2m_A} \xrightarrow[V_A = V_B\,,\,\rho_A = 2\rho_B]{m=\rho V} \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{\rho_B V_B}{4\rho_B V_B} = \frac{\rho_B}{4\rho_B} = \frac{1}{4}$$

نمای ۱۲

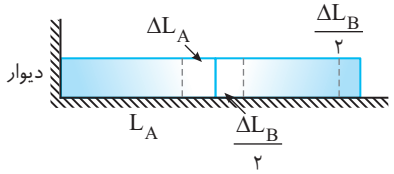
۴ **۸۷۹** **B**

۶ **میلهٔ A به دیوار** تکیه داده شده است و هنگام انبساط تنها از سمت راست منبسط می‌شود و تمام افزایش طول آن به سمت راست است. اما میلهٔ B دارای دو سر آزاد است بنابراین هنگام انبساط به‌طور یکسان از دو طرف منبسط می‌شود. یعنی اگر افزایش طول B برابر ΔL_B باشد، $\frac{\Delta L_B}{2}$ آن از سمت چپ بوده و فاصلهٔ بین A و B را به اندازهٔ $\frac{\Delta L_B}{2}$ پُر می‌کند. در نتیجه برای آن‌که دو میله به هم برسند. باید مجموع افزایش طول A (ΔL_A) و $\frac{\Delta L_B}{2}$ برابر $0/7cm$ شود.

$$\Delta L_A + \frac{\Delta L_B}{2} = 7\times 10^{-3} m \xrightarrow{\Delta L = L\alpha\Delta\theta} L_A\alpha_A(\theta) + \frac{L_B\alpha_B(\theta)}{2} = 7\times 10^{-3}$$

$$3\times 2\times 10^{-5}\times\theta + \frac{2\times 10^{-5}\times\theta}{2} = 7\times 10^{-3}$$

$$6\times 10^{-5}\times\theta + 10^{-5}\times\theta = 7\times 10^{-3} \Rightarrow \theta = 100^\circ C$$



نمای ۳

۴ **۸۷۹** **B**

۷ **مقداری از مایع** از ظرف بیرون ریخته است و حجم این مقدار مایع برابر است با:

تغییر حجم ظرف − تغییر حجم مایع = حجم مایع سرریزشده

۱ ابتدا انبساط ظرف را حساب می‌کنیم

$$\Delta V_{ظرف} = V_1 3\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta V_{ظرف} = 9\times 10^{-3}\times 3\times 5\times 10^{-5}\times 40 \Rightarrow \Delta V = 54 cm^3$$

۲ با توجه به فرض مسئله $162cm^3$ مایع بیرون می‌ریزد، بنابراین $\Delta V_{مایع}$ برابر است با:

$$162 = \Delta V_{مایع} - 54 \Rightarrow \Delta V_{مایع} = 216 cm^3$$

۳ اکنون ضریب انبساط حجمی مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta \Rightarrow 216 = 9\times 10^3\times\beta\times 40 \Rightarrow \beta = 6\times 10^{-4} K^{-1}$$

نمای ۸

۳ **۸۷۹** **B**

۸ **گرمای ویژهٔ** A دو برابر گرمای ویژه B است $(c_A = 2c_B)$، جرم آن‌ها با هم برابر است $(m_A = m_B)$، هم‌چنین دمای اولیهٔ آن‌ها یکسان است و چون در ظرف پر از آب در حال جوش $100^\circ C$ قرار می‌گیرند، دمای نهایی آن‌ها یکسان و برابر $100^\circ C$ می‌شود، بنابراین تغییر دمای آن‌ها با هم برابر است $(\Delta\theta_A = \Delta\theta_B)$ و رابطهٔ (الف) درست است.

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی $Q = mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} Q_A = mc_A\Delta\theta_A \\ Q_B = mc_B\Delta\theta_B \end{matrix} \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{c_A\Delta\theta_A}{c_B\Delta\theta_B} \xrightarrow[c_A = 2c_B]{\Delta\theta_A = \Delta\theta_B} \frac{Q_A}{Q_B} = 2 \Rightarrow Q_A = 2Q_B$$

بنابراین رابطهٔ (ب) نادرست و رابطهٔ (پ) درست است.

در مورد رابطهٔ (ت) باید به سراغ رابطهٔ انبساط طولی برویم $\Delta R = R\alpha\Delta\theta$، تغییر دمای هر دو یکسان و شعاع اولیه آن‌ها یکی است اما ضریب انبساط طولی آن‌ها متفاوت است بنابراین $\Delta R_A \neq \Delta R_B$ خواهد بود و رابطهٔ (ت) نادرست است. نمای ۱۶

۱ **۸۷۹** **B**

۹ **در حل مسائلی** که در آن‌ها دما برحسب یکاهای مختلف بیان می‌شود، باید تمام یکاها را به یکای مشخصی که معمولاً درجه‌بندی سلسیوس است تبدیل کرد.

۱ دمای اولیه مس برحسب سلسیوس خواهد شد:

$$T = 273 + \theta \Rightarrow 354 = 273 + \theta_{1Cu} \Rightarrow \theta_{1Cu} = 81^\circ C$$

۲ دمای اولیه آب برحسب سلسیوس برابر است با:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 59 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 27 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta_{1w} = 15^\circ C$$

۳ اکنون دمای تعادل را برای این دو جسم به‌دست می‌آوریم:

$$Q_w + Q_{Cu} = 0 \Rightarrow m_w c_w(\theta_e - \theta_{1w}) + m_{Cu}c_{Cu}(\theta_e - \theta_{1Cu}) = 0$$

$$\xrightarrow[c_w = 4200 J/kgK\,,\,c_{Cu} = 400 J/kgK]{m_{Cu} = 100g\,,\,m_w = 200g} 0/2\times 4200(\theta_e - 15) + 0/1\times 400(\theta_e - 81) = 0$$

$$21\theta_e - 315 + \theta_e - 81 = 0 \Rightarrow \theta_e = \frac{396}{22} = 18^\circ C$$

نمای ۱۷

۲ **۸۷۹** **B**

۱۰ **خط فکری** ابتدا باید دمای تعادل $2kg$ آب $15^\circ C$ و $6kg$ جیوه $70^\circ C$ را حساب کرد تا مشخص شود که دمای تعادل از $25^\circ C$ بیشتر است یا کمتر، سپس گرمای داده شده به مجموعه را بررسی کرد.

۱ رابطه تعادل گرمایی برای آب و جیوه را می‌نویسیم:

$$Q_w + Q_{Hg} = 0 \Rightarrow m_w c_w(\theta_e - \theta_{1w}) + m_{Hg}c_{Hg}(\theta_e - \theta_{1Hg}) = 0$$

$$2\times 4200(\theta_e - 15) + 6\times 140(\theta_e - 70) = 0 \Rightarrow 2\times 4200\times(\theta_e - 15) = 6\times 140\times(70 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 10(\theta_e - 15) = 70 - \theta_e \Rightarrow 11\theta_e = 70 + 150 = 220 \Rightarrow \theta_e = 20^\circ C$$

۲ بنابراین گرمایی که باید به مجموعه داد تا دمای آن از $20^\circ C$ به $25^\circ C$ برسد یعنی تغییر دما $5^\circ C$ باشد، برابر است با:

$$Q = Q_w + Q_{Hg} \Rightarrow Q = m_W c_W(5) + m_{Hg}c_{Hg}(5)$$

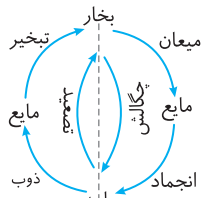
$$= 2\times 4200\times 5 + 6\times 140\times 5 = 46200 = 46/2kJ$$

نمای ۱۷ و ۱۵

پنجره ۴

A ۸۸۰ ۴

خط فکری گذار از یک حالت (فاز) به حالت دیگر را یک تغییر حالت (گذار فاز) می‌نامند.



فرایندهای گرماده فرایندهای گرماگیر

با توجه به نمودار خط فکری، تبدیل بخار به مایع را میعان، تبدیل جامد به بخار را تصعید و تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند.

A ۸۸۱ ۴

یادآوری فرایندهای ذوب، تبخیر و تصعید گرماگیر و فرایندهای انجماد، میعان و چگالش گرماده‌اند، بنابراین گزینهٔ (۴) یعنی تصعید و ذوب هر دو گرماگیراند.

A ۸۸۲ ۳

افزودن ناخالصی به هر مایعی باعث پایین آمدن نقطهٔ انجماد و بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود، پس گزینهٔ (۳) درست است.

A ۸۸۳ ۳

گزینهٔ (۳) نادرست است. زیرا دماسنج را باید در بالای سطح مایع در حال جوشیدن قرار داد، زیرا این قسمت به دمای ثابتی رسیده است. در حالی که ته ظرف در حال دریافت مستقیم گرما از منبع گرما است و تحت تأثیر دمای منبع است. دربارهٔ گزینهٔ (۴) هم باید گفت که وقتی دما بالا می‌رود، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و بخشی از گرمای لازم برای تبخیر توسط مولکول‌های خود مایع تأمین می‌شود، پس گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

A ۸۸۴ ۳

تبخیر سطحی فرایندی است که طی آن مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود، یعنی تا پیش از رسیدن به نقطهٔ جوش مایع، تبخیر به‌طور پیوسته از سطح مایع رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تجربه نشان می‌دهد آهنگ رخ‌دادن تبخیر سطحی به عواملی از جمله دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد، بنابراین با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) درست است.

هم‌چنین با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۴) نیز درست است. اما با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **وقتی دست شما خیس است، در کدام حالت سریع‌تر خشک می‌شود؟**

۱) فشار و رطوبت هوا کم باشد.
۲) رطوبت هوا زیاد و فشار هوا کم باشد.
۳) فشار و رطوبت هوا زیاد باشد.
۴) فشار هوا زیاد باشد و رطوبت هوا کم باشد.

گزینهٔ ۱

A ۸۸۵ ۳

معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود و حجم این اجسام هنگام ذوب افزایش می‌یابد. اما در برخی مواد مانند یخ که حجم آن‌ها پس از ذوب کاهش می‌یابد، با افزایش فشار نقطهٔ ذوب یخ هر چند ناچیز کاهش می‌یابد. هنگام انجماد آب نیز نقطهٔ انجماد که همان نقطهٔ ذوب است با افزایش فشار کاهش می‌یابد و به پایین‌تر از صفر می‌رسد.

A ۸۸۶ ۴

خط فکری چند جملهٔ مهم از کتاب درسی:

۱ معمولاً حجم جامدهای بلورین هنگام ذوب افزایش می‌یابد زیرا حجمی که بلور با آرایش منظم مولکول‌ها در حالت جامد اشغال می‌کند در مقایسه با حجم همین مقدار ماده در حالت مایع که آرایش مولکولی نامنظم دارند، کمتر است. البته آب و یخ استثناء هستند.

۲ افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود البته یخ در این مورد استثناء است یعنی افزایش فشار وارد بر یخ نقطهٔ ذوب آن را کاهش می‌دهد.

۳ افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود (دلیل استفاده از زودپز برای زودتر پختن غذا)

۴ بر خلاف جامدهای بلورین، جامدهای بی‌شکل مثل شیشه و قیر نقطه ذوب کاملاً مشخص ندارند و ابتدا به شکل خمیر در می‌آیند و در گستره‌ای از دما و به تدریج ذوب می‌شوند.

۵ ناخالصی باعث کاهش نقطه ذوب می‌شود (پاشیدن نمک در روزهای برفی روی یخ خیابان‌ها)

۶ ناخالصی باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

اجسام جامد بلورین نقطه ذوب مشخص دارند، اما جامدهای بی‌شکل نقطه ذوب مشخص ندارند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

یخ حاصل از انجماد آب و برف حاصل از چگالش بخار آب است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

حجم جامد بلورینی مانند یخ هنگام ذوب کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

افزودن ناخالصی و افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۸۸۷ ۴

الف) در دیگ زودپز آب ابتدا بخار می‌شود اما به دلیل آن‌که راهی به خارج ندارد در ظرف می‌ماند و فشار داخل ظرف بالا می‌رود که سبب افزایش نقطهٔ جوش آب می‌شود و غذا در دمای بالاتری می‌پزد که باعث زود پختن غذا می‌شود.

ب) در کوزه‌ها آب از بدنهٔ کوزه به بیرون تراوش کرده و با گرفتن گرما از بدنهٔ کوزه بخار می‌شود و این گرما گرفتن باعث خنک ماندن می‌شود.

پ) در پخته شدن تخم‌مرغ در ارتفاعات به دلیل کاهش فشار، نقطهٔ جوش آب کاهش می‌یابد و تخم‌مرغ در دمای پایین‌تری پخته می‌شود پس به زمان طولانی‌تری نیاز دارد.

ت) در قلهٔ کوه‌ها به دلیل کمتر شدن فشار، نقطهٔ ذوب یخ بالا می‌رود و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بنابراین دلیل گزارهٔ (الف) افزایش فشار و دلیل گزاره‌های (پ) و (ت) کاهش فشار و دلیل گزارهٔ (ب) تبخیر سطحی است.

B ۸۸۸ ۱

با خروج مقداری هوا از بالای سطح آب، فشار هوای وارد بر سطح آب کاهش می‌یابد و با کاهش فشار وارد بر سطح آب درون ظرف، آب راحت‌تر می‌تواند تبخیر سطحی انجام دهد.

مولکول‌های سطح آب برای تبخیر، گرمای نهان تبخیر $Q_V = mL_V$ را از مولکول‌های پایین‌تر دریافت می‌کنند و این سبب کاهش دمای آب باقی‌مانده در ظرف می‌شود.

A ۸۸۹ ۳

خط فکری لطفاً عجله نکنید، قرار نیست همواره با دادن گرما، دمای جسم بالا رود یا با گرفتن گرما، دمای آن کاهش یابد. در هنگام تغییر حالت، جسم گرما گرفته یا از دست می‌دهد اما این تبادل گرما باعث تغییر دمای جسم نمی‌شود.

دمای آب $0^\circ C$ است و با گرفتن گرما از آب ابتدا باید به یخ تبدیل شود، بنابراین ابتدا باید حساب کنیم که آیا تمام آب با گرفتن $1500J$ گرما یخ می‌زند یا خیر. برای این کار گرمایی که باید از $5g$ آب $0^\circ C$ گرفته شود تا تمام آن یخ بزند را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{تغییر حالت}} = mL_F \Rightarrow Q_{\text{تغییر حالت}} = \frac{5}{1000} \times 336 \times 10^3 = 1680J$$

برای اینکه تمام $5g$ آب یخ بزند باید $1680J$ گرما از آن گرفته شود و با گرفتن $1500J$ گرما تنها بخشی از آب یخ می‌زند و طی این فرایند تغییر دما رخ نمی‌دهد و آب و یخ $0^\circ C$ داریم.

A ۸۹۰ ۲

خط فکری دمای بدن ما از دمای فلز گالیم $(29/8^\circ C)$ بیشتر است و این فلز با گرفتن گرما از دست ذوب می‌شود و در مدت ذوب دمای آن ثابت می‌ماند.

۱ گرمای لازم برای ذوب $10g$ از این فلز را به‌دست می‌آوریم.

$$Q = mL_F \xrightarrow{m=10g, L_F=80/4kJ/kg} Q = \frac{10}{1000} \times 80400 \Rightarrow Q = 804J$$

۲ ۸۰٪ این گرما از دست ما به گالیم داده شده است، بنابراین:

$$Q_{\text{دست}} = \frac{80}{100} \times 804 = 643/2J$$

A ۸۹۱ ۱

۵۰g آب روی شیشه در اثر میعان بخار آب و تبدیل آن به مایع تشکیل شده است. در این فرایند بخار آب گرما از دست داده، در واقع بخار آب به شیشه گرما می‌دهد و گرمای نهان تبخیر آب در دمای $0^\circ C$ برابر $L_V = 2490 kJ/kg$ است.

$$Q_V = mL_V \Rightarrow Q_V = 50\times10^{-3}\times2490\times10^{+3}$$
$$Q_V = 124500J = 124/5kJ$$

A ۸۹۲ ۲

خط فکری گرمای نهان تبخیر هر مایع (L_V) به جنس و دمای آن بستگی دارد و با افزایش دما، گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

مقادیر L_V برای آب در دماهای مختلف						
دما $(^\circ C)$	۰	۱۵	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
$L_V(\frac{kJ}{kg})$	۲۴۹۰	۲۴۵۴	۲۳۷۴	۲۲۵۶	۲۱۱۵	۱۹۴۰

هر چه دما بالاتر باشد، گرمای نهان تبخیر (L_V) کمتر است. با توجه به اینکه گرمای تبخیر برابر mL_V بوده و جرم مایع تبخیر شده در سه حالت با هم برابر است، داریم:

$$\begin{cases} Q_1 = m(L_V)_1 \\ Q_2 = m(L_V)_2 \\ Q_3 = m(L_V)_3 \end{cases} \xrightarrow[(L_V)_1<(L_V)_2<(L_V)_3]{\theta_1>\theta_2>\theta_3} Q_3 > Q_2 > Q_1$$

B ۸۹۳ ۲

خط فکری مسئله سختی نیست. ابتدا حجم یخ روی دریاچه را حساب می‌کنیم $(V = Ah)$، سپس جرم یخ را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم و سرانجام گرمایی که دریاچه در بهار برای ذوب یخ $0^\circ C$ به آن می‌دهد را از رابطهٔ گرمای نهان ذوب $(Q = mL_F)$ به‌دست می‌آوریم.

۱ حجم کل یخ تشکیل شده برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow[h=10cm=0/1m]{A=500km^2=500\times10^6m^2} V = 500\times10^6\times0/1 \Rightarrow V = 5\times10^7 m^3$$

۲ جرم کل یخ خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho=900kg/m^3} 900 = \frac{m}{5\times10^7} \Rightarrow m = 45\times10^9 kg$$

۳ گرمایی که یخ برای ذوب شدن دریافت می‌کند برابر است با:

$$Q = mL_F \Rightarrow Q = 45\times10^9\times336\times10^3 = 15120\times10^{12}J$$

یادآوری هر $10^6 J$ برابر $1MJ$ است:

$$Q = 15120\times10^6 MJ = 1/512\times10^{10} MJ$$

A ۸۹۴ ۳

خط فکری هر گاه در صورت مسئله صحبت از یک قطعهٔ یخ بزرگ در دمای $0^\circ C$ است منظور این است که دمای نهایی $0^\circ C$ است. یعنی تا وقتی که دمای فلز به $0^\circ C$ برسد، به یخ گرما می‌دهد:

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب $190g$ یخ را به‌دست می آوریم:

$$Q = m_{یخ}L_F \Rightarrow Q = \frac{190}{1000}\times3/4\times10^5 \Rightarrow Q = 6/46\times10^4 J$$

۲ این گرما را فلز به یخ داده و دمای فلز از $68^\circ C$ به صفر درجه سلسیوس رسیده است، بنابراین:

$$Q = m_{فلز}c_{فلز}\Delta\theta \Rightarrow 6/46\times10^4 = 2/5\times c_{فلز}\times68 \Rightarrow c_{فلز} = 380J/kg.K$$

A ۸۹۵ ۱

خط فکری در سؤالاتی که هم تغییر دما و هم تغییر حالت داریم، نمودار تغییرات را مشابه نمودار زیر نوشته و گرمای هر بخش را جداگانه حساب می‌کنیم:

نقره مایع $960^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ نقره جامد $960^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ نقره جامد $20^\circ C$

۱ گرمای Q_1 باعث تغییر دمای نقره از $20^\circ C$ به $960^\circ C$ می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0/5\times240\times940 = 112800J$$

۲ گرمای Q_2 باعث تغییر حالت نقره می‌شود:

$$Q_2 = mL_F \xrightarrow{L_F=90\times10^3 J/kg} Q_2 = 0/5\times(90\times10^3) = 45\times10^3 = 45000J$$

۳ کل گرمای داده شده به نقره برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 112800 + 45000 = 157800J = 157/8kJ$$

A ۸۹۶ ۳

ابتدا دمای آب از $20^\circ C$ به $0^\circ C$ می‌رسد و سپس آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود، بنابراین باید مجموع این دو مقدار گرما را که آب از دست داده حساب کنیم.

آب $20^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1 = mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2 = mL_F}$ یخ $0^\circ C$

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_F$$

تذکر در رابطهٔ $mc\Delta\theta$ اگر گرمای ویژه را بر حسب kJ/kgK قرار دهیم و بقیه پارامترها در SI باشند، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول خواهد بود. همچنین در رابطهٔ mL_F اگر گرمای نهان ذوب را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم کیلوگرم باشد، گرمای به‌دست آمده از رابطه برحسب کیلوژول خواهد بود.

$$Q = (150\times4/2\times20)kJ + (150\times336)kJ \Rightarrow Q = 12600kJ + 50400kJ = 63000kJ$$

A ۸۹۷ ۲

یک نمودار ساده از تمام مراحلی که اتفاق می‌افتد رسم می‌کنیم، سپس گرما را در هر مرحله به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

یخ $-5^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_F}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $50^\circ C$

۱ ابتدا یخ $-5^\circ C$ تغییر دما داده و به یخ $0^\circ C$ رسیده است:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 0/2\times2100\times5 = 2100J = 2/1kJ$$

۲ حال یخ $0^\circ C$ گرما می‌گیرد تا تغییر حالت داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود:

$$Q_F = mL_F = 0/2\times335000 = 67000J = 67kJ$$

۳ و در نهایت آب $0^\circ C$ گرما می‌گیرد تا تغییر دما دهد و دمای آن $50^\circ C$ شود:

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 0/2\times4200\times50 = 42000J = 42kJ$$

۴ کل گرمای لازم برای آنکه یخ $-5^\circ C$ به آب $50^\circ C$ تبدیل شود، برابر مجموع گرماهایی است که به‌دست آوردیم. $Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2/1 + 67 + 42 = 111/1kJ$

بازی با سؤال **می‌خواهیم با دادن گرما به یک قطعه یخ به جرم یک کیلوگرم و دمای -10 درجهٔ سلسیوس، نیمی از آن را ذوب کنیم. میزان گرمای لازم برای این کار چند کیلوژول است؟** $(L_F = 336kJ/kg, c_{یخ} = 2/1kJ/kg.K)$

۱) ۳۵۷ ۲) ۲۲۰ ۳) ۱۸۹ ۴) ۱۷۸

گزینهٔ ۳

B ۸۹۸ ۲

۱ ابتدا مقدار گرمایی را که آب $50^\circ C$ از دست داده تا به دمای $0^\circ C$ برسد، به‌دست می‌آوریم: $|Q| = |mc\Delta\theta| \Rightarrow |Q| = 0/8\times4200\times50 = 40\times4200J$

۲ اگر ۹۰ درصد این گرما به یخ داده شود با توجه به رابطهٔ $m'L_F$ باعث ذوب شدن m' گرم یخ می‌شود.

$$m'L_F = \frac{90}{100}\times40\times4200$$
$$\Rightarrow m'\times336000 = \frac{90}{100}\times40\times4200 \Rightarrow m' = 0/45kg = 450g$$

میانبر خوب است در سؤالاتی که با آب و تغییر حالت آن سروکار داریم، گرمای ویژهٔ آب و یخ و گرمای نهان ذوب یا تبخیر را بر حسب هم بنویسیم:

$c_{آب} = 4200J/kg.K = c$ $\quad L_F = 336\times10^3 J/kg = 80c$

$c_{یخ} = 2100J/kg.K = \frac{c}{2}$ $\quad L_V = 2268\times10^3 J/kg = 540c$

B ۸۹۹ ۲

۱ حالت اول: گرمای لازم برای اینکه ۵kg یخ $-۲۰^\circ C$ به آب $۲۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم. برای این کار نموداری مطابق شکل زیر می‌کشیم و گرمای هر مرحله را به‌دست می‌آوریم.

یخ ۵kg $-۲۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta}$ تغییر دمای یخ — یخ ۵kg $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ تغییر حالت — آب ۵kg $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta}$ تغییر دمای آب — آب ۵kg $۲۰^\circ C$

$$Q_۱=mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta \xrightarrow[L_F=۱۶۰c_{یخ}]{c_{آب}=۲c_{یخ}}$$

$$Q_۱=۵\times c_{یخ}\times ۲۰+۵\times ۱۶۰c_{یخ}+۵\times(۲c_{یخ})(۲۰)\Rightarrow Q_۱=۱۱۰۰c_{یخ}$$

اکنون می‌خواهیم بدانیم که اگر به ۱kg آب $۶۳^\circ C$ این مقدار گرما $(Q_۱=۱۱۰۰c_{یخ})$ داده شود، چند گرم آن تبخیر می‌شود. مجدداً با رسم یک نمودار مسیر تحولات را مشخص می‌کنیم و به کمک آن می‌توانیم بنویسیم:

۲ حالت دوم:

آب ۱kg $۶۳^\circ C$ $\xrightarrow{m'c\Delta\theta}$ آب ۱kg $۱۰۰^\circ C$ $\xrightarrow{m''c\Delta\theta}$ بخار آب $۱۰۰^\circ C$

$$Q_۲=m'c_{آب}\Delta\theta+m''L_V \xrightarrow[c_{آب}=۲c_{یخ},L_V=۱۰۸۰c_{یخ}]{m'=۱kg}$$

$$Q_۲=۱\times ۲c_{یخ}\times(۱۰۰-۶۳)+m''(۱۰۸۰c_{یخ})$$

$$\xrightarrow[Q_۲=۱۱۰۰c_{یخ}]{Q_۲=Q_۱} ۱۱۰۰c_{یخ}=۷۴c_{یخ}+m''(۱۰۸۰c_{یخ})$$

$$\xrightarrow{c_{یخ}\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}} ۱۱۰۰=۷۴+۱۰۸۰m''$$

$$m''=\frac{۱۰۲۶}{۱۰۸۰}=\frac{۱۱۴}{۱۲۰}=\frac{۱۹}{۲۰}kg\Rightarrow m'=۹۵۰g$$

B ۹۰۰ ۴

گرمای لازم برای ذوب یخ برابر است با: $Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=m\times ۳۳۶$

گرمای لازم برای آنکه آب $۰^\circ C$ به آب $۲۰^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=m\times ۴/۲\times ۲۰=m\times ۸۴$$

کل گرمای داده شده به یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q_t=Q_F+Q=m\times ۳۳۶+m\times ۸۴=۴۲۰m$$

اکنون می‌توان درصد گرما برای ذوب یخ را حساب کرد: $\frac{Q_F}{Q_t}=\frac{m\times ۳۳۶}{m\times ۴۲۰}=\frac{۸}{۱۰}=۸۰٪$

بازی با سؤال **مقداری آب $۴۰^\circ C$ را در محلی که نقطهٔ جوش آب $۱۰۰^\circ C$ است به بخار آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌کنیم. در صورتی که گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۵۴۰ برابر گرمای ویژهٔ آب باشد، چند درصد گرمای داده شده صرف افزایش دمای آب شده است؟**

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

گزینهٔ ۲

B ۹۰۱ ۲

گرما را در مراحل مختلف مطابق نمودار زیر به‌دست می‌آوریم:

یخ $-۱۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱}$ یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_F}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲}$ آب $۱۰۰^\circ C$

$\xrightarrow{Q_V}$ بخار آب $۱۰۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۳}$ بخار آب $۱۲۰^\circ C$

$$Q_۱=mc_i\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\times ۲/۱\times ۱۰=۱/۰۵kJ$$

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\times ۳۳۶=۱۶/۸kJ$$

$$Q_۲=mc_w\Delta\theta\Rightarrow Q_۲=\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\times ۴/۲\times ۱۰۰=۲۱kJ$$

$$Q_V=mL_V=\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\times ۲۲۶۰=۱۱۳kJ$$

$$Q_۳=mc_v\Delta\theta\Rightarrow Q=\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\times ۲/۱\times ۲۰=۲/۱kJ$$

بنابراین گرمای لازم برابر خواهد شد با: $Q_t=Q_۱+Q_F+Q_۲+Q_V+Q_۳$

$$\Rightarrow Q_t=۱/۰۵+۱۶/۸+۲۱+۱۱۳+۲/۱=۱۵۳/۹۵kJ$$

A ۹۰۲ ۳

خط فکری وسایل گرمایی مانند سماور، گرمکن و ... دارای توان گرمایی هستند. همان‌طور که می‌دانیم توان یعنی آهنگ مصرف انرژی و در وسایل گرمایشی توان گرمایی یعنی آهنگ مصرف گرما که این گرما می‌تواند باعث تغییر دما یا تغییر حالت شود:

$$P_{گرمایی}=\frac{Q}{t}$$

یکای سی‌سی (cc) حجم همان یکای $cm^۳$ است.

۱ جرم آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=۱g/cm^۳,V=۲۰۰۰cc} m=۱\times ۲۰۰۰=۲۰۰۰g$$

۲ گرمای لازم برای تبخیر ۲۰۰۰g آب $۱۰۰^\circ C$ و تبدیل آن به بخار $۱۰۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_V\Rightarrow Q=۲۰۰۰\times ۱۰^{-۳}\times(۲۲۵۰\times ۱۰^۳)\Rightarrow Q=۴۵۰\times ۱۰^۴J$$

۳ توان گرمایی کتری خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\xrightarrow{t=۵۰min=۵۰\times ۶۰s} P=\frac{۴۵۰۰\times ۱۰^۳}{۵۰\times ۶۰}\Rightarrow P=۱/۵\times ۱۰^۳W\Rightarrow P=۱/۵kW$$

A ۹۰۳ ۱

خط فکری توان گرمایی گرمکن ثابت است، بنابراین در مدت t گرمایی که به آب $۱۰۰^\circ C$ می‌دهد تا تبخیر شود برابر مقدار گرمایی است که در همان مدت به یخ $۰^\circ C$ می‌دهد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود.

گرمای تبدیل آب $۱۰۰^\circ C$ به بخار $۱۰۰^\circ C$ و گرمای تبدیل یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ را برابر قرار می‌دهیم.

$$\xrightarrow[\text{توان و مدت زمان در هر دو حالت یکسان است}]{Q=Pt} Q_{بخار}=Q_{یخ}$$

$$\Rightarrow m_{بخار}L_V=m_{یخ}L_F\Rightarrow ۱۰۰\times ۲۲۶۸=m_{یخ}\times ۳۳۶$$

دو طرف رابطه را به ۴/۲ تقسیم می‌کنیم.

$$۱۰۰\times ۵۴۰=m_{یخ}\times ۸۰\Rightarrow m_{یخ}=۶۷۵g$$

میانبر اگر گرمای ویژهٔ آب $۴۲۰۰J/kg^\circ C$ و گرمای نهان تبخیر آب $۲۲۶۸kJ/kg$ و گرمای نهان ذوب $۳۳۶kJ/kg$ باشد، می‌توان گرمای ویژهٔ آب را c، گرمای نهان تبخیر را $۵۴۰c$ و گرمای نهان ذوب را $۸۰c$ گرفت:

$$Q_{بخار}=Q_{آب}\Rightarrow ۱۰۰(۵۴۰c)=m_{یخ}(۸۰c)\Rightarrow m_{یخ}=\frac{۶۷۵}{۱۰۰۰}kg=۶۷۵g$$

B ۹۰۴ ۳

ابتدا گرمای لازم برای اینکه دمای آب از $۲۰^\circ C$ به نقطهٔ جوش $(۱۰۰^\circ C)$ برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_۱=mc\Delta\theta\xrightarrow{c_{آب}=۴۲۰۰J/kg^\circ C} Q_۱=m\times ۴۲۰۰\times ۸۰$$

$$\Rightarrow Q_۱=۴۲\times ۸\times ۱۰^۳m\text{ ژول}$$

حال گرمای لازم برای تبدیل آب $۱۰۰^\circ C$ به بخار آب $۱۰۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_۲=mL_V\xrightarrow{L_V=۲۲۶۸\times ۱۰^۳J/kg} Q_۲=m\times ۲۲۶۸\times ۱۰^۳$$

توان گرمایی گرمکن ثابت است:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{Q_۱}{t_۱}=\frac{Q_۲}{t_۲}\Rightarrow\frac{۴۲\times ۸\times ۱۰^۳\times m}{۸min}=\frac{۲۲۶۸\times ۱۰^۳\times m}{t_۲}\Rightarrow t_۲=۵۴min$$

بازی با سؤال یک اجاق برقی دمای مقدار معینی آب را در مدت ۸ دقیقه از ۲۰ درجهٔ سلسیوس به نقطهٔ جوش $100^\circ C$ می‌رساند. چند دقیقهٔ دیگر طول می‌کشد تا با ثابت ماندن توان گرمایی اجاق، تمام آب تبخیر شود؟ $(L_V = 2268 J/g, c = 4/2 J/g.K)$

۱) ۲۸ ۲) ۳۶ ۳) ۵۴ ۴) ۱۰۸

گزینهٔ ۳

۹۰۵ B ۴

تذکر اگر در رابطه‌های تغییر حالت یکای L_F و L_V را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم نیز بر حسب kg باشد، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول است.

۱ گرمایی که ۱۰۰g یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q_1 = mL_F \Rightarrow Q_1 = 0/1 \times 334 \Rightarrow Q_F = 33/4 kJ$$

۲ گرمایی که ۱۰۰g آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $100^\circ C$ و سپس به بخار $100^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

آب $0^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{mc\Delta\theta}$ آب $100^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{mL_V}$ بخار $100^\circ C$

$$Q_2 = mc\Delta\theta + mL_V \xrightarrow{L_V = 2256 kJ/kg, c = 4/2 J/kg.K}$$

$$Q = 0/1 \times 4/2 \times 100 + 0/1 + 2256 \Rightarrow Q_2 = 42 + 225/6 \Rightarrow Q_2 = 267/6 kJ$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{33/4}{10} = \frac{267/6}{t_2} \Rightarrow t_2 \simeq 80 min$$

میانبر چون مقدار تقریبی زمان خواسته شده می‌توانستیم با توجه به توضیحاتی که قبلاً داده‌ایم $c = c_{آب} = 4200 J/kg.K$ گرفته و $L_V = 540c$ و $L_F = 80c$ در رابطه‌ها قرار دهیم.

۹۰۶ A ۴

خط فکری راندمان یا بازده: در وسایل گرمایی عموماً توان الکتریکی به عنوان توان ورودی و توان گرمایی به عنوان توان خروجی است، بنابراین:

$$Ra = \frac{P_{گرمایی}}{P_{الکتریکی}} \Rightarrow P_{گرمایی} = Ra \times P_{الکتریکی}$$

۱ بازده گرمکن ٪۹۰ است بنابراین توان مفید آن خواهد شد:

$$P_{مفید} = P_{کل} \times \frac{90}{100} \xrightarrow{P = 8000 W} P_{مفید} = 8000 \times \frac{90}{100} = 7200 W$$

۲ گرمای لازم برای تبدیل ۹kg یخ $0^\circ C$ به آب $80^\circ C$ برابر است با:

$$Q = mL_F + mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta = 80^\circ C]{L_F = 80c_{آب}, m = 9kg} Q = 9 \times 80c + 9 \times c \times 80$$

$$\Rightarrow Q = 1440c = 1440 \times 4200$$

۳ با توجه به تعریف توان می‌توان زمان را به‌دست آورد.

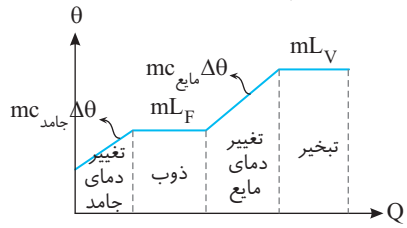
$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 7200 = \frac{1440 \times 4200}{t} \Rightarrow t = \frac{1440 \times 4200}{7200} \Rightarrow t = 840 s \Rightarrow t = 14 min$$

میانبر در سؤالات گرما که توان و بازده داده می‌شود، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$Q = Ra \times P_{الکتریکی} \times t$$

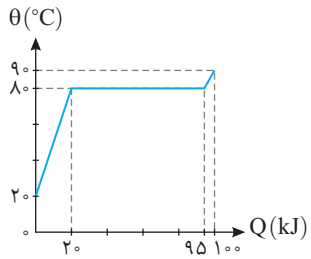
۹۰۷ A ۴

خط فکری در سؤالاتی که نمودار داده شده دقت کنید در بازه‌هایی که با گذشت زمان یا دادن گرما، دمای جسم تغییر نمی‌کند، جسم در حال تغییر حالت است. همچنین قسمت‌های مختلف نمودار مهم است به شکل زیر خوب نگاه کنید:



با توجه به خط فکری بالا در دمای ذوب با دادن گرما دما تغییر نمی‌کند، پس با توجه به نمودار $80^\circ C$ دمای ذوب ماده است و در بازه‌ای که گرمای داده شده به جسم از ۲۰kJ به ۹۵kJ می‌رسد، جسم در حال ذوب شدن است بنابراین:

$$Q_{ذوب} = mL_F \Rightarrow (95 - 20) \times 10^3 = 0/5 L_F \Rightarrow L_F = 1/5 \times 10^5 J/kg$$



۹۰۸ B ۱

با توجه به نمودار در مدت ۴۰min دمای مایع ۳۰K کاهش یافته است و گرمایی که مایع از دست می‌دهد برابر $Q = mc\Delta\theta$ است و به کمک آن توان دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{|Q_1|}{t_1} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} P = \frac{0/4 \times 3000 \times 30}{40 \times 60} \Rightarrow P = 15 W$$

همچنین فرایند انجماد ۳۰ دقیقه طول کشیده که با توجه با ثابت بودن توان وسیله، گرمای نهان انجماد را حساب می‌کنیم.

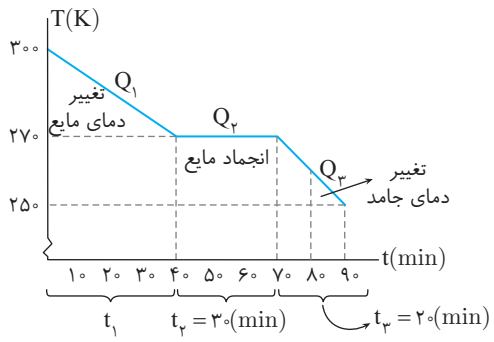
$$P = \frac{|Q_2|}{t_2} \Rightarrow Q_2 = Pt_2 \xrightarrow{Q_2 = mL_F}$$

$$0/4 \times L_F = 15 \times 30 \times 60 \Rightarrow L_F = 67500 J/kg$$

همچنین در مدت ۲۰ دقیقه در حالت جامد، دمای جسم $20^\circ C$ پایین آمده است:

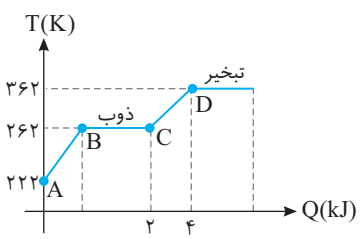
$$P = \frac{|Q_3|}{t_3} \xrightarrow[|Q_3| = Pt_3]{Q_3 = mc\Delta\theta} mc\Delta\theta = Pt_3$$

$$\Rightarrow 0/4 \times c_{جامد} \times 20 = 15 \times 20 \times 60 \Rightarrow c_{جامد} = 2250 J/kg^\circ C$$



۹۰۹ B ۳

با توجه به نمودار جسم بین دو نقطه C با دمای ۲۶۲K و نقطهٔ D با دمای ۳۶۲K در حالت مایع قرار دارد. جسم با دریافت ۴−۲=۲kJ گرما، دمایش از ۲۶۲K به ۳۶۲K رسیده است. از این رو می‌توان ظرفیت گرمایی جسم در حالت مایع را حساب کرد.



$$Q = C\Delta T \Rightarrow 2 \times 10^3 = C(362 - 262) \Rightarrow C = 20 J/K$$

اگر به این مایع ۱۰۰ ژول گرما بدهیم، دمای آن خواهد شد:

$$Q = C\Delta T \Rightarrow 100 = 20\Delta T \Rightarrow \Delta T = 5K$$

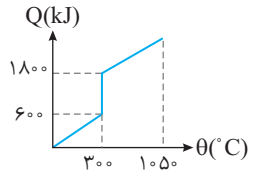
$$\theta = 5^\circ C$$

بنابراین افزایش دما خواهد شد:

میانبر با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$$\frac{2000 J}{100 J} \left| \frac{100 K}{\Delta T} \right. \Rightarrow \Delta T = 5K \Rightarrow \Delta\theta = 5^\circ C$$

بازی با سؤال نمودار مقابل نمودار گرما بر حسب دما برای مایعی به جرم $4kg$ است. اگر به این مایع به اندازهٔ $900kJ$ حرارت بدهیم با توجه به نمودار، چند کیلوگرم آن به صورت مایع باقی می‌ماند؟



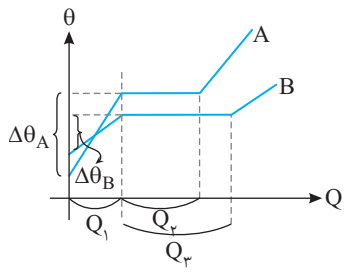
۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

۳ ۹۱۰ B

با گرمای یکسان Q_1 تغییر دمای A از تغییر دمای B بیشتر است.

$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B\xrightarrow{\Delta\theta_A>\Delta\theta_B}C_A<C_B$$



از طرفی برای ذوب کامل A مقدار گرمای لازم برابر Q_2 است و برای ذوب کامل B مقدار گرمای لازم برابر Q_3 و با توجه به اینکه $Q_2<Q_3$ است، گرمای نهان ذوب A از گرمای نهان ذوب B کمتر است. (دقت کنید جرم A و B برابر است.)

$$Q_2=mL_{F_A},Q_3=mL_{F_B}\xrightarrow{Q_2<Q_3}L_{F_A}<L_{F_B}$$

۲ ۹۱۱ B

۱ گرمایی که با توان $10W$ جسم در مدت $300s$ دریافت می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=10\times300=3000J$$

۲ این گرما دمای جسم را از $20^\circ C$ به $80^\circ C$ رسانده است، به کمک آن جرم جسم را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=10^3J/kg^\circ C}3000=m\times10^3\times60$$

$$\Rightarrow m=\frac{1}{20}kg=0/05kg\Rightarrow m=50g$$

۳ اکنون گرمایی که این جسم در مدت $720s-300=1020$ با توان $10W$ دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$Q=Pt\Rightarrow Q=10\times720=7200J$$

۴ در این مدت جسم در حال تغییر حالت است و مقدار جرمی که توسط $7200J$ گرما ذوب می‌شود خواهد شد:

$$Q=mL_F\xrightarrow{L_F=18\times10^4J/kg.K}7200=m\times18\times10^4\Rightarrow m=0/04kg=40g$$

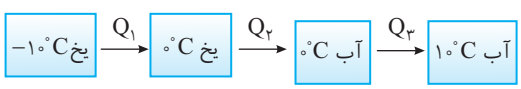
۵ از $50g$ جسم، $40g$ آن ذوب شده، مقدار درصد جرم جامدی که ذوب می‌شود برابر است با:

$$\frac{40}{50}\times100=80\%$$

۴ ۹۱۲ B

خط فکری نمودار تغییرات را رسم می‌کنیم و در هر مرحله گرمایی که یخ دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم و زمان آن را به‌دست می‌آوریم. آن‌گاه زمان‌های به‌دست آمده را با زمان‌های نمودارهای داده شده مقایسه می‌کنیم تا به جواب برسیم.

آهنگ گرمای داده شده $P=\frac{Q}{t}$ است و برابر $210J/s$ است.



مدتی که طول می‌کشد تا یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود:

$$P=\frac{Q_1}{t}\Rightarrow210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_1=mc_{یخ}\Delta\theta]{^\circ C\text{ یخ }-10^\circ C\text{ به یخ }0^\circ C}210=\frac{0/2\times2100\times10}{\Delta t_1}\Rightarrow\Delta t_1=20s$$

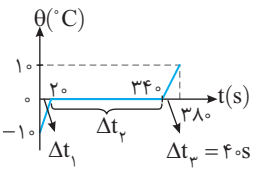
مدت زمان ذوب کامل یخ:

$$P=\frac{Q_2}{t}\Rightarrow210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_2=mL_F]{^\circ C\text{ یخ }0^\circ C\text{ به آب}}210=\frac{0/2\times336000}{\Delta t_2}\Rightarrow\Delta t_2=320s$$

مدت زمان تبدیل آب $0^\circ C$ به یخ $10^\circ C$:

$$P=\frac{Q_3}{t}\Rightarrow210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_3=mc_{آب}\Delta\theta]{^\circ C\text{ آب }10^\circ C\text{ به آب }0^\circ C}210=\frac{0/2\times4200\times10}{\Delta t_3}\Rightarrow\Delta t_3=40s$$

بنابراین:



میانبر با توجه به اینکه گرمای نهان ذوب به صورت $L_F=336000=80\times4200$ است پس گرمای مورد نیاز برای ذوب برابر $mL_F=80mc$ بوده و گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای $20^\circ C$ آب برابر $mc\Delta\theta=20mc$ است، بنابراین مدت زمان لازم برای ذوب یخ باید ۴ برابر مدت زمان تغییر دمای $20^\circ C$ آب باشد که این مورد در سه گزینهٔ (۱) تا (۳) رعایت نشده است.

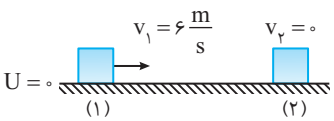
۱ ۹۱۳ B

خط فکری یک تست ترکیبی از فصل گرما و فصل کار و انرژی روبه‌روی ما است. گرمایی که در اثر اصطکاک ایجاد شده است سبب ذوب مقداری یخ $0^\circ C$ شده است، بنابراین ابتدا باید کار نیروی اصطکاک را که به گرما تبدیل شده را به کمک قانون پایستگی انرژی حساب کنیم و مقدار گرمای به‌دست آمده را با مقدار گرمای که یخ مورد نیاز برای ذوب برابر قرار دهیم.

۱ با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_2=\frac{1}{2}mv_2^2=0]{E_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(6)^2}$$

$$0-18m=W_f\Rightarrow W_f=-18m\xrightarrow{m=55/5}W_f=-999J$$



۲ در واقع جسم $999J$ انرژی از دست داده و این انرژی از دست رفته به صورت گرما به یخ داده شده، حال مقدار یخ ذوب شده توسط $999J$ گرما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=m'L_F\Rightarrow999=m'\times333\times10^3\Rightarrow m'=3\times10^{-3}kg=3g$$

۲ ۹۱۴ B

خط فکری با رها کردن وزنه‌ها، وزنهٔ $20kg$، $10m$ پایین می‌آید و وزنه $10kg$ نیز $10m$ پایین می‌رود. در واقع هر دو جسم به اندازهٔ mgh انرژی آزاد می‌کنند که این انرژی آزاد شده توسط همزن به یخ داده شده و باعث ذوب یخ می‌شود.

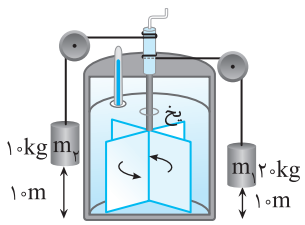
۱ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ m_1 را حساب می‌کنیم.

$$|U_1|=mgh_1=20\times10\times10=2000J$$

۲ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ m_2 برابر است با:

$$|U_2|=m_2gh_2=10\times10\times10=1000J$$

۳ بنابراین در مجموع $2000+1000=3000J$ گرما توسط همزن متصل به جسم‌ها، به یخ داده می‌شود و باعث ذوب یخ خواهد شد:



$$Q=mL_F$$

$$\Rightarrow3000=m\times336J/g$$

$$\Rightarrow m=\frac{3000}{336}g\simeq9g$$

A ۹۱۵ ۲

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که وقتی $40/2kJ$ گرما از آب $0^\circ C$ می‌گیریم، چند گرم از آب یخ می‌زند.
$Q_F = mL_F \Rightarrow 40/2 = m \times 335 \Rightarrow m = 0/12kg$

۲ بنابراین $120g$ آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و $180-120=60g$ آب $0^\circ C$ باقی می‌ماند.

B ۹۱۶ ۱

خط فکری وقتی که در دمای نقطهٔ جوش یا نقطهٔ ذوب به جسم گرما می‌دهیم، در تمام مدت تغییر حالت، دما ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما انرژی درونی جسم (آب) افزایش می‌یابد. وقتی به آب گرما می‌دهیم ابتدا دمای آن به $100^\circ C$ می‌رسد و سپس شروع به جوشیدن و بخار شدن می‌کند، در حل این نوع مسائل ابتدا باید گرمای لازم برای تغییر دما Q را بیابید و آن را با گرمای داده شده به جسم مقایسه کنید اگر گرمای داده شده به جسم از Q بزرگ‌تر باشد، مقدار اضافی آن صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ حال گرمای لازم تا رسیدن به نقطهٔ جوش را محاسبه می‌کنیم:
$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_{20^\circ C \text{ تا } 100^\circ C} = 2 \times 4200 \times 80 = 42 \times 16 \times 10^3 J = 42 \times 16 kJ$

۲ گرمایی که برای تبخیر آب باقی می‌ماند برابر است با:
$Q' = Q_{\text{کل}} - Q_{20^\circ C \text{ تا } 100^\circ C} = 840kJ - 16 \times 42kJ$
$\xrightarrow{840kJ = 20 \times 42} Q' = 20 \times 42 - 16 \times 42 \Rightarrow Q' = 4 \times 42kJ$

۳ بنابراین درصد گرمای تبخیر به گرمای کل داده شده به جسم خواهد شد:
$\frac{Q'}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{4 \times 42}{840} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$

B ۹۱۷ ۳

خط فکری $\frac{1}{3}$ گرما تلف شده بنابراین $\frac{2}{3}$ آن صرف افزایش دمای آب $(Q = mc\Delta\theta)$ و تبخیر آب $(Q = mL_V)$ می‌شود، بنابراین ابتدا مقدار گرمای لازم برای افزایش دما از $80^\circ C$ تا $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم، اگر از گرما چیزی باقی مانده باشد، مقدار اضافی گرما صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ گرمایی که به آب داده می‌شود: $Q_{\text{کل}} = \frac{2}{3} \times 284/76kJ \Rightarrow Q = 189/84kJ$

۲ گرمایی که $100g$ آب $80^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش به $100^\circ C$ برسد:
$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0/1 \times 4200 \times (100-80) \Rightarrow Q = 840J = 8/4kJ$

۳ بنابراین $8/4kJ$ گرما صرف افزایش دمای آب شده و باقیماندهٔ گرما صرف تبخیر آب خواهد شد: $Q_{\text{تبخیر}} = Q_{\text{کل}} - Q_1 \Rightarrow Q_{\text{تبخیر}} = 189/84 - 8/4 = 181/44kJ$

۴ مقدار آب بخار شده را حساب می‌کنیم.
$Q = mL_F \Rightarrow 181/44 = m \times 2268 \Rightarrow m = 0/08kg = 80g$

۵ بنابراین از $100g$ آب، $80g$ بخار شده است. $\frac{80}{100} \times 100 = 80\%$

B ۹۱۸ ۱

۱ ابتدا گرمایی که توسط گرمکن در مدت $122/5$ ثانیه تولید می‌شود را حساب می‌کنیم.
$P = \frac{W}{t} \Rightarrow 750 = \frac{W}{122/5} \Rightarrow W = 750 \times 122/5\ J$

۲ از این مقدار گرما ۸۰٪ صرف گرم کردن یخ می‌شود.
$Q = \frac{80}{100} W \Rightarrow Q = \frac{4}{5} \times 750 \times 122/5 \Rightarrow Q = 600 \times 122/5J \Rightarrow Q = 73500J$

۳ مقدار گرمایی که یخ $-6^\circ C$ لازم دارد تا به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.
$Q' = mc\Delta\theta \Rightarrow Q' = 0/5 \times 2100 \times 6 \Rightarrow Q' = 6300J$

۴ بنابراین از $73500J$ گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، $6300J$ صرف تبدیل یخ $-6^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ می‌شود و باقی آن صرف ذوب یخ خواهد شد.
$Q_{\text{ذوب}} = Q - Q' \Rightarrow Q_{\text{ذوب}} = 73500 - 6300 = 67200J$

۵ حال با توجه به گرمای ذوب به‌دست آمده، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:
$Q_{\text{ذوب}} = mL_F \Rightarrow 67200 = m \times 336000 \Rightarrow m = 0/2kg = 200g$

در نتیجه $500-200=300g$ یخ باقی می‌ماند.

B ۹۱۹ ۴

یادآوری دمای اولیهٔ یخ را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:
$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=32^\circ F} 32 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 0^\circ C$

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب یخ $0^\circ C$ و رسیدن به آب $0^\circ C$ را حساب می‌کنیم:
$Q_1 = mL_F \Rightarrow Q_1 = 2 \times (336 \times 10^3) = 672000J$

۲ گرمای باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:
$Q_{\text{باقی‌مانده}} = Q_{\text{کل}} - Q_1 \Rightarrow Q_{\text{باقی‌مانده}} = 756000 - 672000 = 84000J$

۳ این گرما باعث تغییر دمای آب $0^\circ C$ به $\theta^\circ C$ می‌شود:
$Q_{\text{باقی‌مانده}} = mc_{\text{آب}}\Delta\theta \Rightarrow 84000 = 2 \times 4200 \times \Delta\theta$
$\Rightarrow \Delta\theta = 10^\circ C \xrightarrow{\theta_1 = 0^\circ C} \theta_2 - 0 = 10 \Rightarrow \theta_2 = 10^\circ C$

B ۹۲۰ ۱

۱ ابتدا با توجه به آهنگ گرما و مدت زمان داده شده، گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:
$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \xrightarrow[t=12min]{P=1/05 \times 10^3 J/min}$
$Q = 1/05 \times 10^3 J/min \times 12min = 1050 \times 12J = 12600J$

۲ این گرما ابتدا دمای یخ را از $-10^\circ C$ به صفر می‌رساند:
$Q_1 = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta \xrightarrow[c_{\text{یخ}}=2100J/kg.K, m=0/2kg]{\Delta\theta=10^\circ C} Q_1 = 0/2 \times 2100 \times 10 = 4200$

۳ از $12600J$ گرما، $4200J$ گرما صرف تغییر دمای یخ از $-10^\circ C$ به $0^\circ C$ می‌شود و مابقی گرما می‌تواند یخ را ذوب کند، بنابراین گرمای باقی‌مانده $Q_2 = 12600 - 4200 = 8400J$ است که باید بررسی کنیم که می‌تواند تمام یخ را ذوب کند یا خیر. برای این کار ابتدا گرمای لازم برای ذوب $200g$ یخ صفر درجهٔ سلسیوس را حساب می‌کنیم:
$Q' = mL_F \xrightarrow{L_F = 336 \times 10^3 J/kg}$
$Q' = 0/2 \times 336 \times 10^3 = 67/2 \times 10^3 J \Rightarrow Q' = 67200J$

برای ذوب کامل یخ به $67200J$ گرما نیاز است.
بنابراین $8400J$ گرما نمی‌تواند باعث ذوب کامل یخ شود و تنها بخشی از یخ ذوب شده و در نهایت مخلوط آب و یخ $0^\circ C$ خواهیم داشت.

B ۹۲۱ ۴

خط فکری برای این نوع مسائل بهتر است نمودار شبیه آن‌چه که در زیر رسم کرده‌ایم، رسم کنید، سپس گرمای هر قسمت را برحسب گرمای ویژهٔ آب (c) حساب کنید. از سوی دیگر گرمایی که به یخ داده می‌شود آن را نیز بر حسب c به‌دست آورید تا به‌راحتی بتوانید مسیر اتفاقات را پیگیری کنید.

یخ $-10^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1 = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta = 0/2 \times \frac{c}{2} \times 10 = c}$ یخ $0^\circ C$

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2 = mL_F = 0/2 \times 80c = 16c}$ آب $0^\circ C$

آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{\text{آب}}\Delta\theta = 0/2 \times c \times 100 = 20c}$ آب $100^\circ C$

گرمای داده شده به یخ $105kJ$ است آن را بر 4200 تقسیم می‌کنیم تا مشخص شود Q چند برابر c است.
$Q = 105kJ = \frac{105 \times 10^3}{4200} \times c = 25c$

برای تبدیل یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ به اندازهٔ c گرما لازم است و گرمای داده شده به یخ $25c$ است، بنابراین تمام یخ به دمای $0^\circ C$ می‌رسد و گزینهٔ (۱) نادرست است.
گرمای لازم برای ذوب کامل یخ $16c$ است که این نیز از گرمای داده شده به آب کمتر است و تمام یخ ذوب می‌شود و گزینهٔ (۲) و (۳) نادرست است. بنابراین تمام یخ ذوب می‌شود و دمای آن بالاتر از $0^\circ C$ خواهد بود بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.
برای به‌دست آوردن دمای نهایی نیز می‌توان با توجه به گرمای کل نوشت:
$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q' \Rightarrow 25c = c + 16c + mc \times \Delta\theta$
$\Rightarrow 8c = 0/2c \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 40^\circ C \Rightarrow \theta_{\text{نهایی}} = 40^\circ C$

B ۹۲۲ ۳

خط فکری در حل این نوع مسائل بهتر است ابتدا نیم‌نگاهی به گزینه‌ها داشته باشیم زیرا به ما در حل مسئله کمک می‌کند. کاملاً مشخص است که ابتدای گرمای لازم برای تبدیل آب $0^\circ C$ به آب $100^\circ C$ را به‌دست می‌آوریم و آن را با گرمای داده شده به آب مقایسه می‌کنیم، اگر از آن بیشتر باشد، آب به $100^\circ C$ نمی‌رسد و اگر از گرمای داده شده به آب کمتر باشد، آب به $100^\circ C$ می‌رسد و شروع به تبخیر شدن می‌کند.

۱ ابتدا گرمایی که آب می‌گیرد تا دمایش از $0^\circ C$ به $100^\circ C$ برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q=0/4\times 4/2\times 100 \Rightarrow Q=168kJ<394kJ$$

بنابراین دمای آب به $100^\circ C$ می‌رسد و شروع به تبخیر شدن می‌کند.

۲ گرمای لازم برای تبخیر کامل آب را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_V=mL_V \Rightarrow Q_V=0/4\times 2260 \Rightarrow Q_V=904kJ>394kJ-168kJ$$

بنابراین گرمایی که به آب داده‌ایم نمی‌تواند تمام آب را به بخار $100^\circ C$ تبدیل کند.

۳ دمای نهایی $100^\circ C$ است. اما چه مقدار آب تبخیر می‌شود؟ از $394kJ$، $168kJ$ آن برای تبدیل آب $0^\circ C$ به $100^\circ C$ صرف شده و بقیهٔ آن برای تبدیل آب به بخار آب صرف می‌شود.

$$Q_V=m'L_V \Rightarrow 226=m'\times 2260 \Rightarrow m'=0/1kg=100g$$

در نهایت $300g$ آب $100^\circ C$ و ۱۰۰ گرم بخار آب $100^\circ C$ در اختیار داریم.

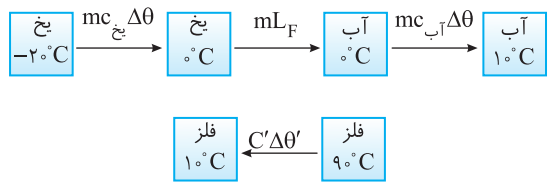
B ۹۲۳ ۳

گرما انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر منتقل می‌شود. در این مسأله دمای آب و یخ یکسان است و تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد، بنابراین جرم یخ ثابت می‌ماند.

B ۹۲۴ ۲

دمای تعادل $10^\circ C$ است بنابراین یخ $-20^\circ C$ از فلز گرما می‌گیرد و ابتدا به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ و در نهایت به آب $10^\circ C$ تبدیل می‌شود و در این فرایند فلز با از دست دادن گرما دمایش از $90^\circ C$ به $10^\circ C$ می‌رسد.

۱ نمودار زیر را برای درک بهتر تغییرها و تبدیل‌ها رسم می‌کنیم:



۲ فلز گرما از دست می‌دهد تا دمای آن پایین بیاید و یخ گرما گرفته است. با توجه به اینکه اتلاف گرمایی نداریم، فلز هر چه گرما از دست داده یخ این گرما را گرفته تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود.

تذکر! واحد جرم در یکای گرمای ویژه‌ها و گرمای نهان ذوب بر حسب گرم است پس در روابط، جرم نیز بر حسب گرم گذاشته می‌شود.

$$mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta=C'\Delta\theta'$$

$$\Rightarrow -100\times 2\times 20+100\times 340+100\times 4\times 10=C'\times 80$$

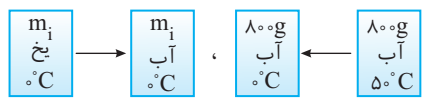
$$100(40+340+40)=80C' \Rightarrow C'=525J/K$$

B ۹۲۵ ۴

خط فکری هر گاه پس از تبادل گرمایی بین آب و یخ، مقداری یخ باقی مانده باشد یعنی دمای تعادل $0^\circ C$ است و گرمایی که یخ دریافت کرده است سبب ذوب مقداری یخ شده است.

گرمایی که آب $50^\circ C$ از دست داده تا دمایش $0^\circ C$ شود، صرف ذوب یخ $0^\circ C$ شده است، از این‌رو:

$$mc\Delta\theta=m_iL_F \Rightarrow 800\times 4200\times 50=336000m_i \Rightarrow m_i=500g$$ یخ ذوب شده

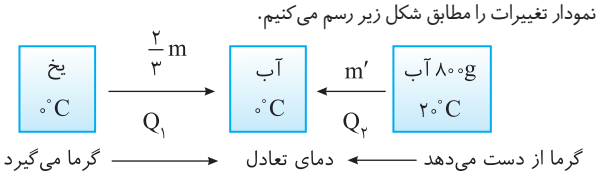


بنابراین جرم یخ اولیه برابر $500+100=600g$ است.

B ۹۲۶ ۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده بعد از تبادل گرمایی $\frac{1}{3}$ از جرم قطعه یخ $0^\circ C$ باقی مانده است یعنی آب $20^\circ C$ به یخ گرما داده و توانسته $\frac{2}{3}$ از جرم یخ $0^\circ C$ را به آب $0^\circ C$ تبدیل کند و دمای خودش نیز به $0^\circ C$ رسیده است و در نهایت مخلوط آب و یخ $0^\circ C$ در حال تعادل داریم.

نمودار تغییرات را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.



بنا به پایستگی انرژی مجموع گرمایی که آب از دست می‌دهد و یخ دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_1+Q_2=0 \Rightarrow \frac{2}{3}mL_F+m'c(0-20)=0 \xrightarrow[c_{آب}=4200J/kg.K]{L_F=336000J/kg}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}m\times 336000=\frac{800}{1000}\times 4200\times 20 \Rightarrow \frac{2}{3}m=\frac{1}{5} \Rightarrow m=\frac{3}{10}kg=300g$$

میانبر برای سادگی حل سؤال می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=4200J/kg.K$ گرفت و گرمای نهان ذوب را به صورت $L_F=336000J/kg=80\times 4200=80c$ در رابطه قرار داد.

B ۹۲۷ ۱

۱ تمام یخ ذوب نشده که به این معنا است که دمای نهایی $0^\circ C$ است. ابتدا گرمایی را که $100g$ آب از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود، حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q=0/1\times 4/2\times 80 \Rightarrow Q=33/6kJ$$

۲ گرمایی که ۸۰ گرم یخ می‌گیرد تا ذوب شود را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mL_F=80\times 10^{-3}\times 336=26/88kJ$$

۳ آب $33/6kJ$ گرما از دست داده اما یخ به اندازهٔ $26/88kJ$ گرما گرفته بنابراین تفاوت این دو گرما تلف شده است. $33/6-26/88=6/72kJ$

B ۹۲۸ ۲

خط فکری قطعه مس باعث تبخیر $5g$ آب $100^\circ C$ شده است، بنابراین دمای قطعه مس از $100^\circ C$ بیشتر است و این قطعه مس به آب $100^\circ C$ گرما می‌دهد، همچنین مس نتوانسته تمام آب $100^\circ C$ را تبدیل به بخار کند و از $100g$ آب $100^\circ C$ تنها $5g$ آن به بخار تبدیل شده و در نهایت بخار آب و آب $100^\circ C$ در حال تعادل خواهیم داشت، بنابراین دمای تعادل نهایی آب، بخار آب و مس $100^\circ C$ خواهد بود.

حال با دانستن این مطالب مسئله به سادگی قابل حل است.

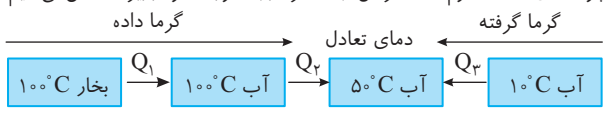
گرمایی که $282g$ مس $\theta^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش به $100^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که $5g$ آب $100^\circ C$ دریافت کرده است تا بخار شود. این دو گرما را برابر قرار می‌دهیم:

$$m_{مس}c_{مس}\Delta\theta=m_{آب}L_V \Rightarrow 282\times 10^{-3}\times 400\times(\theta-100)=5\times 10^{-3}\times 2256\times 10^{3}$$

$$\Rightarrow \theta-100=100 \Rightarrow \theta=200^\circ C$$

B ۹۲۹ ۲

چون دمای تعادل معلوم است، مراحل مبادلهٔ گرما را به صورت نمودار زیر مشخص می‌کنیم.



گرمایی که بخار آب $100^\circ C$ از دست داده تا به آب $50^\circ C$ برسد باعث افزایش دمای آب $10^\circ C$ تا $50^\circ C$ شده بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_1|+|Q_2|=Q_3 \Rightarrow m_1L_V+m_1c\Delta\theta_1=m_2c\Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow m_1\times 2268+m_1\times 4/2\times 50=590\times 4/2\times 40$$

می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=4/2J/g^\circ C$ گرفت که در این صورت $L_V=2268J/g=540\times 4/2=540c$ می‌شود:

$$m_1\times 540c+m_1c\times 50=590\times c\times 40 \Rightarrow m_1=40g$$

بازی با سؤال مقداری بخار ۱۰۰°C را وارد ۵۰۰ گرم آب ۱۰°C می‌کنیم، دمای تعادل ۴۰°C می‌شود. اگر گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۲۲۶۸J/g باشد، بخار آب چند گرم بوده است؟ ($c_{آب}=۴/۲J/g.°C$)

۱) ۱۲ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۵۰

گزینهٔ ۲

A ۹۳۰ ۲

۱ با تبخیر سطحی عرق از بدن شخص، دمای بدن پایین می‌آید. وقتی که دمای بدن ۱°C کاهش می‌یابد، گرمایی که بدن از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۶۰\times۳۵۰۰\times۱\,J$$

۲ گرمایی که عرق از بدن می‌گیرد تا تبخیر شود $(Q=mL_V)$ برابر گرمایی است که بدن از دست داده تا دمایش ۱°C کاهش یابد. از این‌رو:

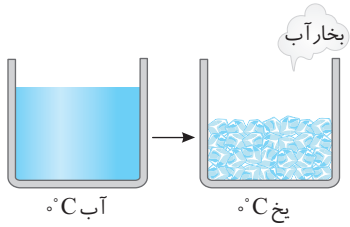
$$۶۰\times۳۵۰۰\times۱=m_{آب}\times۲/۴\times۱۰^۶\Rightarrow m_{آب}=۰/۰۸۷۵kg=۸۷/۵g$$

۳ بنابراین بدن ۸۷/۵g آب از دست داده و شخص برای جبران باید ۸۷/۵g آب بنوشد، حال حجم آب را به‌دست می‌آوریم:

یکای سی‌سی همان سانتی‌متر مکعب است. $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱=\frac{۸۷/۵}{V}\Rightarrow V=۸۷/۵cm^۳$

B ۹۳۱ ۴

خط فکری ابتدا مقداری آب ۰°C در اختیار داشته‌ایم، بخشی از آب بخار می‌شود و برای تبخیر سطحی این بخش از آب، گرما لازم است و این گرما از بخش دیگر آب دریافت می‌شود و آن بخش از آب ۰°C به دلیل از دست دادن گرما یخ می‌زند.



۱ با توجه به صورت سؤال مجموع جرم یخ و بخار تولیدشده ۳۴۰ گرم است.

$$m_L+m_V=۳۴۰g \quad (I)$$

۲ از طرفی گرمایی که بخشی از آب از بخش دیگر می‌گیرد تا تبخیر شود سبب یخ زدن آن می‌شود، بنابراین گرمای نهان تبخیر را با گرمای نهان انجماد یخ برابر قرار می‌دهیم:

$$Q_F=Q_V\Rightarrow m_LL_F=m_VL_V\Rightarrow ۸۰c_{آب}m_L=۶۰۰c_{آب}m_V$$

$$\Rightarrow m_L=\frac{۶۰۰}{۸۰}m_V\Rightarrow m_L=۷/۵m_V \quad (II)$$

۳ اکنون دو معادله دو مجهول در اختیار داریم و می‌توان نوشت:

$$(I),(II):m_L+m_V=۳۴۰\xrightarrow{m_L=۷/۵m_V}$$

$$۷/۵m_V+m_V=۳۴۰\Rightarrow m_V=۴۰g$$

B ۹۳۲ ۱

خط فکری دقت کنید از لحظه‌ای که بخار آب ۱۰۰°C با یخ ۰°C در تماس قرار می‌گیرد به یخ ۰°C گرما می‌دهد و آن را ذوب می‌کند. بخار آب ۱۰۰°C ابتدا به آب ۱۰۰°C تبدیل می‌شود و مقداری یخ را ذوب می‌کند اما چون دمای آب از دمای یخ ۰°C بیشتر است همچنان به یخ ۰°C گرما می‌دهد تا آن را ذوب کند و تا زمانی که دمای آب به ۰°C می‌رسد یخ در حال ذوب شدن است.

۱ ابتدا گرمایی را که بخار ۱۰۰°C از دست می‌دهد تا دمایش ۰°C شود به‌دست می‌آوریم. زیرا تا زمانی که دمای بخار آب و آب حاصل از آن از دمای یخ ۰°C بیشتر است، آب گرما از دست می‌دهد و یخ گرما می‌گیرد و ذوب می‌شود:

$$Q_۱=-mL_V\Rightarrow Q_۱=-۲\times۲۲۶۸$$

$$Q_۲=-mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۲=-۲\times۴/۲\times۱۰۰$$

۲ بخار آب این گرما را از دست داده و یخ صفر درجه سلسیوس همین مقدار گرما را دریافت کرده تا ذوب شود بنابراین قدر مطلق گرمایی را که بخار از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد، برابر قرار می‌دهیم:

$$|Q_۱+Q_۲|=Q_۳\Rightarrow ۲\times۲۲۶۸+۲\times۴/۲\times۱۰۰=m\times۳۳۶$$

دو طرف را بر ۴/۲ تقسیم می‌کنیم. $۲\times۵۴۰+۲۰۰=m\times۸۰\Rightarrow m=\frac{۱۲۸۰}{۸۰}=۱۶g$

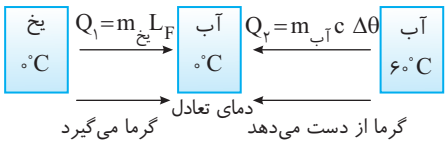
میانبر می‌توانستیم برای سادگی محاسبات از نسبت‌های زیر استفاده کنیم:

$c=۴۲۰۰J/kg.K$ ،$L_F=۸۰c$ ،$L_V=۵۴۰c$

B ۹۳۳ ۴

به سؤال و گزینه‌ها خوب دقت کنید. در صورت سؤال یخ ۰°C داده شده که با آب ۶۰°C در تبادل گرماست. آب به دلیل دمای بیشتر گرما از دست می‌دهد و این گرما را یخ می‌گیرد و ذوب می‌شود، بنابراین جرم نهایی آب برابر مجموع جرم اولیهٔ آب و مقداری یخ ذوب شده است و باید از ۸۰۰g بیشتر باشد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است.

همچنین با توجه به سؤال که گفته شده چند کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در نهایت خواهیم داشت، یعنی دمای تعادل آب و یخ صفر درجه سلسیوس است، بنابراین در این تبادل آب ۶۰°C گرما از دست می‌دهد تا به آب ۰°C برسد و این گرما را یخ ۰°C گرفته تا ذوب شود:



$$Q_۱=Q_۲\Rightarrow m_{یخ}L_F=m_{آب}c\Delta\theta \xrightarrow[L_F=۳۳۶kJ/kg=۸۰c]{c_{آب}=۴/۲kJ/kg°C=c}$$

$$m_{یخ}\times۸۰c=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times c\times۶۰\Rightarrow m_{یخ}=\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}kg=۶۰۰g$$

۶۰۰g یخ ذوب شده و به آب ۰°C تبدیل می‌شود و جرم نهایی آب ۰°C برابر است با:

یخ ۰°C که ذوب شده و به آب ۰°C تبدیل شده

$$m=m_۱+m_۲\Rightarrow m=۸۰۰+۶۰۰=۱۴۰۰g=۱/۴kg$$

آبی که از دمای ۶۰°C به ۰°C رسیده

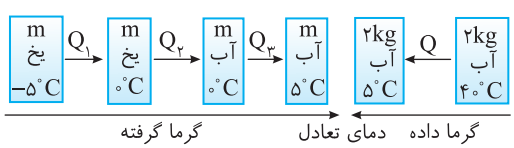
میانبر m گرم آب ۸۰°C می‌تواند m گرم یخ ۰°C را به طور کامل ذوب کند، بنابراین ۸۰۰g آب ۶۰°C نمی‌تواند تمام ۸۰۰g یخ را ذوب کند و دمای نهایی مخلوط، ۰°C است.

B ۹۳۴ ۳

۱ آب در حین تبادل گرمایی ۲۹۴kJ گرما از دست داده است، بنابراین ابتدا مشخص می‌کنیم که با از دست دادن این مقدار گرما دمای آب از ۴۰°C به چه دمایی می‌رسد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۲۹۴\times۱۰^۳=۲\times۴۲۰۰\times(۴۰-\theta)\Rightarrow\theta=۵°C$$

۲ دمای نهایی آب ۵°C شده است، بنابراین دمای تعادل ۵°C است یعنی:



۳ یخ −۵°C گرمای ۲۹۴×۱۰^۳J را دریافت کرده تا به آب ۵°C تبدیل شود:

$$Q=Q_۱+Q_۲+Q_۳\Rightarrow ۲۹۴\times۱۰^۳=m\times۲۱۰۰\times۵+m\times۳۳۶۰۰۰+m\times۴۲۰۰\times۵$$

دو طرف معادله را بر ۲۱۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$۱۴۰=۵m+۱۶۰m+۱۰m\Rightarrow m=\frac{۱۴۰}{۱۷۵}=۰/۸kg=۸۰۰g$$

بازی با سؤال **درون ۲kg آب ۴۰°C مقداری یخ ۲۴°C− می‌اندازیم. اگر در تبادل گرما بین آب و یخ، آب ۳۰۲/۴kJ گرما از دست بدهد، جرم یخ چند گرم بوده است؟**

$(L_F=۳۳۶kJ/kg\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kgK\ ,c_{یخ}=۲۱۰۰J/kgK)$

۱) ۸۰۰ ۲) ۷۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۷۵۰

گزینهٔ ۴

B ۹۳۵ ۲

خط فکری اگر گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمایش کاهش یابد و به صفر برسد از گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود، کمتر باشد، یخ به طور کامل ذوب نشده و دمای تعادل $۰^\circ C$ خواهد بود. بنابراین باید گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که آب $\theta^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش به صفر برسد مقایسه کنیم.

گرمایی را که یخ برای ذوب شدن نیاز دارد به‌دست می‌آوریم: $Q'=m'L_F=\frac{m}{۲}L_F$

گرمایی را که آب $\theta^\circ C$ تا رسیدن به دمای $۰^\circ C$ از دست می‌دهد نیز حساب می‌کنیم:

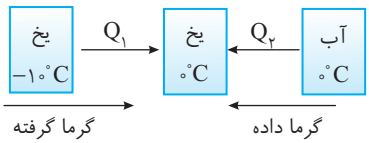
$|Q|=mc\Delta\theta=mc\theta$

اگر $Q=Q'$ باشد، یعنی آب θ درجه سلسیوس می‌تواند تمام یخ را ذوب کند و دمای مجموعه به صفر درجه رسیده و در ظرف تنها آب وجود دارد. در واقع تمام یخ ذوب می‌شود. اگر $Q<Q'$ باشد یعنی آب θ درجه سلسیوس نمی‌تواند گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را تولید کند، پس بخشی از یخ ذوب می‌شود و در ظرف مخلوط آب و یخ صفر درجه سلسیوس باقی می‌ماند.

بنابراین: $|Q|\le Q'\Rightarrow mc\theta\le\frac{m}{۲}L_F\Rightarrow\theta\le\frac{L_F}{۲c}$

B ۹۳۶ ۱

خط فکری چون مقدار آب $۰^\circ C$ خیلی زیاد است پس دمای تعادل $۰^\circ C$ است و یخ $-۱۰^\circ C$ از آب صفر درجه گرما می‌گیرد تا دمایش صفر شود. بنابراین در این تبادل بخشی از آب $۰^\circ C$ گرما از دست داده و به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و یخ $-۱۰^\circ C$ گرما گرفته و به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود:



$Q_۱=Q_۲\Rightarrow mc_{یخ}\Delta\theta=m_{آب}L_F$

$\frac{۸۰}{۱۰۰۰}\times۲۱۰۰\times۱۰=m_{آب}\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m_{آب}=\frac{۵}{۱۰۰۰}kg=۵g$

بنابراین ۵g آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و به جرم یخ ۵g اضافه می‌شود.

یادآوری یخ صفر درجهٔ سلسیوس و آب صفر درجهٔ سلسیوس در تعادل گرمایی با یکدیگر قرار دارند و اگر در ظرف آب و یخ صفر درجه سلسیوس داشته باشیم بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد.

بازی با سؤال **یک قطعه یخ به جرم ۰/۵kg و دمای $-۳۳/۶^\circ C$ را در ظرف بزرگ محتوی آب $۰^\circ C$ می‌اندازیم. پس از تعادل جرم یخ درون ظرف چند گرم می‌شود؟**

$(L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg$ و $c_{یخ}=۲۱۰۰J/kg.^\circ C\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.^\circ C)$

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۵ ۳) ۷۰۵ ۴) ۵۷۵

گزینهٔ ۲

B ۹۳۷ ۱

خط فکری جسمی که دارای دمای بالاتری است به جسم با دمای پایین‌تر گرما می‌دهد. در این مسئله دمای بخار آب $۱۵۰^\circ C$ و دمای آب $۱۰۰^\circ C$ است، بنابراین بخار آب به آب گرما می‌دهد. از طرفی به خاطر داریم که آب $۱۰۰^\circ C$ با دریافت گرما به بخار $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

در محفظه مقدار زیادی آب $۱۰۰^\circ C$ وجود دارد و دمای تعادل باید $۱۰۰^\circ C$ باشد. در واقع بخار آب $۱۵۰^\circ C$ گرما از دست می‌دهد تا به بخار $۱۰۰^\circ C$ برسد این گرما باعث می‌شود، بخشی از آب $۱۰۰^\circ C$ بخار شود، بنابراین پس از تعادل مقدار بخار آب $۱۰۰^\circ C$ موجود در مخزن افزایش می‌یابد.

B ۹۳۸ ۴

خط فکری وقتی آب $۵۰^\circ C$ روی ۴۵۰g یخ $۰^\circ C$ ریخته می‌شود، آب به یخ گرما می‌دهد و یخ شروع به ذوب شدن می‌کند. در صورت مسئله بیان شده سرانجام ۵۲۰g آب $۰^\circ C$ خواهیم داشت که شامل دو قسمت است. یکی همان آب اولیهٔ $۵۰^\circ C$ و دیگری آب حاصل از ذوب یخ، بنابراین اگر جرم آب اولیه را با $m_{آب}$ نشان دهیم، جرم یخ ذوب شده قطعاً $۵۲۰-m_{آب}$ است. البته گرمایی که آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ دریافت می‌کند تا ذوب شود برابر است. این خط فکری را دنبال کنید تا حل مسئله را راحت انجام دهید.

مجموع جرم آب و یخ ذوب شده در حالت ثانویه برابر ۵۲۰g است. در واقع $m_{آب}+m_{یخ\ ذوب\ شده}=۵۲۰g$ است و جرم یخ ذوب شده $=۵۲۰-m_{آب}=$

تمام گرمای لازم برای آنکه $(۵۲۰-m_{آب})g$ یخ ذوب شود از آب گرفته شده است. در واقع:

$Q_F=Q_{آب}\Rightarrow(۵۲۰-m)\times۳۳۶۰۰۰=m\times۴۲۰۰\times۵۰\xrightarrow{\div۴۲۰۰}$

$۵۲۰\times۸۰-۸۰m=۵۰m\Rightarrow۵۲۰\times۸۰=۱۳۰m\Rightarrow m=۳۲۰g$

B ۹۳۹ ۱

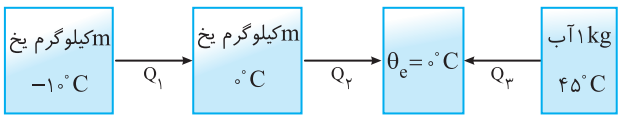
مسئله را از آخر حل می‌کنیم.

جرم آب در حالت نهایی ۳ برابر جرم یخ موجود در ظرف است. اگر جرم یخ ذوب شده را با m' نمایش بدهیم، جرم آب در حالت نهایی برابر جمع m' و یک کیلوگرم است، $(m'+۱)$ و از جرم یخ موجود در ظرف به اندازهٔ m' کاسته شده و برابر $m-m'$ است.

$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}}=۳\Rightarrow\frac{m'+۱}{m-m'}=۳\Rightarrow m'+۱=۳(m-m')\Rightarrow m'+۱=۳m-۳m'$

$\Rightarrow۴m'=۳m-۱\Rightarrow m'=\frac{۳m-۱}{۴}$ جرم یخ ذوب‌شده

به ابتدای مسئله برگردیم. یک کیلوگرم آب $۴۵^\circ C$ با m کیلوگرم یخ $-۱۰^\circ C$ تبادل گرمایی انجام داده و از m کیلوگرم یخ، $(\frac{۳m-۱}{۴})kg$ آن ذوب شده است، یعنی در نهایت مخلوط آب و یخ در حالت تعادل در دمای $۰^\circ C$ در اختیار داریم. در نتیجه تغییرات به صورت نمودار زیر است.



بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$Q_۱+Q_۲=Q_۳\Rightarrow m_ic_i\Delta\theta+m'L_F=m_Wc_W\Delta\theta_W$

$m\frac{c}{۲}\times۱۰+\frac{۳m-۱}{۴}\times۸۰c=۱\times c\times۴۵$

$۵m+۶۰m-۲۰=۴۵\Rightarrow۶۵m=۶۵\Rightarrow m=۱kg$

B ۹۴۰ ۳

برای آنکه دمای تعادل $۰^\circ C$ شود و تغییر حالتی نداشته باشیم، یعنی نه آب یخ بزند و نه یخ ذوب شود، باید گرمایی که یخ $-۲۰^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $۰^\circ C$ شود را با گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود، برابر قرار دهیم.

$Q_{یخ}=Q_{آب}\Rightarrow m_{یخ}c_{یخ}\Delta\theta_{یخ}=m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}$

$۱۰۰\times۲/۱\times۲۰=m_{آب}\times۴/۲\times۲۰\Rightarrow m_{آب}=۵۰g$

میانبر تغییر دما در دو طرف برابر $۲۰^\circ C$ است، چون گرمای ویژه آب دو برابر گرمای ویژهٔ یخ است، جرم آب نصف جرم یخ است.

B ۹۴۱ ۳

خط فکری قرار است تمام یخ ذوب شود، اما دمای نهایی یخ ذوب شده مشخص نیست. یعنی سؤال به طور مستقیم به ما نگفته که پس از ذوب یخ قرار است دمای آن $0^\circ C$ باشد یا بیشتر، همچنین در سؤال حداقل مقدار آب خواسته شده است، ما می‌دانیم هر چه مقدار آب بیشتر باشد، گرمایی که آب به یخ داده بیشتر و دمای تعادل بالاتر از صفر می‌شود، بنابراین کمترین مقدار آب یعنی مقدار آب به قدری باشد که تمام گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها باعث ذوب یخ شود و دمای تعادل $0^\circ C$ بماند.

۱ ابتدا گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_i = mc\Delta\theta + mL_F \Rightarrow Q_i = 0/2\times 2100\times 5 + 0/2\times 336000$$

$$\Rightarrow Q_i = 0/5\times 4200 + 0/2\times 80\times 4200 = 16/5\times 4200 J$$

۲ این مقدار گرما باید توسط مقداری آب $100^\circ C$ تأمین شود و در نهایت دمای آب $0^\circ C$ شود، بنابراین:

$$Q_i = Q_W \Rightarrow 16/5\times 4200 = m\times 4200\times 100 \Rightarrow m = 165g$$

بازی با سؤال **ظرفی حاوی ۱۰۰g یخ صفر درجه سلسیوس است. حداقل چند گرم آب $50^\circ C$ باید داخل آن بریزیم تا تمام یخ ذوب شود؟ ($L_F = 334kJ/kg$ ،$c_{آب} = 4200 J/kg.K$ و از مبادله گرمای آب و یخ با محیط صرف‌نظر کنید.)**

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

گزینهٔ ۴

B ۹۴۲ ۴

خط فکری قرار است ۲۰۰g آب $0^\circ C$ یخ بزند و برای این کار از یخ $-20^\circ C$ استفاده شده است. بنابراین مقدار گرمایی که ۲۰۰g آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا یخ بزند باید با مقدار گرمایی که یخ $-20^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمایش به $0^\circ C$ برسد، برابر باشد. دقت کنید منظور از حداقل مقدار یخ این است که آب $0^\circ C$ یخ بزند اما دمایش از $0^\circ C$ پایین نرود.

۱ گرمایی که ۲۰۰g آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{آب} = mL_F \xrightarrow{L_F = 3/36\times 10^5 J/kg}$$

$$Q_{آب} = \frac{200}{1000}\times 3/36\times 10^5 = 2\times 3/36\times 10^4 \text{ ژول}$$

۲ این مقدار گرما باید با گرمایی که یخ $-20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش صفر شود برابر باشد.

$$Q_{یخ} = m_{یخ} c_{یخ} \Delta\theta_{یخ} \xrightarrow[\Delta\theta = 20^\circ C]{c_{یخ} = 2100 J/kg} 3/36\times 2\times 10^4 = m_{یخ}\times 2100\times 20$$

$$\Rightarrow m = \frac{33/60}{21} \Rightarrow m = 1/6kg = 1600g$$

B ۹۴۳ ۳

خط فکری کمینه مقدار بخار آب $100^\circ C$ خواسته شده بنابراین در این فرایند باید تمام یخ ذوب شده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و دمای آن از $0^\circ C$ بالاتر نرود.

برای ذوب کامل یخ ابتدا باید دمای آن از $-10^\circ C$ به $0^\circ C$ برسد و سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل شود. در این فرایند بخار آب $100^\circ C$ ابتدا باید به آب $100^\circ C$ و سپس به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد برابر است.

تغییرات را به طور خلاصه می‌نویسیم:

بخار $100^\circ C$ ← آب $100^\circ C$ ← آب $0^\circ C$ ← یخ $0^\circ C$ ← یخ $-10^\circ C$

گرمایی که یخ دریافت کرده با گرمایی که بخار از دست می‌دهد برابر قرار می‌دهیم.

$$m_i c'\Delta\theta + m_i L_F = m_V c\Delta\theta + m_V L_V$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:

$$(64\times\frac{1}{2}c_{آب}\times 10) + (64\times 80 c_{آب}) = (m_V\times c_{آب}\times 100) + m_V\times 540 c_{آب}$$

$$\Rightarrow 64\times(85) = 640(m_V) \Rightarrow m_V = 8/5g$$

B ۹۴۴ ۳

خط فکری هر گاه به مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل $(0^\circ C)$ گرما داده شود، ابتدا گرمای گرفته شده باعث ذوب یخ می‌شود و سپس گرمای مابقی دمای آب و یخ ذوب شده را بالا می‌برد. در این سؤال فلز با دمای بیشتر گرما از دست داده که بخشی از این گرما باعث ذوب یخ و مابقی آن باعث بالا رفتن دمای ۴۰۰g آب و یخ ذوب شده از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ شده است.

۱ گرمایی را که فلز از دست می‌دهد تا دمایش از $105^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow |Q| = 0/2\times 840\times(105-5) \Rightarrow |Q| = 16800 J$$

۲ گرمایی که ۴۰۰ گرم آب (مخلوط آب و یخ پس از ذوب یخ) می‌گیرد تا دمایش از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد را نیز به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 0/4\times 4200\times 5 \Rightarrow Q = 8400 J$$

۳ بنابراین از ۱۶۸۰۰ ژول گرمایی که فلز از دست می‌دهد، ۸۴۰۰ ژول آن صرف بالا بردن دمای آب می‌شود. اما بقیهٔ آن چه شده است؟ قطعاً صرف ذوب یخ شده است و می‌توان مقدار یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow 16800 - 8400 = m_i\times 336000$$

$$\Rightarrow m_i = \frac{8400}{336000} \Rightarrow m_i = \frac{1}{40}kg \Rightarrow m_i = 25g$$

B ۹۴۵ ۲

خط فکری ۱ کمینه مقدار جرم فلز خواسته شده یعنی گرمایی که فلز با دمای بیشتر از دست می‌دهد باید توسط یخ گرفته شده باشد و تنها یخ را ذوب کند و دمای یخ ذوب شده $0^\circ C$ بماند.

خط فکری ۲ این مطلب که در ظرف یخی باقی نماند یعنی گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا دمایش به $0^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که تمام یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود.

باید گرمایی که فلز به آب و یخ می‌دهد صرف ذوب یخ شود.

$$mL_F = m_{فلز} c_{فلز}\Delta\theta \Rightarrow 200\times 336000 = m_{فلز}\times 400\times 250 \Rightarrow m_{فلز} = 672g$$

بازی با سؤال **یک قطعه مس به جرم ۳kg با دمای ۱۱/۱ درجهٔ سلسیوس را داخل ظرف عایق‌بندی شده‌ای حاوی مخلوط به تعادل رسیدهٔ آب و یخ می‌اندازیم. هنگامی‌که تعادل مجدد برقرار شود، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس است. چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟** خارج تجربی - ۸۵

($L_F = 333kJ/kg$ ،$c_{مس} = 400 J/kg\cdot K$)

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۴

B ۹۴۶ ۳

خط فکری ظرف و یخ در ابتدا در حال تعادل‌اند، یعنی دمای آن‌ها برابر $0^\circ C$ است، با دادن گرما ابتدا یخ ذوب می‌شود و سپس دمای یخ ذوب شده و ظرف چدنی $2^\circ C$ افزایش می‌یابد تا به دمای خواسته شده برسند.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow[L_F = 336000 J/kg]{m = 0/1kg} Q_1 = 0/1\times 336000 = 33600 J$$

۲ گرمای لازم برای اینکه دمای یخ ذوب شده از صفر به $2^\circ C$ برسد:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta = 2^\circ C]{c = 4200 J/kg^\circ C} Q_2 = 0/1\times 4200\times 2 = 840 J$$

۳ دمای ظرف چدنی نیز از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ رسیده و گرمای آن را باید حساب کرد. دقت کنید که ظرفیت گرمایی ظرف داده شده و گرمای آن را باید از رابطهٔ $C\Delta\theta$ حساب کرد.

$$Q_3 = C_{چدن}\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta = 2^\circ C]{C = 1050 J/kg} Q_3 = 1050\times 2 = 2100$$

۴ بنابراین کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_T = 33600 + 840 + 2100$$

$$Q_T = 36540 J = 36/54 kJ$$

B ۹۴۷ ۲

خط فکری اگر به آب و یخ در حال تعادل یعنی در دمای $0^\circ C$ گرما بدهیم، ابتدا این گرما باعث ذوب یخ می‌شود و یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود. حال اگر باز به این مخلوط گرما داده شود دمای آب $0^\circ C$ و یخ ذوب شده $0^\circ C$ با هم شروع به افزایش می‌کند.

تذکر یکای گرمای نهان ذوب یا گرمای ویژه اگر بر حسب cal/g یا $cal/g^\circ C$ باشد و در روابط جرم را بر حسب گرم قرار دهیم، گرما بر حسب کالری به‌دست می‌آید.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ: $Q_1 = m_{\text{یخ}} L_F \Rightarrow Q_1 = 100 \times 80 = 8000 cal$

۲ حال در ظرف $100 + 200 = 300 g$ آب صفر درجهٔ سلسیوس داریم که با گرفتن گرما دمای آن از صفر به $5^\circ C$ می‌رسد:

$$Q_2 = (m_{\text{آب اولیه}} + m_{\text{یخ ذوب‌شده}}) c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 300 \times 1 \times 5 \Rightarrow Q_2 = 1500 cal$$

۳ کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 8000 + 1500 = 9500 cal = 9/5 kcal$$

B ۹۴۸ ۲

خط فکری هنگامی که به مجموعهٔ آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهیم، ابتدا گرما سبب ذوب یخ $0^\circ C$ می‌شود و چنانچه تمام یخ ذوب شود و دادن گرما به مجموعه ادامه یابد، دما بالا می‌رود. ابتدا گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow Q_F = 1 \times 336 = 336 kJ$$

گرمای داده شده به مجموعه $546 kJ$ است و از گرمایی که برای ذوب یخ لازم است بیشتر است $(546 > 336)$، بنابراین تمام یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و جمعاً $4 + 1 = 5 kg$ آب $0^\circ C$ در اختیار داریم و مقدار $546 - 336 = 210 kJ$ گرما که دمای $5 kg$ آب را بالا می‌برد، بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 = 5 \times 4/2 \times \Delta\theta \xrightarrow{\theta_1 = 0} \theta_2 = 10^\circ C$$

بازی با سؤال **توان گرمایی یک گرمکن الکتریکی ۸۴۰ وات است. آن را در مخلوط آب و یخ در حال تعادل قرار می‌دهیم. اگر جرم اولیهٔ یخ ۱۰۰g باشد، جرم یخ ذوب‌شده در مدت ۵s چند گرم است؟** $(L_F = 336 kJ/kg)$

۱) ۲/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۲

پنجره دو جداره

B ۹۴۹ ۴

خط فکری یخ هنگام ذوب حجمش کم می‌شود اما جرم آن تغییر نمی‌کند. بنابراین ابتدا به کمک تعریف چگالی، حجم یخ و حجم آب حاصل از ذوب یخ را به‌دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را برابر $80 cm^3$ قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{یخ}}: \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{m}{0/9}$$

$$\rho_{\text{آب}}: \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{m}{1}$$

تفاضل این دو برابر $80 cm^3$ است بنابراین: $\frac{m}{0/9} - \frac{m}{1} = 80 \Rightarrow \frac{m}{9} = 80 \Rightarrow m = 720 g$

اکنون می‌توان گرمای داده شده به یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow Q_F = 720 \times 300 = 216000 J = 216 kJ$$

بازی با سؤال **یک قطعهٔ مس به جرم $2/7 kg$ و دمای $13/4^\circ C$ را درون مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل می‌اندازیم. هنگامی که مجموعه به تعادل برسد، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس می‌شود. در نهایت حجم مخلوط آب و یخ چند سانتی‌متر مکعب تغییر می‌کند؟** $(L_F = 335 kJ/kg$ ، $c_{\text{مس}} = 400 J/kg^\circ C$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 g/cm^3$ و $\rho_{\text{یخ}} = 0/9 g/cm^3)$ آزمون مدارس برتر

۱) صفر ۲) ۰/۴۸ ۳) ۰/۴۳۲ ۴) ۴/۸

گزینهٔ ۴

C ۹۵۰ ۲

پرسش زیبایی است، اما پاسخ آن را با چند پرسش کلیدی از شما شروع می‌کنیم:

پرسش اول: آیا اگر دمای آب برابر دمای نقطهٔ جوش آن باشد، آب بخار می‌شود؟

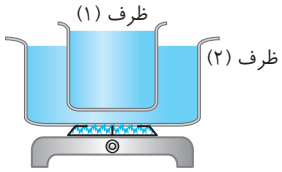
پاسخ: خیر، آب در نقطهٔ جوشش هنگامی می‌جوشد و بخار می‌شود که گرما دریافت کند.

پرسش دوم: آیا هنگام جوشیدن آب دمای آن بالا می‌رود؟

پاسخ: در تمام مدت عمل تبخیر و جوشیدن، دمای مایع ثابت و برابر دمای نقطهٔ جوش مایع است.

پرسش سوم: عامل شارش گرما از یک جسم به جسم دیگر چیست؟

پاسخ: عامل شارش گرما اختلاف دمای بین دو جسم است و گرما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر شارش می‌کند.



حال که مفاهیم تبادل گرمایی را بررسی کردیم به پاسخ می‌پردازیم. آب درون دو ظرف در حال جوشیدن است و دمای هر دو، دمای نقطهٔ جوش آب یعنی $100^\circ C$ است. وقتی ظرف (۱) را درون آب ظرف (۲) شناور می‌کنیم، آب درون ظرف (۲) که از اجاق گرما می‌گیرد به جوشیدن ادامه می‌دهد اما دمایش بالا نمی‌رود و دمایش با دمای ظرف (۱) برابر و هر دو $100^\circ C$ است. از این‌رو از ظرف (۲) به ظرف (۱) گرمایی منتقل نمی‌شود و آب درون ظرف (۱) با آن که در دمای نقطهٔ جوش است، چون گرمایی دریافت نمی‌کند، از جوشیدن می‌افتد.

B ۹۵۱ ۲

جرم یخ را با m_I و جرم آب را با m_W نمایش می‌دهیم. در مرحلهٔ اول گرمایی که آب $40^\circ C$ از دست می‌دهد، صرف ذوب یخ و بالا بردن دمای آن تا $30^\circ C$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_W c\Delta\theta_W = m_I L_F + m_I c\Delta\theta_I \Rightarrow m_W c \times (40-30) = m_I L_F + m_I c \times (30-0)$$
$$\Rightarrow 10 m_W c = m_I L_F + 30 m_I c \quad (1)$$

در مرحلهٔ دوم مقدار آب موجود در ظرف برابر مجموع جرم آب اولیه (m_W) و جرم یخ اولیه (m_I) است و این مقدار جرم $(m_I + m_W)$ دارای دمای $30^\circ C$ است و وقتی مجدداً مقداری یخ در آن می‌اندازیم، آب به یخ گرما می‌دهد در این صورت: گرمایی که یخ جدید دریافت می‌کند برابر گرمایی که $m_I + m_W$ آب از دست می‌دهد است.

$$(m_I + m_W) c \times (30 - \theta_e) = m_I L_F + m_I c(\theta_e - 0) \quad (2)$$

با قرارگیری مجدد یخ در آب دمای مجموعه پایین می‌آید، پس θ_e در حالت دوم از $30^\circ C$ کمتر است. به سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) دقت کنید. در رابطهٔ (۱)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + 30 m_I c$ بوده و در رابطهٔ (۲)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + m_I c\theta_e$ است و چون θ_e کمتر از $30^\circ C$ است، پس سمت راست معادلهٔ (۲) کوچک‌تر از سمت راست معادلهٔ (۱) خواهد بود، بنابراین سمت چپ رابطهٔ (۲) نیز از سمت چپ رابطهٔ (۱) کوچک‌تر است.

$$(m_I + m_W) c(30 - \theta_e) < 10 m_W c \Rightarrow (m_I + m_W)(30 - \theta_e) < 10 m_W$$

$m_I + m_W$ بزرگ‌تر از m_W است. از این‌رو باید $30 - \theta_e < 10$ باشد تا نامساوی بالا برقرار باشد:

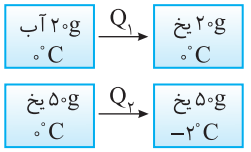
$$30 - \theta_e < 10 \Rightarrow \theta_e > 20^\circ C$$

بنابراین θ_e از $30^\circ C$ کمتر و از $20^\circ C$ بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

مبانی در حالت اول یخ باعث شده که دمای آب از $40^\circ C$ به $30^\circ C$ برسد یعنی دمای آن $10^\circ C$ کم شود. اما در حالت دوم همان مقدار یخ $0^\circ C$ با مقدار بیشتری آب $30^\circ C$ (مجموع آب و یخ) در تماس قرار می‌گیرد، از این رو اگر چه باز هم دمای آب را کاهش می‌دهد اما نه به اندازهٔ $10^\circ C$، بلکه کمتر از $10^\circ C$. بنابراین دمای تعادل نهایی بین $20^\circ C$ و $30^\circ C$ است.

B ۹۵۲ ۲

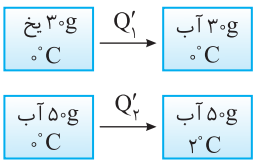
قرار است دمای مخلوط آب و یخ $2^\circ C$ تغییر کند. یک‌بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از $0^\circ C$ باید به $-2^\circ C$ برسد اما برای این کار ابتدا باید آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود و کل یخ $(50\,g)$ به دمای $-2^\circ C$ برسد. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمایش از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ برسد اما این بار ابتدا باید یخ $0^\circ C$ ذوب شود سپس کل آب $0^\circ C$ یعنی $50\,g$ آب، باید با دریافت گرما دمایش به $2^\circ C$ برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.



حالت (۱): $|Q_{کل}|=|Q_1|+|Q_2|$

$|Q_{کل}|=0/02\times336000+0/05\times2100\times2$

$=6720+210=6930\,J$



حالت (۲): $Q'_{کل}=Q'_1+Q'_2$

$Q'_{کل}=0/03\times336000+0/05\times4200\times2$

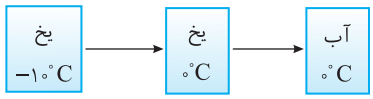
$=10080+420=10500\,J$

$$\frac{Q_{کل}}{Q'_{کل}}=\frac{6930}{10500}=\frac{231}{350}=\frac{33}{50}$$

B ۹۵۳ ۲

خط فکری می‌خواهیم در آخر کار تنها آب داشته باشیم. اما می‌شود هم آب در دمای $0^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل شده باشد (کمینه گرما) و هم می‌توان آب در دمای $100^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $100^\circ C$ تبدیل شود (بیشینه گرما).

۱ کمترین گرما برای حالتی است که تمام یخ $-10^\circ C$ دمایش به یخ $0^\circ C$ برسد و تمام یخ ذوب‌شده و به آب صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_{min}=mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F \xrightarrow{c_{یخ}=\frac{c_{آب}}{2},\ L_F=80c_{آب}} Q_{min}=m\times\frac{c}{2}\times10+m\times80c=85mc$$

۲ بیشترین گرما برای حالتی است که تمام یخ ذوب شده و دمای آن از $0^\circ C$ به $100^\circ C$ برسد: $Q_{max}=Q_{min}+mc\Delta\theta=85mc+100mc=185mc$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{Q_{max}}{Q_{min}}=\frac{185}{85}=\frac{37}{17}$

B ۹۵۴ ۱

۱ ابتدا با توجه به درصد تغییر طول مس، دمای نهایی مس که دمای تعادل است را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1}\times100=-0/017\Rightarrow\alpha\Delta\theta\times100=-17\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow1/7\times10^{-6}\times\Delta\theta\times100=-17\times10^{-3}\Rightarrow\Delta\theta=-100^\circ C$$

دمای میله $100^\circ C$ کاهش یافته و دمای آن از $110^\circ C$ به $10^\circ C$ رسیده است.

۲ بنابراین دمای آب و یخ در حال تعادل نیز باید به $10^\circ C$ برسد و گرمای لازم برای ذوب یخ و افزایش دمای آن‌ها از $0^\circ C$ به $10^\circ C$ از مس گرفته می‌شود:

$$Q_{مس}=Q_{\text{ذوب یخ}}+Q_{\text{افزایش دمای آب و یخ ذوب‌شده}}$$

$$\Rightarrow m_{مس}c_{مس}\Delta\theta_{مس}=m_{یخ}L_F+(m_{\text{یخ ذوب شده}}+m_{آب})c\Delta\theta$$

$$4\times420\times(110-10)=m\times336000+0/5\times4200\times10$$

$$\Rightarrow336000m=147000\Rightarrow m=0/4375kg=437/5g$$

B ۹۵۵ ۱

دقت کنید در سؤال مستقیم گفته نشده که یخ به آب تبدیل شود یا آب به یخ تبدیل شود و شما باید این سؤال را دقیق بخوانید.

دمای تعادل $0^\circ C$ است که سه حالت داریم:

۱ تمام یخ ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و دمای نهایی آن $0^\circ C$ باشد.

۲ بخشی از یخ ذوب شود یا بخشی از آب یخ بزند و دمای نهایی آن‌ها $0^\circ C$ باشد.

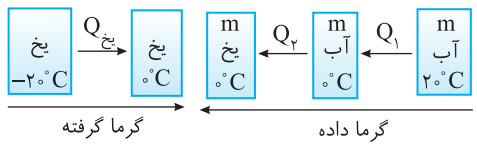
۳ تمام آب یخ بزند و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده و دمای نهایی $0^\circ C$ باشد.

چون حداقل یا کمترین مقدار آب در ظرف ریخته شده پس باید حالت سوم رخ دهد:

$$Q_{یخ}=Q_1+Q_2\Rightarrow0/1\times2100\times20=m\times4200\times20+m\times336000$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }4200}1=20m+80m\Rightarrow100m=1$$

$$\Rightarrow m=\frac{1}{100}kg=10g$$



B ۹۵۶ ۲

با توجه به نمودار در مدت ۴۰ دقیقه دمای یخ از $-30^\circ C$ به $-10^\circ C$ و دمای آب نیز از $40^\circ C$ به $0^\circ C$ رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{آب}|=Q_{یخ}\Rightarrow0/5\times4200\times40=m\times2100\times20\Rightarrow m=2kg$$

از ۴۰ دقیقه تا ۶۰ دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P=\frac{Q_{آب}}{40-0}=\frac{Q_{\text{تبدیل آب به یخ}}}{60-40}\Rightarrow\frac{0/5\times c\times40}{40}=\frac{m'\times80\,c}{20}\Rightarrow m'=0/125\,kg$$

بنابراین به اندازهٔ $2+0/125=2/125kg$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

B ۹۵۷ ۱

۱ گرمایی که $800\,g$ یخ $0^\circ C$ دریافت می‌کند تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را به‌دست می‌آوریم. $Q_{یخ}=mL_F \xrightarrow{L_F=336J/g} Q_{یخ}=800\times336$

۲ گرمایی که $800\,g$ آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم. $Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=800\times4/2\times20=800\times84$

۳ مقدار گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد از مقدار گرمایی که آب $20^\circ C$ می‌تواند از دست بدهد بیشتر است $(Q_{یخ}>Q_{آب})$، بنابراین تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

۴ مقدار یخی که ذوب می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{آب}=m_{\text{یخ ذوب شده}}L_F\Rightarrow800\times84=m_{\text{یخ ذوب‌شده}}\times336$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ ذوب‌شده}}=200g$$

۵ در نهایت $800+200=1000\,g$ آب $0^\circ C$ و $800-200=600\,g$ یخ $0^\circ C$ باقی خواهد ماند.

بازی با سؤال **۱۰۰ گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس را داخل ۴۰۰ گرم آب ۳۰ درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. اگر فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت گیرد، پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب چند درجهٔ سلسیوس می‌شود؟** $(c_{آب}=4200J/kg.K, L_F=336000J/kg)$ خارج تجربی - ۹۴

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۲

گزینهٔ ۳

B ۹۵۸ ۲

۱ ابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش $0^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q_I = mc\Delta\theta = 50\times 2/1\times 40 = 4200J$$

۲ گرمایی که آب $10^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود برابر است با:

$$Q_W = mc\Delta\theta = 100\times 4/2\times(0-10) = -4200J$$

۳ $Q_I = Q_W$ شده است. بنابراین یخ با دریافت $4200J$ گرما از آب دمایش به $0^\circ C$ رسیده است از طرفی آب $10^\circ C$ نیز با از دست دادن $4200J$ گرما دمایش به $0^\circ C$ رسیده است، بنابراین در نهایت مخلوطی از آب و یخ با دمای تعادل $0^\circ C$ داریم و چون یخ $0^\circ C$ دیگر گرمایی از آب $0^\circ C$ دریافت نمی‌کند مقدار یخ همچنان $50g$ خواهد بود.

B ۹۵۹ ۱

ابتدا گرمایی را که آب می‌گیرد تا دمایش $100^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 67/5\times c\times(100-50) = 3375cJ$$

سپس گرمایی را که بخار $100^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود حساب می‌کنیم:

$$Q_V = mL_V \Rightarrow Q_V = 10\times 540c \Rightarrow Q_V = 5400cJ$$

$Q < Q_V$، بنابراین بخشی از بخار آب $100^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. از طرفی آب $50^\circ C$ با دریافت این مقدار گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود و در نهایت مقداری بخار آب $100^\circ C$ موجود در آب $100^\circ C$ باقی خواهد ماند و دمای تعادل $100^\circ C$ خواهد بود. برای به‌دست آوردن جرم بخار آب باقی‌مانده ابتدا جرم بخاری را که به آب تبدیل می‌شود به‌دست می‌آوریم.

دقت کنید اگر آب $50^\circ C$ دمایش به $100^\circ C$ برسد به $3375cJ$ گرما نیاز دارد در حالی که گرمایی که بخار $100^\circ C$ باید از دست بدهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود $5400cJ$ است، یعنی آب $50^\circ C$ از بخار گرما می‌گیرد و دمایش به $100^\circ C$ می‌رسد اما در این فرایند تنها به اندازهٔ $3375cJ$ گرما از بخار آب $100^\circ C$ می‌گیرد و بخشی از بخار آب با این مقدار گرمایی که از دست می‌دهد به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. بنابراین جرم بخاری که به آب $100^\circ C$ تبدیل شده برابر است با:

$$Q = mL_V \Rightarrow 3375c = m\times 540c \Rightarrow m = 6/25\,g$$

بنابراین جرم بخار آب باقی‌مانده برابر است با: $10 - 6/25 = 3/75\,g$

پنجره ۳ روبه‌رو ۴

A ۹۵۹ ۲

۱ **گزاره‌های** (الف)، (ب) و (ث) درست است. گرمای ویژه به جرم جسم بستگی ندارد، بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است. L_V را گرمای نهان ویژهٔ تبخیر مایع (گرمای نهان تبخیر مایع) گویند، بنابراین گزارهٔ (ت) نادرست است.

نمای ۱۱ و ۲۱

B ۹۵۹ ۳

۲ **گرمای نهان** تبخیر هر مایع به جنس و دمای آن بستگی دارد. هر چه دمای آب بالاتر رود به دلیل سست شدن پیوندهای مولکولی گرمای نهان تبخیر، کاهش می‌یابد، در این صورت $\frac{Q_1}{Q_2} > 1$ است.

دما ($^\circ C$)	$L_V (kJ/kg)$
۰	۲۴۹۰
۱۵	۲۴۵۴
۵۰	۲۳۷۴
۱۰۰	۲۲۵۶
۱۵۰	۲۱۱۵

اما این نسبت از ۲ کمتر است. به جدول روبه‌رو که در کتاب درسی آمده است دقت کنید.

$$\begin{cases} Q_1 = m_1 L_V = \frac{10}{1000}\times 2454 \\ Q_2 = m_2 L_V = \frac{10}{1000}\times 2374 \end{cases} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{2454}{2374} < 2$$

نمای ۲۲

A ۹۵۹ ۱

۳ **ابتدا دمای ثانویهٔ** آب را بر اثر دریافت $1680J$ گرما به‌دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1680 = 0/1\times 4200\times(\theta - 0) \Rightarrow \theta = 4^\circ C$$

آب دارای انبساط غیرعادی است و از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آن با افزایش دما به جای افزایش، کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

نمای ۱۶

B ۹۵۹ ۲

۴ **۱** شعاع کرهٔ A دو برابر شعاع کرهٔ B است. از این‌رو نسبت حجم‌های دو جسم خواهد شد:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_A^3}{\frac{4}{3}\pi R_B^3} = 2^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 8$$

۲ چگالی A نصف چگالی B است، بنابراین می‌توان نسبت جرم‌های A و B را به‌دست آورد.

$$\begin{cases} \rho_A = \frac{m_A}{V_A} \\ \rho_B = \frac{m_B}{V_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{1}{8} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 4$$

۳ گرمای داده شده به دو جسم برابر است، بنابراین از رابطهٔ گرماسنجی استفاده می‌کنیم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[m_A = 4m_B]{c_A = 3c_B} 4\times 3\times\Delta\theta_A = \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{12}$$

نمای ۱۲

B ۹۵۹ ۱

۵ **خط فکری** وقتی بیان می‌شود قطعه یخ بسیار بزرگ و دمای آن $0^\circ C$ است، یعنی دمای صفحهٔ فولادی و برنجی هر دو در نهایت $0^\circ C$ می‌شود و در اثر این تغییر دما دو صفحه با دادن گرما به یخ آن را ذوب می‌کنند. یعنی گرمایی که هر صفحه از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود را باید با گرمایی که یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا ذوب شود برابر قرار دهیم.

۱ گرمایی که صفحهٔ برنجی از دست می‌دهد با گرمایی که یخ از صفحه می‌گیرد تا ذوب شود برابر قرار می‌دهیم:

صفحهٔ برنجی: $m_i L_F = mc\Delta\theta \Rightarrow m_i L_F = m_{\text{برنج}}\times 400\times 100$

۲ گرمایی که صفحه فولادی از دست می‌دهد با گرمایی که یخ از صفحه می‌گیرد تا ذوب شود برابر است.

صفحهٔ فولادی: $m'_i L_F = m'c'\Delta\theta' \Rightarrow m'_i L_F = m_{\text{فولاد}}\times 450\times 200$

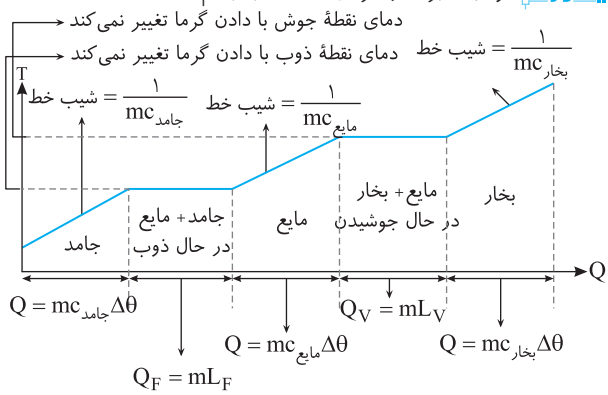
۳ جرم یخ ذوب شده توسط صفحه برنجی (m_i) دو برابر جرم یخ ذوب شده توسط صفحهٔ فولادی (m'_i) است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{m_i}{m'_i} = \frac{m_{\text{برنج}}\times 400\times 100}{m_{\text{فولاد}}\times 450\times 200} \Rightarrow 2 = \frac{m_{\text{برنج}}}{m_{\text{فولاد}}}\times\frac{200}{450} \Rightarrow \frac{m_{\text{فولاد}}}{m_{\text{برنج}}} = \frac{2}{9}$$

نمای ۲۲ و ۱۵

B ۹۵۹ ۲

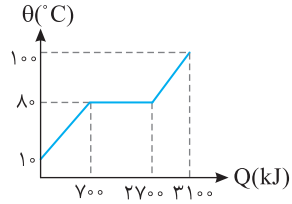
۶ یادآوری نمودار دما برحسب گرمای داده شده به جسم:



با توجه به نمودار، دمای اولیهٔ جسم جامد $10^\circ C$ و دمای نقطهٔ ذوب آن $80^\circ C$ است که در این بازه، جسم $700kJ$ گرما دریافت کرده است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 700000=5\times c\times(80-10)\Rightarrow c=\frac{100000}{5}=2000J/kg.K=2J/g.K$$

بنابراین جملهٔ (الف) درست است و جملهٔ (ب) نادرست است، زیرا نقطهٔ ذوب جسم $80^\circ C$ است.



با توجه به نمودار، جسم $2700-700=2000kJ$ گرما دریافت کرده تا به‌طور کامل ذوب شود، از این‌رو:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow 2000\times10^3=5L_F\Rightarrow L_F=400\times10^3J/kg\Rightarrow L_F=400J/g$$

بنابراین جملهٔ (پ) نادرست است.

پس از ذوب کامل، مایع $3100-2700=400kJ$ گرما دریافت کرده و دمایش $80-100=20^\circ C$ افزایش یافته است. از این‌رو:

$$Q=C\Delta\theta\Rightarrow 400000=C\times20\Rightarrow C=20000J/K=20kJ/K$$

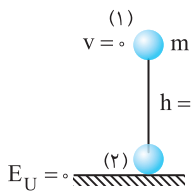
بنابراین جملهٔ (ت) درست است.

نقطهٔ جوش روی نمودار مشخص نبوده و قطعاً $100^\circ C$ نیست و جملهٔ (ث) نادرست است.

در نتیجه دو جملهٔ (الف) و (ت) درست هستند. نمای ۲۵

B ۹۵۹ ۱

۷ خط فکری در حل این نوع مسائل باید از روابط فصل کار و انرژی استفاده کنید. می‌توانید از قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_g+W_f=\Delta K)$ و یا از قانون پایستگی انرژی $(E_2-E_1=W_f)$ استفاده کنید و انرژی جنبشی جسم هنگام برخورد به زمین را به‌دست آورید، سپس حساب کنید که نصف این انرژی جنبشی دمای گلوله را چند درجه بالا می‌برد.



۱ ما از قانون پایستگی انرژی مسئله را حل می‌کنیم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow(K_2+U_2)-(K_1+U_1)=W_f\xrightarrow{K_1=0,U_2=0}$$

$$K_2-U_1=W_f\xrightarrow[W_f=-f_Dh]{U_1=mgh}K_2-mgh=-f_Dh$$

۲ با توجه به فرض مسئله $f_D=\frac{1}{2}mg$ بنابراین:

$$K_2-mgh=-\frac{mg}{2}h\Rightarrow K_2=mg\frac{h}{2}$$

۳ از این مقدار انرژی جنبشی نصف آن صرف گرم شدن جسم شده است، بنابراین:

$$Q=\frac{1}{2}K_2=\frac{1}{2}mg\frac{h}{2}=\frac{1}{4}mgh$$

۴ در رابطهٔ گرماسنجی به جای Q مقدار $\frac{1}{4}mgh$ را قرار می‌دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\frac{1}{4}mgh=mc\Delta\theta$$

$$\xrightarrow[g=10N/kg]{h=50m,\ c=100J/kg^\circ C}\frac{1}{4}\times10\times50=100\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{5}{4}=1/25^\circ C$$

نمای ۱۴

B ۹۵۹ ۲

۸ خط فکری مخلوط آب و یخ در حال تعادل‌اند، یعنی دمای آب و یخ $0^\circ C$ است و اگر به این مخلوط گرما بدهید، ابتدا یخ $0^\circ C$ گرما می‌گیرد تا ذوب شود و بعد از ذوب کامل یخ، اگر همچنان به مخلوط گرما بدهیم دمای آن بالاتر از $0^\circ C$ می‌شود. از طرفی فلز $80^\circ C$ با از دست دادن گرما دمایش حداقل به $0^\circ C$ می‌رسد و این گرما سبب ذوب یخ می‌شود. باید بررسی کنیم گرمایی که فلز از دست می‌دهد می‌تواند تمام یخ را ذوب کند و دمای مجموعه را بالا ببرد یا نه؟

گرمایی که $300g$ فلز از دست می‌دهد تا دمایش به $0^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=0/3\times420\times80$$

اکنون باید ببینیم این گرما چند گرم یخ را ذوب می‌کند:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow0/3\times420\times80=m\times336000\Rightarrow m=0/03kg=30g$$

در نتیجه تنها $30g$ یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود. بنابراین در نهایت دمای تعادل $0^\circ C$ است و تا رسیدن به حالت تعادل تنها $30g$ یخ ذوب شده است. نمای ۲۷

B ۹۵۹ ۳

۹ خط فکری گرمایی که فلز از دست داده توسط گرماسنج و آب دریافت شده است، بنابراین گرمایی که به آب می‌رسد تفاضل گرمایی است که فلز از دست داده و گرماسنج دریافت کرده است.

گرمایی که آب دریافت کرده است برابر خواهد شد با:

$$Q_{آب}=Q_{فلز}-Q_{گرماسنج}=23-2=21kJ$$

بنابراین دمای تعادل، دمای نهایی آب پس از دریافت $21kJ$ گرما است. از رابطهٔ گرماسنجی می‌توان نوشت:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow21000=1\times4200(\theta_e-20)\Rightarrow\theta_e=25^\circ C$$

نمای ۱۹

B ۹۵۹ ۳

۱۰ ابتدا گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=10/5kJ/min\times20min=210kJ=21\times10^4J$$

گرمای ویژهٔ یخ نصف گرمای ویژهٔ آب است: $c_{یخ}=\frac{c}{2}$

گرمای نهان ذوب یخ، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب است: $\frac{L_F}{c}=\frac{336000}{4200}\Rightarrow L_F=80c$

گرمای داده شده به یخ را نیز برحسب c به‌دست می‌آوریم: $\frac{Q}{4200}c=\frac{21\times10^3}{4200}c=50c$

حال سؤال را حل می‌کنیم:

۱ ابتدا دمای یخ از $-20^\circ C$ به $0^\circ C$ می‌رسد که گرمای لازم برای این تغییر دما برابر است با:

$$Q_1=mc_{یخ}\Delta\theta\Rightarrow Q_1=0/5\times\frac{c}{2}\times20=5c$$

۲ گرمای باقی‌مانده یعنی $50c-5c=45c$ باعث ذوب یخ می‌شود، اما باید گرمای لازم برای ذوب یخ را حساب کنیم:

$$Q_2=mL_F\Rightarrow Q_2=0/5\times80c=40c$$

۳ بنابراین همچنان $45c-40c=5c$ گرما باقی می‌ماند که باعث افزایش دمای آب می‌شود:

$$5c=mc\times\Delta\theta\Rightarrow5c=0/5c\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=10^\circ C$$

$$\Rightarrow\theta_2-0=10\Rightarrow\theta_2=10^\circ C$$

نمای ۲۶

پنجره ۵

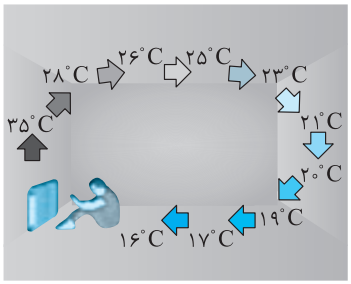
B ۹۶۰ | ۳

در A گرما در فلز منتقل شده پس انتقال گرما در A به وسیلهٔ رسانش است، در B دست در بالای آتش است و می‌دانیم هوای گرم به دلیل کاهش چگالی به سمت بالا حرکت می‌کند پس انتقال گرمای B به روش همرفت و انتقال گرمای C تابش گرمایی می‌باشد.

B ۹۶۱ | ۴

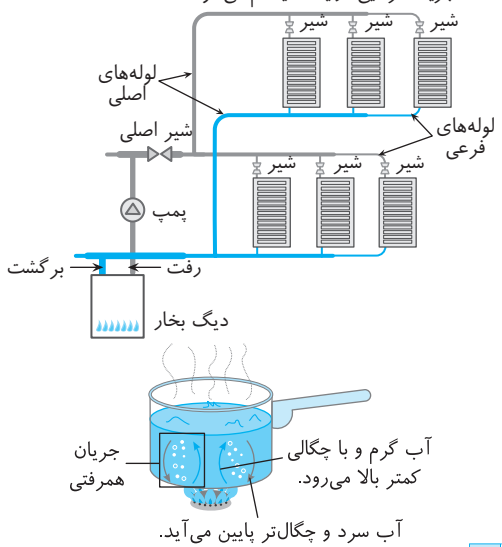
در فلزات رسانش هم به‌دلیل ارتعاش اتمی و هم به‌دلیل الکترون‌های آزاد رخ می‌دهد که سهم الکترون آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است و گزینه (۱) درست است.

انتقال گرما در شاره‌ها که معمولاً رسانای گرمای خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت یعنی همراه جابه‌جایی بخشی از خود شاره انجام می‌گیرد و این پدیده بر اثر انبساط حجمی رخ می‌دهد و حجم هوایی که در نزدیکی منبع گرم قرار دارد با افزایش دما، زیاد شد و این باعث کاهش چگالی شاره می‌شود و لایه‌های شاره جابه‌جا می‌شوند و گزینه (۲) درست است.



همرفت به دو صورت همرفت طبیعی و همرفت واداشته رخ می‌دهد که در همرفت واداشته، شاره به کمک یک تلمبهٔ طبیعی مانند قلب و یا تلمبه مصنوعی به حرکت واداشته می‌شود تا با این حرکت، انتقال گرما صورت پذیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴) نادرست است، زیرا اساس کار ترموستات انبساط طولی است که باعث قطع یا وصل شدن جریان گرمایی در یک سیستم می‌شود.



A ۹۶۲ | ۳

هر چه یک سطح صاف‌تر و درخشان‌تر باشد تابش گرمایی کمتری دارد پس گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند. در مار زنگی حفره‌هایی که در پوزه مار وجود دارند، تابش گرمایی فروسرخ گسیل شده از حیوانات خون‌گرم را جذب می‌کنند نه گسیل، پس گزینهٔ (۳) نادرست است. در کلم اسکانک نیز تابش گرمایی کلم باعث آب شدن برف اطراف آن می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۹۶۳ | ۲

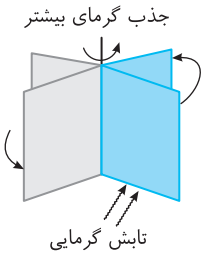
تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسم دمای جسم را اندازه می‌گیرد پس گزارهٔ (الف) درست است. / تف‌سنج به خصوص در اندازه‌گیری دماهای بالای $1100^{\circ}C$ اهمیت ویژه ای دارد پس گزارهٔ (ب) نادرست است. / دو نوع تف‌سنج، نوری و تابشی داریم و گزارهٔ (پ) درست است. / اما تنها تف‌سنج نوری به عنوان دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما انتخاب شده است پس گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۹۶۴ | ۲

تابش گرمایی از نوع امواج الکترومغناطیس است و گزارهٔ (الف) درست است. / هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیس گسیل می‌کند که به این نوع تابش، تابش گرمایی گویند و گزارهٔ (ب) درست است. / تابش گرمایی در دماهای زیر حدود $500^{\circ}C$ عمدتاً **فروسرخ** است و گزارهٔ (پ) نادرست است. / برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از ابزاری موسوم به **دمانگار** استفاده می‌کنیم و به تصویر به‌دست آمده از آن **دمانگاشت** می‌گوییم و گزارهٔ (ت) نادرست است.

B ۹۶۵ | ۳

سطوح تیره در مقایسه با سطوح روشن جذب گرمایی بیشتری دارند و دمای هوا را در اطراف خود بالا برده و بر انرژی جنبشی مولکول‌های هوای مجاور خود می‌افزایند، بنابراین مولکول‌های هوا در مقایسه با هوای مجاور صفحه روشن، شدیدتر رانده شده و نیروی واکنش شدیدتری بر صفحه تیره وارد می‌کنند بنابراین پره‌ها در جهت نشان داده شده می‌چرخند.



A ۹۶۶ | ۱

برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش‌های فلزی براق مناسب‌تر است. زیرا پوشش‌های فلزی براق، بخش بیشتری از انرژی‌های گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری را جذب می‌کنند بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. هنگامی که در یخچال را باز می‌کنیم، هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید. زیرا هوای سرد چگال‌تر از هوای گرم است و بنا بر جریان همرفتی هوای سرد خارج شده و به طرف کف آشپزخانه می‌رود و گزینهٔ (۲) نادرست است. در کشورهایی با آب و هوای گرم، رنگ سفید (روشن) برای نمای بیرون خانه‌ها مناسب‌تر است. زیرا رنگ سفید بخش زیادی از انرژی گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری از آن را جذب می‌کند، در نتیجه خانه در طول روز خنک و در طول شب چون نمای بیرونی سفید است و تابش گرمایی کمتری گسیل می‌کند گرم می‌ماند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. اگر در هوای سرد یک قطعه فلز و یک قطعه چوب خشک را لمس کنیم فلز سردتر به نظر می‌رسد، زیرا رسانندگی گرمایی فلز بسیار بیشتر از رسانندگی گرمایی چوب است و گزینه (۴) نادرست است.

A ۹۶۷ | ۳

در شب دمای هوای سطح آب دریا از دمای هوای سطح ساحل بیشتر است. هوای گرم بالای سطح آب دریا بالا می‌رود و هوای سردتر از سوی ساحل به سمت دریا حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. سرعت انتقال گرما توسط تابش برابر سرعت نور و بسیار زیاد است و از سرعت انتقال در همرفت و رسانش بسیار بیشتر است، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. انتقال گرما از طریق همرفت در شاره‌ها (مایع‌ها و گازها) صورت می‌گیرد و در خلأ انتقال گرما توسط تابش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و پاسخ پرسش است. در روز که هوای سطح خشکی از هوای سطح دریا گرم‌تر است، هوای سطح خشکی بالا می‌رود و هوای سطح دریا جای آن را می‌گیرد و وزش باد از دریا به سوی ساحل است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۹۶۸ | ۲

آهن رسانای گرما است. وقتی قطعهٔ آهن را لمس می‌کنید، گرما از تمام نقاط قطعهٔ آهن به محل تماس دست شما و آهن هجوم می‌آورد. اما چوب نارسانای گرما است. وقتی چوب را لمس می‌کنید گرما تنها از محل تماس چوب با دست شما به‌دست منتقل می‌شود. همین امر سبب می‌گردد که آهن از چوب گرم‌تر احساس شود.

B ۹۶۹ | ۱

تابش گرمایی از سطح هر جسم علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح آن جسم بستگی دارد، سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند، درحالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است. بنابراین تابش گرمایی قوری سیاه‌رنگ بیشتر بوده پس آب درون آن زودتر خنک می‌شود.

بازی با سؤال **مناسب‌ترین رنگ برای بیرون یخچال، رنگ ..... و برای سطح بخاری، رنگ ..... است.**

۱) روشن - تیره ۲) روشن- روشن ۳) تیره - تیره ۴) تیره - روشن

گزینهٔ ۱

B ۹۷۰ ۳

خط فکری پتو عایق خوب گرماست و وقتی دماسنج را با پتو به خوبی می‌پوشانیم تبادل گرمایی با محیط به کندی صورت می‌گیرد. حواستان باشد پتو گرما تولید نمی‌کند تنها مانع تبادل گرمایی می‌شود.

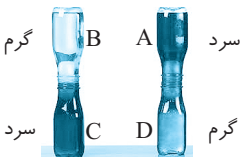
وقتی دماسنج را پس از آنکه با محیط به تعادل گرمایی رسید با پتو بپوشانیم، چون تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد عددی که دماسنج نشان می‌دهد تغییری نمی‌کند. اما اگر دمای محیط کاهش یابد، گرما از دماسنج با کندی از پتو عبور کرده و وارد محیط می‌شود و دمای دماسنج به کندی کاهش می‌یابد.

A ۹۷۱ ۴

شکل (الف) یک همرفت طبیعی را نشان می‌دهد اما در شکل (ب) و (پ) به‌ترتیب پمپ و قلب باعث همرفت واداشته می‌شوند.

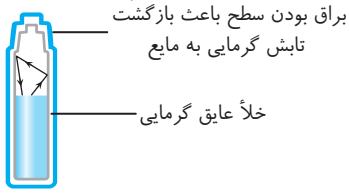
A ۹۷۲ ۳

در شکل (الف)، آب سرد بالا بوده و آب گرم پایین است. آب سرد دارای چگالی بیشتر است و با برداشتن کارت، آب سرد به سوی پایین حرکت کرده و آب سرد و گرم با هم مخلوط می‌شود. اما در شکل (ب)، آب سرد که دارای چگالی بیشتر است در بطری پایینی قرار دارد و با برداشتن کارت، آب‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند.



A ۹۷۳ ۳

ظرف دو جداره سبب می‌گردد که مایع درون فلاسک عایق‌بندی شده و شارش گرما از خلأ بین دو جداره ناچیز باشد. براق و صیقلی کردن سطح درونی شیشهٔ فلاسک سبب می‌گردد که بخش زیادی از تابش گرمایی حاصل از مایع داغ، توسط دیواره‌ها بازتاب شود و مایع درون ظرف به مدت طولانی‌تری گرم بماند.



A ۹۷۴ ۳

تنها روش انتقال گرما در خلأ، تابش گرمایی است. بنابراین دمای ماهواره با دریافت تابش گرمایی از محیط (خورشید) بالا می‌رود.

A ۹۷۵ ۲

گرمای اطراف لامپ روشن، عمدتاً به صورت همرفت و تابش منتقل می‌شود. دست پایینی (B) تنها توسط تابش گرمایی، گرما دریافت می‌کند. اما دست بالای لامپ (A) علاوه بر تابش گرمایی، توسط جریان همرفتی هوای گرم، گرما دریافت می‌کند. (دقت کنید که هوای گرم به سمت بالا حرکت می‌کند به همین دلیل انتقال گرما توسط همرفت تنها به A می‌رسد و B در اثر همرفت گرمایی دریافت نمی‌کند.)

A ۹۷۶ ۴

برای آن‌که جسم دیرتر گرم شود باید از انتقال گرما به جسم از سه طریق رسانش، همرفت و تابش جلوگیری شود. نخ نارسانای گرما است، پس گرما نمی‌تواند از طریق رسانش به جسم منتقل شود. با ایجاد خلأ، انتقال گرما به طریق همرفت نیز متوقف می‌شود. با صیقلی کردن سطح خارجی جسم، جسم مقدار بیشتری از انرژی تابش شده را بازتاب و کمی از آن را جذب می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۹۷۷ ۲

دقت کنید دمای هوای کنار یخ از هوای دیگر نقاط جعبه کمتر است و این هوا چگال‌تر بوده و در کف ظرف قرار می‌گیرد و هوای گرم‌تر چگالی کمتری دارد و در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد. اگر سطح ABCD را بر داریم، هوای گرم بالای جعبه خارج شده و همرفتی به کندی رخ می‌دهد و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بازی با سؤال **هوای درون اتاقی در زمستان به وسیلهٔ بخاری در حال گرم شدن است. اگر در این اتاق یک در، یک پنجره در دیوار و یک پنجره در سقف وجود داشته باشد، با باز کردن کدام‌یک اتلاف انرژی گرمایی بیشتری رخ می‌دهد؟**

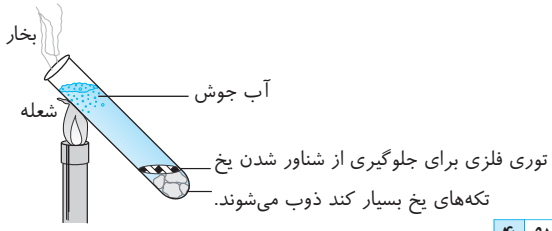
۱) در ۲) پنجرهٔ روی دیوار

۳) پنجرهٔ روی سقف ۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

A ۹۷۸ ۴

دقت کنید شعله سبب گرم شدن آب در قسمت بالای لولهٔ آزمایش شده است و آب گرم دارای چگالی کمتری است و همان بالای لوله قرار می‌گیرد و به پایین حرکت نمی‌کند، زیرا آب در ته لوله سردتر و چگالی آن بیشتر است، بنابراین جریان همرفتی رخ نمی‌دهد. از طرفی انتقال گرما توسط رسانش نیز ناچیز است زیرا آب رسانای خوبی برای گرما نیست. در نتیجه درحالی که آب در بالای لوله در حال جوشیدن است، یخ در پایین لوله به حالت خود باقی می‌ماند.

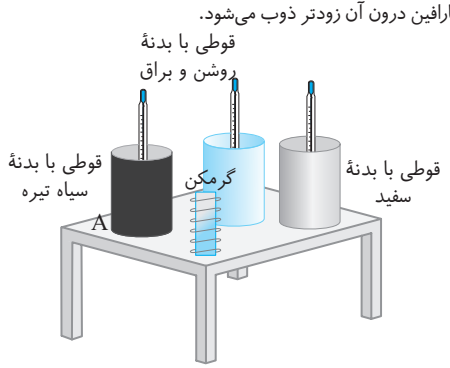


A ۹۷۹ ۴

هر میله‌ای که رسانندگی گرمایی بیشتری داشته باشد، گرما را سریع‌تر از شعله به پارافین و چوب کبریت انتهای میله می‌رساند و پارافین زودتر ذوب می‌شود و چوب کبریت زودتر می‌افتد.

A ۹۸۰ ۱

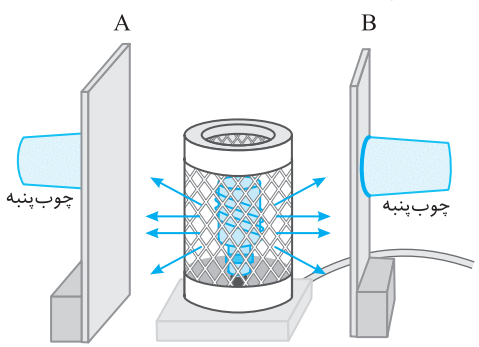
در یک روز تابستانی اگر با لباس تیره به بیرون بروید، کاملاً احساس می‌کنید که به سرعت گرمتان می‌شود اما اگر لباس سفید و روشن پوشیده باشید، گرما را کمتر احساس می‌کنید. یعنی اجسام تیره و غیر صیقلی، تابش گرمایی را از اجسام روشن و براق بیشتر دریافت می‌کنند. قوطی A سیاه رنگ است و تابش گرمایی را بهتر جذب می‌کند، بنابراین سریع‌تر گرم می‌شود و پارافین درون آن زودتر ذوب می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، گرمکنی بین دو دیوارهٔ A و B قرار گرفته است. اگر سطح دیوارهٔ A تیره و مات و سطح دیوارهٔ B صیقلی و براق باشد، کدام چوب‌پنبه زودتر از دیواره کنده می‌شود؟**

۱) دیوارهٔ A ۲) دیوارهٔ B

۳) از هر دو دیواره هم‌زمان جدا می‌شود. ۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.



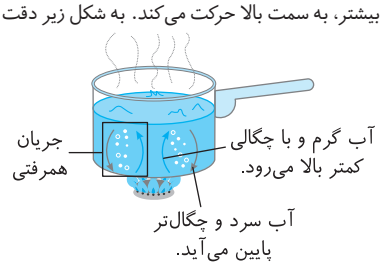
گزینهٔ ۱

B ۹۸۱ ۲

سطح A و B و C هر سه دارای دمای یکسان هستند اما تابش گرمایی سطح سیاه B از دو سطح دیگر بیشتر است. بنابراین اگر هوای مجاور سطح سفید رنگ A، ۳۰° است، سطح B تابش گرمایی بیشتری دارد و دمای هوای مجاورش از ۳۰° بالاتر است. تابش گرمایی سطح براق و روشن C از سطح سفید A کمتر است و هوای مجاور آن نیز دمای کمتری از ۳۰°C خواهد داشت بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۹۸۲ ۳

با توجه به شکل، دماسنج‌ها در قسمت بالایی دو مایع قرار گرفته‌اند، همچنین مایع‌ها رسانندهٔ خوب گرما نیستند. بنابراین انتقال گرما در مایع به صورت همرفت است و پس از افزایش دمای لایه‌های پایینی مایع، حجم آن قسمت زیاد و چگالی‌اش کاهش می‌یابد و این لایه با دمای بیشتر، به سمت بالا حرکت می‌کند. به شکل زیر دقت کنید:



دو ظرف نشان داده شده یکسان‌اند و دارای مقدار مایع مشابهی هستند، پس هر چه ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر باشد تغییرات چگالی آن با افزایش دما بیشتر است و همرفت در آن مایع سریع‌تر اتفاق می‌افتد، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

B ۹۸۳ ۳

لایه‌لای پشم‌های پالتو هوا محبوس است که هوا نارسانای گرما است و از انتقال گرما از بدن به بیرون جلوگیری می‌کند و گزارهٔ (الف) درست است.

سیخ‌های فلزی رسانندهٔ گرما هستند، بنابراین گرما را از آب اطراف گرفته و به قسمت میانی سیب‌زمینی منتقل می‌کنند و گزارهٔ (ب) درست است.

در یک فر، هوای گرم که چگالی کمتری دارد با توجه به همرفت در قسمت‌های بالایی قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بدنهٔ فرها از فلز ساخته شده که رسانندهٔ گرما هستند و هنگام برخورد دست با آن گرما از تمام نقاط فلز به محل تماس دست شما با فر هجوم می‌آورند و این باعث سوختن دست می‌شود و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۹۸۴ ۳

بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت می‌گیرد و دمای آب پایین می‌آید، با کاهش دما از ۷°C تا ۴°C چگالی آب افزایش می‌یابد و آب با چگالی بیشتر (دمای کمتر) در پایین ظرف و در تماس با دماسنج B قرار می‌گیرد. کمترین چگالی آب در دمای ۴°C است پس از این با کاهش دما همچنان دما در اطراف دماسنج B همان ۴°C باقی می‌ماند اما در بالای ظرف دمای آب از ۴°C کوچک‌تر می‌شود پس گزینهٔ (۳) درست است.

C ۹۸۵ ۲

شیشه رسانای خوبی نیست پس اگر لیوان ضخیم باشد، جدارهٔ داخلی آن گرم شده و منبسط می‌شود، در حالی که جدارهٔ خارجی آن هنوز گرمایی دریافت نکرده است و این امر سبب ترک خوردن شیشه می‌شود، پس بهتر است جدارهٔ لیوان شیشه‌ای ضخیم نباشد.

B ۹۸۶ ۴

خط فکری باید جرم کل هوای درون سالن را به‌دست آوریم، همچنین گرمای کل گسیل شده توسط دانش‌آموزان را حساب کنیم تا بتوانیم افزایش دما را به‌دست آوریم.

ابتدا گرمای حاصل از هر دانش‌آموز را در مدت ۵۰ دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$Q=Pt\Rightarrow Q=۲۰۰\times۵۰\times۶۰=۶\times۱۰^{۵}\,J$$

بنابراین گرمای کل تابش شده از ۱۰۰ دانش‌آموز برابر است با:

$$Q_{کل}=nQ=۱۰۰\times۶\times۱۰^{۵}=۶\times۱۰^{۷}\,J$$

جرم هوای اتاق را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{اتاق}=Ah=۱۰۰۰\times۳=۳۰۰۰\,m^{۳}\ ,\ \rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱=\frac{m}{۳۰۰۰}\Rightarrow m=۳۰۰۰\,kg$$

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی، تغییر دما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{Q}{mc}=\frac{۶\times۱۰^{۷}}{۳\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۳}}=۲۰^{\circ}C$$

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

B ۹۸۶ ۳

۱ **مولکول‌های** یک جسم جامد همواره در مکان‌های معینی نسبت به یکدیگر قرار دارند و در اطراف این مکان‌ها، نوسان بسیاری کوچکی دارند که با افزایش دما این حرکات شدیدتر می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است.

در فلزات مانند جامدهای دیگر مولکول‌ها در جای خود دارای نوسان‌های بسیار کوچکی هستند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

فلزها دارای الکترون‌های آزاد هستند که این الکترون‌ها می‌توانند به‌طور مستقل در ماده حرکت کنند و در رسانش گرمایی کمک کنند. هنگامی که به نقطه‌ای از فلز گرما می‌دهیم، الکترون‌های آزاد آن نقطه انرژی جنبشی بیشتری به‌دست می‌آورند و سریع‌تر حرکت می‌کنند. الکترون‌های حامل انرژی از قسمت‌های گرم فلز به قسمت‌های سرد فلز پخش می‌شوند و در برخورد با مولکول‌های فلز انرژی جنبشی خود را به آن‌ها منتقل می‌کنند. با این فرایند انرژی گرمایی به سرعت از قسمت‌های گرم فلز به قسمت‌های سرد آن منتقل می‌شود. توجه کنید که الکترون‌های آزاد نقش عمده‌ای در جریان‌های الکتریکی در رساناها (فلزات) نیز دارند، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

فعالیت شیمیایی یک جسم ارتباطی به رسانش گرمایی آن ندارد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

نمای ۲۸

B ۹۸۶ ۴

۲ **هنگام شب**، زمین ساحل سردتر از آب دریاست و پدیدهٔ همرفت موجب وزش نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود و گزاره (الف) درست است.

در همرفت، بخشی از شاره که گرم‌تر است، به سمت بالا حرکت می‌کند و شارهٔ سردتر به جای آن قرار می‌گیرد و این سبب انتقال گرما می‌شود. یعنی در همرفت بخشی از شاره، گرما را جابه‌جا می‌کند و گزاره (ب) درست است.

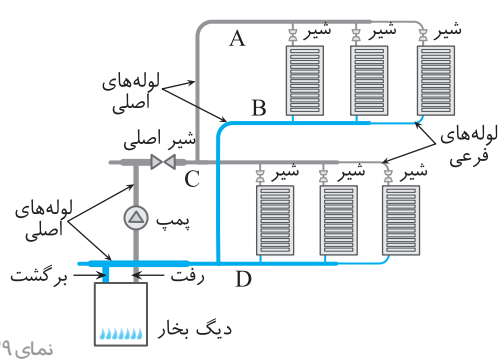
در فلزات افزون بر ارتعاش اتمی، الکترون‌های آزاد در انتقال گرما نقش دارند. به گونه‌ای که سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرمایی در فلزات بیشتر از اتم‌ها است و گزاره (پ) درست است.

تابش گرمایی سطوح تیره و ناصاف از تابش گرمایی سطوح صاف و صیقلی و با رنگ روشن بیشتر است. به همین علت اگر دو لیوان یکی با بدنهٔ تیره و دیگری با بدنهٔ روشن که محتوی آب جوش هستند را روی یک میز قرار دهیم، لیوان تیره سریع‌تر سرد می‌شود زیرا تابش گرمایی آن بیشتر است و گزاره (ت) نیز درست است.

نمای ۲۸ و ۲۹

B ۹۸۶ ۳

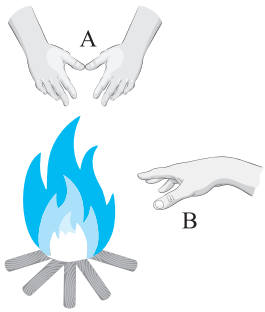
۳ **چگالی آب** گرم و بخار آب کمتر از چگالی آب سرد است، پس باید آب گرم از بالا به منبع‌ها تزریق شود تا با کاهش دما، چگالی افزایش یافته و به پایین منتقل شود و از طریق لوله‌های دیگر که در پایین منبع قرار دارد آب سرد مجدداً خارج شود.



نمای ۲۹

۳ ۹۸۶ B

۴ **وقتی که** آتش روشن می‌کنیم گرما به دو روش تابش گرمایی و همرفتی منتقل می‌شود. اگر دست شما در نقطهٔ B و یا در نقطهٔ A باشد، در گرمایی که در اثر تابش دریافت می‌کنید تفاوت چندانی وجود ندارد. اما در نقطهٔ A، هوای گرم بالای شعله در اثر همرفت به بالا می‌رود و دست گرم می‌شود. یعنی جریان همرفتی در نقطهٔ A بسیار شدیدتر از نقطهٔ B است و دست شما در نقطهٔ A در اثر پدیده همرفت سریع‌تر گرم می‌شود.



نمای ۲۹

۴ ۹۸۶ A

۵ **هنگامی که** بنزین روی دست می‌ریزد، در اثر تبخیر سطحی به سرعت بخار می‌شود، اما برای بخار شدن به گرما نیاز دارد و این گرما را از دست می‌گیرد و شخص به دلیل از دست دادن گرما احساس خنکی می‌کند.

نمای ۲۱

۱ ۹۸۶ B

خط فکری **۶** گرمای ویژه مقدار گرمایی است که به $1kg$ از جسم داده می‌شود تا دمای آن یک کلوین $(1^\circ C)$ بالا برود. از این‌رو هر چه گرمای ویژهٔ جسمی بیشتر باشد، مقدار انرژی گرمایی که آن جسم دریافت می‌کند تا دمایش $1^\circ C$ بالا برود بیشتر است. یعنی اگر گرمای ویژه جسم A دو برابر گرمای ویژهٔ جسم B باشد، گرمایی که $1kg$ از جسم A به‌صورت انرژی درونی در خود ذخیره می‌کند دو برابر گرمایی است که $1kg$ از جسم B به‌صورت انرژی درونی در خود ذخیره می‌کند. از سویی وقتی بیان می‌شود که قطعه یخ بزرگی با دمای $0^\circ C$ در اختیار داریم یعنی دمای نهایی مجموعه $0^\circ C$ است، زیرا در حال تعادل هم یخ داریم و این یعنی یخ $0^\circ C$ و آب در حال تعادلند و یخ $0^\circ C$ که ذوب شده به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و گرمای داده شده به آن تنها صرف ذوب یخ می‌شود.

گرمای ویژهٔ مس دو برابر گرمای ویژهٔ نقره است، یعنی وقتی دمای ۱۰ گرم از هر یک از آن‌ها را $20^\circ C$ افزایش دهیم، گرمایی که باید به مس بدهیم دو برابر گرمایی است که باید به نقره بدهیم. بنابراین هنگامی که هر دو را روی یک قطعه یخ بزرگ قرار می‌دهیم، وقتی دمای ۱۰ گرم از هر یک از آن‌ها $20^\circ C$ کاهش یابد، گرمایی که مس آزاد می‌کند دو برابر گرمایی است که نقره آزاد می‌کند و دمای نهایی هر دو از $20^\circ C$ به صفر می‌رسد، بنابراین جرم یخی که توسط مس ذوب می‌شود دو برابر جرم یخی است که توسط نقره ذوب می‌شود.

میانبر اگر دو جسم هم‌دما با ظرفیت گرمایی‌های C_1 و C_2 را روی یک قطعه یخ بزرگ قرار دهیم و هر یک از جسم‌ها به اندازهٔ m_1 گرم و m_2 گرم یخ ذوب کنند، داریم:

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{m_1}{m_2}$$

در واقع میزان یخ ذوب شده با ظرفیت گرمایی جسم متناسب است.

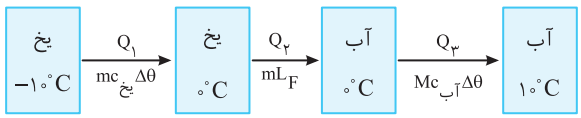
نمای ۲۲

۱ ۹۸۶ B

۷ **۱** **با توجه** به توان الکتریکی و بازده داده شده، توان مفید را به‌دست می‌آوریم:

$$Ra=\frac{P_{مفید}}{P_{کل}}\times 100\Rightarrow 80=\frac{P_{مفید}}{2\times 10^3}\times 100\Rightarrow P_{مفید}=1600W$$

۲ توان مفید به‌صورت گرما به یخ داده می‌شود:



$$P_{مفید}=\frac{Q}{t}\Rightarrow 1600=\frac{Q_1+Q_2+Q_3}{t}$$

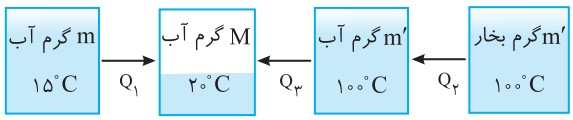
$$t=\frac{0/1\times 2100\times 10+0/1\times 337\times 10^3+0/1\times 4200\times 10}{1600}\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر }100}$$

$$t=\frac{21+337+42}{16}=\frac{400}{16}=25s$$

نمای ۲۴

۱ ۹۸۶ B

خط فکری **۸** بخار آب $100^\circ C$ را با آب $15^\circ C$ مخلوط کرده‌ایم تا M گرم آب $20^\circ C$ به‌دست بیاوریم، بنابراین دمای تعادل $20^\circ C$ است و گرمایی که بخار آب $100^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $100^\circ C$ و سپس به آب $20^\circ C$ تبدیل شود با گرمایی که آب $15^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $20^\circ C$ برابر است. نمودار تغییرات را رسم می‌کنیم.



$$Q_1=Q_2+Q_3\Rightarrow\frac{m}{1000}\times 4200\times 5=\frac{m'}{1000}\times 2352\times 1000+\frac{m'}{1000}\times 4200\times 80$$

دو طرف معادله را بر ۴۲۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{5m}{1000}=\frac{560m'}{1000}+\frac{80m'}{1000}\Rightarrow 5m=640m'\Rightarrow\frac{m'}{m}=\frac{5}{640}$$

نمای ۲۷

۳ ۹۸۶ A

۹ **با توجه به** رابطهٔ گرمای نهان ذوب (انجماد)، جرمی از آب را که یخ می‌زند به دست می‌آوریم.

$$Q_F=mL_F\Rightarrow 100/8=m(336)\Rightarrow m=0/3kg=300g$$

از $500g$ آب، $300g$ یخ زده است بنابراین $\frac{300}{500}\times 100=60\%$ از آب یخ می‌زند.

نمای ۲۶

۲ ۹۸۶ C

یادآوری **۱۰** گرمکن به آب و یخ در حال تعادل، گرما می‌دهد. دمای آب و یخ در حال تعادل، صفر درجهٔ سلسیوس است و هر چه بیشتر به آن‌ها گرما داده شود، تنها باعث ذوب یخ می‌شود و دمای تعادل همان صفر درجه سلسیوس باقی بماند.

۱ در سؤال گفته شده $250g$ مخلوط آب و یخ داریم و با توجه به نمودار در ابتدا $200g$ یخ در ظرف قرار دارد، بنابراین در مخلوط ابتدایی $200g$ یخ و $50g$ آب درحال تعادل قرار دارد و با ذوب یخ به مقدار آب اضافه و از مقدار یخ کاسته می‌شود. به طور مثال اگر پس از t ثانیه x گرم یخ ذوب شود، جرم یخ برابر $200-x$ گرم شده و جرم آب $50+x$ می‌شود. حالت نهایی خواسته شده زمانی است که جرم آب و یخ با هم برابر شود:

$$200-x=50+x\Rightarrow 2x=150\Rightarrow x=75g$$

۲ بنابراین با ذوب $75g$ یخ، مقدار آب و یخ موجود در ظرف با هم برابر می‌شود. با توجه به خطی بودن نمودار، به یخ با آهنگ ثابت گرما داده شده است و می‌توان سؤال را با تناسب حل کرد. با توجه به نمودار در مدت $100s$، $200-150=50g$ یخ ذوب می‌شود:

جرم ذوب‌شده یخ	زمان فرایند
$50g$	$100s$
$75g$	$t'=?$

$$\Rightarrow t'=150s$$

نمای ۲۷

پنجره تو در تو

۱ A ۹۸۷ ۴

گرمای ویژه یک جسم به جنس مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن و دما بستگی دارد که معمولاً در حل مسائل گرمای ویژه گسترهٔ دمایی را ثابت فرض می‌کنند، بنابراین گرمای ویژه جسم به جرم جسم و گرمای داده شده به جسم بستگی ندارد و ثابت می‌ماند.

نمای ۱۱

۲ A ۹۸۷ ۲

در دماسنج ترموکوپل، کمیت دماسنجی ولتاژ است و از دو سیم رسانای غیر هم‌جنس مانند مس و کنستانتان استفاده می‌شود. از این‌رو عبارت (الف) درست و عبارت (ت) نادرست است. در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین تقسیمات یکسان است و تغییر دما در این دو مقیاس برابر است و عبارت (ب) درست است.

هر $1^\circ C$ معادل $1/8^\circ F$ است، پس $\Delta\theta = 10^\circ C$ معادل $\Delta\theta = 1/8\times 10 = 18^\circ F$ است و عبارت (پ) نادرست است.

نمای ۱ و ۲

بازی با سؤال در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس، دمای جسم برحسب درجهٔ سلسیوس و درجه فارنهایت باهم برابر می‌شود؟ قلم‌چی

۱) -40 ۲) 233 ۳) -20 ۴) 253

گزینهٔ ۱

۳ B ۹۸۷ ۴

دمای آب درون کرهٔ چدنی بالاتر از $0^\circ C$ است و دمای مخلوط یخ و نمک زیر $0^\circ C$ است. در اثر تبادل گرمایی بین آب و مخلوط یخ و نمک، دمای آب کاهش می‌یابد و وقتی دما به زیر $4^\circ C$ می‌رسد، آب شروع به انبساط غیرعادی کرده و با فشار زیادی که ایجاد می‌کند، کرهٔ چدنی شکاف برمی‌دارد.

نمای ۳ و ۹

۴ B ۹۸۷ ۱

شکل ارتعاش اتم‌ها را که باعث انتقال گرما به وسیلهٔ رسانش می‌شود، نشان می‌دهد دامنهٔ ارتعاش ذرات در سمت چپ جسم بیشتر از سمت راست آن است بنابراین دمای قسمت چپ جسم بیشتر است و گرما از دمای بیشتر به دمای کمتر منتقل شده و در جهت (۱) است.

نمای ۲۸

۵ A ۹۸۷ ۱

چگالی هوای گرم کمتر از هوای سرد است، بنابراین هوای گرم بالا می‌رود. در گزینهٔ (۱) یخ بیشتر در مجاورت هوای گرم قرار می‌گیرد بنابراین زودتر ذوب می‌شود.

نمای ۲۹

۶ A ۹۸۷ ۲

افزایش فشار وارد بر مایع همواره سبب بالا رفتن دمای نقطهٔ جوش می‌شود $(T'_V > T_V)$. از طرفی افزایش فشار وارد بر جامد **معمولاً** سبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب می‌شود و در جامداتی مانند یخ افزایش فشار باعث کاهش نقطهٔ ذوب می‌شود.

نمای ۲۱

۷ A ۹۸۷ ۳

دماسنج ترموکوپل براساس تغییر ولتاژ و تغییر دما کار می‌کند.

دماسنج نواری براساس اختلاف انبساط طولی دو فلز مختلف کار می‌کند.

اساس کار تف‌سنج، تابش گرمایی است.

دماپا یا ترموستات براساس اختلاف انبساط طولی دو فلز مختلف کار می‌کند.

اساس کار در دماسنج جیوه‌ای تغییر طول ستون جیوه در اثر تغییر دما است.

بنابراین در دماسنج نواری، دماپا و دماسنج جیوه‌ای اساس کار انبساط گرمایی است.

نمای ۱ و ۳

۸ B ۹۸۷ ۲

خط فکری با کشیدن میله، مساحت سطح مقطع آن کاهش می‌یابد. چون حجم ثابت مانده است، طول میله به همان نسبت افزایش می‌یابد و این مطلب کلید حل مسئله است.

مساحت سطح مقطع نصف شده است، بنابراین:

$$V_2 = V_1 \xrightarrow{V=AL} A_2L_2 = A_1L_1 \xrightarrow{A_2=\frac{A_1}{2}} L_2 = 2L_1$$

از طرفی با افزایش دمای یکسان (از ۰ تا $20^\circ C$) انبساط طول میله در حالت جدید بیشتر از حالت اول است.

$$\begin{cases}\Delta L' = L_2\alpha\Delta\theta \\ \Delta L = L_1\alpha\Delta\theta\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{L_2}{L_1} = 2$$

نمای ۳

بازی با سؤال اگر در سؤال بیان شده بود که قطر سطح مقطع نصف شده است، تغییر طول میله چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) 2 ۴) 4

گزینهٔ ۴

۹ B ۹۸۷ ۱

یادآوری حجم ابتدایی مایع و ظرف یکسان است. با افزایش دما، حجم مایع و ظرف افزایش پیدا می‌کند و چون ضریب انبساط حجمی مایع بزرگ‌تر از ضریب انبساط حجمی ظرف است، مایع بیشتر منبسط شده و از ظرف سرریز می‌شود. $\Delta V_{\text{سرریز}} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}}$

۱ افزایش حجم ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{\text{ظرف}}\,3\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta V_{\text{ظرف}} = 250\times 3\times 10^{-5}\times(60-20) = 0/3\,cm^3$$

۲ افزایش حجم گلیسیرین را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}}\beta\Delta\theta \Rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} = 250\times(5\times 10^{-4})\times(60-20) = 5\,cm^3$$

۳ گلیسیرین $5\,cm^3$ و ظرف $0/3\,cm^3$ منبسط شده‌اند، بنابراین حجم گلیسیرین سرریز شده برابر است با:

$$\Delta V_{\text{سرریز}} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \Rightarrow \Delta V_{\text{سرریز}} = 5 - 0/3 = 4/7\,cm^3$$

نمای ۸

۱۰ B ۹۸۷ ۴

تغییر طول هر دو را نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Delta L_B = L\alpha_B\Delta\theta_B \\ \Delta L_A = L\alpha_A\Delta\theta_A\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta L_B}{\Delta L_A} = \frac{\alpha_B\Delta\theta_B}{\alpha_A\Delta\theta_A} \quad (1)$$

گرمای داده شده به هر دو برابر است. رابطهٔ گرماسنجی را برای دو میله می‌نویسیم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q_A=Q_B} m_Ac_A\Delta\theta_A = m_Bc_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{m_Ac_A}{m_Bc_B} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta L_B}{\Delta L_A} = \frac{m_Ac_A\alpha_B}{m_Bc_B\alpha_A}$$

نمای ۱۶

۱۱ A ۹۸۷ ۲

ابتدا افزایش دمای $9^\circ F$ را برحسب سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 5^\circ C$$

افزایش دمای $9\,K$ برابر $9^\circ C$ است.

با توجه به فرض مسئله گرمای لازم در دو حالت برابر است، از این‌رو:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1c\Delta\theta_1 = m_2c\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[m_2=m]{m_1=1kg} 1\times 5 = m\times 9 \Rightarrow m = \frac{5}{9}\,kg$$

نمای ۱۲

B ۹۸۷ ۱

۱۲ ۱ در اثر افزایش دما، شعاع کره ۰/۵ درصد افزایش یافته است $(\Delta R=\frac{0/5}{100}R_1)$،

اکنون به کمک رابطهٔ انبساط طولی، افزایش دمای کره را حساب می‌کنیم:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta R}{R_1}=\alpha\Delta\theta\Rightarrow 5\times10^{-3}=10^{-4}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=50^\circ C$$

۲ از رابطهٔ گرماسنجی با داشتن تغییر دما جرم فلزی که کره از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 6000=m\times400\times50\Rightarrow m=0/3kg$$

۳ حجم فلز به‌کار برده شده در ساخت این کره را از تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=15000kg/m^3}15000=\frac{0/3}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=2\times10^{-5}m^3=20cm^3$$

۴ حجم کره با شعاع ۲cm خواهد شد: $V_{\text{ظاهری}}=\frac{4}{3}\pi r^3=4\times8=32cm^3$

۵ اکنون می‌توان حجم حفره را به‌دست آورد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{توپر}}=32-20=12cm^3$$

نمای ۱۶

بازی با سؤال دو کرهٔ آهنی به شعاع ۲۰cm در اختیار داریم که کره A توپر بوده و در کره B حفره‌ای کروی به شعاع ۱۰cm وجود دارد. پس از آنکه به هر دو کره به یک اندازه گرما می‌دهیم، حجم کرهٔ A، $280cm^3$ افزایش می‌یابد، حجم حفرهٔ داخل کرهٔ B چند سانتی‌متر مکعب تغییر می‌کند؟ قلم‌چی

۱) ۱۴۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۸۰ ۴) ۷۲

گزینهٔ ۲

B ۹۸۷ ۲

۱۳ دمای ظرف A و ظرف B یکسان و برابر θ است، بنابراین اگر آن‌ها را باهم ترکیب کنیم، دمای تعادل همان $\theta_{e_{AB}}=\theta$ است.

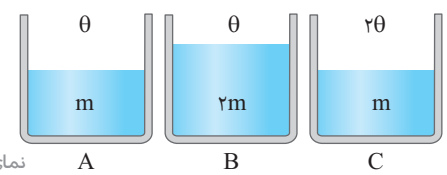
اگر A و C را باهم ترکیب کنیم، چون جرم آن‌ها یکی است و گرمای ویژهٔ آن‌ها برابر است دمای تعادل، میانگین دمای اولیهٔ A و C است. $\theta_{e_{AC}}=\frac{\theta+2\theta}{2}=\frac{3}{2}\theta$

اگر B و C را باهم ترکیب کنیم، خواهیم داشت:

$$Q_B+Q_C=0\Rightarrow 2mc(\theta_e-\theta)+mc(\theta_e-2\theta)=0$$

$$\Rightarrow 2\theta_e-2\theta+\theta_e-2\theta=0\Rightarrow 3\theta_e=4\theta\Rightarrow\theta_{e_{BC}}=\frac{4}{3}\theta$$

بنابراین $\theta_{e_{AB}}<\theta_{e_{BC}}<\theta_{e_{AC}}$ است و گزینهٔ (۲) درست می‌باشد.



نمای ۱۷

B ۹۸۷ ۲

۱۴ **خط فکری** این مسئله ترکیبی از فصل اول و چهارم کتاب دهم است. رابطهٔ چگالی مخلوط به صورت $\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$ است، از طرفی جرم ۵L آب، ۵kg است. با توجه به آنچه بیان شد می‌توان جرم مایع را حساب کرد، سپس به کمک روابط تعادل گرمایی، دمای اولیه مایع (θ) را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا به کمک رابطهٔ چگالی برای مخلوط، حجم مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}\Rightarrow 1/2=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow 1/2=\frac{1\times5+1/4V_2}{5+V_2}$$

$$\Rightarrow 6+1/2V_2=5+1/4V_2\Rightarrow 1=0/2V_2\Rightarrow V_2=5L$$

۲ جرم مایع را حساب می‌کنیم (توجه کنید که یکاهای دو طرف تساوی یکسان باشد):

$$\rho_2=\frac{m_2}{V_2}\Rightarrow 1/4=\frac{m_2}{5\times10^3}\Rightarrow m_2=7000g=7kg$$

۳ اکنون می‌توان دمای مایع (θ) را به‌دست آورد:

$$Q_1+Q_2=m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\xrightarrow{c_{\text{مایع}}=1/5c_{\text{آب}}}$$

$$\Rightarrow 30=\frac{5\times c_1\times51+7\times1/5c_1\times\theta}{5c_1+7\times1/5c_1}\Rightarrow\theta=20^\circ C$$

نمای ۱۷

B ۹۸۷ ۲

۱۵ دمای اولیه آب و ظرف $20^\circ C$ است و اجاق دمای هر دوی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

۱ در اولین گام، دمای نهایی را که $77^\circ F$ است به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow 77=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow 45=\frac{9}{5}\theta\Rightarrow\theta=25^\circ C$$

۲ گرمایی که اجاق به مجموعه می‌دهد را به کمک رابطهٔ گرماسنجی به‌دست می‌آوریم:

$$Q=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{ظرف}}\Rightarrow Q=mc\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$\xrightarrow[C=2000J/^\circ C]{m=3kg,\ c=4200J/kg^\circ C}Q=3\times4200(25-20)+2000\times(25-20)$$

$$\Rightarrow Q=63000+10000=73000J$$

۳ این گرما توسط اجاق ۴۰۰ واتی به مجموعه داده شده است، بنابراین:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow 400=\frac{73000}{t}\Rightarrow t=182/5s$$

نمای ۱۵

B ۹۸۷ ۲

۱۶ **یادآوری** توان گرمایی برابر $P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}$ است و بازده وسیلهٔ گرمایی برابر $Ra=\frac{P_{\text{گرمایی}}}{P_{\text{الکتریکی}}}\times100$ است.

حالت اول: از این حالت مدت t را به‌دست می‌آوریم:

$$Ra=\frac{P_{\text{گرمایی}}}{P_{\text{الکتریکی}}}\times100\Rightarrow 80=\frac{P_{\text{گرمایی}}}{200}\times100\Rightarrow P_{\text{گرمایی}}=160W$$

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}\Rightarrow 160=\frac{mc\Delta\theta}{t}$$

$$\xrightarrow[m=50\times10^{-3}kg]{m=50g}160=\frac{(50\times10^{-3})(1200)(20)}{t}$$

$$\Rightarrow 160=\frac{50\times24}{t}\Rightarrow t=\frac{50\times24}{160}\Rightarrow t=7/5s$$

حالت دوم: اگر بازده ۱۰۰٪ باشد توان گرمایی گرمکن ۲۰۰W می‌شود. حال بررسی می‌کنیم که در مدت ۷/۵s دمای مایع به چند درجه سلسیوس می‌رسد:

$$P'_{\text{گرمایی}}=\frac{Q'}{t}\Rightarrow 200=\frac{mc\Delta\theta'}{t}\Rightarrow 200=\frac{(50\times10^{-3})(1200)(\Delta\theta')}{7/5}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta'=\frac{200\times7/5}{5\times12}\Rightarrow\Delta\theta'=25^\circ C$$

$$\Delta\theta'=25\Rightarrow\theta_2-30=25\Rightarrow\theta_2=55^\circ C$$

بنابراین دمای مایع از $30^\circ C$ به اندازهٔ $25^\circ C$ افزایش می‌یابد و به $55^\circ C$ می‌رسد.

نمای ۱۳

B ۹۸۷ ۴

۱۷ خط فکری گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد را در مدت بیان شده به‌دست می‌آوریم، سپس مشخص می‌کنیم این مقدار گرما، یخ $0^\circ C$ را به آب چند درجه سلسیوس تبدیل می‌کند. اگر دمای نهایی آب کمتر از $4^\circ C$ باشد، حجم پیوسته کاهش یافته اما اگر از $4^\circ C$ بزرگ‌تر باشد، حجم آب ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.

۱ گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt \xrightarrow{P=420W,\ t=430s} Q=420\times 430J=180600J$$

۲ گرمای لازم برای ذوب یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q=mL_F\Rightarrow Q=0/5\times 336\times 10^3=168000J$$

۳ گرمایی که برای افزایش دمای آب $0^\circ C$ در اختیار داریم برابر است با:

$$180600-168000=12600J$$

۴ افزایش دمای آب $0^\circ C$ توسط $12600J$ گرما را به‌دست می‌آوریم:

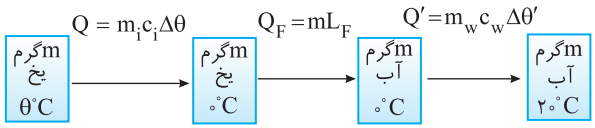
$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 12600=0/5\times 4200\theta\Rightarrow\theta=6^\circ C$$

دمای نهایی $6^\circ C$ شده است، بنابراین ابتدا از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم مجموعه کاهش و سپس از $4^\circ C$ تا $6^\circ C$ حجم مجموعه افزایش می‌یابد.

نمای ۲۴

B ۹۸۷ ۴

۱۸ یادآوری با رسم نمودار مراحل افزایش دما و تغییر حالت یخ را نمایش دهید. یخ به آب $20^\circ C$ تبدیل شده است، بنابراین تمام یخ ذوب می‌شود.



در تمام مراحل یخ گرما دریافت کرده و Q مثبت است.

$$Q_T=Q+Q_F+Q'\Rightarrow Q_T=m\frac{c}{2}(0-\theta)+m\times 80c+m\times c\times 20$$

$$\Rightarrow Q_T=\frac{mc(0-\theta)}{2}+100mc$$

با توجه به فرض مسئله $Q_F=\frac{70}{100}Q_T$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_F=\frac{70}{100}Q_T\Rightarrow m\times 80c=\frac{70}{100}\left(\frac{mc(-\theta)}{2}+100mc\right)$$

$$\Rightarrow 80=-\frac{7}{20}\theta+70\Rightarrow 10=-\frac{7}{20}\theta\Rightarrow\theta=-\frac{200}{7}{}^\circ C$$

نمای ۲۶

B ۹۸۷ ۳

۱۹ خط فکری ابتدا گرمای لازم برای تبخیر آب $20^\circ C$ را حساب می‌کنیم، سپس ۲۵٪ این مقدار را به‌دست می‌آوریم، این مقدار گرما سبب کاهش دمای شیشه شده است و از رابطه $Q=mc\Delta\theta$ تغییر دمای شیشه را حساب می‌کنیم.

۱ گرمایی که آب در تبخیر سطحی دریافت می‌کند برابر است با:

$$Q=mL_V \xrightarrow[L_V=2436J/g]{m=10g} Q=10\times 2436\Rightarrow Q=24360J$$

۲ ۲۵٪ این مقدار گرما توسط شیشه به آب داده شده است، از این‌رو:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\frac{25}{100}\times 24360=1\times 840\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{24360}{4\times 840}=7/25^\circ C$$

بنابراین دمای شیشه به دلیل گرمایی که به آب داده است، $7/25^\circ C$ کاهش می‌یابد.

نمای ۲۷

B ۹۸۷ ۲

۲۰ وقتی یخ ذوب نشده باقی بماند، یعنی دمای تعادل $0^\circ C$ است. گرمایی را که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود، به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=250\times 10^{-3}\times 4/2\times 20\Rightarrow Q=\frac{1}{4}\times 4/2\times 20=21kJ$$

این مقدار گرما توسط یخ $-20^\circ C$ دریافت شده و دمای آن از $-20^\circ C$ به $0^\circ C$ رسیده و بخشی از یخ نیز ذوب و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و $50g$ آن باقی مانده است. از طرفی جرم یخی که ذوب شده برابر (m_i-50) است. از این‌رو:

$$m_ic\Delta\theta+(m_i-50)L_F=21\times 10^3\Rightarrow m_i\times 2/1\times 20+336m_i-50\times 336$$

$$=21\times 10^3\Rightarrow 2m_i+16m_i-50\times 16=10^3$$

$$\Rightarrow 18m_i=1800\Rightarrow m_i=\frac{1800}{18}=100g$$

نمای ۲۷

B ۹۸۷ ۳

۲۱ خط فکری یک بار دیگر صورت مسئله را بخوانید. قرار است در آخر داستان تنها آب داشته باشیم. در این صورت آب $20^\circ C$ باید به یخ گرما بدهد و یخ $0^\circ C$ را به آب $0^\circ C$ تبدیل کند، از طرفی دمای آب $20^\circ C$ کاهش یابد تا به $0^\circ C$ برسد، یعنی گرمایی که یخ می‌گیرد تا کل آن ذوب شود با گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود برابر است.

گرمای دریافتی توسط یخ $0^\circ C$ را با گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد، برابر قرار می‌دهیم.

$$Q_{\text{یخ}}=Q_{\text{آب}}\Rightarrow m_{\text{یخ}}L_F=m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} \xrightarrow[c=4/2kJ/kg.K]{L_F=336kJ/kg,\ \Delta\theta=20^\circ C}$$

$$m_{\text{یخ}}\times 336\times 10^3=\frac{400}{1000}\times 4/2\times 10^3\times 20\Rightarrow m=0/1kg\Rightarrow m=100g$$

نمای ۲۷

بازی با سؤال **درون ظرفی ۲۰۰g یخ $-10^\circ C$ قرار دارد. حداقل چند گرم آب با دمای $20^\circ C$ به آن اضافه کنیم تا تمام یخ ذوب شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می‌شود و $L_F=336J/g$ ، $c_{\text{یخ}}=2/1J/g.K=\frac{1}{2}c_{\text{آب}}$ است.)**

ریاضی - ۹۲

۱) ۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۱۲۰۰

گزینهٔ ۳

B ۹۸۷ ۳

۲۲ یادآوری ۱ در ابتدا ظرف و آب و یخ با یکدیگر در حال تعادل‌اند، یعنی دمای اولیهٔ هر سه صفر درجهٔ سلسیوس است.

یادآوری ۲ اگر به مخلوط آب و یخ در حال تعادل گرما داده شود، ابتدا گرما باعث ذوب یخ شده و سپس با ادامه گرما دادن دمای آب و یخ ذوب شده افزایش می‌یابد.

با توجه به سؤال دمای نهایی $5^\circ C$ است بنابراین:

۱ گرمای لازم برای اینکه $100g$ یخ $0^\circ C$ به آب $5^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_1=m_iL_F+m_ic_w\Delta\theta\Rightarrow Q_1=0/1\times 336\times 10^3+0/1\times 4200\times 5=35700J$$

۲ گرمای لازم برای اینکه دمای $200g$ آب $0^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_2=m_wc_w\Delta\theta\Rightarrow Q_2=0/2\times 4200\times 5=4200J$$

۳ حال گرمای لازم برای اینکه دمای ظرف از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم. ظرفیت گرمایی ظرف داده شده و با استفاده از رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$ گرمای لازم برای ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_3=C\Delta\theta\Rightarrow Q_3=100\times 5=500J$$

بنابراین کل گرمای داده شده به ظرف و محتویات آن برابر است با:

$$Q_T=Q_1+Q_2+Q_3\Rightarrow Q_T=35700+4200+500=40400J=40/4kJ$$

نمای ۲۷

B ۹۸۷ ۳

۲۳ **۱** با توجه به نمودار با افزایش دما از $0^\circ C$ به $50^\circ C$، مساحت سطح حلقه به اندازهٔ $10/01-10=0/01 cm^2$ افزایش می‌یابد:

$$\Delta A = A_1 2\alpha\Delta\theta \Rightarrow 0/01 = 10\times 2\alpha\times 50 \Rightarrow \alpha = 10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$$

۲ حال دمای $68^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32 \Rightarrow 68=\frac{9}{5}\theta+32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta=36 \Rightarrow \theta=20^\circ C$$

۳ مساحت ثانویه حلقه را در دمای $20^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$A_2 = A_1(1+2\alpha\Delta\theta)$$

$$A_2 = 10(1+2\times 10^{-5}\times(20-0)) \Rightarrow A_2 = 10(1+4\times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow A_2 = 10+4\times 10^{-3} = 10/004 cm^2$$

نمای ۷

B ۹۸۷ ۳

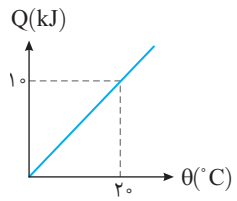
۲۴ **خط فکری** هر گاه ظرفیت گرمایی دو جسم A و B که باهم در تماس گرمایی هستند برابر باشد، دمای تعادل آن‌ها، میانگین دمای اولیه دو جسم است.

$$Q_A+Q_B=0 \Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=0$$

$$\xrightarrow{C_A=C_B} (\theta_e-\theta_A)+(\theta_e-\theta_B)=0 \Rightarrow \theta_e=\frac{\theta_A+\theta_B}{2}$$

از روی نمودار ظرفیت گرمایی A را به‌دست می‌آوریم که با توجه به خط فکری همان ظرفیت گرمایی B است.

$$C_A=C_B=\frac{Q}{\Delta\theta}=\frac{10\times 10^3}{20}=500 J/K$$



نمای ۱۸ و ۱۱

بازی با سوال **دو جسم با دماهای اولیهٔ θ_1 و θ_2 باهم مبادلهٔ گرما می‌کنند. اگر پس از برقراری تعادل دمای مشترک آن‌ها $\theta_e=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$ شود، کدام گزینه درست است؟**

مشابه آزمون‌های آزمایشی

۱) دو جسم قطعاً مشابه هستند.

۲) بین جرم و گرمای ویژهٔ دو جسم رابطهٔ $\frac{m_1}{m_2}=\frac{c_2}{c_1}$ برقرار است.

۳) گرمای ویژه دو جسم برابر است.

۴) بین جرم و گرمای ویژه دو جسم رابطهٔ $\frac{m_1}{m_2}=\frac{c_1}{c_2}$ برقرار است.

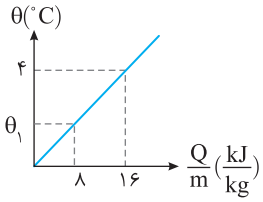
گزینهٔ ۲

B ۹۸۷ ۳

۲۵ **۱** **نمودار** (ب) به صورت خطی است که از مبدأ می‌گذرد، بنابراین می‌توانیم تناسب ساده‌ای بنویسیم:

$$\frac{16}{8}=\frac{4}{\theta_1} \Rightarrow \theta_1=2^\circ C$$

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q}{m}=c\Delta\theta \Rightarrow 16\times 10^3 J/kg = c_B\times 4 \Rightarrow c_B=4\times 10^3 J/kg^\circ C$$

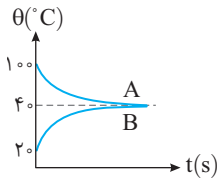


نمودار (ب)

۲ با توجه به نمودار (الف)، تا رسیدن به حالت تعادل یعنی دمای $40^\circ C$، تغییر دماها نیز مشخص شده است. قانون پایستگی انرژی گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_A+Q_B=0 \Rightarrow m_Ac_A(40-\theta_A)+m_Bc_B(40-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow 5\times c_A(40-100)+1/5\times 4\times 10^3\times(40-20)=0 \Rightarrow c_A=400 J/kg^\circ C$$



نمودار (الف)

نمای ۱۸

فصل پنجم: الکتریسیتهٔ ساکن

پنجره ۱

A ۹۸۸ | ۱

در مورد بارهای الکتریکی دو اصل وجود دارد.

۱ اصل پایستگی بار: مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است (دستگاه منزوی دستگاهی است که با محیط تبادل بار انجام نمی‌دهد.)

۲ بار الکتریکی کمیتی کوانتیده و ناپیوسته است که همواره مضرب صحیحی از یک بار پایه است. $q=\pm ne$ است که در آن e بار بنیادی با نماد e است. $(e=1/6\times10^{-19}C)$

با توجه به اصل دوم کاملاً مشخص است که گزینهٔ (۱) درست و سه گزینهٔ دیگر نادرست‌اند.

A ۹۸۹ | ۳

یک اتم دارای هسته با بار مثبت و تعدادی الکترون با بار منفی است که در حالت عادی تعداد پروتون‌های هسته با بار مثبت با تعداد الکترون‌های اتم با بار منفی برابر و اتم خنثی است یعنی بار خالص آن صفر است. تعداد پروتون‌های هسته را عدد اتمی گویند، بنابراین وقتی عدد اتمی نیتروژن $Z=7$ است، یعنی تعداد پروتون‌های هسته ۷ بوده و بار هسته برابر $+7e$ است.

$$q=+ne \xrightarrow{n=7} q=+7e$$

A ۹۹۰ | ۳

یادآوری وقتی اتم الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت می‌شود و وقتی الکترون دریافت می‌کند و تعداد الکترون‌های آن از تعداد پروتون‌های آن بیشتر می‌شود، اتم دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که بیان می‌شود اتم دارای ۳ بار مثبت است یعنی اتم ۳ الکترون از دست داده است و وقتی گفته می‌شود اتم دارای ۳ بار منفی است یعنی اتم ۳ الکترون دریافت کرده است.

بار الکتریکی اتم از $+3$ به -5 رسیده است یعنی این اتم، ۸ الکترون دریافت کرده است که مقدار این بار بر حسب کولن برابر است با:

$$q=-ne=-8\times(1/6\times10^{-19})=-1/28\times10^{-18}C$$

در این صورت بار اتم $-1/28\times10^{-18}$ تغییر کرده است.

A ۹۹۱ | ۴

با توجه به کوانتیده بودن بار الکتریکی و این که سکه دارای بار $+1\mu C$ شده است، یعنی سکه مقدار بار $-1\mu C$ را از دست داده است. اکنون می‌توان تعداد الکترون‌هایی که سکه از دست داده است را حساب کرد.

$$q=-ne \xrightarrow{q=-1\mu C}$$

$$-1\times10^{-6}=-1/6\times10^{-19}n\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times10^{13}\Rightarrow n=6/25\times10^{12}$$

A ۹۹۲ | ۲

ابتدا مساحت سطح مکعب را حساب می‌کنیم. $A=6a^2\Rightarrow A=6\times(10)^2=600cm^2$

با یک تناسب ساده تعداد الکترون‌هایی که در تمام سطح مکعب قرار می‌گیرند را به‌دست می‌آوریم.

$1cm^2$	الکترون 10^{10}
600	n

$$\Rightarrow n=6\times10^{12}\text{ الکترون}$$

بار الکتریکی این مقدار الکترون برابر است با:

$$q=\pm ne\Rightarrow q=-6\times10^{+12}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-9/6\times10^{-7}C=-0/96\mu C$$

A ۹۹۳ | ۳

بار الکتریکی، کمیتی کوانتیده است و همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی e است. بنابراین باید تک‌تک بارها را بر عدد $e=1/6\times10^{-19}C$ تقسیم کنیم. هر گاه عدد به‌دست آمده یک عدد صحیح باشد، آن عدد می‌تواند عدد بار الکتریکی یک جسم باشد.

$$|q|=ne\Rightarrow\begin{cases}3/2\times10^{-20}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=0/2 & \text{غیرممکن}\\ 7/2\times10^{-18}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=45 & \text{ممکن}\\ 8\times10^{-17}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=500 & \text{ممکن}\\ 6/4\times10^{-19}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=4 & \text{ممکن}\end{cases}$$

بنابراین ۳ تا از اعداد داده شده می‌توانند بار الکتریکی یک جسم باشند.

بازی با سؤال اگر بار پروتون برابر e باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند معرف بار الکتریکی یک جسم باشد؟ قلم‌چی

۱) $\frac{2}{5}\times10^{3}e$ ۲) $\frac{5}{2}\times10^{3}e$ ۳) $\frac{2}{3}\times10^{3}e$ ۴) $\frac{3}{2}\times10^{3}e$

گزینهٔ ۳

A ۹۹۴ | ۱

بار الکتریکی هر دو جسم A و B یکسان و مثبت است که آن را q می‌نامیم. جسمی که دارای بار مثبت است با از دست دادهٔ n الکترون به اندازهٔ $q'=ne$ بر بار مثبتش افزوده می‌شود، اما جسم دیگر که این مقدار الکترون دریافت می‌کند، بار مثبت آن به اندازهٔ $q'=ne$ کاهش می‌یابد. بنابراین:

$$\begin{cases}q_{2A}=q+q'\\ q_{2B}=q-q'\end{cases}\xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\Delta q=2q'=8\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow n\times1/6\times10^{-19}=4\times10^{-12}\Rightarrow n=2/5\times10^{7}$$

A ۹۹۵ | ۱

از یک ذره با بار مثبت، تعدادی الکترون گرفته‌ایم، بنابراین بار مثبت ذره افزایش می‌یابد که این مقدار افزایش با توجه به صورت مسئله ۲۵ درصد مقدار اولیهٔ بار ذره است. از این‌رو:

$$\frac{25}{100}q_1\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{25}{100}q_1=3/125\times10^{12}\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}q_1=5\times10^{-7}\Rightarrow q_1=2\times10^{-6}C=2\mu C$$

بازی با سؤال جسمی دارای بار مثبت است. اگر از این جسم 5×10^{13} الکترون بگیریم، بار آن ۵ برابر می‌شود. بار اولیه جسم چند میکروکولن بوده است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

A ۹۹۶ | ۳

در هنگام مالش، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر، تعادل بارها در اتم خنثی بر هم می‌خورد و جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی آن مثبت می‌گردد و هم‌چنین جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، الکترون‌هایش از پروتون‌های آن فزونی می‌یابد و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین در مالش، این الکترون است که از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود.

A ۹۹۷ | ۱

خط فکری در جدول کشیده شده که به آن جدول الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) گفته می‌شود، هرگاه دو جسم با یکدیگر مالش داده شود، جسمی که در جدول، بالاتر (نزدیک‌تر به انتهای مثبت) قرار دارد، دارای بار مثبت شده و جسمی که در جدول، پایین‌تر (نزدیک‌تر به انتهای منفی) قرار دارد، دارای بار منفی است.

گزارهٔ (الف): جسم C در جدول از جسم A و B پایین‌تر است پس با مالش جسم C با جسم‌های A و B جسم C دارای بار منفی می‌شود و گزارهٔ (الف) درست است.

گزارهٔ (ب): جسم D از جسم F در جدول بالاتر است بنابراین با مالش جسم D با جسم F، جسم D دارای بار مثبت می‌شود، هم‌چنین جسم D از جسم B در جدول پایین‌تر بوده و با مالش با جسم B، جسم D دارای بار منفی می‌شود، بنابراین اگر این دو جسم باردار شده را به‌هم نزدیک کنیم، یکدیگر را جذب می‌کنند.

انتهای مثبت
A
B
C
D
E
F
انتهای منفی

گزاره (پ): جسم A در بالای جدول قرار گرفته بنابراین با مالش با هر جسم دیگر جدول دارای بار مثبت می‌شود یعنی با مالش الکترون از دست می‌دهد، بنابراین جسم A الکترون دهنده‌ترین جسم است و بالعکس جسم F که در پایین جدول قرار گرفته با مالش با هر جسم دیگری دارای بار منفی شده و در واقع الکترون می‌گیرد، بنابراین جسم F الکترون‌پذیرترین جسم است و این گزاره نادرست است.

A ۹۹۸ ۲

در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، هر چه به سمت پایین جدول برویم، الکترون‌خواهی جسم بیشتر می‌شود، بنابراین وقتی پلاستیک پایین‌تر از پشم است، در اثر مالش این دو با هم پلاستیک دارای بار منفی و پشم دارای بار مثبت می‌شود، یعنی الکترون از پشم به پلاستیک منتقل می‌شود. تعداد الکترون‌هایی که به پلاستیک منتقل می‌شود برابر است با:

$$q=ne \Rightarrow ۱۲/۸\times۱۰^{-۹}=n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n=۸\times۱۰^{۱۰}$$

A ۹۹۹ ۳

با مالش جسم A به جسم B، جسم A دارای بار منفی می‌شود. بنابراین در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جسم A پایین‌تر از جسم B قرار دارد. با مالش جسم A با جسم C، جسم A دارای بار مثبت می‌شود. بنابراین در جدول جسم A بالاتر از جسم C قرار دارد. نتیجه می‌گیریم که در جدول تریبوالکتریک ترتیب A و B و C مطابق شکل روبه‌رو است و اگر جسم B را با جسم C مالش دهیم، جسم B دارای بار مثبت و جسم C دارای بار منفی می‌شود.

B
A
C

بازی با سؤال **هنگامی که جسم A را با جسم B مالش می‌دهیم، A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که جسم A را با جسم C مالش می‌دهیم، A دارای بار مثبت می‌شود، اجسام A و B و C در سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) به‌ترتیب از بالا به پایین چگونه قرار می‌گیرند؟ (گزینه‌ها را از راست بخوانید.)**

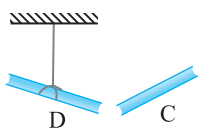
۱) C ،B ،A　　۲) C ،A ،B　　۳) B ،C ،A　　۴) A ،B ،C

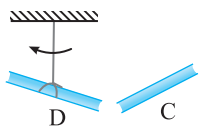
گزینهٔ ۲

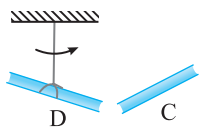
A ۱۰۰۰ ۴

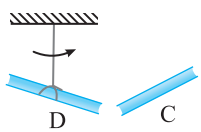
اگر میله B در جهت (۲) بچرخد، یعنی توسط میله A رانده شده است. بنابراین A و B همنام هستند و در اثر مالش جداگانه با پارچه C دارای بار همنام شده‌اند. بنابراین هر دو آن‌ها در جدول باید در بالا و یا هر دو در پایین C قرار داشته باشند. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند. حال اگر میله B در جهت (۱) بچرخد یعنی توسط میله A جذب شده و A و B دارای بار ناهمنام هستند. در این صورت A و B باید یکی بالای C و دیگری در پایین آن در جدول قرار داشته باشد. بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست و پاسخ مسأله است.

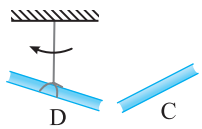
بازی با سؤال **هنگامی که میله A را با میله B مالش دهیم، میله A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که میله A را با میله C مالش دهیم، میله A دارای بار مثبت می‌شود. اگر میله خنثی C را با میلهٔ خنثی B مالش دهیم و سپس مطابق شکل میله C را به میله پلاستیکی خنثی D نزدیک کنیم، کدام گزینه در مورد نوع نیرویی که میله C به میله D وارد می‌کند و جهت چرخش میله D درست است؟**



۱) ربایش،


۲) رانش،


۳) ربایش،


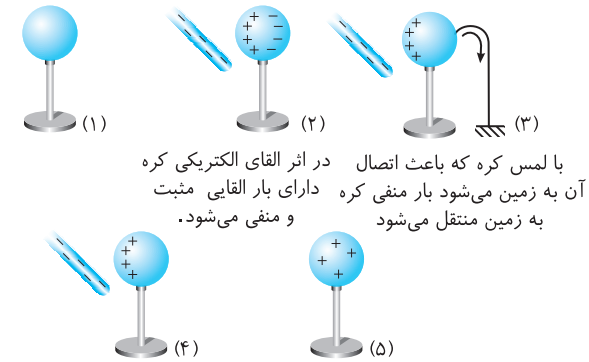
۴) رانش،


گزینهٔ ۳

A ۱۰۰۱ ۳

با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، پلاستیک پایین‌تر از پشم است و الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش این دو به هم پلاستیک دارای بار منفی می‌شود. اکنون به شکل دقت کنید که در آن‌ها مراحلی که مسئله بیان کرده رسم شده‌اند.

انتهای مثبت سری
پشم
پلاستیک
انتهای منفی سری



با لمس کره که باعث اتصال آن به زمین می‌شود بار منفی کره به زمین منتقل می‌شود

در اثر القای الکتریکی کره دارای بار القایی مثبت و منفی می‌شود.

بار دور کردن میلهٔ پلاستیکی بار مثبت در سطح کره پخش می‌شود.

دست خود را دور می‌کنیم.

بنابراین کره دارای بار مثبت می‌شود.

نکته همواره در این نوع باردار کردن جسم رسانا، بار جسم ناهمنام با بار میله خواهد شد.

A ۱۰۰۲ ۳

گزاره (الف): اجسام رسانا دارای بار آزاد هستند. از این‌رو با روش القا می‌توان آن‌ها را باردار کرد. اجسام نارسانا به روش القا باردار نمی‌شوند. بنابراین گزاره (الف) درست است.

گزاره (ب): در سری الکتریسیته مالشی هر چه جسمی پایین‌تر باشد، الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش بار آن منفی شده و الکترون می‌پذیرد. و گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): کوانتیده بودن بار یعنی بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است و جملهٔ بیان شده در گزارهٔ (پ) مربوط به اصل پایستگی بار است، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۰۰۳ ۴

هر گاه یک جسم باردار را به یک جسم بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی همواره رباییش رخ می‌دهد. اما چگونه؟

اگر یک جسم رسانا یا نارسانای باردار را به یک جسم رسانای بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی در جسم رسانای بدون بار که دارای بار آزاد است، بار مثبت و منفی القایی بوجود می‌آید. (شکل (۱)) که چون بارهای ناهمنام به هم نزدیک‌تر از بارهای همنام هستند رباییش الکتریکی از رانش قوی‌تر است و جسم باردار و جسم بدون بار به هم نیروی رباییش الکتریکی وارد می‌کنند.



شکل (۱)

اگر جسم خنثی نارسانا باشد، در اثر حضور جسم باردار در اثر القا در آن قطبیدگی رخ می‌دهد که سبب رباییش الکتریکی می‌شود.



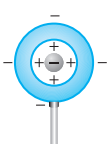
شکل (۲)

A ۱۰۰۴ ۲

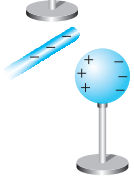
خط فکری ۱ هرگاه جسم بارداری در نزدیکی کرهٔ رسانا قرار بگیرد در اثر القای الکتریکی بار همنام با جسم، در دورترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی رانشی بین بارهای همنام) و بار ناهمنام با جسم در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی رباییشی بین بارهای ناهمنام.)

خط فکری ۲ همواره در اتصال به زمین بار همنام با میله باردار در حضور میله توسط زمین خنثی می‌شود و جسم دارای بار ناهمنام با میله باردار می‌شود.

در شکل (الف): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با ذرهٔ منفی است، در نزدیک‌ترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح داخلی آن قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با ذرهٔ منفی است، در دورترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد.



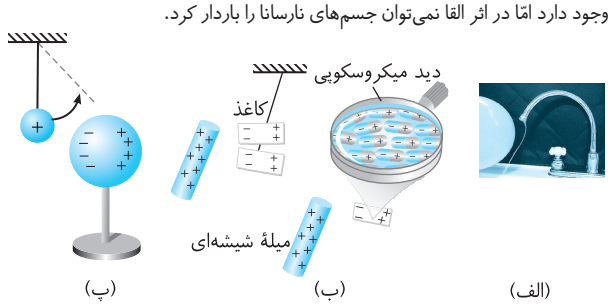
در شکل (ب): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با جسم باردار منفی است در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت چپ کره قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با جسم باردار منفی است در دورترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت راست کره قرار می‌گیرد. با اتصال کره‌ها به زمین بارهای منفی که با بار ذره و میله همنام هستند به زمین منتقل می‌شوند اما بارهای مثبت کره‌ها توسط بار منفی ذره و میله جذب شده و باقی می‌مانند و پوسته و کره دارای بار مثبت می‌شوند.



A ۲ ۱۰۰۵

روش باردار کردن به روش القا فقط در رساناها استفاده می‌شود. در واقع در نارساناها بارهای مثبت و منفی جسم از هم جدا نمی‌شوند و مولکول‌های دو قطبی آن‌ها تحت تأثیر میدان تا حدودی چرخیده و در راستای میدان جهت‌گیری می‌کنند یعنی نارسانا قطبیدگی پیدا می‌کند. پس تنها برای شکل (پ) می‌توان به وسیلهٔ القا و اتصال کرهٔ فلزی به زمین در آن بار منفی ایجاد کرد.

نکته القا یعنی اثرگذاری از دور، در شکل‌های (الف) و (ب) نیز این اثرگذاری وجود دارد امّا در اثر القا نمی‌توان جسم‌های نارسانا را باردار کرد.



A ۴ ۱۰۰۶

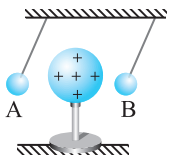
خط فکری هر گاه دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار ناهمنام هستند. اما اگر دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را جذب کنند ممکن است هر دو باردار باشند و یا یکی از آن‌ها باردار و دیگری بدون بار باشد. یعنی شما از رابیش الکتریکی دو جسم اطلاعات کاملی به‌دست نمی‌آورید، اما از رانش الکتریکی می‌توانید بفهمید که دو جسم دارای بار همنام هستند.

جسم‌های A و B یکدیگر را می‌رانند. بنابراین قطعاً یکی از آن‌ها باردار است. جسم‌های B و C یکدیگر را می‌رانند، بنابراین قطعاً هر دو باردار و دارای بار همنام هستند. در این صورت جسم B قطعاً باردار است و جسم A ممکن است باردار یا بدون بار باشد.

B ۳ ۱۰۰۷

با توجه به شکل هر دو کره یکدیگر را جذب کرده‌اند و بر هم نیروی رابیش الکتریکی وارد می‌کنند، بنابراین یکی از آن‌ها یا هر دو باردار هستند. اما با وصل و سپس قطع کلید، دو کره به حالت قائم درآمده‌اند، یعنی جاذبهٔ الکتریکی بین آن‌ها از بین رفته است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که کرهٔ A دارای بار الکتریکی بوده و با اتصال به زمین بار خود را از دست داده و کرهٔ B از ابتدا بدون بار بوده به همین دلیل وقتی A بدون بار شده است رابیش الکتریکی از بین رفته است. $|q_A|\neq 0$ و $q_B=0$ در این صورت $q_Aq_B=0$.

بازی با سوال **وضعیت قرارگیری دو آونگ A و B به صورت مقابل است. کدام گزینه الزاماً درست است؟**



۱) بار آونگ A مثبت است.
۲) بار آونگ A منفی است.
۳) بار آونگ B مثبت است.
۴) بار آونگ B منفی است.

گزینهٔ ۱

A ۲ ۱۰۰۸

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی موجود در مجموعه دو جسم نباید از بین برود و یا به‌وجود آید. بنابراین مجموعه بارهای الکتریکی اولیهٔ موجود در آن‌ها با مجموع بارهای الکتریکی ثانویه موجود در آن‌ها یکسان و برابر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\Rightarrow(+3)+(-7)=(-1)+q'_B\Rightarrow q'_B=-3\mu C$$

A ۲ ۱۰۰۹

نکته هر گاه دو جسم رسانا و مشابه و باردار با بار q_1 و q_2 با هم تماس یابند، دو جسم با هم بار الکتریکی مبادله می‌کنند تا لحظه‌ای که بار آن‌ها با هم برابر شود، در این صورت بار هر جسم میانگین بار دو جسم در حالت اول است.

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

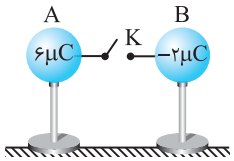
کره‌ها مشابه و رسانا هستند، بنابراین با بستن کلید آن‌قدر بین دو کره بار مبادله می‌شود تا بار کره‌ها برابر شود. از این‌رو:

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{12+20}{2}=16\mu C$$

بار کرهٔ A از $+20\mu C$ به $+16\mu C$ تغییر کرده است، یعنی $+20-16=+4\mu C$ بار از A به B منتقل شده و بار کرهٔ B را از $+12\mu C$ به $+16\mu C$ رسانده است. در واقع الکترون از کره B به کرهٔ A شارش کرده است و تعداد الکترون‌های شارش شده از B به A برابر است با:

$$\Delta q=ne\Rightarrow n=\frac{\Delta q}{e}=\frac{4\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=2/5\times10^{13}\ \text{الکترون}$$

بازی با سوال **مطابق شکل زیر کره‌های فلزی مشابه A و B بر روی پایه‌های عایقی قرار دارند. اگر سیم رابط دو کره را ببندیم ..... از کره ..... به کره ..... منتقل می‌شود.** $(e=1/6\times10^{-19}C)$

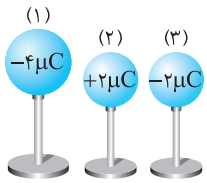


۱) ۱ الکترون، A، B
۲) ۱ پروتون، B، A
۳) $2/5\times10^{13}$ الکترون، A، B
۴) $1/25\times10^{13}$ پروتون، A، B

گزینهٔ ۳

A ۳ ۱۰۱۰

چون گوی‌های (۲) و (۳) مشابه‌اند، بنابراین بعد از تماس، بار آن‌ها با هم برابر می‌شود که آن را با q' نشان می‌دهیم. اگر بار گوی (۱) را بعد از تماس با q'_1 نشان دهیم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:



$$q_1+q_2+q_3=q'_1+q'_2+q'_3\Rightarrow(-4)+2+(-2)=-2+q'+q'$$
$$\Rightarrow-4=-2+2q'\Rightarrow2q'=-2\Rightarrow q'=-1\mu C$$

B ۱ ۱۰۱۱

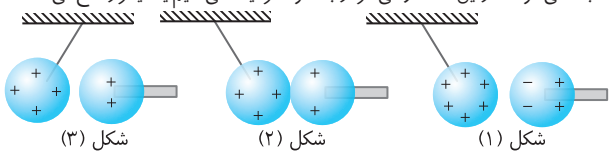
با توجه به پایستگی بار الکتریکی مجموع بار کره‌ها قبل و بعد از تماس یکسان است:

$$\underbrace{q_1+q_2+q_3+q_4+q_5}_{\text{قبل از تماس}}=\underbrace{q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5}_{\text{بعد از تماس}}$$
$$4+(-3)+(-8)+12+2=q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5$$
$$7\mu C=q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5$$

A ۱ ۱۰۱۲

هنگام نزدیک شدن کره فلزی خنثی به گلوله، در اثر القا، کره دارای بار مثبت و بار منفی القایی می‌شود. چون مطابق شکل بارهای ناهمنام کره و گلوله به هم نزدیک‌تر هستند، نیروی رابیش از رانش قوی‌تر است و گلوله جذب کره می‌شود.

پس از تماس کره با گلوله، مقداری از بار گلولهٔ فلزی به کره منتقل شده و هر دو دارای بار مثبت می‌شوند. در این حالت وقتی کره را به گلوله نزدیک می‌کنیم یکدیگر را دفع می‌کنند.



B ۴ ۱۰۱۳

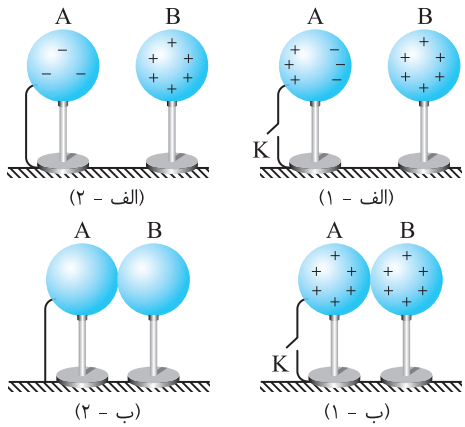
یادآوری به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یکدیگر را می‌توان بر اساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) معلوم کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

با مالش پارچهٔ ابریشمی با سرب چون در سری الکتریسیته مالشی، سرب بالاتر از ابریشم است، سرب مثبت و پارچه ابریشمی منفی می‌شود. همچنین آلومینیوم پایین‌تر از پارچهٔ ابریشمی است و با مالش این دو به هم، آلومینیوم منفی و پارچه ابریشمی مثبت می‌شود.

پس دو کره پس از مالش با پارچه ابریشمی بار ناهمنام پیدا می‌کنند. ابتدا کره‌ها به سوی هم جذب می‌شوند و با توجه به فرض سؤال $R>>r$ و ناچیز بودن جرم کره‌ها، دو کره با هم تماس پیدا می‌کنند. چنانچه بار کره‌ها برابر باشد یکدیگر را خنثی می‌کنند و کره‌ها از هم دور می‌شوند و در فاصله r از هم قرار می‌گیرند. در این صورت پاسخ گزینهٔ (۳) است و اگر اندازهٔ بار یک کره بیشتر باشد، پس از تماس بار آن‌ها همنام شده و به خاطر نیروی دافعه در فاصلهٔ بیشتری از r قرار می‌گیرند. یعنی پاسخ گزینه (۱) می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

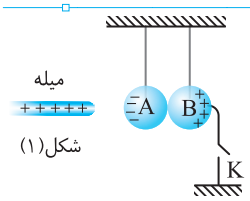
A ۱۰۱۴ ۳

شکل (الف): کرهٔ B دارای بار مثبت است و در نزدیکی کرهٔ خنثی A قرار دارد. در اثر القای الکتریکی کرهٔ A دارای بار القایی می‌شود به گونه‌ای که سمت نزدیک B دارای بار منفی و سمت دورتر آن دارای بار مثبت می‌شود. با بستن کلید بارهای مثبت کرهٔ A به زمین منتقل می‌شوند و کرهٔ A دارای بار منفی می‌شود. (البته شما می‌توانید بگویید که الکترون از زمین به کرهٔ A منتقل شده و بارهای مثبت A را خنثی کرده است) و پس از باز کردن کلید، کرهٔ A هم‌چنان دارای بار منفی است. شکل (ب): دو کره در تماس با هم هستند، بنابراین بخشی از بار مثبت کره B به A منتقل شده است و وقتی کلید K را می‌بندیم. تمام بار (مثبت) کره‌ها به زمین منتقل شده و هر دو کره خنثی می‌شوند.

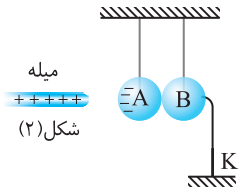


A ۱۰۱۵ ۲

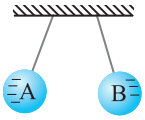
مرحله به مرحله، اتفاقات را بررسی می‌کنیم. با نزدیک کردن میله با بار مثبت به کرهٔ A، بار منفی در کرهٔ A و بار مثبت در کرهٔ B القا می‌شود (شکل (۱)).



با وصل کلید در حضور میله بارهای مثبت که می‌خواهند از بار مثبت میله تا جایی که ممکن است دور شوند به زمین منتقل می‌شوند (شکل (۲)).

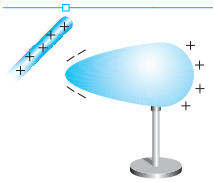


با باز کردن کلید و سپس دور کردن میله بار منفی از کره A به کره B می‌رود و دو کره مشابه دارای بار منفی یکسان می‌شوند و گزارهٔ (الف) درست است و به دلیل همنام بودن بار، دو کره بر یکدیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند، بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (پ) درست است.

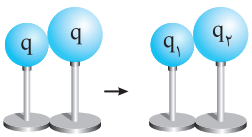


B ۱۰۱۶ ۱

یادآوری در پدیده القا توزیع بار به شکل و ابعاد اجسام بستگی ندارد.



در تماس دو جسم رسانای باردار هر چه یک جسم بزرگ‌تر باشد، بار بیشتری می‌گیرد. مانند شکل مقابل که دو کره با بار یکسان q به هم تماس داده شده‌اند، چون بارها در کره کوچک‌تر به هم نزدیک‌تراند دافعه بین آن‌ها بیشتر است و به سمت کره بزرگ‌تر می‌روند و این قاعده در مورد کره‌ها با بار نامساوی نیز صادق است که در نهایت بعد از تماس بار کره بزرگ‌تر همواره بیشتر است.



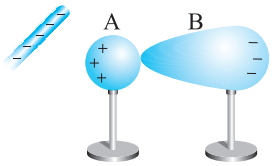
$q_1 < q \quad , \quad q_2 > q$

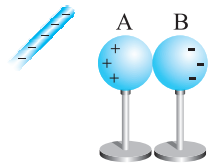
اگر دو کره رسانای مشابه با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را به یکدیگر تماس دهیم، مجموع بارهای الکتریکی q_1 و q_2 بین دو کره به صورت مساوی تقسیم می‌شود و برای به‌دست آوردن بار الکتریکی کره‌ها در حالت جدید داریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

دقت کنید که در این رابطه q_1 و q_2 با علامت جایگذاری می‌شوند.

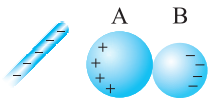
با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به جسم A، در اثر القا جسم A دارای بار مثبت و جسم B دارای بار همنام با میله یعنی بار منفی می‌شود. در مورد گوی C نیز همین اتفاق می‌افتد، چون شرایط مشابه است. بار q_B و بار q_C برابر خواهند شد.



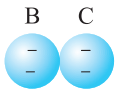


B ۱۰۱۷ ۴

با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به کرهٔ A، این کره دارای بار مثبت القایی و کرهٔ B دارای بار منفی القایی می‌شود که مقدار بار منفی کرهٔ B و بار مثبت کرهٔ A بنابر اصل پایستگی بار برابر است $(q_B = -q_A)$



اکنون در حضور میله کرهٔ B را جدا می‌کنیم و با تماس آن با کرهٔ C که با B مشابه است، نیمی از بار منفی کره B به کره C منتقل می‌شود و در نهایت خواهیم داشت:

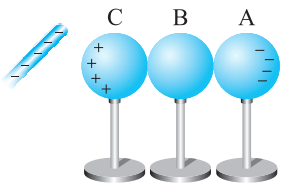


$q_B = q_C$

$$q_A = -2q_B = -2q_C \qquad (q_B = q_C)$$

B ۱۰۱۸ ۲

با نزدیک کردن میله با بار منفی، کره C دارای بار القایی مثبت، کره A دارای بار القایی منفی می‌شود وکره B خنثی است. اگر ابتدا کره A را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی باقی می‌ماند و با دور کردن میله بار مثبت کرهٔ C در کره‌های C و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد، پس گزاره (الف) درست است.



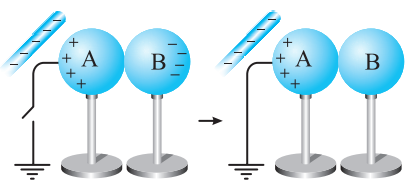
اگر میله و کره C را از کره‌های A و B دور کنیم، کره C دارای بار مثبت باقی می‌ماند و بار منفی کرهٔ A در کره‌های A و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد و گزاره (ب) درست است.

با توجه به شکل بارهای مثبت القاشده به واسطهٔ میله در کرهٔ C قرار گرفته و بارهای منفی القا شده به واسطهٔ میله در کرهٔ A تجمع می‌کنند. با جدا شدن A، بارهای منفی القاشده از مجموعه جدا شده و بار کرهٔ A منفی می‌شود و تنها بارهای مثبت القاشده در کرهٔ C باقی می‌ماند و کرهٔ B همچنان خنثی است. بنابراین اگر در حضور میله ابتدا کره A و سپس کره B را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت خواهد شد. بنابراین کرهٔ B بدون بار می‌ماند و هر سه کره باردار نبوده و گزاره (پ) نادرست است.

بار کره‌های A، B و C به ترتیب منفی، خنثی و مثبت است، و اگر در ابتدا کرهٔ B را جدا کنیم، کرهٔ B بدون بار بوده و بنابراین گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه دو گزاره (الف) و (ب) درست است و پاسخ گزینه (۲) است.

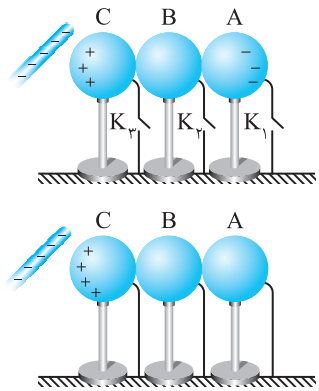
B ۱۰۱۹ ۴

یادآوری در شکل زیر هنگامی که میله باردار را به کره A نزدیک می‌کنیم، بار ناهمنام با بار میله در کره A و نزدیک‌ترین مکان به میله تجمع می‌کند و بار همنام با بار میله در کره B و دورترین مکان به میله تجمع می‌کند. بارهای جمع شده در کره A در اسارت میله باردار می‌باشند و اگر تماسی با کره A در حضور میله باردار رخ دهد بارهای کره A در جای خود ثابت می‌مانند، پس با وصل کلید K_1 بار کره A تغییر نمی‌کند اما بار کره B خنثی می‌شود.



در شکل نشان داده شده در مسأله، کره‌های A و C به‌ترتیب دارای بار القایی منفی و مثبت

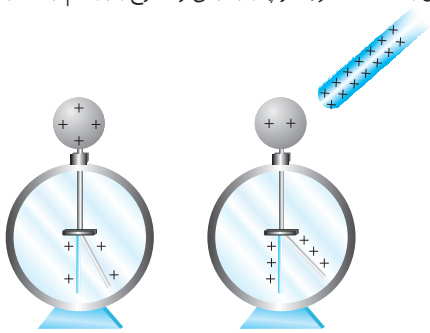
و کرهٔ B خنثی است. اگر در حضور میله هر یک از کلیدهای K_1 و K_2 و K_3 یا همهٔ آن‌ها را ببندیم، بار منفی کره A به زمین منتقل می‌شود و کره‌های A و B بدون بار می‌شوند و تنها بار مثبت کرهٔ C در اسارت بار منفی میله باقی می‌ماند. با باز کردن کلیدها و سپس دور کردن میله باردار، بار مثبت کره C بین سه کره توزیع می‌شود و هر سه کره دارای بار مثبت می‌شوند.

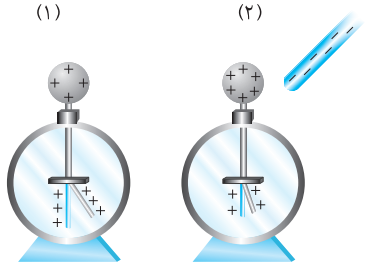


A ۱۰۲۰ ۴

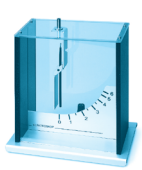
الف) با نزدیک کردن یک جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القا، کلاهک و ورقه‌های الکتروسکوپ دارای بار القایی شده و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند. بنابراین به کمک الکتروسکوپ می‌توان باردار بودن جسم را تشخیص داد.

ب) اگر به یک الکتروسکوپ که از قبل باردار شده است و نوع بار آن معلوم است، مثلاً می‌دانیم که دارای بار مثبت است، یک جسم باردار را **به آرامی** نزدیک کنیم، اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ همنام باشد، در اثر دافعهٔ بارهای همنام تعدادی از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل شده بار ورقه‌ها بیشتر شده و از هم دور می‌شوند و این نشان می‌دهد که بار جسم مثبت است به طور کلی اگر هنگام نزدیک کردن آرام جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور شوند بار جسم همنام با بار الکتروسکوپ است و اگر ورقه‌ها به هم نزدیک شوند بار جسم ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. بنابراین به کمک الکتروسکوپ باردار می‌توان نوع بار جسم را تشخیص داد.


(۱) (۲)

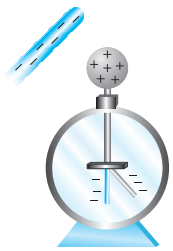

(۱) (۲)

اگر یک جسم رسانای بدون بار را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، الکتروسکوپ بدون بار می‌شود و اگر یک جسم عایق را به کلاهک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، تغییر محسوسی در الکتروسکوپ رخ نمی‌دهد. بنابراین می‌توان رسانا و نارسانا بودن جسم را نیز مشخص کرد و گزاره (پ) نیز درست است. اگر از یک الکتروسکوپ مدرج مطابق شکل استفاده کنیم، می‌توان مقدار بار را برای مقادیر کوچک بار مشخص کرد.

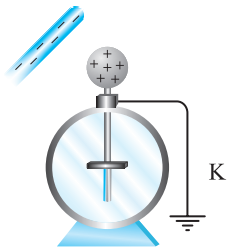

تصویری از یک الکتروسکوپ درجه‌بندی شده

A ۱۰۲۱ ۴

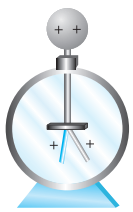
وقتی میله باردار نزدیک الکتروسکوپ است، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت القایی و ورقه‌های آن دارای بار منفی القایی است.



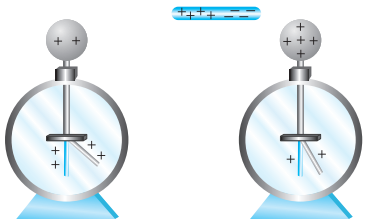
اگر کلید را ببندیم، بارهای منفی ورقه‌ها به زمین منتقل شده و بارهای مثبت کلاهک که اسیر بارهای منفی میله هستند، باقی می‌مانند و ورقه‌ها بسته می‌شود.



با باز کردن کلید، کلاهک هم‌چنان دارای بار مثبت است و بار دور کردن میله مقداری از بار کلاهک به ورقه منتقل شده و ورقه‌های الکتروسکوپ با انحراف کمتری نسبت به حالت قبل از هم باز می‌شوند.



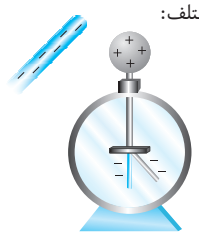
حال با نزدیک شدن میلهٔ خنثی به الکتروسکوپ به دلیل القا، در سمت نزدیک‌تر میله، به الکتروسکوپ بار منفی القا شده که باعث جذب بار مثبت از ورقه‌ها می‌شود و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد.



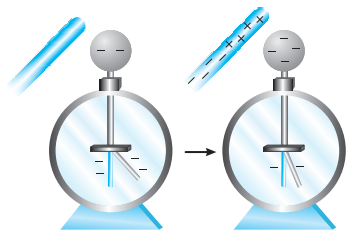
A ۱۰۲۲ ۱

یادآوری طرز استفاده از الکتروسکوپ در حالت‌های مختلف:

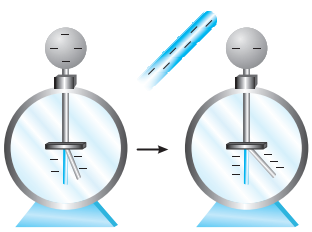
۱ اگر جسمی باردار به یک الکتروسکوپ بدون بار نزدیک شود، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار ناهمنام و ورقه‌ها دارای بار همنام با بار جسم شده و ورقه‌ها هم باز می‌شوند.



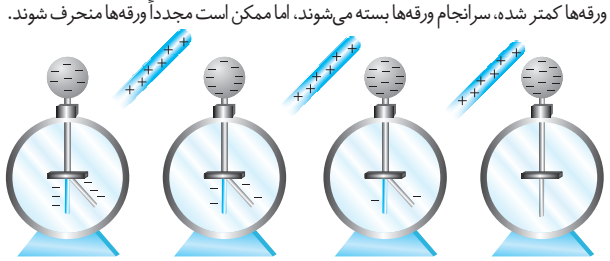
۲ اگر جسمی بدون بار به یک الکتروسکوپ باردار نزدیک شود، به دلیل القا بار مخالف بار کلاهک در قسمت نزدیک‌تر میله به کلاهک ایجاد می‌شود و وجود این میله بارهای بیشتری را روی کلاهک القا می‌کند، پس بار در ورقه‌ها کمتر شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.



۳ اگر به یک الکتروسکوپ باردار، جسمی با بار همنام با آن را به آرامی نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر می‌شود در این صورت مشخص می‌شود که جسم دارای بار همنام با الکتروسکوپ بوده است.



۴ اگر جسم بارداری را به آرامی به یک الکتروسکوپ باردار، نزدیک کنیم و شاهد کم شدن انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ باشیم، می‌فهمیم جسم دارای بار ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. در این حالت اگر بار جسم زیاد باشد، هر چه جسم به الکتروسکوپ نزدیک‌تر می‌شود انحراف ورقه‌ها کمتر شده، سرانجام ورقه‌ها بسته می‌شوند، اما ممکن است مجدداً ورقه‌ها منحرف شوند.



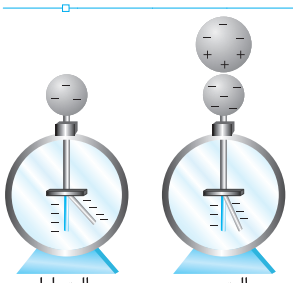
الکتروسکوپ دارای بار منفی است و برای آنکه ورقه‌ها به هم نزدیک شوند باید میلهٔ آلومینیمی با دستهٔ عایق دارای بار ناهمنام با الکتروسکوپ شود. یعنی میلهٔ آلومینیمی باید دارای بار مثبت باشد، در جدول سری الکتریسیته مالشی اجسام پایینی الکترون‌خواهی بیشتری دارند یعنی باید میلهٔ آلومینیمی را باید با جسمی مالش دهیم که تمایل به گرفتن الکترون دارد یعنی این جسم باید در جدول پایین‌تر از آلومینیم باشد.

A ۱۰۲۳ **۴**

بار الکتریکی الکتروسکوپ مثبت است و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورند (منحرف شده‌اند). اگر بار منفی به کلاهک نزدیک کنیم مقداری بار مثبت از ورقه‌ها به دلیل جاذبهٔ بار منفی به کلاهک می‌روند و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود. البته این در حالتی است که بار منفی کمتر از بار مثبت الکتروسکوپ باشد. اگر بار منفی میله اندکی از بار مثبت الکتروسکوپ بیشتر باشد، می‌تواند در یک فاصلهٔ معین تمام بارهای مثبت ورقه‌ها را به سوی کلاهک بکشد و ورقه‌ها بدون بار شده و به هم بچسبند و اگر بار منفی میله از بار مثبت الکتروسکوپ بسیار بیشتر باشد، با نزدیک کردن آرام میله به کلاهک، بارهای مثبت ورقه به سمت کلاهک رفته، انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و با نزدیک‌تر کردن میله، ورقه‌ها چسبیده و وقتی میله به کلاهک خیلی نزدیک شود ورقه‌ها این بار دارای بار منفی شده و یکدیگر را می‌رانند که ممکن است انحراف ورقه‌ها از حالت اول نیز بیشتر شود.

A ۱۰۲۴ **۱**

با نزدیک کردن کرهٔ فلزی خنثی، در کره بار مثبت و منفی القایی به‌وجود می‌آید. سمتی از کره که نزدیک کلاهک است دارای بار ناهمنام با بار کلاهک شده و مطابق شکل بارهای ناهمنام الکتروسکوپ و کره به هم نزدیک‌ترند و برایش از رانش بارهای همنام کره و کلاهک بیشتر بوده، مقداری بار از ورقه به کلاهک منتقل شده و انحراف ورقه‌ها به آرامی کم می‌شود.



حالت اول حالت دوم

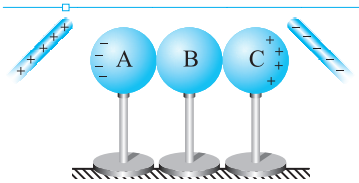
A ۱۰۲۵ **۳**

با تماس میله به کلاهک الکتروسکوپ خنثی مقداری از بار میله به الکتروسکوپ منتقل می‌شود، الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌ها از هم فاصله می‌گیرند. حال با نزدیک شدن مجدد میله که دارای بار منفی است به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القای الکتریکی بارهای منفی بیشتری از کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود و فاصله بین ورقه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین $\beta > \alpha$ است.

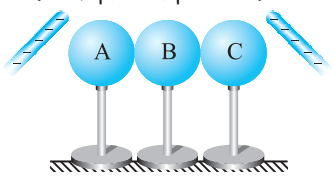
پنجره دو جداره

B ۱۰۲۶ **۳**

در حضور میله‌ها بار الکتریکی القایی به صورت شکل روبه‌رو ایجاد می‌شود. در این حالت کرهٔ A بار منفی، کرهٔ B خنثی و کرهٔ C دارای بار مثبت است و اگر در حضور میله‌ها، کره‌ها را از هم دور کنیم. کرهٔ B هم‌چنان خنثی خواهد بود.



بازی با سؤال **سه کرهٔ فلزی A، B و C کاملاً مشابه و خنثی از نظر الکتریکی روی پایه‌های عایق قرار دارند. مطابق شکل هم‌زمان دو میله با بارهای هم‌اندازه و همنام در فاصله‌های یکسانی از کره‌های A و B و C قرار می‌گیرند. اگر در حضور میله‌ها سه گوی را از هم جدا کنیم، بار کرهٔ B کدام است؟**



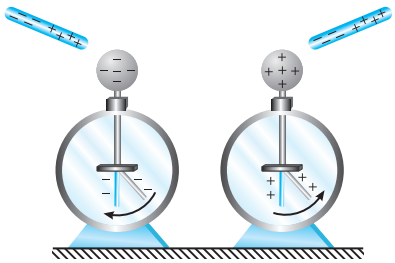
۱) خنثی **۲)** مثبت

۳) منفی **۴)** ابتدا منفی سپس خنثی

گزینهٔ ۳

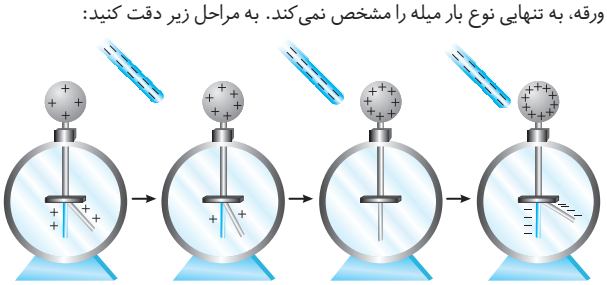
C ۱۰۲۷ **۳**

به شکل‌های (۱) و (۲) بعد از نزدیک کردن میله دقت کنید، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۱) افزایش و انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۲) کاهش یافته است. بنابراین قطعاً این میله خنثی نیست زیرا با نزدیک شدن میله خنثی به دلیل القا، بار ناهمنام با کلاهک در سمت نزدیک به آن در میله ایجاد شده که با توجه به نیروی رباییش بین بارها مطابق شکل‌های زیر بار ورقه‌ها کاهش یافته و زاویهٔ بین ورقه‌ها در هر دو شکل کاهش می‌یابد.



(۲) (۱)

اگر بار میله همنام با بار الکتروسکوپ باشد، وقتی آن را به الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم در اثر دافعهٔ بین بارهای میله و بارهای کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود که باعث افزایش زاویهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۲) ممکن است درست باشد. چرا می‌گوییم ممکن است؟ فرض کنید بار میله با بار الکتروسکوپ ناهمنام باشد و بار میله نسبت به بار الکتروسکوپ بسیار زیاد باشد، پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد. اگر میله را به کلاهک به آرامی نزدیک کنید شاهد خواهید بود که میله بارهای الکتروسکوپ را به سوی خود می‌کشد و انحراف ورقه‌ها به دلیل از دست دادن بار کم می‌شود و ممکن است ورقه‌ها بسته شوند اما به دلیل زیاد بودن بار میله همچنان به جذب بار ناهمنام از ورقه‌ها ادامه می‌دهد و این بار ورقه‌ها از هم باز می‌شوند و ممکن است انحراف از حالت اول نیز بیشتر باشد. یعنی افزایش انحراف ورقه، به تنهایی نوع بار میله را مشخص نمی‌کند. به مراحل زیر دقت کنید:

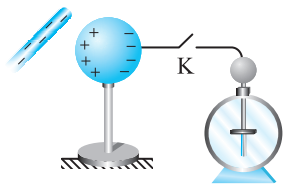


(۱) بدون حضور میله (۲) کم شدن انحراف (۳) بسته شدن باز شدن مجدد

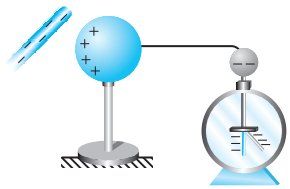
بنابراین لزومی ندارد گزینه (۲) درست باشد، هر چند ممکن است. اگر با نزدیک کردن میله انحراف ورقه‌ها کمتر شود، قطعاً بار میله و الکتروسکوپ ناهمنام‌اند و گزینهٔ (۳) الزاماً درست است.

C ۱۰۲۸ ۱

با نزدیک‌شدن میله به کره در دو سوی کره بار القایی مثبت و منفی ایجاد می‌شود (شکل (۱))

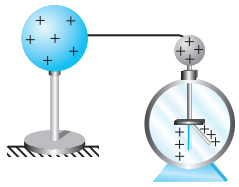


با وصل کلید بارهای همنام با میله از سمت راست کره به الکتروسکوپ منتقل می‌شوند و الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌های آن از هم دور می‌شود و کره دارای بار مثبت و الکتروسکوپ دارای بار منفی خواهد بود.



بازی با سؤال در شکل زیر کره و الکتروسکوپ دارای بار مثبت‌اند. حال اگر یک میلهٔ رسانای خنثی به کره نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ورقه‌ها از هم دورتر می‌شوند.
۲) ورقه‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.
۳) فاصلهٔ ورقه‌ها تغییر نمی‌کند.
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.



گزینهٔ ۲

B ۱۰۲۹ ۲

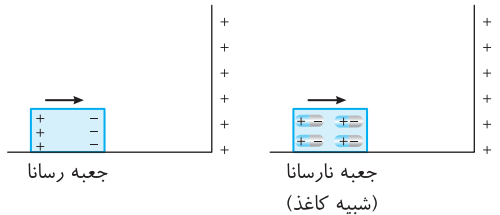
هر گاه به یک جسم دارای بار مثبت الکترون داده شود، الکترون، بار مثبت جسم را کاهش می‌دهد، زیرا بار منفی الکترون بارهای مثبت جسم را خنثی می‌کند. بنابراین باید بار نهایی کمتر از بار اولیه باشد، اما در صورت مسئله بیان شده مقدار بار نهایی ۳ برابر بار اولیه است یعنی، مقدار الکترون‌هایی که به جسم داده‌ایم آن قدر زیاد است که جسم نه تنها خنثی شده بلکه دارای بار منفی شده است، بنابراین اگر بار اولیه q باشد باید مقدار بار منفی داده شده به جسم $q'=-۴q$ باشد تا بار نهایی سه برابر بار اولیه شود:

$$q'=-۴q \xrightarrow{q'=-ne} -۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۴q\Rightarrow q=۲\times۱۰^{-۶}C=۲\mu C$$

B ۱۰۳۰ ۲

یادآوری یک جسم باردار بر تمام اجسام چه باردار و چه بدون بار نیروی ربایش الکتریکی وارد کرده آن‌ها را جذب می‌کند.

وقتی جعبه با سرعت v به سوی صفحه پرتاب می‌شود، به دلیل باردار بودن صفحه، بار القایی در جعبه ایجاد می‌شود و سمتی که نزدیک صفحهٔ باردار است دارای بار ناهمنام با صفحه می‌شود و این امر سبب می‌گردد که بین جعبه و صفحه نیروی جاذبهٔ الکتریکی ایجاد شده و سرعت جعبه افزایش یابد. $(v'>v)$



C ۱۰۳۱ ۱

خط فکری با گرفتن الکترون از جسم B، بار مثبت جسم B افزایش می‌یابد و با انتقال الکترون‌ها به کرهٔ A، بار مثبت کرهٔ A کاهش می‌یابد. بنابراین ابتدا باید مشخص کنیم $\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}$ الکترون چند کولن است و با انتقال این بار، مقدار این بار را به بار کرهٔ B اضافه و از بار کرهٔ A کم کنیم.

۱ مقدار بار انتقال یافته توسط الکترون‌ها برابر است با:

$$q=-ne=-\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۳\times۱۰^{-۶}C=-۳\mu C$$

۲ با انتقال این بار از کرهٔ B بار کرهٔ B برابر $q'_B=q_B+|q|$ و بار کرهٔ A برابر $q'_A=q_A-|q|$ خواهد شد. اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$q'_B=q_B+|q| \xrightarrow{q'_B=۱/۵q'_A} ۱/۵q'_A=q_B+|q|$$
$$q'_A=q_A-|q| \xrightarrow{q_A=۱/۵q_B} q'_A=۱/۵q_B-|q|$$

معادلهٔ بالایی را در عدد ۱/۵ را ضرب کرده دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

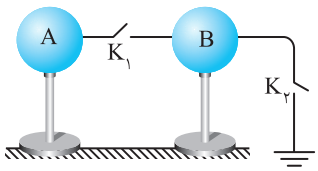
$$۲/۲۵q'_A=۱/۵q_B+|q|$$
$$q'_A=۱/۵q_B-|q|$$
$$۱/۲۵q'_A=۲/۵|q|\Rightarrow q'_A=۲|q|=۲\times|-۳|=۶\mu C$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{q'_A=q_A-|q|} q=q_A-۳\Rightarrow q_A=۹\mu C \\ \longrightarrow q_A=۱/۵q_B\Rightarrow q=۱/۵q_B\Rightarrow q_B=۶\mu C \end{cases}$$

B ۱۰۳۲ ۴

با تماس گلوله با یکی از صفحه‌ها گلوله دارای بار همنام با آن صفحه شده و از بار آن صفحهٔ می‌کاهد و توسط آن صفحه رانده می‌شود و از سوی صفحه دیگر جذب می‌گردد و به آن برخورد می‌کند و بار آن توسط بخشی از بار صفحه خنثی می‌شود و از آن صفحه نیز بار دریافت می‌کند، پس مقداری از بار آن صفحه را هم کم می‌کند و مجدداً از صفحه رانده می‌شود و این عمل آن قدر تکرار می‌شود تا بعد از چندین رفت و برگشت بار صفحات و بار گلوله صفر شود. یعنی گلوله در فاصله کوتاه دو صفحه پس از چند نوسان به حالت تعادل برمی‌گردد.

B ۱۰۳۳ ۳

خط فکری کره‌ها مشابه هستند و در هر نوبت اتصال آن‌ها به هم (بستن کلید $K_۱$) بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود $(q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲})$ اما اگر کلید $K_۱$ را باز و $K_۲$ را ببندیم بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار می‌شود. با توجه به این مطالب مرحله به مرحله باید بار کره‌ها را تعیین کرد.



۱ کلید $K_۱$ را می‌بندیم. بار کره‌های A و B یکسان و برابر می‌شود با:

$$q_{A_۱}=q_{B_۱}=\frac{q_A+q_B}{۲}\Rightarrow q_{A_۱}=q_{B_۱}=\frac{۸۲+۴۶}{۲}\Rightarrow q_{A_۱}=q_{B_۱}=۶۴\mu C$$

۲ کلید $K_۱$ را باز و $K_۲$ را می‌بندیم. تمام بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A همچنان دارای بار $۶۴\mu C$ است.

۳ برای بار دوم $K_۲$ را باز می‌کنیم و برای بار دوم $K_۱$ را می‌بندیم

$$q_{A_۲}=q_{B_۲}=\frac{۶۴+۰}{۲}=۳۲\mu C$$

۴ $K_۱$ باز و برای بار دوم $K_۲$ را می‌بندیم. بار کرهٔ B به زمین منتقل می‌شود و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۳۲\mu C$ خواهد بود.

۵ $K_۲$ را باز می‌کنیم و برای بار سوم $K_۱$ می‌بندیم، مجدداً بار $۳۲\mu C$ بین دو کرهٔ مشابه به طور یکسان تقسیم می‌شود.

$$q_{A_۳}=q_{B_۳}=\frac{۳۲+۰}{۲}=۱۶\mu C$$

۶ برای بار سوم $K_۲$ را می‌بندیم. در این صورت بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و در نهایت کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۱۶\mu C$ خواهد بود.

پنجره ۲

A ۱۰۳۴ | ۳

ابتدا با توجه به قانون کولن فرمول را بر اساس k مرتب می‌کنیم.

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow Fr^2=kq_1q_2\Rightarrow k=\frac{Fr^2}{q_1q_2}$$

یکای نیرو در SI، نیوتون، یکای طول (r) متر و یکای بار الکتریکی کولن است. اکنون یکای آن‌ها را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم. یکای $k=N.m^2/C^2$

ثابت کولن را می‌توان بر حسب یک ضریب ثابت دیگر به نام ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0) نیز نوشت:

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Rightarrow\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k}$$

4π عدد ثابت و بدون یکا است، یکای k به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\varepsilon_0\text{ یکای}=\frac{1}{N.m^2/C^2}\Rightarrow\varepsilon_0\text{ یکای}=C^2/N.m^2$$

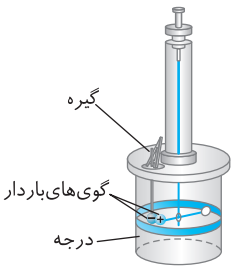
در واقع یکای k و ε_0 وارون یکدیگرند.

A ۱۰۳۵ | ۲

بنا به قانون کولن $F=kq_1q_2/r^2$، نیروی الکتریکی با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله دو بار نسبت وارون دارد.

A ۱۰۳۶ | ۱

ترازوی پیچشی کولن. در یک سر یک میلهٔ نارسانای سبک افقی یک گوی باردار مثبت کوچک و در سر دیگر آن، یک قرص قرار دارد و میله از وسط توسط یک رشته سیم کشسان و نازک آویخته شده است. یک گوی با بار منفی از حفره‌ای به داخل استوانهٔ شیشه‌ای برده می‌شود. درجه‌هایی بر سطح استوانه حک شده است که زاویهٔ چرخش میله را نشان می‌دهد. نیروی مؤثر بین این بارها از اندازه‌گیری زاویهٔ چرخش تا رسیدن به حالت تعادل به‌دست می‌آید.



A ۱۰۳۷ | ۱

رابطهٔ نیروی کولنی را نوشته و داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم. بار هر پروتون برابر بار بنیادی e است.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[r=6/4\times10^{-15}m]{|q_1|=|q_2|=1/6\times10^{-19}C}$$

$$F=9\times10^9\times\frac{1/6\times10^{-19}\times1/6\times10^{-19}}{6/4\times6/4\times10^{-30}}$$

$$F=\frac{9}{16}\times10\Rightarrow F=\frac{90}{16}=5/625N$$

بازی با سوال در اتم هلیم، دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $2\times10^{-15}m$ از هم درون هسته قرار دارند و دو الکترون هر یک به فاصلهٔ تقریبی $5\times10^{-11}m$ از مرکز هسته قرار گرفته‌اند. نیروی دافعهٔ الکتریکی درون هسته چند برابر نیروی جاذبهٔ الکتریکی‌ای است که هسته به هر الکترون وارد می‌کند؟ قلم‌چی

۱) $\frac{25}{8}\times10^8$ ۲) $\frac{25}{4}\times10^8$

۳) $\frac{5}{4}\times10^4$ ۴) $\frac{5}{2}\times10^4$

گزینهٔ ۱

A ۱۰۳۸ | ۴

کافی است داده‌های مسئله را در قانون کولن قرار دهید و مجهول مسئله را بیابید.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[q_1=4\times10^{-6}C]{F=40N,r=3\times10^{-2}m}$$

$$40=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}|q|}{9\times10^{-4}}\Rightarrow|q|=10^{-6}C\Rightarrow|q|=1\mu C$$

نیروی بین دو بار ربایشی است بنابراین دو بار ناهمنام هستند و $q=-1\mu C$ است.

A ۱۰۳۹ | ۴

با نوشتن قانون کولن و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، q_1 را می‌توان حساب کرد.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[q_2=5q_1]{F=0/02N,\,r=3m}0/02=9\times10^9\times\frac{5q_1\times q_1}{(3)^2}$$

$$\Rightarrow q_1^2=4\times10^{-12}\Rightarrow q_1=2\times10^{-6}C\Rightarrow q_1=2\mu C$$

A ۱۰۴۰ | ۲

یادآوری قانون سوم نیوتون: هر گاه جسم A نیروی F را بر جسم B وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که بار q بر بار Q وارد می‌کند، هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار Q بر بار q وارد می‌کند. $|F_{qQ}|=|F_{Qq}|=F$

A ۱۰۴۱ | ۳

یادآوری هر گاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو شتاب می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $a=\frac{F}{m}\Rightarrow F=ma$

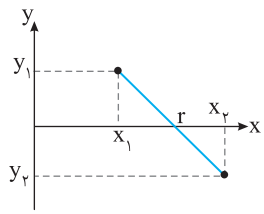
بنا به قانون سوم نیوتون نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذرهٔ A بر ذرهٔ B وارد می‌کند با نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذرهٔ B بر ذرهٔ A وارد می‌کند برابر و در خلاف جهت هم است، از این‌رو می‌توان نوشت: $|F_A|=|F_B|\Rightarrow m_A|a_A|=m_B|a_B|$

$$\Rightarrow\left|\frac{a_A}{a_B}\right|=\frac{m_B}{m_A}\Rightarrow\left|\frac{a_A}{a_B}\right|=3$$

A ۱۰۴۲ | ۳

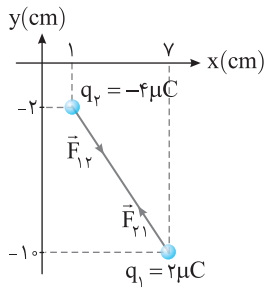
یادآوری فاصلهٔ دو نقطه روی صفحه xoy که دارای مختصات (x_1,y_1) و (x_2,y_2) هستند برابر است با:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



فاصلهٔ دو بار را حساب می‌کنیم:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10cm$$



بنا به قانون کولن نیروی بین دو بار برابر خواهد شد با:

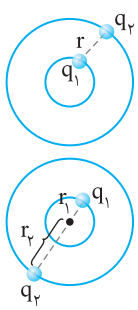
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{2\times4\times10^{-12}}{(10\times10^{-2})^2}=7/2N$$

مکان ذره‌ها را روی صفحه xoy مشخص می‌کنیم تا سمت نیرو مشخص شود. نیرویی که ذره q_1 به q_2 وارد می‌کند F_{12} می‌باشد که جهت آن به صورت ↘ است.

B ۱۰۴۳ | ۲

خط فکری مقدار بارها ثابت است بنابراین بیشینه نیروی وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار کمینه باشد و کمینه نیرو وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار بیشینه باشد. بنابراین شما باید کمینه فاصله بین دو بار و بیشینه فاصله را مشخص کنید سپس به کمک قانون کولن نیروهای بیشینه و کمینه را حساب کنید.



حالت اول: بیشینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار کمینه مقدار است که مطابق شکل $r_{min}=r_2-r_1$ است و بنا به قانون کولن خواهیم داشت:

$$F_{max}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{min}^2}=k\frac{|q_1||q_2|}{(6-3)^2}$$

حالت دوم: کمینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار مطابق شکل برابر است با: $r_{max}=r_1+r_2=3+6=9cm$

کمینه نیرو برابر خواهد شد با:

$$F_{min}=k\frac{|q_1||q_2|}{(r_{max})^2}=k\frac{|q_1||q_2|}{9^2}$$

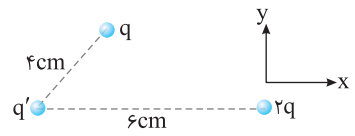
بنابراین:

$$\frac{F_{max}}{F_{min}}=\frac{k\frac{|q_1||q_2|}{3^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{9^2}}\Rightarrow\frac{F_{max}}{F_{min}}=9$$

B ۱۰۴۴ ۱

۱ اندازهٔ نیروی وارد بر بار q' توسط بار q را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F}=8\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow F=\sqrt{8^2+6^2}=10N$$



این نیرو با توجه به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 10=k\frac{qq'}{(4\times10^{-2})^2}\quad (1)$$

۲ نیرویی که بار $2q$ بر q' وارد می‌کند را با توجه به قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{q'|2q|}{(6\times10^{-2})^2}\quad (2)$$

۳ رابطه (۲) را بر رابطه (۱) تقسیم می‌کنیم.

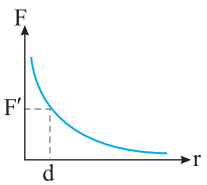
$$\frac{F'}{10}=\frac{\frac{kq'(2q)}{36\times10^{-4}}}{\frac{kqq'}{16\times10^{-4}}}\Rightarrow\frac{F'}{10}=\frac{32}{36}\Rightarrow F'=\frac{320}{36}=\frac{80}{9}N$$

میانبر استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای نیروی کولن:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}\times(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{F'}{10}=\frac{2qq'}{qq'}\times(\frac{4}{6})^2\Rightarrow F'=20\times\frac{4}{9}=\frac{80}{9}N$$

A ۱۰۴۵ ۳

بنا به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، نیروی کولنی با مربع فاصله نسبت وارون دارد. با توجه به صورت مسئله، مقدار دو بار تغییر نکرده و تنها فاصله تغییر کرده است. از این‌رو:



$$\begin{cases}F_1=k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}\\ F_2=k\frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\xrightarrow[F_2=2F']{F_1=F'}\frac{2F'}{F'}=(\frac{d}{r_2})^2\Rightarrow r_2=\frac{\sqrt{2}}{2}d$$

A ۱۰۴۶ ۲

خط فکری در این تست‌ها باید با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی را در دو حالت به‌دست آورده و با تقسیم آن‌ها نسبت خواسته شده را به‌دست بیاوریم. بارهای اولیه را q_1 و q_2 و فاصلهٔ دو بار را r می‌گیریم. در این صورت نیرویی که دو بار در حالت اول به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

در حالت دوم اندازهٔ هر بار سه برابر شده پس $q_1'=3q_1$ و $q_2'=3q_2$ و فاصلهٔ دو بار سه برابر شده بنابراین $r'=3r$ است. نیرو در حالت دوم خواهد شد:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{(r')^2}\Rightarrow F'=k\frac{(3q_1)(3q_2)}{(3r)^2}\Rightarrow F'=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

میانبر رابطهٔ قانون کولن را بنویسید و تغییرات را روی آن اعمال کنید. هر بار ۳ برابر شده، بالای هر بار ۳ برابر نوشتیم و فاصلهٔ ۳ برابر شده بنابراین نیرو $\frac{1}{9}$ می‌شود

اکنون $\frac{1}{9}\times3\times3=1$ خواهد شد.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

(۳ برابر، ۳ برابر، r^2 → ۹ برابر)

بازی با سوال **نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازهٔ یکی از بارها و همچنین فاصلهٔ بین دو بار نیز نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟** خارج تجربی - ۸۷

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

گزینهٔ ۲

A ۱۰۴۷ ۱

حالت اول: نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\times\frac{2\times2}{r^2}=k\frac{4}{r^2}\quad (1)$$

در حالت دوم: نصف بار یکی از کره‌ها را به دیگری منتقل کرده‌ایم، در این صورت اگر نصف بار $q_1=2\mu C$ یعنی $1\mu C$ را به $q_2=-2\mu C$ اضافه کنیم بار q_1 خواهد شد:

$$q_1'=2-1=1\mu C$$

مقدار بار $-2\mu C$ با دریافت $+1\mu C$ بار الکتریکی خواهد شد.

$$q_2'=-2+(1)=-1\mu C$$

نیروی بین دو بار در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r'^2}\xrightarrow[|q_1'|=|q_2'|=1\mu C]{r'=\frac{r}{2}}F'=k\times\frac{1\times1}{\frac{r^2}{4}}=k\frac{4}{r^2}\quad (2)$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص می‌شود که $F'=F$ و $\frac{F'}{F}=1$ است.

B ۱۰۴۸ ۲

نیروی بین دو بار الکتریکی را در حالت اول و حالت دوم با توجه به قانون کولن به‌دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

در حالت اول نیروی بین دو بار خواهد شد:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{q_1=q_2=q}0/02=k\frac{q^2}{r^2}\quad (1)$$

در حالت دوم نیروی بین دو بار برابر است با:

$$F'=k\frac{q_1'q_2'}{r'^2}\xrightarrow[r'=r]{q_1'=q,q_2'=q+2}0/03=k\frac{q(q+2)}{r^2}\quad (2)$$

رابطه (۱) و (۲) را برهم تقسیم می‌کنیم و مقدار q را حساب می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{q(q+2)}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{0/03}{0/02}=\frac{q^2+2q}{q^2}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{q^2+2q}{q^2}$$

$$\Rightarrow3q^2=2q^2+4q\Rightarrow q=4\mu C$$

میانبر می‌توان قانون کولن را به صورت مقایسه‌ای به کار برد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2$$

B ۴ ۱۰۴۹

خط فکری هر گاه به شما تعدادی الکترون داده شود باید مقدار بار این تعداد الکترون را حساب کنید، سپس مشخص کنید با انتقال این مقدار بار از یک ذره به دیگری، بار هر ذره چقدر می‌شود تا بتوانید به کمک قانون کولن نیروی بین آن‌ها را بررسی کنید.

۱ در حالت اول نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند به سمت راست و مقدار آن برابر است با:



$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{6\times2}{r^2}$$

۲ مقدار بار 5×10^{13} الکترون را حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow q=-5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-8\times10^{-6}C=-8\mu C$$

۳ وقتی بار $-8\mu C$ را از $q_1=2\mu C$ می‌گیریم بار آن خواهد شد:

$$q_1'=2-(-8)=+10\mu C$$

و بار $6\mu C$ با دریافت $-8\mu C$ خواهد شد:

$$q_2'=6+(-8)=-2\mu C$$

۴ نیرویی که ذره B (بار q_2) بر ذره A (q_1) در این حالت وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}=k\frac{10\times2}{r^2}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{10\times2}{r^2}}{k\frac{6\times2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{5}{3}$$

اما نیرویی که ذرهٔ B بر A وارد می‌کند نیروی ربایشی بین دو بار ناهمنام است، بنابراین این نیرو نیز به سمت راست است. در نتیجه:



$$\vec{F}'=\frac{5}{3}\vec{F}$$

B ۳ ۱۰۵۰

خط فکری ۱ ۲۵ درصد از بار q_1 یعنی $\frac{25}{100}q_1$ یا $\frac{1}{4}q_1$ را به بار q_2 منتقل کرده‌ایم. بنابراین ابتدا بارهای جدید هر یک را حساب می‌کنیم:

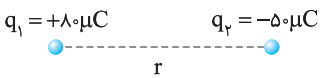
$$q_1'=q_1-\frac{1}{4}q_1=80-\frac{1}{4}\times80=60\mu C$$

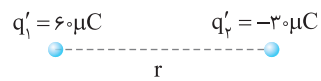
$$q_2'=q_2+\frac{1}{4}q_1=-50+\frac{1}{4}\times80=-30\mu C$$

نیرو را در دو حالت به‌دست می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$F_1=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},\ F_2=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}}{\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}=\frac{60\times30}{80\times50}=\frac{9}{20}\Rightarrow F_2=\frac{9}{20}F_1$$





خط فکری ۲ درصد تغییرات نیرو برابر $\frac{\Delta F}{F_1}\times100$ است که اگر حاصل آن مثبت باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد افزایش یافته و اگر حاصل آن منفی باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta F}{F_1}\times100=\frac{F_2-F_1}{F_1}\times100=\frac{\frac{9}{20}F_1-F_1}{F_1}\times100=-\frac{11}{20}\times100=-55\%$$

$\Rightarrow$ نیرو ۵۵ درصد کاهش یافته است.

B ۴ ۱۰۵۱

قرار است نیروی بین دو بار ۹۶٪ تغییر کند. دو حالت ممکن است یکی آنکه نیرو ۹۶٪ کاهش یابد و دیگری آنکه نیرو ۹۶٪ افزایش یابد.

حالت کاهش نیرو:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\xrightarrow{F'=F-0/96F=0/04F}k\frac{q_1q_2}{d'^2}=\frac{4}{100}k\frac{q_1q_2}{d^2}$$

$$d'^2=\frac{100}{4}d\Rightarrow d'=5d$$

در نتیجه گزینهٔ (۲) درست است.

حالت افزایش نیرو:

$$F'=F+0/96F=1/96F\Rightarrow F'=1/96F$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$k\frac{q_1q_2}{d'^2}=1/96k\frac{q_1q_2}{d^2}\Rightarrow d'^2=\frac{d^2}{1/96}$$

$$\Rightarrow d'=\frac{d}{1/4}\Rightarrow d'=\frac{5}{7}d$$

در نتیجه گزینهٔ (۱) نیز درست است، بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

B ۳ ۱۰۵۲

در حالت اول نیروی بین دو بار یکسان q برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{kq^2}{r^2}\quad(1)$$

در حالت دوم ۲۵٪ از بار الکتریکی یکی را به دیگری منتقل کرده‌ایم. در این صورت بارهای نقطه‌ای خواهند شد:

$$q_1'=q-0/25q=q-\frac{q}{4}=\frac{3}{4}q$$

$$q_2'=q+0/25q=q+\frac{q}{4}=\frac{5q}{4}$$

اکنون نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{|\frac{3}{4}q||\frac{5}{4}q|}{r^2}=\frac{15}{16}k\frac{q^2}{r^2}\quad(2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص است که:

$$F'=\frac{15}{16}F$$

B ۲ ۱۰۵۳

حالت اول: نیروی بین دو بار بنا به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q^2}{r^2}$$

حالت دوم: x درصد از بار یکی از بارها کم شده بنابراین بار آن خواهد شد:

$$q_1'=q-xq$$

و به همین اندازه به بار دیگر اضافه شده و بار آن خواهد شد:

$$q_2'=q+xq$$

فاصلهٔ بین دو بار ۲۵٪ افزایش یافته یعنی فاصلهٔ بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$r'=r+0/25r\Rightarrow r'=1/25r\Rightarrow r'=\frac{5}{4}r$$

نیروی بین دو بار ۵۲٪ کاهش یافته است، از این‌رو:

$$F'=F-0/52F\Rightarrow F'=0/48F$$

با توجه به قانون کولن خواهیم داشت:

$$k\frac{|q_1'||q_2'|}{r'^2}=\frac{48}{100}k\frac{q^2}{r^2}$$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{(q-xq)(q+xq)}{(\frac{5}{4}r)^2}=\frac{12}{25}\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow\frac{q^2-x^2q^2}{\frac{25}{16}r^2}=\frac{12}{25r^2}q^2$$

$$\Rightarrow\frac{16q^2(1-x^2)}{25r^2}=\frac{12q^2}{25r^2}\Rightarrow1-x^2=\frac{3}{4}\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{2}=50\%$$

بنابراین باید ۵۰٪ از یکی از بارها را به دیگری منتقل کنیم.

B ۲ ۱۰۵۴

نکته هر گاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد حاصل‌ضرب آن‌ها وقتی بیشینه می‌شود که دو عدد باهم برابر باشند.

ابتدا دقت کنید که دو بار یکدیگر را دفع می‌کنند یعنی همنام هستند. اما حل مسئله: از یکی از بارهای الکتریکی مقداری بر می‌داریم و به بار دیگر می‌دهیم بنابراین مجموع دو بار تغییر نکرده است. از طرفی در قانون کولن نیروی بین دو بار با حاصل‌ضرب دو بار رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین برای آنکه نیرو بیشینه شود باید حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود و برای اینکه حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود باید اندازهٔ دو بار یکسان شود. در این صورت بنا به اصل پایستگی بار می‌توان نوشت: $q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+۲q_۱}{۲}=\frac{۳}{۲}q_۱$

مقدار بار $q_۲=۲q_۱$ بعد از جابه‌جایی بار برابر $q'_۲=\frac{۳}{۲}q_۱$ شده است. در نتیجه مقدار بار جابه‌جا شده برابر است با: $q_۲-q'_۲=۲q_۱-\frac{۳}{۲}q_۱\Rightarrow\Delta q=\frac{۱}{۲}q_۱$

درصد بار جابه‌جا شده خواهد شد: $\frac{\Delta q}{q_۲}\times۱۰۰=\frac{\frac{۱}{۲}q_۱}{۲q_۱}\times۱۰۰=۲۵٪$

B ۴ ۱۰۵۵

دوباره صورت مسئله را بخوانید. معلوم نیست که دو کرهٔ فلزی هم‌اندازه هستند یا نه؟ و اینکه دارای بار همنام هستند یا دارای بار ناهمنام؟ بنابراین در مورد مقدار بار نهایی دو کره نمی‌توان اظهارنظر کرد و هر حالتی ممکن است اتفاق بیافتد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

اگر در صورت مسئله دو کرهٔ مشابه بودند نیز مسئله قابل حل نبود و هر سه حالت ممکن بود.

اگر دو کره دارای بار یکسان و همنام باشند با تماس آن‌ها به هم نیروی بین دو بار $F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ تغییر نمی‌کرد و $F'=F$ می‌شود.

اگر دو کره به‌طور مثال دارای بارهای همنام $q_۱=۲\mu C$ و $q_۲=۸\mu C$ بودند پس از برقراری تماس بار هر دو آن‌ها باهم برابر می‌شد $(q'_۱=q'_۲=\frac{۸+۲}{۲}=۵\mu C)$ در این صورت اگر نیروی بین دو بار در حالت اول و دوم را به‌دست بیاوریم مشخص است که $F'>F$ است. $F=k\frac{۲\times۸}{r^۲}$, $F'=k\frac{۵\times۵}{r^۲}\Rightarrow F'>F$

اگر دو کره دارای بارهای ناهمنام $q_۱=-۲\mu C$ و $q_۲=۸\mu C$ باشند بعد از تماس بار هر کره برابر می‌شد. $(q'_۱=q'_۲=\frac{۸+(-۲)}{۲}=۳\mu C)$ در این صورت حاصل‌ضرب دو بار در حالت اول $|q_۱||q_۲|=۸\times۲=۱۶$ از حاصل‌ضرب دو بار در حالت دوم $|q'_۱||q'_۲|=۳\times۳=۹$ بیشتر می‌شد یعنی $F'<F$ می‌شود، بنابراین همه حالت‌ها ممکن بود.

B ۴ ۱۰۵۶

خط فکری باید نیرو را در حالت اول بیابید و پس از تماس دو کره بار هر یک از آن‌ها را حساب کنید و مجدداً نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست آورده و درصد تغییر نیرو را حساب کنید. در حل این نوع مسائل که نیروها را باهم مقایسه می‌کنیم نیازی به تبدیل واحد نیست و تنها واحدها باید یکسان باشد. یعنی در هر دو حالت میکروکولن یا سانتی‌متر استفاده شود.

۱ نیروی بین دو کره را قبل از تماس حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F=k\frac{۱۵\times۵}{r^۲}$$

۲ بار دو کره مشابه بعد از تماس باهم برابر می‌شود.

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{۵+۱۵}{۲}\Rightarrow q'_۱=q'_۲=۱۰\mu C$$

۳ نیروی بین دو کره را بعد از تماس به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{r^۲}\Rightarrow F'=k\frac{۱۰\times۱۰}{r^۲}$$

۴ تغییر نیرو برابر است با:

$$\Delta F=F'-F=\frac{k\times۱۰۰}{r^۲}-\frac{k\times۷۵}{r^۲}=\frac{۲۵k}{r^۲}$$

۵ درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F}\times۱۰۰=\frac{۲۵\frac{k}{r^۲}}{۷۵\frac{k}{r^۲}}\times۱۰۰\simeq۳۳٪$$

B ۴ ۱۰۵۷

ابتدا بزرگی F را محاسبه می‌کنیم: $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=k\frac{۲q_۱^۲}{r^۲}$ (۱)

با توجه به اینکه قدرمطلق بار $q_۲$ را داشته و علامت آن مشخص نیست. پس دو حالت داریم:

حالت اول $q_۲=+۲q_۱$: در این حالت پس از تماس دو کره فلزی با هم بار کره‌های مشابه یکسان شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد: $q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{۳q_۱}{۲}$

نیروی بین دو بار را در این حالت به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{q'_۱q'_۲}{r^۲}\Rightarrow F'=k\frac{۹q_۱^۲}{۴r^۲}\quad(۲)$$

با توجه به فرض مسئله: $F'=nF\Rightarrow k\frac{۹q_۱^۲}{۴r^۲}=nk(\frac{۲q_۱^۲}{r^۲})\Rightarrow n=\frac{۹}{۸}$

حالت دوم $q_۲=-۲q_۱$: در این حالت پس از تماس دو کرهٔ فلزی باهم بار کره‌ها یکسان و بار هر یک خواهد شد: $q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{-q_۱}{۲}$

نیروی بین دو بار را حساب می‌کنیم: $F''=\frac{k\frac{q_۱}{۲}\times\frac{q_۱}{۲}}{r^۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{q_۱^۲}{r^۲}$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$F''=nF\Rightarrow\frac{۱}{۴}k\frac{q_۱^۲}{r^۲}=n(۲k\frac{q_۱^۲}{r^۲})\Rightarrow n=\frac{۱}{۸}$$

B ۲ ۱۰۵۸

حالت اول: قبل از تماس

با توجه به قانون کولن، نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow۰/۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱||q_۲|}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow q_۱q_۲=۳۶\times۱۰^{-۱۲}\quad(۱)$$

حالت دوم: بعد از تماس

نکته مهم در حل این مسئله این است که کره‌های مشابه فلزی دارای بار ناهمنام هستند و بار $q_۱$ مثبت و بار $q_۲$ منفی است و مقدار بار $q_۲$ از مقدار بار $q_۱$ بیشتر است و چون دو بار ناهمنام هستند باید برای یافتن مقدار بار کره‌ها پس از تماس تفاضل دو بار (جمع جبری دو بار) را حساب کرد. از این‌رو بار هر کره خواهد شد:

$$q'_۱=q'_۲=-\frac{|q_۲|-q_۱}{۲}$$

نیروی بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$F'=k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{r^۲}\Rightarrow۱/۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{(\frac{|q_۲|-q_۱}{۲})^۲}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow|q_۲|-q_۱=۱۶\times۱۰^{-۶}$$

$$|q_۲|=q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶}\quad(۲)$$

از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$q_۱(q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶})=۳۶\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_۱^۲+۱۶\times۱۰^{-۶}q_۱-۳۶\times۱۰^{-۱۲}=۰$$

$$(q_۱-۲\times۱۰^{-۶})(q_۱+۱۸\times۱۰^{-۶})\Rightarrow\begin{cases}q_۱=۲\mu C\\ q_۱=-۱۸\mu C\ \text{غ.ق.ق.}\end{cases}$$

B ۱۰۵۹ ۲

خط فکری در حل این مسئله باید به چند نکته دقت کنید. در ابتدا باید بدانید که نیروی بین دو بار ربایشی (جاذبه) است یعنی دو بار ناهمنام هستند. دوم اینکه پس از تماس دو گلوله، بار هر یک از آن‌ها $+۳\mu C$ شده است و مجموع بار پس از تماس برابر $+۳+۳=+۶\mu C$ است، سوم آنکه در ابتدا بار مثبت از بار منفی بیشتر بوده که پس از تماس، بار نهایی کره‌ها مثبت شده است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی بین دو بار قبل از تماس برابر است با:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\xrightarrow[F=۴N]{r=۳۰cm}۴=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱||q_۲|}{(۳\times۱۰^{-۱})^۲}\Rightarrow|q_۱||q_۲|=۴\times۱۰^{-۱۱}$$

۲ با توجه به فرض مسئله و اصل پایستگی بار و با توجه به ناهمنام بودن دو بار می‌توان نوشت: $q_۱-q_۲=+۶\mu C$

۳ با توجه به اینکه مجموع دو بار برحسب میکروکولن به‌دست آمده، بار هر ذره را برحسب میکروکولن می‌گیریم. در این صورت اگر بار $q_۱$ و $q_۲$ برحسب میکروکولن باشد، ضرب این دو بار باید ضریب $۱۰^{-۱۲}=۱۰^{-۶}\times۱۰^{-۶}$ بدهد:

$$|q_۱||q_۲|=۴\times۱۰^{-۱۱}=۴۰\times۱۰^{-۱۲}$$

تنها گزینه‌ای که حاصل‌ضرب دو بار ۴۰ می‌شود گزینهٔ (۲) است.

یادداشت ریاضی در این سؤال اگر بخواهیم مسأله را تا انتها حل کنیم و از گزینه‌ها کمک نگیریم:

$$q_۱+q_۲=۶\ ,\ q_۱q_۲=-۴۰\Rightarrow q_۱=\frac{-۴۰}{q_۲}$$

در معادلهٔ اول به جای $q_۱$، از $\frac{-۴۰}{q_۲}$ استفاده می‌کنیم:

$$-\frac{۴۰}{q_۲}+q_۲=۶\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}}\frac{-۴۰+q_۲^۲}{q_۲}=۶$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}-۴۰+q_۲^۲=۶q_۲\Rightarrow q_۲^۲-۶q_۲-۴۰=۰$$

$$\Rightarrow(q_۲-۱۰)(q_۲+۴)=۰\Rightarrow q_۲=-۴\mu C\ \text{یا}\ q_۲=+۱۰\mu C$$

اگر بار $q_۲$ مثبت باشد، $q_۲=+۱۰\mu C$ است و بار $q_۱$ منفی آن یعنی $-۴\mu C$ می‌شود و بالعکس.

A ۱۰۶۰ ۲

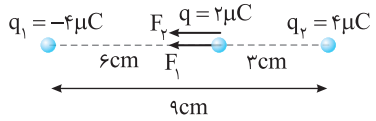
خط فکری در حل مسائل نیروی خالص قطعاً باید از اصل برهم‌نهی استفاده کرد که این اصل بیان می‌کند اگر چند بار الکتریکی بر یک بار نیرو وارد کند، شما باید نیروی هر بار را جداگانه حساب کنید سپس برایند نیروها را به‌دست آورید. البته حتماً جهت نیروها را باید روی شکل مشخص کنید تا بتوانید برایند را بررسی کنید.

۱ بار $q_۱$ و بار q ناهمنام هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند. مقدار نیرو را با استفاده از قانون کولن به‌دست می‌آوریم. مقدار $k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ است.

$$F_۱=k\frac{|q_۱||q|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_۱=۲۰N$$

۲ بار $q_۲$ با بار q همنام بوده و آن را دفع می‌کند (می‌راند).

$$F_۲=k\frac{|q_۲||q|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_۲=۸۰N$$



۳ این دو نیرو هم‌جهت هستند و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$F_{net}=F_۱+F_۲=F_{net}=۲۰+۸۰=۱۰۰N$$

تنها می‌خواستیم بگوییم اگر یک کم دقت کنید برای به‌دست آوردن $F_۲$ کافی بود که بگویید چون فاصله نصف شده (۳cm نصفِ ۶cm) بنابراین نیرو ۴ برابر یعنی ۸۰N است و محاسبات آن را حذف کنید.

A ۱۰۶۱ ۴

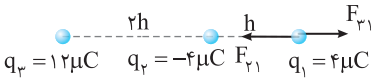
خط فکری نیروی خالص داده شده و فاصلهٔ h خواسته شده، شما باید تک‌تک نیروهای وارد بر $q_۱$ را برحسب h حساب کنید سپس نیروی خالص را به‌دست آورده و مساوی ۳۸/۴N قرار دهید.

۱ نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند ربایشی است چون دو بار ناهمنام هستند. این نیرو را به استفاده از قانون کولن حساب می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{h^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۹\times۱۶\times۱۰^{-۳}}{h^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

۲ نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند رانشی (دافعه) است چون دو بار همنام هستند. این نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{۳۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳h)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۴۸\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

۳ دو نیرو خلاف جهت هم هستند و نیروی خالص خواهد شد:

$$F_{net}=F_{۲۱}-F_{۳۱}\xrightarrow{F_{net}=۳۸/۴N}۳۸/۴=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۳}}{h^۲}-\frac{۴۸\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

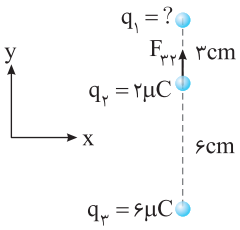
$$۳۸/۴=\frac{۹۶\times۱۰^{-۳}}{h^۲}\Rightarrow h^۲=\frac{۹۶\times۱۰^{-۳}}{۳۸/۴}\Rightarrow h^۲=۲/۵\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow h=۵\times۱۰^{-۲}m=۵cm$$

B ۱۰۶۲ ۱

خط فکری فرقی نمی‌کند که سه بار روی یک خط افقی، مایل یا قائم باشد. داستان همان است باید نیروهایی که توسط بار $q_۱$ و $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌شود را بررسی کنید. البته نیروی خالص $\vec{F}_۲=+۱۰\vec{j}$ است یعنی نیروی خالص در جهت مثبت محور y هاست پس شروع به حل مسئله می‌کنیم.

۱ ابتدا نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم زیرا مقدار $q_۲$ و $q_۳$ و فاصلهٔ آن‌ها مشخص است. این نیرو رانشی (دافعه) است و رو به بالا می‌باشد.



$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۶\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۳۲}=۳۰N$$

۲ نیروی خالص ۱۰N رو به بالا است بنابراین نیرویی که بار $q_۱$ بر $q_۲$ وارد می‌کند باید ۳۰−۱۰=۲۰N رو به پایین باشد.

۳ نیروی وارد بر $q_۲$ توسط $q_۱$ دافعه است بنابراین این دو بار همنام هستند یعنی بار $q_۱$ نیز مثبت است. اندازهٔ آن را از قانون کولن به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow۲۰=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۱\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۱=۱۰^{-۶}=۱\mu C$$

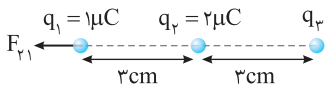
B ۱۰۶۳ ۱

خط فکری دقت کردید طراح قصدی برای بیان جهت نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ ندارد و تنها بیان کرده مقدار این نیرو ۲۵N است به همین دلیل مسئله دو حالت دارد و در گزینه‌ها نیز دو عدد داده شده است بنابراین کاری که باید بکنید این است که یک‌بار نیروی خالص وارد بر $q_۱$ رو به چپ و بار دیگر رو به سمت راست در نظر بگیرید.

حالت اول: نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ به سمت راست

۱ اندازه و جهت نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را معین می‌کنیم.

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۲۱}=۲۰\text{N}$$ به سمت چپ



۲ نیروی خالص وارد بر $q_۱$، ۲۵N و به سمت راست فرض شده بنابراین باید نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند $۲۵+۲۰=۴۵\text{N}$ رو به راست باشد. یعنی بار $q_۳$ باید با بار $q_۱$ ناهمنام باشد و آن را جذب کند یعنی بار $q_۳$ منفی است و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۴۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸۰\times۱۰^{-۷}\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}\text{C}\Rightarrow|q_۳|=-۱۸\mu\text{C}$$

حالت دوم: نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ به سمت چپ

نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را به‌دست آوردیم، این نیرو ۲۰N و به سمت چپ است. از طرفی نیروی خالص وارد بر $q_۱$، ۲۵N و رو به چپ است بنابراین باید نیرویی به سمت چپ و برابر $۲۵-۲۰=۵\text{N}$ توسط بار $q_۳$ بر $q_۱$ وارد شود. یعنی $q_۳$ باید $q_۱$ را با نیروی ۵N دفع کند بنابراین $q_۳$ باید مثبت باشد و مقدار آن خواهد شد:

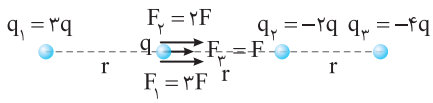
$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۲\times۱۰^{-۶}\text{C}\Rightarrow q_۳=۲\mu\text{C}$$

B **۳** **۱۰۶۴**

خط فکری در حل این نوع مسائل باید قانون کولن را به خوبی در نظر بگیرید که در آن نیروی بین دوبار با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مربع فاصله دو بار نسبت وارون دارد یعنی اگر نیروی بین دو بار q در فاصله r برابر F است، اگر فاصله دو برابر شود، این نیرو $\frac{۱}{۴}F$ می‌شود و یا اگر یکی از بارها ۳ برابر شود این نیرو ۳ برابر می‌شود. این بهترین روش است.

نیرویی که دو بار q در فاصله r برهم وارد می‌کنند F است بنابراین نیرویی که بار $q_۱=+۳q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۳F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۲=-۲q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۲F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۳=-۴q$ بر بار q وارد می‌کند $۴F$ است اما چون فاصله دو برابر r شده است، از این‌رو نیرو $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود و در نهایت نیرو $F_۳=F$ و رو به راست است و نیروی خالص خواهد شد:



$$F_{net}=F_۱+F_۲+F_۳=۳F+۲F+F=۶F$$

البته ممکن است شما این‌گونه حل کنید.

$$F=k\frac{qq}{r^۲}\Rightarrow F=k\frac{q^۲}{r^۲}\ ,\ F_۱=k\frac{|q_۱|q}{r^۲}=k\frac{۳qq}{r^۲}=۳k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۱=۳F$$

$$F_۲=k\frac{|q_۲|q}{r^۲}=k\frac{۲qq}{r^۲}=۲k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۲=۲F$$

$$F_۳=k\frac{|q_۳|q}{r_۳^۲}=k\frac{۴qq}{(۲r)^۲}=k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۳=F$$

اکنون با توجه به اینکه نیروها هم‌جهت هستند، آن‌ها را باهم جمع کنید.

$$F_{net}=۳F+۲F+F=۶F$$

B **۲** **۱۰۶۵**

خط فکری هرگاه مسئله در دو حالت مختلف به ما اطلاعات بدهد، در هر حالت مسئله را حل می‌کنیم و سپس با هم مقایسه می‌کنیم.

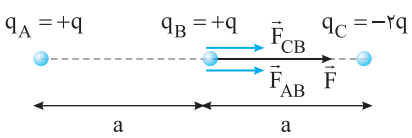
حالت اول: بارهای A و B مثبت‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای B و C ناهمنام‌اند و یکدیگر را جذب می‌کنند. بنابراین نیروهای F_{AB} و F_{CB} هم‌جهت با یکدیگرند و $F=F_{AB}+F_{CB}$ است.

اندازه $\vec{F}$ جهت

$$F=F_{AB}+F_{CB}\Rightarrow F=k\frac{|q_A||q_B|}{a^۲}+k\frac{|q_B||q_C|}{a^۲}$$

$$=k\frac{q^۲}{a^۲}+k\frac{۲q^۲}{a^۲}=۳k\frac{q^۲}{a^۲}$$

بردار برایند نیز به سمت راست است



حالت دوم: بارهای A و B همنام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند، همچنین بارهای C و B نیز در حالت دوم همنام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند بنابراین F'_{AB} و F'_{CB} خلاف جهت هم‌اند و برایند نیروهای وارد بر بار B در حالت دوم برابر است با:

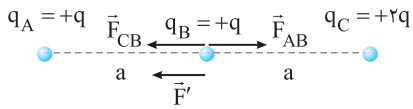
اندازه $\vec{F}'$ جهت

$$F'=|F'_{CB}-F'_{AB}|\Rightarrow F'=k\frac{۲q^۲}{a^۲}-\frac{kq^۲}{a^۲}=k\frac{q^۲}{a^۲}$$

چون اندازهٔ نیروی F'_{CB} بزرگ‌تر است برایند نیروها در جهت $\vec{F}'_{CB}$ و به سمت چپ خواهد بود

همان‌طور که به‌دست آوردیم اندازه $\vec{F}'$، $\frac{۱}{۳}$ اندازهٔ $\vec{F}$ و خلاف جهت آن است از این‌رو:

$$\vec{F}'=-\frac{۱}{۳}\vec{F}$$



C **۱** **۱۰۶۶**

با حذف بار $q_۳$، نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ تنها نیرویی است که بار $q_۲$ بر آن وارد می‌کند. یعنی:

$$\vec{F}_{۲۱}=-۲\vec{i}$$

نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ برابر $\vec{F}_{net}=۸\vec{i}$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_{۲۱}+\vec{F}_{۳۱}\Rightarrow ۸\vec{i}=-۲\vec{i}+\vec{F}_{۳۱}\Rightarrow\vec{F}_{۳۱}=۱۰\vec{i}$$

نیرویی که $q_۲$ بر $q_۱$ وارد می‌کند در خلاف جهت محور xها است بنابراین $q_۱$، $q_۲$ را جذب می‌کند و $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند اما نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند در جهت مثبت محور xها است یعنی $q_۳$، $q_۱$ را دفع می‌کند (می‌راند) بنابراین $q_۳$ و $q_۱$ همنام هستند. در نتیجه $q_۲$ و $q_۳$ ناهمنام بوده و نسبت $\frac{q_۲}{q_۳}$ منفی است. این نسبت را حساب می‌کنیم.

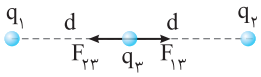
$$\begin{cases}F_{۲۱}=k\dfrac{|q_۲||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۲=k\dfrac{|q_۲|\times q_۱}{r^۲}\\ F_{۳۱}=k\dfrac{|q_۳||q_۱|}{(۲r)^۲}\Rightarrow ۱۰=k\dfrac{|q_۳|q_۱}{۴r^۲}\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را برهم}}\frac{۱}{۵}=\frac{۴|q_۲|}{|q_۳|}\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۳}=-\frac{۱}{۲۰}$$

B ۱۰۶۷ ۳

خط فکری از ابتدا بگوییم که باید با حوصله این مسئله را حل کنید. ابتدا باید نیروهای وارد بر q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروی خالص را به‌دست بیاورید سپس تغییرات گفته شده در مسئله را در نظر گرفته و در حالت دوم نیروی خالص را به‌دست آورد و با حالت اول مقایسه کنید.

۱ **حالت اول:** نیروی وارد بر بار q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب می‌کنیم و نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم.

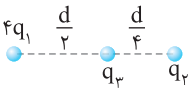


$$\begin{cases} F_{13}=k\dfrac{|q_1||q_3|}{d^2} \\ F_{23}=k\dfrac{|q_2||q_3|}{d^2} \end{cases} \xrightarrow{F_{net}=|F_{13}-F_{23}|} F_{net}=\dfrac{kq_3}{d^2}|q_1-q_2| \qquad (1)$$

۲ **حالت دوم:** بار q_1 چهار برابر و فاصلهٔ آن نصف شده و نیروی q_1 وارد بر q_3 خواهد شد:

$$F'_{13}=k\frac{|4q_1||q_3|}{(\frac{d}{2})^2}\Rightarrow F'_{13}=16k\frac{|q_1||q_3|}{d^2}$$

فاصلهٔ q_2 تا q_3 ۷۵٪ کاهش یافته یعنی:



$$d'_2=d-\frac{75}{100}d=d-\frac{3}{4}d\Rightarrow d'=\frac{1}{4}d$$

نیروی وارد بر بار q_3 توسط بار q_2 برابر است با:

$$F'_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{(\frac{d}{4})^2}\Rightarrow F'_{23}=16k\frac{|q_2||q_3|}{d^2}$$

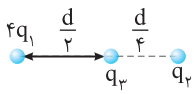
نیروی خالص وارد بر q_3 برابر است با:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=16\frac{k|q_3|}{d^2}|q_1-q_2| \qquad (2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{F'_{net}}{F_{net}}=16$$

میانبر در حالت اول $F_{net}=|F_{13}-F_{23}|$ و در حالت دوم با توجه به قانون کولن وقتی بار q_1، ۴ برابر می‌شود نیروی q_1 نیز ۴ برابر می‌شود از طرفی فاصله نصف شده بنابراین مجدداً نیروی q_1، ۴ برابر می‌شود یعنی $F'_{13}=4\times4=16F_{13}$.



فاصلهٔ بار q_2 با بار q_3، ۷۵٪ کم شده یعنی فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3، $\frac{1}{4}$ حالت اول و نیروی آن ۱۶ برابر شده است (نیرو با مربع فاصله نسبت وارون دارد.) $F'_{23}=16F_{23}$

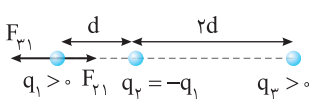
نیروی خالص جدید خواهد شد:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=|16F_{13}-16F_{23}|=16|F_{13}-F_{23}|\Rightarrow F'_{net}=16F_{net}$$

C ۱۰۶۸ ۴

خط فکری مسیر مشخص است باید برایند نیروهای وارد بر q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروها را برابر قرار دهید. اما محاسبات طولانی و با دقت در انتظار شما است.

۱ بررسی نیروی وارد بر q_1:



بار q_2، بار q_1 را می‌رباید اما با q_3، بار q_1 را می‌راند. نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 برابر است با:

$$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{21}=k\frac{q_1^2}{d^2}$$

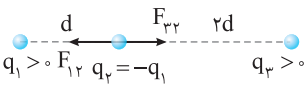
نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_3 برابر است با:

$$F_{31}=\frac{k|q_3||q_1|}{r^2}\xrightarrow{r=3d}F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر خواهد شد با:

$$F_1=|F_{21}-F_{31}|=k\frac{q_1^2}{d^2}-k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{9}q_3|$$

۲ بررسی نیروی وارد بر q_2:



نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند همان نیروی q_2 بر q_1 است. $F_{12}=k\dfrac{q_1^2}{d^2}$

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{32}=\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر است با:

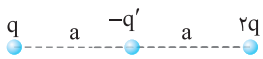
$$F_2=|F_{12}-F_{32}|=|\frac{kq_1^2}{d^2}-\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}|=\frac{kq_1}{d^2}(q_1-\frac{1}{4}q_3)$$

حال دو نیرو را برابر قرار می‌دهیم. $F_1=F_2\Rightarrow\dfrac{kq_1}{d^2}|q_1-\dfrac{1}{9}q_3|=\dfrac{kq_1}{d^2}|q_1-\dfrac{1}{4}q_3|$

$$|q_1-\frac{q_3}{9}|=|q_1-\frac{q_3}{4}|\Rightarrow\begin{cases} q_1-\dfrac{q_3}{9}=q_1-\dfrac{q_3}{4} & \text{غ‌ق‌ق} \\ q_1-\dfrac{q_3}{9}=-(q_1-\dfrac{q_3}{4})\Rightarrow 2q_1=\dfrac{q_3}{4}+\dfrac{q_3}{9} \end{cases}$$

$$2q_1=\frac{9q_3+4q_3}{36}\Rightarrow 2q_1=\frac{13q_3}{36}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{2\times36}{13}=\frac{72}{13}$$

بازی با سؤال در شکل زیر $\dfrac{q'}{q}$ برابر چند باشد تا اندازه نیروی خالص وارد بر بار q و $q'-$ باهم برابر باشد؟



۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

گزینهٔ ٤

B ۱۰۶۹ ۳

بر بار q_3 دو نیروی F_{13} و F_{23} به ترتیب از طرف دو بار q_1 و q_2 وارد می‌شود. این دو نیرو اگر هم‌جهت باشند برایند آن‌ها از جمع دو بردار به‌دست می‌آید $(F_3=F_{13}+F_{23})$ یعنی نیروی خالص وارد بر بار q_3 از هر یک از دو نیروی F_{13} و F_{23} بزرگ‌تر است. در حالی که در صورت مسئله بیان شده که نیروی برایند وارد بر q_3 با نیرویی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند برابر است $(F_3=F_{13})$، بنابراین دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌جهت نیستند و در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها از تفاضل‌شان به‌دست می‌آید. $F_3=|F_{13}-F_{23}|$

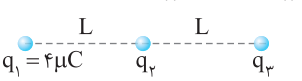
از طرفی خلاف جهت هم بودن دو نیروی F_{13} و F_{23} بیان می‌کند که یکی از دوبار q_1 و q_2 بار q_3 را دفع می‌کند و دیگری آن را جذب می‌کند؛ بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید ناهمنام باشند، پس q_2 قطعاً دارای بار منفی است. اکنون مقدار بار q_2 را به‌دست می‌آوریم: $F_T=|F_{23}-F_{13}|\xrightarrow[F_T=F_{13}]{\text{فرض مسئله}}F_{13}=|F_{23}-F_{13}|$

$$\begin{cases} F_{13}=F_{23}-F_{13}\Rightarrow F_{23}=2F_{13} & (I) \\ -F_{13}=F_{23}-F_{13}\Rightarrow F_{23}=0 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

از قانون کولن در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$F_{23}=2F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=2k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{L^2}=2\times\frac{4\times10^{-6}}{4L^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=2\times10^{-6}C\Rightarrow q_2=-2\mu C$$



A ۱۰۷۰ **۲**

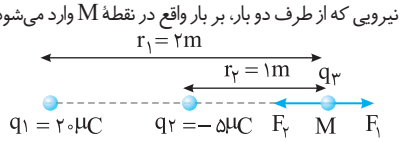
اگر دو بار همنام داشته باشیم، بار سوم باید بین دو بار و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود. دو بار $-q$ و $-2q$ همنام هستند پس باید بار q' بین دو بار و نزدیک به بار $-q$ که مقدار بار کمتری دارد، قرار گیرد.

A ۱۰۷۱ **۴**

با توجه به اینکه یکی از دو بار q_1 و q_2، مثبت و دیگری منفی است، یکی از دو بار، q_3 را می‌رباید و دیگری آن را می‌راند. اگر این دو نیرو برابر هم باشند، برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر خواهد شد.

$$F_1=F_2\Rightarrow\frac{kq_1|q_3|}{r_1^2}=\frac{kq_2|q_3|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{q_1}{r_1^2}=\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{20}{4}=\frac{5}{1}\Rightarrow 5=5$$

این تساوی نشان می‌دهد که q_3 هر مقداری که داشته باشد F_2 و F_1 با هم برابر هستند. از ابتدا کاملاً مشخص است که q_1، ۴ برابر q_2 و فاصلهٔ q_1 از M، دو برابر فاصلهٔ q_2 از M است. پس نیرویی که از طرف دو بار، بر بار واقع در نقطهٔ M وارد می‌شود، برابر است.



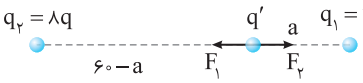
B ۱۰۷۲ **۴**

یادآوری در حالت تعادل بودن جسم یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. با توجه به اینکه قدرمطلق دو بار داده شده است پس دو حالت داریم یا دو بار q_1 و q_2 همنام هستند یا دو بار q_1 و q_2 ناهمنام هستند.

حالت اول: اگر بارهای q_1 و q_2 همنام باشند، بار q' باید بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به بار q_1 (بار کوچک‌تر) قرار گیرد تا نیرویی که q_1 و q_2 بر q' وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و برابر باشند و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود.

$$F_2=F_1\Rightarrow k\frac{q_2q'}{(60-a)^2}=k\frac{q_1q'}{a^2}\Rightarrow\frac{a^2}{(60-a)^2}=\frac{q_1}{q_2}=\frac{1}{4}$$

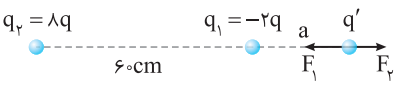
$$\Rightarrow\frac{a}{60-a}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2a=60-a\Rightarrow a=20\,cm$$



که فاصله بار q' از بار q_2، $60-20=40\,cm$ می‌شود.

حالت دوم: اگر بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند بار q' باید خارج از دو بار و نزدیک به بار q_1 (بار کوچک‌تر) قرار گیرد تا نیروهایی که q_1 و q_2 بر q' وارد می‌کنند خلاف جهت هم بوده و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود. $F_1=F_2$

$$\Rightarrow k\frac{q_1q'}{a^2}=k\frac{q_2q'}{(60+a)^2}\Rightarrow\frac{(60+a)^2}{a^2}=\frac{q_2}{q_1}=4\Rightarrow\frac{60+a}{a}=2\Rightarrow a=60\,cm$$



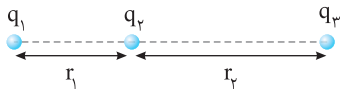
که فاصلهٔ q' از بار q_2، $60+60=120\,cm$ می‌شود.

B ۱۰۷۳ **۲**

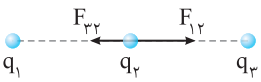
خط فکری در حال تعادل بودن یک جسم یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر است. در گزاره‌ها از شما خواسته شده که دربارهٔ نوع بار و بزرگی و کوچکی آن اظهارنظر کنید، بنابراین شما باید نیروهای وارد بر هر بار توسط دو بار دیگر را بنویسید و به کمک آن نوع بار و مقایسه بزرگی آن‌ها را انجام دهید.

۱ بررسی نیروهای وارد بر بار q_1: برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار q_1 صفر شود، باید نیروهایی که بار q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم باشد. یعنی اگر q_2، q_1 را براند، q_3 آن را جذب کند. بنابراین دو بار q_2 و q_3 ناهمنام هستند و گزارهٔ (الف) نادرست است.

از طرفی چون فاصلهٔ q_3 تا q_1 از فاصلهٔ q_2 تا q_1 بیشتر است باید $|q_3|>|q_2|$ باشد تا اندازه نیروهایی که آن‌ها بر q_1 وارد می‌کنند برابر شود.



۲ بررسی نیروهای وارد بر q_2: در این حالت نیز باید نیرویی که بار q_3 بر q_2 و بار q_1 بر q_2 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و یکسان باشد و فاصلهٔ q_3 تا q_2 از فاصلهٔ q_1 تا q_2 بیشتر است، بنابراین باید $|q_3|>|q_2|$ باشد. در نتیجه اندازهٔ بار q_3 از هر دو بار بیشتر و گزارهٔ (پ) درست است.



نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند در خلاف جهت نیرویی است که q_1 بر q_2 وارد می‌کند، بنابراین اگر q_3، q_2 را دفع کند باید q_1 نیز q_2 را دفع کند در این صورت باید بار q_1 و q_2 همنام باشند و از آنجایی که q_3 با q_2 ناهمنام است پس q_1 و q_3 ناهمنام‌اند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

میانبر ۱ هر گاه دو بار الکتریکی q_1 و q_2 بر بار q_3 که بین آن‌ها روی خط وصل کننده q_1 و q_2 قرار دارد نیروهایی در خلاف جهت هم وارد کنند q_1 و q_2 همنام هستند و اگر نیروهای وارد بر q_3 توسط بار q_1 و q_2 هم‌جهت باشند، دوبار ناهمنام هستند.



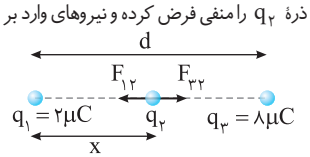
میانبر ۲ اگر بار q_3 در امتداد خط بین دو بار q_1 و q_2 باشد و نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند هم‌جهت باشد q_1 و q_2 همنام و اگر نیروها خلاف جهت هم باشند q_1 و q_2 ناهمنام هستند.



B ۱۰۷۴ **۳**

خط فکری سه بار نقطه‌ای داده شده که نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است معمولاً در این نوع مسائل، یکی از بارها یا فاصلهٔ بین بارها مجهول است در این مسئله شما ابتدا می‌توانید با نیروهای وارد بر بار q_2 توسط دو بار دیگر، رابطه‌ای بین x و d پیدا کنید و بعد از آن در گام بعدی نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت برای یافتن مقدار بار q_2 نیروهای وارد بر یکی از دو بار q_1 و یا q_3 را به دست آورده باهم برابر قرار دهید تا بار q_2 به‌دست آید.

۱ نیروی خالص وارد بر بار q_2 صفر است از این‌رو نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند. به‌طور مثال بار ذرهٔ q_2 را منفی فرض کرده و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. (البته می‌توانید این ذره را مثبت نیز بگیرید و ببینید بار q_2 در حل مسئله تأثیر ندارد)

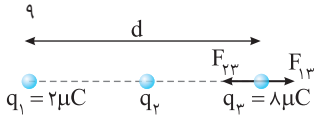


$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{q_1|q_2|}{x^2}=k\frac{q_3|q_2|}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{2}{x^2}=\frac{8}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{d-x}\Rightarrow x=\frac{d}{3}$$

۲ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است. در این صورت باید بار q_2 منفی باشد که بار q_3 را به سوی خود بکشد و نیروی دافعه q_1 بر q_3 را خنثی کند. اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را برابر صفر قرار می‌دهیم تا بار q_2 را به‌دست آوریم:

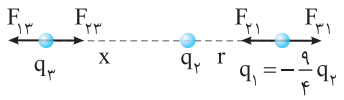
$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2|q_3}{(\frac{2d}{3})^2}=k\frac{q_1q_3}{d^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{\frac{4}{9}d^2}=\frac{2}{d^2}\Rightarrow|q_2|=\frac{8}{9}\mu C$$

$$\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$



B ۱۰۷۵ ۴

با توجه به شکل $q_1=-\frac{9}{4}q_2$ بوده و ناهمنام با یکدیگرند. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 که در بین دو بار q_1 و q_3 قرار گرفته صفر می‌شود. پس باید بارهای q_1 و q_3 همنام باشند. برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{x}{r}$ ابتدا برایند نیروهای وارد بر بار q_3 را با توجه به صورت مسئله برابر صفر قرار می‌دهیم.



نیرویی که q_1 به q_3 وارد می‌کند دافعه و مقدار آن برابر است با: $F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2}$

نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}$

نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است از این‌رو این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1|\times|q_3|}{(r+x)^2}=k\frac{|q_2|\times|q_3|}{x^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{9}{4}q_2}{(r+x)^2}=\frac{q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{3}{2(r+x)}=\frac{1}{x}\Rightarrow 3x=2r+2x\Rightarrow x=2r\Rightarrow\frac{x}{r}=2$$

اما برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{q_3}{q_2}$، نیروهای وارد بر بار q_1 توسط بار q_3 و q_2 را بعد به‌دست آوردن مساوی قرار می‌دهیم.

نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند باید دافعه باشد تا با F_{21} خلاف جهت بوده و یکدیگر را خنثی کنند. $F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2}$

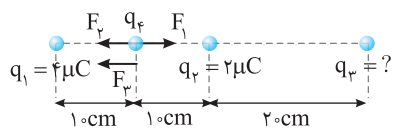
$$|F_{21}|=|F_{31}|\Rightarrow|k\frac{q_2q_1}{r^2}|=|k\frac{q_3q_1}{(3r)^2}|\Rightarrow|\frac{q_3}{q_2}|=9$$

اما بار q_3، بار q_1 را دفع می‌کند یعنی q_3 و q_1 همنام‌اند، از طرفی q_2 و q_1 ناهمنام هستند، بنابراین q_3 و q_2 ناهمنام بوده و خواهیم داشت: $\frac{q_3}{q_2}=-9$

B ۱۰۷۶ ۱

بار $q_2=2\mu C$ و $q_1=4\mu C$ در فاصلهٔ یکسانی از بار q_4 قرار دارند و چون بار q_1 بزرگ‌تر است، بنابراین نیرویی که q_1 بر q_4 وارد می‌کند از نیرویی که q_2 بر q_4 وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_1>F_2)$. دو بار q_2 و q_1 همنام بوده و نیرویی که بر q_4 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم خواهد بود. از طرفی نیروی خالص وارد بر q_4 صفر شده است بنابراین نیرویی که بار q_3 بر بار q_4 وارد می‌کند یعنی F_3 باید در جهت F_2 باشد تا به کمک نیروی F_2 بتواند نیروی F_1 را خنثی کند $(F_2+F_3=F_1)$.

نکته در حل پایین فرض شده که بار q_4 مثبت است. شما می‌توانید فرض کنید این ذره دارای بار منفی بوده، بنابراین تمام جهت‌های شکل قرینه می‌شود، اما پاسخ سؤال تغییری نخواهد کرد.



اکنون با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{k|q_2||q_4|}{r_2^2}+\frac{k|q_3||q_4|}{r_3^2}=\frac{k|q_1||q_4|}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{100}+\frac{|q_3|}{900}=\frac{4}{100}\Rightarrow|q_3|=18\mu C$$

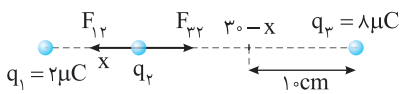
چون نیروهای F_2 و F_3 هم‌جهت‌اند و در یک سمت q_4 قرار گرفته‌اند، پس باید این دو ذره همنام باشند:

$$q_3=+18\mu C$$

B ۱۰۷۷ ۴

خط فکری مقدار دو بار q_1 و q_3 را داریم بنابراین شما باید ابتدا نیروهایی که این دو بار بر بار مجهول q_2 وارد می‌کنند را به‌دست بیاورید و مساوی هم قرار بدهید تا فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 همچنین q_3 و q_2 را حساب کنید سپس به سراغ بار q_1 و یا بار q_3 بروید و نیروهای وارد بر بار توسط دو بار دیگر را نوشته، برابر قرار دهید تا مقدار بار q_2 قابل محاسبه شود و در آخر کار باید به سراغ نیروی وارد بر بار q_4 در نقطهٔ O بروید. بنابراین یک مسئله محاسباتی پیش‌روی خود دارید.

برایند نیروهای وارد بر q_2 صفر است و نیرویی که بار q_3 و بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کنند را مساوی قرار می‌دهیم تا فاصله بارها از هم مشخص شود.



$$F_{32}=F_{12}\Rightarrow k\frac{q_3q_2}{(30-x)^2}=k\frac{q_1q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{(30-x)^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4=\frac{(30-x)^2}{x^2}\Rightarrow 2=\frac{30-x}{x}\Rightarrow x=10cm$$

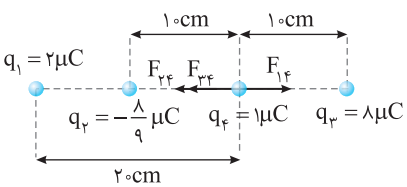
از این‌رو فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3 نیز برابر $30-10=20cm$ می‌شود.

حال برایند نیروهای وارد بر q_1 را صفر می‌گیریم، دقت کنید نیروی وارد بر q_1 که در خارج از فاصله دو بار q_3 و q_2 قرار گرفته است. صفر شده بنابراین بارهای q_2 و q_3 مختلف‌العلامت می‌باشند یعنی بار q_2 منفی است.

$$F_{21}=F_{31}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{10^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{(30)^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{9}|q_3|=\frac{8}{9}\mu C\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$

اکنون می‌توان نیروی وارد بر بار q_4 در نقطهٔ O را حساب کرد. با توجه به علامت بارها، بار q_3 بار q_4 را دفع می‌کند و نیروی F_{34} به سمت چپ است. بار q_1 بار q_4 را می‌راند و نیروی F_{14} به سمت راست است. بار q_2 بار q_4 را جذب می‌کند و نیروی F_{24} به سمت چپ است، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_4 خواهد شد:



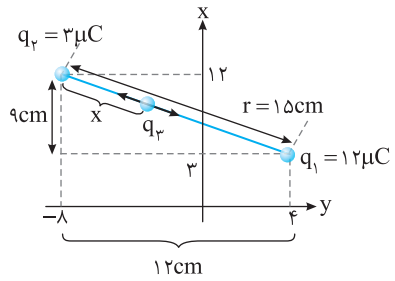
$$F_4=F_{24}+F_{34}-F_{14}=k\frac{q_2q_4}{(0/1)^2}+k\frac{q_3q_4}{(0/1)^2}-k\frac{q_1q_4}{(0/2)^2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{10^{-12}}{(0/1)^2}[\frac{8}{9}\times1+8\times1-\frac{2\times1}{4}]=75/5\times10^{-1}\Rightarrow F_4=7/55N$$

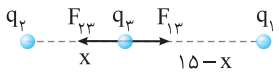
B ۳ ۱۰۷۸

خط فکری به ظاهر تست نگاه نکنید، در واقع مسئله این است که دو بار q_1 و q_2 بر بار q_3 نیرو وارد می‌کنند و نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است. بنابراین بارهای q_1، q_2 و q_3 روی یک خط راست قرار دارند. دو بار q_1 و q_2 هم‌علامت‌اند پس باید بار q_3 بین این دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی q_2 باشد تا برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود. ابتدا فاصلهٔ بین q_1 و q_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$r=\sqrt{۱۲^۲+۹^۲}=۳\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۳\times۵=۱۵cm$$



برای آن‌که مسئله را راحت بفهمیم شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر است پس باید اندازهٔ نیروهایی که q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

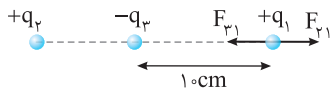
$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{q_2q_3}{(x)^2}=k\frac{q_1q_3}{(۱۵-x)^2}\xrightarrow{\text{k و }q_3\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}$$

$$\frac{۳}{x^2}=\frac{۱۲}{(۱۵-x)^2}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۱۵-x}\Rightarrow۱۵-x=۲x\Rightarrow x=۵cm$$

بنابراین بار q_3 در فاصلهٔ ۵cm بار q_2 و در فاصلهٔ ۱۰cm بار q_1 قرار دارد. با توجه به فرض مسئله که نیروی خالص وارد بر هر ذره صفر است باید نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند برابر و خلاف جهت هم باشند تا یکدیگر را خنثی کنند. از این‌رو بار q_3 باید منفی باشد تا بار $+q_1$ را برباید. با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف بارهای q_2 و q_3، بار q_3 را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{31}=F_{21}\Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^2}=k\frac{|q_2||q_1|}{(۱۵\times۱۰^{-۲})^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{۱۰^{+۲}}=\frac{۳\times۱۰^{-۶}}{۱۵^2}$$

$$\Rightarrow|q_3|=\frac{۱۰۰}{۷۵}\times۱۰^{-۶}C=\frac{۴}{۳}\mu C\Rightarrow q_3=-\frac{۴}{۳}\mu C$$



بازی با سؤال دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2=-۹\mu C$ به ترتیب در مختصات $(۰,۰)$ و $(۳,۳)$ واقع شده‌اند. اگر در نقطهٔ $(۱,۱)$ برایند نیروهای وارد بر q' صفر شود، اندازهٔ q_1 برابر چند میکروکولن است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۱

A ۳ ۱۰۷۹

در قدم اول باید فاصلهٔ دو بار q_1 و q_2 را از بار q_3 حساب کنیم:

$$AB=AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=\sqrt{۴^2+۴^2}=۴\sqrt{۲}cm$$

نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند برابر است با:

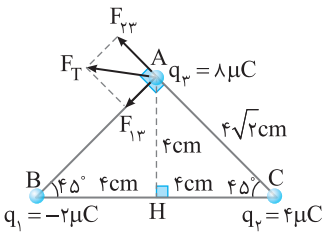
$$F_{13}=k\frac{q_1q_3}{r^2}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲\times۱۰^{-۴}}=۴۵N$$

نیرویی که بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کند برابر است با:

$$F_{23}=k\frac{q_2q_3}{r^2}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲\times۱۰^{-۴}}=۹۰N$$

اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را به کمک قضیه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=\sqrt{(F_{13})^2+(F_{23})^2}\Rightarrow F_T=\sqrt{(۴۵)^2+(۹۰)^2}=۴۵\sqrt{۱+۲^2}=۴۵\sqrt{۵}N$$



B ۲ ۱۰۸۰

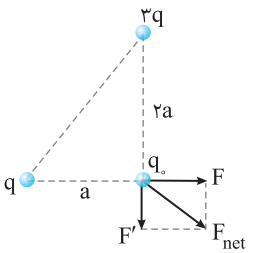
خط فکری دو ذرهٔ $۳q$ و q در راستاهای عمود بر هم نسبت به q_0 قرار دارند. پس در هر صورت نیرویی که این دو بار بر q_0 وارد می‌کنند بر هم عمود بوده و بزرگی نیروی خالص از رابطهٔ $\sqrt{F_1^2+F_2^2}$ به‌دست می‌آید.

نیرویی که بار q بر بار q_0 وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{qq_0}{a^2}\ (۱)$$

نیرویی که بار $۳q$ بر بار q_0 وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{۳qq_0}{(۲a)^2}=\frac{۳}{۴}k\frac{qq_0}{a^2}\ (۲)$$



از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

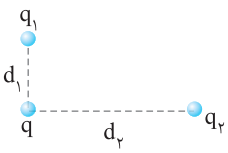
$$F'=\frac{۳}{۴}F\xrightarrow{F=۸۰N}F'=\frac{۳}{۴}\times۸۰=۶۰N$$

اکنون به کمک رابطهٔ فیثاغورس نیروی خالص وارد بر q_0 را حساب می‌کنیم.

$$F_{net}=\sqrt{F^2+F'^2}=\sqrt{۸۰^2+۶۰^2}\Rightarrow F_{net}=۱۰۰N$$

میانبر
$$\frac{F'}{F}=\frac{q'q_0}{qq_0}\times(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{F'}{۸۰}=\frac{۳q}{q}\times(\frac{a}{۲a})^2\Rightarrow F'=۶۰N$$

بازی با سؤال سه بار ذره‌ای مثبت مطابق شکل کنار یکدیگر قرار دارند، به گونه‌ای که $\frac{q_2}{q_1}=۱۲$ و $\frac{d_2}{d_1}=۴$ است. چنان‌چه نیروی وارد از طرف q_1 به q، F باشد، برایند نیرو الکتریکی وارد بر q چند F است؟

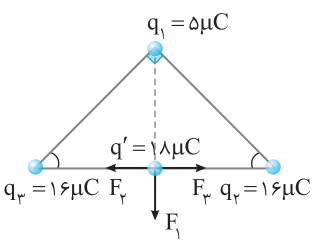


۱) ۴ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

گزینهٔ ۲

A ۱ ۱۰۸۱

دو بار q_2 و q_3 هر کدام $۱۶\mu C$ هستند و در فاصلهٔ یکسان از بار q' قرار دارند و هر دو بار q' را دفع می‌کند، بنابراین نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q' وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها نیروی وارد از طرف بار q_1 باقی می‌ماند.

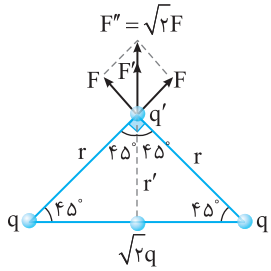


$$F_T=F_1=k\frac{q_1q'}{r^2}\Rightarrow F_T=۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}\times۱۸\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^2}\Rightarrow F_T=۹۰۰N$$

B ۱۰۸۲ ۳

۱ فاصلهٔ بار $\sqrt{۲}q$ تا q' را بر حسب r به کمک تعریف سینوس به دست می‌آوریم.

$$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}\Rightarrow\sin ۴۵^\circ=\frac{r'}{r}$$
$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{r'}{r}\Rightarrow r'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$



۲ نیروی بین بارهای q و q' برابر است با:

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^۲}\quad(۱)$$

۳ نیروی بین بارهای $\sqrt{۲}q$ و q' خواهد شد: (۲)

$$F'=k\frac{|\sqrt{۲}q||q'|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}r)^۲}=۲\sqrt{۲}k\frac{|q||q'|}{r^۲}$$

۴ با توجه به نیروی F و F' می‌توان نوشت:

$$F'=۲\sqrt{۲}F$$

۵ نیروی وارد از طرف q بر بار q' برابر F است. بنابراین این دو نیرو با هم برابر بوده و برایند این نیروها دقیقاً بین آن‌ها قرار خواهد گرفت:

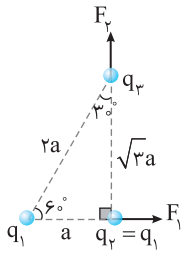
$$F''=\sqrt{F^۲+F^۲}\Rightarrow F''=\sqrt{۲}F$$

این نیرو در امتداد نیمساز و رو به بالاست و با F' هم‌جهت است از این‌رو:

$$F_{net}=F'+F''=۲\sqrt{۲}F+\sqrt{۲}F\Rightarrow F_{net}=۳\sqrt{۲}F$$

B ۱۰۸۳ ۱

خط فکری ابتدا باید با توجه به زاویه‌های داده شده برای مثلث قائم‌الزاویه می‌توان طول ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه را به‌دست آورد. اگر فاصلهٔ بار $q_۲$ از بار $q_۱$ را a بگیریم با توجه به اینکه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است پس فاصلهٔ بار $q_۱$ تا بار $q_۳$ برابر $۲a$ است و ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر بوده و فاصلهٔ بین $q_۲$ تا $q_۳$، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲a=\sqrt{۳}a$ است. اکنون نیروهایی که $q_۱$ بر $q_۲$ و $q_۲$ بر $q_۳$ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم و با توجه به فرض مسئله $(F_۱=F_۲)$ آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم.



$$\begin{cases}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۱|}{a^۲}\\ F_۲=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۳}a)^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۲=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\end{cases}$$

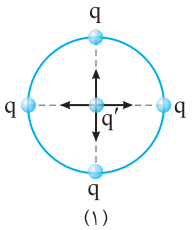
$$\Rightarrow F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{q_۱^۲}{a^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\Rightarrow|q_۳|=۳|q_۱|$$

حال نیرویی را که بار $q_۱$ به $q_۳$ وارد می‌کند حساب می‌کنیم و مقدار آن را برحسب $F_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۲a)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{|q_۱|\times|۳q_۱|}{۴a^۲}\Rightarrow F'=\frac{۳}{۴}k\frac{q_۱^۲}{a^۲}\xrightarrow{F_۱=k\frac{q_۱^۲}{a^۲}}F'=\frac{۳}{۴}F_۱$$

B ۱۰۸۴ ۳

حالت اول: نیروهای وارد بر بار q' توسط هر یک از بارهای q را رسم می‌کنیم (شکل (۱)). تمام بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار q' برابر r است، بنابراین اندازهٔ نیروها با هم برابر است و دوبه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیروی برایند در حالت اول صفر است $(F_T=۰)$

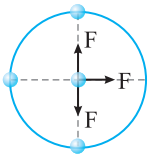


(۱)

حالت دوم: با حذف یکی از بارهای q، نیرویی که این‌بار به q' وارد می‌کند حذف می‌شود ((شکل ۲)).

در این حالت از سه نیروی باقیمانده، دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند و تنها یک نیرو باقی می‌ماند که مقدار آن خواهد شد.

$$F'_T=F=k\frac{qq'}{r^۲}$$



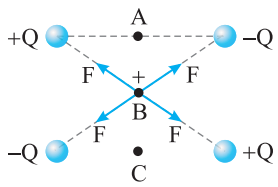
(۲)

بنابراین نیروی برایند به اندازه $k\frac{qq'}{r^۲}$ افزایش می‌یابد.

میانبر هرگاه برایند n بردار صفر شود، با حذف یکی از بردارها، برایند $n-۱$ بردار باقی مانده همواره برابر بزرگی بردار حذف شده و خلاف جهت آن است.

A ۱۰۸۵ ۲

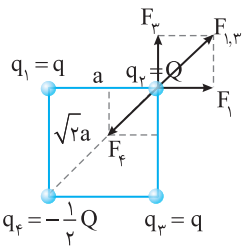
با توجه به نیروهای وارد بر بار مثبت در نقاط A، B و C در نقطهٔ B برایند نیروهای وارد بر بار صفر است.



B ۱۰۸۶ ۲

خط فکری ۱ در حل مسئله باید دقت کنید که نوع بارها چگونه باشد تا برایند نیروها صفر شود و همیشه از جایی شروع کنید که جهت نیرو مشخص است که در این مسئله شما باید از نیرویی که $q_۴$ بر $q_۲$ وارد می‌کند، شروع کنید زیرا می‌دانیم این دو بار همنام هستند و می‌توانیم جهت $F_۴$ را مشخص کنیم و سپس به حل مسئله بپردازیم.

بارهای $q_۲$ و $q_۴$ ناهمنام هستند و نیروی وارد بر $q_۲$ از طرف $q_۴$ ربایشی (جاذبه) است. بنابراین باید بارهای q و Q همنام باشند و نیروی بین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و نیروی بین بارهای $q_۳$ و $q_۲$ رانشی باشد تا برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ صفر شود.



از طرفی بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هم‌اندازه هستند و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۲=Q$ برابر است، بنابراین نیرویی که این دو بار بر بار $q_۲$ وارد می‌کنند یکسان است $(F_۱=F_۳)$. به شکل نگاه کنید. برایند $F_۱$ و $F_۳$ نیرویی است که در امتداد قطر مربع است $(F_{۱۳})$ و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۱۳}=\sqrt{۲}F=\sqrt{۲}(k\frac{qQ}{a^۲})$$

نیرویی را که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند به‌دست می‌آوریم:

$$F_۴=k\frac{\frac{۱}{۲}Q\times Q}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{Q^۲}{a^۲}$$

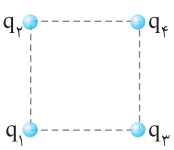
اکنون نیروهای $F_{۱۳}$ و $F_۴$ را مساوی قرار می‌دهیم. البته هنوز یادمان هست که q و Q همنام هستند.

$$\sqrt{۲}(\frac{kqQ}{a^۲})=\frac{۱}{۴}k\frac{Q^۲}{a^۲}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}q}{۱}=\frac{Q}{۴}\Rightarrow\frac{Q}{q}=۴\sqrt{۲}$$

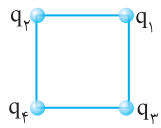
میانبر هرگاه در چهار رأس مربع بارهایی قرار گیرند تا برایند نیروهای وارد بر بار موجود در یک رأس (مثلاً $q_۴$) صفر شود:

۱ باید دو بار مجاور یعنی $q_۲$ و $q_۳$ همنام باشند.

۲ می‌توان ثابت کرد $\frac{q_۱}{q_۲}=-۲\sqrt{۲}$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو با چه شرطی نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ برابر صفر می‌شود؟



۱) $q_۳=q_۲$ و $\frac{q_۴}{q_۲}=۲\sqrt{۲}$

۲) $q_۳=q_۲$ و $\frac{q_۴}{q_۲}=-۲\sqrt{۲}$

۳) $q_۳=q_۲$

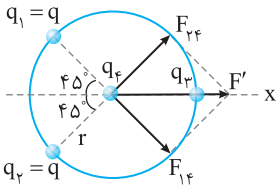
۴) $\frac{|q_۴|}{|q_۲|}=۲\sqrt{۲}$

گزینهٔ ۲

B ۱۰۸۷ ۳

خط فکری هر گاه برایند نیروهای وارد بر یک بار صفر شود. علامت و مقدار آن بار در حل مسئله نقشی نخواهد داشت. به حل مسئله دقت کنید. خواهید دید که بار $q_۴$ از محاسبات حذف می‌شود.

نیروها را رسم کنید و به تحلیل مسئله بپردازید.



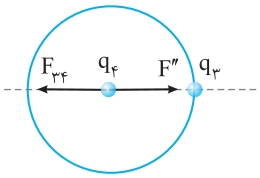
بار $q_۴$ را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر آن را از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ رسم کرده و اندازه این دو نیرو را حساب می‌کنیم. بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از $q_۴$ یکسان است، بنابراین نیروی این دو بار برابر است، مقدار این نیرو را حساب می‌کنیم.

$$F_{۲۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

برایند دو نیروی هم‌اندازه روی نیمساز آن دو نیرو قرار می‌گیرد، یعنی برایند $F_{۱۴}$ و $F_{۲۴}$ روی محور xها می‌افتد و مقدار آن خواهد شد.

$$F'=\sqrt{F_{۲۴}^۲+F_{۱۴}^۲}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}$$

برای آنکه نیروی خالص وارد بر $q_۴$ صفر شود، باید نیروی $F_{۳۴}$ هم‌اندازه و در خلاف F' باشد، یعنی $q_۳$ باید $q_۴$ را دفع کند بنابراین $q_۳$ و $q_۴$ همنام بوده یعنی $q_۳$ مثبت است حال می‌نویسیم

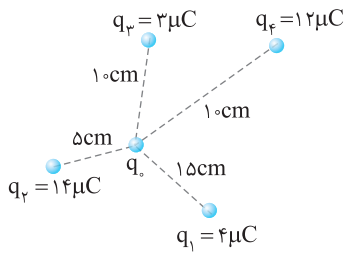


$$F_{۳۴}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{r^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۲}=\frac{q_۳}{q}=\sqrt{۲}$$

B ۱۰۸۸ ۲

یادداشت ریاضی هر گاه برایند چهار بردار صفر شود. برایند هر سه بردار دلخواه از آن‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت بردار چهارم است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=۰\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=-\vec{F}_۴\ \text{یا}\ \vec{F}_۱+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=-\vec{F}_۲$$

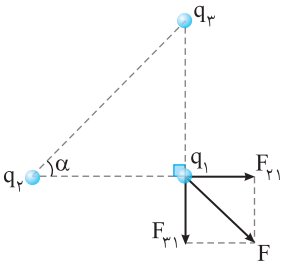


در این مسئله بر بار $q_۰$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۳$ و $q_۴$ چهار نیرو وارد می‌شود که برایند آن‌ها صفر است. بنابراین اندازهٔ برایند سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ با نیروی $F_۴$ برابر است. با حذف $F_۴$، سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ باقی می‌ماند که برایند آن‌ها هم‌اندازه $F_۴$ است بنابراین کافی $F_۴$ را بنا به قانون کولن حساب کنید.

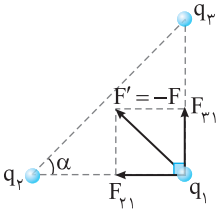
$$F_۴=k\frac{|q_۴||q_۰|}{d_۴^۲}\Rightarrow F_۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲}=۱۰۸\times۱۰^{-۱}=۱۰/۸N$$

A ۱۰۸۹ ۲

فرض کنیم هر سه بار الکتریکی مثبت هستند. نیروهای وارد بر $q_۱$ را رسم می‌کنیم. هر دو بار الکتریکی $q_۲$ و $q_۳$ بار $q_۱$ را می‌رانند (دفع می‌کنند).



حال اگر علامت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ تغییر کند، اما مقدار این بارها ثابت باشد، در این صورت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ بار الکتریکی $q_۱$ را می‌ربایند. بدون آنکه اندازهٔ نیروها تغییر کند. بنابراین نیروی خالص وارد بر $q_۱$ مطابق شکل اندازهٔ F است و تنها جهت آن وارون شود.



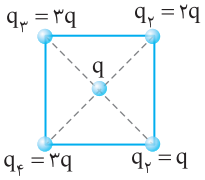
نکته در هر حالت دیگری نیز با قرینه شدن علامت بارها تنها جهت نیروها چرخیده و بزرگی آن‌ها تغییر نمی‌کند و همواره جواب این تست گزینهٔ (۲) یعنی $-\vec{F}$ خواهد بود.

B ۱۰۹۰ ۴

یادداشت ریاضی اگر هر بردار را n برابر کنیم، برایند آن‌ها نیز n برابر می‌شود:

$$\vec{F}_{کل}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots$$
$$\vec{F}'_{کل}=n\vec{F}_۱+n\vec{F}_۲+n\vec{F}_۳+\cdots=n(\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots)\Rightarrow\vec{F}'_{کل}=n\vec{F}_{کل}$$

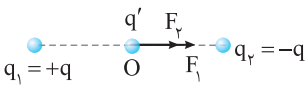
اکنون به سراغ حل مسئله برویم. بر بار q چهار نیرو وارد می‌شود. بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q برایند این چهار نیرو است.

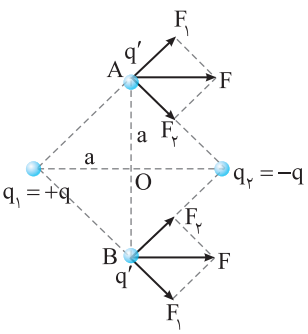


فاصلهٔ هر بار از بار q، $a\sqrt{۲}$ بوده است که وقتی a، دو برابر شود (۲a) این فاصله هم برابر می‌شود و طبق قانون کولن $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ نیروی هر بار $\frac{۱}{۴}$ حالت اول می‌شود، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q، $\frac{۱}{۴}$ نیروی خالص اولیه می‌شود.

B ۱۰۹۱ ۱

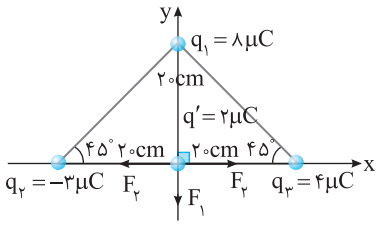
ابتدا نیروی وارد بر بار q' در نقطهٔ O وسط پاره‌خط بین دو بار را بررسی می‌کنیم. در نقطهٔ O نیرویی که هر بار بر بار q' وارد می‌کند از بقیهٔ نقاط مسیر AB بیشتر است زیرا فاصلهٔ بارها در این حالت کمترین مقدار است و از طرفی نیرویی که هر یک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار q' در نقطهٔ O وارد می‌کنند هم‌جهت بوده و نیروها با هم جمع می‌شود. بنابراین مطابق شکل وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ O می‌رویم، نیروی خالص افزایش یافته تا به بیشینه مقدار خود برسد و وقتی که از نقطهٔ O به نقطهٔ B می‌رویم نیروی خالص وارد بر q' کاهش می‌یابد. نیروی خالص در نقطهٔ A را رسم می‌کنیم. در تمام نقاط بین A تا O نیروی خالص به همین صورت و به سمت راست است. اما از O تا B در تمام نقاط مشابه برایند نیروها در نقطهٔ B، نیروی خالص به سمت چپ خواهد بود. بنابراین از A تا B جهت نیروی خالص نیز وارونه می‌شود.





A ۱۰۹۲ ۱

خط فکری گزینه‌های تست برحسب بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است، بنابراین کافی است نیروهای وارد بر q' را در امتداد محورها به دست آورید، سپس برایند نیروها را روی هر محور جداگانه به‌دست آورید، تا نیروی خالص را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید. بنا بر قانون کولن نیرویی را که هر بار بر q' وارد می‌کند به‌دست می‌آوریم.



$$F=k\frac{qq'}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}\text{نیروی } q_1 \text{ بر } q': \text{دافعه } F_1=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=0/9N\\ \text{نیروی } q_2 \text{ بر } q': \text{جاذبه } F_2=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=1/35N\\ \text{نیروی } q_3 \text{ بر } q': \text{دافعه } F_3=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=1/8N\end{cases}$$

در این صورت بر طبق شکل نیروهای F_2 و F_3 روی محور xها بوده و در خلاف جهت هم هستند و اندازه برایند آن‌ها از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.

$$F_x=F_3-F_2=1/8-1/35=0/45N$$

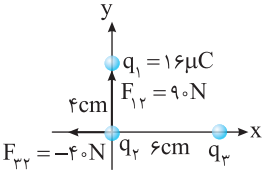
نیروی F_1 روی محور yها و در خلاف محور yهاست $F_y=0/9N$ بنابراین نیروی خالص وارد بر q' برابر است با:

$$\vec{F}_T=-0/45\vec{i}-0/9\vec{j}$$

B ۱۰۹۳ ۴

$$\vec{F}=-40\vec{i}+90\vec{j}$$

۱ نیروی F را روی شکل رسم می‌کنیم و مؤلفه‌های آن را روی محور x و y نشان می‌دهیم.



یادآوری نیروی بین دو بار الکتریکی همواره در امتداد خط وصل کننده دو بار است.

۲ نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، نیروی ربایشی (جاذبه) است و مقدار آن 90N است. بنابراین بارهای q_2 و q_1 ناهمنام‌اند از این رو q_2 منفی است و مقدار آن خواهد شد.

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow90=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-6}\times|q_2|}{(4\times10^{-2})^2}\Rightarrow90=\frac{9\times16\times10^3|q_2|}{16\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_2|=1\times10^{-6}=1\mu C\xrightarrow{q_2\text{ منفی است}}q_2=-1\mu C$$

۳ نیرویی که بار q_3 بر بار q_2 وارد می‌کند رانشی (دافعه) است، بنابراین این دو بار همنام هستند و نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ مثبت است. از طرفی اندازه نیروی F_{32} برابر 40N است، بنابراین مقدار q_3 را می‌توان حساب کرد.

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r^2}\Rightarrow40=9\times10^9\frac{|q_3|\times1\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_3|=16\mu C\xrightarrow{q_3\text{ منفی است}}q_3=-16\mu C$$

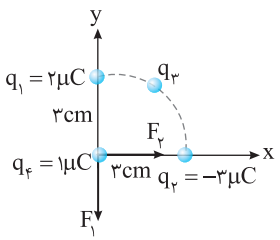
۴ نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ خواهد شد.

$$\frac{q_3}{q_2}=\frac{-16}{-1}=16$$

B ۱۰۹۴ ۲

خط فکری نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_4 را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ در اختیار داریم $(\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=10\vec{i}+10\vec{j})$. بنابراین کافی است نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 وارد می‌کنند را به دست آورید و سپس، نیروی F_3 را حساب کنید.

۱ نیرویی که بار q_1 بر بار q_4 وارد می‌کند دافعه (رانشی) است و نیروی F_1 در خلاف جهت محور yها است و مقدار آن خواهد شد.



$$F_1=k\frac{|q_1||q_4|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_1=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_1=20N\Rightarrow\vec{F}_1=-20\vec{j}$$

۲ نیرویی که بار q_2 بر بار q_4 وارد می‌کند جاذبه (ربایشی) است، زیرا دو بار ناهمنام هستند. بنابراین نیروی F_2 در جهت محور xهاست و مقدار آن برابر است با:

$$F_2=k\frac{|q_2||q_4|}{r^2}\Rightarrow F_2=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_2=30N\Rightarrow\vec{F}_2=+30\vec{i}$$

۳ اکنون می‌توان بردار نیروی $\vec{F}_3$ را به‌دست آورد:

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3$$

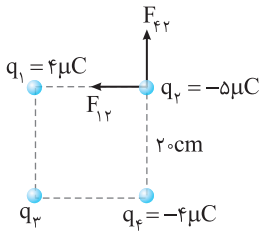
$$\Rightarrow10\vec{i}+10\vec{j}=-20\vec{j}+30\vec{i}+\vec{F}_3\Rightarrow\vec{F}_3=-20\vec{i}+30\vec{j}$$

۴ بزرگی نیروی F_3 خواهد شد.

$$F_3=\sqrt{F_{3x}^2+F_{3y}^2}\Rightarrow F_3=\sqrt{20^2+30^2}\Rightarrow F_3=10\sqrt{13}N$$

B ۱۰۹۵ ۴

ابتدا نیروهایی را که بارهای q_1 و q_4 بر بار q_2 وارد می‌کنند رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. البته حواسمان هست که چون بارهای q_1 و q_4 هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_2 برابر است، F_{12} با F_{42} برابر است.



$$F_{42}=F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{400\times10^{-4}}=4/5N$$

برایند نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{42}$ را با توجه به جهت و اندازه‌های آن برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به‌صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

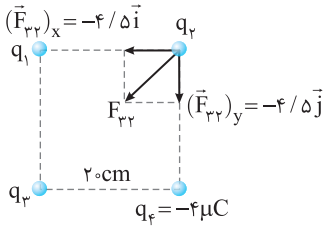
$$\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}=-4/5\vec{i}+4/5\vec{j}$$

با توجه به صورت مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر $-9\vec{i}$ است. بنابراین:

$$\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}+\vec{F}_{32}\xrightarrow[\vec{F}=-9\vec{i}]{\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}=-4/5\vec{i}-4/5\vec{j}}$$

$$-9\vec{i}=-4/5\vec{i}+4/5\vec{j}+\vec{F}_{32}\Rightarrow\vec{F}_{32}=-4/5\vec{i}-4/5\vec{j}$$

بنابراین نیرویی که q_3 به q_2 وارد می‌کند مطابق شکل زیر است.



۱ نیروی $\vec{F}_{32}$ ربایشی است پس بارهای q_2 و q_3 ناهمنام بوده و q_3 مثبت است.

۲ اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{32}$ برابر است با:

$$F_{32}=\sqrt{(F_{32})_x^2+(F_{32})_y^2}=4/5\sqrt{2}N$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}\xrightarrow[r_{32}=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}cm]{\text{فاصله } q_2 \text{ و } q_3 \text{ برابر قطر مربع}}$$

$$4/5\sqrt{2}=9\times10^9\times\frac{q_3\times5\times10^{-6}}{800\times10^{-4}}\Rightarrow q_3=8\sqrt{2}\times10^{-6}C=8\sqrt{2}\mu C$$

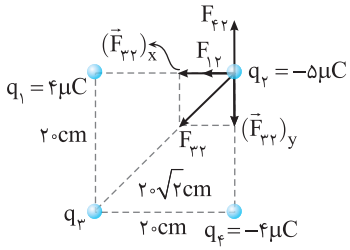
روش دوم: البته با کمی فکر کردن نیز می‌توانیم بردار $\vec{F}_{۳۲}$ را به دست آوریم. نیروی برایند $\vec{F}=-۹\vec{i}$ مؤلفه قائم ندارد. بنابراین مؤلفه قائم نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند.

$$F_{(۳۲)y}=F_{۴۲}=۴/۵N$$

نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند ربایشی و مقدار آن $۴/۵N$ و در خلاف جهت محور xهاست، یعنی $\vec{F}_{۱۲}=-۴/۵\vec{i}$ بنابراین مؤلفهٔ x نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند نیز باید برابر $\vec{F}_{(۳۲)x}=-۴/۵\vec{i}$ باشد. در نتیجه:

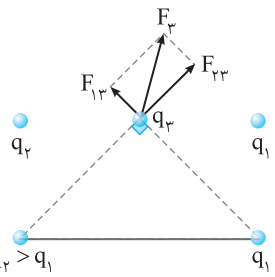
$$\begin{cases}(F_{۳۲})_y=F_{۴۲}\Rightarrow(F_{۳۲})_y=۴/۵N\\(F_{۳۲})_x+F_{۱۲}=۹N\Rightarrow(F_{۳۲})_x=۴/۵N\end{cases}\Rightarrow F_{۳۲}=\sqrt{۴/۵^۲+۴/۵^۲}=۴/۵\sqrt{۲}N$$

با توجه به اینکه نیروی $F_{۳۲}$ نیروی ربایشی است پس $q_۲$ و $q_۳$ مختلف‌العلامت هستند و $q_۳$ مثبت است. در ادامه مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم.



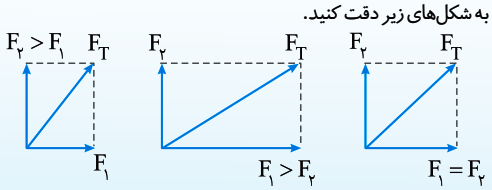
A ۱۰۹۶ | ۴

بارها همه مثبت هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هر دو بر بار الکتریکی $q_۳$ نیروی رانشی وارد می‌کنند. البته نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند بزرگتر از نیرویی است که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند. با رسم نیروهای $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ شکل نیروی خالص مطابق شکل روبرو است.

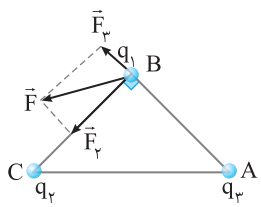


A ۱۰۹۷ | ۱

یادداشت ریاضی در ابتدا یادآوری کنیم که برایند دو بردار که با هم زاویه می‌سازند، همواره بین آن دو قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، بردار برایند روی نیمساز آن دو بردار قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه نباشند، بردار برایند به بردار بزرگ‌تر نزدیک می‌شود. به شکل‌های زیر دقت کنید.



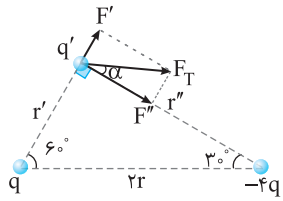
نیروی بین دو بار همواره روی خط وصل‌کننده دو بار است، یعنی نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند $(F_۲)$، روی امتداد خط AB و نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند $(F_۲)$، روی امتداد خط BC است. نیروی خالص F وارد بر $q_۱$ برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۳$ است بنابراین نیروی F را روی امتداد خط‌های AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. نیرویی که بار $q_۲$ وارد می‌کند از نیرویی که بار $q_۳$ وارد می‌کند بزرگتر است $(F_۲>F_۳)$. بنابراین مقدار بار $q_۲$ از مقدار بار $q_۳$ بیشتر است $|q_۲|>|q_۳|$ بار $q_۳$ بار $q_۱$ را می‌راند پس $q_۳$ و $q_۱$ همنام هستند. اما بار $q_۲$ بار $q_۱$ را می‌رباید بنابراین $q_۲$ و $q_۱$ همنام هستند.



B ۱۰۹۸ | ۲

خط فکری در این سؤال مقدار بارهای q و $-۴q$ و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q' با هم متفاوت است. ابتدا بزرگی نیروهای وارد از طرف q و $-۴q$ با یکدیگر مقایسه می‌کنیم، برای این کار وتر مثلث را $۲r$ فرض می‌کنیم:

$$\sin ۳۰^\circ=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{r'}{۲r'}\Rightarrow r'=r$$

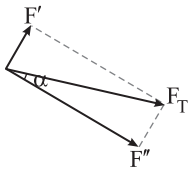


$$\sin ۶۰^\circ=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}}$$
$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{r''}{۲r}\Rightarrow r''=\sqrt{۳}r$$

حال اندازهٔ نیروهای F' و F'' را حساب می‌کنیم:

$$F'=k\frac{qq'}{r'^۲}\xrightarrow{r'=r}F'=k\frac{qq'}{r^۲}\ ,\ F''=k\frac{q'|-۴q|}{r''^۲}\xrightarrow{r''=\sqrt{۳}r}F''=\frac{۴}{۳}k\frac{qq'}{r^۲}$$

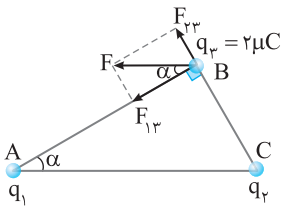
بنابراین F'' بزرگ‌تر از F' است و برایند نیروها به سمت نیروی F'' متمایل می‌شود:



(دقت کنید زاویه α از ۳۰° کمتر است و جهت $\vec{F}_T$ افقی نخواهد بود.)

B ۱۰۹۹ | ۴

خط فکری در سؤالاتی مانند شکل زیر که امتداد نیروها بر هم عمودند و جهت نیروی برایند مشخص شده است، باید با استفاده از تجزیه بردار برایند و استفاده از روابط مثلثاتی سؤال را حل کنیم (اخیراً از این مدل تست زیاد استفاده می‌شود.). روابط زیر را می‌توانید در حل اینگونه مسائل بکار ببرید.

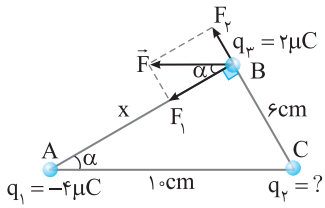


$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\ ,\ \sin\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F}\ ,\ \cos\alpha=\frac{F_{۱۳}}{F}$$

البته در مثلث ABC نیز این روابط را برای اضلاع مثلث می‌توانید بنویسید.

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\ ,\quad \sin\alpha=\frac{BC}{AC}\ ,\quad \cos\alpha=\frac{AB}{AC}$$

۱ ابتدا فاصلهٔ بار $q_۱$ از $q_۳$ را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AC^۲=AB^۲+BC^۲$$
$$\Rightarrow ۱۰^۲=x^۲+۶^۲$$
$$\Rightarrow x=۸cm\Rightarrow AB=۸cm$$

۲ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ ناهمنام هستند و $q_۱$ بر بار $q_۳$ نیروی ربایشی (جاذبه) وارد می‌کند و این نیرو روی ضلع AB و به سوی $q_۱$ است.

۳ نیروی F را روی امتداد اضلاع AB و BC تجزیه می‌کنیم. نیروی $F_۲$ که در امتداد BC است، نیروی دافعه‌ای است که از سوی بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد شده است، بنابراین $q_۲$ و $q_۳$ همنام هستند و بار $q_۲$ مثبت است.

۴ اگر زاویهٔ بین بردار F و بردار $F_۱$ را α بنامیم، با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

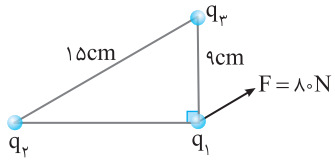
$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

۵ اکنون تانژانت α را برای نیروها نوشته از قانون کولن در آن جای‌گذاری کرده و $q_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{F_۲}{F_۱}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{k\frac{|q_۲|\times|q_۳|}{۶^۲}}{k\frac{|q_۱|\times|q_۳|}{۸^۲}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۶۴}{۳۶}\times\frac{q_۲}{۴}\Rightarrow q_۲=\frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

بازی با سوال سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برایند نیروهایی که بارهای $q_۲$ و $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کنند، بردار F، موازی با قاعده مثلث رسم شده است. نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$

آزمون مدارس برتر



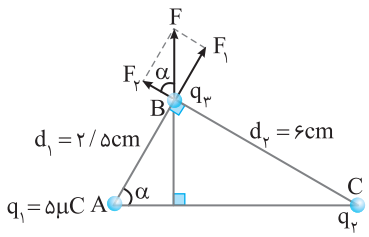
۱) $\frac{۸۱}{۴}$
۲) ۶۴
۳) ۴۸
۴) ۵۴

گزینهٔ ۲

B ۱۱۰۰ ۳

خط فکری در حل این مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱ نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است. نیروی خالص، برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ است، یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا $F_۱$ و $F_۲$ به دست آید. به شکل دقت کنید. نیروی F را تجزیه کرده‌ایم. هر دو بار $q_۱$ و $q_۲$ بار $q_۳$ را می‌رانند بنابراین هر سه بار همنام و مثبت هستند.



۲ در مثلث‌های $BF_۲F$ و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود: در هر مثلث تانژانت زاویهٔ α می‌نویسیم سپس مقدارهای به دست آمده برحسب اضلاع و نیروها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta BF_۲F:\tan\alpha=\frac{F_۱}{F_۲},\ \Delta ABC:\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{BC}{AB}=\frac{d_۲}{d_۱}$$

۳ از قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ به‌جای $F_۱$ و $F_۲$ جای‌گذاری می‌کنیم

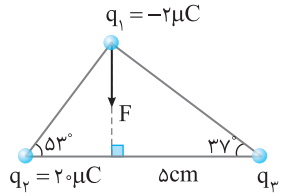
$$\frac{k\frac{q_۱q_۳}{(d_۱)^۲}}{k\frac{q_۲q_۳}{(d_۲)^۲}}=\frac{d_۲}{d_۱}\Rightarrow\frac{q_۱}{q_۲}\times\frac{(d_۲)^۲}{(d_۱)^۲}=\frac{d_۲}{d_۱}\Rightarrow\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{۵}{q_۲}=\frac{۲/۵}{۶}\Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

میانبر در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید. یعنی

$$\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲}\qquad\frac{۵}{q_۲}=\frac{۲/۵}{۶}\Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

بازی با سوال در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_۱=-۲\mu C$ از طرف دو بار دیگر (F) نشان داده شده است. اندازهٔ این نیرو چند نیوتون است؟ $(\sin۳۷^\circ=۰/۶, k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$

قلم‌چی

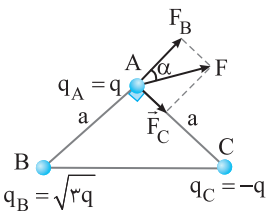


۱) ۳۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

B ۱۱۰۱ ۱

بارهای $q_C=-q$ و $q_A=q$ ناهمنام هستند، بنابراین بار q_C، بار q_A را می‌رباید (جذب می‌کند)، بارهای $q_B=\sqrt{۳}q$ و $q_A=q$ همنام هستند و بار q_B، بار q_A را می‌راند (دفع می‌کند)، البته نیروی F_{BA} از نیروی F_{CA} بزرگ‌تر است، زیرا فاصلهٔ بار q_B و q_C تا بار q_A برابر است اما $|q_B|>|q_C|$ است. نیروها را روی شکل رسم می‌کنیم. مسئله زاویهٔ α یعنی زاویهٔ بین نیروی برایند و امتداد پاره‌خط AB را خواسته است. با توجه به تعریف کتانژانت α می‌توان α را به دست آورد.



$$\cot\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}\Rightarrow\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}$$

با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ به جای F_B و F_C مقدار قرار می‌دهیم.

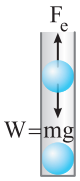
$$\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}=\frac{k\frac{(\sqrt{۳}q)q}{a^۲}}{k\frac{(q)(q)}{a^۲}}=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ$$

B ۱۱۰۲ ۳

خط فکری این مسئله ترکیبی از فصل الکتریسیته ساکن و قوانین نیوتون در متوسطه اول و فصل دینامیک سال دوازدهم است.

در حل این مسائل ابتدا نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را باید رسم کنید و چون جسم در تعادل است نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید. $(F_{net}=۰)$

۱ نیروهای وارد بر گوی معلق، نیروی وزن و نیروی دافعه الکتریکی است که آن‌ها را رسم می‌کنیم:



۲ این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند و برای آن‌که گوی ساکن بماند، باید این دو نیرو با هم برابر باشند. یعنی زمانی که دو گوی در فاصله ۳cm از هم قرار می‌گیرند، می‌توان نوشت:

$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{q_۲}{r^۲}=mg\Rightarrow۹\times۱۰^۹\times\frac{q^۲}{۹\times۱۰^{-۴}}=۲/۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

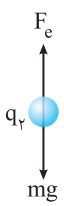
$$\Rightarrow q^۲=۲۵\times۱۰^{-۱۶}\Rightarrow|q|=۵\times۱۰^{-۸}C$$

۳ با توجه به رابطه $|q|=ne$ تعداد الکترون‌های کنده شده را به دست می‌آوریم.

$$۵\times۱۰^{-۸}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times n\Rightarrow\frac{۵}{۱/۶}\times۱۰^{۱۱}=n\Rightarrow n=\frac{۲۵}{۸}\times۱۰^{۱۱}$$

B ۱۱۰۳ ۴

برای اینکه گوی (۲) در حال تعادل باشد، باید نیروهای وارد بر آن با هم برابر و خلاف جهت هم باشند.



گویی که دارای بار $q_۲$ است، معلق و در حال تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این گوی، نیروی وزن $(W=mg)$ و نیروی جاذبه کولنی $F_e=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ است. این نیروها را روی شکل نشان می‌دهیم و مقدار آن‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم تا بتوانیم بار $q_۲$ را حساب کنیم.

$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=mg\Rightarrow۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}\times|q_۲|}{۹\times۱۰^{-۴}}=۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

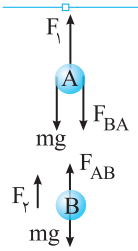
$$\Rightarrow۵|q_۲|\times۱۰^۷=۲\times۱۰^{-۱}\Rightarrow|q_۲|=۴\times۱۰^{-۹}C=۴nC$$

و چون نیروی بین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ جاذبه است، پس بار $q_۲$ منفی است، بنابراین:

$$q_۲=-۴nC$$

B ۱۱۰۴ **۲**

ابتـدا نیروهایی را که به گوی‌های A و B وارد می‌شـود حسـاب می‌کنیم. توجه کنید که گوی‌های A و B ناهمنام هستند و نیروی الکتریکی آن‌ها ربایشی است، یعنی نیروی الکتریکی که B به A وارد می‌کند رو به پایین در جهت وزن اسـت اما نیرویی که بار A بر بار B وارد می‌کند رو به بالا و در خلاف جهت وزن است. البته F_{AB} و F_{BA} بنا بر قانون سوم نیوتون با هم برابراند.



نیروی وزن گوی A و نیروی الکتریکی وارد بر آن را به دست می‌آوریم:

نیروی الکتریکی بین A و B: $F_{BA}=9\times10^{9}\times\frac{2\times4\times10^{-12}}{9\times10^{-4}}=80N$

نیروی وزن گوی A: $mg=11\times10=110N$

بر گوی A سه نیروی W و F_{BA} رو به پایین و نیروی نیروسنج F_1 رو به بالا وارد می‌شود و برای آن‌که A در تعادل باشـد باید $F_{net}=0$ باشـد، یعنی نیروی F_1 رو به بالا با مجموع W و F_{BA} رو به پایین برابر باشد.

$F_1=W+F_{BA}\Rightarrow F_1=110+80=190N$

اکنون به سراغ گوی B می‌رویم. نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی B با نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی A برابر است.

نیروی الکتریکی بین A و B: F_{AB} ، $F_{AB}=F_{BA}=80N$

نیروی وزن گوی B: $mg=11\times10=110N$

بر گوی B نیز همان سه نیرو وارد می‌شود، اما نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی F_e و نیروی F_2 رو به بالا وارد می‌شوند، بنابراین این بار باید مجموع F_{AB} و F_2 با نیروی وزن برابر باشد تا $F_{net}=0$ شود.

$W=F_2+F_{AB}\Rightarrow110=F_2+80\Rightarrow F_2=30N$

بنابراین نسبت $\frac{F_1}{F_2}$ خواهد شد:

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{190}{30}=\frac{19}{3}$$

B ۱۱۰۵ **۳**

خط فکری همواره نیروی الکتریکی بین دو بار با هم برابر است $|F_{AB}|=|F_{BA}|$

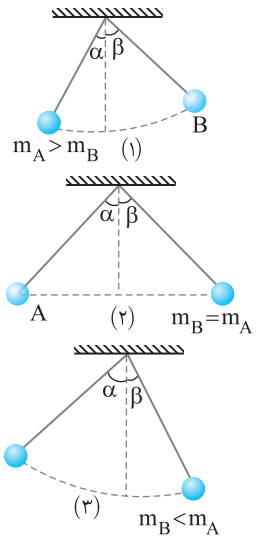
همواره نیرویی که بار الکتریکی q_A بر بار الکتریکی q_B وارد می‌کند بنا بر قانون سوم نیوتـون با نیـروی الکتریکی که بـار q_B بر بار q_A وارد می‌کند برابر است:

$|F_{AB}|=|F_{BA}|$

بنابرایـن اگـر جـرم A بزرگ‌تـر از جـرم B $(m_A>m_B)$ باشـد، جـرم سـنگین‌تر کمتـر منحرف می‌شـود و $\beta>\alpha$ اسـت. (شکل (۱))

اگـر جرم A و جـرم B برابر باشـد، نیروی وزن آن‌ها برابر اسـت و مقدار انحراف یکسـان است. $(\alpha=\beta)$ (شکل (۲))

اگر جرم A بزرگ‌تر از جرم B باشد حتماً A کمتر منحرف می‌شود و $(\alpha>\beta)$ است.(شکل (۳))



گزینـه (۱): اگـر بارها مسـاوی باشـند، اما جرم ذرات A و B یکـی نباشـد، زاویه α و β برابر نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): اگر بار $q_A>q_B$ باشـد. نیروی الکتریکی بین دو بار یکسـان اسـت و اگر جرم آن‌ها یکی باشد، زاویه α و β برابراند و گزینه (۲) نادرست است.

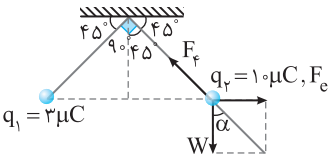
گزینه (۳): با برابر بودن جرم‌ها $(m_A=m_B)$ نیروی وزن آن یکی اسـت. از طرفی به بارهای الکتریکی حتی وقتی هم‌اندازه نیسـتند بنا به قانون سـوم نیوتون نیروی الکتریکی یکسانی برهم وارد می‌کنند بنابراین الزاماً $\alpha=\beta$ است و گزینه (۳) درست است.

گزینه ۴: اگر $m_A>m_B$ باشـد، A سنگین‌تر اسـت و در اثر نیروی الکتریکی یکسان کمتر منحرف می‌شود، یعنی $\alpha<\beta$ خواهد بود و گزینه (۴) نادرست است.

C ۱۱۰۶ **۱**

خط فکری یکـی از گوی‌هـا را انتخاب کنیـد و نیروهای وارد بر آن را رسـم کنید. نیروهـای وارد بـر هر گوی عبارتند از نیروی وزن W، نیـروی دافعه الکتریکی بین دو بار F_e و نیرویی که نخ به گوی وارد می‌کند. مراحل زیر را پیگیری کنید.

۱ دو گلوله هم‌جرم هسـتند، بنابراین نیروی وزن آن‌ها یکسـان است. نیروها را رسم می‌کنیم.



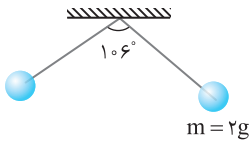
۲ نیروی الکتریکی بین دو بار را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Leftarrow F=9\times10^{9}\times\frac{3\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{(0/3)^2}\Rightarrow F=\frac{9\times3\times10^{-2}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow F=3N$$

۳ با توجه شکل باید برایند F_e و W در امتداد ریسمان باشد، تا توسط نیروی کشش نـخ خنثی شـود و گوی در حال تعادل بماند و بنا بر خطوط مـوازی و مورب زاویهٔ α برابر $45°$ است و می‌توان نوشت: $\tan\alpha=\frac{F_e}{W}\xrightarrow{\tan45°=1}1=\frac{3}{W}\Rightarrow W=3N$

۴ نیروی وزن برابر است با: $W=mg\Rightarrow3=m\times10\Rightarrow m=0/3kg\Rightarrow m=300g$

بازی با سؤال **در شـکل روبه‌رو دو کـرهٔ کوچک هم‌جرم با بار یکسـان $q=2\mu C$ از دو ریسمان سبک هم‌طول آویزان و در تعادل هستند، نیروی کششی هر ریسمان چند نیوتون است؟**



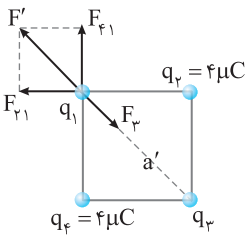
۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۲۵ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۱۵

گزینهٔ ۲

پنجره دو جداره

C ۱۱۰۷ **۴**

۱ نیرویـی که بارهـای q_2 و q_4 بر بار q_1 وارد می‌کننـد، با هم برابر اسـت. زیرا بار $q_2=q_4$ و فاصلـهٔ آن‌ها از بار q_1 یکسـان اسـت. اگر طول ضلع مربع را a فرض کنیم با فـرض اینکه بـار q_1 مثبت اسـت، نیروهای F_{21} و F_{41} را رسم می‌کنیم. این دو نیرو را حساب می‌کنیم.



$$F_{21}=F_{41}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{a^2}$$

۲ برایند ایـن دو نیرو را F' می‌نامیم و آن را به دسـت می‌آوریـم. این نیرو نیز چون F_{21} و F_{41} با هم برابراند، دقیقاً بین دو نیرو قرار می‌گیرد. (F' و F_3 هم‌راستا هستند)

$$F'=\sqrt{F_{21}^2+F_{41}^2}=\sqrt{F^2+F^2}=\sqrt{2}F\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{2}k|q_2||q_1|}{a^2}$$

۳ فاصله بین q_3 و q_1 که قطر مربع است برابر است با: $a'=\sqrt{2}a$

۴ نیروی بین q_3 و q_1 خواهد شد: $F_3=k\frac{|q_3||q_1|}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{1}{2}k\frac{|q_3||q_1|}{a^2}$

۵ به سربالایی سؤال رسیدیم. در متن سؤال گفته شه که:

نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه نیروی خالص وارد بر q_3 است یعنی:

$$|\vec{F}_3|=|\vec{F}_{net}|\Rightarrow\begin{cases}\text{غ.ق.ق.}\ \vec{F}_3\ \text{و}\ \vec{F}':\vec{F}_3=F'+F_3\Rightarrow F'=0\\ \vec{F}_3\ \text{خلاف جهت}\ \vec{F}'\ \text{و}\ \vec{F}':F_3=F'-\vec{F}_3\Rightarrow2F_3=F'\Rightarrow\vec{F}'=-2\vec{F}_3\end{cases}$$

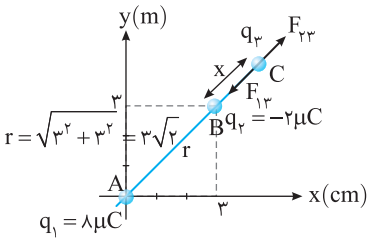
۶ اکنون مقدارهای F' و F_3 را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\sqrt{2}k\frac{|q_2||q_1|}{a^2}=-2\left(\frac{1}{2}k\frac{|q_3||q_1|}{a^2}\right)\xrightarrow{q_2=4\mu C}\sqrt{2}\times4=-q_3\Rightarrow q_3=-4\sqrt{2}\mu C$$

۱ ۱۱۰۸ C

یادآوری دو بار q_1 و q_2 ناهمنام‌اند بنابراین بار q_3 باید خارج از دو بار و نزدیک به بار با مقدار کمتر یعنی q_2 قرار گیرد.

در صفحهٔ xoy محل بارهای q_1 و q_2 را مشخص می‌کنیم.



بار q_3 باید در نقطه‌ای روی امتداد خط وصل کننده دو بار الکتریکی q_1 و q_2 و در نزدیکی بار q_2 قرار داده شود تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. نوع بار q_3 مهم نیست و آن را مثبت فرض می‌کنیم. (در نکتهٔ آخر سؤال دلیل این عدم اهمیت را می‌گوییم.) اندازه نیرویی که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند (F_{13}) را با اندازه نیرویی که بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کند (F_{23}) برابر قرار می‌دهیم.

$$F_{13}=F_{23}$$

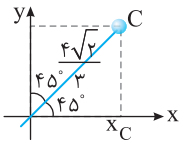
$$\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\Rightarrow\frac{q_1}{(3\sqrt{2}+x)^2}=\frac{q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{8}{(3\sqrt{2}+x)^2}=\frac{2}{x^2}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{3\sqrt{2}-x}=\frac{1}{x}\Rightarrow 2x=3\sqrt{2}+x\Rightarrow 3x=3\sqrt{2}\Rightarrow x=3\sqrt{2}\,cm$$

فاصلهٔ بار q_3 از مبدأ مختصات خواهد شد

$$AC=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

نقاط B و C روی نیمساز ربع اول قرار دارند، بنابراین مختصات C خواهد شد:

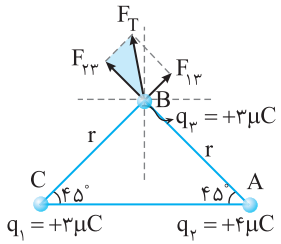


$$y_C=x_C=6\sqrt{2}\times\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\,cm$$

نکته q_3 در محاسبات حذف شد به همین دلیل بیان کردیم نوع بار q_3 تأثیری در حل مسئله ندارد.

۲ ۱۱۰۹ C

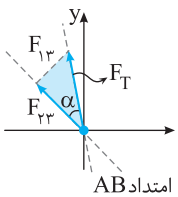
ابتدا نیروهای وارد بر بار q_3 و جهت آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$F_{13}=k\frac{q_1q_3}{r^2}\Rightarrow F_{13}=k\frac{9\times10^{-12}}{r^2}$$

$$F_{23}=k\frac{q_2q_3}{r^2}\Rightarrow F_{23}=k\frac{12\times10^{-12}}{r^2}$$

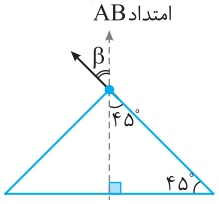
در مثلث رنگی زاویهٔ بین نیروی خالص با امتداد ضلع AB را به‌دست می‌آوریم:



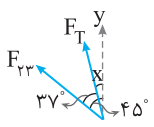
$$\tan\alpha=\frac{F_{13}}{F_{23}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{k\frac{9\times10^{-12}}{r^2}}{k\frac{12\times10^{-12}}{r^2}}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{3}{4}\Rightarrow\alpha=37^\circ$$

زاویهٔ بین نیروی F_{23} (که در امتداد AB است) با راستای قائم برابر است با: $\hat{\beta}=45^\circ$



بنابراین زاویه‌ای که نیروی خالص F_T با محور قائم می‌سازد، خواهد شد:

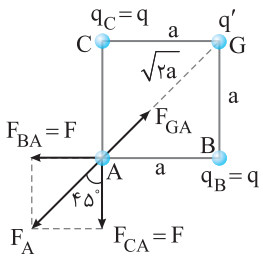


$$x=45-37=8^\circ$$

۳ ۱۱۱۰ B

خط فکری شکل مکعب شما را گول نزند. در واقع یک مربع ABGC داریم که در سه رأس A، B و C آن سه بار وجود دارد که بارهای q_B و q_C بر بار q_A نیروی یکسان وارد می‌کنند. زیرا بارها هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از A یکسان است و برای آن که نیروی وارد بر A صفر شود، قطعاً بار q' باید در رأس دیگر مربع یعنی رأس G قرار گیرد و نیرویی که به بار A وارد می‌کند با برایند نیروهای F_{BA} و F_{CA} هم‌اندازه باشد.

با توجه به جهت نیروهایی که بارهای q_B و q_C به بار q_A وارد می‌کنند، برایند آن‌ها روی رأس A در جهت نشان داده شده است. (از بالا به مکعب نگاه می‌کنیم)



۱ نیروهای F_{BA} و F_{CA} بنا بر قانون کولن برابرند با:

$$F_{BA}=F_{CA}=F=k\frac{|q||q|}{a^2}=k\frac{q^2}{a^2}$$

۲ برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F_A=\sqrt{F_{BA}^2+F_{CA}^2}\Rightarrow F_A=\sqrt{F^2+F^2}=\sqrt{2}F\Rightarrow F_A=\sqrt{2}k\frac{q^2}{a^2}\quad(1)$$

۳ اکنون فاصلهٔ بین بار q' تا نقطهٔ A که قطر مربع است را حساب می‌کنیم.

$$AG=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$$

۴ نیرویی که q' به بار q وارد می‌کند برابر خواهد شد با:

$$F_{GA}=k\frac{|q||q'|}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{1}{2}k\frac{|q||q'|}{a^2}\quad(2)$$

$$(1)=(2)\Rightarrow\sqrt{2}k\frac{q^2}{a^2}=k\frac{|q||q'|}{2a^2}\Rightarrow\frac{|q'|}{|q|}=2\sqrt{2}$$

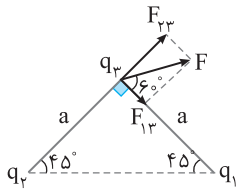
بار q بار q_A را دفع و بار q' بار q_A را جذب کرده، پس q و q' ناهمنام‌اند.

$$\left(\frac{q'}{q}=-2\sqrt{2}\right)$$

۲ ۱۱۱۱ C

خط فکری برای حل این مسئله باید ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه کنید تا جهت نیروهایی که بار q_2 بر بار q_3 (F_{23}) و بار q_1 بر بار q_3 (F_{13}) وارد می‌کند مشخص شود. سپس به کمک زاویهٔ داده شده در شکل نسبت بارها را بیابید.

حالت اول: زاویهٔ بین F و ضلع q_1q_3، 60° است. با توجه به تعریف تانژانت زاویهٔ می‌توان نوشت:



$$\tan 60^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

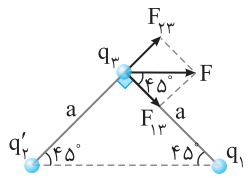
$$\tan 60^\circ=\frac{F_{23}}{F_{13}}$$

نیرویی که بار q_1 و بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند را از قانون کولن قرار می‌دهیم.

$$\tan 60^\circ=\frac{k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}}{k\frac{|q_1||q_3|}{a^2}}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{|q_2|}{|q_1|}$$

بار q_1 بار q_3 را جذب کرده و بار q_2 بار q_3 را رانده است، پس نتیجه می‌شود q_1 و q_2 ناهمنام‌اند. $\frac{q_2}{q_1}=-\sqrt{3}$ می‌شود.

حالت دوم: در این حالت نیروی خالص F وارد بر q_3 باید موازی خط q_1q_2 شود. بنابراین زاویهٔ بین F و خط q_1q_3، ۴۵° می‌شود، حال این قسمت را شبیه حالت اول حل می‌کنیم.



$$\tan 45^\circ=\frac{F'_{23}}{F_{13}}=\frac{|q'_2|}{|q_1|}\xrightarrow{\tan 45^\circ=1}|q'_2|=|q_1|$$

در این حالت نیز بار q'_2 و q_3 را رانده و بار q_1 بار q_3 را جذب کرده است پس q'_2 و q_1 نیز ناهمنام‌اند:

$$q'_2=-q_1$$

بنابراین بار q_2 و q'_2 نیز همنام می‌شوند و نسبت آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{q'_2}{q_2}=\frac{-q}{-\sqrt{3}q_1}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

C ۲ ۱۱۱۲

۱ ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل بار q_1 بار q_3 را دفع کرده، بنابراین q_1 نیز مثبت است. اما بار $q_2=q'$ بار q_3 را جذب می‌کند، بنابراین q_2 منفی است.

۲ فاصلهٔ بار q_1 و بار q_2 را از بار q_3 به کمک زاویهٔ ۶۰° روی شکل حساب می‌کنیم.

$$\sin 60^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow AB=AC\sin 60^\circ\Rightarrow AB=a\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ=\frac{BC}{AC}\Rightarrow BC=AC\cos 60^\circ\Rightarrow BC=\frac{a}{2}$$

۳ نیروی بار q_1 بر بار q_3 برابر است با: (۱)

$$F_{13}=k\frac{|q||q_3|}{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2}=4k\frac{|q||q_3|}{3a^2}$$

نیروی بار q_2 بر بار q_3 برابر است با: (۲)

$$F_{23}=k\frac{|q'||q_3|}{(\frac{a}{2})^2}=4k\frac{|q'||q_3|}{a^2}$$

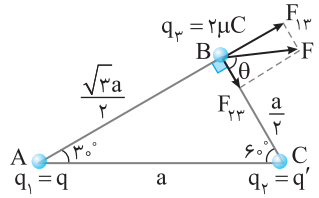
۴ به کمک تعریف تانژانت برای زاویهٔ θ خواهیم داشت:

$$\tan\theta=\frac{F_{13}}{F_{23}}\xrightarrow{\text{جایگذاری از رابطهٔ (۱) و (۲)}}\tan\theta=\frac{\frac{4}{3}k\frac{|q||q_3|}{a^3}}{4k\frac{|q'||q_3|}{a^3}}\Rightarrow\tan\theta=\frac{|q|}{3|q'|}$$

۵ با توجه به فرض مسئله $\theta>60^\circ$ است، یعنی $\tan\theta>\tan 60^\circ$ است:

بنابراین:

$$\frac{|q|}{3|q'|}>\tan 60^\circ\Rightarrow\frac{|q|}{3|q'|}>\sqrt{3}\Rightarrow\frac{|q|}{|q'|}>3\sqrt{3}$$



C ۳ ۱۱۱۳

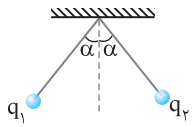
یادآوری هرگاه مجموع دو بار الکتریکی مقدار ثابتی باشد، نیروی بین آن‌ها وقتی بیشینه است که دو بار هم‌اندازه باشند، در این حالت حاصل‌ضرب q_1q_2 بیشینه است. برای آنکه فاصلهٔ بین دو بار بیشینه شود، باید حاصل‌ضرب $q'_Aq'_B$ بیشینه شود و برای این مطالب باید دوبار q'_A و q'_B باهم برابر باشند. $q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{10+4}{2}=7\mu C$

بنابراین از بار $q_B=10\mu C$، مقدار $\Delta q=10-7=3\mu C$ به بار q_A منتقل شود.

بنابراین درصد تغییر بار q_B خواهد شد:

$$\frac{\Delta q}{q_B}\times 100=\frac{3}{10}\times 100=30\%$$

بازی با سوال مطابق شکل دو گوی با بارهای $q_1=2q$ و $q_2=4q$ در حال تعادل‌اند، چند درصد از بار q_2 را به بار q_1 منتقل کنیم تا زاویه بین دو گوی بیشینه شود؟



۱) ۵۰٪ ۲) ۲۵٪ ۳) ۴۰٪ ۴) ۱۵٪

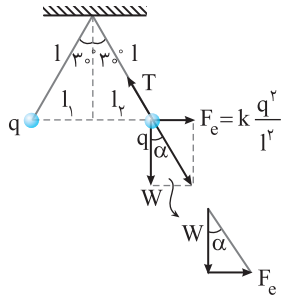
گزینهٔ ۲

C ۲ ۱۱۱۴

خط فکری مسئله دو حالت را بیان کرده، در هر دو حالت سه نیروی وزن (W)، نیروی دافعه الکتریکی (F_e) و نیروی کشش نخ (T) وارد بر یکی از دو بار را رسم کنید. باید برایند نیروی F_e و W هم‌اندازهٔ نیروی T و در امتداد نخ باشد تا یکدیگر را خنثی کنند و بار در تعادل باشد. اکنون با توجه به این دانسته‌ها حل را شروع می‌کنیم.

حالت اول: زاویهٔ بین دو نخ ۶۰°:

نیروهای وارد بر بار q را رسم می‌کنیم.



برایند F_e و W در امتداد نخ است و بنا بر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۳۰° است. تانژانت α را می‌نویسیم:

$$\tan\alpha=\frac{F_e}{W}$$

فاصلهٔ بین دو بار برابر l_1+l_2 است که l_1 ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° یعنی $\frac{l}{2}$ و ضلع l_2 نیز روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° و برابر $\frac{l}{2}$ است:

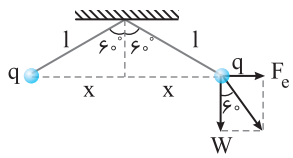
$$l_1+l_2=\frac{l}{2}+\frac{l}{2}=l$$

نیروی F_e بنا به قانون کولن برابر است با $F_e=k\frac{qq}{l^2}$ و F_e و W را در رابطهٔ $\tan\alpha$ قرار می‌دهیم.

$$\tan 30^\circ=\frac{\frac{kq^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\frac{kq^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}W=k\frac{q^2}{l^2}\quad(1)$$

حالت دوم: زاویهٔ بین دو نخ ۱۲۰°:

فاصلهٔ دو بار را از هم حساب می‌کنیم



$$\sin 60^\circ=\frac{x}{l}\Rightarrow x=l\sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{2}l$$

در این صورت فاصلهٔ دو بار از هم $r'=2x=\sqrt{3}l$ می‌شود و نیرو بین دو بار برابر خواهد شد با:

$$F'_e=k\frac{(q+q_\circ)^2}{r'^2}=k\frac{(q+q_\circ)^2}{(\sqrt{3}l)^2}=k\frac{(q+q_\circ)^2}{3l^2}$$

مجدداً تانژانت زاویه α را که اکنون ۶۰° شده است می‌نویسیم:

$$\tan 60^\circ=\frac{F'_e}{W}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{\frac{k(q+q_\circ)^2}{3l^2}}{W}\Rightarrow\sqrt{3}W=k\frac{(q+q_\circ)^2}{3l^2}\quad(2)$$

رابطهٔ (۱) را بر رابطهٔ (۲) تقسیم می‌کنیم.

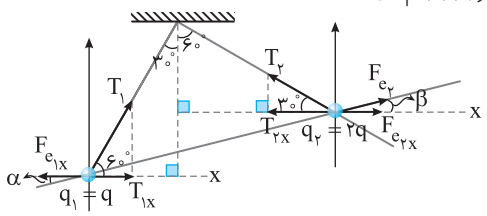
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}W}{\sqrt{3}W}=\frac{\frac{kq^2}{l^2}}{\frac{k(q+q_\circ)^2}{3l^2}}\Rightarrow\frac{q^2}{(q+q_\circ)^2}=\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{q}{q+q_\circ}=\frac{1}{3}\Rightarrow 3q=q+q_\circ\Rightarrow 2q=q_\circ\Rightarrow\frac{q_\circ}{q}=2$$

C ۱۱۱۵ ۳

با یک مسئله بسیار جدی در کنکور سراسری سروکار دارید. نیروهای وارد بر هر بار عبارت‌اند از نیروی وزن، نیروی دافعه الکتریکی F_e و نیروی کشش نخ.

در این مسئله از شما رابطهٔ بین T_1 و T_2 خواسته شده است، بنابراین باید نیروهای وارد بر هر بار را رسم کنید.



۱ نیروی الکتریکی در امتداد خط q_1q_2 است، بنا بر خاصیت موازی و مورب زاویه‌های α و β با هم برابرند. از طرفی نیروی الکتریکی که هر دو بار به هم وارد می‌کنند یکسان است.

۲ مؤلفهٔ x نیروی الکتریکی روی محور x به دست می‌آوریم.

$$(F_{e_1} = F_{e_2})$$

$$\cos\alpha = \frac{F_{e_{1x}}}{F_{e_1}} \Rightarrow F_{e_{1x}} = F_{e_1}\cos\alpha$$

$$\cos\beta = \frac{F_{e_{2x}}}{F_{e_2}} \Rightarrow F_{e_{2x}} = F_{e_2}\cos\beta$$

$$\xrightarrow[\alpha=\beta]{F_{e_1}=F_{e_2}} F_{e_{1x}} = F_{e_{2x}} \qquad (1)$$

۳ به شکل نگاه کنید. زاویهٔ بین نیروی T_1 و محور x ها ۶۰° است و مؤلفهٔ T_1 x نیز خواهد شد:

$$\cos 60^\circ = \frac{T_{1x}}{T_1} \Rightarrow T_{1x} = T_1\cos 60^\circ \Rightarrow T_{1x} = \frac{T_1}{2} \qquad (2)$$

زاویهٔ بین نیروی T_2 و محور x ها ۳۰° است، بنابراین:

$$\cos 30^\circ = \frac{T_{2x}}{T_2} \Rightarrow T_{2x} = T_2\cos 30^\circ \Rightarrow T_{2x} = T_2\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (3)$$

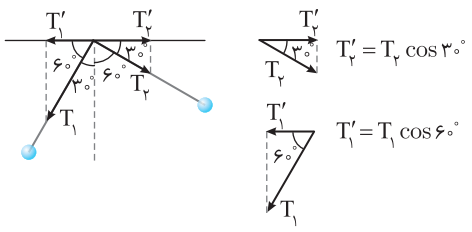
۴ برای آن که بارها در تعادل باشند، باید نیروهای آن در امتداد محور x ها و y ها صفر شود یعنی باید:

$$T_{2x} = F_{e_{2x}} \ , \ T_{1x} = F_{e_{1x}} \xrightarrow{\text{با توجه به رابطه (۱)}} T_{2x} = T_{1x}$$

$$\xrightarrow{۲\text{و}۳} \frac{T_1}{2} = T_2\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_1 = \sqrt{3}T_2$$

خوب، حل تمام شد. راحت شدیم. ☺

میانبر نیرویی که نخ‌ها بر سقف نیز وارد می‌کنند برابر T_1 و T_2 است. با توجه به شکل برای آنکه نخ‌ها در تعادل باقی بمانند باید مؤلفه‌های افقی این نیروها که به سقف وارد می‌شوند با هم برابر بوده و یکدیگر را خنثی کنند:



$$T'_1 = T'_2 \Rightarrow T_1\cos 60^\circ = T_2\cos 30^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{2} = \frac{\sqrt{3}T_2}{2} \Rightarrow T_1 = \sqrt{3}T_2$$

B ۱۱۱۶ ۴

یادآوری نیرویی که دو بار الکتریکی بر هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است.

$$F_{13} = F_{23} \ , \ F_{12} = -F_{21} \ , \ F_{23} = -F_{32}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 از طرف دو بار الکتریکی q_2 و q_3 برابر $\vec{F}_1 = -8\vec{i}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = \vec{F}_1 \xrightarrow{\vec{F}_1 = -8\vec{i}} \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = -8\vec{i}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_{31} = -\vec{F}_{13}} \vec{F}_{21} - \vec{F}_{13} = -8\vec{i} \qquad (1)$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2 از طرف دو بار الکتریکی q_1 و q_3 برابر $\vec{F}_2 = 6\vec{i}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_2 = 6\vec{i}} \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 6\vec{i}$$

$$\xrightarrow[\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}]{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} -\vec{F}_{21} - \vec{F}_{23} = 6\vec{i} \qquad (2)$$

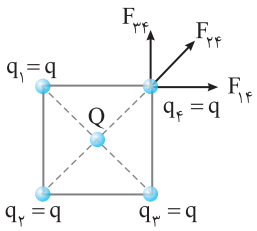
رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم.

$$\vec{F}_{21} - \vec{F}_{13} - \vec{F}_{21} - \vec{F}_{23} = -8\vec{i} + 6\vec{i}$$

$$\Rightarrow -(\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}) = -2\vec{i} \xrightarrow{\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{F}_3} \vec{F}_3 = 2\vec{i}$$

C ۱۱۱۷ ۲

خط فکری کافی است که نیروهای وارد بر یکی از بارهای q



۱ طول ضلع مربع را با حرف a نمایش می‌دهیم. در این صورت قطر مربع برابر $\sqrt{2}a$ خواهد شد و فاصلهٔ بار Q از هر یک از بارهای q برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ می‌شود.

۲ نیروهای وارد بر یکی از بارهای q را رسم می‌کنیم.

۳ نیرویی که بارهای q_1 و q_3 بر بار q_4 وارد می‌کنند با هم مساوی است. زیرا بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار q_4 برابر است. این نیروها را F می‌نامیم.

$$F_{14} = F_{34} = F = k\frac{q^2}{a^2}$$

۴ فاصلهٔ بار q_2 از بار q_4 برابر $\sqrt{2}a$ است، از این رو:

$$F_{24} = \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2}k\frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{2}F$$

۵ برایند دو نیروی یکسان F_{14} و F_{34} در امتداد قطر مربع است و برابر $\sqrt{2}F$ است.

۶ بنابراین نیرویی که از طرف سه بار q بر q_4 وارد می‌شود خواهد شد.

$$\sqrt{2}F + \frac{1}{2}F = (\sqrt{2} + \frac{1}{2})F$$

بار Q که در فاصلهٔ $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ از بار $q_4 = q$ قرار دارد، باید با بار q ناهمنام باشد و بار q را به سوی خود بکشد تا بتواند نیروی $(\sqrt{2} + \frac{1}{2})F$ را خنثی کند. از این رو:

$$F_Q = (\sqrt{2} + \frac{1}{2})F \Rightarrow k\frac{|Q||q|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = (\sqrt{2} + \frac{1}{2})k\frac{q^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2|Q|}{a^2} = (\sqrt{2} + \frac{1}{2})\frac{|q|}{a^2} \Rightarrow \frac{|Q|}{|q|} = \frac{2\sqrt{2}+1}{4}$$

بارهای Q و q ناهمنام‌اند در نتیجه:

$$\frac{Q}{q} = -\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$$

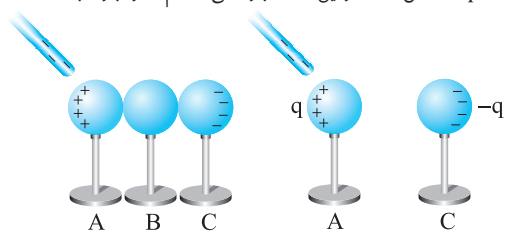
پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۴ ۱۱۱۷ A

۱ **دو نی در اثر** مالش دارای بار همنام شده‌اند و بر هم نیروی دافعه وارد می‌کنند، بنابراین ممکن است پارچهٔ b و پارچهٔ c هر دو به نی با جنس a الکترون داده و بار نی را منفی کرده باشند. در این صورت b و c هر دو باید در سری الکتریسیتهٔ مالشی بالاتر از جسم a باشند اما ممکن است که هر دو نی دارای بار مثبت شده باشند یعنی پارچهٔ b و پارچهٔ c از نی a الکترون دریافت کرده و هر دو در جدول پایین‌تر از a قرار داشته باشند. بنابراین تنها چیزی که با قاطعیت می‌توان گفت این است که پارچهٔ b و پارچهٔ c هر دو در یک طرف a قرار دارند. نمای ۲

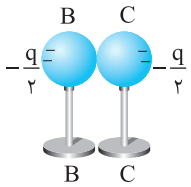
۳ ۱۱۱۷ B

۲ **با نزدیک کردن** میله باردار به گوی A، بار q_1 در گوی A القا شده و بار $-q_1$ در گوی C القا می‌شود. (شکل (۱)) در حالت اول با دور کردن B بار $-q_1$ در C باقی می‌ماند پس $q=-q_1$. (شکل (۲)) در این حالت بار منفی C هم‌اندازهٔ بار مثبت A است.



شکل (۱) شکل (۲)

در حالت دوم با دور کردن گوی A سپس میله، دو گوی B و C در تماس باهم می‌مانند (شکل (۳)) و بار بین آن‌ها، با توجه به اینکه دو گوی مشابه هستند بین هر دو به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و بار گوی‌های B و C یکسان می‌شود: $q'=q_B=q_C=\frac{-q+0}{2}=\frac{-q}{2}$،



شکل (۳)

بنابراین $\frac{q'}{q}$ برابر است با: $\frac{q'}{q}=\frac{-\frac{q}{2}}{-q}=\frac{1}{2}$ نمای ۵

۲ ۱۱۱۷ B

۳ **کافی است** نیروهای وارد بر یکی از دو گلوله را بررسی کنیم. بر هر بار در امتداد افقی دو نیرو یکی دافعهٔ الکتریکی F_e و دیگری نیروی ریسمان وارد می‌شود که این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند و باید این دو نیرو هم‌اندازه باشند تا گلوله در تعادل بماند. $F_{نخ}=F_e$

با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت

$$F_{نخ}=|F|=k\frac{q_1q_2}{r^2}=9\times10^9\times\frac{10\times10\times10^{-12}}{(15\times10^{-2})^2}=\frac{9\times10^9\times10^2\times10^{-12}}{225\times10^{-4}}=40N$$

$$q_1=10\mu C \quad \underset{15cm}{\overset{F_{نخ}}{\longleftarrow}} \quad q_2=10\mu C \quad \overset{F_e}{\longrightarrow}$$

نمای ۷

۱ ۱۱۱۷ B

۴ **خط فکری** در اثر مالش دو جسم به هم یکی از دو جسم بار مثبت و دیگری بار منفی به دست می‌آورند و این بارها بنا به اصل پایستگی بار برابرند. اکنون که این مطلب را می‌دانید می‌توانید به کمک قانون کولن ابتدا بار هر کره و سپس تعداد الکترون‌های انتقال‌یافته را به کمک $q=ne$ به دست بیاورید.

۱ به کمک قانون کولن با داشتن نیروی بین ذره‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از هم می‌توان مقدار بار هر ذره را به‌دست آورد.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q}360=9\times10^9\times\frac{q^2}{(4\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow q^2=\frac{4\times16\times10^{-3}}{10^9}\Rightarrow q=2\times4\times10^{-6}\Rightarrow q=8\times10^{-6}C$$

۲ تعداد الکترون‌های شارش شده خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow8\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=\frac{8\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=5\times10^{13}$$

۳ قطعاً چون بار دو کره ناهمنام است نیروی بین آن‌ها ربایشی است. نمای ۷

۳ ۱۱۱۷ B

۵ **چون بارهایی** که بر بار q' نیرو وارد می‌کنند، هم‌علامت هستند، اگر q' بین دو بار q و $2q$ قرار گیرد، نیروهای وارد بر q' خلاف جهت یکدیگرند و برای محاسبه نیروی برایند آن‌ها، دو نیرو از هم کم می‌شوند، پس نیروی وارد بر q' هنگامی بزرگ‌ترین است که q' خارج از دو بار باشد. بنابراین تنها گزینه‌های (۳) و (۴) را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۳):

$$\begin{cases}F_{13}=k\frac{q_1q_3}{4a^2}=k\frac{qq'}{4a^2}\\ F_{23}=k\frac{q_2q_3}{a^2}=k\frac{2qq'}{a^2}\end{cases}\Rightarrow F_T=k\frac{qq'}{4a^2}+k\frac{2qq'}{a^2}=\frac{9}{4}k\frac{qq'}{a^2}$$

$$q_1=q \quad a \quad q_2=2q \quad a \quad q_3=q' \quad F_{13} \quad F_{23}$$

گزینهٔ (۴):

$$\begin{cases}F_{13}=k\frac{q_1q_3}{4a^2}=k\frac{2qq'}{4a^2}=k\frac{qq'}{2a^2}\\ F_{23}=k\frac{q_2q_3}{a^2}=k\frac{qq'}{a^2}\end{cases}\Rightarrow F_T=k\frac{qq'}{2a^2}+k\frac{qq'}{a^2}=\frac{3}{2}k\frac{qq'}{a^2}$$

$$q_1=2q \quad a \quad q_2=q \quad a \quad q_3=q' \quad F_{13} \quad F_{23}$$

که مشخص است گزینهٔ (۳) مقدار بیشتری دارد. نمای ۹

۱ ۱۱۱۷ B

۶ **هر دو بار روی** محور x قرار دارند، بار q_1 در فاصلهٔ ۲cm و بار q_2 در فاصلهٔ ۶cm مبدأ مختصات قرار دارد. از طرفی اگر بار q_2 بار q_3 را دفع کند (براند) باید بار q_1 با همان نیرو بار q_3 را جذب کند تا نیروی خالص صفر شود، بنابراین q_1 و q_2 باید ناهمنام باشند یعنی q_1 مثبت است.

نیرویی که دو بار بر بار q_3 وارد می‌کنند را مساوی قرار می‌دهیم و q_1 را به دست می‌آوریم.

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{q_1|q_3|}{2^2}=k\frac{9\times10^{-6}\times|q_3|}{6^2}\Rightarrow q_1=+1\mu C$$

$$\underset{x=0}{\overset{F_{13}\ q_3\ F_{23}}{\longrightarrow}} \quad \underset{x=2cm}{\overset{q_1}{A}} \quad a \quad \underset{x=6cm}{q_2=-9\mu C}$$

نمای ۱۰

۴ ۱۱۱۷ B

۷ **ابتدا نیرو در** نقطهٔ O وسط پاره‌خط بین دو بار مثبت q را بررسی می‌کنیم، نیرویی که دو بار در این نقطه بر بار q' وارد می‌کنند هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است و این دو نیرو یکدیگر را خنثی کرده، نیروی خالص وارد بر q' در نقطهٔ O صفر می‌شود. بنابراین اگر بار q' را از A به B ببریم ابتدا نیروی وارد بر آن کاهش یافته تا در نقطهٔ O صفر می‌شود و از O تا B نیرو افزایش می‌یابد.

$$q_1=+q \quad \underset{F_2}{\overset{F_1}{A}} \quad \underset{F_1}{\overset{F_2}{+q'}} \quad \underset{F_2}{\overset{F_1}{O}} \quad \underset{F_1}{\overset{F_2}{B}} \quad q_2=+q$$

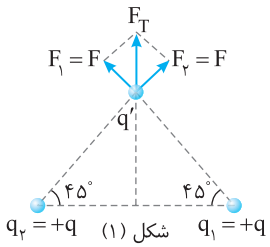
در نقطهٔ A نیروی F_1 بزرگ‌تر از نیروی F_2 است زیرا نقطهٔ A به بار q_1 نزدیک‌تر است و جهت نیروی خالص وارد بر q' در جهت F_1 یعنی به سمت راست است.

در نقطهٔ B نیروی F_2 بزرگ‌تر از نیروی F_1 می‌شود و جهت نیروی خالص وارد بر بار q' به سمت چپ است یعنی جهت نیروی خالص عوض می‌شود.

نمای ۹

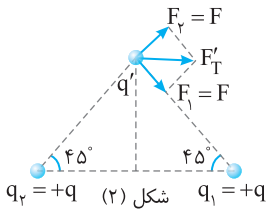
B ۱۱۱۷ ۲

۸ **فرض می‌کنیم** q' بار مثبت باشد. بارهای q_1 و q_2 هر دو بار q' را می‌رانند (دفع می‌کنند) و نیروی برایند وارد بر q' به صورت شکل روبه‌رو خواهد بود.



شکل (۱)

اگر علامت بار q_1 عوض شود بار q_1 بار q' را می‌رباید و جذب می‌کند در این حالت نیروی برایند مطابق شکل (۲) خواهد شد. با مقایسه شکل (۱) و شکل (۲) نیروی برایند ۹۰° چرخیده است.



شکل (۲)

اگر بار q' منفی باشد باز به همین نتیجه می‌رسیم، باور ندارید امتحان کنید. نمای ۱۲

B ۱۱۱۷ ۱

۹ **سه نیرو بر گوی (۲) وارد می‌شود:**

۱ نیروی وزن رو به پایین

۲ نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند که آن نیز رو به پایین است زیرا هر دو بار همنام هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند.

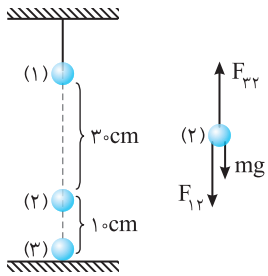
۳ نیرویی که بار q_3 بر بار q_2 وارد می‌کند و آن نیرو رو به بالاست زیرا بار q_3 بار q_2 را دفع می‌کند.

نیروهای وارد بر گوی (۲) را رسم می‌کنیم، چون گوی (۲) در حال تعادل است پس برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. در واقع نیروی به سمت بالا $(F_{۳۲})$ با برایند نیروهای رو به پایین $(mg+F_{۱۲})$ برابر می‌باشد.

$$F_{۳۲}=mg+F_{۱۲}\Rightarrow k\frac{q_3q_2}{r_{۲۳}^2}=mg+k\frac{q_1q_2}{r_{۱۲}^2}$$

$$\Rightarrow ۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۲\times۱۰^{-۱۲}}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}=mg+۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۲\times۱۰^{-۱۲}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow ۳/۶=mg+۰/۴\Rightarrow mg=۳/۲N\Rightarrow m\times۱۰=۳/۲N\Rightarrow m=۰/۳۲kg=۳۲۰g$$

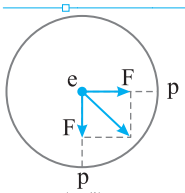


نمای ۱۳

B ۱۱۱۷ ۳

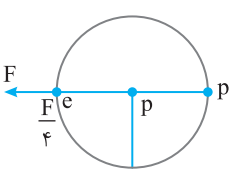
۱۰ **نیرویی که پروتون بر الکترون وارد می‌کند، جاذبه است.** نیروهای وارد بر الکترون را در شکل (الف) رسم می‌کنیم. اگر نیرویی که p در فاصلهٔ شعاع (r) بر e وارد می‌کند را F بنامیم نیروی خالص وارد بر الکترون برابر است با:

$$F_۱=F_{net}=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F$$



(الف)

در شکل (ب) نیرویی که پروتون که در مرکز دایره است بر الکترون وارد می‌کند نیز برابر F است، اما پروتونی که روی محیط و در فاصله (۲r) از الکترون قرار گرفته است، نیرویی که به الکترون وارد می‌کند $\frac{F}{۴}$ است، چون فاصله‌اش دو برابر شده است البته F و $\frac{F}{۴}$ هم‌جهت بوده و نیروی خالص وارد بر الکترون خواهد شد.



(ب)

$$F_۲=F+\frac{F}{۴}=\frac{۵F}{۴}$$

در نتیجه:

$$\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{\sqrt{۲}F}{\frac{۵}{۴}F}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}$$

نمای ۱۱

پنجره ۳

A ۱۱۱۸ ۲

پروتون دارای یک بار مثبت است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. الکترون دارای بار منفی است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان است. بنابراین F و F' در خلاف جهت هم هستند. از طرفی مقدار بار الکتریکی الکترون و پروتون یکسان و برابر بار بنیادی (e) است. از این‌رو با توجه به تعریف میدان خواهیم داشت:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\text{برای پروتون } \vec{F}'=e\vec{E}\\ \text{برای الکترون } \vec{F}=-e\vec{E}\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{F}'=-\vec{F}$$

A ۱۱۱۹ ۱

خط فکری بزرگی نیروی الکتریکی با بزرگی نیروی وزن برابر شده است. $(F_e=W)$ پس این دو نیرو را با هم برابر قرار دهید و به جای $W=mg$ و به جای نیروی الکتریکی مقدار $(E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE)F_e=qE$ را قرار دهید.

۱ وزن ذره برابر است با: $W=mg\Rightarrow W=۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow W=۰/۲N$

۲ اندازه نیروی الکتریکی برابر نیروی وزن است، بنابراین:

$$F_e=W\Rightarrow qE=۰/۲\xrightarrow{q=۴\times۱۰^{-۶}C}۴\times۱۰^{-۶}E=۰/۲\Rightarrow E=۵\times۱۰^۴N/C$$

A ۱۱۲۰ ۱

خط فکری در یک نقطه از میدان دو بار الکتریکی مختلف قرار داده شده است. بنابراین میدان حاصل از دو گوی و میله در آن نقطه تغییر نکرده است. در نتیجه شما در دو حالت می‌توانید به کمک تعریف میدان $E=F/q_۰$، نیروی وارد بر دو بار را به‌دست بیاورید و با هم مقایسه کنید.

در حالت اول: $q_۰=۳\times۱۰^{-۸}C$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow\vec{F}=۳\times۱۰^{-۸}\vec{E}\qquad(۱)$$

یادمان باشد نیروی وارد به بار مثبت از سوی میدان در جهت میدان است.

در حالت دوم: $q=-۱۲\times۱۰^{-۸}C$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}'}{q}\Rightarrow\vec{F}'=-۱۲\times۱۰^{-۸}\times\vec{E}\qquad(۲)$$

یادمان باشد بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود و علامت منفی بیانگر این موضوع است. اکنون با توجه به رابطه (۱) و (۲) توان نوشت:

$$\frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=\frac{-۱۲\times۱۰^{-۸}}{۳\times۱۰^{-۸}}\Rightarrow\frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=-۴\Rightarrow\vec{F}'=-۴F$$

A ۱۱۲۱ ۴

میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow[r=?,E=۵۷۶\times۱۰^۹N/C]{\text{بار پروتون }q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}۵۷۶\times۱۰^۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{r^۲}$$

$$۲۴=\frac{۳\times۴\times۱۰^{-۱۰}}{r}\Rightarrow r=۵\times۱۰^{-۱۱}=۵۰pm$$

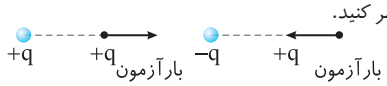
بازی با سؤال **میدان حاصل از هستهٔ اتم آهن** $(^{۵۶}_{۲۶}Fe)$ **در فاصلهٔ یک آنگستروم از آن چند** kN/C **است؟** $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,k=۹\times۱۰^۹Nm^۲/C^۲)$

۱) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۰}$ ۳) $۳/۷۴۴\times۱۰^۹$ ۴) $۳/۷۴۴\times۱۰^۸$

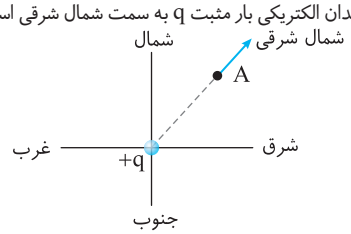
گزینهٔ ۳

B ۳ ۱۱۲۲

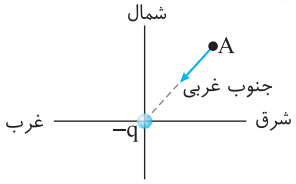
خط فکری میدان اطراف یک بار بنابر قرارداد در جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است یا به عبارت ساده میدان بار مثبت q در نقاط اطراف بار به سمت خارج بار q است. در این صورت میدان بار منفی $(-q)$ در نقاط اطراف بار به سمت خود بار است (به شکل‌ها نگاه کنید.) اکنون با توجه به آن چه گفته شد می‌توانید راجع به جهت میدان اظهار نظر کنید.



در حالت اول: میدان الکتریکی بار مثبت q به سمت شمال شرقی است.



در حالت دوم: جهت میدان الکتریکی ناشی از بار منفی در همان نقطه مطابق شکل به سمت جنوب غربی است.



B ۲ ۱۱۲۳

در واقع صورت سؤال این گونه است «بار نقطه‌ای q_2 در اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد کرده و این میدان بر بار $q_1=4\mu C$ در فاصله d نیروی ۱۲۰N را وارد کرده است. میدان بار q_2 در محل بار q_1 چند N/C است؟

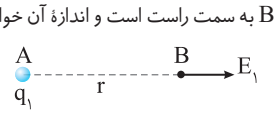
شما باید به سراغ تعریف میدان الکتریکی بروید که در آن میدان الکتریکی از تقسیم نیرو بر بار واقع در میدان به‌دست می‌آید. $E=\frac{F}{q_0}\Rightarrow E=\frac{120}{4\times10^{-6}}\Rightarrow E=3\times10^{7}N/C$

B ۲ ۱۱۲۴

خط فکری تست ساده و زیبایی است، به خصوص در رابطه با جهت میدان الکتریکی، زیرا ممکن است تنها با توجه به اینکه بار q_2 منفی و بار q_1 مثبت است سریعاً بگویید که جهت میدان عوض می‌شود اما شما اول باید بردار میدان هر بار را دقیقاً در محل گفته شده رسم کنید تا بتوانید جهت آن را تشخیص دهید و بتوانید جهت میدان‌ها را مقایسه کنید و به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ نیز اندازهٔ میدان‌ها را مقایسه کنید.

۱ بررسی میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2:

میدان بار q_1 در نقطهٔ B به سمت راست است و اندازهٔ آن خواهد شد: $E_1=k\frac{q}{r^2}$



۲ بررسی میدان الکتریکی بار q_2 در محل بار q_1:

میدان بار منفی به سمت خود بار است یعنی میدان بار q_2 در نقطهٔ A به سمت بار

یعنی به سمت راست است و اندازهٔ آن برابر است با $E_2=k\frac{4q_1}{r^2}$

در نتیجه دو میدان هم‌جهت‌اند و $E_2=4E_1$ است و گزینهٔ (۲) درست است.



A ۱ ۱۱۲۵

ابتدا به کمک رابطهٔ میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای q در فاصله r از بار، q را حساب می‌کنیم.

$E=k\frac{|q|}{r^2}\xrightarrow[r=0/3m]{E=10^5N/C}10^5=9\times10^9\times\frac{q}{(0/3)^2}\Rightarrow q=10^{-6}C=1\mu C$

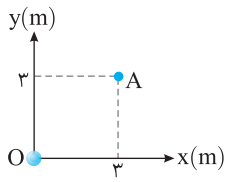
اما برای به‌دست آوردن بار q' بهتر است به سراغ تعریف میدان الکتریکی برویم. در محلی که میدان $10^5N/C$ بوده است بر بار q' نیروی $0/02N$ توسط میدان وارد شده است، بنابراین: $E=\frac{F}{q}\Rightarrow10^5=\frac{0/02}{q'}\Rightarrow q'=2\times10^{-7}C\Rightarrow q'=0/2\mu C$

B ۳ ۱۱۲۶

خط فکری بردار میدان بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده است، بنابراین باید ابتدا اندازهٔ میدان را از رابطهٔ $E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$ به‌دست بیاورید. سپس فاصلهٔ OA را حساب کنید تا بتوانید مقدار بار کره و از آنجا تعداد الکترون‌های خارج شده را بیابید.

۱ فاصله بار تا نقطه A را حساب می‌کنیم.

$OA=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}m$



۲ اندازه میدان را به‌دست می‌آوریم:

$E=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(6\sqrt{2})^2}\Rightarrow E=12N/C$

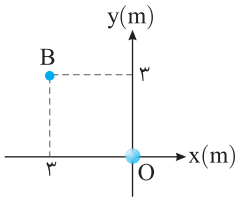
۳ بار واقع در نقطهٔ O برابر است با:

$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow12=9\times10^9\frac{q}{(3\sqrt{2})^2}\Rightarrow q=24\times10^{-9}C$

۴ تعداد الکترون‌های خارج شده از کره خواهد شد:

$q=ne\Rightarrow24\times10^{-9}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=15\times10^{10}$

بازی با سؤال **در شکل زیر یک کرهٔ خنثی در مرکز مختصات قرار گرفته است. تعداد الکترون‌های آن چگونه تغییر کند تا بردار میدان در نقطهٔ B برابر** $\vec{E}=(8\sqrt{2}\vec{i}-8\sqrt{2}\vec{j})\times10^3$ **شود؟**



۱) 2×10^{11} الکترون دریافت کند.

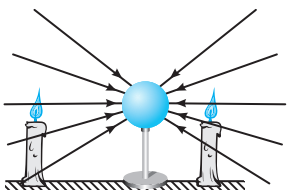
۲) 2×10^{11} الکترون از دست بدهد.

۳) 10^9 الکترون دریافت کند.

۴) 10^9 الکترون از دست بدهد.

گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۱۲۷



کلاهک مولد وان‌دوگراف بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت درون شعلهٔ شمع‌ها را به سمت خود می‌کشد، پس گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (پ) نادرست است. اما با توجه به شکل با دور شدن از کلاهک میدان حاصل از بار منفی آن کاهش یافته و شمع‌ها کمتر منحرف خواهند شد و گزارهٔ (ب) نادرست است.

B ۳ ۱۱۲۸

با توجه به نمودار در مکان $r_1=0/8m$، میدان الکتریکی $E_1=2/25\times10^5N/C$ است. در مکان $r_2=0/9m$ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

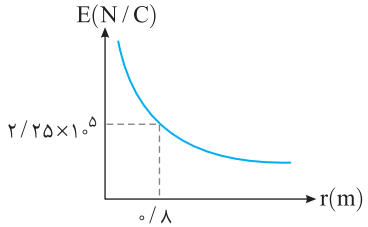
$E_1=k\frac{q}{r_1^2}$

$E_2=k\frac{q}{r_2^2}$

$\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{E_2}{2/25\times10^5}=(\frac{0/8}{0/9})^2\Rightarrow E_2=\frac{16\times10^5}{9}N/C$

نیرویی که بر بار الکتریکی $q'=9\mu C$ در این میدان وارد می‌شود برابر است با:

$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=9\times10^{-6}\times\frac{16\times10^5}{9}=1/6N$

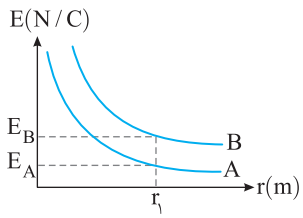


A ۱۱۲۹ **۴**

به شکل نمودار نگاه کنید. در هر فاصله دلخواه مثلاً r_1 میدان الکتریکی B از میدان الکتریکی A بزرگ‌تر است. بنابراین مقدار بار الکتریکی B از مقدار بار الکتریکی A بیشتر است.

$$E_A < E_B \Rightarrow k\frac{|q_A|}{r^2} < k\frac{|q_B|}{r^2} \Rightarrow |q_A| < |q_B|$$

اما نمودار $E-r$ اطلاعاتی در مورد نوع بار الکتریکی که میدان را ایجاد کرده است به ما نمی‌دهد و ما نمی‌دانیم که نوع بار ذره A و ذرهٔ B مثبت است یا منفی.

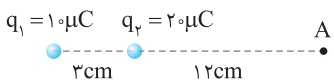


A ۱۱۳۰ **۳**

میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E = k\frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} \\ E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را بر هم}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

اطلاعات داده شده روی شکل را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم.



$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{20}{10} \times \left(\frac{15}{12}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{8}$$

A ۱۱۳۱ **۳**

خط فکری با توجه به رابطهٔ $E = k\frac{q}{r^2}$، میدان الکتریکی حاصل از ذرهٔ باردار با بار ذره رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k\frac{q_2}{r^2}}{k\frac{q_1}{r^2}} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \xrightarrow[E_2 = E_1 + \frac{25}{100}E_1]{q_2 = q_1 + 10} \frac{1/25E_1}{E_1} = \frac{q_1 + 10}{q_1}$$

$$\Rightarrow 1/25q_1 = q_1 + 10 \Rightarrow 0/25q_1 = 10 \Rightarrow q_1 = 40\mu C$$

A ۱۱۳۲ **۲**

خط فکری یک بار میدان الکتریکی در فاصلهٔ r و بار دیگر میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $r+10cm$ بنویسید و میدان‌ها را بر هم تقسیم کنید.

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} \\ E_2 = k\frac{q_1}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{160}{250} = \left(\frac{r}{r+10}\right)^2$$

$$\frac{4}{5} = \frac{r}{r+10} \Rightarrow 4r + 40 = 5r \Rightarrow r = 40cm$$

بازی با سؤال میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۲۰cm از بار q برابر $18N/C$ است. چند سانتی‌متر دیگر از بار فوق دور شویم تا میدان الکتریکی $8N/C$ برابر شود؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۱

A ۱۱۳۳ **۳**

اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ $r_1 = 30cm$ به اندازهٔ $1/6\times10^4 N/C$ کمتر از اندازهٔ میدان در فاصلهٔ $r_2 = 10cm$ است، یعنی $E_2 - E_1 = 1/6\times10^4 N/C$. از طرفی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای برابر است با: $E = k\frac{q}{r^2}$

از این رو می‌توان به جای E_1 و E_2 مقدار آن‌ها یعنی $k\frac{q}{r_1^2}$ و $k\frac{q}{r_2^2}$ را در رابطه قرار داد.

$$E_2 - E_1 = 1/6\times10^4 \xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}} 9\times10^9\frac{q}{10^{-2}} - 9\times10^9\frac{q}{9\times10^{-2}} = 1/6\times10^4$$

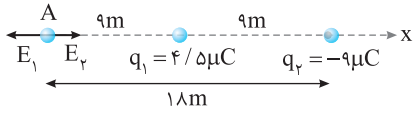
$$9\times10^{11}q - 10^{11}q = 1/6\times10^4 \Rightarrow 8\times10^{11}q = 1/6\times10^4 \Rightarrow q = \frac{1/6\times10^4}{8\times10^{11}}$$

$$\Rightarrow q = 0/2\times10^{-7} = 2\times10^{-8}C$$

میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک‌متری برابر است با: $E = \frac{kq}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{2\times10^{-8}}{1} = 180N/C$

A ۱۱۳۴ **۲**

خط فکری فاصله دو بار از هم ۹m و فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از بار q_1، ۹m، و از بار q_2، ۱۸m است، یعنی نقطهٔ مورد نظر در سمت چپ بار q_1 است.



بردار میدان الکتریکی هر بار را رسم کنید. البته یادتان باشد که میدان بار مثبت به سمت خارج بار و میدان بار منفی به سمت خود بار است. سپس میدان‌ها را حساب کرده میدان خالص را بیابید.

۱ میدان بار $q_1 = 4/5\mu C$ در نقطهٔ مورد نظر به سمت چپ است و مقدار آن برابر است با:

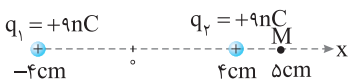
$$E_1 = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = 9\times10^9\times\frac{4/5\times10^{-6}}{81} \Rightarrow E_1 = 500N/C$$

۲ میدان بار $q_2 = -9\mu C$ در نقطهٔ مورد نظر به سمت راست است و مقدار آن برابر است با:

$$E_2 = k\frac{|q|}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = 9\times10^9\times\frac{9\times10^{-6}}{18\times18} \Rightarrow E_2 = 250N/C$$

میدان برایند خواهد شد: به سمت چپ: $E_t = 500 - 250 = 250N/C$

بازی با سؤال **شکل زیر، آرایشی از دو بار الکتریکی هم‌اندازه و همنام (دو قطبی الکتریکی) را نشان می‌دهد که در مکان‌های $x_1 = 4cm$ و $x_2 = -4cm$ قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M چند N/C است؟**

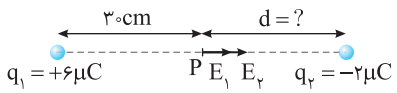


۱) 82×10^4
۲) 81×10^4
۳) 82×10^2
۴) 81×10^2

گزینهٔ ۱

B ۱۱۳۵ **۲**

خط فکری ابتدا بردارهای میدان را در نقطه P رسم کنید تا مشخص شود که میدان‌ها هم‌جهت هستند یا خلاف جهت تا معلوم شود آن‌ها را باید از هم کم کرد یا با هم جمع کرد.



با توجه به شکل می‌بینیم که میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطهٔ P هم‌جهت‌اند.

۱ میدان الکتریکی بار الکتریکی $q_1 = 6\mu C$ را در نقطهٔ P حساب می‌کنیم:

$$E_1 = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = 9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 6\times10^5 N/C$$

۲ میدان خالص در نقطهٔ P برابر $E_t = 8\times10^5 N/C$ است، بنابراین میدان E_2 برابر است با:

$$E_t = E_2 + E_1 \Rightarrow E_2 = 8\times10^5 - 6\times10^5 \Rightarrow E_2 = 2\times10^5 N/C$$

۳ اکنون فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ P قابل محاسبه است.

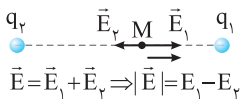
$$E = k\frac{q}{r^2} \Rightarrow 2\times10^5 = 9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{d^2} \Rightarrow d^2 = 0/09 \Rightarrow d = 0/3m \Rightarrow d = 30cm$$

B ۱۱۳۶ ۴

از ابتدا بگوییم که گزینهٔ (۴) کاندید اصلی پاسخ است، زیرا با توجه به مثبت و منفی بودن بار q_1 و q_2 و اینکه کدام یک از بارها بزرگ‌تر است هر حالتی ممکن است. برای همین حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم تا ادعای خود را ثابت کنیم.

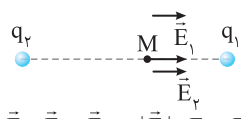
$\vec{E}$ برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است و می‌تواند حالت‌های زیر را داشته باشد:

حالت اول: در این شکل q_2 و q_1 منفی هستند و $|q_1|>|q_2|$، بنابراین میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.



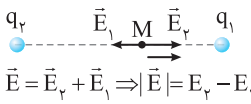
$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2 \Rightarrow |\vec{E}|=E_1-E_2$$

حالت دوم: در این شکل q_1 منفی و q_2 مثبت می‌باشد و برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۲) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2 \Rightarrow |\vec{E}|=E_1+E_2$$

حالت سوم: در این شکل q_2 و q_1 مثبت هستند و $|q_2|>|q_1|$، بنابراین برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_2+\vec{E}_1 \Rightarrow |\vec{E}|=E_2-E_1$$

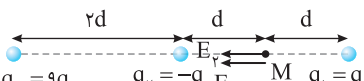
B ۱۱۳۷ ۴

میدان بار $q_1=q$ در نقطهٔ M در فاصله d برابر E و به سمت چپ است و اندازه میدان بار الکتریکی $q_2=-q$ در فاصلهٔ d در نقطهٔ M نیز برابر E و جهت آن به سمت چپ است.

میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ d برابر E است. بارهای $q_1=q$ و $q_2=-q$ هم‌اندازه و در فاصلهٔ d از نقطهٔ M قرار دارند. بنابراین میدان هر دوی آن‌ها برابر $E_1=E_2=E$ است و چون هم‌جهت هستند برایند آن‌ها خواهد شد: $E_{12}=E+E=2E$

میدان الکتریکی E برابر است با: $E=k\frac{q}{d^2}$

میدان الکتریکی بار $q_3=9q$ در نقطه M در فاصلهٔ 3d خواهد شد:



$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}\Rightarrow E_3=k\frac{9q}{(3d)^2}$$
$$\Rightarrow E_3=k\frac{q}{d^2}=E$$

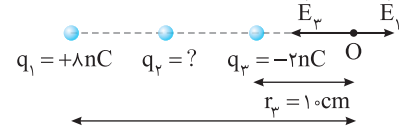
بنابراین میدان الکتریکی بار q_3 در نقطهٔ M نیز هم‌اندازهٔ E است اما جهت آن به سمت راست است و از برایند دو میدان دیگر کم می‌شود و میدان خالص در نقطهٔ M برابر خواهد شد: $E_M=E_{12}-E_3=2E-E=E$

B ۱۱۳۸ ۱

خط فکری ابتدا میدان حاصل از بارهای q_1 و q_3 را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که اندازهٔ میدان خالص داده شده است اما جهت آن را نمی‌دانیم، یعنی میدان خالص در نقطهٔ O می‌تواند دو حالت زیر را داشته باشد.

۱ ۱۰۰N/C در جهت راست ۲ ۱۰۰N/C در جهت چپ

اندازه میدان حاصل از q_1 و q_3 را در نقطهٔ O که به ترتیب E_1 و E_3 می‌نامیم را به‌دست می‌آوریم و با توجه به علامت بارها جهت این دو میدان را مشخص می‌کنیم:



(میدان مثبت در هر نقطه به سمت خارج بار و میدان بار منفی در هر نقطه به سمت بار است.)

$$E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-9}}{900\times10^{-4}}=8\times10^2=800\text{N/C}$$

$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}\Rightarrow E_3=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-9}}{100\times10^{-4}}=18\times10^2=1800\text{N/C}$$

$\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ خلاف جهت هم‌اند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$\vec{E}_{13}=\vec{E}_1+\vec{E}_3 \xrightarrow{\text{خلاف جهت هم}} E_{13}=E_3-E_1=1000\text{N/C}$$

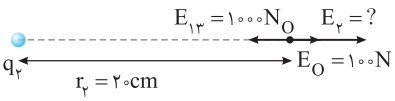
جهت میدان E_{13} به سمت بردار بزرگ‌تر $(\vec{E}_3)$ یعنی به سمت چپ است. حال دو حالت را بررسی می‌کنیم.

۱ میدان E_{13} به سمت چپ است. اگر میدان خالص در O به سمت راست باشد یعنی $|\vec{E}_2|>|\vec{E}_{13}|$ است و $\vec{E}_2$ نیز به سمت راست خواهد بود. از این‌رو میدان برایند در نقطه O از تفاضل E_{13} و E_2 که در خلاف جهت هم هستند به‌دست می‌آید.

$$E_O=E_2-E_{13}\Rightarrow 100=E_2-1000\Rightarrow E_2=1100\text{N/C}$$

اکنون q_2 را حساب می‌کنیم.

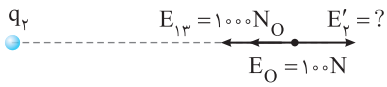
$$E_2=k\frac{q_2}{r^2}\Rightarrow 1100=9\times10^9\times\frac{q_2}{400\times10^{-4}}\Rightarrow q_2=\frac{44}{9}\times10^{-9}=\frac{44}{9}\text{nC}$$



۲ اگر میدان خالص 100N/C به سمت چپ باشد:

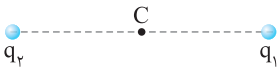
$$E_O=E_{13}-E_2'\Rightarrow 100=1000-E_2'\Rightarrow E_2'=900\text{N/C}$$

$$\xrightarrow[\text{پس } q_2 \text{ مثبت است}]{E_2' \text{ به سمت راست است}} 9\times10^9\times\frac{q_2}{400\times10^{-4}}=900\Rightarrow q_2=4\times10^{-9}\text{C}=4\text{nC}$$



B ۱۱۳۹ ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ C برایند دو میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 است. $\vec{E}_T=\vec{E}_1+\vec{E}_2$



با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{q}{r^2}$ با دو برابر شدن بار q_1 و بار q_2، میدان E_1 و میدان E_2 نیز دو برابر می‌شود، یعنی $E_1'=2E_1$ و $E_2'=2E_2$ خواهد شد.

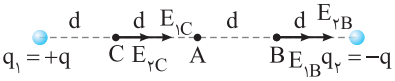
با توجه به رابطه میدان برایند، میدان الکتریکی برایند خواهد شد.

$$\vec{E}_T'=\vec{E}_1'+\vec{E}_2' \xrightarrow{\vec{E}_1'=2\vec{E}_1,\vec{E}_2'=2\vec{E}_2} \vec{E}_T'=2\vec{E}_1+2\vec{E}_2=2(\vec{E}_1+\vec{E}_2)$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_T=\vec{E}_1+\vec{E}_2} E_T'=2E_T \xrightarrow{E_T=1000\text{N/C}} E_T'=2000\text{N/C}$$

B ۱۱۴۰ ۱

خط فکری میدان بارهای $q_1=+q$ و $q_2=-q$ را در نقاط B و C به‌دست آورید. جهت آن‌ها را روی شکل نشان دهید. بزرگی میدان خالص را در این نقاط حساب کنید تا به جواب برسید.



۱ به شکل نگاه کنید. فاصلهٔ بار $q_1=+q$ از نقطهٔ C و فاصلهٔ بار $q_2=-q$ از نقطهٔ B با هم برابر است. از این‌رو میدان این دو بار در این دو نقطه نیز یکسان است $(E_{1C}=E_{2B})$.

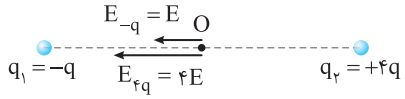
۲ فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ C (3d) و فاصلهٔ بار q_1 تا نقطهٔ B (3d) با هم برابر است. بنابراین میدان این دو بار در این دو نقطه نیز با هم برابر است. $E_{2C}=E_{1B}$

۳ در نقطه‌های C و B مقدار میدان‌ها و جهت آن یکسان است، بنابراین میدان خالص در نقطهٔ B و C با هم برابر است.

B ۱۱۴۱ ۲

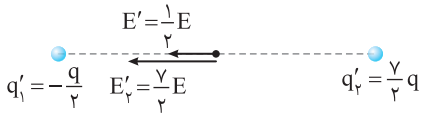
حالت اول: میدان الکتریکی بار $q_1=-q$ را در نقطهٔ O، وسط d، E می‌نامیم. در این صورت میدان الکتریکی بار $q_2=+4q$ در همان نقطه $4E_1$ است (میدان با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد) در این صورت میدان خالص در نقطهٔ O که مسئله آن را E_1 نامیده است خواهد شد:

$$E_1=E+4E\Rightarrow E_1=5E$$



حالت دوم: وقتی نصف بار $q_1=-q$ را برمی‌داریم، بار آن برابر $q_1'=\frac{-q}{2}$ می‌شود و وقتی این مقدار بار منفی را به q_2 منتقل می‌کنیم بار الکتریکی آن خواهد شد:

$$q_2'=4q+(-\frac{q}{2})=\frac{7}{2}q$$



در این صورت میدان بار q_1' نصف میدان E_1 $(-E'_{q_1'}=\frac{1}{2}E)$ و میدان بار $q_2'=\frac{7}{4}q$ برابر $E'_{q_2'}=\frac{7}{2}E$ می‌شود و میدان برایند خواهد شد:

$$E_2'=\frac{1}{2}E_1+\frac{7}{2}E=4E$$

در نتیجه:

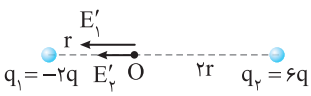
$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{5E}{4E}=\frac{5}{4}$$

B ۱۱۴۲ ۱

در حالت اول میدان الکتریکی هر بار در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم و جهت آن را نیز مشخص می‌کنیم.

$$E_1'=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1'=2k\frac{q}{r^2}$$

$$E_2'=k\frac{|q_2|}{(2r)^2}\Rightarrow E_2'=\frac{6}{4}k\frac{q}{r^2}=1/5k\frac{q}{r^2}$$



میدان‌های E_1' و E_2' هم‌جهت‌اند و میدان خالص خواهد شد:

$$E_1=E_1'+E_2'\Rightarrow E_1=3/5k\frac{q}{r^2}$$

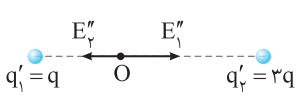
اکنون ۵۰ درصد بار q_2 یعنی نصف بار q_2 به بار q_1 داده می‌شود، نصف بار $q_2=6q$ برابر است با:

$$q_2'=q_2-\frac{q_2}{2}=3q$$

بار q_1 با دریافت بار $3q$ خواهد شد:

$$q_1'=q_1+\frac{q_2}{2}=-2q+3q=q$$

در حالت دوم داریم:



پس از انتقال بار مقدار بارهای q_1 و q_2 نصف مقدار قبلی خود را دارند. بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی هر کدام از آن‌ها نصف مقدار قبلی خود را خواهد داشت:

$$E_1''=\frac{E_1'}{2}=k\frac{q}{r^2}$$

$$E_2''=\frac{E_2'}{2}=0/75k\frac{q}{r^2}$$

دو میدان خلاف جهت هم‌اند

بردار میدان‌ها را در حالت جدید در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند و میدان خالص خواهد شد:

$$E_2=E_1''-E_2''\Rightarrow E_2=0/25k\frac{q}{r^2}$$

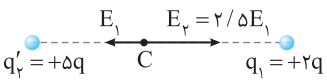
حال نسبت دو میدان خالص را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{0/25k\frac{q}{r^2}}{3/5k\frac{q}{r^2}}=\frac{0/25}{3/5}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{2}}=\frac{1}{14}$$

B ۱۱۴۳ ۲

فاصلهٔ دو بار $q_1=+2q$ و $q_2=+5q$ از نقطهٔ C برابر است، بنابراین اگر میدان حاصل از بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ C برابر E_1 باشد، میدان حاصل از بار q_2 که مقدار آن ۲/۵ $(\frac{q_2}{q_1}=\frac{5q}{2q}=2/5)$ برابر q_1 است، در نقطهٔ C برابر $E_2=2/5E_1$ می‌شود. جهت بردارهای میدان در نقطهٔ C را رسم می‌کنیم میدان‌های E_1 و E_2 در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند برابر است با:

$$E_C=E_2-E_1=2/5E_1-E_1=1/5E_1$$



بنابراین میدان برایند در نقطهٔ C در جهت E_2 یعنی به سمت راست است.

با توجه به فرض مسئله میدان خالص در نقطهٔ C برابر $6\times10^3\ N/C$ است از این‌رو:

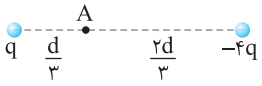
$$6\times10^3=1/5E_1\Rightarrow E_1=4\times10^3\ N/C$$

با حذف q_2، میدان در نقطهٔ C تنها ناشی از بار q_1 بوده و برابر $E_1=4\times10^3\ N/C$ و به سمت چپ است یعنی جهت میدان عوض می‌شود.

بازی با سؤال

در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $-4q$ به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است، اگر بار q را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر کدام خواهد شد؟

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $\frac{\vec{E}}{2}$ ۲) $-\frac{\vec{E}}{2}$

۳) $\frac{\vec{E}}{4}$ ۴) $-\frac{\vec{E}}{4}$

گزینهٔ ۱

B ۱۱۴۴ ۲

میدان $\vec{E}$ در نقطهٔ M برایند دو میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

وقتی بار الکتریکی q_1 را به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ به نقطهٔ M نزدیک می‌کنیم فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ M، $\frac{3d}{4}$ می‌شود. میدان با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین میدان بار q_1 در این حالت $\frac{16}{9}E_1$ می‌شود. $(\vec{E}_1'=\frac{16}{9}\vec{E}_1)$

بنابر فرض مسئله برایند دو میدان در حالت جدید برابر $-\vec{E}$ شده است، از این‌رو برایند دو میدان $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_1'$ خواهد شد:

$$-\vec{E}=\vec{E}_1'+\vec{E}_2\xrightarrow{\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2}-\vec{E}_1-\vec{E}_2=\frac{16}{9}\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

$$2\vec{E}_2=-\frac{25}{9}\vec{E}_1\Rightarrow\vec{E}_2=-\frac{25}{18}\vec{E}_1\quad(1)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) میدان‌های دو بار در نقطه‌ای بین دو بار و روی خط و اصل آن‌ها در خلاف جهت هم هستند، بنابراین دو بار همنام هستند. از طرفی چون فاصلهٔ دو بار الکتریکی از نقطهٔ M برابر است خواهیم داشت:

$$|E_2|=\frac{25}{18}|\vec{E}_1|\Rightarrow k\frac{q_2}{d^2}=\frac{25}{18}\frac{q_1}{d^2}\Rightarrow q_2=\frac{25}{18}q_1\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{+18}{25}$$

۴ ۱۱۴۵ B

حالت اول: میدان هر دو بار $q_1=-q$ و $q_2=3q$ را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. جهت هر دو میدان به سمت چپ است و اندازه میدان برایند جمع اندازهٔ آن دو میدان است: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

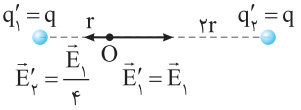


میدان بار $q_1=-q$ در نقطهٔ O برابر است با: $E_1=k\frac{|q|}{r^2}$

میدان بار $q_2=3q$ برابر است با: $E_2=k\frac{|3q|}{(2r)^2}=\frac{3}{4}\frac{kq}{r^2}$

بنابراین $E_2=\frac{3}{4}E_1$ است. جهت میدان E در نقطهٔ O به سمت چپ است و اندازهٔ آن خواهد شد: $\vec{E}=\vec{E}_1+\frac{3}{4}\vec{E}_1=\frac{7}{4}\vec{E}_1$

حالت دوم: بعد از تماس دو کره با هم بار دو کره برابر شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد: $q_1'=q_2'=\frac{-q+3q}{2}\Rightarrow q_1'=q_2'=q$



میدان q_1' در نقطهٔ O هم‌اندازهٔ میدان q_1 است، زیرا اندازهٔ بار آن‌ها برابر است و میدان $q_2'=q$ چون فاصله‌اش 2r است $\frac{1}{4}$ میدان E_1 است و میدان‌ها مطابق شکل خلاف جهت هم هستند و میدان برایند خواهد شد:

به سمت راست $\vec{E}'=\vec{E}_1-\frac{1}{4}\vec{E}_1=\frac{3}{4}\vec{E}_1$

در نتیجه $\frac{|\vec{E}'|}{|\vec{E}|}=\frac{\frac{3}{4}E_1}{\frac{7}{4}E_1}=\frac{3}{7}\Rightarrow\vec{E}'=-\frac{3}{7}\vec{E}$

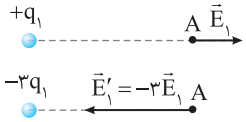
۴ ۱۱۴۶ B

خط فکری یک بار دیگر مسئله را مطالعه کنید. با تغییر بار الکتریکی $+q_1$ و جایگزینی بار $-3q$ به جای آن، میدان الکتریکی از $\vec{E}_A=2\times10^3\vec{i}$ به $\vec{E}'_A=(-6\times10^3)\vec{i}$ تغییر کرده است. در واقع در تغییر میدان بارهای q_2، q_3 و q_4 نقشی ندارند و شما باید فکر خود را روی میدان حاصل از بارهای $+q_1$ و $-3q_1$ متمرکز کنید.

اگر میدان الکتریکی بار $+q_1$ در نقطهٔ A را E_1 بنامیم، میدان حاصل از بار الکتریکی $-3q_1$ برابر $-3E_1$ می‌شود، یعنی میدان به اندازه $-3E_1-E_1=-4E_1$ تغییر می‌کند، بنابراین تغییر میدان در نقطهٔ A برابر خواهد شد با:

$-4E_1=-6\times10^3-2\times10^3=-8\times10^3$

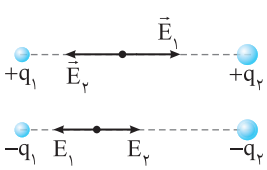
$\Rightarrow E_1=2\times10^3\,N/C$



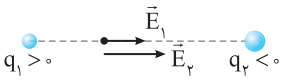
۲ ۱۱۴۷ A

خط فکری بیایید با هم دو حالت را بررسی کنیم:

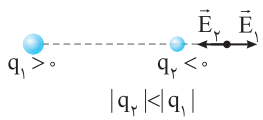
۱ دو بار الکتریکی همنام باشند. با رسم میدان‌ها مشخص است که میدان دو بار همنام (چه مثبت و چه منفی) روی خط واصل دو بار و در نقطه‌ای بین دو بار در خلاف جهت هم هستند و بین دو بار میدان در نزدیکی بار کوچک‌تر صفر می‌شود، زیرا میدان با مربع فاصله رابطه وارون و با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد و برای آنکه E_1 مساوی E_2 شود اگر $|q_1|<|q_2|$ باشد باید r_1 نیز از r_2 کوچک‌تر باشد.



۲ دو بار الکتریکی ناهمنام باشند. میدان بارها در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار و بین دو بار هم‌جهت هستند و ممکن نیست که میدان خالص صفر شود، بنابراین میدان خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

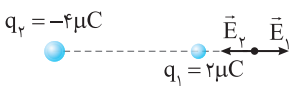






نکته اگر دو بار ناهمنام و دارای اندازهٔ یکسان باشند در هیچ نقطه‌ای روی خط و اصل دو بار میدان صفر نمی‌شود. (چه بین دوبار و چه خارج از دو بار)

با توجه به خط فکری بیان شده تنها در گزینهٔ (۲) که بارها ناهمنام هستند و هم‌اندازه نیستند میدان در خارج بار و نزدیک بار $q_1=2\mu C$ (بار کوچک‌تر) می‌تواند صفر شود.

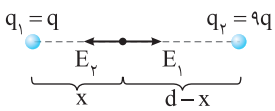


۱ ۱۱۴۸ B

خط فکری چون دو بار همنام هستند یک نقطه بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر را مشخص کنید. فاصلهٔ بار کوچک‌تر (یا بزرگ‌تر) را با این نقطه x نشان دهید. بردار میدان‌ها رسم کرده سپس مقدار آن‌ها را مساوی قرار دهید.

مسئله فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از بار q را خواسته است. این فاصله را x نامگذاری می‌کنیم و میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$k\frac{q}{x^2}=k\frac{9q}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{3}{d-x}\Rightarrow3x=d-x\Rightarrow x=\frac{d}{4}$$

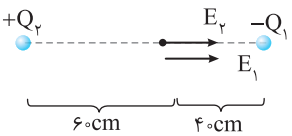


میانبر استفاده از رابطهٔ:

$$\frac{r_2}{r_1}=\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\quad,\quad\frac{d-x}{x}=\sqrt{\frac{9q}{q}}\Rightarrow\frac{d-x}{x}=3\Rightarrow x=\frac{d}{4}$$

۳ ۱۱۴۹ B

خط فکری دقت کنید بین دو بار ناهمنام میدان‌ها هم‌جهت هستند و میدان خالص صفر نمی‌شود. یعنی دو میدان ممکن است در یک نقطه هم‌اندازه باشند اما چون هم‌جهت هستند میدان خالص صفر نیست و شما تنها باید میدان دو بار را برابر قرار دهید.



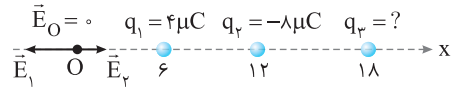
در نقطه‌ای بین دو بار به فاصلهٔ 40cm از بار $-Q_1$ و $100-40=60cm$ از بار $+Q_2$ میدان‌ها با هم برابر شده است. در این صورت:

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{Q_1}{r_1^2}=k\frac{Q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{Q_1}{(40)^2}=\frac{Q_2}{(60)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=(\frac{60}{40})^2\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{9}{4}=2/25$$

B ۱۱۵۰ ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ O صفر شده است. ابتدا میدان الکتریکی بارهای $q_1=4\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ را به‌دست می‌آوریم. تا به کمک آن مشخص کنیم بار q_3 چه مقدار و چه نوع باشد، تا میدان حاصل از آن برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را خنثی کند.



۱ میدان الکتریکی بار $q_1=4\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_1=k\frac{|q|}{r_1^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}\Rightarrow E_1=10^7\,N/C$$

۲ میدان الکتریکی بار $q_2=-8\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_2=k\frac{|q|}{r_2^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{(12\times10^{-2})^2}=\frac{1}{2}\times10^7\,N/C$$

۳ میدان‌های E_1 و E_2 در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_{12}=E_1-E_2=10^7-\frac{1}{2}\times10^7=\frac{1}{2}\times10^7\,N/C$$

این میدان به سمت چپ است

۴ میدان $\vec{E}_3$ باید با $\vec{E}_{12}$ در نقطهٔ O برابر و جهت آن به سمت راست باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود، بنابراین q_3 باید منفی باشد.

$$E_3=E_{12}\Rightarrow\frac{1}{2}\times10^7=9\times10^9\frac{|q_3|}{18\times18\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_3|=18\times10^{-6}\Rightarrow q_3=-18\mu C$$

بازی با سؤال **بارهای الکتریکی $q_1=4\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ روی محور xها به ترتیب در مکان‌های $x=8cm$ و $x=12cm$ قرار دارند. بار $q_3=-18\mu C$ را در چه نقطه‌ای روی محور x قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در مبدأ محور x برابر صفر شود؟**

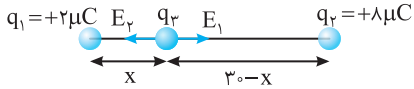
۱) $+18\sqrt{2}cm$ ۲) $-18\sqrt{2}cm$ ۳) $-36\sqrt{2}cm$ ۴) $+36\sqrt{2}cm$

گزینهٔ ۴

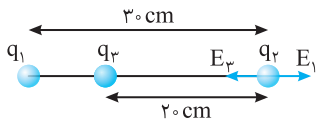
B ۱۱۵۱ ۱

بار $q=q_3$ مجهول است پس ابتدا میدان خالص در محل این بار را برابر صفر درنظر گرفته و بررسی می‌کنیم، زیرا در حل معادله‌های آن، نیاز به میدان‌های حاصل از بار q_1 و q_2 داشته و نیازی به میدان حاصل از q_3 نیست. میدان الکتریکی دو بار همنام $q_1=+2\mu C$ و $q_2=+8\mu C$ در نقطه‌ای بین آن‌ها و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود، بنابراین بار سوم باید نزدیک بار q_1 و بین q_1 و q_2 قرار گیرد:

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2}=k\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{x^2}=\frac{8}{(30-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{30-x}\Rightarrow x=10\,cm$$



برای آن‌که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_3 در محل بار q_2 صفر شود، باید q_1 و q_3 ناهمنام باشند تا میدان خالص آن‌ها خارج از دو بار در محل q_2 در خلاف جهت هم باشد، یعنی q_3 باید منفی باشد:



$$E_1=E_3\Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2}=k\frac{|q_3|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{30^2}=\frac{|q_3|}{20^2}\Rightarrow|q_3|=\frac{8}{9}\Rightarrow q_3=-\frac{8}{9}\mu C$$

B ۱۱۵۲ ۴

یادآوری

۱ جهت میدان الکتریکی دو بار همنام بین دو بار در خلاف جهت هم و خارج از دو بار هم‌جهت است.

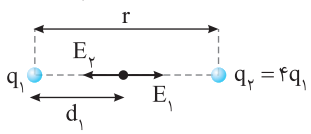
۲ میدان دو بار همنام و نامساوی بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

۳ جهت میدان بار الکتریکی دو بار ناهمنام بین دو بار در جهت هم و خارج از دو بار در خلاف جهت هم است.

۴ میدان دو بار ناهمنام و نامساوی خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

حالت اول: دو بار همنام هستند و بار آن‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد ولی به هر حال در محل d_1 از بار q_1 و بین دو بار میدان‌های آن‌ها برابر و در خلاف جهت هم است و برایند میدان‌ها صفر شده است.

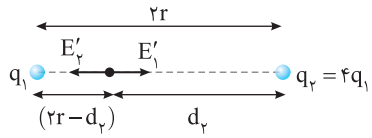
$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{q_1}{d_1^2}=k\frac{4q_1}{(r-d_1)^2}\Rightarrow d_1=\frac{r}{3}$$



حالت دوم: فاصلهٔ بین دو بار را دو برابر کرده‌ایم، دوباره میدان‌ها را رسم کرده و در فاصلهٔ d_2 (البته d_2 این بار فاصله از بار q_2 است) میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$E_1'=E_2'\Rightarrow\frac{kq_1}{(2r-d_2)^2}=k\frac{4q_1}{d_2^2}\Rightarrow\frac{1}{2r-d_2}=\frac{2}{d_2}$$

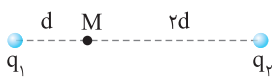
$$\Rightarrow 4r-2d_2=d_2\Rightarrow d_2=\frac{4}{3}r$$



اکنون نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{4r}{3}}{\frac{r}{3}}\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=4$$

بازی با سؤال **در شکل زیر برایند میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ M صفر شده است. اگر فاصلهٔ بار q_1 تا نقطهٔ M نصف شود، بار q_2 چند برابر بار q_1 شود تا میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M صفر شود؟**

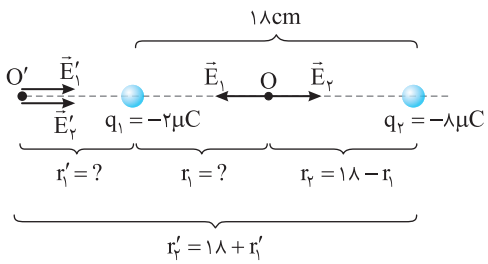


۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۲ ۴) ۸

گزینهٔ ۲

B ۱۱۵۳ ۴

در دو مکان اندازهٔ میدان الکتریکی دو بار نقطه‌ای $q_1=-2\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ روی خط واصل دو بار یکسان است. یک موقعیت بین دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O و موقعیت دیگر خارج دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O'، هر دو نقطهٔ مورد نظر به بار الکتریکی کوچک‌تر یعنی q_1، نزدیک‌ترند.



با توجه به رابطهٔ $E=\frac{kq}{r^2}$، فاصلهٔ r_1 و r'_1 را محاسبه کرده تا بتوانیم فاصلهٔ بین دو نقطهٔ O و O' را به‌دست آوریم:

در نقطهٔ O: $E_1=E_2\Rightarrow\frac{kq_1}{r_1^2}=\frac{kq_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{r_1^2}=\frac{8}{(18-r_1)^2}$

$\Rightarrow(\frac{r_1}{18-r_1})^2=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{r_1}{18-r_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow r_1=6\,cm$

در نقطهٔ O': $E'_1=E'_2\Rightarrow\frac{kq_1}{r'^2_1}=\frac{kq_2}{r'^2_2}\Rightarrow\frac{2}{r'^2_1}=\frac{8}{(18+r'_1)^2}$

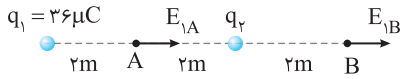
$\Rightarrow(\frac{r'_1}{18+r'_1})^2=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{r'_1}{18+r'_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow r'_1=18\,cm$

فاصلهٔ نقاط O و O': $OO'=r_1+r'_1=6+18=24\,cm$

۱ ۱۱۵۴ C

۱ میدان الکتریکی بار q_1 را در نقاط A و B به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}\text{A نقطه}\rightarrow E_{1A}=9\times10^9\times\frac{36\times10^{-6}}{4}\Rightarrow E_{1A}=81\times10^3\,N/C\\ \text{B نقطه}\rightarrow E_{1B}=9\times10^9\times\frac{36\times10^{-6}}{36}\Rightarrow E_{1B}=9\times10^3\,N/C\end{cases}$$



۲ میدان الکتریکی بار q_2 در دو نقطهٔ A و B باهم برابر است. زیرا فاصلهٔ q_2 از A و B یکی است. میدان بار الکتریکی q_2 را در این نقاط حساب می‌کنیم.

$$E_{2A}=E_{2B}=k\frac{|q_2|}{r^2}\Rightarrow E_{2A}=E_{2B}=9\times10^9\times\frac{|q_2|}{4}$$

۳ حال به اعداد به‌دست آمده دقت کنید. قرار است در نقطهٔ A و نقطهٔ B میدان خالص برابر شود. بنابراین باید میدان q_2 در نقطهٔ A در خلاف جهت E_{1A} باشد تا آن را کاهش دهد در نقطهٔ B باید در جهت E_{1B} باشد تا آن را افزایش دهد تا میدان در نقاط A و B یکی شود. بنابراین بار q_2 قطعاً مثبت است.

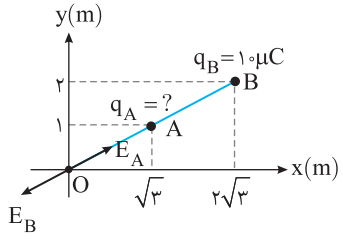
$$E_A=E_B\Rightarrow E_{1A}-E_{2A}=E_{1B}+E_{2B}$$

$$81\times10^3-\frac{9\times10^9q_2}{4}=9\times10^3+9\times10^9\frac{q_2}{4}\Rightarrow72\times10^3=18\times10^9\frac{q_2}{4}$$

$$q_2=16\times10^{-6}\,C\Rightarrow q_2=16\,\mu C$$

۲ ۱۱۵۵ B

خط فکری قطعاً نقطه‌های O و A و B در امتداد یک خط راست هستند زیرا، در غیر این صورت میدان در نقطهٔ O صفر نمی‌شود. باید فاصلهٔ OA و OB را به کمک ریاضی پیدا کنید. با توجه به اینکه میدان در نقطه‌ای خارج از دو بار صفر شده است حتماً دو بار ناهمنام هستند، یعنی بار q_A منفی است. میدان دو بار را در نقطهٔ O برابر قرار دهید.



۱ فاصلهٔ A تا مبدأ برابر است با: $OA=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2\,m$

۲ فاصلهٔ B تا مبدأ برابر است با: $OB=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4\,m$

۳ قبل از برابر قرار دادن میدان‌ها پیش‌بینی می‌کنیم که چون فاصلهٔ B تا مبدأ دو برابر فاصلهٔ A تا مبدأ است قطعاً بار q_B چهار برابر بار q_A است تا میدان‌ها در مبدأ برابر شوند. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$E_A=E_B\xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}}k\frac{|q_A|}{2^2}=k\frac{10}{4^2}\Rightarrow|q_A|=2/5\,\mu C$$

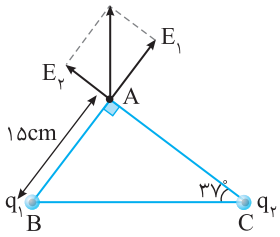
چون بار q_A منفی است: $q_A=-2/5\,\mu C$

۱ ۱۱۵۶ B

خط فکری برای یافتن میدان الکتریکی حاصل از هر بار در نقطهٔ A ابتدا باید به کمک مثلثات $(\tan37^\circ)$ فاصلهٔ بار q_2 تا A را نیز حساب کنید. سپس میدان‌ها را به‌دست آورده به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان برایند در A را به‌دست بیاورید.

۱ طول پاره‌خط AC را حساب می‌کنیم:

$$\tan37^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{15}{AC}\Rightarrow AC=20\,cm$$



۲ میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases}\xrightarrow{AB=15cm}E_{1A}=9\times10^9\times\frac{30\times10^{-6}}{15\times15\times10^{-4}}=12\times10^6\,N/C\\ \xrightarrow{AC=20cm}E_{2A}=9\times10^9\times\frac{40\times10^{-6}}{20\times20\times10^{-4}}=9\times10^6\,N/C\end{cases}$$

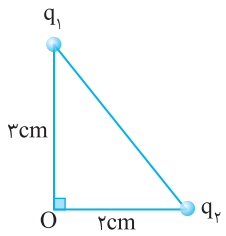
۳ میدان برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_A=\sqrt{(12\times10^6)^2+(9\times10^6)^2}=\sqrt{144+81}\times10^6=\sqrt{225}\times10^6$$

$$\Rightarrow E_A=15\times10^6\,N/C$$

۳ ۱۱۵۷ B

خط فکری آنچه مسلم است، میدان‌های ناشی از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 صرف نظر از نوع بار آن‌ها در نقطهٔ O بر هم عمودند. میدان‌های هر دو بار را به‌دست آورید و برایند آن‌ها را از رابطهٔ فیثاغورس حساب کنید.



۱ میدان بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ O:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1=k\frac{|q_1|}{9\times10^{-4}}$$

میدان بار الکتریکی q_2 در نقطهٔ O:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{4\times10^{-4}}$$

۲ میدان‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم و رابطهٔ بین E_1 و E_2 را به‌دست می‌آوریم.

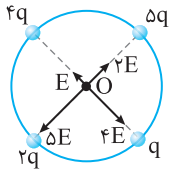
$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{k\frac{|q_2|}{4\times10^{-4}}}{k\frac{|q_1|}{9\times10^{-4}}}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\frac{9}{4}\xrightarrow{\frac{q_2=4}{q_1=3}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}\Rightarrow E_2=3E_1$$

۳ میدان خالص در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم:

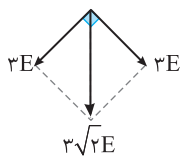
$$E_O=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_O=\sqrt{E_1^2+(3E_1)^2}=\sqrt{10}E_1$$

B ۱۱۵۸ ۴

مسئلهٔ ساده‌ای است. اگر میدان الکتریکی بار q در مرکز دایره E باشد، میدان الکتریکی بار $2q$ برابر $2E$، میدان الکتریکی بار $4q$ برابر $4E$ و میدان الکتریکی بار $5q$ در مرکز دایره برابر $5E$ خواهد شد.



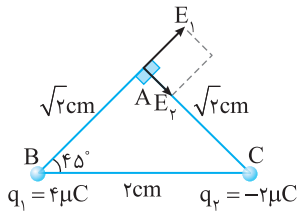
همهٔ میدان‌ها را روی شکل رسم کنید. میدان‌های E و $4E$ در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها $4E-E=3E$ می‌شود، همچنین میدان‌های $2E$ و $5E$ در خلاف جهت هم بوده و میدان برایند آن‌ها نیز $5E-2E=3E$ می‌شود، بنابراین در نهایت دو میدان $3E$ عمود بر هم داریم که میدان خالص در مرکز دایره خواهد شد:



$$E_t=\sqrt{(3E)^2+(3E)^2}=3\sqrt{2}E$$ رو به پایین

B ۱۱۵۹ ۲

خط فکری ابتدا به کمک نیروی الکتریکی بین q_1 و q_2، بار الکتریکی q_2 را حساب کنید. سپس میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ A به دست بیاورید و سرانجام به کمک رابطهٔ فیثاغورس میدان الکتریکی برایند را حساب کنید.



نیروی بین دو بار ربایشی است بنابراین بار q_2 منفی است. به کمک قانون کولن بار q_2 را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}\Rightarrow 180=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times|q_2|}{4\times10^{-4}}\Rightarrow|q_2|=2\times10^{-6}C$$

$$\Rightarrow q_2=-2\times10^{-6}C$$

مثلث ABC متساوی‌الساقین است و فاصلهٔ دو بار از نقطهٔ A یکسان و برابر است با:

$$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow 4=2(AB)^2\Rightarrow AB=AC=\sqrt{2}cm$$

اکنون میدان هر بار را در نقطهٔ A حساب می‌کنیم:

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-4}}=18\times10^7N/C$$

$$E_2=k\frac{q_2}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{2\times10^{-4}}=9\times10^7N/C$$

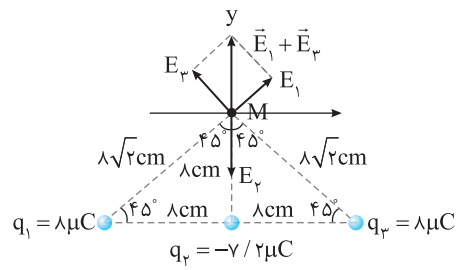
میدان خالص یا برایند خواهد شد:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_T=\sqrt{(18\times10^7)^2+(9\times10^7)^2}\Rightarrow E_T=9\sqrt{5}\times10^7N/C$$

B ۱۱۶۰ ۴

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M محاسبه می‌کنیم و چون اندازه بارهای q_1 و q_3 و فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ M با هم برابر است، $E_1=E_3$ است.

$$E_3=E_1=\frac{kq_1}{r^2}=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}}{64\times2\times10^{-4}}=\frac{9}{16}\times10^7N/C$$



اندازهٔ میدان برایند E_1 و E_3 خواهد شد:

$$E_{31}=|\vec{E}_3+\vec{E}_1|=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\frac{9\sqrt{2}}{16}\times10^7=\frac{12/6}{16}\times10^7N/C$$

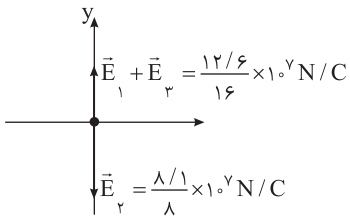
چون E_1 و E_3 هم‌اندازه هستند برایند آن در امتداد نیم‌ساز زاویهٔ بین آن‌ها و روی محور yها قرار می‌گیرد. اکنون میدان الکتریکی بار q_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=\frac{kq_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times7/2\times10^{-6}}{64\times10^{-4}}=\frac{8/1}{8}\times10^7N/C$$

با توجه به شکل بزرگی میدان خالص برابر تفاضل دو میدان $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_{31}$ است از این‌رو:

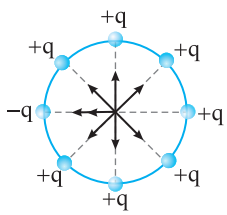
$$E_T=\frac{8/1}{8}\times10^7-\frac{12/6}{16}\times10^7=\frac{3/6}{16}\times10^7$$

$$\Rightarrow E_T=\frac{1/8}{8}\times10^7=\frac{18}{8}\times10^6\Rightarrow E_T=\frac{9}{4}\times10^6N/C$$



B ۱۱۶۱ ۱

بردار میدان الکتریکی هر هشت بار را رسم کنید. خواهید دید که تنها برای بار $-q$ و بار روبه‌روی آن در مرکز دایره، بردارهای میدان هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شود و شش میدان الکتریکی دیگر در مرکز دایره دوبه‌دو در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند.



بنابراین کافی است میدان الکتریکی یکی از بارها را به‌دست آورده و دو برابر کنیم.

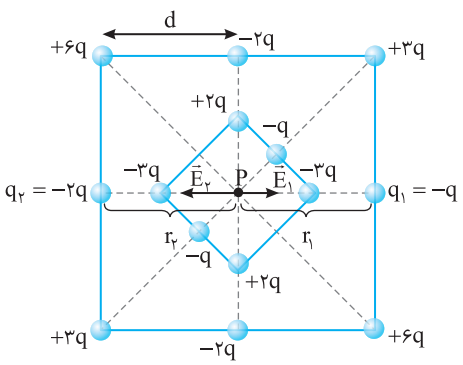
$$E_T=2E=2\frac{kq}{r^2}\Rightarrow E_T=2\times9\times10^9\times\frac{5\times10^{-9}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow E_T=10^3N/C$$

B ۱۱۶۲ ۳

با توجه به تقارن شکل و یکسان بودن اندازهٔ برخی از بارهای الکتریکی و برابری فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ P، درمی‌یابیم که میدان‌های الکتریکی این بارها به جز دو بار q_1 و q_2 که در شکل مشخص شده‌اند به صورت دو به دو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم ظاهر شده و یکدیگر را خنثی می‌کنند، بردار میدان الکتریکی این دو بار نقطه‌ای در نقطهٔ P به ترتیب $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ نام دارند که در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند. پس میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ P برابر خواهد شد با:

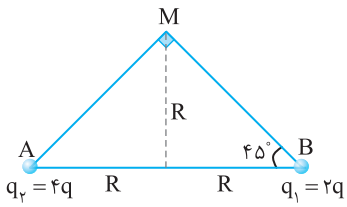
$$E_1=\frac{kq_1}{r_1^2}\Rightarrow E_1=\frac{kq}{d^2}$$ به سمت چپ، $$E_2=\frac{kq_2}{r_2^2}\Rightarrow E_2=\frac{2kq}{d^2}$$ به سمت راست

$$\vec{E}_P=\vec{E}_2+\vec{E}_1\Rightarrow E_P=E_2-E_1=\frac{2kq}{d^2}-\frac{kq}{d^2}=\frac{kq}{d^2}$$ به سمت چپ



B ۱۱۶۳ ۳

خط فکری در این شکل که به نظر یک شکل فضایی است اگر به دقت نگاه کنید بارهای q_1 و q_2 و نقطهٔ M رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه در شکل روبه‌رو هستند. بنابراین میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M حساب می‌کنیم. سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس مسئله را حل می‌کنیم.



ابتدا فاصلهٔ هر یک از بارها را تا نقطهٔ M حساب می‌کنیم.

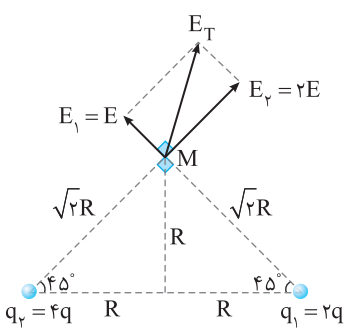
$$AM=BM=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$

اکنون میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} E=k\dfrac{q}{R^2} \\ E_1=k\dfrac{2q}{(\sqrt{2}R)^2} \end{cases} \Rightarrow E_1=E \quad , \quad \begin{cases} E=k\dfrac{q}{R^2} \\ E_2=k\dfrac{4q}{(\sqrt{2}R)^2} \end{cases} \Rightarrow E_2=2E$$

میدان الکتریکی خالص برابر خواهد شد با:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2} \Rightarrow E_T=\sqrt{E^2+4E^2} \Rightarrow E_T=\sqrt{5}E$$

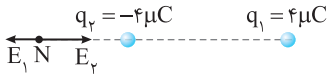


B ۱۱۶۴ ۲

میدان‌های حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ N مشخص می‌کنیم و اندازهٔ آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{1N}=k\frac{q_1}{r^2}=k\frac{4\times10^{-6}}{81\times10^{-4}}=\frac{4}{81}k\times10^{-2}$$

$$E_{2N}=k\frac{q_2}{r^2}=k\frac{4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}=\frac{4}{9}k\times10^{-2}$$



چون E_{1N} و E_{2N} در خلاف جهت هم‌اند، بنابراین برایند آن‌ها برابر تفاضل $\vec{E}_{1N}$ و $\vec{E}_{2N}$ می‌شود.

$$E_2=E_{2N}-E_{1N}=\frac{4}{9}k\times10^{-2}+\frac{4}{81}\times k\times10^{-2}=\frac{32}{81}k\times10^{-2}$$

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M مشخص می‌کنیم و اندازه آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{1M}=k\frac{q_1}{r^2}=k\times\frac{4\times10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2\times10^{-4}}=\frac{2}{9}\times k\times10^{-2}$$

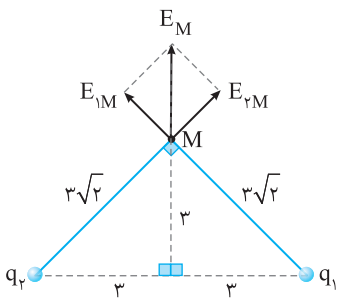
$$E_{2M}=k\frac{q_2}{r^2}=k\times\frac{4\times10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2\times10^{-4}}=\frac{2}{9}k\times10^{-2}$$

چون E_{1M} و E_{2M} بر هم عمودند، بنابراین برایند آن‌ها از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$E_1=\sqrt{E_{1M}^2+E_{2M}^2}=\frac{2}{9}k\sqrt{2}\times10^{-2}$$

اکنون نسبت $\frac{E_1}{E_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{2}{9}k\sqrt{2}\times10^{-2}}{\frac{32}{81}k\times10^{-2}}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$$



B ۱۱۶۵ ۴

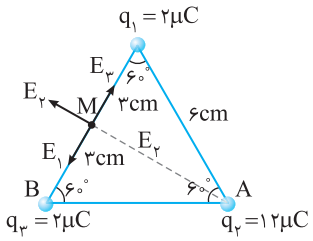
حالت اول: میدان بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان در نقطهٔ M ناشی از بار q_3 است.

فاصلهٔ بار q_3 از نقطهٔ M را به‌دست می‌آوریم.

$$AB^2=BM^2+AM^2 \Rightarrow AM=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}cm$$

میدان در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E_T=E_3=k\frac{q_3}{(AM)^2}=9\times10^9\times\frac{12\times10^{-6}}{27\times10^{-4}}=4\times10^7 N/C$$



حالت دوم: با عوض شدن علامت بار q_1 این بار، منفی شده و مطابق شکل میدان الکتریکی بار q_1 و میدان الکتریکی بار q_3 هم‌جهت می‌شوند. میدان‌های E'_1 و E_3 در نقطهٔ M برابر هستند و مقدار آن‌ها خواهد شد:

$$E'_1=E_3=k\frac{q}{a^2} \Rightarrow E'_1=E_3=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}=2\times10^{+7} N/C$$

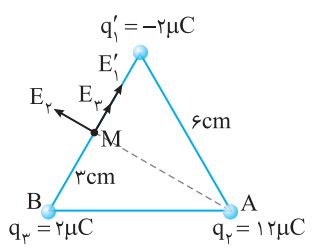
میدان برایند E'_1 و E_3 از جمع آن‌ها به‌دست می‌آید از این‌رو:

$$E_{13}=2\times10^7+2\times10^7=4\times10^7 N/C$$

میدان الکتریکی بار q_2 در نقطهٔ M و میدان برایند E'_1 و E_3 در نقطهٔ M بر هم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E'_1=\sqrt{(E_{13})^2+E_2^2} \Rightarrow E'_T=\sqrt{(4\times10^7)^2+(4\times10^7)^2}$$

$$=4\sqrt{2}\times10^7 \frac{N}{C} \Rightarrow \frac{E'_T}{E_T}=\frac{4\sqrt{2}\times10^7}{4\times10^7}=\sqrt{2}$$



A ۱۱۶۶ ۴

خط فکری ابتدا میدان هر بار را در نقطهٔ A به‌دست آورده و با توجه به جهت آن بردار میدان را بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم. اگر میدان‌ها در راستای محور y باشد، بر حسب $\vec{j}$ و اگر میدان‌ها در راستای محور x باشند بر حسب $\vec{i}$ نوشته می‌شوند.

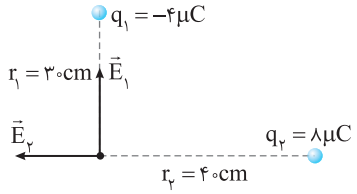
اندازهٔ میدان‌های دو بار q_1 و q_2 در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r_1^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{900\times10^{-4}}=4\times10^5\,N/C$$

$$E_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{1600\times10^{-4}}=4/5\times10^5\,N/C$$

میدان E_1 در جهت مثبت محور yها و میدان E_2 در جهت منفی محور xها است. در نتیجه:

$$\vec{E}=E_2\vec{i}+E_1\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=-4/5\times10^5\vec{i}+4\times10^5\vec{j}$$

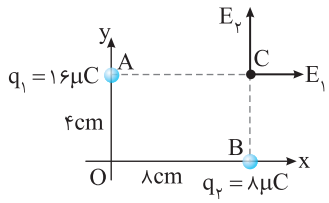


B ۱۱۶۷ ۴

خط فکری مکان نقطه‌های A، B و C را روی صفحهٔ xoy مشخص می‌کنیم، سپس مقدار میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ C به‌دست می‌آوریم، بردارهای میدان را رسم می‌کنیم تا جهت‌های آن مشخص باشد، سپس بردار برایند را حساب می‌کنیم.

با توجه به شکل و مختصات داده شده یک مستطیل با اضلاع 4cm و 8cm داریم که در آن فاصله بار q_1 از نقطهٔ C، 8cm و فاصلهٔ بار q_2 از نقطهٔ C، 4cm است. با توجه به این داده‌ها، میدان هر بار را در نقطهٔ C حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-6}}{64\times10^{-4}}=\frac{9}{4}\times10^7\,N/C\\ E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{16\times10^{-4}}=\frac{9}{2}\times10^7\,N/C\end{cases}$$



میدان الکتریکی E_1 در جهت مثبت محور xها است و میدان الکتریکی E_2 در جهت مثبت محور yها است. بنابراین میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ C بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ خواهد شد:

$$\vec{E}=E_1\vec{i}+E_2\vec{j}=\frac{9}{4}\times10^7\vec{i}+\frac{9}{2}\times10^7\vec{j}=(\frac{9}{4}\vec{i}+\frac{9}{2}\vec{j})\times10^7$$

C ۱۱۶۸ ۳

اگر فاصلهٔ رأس‌های مربع تا نقطهٔ O را r در نظر بگیریم میدان الکتریکی حاصل از بار قرار گرفته در رأس A برابر است با:

$$E_A=k\frac{q}{r^2}\xrightarrow{E_A=E}E=\frac{kq}{r^2}$$

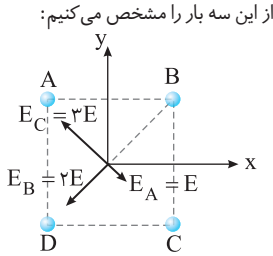
بار قرار گرفته در رأس B دو برابر بار در رأس A است بنابراین:

$$E_B=2E_A\Rightarrow E_B=2E$$

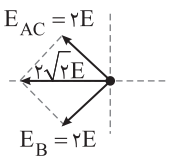
بار قرار گرفته در رأس C سه برابر بار در رأس A است بنابراین:

$$E_C=3E_A\Rightarrow E_C=3E$$

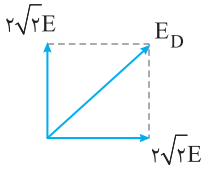
هر سه بار مثبت‌اند، بنابراین میدان حاصل از این سه بار را مشخص می‌کنیم:



E_A و E_C خلاف جهت‌هم‌اند



$$\Rightarrow E_{ABC}=\sqrt{(2E)^2+(2E)^2}=2\sqrt{2}E$$



میدان حاصل از بار D، باید یک مؤلفهٔ افقی به بزرگی $2\sqrt{2}E$ داشته باشید تا مؤلفهٔ افقی E_{ABC} را خنثی و یک مؤلفهٔ قائم با بزرگی $2\sqrt{2}E$ داشته باشد:

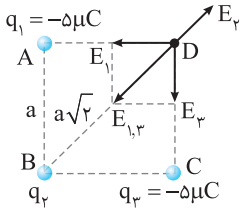
$$E_D=\sqrt{(2\sqrt{2}E)^2+(2\sqrt{2}E)^2}=E\sqrt{16}=4E$$

میدان حاصل از بار قرار گرفته در رأس D چهار برابر میدان بار q است بنابراین:

$$E_D=4E\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}k\frac{q'}{r^2}=4k\frac{q}{r^2}\Rightarrow q'=4q$$

B ۱۱۶۹ ۱

خط فکری میدان الکتریکی بارهای الکتریکی q_1 و q_3 در نقطهٔ D (رأس چهارم مربع) را رسم کرده، مقدار آن را حساب می‌کنیم. برای آنکه میدان خالص در نقطهٔ D صفر شود، قطعاً میدان الکتریکی بار q_2 باید در امتداد میدان برایند q_1 و q_3 و در خلاف جهت آن باشد، یعنی قطعاً q_2 دارای بار مثبت است. اکنون به سراغ محاسبات عددی مسئله می‌رویم.



۱ میدان الکتریکی دو بار q_1 و q_3 در نقطهٔ D با هم برابر است و مقدار آن خواهد شد:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=E_3=\frac{k|5|}{a^2}$$

۲ فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ D برابر قطر مربع یعنی $a\sqrt{2}$ است، از این‌رو میدان الکتریکی E_2 خواهد شد:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{(a\sqrt{2})^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{2a^2}$$

۳ برایند E_1 و E_3 باید هم‌اندازهٔ E_2 باشد، بنابراین برایند E_1 و E_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_{13}=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\sqrt{2}E_1$$

۴ E_{13} را با E_2 مساوی قرار می‌دهیم:

$$E_{13}=E_2\Rightarrow\sqrt{2}\frac{k(5)}{a^2}=k\frac{|q_2|}{2a^2}\Rightarrow q_2=+10\sqrt{2}\mu C$$

در خط فکری گفتیم q_2 باید مثبت باشد.

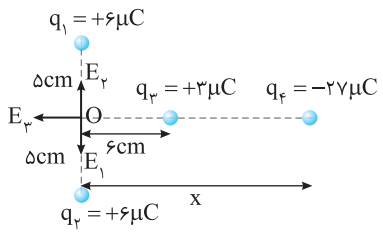
A ۱۱۷۰ ۱

به شکل ترسناک مسأله نگاه نکنید! مسأله ساده‌ای است که در نگاه اول شما را به اشتباه می‌اندازد. اندازهٔ میدان الکتریکی بارهای یکسان $q_۱=q_۲=+۶\mu C$ که در فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ O قرار دارند برابر است و این میدان‌ها در خلاف جهت هم بوده و میدان الکتریکی برایند آن‌ها در نقطهٔ O صفر است.

در واقع سؤال این است که بار $q_۴$ در چه فاصله‌ای از O قرار گیرد تا برایند میدان‌های $q_۳$ و $q_۴$ در O صفر شود. فاصله بار $q_۴$ را در حالت جدید از O برابر x در نظر می‌گیریم و میدان‌ها را در O برابر قرار می‌دهیم.

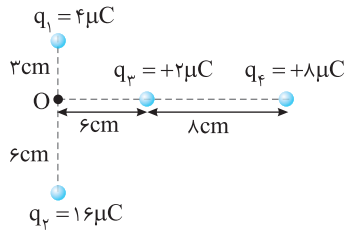
$$E_۳=E_۴\Rightarrow k\frac{q_۳}{۶^۲}=k\frac{q_۴}{x^۲}\Rightarrow\frac{۳}{۳۶}=\frac{۲۷}{x^۲}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{x}\Rightarrow x=۱۸cm$$

فاصلهٔ بار $q_۴$ از O در حالت اول $۶+۸=۱۴cm$ بوده است و اکنون فاصلهٔ $q_۴$ تا O باید ۱۸cm شود یعنی بار $q_۴$، ۴cm به سمت راست منتقل شود.



بازی با سؤال **بارهای الکتریکی $q_۱$، $q_۲$، $q_۳$ و $q_۴$ مطابق شکل زیر قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی $q_۴$ را چند سانتی‌متر و در کدام جهت جابه‌جا کنیم تا میدان حاصل از بارها در نقطه O برابر صفر شود؟** آزمون مدارس برتر

۱) ۵cm به سمت راست
۲) ۵cm به سمت چپ
۳) ۲۶cm به سمت چپ
۴) ۲۶cm به سمت راست

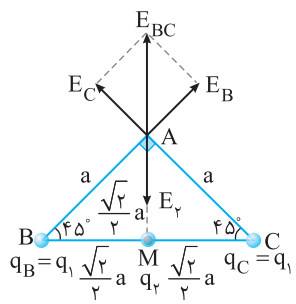


گزینهٔ ۳

B ۱۱۷۱ ۲

خط فکری بارهایی که در نقاط B و C قرار گرفته باهم برابرند $(q_۱)$، پس راستای برایند میدان آن‌ها در نقطهٔ روی نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها قرار می‌گیرد. بنابراین برای آنکه میدان برایند در نقطهٔ A صفر شود، قطعاً باید $q_۲$ در وسط وتر BC قرار بگیرد تا میدان الکتریکی حاصل از آن در امتداد میدان برایند دو بار الکتریکی $q_۱$ در نقطهٔ A قرار بگیرد و جهت این دو میدان باید در خلاف هم باشد. میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست بیاورید. برایند میدان‌های $q_B=q_۱$ و $q_C=q_۱$ در نقطهٔ A را حساب کنید و با میدان الکتریکی بار $q_۲$ در نقطهٔ A برابر قرار دهید.

۱ میدان بارهای $q_B=q_۱$ و $q_C=q_۱$ را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. اگر $q_۱$ مثبت باشد قطعاً باید مطابق شکل بار $q_۲$ منفی باشد تا میدان در نقطهٔ A صفر شود.



۲ اگر طول ضلع‌های AB و AC را a بنامیم طول ضلع BC خواهد شد:

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲\Rightarrow BC^۲=a^۲+a^۲$$

$$\Rightarrow BC=a\sqrt{۲}\Rightarrow MC=BM=a\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳ میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_C=E_B=k\frac{|q|}{a^۲}$$

۴ میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_۲=k\frac{|q|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}\Rightarrow E_۲=۲\frac{k|q_۲|}{a^۲}$$

۵ برایند دو میدان E_C و E_B برابر است با:

$$E_{CB}=\sqrt{۲}E_C=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{a^۲}$$

۶ میدان برایند E_{BC} را با میدان $E_۲$ مساوی قرار می‌دهیم.

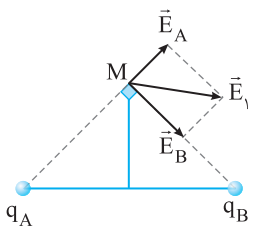
$$\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{a^۲}=۲k\frac{|q_۲|}{a^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۷ باید میدان $E_۲$ در خلاف جهت برایند دو بار دیگر باشد. از این‌رو باید بار $q_۲$ و بار $q_۱$ ناهمنام باشند بنابراین:

$$\frac{q_۲}{q_۱}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

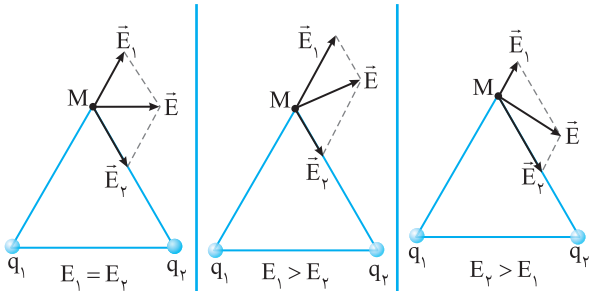
A ۱۱۷۲ ۱

اندازهٔ بار q_B از اندازهٔ بار q_A بیشتر است و فاصلهٔ این دو بار از نقطهٔ M واقع بر عمودمنصف برابر است در نتیجه میدان الکتریکی بار q_B از میدان الکتریکی بار q_A بزرگ‌تر است. بار الکتریکی q_A مثبت و میدان آن در نقطهٔ M به سمت خارج بار رسم می‌شود و بار الکتریکی q_B منفی و میدان آن در نقطهٔ M به سمت بار الکتریکی q_B است، بنابراین برایند آن‌ها به شکل زیر یعنی میدان خالص در نقطهٔ M می‌تواند $E_۱$ باشد.



B ۱۱۷۳ ۳

یادآوری ریاضی در این گونه مسائل معمولاً سه حالت زیر رخ می‌دهد $(q_۱>۰, q_۲<۰)$:

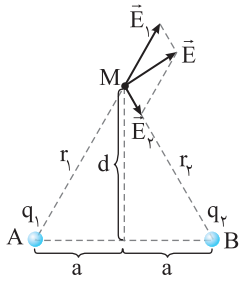


بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_۲$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_۲\rvert>\lvert q_۱\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_۱$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_۱\rvert>\lvert q_۲\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ روی نیمساز بین $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_۱\rvert=\lvert q_۲\rvert$

میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در نقطهٔ M در راستای اضلاع AM و BM از مثلث متساوی‌الساقین AMB تجزیه می‌کنیم، تا میدان‌های حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_2، یعنی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مشخص شوند. با توجه به جهت به‌دست آمده برای میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در می‌یابیم که بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. چون میدان الکتریکی برایند به سمت میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ متمایل بوده و با آن زاویه کوچک‌تری می‌سازد، نتیجه می‌گیریم که اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ از اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_2$ بزرگ‌تر است. پس می‌توانیم مقایسه زیر را بین اندازه بارهای الکتریکی q_1 و q_2 انجام دهیم:

$$E_1>E_2\Rightarrow\frac{k|q_1|}{r_1^2}>\frac{k|q_2|}{r_2^2}\xrightarrow{r_1=r_2}|q_1|>|q_2|\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}<1$$

$$\xrightarrow{q_2,q_1\text{ ناهمنام}}-1<\frac{q_2}{q_1}<0\Rightarrow-1<k<0$$



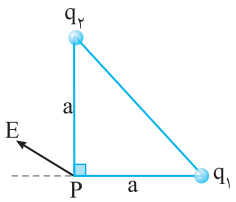
بازی با سوال در شکل زیر میدان الکتریکی ناشی از دو بار q_1 و q_2 در نقطه P نشان داده شده است. کدام گزینه درباره بار q_1 و q_2 درست است؟

۱) q_1 مثبت، q_2 منفی، $|q_1|>|q_2|$

۲) q_1 مثبت، q_2 منفی، $|q_1|<|q_2|$

۳) q_1 منفی، q_2 مثبت، $|q_1|>|q_2|$

۴) q_1 منفی، q_2 مثبت، $|q_1|<|q_2|$



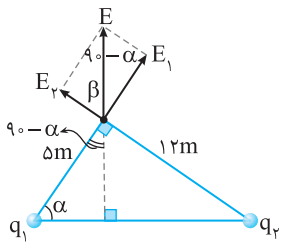
گزینهٔ ۱

C ۱۱۷۴ ۲

روش همیشگی یعنی تجزیه میدان الکتریکی E بر امتداد اضلاع مثلث را انجام می‌دهیم، تا جهت میدان‌های ناشی از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 مشخص شود.

در شکل زیر زاویه α و زاویه β با هم برابرند و تانژانت آن‌ها نیز با هم یکسان و برابر است با:

$$\tan\alpha=\frac{12}{5},\ \tan\beta=\frac{E_1}{E_2}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{12}{5}$$



$$\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}\Rightarrow\frac{k\frac{q_1}{5^2}}{k\frac{q_2}{12^2}}=\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{q_1\times12^2}{q_2\times5^2}=\frac{12}{5}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{5}{12}$$

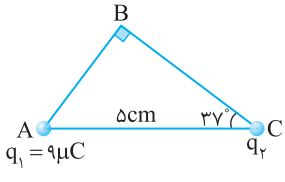
بازی با سوال در شکل زیر بار q_2 چند μC باشد تا امتداد میدان خالص در نقطهٔ B بر خط AC عمود شود؟ $(\sin53^\circ=\cos37^\circ=0/8)$

۱) ۱۸

۲) -18

۳) ۱۲

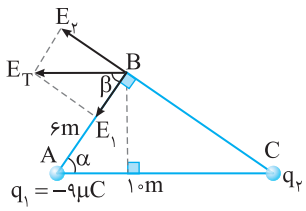
۴) -12



گزینهٔ ۳

B ۱۱۷۵ ۲

میدان خالص در نقطهٔ B را به موازات خط AC رسم می‌کنیم. این میدان را در امتداد دو ضلع AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. E_1 میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی q_1 و E_2 میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی q_2 است. میدان E_2 به سمت خارج بار q_2 است بنابراین بار q_2 مثبت است.



فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$AC^2=AB^2+BC^2\Rightarrow BC^2=10^2-6^2=64\Rightarrow BC=8m$$

بنابر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر زاویهٔ β است. تانژانت دو زاویه را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$\left.\begin{matrix}\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\\ \tan\beta=\frac{E_2}{E_1}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\alpha=\beta}\frac{BC}{AB}=\frac{E_2}{E_1}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{8}{6}$$

اکنون از رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای به جای E_2 و E_1 قرار می‌دهیم.

$$\frac{k\frac{|q_2|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1|}{r_1^2}}=\frac{8}{6}\xrightarrow{|q_1|=9\mu C}\frac{\frac{|q_2|}{8^2}}{\frac{9}{6^2}}=\frac{8}{6}\Rightarrow\frac{|q_2|\times6^2}{9\times8^2}=\frac{8}{6}\Rightarrow|q_2|=\frac{64}{3}\mu C$$

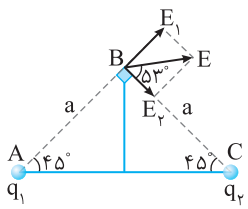
البته q_2 مثبت است بنابراین $q_2=\frac{64}{3}\mu C$

B ۱۱۷۶ ۴

میدان E را در امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. میدان در امتداد AB برابر میدان الکتریکی بار q_1 و میدان در امتداد BC برابر میدان الکتریکی q_2 در نقطهٔ B است.

در این صورت به کمک تانژانت زاویهٔ 53° نسبت میدان‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\tan53^\circ=\frac{E_1}{E_2}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{E_1}{E_2}$$



با توجه به رابطه میدان الکتریکی $E=\frac{k|q|}{r^2}$ خواهیم داشت:

$$\frac{4}{3}=\frac{k\frac{|q_1|}{a^2}}{k\frac{|q_2|}{a^2}}\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{4}{3}$$

به شکل نگاه کنید. میدان E_1 به سمت خارج بار q_1 است بنابراین بار q_1 مثبت و میدان E_2 به سمت بار q_2 است در نتیجه بار q_2 منفی است از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{q_1}{q_2}=-\frac{4}{3}$$

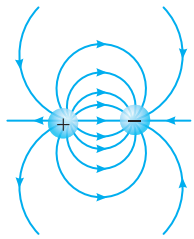
A ۱۱۷۷ ۲

خطوط از هر دو بار خارج می‌شوند، پس هر دو بار مثبت هستند.

یادآوری خطـوط میـدان الکتریکـی بار مثبت به سـمت خـارج بار و خطـوط میدان الکتریکی بار منفی به سوی بار هستند.

A ۱۱۷۸ ۳

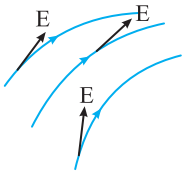
یادآوری دو بـار الکتریکـی نقطـه‌ای هم‌انـدازه و غیرهمنام را دو قطبی الکتریکی گویند که خطوط میدان الکتریکی در اطراف آن‌ها به صورت روبه‌روست.



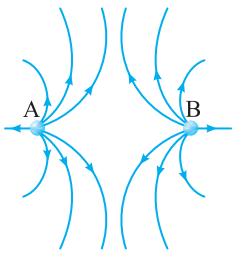
خطهـای میـدان الکتریکی از بار مثبت خـارج و به بار منفی وارد می‌شـود، بنابراین آرایـش خطوط میدان در شکل‌های (الف) و (پ) نادرست است. در مورد شکل (ب) آرایـش خط‌های میدان شـعاعی باقی نمی‌ماند و دارای انحنا می‌شود. بنابراین شکل (ت) صحیح است و شکل (ب) نیز نادرست است.

B ۱۱۷۹ ۴

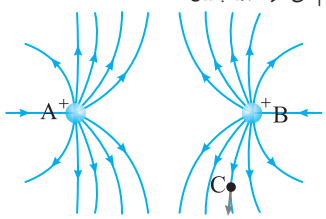
یادآوری بردار میـدان الکتریکی در هر نقطه از میـدان بر خط‌های میـدان مماس و جهت آن در سوی خطوط میدان است.



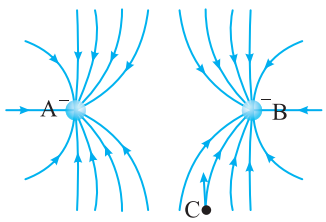
از طرفی خطوط میدان الکتریکی دو بار هم‌اندازه و همنام به صورت روبه‌روست. اگر دو بار مثبت باشند فلش‌ها به سمت خارج دو بار و اگر دو بار منفی باشند فلش‌ها به سمت دو بار خواهد بود.



خطوط میدان اطراف نقاط A و B را رسـم می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم دو باری که در نقـاط A و B قـرار می‌گیرند مثبت‌اند. در این صورت بردار میدان که در نقطهٔ C مماس بر خطوط میدان رسم می‌شود روبه‌پایین است.

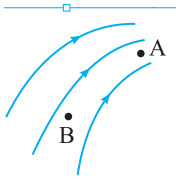


اگر بارهای A و B را منفی در نظر بگیریم و بردار میدان در نقطهٔ C را رسم کنیم، میدان رو به بالا و در سوی خطوط است.

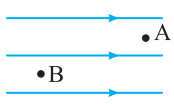


B ۱۱۸۰ ۴

یادآوری ۱ هـر گاه در ناحیـه‌ای از فضـا میدان قوی‌تـر باشـد، تراکم خطوط میـدان در آن ناحیه بیشـتر است. $E_A > E_B$

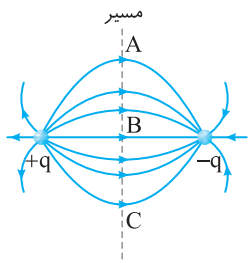


یادآوری ۲ اگر میدان یکنواخت باشد، خطوط با هـم مـوازی و هـم فاصلـه هسـتند و تمـام نقـاط میدان الکتریکی یکسان است. $E_A = E_B$



اگر میدان الکتریکی یکنواخت باشـد و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم، میدان تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۱) درست است.

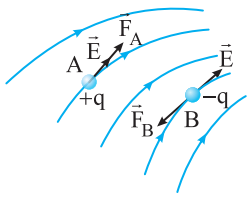
امـا بیاییم خط‌های میدان دو بـار الکتریکی هم‌اندازه و ناهمنام (دو قطبی الکتریکی) را رسـم کنیم، سپس روی عمود منصف آن و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم. (شکل زیر) کاملاً مشخص است که وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ B می‌رویم تراکم خطوط بیشتر می‌شود و میدان افزایش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است و اگر در همین راستا از نقطهٔ B عمود بر خطوط میدان دو قطبی الکتریکی به نقطهٔ C برویم، تراکم خطوط کم می‌شود و میدان کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ(۳) نیز درست است و پاسخ گزینهٔ (۴) خواهد بود.



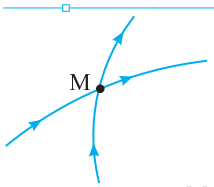
A ۱۱۸۱ ۲

در نقطـه B خطوط میدان متراکم‌تر از نقطهٔ A اسـت، بنابراین میدان الکتریکی در نقطهٔ B از نقطهٔ A قوی‌تر است و در نتیجه نیروی وارد بر بار $-q$ در نقطهٔ B از نیروی وارد بر بار $+q$ در نقطهٔ A بیشتر است. $(F_A < F_B)$

نیـروی وارد بـر بار منفی خلاف جهت میدان و نیـروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. برای یافتن جهت نیرو در نقطه‌های A و B دو مماس رسـم می‌کنیم، زیرا میدان الکتریکی در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. با توجه به شـکل رسم شـده نیروی F_B به صورت ↙ و نیروی F_A به صورت ↗ است.



A ۱۱۸۲ ۴

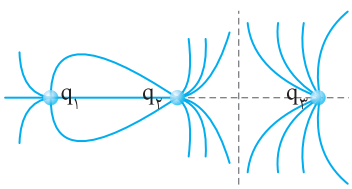


اگـر در نقطـه M بار مثبت قرار داشـته باشـد، باید تمام خط‌های میدان از آن خارج شود و اگر بار منفی قرار داشـته باشـد، باید تمام خطهـای میدان به آن وارد شـود که در شکل این گونه نیست، بنابراین در نقطهٔ M بار مثبت و یا بار منفی وجود ندارد و اگر در نقطه M بار الکتریکی وجود نداشته باشد، خط‌های میدان نباید در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کنند بنابراین چنین شکلی ممکن نیست وجود داشته باشد و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۱۸۳ ۱

خط‌های میدان از بار q_1 به بار q_2 رسـیده اسـت (یا برعکس). بنابراین بارهای q_2 و q_1 ناهمنـام هسـتند و خط‌های میـدان q_2 و q_3 رانش الکتریکی را نشـان می‌دهند، بنابراین q_2 و q_3 همنام‌اند. با توجه به شکل و تعداد خطوط بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3، اندازهٔ بارها به صورت مقابل است.

$$|q_3| > |q_2| > |q_1|$$

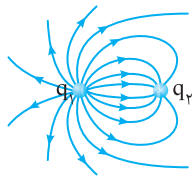


بارهای q_1 و q_3 ناهمنام هسـتند و مقدار بار الکتریکی q_3 از مقدار بار الکتریکی q_1 بیشـتر اسـت، از این‌رو پس از تماس دو گوی با هم، بار هر دو یکسـان و با بار q_3 همنام خواهد بود. بنابراین در نهایت بارهای q_1 و q_2 و q_3 همنام می‌شوند.

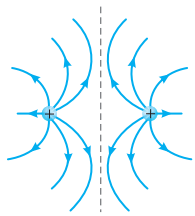
B ۱۱۸۴ ۳

به شکل دقت کنید.

خطوط میدان از بار q_1 خارج می‌شود، پس q_1 مثبت است و خطوط میدان به بار q_2 وارد می‌شود پس بار q_2 منفی است. تعداد خطوط میدان که از بار q_1 خارج شده است و همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 از بار q_2 بیشتر است بنابراین مقدار بار q_1 از مقدار بار q_2 بیشتر است.



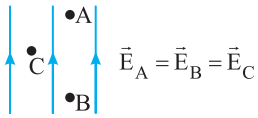
وقتی دو کره را با هم تماس می‌دهیم بار هر دوی آن‌ها برابر و همنام می‌شود. البته چون $|q_1|>|q_2|$ است بار هر دو کره مثبت می‌گردد (همنام با بار q_1). بنابراین خطوط میدان به شکل زیر خواهد بود.



A ۱۱۸۵ ۱

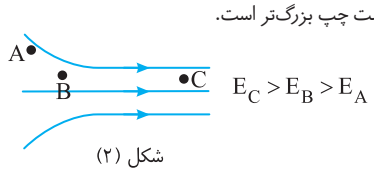
یادآوری در میدان الکتریکی یکنواخت، خط‌های میدان خطوط راست موازی با فاصلهٔ یکسان از هم هستند.

در شکل (۱) خطوط موازی و فاصلهٔ آن‌ها یکسان است، بنابراین شکل (۱) مربوط به میدان الکتریکی یکنواخت است.



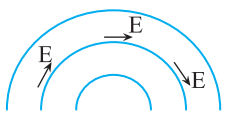
شکل (۱)

در شکل‌های (۲) و (۳) چون خط‌های میدان خمیده هستند، میدان غیریکنواخت است. به شکل (۲) دقت کنید. در سمت راست خطوط به هم نزدیک‌ترند و میدان در این ناحیه از ناحیهٔ سمت چپ بزرگ‌تر است.



شکل (۲)

در شکل (۳) اگر بردار میدان الکتریکی را در نقاط مختلف مماس بر خطوط رسم کنید خواهید دید که با آن که اندازهٔ میدان ثابت است، اما جهت بردار میدان در حال تغییر است و میدان یکنواخت نیست.



شکل (۳)

B ۱۱۸۶ ۱

یادآوری تعریف میدان الکتریکی به صورت $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ است. در میدان بر بار مثبت در جهت میدان و بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

نیروی وارد بر بار q در میدان $\vec{E}$ برابر است با:

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

نیروی وارد بر بار $-2q$ در میدان $\vec{E}'$ برابر $-\frac{\vec{F}}{4}$ شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{E}'=\frac{-\frac{\vec{F}}{4}}{-2q}\Rightarrow\vec{E}'=\frac{\vec{F}}{8q}\xrightarrow{\vec{F}=q\vec{E}}\vec{E}'=\frac{1}{8}\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=8\vec{E}'$$

A ۱۱۸۷ ۱

با توجه به تعریف میدان الکتریکی، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q=-ne$ خواهد شد:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow\vec{F}=q\vec{E}\xrightarrow{\vec{E}=(4\vec{i}-6\vec{j})\times10^5}$$

$$\vec{F}=-4\times10^{-9}\times(4\vec{i}-6\vec{j})\times10^5\Rightarrow\vec{F}=(-16\vec{i}+24\vec{j})\times10^{-4}\,N$$

A ۱۱۸۸ ۳

با توجه به رابطه $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ بردار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\xrightarrow[q=2\times10^{-6}C]{\vec{F}=10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}\vec{E}=\frac{10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}{2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=5/4\times10^6\vec{i}-7/2\times10^6\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(5/4\times10^6)^2+(7/2\times10^6)^2}=9\times10^5\sqrt{(6)^2+(8)^2}=9\times10^6\,N/C$$

A ۱۱۸۹ ۴

خط فکری به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود که با توجه به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ با داشتن نیرو و جرم ذره می‌توان شتاب حاصل از این نیرو را به‌دست آورد:

ابتدا نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم. به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیروی $\vec{F}=q\vec{E}$ وارد می‌شود.

$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow\vec{F}=-20\times10^{-6}(2000\vec{i}-1500\vec{j})\Rightarrow\vec{F}=-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}=m\vec{a}\xrightarrow{m=2mg=2\times10^{-6}kg}-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j}=2\times10^{-6}\times\vec{a}$$

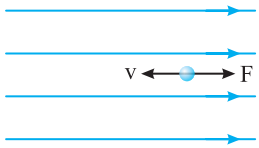
$$\Rightarrow\vec{a}=\frac{1}{2\times10^{-6}}(-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j})\Rightarrow\vec{a}=-2\times10^{+4}\vec{i}+1/5\times10^4\vec{j}$$

B ۱۱۹۰ ۱

خط فکری ابتدا باید نیروی الکتریکی وارد بر پروتون را حساب کنید. پس از آن به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به‌دست بیاورید و سپس به کمک تعریف شتاب که در دوره اول متوسطه خوانده‌اید (البته در فصل یک فیزیک (۳) نیز آن را خواهید خواند.) زمان را حساب کنید.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر پروتون برابر است با:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=1/6\times10^{-19}\times2\times10^3\Rightarrow F=3/2\times10^{-16}\,N$$



۲ بر بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود، بنابراین وقتی پروتون در خلاف جهت میدان پرتاب می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن با حرکت آن مخالفت می‌کند.

شتاب حرکت را به کمک قانون دوم به‌دست می‌آوریم.

$$F=ma\Rightarrow-3/2\times10^{-16}=1/6\times10^{-27}a\Rightarrow a=-2\times10^{11}\,m/s^2$$

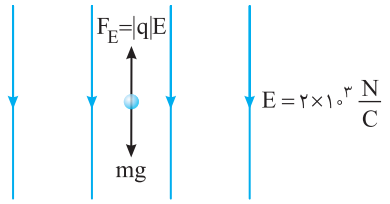
۳ با استفاده از تعریف شتاب، زمان توقف ذره را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow-2\times10^{11}=\frac{0-10^5}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{2}\times10^{-6}s=0/5\mu s$$

B ۲ ۱۱۹۱

خط فکری نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید و آن‌ها را رسم کنید. سپس نیروی برایند را حساب کنید و چون جسم در تعادل است نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید و مجهول مورد نظر را به‌دست بیاورید.

نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره باید رو به بالا باشد تا وزن را خنثی کرده و ذره در تعادل باشد. در این صورت بار باید منفی باشد تا توسط میدان الکتریکی که جهتش رو به پایین است، بر آن نیروی الکتریکی رو به بالا وارد شود، این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم.



$$F_T=۰\Rightarrow F_E=mg\Rightarrow|q|E=mg\Rightarrow|q|\times۲\times۱۰^{۳}=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$|q|=۱۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q=-۱۰\mu C$$

بازی با سؤال **ذره‌ای به جرم ۲g و بار الکتریکی ۸μC را در میدان الکتریکی خارجی $۵\times۱۰^{۳}\ N/C$ قرار می‌دهیم. شتاب حاصل از نیروی الکتریکی وارد بر این ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۱

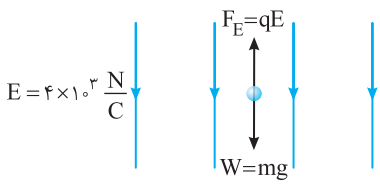
B ۲ ۱۱۹۲

یادآوری نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار توسط میدان الکتریکی:

- اندازه: $F=Eq$
- جهت:
  - ذره دارای بار مثبت ← نیرو هم‌جهت خطوط میدان
  - ذره دارای بار منفی ← نیرو خلاف جهت خطوط میدان

اگر بزرگی نیروی وارد بر ذره در میدان را از ما بخواهند، با توجه به رابطه $F=Eq$ اندازهٔ نیرو هم به میدان و هم به اندازهٔ بار (q) بستگی دارد.

نیروهای وارد بر ذره، نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی است که باید نیروی الکتریکی مطابق شکل زیر، رو به بالا باشد تا نیروی وزن را خنثی کند اما بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود یعنی وقتی نیروی الکتریکی بر بار منفی رو به بالاست، جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.



حالت اول: در این حالت نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم و جرم ذره را به‌دست می‌آوریم.

$$F_T=۰\Rightarrow F_E=W\Rightarrow qE=mg$$

$$\Rightarrow ۱۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}=m\times۱۰\Rightarrow m=۴\times۱۰^{-۳}kg$$

حالت دوم: با نصف شدن میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد بر بار نصف می‌شود.

$$F'_e=\frac{۱}{۲}F_e\xrightarrow{F=qE}F'=\frac{۱}{۲}qE$$

در این حالت نیروی وزن $(W=mg)$ از نیروی الکتریکی (F') بیشتر خواهد بود و جسم رو به پایین شروع به حرکت می‌کند.

شتاب آن را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow W-F'_e=ma\Rightarrow mg-\frac{۱}{۲}qE=ma$$

$$۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰-۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۳}=۴\times۱۰^{-۳}a$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow ۱=۰/۲a\Rightarrow a=۵m/s^{۲}$$

B ۲ ۱۱۹۳

خط فکری تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را به‌دست آورید و نیروها را رسم کنید تا بتوانید تشخیص بدهید که چگونه می‌توان نیروی برایند را حساب کرد.

بر ذره دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن جسم رو به پایین و برابر است با:

$$W=mg\xrightarrow{m=۴\times۱۰^{-۳}kg}W=۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۰/۰۴N$$

۲ نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان یعنی به سمت شرق است و مقدار آن برابر است با:

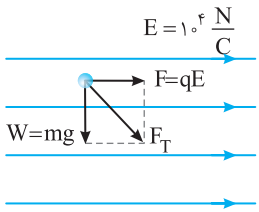
$$F=qE\Rightarrow F=۳\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}\Rightarrow F=۰/۰۳N$$

۳ نیروی وزن و نیروی الکتریکی در این مسئله مطابق شکل بر هم عمود هستند و نیروی خالص وارد بر ذره از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$F_T=\sqrt{F_E^{۲}+W^{۲}}=\sqrt{(۰/۰۳)^{۲}+(۰/۰۴)^{۲}}\Rightarrow F_T=۰/۰۵N$$

طبق قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_T=ma\Rightarrow ۰/۰۵=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow a=۱۲/۵m/s^{۲}$$



C ۲ ۱۱۹۴

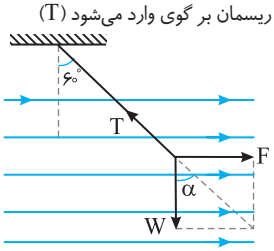
نیروهای وارد بر گوی را رسم می‌کنیم.

سه نیرو بر گوی وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن $(W=mg)$

۲ نیروی الکتریکی $(F=qE)$

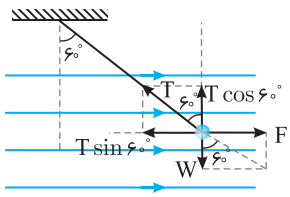
۳ نیرویی که توسط ریسمان بر گوی وارد می‌شود (T)



این سه نیرو در تعادل هستند. بنابراین باید برایند نیروی الکتریکی F و نیروی وزن W در امتداد نیروی ریسمان باشد تا برایند نیروها صفر شود. در این صورت طبق خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۶۰° است و می‌توان با نوشتن تانژانت زاویهٔ α مسئله را حل کرد.

$$\tan\alpha=\frac{F}{W}\Rightarrow\tan۶۰^{\circ}=\frac{F}{W}\xrightarrow[W=mg]{F=qE}\sqrt{۳}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}E}{۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}$$

$$\Rightarrow E=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۱۰^{۴}N/C$$

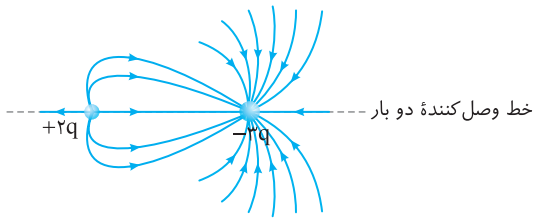


پنجره دوجداره

A ۱۱۹۵ **۳**

بنا بر ویژگی‌های خطوط میدان، هرچه اندازه بار بزرگ‌تر باشد، تعداد خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار بیشتر و تراکم خطوط بیشتر است. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

اگر شکل خطوط میدان را در اطراف این دو بار رسم کنیم، باید خطوط در اطراف بار $-3q$ را از خطوط در اطراف بار $+2q$ بیشتر رسم کنیم و مطابق شکل فاصله خطوط در نزدیکی بار $+2q$ از فاصله خطوط در نزدیکی بار $-3q$ باید بیشتر باشد تا نشان دهد که میدان در نزدیکی بار $+2q$ ضعیف‌تر از میدان در نزدیکی بار $-3q$ است اما باز هم در شکل مشخص است که خطوط میدان نسبت به خط وصل‌کننده دو بار تقارن دارد و گزاره (ب) درست است. اما همواره در یک میدان الکتریکی بر بار منفی نیرو در امتداد خط مماس میدان و در سوی خلاف خط میدان وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است.



A ۱۱۹۶ **۱**

خط فکری برای به‌دست آوردن نیروی خالص ابتدا باید میدان الکتریکی خالص در نقطه M را به‌دست آوریم که کافی است با توجه به برایند بردارها بنویسیم $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3$.

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3\Rightarrow\vec{E}=(\vec{i}-2\vec{j})+(2\vec{i}+\vec{j})+(3\vec{i}+9\vec{j})$$

$$\xrightarrow[\vec{j}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}]{\vec{i}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}}\vec{E}=(3+2+1)\vec{i}+(9+1-2)\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=6\vec{i}+8\vec{j}$$

نیرویی که به ذره درون میدان الکتریکی وارد می‌شود، برابر است با:

$$\vec{F}=\vec{E}q\Rightarrow\vec{F}=(6\vec{i}+8\vec{j})2\times10^{-6}\Rightarrow\vec{F}=12\times10^{-6}\vec{i}+16\times10^{-6}\vec{j}$$

اندازهٔ بردار F خواهد شد:

$$|\vec{F}|=\sqrt{(12\times10^{-6})^2+(16\times10^{-6})^2}=20\times10^{-6}=2\times10^{-5}\,N$$

B ۱۱۹۷ **۴**

خط فکری یک مسئله دوست‌داشتنی، با مراحل مشخص. بر کره سه نیرو وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن $(W=mg)$

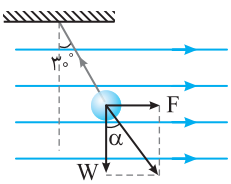
۲ نیروی الکتریکی توسط میدان $(F=qE)$

۳ نیرویی که ریسمان بر کره وارد می‌کند. (T)

برایند این سه نیرو باید صفر باشد تا کره در حالت تعادل قرار گیرد، یعنی برایند W و F باید در امتداد نیروی ریسمان و در خلاف جهت آن باشد.

نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم. با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه α روی شکل برابر 30° است. اکنون با نوشتن تانژانت زاویه α می‌توان مسئله را حل کرد.

در حالت اول: زاویه $\alpha=30^\circ$ است.



$$\tan30^\circ=\frac{F}{W}=\frac{qE}{W}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{qE}{W}\qquad(1)$$

در حالت دوم: زاویه $\alpha=60^\circ$ است. (۲)

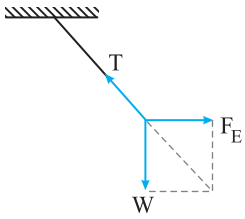
$$\tan60^\circ=\frac{F'}{W}=\frac{qE'}{W}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{qE'}{W}$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\frac{qE}{W}}{\frac{qE'}{W'}}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{E}{E'}\Rightarrow E'=3E$$

B ۱۱۹۸ **۲**

مسألهٔ زیبایی است. نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل سه نیروی وزن $W=mg$، نیروی الکتریکی $F_E=qE$ و نیروی کشش نخ است که برایند آن‌ها صفر است. هر گاه برایند سه بردار صفر شود، اندازهٔ هر یک از آن بردارها هم‌اندازهٔ بردار برایند دو بردار دیگر است:



$$\vec{F}_E+\vec{W}+\vec{T}=0\Rightarrow|\vec{W}+\vec{T}|=|\vec{F}_E|$$

بلافاصله پس از حذف میدان و حذف F_E، دو نیروی T و W باقی می‌مانند که برایند آن‌ها هم‌اندازهٔ نیروی F_E بوده است. از این‌رو:

$$F_T=ma\Rightarrow|\vec{T}+\vec{W}|=ma\Rightarrow F_E=ma\Rightarrow qE=ma$$

$$\Rightarrow4\times10^{-6}\times E=2\times10^{-2}\times2\Rightarrow E=10^4\,N/C$$

C ۱۱۹۹ **۱**

در سؤال میدان بار $+q$ در نقطه O را E نامیده است و میدان برایند در نقطهٔ O را برحسب E از ما خواسته است. بنابراین باید میدان بار q_A، q_C و q_D را در نقطهٔ O برحسب E به دست آورید و برایند بگیرید.

۱ فاصلهٔ بار q_A و q_C از نقطهٔ O، 8cm است. فاصلهٔ بارهای q_B و q_D را از نقطهٔ O به کمک رابطهٔ فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$AB^2=OB^2+OA^2\Rightarrow10^2=OB^2+8^2\Rightarrow OB=6cm, OD=6cm$$

۲ میدان بار $q_B=+q$ در O خواهد شد:

$$E_B=k\frac{q_B}{OB^2}\Rightarrow E_B=k\frac{q}{6^2}=E$$

میدان بار $q_D=2q$ در همان فاصله از O خواهد شد:

$$E_D=k\frac{2q}{6^2}\Rightarrow E_D=2\frac{kq}{6^2}\Rightarrow E_D=2E$$

میدان بار $q_A=+8q$ را حساب می‌کنیم.

$$E_A=k\frac{8q}{8^2}\Rightarrow\frac{E_A}{E}=\frac{k\frac{8q}{8^2}}{k\frac{q}{6^2}}\Rightarrow E_A=\frac{9}{2}E$$

بار $q_C=+4q$ نصف بار $q_A=+8q$ است، بنابراین میدان الکتریکی آن در نقطهٔ O نصف میدان الکتریکی E_A است.

$$E_C=\frac{1}{2}E_A=\frac{1}{2}\frac{9E}{2}\Rightarrow E_C=\frac{9}{4}E$$

میدان E_A و E_C در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

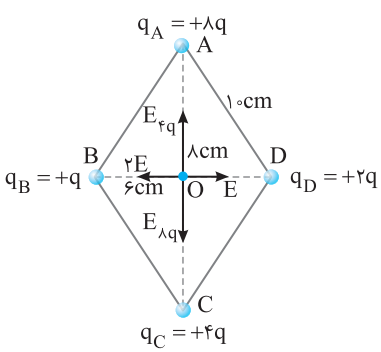
$$E_{AC}=E_A-E_C=\frac{9}{2}E-\frac{9}{4}E=\frac{9}{4}E$$

میدان E_B و E_D نیز در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_{BD}=2E-E=E$$

میدان‌های E_{AC} و E_{BD} برهم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ O خواهد شد:

$$E_O=\sqrt{(\frac{9}{4}E)^2+(E)^2}\Rightarrow E_O=\frac{\sqrt{97}}{4}E$$

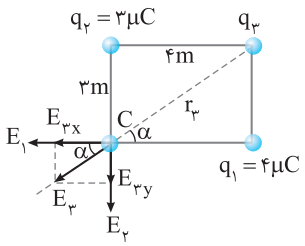


C ۱۲۰۰ ۲

خط فکری اندازه دو بار الکتریکی $q_1=4\mu C$ و $q_2=3\mu C$ و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ C به ما داده شده است، بنابراین می‌توانیم اندازه و جهت میدان بار $q_1=4\mu C$ یعنی E_1 و $q_2=3\mu C$ یعنی E_2 را مشخص کنیم. با داشتن میدان الکتریکی خالص که در مسئله بیان شده و داشتن E_1 و E_2 می‌توان میدان الکتریکی E_3 را به دست آورد و بار q_3 را معین کرد.

میدان E_1 را در نقطه C به‌دست می‌آوریم:

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{16}=\frac{9}{4}\times10^3\,N/C=2/25\times10^{+3}\,N/C$$



بار q_1 مثبت است و میدان آن به سمت خارج بار است یعنی میدان E_1 در خلاف جهت محور x ها است، از این رو:

$$\vec{E}_1=-2/25\times10^{+3}\,N/C\,\vec{i}$$

به میدان خالص $\vec{E}=-(4/25\vec{i}+E_y\vec{j})\times10^3$ خوب دقت کنید. باید میدان‌های E_1 و E_2 و E_3 به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها روی محور xها برابر $4/25\times10^3\,N/C$ در خلاف جهت محور x ها باشد. البته میدان حاصل از بار q_2 قطعاً در امتداد محور y هاست و تأثیری روی E_x میدان خالص ندارد. مقدار E_1 را، $2/25\times10^3\,N/C$ در خلاف جهت محور x به دست آورده‌ایم. میدان خالص روی محور x ها $4/25\times10^3\,N/C$ که از E_1 بیشتر است بنابراین میدان حاصل از بار q_3 باید به گونه‌ای باشد که مؤلفه افقی آن در جهت میدان E_1 باشد تا مؤلفه افقی میدان برایند $4/25\times10^3\,N/C$ شود، در این‌صورت:

$$\vec{E}_{3x}+\vec{E}_1=-4/25\times10^3\vec{i}$$
$$\Rightarrow\vec{E}_{3x}-4/25\times10^3-(-2/25\times10^3)=-2\times10^3(\vec{i})\,N/C$$

در این صورت بار q_3 باید مثبت باشد تا مؤلفه افقی آن به سوی چپ و در خلاف جهت محور x ها باشد. میدان الکتریکی هر بار در هر نقطه در امتداد خط واصل بین بار و آن نقطه است. بنابراین میدان بار q_3 در امتداد قطر مستطیل است. ابتدا فاصلهٔ بار q_3 تا نقطه C را به‌دست می‌آوریم.

$$r_3^2=3^2+4^2\Rightarrow r_3=5m$$

با داشتن مؤلفه E_{3x} و نوشتن کسینوس زاویهٔ α، میدان E_3 قابل محاسبه است.

$$\cos\alpha=\frac{E_{3x}}{E_3}\xrightarrow[\cos\alpha=0/8]{\cos\alpha=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}}0/8=\frac{2\times10^3}{E_3}$$
$$\Rightarrow E_3=2/5\times10^{+3}\,N/C$$

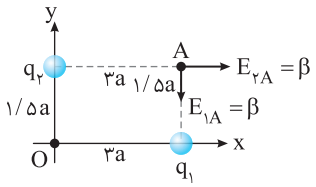
در نتیجه خواهیم داشت:

$$E_3=k\frac{q_3}{r^2}\Rightarrow2/5\times10^3=9\times10^9\frac{q_3}{25}$$
$$\Rightarrow q_3=\frac{62/5\times10^{-6}}{9}C=\frac{125}{18}\mu C$$

C ۱۲۰۱ ۳

خط فکری مسئله‌ای است که باید با حوصله آن را حل کنید. ابتدا باید با توجه به $\vec{E}_A=\beta\vec{i}-\beta\vec{j}$ مشخص کنید که میدان‌های $\beta\vec{i}$ و $\beta\vec{j}$ مربوط به کدام بار هستند و اندازهٔ میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ A به دست آورید و سپس به سراغ نقطه O بروید.

۱ مؤلفه‌های میدان E_A را روی شکل نشان می‌دهیم. بردار میدان الکتریکی بار q_1 برابر E_{Ay} و جهت میدان آن به سمت بار است یعنی بار الکتریکی q_1 منفی است، میدان ناشی از بار q_2 در نقطهٔ A در جهت مثبت محور xها و به سمت خارج بار الکتریکی q_2 است از این رو بار q_2 مثبت است. حال که نوع بار q_1 و q_2 مشخص شد، اندازهٔ میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.



۲ میدان الکتریکی $E_{1A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

$$E_{1A}=k\frac{q_1}{2/25a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_1}{a^2}=2/25\beta\qquad(1)$$

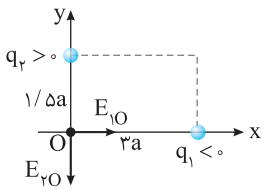
میدان الکتریکی $E_{2A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

$$E_{2A}=k\frac{q_2}{9a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_2}{a^2}=9\beta\qquad(2)$$

حال اندازه و جهت میدان‌های حاصل از q_1 و q_2 را در نقطهٔ O به دست می‌آوریم و مقادیر به‌دست آمده در روابط (۱) و (۲) را در آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\begin{cases}E_{1O}=k\frac{q_1}{9a^2}=\frac{1}{9}k\frac{q_1}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_1}{a^2}=2/25\beta}E_{1O}=\frac{2/25}{9}\beta\Rightarrow E_{1O}=0/25\beta\\ E_{2O}=k\frac{q_2}{2/25a^2}=\frac{1}{2/25}k\frac{q_2}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_2}{a^2}=9\beta}E_{2O}=\frac{9}{2/25}\beta=4\beta\end{cases}$$

میدان E_{1O} در جهت مثبت محور xها و میدان E_{2O} در جهت منفی محور yها است از این رو میدان الکتریکی در نقطهٔ O خواهد شد. $\vec{E}_O=+0/25\beta\vec{i}-4\beta\vec{j}$ از حوصلهٔ شما تشکر می‌کنیم بالاخره حل مسئله تمام شد.



C ۱۲۰۲ ۳

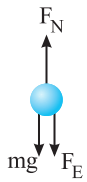
از طرف کرهٔ زمین نیروی وزن بر جسم رو به پایین وارد می‌شود:

$$W=mg\Rightarrow W=0/1\times10=1\,N$$

از طرف میدان الکتریکی یکنواخت بالاسو نیروی $F=qE$ بر ذره با بار منفی رو به پایین وارد می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$F_E=qE\Rightarrow F_E=2\times10^{-3}\times1000=2N$$

بنابراین جمعاً نیروی $W+F_E=1+2=3N$ رو به پایین بر جسم وارد می‌شود و ترازو این نیروی سه نیوتونی را نشان می‌دهد. $(F_N=3N)$

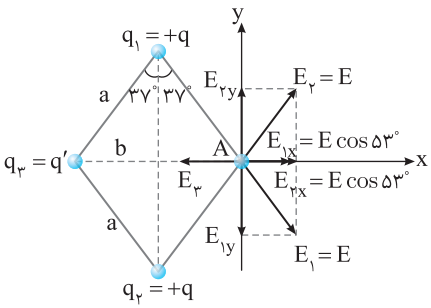


C ۱۲۰۳ ۲

خط فکری مسئله روبه‌روی شما بیشتر از آنکه فیزیکی باشد یک مسئله ریاضیات بردار است و پیشنهاد می‌شود ریاضیات پایهٔ هشتم را در این مورد مطالعه کنید. اما حل مسئله چگونه است. میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A صفر است. باید بزرگی و جهت میدان بارهای q_1 و q_2 را مشخص کنید. سپس برایند آن‌ها را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید و سرانجام میدان الکتریکی برایند این دو بار را با میدان الکتریکی بار q_3 برابر قرار دهید تا میدان خالص صفر شود.

بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه و فاصلهٔ آن از رأس A یکسان است از این رو میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در رأس A هم‌اندازه است و مقدار آن‌ها برابر است با:

$$E_1 = E_2 = k\frac{q}{a^2}$$



با توجه به آنچه در ریاضیات پایه هشتم خوانده‌اید. میدان‌های E_1 و E_2 را بر محور xها و yها تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های E_{1y} و E_{2y} یکدیگر را خنثی می‌کنند.

مقدار E_{1x} و E_{2x} را حساب می‌کنیم.

$$\cos 53° = \frac{E_{1x}}{E_1} \Rightarrow E_{1x} = E_1\cos 53°$$

$$\cos 53° = \frac{E_{2x}}{E_2} \Rightarrow E_{2x} = E_2\cos 53°$$

این دو مؤلفه با هم برابر هستند و برایند E_1 و E_2 برابر مجموع این مؤلفه‌هاست.

$$E_{12} = E_{1x} + E_{2x} = 2E\cos 53° \Rightarrow E_{12} = \frac{6}{5}k\frac{q}{a^2}$$

برای صفر شدن میدان خالص در نقطه A، میدان ناشی از بار q' در رأس A باید هم‌اندازه E_{12} و در خلاف جهت آن باشد، پس بارهای q' و q ناهمنام‌اند.

برای محاسبهٔ میدان q' ابتدا فاصله q' تا نقطه A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin 37° = \frac{b}{a} \Rightarrow 0/6 = \frac{b}{a} \Rightarrow b = \frac{3}{5}a$$

میدان E_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_3 = k\frac{|q'|}{(2b)^2} = k\frac{|q'|}{(\frac{6}{5}a)^2} \Rightarrow E_3 = k\frac{|q'|}{\frac{36}{25}a^2}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$E_3 = E_{12} \Rightarrow k\frac{|q'|}{\frac{36}{25}a^2} = \frac{6}{5}k\frac{|q|}{a^2} \Rightarrow \frac{25}{36}|q'| = \frac{6}{5}|q|$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{216}{125} \Rightarrow \frac{q'}{q} = -\frac{216}{125}$$

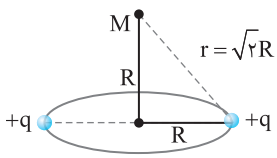
C ۱۲۰۴ ۲

خط فکری روش حل این مسئله به این‌گونه است که هر دو بار روی یک قطر را از کل شکل جدا می‌کنیم و میدان برایند این دو بار را به دست می‌آوریم، سپس میدان برایند دو بار دیگر را به دست می‌آوریم و در آخر کار به کمک این میدان‌های برایند، میدان خالص در نقطه M را حساب می‌کنیم.

ابتدا با توجه به شکل فاصله هر بار تا نقطه M را برحسب R به‌دست می‌آوریم:

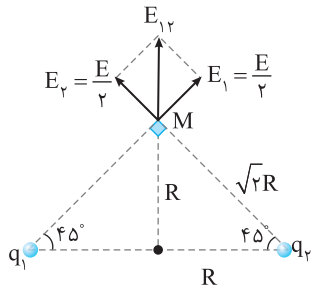
$$r = \sqrt{R^2 + R^2} \Rightarrow r = \sqrt{2}R$$

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین وقتی میدان بار $+q$ در فاصله R برابر E است میدان آن در فاصلهٔ $\sqrt{2}R$ برابر $\frac{E}{2}$ خواهد بود.



$$E_M = k\frac{q}{(\sqrt{2}R)^2} = \frac{1}{2}k\frac{q}{R^2} \xrightarrow{E=k\frac{q}{R^2}} E_M = \frac{E}{2}$$

میدان هر بار در نقطه M برابر $\frac{E}{2}$ است، بنابراین برایند میدان دو بار $+q$ در نقطه M خواهد شد.



$$E_{12} = \sqrt{\frac{E^2}{4} + \frac{E^2}{4}} = \sqrt{2}\frac{E}{2}$$

داستان میدان الکتریکی برایند دو بار q_3 و q_4 نیز به همشکل است.

$$E_{34} = \sqrt{\frac{E^2}{4} + \frac{E^2}{4}} = \sqrt{2}\frac{E}{2}$$

اکنون دو میدان هم‌جهت رو به بالا E_{12} و E_{34} داریم که برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_T = E_{12} + E_{34} = \sqrt{2}E$$

بازی با سؤال **چهار بار الکتریکی یکسان $+q$ روی محیط دایره‌ای به شعاع R در فاصله‌های مساوی از هم قرار دارند. اگر بار q' را در مرکز دایره قرار دهیم، میدان خالص در نقطه‌ای روی محور دایره در فاصله R از مرکز صفر می‌شود. نسبت $\frac{q'}{q}$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟**

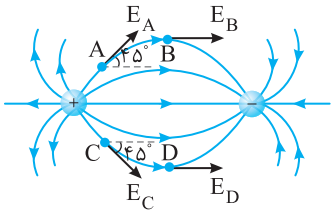
۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\sqrt{2}$

گزینهٔ ۴

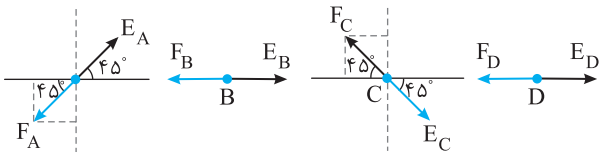
پنجره ۲ روبه‌روی ۳

C ۱۲۰۴ ۳

۱ **میدان الکتریکی** در هر نقطه مماس بر خط میدان و هم‌سو با آن است. جهت میدان را در نقاط A، B و C رسم می‌کنیم.



چون ذره دارای بار منفی است پس نیروی وارد بر آن در هر نقطه خلاف جهت میدان در آن نقطه است.



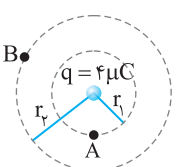
بردارهای نیرو در نقاط B و D مؤلفهٔ افقی دارند و مؤلفهٔ قائم ندارند، بردار نیرو در نقطهٔ A، دارای مؤلفه افقی منفی و مؤلفهٔ قائم منفی است و بردار نیرو در نقطهٔ C، یک مؤلفه قائم مثبت و یک مؤلفه افقی منفی دارد، بنابراین ذره در نقطه C است. نمای ۱۹

A ۱۲۰۴ ۴

خط فکری ۲ کافی است میدان الکتریکی بار q را در نقطهٔ A و در نقطهٔ B بنویسید و تفاضل آن‌ها را برابر $3\times10^7\ N/C$ قرار دهید. یادتان باشد $E_A > E_B$ است زیرا A به بار نزدیک‌تر است.

نقطهٔ A در فاصله $3cm$ از بار $q = 4\mu C$ قرار دارد

پس میدان در این نقطه برابر است با:



$$E_A = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 4\times10^7\ N/C$$

نقطه B در فاصلهٔ a از بار $q=۴\mu C$ قرار دارد، پس میدان در این نقطه برابر است با:

$$E_B=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{a^۲}=\frac{۳۶\times۱۰^۳}{a^۲}$$

$$E_A-E_B=۳\times۱۰^۷\Rightarrow۴\times۱۰^۷-\frac{۳۶\times۱۰^۳}{a^۲}=۳\times۱۰^۷$$

$$\Rightarrow\frac{۳۶\times۱۰^۳}{a^۲}=(۴-۳)\times۱۰^۷\Rightarrow a^۲=۳۶\times۱۰^{-۴}\Rightarrow a=۶\times۱۰^{-۲}=۶cm$$

نمای ۱۴

۲ B ۱۲۰۴

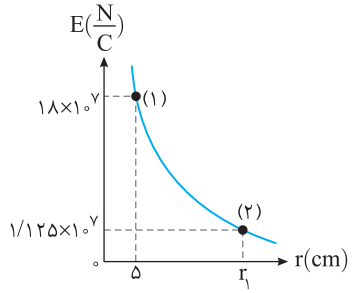
۳ با توجه به اطلاعات نقطه (۱) نمودار، در فاصله ۵cm از بار q میدان الکتریکی $۱۸\times۱۰^۷ N/C$ است، بنابراین می‌توان مقدار بار q را حساب کرد:

$$E=k\frac{q}{r^۲}\Rightarrow۱۸\times۱۰^۷=۹\times۱۰^۹\times\frac{q}{۲۵\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q=۵۰\times۱۰^{-۶}C=۵۰\mu C$$

حال با توجه به اطلاعات نقطه (۲)، در فاصلهٔ $r_۱$ از بار $q=۵۰\mu C$ میدان الکتریکی $۱/۱۲۵\times۱۰^۷ N/C$ است، بنابراین $r_۱$ قابل محاسبه است:

$$E'=k\frac{q}{r_۱^۲}\Rightarrow۱/۱۲۵\times۱۰^۷=۹\times۱۰^۹\times\frac{۵۰\times۱۰^{-۶}}{r_۱^۲}$$

$$r_۱^۲=\frac{۹\times۵۰}{۱/۱۲۵}\times۱۰^{-۴}\Rightarrow r_۱^۲=۴۰۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow r_۱=۲۰\times۱۰^{-۲}m=۲۰cm$$



میانبر برای میدان یک بار الکتریکی در دو نقطه می‌توان نوشت:

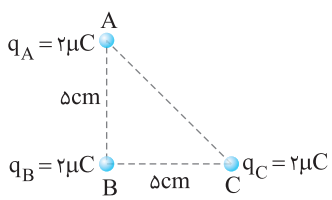
$$\frac{E_۲}{E_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

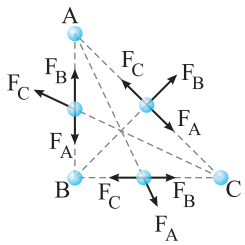
نمای ۱۴

۴ B ۱۲۰۴

۳ اگر بار $q=۴\mu C$ را در وسط ضلع AB قرار دهیم، نیروهای F_A و F_B یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها نیروی F_C باقی می‌ماند. اگر در وسط ضلع BC قرار گیرد، نیروهای F_B و F_C برابر بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها نیروی F_A باقی می‌ماند که نیروی F_A در این حالت با نیروی F_C در وسط ضلع AB برابر است.

اگر بار $q=۴\mu C$ در وسط ضلع AC قرار گیرد، نیروی F_A و F_C برابر بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیروی F_B باقی می‌ماند و به دلیل آن که در این حالت فاصله بار q تا q_B از حالت‌های قبلی کمتر است، بنابراین نیروی F_B بزرگ‌تر است و گزینه (۳) درست است.



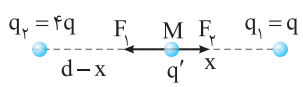


نمای ۱۱

۵ B ۱۲۰۴

۱ **حالت اول:** برایند نیروهای وارد بر q' در نقطهٔ M صفر شده است از این رو ابتدا مکان اولیهٔ M را به‌دست می‌آوریم:

$$F_۲=F_۱\Rightarrow k\frac{۴qq'}{(d-x)^۲}=k\frac{qq'}{x^۲}\Rightarrow۴x^۲=(d-x)^۲\Rightarrow۲x=d-x\Rightarrow x=\frac{d}{۳}$$

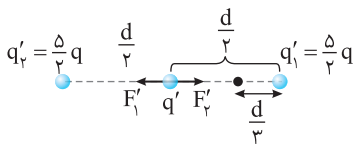


حالت دوم: پس از تماس دو کره با هم، بار کره‌ها با هم برابر می‌شود:

$$q_۱'=q_۲'=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{q+۴q}{۲}=\frac{۵}{۲}q$$

چون بار دو کره هم‌اندازه می‌شود، پس در نقطه‌ای وسط دو بار یعنی $\frac{d}{۲}$ برایند نیروهای وارد بر بار q' صفر می‌شود. از این‌رو باید بار q' را از فاصلهٔ $\frac{d}{۳}$ از بار $q_۱$ به وسط دو بار $(\frac{d}{۲})$ منتقل کنیم.

$$\Delta d=\frac{d}{۲}-\frac{d}{۳}=\frac{d}{۶}$$

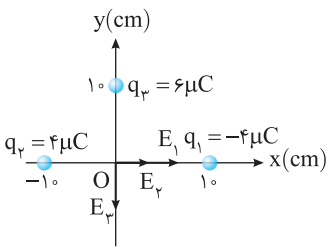


نمای ۱۰

۶ B ۱۲۰۴

۳ **میدان الکتریکی** هر بار را در نقطهٔ O حساب می‌کنیم. بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از O برابر است، از این رو میدان‌های الکتریکی بارهای $q_۱$ و $q_۲$ روی محور xها مساوی و هم‌جهت بوده و مقدار هر میدان خواهد شد:

$$E_۱=E_۲=k\frac{q_۱}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}}\ ,\ E_۱=E_۲=۳/۶\times۱۰^۶ N/C$$



برایند $E_۱$ و $E_۲$ از جمع آن‌ها به‌دست می‌آید:

$$E_x=E_۱+E_۲=۳/۶\times۱۰^۶+۳/۶\times۱۰^۶=۷/۲\times۱۰^۶ N/C$$

بار $q_۳$ مثبت است و میدان الکتریکی آن در نقطهٔ O روی محور yها و در خلاف جهت محور است. میدان $E_۳$ خواهد شد:

$$E_y=E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}\Rightarrow E_y=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}}=۵/۴\times۱۰^۶ N/C$$

با داشتن E_x و E_y بردار میدان الکتریکی در مبدأ مختصات برابر خواهد شد با:

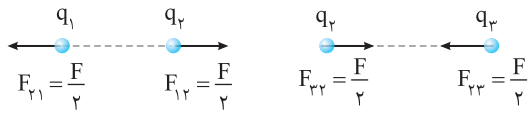
$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=(۷/۲\vec{i}-۵/۴\vec{j})\times۱۰^۶$$

نمای ۱۱

۷ B ۱۲۰۴

۳ **نیرویی که** $q_۲$ به $q_۱$ وارد کرده $\frac{F}{۲}$ و به سمت چپ است یعنی بار $q_۲$ بار $q_۱$ را می‌راند، بنابراین $q_۲$ و $q_۱$ همنام و هر دو مثبت‌اند، بنابراین $q_۱$ نیز بر بار $q_۲$ نیروی رانش $\frac{F}{۲}$ را به سمت راست وارد می‌کند. (دلیل این موضوع هم قانون سوم نیوتون است.) بار $q_۳$ نیز باید نیروی $\frac{F}{۲}$ به سمت راست را بر بار $q_۲$ وارد کند تا برایند نیروهای وارد بر $q_۲$، F و به سمت راست شود.

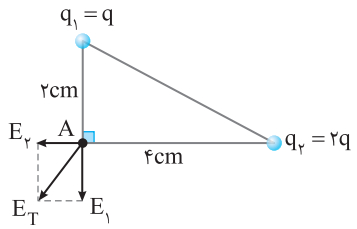
بنابه قانون سوم نیوتون بار $q_۲$ به بار $q_۳$ همان نیروی $\frac{F}{۲}$ را به سمت چپ وارد می‌کند.



نمای ۹

۸ خط فکری **B ۱۲۰۴ ۲**

در صورت مسئله، میدان خالص در نقطه A برابر E در نظر گرفته شده است، یعنی شما باید میدان الکتریکی بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ A حساب کنید، سپس برایند آن‌ها را به دست آورید و برابر E قرار دهید و در حالت دوم بار $q_۲=۲q$ را حذف کنید که در این حالت میدان خالص قطعاً $E'_T=E_۱$ می‌شود. پس پیشنهاد می‌کنیم همه میدان‌های الکتریکی را برحسب $E_۱$ حساب کنید.



۳ میدان الکتریکی بار $q_۱=q$ در فاصلهٔ ۲cm برابر است با:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=k\frac{q}{۲^۲\times۱۰^{-۴}}\quad (۱)$$

۴ میدان الکتریکی بار $q_۲=۲q$ در فاصلهٔ ۴cm خواهد شد:

$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=k\frac{۲q}{۴^۲\times۱۰^{-۴}}\quad (۲)$$

۵ $E_۲$ را برحسب $E_۱$ حساب می‌کنیم.

$$\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{k(\frac{۲q}{۴^۲})}{k\frac{q}{۲^۲}}\Rightarrow E_۲=\frac{E_۱}{۲}$$

۶ میدان خالص در نقطهٔ A که آن را E نامیده‌ایم برابر است با:

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}\Rightarrow E_T=\sqrt{E_۱^۲+(\frac{E_۱}{۲})^۲}\Rightarrow E_T=\frac{\sqrt{۵}}{۲}E_۱$$

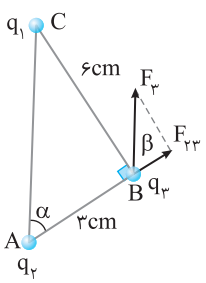
با حذف بار ۲q تنها بار $q_۱$ باقی می‌ماند و میدان الکتریکی در نقطه A برابر است با:

$$\begin{cases}E'_T=E_۱\\ E_T=\frac{\sqrt{۵}}{۲}E_۱\end{cases}\Rightarrow\frac{E'_T}{E_T}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$$

نمای ۱۷

۹ **C ۱۲۰۴ ۴**

۱ بارهای $q_۱=۱\mu C$ و $q_۲=۲\mu C$ و $q_۳=۲\mu C$ فاصلهٔ بین آن‌ها $r=۳cm$ را داریم. بنابراین می‌توانیم نیروی بین $q_۲$ و $q_۳$ را به‌دست بیاوریم. البته نیروی بین دو بار همنام، نیروی رانش (دافعه) است.



$$F=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\Rightarrow F_{۲۳}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow F_{۲۳}=۲۰N$$

۲ با توجه به فرض مسئله نیروی $F_۳$ موازی خط واصل $q_۱$ و $q_۲$ است، پس بنا بر خطوط موازی و مورب زاویه‌های α و β با هم برابرند. ($\vec{F}_{۲۳}$ در راستای خط وصل‌کننده نقاط A و B است.)

۳ وتر مثلث AC را به دست می‌آوریم.

$$AC^۲=AB^۲+BC^۲\Rightarrow AC^۲=۳^۲+۶^۲$$

$$\Rightarrow AC^۲=۳^۲(۱+۲^۲)\Rightarrow AC=۳\sqrt{۵}cm$$

۴ کسینوس زاویه‌های α و β را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم.

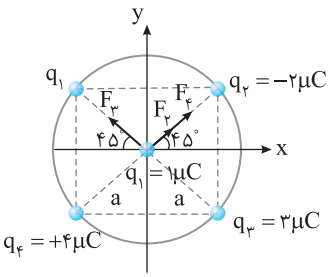
$$\cos\alpha=\cos\beta\Rightarrow\frac{۳}{۳\sqrt{۵}}=\frac{F_{۲۳}}{F_۳}\Rightarrow\frac{۳}{۳\sqrt{۵}}=\frac{۲۰}{F_۳}\Rightarrow F_۳=۲۰\sqrt{۵}N$$

تذکر! مثل اینکه دانستن ریاضی و مثلثات در حل مسائل فیزیکی کاربرد زیادی دارد، پس آن‌ها را یاد بگیرید.

نمای ۱۲

۱۰ خط فکری **C ۱۲۰۴ ۱**

چهار ذره باردار روی محیط دایره است و فاصلهٔ آن‌ها از هم یکسان است و نیروی خالص از طرف آن‌ها بر بار q در امتداد محور x هاست. بنابراین مانند این است که چهار ذره روی رئوس یک مربع باشند و q در مرکز آن مربع تک تک نیروها را حساب کنید و مؤلفه‌های آن‌ها را روی محورهای x و y طبق آنچه در فصل کار و انرژی پایه دهم یا ریاضیات پایه هشتم خوانده‌اید، به‌دست آورید.



فاصلهٔ بارها تا بار q یکسان است، این فاصله را با حرف a نمایش می‌دهیم.

۱ نیرویی که $q_۲$ بر $q_۱$ وارد می‌کند برابر است با:

$$F_۲=k\frac{|q_۲||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow F_۲=k\frac{۲\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{a^۲}=۲\times۱۰^{-۱۲}\frac{k}{a^۲}$$

۲ برای پیدا کردن نیرویی که $q_۴$ بر q وارد می‌کند کافی است بگویید چون $q_۴$ دو برابر $q_۲$ است نیروی آن نیز دو برابر است.

$$F_۴=۲F_۲=۴\times۱۰^{-۱۲}\frac{k}{a^۲}$$

۳ برایند $F_۲$ و $F_۴$ که هم‌جهت هستند خواهد شد:

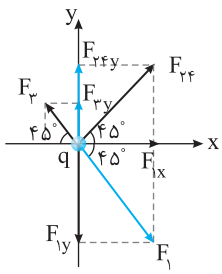
$$F_{۲۴}=F_۲+F_۴\Rightarrow F_{۲۴}=۶\times۱۰^{-۱۲}\frac{k}{a^۲}$$

۴ نیرویی که $q_۳$ بر q وارد می‌کند چون $q_۳$، ۱/۵ برابر $q_۲$ است خواهد شد:

$$F_۳=۱/۵F_۲=۳\times۱۰^{-۱۲}\frac{k}{a^۲}$$

برای آن که نیروی خالص تنها مؤلفهٔ x داشته باشد باید مؤلفه‌های y نیروها یکدیگر را خنثی کنند یعنی باید رابطهٔ زیر برقرار باشد.

$$F_{۲۴y}+F_{۳y}=F_{۱y}\quad (۱)$$



با توجه به مثلثات:

$$\sin۴۵^\circ=\frac{F_{۲۴y}}{F_{۲۴}}\Rightarrow F_{۲۴y}=F_{۲۴}\sin۴۵^\circ$$

$$\sin۴۵^\circ=\frac{F_{۳y}}{F_۳}\Rightarrow F_{۳y}=F_۳\sin۴۵^\circ$$

$$\sin۴۵^\circ=\frac{F_{۱y}}{F_۱}\Rightarrow F_{۱y}=F_۱\sin۴۵^\circ$$

در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری کنید تا ببینید $\sin 45^\circ$ از دو طرف حذف می‌شود.

$$F_{24}\sin 45^\circ + F_{34}\sin 45^\circ = F_1 \sin 45^\circ \Rightarrow F_{24} + F_{34} = F_1 \quad (2)$$

نیروهای به‌دست آمده را در رابطه (۲) قرار می‌دهیم.

$$6\times10^{-12}\frac{k}{a^2} + 3\times10^{-12}\frac{k}{a^2} = k\frac{q_1\times1\times10^{-6}}{a^2}$$

$$\Rightarrow (6+3)\times10^{-6} = q_1 \Rightarrow q_1 = 9\mu C$$

خوب خوشحالیم حل تموم شد. نمای ۱۱ و ۱۲

پنجره ۴

A ۱۲۰۵ ۲

یادآوری ۱ کار نیروی ثابت برابر است با: $W = Fd\cos\theta$

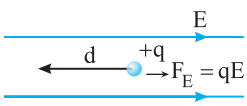
که در آن F نیرو، d جابه‌جایی و θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است و اگر θ زاویهٔ حاده $(\theta<90^\circ)$ باشد، کار نیرو مثبت و اگر θ زاویهٔ باز (منفرجه $90^\circ<\theta<180^\circ$) باشد، کار نیرو منفی است و اگر $\theta=90^\circ$ باشد کار نیرو صفر است.

یادآوری ۲ هر گاه جسم ساکن تحت تأثیر نیروی ثابت به حرکت در آید، جسم در جهت نیرو حرکت خواهد کرد و کار نیرو مثبت است.

ذره در میدان الکتریکی، تحت تأثیر میدان از حال سکون شروع به حرکت کرده است. بنابراین، ذره در جهت نیروی الکتریکی شروع به حرکت کرده و چون نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی مثبت است.

A ۱۲۰۶ ۳

خط فکری به شکل زیر نگاه کنید. بار $+q$ در خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شده و در این جابه‌جایی نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر بار الکتریکی وارد می‌شود در خلاف جهت جابه‌جایی است. یعنی کار نیروی میدان منفی $(W = F.d\cos\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W<0)$ است. از طرفی کار میدان قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و تنها باید مقدار آن را حساب کنیم.



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U = -W_E \Rightarrow \Delta U = -(F_E d\cos\theta) \xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ} \Delta U = Eqd$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ $\Delta U = Eqd$ افزایش می‌یابد.

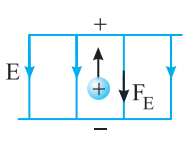
میانبر اگر بار مثبت در خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

هر گاه بار در راستای خط‌های میدان یکنواخت حرکت کند اندازهٔ کار میدان و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با: $|\Delta U| = |W_E| = qEd$

و اگر بار عمود بر خطوط میدان حرکت کند کار میدان صفر است $|\Delta U| = |W| = 0$

A ۱۲۰۷ ۲

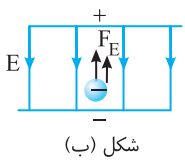
در شکل (الف) نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان و رو به پایین است. اما جابه‌جایی روبه بالاست $(\theta=180^\circ)$ و کار نیروی میدان الکتریکی در این جابه‌جایی منفی است.



شکل (الف)

$$W_E = Fd\cos\theta = -F_E d < 0$$

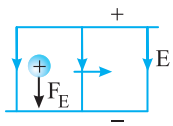
در شکل (ب) نیروی الکتریکی بر بار منفی در خلاف جهت میدان یعنی رو به بالا وارد می‌شود و جابه‌جایی نیز رو به بالاست یعنی نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند $(\theta=0^\circ)$ و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است.



شکل (ب)

$$W_E = Fd\cos\theta \xrightarrow{\cos\theta=1} W_E = F_E d > 0$$

در شکل (پ) بار عمود بر خط‌های میدان حرکت می‌کند، مطابق شکل نیروی وارد بر بار بر جابه‌جایی عمود است $(\theta=90^\circ)$ و کار میدان صفر است.



شکل (پ)

$$W_E = Fd\cos\theta \xrightarrow{\cos\theta=0} W_E = 0$$

B ۱۲۰۸ ۲

خط فکری در سؤال گفته شده بار منفی به سمت بالا در حال حرکت بوده و میدان الکتریکی به سمت پایین است. هر گاه بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. بنابراین $\Delta U<0$ است. با توجه به این که تغییر انرژی پتانسیل قرینه کار نیروی میدان است، مسئله قابل حل است. تغییر انرژی پتانسیل خواهد شد:

$$\Delta U_E = -W_E \xrightarrow{W_E = F_E d\cos\theta} \Delta U_E = -F_E d\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\theta=0} \Delta U_E = -F_E d$$

اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار برابر $F_E = |q|E$ است. از این‌رو می توان نوشت:

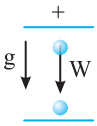
$$\Delta U_E = -|q|Ed \xrightarrow[d=200\,m]{q=1/6\times10^{-19}\,C,\ E=150\,N/C}$$

$$\Delta U_E = -(1/6\times10^{-19})\times(150)\times200 \Rightarrow \Delta U_E = -4/8\times10^{-15}\,J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون به اندازهٔ $4/8\times10^{-15}\,J$ کاهش می‌یابد.

B ۱۲۰۹ ۱

یادآوری ۱ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با: $\Delta U_g = mg\Delta h$



یادآوری ۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با: $|\Delta U_E| = qEd$

۱ بر بار الکتریکی $+4mC$ در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$|\Delta U_E| = qEd \Rightarrow |\Delta U_E| = 4\times10^{-3}\times50\times0/2$$

$$\Rightarrow |\Delta U_E| = 4\times10^{-2}\,J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$\Delta U_g = mg\Delta h \xrightarrow[\Delta h=0/2]{m=5\times10^{-6}\,kg}$$

$$\Delta U_g = 5\times10^{-6}\times10\times0/2 \Rightarrow \Delta U_g = 10^{-5}\,J$$

۳ نسبت $\frac{\Delta U_E}{\Delta U_g}$ خواهد شد:

$$\frac{|\Delta U_E|}{|\Delta U_g|} = \frac{4\times10^{-2}}{10^{-5}} = 4\times10^3$$

B ۱۲۱۰ ۳

خط فکری هر گاه بار مثبت در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. بنابراین وقتی که در صورت مسئله بیان شده که انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۲۰٪ تغییر کرده یعنی انرژی آن ۲۰٪ کاهش یافته است. از طرفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار نیروی میدان است. با این اطلاعات شما باید با یافتن کار نیروی میدان شروع به حل مسئله کند.

۱ کار میدان الکتریکی برابر است با:

$$W_E = |q|Ed\cos\theta \Rightarrow W_E = 2\times10^{-6}\times10^4\times0/1 \Rightarrow W_E = 2\times10^{-3}\,J$$

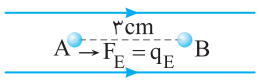
۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \xrightarrow[\Delta U_E = -W_E]{\Delta U = -0/2U_1} -0/2U_1 = -2\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow U_1 = 10^{-2}\,J = 10\,mJ$$

B ۱۲۱۱ ۱

هر گاه بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است. زیرا نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی برابر است با:



$$W_E = |q|Ed \xrightarrow[E=۳\times۱۰^{۵}\,N/C]{q=۶\times۱۰^{-۶}\,C,\ d=۳cm}$$

$$W_E = ۶\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{۵}\times۳\times۱۰^{-۲} \Rightarrow W_E = +۵۴mJ$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -۵۴mJ$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ذره ۵۴mJ کاهش و کار میدان +۵۴mJ است.

B ۱۲۱۲ ۱

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی است $(\Delta U = -W_E)$. کار نیروی میدان در جابه‌جایی در امتداد عمود بر میدان صفر است.

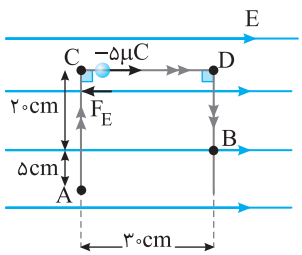
یعنی در مسیر AC و DB کار میدان صفر است و تنها باید در مسیر CD کار میدان را محاسبه کرد.

کار نیروی الکتریکی وارد بر بار را حساب می‌کنیم. در مسیر CD زاویه بین نیرو و جابه‌جایی ۱۸۰° است.

$$W_{AB} = \cancel{W_{AC}}^{۰} + W_{CD} + \cancel{W_{DB}}^{۰} \Rightarrow W_{CD} = Fd\cos۱۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow{F=|q|E} W_{CD} = -|q|Ed$$

$$\Rightarrow W_{CD} = -۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}\times۰/۳ \Rightarrow W_{CD} = -۰/۱۵J$$



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

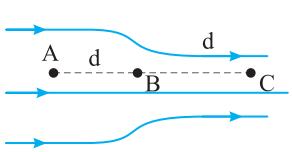
$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -(-۰/۱۵) = ۰/۱۵J$$

میانبر بار $-۵\mu C$ (منفی) به اندازهٔ ۳۰cm در جهت خطوط جابه‌جا شده است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد:

$$\Delta U = Ed|q| \Rightarrow \Delta U = ۱۰^{۵}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\times۵\times۱۰^{-۶} = +۰/۱۵J$$

C ۱۲۱۳ ۳

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با: $\Delta U = |q|Ed$

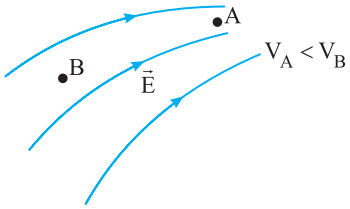


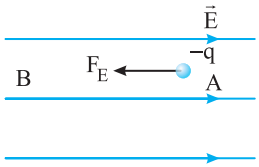
در مسیر BC میدان الکتریکی قوی‌تر از میدان الکتریکی در مسیر AB است، زیرا تراکم خطوط میدان بیشتر است. بنابراین اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل در مسیر BC با توجه به رابطهٔ بیان شده از تغییر انرژی پتانسیل در مسیر AB بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۲۱۴ ۴

یادآوری ۱ هر گاه در جهت خطهای میدان جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خطهای میدان جابه‌جا شویم پتانسیل الکتریکی نقاط فضا افزایش می‌یابد.

یادآوری ۲ بار الکتریکی مثبت همواره از پتانسیل بیشتر به طور خودبه‌خودی به پتانسیل کمتر شارش می‌کند و بار الکتریکی منفی همواره از پتانسیل کمتر به‌طور خودبه‌خودی به پتانسیل بیشتر جابه‌جا می‌شود.

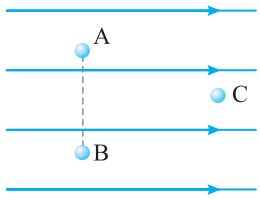




ذره‌ای با بار منفی را در میدان الکتریکی رها کرده‌ایم. ذره تحت تأثیر میدان در جهت خلاف میدان جابه‌جا می‌شود. بنابراین از مکان‌های با پتانسیل کمتر به سوی مکان‌های با پتانسیل بیشتر می‌رود و چون در خلاف جهت میدان جابه‌جا شده انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

دقت کنید وقتی بار منفی را در میدان رها می‌کنید. شروع به حرکت می‌کند، تندی و انرژی جنبشی آن زیاد می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

A ۱۲۱۵ ۲



هر گاه در جهت عمود بر خطهای میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا تغییر نمی‌کند، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقاط A و B باهم برابر هستند.

$$(V_A = V_B)$$

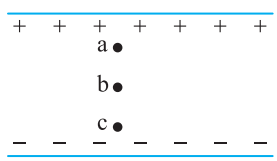
هر گاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد. بنابراین $V_A = V_B > V_C$

هر گاه بار الکتریکی در جهت عمود بر میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند. $(\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{\Delta V = ۰} \Delta U = ۰)$

هر گاه بار الکتریکی مثبت در جهت خطهای میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. $U_A = U_B > U_C$

بازی با سؤال **در شکل زیر سه نقطه در میدان الکتریکی یکنواختی مشخص شده است. کدام گزینه در مورد مقایسه پتانسیل نقطه‌های a، b و c درست است؟**

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $V_a = V_b = V_c$

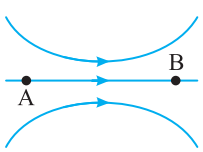
۲) $V_a > V_b > V_c$

۳) $V_a < V_b < V_c$

۴) $V_b = V_a + V_c$

گزینهٔ ۲

A ۱۲۱۶ ۳



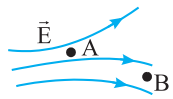
هر گاه از A به B برویم، در جهت خطهای میدان حرکت کرده‌ایم و هر گاه در جهت خطهای میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط واقع در میدان کاهش می‌یابد، $(V_A > V_B)$. هر گاه بار منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. در جابه‌جایی از A تا B بار منفی در جهت خطهای میدان جابه‌جا می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

A ۱۲۱۷ | ۱

خط فکری ۱ برای مقایسه میدان الکتریکی در دو نقطه از میدان باید به تراکم خطوط میدان در آن دو نقطه نگاه کنیم. هرجا تراکم بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است بنابراین با داشتن یک خط میدان نمی‌توان در مورد مقایسهٔ میدان اظهارنظر کرد و گزاره‌های (الف) و (ب) ممکن است درست باشد اما لزوماً درست نیست.

۲ هرگاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کمتر می‌شود، بنابراین $V_N < V_M$ است. بنابراین تنها گزارهٔ (ت) درست است.

بازی با سوال شکل روبه‌رو خطوط میدان الکتریکی را در قسمتی از فضا نشان می‌دهد. پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A نسبت به پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B ..... و در انتقال بار مثبت q از B تا A، انرژی پتانسیل آن ..... می‌یابد.



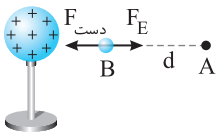
۱) بزرگ‌تر - افزایش
۲) بزرگ‌تر - کاهش
۳) کوچک‌تر - کاهش
۴) کوچک‌تر - افزایش

گزینهٔ ۱

B ۱۲۱۸ | ۲

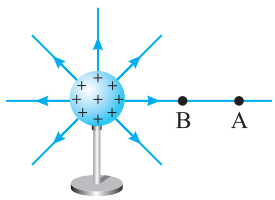
خط فکری دربارهٔ علامت کار نیروی میدان الکتریکی و علامت اختلاف پتانسیل $V_A - V_B = \Delta V$ سؤال شده است. بنابراین باید مشخص کنیم که از B تا A نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت هستند و یا در خلاف جهت تا علامت کار میدان مشخص شود و برای تعیین علامت ΔV نیز باید بررسی کنیم که از B به A در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم یا خلاف جهت خط‌های میدان.

ذرهٔ باردار، بار مثبت دارد، بنابراین از طرف کره با بار مثبت نیروی الکتریکی وارد بر ذره از طرف میدان از B به A و در جهت جابه‌جایی است و $\theta = 0$ است



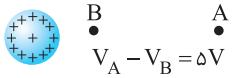
$$W' = F_E d\cos\theta = F_E \times d \times \cos 0^\circ = F_E d \Rightarrow W' > 0$$

در حرکت از B به A در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم و با حرکت در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. پس $V_B > V_A$ می‌باشد بنابراین $V_A - V_B = \Delta V < 0$ است.



B ۱۲۱۹ | ۴

هر گاه یک بار الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا قرار دهید، مثلاً کرهٔ باردار در شکل روبه‌رو را در فضا قرار دهید، در اطراف این کره، میدان الکتریکی و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود. بنابراین در اطراف کره باردار، نقاط دارای پتانسیل الکتریکی هستند و بین دو نقطه اختلاف پتانسیل وجود دارد اما در محل آن دو نقطه بار الکتریکی وجود ندارد.



A ۱۲۲۰ | ۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود که یک باتری ۱۲V است، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن وقتی به جایی وصل نیست ۱۲V است. از طرفی پتانسیل الکتریکی پایانهٔ مثبت باتری از پتانسیل الکتریکی پایانه منفی باتری بیشتر است.

اگر پایانه مثبت، مرجع پتانسیل (صفر) در اختیار شود، پتانسیل الکتریکی پایانه منفی ۱۲V− خواهد بود به گونه‌ای که همواره $V_+ - V_- = 12V$ است.

در صورت مسئلهٔ پایانهٔ منفی باتری ۵V− اختیار شده و با توجه به اینکه باید همواره اختلاف پتانسیل بین پایانهٔ مثبت و منفی باتری برابر ۱۲V شود $(V_+ - V_- = 12V)$، خواهیم داشت.

$$V_+ - (-5) = 12 \Rightarrow V_+ = 7V$$

A ۱۲۲۱ | ۳

اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری و مقدار بار الکتریکی جابه‌جا شده داده شده است پس با استفاده از تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب کرد.

نکته در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود، یعنی بار مثبت با علامت مثبت و بار منفی با علامت منفی قرار گیرد.

$$\Delta U_E = q\Delta V \xrightarrow[\Delta V = 12V]{q = -40C} \Delta U_E = (-40)\times(12) = -480J$$

A ۱۲۲۲ | ۴

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$V_2 - V_1 = \frac{U_{E_2} - U_{E_1}}{q} \xrightarrow[q = -2\mu C]{V_1 = -40V,\ V_2 = -10V} -10 - (-40) = \frac{\Delta U_E}{-2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -6\times10^{-5}J$$

علامت منفی ΔU_E نشان‌دهنده این است که انرژی پتانسیل، 6×10^{-5} کاهش می‌یابد. البته یادمان هست که هر گاه بار منفی از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر برود، انرژی پتانسیل آن، کاهش می‌یابد.

یادآوری در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود.

A ۱۲۲۳ | ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی منفی کار نیروی میدان الکتریکی است. بنابراین خواهیم داشت: $\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -5\times10^{-5}J$

اکنون با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی اختلاف پتانسیل بین A و B را به‌دست می‌آوریم.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{q = +2\mu C} V_B - V_A = \frac{-5\times10^{-5}}{2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -25V$$

بازی با سوال ذره‌ای با بار $+12\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته است. اگر $V_A = 2/3\times10^3 V$ و $V_B = 1/7\times10^3 V$ باشد، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟

۱) $-7/2$
۲) $+7/2$
۳) $-3/6$
۴) $+3/6$

گزینهٔ ۲

A ۱۲۲۴ | ۲

خط فکری انرژی پتانسیل بار q در دو نقطهٔ A و B و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A داده شده است. بنابراین مسئله را با تعریف اختلاف پتانسیل باید حل کنید.

البته در رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی علامت بار باید در نظر گرفته شود.

$$V_B - V_A = \frac{U_{EB} - U_{EA}}{q} \xrightarrow[V_A = 20V,\ q = -2\mu C]{U_{EA} = 0/4\times10^{-3}J,\ U_{EB} = 0/6\times10^{-3}J}$$

$$V_B - 20 = \frac{0/6\times10^{-3} - 0/4\times10^{-3}}{-2\times10^{-6}} \Rightarrow V_B - 20 = \frac{2\times10^{-4}}{-2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - 20 = -100 \Rightarrow V_B = -80V$$

بازی با سوال ذره‌ای با بار $+6\mu C$ از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی $V_A = 20V$ به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $V_B = -60V$ جابه‌جا شده است. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ B برابر $0/4mJ$ باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ A چند میلی‌ژول است؟

۱) $0/8$
۲) $-0/8$
۳) $+0/88$
۴) $-0/88$

گزینهٔ ۳

A ۱۲۲۵ ۳

خط فکری در این مسئله حداقل کاری که ما باید انجام بدهیم یا انرژی که باید صرف کرد تا بار جابه‌جا شود خواسته شده است.

منظور از حداقل، یعنی انرژی مصرفی برای تغییر انرژی پتانسیل بارها، بنابراین کافی است به کمک تعریف اختلاف پتانسیل، تغییر انرژی پتانسیل بارها را بیابید.

۱ ابتدا مقدار بار جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$q=-ne \xrightarrow{n=10^{12}} q=-10^{12}\times 1/6\times 10^{-19} \Rightarrow q=-1/6\times 10^{-7}C$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم. بار را از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر برده‌ایم، یعنی $V_2-V_1=-5V$ است.

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_E=q\Delta V \xrightarrow{\Delta V=-5V} \Delta U_E=(-1/6\times 10^{-7})(-5)$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=8\times 10^{-7}J=0/8\mu J$$

۳ حداقل انرژی که باید صرف کرد برابر $0/8\mu J$ است.

بازی با سوال **اختلاف پتانسیل بین دو نقطه -50 ولت است. با صرف چند ژول انرژی، 5×10^{12} الکترون بین این دو نقطه جاری می‌شود؟** $(e=1/6\times 10^{-19}C)$

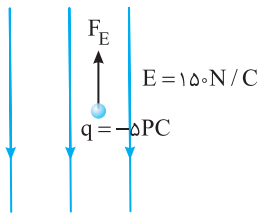
مشابه سراسری - ۸۶

۱) 4×10^{-3} ۲) 8×10^{-3} ۳) 4×10^{-5} ۴) 8×10^{-4}

گزینهٔ ۳

B ۱۲۲۶ ۱

۱ میدان الکتریکی رو به پایین است، بنابراین بر بار منفی نیروی رو به بالا وارد می‌کند و زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $(\theta=0)$ است.



کار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:

$$W_E=F_E d\cos\theta \xrightarrow[F_E=|q|E]{\cos\theta=1} W_E=|q|Ed \xrightarrow[d=500m]{|q|=5\times 10^{-12}C} W_E=5\times 10^{-12}\times 150\times 500$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است.

$$\Delta U_E=-W_E \Rightarrow \Delta U_E=-5\times 10^{-12}\times 150\times 500$$

۳ با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta V=\frac{-5\times 10^{-12}\times 150\times 500}{-5\times 10^{-12}}=+75\times 10^3 V=+75kV$$

دقت کنید اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از فضا به بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه بستگی ندارد و اختلاف پتانسیل از ویژگی‌های فضا است.

میانبر می‌توانید از رابطهٔ $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

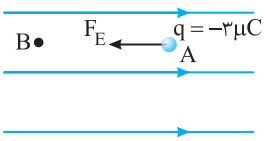
$$|\Delta V|=150\times 500=75kV$$

در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو:

$$\Delta V=+75kV$$

A ۱۲۲۷ ۱

ذره رها شده است، بنابراین ذره با بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت خواهد کرد. (مطابق شکل). کار نیروی میدان برابر خواهد شد با:



$$W_E=F_E d\cos\theta=-|q|Ed\cos 0$$

$$\Rightarrow W_E=3\times 10^{-6}\times 5\times 10^3\times 0/4 \Rightarrow W_E=6\times 10^{-3}J$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با: $\Delta U_E=-W_E \Rightarrow \Delta U_E=-6\times 10^{-3}J$

اختلاف پتانسیل V_B-V_A برابر خواهد شد با:

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B-V_A=-\frac{6\times 10^{-3}}{-3\times 10^{-6}} \Rightarrow V_B-V_A=2000V$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ کتاب درسی $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

$$|\Delta V|=5\times 10^3\times 0/4 \Rightarrow \Delta V=2000V$$

در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم، بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد $\Delta V=+2000V$

نکته اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به بار جابه‌جا شده بین دو نقطه بستگی ندارد.

A ۱۲۲۸ ۴

بار منفی از A تا B خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و تغییر انرژی پتانسیل آن منفی است $(\Delta U=-5mJ)$. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V=\frac{-5\times 10^{-3}}{-50\times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V=100V$$

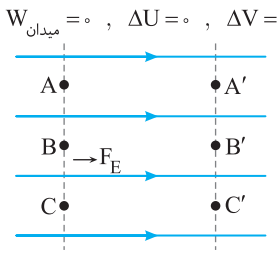
اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی تفاضل پتانسیل مکان نهایی و پتانسیل مکان اولیه:

$$\Delta V=100V \Rightarrow V_B-V_A=100 \Rightarrow V_B-120=100 \Rightarrow V_B=220V$$

B ۱۲۲۹ ۱

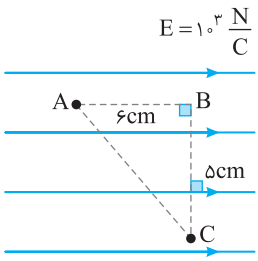
خط فکری اگر بار مطابق شکل در جهت عمود بر میدان الکتریکی جابه‌جا شود، نیروی میدان الکتریکی بر مسیر حرکت عمود است $(\theta=90^\circ \Rightarrow \cos\theta=0)$ و کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی صفر است. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است، بنابراین ΔU_E نیز صفر می‌شود. بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه $\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}$ چون ΔU_E صفر شده است، ΔV نیز صفر می‌شود. یعنی پتانسیل تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان باهم برابر است. اما اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

به نقاطی که روی یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند نقاط هم‌پتانسیل گویند.



$$V_A=V_B=V_C, V_{A'}=V_{B'}=V_{C'}, V_A>V_{A'}, V_B>V_{B'}, V_C>V_{C'}$$

با توجه به آنچه در خط فکری بیان شد. پتانسیل الکتریکی نقاط B و C که روی خط عمود بر خطوط میدان قرار دارند باهم برابر است $(V_B=V_C)$ و به جای به‌دست آوردن V_A-V_C می‌توان V_A-V_B را به‌دست آورد.



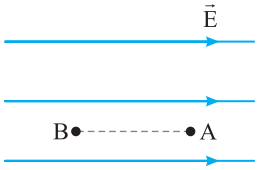
$$|V_A-V_C|=|V_A-V_B|=Ed_{(AB)}=10^3\times 6\times 10^{-2} \Rightarrow |V_A-V_C|=60V$$

و چون با حرکت در جهت خطوط میدان پتانسیل کاهش می‌یابد پس:

$$V_A>V_C \Rightarrow V_A-V_C=60V$$

B ۱۲۳۰ ۲

خط فکری از صورت مسئله کاملاً مشخص است که انرژی پتانسیل الکتریکی بار هنگام جابه‌جایی از A تا B به انرژی جنبشی آن تبدیل شده است. $|\Delta K|=|\Delta U|$ از طرفی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه برابر $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ است. بنابراین به کمک تغییر انرژی جنبشی بار می‌توان ΔV را حساب کرد.



با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت: $V_B-V_A=\frac{U_B-U_A}{q}$

کاهش انرژی پتانسیل برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است. بنابراین

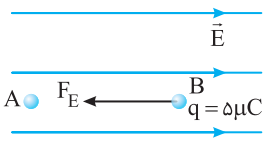
$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow[\Delta K=+8mJ]{\Delta U=-\Delta K}V_B-V_A=\frac{-8\times10^{-3}}{-4\times10^{-6}}=2000V$$

$$V_B-V_A=2kV$$

دقت کنید در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین $V_B>V_A$ است.

۱ ۱۲۳۱ B

خط فکری بار الکتریکی پس از رها شدن در اثر نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شده و دارای انرژی جنبشی شده است. بنابراین باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم و با به‌دست آوردن کار میدان، انرژی جنبشی بار را حساب کنیم.



نیروی وارد بر بار الکتریکی از B تا A در جهت جابه‌جایی است یعنی زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=0$ است و کار نیرو میدان خواهد شد:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=1}W_E=F_E d$$

نیروی وارد بر بار q در میدان الکتریکی برابر است با $(F_E=|q|E)$ بنابراین:

$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[d=0/2m]{|q|=5\times10^{-6}C,\ E=10^5N/C}$$

$$W_E=5\times10^{-6}\times10^5\times0/2\Rightarrow W_E=0/1J$$

بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی خواهد شد.

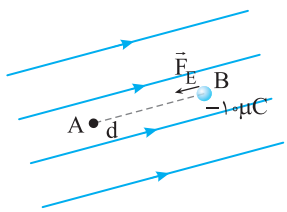
$$\Delta K=W_E\Rightarrow K_2-K_1=W_E\Rightarrow K_2-0=0/1\Rightarrow K_2=0/1J$$

بازی با سوال **ذره‌ای با جرم ناچیز و بار $+17\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از حال سکون رها می‌شود. اگر پس از جابه‌جایی $10cm$ انرژی جنبشی ذره ۳۴ میلی‌ژول شود، بزرگی میدان الکتریکی چند V/m است؟**

۱) 2×10^3 ۲) 2×10^2 ۳) 2×10^5 ۴) 2×10^4

گزینهٔ ۴

۱ ۱۲۳۲ B



تنها نیروی وارد بر بار در جابه‌جایی از B تا A نیروی الکتریکی است. از طرفی انرژی پتانسیل بار منفی وقتی در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. بنابراین تغییر انرژی جنبشی بار مثبت است. $(\Delta K=0/1J)$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار میدان الکتریکی خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=0/1J$$

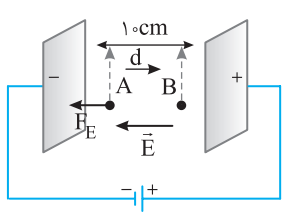
نیرو و جابه‌جایی از B تا A هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر است. بنابراین:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow[F_E=|q|E]{\cos\theta=1}W_E=|q|Ed\xrightarrow[E=5\times10^4N/C]{|q|=10\times10^{-6}C}$$

$$0/1=10\times10^{-6}\times5\times10^4 d\Rightarrow d=\frac{1}{5}m=0/2m\Rightarrow d=20cm$$

۱ ۱۲۳۳ B

خط فکری تندی در نقطهٔ B صفر شده است و تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. بنابراین باید به سراغ انرژی جنبشی برویم و کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی از A تا B را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار دهیم تا به کمک آن بتوانیم تندی در نقطهٔ A را به‌دست آوریم.



با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow|q|Ed\cos\theta=(0-\frac{1}{2}mv_A^2)\quad(I)$$

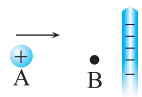
با توجه به این‌که نیروی وارد بر بار از طرف میدان در خلاف جهت حرکت بار است، از این‌رو زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی $\theta=180^\circ$ است. بنابراین با قرار دادن داده‌های مسئله در معادلهٔ (I)، v_A را می‌توان حساب کرد.

$$(q=8\times10^{-12}C,E=2\times10^4N/C,m=2\mu g=2\times10^{-9}kg)$$

$$8\times10^{-12}\times2\times10^4\times10^{-1}\times\cos180^\circ=-\frac{1}{2}\times2\times10^{-9}\times v_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2=16\Rightarrow v_A=4m/s$$

بازی با سوال **مطابق شکل، بار الکتریکی $q=+400\mu C$ با جرم $10g$ در نقطهٔ A از حال سکون رها می‌شود تا تحت تأثیر میدان الکتریکی، به طرف صفحهٔ منفی حرکت کند. اگر تندی ذرهٔ باردار هنگام عبور از نقطهٔ B برابر $4m/s$ باشد، اختلاف انرژی پتانسیل ذرهٔ باردار بین دو نقطهٔ A و B (U_B-U_A) و اختلاف پتانسیل میان نقاط A و B (V_B-V_A) به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟**



۱) $-0/04$ و -100 ۲) $0/04$ و 100
۳) $-0/08$ و -200 ۴) $0/08$ و 200

گزینهٔ ۳

۳ ۱۲۳۴ B

نیروی مؤثر وارد بر بار الکتریکی فقط نیروی الکتریکی است. بنابر پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_1=E_2\xrightarrow{E=U+K}U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow U_1-U_2=K_2-K_1\Rightarrow\Delta U=-\Delta K\quad(1)$$

از طرفی بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta U=q\Delta V\quad(2)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$q\Delta V=-\Delta K\Rightarrow q(V_2-V_1)=-(K_2-0)\xrightarrow[m=10^{-4}kg,v=10m/s]{K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$q(-100-100)=-(\frac{1}{2})(10^{-4})(10)^2\Rightarrow q=\frac{10^{-4}}{4}\Rightarrow q=25\mu C$$

۳ ۱۲۳۵ B

تنهای نیروی مؤثر وارد بر بار در مسیر A تا B نیروی الکتریکی است و بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار این نیرو برابر تغییر انرژی جنبشی ذره است. $(W_E=\Delta K)$

از طرفی علامت کار نیروی میدان الکتریکی، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است: $(W_E=-\Delta U_E)$

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان نوشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow{\Delta U_E=-W_E}\Delta V=\frac{-W_E}{q}\xrightarrow{W_E=\Delta K}$$

$$\Delta K=-q\Delta V\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-q(V_B-V_A)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}(v_B^2-3^2)=-400\times10^{-6}(-40-20)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}\times(v_B^2-9)=+24\times10^{-3}\Rightarrow v_B^2=25\Rightarrow v_B=5m/s$$

بازی با سوال **در یک میدان الکتریکی یکنواخت ذره‌ای به جرم $5mg$ و بار الکتریکی $-8\mu C$ از نقطهٔ A با تندی $8\sqrt{5}m/s$ به سوی نقطهٔ B می‌رود. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب $-40V$ و $+60V$ باشد، هنگام رسیدن ذره به نقطهٔ B سرعت ذره چند m/s است؟ (از اثر گرانش صرف‌نظر شود.)**

۱) 8 ۲) $8\sqrt{10}$ ۳) 16 ۴) $16\sqrt{10}$

گزینهٔ ۲

C ۴ ۱۲۳۶

خط فکری هسته دارای بار مثبت است، بنابراین هسته هلیوم $_{۲}^{۴}He^{++}$ دارای بار مثبت است و ذرهٔ آلفا یک ذره با بار مثبت است. از طرفی با رها کردن ذرهٔ با بار مثبت، ذره در جهت خطوط میدان جابه‌جا می‌شود و وقتی در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد، یعنی $V_B < V_A$ است. با توجه به این مطلب قطعاً $V_B = -۱۰V$ است، زیرا اگر $V_B = +۱۰V$ باشد، V_B بزرگ‌تر از V_A می‌شود که چنین نیست. اما V_A می‌تواند $+۸V$ و $-۸V$ باشد، یعنی مسئله دارای دو حالت است که در هر حالت به کمک تعریف اختلاف پتانسیل $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و پایستگی انرژی باید مسئله را حل کرد.

بار یک ذره آلفا را حساب می‌کنیم:

$$q = ne \Rightarrow q = ۲\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow q = ۳/۲\times ۱۰^{-۱۹} C$$

حالت اول: $V_A = -۸V$ و $V_B = -۱۰V$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = ۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}\times[-۱۰-(-۸)]$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۶/۴\times ۱۰^{-۱۹} J$$

بنا بر پایستگی انرژی، این کاهش انرژی پتانسیل بار به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است و انرژی جنبشی بار به $۶/۴\times ۱۰^{-۱۹}$ می‌رسد.

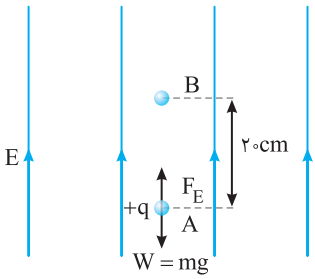
حالت دوم: $V_A = ۸V$ و $V_B = -۱۰V$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = ۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}(-۱۰-۸) \Rightarrow \Delta U = ۵/۷۶\times ۱۰^{-۱۸} J$$

این انرژی به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است. بنابراین $K = ۵/۷۶\times ۱۰^{-۱۸} J$ خواهد شد و گزینهٔ (۴) پاسخ است.

B ۲ ۱۲۳۷

خط فکری بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. در این مسئله در جابه‌جایی از A تا B مطابق شکل دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین شما باید کار هر یک از این نیروها را حساب کنید و جمع کارها را مساوی ΔK قرار دهید.



۱ جابه‌جایی رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است و کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W = mgh\cos\theta \xrightarrow{\theta = ۱۸۰^\circ,\ \cos\theta = -۱} W_W = -mgh \xrightarrow{m = ۲\times ۱۰^{-۳} kg,\ h = AB = ۰/۲m}$$

$$W_W = -۲\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰\times ۰/۲ \Rightarrow W_W = -۴\times ۱۰^{-۳} J = -۴mJ$$

۲ نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها $\theta = ۰^\circ$ است. بنابراین کار نیروی الکتریکی خواهد شد:

$$W_E = F_E d \xrightarrow{F_E = |q|E} W_E = |q|Ed$$

$$\xrightarrow{q = ۴\times ۱۰^{-۶} C,\ E = ۳\times ۱۰^{۴} N/C} W_E = ۴\times ۱۰^{-۶}\times ۳\times ۱۰^{۴}\times ۰/۲$$

$$\Rightarrow W_E = ۲/۴\times ۱۰^{-۲} J \Rightarrow W_E = ۲۴mJ$$

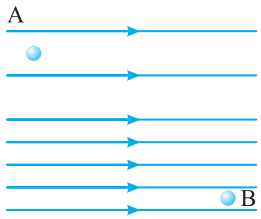
۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_W = K_۲ - K_۱ \Rightarrow ۲۴ + (-۴) = K_۲ - ۰ \Rightarrow K_۲ = ۲۰mJ$$

B ۴ ۱۲۳۸

خط فکری میدان در ناحیه‌ای که خطوط میدان به هم نزدیک‌تر هستند، قوی‌تر است. اندازه بار الکتریکی الکترون با بار الکتریکی پروتون برابر است.

۱ میدان الکتریکی در نقطهٔ B از میدان الکتریکی در نقطهٔ A قوی‌تر است. زیرا خطوط میدان در نقطهٔ B به هم نزدیک‌تر هستند پس بنابر فرض مسئله:



$$E_A = E, E_B = ۲E$$

۲ الکترون در ناحیه‌ای رها شده که میدان الکتریکی آن $۲E$ است، بنابراین اندازه کار نیروی وارد بر الکترون در میدان الکتریکی خواهد شد:

$$W_{E_e} = |q|E_B d = e(۲E)d$$

۳ اندازه کار نیروی وارد بر پروتون که از نقطهٔ A در میدان $E_A = E$ رها می‌شود برابر است با:

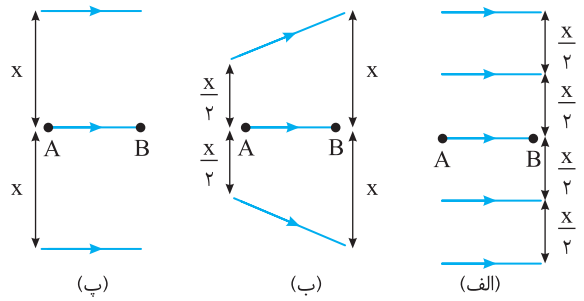
$$W_{E_p} = |q|E_A d' = e(E)d'$$

۴ طبق فرض مسئله کار میدان در جابه‌جایی الکترون و پروتون برابر است. از این‌رو:

$$W_{E_e} = W_{E_p} \Rightarrow e(۲E)d = eEd' \Rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{۱}{۲}$$

B ۲ ۱۲۳۹

خط فکری ابتدا شما باید با توجه به آرایش خطوط میدان در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) دربارهٔ میدان الکتریکی در این سه شکل اظهار نظر کنید، زیرا کار میدان الکتریکی برابر $W_E = qEd$ است که هر چه میدان قوی‌تر باشد، در جابه‌جایی d، کار میدان بیشتر است.



در شکل (ب) میدان از A تا B در حال کاهش است. الکترون از نقطهٔ A پرتاب شده و در نقطهٔ B سرعتش صفر شده است. بنابراین در شکل (الف) که خطوط میدان در کل مسیر از A تا B به هم نزدیک‌تر هستند و میدان قوی‌تر است، نیروی الکتریکی وارد بر الکترون بیشتر از شکل (ب) است و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

در واقع تغییر انرژی جنبشی از لحظهٔ پرتاب تا توقف (ΔK) مقدار ثابتی است. بنابراین هرچا E بیشتر باشد، قطعاً d کمتر خواهد شد و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

$$W_E = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = \text{ثابت}} |q|Ed = \text{ثابت} \xrightarrow{E\uparrow} d\downarrow$$

در شکل (پ) خطوط میدان در کل مسیر از هم دورترند و تراکم خطوط کم‌تر و میدان ضعیف‌تر است و با توجه به اینکه در اینجا نیز ΔK ثابت است خواهیم داشت:

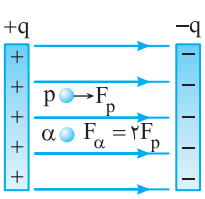
$$W_E = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = \text{ثابت}} |q|E\downarrow d\uparrow = \text{ثابت} \Rightarrow d\uparrow$$

یعنی در شکل (پ) الکترون در نقطهٔ B متوقف نمی‌شود و همچنان دارای سرعت است.

خلاصهٔ آنچه گفته شده این است که در آرایش شکل (الف) تراکم خطوط از شکل (ب) بیشتر و میدان قوی‌تر است. بنابراین نیروی وارد بر الکترون بیشتر بوده و قبل از رسیدن الکترون به نقطهٔ B الکترون متوقف شده و بر می‌گردد. در شکل (پ) میدان در کل مسیر از شکل (ب) ضعیف‌تر است و نیروی وارد بر الکترون کمتر بوده بنابراین الکترون بعد از نقطه B متوقف می‌شود.

B ۴ ۱۲۴۰

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا با بار $+q$ و $-q$ یکنواخت است. بار پروتون $+e$ و بار ذره آلفا $(_{۲}^{۴}He^{۲+})$ برابر $+۲e$ است. نیرویی که از طرف میدان به ذره آلفا وارد می‌شود $(F = qE)$ دو برابر نیروی وارد بر پروتون است.



در این صورت کار میدان الکتریکی $(W=Fd\cos\theta)$ روی ذره آلفا دو برابر کار میدان الکتریکی روی پروتون است و بنابراین گزینه (۴) درست است.

از آن‌جا که کار میدان الکتریکی منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره آلفا دو برابر تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون است و گزینه (۲) نادرست است. چون $|\Delta U_\alpha|=2|\Delta U_p|$ است تغییرات انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $(|\Delta K|=|\Delta U|)$ است. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی ذره آلفا دو برابر تغییرات جنبشی پروتون بوده و گزینه (۱) نادرست است. اما در مورد شتاب مسأله کمی پیچیده است. پروتون دارای بار $+e$ و آلفا دارای بار $+2e$ است، بنابراین نیروی وارد بر ذره آلفا دو برابر نیروی وارد بر پروتون است. از طرفی جرم ذره آلفا که دارای دو پروتون و دو نوترون است، چهار برابر جرم پروتون است، بنابراین:

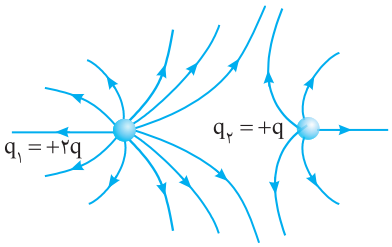
$$F_\alpha=2F_p\Rightarrow m_\alpha a_\alpha=2m_p\alpha_p \xrightarrow{m_\alpha=4m_p} 4a_\alpha=2a_p\Rightarrow a_p=2a_\alpha$$

بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است.

B ۱۲۴۱ ۴

خط فکری باید خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار q_1 و q_2 را رسم کنیم تا بتوانیم مسئله را بررسی کنیم

با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا تراکم خطوط میدان کاهش می‌یابد، یعنی ابتدا میدان کم می‌شود و سپس با نزدیک شدن به q_2 دوباره تراکم زیاد شده یعنی میدان افزایش می‌یابد. پس میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. همچنین هر گاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم یعنی پتانسیل ابتدا کاهش می‌یابد و سپس در خلاف جهت خطوط میدان حاصل از q_2 به آن نزدیک می‌شویم، یعنی پتانسیل افزایش می‌یابد. پس پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



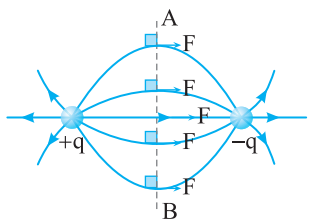
B ۱۲۴۲ ۱

با حرکت بار آزمون از q_1 به سوی q_2 پتانسیل الکتریکی کاهش یافته یعنی بار را در جهت خطوط میدان جابه‌جا کرده‌ایم. بنابراین باید q_1 مثبت و q_2 منفی باشد. از طرفی نیروی وارد شده به بار آزمون اطراف q_2 بیشتر است. بنابراین باید تراکم خطوط میدان اطراف q_2 بیشتر باشد و خط شکست خطوط میدان به بار q_1 نزدیک‌تر باشد، پس شکل خطوط میدان مانند شکل گزینه (۱) می‌شود.

B ۱۲۴۳ ۲

یادآوری هر گاه بار در امتداد عمود بر خطوط میدان بار جابه‌جا شود، چون نیروی الکتریکی وارد بر بار و جابه‌جایی بر هم عمودند، کار نیروی میدان الکتریکی صفر می‌شود.

خطوط میدان الکتریکی این دو بار را رسم می‌کنیم به دلیل تقارن خطوط میدان در نقاط واقع بر عمودمنصف خط وصل‌کننده دو بار بر هم عمودند. به همین دلیل در جابه‌جایی بار از A تا B کار نیروی میدان صفر است.



A ۱۲۴۴ ۲

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی، مستقل از نوع و اندازهٔ بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه است. برای اختلاف پتانسیل (ΔV) دو نقطه به فاصلهٔ d از یکدیگر، که خط واصل آن‌ها هم‌راستا با میدان الکتریکی $\vec{E}$ است رابطهٔ زیر برقرار است.

$$|\Delta V|=Ed$$

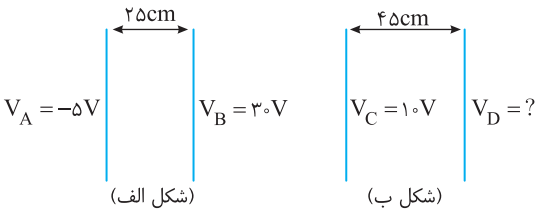
با توجه به رابطهٔ فوق میدان الکتریکی بین صفحات را حساب می‌کنیم.

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{2/4\times10^4}{1/2\times10^{-2}}=2\times10^6\,V/m$$

$$\Rightarrow 2\times10^6\,\frac{V}{m}\times\frac{1m}{10^2cm}\times\frac{1kV}{10^3V}=20kV/cm$$

B ۱۲۴۵ ۲

خط فکری میدان الکتریکی شکل (الف) را حساب کنید، نصف آن را به‌دست آورید تا میدان الکتریکی شکل (ب) به‌دست آید. آنگاه پتانسیل نقطهٔ D قابل محاسبه می‌شود.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات در شکل (الف) برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow|30-(-5)|=E(\frac{25}{100})\Rightarrow E=140V/m$$

۲ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ D و نصف میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ A و B است.

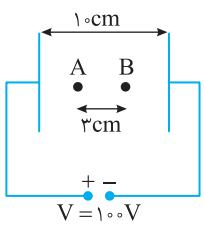
$$E'=\frac{E}{2}\Rightarrow E'=\frac{140}{2}\Rightarrow E'=70V/m$$

۳ پتانسیل الکتریکی نقطهٔ D خواهد شد (با توجه به فرض مسئله $V_D<V_C$ است)

$$V_C-V_D=E'd\Rightarrow10-V_D=70\times\frac{45}{100}\Rightarrow V_D=-21/5V$$

B ۱۲۴۶ ۲

خط فکری ابتدا میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را حساب کنید $(E=\frac{\Delta V}{d})$ و سپس به کمک آن اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را بیابید و سرانجام با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$، تغییرات انرژی پتانسیل را به‌دست بیاورید.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow E=\frac{100}{0/1}\Rightarrow E=10^3V/m$$

۲ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B خواهد شد:

$$|\Delta V_{AB}|=E(d_{AB})\Rightarrow|\Delta V_{AB}|=10^3\times\frac{3}{100}=30V$$

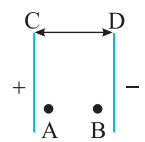
چون از A تا B در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شده‌ایم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد، یعنی $V_A>V_B$ است و $V_B-V_A=-30V$ خواهد بود.

۳ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=6\times10^{-6}C}-30=\frac{\Delta U}{6\times10^{-6}}\Rightarrow\Delta U=-180\times10^{-6}J$$

$$=-180\times10^{-3}mJ\Rightarrow\Delta U=-0/18mJ$$

میانبر برای یافتن $|\Delta U|$ می‌توان نوشت:



$$\frac{|\Delta V_{AB}|}{|\Delta V_{CD}|}=\frac{d_{AB}}{d_{CD}}$$

B ۱۲۴۷ ۲

به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین پایانه مثبت و پایانه منفی برابر $۸۰V$ است. پایانه مثبت به عنوان مرجع پتانسیل فرض شده است $(V_E=۰)$، بنابراین پتانسیل پایانهٔ منفی باتری یعنی صفحهٔ C برابر $V_C=-۸۰V$ خواهد بود.

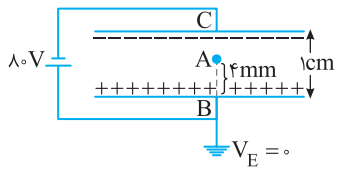
میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۸۰}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۸۰۰۰V/m$$

پتانسیل نقطهٔ A خواهد شد:

$$|V_A-V_E|=Ed_A\Rightarrow|V_A-۰|=۸۰۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰۰}=۳۲V$$

از صفحهٔ مثبت اگر به سوی نقطهٔ A برویم یعنی در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد از این‌رو $V_A=-۳۲V$ خواهد شد.



A ۱۲۴۸ ۲

سه ذره باردار مهم:

نام ذره	بار ذره	جرم ذره	توضیحات
الکترون e	یک بار منفی	m_e	
پروتون p	یک بار مثبت	$m_p\approx ۲۰۰m_e$	
آلفا α	دو بار مثبت	$m_\alpha=۴m_p$	در واقع هستهٔ عنصر هلیوم است. $_۲^۴H^{۲+}$
مقایسه	$\lvert q_e\rvert=q_p=\frac{q_\alpha}{۲}$	$m_\alpha>m_p>m_e$	

میدان الکتریکی بین صفحات موازی باردار برابر است با:

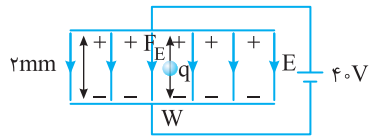
$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{۵۰۰}{۰/۰۲}\Rightarrow E=۲/۵\times۱۰^۴V/m$$

نیروی وارد بر ذره آلفا که بار آن $۲e=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C$ است، خواهد شد:

$$F=Eq\Rightarrow F=۲/۵\times۱۰^۴\times(۳/۲\times۱۰^{-۱۹})=۸\times۱۰^{-۱۵}N$$

B ۱۲۴۹ ۱

خط فکری ذره در تعادل است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر ذره را شناسایی کرده و برآیند آن‌ها را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مسئله حل شود. اما برای حل مسئله از مراحل زیر باید بگذرید.



دو نیرو بر ذره وارد می‌شود. یکی نیروی وزن W رو به پایین و دیگری نیرویی که میدان الکتریکی بر بار رو به بالا وارد می‌کند. بنابراین باید میدان الکتریکی را حساب کرد.

۱ میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۴۰}{۲\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow E=۲\times۱۰^۴V/m$$

۲ نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم.

$$W=F_E\Rightarrow mg=|q|E\xrightarrow{m=۵\times۱۰^{-۳}kg}۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰=|q|\times۲\times۱۰^{+۴}$$

$$\Rightarrow|q|=۲۵\times۱۰^{-۷}=۲/۵\times۱۰^{-۶}C=۲/۵\mu C$$

۳ چون نیرو وارد بر بار q رو به بالا و در خلاف جهت میدان است، بنابراین باید بار q منفی باشد یعنی $q=-۲/۵\mu C$ است.

B ۱۲۵۰ ۱

۱ ابتدا میدان الکتریکی بین صفحه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{|۹\times۱۰^۳-(-۹\times۱۰^۳)|}{۲\times۱۰^{-۲}}=۹\times۱۰^۵V/m$$

۲ نیروی وارد بر الکترون خواهد شد:

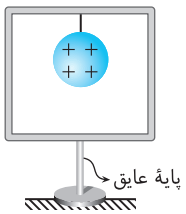
$$F=qE=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۹\times۱۰^۵\Rightarrow F=۱/۶\times۹\times۱۰^{-۱۴}N$$

۳ بنابراین شتاب الکترون بنا بر قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma\Rightarrow۱/۶\times۹\times۱۰^{-۱۴}=۹\times۱۰^{-۳۱}a\Rightarrow a=۱/۶\times۱۰^{۱۷}m/s^۲$$

A ۱۲۵۱ ۴

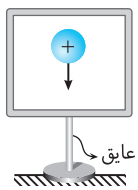
هر گاه به یک جسم رسانا بار داده شود، بار اضافی داده شده روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود و بار خالص درون رسانا صفر است و اگر به جسم نارسانا بار داده شود بار در محل دریافت بار باقی می‌ماند.



با پاره شدن نخ گوی رسانا به پایین می‌افتد و در تماس با ظرف قرار می‌گیرد. دو حالت ممکن است. اگر ظرف رسانا باشد تمام بار گوی از طریق ظرف رسانا تخلیه شده و بار روی سطح خارجی ظرف توزیع می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است و در حالت دیگر اگر ظرف نارسانا باشد، در محل تماس گوی رسانا با ظرف مقداری بار جابه‌جا می‌شود اما گوی هم‌چنان باردار خواهد بود و گزینهٔ (۲) درست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

در هر دو حالت بار الکتریکی در سطح داخلی توزیع نمی‌شود و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **مطابق شکل جعبهٔ نارسانای بدون باری در اختیار داریم. اگر گلوله‌ای فلزی که دارای بار الکتریکی مثبت است، روی جداره داخل جعبه قرار داده شود. بار مثبت، .....**



قلم‌چی

۱) در سطح داخلی جعبه پخش می‌شود.

۲) در سطح خارجی جعبه پخش می‌شود.

۳) در همان محل تماس باقی می‌ماند.

۴) در حجم جعبه پخش می‌شود.

گزینهٔ ۳

A ۱۲۵۲ ۳

یادآوری در رسانا بار اضافی داده شده در سطح خارجی آن توزیع می‌شود، اما بار اضافی داده شده به یک جسم نارسانا در محل دریافت بار باقی می‌ماند.

دو کره فلزی و مشابه هستند، بنابراین اگر به آن‌ها بار داده شود بار روی سطح خارجی توزیع می‌شود و توخالی و توپر بودن تأثیری بر توزیع بار روی سطح خارجی دو کره ندارد و چون کره‌ها مشابه‌اند و بار الکتریکی داده شده یکسان است، تراکم بار الکتریکی نیز در دو کره یکسان خواهد بود.

A ۱۲۵۳ ۳

وقتی به جسم رسانا بار داده شود، بار در سطح خارجی رسانا به گونه‌ای توزیع می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر شود و وقتی یک رسانای خنثی مانند قفس فاراده را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، بار طوری روی سطح خارجی توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی کند و بدین ترتیب میدان الکتریکی خالص درون رسانا صفر می‌شود. و این صفر بودن میدان سبب می‌گردد که شخص درون قفس فاراده آسیب نبیند. بنابراین آزمایش قفس فاراده دلیلی بر صفر بودن میدان الکتریکی درون رساناست.

A ۱۲۵۴ ۳



در رسانای باردار، بار روی سطح رسانا توزیع می‌شود به گونه‌ای که میدان خالص درون رسانا صفر می‌شود. در این حالت پتانسیل الکتریکی تمام نقاط رسانای باردار باهم برابر است. در این صورت خواهیم داشت:

$$q_C\neq۰\ ,\ q_A=q_B=۰\ ,\ V_A=V_B=V_C$$

$$E_A=E_B=۰,\ E_C\neq۰$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

دقت کنید که اگر پتانسیل الکتریکی نقاط درون سطح رسانا باهم برابر نباشد، در اثر اختلاف پتانسیل بین نقاط باید درون کره رسانا جریان برق ایجاد شود که چنین چیزی رخ نمی‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل بین نقاط صفر است و پتانسیل نقاط یکسان است.

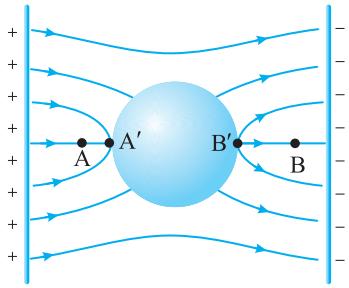
B ۱۲۵۵ ۲

با فرض آن‌که همهٔ بار در مرکز کره مولد وان‌دوگراف قرار دارد می‌توان میدان را از رابطهٔ میدان بار نقطه‌ای $E=k\frac{|q|}{r^2}$ به‌دست آورد که این رابطه یک رابطهٔ خطی بین میدان و فاصله نیست یعنی نمودار نمی‌تواند خط راست باشد بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.
از طرفی میدان درون رسانا صفر است. بنابراین میدان در فاصلهٔ مرکز تا سطح کره صفر است و گزینهٔ (۱) نادرست است. در نزدیکی سطح مولد وان‌دوگراف میدان بسیار بزرگ و با دور شدن از سطح مولد میدان کاهش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۲۵۶ ۱

وقتی رسانای خنثی را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌دهیم، بار طوری روی سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی می‌کند. در این شکل درون کره در اثر میدان خارجی، یک میدان الکتریکی در اثر بارهای القایی ایجاد شده بنابراین این کره رساناست و در اجسام رسانا پتانسیل در نقاط مختلف یکسان است و با حرکت روی رسانا و درون آن پتانسیل ثابت می‌ماند.

بازی با سؤال **جسم رسانایی را در میدان الکتریکی یکنواختی قرار می‌دهیم. پس از تعادل الکتروستاتیکی کدام گزینه در مورد مقایسهٔ پتانسیل و میدان در نقاط مختلف درست است؟**

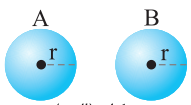


۱) $E_A=E_B=E_{B'}=E_{A'}, V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$
۲) $E_A>E_{A'}>E_{B'}>E_B, V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$
۳) $E_A>E_B, E_{A'}=E_{B'}, V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$
۴) $E_A>E_B, E_{A'}=E_{B'}, V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$

گزینهٔ ۳

B ۱۲۵۷ ۳

حالت اول: در تماس دو کرهٔ رسانای مشابه بار روی سطح دو کره به‌طور یکسان توزیع می‌شود و دو کره دارای بار یکسان می‌شود و بار کره‌های A و B برابر $\frac{-2}{2}=-1\mu C$ می‌شود. البته توبر و توخالی بودن کره‌ها نقشی در این پدیده ندارد زیرا بار در سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود.



شکل (الف)

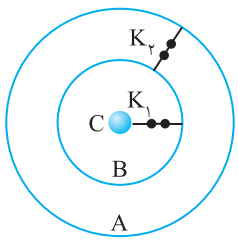
حالت دوم: گوی رسانا درون کره توخالی A قرار گرفته است. بنابراین تمام بار گوی رسانای C به سطح خارجی کرهٔ توخالی A منتقل می‌شود و کرهٔ A دارای بار الکتریکی $-2\mu C$ خواهد شد.



شکل (ب)

A ۱۲۵۸ ۳

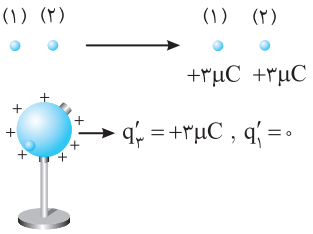
بار همواره در بیرونی‌ترین سطح رسانا توزیع می‌شود. وقتی کلیدهای K_1 و K_2 بسته می‌شوند، بار تمام کره‌ها به بیرونی‌ترین سطح، یعنی سطح خارجی کره A منتقل می‌شود. کرهٔ فلزی C و پوستهٔ فلزی B بار خود را از دست می‌دهند و تمام بار سهم کرهٔ A می‌شود.



$q_A=-q+3q+2q=+4q$

A ۱۲۵۹ ۳

هنگامی که دو گوی رسانای (۱) و (۲) را باهم تماس می‌دهیم. بار آن‌ها با هم یکسان و برابر می‌شود:



$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{+8-2}{2}=+3\mu C$ بار نهایی گوی‌های (۱) و (۲)

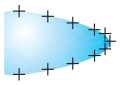
حال گوی (۱) را که بار آن برابر $+3\mu C$ است، درون رسانای بدون بار (۳) می‌اندازیم. می‌دانیم که بار در رسانا روی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد، بنابراین $q_1'=0$ و $q_3'=+3\mu C$ می‌شود.

A ۱۲۶۰ ۳

یادآوری در یک رسانای باردار میدان درون و روی سطوح رسانا صفر است و پتانسیل تمام نقاط درون و روی سطح رسانا باهم برابر است.
وقتی که بار الکتریکی را از نقطهٔ A تا B جابه‌جا می‌کنیم، چون $\Delta V_{AB}=0$ است، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار نیز صفر خواهد بود.

B ۱۲۶۱ ۳

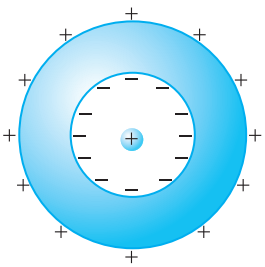
در یک جسم رسانای باردار، تراکم بار در نقاط نوک‌تیزتر سطح از بقیه نقاط بیشتر است. بنابراین وقتی یک آونگ را به قسمت نوک‌تیز نزدیک می‌کنیم در آونگ القای شدیدتری رخ می‌دهد. بنابراین رباش مخروط بر آونگ در نقاط نوک‌تیز بیشتر بوده و آونگ بیشتر منحرف می‌شود.



B ۱۲۶۲ ۳

در ابتدا دوک فلزی بدون بار و میدان الکتریکی درون آن صفر است. با نزدیک کردن میله باردار با بار منفی به دوک، بار مثبت و منفی روی سطح دوک القا می‌شود اما این بارها به گونه‌ای القا می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر می‌ماند. به همین دلیل گوی‌های درون دوک تحت تأثیر میلهٔ باردار قرار نمی‌گیرند و گوی‌ها به همان صورت باقی می‌مانند.

B ۱۲۶۳ ۳



کره فلزی است، بنابراین تحت تأثیر بار مثبتی که در مرکز آن قرار دارد کره دارای بار القایی مثبت در سطح خارجی و بار القایی منفی در سطح درونی می‌شود. در القا بار القایی مثبت و منفی القا شده بنا بر پایستگی بار الکتریکی یکسان است. بنابراین اندازه بار روی سطح داخلی و خارجی کره برابر است اما مساحت سطح داخلی کوچکتر است در نتیجه تراکم بار در سطح داخلی بیشتر است.

B ۱۲۶۴ ۳

ابتدا با نزدیک کردن میله باردار به کره‌ها القا صورت می‌گیرد، کره A دارای بار منفی (ناهمنام با بار میله)، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت (همنام با بار میله) و هم‌اندازه با بار منفی کره A می‌شود. $|q_A|=|q_C|\ ,\ q_B=0$

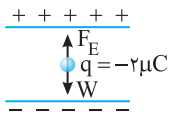
در حضور میله با دور کردن کره C بار کره C همچنان مثبت می‌ماند و با دور کردن میله، بار کره A بین کره‌های A و B به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و بار کره‌های A و B برابر خواهد شد با: $q_A'=q_B'=\frac{q_A}{2}$

دقت کنید کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر کوچک‌تر است. بنابراین مساحت سطح آن از دو کرهٔ دیگر کمتر است، اما بار الکتریکی روی کره C از دو کره A و B بیشتر است. بنابراین قطعاً تراکم بار روی کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر بیشتر است.

پنجره دوجداره

C ۱۲۶۵ ۱

خط فکری با یک مسئله ترکیبی از الکتریسیتهٔ ساکن و قانون دوم نیوتون روبه‌رو هستید. نیروهای وارد بر بار را رسم کنید، برایند نیروهای وارد بر ذره را به‌دست آورید و مساوی ma قرار دهید. دو نیرو بر ذره وارد می‌شود.



۱ نیروی وزن

۲ نیروی الکتریکی

حالت اول: شتاب $۲m/s^۲$ رو به پایین است، بنابراین جهت برایند نیروها باید رو به پایین باشد، یعنی mg بزرگ‌تر از F_E است. از این‌رو

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_E=ma\Rightarrow F_E=m(g-a)$$
$$\Rightarrow F_E=m(۱۰-۲)\Rightarrow F_E=۸m \quad (۱)$$

حالت دوم: شتاب $۲m/s^۲$ رو به بالا باشد، بنابراین باید $F_E>mg$ باشد از این‌رو:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F'_E-mg=ma'\Rightarrow F'_E=m(g+a')=m(۱۰+۲)$$
$$\Rightarrow F_E=۱۲m \quad (۲)$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۱۲m}{۸m}\Rightarrow\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۳}{۲}$$

نیروی الکتریکی وارد بر بار در میدان برابر $F_E=|q|E$ است. از این‌رو:

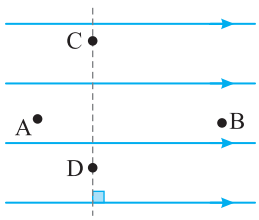
$$\frac{|q|E'}{|q|E}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{۳}{۲}$$

اکنون از رابطهٔ $\Delta V=Ed$ استفاده می‌کنیم. (d یکسان است.)

$$\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{E'}{E}\Rightarrow\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{۳}{۲}$$

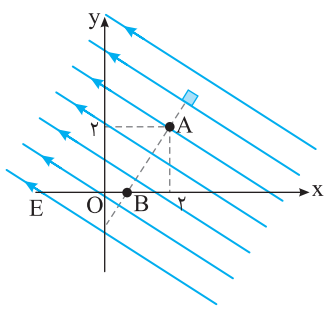
C ۱۲۶۶ ۴

خط فکری به شکل زیر دقت کنید.



اگر نقطه‌های A و B در امتداد خط‌های میدان باشند، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B یکسان نخواهد بود و این دو نقطه دارای اختلاف پتانسیل هستند، اما اگر این دو نقطه بر خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار داشته باشند (مانند نقاط C و D)، هم‌پتانسیل خواهند بود.

باید دو نقطه $A(۲,۲)$ و $B(۱,۰)$ در صفحه xoy روی خطی عمود بر میدان قرار داشته باشند. معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B را به کمک ریاضی به‌دست آوریم:

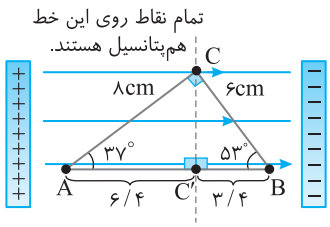


$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}\Rightarrow\frac{y-۲}{۰-۲}=\frac{x-۲}{۱-۲}\Rightarrow y-۲=۲x-۴\Rightarrow y=۲x-۲$$

بنابراین تمام نقاط واقع بر خط $y=۲x-۲$، هم پتانسیل‌اند و نقطه‌ای روی این خط قرار دارد که مختصات آن در این معادله صدق کند، مختصات تمام نقاط داده شده در گزینه‌ها را در معادله قرار بدهید. خواهید دید که تنها مختصات نقطه $(۳,۴)$ یعنی گزینهٔ (۴) در آن صدق می‌کند.

C ۱۲۶۷ ۳

۱ از نقطهٔ C، عمودی بر AB (بر خط‌های میدان) رسم می‌کنیم. تمام نقاط روی این خط دارای پتانسیل یکسان هستند $(V_C=V_{C'})$. بنابراین به جای به‌دست آوردن پتانسیل نقطه C، پتانسیل نقطهٔ C' را حساب می‌کنیم.



۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت برابر $|\Delta V|=Ed$ است و چون میدان الکتریکی یکنواخت است این رابطه را برای فواصل AC' و $C'B$ نیز می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}|\Delta V_{AC'}|=E(AC')\\|\Delta V_{C'B}|=E(C'B)\end{cases}\Rightarrow\frac{|\Delta V_{AC'}|}{|\Delta V_{C'B}|}=\frac{AC'}{C'B} \quad (I)$$

۳ باید مقدارهای AC' و $C'B$ را به کمک مثلثات حساب کنیم.

در مثلث ACC': $\cos ۳۷^\circ=\frac{AC'}{AC}\Rightarrow ۰/۸=\frac{AC'}{۸}\Rightarrow AC'=۶/۴cm$

در مثلث $BC'C'$: $\cos ۵۳^\circ=\frac{C'B}{BC}\Rightarrow ۰/۶=\frac{C'B}{۶}\Rightarrow C'B=۳/۶cm$

۴ از طرفی باید دقت کنید که از A به سوی B چون در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط در حال کاهش است بنابراین:

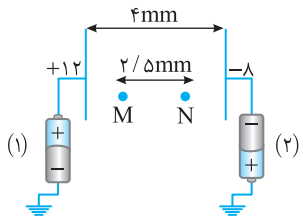
$$|\Delta V_{AC'}|=V_A-V_{C'},\ |\Delta V_{C'B}|=V_{C'}-V_B$$

اکنون تمام آنچه را به‌دست آورده‌ایم در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم:

$$\frac{V_A-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-V_B}{۳/۶}\xrightarrow[V_B=۲۰V]{V_A=۸۰V}\frac{۸۰-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۳/۶}$$
$$\frac{۸۰-V_{C'}}{۱۶}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۹}\Rightarrow ۷۲۰-۹V_{C'}=۱۶V_{C'}-۳۲۰\Rightarrow ۲۵V_{C'}=۱۰۴۰$$
$$\Rightarrow V_{C'}=۴۱/۶V$$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C نیز برابر ۴۱/۶V است.

B ۱۲۶۸ ۱



یک سر باتری (۱) به زمین و سر مثبت آن به یکی از صفحه‌ها وصل است. باتری (۱) ۱۲ ولتی می‌باشد، یعنی $V_+-V_-=۱۲$ و چون سر منفی آن به زمین وصل است پس $V_-=۰$ بوده و $V_+=۱۲V$ می‌شود و همچنین برای باتری (۲) نیز پتانسیل سر منفی برابر ۸− می‌باشد.

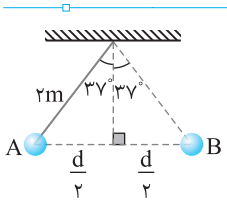
میدان الکتریکی بین دو صفحه را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{۱۲-(-۸)}{۴\times۱۰^{-۳}}=۵\times۱۰^۳V/m$$

میدان در تمام نقاط بین دو صفحه یکسان است. بنابراین میدان بین MN هم برابر با $۵\times۱۰^۳V/m$ است، بنابراین:

$$\Delta V_{MN}=V_M-V_N=Ed\Rightarrow V_M-V_N=۵\times۱۰^۳\times۲/۵\times۱۰^{-۳}=۱۲/۵V$$

C ۱۲۶۹ ۴



نقاط A و B دارای یک ارتفاع یکسان هستند بنابراین کار نیروی وزن صفر است $(W_g=۰)$.

جسم در نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای ساکن و انرژی جنبشی آن صفر شده است.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{\frac{d}{۲}}{۲} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{d}{۴} \Rightarrow d = ۲/۴\,m$$

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[W_g = ۰]{W_t = W_E + W_g} W_t = K_B - K_A$$

$$\Rightarrow -qEd = K_B - K_A \xrightarrow{K_B = ۰} -qEd = -K_A$$

$$۶\times ۱۰^{-۶} \times ۵\times ۱۰^{۵} \times ۲/۴ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} \times v^۲$$

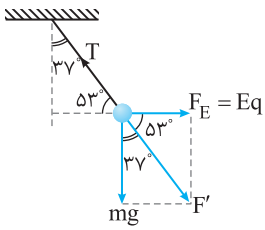
$$\Rightarrow v^۲ = \frac{۵\times ۲/۴ \times ۶ \times ۱۰^{-۱}}{\frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۲}} = ۱۴/۴ \times ۱۰^۲ = ۱۴۴۰ \Rightarrow v = ۱۲\sqrt{۱۰}\,m/s$$

دقت کنید که در این مسئله، نیروی میدان الکتریکی وارد بر بار مثبت در خلاف جهت حرکت ذره است از این‌رو، کار نیروی میدان الکتریکی برابر $W_E = |q|Ed\cos ۱۸۰^\circ = -|q|Ed$ شده است.

۴ ۱۲۷۰ C

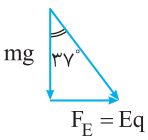
خط فکری ابتدا با توجه به تعادل گلولهٔ باردار درون میدان الکتریکی باید اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب کرد و در گام بعد با توجه به فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری داده شده و میدان الکتریکی به‌دست آمده، اختلاف پتانسیل الکتریکی $(V = Ed)$ را حساب کرد.

۱ به گلوله سه نیروی الکتریکی، وزن و کشش نخ وارد می‌شود:

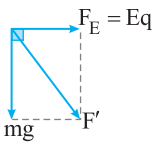


$$\tan ۳۷^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{Eq}{mg}$$

$$\frac{۳}{۴} = \frac{Eq}{mg} \Rightarrow mg = \frac{۴}{۳}Eq$$



دو نیروی F_E و mg بر هم عمودند بنابراین F' که برایند این دو نیرو است را حساب می‌کنیم:



$$F' = \sqrt{(Eq)^۲ + (mg)^۲} \xrightarrow{mg = \frac{۴}{۳}Eq} F' = \sqrt{(Eq)^۲ + \frac{۱۶}{۹}(Eq)^۲}$$

$$F' = \sqrt{\frac{۲۵}{۹}(Eq)^۲} \Rightarrow F' = \frac{۵}{۳}Eq$$

برای اینکه گلوله در تعادل باشد باید نیروهای خلاف جهت F' و T (کشش نخ) با هم برابر باشند:

$$T' = F' \xrightarrow{F' = \frac{۵}{۳}qE} ۰/۱ = \frac{۵}{۳} \times E \times ۴۰ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow E = \frac{۰/۳}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{۳۰۰۰}{۲} = ۱۵۰۰\,\frac{N}{C}$$

۲ حال اختلاف پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

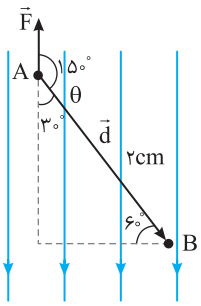
$$\Delta V = Ed \Rightarrow \Delta V = ۱۵۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۱۵۰\,V$$

۳ ۱۲۷۱ B

به شکل نگاه کنید. باید زاویهٔ θ را به‌دست بیاوریم تا بتوانیم کار را حساب کنیم. نیرو رو به بالا و جابه‌جایی از A به B است و زاویهٔ θ برابر است با:

$$\theta = ۱۸۰ - ۳۰ \Rightarrow \cos\theta = \cos(۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = -\cos ۳۰^\circ$$

از طرفی نیروی الکتریکی برابر $F_E = |q|E$ است بنابراین:



$$\Delta U_E = -|q|Ed(-\cos ۳۰^\circ)$$

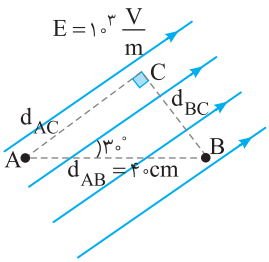
$$\xrightarrow[E = ۱۰^۳\,N/C,\ d = ۲\times ۱۰^{-۲}]{q = -۲\times ۱۰^{-۶}\,C}$$

$$\Delta U = -۴\times ۱۰^{-۵}(-\cos ۳۰^\circ)$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۲۰\sqrt{۳}\times ۱۰^{-۶}\,J = ۲۰\sqrt{۳}\,\mu J$$

۱ ۱۲۷۲ B

به شکل نگاه کنید، خط BC بر خطوط میدان عمود است و تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند. بنابراین اختلاف پتانسیل $V_A - V_C$ با اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ برابر است.



فاصلهٔ AC را از روی شکل به‌دست می‌آوریم:

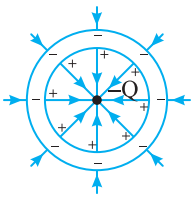
$$\text{در مثلث ABC}: \cos ۳۰^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AC}{۴۰} \Rightarrow AC = ۲۰\sqrt{۳}\,cm$$

اکنون می‌توان ΔV_{AB} را به‌دست آورد.

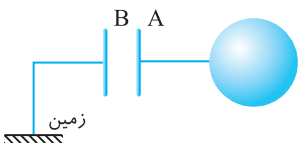
$$|\Delta V_{AB}| = |\Delta V_{AC}| = Ed_{AC} \Rightarrow |\Delta V_{AB}| = ۱۰^۳ \times \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۱۰۰} = ۲\sqrt{۳}\times ۱۰^۲\,V/m$$

۱ ۱۲۷۳ B

هنگامی که یک بار منفی را در مرکز کرهٔ رسانای توخالی قرار می‌دهیم، در پوسته بار القایی ایجاد می‌شود اما درون فلز پوسته میدان الکتریکی صفر می‌شود و خطوط میدان به شکل روبه‌رو خواهد بود (شبیه سکان کشتی!).



بازی با سؤال **مطابق شکل، کره و صفحهٔ رسانای A با سیم به هم متصل شده و هر دو دارای بار مثبت هستند. اگر انگشت خود را بدون ایجاد تماس به کره نزدیک کنیم، بار صفحهٔ رسانای B چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) تغییر نمی‌کند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) افزایش می‌یابد یا بدون تغییر می‌ماند.

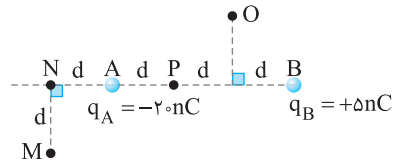
گزینهٔ ۳

۲ ۱۲۷۴ C

بار الکترون و پروتون یکسان است $(q_e = -e \text{ و } q_p = +e)$ و نیرویی که میدان الکتریکی به الکترون و پروتون وارد می‌کند هم‌اندازه است $(F_p = F_e = eE)$ اما جرم پروتون بسیار بیشتر از جرم الکترون است و با توجه به قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ چون جرم پروتون بیشتر است شتاب حرکت آن کمتر بوده و تندی آن نیز کوچک‌تر از الکترون است، از این‌رو، وقتی الکترون و پروتون از کنار هم می‌گذرند، الکترون جابه‌جایی بیشتری انجام داده است. یعنی محل ملاقات در سمت چپ A است.

۴ ۱۲۷۵ C

خط فکری با نزدیک شدن به بار مثبت پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و با نزدیک شدن به بار منفی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین شما باید فاصلهٔ نقاط M و N، P و O تا دوبار A و B را بررسی کنید.



فاصلهٔ AM روی شکل از فاصلهٔ AN بزرگ‌تر است یعنی نقطهٔ N به بار منفی نزدیک‌تر است و پتانسیل N از پتانسیل M کمتر است $(V_M>V_N)$

فاصلهٔ OB از فاصلهٔ PB کمتر است یعنی نقطه O به بار مثبت نزدیک‌تر بوده و پتانسیل الکتریکی آن بیشتر است. $V_P<V_O$

پنجره ۳ روبه‌رو ۴

۴ ۱۲۷۵ A

۱ یادآوری تعیین افزایش - کاهش:

۱ میدان الکتریکی ← هرچه تراکم خطوط بیشتر باشد، میدان الکتریکی افزایش می‌یابد و بالعکس

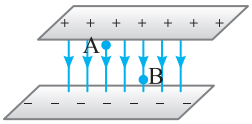
۲ انرژی پتانسیل الکتریکی ← اگر حرکت خود به خودی باشد (مثلاً حرکت بار منفی به سمت صفحهٔ مثبت انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۳ کار میدان الکتریکی ← اگر حرکت خود به خودی باشد (مثلا حرکت بار منفی به سمت صفحهٔ مثبت) کار میدان الکتریکی مثبت است و بالعکس.

۴ پتانسیل الکتریکی ← اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس

توجه کنید که افزایش یا کاهش پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی به نوع ذره (مثبت یا منفی بودن آن) بستگی ندارد.

بین دو صفحهٔ رسانا، میدان یکنواخت است و نیروی وارد بر بار در تمام نقاط یکسان است. $(F_A=F_B)$ هرگاه بار منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.



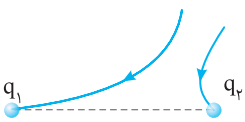
نمای ۲۲

۱ ۱۲۷۵ B

۲ ۱ **خط** میدان از q_1 به q_2 وصل نشده است، بنابراین دو بار هم‌نام هستند.

۲ خط میدان به بار q_1 وارد شده است، در نتیجه بار q_1 منفی است و هم‌چنین بار q_2 نیز منفی است.

۳ فضای اطراف بار q_1 با توجه به شکل بیشتر از بار q_2 است، پس تعداد خطوط میدان بیشتری می‌تواند اطراف بار q_1 قرار گیرد و میدان بار q_1 بزرگ‌تر است، بنابراین:



$$|q_1|>|q_2|\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}>1$$

نمای ۱۹

۱ ۱۲۷۵ B

۳ خط فکری انرژی پتانسیل بار منفی $-۷\mu C$ از نقطهٔ A تا B کاهش یافته است. در این صورت باید $V_A<V_B$ باشد، زیرا بار منفی به‌طور خودبه‌خودی از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر می‌رود و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

با توجه به خط فکری بیان شده در بالا و تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

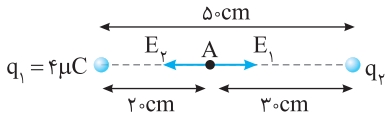
$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow V_B-V_A=\frac{-۲۱۰\times۱۰^{-۶}}{-۷\times۱۰^{-۶}}=۳۰V\Rightarrow V_A-V_B=-۳۰V$$

نمای ۲۳

۱ ۱۲۷۵ B

۴ **میدان الکتریکی** در نقطهٔ A بین دو بار صفر شده است. بنابراین باید میدان‌های E_1 و E_2 هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند. بار $q_1=۴\mu C$ مثبت و میدان آن در نقطهٔ A به سمت راست است، بنابراین میدان بار الکتریکی q_2 باید در نقطهٔ A به سمت چپ یعنی به سمت خارج بار باشد، بنابراین بار q_2 نیز مثبت است. میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم تا q_2 را به دست بیاوریم.

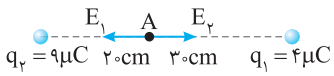
$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۲۰^2}=k\frac{q_2}{۳۰^2}\Rightarrow q_2=۹\mu C$$



با جابه‌جا کردن بار q_1 و q_2 با هم، باید میدان الکتریکی دو بار را در حالت جدید حساب کرده و از هم کم کنیم تا میدان الکتریکی خالص را در نقطهٔ A به دست آوریم.

$$E_T=E_2-E_1=۹\times۱۰^۹\times(\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۲}}-\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}})\Rightarrow E_T=۹\times۱۰^۵\times(\frac{۸۱-۱۶}{۳۶})$$

$$\Rightarrow E_T=۹\times۱۰^۵\times(\frac{۶۵}{۳۶})\Rightarrow E_T=۱۶/۲۵\times۱۰^۵N/C$$



نمای ۲۴ و ۲۷

۲ ۱۲۷۵ B

۵ **شکل مسئله** و داده‌های آن شما را گول نزنند. میدان الکتریکی درون رسانا صفر است، بنابراین بر این ذره نیرویی وارد نمی‌شود و ذره با همان تندی به وجه مقابل در جعبه رسانا خواهد رسید.

نمای ۲۷

۴ ۱۲۷۵ B

۱ ۶ **قانون** کولن را نوشته و مقدار هر بار را حساب می‌کنیم.

$$F=K\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[r=۵\times۱۰^{-۲}m]{F=۰/۹N}۰/۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{q^2}{۲۵\times۱۰^{-۴}}$$

$$q^2=۲۵\times۱۰^{-۱۴}\Rightarrow q=۵\times۱۰^{-۷}\mu C$$

۲ بر این بار در میدان الکتریکی ناشی از بار دیگر نیروی ۰/۹N وارد شده است، از این رو:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow E=\frac{۰/۹}{۵\times۱۰^{-۷}}\Rightarrow E=\frac{۰/۹\times۱۰^۷}{۵}\Rightarrow E=۱/۸\times۱۰^۶\frac{N}{C}$$

نمای ۱۴

۳ ۱۲۷۵ B

۷ **ابتدا محل** سه بار را روی محور مختصات مشخص می‌کنیم و جهت میدان آن‌ها را مشخص می‌کنیم، سپس اندازهٔ هر بار را به کمک رابطه $E=k\frac{q}{r^2}$ در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E}_A=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۴}}\vec{i}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i},\ \vec{E}_B=-۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۴}}\vec{i}=-\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{i}$$

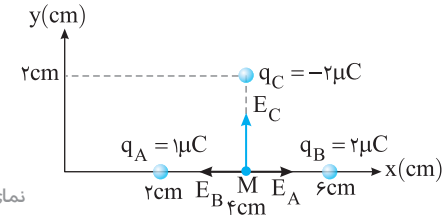
$$\vec{E}_C=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۴}}\vec{j}=\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{j}$$

میدان‌های $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ با توجه به شکل، در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$\vec{E}_{AB}=\vec{E}_A+\vec{E}_B=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i}-\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{i}=-\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i}$$

اکنون می‌توان بردار میدان الکتریکی را برحسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نوشت:

$$\vec{E}=\vec{E}_{AB}\vec{i}+\vec{E}_C\vec{j}=-\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i}+\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{j}$$



نمای ۱۷

B ۱۲۷۵ ۲

۸ **خط فکری** در حل این مسائل حتماً باید راجع‌به نیروها فکر کنید، بر ذره دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی وزن رو به پایین و دیگری نیروی الکتریکی که میدان بر ذره باردار وارد می‌کند که این نیرو باید رو به بالا و هم‌اندازهٔ نیروی وزن باشد، تا مانع انحراف ذره رو به پایین شود و ذره به حرکت خود بدون انحراف ادامه دهد.

۱ نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم.

۲ نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم.

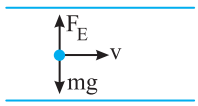
$$F_{net}=0\ ,\ F_E=mg \xrightarrow{F_E=|q|E} |q|E=mg$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۶}\times E=۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow E=۱۰^{۴}\ N/C$$

۳ میدان الکتریکی بر بار منفی نیرویی خلاف جهت میدان وارد می‌کند و چون نیروی الکتریکی وارد بر بار $-۴\mu C$ رو به بالاست، جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.

۴ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان یکنواخت برابر با:

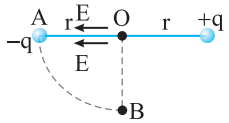
$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow|\Delta V|=۱۰^{۴}\times۰/۱\Rightarrow|\Delta V|=۱۰^{۳}V$$



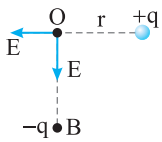
نمای ۲۱

B ۱۲۷۵ ۳

۹ **میدان الکتریکی** بار q در فاصلهٔ r را E می‌نامیم، چون بارهای $+q$ و $-q$ هم‌اندازه‌اند و در فاصلهٔ یکسان r از نقطهٔ O قرار می‌گیرند میدان آن‌ها برابر E است. میدان الکتریکی بیشینه وقتی است که میدان دو بار هم‌جهت باشند و با هم جمع شوند در این صورت بار $-q$ باید در نقطهٔ A باشد و اندازهٔ میدان برایند خواهد شد: $E_{max}=E+E=۲E$



اگر بار $-q$ در نقطهٔ B باشد میدان الکتریکی کمینه خواهد شد. دو میدان بر هم عمود می‌شوند و بردار میدان بنا به رابطهٔ فیثاغورس خواهد شد:

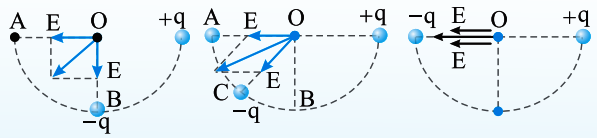


$$E_{min}=\sqrt{E^{۲}+E^{۲}}=\sqrt{۲}E$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{E_{max}}{E_{min}}=\frac{۲E}{\sqrt{۲}E}=\sqrt{۲}$$

یادداشت ریاضی هر گاه زاویهٔ بین دو بردار افزایش یابد، برایند دو بردار کاهش می‌یابد. به شکل‌های زیر نگاه کنید:



اگر بار $-q$ به جای نقطهٔ B در نقطهٔ C بود، اندازهٔ بردار برایند بزرگ‌تر بود، بنابراین در B بردار برایند از بقیهٔ نقاط A تا B کوچک‌تر است.

نمای ۱۷

B ۱۲۷۵ ۳

۱۰ به خط cc′ دقت کنید. این خط بر خطوط میدان بین دو نقطه عمود است. پتانسیل الکتریکی تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان با هم برابر است. بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ c و c′ با هم برابر است $V_c=V_{c'}$ از طرفی پتانسیل نقطهٔ a همان اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ a و اتصال به زمین است.

در صورت مسئله $V_c-V_b=۵V$ بیان شده است به کمک رابطهٔ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ در میدان الکتریکی یکنواخت خواهیم داشت:

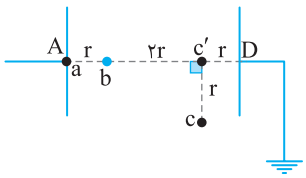
$$\Delta V=Ed\xrightarrow{\Delta V=۵V}۵=E(۲r)\Rightarrow E=\frac{۵}{۲r}$$

در تمام نقاط این میدان یکنواخت و ثابت است بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ فلزی خواهد شد.

$$|\Delta V_{AD}|=Ed\xrightarrow{d=۴r}|\Delta V_{AD}|=\frac{۵}{۲r}\times۴r=۱۰V$$

در صورت سؤال $V_c-V_b=۵V$ شده است پس پتانسیل نقطهٔ c بیشتر از پتانسیل نقطهٔ b است بنابراین باید پتانسیل صفحهٔ D نیز از پتانسیل صفحهٔ A بیشتر باشد، پس:

$$V_D-V_A=۱۰\xrightarrow[\text{اتصال به زمین}]{V_D=۰}V_a=-۱۰V$$



نمای ۲۶

پنجره ۵

A ۱۲۷۶ ۲

یادآوری ظرفیت یک خازن بنا به تعریف برابر نسبت بار الکتریکی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن $C=\frac{Q}{V}$ است که ظرفیت خازن به Q و V بستگی ندارد، بلکه ظرفیت خازن از ویژگی‌های ساختمانی خازن است و برای خازن تخت $C=\kappa\varepsilon_{۰}A/d$ است که در آن A مساحت صفحات خازن، d فاصلهٔ صفحات و κ ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن است.

ظرفیت خازن همان‌گونه که بیان شد به بار روی صفحات و ولتاژ بین دو صفحهٔ خازن بستگی ندارد اما به فاصلهٔ دو صفحه و مساحت سطح هر صفحه بستگی دارد.

A ۱۲۷۷ ۱

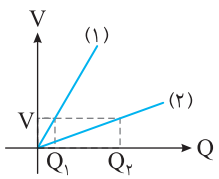
خط فکری بار روی صفحات خازن $+۴\mu C$ و $-۴\mu C$ است و در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ منظور از Q اندازهٔ بار روی یکی از صفحات خازن است. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است و برای به‌دست آوردن اختلاف پتانسیل دو سر باتری باید پتانسیل دو پایانهٔ آن را از هم کم کنید.

Q بار هر صفحه خازن $(۴\mu C)$ و V اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن یعنی $(V_+-V_-=۸-(-۸)=۱۶V)$ است.

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۶}F=۰/۲۵\mu F$$

B ۱۲۷۸ ۳

در یک ولتاژ دلخواه مانند V که روی شکل است، کاملاً مشخص است که بار $Q_۱$ از بار $Q_۲$ کمتر است. بنابراین:



$$\left.\begin{aligned}C_۱=\frac{Q_۱}{V}\\ C_۲=\frac{Q_۲}{V}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{Q_۱<Q_۲}C_۱<C_۲$$

مبانی شیب نمودار ولتاژ دو سر خازن برحسب بار الکتریکی صفحات آن برابر وارون ظرفیت خازن است و هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، ظرفیت خازن کوچک‌تر است.

B ۱۲۷۹ ۱

خط فکری در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q بار هر صفحه و V اختلاف پتانسیل بین دو صفحه است و با تغییر Q و یا V ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

با دو برابر شدن بار یکی از صفحات در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q دو برابر شده و چون ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، داریم:

$$C_۱=C_۲\Rightarrow\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}\xrightarrow[V_۲=nV_۱]{Q_۲=۲Q_۱}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{۲Q_۱}{nV_۱}\Rightarrow n=۲$$

A ۱۲۸۰ **۲**

خط فکری ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد و با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات آن تغییر می‌کند تا ظرفیت خازن ثابت بماند. بنابراین ظرفیت خازن را در دو حالت برابر قرار دهید و مسئله را حل کنید.

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=Q/V$ به‌دست می‌آید. ظرفیت خازن در دو حالت یکی است از این رو:

$$C=C'\Rightarrow\frac{Q}{V}=\frac{Q'}{V'}\quad(1)$$

با توجه به فرض مسئله بار الکتریکی ۵۰٪ افزایش یافته است.

$$Q'=Q+\frac{۵۰}{۱۰۰}Q\Rightarrow Q'=\frac{۳}{۲}Q\quad(2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{Q}{V}=\frac{\frac{۳}{۲}Q}{V'}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

B ۱۲۸۱ **۳**

نکته ۱ ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه و بار ذخیره شده روی صفحات بستگی ندارد و در واقع اگر شکل خازن تغییر نکند، نسبت بار ذخیره شده روی صفحات و اختلاف پتانسیل دو صفحه ثابت است.

نکته ۲ اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، بار ذخیره شده روی صفحات نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به نکته بالا ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل و بار صفحات ثابت می‌ماند:

$$C_۱=C_۲\xrightarrow{C=\frac{Q}{V}}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}\xrightarrow[V_۲=V_۱+۴]{Q_۲=Q_۱+۲\times۱۰^{-۶}}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۱+۲\times۱۰^{-۶}}{V_۱+۴}$$

$$Q_۱V_۱+۴Q_۱=Q_۱V_۱+۲\times۱۰^{-۶}V_۱\Rightarrow۴Q_۱=۲\times۱۰^{-۶}V_۱\Rightarrow\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴}$$

ظرفیت خازن برابر است با:

$$C=\frac{Q_۱}{V_۱}\xrightarrow{\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴}}C=\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴}F=۰/۵\times۱۰^{-۶}F=۰/۵\mu F$$

A ۱۲۸۲ **۴**

خط فکری در فرمول ظرفیت خازن تخت $(C=\varepsilon_۰A/d)$ و همچنین قانون کولن $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ که در آن $k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ است، $\varepsilon_۰$ وجود دارد که از این روابط باید یکای ضریب گذردهی خلأ را برحسب یکاهای دیگر به‌دست آورید.

با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow\text{فاراد}\equiv\varepsilon_۰\frac{\text{متر مربع}}{\text{متر}}\varepsilon_۰\equiv(\frac{F}{m})$$

و با توجه به قانون کولن:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow k\equiv(\frac{N.m^۲}{C^۲})\xrightarrow{k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}}\varepsilon_۰\equiv(\frac{C^۲}{N.m^۲})$$

A ۱۲۸۳ **۲**

تنها یک فرمول‌نویسی ساده و یک جای‌گذاری داده‌های مسئله شما را به جواب می‌رساند.

ظرفیت خازن تخت برابر است با:

$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow[\kappa=۵\,,\,d=۱۰^{-۴}m]{C=۱/۸\times۱۰^{-۹}F}۱/۸\times۱۰^{-۹}=۵\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{A}{۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow A=۴\times۱۰^{-۳}m^۲\Rightarrow A=۴۰cm^۲$$

A ۱۲۸۴ **۱**

۱ ابتدا به کمک ولتاژ دو سر خازن و بار الکتریکی صفحات آن، ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[V=۱۰V]{Q=۲۰\times۱۰^{-۱۲}C}C=\frac{۲۰\times۱۰^{-۱۲}}{۱۰}\Rightarrow C=۲\times۱۰^{-۱۲}F$$

۲ اکنون می‌توانیم با نوشتن رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، فاصلهٔ صفحات خازن را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases}A=۲cm^۲\\ \varepsilon_۰=۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{C^۲}{N.m^۲}\Rightarrow C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow۲\times۱۰^{-۱۲}=۵\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{d}\\ \kappa=۵\\ C=۲\times۱۰^{-۱۲}F\end{cases}$$

$$\Rightarrow d=۴/۵\times۱۰^{-۳}m=۴/۵mm$$

A ۱۲۸۵ **۳**

خط فکری تعداد یون‌های یک‌بار یونیده خواسته شده است. منظور از یون یک‌بار یونیده یعنی اتمی که یک الکترون خود را از دست داده و حال دارای بار $+e$ است. بنابراین شما باید ابتدا ظرفیت خازن را حساب کنید، سپس بار الکتریکی صفحات را به‌دست بیاورید تا بتوانید تعداد یون‌ها را از رابطهٔ $q=ne$ حساب کنید.

ابتدا ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow C=۳\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۱۰^{-۴}\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow C=۰/۲۷pF$$

با توجه به ظرفیت خازن بار الکتریکی Q را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\Rightarrow Q=۰/۲۷\times۱۰^{-۱۲}\times۸۰\times۱۰^{-۳}=۲۱/۶\times۱۰^{-۱۵}C$$

هر یون یک‌بار یونیده دارای بار $e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ است. از این رو تعداد یون‌ها خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow۲۱/۶\times۱۰^{-۱۵}=n(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\Rightarrow n=۱۳/۵\times۱۰^{۴}\Rightarrow n=۱/۳۵\times۱۰^{۵}$$

A ۱۲۸۶ **۳**

ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) و بار الکتریکی صفحات آن بستگی ندارد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است.

ظرفیت یک خازن تخت برابر $C=\kappa\varepsilon_۰A/d$ است که نشان می‌دهد ظرفیت خازن با d نسبت وارون دارد. یعنی نمودار $C-d$ نمی‌تواند یک خط راست باشد. زیرا خط راست مربوط به تابع درجهٔ اول است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۱۲۸۷ **۲**

خط فکری ظرفیت خازن برابر $C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ است بنابراین ظرفیت خازن با ثابت دی‌الکتریک (κ) رابطهٔ مستقیم و فاصلهٔ دو صفحه از هم (d) رابطهٔ عکس دارد.

در حالت اول بین صفحات خازن هوا قرار دارد و $\kappa_۱=۱$ است، در این صورت نسبت ظرفیت خازن در دو حالت برابر است با:

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\kappa_۲\varepsilon_۰\frac{A_۲}{d_۲}}{\kappa_۱\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱}}\xrightarrow{A_۲=A_۱}\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲}\xrightarrow[\kappa_۲=۳/۶]{d_۲=\frac{d_۱}{۲}}$$

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{۳/۶}{۱}\times\frac{d_۱}{\frac{d_۱}{۲}}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۷/۲$$

B ۱۲۸۸ **۱**

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_۰A}{d}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$C_{\text{میکا}}=\frac{۷}{۰/۳\times۱۰^{-۳}}\varepsilon_۰A=\frac{۷\times۱۰^{۴}}{۳}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{شیشه}}=\frac{۵}{۰/۲\times۱۰^{-۲}}\varepsilon_۰A=\frac{۵\times۱۰^{۳}}{۲}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{پارافین}}=\frac{۲}{۰/۱\times۱۰^{-۲}}\varepsilon_۰A=۲\times۱۰^{۳}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{پلاستیک}}=\frac{۳}{۰/۲\times۱۰^{-۳}}\varepsilon_۰A=\frac{۳}{۲}\times۱۰^{۴}\varepsilon_۰A$$

بنابراین بیشترین ظرفیت خازن برای میکا است.

میانبر البته چون مساحت صفحات و ε_0 در همه یکسان است کافی بود که شما نسبت $\frac{\kappa}{d}$ را به‌دست بیاورید و در هرکدام که این نسبت بزرگ‌تر بود، ظرفیت بیشتر است. البته حتماً یکای d در همهٔ موارد باید یکسان باشد.

A ۱۲۸۹ ۲

۱ با داشتن فاصلهٔ صفحات خازن در حالت اول $(d_1=1\,mm)$ و در حالت دوم $(d_2=1/2\,mm)$ می‌توان نسبت ظرفیت C_1 و C_2 را حساب کرد. بنابراین:

$$\begin{cases} C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d_1} \\ C_2=\varepsilon_0\frac{A}{d_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{1/2}{1}=1/2 \Rightarrow C_1=1/2C_2$$

۲ با افزایش فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد یعنی $C_1>C_2$ است و بنابر فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$C_1-6=C_2 \xrightarrow{C_1=1/2C_2} 1/2\,C_2-6=C_2 \Rightarrow C_2=30\mu F$$

۳ ظرفیت اولیهٔ خازن خواهد شد: $C_1=1/2\,C_2 \Rightarrow C_1=1/2\times 30 \Rightarrow C_1=36\mu F$

B ۱۲۹۰ ۳

۱ ظرفیت اولیهٔ خازن و همچنین فاصلهٔ صفحات در حالت اول $d_1=5\,mm$ و در حالت دوم $d_2=2\,mm$ داده شده است. بنابراین ظرفیت خازن را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و با تقسیم آن‌ها بر هم، ظرفیت خازن در حالت جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{60}=\frac{5}{2} \Rightarrow C_2=150\,pF$$

۲ بار الکتریکی در حالت اول برابر است با: $Q_1=C_1V \Rightarrow Q_1=60\times 8=480\,pC$

بار الکتریکی در حالت دوم برابر است با: $Q_2=C_2V \Rightarrow Q_2=150\times 8=1200\,pC$

۳ بنابراین بار مبادله شده بین خازن و مدار کامپیوتر خواهد شد:

$$\Delta Q=Q_2-Q_1=1200-480=720\,pC$$

A ۱۲۹۱ ۳

خط فکری طبق معمول هرگاه یک مسئله برای یک رابطه در دو حالت بیان می‌شود باید رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم کرد تا چگونگی تغییر کمیت مورد نظر به‌دست آید.

ظرفیت خازن برابر C است، بنابراین:

$$C_1=\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1},\ C_2=\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2} \xrightarrow[A_2=\frac{1}{2}A_1]{d_2=\frac{1}{2}d_1} \frac{C_2}{C_1}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{1}{2}}=1$$

بازی با سؤال مساحت صفحات خازن تختی را که دی‌الکتریک آن هواست، نصف و فاصلهٔ بین دو صفحه آن را ۳ برابر می‌کنیم، اگر فضای بین دو صفحه را با دی‌الکتریک به ثابت ۴/۵ پُر کنیم، ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟ قلم‌چی

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۴

A ۱۲۹۲ ۲

یادآوری میدان الکتریکی بین صفحات خازن یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ $E=V/d$ به‌دست می‌آید که d فاصلهٔ صفحات خازن و V ولتاژ دو سر خازن است.

با توجه به رابطهٔ $E=V/d$ با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن از 10V به 8V میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد. بنابراین $E_2<E_1$ است و با توجه به صورت مسئله خواهیم داشت:

$$E_1-E_2=500 \xrightarrow{E=V/d} \frac{V_1}{d}-\frac{V_2}{d}=500 \Rightarrow \frac{10-8}{d}=500$$

$$\Rightarrow d=\frac{2}{500}\,m \Rightarrow d=4\,mm$$

بازی با سؤال اختلاف پتانسیل دو سر خازنی 6V است. برای آن‌که میدان الکتریکی بین صفحات آن ۱۵٪ افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن باید چند ولت شود؟

۱) ۷/۵ ۲) ۶/۹ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۱

گزینهٔ ۲

A ۱۲۹۳ ۴

خازن‌ها معمولاً با مقدار ظرفیت و ولتاژ بیشینهٔ قابل تحمل آن‌ها مشخص می‌شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست و گزارهٔ (ب) درست است.

حضور دی‌الکتریک در خازن، سبب افزایش بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود.

البته اگر ولتاژ بین دو صفحه خازن از حدی فراتر رود تعدادی از الکترون‌های اتم‌های مادهٔ دی‌الکتریک، توسط میدان الکتریکی ایجاد شده بین دو صفحه کنده می‌شوند و مسیرهایی رسانا درون دی‌الکتریک ایجاد می‌شود که سبب تخلیهٔ خازن می‌گردد که به آن فروریزش الکتریکی گویند. بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست و گزارهٔ (ت) درست است.

نکته فروریزش الکتریکی در عایق بین دو صفحهٔ خازن معمولاً با ایجاد جرقه همراه است و در بیشتر مواقع (**نه در همهٔ موارد**) خازن را می‌سوزاند.

A ۱۲۹۴ ۳

یادآوری هرچه تعداد خط‌های میدان بیشتر و فاصلهٔ آن‌ها از هم کمتر باشد یعنی تراکم خطوط میدان بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است.

در شکل‌های داده شده در شکل گزینهٔ (۳) تراکم خطوط بیشتر است بنابراین میدان الکتریکی بین صفحات خازن در این حالت از بقیه بیشتر است. برای یک خازن، میدان الکتریکی بین صفحات آن از رابطهٔ $E=V/d$ پیروی می‌کند بنابراین با ثابت بودن d، وقتی میدان بزرگ‌تر است که ولتاژ دو سر خازن بیشتر باشد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر خازن در گزینهٔ (۳) از بقیهٔ گزینه‌ها بیشتر و به بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن نزدیک‌تر است.

A ۱۲۹۵ ۲

میدان یکنواخت بین دو صفحه با رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ به‌دست می‌آید که V همان اختلاف پتانسیل بین دو صفحه (ΔV) است که به اختصار آن را V می‌نویسیم، پس خازن‌هایی که نسبت $\frac{V}{d}$ برابری داشته باشند دارای میدان الکتریکی یکنواخت برابری هستند. بنابراین نسبت $\Delta V/d$ را برای هر چهار شکل به‌دست می‌آوریم.

$$E_{الف}=\frac{\Delta V_{الف}}{d_{الف}}=\frac{45-(-15)}{1/5\times10^{-2}}=4\times10^{2}\,V/m$$

$$E_{ب}=\frac{\Delta V_{ب}}{d_{ب}}=\frac{30-0}{1/5\times10^{-2}}=2\times10^{2}\,V/m$$

$$E_{پ}=\frac{\Delta V_{پ}}{d_{پ}}=\frac{18-(-18)}{0/9\times10^{-2}}=4\times10^{2}\,V/m$$

$$E_{ت}=\frac{\Delta V_{ت}}{d_{ت}}=\frac{47-20}{0/9\times10^{-2}}=3\times10^{2}\,V/m$$

بنابراین میدان الکتریکی خازن‌های (الف) و (پ) برابر است.

B ۱۲۹۶ ۳

ظرفیت خازن بنابه تعریف $C=Q/V$ و میدان الکتریکی بین صفحات خازن $E=V/d$ است. بنابراین:

$$C=\frac{Q}{V} \Rightarrow V=\frac{Q}{C} \xrightarrow{E=V/d \Rightarrow V=Ed} Ed=\frac{Q}{C} \Rightarrow E=\frac{Q}{Cd} \quad (1)$$

ظرفیت خازن تخت را که برابر $C=\kappa\varepsilon_0A/d$ است، در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\times d} \Rightarrow E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}$$

بار خازن $C=90\times10^{-9}C$، ثابت دی‌الکتریک آن $\kappa=1$ و مساحت صفحات آن $A=10\times10^{-4}\,m^2$ است. بنابراین میدان خواهد شد:

$$E=\frac{90\times10^{-9}}{1\times9\times10^{-12}\times10\times10^{-4}} \Rightarrow E=10^{7}\,\frac{V}{m}$$

میانبر میدان درون صفحات خازن بدون دی‌الکتریک از رابطهٔ $E=\frac{Q}{\varepsilon_0A}$ به‌دست می‌آید.

A ۱۲۹۷ ۲

وقتی میدان الکتریکی بین صفحات خازن بیشینه می‌شود که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن بیشینه شود. با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن خواهیم داشت:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=E_{max}\times d\Rightarrow V_{max}=۳۰\times ۲=۶۰kV$$

B ۱۲۹۸ ۲

میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن برابر است با:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{۱۰۰}{۲\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۵۰۰۰V/m$$

نیرویی که این میدان بر بار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=Eq\Rightarrow F=۵۰۰۰\times ۵\times ۱۰^{-۶}=۲/۵\times ۱۰^{-۲}N$$

B ۱۲۹۹ ۳

خط فکری با یک مسئلهٔ ترکیبی از فصل کار و انرژی پایهٔ دهم و فصل الکتریسیتهٔ ساکن پایهٔ یازدهم روبه‌رو هستیم. الکترونی تحت تأثیر نیرویی که میدان الکتریکی صفحات خازن $(F=qE)$ بر آن وارد می‌کنند از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت می‌رود و بنابر قضیهٔ کار و انرژی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی الکترون می‌شود. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر الکترون و جابه‌جایی آن هم‌جهت است. بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی صفر است. از این رو کار نیروی الکتریکی وارد بر الکترون برابر است با:

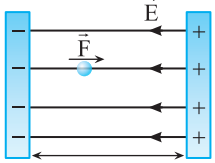
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[F=qE]{\theta=۰\Rightarrow\cos\theta=۱}W_E=qEd\qquad(۱)$$

۲ تغییر انرژی جنبشی الکترون خواهد شد:

$$\Delta K=K_۲-K_۱\xrightarrow{K_۱=۰,\ K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲}\Delta K=\frac{۱}{۲}mv^۲\qquad(۲)$$

۳ بنابه قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_E=\Delta K\xrightarrow{(۱),(۲)}qEd=\frac{۱}{۲}mv^۲$$



داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۱۰۰۰\times d=\frac{۱}{۲}\times ۹/۱\times ۱۰^{-۳۱}\times ۱۰^{۱۴}$$

$$\Rightarrow d\simeq ۰/۲۸۴m\Rightarrow d=۲۸/۴cm$$

B ۱۳۰۰ ۳

ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر است با:

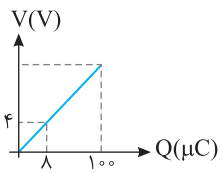
$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}=۴\times ۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\times(\frac{۲\times ۱۰^{-۲}}{۰/۲\times ۱۰^{-۳}})=۳۵/۴\times ۱۰^{-۱۰}F=۳/۵۴nF$$

حال با داشتن E_{max} و فاصله بین دو صفحه از هم می‌توان V_{max} را محاسبه کرد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=۲۴\times ۱۰^۳(\frac{kV}{m})\times ۰/۲\times ۱۰^{-۳}(m)=۴/۸kV$$

B ۱۳۰۱ ۴

با توجه به نمودار روبه‌رو می‌توان ظرفیت خازن را به‌دست آورد.



$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow C=\frac{۸\times ۱۰^{-۶}}{۴}=۲\times ۱۰^{-۶}F=۲\mu F$$

همچنین بیشینه بار زمانی روی خازن ذخیره می‌شود که خازن به بیشینهٔ ولتاژ قابل تحمل خود وصل شود و در این حالت میدان درون خازن برابر بیشینه میدان قابل تحمل خازن است. چون شرایط فیزیکی خازن تغییر نمی‌کند بنابراین ظرفیت آن همان $۲\mu F$ باقی می‌ماند. بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\frac{Q_{max}}{V_{max}}=\frac{۱۰۰\times ۱۰^{-۶}}{V_{max}}\xrightarrow{C=۲\mu F}V_{max}=۵۰V$$

در این صورت بیشینه میدان الکتریکی قابل تحمل بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵V/mm$$

A ۱۳۰۲ ۲

خط فکری با توجه به صورت سؤال ظرفیت خازن C و اختلاف پتانسیل آن V داده شده است. پس انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۱۰^{-۶}\times(۱۰)^۲\Rightarrow U=۲۵۰\times ۱۰^{-۶}J=۲۵۰\mu J$$

بازی با سؤال **خازنی به منبع برق ۲۰۰ ولت وصل است. اگر انرژی ذخیره شده در آن ۱/۸J باشد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟** خارج تجربی - ۹۳

۱) ۲۷ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

گزینهٔ ۳

B ۱۳۰۳ ۲

خط فکری توان متوسط خروجی در خازن: به مقدار انرژی تخلیه شده از خازن در واحد زمان توان متوسط خروجی گویند. بنابراین برای یافتن توان خروجی خازن ابتدا باید انرژی خازن را بیابید سپس توان خروجی آن را به کمک رابطهٔ $P=U/t$ به‌دست بیاورید. انرژی ذخیره شده در صفحات خازن یک فلاش عکاسی برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲=\frac{۱}{۲}\times ۶۰۰\times ۱۰^{-۶}\times ۹\times ۱۰^۴=۲۷J$$

توان خروجی متوسط فلاش خواهد شد:

$$P=\frac{U}{t}=\frac{۲۷}{۱۰^{-۳}}=۲۷\times ۱۰^۳W=۲۷kW$$

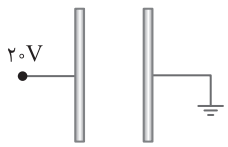
B ۱۳۰۴ ۲

۱ ابتدا بار ذخیره شده روی هر صفحهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=ne\xrightarrow[e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C]{n=۵\times ۱۰^{۱۵}}Q=(۱/۶\times ۱۰^{-۱۹})(۵\times ۱۰^{۱۵})$$

$$\Rightarrow Q=۸\times ۱۰^{-۴}C$$

۲ صفحات خازن به پتانسیل ۵۰V و زمین با پتانسیل صفر وصل است:



$$V=۲۰-۰=۲۰V$$

۳ انرژی ذخیره شده توسط خازن برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}QV\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times(۸\times ۱۰^{-۴})\times(۲۰)\Rightarrow U=۸\times ۱۰^{-۳}J=۸mJ$$

A ۱۳۰۵ ۴

خط فکری در گام نخست با توجه به اطلاعات داده شده، ظرفیت خازن $(C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d})$ را به‌دست می‌آوریم. در گام بعدی با توجه به رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow C=۵\times(۹\times ۱۰^{-۱۲})\times\frac{۱}{۰/۵\times ۱۰^{-۳}}=۹\times ۱۰^{-۸}F$$

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۹\times ۱۰^{-۸}\times(۲۰۰)^۲\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۹\times ۱۰^{-۸}\times ۴\times ۱۰^۴$$

$$=۱۸\times ۱۰^{-۴}J=۱۸\times ۱۰^{-۱}mJ=۱/۸mJ$$

B ۱۳۰۶ ۳

خط فکری نمودار انرژی خازن برحسب بار آن داده شده است، بنابراین از رابطهٔ انرژی $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ باید استفاده کرد و داده‌های مسئله را در حالت اول و دوم در رابطه قرار داده و آن دو رابطه را از هم کم کرد.

۱ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_۱=۳\times ۱۰^{-۶}C$ است برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{C}\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{(۳)^۲}{C}$$

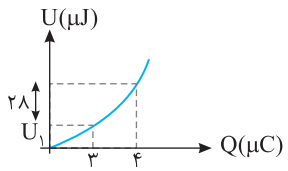
۲ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_۲=۴\times ۱۰^{-۶}C$ است خواهد شد:

$$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{(۴)^۲}{C}$$

۳ با توجه به نمودار دو انرژی را از هم کم کرده و برابر $۲۸\mu J$ قرار می‌دهیم:

$$U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{(۴^۲-۳^۲)}{C}\Rightarrow ۲۸=\frac{۱}{۲}\frac{(۱۶-۹)}{C}\Rightarrow C=\frac{۱}{۸}\mu F$$

۴ انرژی $U_۱$ را حساب می‌کنیم: $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}\Rightarrow U_۱=\frac{۳^۲}{۲\times\frac{۱}{۸}}\Rightarrow U_۱=۳۶\mu J$



میانبر می‌توانید از رابطهٔ مقابل استفاده کنید. $\frac{\Delta U}{U_۱}=\frac{Q_۲^۲-Q_۱^۲}{Q_۱^۲}$

A ۱۳۰۷ ۳

خط فکری در مسئله از تغییر انرژی در اثر تغییر ولتاژ خازن صحبت شده است

بنابراین فرمول $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ را باید به‌کار برد.

در دو حالت فرمول را نوشته، به هم تقسیم می‌کنیم تا یک رابطه بین U و V به‌دست بیاوریم.

$$\begin{cases}U_۲=\frac{۱}{۲}CV_۲^۲\\U_۱=\frac{۱}{۲}CV_۱^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{V_۲^۲}{V_۱^۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=(\frac{۱۵}{۲۰})^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۹}{۱۶}$$

A ۱۳۰۸ ۴

با تخلیه بار الکتریکی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، حال با استفاده از رابطه $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ به حل مسأله می‌پردازیم:

ولتاژ دو سر خازن ٪۸۰ کاهش یافته، بنابراین:

$$V_۲=V_۱-\frac{۸۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=\frac{۲}{۱۰}V_۱$$

رابطهٔ انرژی را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}CV_۲^۲}{\frac{۱}{۲}CV_۱^۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{(\frac{۲}{۱۰}V_۱)^۲}{V_۱^۲}=\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow U_۲=\frac{۴}{۱۰۰}U_۱$$

تغییر انرژی خازن برابر است با:

$$\Delta U=U_۲-U_۱\Rightarrow\Delta U=\frac{۴}{۱۰۰}U_۱-U_۱=-\frac{۹۶}{۱۰۰}U_۱$$

بنابراین درصد تغییرات انرژی خازن خواهد شد:

$$\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰=\frac{-\frac{۹۶}{۱۰۰}U_۱}{U_۱}\times۱۰۰=-۹۶٪$$

بنابراین انرژی خازن ٪۹۶ کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **چند درصد انرژی خازنی را تخلیه کنیم تا اختلاف پتانسیل بین صفحات آن نصف شود؟**

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۳

B ۱۳۰۹ ۱

خط فکری ظرفیت خازن معلوم است، بار خازن افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در خازن افزایش یافته است. باید رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ را در حالت اولیه و ثانویه بنویسید.

بار اولیه را حساب کنید سپس به سراغ ولتاژ اولیه بروید.

۱ بار خازن ٪۲۵ افزایش یافته یعنی:

$$Q_۲=Q_۱+۰/۲۵Q_۱=\frac{۵}{۴}Q_۱$$

۲ انرژی خازن در حالت اول و دوم را نوشته از هم کم می‌کنیم و مساوی $۹۰\mu J$ قرار می‌دهیم.

$$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C},U_۲=\frac{Q_۲^۲}{۲C}\Rightarrow U_۲-U_۱=\frac{Q_۲^۲-Q_۱^۲}{۲C}\Rightarrow ۹۰=\frac{(\frac{۵}{۴}Q_۱)^۲-Q_۱^۲}{۲\times۵}$$

$$\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۲۵}{۱۶}Q_۱^۲-Q_۱^۲\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۲۵Q_۱^۲-۱۶Q_۱^۲}{۱۶}\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۹Q_۱^۲}{۱۶}\Rightarrow Q_۱=۴۰\mu C$$

۳ اکنون ولتاژ اولیه قابل محاسبه است. $C=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow V_۱=\frac{Q_۱}{C}=\frac{۴۰}{۵}=۸V$

بازی با سؤال **ظرفیت خازنی $۲۲\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیهٔ آن چند میکروکولن است؟**

خارج ریاضی - ۸۶

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲×۱۰^{-۲} ۴) ۴×۱۰^{-۲}

گزینهٔ ۲

B ۱۳۱۰ ۱

ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند. ظرفیت را در دو حالت مساوی قرار می‌دهیم:

$$C_۱=C_۲\xrightarrow{C=\frac{Q}{V}}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}$$

با توجه به فرض مسئله $V_۲=۱/۵V_۱$ و $Q_۲=Q_۱+۲۰$ از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۱+۲۰}{۱/۵V_۱}\Rightarrow ۱/۵Q_۱=Q_۱+۲۰\Rightarrow ۰/۵Q_۱=۲۰\Rightarrow Q_۱=۴۰\mu C$$

$$Q_۲=Q_۱+۲۰=۶۰\mu C$$

انرژی ذخیره شده در خازن را از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ برای حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

انرژی در حالت اول: $U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{C}\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۶۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}$

انرژی در حالت دوم: $U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳۶۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۱۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم $۲۰۰\mu J$ بیشتر از انرژی ذخیره شده در حالت اول است:

$$U_۲-U_۱=۲۰۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow\frac{۱۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}-\frac{۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow\frac{۱۰۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow C=۵\times۱۰^{-۶}F=۵\mu F$$

B ۱۳۱۱ ۳

ولتاژ دو سر خازن‌ها را داریم. بنابراین برای بررسی انرژی خازن‌ها از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ استفاده می‌کنیم.

انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱$: $U_۱=\frac{۱}{۲}C_۱V_۱^۲$

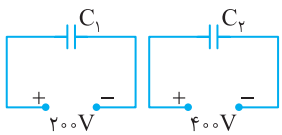
انرژی ذخیره شده در خازن $C_۲$: $U_۲=\frac{۱}{۲}C_۲V_۲^۲$

دو انرژی را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{V_۱}{V_۲})^۲$ (۱)

انرژی خازن $C_۱$، ۲۰ درصد $(\frac{۲۰}{۱۰۰})$ انرژی خازن $C_۲$ است یعنی: $\frac{U_۱}{U_۲}=۰/۲$ (۲)

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۰/۲=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{۲۰۰}{۴۰۰})^۲\Rightarrow ۰/۲=\frac{C_۱}{C_۲}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{C_۱}{C_۲}=۰/۸\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{۵}{۴}$$

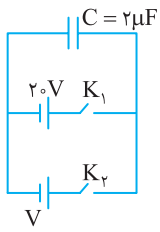


B ۱۳۱۲ ۱

حالت اول: فقط کلید K_1 بسته و خازن به اختلاف پتانسیل $20V$ وصل شده و انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با: $U_1=\frac{1}{2}CV_1^2=\frac{1}{2}\times 2(20)^2\Rightarrow U_1=400\mu J$

حالت دوم: کلید K_1 باز و K_2 را بسته‌ایم و ولتاژ دو سر خازن برابر $V_2=V$ شده است و انرژی خازن به اندازهٔ $U_2-U_1=500\mu J$ افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت: $U_2=U_1+500\Rightarrow U_2=400+500=900\mu J$

اکنون می‌توان ولتاژ V را حساب کرد. $U_2=\frac{1}{2}CV_2^2\Rightarrow 900=\frac{1}{2}\times 2V^2\Rightarrow V=30V$



B ۱۳۱۳ ۲

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم. البته ابتدا واحد انرژی را از کیلووات ساعت به ژول تبدیل می‌کنیم. کیلووات ساعت یکی از واحدهای اندازه‌گیری انرژی است[1] که در آن کیلووات یکای توان و ساعت یکای زمان است یعنی اگر در رابطهٔ توان ($P=\frac{W}{t}$ یا $P=\frac{U}{t}$) توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، انرژی برحسب کیلووات ساعت به‌دست می‌آید. در واقع کیلووات ساعت یکای انرژی مصرفی برق است که در قبض برق خانه‌ها نوشته می‌شود.

اکنون ببینیم هر کیلووات ساعت چند ژول است.

$$U=P.t\xrightarrow[1h=3600s]{kW=1000W}U=1000W\times 3600s\Rightarrow 1kWh=3/6\times 10^6 J$$

ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$U=10^{-6}kWh\Rightarrow U=10^{-6}\times 3/6\times 10^6\Rightarrow U=3/6J$$

ظرفیت خازن را با استفاده از رابطهٔ انرژی خازن به‌دست می‌آوریم.

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow 3/6=\frac{1}{2}\times C\times(10^3)^2\Rightarrow C=7/2\times 10^{-6}F\Rightarrow C=7/2\mu F$$

B ۱۳۱۴ ۱

خط فکری وقتی از صفحهٔ منفی خازن بار مثبت جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌کنیم، بار صفحهٔ منفی، منفی‌تر و بار صفحهٔ مثبت، مثبت‌تر می‌شود و بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. انرژی خازن را در حالت اول که بار آن Q_1 است و در حالت دوم که بار آن $Q_2=Q_1+3$ میکروکولن است نوشته و انرژی‌ها را از هم کم می‌کنیم و برابر $900mJ$ قرار می‌دهیم. البته ظرفیت خازن را به جای $15\mu F$ برحسب mF قرار می‌دهیم تا محاسبات ساده شود.

انرژی خازن در حالت اول برابر است با: $U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{Q_1^2}{2\times 15\times 10^{-3}}$

انرژی خازن در حالت دوم برابر است با: $U_2=\frac{Q_2^2}{2C}\Rightarrow U_2=\frac{(Q_1+3)^2}{2\times 15\times 10^{-3}}$

اکنون U_2-U_1 را برابر $900mJ$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{(Q_1+3)^2}{2\times 15\times 10^{-3}}-\frac{Q_1^2}{2\times 15\times 10^{-3}}=900\Rightarrow Q_1^2+6Q_1+9-Q_1^2=27$$
$$\Rightarrow 6Q_1=18\Rightarrow Q_1=3mC$$

اکنون انرژی اولیهٔ خازن را حساب می‌کنیم.

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{(3)^2}{2\times 15\times 10^{-3}}\Rightarrow U_1=\frac{9}{30\times 10^{-3}}=3\times 10^{+2}=300mJ$$

۱- با این واحد در فصل ۲ فیزیک ۲ پایه یازدهم آشنا می‌شوید.

بازی با سوال ظرفیت خازنی ۷ میکروفاراد و بار الکتریکی آن $27\mu C$ است. اگر بار الکتریکی $+q$ را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $8J$ زیاد می‌شود. q چند میکروکولن است؟ ریاضی - ۹۹

۱) ۲
۲) ۵۶
۳) ۵۸
۴) گزینه (۱) و (۲) درست است.

گزینهٔ ۱

B ۱۳۱۵ ۱

خط فکری سؤال زیبایی است. از صفحهٔ منفی به اندازهٔ $-6\mu C$ بار منفی جدا کرده بنابراین بار صفحهٔ منفی به‌اندازهٔ $6\mu C$ کاهش می‌یابد از طرفی این بار به صفحهٔ مثبت منتقل شده است، بنابراین $6\mu C$ از بارهای مثبت صفحه مثبت خنثی شده و بار این صفحه نیز به‌اندازهٔ $6\mu C$ کم می‌شود. در این صورت اگر بار اولیهٔ خازن در ابتدا Q_1 بوده اکنون بار خازن $Q_2=Q_1-6$ است. با کاهش بار خازن، بنابه رابطهٔ $U=\frac{\downarrow Q^2}{\text{ثابت}2C}\downarrow$ انرژی خازن کاهش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله انرژی را در دو حالت بنویسید و تفاضل آن‌ها را برابر $28/5\mu J$ قرار دهید.

نکته هرگاه در روابط انرژی، ظرفیت خازن را برحسب μF و بار را برحسب μC قرار دهید، انرژی برحسب μJ به‌دست می‌آید. بنابراین نیازی به تبدیل واحد نیست.

اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$U_1-U_2=28/5\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{12}-\frac{1}{2}\frac{(Q_1-6)^2}{12}=28/5$$
$$\Rightarrow Q_1^2-Q_1^2+12Q_1-36=24\times 28/5\Rightarrow Q_1-3=57\Rightarrow Q_1=60\mu C$$

در این صورت V_1 خواهد شد: $V_1=\frac{Q_1}{C}=\frac{60}{12}=5V$

A ۱۳۱۶ ۲

نکته هرگاه یک خازن پس از باردار شدن از باتری جدا شده، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت است و هرگونه تغییر در ظرفیت خازن در مقدار بار روی صفحات خازن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری متصل نیست. بنابراین بار روی صفحه‌های آن ثابت است.

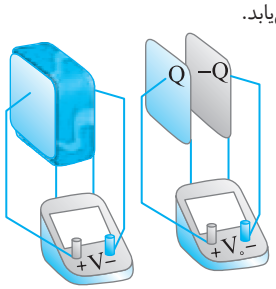
۲ با قرار دادن صفحهٔ دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d}$ با دی‌الکتریک هوا، $C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ با دی‌الکتریک κ $\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\kappa\Rightarrow C_2=\kappa C_1$

ظرفیت افزایش یافته است.

۳ با افزایش ظرفیت و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن خواهیم داشت:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\downarrow V=\frac{\text{ثابت}Q}{C\uparrow}$$

بنابراین ولتاژ کاهش می‌یابد.



A ۱۳۱۷ ۱

نکته هرگاه خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن همواره با ولتاژ دو سر باتری برابر است و تغییر ظرفیت خازن در ولتاژ دو سر آن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است $(V_۲=V_۱)$

۲ با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $(\uparrow C=\varepsilon_۰\frac{A}{d\downarrow})$

۳ با ثابت بودن ولتاژ دو سر خازن و افزایش ظرفیت خازن با توجه به رابطهٔ $(\uparrow U=\frac{۱}{۲}\uparrow CV^۲)$ انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۳۱۸ ۱

۱ خازن از باتری جدا شده است. بنابراین صفحات خازن به جایی وصل نبوده و نمی‌تواند بار دریافت یا از دست بدهد. بنابراین بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند.

۲ با افزایش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت آن کاهش می‌یابد $(\downarrow C=\varepsilon_۰\frac{A}{d\uparrow})$.

۳ با کاهش ظرفیت خازن و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش می‌یابد. $C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\uparrow V=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\downarrow}$

۴ اگر به‌طور مثال فاصلهٔ صفحات را دو برابر کرده باشیم، ظرفیت خازن نصف شده و ولتاژ آن دو برابر می‌شود و با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن $(E=V/d)$ میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند. $E'=۲V/۲d=V/d\Rightarrow E'=E$

A ۱۳۱۹ ۴

۱ خازن از باتری جدا شده است بنابراین بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند.

$Q_۱=Q_۲$

۲ بین صفحات خازن یک دی‌الکتریک قرار داده‌ایم، با قرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

$C_۱=\varepsilon_۰A/d\,,\,C_۲=\kappa\varepsilon_۰A/d\Rightarrow C_۲=\kappa C_۱\Rightarrow C_۲>C_۱$

۳ با ثابت بودن بار روی صفحات خازن و افزایش ظرفیت، ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد.

$C=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{V_{\text{افزایش}}}\Rightarrow V$ کاهش می‌یابد $\Rightarrow V_۲<V_۱$

۴ میدان الکتریکی بین صفحات خازن با ثابت ماندن فاصلهٔ صفحات و کاهش ولتاژ بین صفحات کاهش می‌یابد.

$E=\frac{V_{\text{کاهش}}}{d_{\text{ثابت}}}\Rightarrow E$ کاهش می‌یابد $\Rightarrow E_۲<E_۱$

B ۱۳۲۰ ۱

۱ اگر درون یک خازن، دی‌الکتریک قرار دهیم، ظرفیت آن افزایش می‌یابد.

$\uparrow C=\uparrow\kappa\varepsilon_۰A/d\Rightarrow C_۲>C_۱$

۲ زمانی که خازن به باتری وصل است ولتاژ تغییر نمی‌کند $V_۲=V_۱$

۳ با ثابت بودن ولتاژ بین صفحات و فاصلهٔ بین صفحات خازن میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d_۱=d_۲]{V_۱=V_۲}E_۱=E_۲$

۴ با افزایش ظرفیت خازن و ثابت بودن ولتاژ دو سر آن، بار الکتریکی صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$C=\frac{Q}{V_{\text{ثابت}}}\Rightarrow Q$ افزایش می‌یابد $\Rightarrow Q_۲>Q_۱$ افزایش

B ۱۳۲۱ ۲

از آخر شروع می‌کنیم.

۱ فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن دو برابر شده است، بنابراین ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$C=\kappa\varepsilon_۰A/d\xrightarrow{d'=۲d}C'=\frac{۱}{۲}C$

بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

۲ خازن هم‌چنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و برابر ولتاژ دو سر باتری است.

$V_۲=V_۱$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

۳ با کاهش ظرفیت و ثابت ماندن ولتاژ، بار روی صفحه‌ها کاهش می‌یابد.

$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow[V=\text{ثابت}]{C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱}Q_۲=\frac{۱}{۲}Q_۱$

گزارهٔ (ت) درست است.

۴ میدان الکتریکی بین صفحات خازن با توجه به ثابت ماندن ولتاژ و افزایش d کاهش می‌یابد.

$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d\text{ دو برابر شده}]{V\text{ ثابت}}E_۲=\frac{E_۱}{۲}$

گزارهٔ (الف) درست است.

B ۱۳۲۲ ۲

خط فکری کاملاً مشخص است که مسئله دو حالت دارد زیرا در صورت مسئله بیان نشده که خازن پس از شارژ شدن همچنان به باتری متصل و یا از آن جدا شده است. اگر به باتری وصل باشد، ولتاژ آن ثابت و اگر از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. با توجه به این مطلب مسئله را بررسی می‌کنیم.

اگر خازن را به مولد وصل کنیم و پس از باردار شدن از مولد جدا کنیم، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. در این حالت اگر یک دی‌الکتریک بین صفحات آن قرار دهیم، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد $(V\downarrow=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\uparrow})$ بنابراین میدان بین صفحه‌های خازن نیز کاهش می‌یابد $(E\downarrow=\frac{V\downarrow}{d_{\text{ثابت}}})$. اگر خازن به مولد وصل باشد و در این حالت بین صفحات آن دی‌الکتریک قرار دهیم. اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. در نتیجه میدان الکتریکی بین صفحات آن نیز ثابت می‌ماند. در این صورت جملات (الف) و (ب) نادرست است.

در مورد جمله‌های (پ) و (ت) می‌توان گفت که هر دو درست هستند. زیرا اگر خازن از مولد جدا شود، بار ثابت می‌ماند و اگر خازن به مولد وصل باشد، میدان ثابت می‌ماند.

B ۱۳۲۳ ۱

۱ با دو برابر شدن فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود:

$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=۲d}C'=\frac{۱}{۲}C$

۲ بار روی صفحات خازن تغییر نکرده است. از این رو انرژی خازن خواهد شد:

$U=\frac{Q^۲}{۲C}\xrightarrow[C'=\frac{۱}{۲}C]{Q\text{ ثابت}}U'=۲U$

۳ انرژی ذخیره شده پس از دو برابر کردن فاصله، دو برابر شده است. در این صورت هنگام جرقه زدن انرژی بیشتری تخلیه شده و جرقهٔ بزرگ‌تری زده می‌شود.

شاید سؤال کنید این انرژی اضافی از کجا آمده است؟ وقتی صفحات خازن باردار هستند یکدیگر را می‌ربایند و برای جدا کردن آن‌ها از هم و دور کردن فاصلهٔ صفحات باید روی خازن کار انجام داده و این کار به صورت انرژی در خازن ذخیره می‌شود و انرژی خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۳۲۴ ۲

۱ خازن به مولد متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن ثابت است. $(V_۲=V_۱)\Rightarrow C=۱$

۲ فاصلهٔ صفحات دو برابر شده و دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa=۳$ بین صفحات خازن قرار داده‌ایم. از این رو باید بنویسیم:

$$\left.\begin{matrix}C_۱=\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱}\\ C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A_۲}{d_۲}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\kappa\times\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۳\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow C_۲=۱/۵C_۱\Rightarrow A=۱/۵$$

۳ بار روی صفحات خازن خواهد شد:

$$C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[V_۲=V_۱]{C_۲=۱/۵C_۱}Q_۲=۱/۵Q_۱\Rightarrow B=۱/۵$$

۴ میدان بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[V_۲=V_۱]{d_۲=۲d_۱}E_۲=۰/۵E_۱\Rightarrow D=۰/۵$$

B ۱۳۲۵ ۱

خط فکری ابتدا باید بررسی کنید وقتی دی‌الکتریک بین صفحات قرار می‌دهید و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد، در چه صورتی انرژی خازن زیاد می‌شود.

۱ اگر خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن ثابت است و با افزایش ظرفیت خازن بنا به رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$، انرژی خازن افزایش می‌یابد.

۲ اگر خازن بعد از باردار شدن از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند $(Q_۲=Q_۱)$ و بنا به رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}\downarrow$، با افزایش ظرفیت خازن انرژی خازن کاهش می‌یابد.

با توجه به خط فکری قطعاً خازن به باتری متصل است. با قرار دادن دی‌الکتریک انرژی خازن ۵۰٪ افزایش یافته است. بنابراین: $U_۲=U_۱+\frac{۵۰}{۱۰۰}U_۱\Rightarrow U_۲=۱/۵U_۱$

برای به‌دست آوردن انرژی از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ استفاده می‌کنیم و به جای $U_۱$ و $U_۲$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{۱}{۲}C_۲V^۲=۱/۵(\frac{۱}{۲}C_۱V^۲)\Rightarrow C_۲=۱/۵\,C_۱$$

ظرفیت خازن در حالت اول $C_۱=\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ و با دی‌الکتریک $C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ بوده است.

بنابراین: $C_۲=۱/۵\,C_۱\Rightarrow\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}=۱/۵\,\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow\kappa=۱/۵$

B ۱۳۲۶ ۲

۱ خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات آن ثابت است. $(Q_۲=Q_۱)$

۲ فاصلهٔ بین صفحات خازن ۲۰٪ کاهش یافته یعنی:

$$d_۲=d_۱-\frac{۲۰}{۱۰۰}d_۱\Rightarrow d_۲=۰/۸d_۱$$

۳ ظرفیت خازن در حالت دوم را برحسب ظرفیت آن در حالت اول به‌دست می‌آوریم. البته مساحت صفحات ثابت است.

$$\left.\begin{matrix}C_۱=\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱}\\ C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A_۲}{d_۲}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\kappa\times\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۱/۵\times\frac{d_۱}{۰/۸d_۱}\Rightarrow C_۲=\frac{۱۵}{۸}C_۱$$

برای بررسی درصد تغییرات انرژی با ثابت بودن بار باید از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده کنیم.

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C_۲}}{\frac{Q^۲}{۲C_۱}}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۸}{۱۵}$$

درصد تغییرات انرژی خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{\frac{۸}{۱۵}U_۱-U_۱}{U_۱}\times۱۰۰=-\frac{۷}{۱۵}U_۱\approx-۴۷٪U_۱$$

بنابراین انرژی تقریباً ۴۷٪ کاهش می‌یابد.

C ۱۳۲۷ ۴

حالت اول: خازن به باتری متصل است و ولتاژ بین صفحات ثابت است.

با m برابر کردن فاصلهٔ بین صفحات خازن ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$\downarrow C=\varepsilon_۰\frac{A}{d\uparrow}\xrightarrow{d'=md}C'=\frac{۱}{m}C$$

در این حالت با ثابت بودن V و کاهش ظرفیت خازن انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\xrightarrow[\text{ثابت }V]{C'=\frac{۱}{m}C}U'=\frac{۱}{m}U\qquad(۱)$$

حالت دوم: خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q''=Q'$

فاصلهٔ صفحات $\frac{۱}{m}$ شده است. بنابراین:

$$d''=\frac{۱}{m}d'\xrightarrow{C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}}\frac{C''}{C'}=\frac{d'}{d''}\Rightarrow\frac{C''}{C'}=\frac{d'}{\frac{۱}{m}d'}\Rightarrow C''=mC'$$

برای بررسی انرژی ذخیره شده در خازن در این صورت از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}U''=\frac{Q^۲}{۲C''}\\ U'=\frac{Q^۲}{۲C'}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{mC'}\Rightarrow U''=\frac{۱}{m}U'\qquad(۲)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}U''=\frac{۱}{m}(\frac{۱}{m}U)\Rightarrow U''=\frac{۱}{m^۲}U$$

B ۱۳۲۸ ۴

حالت اول:

۱ خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. $V_۲=V_۱$

۲ با n برابر کردن فاصلهٔ صفحات ظرفیت خازن خواهد شد:

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=nd}C'=\frac{C}{n}$$

۳ در این صورت با ثابت بودن ولتاژ و $\frac{۱}{n}$ برابر شدن ظرفیت انرژی ذخیره شده برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\xrightarrow[V'=V]{C'=\frac{C}{n}}U'=\frac{U}{n}\qquad(۱)$$

حالت دوم: خازن را از مولد جدا کرده‌ایم بنابراین بار الکتریکی روی صفحات خازن ثابت می‌ماند $Q_۲=Q_۱$.

فاصلهٔ صفحات را n برابر کرده‌ایم بنابراین ظرفیت خازن مجدداً برابر است با: $C''=\frac{۱}{n}C$

برای بررسی انرژی خازن در این حالت از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{U''}{U}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C''}}{\frac{Q^۲}{۲C}}=\frac{C}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U}=\frac{C}{\frac{C}{n}}\Rightarrow U''=nU\qquad(۲)$$

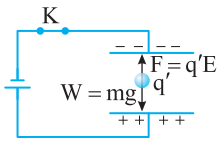
در این صورت نسبت $\frac{U''}{U'}$ خواهد شد:

$$\frac{U''}{U'}=\frac{nU}{\frac{U}{n}}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=n^۲$$

B ۱۳۲۹ ۲

خط فکری ابتدا فکر کنید که چرا ذرهٔ q' بین دو صفحهٔ خازن معلق و در تعادل است. بله، قطعاً چون دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر q' با هم برابر هستند. اکنون باید مشخص کنید اگر کلید باز شود با افزایش فاصلهٔ بین دو صفحه، نیروی الکتریکی چه تغییری می‌کند؟ در واقع میدان الکتریکی بین صفحات چه تغییری می‌کند؟ پس به سراغ پاسخ این سؤال‌ها بروید.

۱ به بار الکتریکی q' بین دو صفحهٔ خازن نیروی وزن $W=mg$ رو به پایین و نیروی الکتریکی از طرف میدان الکتریکی خازن $(F=qE)$ رو به بالا وارد می‌شود و با هم برابر هستند $(F=W)$ و ذره در تعادل است.



۲ با باز کردن کلید و جدا کردن خازن از باتری، بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q_1=Q_2$

۳ با دو برابر کردن فاصلهٔ صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{d_2=2d_1}C_2=\frac{1}{2}C_1$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر خازن دو برابر می‌شود زیرا:

$$V=\frac{Q}{C}\xrightarrow[Q\text{ ثابت}]{C_2=\frac{1}{2}C_1}V_2=2V_1$$

۵ در این صورت میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند زیرا:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d_2=2d_1]{V_2=2V_1}E'=\frac{2V_1}{2d_1}\Rightarrow E'=E$$

۶ به دلیل آنکه میدان الکتریکی تغییر نکرده است، نیروی الکتریکی تغییر نمی‌کند و ذره در همان وضعیت باقی می‌ماند.

پنجره دو جداره

B ۱۳۳۰ ۲

با افزایش فاصلهٔ صفحات خازن، انرژی ذخیره شده و بار روی صفحات، هر کدام چهار برابر شده است و بنابر رابطهٔ $U=\frac{1}{2}qV$ ، باید ولتاژ بین صفحات خازن ثابت مانده باشد. یعنی خازن به باتری متصل باشد. با افزایش فاصلهٔ صفحات، میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases}E=\frac{V}{d}\\E'=\frac{V}{4d}\end{cases}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{\frac{V}{4d}}{\frac{V}{d}}\Rightarrow E'=\frac{1}{4}E$$

C ۱۳۳۱ ۴

خط فکری ابتدا باید بار هر خازن را از رابطهٔ $Q=CV$ به‌دست بیاورید. سپس ۲۵٪ بار یک خازن را به دیگری منتقل کنید و انرژی دو خازن را در حالت جدید برابر قرار دهید تا نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را به‌دست آورید.

۱ بار خازن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\Rightarrow\begin{cases}C_1=4\mu F\Rightarrow Q_1=4V_1\\C_2=1\mu F\Rightarrow Q_2=V_2\end{cases}$$

۲ ۲۵٪ بار خازن C_1 $(Q_1=4V_1)$ را به خازن C_2 منتقل کرده‌ایم، از این رو خواهیم داشت:

$$Q_1'=Q_1-0/25Q_1\Rightarrow Q_1'=0/75Q_1\Rightarrow Q_1'=\frac{3}{4}(4V_1)\Rightarrow Q_1'=3V_1\quad(I)$$

$$Q_2'=Q_2+0/25Q_1\Rightarrow Q_2'=V_2+\frac{1}{4}(4V_1)\Rightarrow Q_2'=V_2+V_1\quad(II)$$

۳ انرژی دو خازن را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$U_2'=U_1'\Rightarrow\frac{Q_2'^2}{2C_2}=\frac{Q_1'^2}{2C_1}\xrightarrow{(I),(II)}\frac{(V_2+V_1)^2}{1}=\frac{(3V_1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_2+V_1=\frac{3V_1}{2}\Rightarrow V_1=2V_2$$

B ۱۳۳۲ ۴

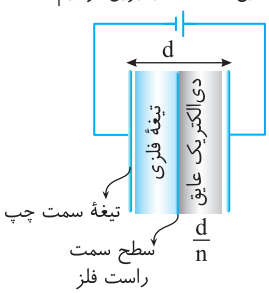
خط فکری بار الکتریکی همواره در اثر اختلاف پتانسیل جابه‌جا می‌شود و از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کند. بنابراین شما باید اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها را با هم مقایسه کنید.

در مدار (۱) ولتاژ دو سر خازن C_1 $(V_1=\frac{2q}{2C}=\frac{q}{C})$ با ولتاژ دو سر خازن C_2 $(V_2=\frac{q}{C})$ برابر است و با بستن کلید باری جابه‌جا نمی‌شود. در مدار (۲) نیز ولتاژ خازن C_4 برابر $V_4=\frac{q}{C}$ و ولتاژ خازن C_3 برابر $V_3=\frac{q}{2C}$ است، بنابراین $V_4>V_3$ است و بار از خازن C_4 به خازن C_3 شارش می‌یابد و بار خازن C_4 کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۴) درست است.

C ۱۳۳۳ ۲

خط فکری فلز دارای بار آزاد است. اگر شخصی یک میخ فلزی را درون سوراخ پریز برق فرو کند قطعاً با حادثهٔ بدی روبه‌رو می‌شود زیرا بار الکتریکی از سیم درون پریز به میخ منتقل می‌شوند و میخ آن‌ها را به دست شخص منتقل می‌کند. اکنون با دانستن این مطلب می‌توانید درک کنید که وقتی تیغهٔ فلزی را به صفحهٔ سمت چپ می‌چسبانیم با اتصال خازن به باتری، بارها روی سطح سمت راست فلز تجمع می‌کنند، مانند این است که دو صفحهٔ خازن به هم نزدیک شده‌اند و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

با توجه به صورت سؤال شکل خازن به صورت زیر می‌شود. با قرار دادن تیغهٔ فلزی دیگر بار الکتریکی روی صفحهٔ سمت چپ خازن ذخیره نمی‌شود و روی تیغهٔ فلزی شروع به حرکت کرده و روی سطح سمت راست تیغهٔ فلزی تجمع می‌کند. پس در واقع فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن از d به $\frac{d}{n}$ کاهش می‌یابد و از طرفی ثابت دی‌الکتریک عایق آن n است، بنابراین خواهیم داشت:



$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[\kappa=n]{d_2=\frac{d}{n}}C_2=n\varepsilon_0\frac{A}{\frac{d}{n}}$$

$$\Rightarrow C_2=n^2(\varepsilon_0\frac{A}{d})\Rightarrow C_2=n^2C_1$$

A ۱۳۳۴ ۳

خط فکری وقتی کلید K_1 بسته است خازن به باتری متصل است، در نتیجه خازن باردار می‌شود و در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود. وقتی کلید K_1 را باز و کلید K_2 را می‌بندیم، انرژی ذخیره شده در خازن در لامپ مصرف می‌شود. پس شما باید انرژی ذخیره شده در خازن را بیابید.

انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}\times10^2\Rightarrow U=0/15J$$

این مقدار انرژی در لامپ مصرف خواهد شد.

B ۱۳۳۵ ۱

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر $\Delta V=Ed'$ بوده که در این رابطه d' فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان الکتریکی است.

۱ ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[A=0/1m^2]{\kappa=1}C=1\times9\times10^{-12}\times\frac{0/1}{d}\Rightarrow C=\frac{9\times10^{-13}}{d}$$

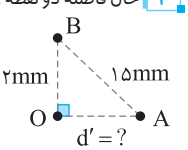
۲ با توجه به بار الکتریکی و رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ ، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\Rightarrow V=\frac{90\times10^{-9}}{\frac{9\times10^{-13}}{d}}=10^5d$$

۳ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{10^5d}{d}=10^5\frac{V}{m}$$

۴ حال فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B در راستای خطوط میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:



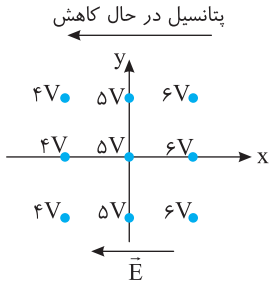
$$15=\sqrt{12^2+d^2}\Rightarrow225=144+d^2\Rightarrow d=9mm$$

$$\Delta V=Ed'\Rightarrow\Delta V=10^5\times9\times10^{-3}=9\times10^2V$$

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

۱ B ۲ ۱۳۳۵

خط فکری می‌دانیم که با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد و اگر بین دو نقطه پتانسیل الکتریکی تغییری نکرد، خط وصل‌کننده آن دو نقطه بر میدان الکتریکی عمود است.

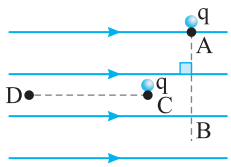


با توجه به مقدارهای پتانسیل الکتریکی بیان شده برای نقاط می‌فهمیم که میدان الکتریکی بر محور y عمود است، یعنی در راستای محور x است و از طرف دیگر هرچه به سمت چپ (خلاف محور xها) حرکت کردیم پتانسیل الکتریکی کاهش یافته پس جهت میدان الکتریکی نیز به سمت چپ است.

نمای ۲۳

۲ B ۲ ۱۳۳۵

اگر بار عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی بار ثابت می‌ماند (مانند شکل، حرکت بار q روی مسیر AB). بنابراین الزاماً با حرکت بار در میدان الکتریکی انرژی پتانسیل الکتریکی بار تغییر نمی‌کند و گزاره (الف) نادرست است. همچنین با حرکت در راستای عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند و گزاره (پ) نیز نادرست است.



اگر بار $+q$ مطابق شکل در میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ C به نقطهٔ D برود با آنکه میدان ثابت است، انرژی پتانسیل الکتریکی بار $+q$ که در خلاف جهت میدان در حرکت است افزایش می‌یابد. بنابراین ممکن است که با ثابت بودن میدان الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی بار تغییر کند و گزاره (ب) درست است. نمای ۲۲ و ۲۳

۳ B ۲ ۱۳۳۵

یادآوری کار نیروی میدان الکتریکی برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار است.

$$W_E = -\Delta U_E$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار بین آن دو نقطه است، $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ که در این رابطه باید بار را با علامت قرار بدهیم.

کار نیروی میدان الکتریکی، برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$W_{E_{A\to B}} = -\Delta U_{E_{A\to B}} \xrightarrow{\Delta U_E = q\Delta V} W_{E_{A\to B}} = -q\Delta V$$

$$\Rightarrow W_{E_{A\to B}} = -q(V_B - V_A) \Rightarrow 5\times10^{-3} = -(-5\times10^{-3})(V_B - 2)$$

$$\Rightarrow V_B = 3V$$

نمای ۲۳

۴ B ۲ ۱۳۳۵

در حالت اول ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

ظرفیت خازن مقدار ثابتی است و با تغییرات اختلاف پتانسیل، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند. با افزایش ولتاژ به اندازهٔ a، بار الکتریکی به اندازهٔ ۱/۲۵a میکروکولن افزایش می‌یابد و ظرفیت هم‌چنان C خواهد بود، بنابراین:

$$C = \frac{Q + 1/25a}{V + a} \quad (2)$$

حال با توجه به تساوی معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{Q}{V} = \frac{Q + 1/25a}{V + a}$$

$$\Rightarrow QV + aQ = QV + 1/25aV \Rightarrow aQ = 1/25aV \Rightarrow \frac{Q}{V} = 1/25$$

می‌دانیم که $\frac{Q}{V}$ برابر ظرفیت خازن است. یعنی ظرفیت خازن برابر $C = 1/25\mu F$ است.

نمای ۲۸

۵ B ۳ ۱۳۳۵

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ به‌دست می‌آید. ظرفیت خازن در حالت اول برابر است با:

$$C_1 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \xrightarrow[\text{بین صفحات خازن هواست}]{\kappa = 1}$$

$$C_1 = 1\times9\times10^{-12}\times\frac{40\times10^{-4}}{5\times10^{-3}} \Rightarrow C_1 = 7/2\times10^{-12}F = 7/2pF$$

ظرفیت خازن در حالت دوم خواهد شد:

$$C_2 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d_2} \xrightarrow{d_2 = d_1 - 4 = 1mm} C_2 = 1\times9\times10^{-12}\times\frac{40\times10^{-4}}{1\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow C_2 = 36\times10^{-12}F = 36pF$$

افزایش ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم: $\Delta C = C_2 - C_1 = 36 - 7/2 = 28/8pF$

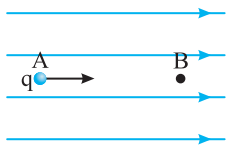
نمای ۲۹

۶ A ۲ ۱۳۳۵

یادآوری ۱ در میدان الکتریکی یکنواخت، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر است با: $\Delta V = E.d$

یادآوری ۲ کار نیروی میدان الکتریکی برابر است با:

$$W_{E_{A\to B}} = F.d\cos\theta \xrightarrow{F = qE} W = qEd\cos\theta$$

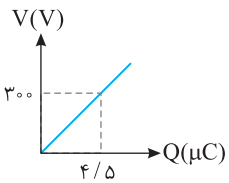


یادآوری ۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان است.

با توجه به یادآوری‌های بالا کار میدان و انرژی پتانسیل الکتریکی به مقدار بار بستگی دارد، بنابراین کار میدان الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی با نصف شدن بار نصف شده و تغییر می‌کند اما ولتاژ بین دو نقطه ثابت می‌ماند و تنها گزارهٔ (ب) درست است.

نمای ۲۳ و ۲۶

۷ B ۱ ۱۳۳۵



ابتدا با توجه به رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ و نمودار داده شده، C را به‌دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{4/5\times10^{-6}}{300} = 1/5\times10^{-8}F$$

حال با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ و اینکه بیشینه اختلاف پتانسیل قابل تحمل ۴۰۰۰V است، بیشینه انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم.

$$U_{max} = \frac{1}{2}CV_{max}^2 \Rightarrow U_{max} = \frac{1}{2}\times1/5\times10^{-8}\times(4000)^2$$

$$= \frac{1}{2}\times1/5\times10^{-8}\times16\times10^6 = 0/12J$$

نمای ۳۰ و ۳۱

۸ C ۲ ۱۳۳۵

میدان الکتریکی یکنواخت است، به کمک رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت فاصله AB را به‌دست می‌آوریم:

$$|E| = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow 5000 = \frac{|V_B - V_A|}{AB} \Rightarrow 5000 = \frac{200}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2}{500} = \frac{4}{1000} = 0/04m$$

حرکت گلوله با تندی ثابت انجام می‌شود و تغییر انرژی جنبشی آن صفر است، بنا به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی باید مجموع کار نیروهای وارد بر جسم صفر شود.

$$W_t=\Delta K \xrightarrow[K_1=K_2 \text{ سرعت ثابت}]{W_g\neq 0 \text{ جسم در راستای قائم حرکت کرده}} W_E+W_g=0$$

$$\Rightarrow W_E=-W_g \xrightarrow{W_g<0 \text{ جسم به سمت بالا حرکت کرده}}$$

$$W_E=-(-mgd)\Rightarrow W_E=(10\times10^{-3})\times10\times(0/04)$$

$$\xrightarrow{W_E=|q|Ed} |q|\times5000\times0/04=10^{-1}\times0/04$$

از دو طرف معادله $0/04m$ را ساده می‌کنیم:

$$5000|q|=10^{-1}\Rightarrow|q|=\frac{10^{-1}}{5000}=\frac{10^{-1}}{5\times10^{+3}}=\frac{10^{-1}\times10^{-3}}{5}=\frac{1}{5}\times10^{-4}C$$

$$=0/2\times10^{-4}\times10^{6}\mu C\Rightarrow|q|=20\mu C$$

نمای ۲۴

B ۱۳۳۵ | ۳

خط فکری ۹ قرار است که ذره به صفحهٔ B برخورد نکند یعنی قبل از رسیدن به صفحهٔ B در اثر نیروی میدان الکتریکی متوقف شود در این حالت کار نیروی میدان الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. شما باید کار نیروی میدان را بیابید سپس تغییر انرژی پتانسیل بار را حساب کنید $(W_E=-\Delta U_E)$ و سرانجام اختلاف پتانسیل را از رابطهٔ $\Delta V=\Delta U/q$ به‌دست آورید.

۱ بنابه قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کار نیروی میدان خواهد شد:

$$W=\Delta K\Rightarrow W_E=K_2-K_1=0-\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=10^{-6}kg,\ v=20m/s}$$

$$W_E=-\frac{1}{2}\times10^{-6}\times(20)^2\Rightarrow W_E=-2\times10^{-4}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با:

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=2\times10^{-4}J$$

۳ اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ M و صفحهٔ B خواهد شد:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta V=\frac{2\times10^{-4}}{4\times10^{-6}}\Rightarrow\Delta V=50V$$

۴ نقطهٔ M وسط دو صفحه است و اختلاف پتانسیل بین آن و یکی از صفحه‌ها $50V$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحه برابر $2\times50=100V$ خواهد شد.

نمای ۲۴

B ۱۳۳۵ | ۲

۱۰ **با قرار دادن** دی‌الکتریک بین صفحات خازن ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

بدون دی‌الکتریک $C_0=\varepsilon_0\frac{A}{d}$

با دی‌الکتریک $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$

$$\Rightarrow\frac{C}{C_0}=\kappa\Rightarrow C=\kappa C_0$$

وقتی که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند بنابراین در مورد انرژی ذخیره می‌توان نوشت:

قبل از ورود دی‌الکتریک $U_0=\frac{1}{2}C_0V^2$

بعد از ورود دی‌الکتریک $U_1=\frac{1}{2}CV^2$

$$\Rightarrow\frac{U_1}{U_0}=\frac{C}{C_0}\Rightarrow U_1=\kappa U_0 \quad (1)$$

وقتی کلید S را باز می‌کنیم، بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند و وقتی دی‌الکتریک را بین صفحات خازن قرار می‌دهیم، انرژی خازن خواهد شد:

بدون دی‌الکتریک $U_0=\frac{Q^2}{2C_0}$

با دی‌الکتریک $U_2=\frac{Q^2}{2C}$

$$\Rightarrow\frac{U_2}{U_0}=\frac{C_0}{C}\xrightarrow{C=\kappa C_0}U_2=\frac{1}{\kappa}U_0 \quad (2)$$

در صورت مسئله U_1 و U_2 به‌ترتیب $2700\mu J$ و $300\mu J$ بیان شده، دو رابطهٔ (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم تا U_0 حذف شود و انرژی‌های داده شده را در آن قرار می‌دهیم.

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{\frac{1}{\kappa}U_0}{\kappa U_0}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{1}{\kappa^2}\Rightarrow\frac{300}{2700}=\frac{1}{\kappa^2}\Rightarrow\kappa=3$$

نمای ۳۲

پنجره تودرتو

B ۱۳۳۶ | ۴

۱ **با توجه به رابطهٔ** میدان الکتریکی بار نقطه‌ای $E=kq/r^2$، میدان حاصل از بار با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \qquad (I)$$

در صورت سؤال بیان شده که در فاصلهٔ r_2 میدان ۹۶٪ افزایش یافته است یعنی:

$$E_2=E_1+0/96E_1\Rightarrow E_2=1/96E_1$$

بنابراین با استفاده از رابطه (I) می‌توان نوشت:

$$\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow[E_2=1/96E_1]{r_1=21cm} 1/96=\left(\frac{21}{r_2}\right)^2$$

از دو طرف رابطه جذر می‌گیریم.

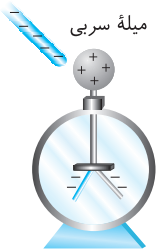
$$1/4=\frac{21}{r_2}\Rightarrow r_2=\frac{21}{1/4}\Rightarrow r_2=15cm$$

بنابراین باید $21-15=6cm$ به بار نزدیک شد.

نمای ۱۴

B ۱۳۳۶ | ۳

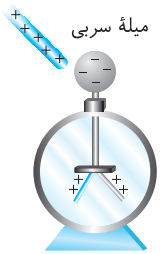
یادآوری ۲ در جدول سری الکتریستهٔ مالشی هر چه به سمت پایین برویم الکترون‌خواهی بیشتر می‌شود.



انتهای مثبت سری
پشم
سرب
ابریشم
انتهای منفی سری

حالت اول: وقتی سرب را با پشم مالش می‌دهیم، سرب که پایین‌تر از پشم است دارای بار منفی می‌شود و هنگام نزدیک کردن میلهٔ سربی با بار منفی، در کلاهک الکتروسکوپ **بار مثبت** و در ورقه‌های آن بار منفی القا می‌شود.

حالت دوم: وقتی سرب را با ابریشم مالش می‌دهیم، سرب به ابریشم الکترون می‌دهد و خود دارای بار مثبت می‌شود و وقتی میله سربی با بار مثبت به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک شود کلاهک دارای بار منفی و ورقه‌ها دارای **بار مثبت** القایی می‌شوند.



نمای ۶

B ۱۳۳۶ ۲

۳۷/۵ درصد از بار بزرگ‌تر برابر است با: $x = q_1 \times \frac{۳۷/۵}{۱۰۰} = ۱۲ \times \frac{۳۷/۵}{۱۰۰} = ۴/۵\mu C$

بار کره‌ها در حالت دوم برابر خواهد شد با:

$q'_1 = q_1 - x = ۱۲ - ۴/۵ = ۷/۵\mu C \ , \ q'_2 = q_2 + x = ۳ + ۴/۵ = ۷/۵\mu C$

حال نیرو را در هر دو حالت از قانون کولن به‌دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \begin{cases} F_1 = k \times \frac{۳ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۱۲}}{r^2} \\ F_2 = k \times \frac{۷/۵ \times ۷/۵ \times ۱۰^{-۱۲}}{(r')^2} \end{cases} \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow$$

$$k \times \frac{۳۶ \times ۱۰^{-۱۲}}{r^2} = k \times \frac{(۷/۵)^2 \times ۱۰^{-۱۲}}{(r')^2} \Rightarrow r'^2 = \frac{(۷/۵)^2}{۳۶} \times r^2$$

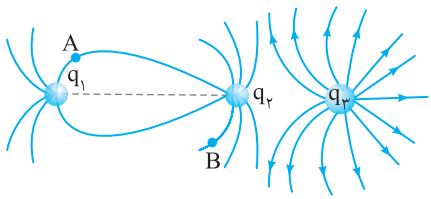
$$\Rightarrow r' = \frac{۷/۵}{۶} \times r = ۱/۲۵r$$

نمای ۸

B ۱۳۳۶ ۴

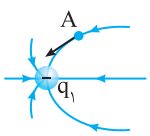
یادآوری هر چه تعداد خطوط در اطراف یک بار بیشتر و تراکم خطوط میدان بیشتر باشد، آن بار بزرگ‌تر است.

۱ با توجه به شکل تعداد خطوط خارج شده از بار q_3 و تراکم خطوط در نزدیکی آن از بقیه بارها بیشتر است بنابراین بار q_3 از دو بار دیگر بزرگ‌تر است و تعداد خطوط میدان بار q_1 از بقیه کمتر و بار q_1 از بقیه بارها کوچک‌تر است و گزینه (۱) درست است.

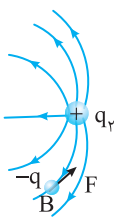


۲ خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شوند و خطوط میدان بار q_3 به سمت خارج بار است، بنابراین بار q_3 مثبت است. با توجه به آرایش خطوط میدان بین q_2 و q_3، این دو بار یکدیگر را می‌رانند بنابراین همنام هستند یعنی بار q_2 مثبت است و با توجه به آرایش خطوط میدان بین q_2 و q_1 که خطوط میدان به هر دو بار متصل است این دو بار ناهمنام بوده بنابراین بار q_1 منفی است و خطوط میدان به سمت q_1 است.

چنانچه بردار میدان را در نقطهٔ A مماس بر خط میدان رسم کنیم جهت آن به‌صورت ↙ است و گزینهٔ (۲) نیز درست است.



اگر بار $-q$ را در نقطهٔ B قرار دهیم با توجه به مثبت بودن بار q_2 جهت نیروی وارد بر بار $-q$ به‌صورت ↗ خواهد بود و گزینهٔ (۳) نیز درست است.



نمای ۱۹

B ۱۳۳۶ ۳

۵ **هنگام فروریزش** میدان الکتریکی قوی اعمال شده به صفحات خازن سبب می‌گردد که در دی‌الکتریک، مسیرهای رسانشی ایجاد شده که این مسیرها نقش‌های لیچنبرگ را ایجاد می‌کنند بنابراین گزاره‌های (الف) و (ت) درست است.

دی‌الکتریک همان‌گونه که از نامش پیداست عایق الکتریکی است و بین صفحات خازن رسانا قرار نمی‌دهند و گزاره (ب) نادرست است.

هنگام فروریزش اغلب خازن‌ها می‌سوزند و سوختن خازن همواره رخ نمی‌دهد. بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

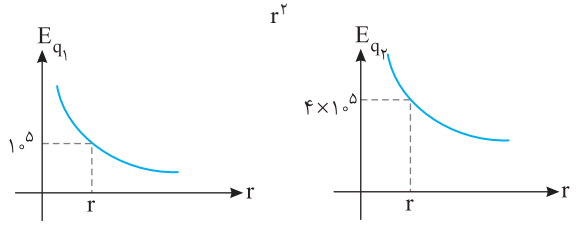
نمای ۳۰

A ۱۳۳۶ ۴

۶ **ابتدا با توجه به** نمودار داده شده و رابطهٔ $E = k\frac{q}{r^2}$ نسبت دو بار q_1 و q_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{برای بار } q_1} E_1 = k\frac{q_1}{r^2} \Rightarrow ۱۰^5 = k\frac{q_1}{r^2} \\ \xrightarrow{\text{برای بار } q_2} E_2 = k\frac{q_2}{r^2} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^5 = k\frac{q_2}{r^2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{۱۰^5}{۴ \times ۱۰^5} = \frac{k\frac{q_1}{r^2}}{k\frac{q_2}{r^2}} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{q_1}{q_2}$$

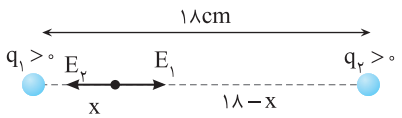


فاصلهٔ دو بار از هم ۱۸cm بوده و چون هر دو بار مثبت هستند، پس در نقطه‌ای بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_1) میدان خالص صفر می‌شود.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{q_1}{x^2} = k\frac{q_2}{(۱۸-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{x^2}{(۱۸-x)^2} \xrightarrow{\frac{q_1}{q_2} = \frac{۱}{۴}} \frac{۱}{۴} = \frac{x^2}{(۱۸-x)^2}$$

از دو طرف معادله جذر می‌گیریم:

$$\sqrt{\frac{۱}{۴}} = \sqrt{\frac{x^2}{(۱۸-x)^2}} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{x}{۱۸-x} \Rightarrow ۱۸ - x = ۲x \Rightarrow ۳x = ۱۸ \Rightarrow x = ۶cm$$

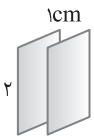


عجله نکنید، مسئله فاصلهٔ نقطه تا بار بزرگ‌تر را می‌خواهد یعنی ۱۸−۶=۱۲cm جواب است.

نمای ۱۶

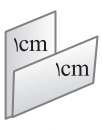
B ۱۳۳۶ ۱

۷ **خط فکری** در رابطه $C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، A مساحت سطح مشترک بین دو صفحهٔ خازن است و با چرخاندن صفحه با توجه به ابعاد صفحات مساحت قسمت مشترک آن تغییر می‌کند، از طرفی خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات آن ثابت است. بنابراین باید شما بررسی کنید که با چرخاندن ۹۰° یکی از صفحات مساحت سطح مشترک صفحات چه تغییری می‌کند. به شکل (۱) دقت کنید.



شکل (۱)

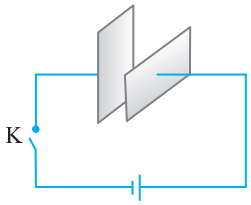
مساحت سطح مشترک $۲ \times ۱ = ۲cm^2$ است اگر یکی از صفحات را ۹۰° حول محور گذرنده از مرکز صفحه بچرخانیم مساحت سطح مشترک $۱ \times ۱ = ۱cm^2$ می‌شود. یعنی با چرخاندن ۹۰° یکی از صفحه‌ها، قسمت مشترک دو صفحه که روبه‌روی هم قرار می‌گیرند نصف خواهد شد. در نتیجه:



شکل (۲)

$$\begin{cases} A_1 = ۲ \times ۱ = ۲cm^2 \\ A_2 = ۱ \times ۱ = ۱cm^2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{۲} \xrightarrow{C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}} C_2 = \frac{C_1}{۲}$$

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow[Q = \text{ثابت}]{C_2 = \frac{۱}{۲}C_1} V_2 = ۲V_1$$



نمای ۳۲

A ۱۳۳۶ ۴

۸ دو کره مشابه‌اند بنابراین پس از تماس با یکدیگر دارای بار یکسان می‌شوند.

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{-۱۰^{-۵}+۱۰^{-۴}}{۲}=+۴/۵\times۱۰^{-۵}C$$

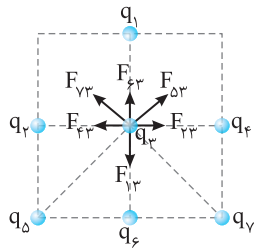
نیرویی که دو کره بر هم وارد می‌کنند $۲/۰۲۵N$ است بنابراین با توجه به قانون کولن می‌توان فاصله r را حساب کرد.

$$F=k\frac{q'_Aq'_B}{r^۲}\Rightarrow ۲/۰۲۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴/۵\times۱۰^{-۵}\times۴/۵\times۱۰^{-۵}}{r^۲}\Rightarrow r=۳m$$

نمای ۸

B ۱۳۳۶ ۲

۹ بردار نیروهایی وارد بر بار $q_۳$ که توسط هر بار را رسم می‌کنیم. بارهای $q_۱$، $q_۲$، $q_۴$ و $q_۶$ هم‌اندازه و در فاصلهٔ یکسان از بار $q_۳$ قرار دارند. بنابراین اندازه نیروهای آن‌ها یکسان است. نیرویی که $q_۱$ و $q_۶$ بر $q_۳$ وارد می‌کنند خلاف جهت هم است و یکدیگر را خنثی می‌کنند. هم‌چنین نیرویی که $q_۲$ و $q_۴$ بر $q_۳$ وارد می‌کنند در خلاف جهت هم است و یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین تنها نیروهایی که دو بار $q_۵$ و $q_۷$ بر $q_۳$ وارد می‌کنند باقی می‌ماند، این نیروها را به‌دست می‌آوریم. ابتدا فاصله بار $q_۵$ و $q_۷$ را از بار $q_۳$ حساب می‌کنیم.

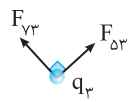


$$r=\sqrt{۱^۲+۱^۲}=\sqrt{۲}cm$$

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۵۳}=F_{۷۳}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳۰۰\times۱۰^{-۹}\times۳۰۰\times۱۰^{-۹}}{(\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$F=\frac{۹\times۹\times۱۰^{-۵}}{۲\times۱۰^{-۴}}=۴/۰۵N$$

نیروی خالص وارد بر $q_۳$ خواهد شد:



$$F_T=\sqrt{F_{۵۳}^۲+F_{۷۳}^۲}=۴/۰۵\sqrt{۲}N$$

نمای ۱۱

B ۱۳۳۶ ۴

۱۰ **خط فکری** به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود که با توجه به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ با داشتن نیرو و جرم ذره می‌توان شتاب حاصل از این نیرو را به‌دست آورد.

ابتدا نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم. به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیروی $\vec{F}=q\vec{E}$ وارد می‌شود.

$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow\vec{F}=-۲۰\times۱۰^{-۶}(۲۰۰۰\vec{i}-۱۵۰۰\vec{j})\Rightarrow\vec{F}=-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}=m\vec{a}\xrightarrow{m=۲mg=۲\times۱۰^{-۶}kg}-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j}=۲\times۱۰^{-۶}\times\vec{a}$$

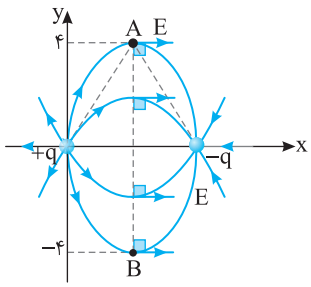
$$\Rightarrow\vec{a}=\frac{۱}{۲\times۱۰^{-۶}}(-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j})\Rightarrow\vec{a}=-۲\times۱۰^{+۴}\vec{i}+۱/۵\times۱۰^۴\vec{j}$$

نمای ۲۰

B ۱۳۳۶ ۴

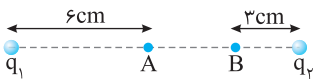
۱۱ محل بار $+q$ و $-q$ را روی صفحهٔ $x-y$ مشخص می‌کنیم. محل نقطهٔ A و B دقیقاً روی خط عمود منصف دو بار است و با توجه به تقارن خطوط میدان دو قطبی الکتریکی، بار آزمون در تمام مسیر در امتداد عمود بر خطوط میدان جابه‌جا می‌شود و چون نیروی الکتریکی و جابه‌جایی در تمام مسیر بر هم عمودند. $(\theta=۹۰^\circ)$، کار میدان الکتریکی روی بار آزمون صفر است، بنابراین تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار آزمون صفر است.

$$W_E=۰\xrightarrow{\Delta U_E=-W_E}\Delta U_E=۰$$



نمای ۲۵

بازی با سؤال دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱=۸\mu C$ و $q_۲=۲\mu C$ در فاصلهٔ ۱۲cm از یکدیگر قرار گرفته‌اند. یک بار نقطه‌ای منفی را بین دو بار $q_۱$ و $q_۲$ مطابق شکل زیر، با سرعت ثابت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌کنیم. در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی بار چگونه تغییر می‌کند؟ قلم‌چی



۱) افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲

B ۱۳۳۶ ۴

۱۲ با توجه به رابطهٔ انرژی خازن برای دو حالت می‌توان نوشت:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}C_۱V_۱^۲\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۶}V_۱^۲\Rightarrow U_۱=۱۰^{-۶}V_۱^۲\quad(۱)$$

با افزایش $۱V$ به اختلاف پتانسیل دو سر خازن انرژی آن $۵\times۱۰^{-۶}J$ افزایش یافته است.

از این‌رو:

$$U_۲=U_۱+۵\times۱۰^{-۶}\Rightarrow U_۱+۵\times۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۶}(V_۱+۱)^۲\quad(۲)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

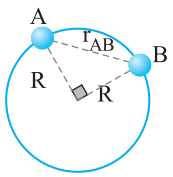
$$۱۰^{-۶}V_۱^۲+۵\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۶}V_۱^۲+۲\times۱۰^{-۶}V_۱+۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow۲\times۱۰^{-۶}V_۱=۴\times۱۰^{-۶}\Rightarrow V_۱=۲V$$

نمای ۳۱

B ۱۳۳۶ ۲

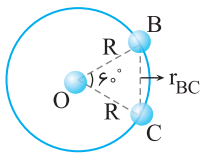
۱۳ **خط فکری** برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی الکتریکی از قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ استفاده می‌کنیم که باید فاصلهٔ دو بار (r) را داشته باشیم. از این‌رو فاصله A تا B و C تا B را حساب می‌کنیم.



$$r_{AB}=\sqrt{R^۲+R^۲}\Rightarrow r_{AB}=R\sqrt{۲}$$

مثلث BOC متساوی‌الاضلاع است $\Rightarrow r_{BC}=R$

نیروی بین بار q_A و q_B و نیروی بین بار q_B و q_C را حساب می‌کنیم.



$$F_{AB}=k\frac{|q_A||q_B|}{(R\sqrt{۲})^۲}=k\frac{|q_A||q_B|}{۲R^۲}=۸N$$

$$F_{BC}=k\frac{|q_C||q_B|}{R^۲}=۱۰N$$

$$\frac{F_{AB}}{F_{BC}}=\frac{۸}{۱۰}\Rightarrow\frac{k\frac{|q_A||q_B|}{۲R^۲}}{k\frac{|q_C||q_B|}{R^۲}}=\frac{۴}{۵}\xrightarrow[\text{سمت راست تساوی ساده می‌کنیم}]{k\text{، }R^۲\text{ و }|q_B|\text{ را از صورت و مخرج کسر}}$$

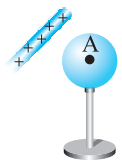
$$\frac{\frac{|q_A|}{۲}}{\frac{|q_C|}{۱}}=\frac{۴}{۵}\xrightarrow[\text{نزدیک در نزدیک انجام می‌دهیم}]{\text{در سمت راست تساوی دور در دور،}}\frac{|q_A|}{۲|q_C|}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\frac{|q_A|}{|q_C|}=\frac{۸}{۵}$$

نمای ۷

B ۳ ۱۳۳۶

۱۴ یادآوری وقتی یک رسانای خنثی در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرد در مدت زمان کوتاهی (از مرتبه $10^{-9}s$) الکترون‌های آزاد تحت تأثیر میدان الکتریکی خارجی، به‌طوری روی سطح خارجی توزیع می‌شوند (القا می‌شوند) که میدان الکتریکی ناشی از آن‌ها اثر میدان الکتریکی خارجی را درون رسانا خنثی کند و به این ترتیب میدان الکتریکی خالص درون رسانا صفر شود.

میدان الکتریکی خارجی در نقطه A:



با توجه به صورت مسئله میدان ناشی از میلهٔ باردار در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است اما میله باعث ایجاد بار القایی در رسانا می‌شود به گونه‌ای که این بارهای القایی با ایجاد یک میدان الکتریکی باید میدان الکتریکی $\vec{E}$ را خنثی کنند تا میدان درون کرهٔ رسانا صفر شود بنابراین میدان حاصل از بارهای القایی برابر $-\vec{E}$ خواهد بود.

نمای ۲۷

B ۳ ۱۳۳۶

۱۵ خط فکری ۱ بنا به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$V_P - V_A = \frac{U_P - U_A}{q} \qquad (1)$$

۲ رابطهٔ اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت برابر است با

$$|\Delta V_{PA}| = Ed \qquad (2)$$

۳ خط PP' بر خطوط میدان عمود است و تمام نقاط واقع بر خط PP' دارای پتانسیل یکسان هستند یعنی $V_P = V_{P'}$، بنابراین:

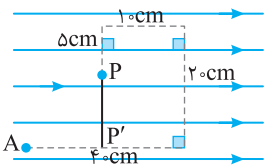
$$V_P - V_A = V_{P'} - V_A \qquad (3)$$

با توجه به رابطه (۲) و (۳) اختلاف پتانسیل بین P و A را به‌دست می‌آوریم.

$$|\Delta V_{PA}| = |\Delta V_{P'A}| = E(P'A) \xrightarrow[P'A = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰cm]{E = ۵\times۱۰^{۶}\,N/C}$$

$$|\Delta V_{PA}| = ۵\times۱۰^{۶}\times ۰/۳ \Rightarrow |\Delta V_{PA}| = ۱/۵\times۱۰^{۶}\,V$$

اکنون تغییر انرژی پتانسیل بار را از A تا P به‌دست می‌آوریم. با توجه به رابطهٔ (۱):



$$|\Delta V_{PA}| = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q|\Delta V_{PA}| \xrightarrow{q = +۴\mu C}$$

$$\Delta U = ۴\times۱۰^{-۶}\times ۱/۵\times۱۰^{۶} = ۶J$$

نمای ۲۲

A ۲ ۱۳۳۶

۱۶ انرژی ذخیره شده در این دستگاه برابر است با:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} \xrightarrow{C = ۹\mu F, V = ۶\times۱۰^{۳}\,V} U = \frac{۱}{۲}\times۹\times۱۰^{-۶}\times۳۶\times۱۰^{۶} = ۱۶۲J$$

توان متوسط یعنی آهنگ مصرف انرژی تخلیه شده در بدن بیمار خواهد شد:

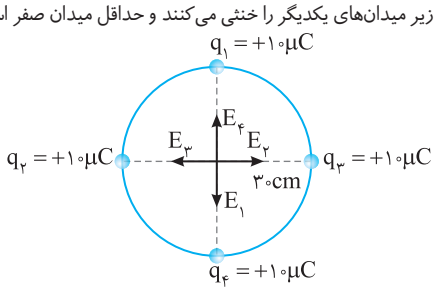
$$P = \frac{U}{t} = \frac{۱۶۲}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۸۱\times۱۰^{۳}\,W = ۸۱kW$$

نمای ۳۱

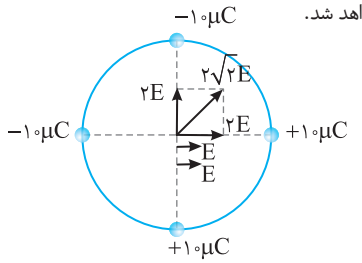
B ۳ ۱۳۳۶

۱۷ خط فکری علامت بارها مشخص نیست بنابراین این شما هستید که باید بررسی کنید علامت بارها چگونه باشد تا نیرو بیشینه و یا کمینه شود.

فاصله چهار بار از هم یکسان است و بردار میدان همواره روی امتداد خطی است که نقطهٔ مورد نظر را به بار وصل می‌کند. اگر هر چهار بار همنام باشند، مثلاً همه مثبت باشند مطابق شکل زیر میدان‌های یکدیگر را خنثی می‌کنند و حداقل میدان صفر است.



اما اگر دو بار روبه‌روی به هم ناهمنام باشد، بردارهای میدان به‌صورت زیر است و میدان برایند بیشینه خواهد شد.



$$E_{max} = \sqrt{(۲E)^{۲} + (۲E)^{۲}} \Rightarrow E_{max} = ۲\sqrt{۲}E \xrightarrow{E = kq/r^{۲}}$$

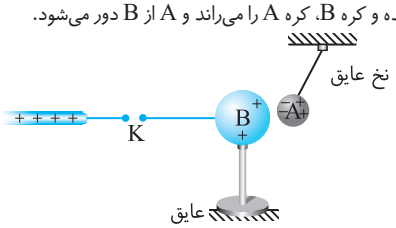
$$E_{max} = ۲\sqrt{۲}\times۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow E_{max} = ۲\sqrt{۲}\times۱۰^{۶}\,N/C$$

بنابراین E_{max} به اندازه $۲\sqrt{۲}\times۱۰^{۶}\,N/C$ از $E_{min} = ۰$ بیشتر است. نمای ۱۱

B ۴ ۱۳۳۶

۱۸ میلهٔ باردار رساناست، کره B نیز فلزی است بنابراین با بستن کلید K کره B دارای بار مثبت می‌شود یعنی مقداری از بار مثبت میله به دلیل تماس به B منتقل می‌شود که سبب القای بار در کره A شده و کره A به سوی کرهٔ B منحرف می‌شود.

البته اگر A با B تماس یابد، A نیز مقداری از بار مثبت را دریافت کرده و دارای بار همنام با B شده و کره B، کره A را می‌راند و A از B دور می‌شود.



نمای ۵

C ۱ ۱۳۳۶

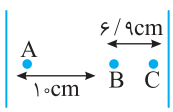
۱۹ پروتون تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی از A به سوی C می‌رود و کار نیروی میدان وارد بر آن برابر $W_E = |q|Ed$ است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی میدان برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین در مسیر AB و مسیر AC قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم.

$$W_{E_{A\to B}} = \Delta K \Rightarrow |q|E(AB) = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} - ۰$$

$$W_{E_{A\to C}} = \Delta K \Rightarrow |q|E(AC) = \frac{۱}{۲}mv_C^{۲} - ۰$$

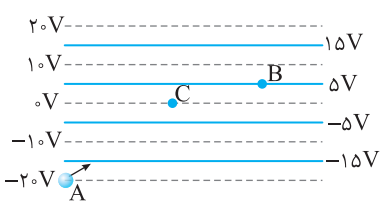
دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{|q|E(AC)}{|q|E(AB)} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_C^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv_B^{۲}} \Rightarrow \frac{v_C^{۲}}{v_B^{۲}} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{v_C^{۲}}{v_B^{۲}} = \frac{۱۶/۹}{۱۰} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = ۱/۳$$



نمای ۲۴

بازی با سؤال **در شکل زیر پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف یک میدان الکتریکی یکنواخت مشخص شده است. اگر ذره‌ای به جرم ۵g و بار $۲۵۰\mu C$ با سرعت $۲m/s$ از نقطه A وارد میدان شود و از نقاط B و C بگذرد، نسبت سرعت در نقطه C به سرعت در نقطه B برابر با کدام گزینه است؟** قلم‌چی



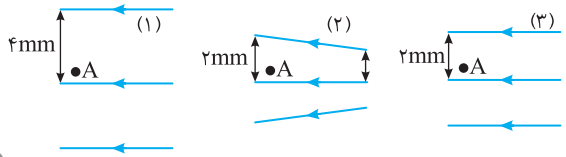
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\sqrt{۱/۵}$

گزینهٔ ۳

B ۲ ۱۳۳۶

۲۰ **خط فکری** پروتون دارای بار مثبت است و در نقطهٔ A به سمت راست یعنی در خلاف جهت میدان پرتاب شده و میدان به آن نیرویی به سمت چپ وارد می‌کند که باعث کاهش سرعت پروتون می‌شود. هر چه این نیرو قوی‌تر باشد، پروتون سریع‌تر متوقف می‌شود بنابراین باید مشخص کرد در کدام شکل نیروی وارد بر پروتون قوی‌تر است. یعنی باید مشخص کنیم که میدان الکتریکی در کدام شکل قوی‌تر است.

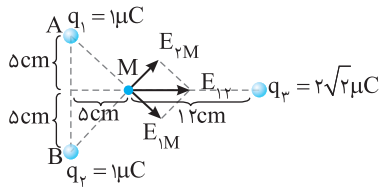
با توجه به میدان‌ها، تراکم خطوط میدان در میدان شماره (۲) بیشتر است پس میدان قوی‌تر است و از آن‌جایی که $F=qE$ است پس نیروی بزرگ‌تری در خلاف جهت حرکت ذره به آن وارد شده و باعث می‌شود پروتون زودتر متوقف شود.



نمای ۲۴

C ۳ ۱۳۳۶

۲۱ **خط فکری** می‌خواهیم میدان در نقطهٔ M صفر شود یعنی برایند E_{1M} و E_{2M} با میدان E_{3M} هم‌اندازه شود از این‌رو باید میدان q_1 و q_2 در نقطهٔ M را حساب کنید و برایند آن‌ها را به‌دست بیاورید، سپس میدان بار q_3 در نقطهٔ M را برابر برایند میدان‌های E_{1M} و E_{2M} قرار دهید تا محل بار q_3 را به دست بیاورید.



۱ فاصلهٔ بارهای q_1 و q_2 تا نقطهٔ M را حساب می‌کنیم.

$$AM=BM=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}cm$$

۲ بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ M برابر است بنابراین اندازهٔ میدان E_{1M} با E_{2M} برابر است.

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_{1M}=E_{2M}=9\times10^9\frac{10^{-6}}{50\times10^{-4}}\Rightarrow E_{1M}=E_{2M}=18\times10^5 N/C$$

۳ برایند E_{1M} و E_{2M} را به‌دست می‌آوریم.

$$E_{12}=\sqrt{E_{1M}^2+E_{2M}^2}=\sqrt{2}E_{1M}\Rightarrow E_{12}=18\sqrt{2}\times10^5 N/C$$

به دلیلی برابری E_{1M} و E_{2M} نیروی E_{12} روی نیمساز و افقی است.

۴ میدان q_3 در نقطهٔ M را برابر $18\sqrt{2}\times10^5$ قرار می‌دهیم:

$$E_{2M}=k\frac{|q_3|}{r^2}\Rightarrow 18\sqrt{2}\times10^5=9\times10^9\times\frac{2\sqrt{2}\times10^{-6}}{r^2}\Rightarrow$$

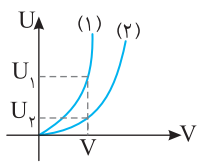
$$r^2=10^{-2}\Rightarrow r=0/1m=10cm$$

باید بار q_3 را به اندازه $12-10=2cm$ به سمت چپ ببریم. نمای ۱۷

B ۲ ۱۳۳۶

۲۲ **به نمودار نگاه کنید** در ولتاژ یکسان V انرژی خازن C_1 از انرژی خازن C_2 بیشتر شده است بنابراین با توجه به رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ باید ظرفیت خازن C_1 از ظرفیت خازن C_2 بیشتر باشد. $(C_1>C_2)$

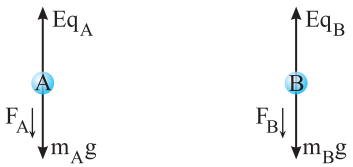
اگر بار صفحات خازن یکسان شود با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ چون $C_1>C_2$ است $U_1<U_2$ خواهد شد.



نمای ۳۱

A ۲ ۱۳۳۶

۲۳ **بر هر گوی**، سه نیروی وزن، نیروی الکتریکی و نیروی ریسمان وارد می‌شود. نیروها را رسم می‌کنیم.



$$F_A=Eq_A-m_Ag \qquad F_B=Eq_B-m_Bg$$

با توجه به صورت سؤال $m_A=m_B$ و $|q_A|=|q_B|$ است بنابراین $F_A=F_B$ می‌شود.

نمای ۲۱

B ۴ ۱۳۳۶

۲۴ **خط فکری** علامت بار کرهٔ B پس از دریافت 5×10^{13} الکترون تغییر نکرده است بنابراین بار اولیه کرهٔ B منفی بوده و با دریافت این مقدار الکترون بار آن ۱۲۵ درصد افزایش یافته است. یعنی مقدار افزایش بار q_B برابر اندازهٔ بار 5×10^{13} الکترون است. اکنون که این مطلب را می‌دانید مسئله قابل حل است.

ابتدا مقدار بار 5×10^{13} الکترون را حساب می‌کنیم.

$$q=-ne\Rightarrow q=-5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-8\times10^{-6}C$$

با توجه به خط فکری:

$$q=\frac{125}{100}q_B\Rightarrow -8\times10^{-6}=\frac{5}{4}q_B\Rightarrow q_B=-\frac{32}{5}\times10^{-6}=-6/4\mu C$$

نمای ٤

C ۲ ۱۳۳۶

۲۵ **یادآوری** اگر بار ذره‌ای مثبت باشد و آن را درون میدان الکتریکی قرار دهیم، نیروی الکتریکی در جهت میدان الکتریکی به آن وارد می‌شود. در این سؤال چون q در جهت میدان الکتریکی منحرف شده پس $q>0$ است.

خط فکری نیروهای وارد بر بار را مشخص می‌کنیم. سه نیرو بر آن وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن $W=mg$

۲ نیروی الکتریکی $F_E=|q|E$

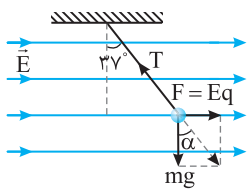
۳ نیروی ریسمان

این سه نیرو را روی شکل نمایش می‌دهیم. برایند این سه نیرو باید صفر باشد یعنی برایند دو نیروی F_E و W باید در امتداد نیروی ریسمان و در خلاف جهت آن باشد.

نیروها را رسم می‌کنیم. بنا به خطوط موازی و مورب، زاویهٔ α برابر 37° خواهد شد، با نوشتن تانژانت زاویه α خواهیم داشت:

$$\tan 37^\circ=\frac{Eq}{mg}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{2\times10^5\times q}{80\times10^{-3}\times10}\Rightarrow q=3\times10^{-6}C=3\mu C$$

نمای ۲۱

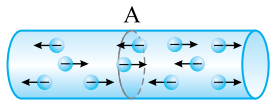


فصل ششم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

پنجره ۱

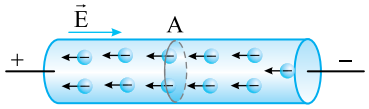
A ۱۳۳۷ ۴

مطابق شکل زیر وقتی کلید باز است، بار الکتریکی از هر سطح مقطع مدار عبور می‌کند، اما در نبود اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع معین A سیم نداریم، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.



شکل (الف) در نبود اختلاف پتانسیل

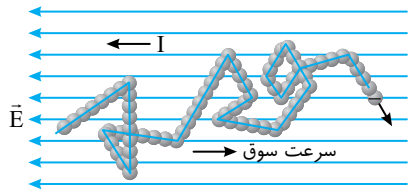
اگر کلید بسته شود، تغییر تحت تأثیر اختلاف پتانسیل دو سر سیم، درون فلز میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که سبب حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها می‌شود و از هر مقطع مدار شارش خالص بار رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.



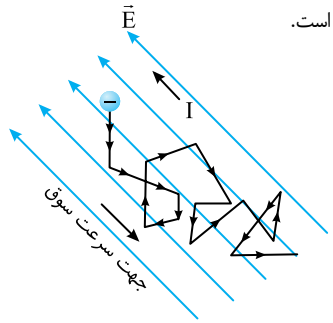
شکل (ب) در حضور اختلاف پتانسیل

A ۱۳۳۸ ۳

وقتی میدان الکتریکی درون فلز ایجاد می‌شود، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق مطابق شکل در خلاف جهت میدان به‌طور بسیار آهسته حرکت می‌کنند. از طرفی جهت قرار دادی جریان در جهت میدان الکتریکی است.



اکنون با توجه به شکل مسئله، جهت جریان ↖، جهت میدان ↖ و جهت سرعت سوق ↘ مشخص است.



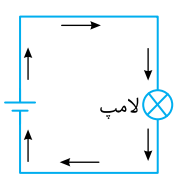
بازی با سؤال **اگر یک سیم رسانای حامل جریان را در امتدادهای جغرافیایی فرض کنیم، کدام گزینه می‌تواند جهت سرعت سوق و میدان درون رسانا باشد؟**

۱) شمال شرقی، جنوب شرقی
۲) جنوب غربی، شمال غربی
۳) جنوب غربی، جنوب شرقی
۴) جنوب غربی، شمال شرقی

گزینهٔ ۴

A ۱۳۳۹ ۳

الکترون‌های آزاد در طول سیم رسانا با تندی‌هایی از مرتبهٔ $10^{6}\,m/s$ در حرکت‌اند، درحالی که سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم و مثلاً در سیم‌های مسی از مرتبهٔ بزرگی $10^{-5}\,m/s$ یا $10^{-4}\,m/s$ است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.



جهت قراردادی جریان الکتریکی در مدار از پایانهٔ مثبت باتری به سوی پایانهٔ منفی آن است، بنابراین شارش جریان مدار ساعتگرد است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

باتری در مدار جریان مستقیم می‌فرستد یعنی جریانی که جهت آن با زمان تغییر نمی‌کند و مقدار آن ثابت می‌ماند، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

A ۱۳۴۰ ۲

خط فکری هر گاه تعداد بار شارش‌شده مدنظر باشد، باید مقدار بار شارش‌شده (q) را به‌دست آورده و با توجه به رابطهٔ $q=ne$ تعداد بار شارش شده را به‌دست آوریم.

با توجه به تعریف جریان $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و همچنین رابطهٔ $q=ne$ می‌توان نوشت:

$$I=\frac{ne}{t}\Rightarrow 1=\frac{n\times 1/6\times 10^{-19}}{1\times 10^{-9}}\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times 10^{10}=\frac{10}{16}\times 10^{10}=\frac{5}{8}\times 10^{10}$$

بازی با سؤال **با توجه به اینکه اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون برابر $1/6\times 10^{-19}C$ است، وقتی جریانی به شدت یک آمپر از مداری می‌گذرد در هر ثانیه به‌طور خالص، چند الکترون از یک مقطع این مدار خواهد گشت؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $6/25\times 10^{23}$ ۲) $1/6\times 10^{19}$ ۳) $6/25\times 10^{18}$ ۴) $1/6\times 10^{20}$

گزینهٔ ۳

B ۱۳۴۱ ۲

الف) با توجه به تعریف جریان خواهیم داشت: $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta q=I\Delta t$

$$\Rightarrow \Delta q=0/16\times 10^{-3}\times 3600\Rightarrow \Delta q=0/576C$$

بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد برابر است با:

$$\Delta V=\frac{W}{q}\Rightarrow W=q\Delta V\Rightarrow W=0/576\times 3\Rightarrow W=1/728J$$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

پ) تعداد الکترون‌های شارش‌شده در هر ثانیه برابر خواهد شد با:

$$\Delta q=I\Delta t=ne\Rightarrow 0/16\times 10^{-3}\times 1=n\times 1/6\times 10^{-19}\Rightarrow n=10^{15}$$

بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

B ۱۳۴۲ ۳

خط فکری در این مسئله باید از تعریف اختلاف پتانسیل در فصل الکتریسیته ساکن $\Delta V=\Delta U/q$ استفاده شود و بار شارش‌شده به‌دست آید تا به کمک آن بتوان جریان را حساب کرد.

بار الکتریکی شارش شده خواهد شد: $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow 5\times 10^{7}=\frac{10^{9}}{q}\Rightarrow q=20C$

جریان متوسط برابر است با:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=0/2s} I=\frac{20}{0/2}=100A$$

A ۱۳۴۳ ۲

در رابطهٔ $\Delta q=I\Delta t$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد، یکای Δq (بار الکتریکی) آمپر - ساعت (Ah) می‌شود.

A ۱۳۴۴ ۴

با توجه به فرمول $\Delta q=I\Delta t$ و اینکه در سؤال به ما مقدار $\Delta q=1000mA.h$ و $I=100\mu A=100\times 10^{-3}mA$ داده شده داریم:

$$\Delta q=I\Delta t\Rightarrow 1000mA.h=100\times 10^{-3}mA\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=10^{4}h$$

دقت کنید آمپر - ساعت واحد بار الکتریکی است.

A ۱۳۴۵ ۲

خط فکری جریان متوسط یعنی آهنگ شارش بار الکتریکی $I=\Delta q/\Delta t$، از طرفی دو ثانیه سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_1=4s$ تا $t_2=6s$، بنابراین در این لحظه‌ها بار الکتریکی گذرنده را حساب کرده و جریان متوسط را حساب می‌کنیم.

بار الکتریکی در لحظهٔ $t_1=4s$ و $t_2=6s$ برابر است با:

$$q=4\cos(\frac{\pi}{4}t)\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=4s} q_1=4\cos\frac{\pi}{4}\times4=4\cos\pi\Rightarrow q_1=-4C\\ \xrightarrow{t_2=6s} q_2=4\cos\frac{\pi}{4}\times6=4\cos\frac{3\pi}{2}\Rightarrow q_2=0\end{cases}$$

بنابراین جریان متوسط خواهد شد:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{0-(-4)}{6-4}=+2A$$

بازی با سؤال **بار شارش‌شده در هر مقطع از یک سیم حامل جریان برحسب زمان در SI به صورت $q=at+10$ است. اگر جریان متوسط عبوری از سیم در یک بازهٔ زمانی دلخواه Δt برابر $5A$ باشد، a کدام است؟**

۱) ۲/۵ ۲) ۵

۳) ۷/۵ ۴) مقدار بازهٔ زمانی Δt باید مشخص باشد.

گزینهٔ ۲

A ۱۳۴۶ ۳

با بسته شدن کلید، الکترون‌ها از زمین به سمت کره که دارای بار مثبت است، حرکت می‌کنند تا بار کره را خنثی کند. بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از زمین به سمت کره می‌باشد و جهت جریان خلاف جهت حرکت الکترون است و از کره به سمت زمین می‌باشد، بنابراین گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (ب) نادرست می‌باشد.

اندازهٔ جریان متوسط برابر است با: $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q_2-q_1}{\Delta t}=\frac{0-0/4}{0/04}=-10A\Rightarrow|\bar{I}|=10A$

پس گزارهٔ (پ) نیز درست بوده، بنابراین دو گزاره درست است.

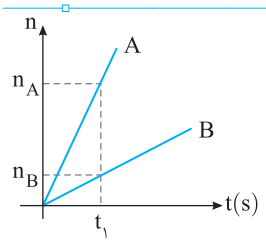
بازی با سؤال **دو کرهٔ فلزی مشابه A و B به ترتیب دارای بارهای الکتریکی $-2nC$ و $+6nC$ هستند. اگر این دو کره را با یک سیم رسانا به هم متصل کنیم، در مدت یک میکروثانیه، دو کره به تعادل الکتریکی می‌رسند. جریان الکتریکی متوسط گذرنده از این سیم رسانا چند میلی‌آمپر است؟**

۱) ۰/۰۰۴ ۲) ۴ ۳) ۰/۰۰۲ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

A ۱۳۴۷ ۲

خط فکری هر چه تعداد الکترون شارش شده در یک بازهٔ زمانی مشخص (مثلاً t_1) بیشتر باشد، بار الکتریکی شارش شده بیشتر است، بنابراین جریان بزرگ‌تر است.

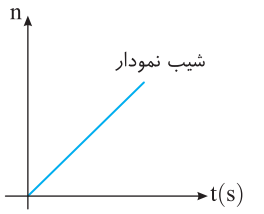


جریان متوسط عبوری از رسانا برابر با $\bar{I}=\frac{q}{t}=\frac{ne}{t}$ است، با توجه به نمودار در لحظه مشخص مثل t_1 داریم:

$$\begin{cases}I_A=\frac{n_Ae}{t_1}\\ I_B=\frac{n_Be}{t_1}\end{cases}\xrightarrow{n_A>n_B} I_A>I_B$$

با توجه به خطی بودن نمودارها شیب آن‌ها ثابت است

$$\text{شیب نمودار}=\frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}}=\frac{\Delta n}{\Delta t}=\text{ثابت}$$

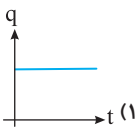


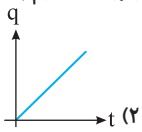
رابطهٔ جریان متوسط برابر است با:

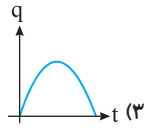
$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta ne}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta n}{\Delta t}e$$

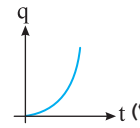
مقدار بار بنیادی e ثابت و برابر $1/6\times10^{-19}C$ و مقدار $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ نیز ثابت است، بنابراین مقدار جریان ثابت است و جریان‌ها مستقیم است.

بازی با سؤال **نمودار بار خالص الکتریکی گذرنده از یک سطح مقطع برحسب زمان برای جریان مستقیم به کدام صورت می‌تواند باشد؟** از کتاب درسی

۱) 

۲) 

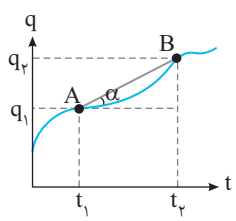
۳) 

۴) 

گزینهٔ ۲

B ۱۳۴۸ ۴

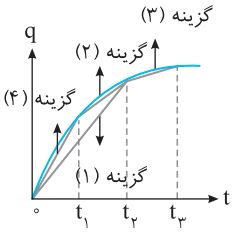
خط فکری به نمودار $q-t$ شکل روبه‌رو نگاه کنید. مشخص است که شیب خط بین دو نقطهٔ A و B در نمودار $q-t$ برابر جریان الکتریکی متوسط است:



$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{q_2-q_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

جریان متوسط برابر است با $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ که در واقع همان شیب خط بین دو لحظه در نمودار $q-t$ می‌باشد، بنابراین بین هر دو لحظه که شیب نمودار بیشتر باشد، جریان متوسط بین آن دو لحظه بیشتر خواهد بود.

بین لحظه‌های بیان شده خطوط را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل در بازهٔ ۰ تا t_1 شیب خط رسم شده از شیب بقیهٔ خطوط بیشتر است، بنابراین جریان متوسط در بازهٔ ۰ تا t_1 بیشترین مقدار است.

B ۱۳۴۹ ۴

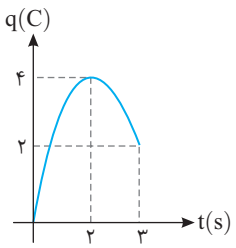
خط فکری برای به‌دست آوردن جریان متوسط باید بار شارش شده در واحد زمان را به‌دست آوریم. برای به‌دست آوردن بار شارش شده نمودار $q-t$ به ما داده شده است.

نمودار $q-t$ سهمی و معادلهٔ q برحسب t معادله درجه دوم است.

از طرفی مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادلهٔ سهمی صدق کند، بنابراین ابتدا با قرار دادن مختصات نقاط روی نمودار در معادله، معادلهٔ بار الکتریکی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$q=at^2+bt+c\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow[q=4C]{t=2s} 4=4a+2b+c\\ \xrightarrow[q=2C]{t=3s} 2=9a+3b+c\\ \xrightarrow[t=2s]{\text{رأس سهمی}} 2=\frac{-b}{2a}\Rightarrow b=-4a\end{cases}$$

۱ حال با توجه به سه معادله بالا سه مجهول a، b و c را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}4=4a+2(-4a)+c\Rightarrow4=-4a+c\\ 2=9a+3(-4a)+c\Rightarrow2=-3a+c\end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-2,c=-4,\frac{-b}{2a}=2$$

$$\Rightarrow b=-4a=8\Rightarrow q=-2t^2+8t-4$$

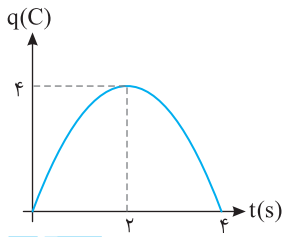
۲ در لحظهٔ $t=0$ و $t=3s$، q برابر است با:

$$q=-2t^2+8t-4\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=0} q_1=-4C\\ \xrightarrow{t=3s} q_2=(-2\times9)+(8\times3)-4=2C\end{cases}$$

۳ جریان متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{2-(-4)}{3-0}=2A$$

بازی با سوال نمودار بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع یک مدار بر حسب زمان، مطابق سهمی شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=3s$ جریان الکتریکی متوسط عبوری از مدار چند آمپر است؟



۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

گزینهٔ ۱

A ۱۳۵۰ ۳

۱ در رسانای اهمی، قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ برقرار است، برای رسانای A می‌توان نوشت:

$$R_A=\frac{V_A}{I_A}\Rightarrow R_A=\frac{۳/۶}{۰/۶}=۶\Omega$$

۲ برای رسانای B نیز خواهیم داشت: $R_B=\frac{V_B}{I_B}\Rightarrow ۸=\frac{V_B}{۰/۸}\Rightarrow V_B=۶/۴V$

بنابراین جای خالی (۱) با ۶Ω و جای خالی (۲) با $۶/۴V$ پر می‌شود.

رسانا	$R(\Omega)$	$I(A)$	$V(V)$
A	۶	۰/۶	۳/۶
B	۸	۰/۸	۶/۴

A ۱۳۵۱ ۱

با استفاده از قانون اهم، جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow{V=۴V,R=۵\Omega}I=\frac{۴}{۵}=۰/۸A$$

اکنون با توجه به تعریف جریان می‌توان بار الکتریکی گذرنده از لامپ را به‌دست آورد.

$$q=It\xrightarrow{t=۵min=۳۰۰s}q=۰/۸\times۳۰۰=۲۴۰C$$

تعداد الکترون‌های گذرنده از لامپ خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow ۲۴۰=n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\Rightarrow n=۱۵۰\times۱۰^{+۱۹}\Rightarrow n=۱/۵\times۱۰^{۲۱}$$

بازی با سوال یک مقاومت ۱۰Ω را که رسانای اهمی است به یک باتری وصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۵V$ باشد، در مدت $۳۲s$ چه تعداد الکترون از مقاومت عبور می‌کند؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹})$

۱) $۱۰^{۱۹}$ ۲) $۱۰^{۱۷}$ ۳) $۱۰^{۲۰}$ ۴) $۱۰^{۱۸}$

گزینهٔ ۳

A ۱۳۵۲ ۲

خط فکری در یک رسانا، مقدار مقاومت با تغییر جریان یا ولتاژ ثابت می‌ماند و در واقع تغییرات جریان و ولتاژ به گونه‌ای است که نسبت $\frac{V}{I}$ ثابت بماند.

۱ ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت لامپ را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۱/۵}{۰/۳}\Rightarrow R=۵\Omega$$

۲ با ولتاژ $۱/۲V$ باتری، جریان عبوری از لامپ ۵ اهمی خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I'=\frac{۱/۲}{۵}\Rightarrow I'=۰/۲۴A$$

۳ بنابراین جریان $۰/۰۶A$ کاهش می‌یابد. $۰/۲۴-۰/۳=-۰/۰۶$

روش دیگر: مقاومت ثابت است و در هر دو حالت نسبت $\frac{V}{I}$ یکسان است:

$$R_۱=R_۲\Rightarrow\frac{V_۱}{I_۱}=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow\frac{۱/۵}{۰/۳}=\frac{۱/۲}{I_۲}\Rightarrow I_۲=۰/۲۴A$$

جریان از $۰/۳A$ به $۰/۲۴A$ رسیده و به اندازهٔ $۰/۰۶$ کاهش یافته است.

A ۱۳۵۳ ۴

یادآوری با تغییر جریان و ولتاژ، نسبت آن‌ها یعنی $\frac{V}{I}$ ثابت می‌ماند و مقاومت تغییر نمی‌کند.

با توجه به صورت مسئله جریان $۵A$ افزایش یافته $(I_۲=I_۱+۵)$ و اختلاف پتانسیل دو سر آن ٪۵۰ افزایش یافته $(V_۲=۱/۵V_۱)$، بنابراین با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_۲=۱/۵V_۱\xrightarrow{V=IR}I_۲R=۱/۵I_۱R\Rightarrow I_۲=۱/۵I_۱$$

$$\xrightarrow{I_۲=I_۱+۵}I_۱+۵=۱/۵I_۱\Rightarrow ۵=۰/۵I_۱\Rightarrow I_۱=۱۰A$$

بازی با سوال اختلاف پتانسیل بین دو سر یک سیم در دمای ثابت از ۲۸ ولت به ۴۰ ولت افزایش می‌یابد. اگر با این کار جریان عبوری از مقاومت ۱/۵ آمپر افزایش یابد، مقاومت سیم چند اهم است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

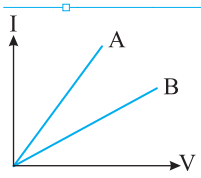
A ۱۳۵۴ ۴

خط فکری یک رسانا هم می‌تواند اهمی و هم غیراهمی باشد. اگر وسیله اهمی باشد، با تغییر ولتاژ و جریان مقدار مقاومت تغییر نمی‌کند و از قانون اهم $(I=\frac{۱}{R}V)\ R=\frac{V}{I}$ پیروی می‌کند، بنابراین جریان برحسب ولتاژ خطی است و اگر رسانا غیراهمی باشد، از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار آن خطی نیست.

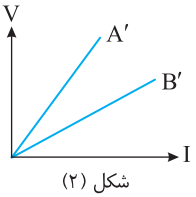
اگر رسانا اهمی باشد نمودار ولتاژ برحسب جریان آن خط مورب است که از مبدأ می‌گذرد مانند گزینه (۱) و اگر رسانا غیراهمی باشد مانند دیود نورگسیل، نمودار آن خطی نیست و مشابه نمودار گزینه (۳) است، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۳۵۵ ۳

خط فکری در نمودارهای خطی شیب نمودار برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است. مثلاً در نمودار (۱) شیب خط برابر $\frac{I}{V}$ و در نمودار (۲) شیب خط برابر $\frac{V}{I}$ است. با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ $(V=IR)$ شیب خط نمودار ولتاژ برحسب جریان $(V-I)$ برابر **مقاومت** (R) و شیب خط نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ برابر **وارون مقاومت** $(\frac{۱}{R})$ است.



شکل (۱)



شکل (۲)

۱ در نمودار شکل (۱) شیب نمودار A از شیب نمودار B بیشتر است و می‌دانیم شیب نمودار $I-V$ وارون مقاومت است، بنابراین مقاومت A از مقاومت B کمتر است:

$$\text{شیب A}>\text{شیب B}\Rightarrow\frac{۱}{R_A}>\frac{۱}{R_B}\Rightarrow R_B>R_A$$

۲ در نمودار شکل (۲) شیب نمودار A' از شیب نمودار B' بیشتر است و مقاومت A' از مقاومت B' بیشتر است:

$$\text{شیب A′}>\text{شیب B′}\Rightarrow R_{A'}>R_{B'}$$

A ۱۳۵۶ ۱

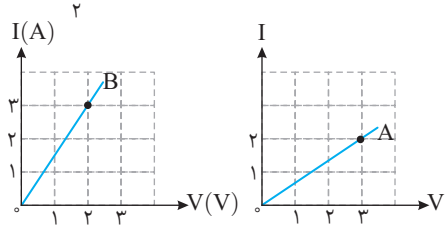
خط فکری به کمک نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ می‌توان مقاومت رسانا را به‌دست آورد. به کمک داده‌های روی نمودار مقاومت‌های A و B را به سادگی به‌دست می‌آوریم:

با توجه به نمودار برای مقاومت A داریم: $R_A=\frac{V}{I}\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۲}\Omega$ (۱)

برای مقاومت B نیز داریم: $R_B=\frac{V}{I}\Rightarrow R_B=\frac{۲}{۳}\Omega$ (۲)

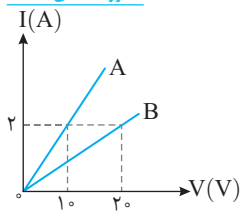
بنابراین نسبت دو مقاومت A و B برابر است با:

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۹}$$



بازی با سؤال نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های A و B مطابق شکل است. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟

کنکور دهه‌های گذشته

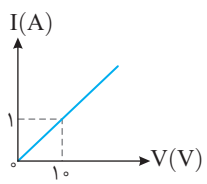


۱) ۲
۲) ۵
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

گزینهٔ ۱

A ۱۳۵۷ ۳

خط فکری مسیر ساده‌ای در پیش دارید، محاسبهٔ مقاومت از روی نمودار، سپس به‌دست آوردن جریان به کمک ولتاژ داده شده و سرانجام محاسبه آمپر - ساعت باتری.



یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

۱ مقاومت این رسانا برابر است با:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=۱۰V,\ I=۱A}R=\frac{۱۰}{۱}=۱۰\Omega$$

۲ جریان عبوری از مقاومت وقتی اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲۰V است، برابر خواهد شد با:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow I=۲A$$

۳ این باتری پس از ۱/۵ ساعت تخلیه شده است بنابراین:

$$Q=It\xrightarrow[t=۱/۵h]{I=۲A}Q=۲\times ۱/۵=۳Ah$$

B ۱۳۵۸ ۲

با توجه به نمودار در مدت ۱s جریان عبوری از رسانا از ۲A به ۳/۲A می‌رسد، یعنی جریان عبوری از رسانا در مدت ۱s به اندازهٔ ۱/۲A تغییر می‌کند. چون نمودار It به صورت خط راست است، تغییر جریان در مدت ۵s را می‌توان با یک نسبت ساده به‌دست آورد:

۱s	۱/۲A
۵s	ΔI=?

$$\Rightarrow \Delta I=۶A$$

جریان اولیه برابر ۲A است و در مدت ۵s به اندازهٔ ۶A افزایش یافته و به $I_۲=I_۱+\Delta I=۲+۶=۸A$ می‌رسد. با توجه به مقدار مقاومت و جریان در لحظهٔ t=۵s، اختلاف پتانسیل را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۴=\frac{V}{۸}\Rightarrow V=۳۲V$$

بازی با سؤال معادلهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانای اهمی به مقاومت ۳Ω برحسب زمان در SI به‌صورت $V=۳t^۲-۱۲$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جریان عبوری از رسانا برابر با ۵ آمپر می‌شود؟ (دما ثابت فرض شود.)

قلم‌چی

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

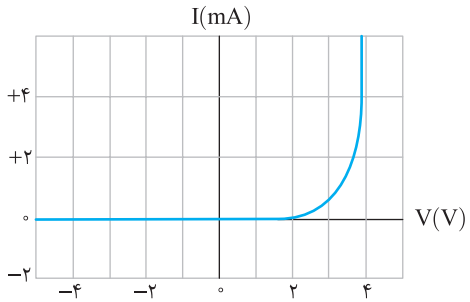
گزینهٔ ۳

A ۱۳۵۹ ۲

در رابطه ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، ρ مقاومت ویژه است که به ساختار اتمی و دمای مقاومت بستگی دارد. در رساناهای الکتریکی خوب مانند فلزات مقاومت ویژه بسیار کم و در عایق‌های خوب الکتریکی مقاومت ویژه بسیار زیاد است.

جیوه فلز است و رسانای الکتریکی است که در دمای خاصی به‌طور ناگهانی مقاومت ویژهٔ آن به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند. یعنی جیوه به ابررسانا تبدیل می‌شود.

اما در مورد دیود، دیود از وسیله‌های الکتریکی است که از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار جریان برحسب ولتاژ آن خط راست مایل نیست و مطابق شکل زیر است. به دیود، رسانای غیر اهمی می‌گویند.



نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

A ۱۳۶۰ ۱

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با: (قطر سیم)

$$\text{سطح مقطع سیم } A=\pi\times r^۲=\pi(\frac{D}{۲})^۲$$

$$\xrightarrow{D=۴mm}A=\pi(\frac{۴}{۲}\times ۱۰^{-۳})^۲=۳\times ۴\times ۱۰^{-۶}m^۲=۱۲\times ۱۰^{-۶}m^۲$$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=۱/۷\times ۱۰^{-۸}\Omega.m}R=۱/۷\times ۱۰^{-۸}\times\frac{۹۰}{۱۲\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۱۲/۷۵\times ۱۰^{-۲}\Omega$$

A ۱۳۶۱ ۱

۱ با استفاده از اطلاعات داده شده مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{l}{A}=۲/۵\times ۱۰^{-۸}\times\frac{۰/۲}{۰/۰۲۵\times ۱۰^{-۶}}=\frac{۵\times ۱۰^{-۹}}{۲۵\times ۱۰^{-۹}}=۰/۲\Omega$$

۲ حال از قانون اهم استفاده کرده و جریان را حساب می‌کنیم

$$I=\frac{V}{R}=\frac{۱/۵}{۰/۲}=۷/۵A$$

A ۱۳۶۲ ۴

خط فکری رابطهٔ ساختمانی را در دو حالت نوشته برهم تقسیم کرده و در رابطهٔ به‌دست آمده، داده‌های مسئله را قرار می‌دهیم. هر دو سیم مسی هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases}R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}\\ R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow[\text{قطر سیم}:D]{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{D_A^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۱}{۴}L_B}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{(۲D_B)^۲}\xrightarrow{R_A=۵\Omega}\frac{۵}{R_B}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_B=۸۰\Omega$$

مباتبر نسبت مقاومت در دو حالت برابر است با:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲$$

بازی با سؤال مقاومت ویژهٔ سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژهٔ سیم B است. اگر طول و مقاومت الکتریکی این سیم‌ها باهم برابر باشند، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟

خارج ریاضی -۹۳

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) ۹

گزینهٔ ۱

B ۱۳۶۳ ۴

در ماشین چمن‌زنی A که طول سیم آن ۲۰ متر است، از سیم به قطر $D_A = ۰/۰۸cm$ استفاده شده است و در ماشین چمن‌زنی B که طول آن ۶۵m است، از سیم به قطر $D_B = ۰/۱۳cm$ استفاده می‌شود. با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

۱ مقاومت سیم چمن‌زنی A را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_A = \rho_A \frac{L_A}{A_A} \xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}} R_A = \rho_A \frac{۲۰}{\frac{\pi D_A^۲}{۴}}$$

$$\Rightarrow R_A = \rho_A \frac{۸۰}{\pi\times(۰/۰۸\times۱۰^{-۲})^۲}$$

۲ مقاومت سیم چمن‌زنی B را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_B = \rho_B \frac{L_B}{A_B} \xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}} R_B = \rho_B \frac{۶۵}{\frac{\pi D_B^۲}{۴}}$$

$$\Rightarrow R_B = \rho_B \frac{۲۶۰}{\pi(۰/۱۳\times۱۰^{-۲})^۲}$$

نسبت مقاومت دو سیم را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید دو سیم هم‌جنس بوده و $\rho_A = \rho_B$ است و در هر دو رابطه π و $۱۰^{-۴}$ وجود دارد که با تقسیم آن‌ها برهم، ساده می‌شوند:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{۸۰}{(۰/۰۸)^۲}}{\frac{۲۶۰}{(۰/۱۳)^۲}} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{۸۰\times(۰/۱۳)^۲}{۲۶۰\times(۰/۰۸)^۲} = \frac{۸۰\times۱۳\times۱۳}{۲۶۰\times۸\times۸} = ۰/۸۱۲۵$$

بازی با سوال **طول سیم مسی A، دو برابر طول سیم مسی B است و قطر مقطع سیم A، نصف قطر مقطع سیم B است. مقاومت الکتریکی سیم A، چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟** تجربی - ۹۱

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۴

B ۱۳۶۴ ۴

خط فکری در رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ منظور از A مساحت مقطع توپر سیم رسانا است. سطح مقطع سیم توپر برابر $A_B = \pi r'^۲$ و سطح مقطع سیم توخالی برابر $A_A = \pi(r_{\text{خارجی}}^۲ - r_{\text{داخلی}}^۲)$ است. با دانستن این مطلب کافی است به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R = \rho\frac{L}{A}$ مسئله را حل کرد.

۱ مقاومت سیم رسانای توخالی A خواهد شد:

$$R_A = \rho\frac{L_A}{A_A} = \rho\times\frac{۲L}{۴\pi r^۲ - \pi r^۲} = \rho\times\frac{۲L}{۳\pi r^۲} = \frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲}$$

۲ مقاومت سیم رسانای توپر B برابر است با: $R_B = \rho\frac{L_B}{A_B} = \rho\frac{L}{\pi r'^۲}$

۳ مقاومت دو سیم باهم برابر است:

$$R_A = R_B \Rightarrow \frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲} = \rho\frac{L}{\pi r'^۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳}\frac{۱}{r^۲} = \frac{۱}{r'^۲}$$

$$\frac{r^۲}{r'^۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{\frac{۲}{۳}} \xrightarrow{\text{عبارت را گویا می‌کنیم}} \frac{r}{r'} = \frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}\times\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

B ۱۳۶۵ ۱

خط فکری کافی است رابطهٔ ساختمانی را برای هر مقاومت نوشته شود و نسبت مقاومت‌ها حساب گردد.

$$\begin{cases} R_۱ = \rho_۱\frac{L_۱}{A_۱} \\ R_۲ = \rho_۲\frac{L_۲}{A_۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}$$

البته در این مسئله قطر سیم‌ها برابر است، بنابراین سطح مقطع سیم‌ها برابر است. از این‌رو:

$$\frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}$$

اکنون با آنچه در اختیار داریم می‌توان نسبت مقاومت‌ها را حساب کرد.

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B} = \frac{۱/۵\rho}{۰/۵\rho}\times\frac{۲L}{L} = ۶ \Rightarrow R_A = ۶R_B$$

$$\frac{R_A}{R_C} = \frac{\rho_A}{\rho_C}\times\frac{L_A}{L_C} = \frac{۱/۵\rho}{\rho}\times\frac{۲L}{L} = ۳ \Rightarrow R_A = ۳R_C$$

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C}\times\frac{L_B}{L_C} = \frac{۰/۵\rho}{\rho}\times\frac{L}{L} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow R_C = ۲R_B$$

B ۱۳۶۶ ۲

خط فکری ولتاژها یکسان هستند، بنابراین مقاومت کوچک‌تر با توجه به قانون اهم $R = \frac{V}{I}$، جریان بیشتری دارد. با توجه به رابطهٔ $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ هر چه جریان عبوری از سیم بیشتر باشد بار شارش شده از آن بیشتر و تعداد الکترون‌های عبوری از سطح مقطع آن بیشتر است. باید نسبت مقاومت‌ها را دو به دو به‌دست آورد تا نسبت جریان‌ها دو به دو به دست آید و به کمک آن نسبت تعداد الکترون‌های عبوری حساب شود.

۱ ابتدا مقاومت سه سیم را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow (R_۱ = \rho\frac{۱/۵L}{A}\ ,\ R_۲ = \rho\frac{L}{۱/۵A}, R_۳ = \rho\frac{۲L}{۲A})$$

$$\frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\rho\frac{۱/۵L}{A}}{\rho\frac{L}{۱/۵A}} \Rightarrow R_۱ = ۲/۲۵R_۲\ ,\ (۱), \frac{R_۲}{R_۳} = \frac{\frac{L}{۱/۵A}}{\rho\frac{۲L}{۲A}} \Rightarrow R_۳ = ۱/۵R_۲ \quad (۲)$$

$$\frac{R_۱}{R_۳} = \frac{\rho\frac{۱/۵L}{A}}{\rho\frac{۲L}{۲A}} \Rightarrow R_۱ = ۱/۵R_۳ \quad (۳)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) و (۳) می‌توان نوشت: $R_۱ = ۱/۵R_۳ = ۲/۲۵R_۲$

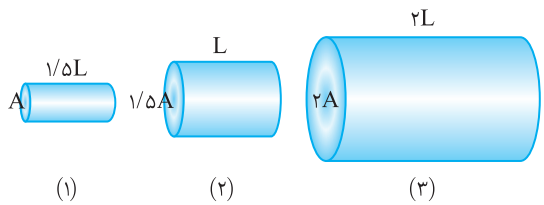
۲ چون هر سه مقاومت را به یک اختلاف پتانسیل وصل کرده‌ایم، با توجه به قانون اهم $R = \frac{V}{I}$ می‌توان نوشت:

$$R_۱ = ۱/۵R_۳ = ۲/۲۵R_۲ \Rightarrow \frac{V}{I_۱} = ۱/۵\frac{V}{I_۳} = ۲/۲۵\frac{V}{I_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{I_۱} = \frac{۱/۵}{I_۳} = \frac{۲/۲۵}{I_۲} \Rightarrow I_۱ = \frac{I_۳}{۱/۵} = \frac{I_۲}{۲/۲۵}$$

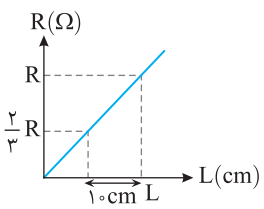
۳ با توجه به رابطهٔ $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $q = ne$ می‌توان به جای جریان در رابطهٔ بالا $\frac{ne}{\Delta t}$ را قرار داد:

$$\frac{n_۱e}{\Delta t} = \frac{n_۳e}{۱/۵\Delta t} = \frac{n_۲e}{۲/۲۵\Delta t} \xrightarrow{\text{بازهٔ زمانی یکسان}} n_۱ = \frac{n_۳}{۱/۵} = \frac{n_۲}{۲/۲۵} \Rightarrow n_۱ = \frac{۲}{۳}n_۳ = \frac{۴}{۹}n_۲$$



B ۱۳۶۷ ۲

خط فکری با نگاه به نمودار مشخص است که وقتی طول رسانا ۱۰cm افزایش یافته است، مقاومت آن از $\frac{۲}{۳}R$ به R افزایش می‌یابد، بنابراین با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مسئله قابل حل است.



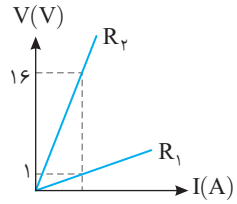
با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ با ثابت بودن جنس رسانا و سطح مقطع آن می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}R_1=\rho\frac{L_1}{A}\\R_2=\rho\frac{L_2}{A}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\xrightarrow[L_1=L-10]{L_2=L}$$

$$\frac{\frac{2}{3}R}{R}=\frac{L}{L-10}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{L}{L-10}\Rightarrow 3L-30=2L\Rightarrow L=30\text{cm}$$

B ۱۳۶۸ ۲

۱ با توجه به نمودار $V-I$، نسبت مقاومت R_1 به R_2 را به دست می‌آوریم.



$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\frac{V_1}{I}}{\frac{V_2}{I}}=\frac{\frac{1}{I}}{\frac{16}{I}}=\frac{1}{16}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌توان نسبت $\frac{D_1}{D_2}$ را به‌دست آورد.

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho_1\frac{L_1}{A_1}}{\rho_2\frac{L_2}{A_2}}\xrightarrow[\text{دو سیم هم‌طول }L_1=L_2]{\text{دو سیم هم‌جنس }\rho_1=\rho_2}\frac{R_1}{R_2}=\frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^2}{4}}\frac{1}{16}=\frac{\pi\frac{D_2^2}{4}}{\pi\frac{D_1^2}{4}}\Rightarrow\frac{D_2^2}{D_1^2}=\frac{1}{16}\Rightarrow\frac{D_2}{D_1}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{D_1}{D_2}=4$$

میانبر رابطهٔ بین مقاومت و سطح مقطع به صورت زیر است:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R\propto\frac{1}{A}$$

بنابراین چون مقاومت R_2، ۱۶ برابر مقاومت R_1 است، پس سطح مقطع مقاومت R_1، ۱۶ برابر سطح مقطع مقاومت R_2 است و با توجه به رابطهٔ $A=\frac{\pi D^2}{4}$، مساحت مقطع با قطر سیم رابطهٔ مستقیم و مجذوری دارد. بنابراین قطر سیم R_1، ۴ برابر قطر سیم R_2 است.

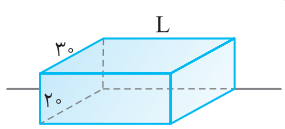
B ۱۳۶۹ ۳

خط فکری ۱ با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، وقتی این قطعه را به گونه‌ای در مدار قرار دهیم که بیشترین طول (L_{max}) و کمترین سطح مقطع (A_{min}) در مدار قرار گیرد، مقاومت آن بیشینه و وقتی که کوتاه‌ترین ضلع و بیشترین سطح مقطع در مدار قرار گیرد مقاومت آن کمینه است.

۲ همچنین با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ اگر ولتاژ دو سر رسانایی ثابت باشد، مقاومت و جریان باهم رابطهٔ عکس دارند.

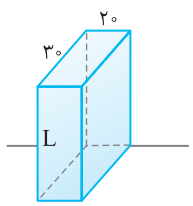
تذکر با توجه به گزینه‌ها طول L بزرگ‌ترین ضلع مکعب مستطیل فرض شده است زیرا در همهٔ گزینه‌ها L از ۳۰cm بیشتر است.

۱ بیشینه مقاومت این قطعه خواهد شد:



$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R_{max}=\rho\frac{L}{20\times30}$$

۲ کمینه مقاومت این قطعه برابر است با:



$$R_{min}=\frac{20}{30\times L}$$

در دو حالت اختلاف پتانسیل یکسان است.

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V\text{ ثابت}}\begin{cases}R_{max}=\frac{V}{I_{min}}\\R_{min}=\frac{V}{I_{max}}\end{cases}\Rightarrow\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$\xrightarrow{\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{81}{16}}\frac{81}{16}=\frac{\rho\frac{L}{20\times30}}{\rho\frac{20}{30L}}\Rightarrow\frac{81}{16}=\frac{L^2}{20\times20}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}}\frac{9}{4}=\frac{L}{20}\Rightarrow L=45\text{cm}$$

B ۱۳۷۰ ۲

خط فکری حجم یک لوله از رابطهٔ $V=AL$ (A: سطح مقطع، L: ارتفاع) به‌دست می‌آید و اگر حجم ثابت باشد A و L به نسبت عکس هم تغییر می‌کند.

هنگامی که تمام جیوه را در لولهٔ دیگری می‌ریزیم، حجم جیوه در دو حالت یکسان است.

اما سطح مقطع ظرف دوم $\frac{1}{5}$ سطح مقطع ظرف اول است $(A_2=\frac{1}{5}A_1)$، پس ارتفاع جیوه در ظرف دوم ۵ برابر ارتفاع جیوه در ظرف اول است $(L_2=5L_1)$. حال مستقیماً از رابطهٔ نسبتی ساختمان مقاومت مسئله را حل می‌کنیم.

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2\frac{L_2}{A_2}}{\rho_1\frac{L_1}{A_1}}\Rightarrow\frac{R_2}{R}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R}=1\times5\times5\Rightarrow R_2=25R$$

میانبر اگر حجم ثابت باشد در دو حالت می‌توان ثابت کرد نسبت مقاومت‌ها از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\frac{R_2}{R_1}=(\frac{L_2}{L_1})^2\quad\text{یا}\quad\frac{R_2}{R_1}=(\frac{A_1}{A_2})^2$$

A ۱۳۷۱ ۲

جرم سیم ثابت است، جنس سیم نیز تغییر نکرده و چگالی سیم در دو حالت یکسان است:

$$m_1=m_2\xrightarrow{\rho\text{ چگالی}}\rho V_1=\rho V_2\Rightarrow V_1=V_2$$

خط فکری مقاومت الکتریکی سیم پس از عبور از ابزار افزایش یافته است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، قطعاً طول آن زیاد شده و چون حجم سیم ثابت است، سطح مقطع آن کاهش یافته است.

اگر طول n برابر شده باشد آن‌گاه:

$$\text{حجم اولیه}=\text{حجم ثانویه}\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2\xrightarrow{L_2=nL_1}A_2=\frac{1}{n}A_1$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت:

$$\begin{cases}R_2=\rho\frac{L_2}{A_2}\\R_1=\rho\frac{L_1}{A_1}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1}=16}16=\frac{nL_1}{L_1}\times\frac{A_1}{\frac{A_1}{n}}\Rightarrow n^2=16\Rightarrow n=4$$

بنابراین طول آن برابر است با: $L_2=nL_1\Rightarrow L_2=4\times10=40\text{cm}$

میانبر هر گاه یک سیم از دستگاهی بگذرد و بدون تغییر جرم طول آن n برابر شود آن‌گاه:

$$R_2=n^2R_1$$

و اگر قطر سطح مقطع آن $\frac{1}{n}$ شود آن‌گاه:

$$R_2=n^4R_1$$

۳ ۱۳۷۲ B

خط فکری جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین حجم آن ثابت است و با کاهش سطح مقطع سیم (نازک شدن آن) طول آن افزایش می‌یابد.

۱ جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین:

$$m_1=m_2 \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V} \rho V_1=\rho V_2 \Rightarrow V_1=V_2$$

$$\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1} \quad (I)$$

۲ حال مقاومت سیم در دو حالت را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{L_2}{A_2}}{\rho\frac{L_1}{A_1}}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2} \xrightarrow[\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}]{\text{رابطه (I)}} \frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

۳ سطح مقطع ٪۴۰ کاهش یافته یعنی خواهیم داشت: $A_2=A_1-\frac{۴۰}{۱۰۰}A_1=۰/۶A_1$

۴ اکنون نسبت مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2=\left(\frac{A_1}{۰/۶A_1}\right)^2=\frac{۱۰۰}{۳۶}=\frac{۲۵}{۹}$$

۴ ۱۳۷۳ B

دقت کنید $\frac{۳}{۴}$ سیم بریده شده و کنار گذاشته شده است، بنابراین $\frac{۱}{۴}$ از سیم باقی‌مانده و این قسمت مقاومتش $\frac{۱}{۴}$ مقاومت اولیه سیم (۶Ω) است.

$$R'_1=\frac{۱}{۴}R_1 \Rightarrow R'_1=\frac{۱}{۴}\times۶=۱/۵\Omega$$

اکنون یک مقاومت $۱/۵\Omega$ داریم که آن را از دستگاه گذرانده‌ایم تا طولش ۴ برابر شود (یعنی به حالت اول برگردد) اما با چهار برابر شدن طول، به دلیل ثابت بودن حجم، سطح مقطع $\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

$$V'_2=V'_1 \Rightarrow A'_2L'_2=A'_1L'_1 \xrightarrow{L'_2=۴L'_1} A'_2=\frac{۱}{۴}A'_1$$

بنابراین مقاومت آن خواهد شد: $\frac{R'_2}{R'_1}=\frac{L'_2}{L'_1}\times\frac{A'_1}{A'_2} \Rightarrow \frac{R'_2}{۱/۵}=۴\times۴ \Rightarrow R'_2=۲۴\Omega$

میانبر دقت کنید طول مقاومت جدید و مقاومت اولیه یکسان است. اما جرم آن $\frac{۱}{۴}$ جرم اولیه و حجم آن $\frac{۱}{۴}$ حجم اولیه است بنابراین سطح مقطع آن $\frac{۱}{۴}$ سطح مقطع اولیه است، بنابراین:

$$\frac{R'_2}{R_1}=\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R'_2}{۶}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}} \Rightarrow R'_2=۶\times۴=۲۴\Omega$$

بازی با سوال **سیمی به طول L را به نسبت ۱ به ۳ می‌بریم. سیم بزرگ‌تر را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم طول آن برابر طول اولیه (L) شود، در این حالت مقاومت سیم R_1 می‌شود. سیم کوچک‌تر را از دستگاه عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم، طول آن به طول اولیه (L) برسد، در این حالت مقاومت سیم R_2 می‌شود. $\frac{R_2}{R_1}$ کدام است؟**

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

گزینهٔ ۱

۲ ۱۳۷۴ B

در حالت اول سیمی به طول L و سطح مقطع A داریم پس از آنکه سیم را به ۴ قطعهٔ مساوی تقسیم می‌کنیم یک سیم به طول $\frac{L}{۴}$ و سطح مقطع ۴A داریم از این‌رو، مقاومت الکتریکی سیم نسبت به حالت اولیه خواهد شد:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\frac{۱}{۱۶}$$

۲ ۱۳۷۵ A

خط فکری این مسئله از مسائلی است که صورت آن ما را به سمت حل مسئله می‌برد. ولتاژ ۳V و جریان ۱/۲A داده شده است، بنابراین در گام اول مقاومت آن را می‌توان به‌دست آورد $(R=V/I)$، مقاومت ویژهٔ سیم را داریم یعنی در گام دوم به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت بروید و سطح مقطع سیم را حساب کنید. با کمک آن و طول سیم، حجم سیم را حساب کنید و در گام آخر با استفاده از چگالی سیم، جرم آن را به‌دست بیاورید.

۱ مقاومت سیم را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I} \Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲} \Rightarrow R=۲/۵\ \Omega$$

۲ از رابطهٔ ساختمانی مقاومت سطح مقطع خواهد شد.

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow{L=۲۵m,\ \rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m} ۲/۵=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A}$$

$$\Rightarrow A=۱/۸\times۱۰^{-۷}m^۲$$

۳ حجم سیم را حساب می‌کنیم:

$$V=AL \Rightarrow V=۱/۸\times۱۰^{-۷}\times۲۵ \Rightarrow V=۴۵\times۱۰^{-۷}m^۳$$

۴ اکنون جرم سیم قابل محاسبه است.

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho=۸g/cm^۳,\ \rho=۸۰۰۰kg/m^۳} m=۸۰۰۰\times۴۵\times۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow m=۰/۰۳۶kg \Rightarrow m=۳۶g$$

۴ ۱۳۷۶ B

خط فکری هر گاه در مسئله چگالی باشد باید به سراغ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ بروید. در گام اول با توجه به اینکه نسبت جرم‌ها و نسبت چگالی‌ها داده شده است می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد. طول دو سیم A و B برابر است بنابراین در گام بعدی با داشتن نسبت حجم‌ها و رابطهٔ $V=AL$، می‌توان نسبت سطح مقطع دو سیم را حساب کرد و در گام آخر به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت رفت. پس مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ نسبت حجم A به حجم B را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_B=\frac{۱}{۳}\rho_A \Rightarrow \frac{m_B}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A} \Rightarrow \frac{\frac{۲}{۳}m_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A} \Rightarrow V_A=\frac{۱}{۲}V_B$$

۲ طول دو مقاومت برابر است، در این صورت سطح مقطع خواهد شد:

$$V_A=\frac{۱}{۲}V_B \Rightarrow A_AL_A=\frac{۱}{۲}A_BL_B \xrightarrow{L_A=L_B} A_A=\frac{۱}{۲}A_B$$

۳ مقاومت دو سیم یکسان است و به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R_A=R_B \Rightarrow \rho_A\frac{L_A}{A_A}=\rho_B\frac{L_B}{A_B} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{A_B}{A_A}=۲$$

بازی با سوال **جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است ولی قطر مقطع سیم A، $\sqrt{۲}$ برابر قطر مقطع سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی سیم B برابر ۱۰Ω باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟** ریاضی - ۹۰

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

۱ ۱۳۷۷ B

۱ مقاومت الکتریکی دو سیم با هم برابر است از این‌رو:

$$R_{Al}=R_{Cu} \Rightarrow \rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Al}}=\rho_{Cu}\frac{L_{Cu}}{A_{Cu}} \xrightarrow{\substack{\rho_{Cu}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}\\ L_{Al}=L_{Cu}}}$$

$$\frac{\rho_{Al}}{A_{Al}}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}\times\frac{۱}{A_{Cu}} \Rightarrow A_{Al}=۲A_{Cu}$$

۲ هر دو سیم هم طول‌اند. با توجه به نسبت مساحت سطح مقطع‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد:

$$V=AL \Rightarrow \frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=\frac{A_{Al}L_{Al}}{A_{Cu}L_{Cu}} \xrightarrow[A_{Al}=۲A_{Cu}]{L_{Al}=L_{Cu}} \frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=۲ \Rightarrow V_{Al}=۲V_{Cu}$$

۳ اکنون نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho V \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{\rho_{Al}V_{Al}}{\rho_{Cu}V_{Cu}} \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{۲/۷\times۲V_{Cu}}{۹V_{Cu}}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

بازی با سؤال دو سیم هم‌طول A و B در یک دمای معین دارای مقاومت الکتریکی یکسانی هستند. اگر چگالی A و B به‌ترتیب $18g/cm^3$ و $5/4g/cm^3$ و مقاومت ویژهٔ A، $\frac{1}{3}$ برابر مقاومت ویژهٔ B باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟

۱) $\frac{10}{9}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{9}{10}$ ۴) $\frac{9}{5}$

گزینهٔ ۱

B ۱۳۷۸ ۱

۱ دو سیم مسی هستند و چگالی آن‌ها یکی است. از طرفی جرم آن‌ها با هم برابر است بنابراین با توجه به رابطه $\rho=\frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$m_A=m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A=\rho_B V_B \xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{\text{هر دو سیم مسی‌اند}}$$
$$V_A=V_B \xrightarrow{V=AL} A_A L_A=A_B L_B \Rightarrow \pi r_A^2 L_A=\pi r_B^2 L_B$$

۲ قطر سطح مقطع سیم A، $\sqrt{2}$ قطر سطح مقطع سیم B است بنابراین خواهیم داشت:
$$2r_B^2 L_A=r_B^2 L_B \Rightarrow L_B=2L_A$$

۳ حال نسبت مقاومت‌های A و B را به‌دست می‌آوریم:
$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho\frac{L_A}{A_A}}{\rho\frac{L_B}{A_B}}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A} \xrightarrow[\frac{A_B}{A_A}=\frac{L_A}{L_B}=\frac{1}{2}]{} \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow R_B=4R_A$$

۴ مقاومت B، ۴ برابر مقاومت A است. با توجه به قانون اهم داریم:
$$R_B=4R_A \xrightarrow{R=\frac{V}{I}} \frac{V_B}{I_B}=4\frac{V_A}{I_A}\Rightarrow\frac{10}{2}=4\times\frac{18}{I_A}\Rightarrow I_A=14/4A$$

B ۱۳۷۹ ۲

خط فکری برای به‌دست آوردن طول سیم مسی باید تعداد حلقه‌های پیچه را در محیط هر حلقه ضرب کرد و با داشتن طول سیم و قطر سطح مقطع آن می‌توان به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت را حساب کرد.

۱ طول سیم را به‌دست می‌آوریم.
$$L=\text{تعداد حلقه‌ها}\times\text{محیط هر حلقه}\Rightarrow L=N(2\pi r)$$
$$\xrightarrow[r=0/1m]{N=100} L=100\times(2\pi\times0/1)\Rightarrow L=20\pi\ m$$

۲ مقاومت را حساب می‌کنیم. مقاومت سیم مسی: $R=\rho\frac{L}{A}$
$$\Rightarrow R=1/7\times10^{-8}\times\frac{20\pi}{\pi(1\times10^{-3})^2}\Rightarrow R=0/34\Omega$$

بازی با سؤال سیم رسانایی به قطر مقطع ۲mm را به دور استوانه‌ای به شعاع ۱۰cm می‌پیچیم. تعداد دورهای سیم به دور استوانه چه تعداد باشد تا مقاومت سیم ۲Ω شود؟ $(\rho=2\times10^{-7}\Omega.m)$ آزمون مدارس برتر

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

گزینهٔ ۱

A ۱۳۸۰ ۴

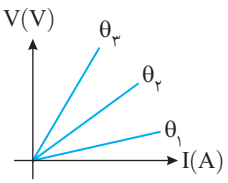
هر رشتهٔ فلزی بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت دارای مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ است و فرقی نمی‌کند که این مقاومت در مدار است یا نه. اما با افزایش دما در رساناهای فلزی، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد. وقتی لامپ را روشن می‌کنیم در اثر عبور جریان از آن، دمای آن به نحوی بالا می‌رود که این رشتهٔ ملتهب از خود نور گسیل می‌کند و با افزایش دمای رشتهٔ تنگستن، مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۳۸۱ ۴

یادآوری در نمودار $V-I$ شیب خط برابر مقاومت است. در واقع در این نمودار مقاومت در دمای θ_3 بیشترین مقاومت و مقاومت در دمای θ_1 کمترین مقاومت را دارد.

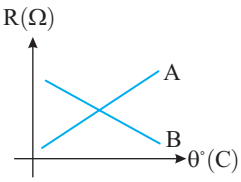
۱ در یک مقاومت رسانای اهمی با افزایش دما مقاومت افزایش می‌یابد، پس اگر مقاومت رسانای اهمی باشد، $\theta_1<\theta_2<\theta_3$ است.

۲ در نیم‌رساناها با افزایش دما مقاومت کاهش می‌یابد، بنابراین اگر مقاومت نیم‌رسانای اهمی باشد، $\theta_3<\theta_2<\theta_1$ است. چون در صورت سؤال رسانا یا نیم‌رسانا بودن مشخص نیست پس گزینهٔ (۴) درست می‌باشد.



بازی با سؤال نمودار تغییر مقاومت دو سیم A و B بر حسب دما در یک محدوده دمایی مطابق شکل زیر است. جنس A و B مطابق کدام گزینه زیر است؟

۱) نیم‌رسانا، نیم‌رسانا
۲) رسانا، نیم‌رسانا
۳) نیم‌رسانا، رسانا
۴) رسانا، رسانا



گزینهٔ ۲

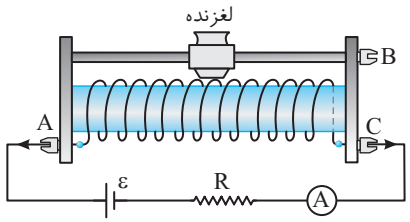
A ۱۳۸۲ ۳

خط فکری مقاومت یک رسانای اهمی با مقاومت ویژهٔ آن رابطهٔ مستقیم دارد. با افزایش دمای رسانا، جنس آن تغییر نمی‌کند و تغییر طول و سطح مقطع آن در اثر افزایش دما ناچیز است، به طوری که می‌توان از تأثیر آن‌ها بر مقاومت صرف‌نظر کرد. مقاومت اولیه $R_1=23\Omega$ بوده و در اثر افزایش دما، مقاومت آن 4Ω افزایش یافته و برابر $R_2=23+4=27\Omega$ شده است از این‌رو:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\Rightarrow\frac{27}{23}=\frac{\rho_2}{6/9\times10^{-5}}\Rightarrow\rho_2=8/1\times10^{-5}\Omega.m$$
$$\Delta\rho=\rho_2-\rho_1=8/1\times10^{-5}-6/9\times10^{-5}=1/2\times10^{-5}\Omega$$

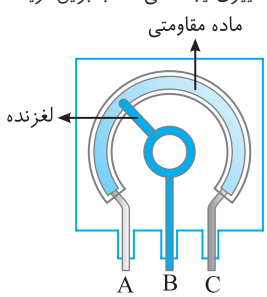
A ۱۳۸۳ ۱

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود (نه از B)، بنابراین مکان لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند، ندارد یعنی مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند، بنابراین جریان نیز ثابت می‌ماند.

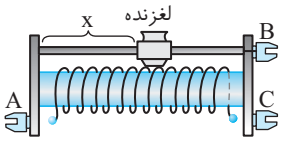


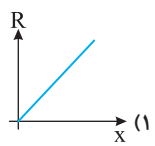
B ۱۳۸۴ ۳

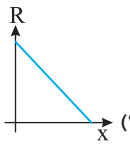
ساختمان پتانسیومتر مطابق شکل زیر است و با توجه به سؤال جریان از ورودی سیم A وارد می‌شود و برای آنکه از خروجی C خارج شود باید تمام طول مقاومت را طی کند و چرخاندن لغزنده در مقدار مقاومت تغییری ایجاد نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

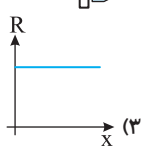


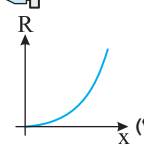
بازی با سوال در رئوستای زیر، اگر ورودی سیم A و خروجی سیم C باشد، کدام نمودار مقاومت بر حسب فاصله لغزنده از ورودی می‌باشد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

گزینهٔ ۳

پنجره دو جداره

۴ ۱۳۸۵ B

در لحظهٔ $t=1s$ و $t=3s$ بار گذرنده از مدار خواهد شد:

$$q_1=0/4\sin at\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=1s} q_1=0/4\sin a\\ \xrightarrow{t_2=3s} q_2=0/4\sin 3a\end{cases}$$

با توجه به تعریف جریان متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/4\sin(3a)-0/4\sin a}{3-1}\xrightarrow{\bar{I}=0}$$

$$0/4(\sin 3a-\sin a)=0\Rightarrow\sin 3a=\sin a\Rightarrow\begin{cases}3a=a\Rightarrow 3=1 \text{ غیرقابل قبول}\\ 3a+a=\pi\Rightarrow a=\frac{\pi}{4}\end{cases}$$

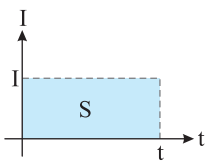
بازی با سوال بار الکتریکی گذرنده از یک مدار بر حسب زمان در SI به صورت $q=2t^2+at+4$ می‌باشد، اگر در بازهٔ $t=2s$ تا $t=3s$ جریان متوسط صفر شود، a برابر کدام گزینه است؟

۱) ۵ ۲) -5 ۳) ۱۰ ۴) -10

گزینهٔ ۴

۴ ۱۳۸۶ B

خط فکری به نمودار زیر دقت کنید جریان در مدت t ثابت است و بار گذرنده از مدار خواهد شد: $(q=It)$

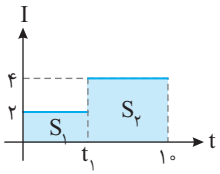


به حاصل‌ضرب It روی شکل دقت کنید. این حاصل‌ضرب برابر سطح زیر نمودار $(I-t)$ است. $(S=\Delta q)$

با توجه به تعریف جریان متوسط $\bar{I}=\Delta q/\Delta t$ ابتدا Δq را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=\bar{I}\Delta t\xrightarrow[\Delta t=10s]{\bar{I}=3/2A}\Delta q=3/2\times 10=32\,C$$

شکل زیر نمودار $I-t$ شامل دو مستطیل است که برابر Δq است.



$$\Delta q=S\Rightarrow 32=S_1+S_2$$
$$\Rightarrow 32=2t_1+4(10-t_1)$$
$$32=2t_1+40-4t_1$$
$$\Rightarrow 2t_1=8\Rightarrow t_1=4s$$

۲ ۱۳۸۷ C

جرم جسم وقتی آن را در دمای ثابت می‌کشیم تغییر نکرده است بنابراین حجم سیم ثابت است و با افزایش طول سیم در اثر کشیدگی، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

$$V_1=V_2\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2\Rightarrow\frac{L_2}{L_1}=\frac{A_1}{A_2}$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{L_2}{L_1}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2^2}{L_1^2}$$

دقت کنید اگر طول در اثر کشیدگی ۲ برابر شود مقاومت الکتریکی دو برابر نمی‌شود بلکه مقاومت الکتریکی چهار برابر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

۲ ۱۳۸۸ C

یادآوری با افزایش دما، طول ثانویه سیم برابر $L_2=L_1(1+\alpha\Delta\theta)$ است و مساحت مقطع سیم در دمای ثانویه از رابطهٔ $A_2=A(1+2\alpha\Delta\theta)$ به‌دست می‌آید.

$$L_2=L_1(1+100\alpha),\quad A_2=A_1(1+200\alpha)$$

مقاومت ویژهٔ ثانویه ٪۲۰ بیشتر از مقاومت ویژهٔ اولیه است:

$$\rho_2=\rho_1+\frac{20}{100}\rho_1\Rightarrow\rho_2=1/2\rho_1$$

حال نسبت دو مقاومت را می‌نویسیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2\frac{L_2}{A_2}}{\rho_1\frac{L_1}{A_1}}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}$$

نسبت‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{1/2\rho_1}{\rho_1}\times\frac{L_1(1+100\alpha)}{L_1}\times\frac{A_1}{A_1(1+200\alpha)}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=1/2\frac{(1+100\alpha)}{(1+200\alpha)}$$

۱ ۱۳۸۹ B

خط فکری در ساخت هر دو سیم از یک فلز (چگالی یکسان) با مقدار جرم یکسانی استفاده شده است، بنابراین حجم فلز به‌کار برده شده برابر است. در گام اول باید سطح مقطع هر سیم را به‌دست بیاوریم و در گام بعدی به کمک برابری حجم آن‌ها، نسبت طول دو سیم را حساب می‌کنیم و در گام آخر با استفاده از رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ می‌توان مقاومت سیم B را حساب کرد. پس برویم سراغ حل مسئله:

۱ سطح مقطع سیم A یک مربع به ابعاد $1cm\times 1cm$ است بنابراین مساحت آن خواهد شد: $A_A=1\times 1=1cm^2$

۲ سطح مقطع سیم B یک مربع بزرگ با ابعاد $1cm\times 1cm$ است که درون آن سوراخی مربع‌شکل به ابعاد $0/5cm\times 0/5cm$ وجود دارد، بنابراین مساحت سطح مقطع B برابر است با:

$$A_B=\text{مساحت مربع بزرگ}-\text{مساحت مربع توخالی}=1\times 1-(0/5\times 0/5)=0/75cm^2$$

$$\Rightarrow A_B=\frac{3}{4}cm^2$$

۳ جرم دو سیم برابر است از این رو: $m_A=m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho V_A=\rho V_B$

$$\Rightarrow V_A=V_B\Rightarrow A_AL_A=A_BL_B\Rightarrow 1\times L_A=0/75L_B\Rightarrow L_A=\frac{3}{4}L_B$$

۴ با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{R_A=150\Omega}\frac{150}{R_B}=\frac{3}{4}\times\frac{\frac{3}{4}}{1}\Rightarrow R_B=\frac{800}{3}\Omega$$

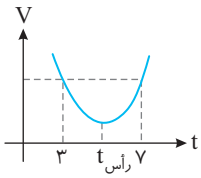
۲ ۱۳۹۰ C

خط فکری هر گاه در یک مقاومت در دمای ثابت، در ولتاژ V_1 و V_2، جریان مقاومت یکسان باشد، با توجه به قانون اهم $(R=\frac{V}{I})$ قطعاً ولتاژ V_1 و V_2 برابر است.

راه‌حل اول: دما ثابت و مقاومت R ثابت است. در لحظهٔ $t=3s$ و $t=7s$ جریان یکسان است بنابراین در این دو لحظه ولتاژ برابر است.

$$V_1=V_2\Rightarrow t_1^2-bt_1+c=t_2^2-bt_2+c\xrightarrow[t_2=7s]{t_1=3s}9-3b=49-7b\Rightarrow b=10$$

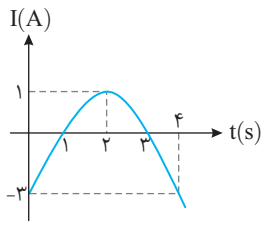
راه‌حل دوم: با توجه به توضیح خط فکری، ولتاژ در لحظه‌های ۳s و ۷s یکسان است و با توجه به معادلهٔ $V-t$ که درجهٔ دوم است، نمودار $V-t$ سهمی بوده و سهمی نسبت به رأس خود متقارن است، بنابراین برای آنکه در دو لحظهٔ t_1 و t_2 مقدار ولتاژ یکسان باشد باید این دو لحظه در فاصلهٔ زمانی یکسانی نسبت به $t_{رأس}$ قرار داشته باشند:



$$t_{رأس}=\frac{3+7}{2}=5s\xrightarrow{t_{رأس}=\frac{-b}{2a}=\frac{b}{2}}\frac{b}{2}=5\Rightarrow b=10$$

C ۱۳۹۱ ۳

با تغییر جریان، اختلاف پتانسیل نیز به گونه‌ای تغییر می‌کند تا نسبت $\frac{V}{I}$ که برابر R است ثابت بماند، بنابراین هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر رسانا (V) بیشینه می‌شود، جریان عبوری از دو سر رسانا نیز بیشینه خواهد شد. معادلهٔ جریان بر حسب زمان درجهٔ دوم بوده و با توجه به نمودار $I-t$ رسم شده، بیشینه جریان را حساب می‌کنیم.



$I=-t^2+4t-3 \Rightarrow I=-(t-3)(t-1)$

با توجه به نمودار بیشینه مقدار جریان در بازهٔ $t=0$ تا $t=4s$ برابر ۳ آمپر است:

$R=\frac{V}{I} \Rightarrow 10=\frac{V}{3} \Rightarrow V=30V$

پنجره ۲

A ۱۳۹۲ ۳

نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کار نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی **مثبت** برای شارش بار در مدار از پایانه با پتانسیل **کمتر** به پایانه با پتانسیل **بیشتر** است. یکای نیروی محرکهٔ الکتریکی **ولت** است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۳۹۳ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کاری است که منبع برای جابه‌جایی $+1C$ الکتریسیته انجام می‌دهد تا در مدار شارش کند، بنابراین در گام نخست مقدار بار شارش شده را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی به کمک $\Delta U=q\Delta V$ ، کار را حساب می‌کنیم.

۱ بار شارش شده را حساب می‌کنیم.

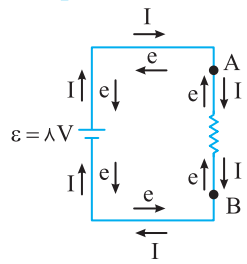
$q=ne \Rightarrow q=3/5\times10^{16}\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow q=5/6\times10^{-3}C$

۲ مقدار کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی (باتری) انجام می‌دهد برابر است با:

$\Delta U=q\Delta V \Rightarrow \Delta U=5/6\times10^{-3}\times8 \Rightarrow \Delta U=44/8\times10^{-3}J \Rightarrow \Delta U=44/8mJ$

A ۱۳۹۴ ۴

خط فکری بار منفی درون باتری از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر می‌رود اما در مدار خارجی، بار منفی خلاف جهت جریان از پتانسیل کمتر به سوی پتانسیل بیشتر شارش می‌کند.

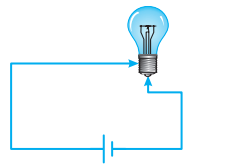


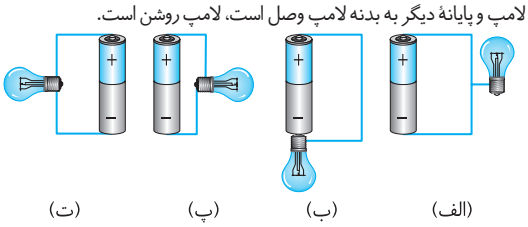
بار منفی در مدار از پایانهٔ منفی به سوی پایانهٔ مثبت می‌رود (یعنی برخلاف جهت قراردادی جریان است) بنابراین بار $-0/5C$ از B به A می‌رود و کار انجام شده روی آن برابر است با: $4J=|\Delta W| \Rightarrow |\Delta W|=|\Delta q|\varepsilon \Rightarrow |\Delta W|=0/5\times8 \Rightarrow \varepsilon=\frac{|\Delta W|}{|\Delta q|}$

A ۱۳۹۵ ۲

در یک مدار کامل دو سر مصرف‌کننده (به‌طور مثال لامپ) باید به دو پایانهٔ باتری وصل شود.

در یک لامپ با سرپیچ، یک اتصال آن در ته لامپ و اتصال دیگر آن قسمت، در بدنهٔ فلزی سرپیچ است (مطابق شکل روبه‌رو)، بنابراین در شکل‌های (الف) و (ت) که دو سر باتری به بدنهٔ سرپیچ وصل است، مدار کامل نیست و در این دو حالت لامپ خاموش است و در شکل‌های (ب) و (پ) که یک پایانه به ته لامپ و پایانهٔ دیگر به بدنه لامپ وصل است، لامپ روشن است.

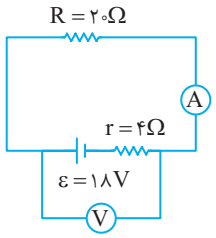




(الف) (ب) (پ) (ت)

A ۱۳۹۶ ۱

خط فکری ۱ آمپرسنج آرمانی جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد که از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دست می‌آید.



۲ ولتسنج آرمانی به دو سر باتری متصل است و اختلاف پتانسیل باتری یعنی $V=\varepsilon-rI$ را نشان خواهد داد.

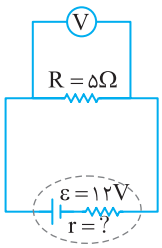
ابتدا عددی را که آمپرسنج نشان می‌دهد حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{18}{20+4}=\frac{3}{4}=0/75A$

عددی که ولتسنج نشان می‌دهد برابر است با:

$V=\varepsilon-rI \xrightarrow{I=0/75A} V=18-4\times0/75=15V$

B ۱۳۹۷ ۳

خط فکری وقتی یک باتری غیرآرمانی با مقاومت درونی r به یک مقاومت متصل است و از آن جریان می‌گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ آن برابر نیست، بلکه به اندازهٔ Ir از آن کاسته می‌شود. $(V=\varepsilon-Ir)$.



۱ ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد، بنابراین می‌توان جریان مقاومت یعنی جریان مدار را حساب کرد. $R=\frac{V}{I} \xrightarrow[R=5\Omega]{V=9V} 5=\frac{9}{I} \Rightarrow I=\frac{9}{5}A$

نکته در یک مدار ساده شامل یک مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و باتری با هم برابر است.

۲ با توجه به نکتهٔ گفته شده در بالا، اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز 9V است، اکنون مقاومت r قابل محاسبه است.

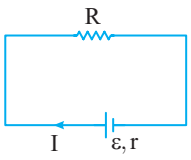
$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow 9=12-\frac{9}{5}\times r \Rightarrow \frac{9}{5}r=3 \Rightarrow r=\frac{5}{3}\Omega$

میانبر می‌توان به کمک رابطهٔ زیر مسئله را سریع‌تر حل کرد.

$V_{\text{دو سر باتری}}=\frac{\varepsilon}{R+r}R$

B ۱۳۹۸ ۳

خط فکری منظور از افت پتانسیل در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر آن یعنی $V_R=IR$ و منظور از افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری، Ir است. اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان آن را حل کرد.



۱ با توجه به سؤال، افت پتانسیل در مقاومت داخلی، $\frac{1}{9}$ افت پتانسیل در مقاومت خارجی است:

$Ir=\frac{1}{9}IR \Rightarrow r=\frac{1}{9}R$

۲ به کمک رابطهٔ جریان و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، مقاومت R را حساب می‌کنیم.

$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow[r=\frac{1}{9}R,\varepsilon=6V]{I=0/2A} 0/2=\frac{6}{R+\frac{1}{9}R} \Rightarrow \frac{10}{9}R=30 \Rightarrow R=27\Omega$

بازی با سؤال **دو قطب یک باتری به مقاومت درونی r را به دو سر سیمی به مقاومت $\frac{r}{2}$ می‌بندیم. اختلاف پتانسیل باتری در این حالت چند برابر نیروی محرکهٔ آن است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۱

A ۱۳۹۹ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ باتری یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری وقتی از آن جریانی گرفته نشود (مدار آن باز باشد)، مثلاً یک باتری قلمی دارای نیروی محرکهٔ $1/5V$ است و این مقدار ثابت است و به مقاومتی که به باتری وصل می‌شود بستگی ندارد.

۱ با توجه به خط فکری ارائه شده با تغییر مقاومت، تغییر جریان و اختلاف پتانسیل دو سر باتری، نیروی محرکهٔ آن ثابت است و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۲ با افزایش مقاومت R، با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$، جریان مدار کاهش می‌یابد و برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری داریم: $V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$

بنابراین با کاهش جریان، $V_{\text{باتری}}$ زیاد می‌شود $(V''>V')$ و گزینهٔ (۱) پاسخ است.

جمع‌بندی با تغییر مقاومت خارجی مدار مقدار نیروی محرکه و مقاومت داخلی باتری ثابت می‌ماند.

A ۱۴۰۰ ۱

خط فکری در این مسئله، دو حالت برای جریان مدار بیان شده است. بنابراین باید در هر حالت رابطهٔ جریان $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ را نوشته سپس دو معادله و دو مجهول به‌دست آمده را حل کرد.

۱ جریان در یک مدار ساده برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\xrightarrow{R=10\Omega,I=2A} 2=\frac{\varepsilon}{10+r}\\ \xrightarrow{R=6\Omega,I=3A} 3=\frac{\varepsilon}{6+r}\end{cases}\xrightarrow[\text{بر هم تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\frac{2}{3}=\frac{6+r}{10+r}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 20+2r=18+3r\Rightarrow r=2\,\Omega$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر است با: $2=\frac{\varepsilon}{10+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{10+2}\Rightarrow\varepsilon=24V$

A ۱۴۰۱ ۲

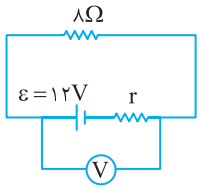
خط فکری اگر باتری به مدار وصل نباشد، از آن جریانی عبور نمی‌کند و ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=0}V=\varepsilon$

نیروی محرکهٔ باتری مشخصهٔ باتری است و همواره مقداری ثابت دارد.

۱ باتری به مداری وصل نیست و ولت‌سنج متصل آن $12V$ را نشان داده است، بنابراین نیروی محرکهٔ آن $\varepsilon=12V$ است. این باتری را به مقاومت خارجی 8Ω وصل کرده‌ایم و اختلاف پتانسیل دو سر آن $9/6V$ شده است، بنابراین:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 9/6=12-Ir\Rightarrow Ir=2/4V$$

۲ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{8+r}$ است،



بنابراین: $\frac{12}{8+r}\times r=2/4\Rightarrow\frac{r}{8+r}=0/2$

$$\Rightarrow r=1/6+0/2r\Rightarrow 0/8r=1/6\Rightarrow r=2\Omega$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$.

پس از اتصال باتری به مقاومت 8Ω ولتاژ دو سر آن $9/6V$ شده است. بنابراین:

$$9/6=\frac{8}{8+r}\times 12\Rightarrow 8+r=10\Rightarrow r=2\Omega$$

بهتر است رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$ را به خاطر بسپارید.

B ۱۴۰۲ ۴

خط فکری افت پتانسیل در باتری برابر Ir است، از طرفی جریان مدار $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، بنابراین خواهیم داشت: $V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r$ افت پتانسیل در باتری

با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم مسئله را حل می‌کنیم.

$$V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r\begin{cases}\xrightarrow{R=2r} V'_1=\frac{\varepsilon}{2r+r}r=\frac{\varepsilon}{3}\\ \xrightarrow{R=r} V'_2=\frac{\varepsilon}{r+r}=\frac{\varepsilon}{2}\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\frac{V'_2}{V'_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{\varepsilon}{3}}=\frac{3}{2}$

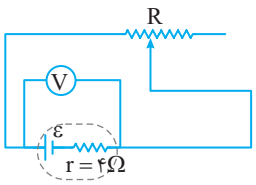
روش دیگر: افت پتانسیل در باتری برابر rI است و با تغییر مقاومت خارجی، جریان تغییر می‌کند اما مقاومت داخلی باتری تغییر نمی‌کند: $V_1=I_1r\xrightarrow{\div}$ حالت اول

$V_2=I_2r$ حالت دوم

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{R_2+r}}{\frac{\varepsilon}{R_1+r}}\xrightarrow{\substack{R_2=r\\R_1=2r}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2r}}{\frac{\varepsilon}{3r}}=\frac{3}{2}$$

B ۱۴۰۳ ۳

ولت‌سنج به دو سر باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نمایش می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir\quad(I)$



جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\quad(II)$

رابطهٔ (II) را در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$V=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{R+r}r\Rightarrow V=\varepsilon(1-\frac{r}{R+r})\Rightarrow V=\varepsilon(\frac{R}{r+R})\Rightarrow V=\frac{\varepsilon}{r+R}R$$

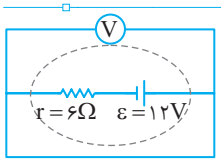
با این رابطه که بین اختلاف پتانسیل دو سر باتری و مقاومت مدار است، مسئله به راحتی قابل حل است.

$$\begin{cases}V_1=\frac{\varepsilon}{R+r}R\\ V_2=\frac{\varepsilon}{1+r}\times 1\end{cases}\xrightarrow[r=4\Omega]{\frac{V_2=1}{V_1=4}}\frac{1}{4}=\frac{\frac{\varepsilon}{1+4}}{\frac{\varepsilon}{R+4}R}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{R+4}{(1+4)R}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{R+4}{5R}\Rightarrow$$

$$4R+16=5R\Rightarrow R=16\Omega$$

B ۱۴۰۴ ۱

جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{0+6}=I=2A$$

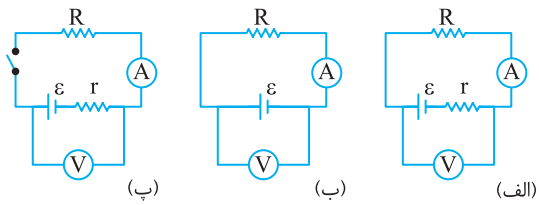
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times 6\Rightarrow V=0$$

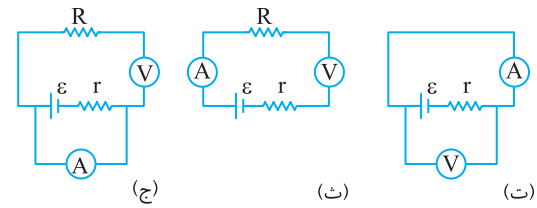
بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

جمع‌بندی همان‌طور که در علوم نیز خواندید، آمپرسنج آرمانی جریان را نشان می‌دهد و مقاومت آن ناچیز است. ولت‌سنج آرمانی نیز اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد و مقاومت آن بسیار زیاد است. در پایین حالت‌های مختلف بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی در مدار ساده را آورده‌ایم. البته در پنجرهٔ سوم یک بخش کامل راجع به آمپرسنج و ولت‌سنج صحبت می‌کنیم.

I و V به‌ترتیب اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند.



(الف) $I=\frac{\varepsilon}{R+r},V=\varepsilon-Ir$ (ب) $I=\frac{\varepsilon}{R},V=\varepsilon$ (پ) $I=0,V=\varepsilon$



(ت) $I=\frac{\varepsilon}{r},V=0$ (ث) $I=0,V=\varepsilon$ (ج) $I=\frac{\varepsilon}{r},V=0$

در شکل‌های (الف) تا (ت) ولت‌سنج و آمپرسنج در مدار به درستی قرار گرفته‌اند، اما نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها در مدارهای (ث) و (ج) نادرست است.

B ۱۴۰۵ ۳

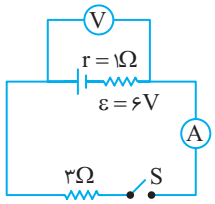
ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (V) را نشان می‌دهد. وقتی کلید را قطع می‌کنیم، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نشان خواهد داد. اکنون با دانستن این مطلب مسئله را به آسانی حل می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=0/8A} V=\varepsilon-0/8\times 2\Rightarrow$$

$$V=\varepsilon-1/6 \xrightarrow{\frac{V=0/8}{\varepsilon}} 0/8\varepsilon=\varepsilon-1/6\Rightarrow \varepsilon=\frac{1/6}{0/2}=8V$$

بازی با سؤال در شکل زیر با بستن کلید S عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چند ولت کاهش می‌یابد؟ از کتاب درسی

۱) ۴/۵
۲) ۳
۳) ۱/۵
۴) ۲

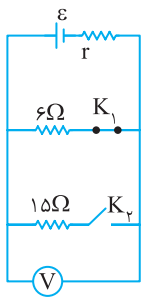


گزینهٔ ۳

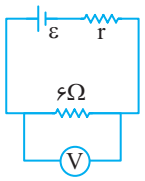
B ۱۴۰۶ ۱

خط فکری کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز است، یعنی در مدار مقاومت ۶Ω قرار دارد و مقاومت ۱۵Ω در مدار قرار ندارد. وقتی کلید K_1 را باز می‌کنیم، مقاومت ۶Ω از باتری جدا می‌شود و با بستن کلید K_2 مقاومت ۱۵Ω وارد مدار می‌شود. در این مدار ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا مقاومت در مدار را نشان می‌دهد. با این دانسته‌ها می‌توانید مسئله را حل کنید.

رابطهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب مقاومت مدار را نوشته و در دو حالت داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:



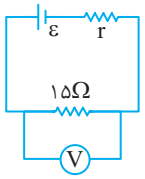
۱ **حالت اول:** مقاومت ۶Ω در مدار قرار دارد:



$$V=RI \xrightarrow{R=6\Omega,\ I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=6\times\frac{\varepsilon}{6+r} \xrightarrow{V=12V}$$

$$12=6\times\frac{\varepsilon}{6+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{6+r}\Rightarrow 12+2r=\varepsilon$$

۲ **حالت دوم:** مقاومت ۱۵Ω در مدار قرار دارد:



$$V'=R'I' \xrightarrow{R'=15\Omega}$$

$$V'=15\times\frac{\varepsilon}{15+r} \xrightarrow{V'=15V}$$

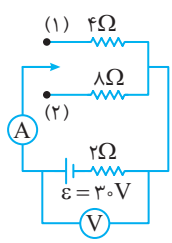
$$15=15\times\frac{\varepsilon}{15+r}\Rightarrow 1=\frac{\varepsilon}{15+r}\Rightarrow 15+r=\varepsilon$$

۳ با توجه به دو معادلهٔ بالا نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\varepsilon=12+2r\\ \varepsilon=15+r\end{cases} \xrightarrow{\times -2} \Rightarrow \begin{cases}\varepsilon=12+2r\\ -2\varepsilon=-30-2r\end{cases} \Rightarrow -\varepsilon=-18\Rightarrow\varepsilon=18V$$

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، عددی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند به‌ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

۱) ۱/۸ ، ۰/۳
۲) ۱/۲ ، ۰/۶
۳) ۱/۸ ، ۰/۶
۴) ۱/۲ ، ۰/۳

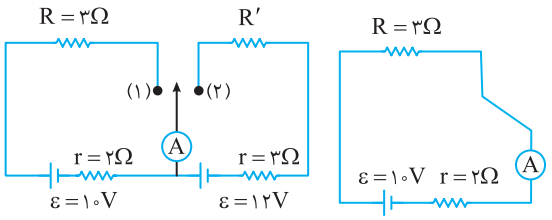


گزینهٔ ۲

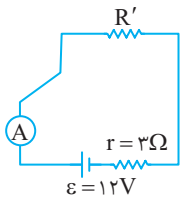
A ۱۴۰۷ ۳

۱ وقتی که کلید در وضعیت (۱) قرار دارد، در مدار سمت چپ مقاومت ۳Ω به باتری با نیروی محرکهٔ $\varepsilon=10V$ متصل است و جریان مدار یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{10}{3+2}\Rightarrow I=2A$$



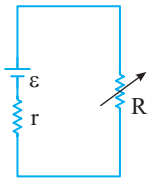
۲ وقتی کلید در وضعیت (۲) قرار می‌گیرد، آمپرسنج جریان مدار سمت راست را نشان می دهد که بنا بر فرض مسئله همان ۲A است. بنابراین:



$$I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}\Rightarrow 2=\frac{12}{R'+3}$$
$$\Rightarrow 6=R'+3\Rightarrow R'=3\Omega$$

B ۱۴۰۸ ۳

نکته با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ با افزایش مقاومت مدار، جریان کاهش می‌یابد.



۱ جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\xrightarrow{R_1=2/5\Omega} I_1=\frac{\varepsilon}{2/5+r}\\ \xrightarrow{R_2=7/5\Omega} I_2=\frac{\varepsilon}{7/5+r}\end{cases}$$

۲ با افزایش مقاومت مدار جریان مدار کاهش می‌یابد و با توجه به فرض مسئله جریان ۵۰٪ کاهش یافته است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$I_2=I_1-\overset{\text{کاهش}}{\overset{\uparrow}{\frac{50}{100}}}\overset{50\%}{\overset{\uparrow}{I_1}}\Rightarrow I_2=\frac{50}{100}I_1 \xrightarrow[I_1=\frac{\varepsilon}{2/5+r}]{I_2=\frac{\varepsilon}{7/5+r}} \frac{\varepsilon}{7/5+r}=\frac{50}{100}\times\frac{\varepsilon}{2/5+r}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{7/5+r}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2/5+r}\Rightarrow 7/5+r=5+2r\Rightarrow r=2/5\Omega$$

B ۱۴۰۹ ۲

۱ ولت‌سنج به دو سر باتری وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد:

$$V=\varepsilon-rI$$

۲ با توجه به صورت سؤال، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۷۵ درصد نیروی محرکه است:

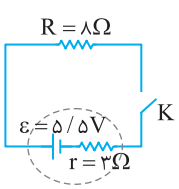
$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow[V=\frac{3}{4}\varepsilon]{V=\frac{75}{100}\varepsilon} \frac{3}{4}\varepsilon=\varepsilon-rI\Rightarrow rI=\varepsilon-\frac{3}{4}\varepsilon\Rightarrow rI=\frac{\varepsilon}{4}$$

۳ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{r+R}$ است، بنابراین:

$$r\times\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{\varepsilon}{4}\Rightarrow\frac{r}{r+R}=\frac{1}{4}\Rightarrow 4r=r+R\Rightarrow 3r=R\Rightarrow\frac{R}{r}=3$$

B ۱۴۱۰ ۲

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار است و در واقع در سؤال گفته شده باری که باتری می‌تواند در مدار شارش دهد، برابر ۱۰۰۰mAh است.



۱ جریان مدار را پس از بستن کلید حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{5/5}{8+3}\Rightarrow I=0/5A$$

۲ اکنون با توجه به ۱۰۰۰mAh بودن باتری مدت زمانی که این باتری می‌تواند به مدار جریان بدهد را می‌توان به‌دست آورد.

$$q=It\Rightarrow 1000\times 10^{-3}=0/5t\Rightarrow t=2h=120\min$$

B ۱۴۱۱ ۳

خط فکری هرگاه صحبت از تعداد الکترون‌های عبوری از مدار است، باید به سراغ یافتن جریان مدار بروید و بعد از به‌دست آوردن جریان با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$، بار شارش شده و با استفاده از رابطهٔ $\Delta q=ne$ تعداد بار شارش شده را به‌دست آورید.

۱ وقتی مقاومت رئوستا برابر R است، جریان عبوری از مقاومت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{r=R}I_1=\frac{\varepsilon}{2R}$$

۲ وقتی مقاوت رئوستا برابر $3R$ است، جریان عبوری از مقاومت خواهد شد:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{3R+R}\Rightarrow I_2=\frac{\varepsilon}{4R}$$

۳ نسبت I_2 به I_1 را حساب می‌کنیم.

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{4R}}{\frac{\varepsilon}{2R}}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{2}$$

۴ باتوجه‌به‌رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ داریم:

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{2}\xrightarrow{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}}\frac{\frac{\Delta q_2}{\Delta t}}{\frac{\Delta q_1}{\Delta t}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{\Delta q_2}{\Delta q_1}=\frac{1}{2}$$

۵ بار مضرب صحیحی از بار الکترون است $(\Delta q=ne)$ بنابراین:

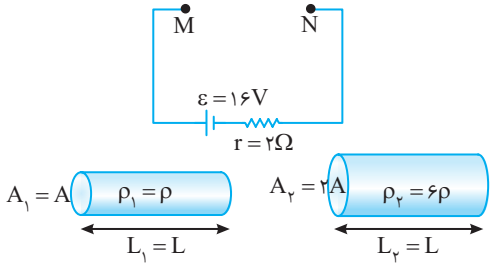
$$\frac{\Delta q_2}{\Delta q_1}=\frac{1}{2}\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{n_2e}{n_1e}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1/25\times10^{20}}{n_2}=\frac{2}{1}\Rightarrow n_2=6/25\times10^{19}$$

B ۱۴۱۲ ۴

۱ نسبت مقاومت دو سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases}R_1=\rho_1\frac{L_1}{A_1}\\ R_2=\rho_2\frac{L_2}{A_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow[L_2=L_1]{\rho_2=6\rho_1,A_2=2A_1}$$

$$\frac{R_2}{R_1}=6\times1\times\frac{1}{2}=3\Rightarrow R_2=3R_1$$



۲ در حالت دوم مقاومت بزرگ‌تر بوده و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار در حالت دوم کمتر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$I_1-I_2=2A\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}\frac{\varepsilon}{R_1+r}-\frac{\varepsilon}{R_2+r}=2$$

$$\xrightarrow[r=2\Omega]{R_2=3R_1}\frac{16}{R_1+2}-\frac{16}{3R_1+2}=2\Rightarrow\frac{8}{R_1+2}-\frac{8}{3R_1+2}=1$$

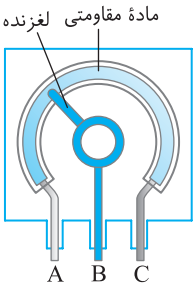
$$\frac{24R_1+16-8R_1-16}{(R_1+2)(3R_1+2)}=1\Rightarrow16R_1=3R_1^2+8R_1+4\Rightarrow3R_1^2-8R_1+4=0$$

به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲ می‌توان نوشت:

$$R_1=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{3}=\frac{4\pm2}{3}\Rightarrow\begin{cases}R_1=2\Omega & :\ \text{گزینه (۴)}\\ R_1=\frac{2}{3}\Omega & :\ \text{در گزینه‌ها نیست}\end{cases}$$

B ۱۴۱۳ ۳

خط فکری پتانسیومتر نیز مانند رئوستا است.



اگر خروجی B و ورودی A باشد با حرکت ساعتگرد لغزنده مقاومت افزایش می‌یابد ولی اگر خروجی C باشد لغزنده از مسیر خارج می‌شود و مقاومت پتانسیومتر ثابت و بیشینه مقدار است.

در مدار گزینه اول نیروی محرکه آرمانی بوده و در تمام شرایط ولتسنج $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

در مدار گزینه دوم با توجه به ورودی و خروجی سیم عبوری از پتانسیومتر عدد مقاومت تغییری نمی‌کند و ولتسنج چون $V=\varepsilon-Ir$ را نشان می‌دهد بدون تغییر می‌ماند.

در مدار گزینهٔ (۳) با چرخش لغزنده مقدار مقاومت خارجی افزایش یافته پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R\uparrow}I\downarrow$$

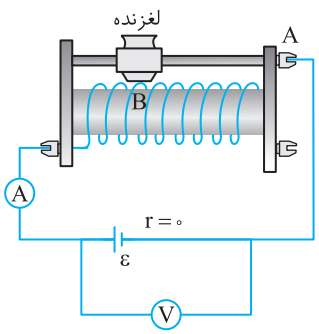
ولتاژ نشان داده شده افزایش می‌یابد $\Rightarrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

اما در مدار گزینهٔ (۴) با چرخش در جهت نشان داده شده مقاومت خارجی کاهش می‌یابد پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}\Rightarrow I\uparrow$$

ولتاژ کاهش می‌یابد $\Rightarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir$

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو اگر لغزندهٔ رئوستا، به سمت راست حرکت کند، عددی که ولتسنج و آمپرسنج نشان می‌دهد به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**



B ۱۴۱۴ ۱

خط فکری با کهنه شدن باتری، مقاومت درونی آن افزایش می‌یابد، بنابراین باتری جریان کمتری در مدار می‌فرستد، هرچند نیروی محرکهٔ آن ثابت می‌ماند.

با افزایش مقاومت درونی باتری، جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد.

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r\uparrow}$$

با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R که همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است کاهش می‌یابد.

$$(\downarrow V=I\downarrow \overset{\text{ثابت}}{R})$$

بنابراین آمپرسنج و ولتسنج هر دو عددی کمتر را نشان می‌دهند.

B ۱۴۱۵ ۲

ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. وقتی کلید باز است، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ باتری برابر است $(V=\varepsilon)$ و اگر کلید بسته شود و از باتری جریان بگذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است که Ir افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری است. اگر با باز کردن و بستن کلید در عددی که ولتسنج نشان می‌دهد، تغییر قابل ملاحظه‌ای حاصل نشود، یعنی افت پتانسیل تقریباً صفر است در این صورت دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد.

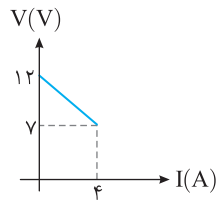
$V=\varepsilon\Rightarrow Ir=0$

- مقاومت خارجی بسیار بزرگ است $I=0$
- مقاومت درونی ناچیز است $r=0$

یعنی یا مقاومت درونی صفر است و یا مقاومت خارجی متصل به باتری بسیار بزرگ است.

A ۴ ۱۴۱۶

خط فکری معادلهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب نیروی محرکهٔ آن به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب $-r$ و عرض از مبدأ آن ε است. با توجه به خط فکری نیروی محرکهٔ این باتری $\varepsilon=12V$ است و مقاومت درونی آن برابر است با:

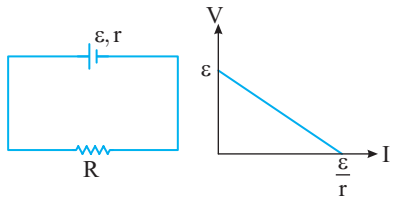


$$-r=\frac{7-12}{4-0}\Rightarrow r=\frac{5}{4}=1/25\,\Omega$$

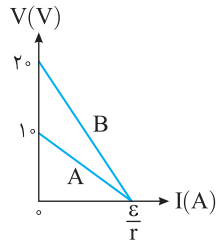
B ۲ ۱۴۱۷

خط فکری در یک باتری که در مداری مطابق شکل زیر بسته شده است، ولتاژ دو سر باتری برابر خواهد شد با: $V=\varepsilon-Ir$

در این صورت نمودار $V-I$ آن خط راستی است که عرض از مبدأ آن ε و شیب آن $-r$ است.



با توجه به نمودار مسئله $\varepsilon_A=10V$ و $\varepsilon_B=20V$ است. از طرفی مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ در هر دو نمودار برابر است از این‌رو:



$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=\frac{\varepsilon_A}{r_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{20}{10}=2$$

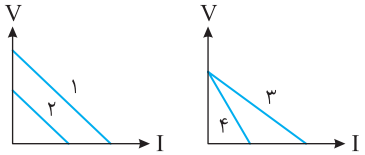
بازی با سؤال **در نمودارهای زیر، اختلاف پتانسیل دو سر چهار مولد بر حسب جریان رسم شده است. کدام گزینه در رابطه با نمودارهای «الف» و «ب» صحیح است؟**

۱) $\varepsilon_3>\varepsilon_4$ ، $r_1>r_2$

۲) $\varepsilon_3=\varepsilon_4$ ، $r_1=r_2$

۳) $\varepsilon_3<\varepsilon_4$ ، $r_1<r_2$

۴) $\varepsilon_1<\varepsilon_2$ ، $r_3=r_4$

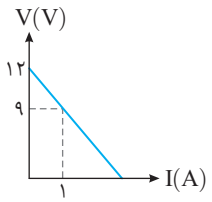


(ب) (الف)

گزینهٔ ۲

B ۱ ۱۴۱۸

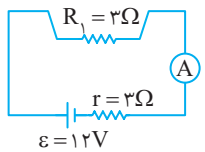
۱ در ابتدا با توجه به شیب نمودار $V-I$ مقاومت داخلی و با توجه به عرض از مبدأ نمودار نیروی محرکهٔ مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$\text{شیب نمودار}=-r\Rightarrow r=-\frac{12-9}{0-1}=3\,\Omega$$

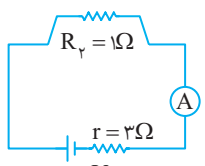
$$\text{عرض از مبدأ}=\varepsilon\Rightarrow\varepsilon=12V$$

۲ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۱) قرار دارد، مقاومت $3\,\Omega$ در مدار قرار گرفته است:



$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow I_1=\frac{12}{3+3}=2A$$

۳ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۲) قرار دارد، مقاومت $1\,\Omega$ در مدار قرار گرفته:



$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\Rightarrow I_2=\frac{12}{3+1}=3A$$

۴ بنابرین جریان از $2A$ به $3A$ افزایش یافته، درصد تغییرات برابر است با:

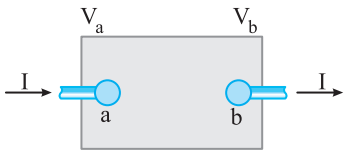
$$\text{افزایش }\%\ \frac{\Delta I}{I_1}\times100=\frac{3-2}{2}\times100=50\%$$

A ۳ ۱۴۱۹

خط فکری در شکل زیر بخشی از مدار نشان داده شده است که می‌تواند شامل باتری، مقاومت و یا هر چیز دیگری باشد که اختلاف پتانسیلی بین پایانه‌های آن برقرار است و تغییر انرژی پتانسیل بار q در شارش بین این دو نقطه برابر $\Delta U=q\Delta V$ است و توان الکتریکی خواهد شد:

$$P=\frac{\Delta U}{\Delta t}\Rightarrow P=\frac{q\Delta V}{\Delta t}\xrightarrow{I=\frac{q}{\Delta t}}P=I\Delta V\Rightarrow P=VI$$

بنابر آنچه که در خط فکری بیان شد از رابطهٔ $P=VI$ می‌توان برای منبع نیروی محرکه (باتری) یا برای وسیلهٔ مصرف‌کننده (مقاومت) و ... استفاده کرد.



A ۱ ۱۴۲۰

با توجه به اینکه در سؤال گفته شده انرژی در جعبه مصرف می‌شود، پس جعبه بخشی از مدار است که در آن مقاومت قرار گرفته است.

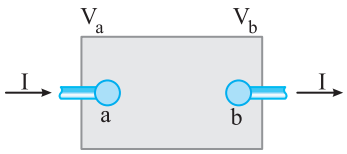
در مقاومت‌ها جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است بنابراین: $V_a>V_b$

توان هر جزء مدار برابر $P=I\Delta V$ است: $P=I\Delta V\Rightarrow 10=2\times\Delta V\Rightarrow\Delta V=5V$

چون پتانسیل پایانهٔ a بزرگ‌تر است:

$$V_a-V_b=5V\xrightarrow{V_a=3V}3-V_b=5\Rightarrow V_b=-2V$$

بازی با سؤال **در شکل داده شده انرژی مصرفی جعبهٔ رسم شده که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، در هر دقیقه برابر $4/8kJ$ است و در این مدت ۲۴۰ کولن بار از این بخش مدار شارش شده است. اگر پتانسیل نقطهٔ a برابر ۱۰V باشد، پتانسیل نقطهٔ b چند ولت است؟**



A ۲ ۱۴۲۱

توان دستگاه برابر است با:

$$P=VI\Rightarrow P=25\times12\Rightarrow P=300W$$

انرژی منتقل شده به بدن بیمار خواهد شد:

$$U=P.t\xrightarrow{t=3\times10^{-3}s}U=300\times3\times10^{-3}\Rightarrow U=0/9J$$

A ۴ ۱۴۲۲

خط فکری گرمای تولید شده (انرژی مصرفی) و بار شارش شده را داریم، پس می‌توان از رابطهٔ $U=qV$ اختلاف پتانسیل را به‌دست آورد. همچنین هرگاه با q و زمان سروکار داریم می‌توانیم از رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ استفاده کنیم.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است با:

$$U=Vq\Rightarrow4000=V\times200\Rightarrow V=20V$$

۲ جریان مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{20}{5}=4A$

۳ جریان یعنی آهنگ شارش بار از این‌رو: $I=\frac{q}{t}\Rightarrow4=\frac{200}{t}\Rightarrow t=50s$

A ۱ ۱۴۲۳

خط فکری اختلاف پتانسیل داده شده است، با توجه به داده‌ها و رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم و در گام نهایی خواستهٔ سؤال یعنی توان را از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ حساب می‌کنیم.

یادآوری آهنگ مصرف انرژی همان توان مصرفی در مقاومت است.

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times(10^{-3})^2=3\times10^{-6}m^2$$

۲ مقاومت الکتریکی سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت به‌دست می‌آوریم.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=1/7\times10^{-8}\,\Omega.m,L=30m}R=1/7\times10^{-8}\times\frac{30}{3\times10^{-6}}\Rightarrow R=1/7\times10^{-1}\,\Omega$$

۳ آهنگ تولید انرژی گرمایی یعنی توان تولید انرژی گرمایی که با توجه به داده‌های مسئله از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید. $P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow{V=17V}P=\frac{17\times17}{1/7\times10^{-1}}\Rightarrow P=1700W$

B ۱۴۲۴ ۳

۱ مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=۱۰^{-۶}\Omega.m,L=۲m,A=۰/۲\times۱۰^{-۶}m^۲}$$

$$R=۱۰^{-۶}\times\frac{۲}{۰/۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

۲ با توجه به اینکه مقاومت و جریان عبوری را داریم، از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

$$P=RI^۲\xrightarrow{R=۱۰\Omega\ ,\ I=۲۰A}P=۱۰\times(۲۰)^۲\Rightarrow P=۴۰۰۰W=۴kW$$

نکته توان مصرفی سیم برابر آهنگ مصرف انرژی آن است یعنی $P=\frac{U}{t}$

بنابراین انرژی مصرفی سیم برابر $U=Pt$ بوده و اگر در این رابطه، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، یکای انرژی برحسب kWh به‌دست می‌آید:

$$U=Pt\xrightarrow{P=۴kW\ ,\ t=۲۰min}U=۴\times\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}kWh$$

B ۱۴۲۵ ۲

۱ ابتدا انرژی صرفه‌جویی شده برای هر لامپ را در مدت ۵ ساعت برحسب kWh به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{t}\Rightarrow U=Pt\xrightarrow{P=۱۰۰W}U=\frac{۱۰۰}{۱۰۰۰}kW\times۵h=۰/۵kWh$$

۲ انرژی صرفه‌جویی شده برای یک لامپ در هر شبانه‌روز $۰/۵kWh$ است، بنابراین در مدت یک ماه پاییزی انرژی‌ای که صرفه‌جویی می‌شود برابر است با:

$$U=۰/۵\times۳۰=۱۵kWh$$

۳ برای دو میلیون خانه صرفه‌جویی برابر است با:

$$U_t=۲\times۱۰^۶\times۱۵kWh=۳\times۱۰^۷kWh$$

۴ بهای هر kWh برابر ۱۰۰ ریال است، بنابراین بهای برق صرفه‌جویی شده خواهد شد:

۱kWh	۱۰۰ ریال
۳×۱۰^۷	?

$$\Rightarrow ?=۳\times۱۰^۹\text{ ریال}=۳\text{ میلیارد ریال}$$

بازی با سؤال **وقتی یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰V وصل کنیم، از آن جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این بخاری به مدت ۳h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، از ابتدا تا انتهای فصل پاییز هزینهٔ مصرف این بخاری چند تومان می‌شود؟** از کتاب درسی

۱) ۲۹۵۲۰ ۲) ۲۹۷۰۰ ۳) ۳۹۵۲۰ ۴) ۳۹۷۲۰

گزینهٔ ۲

A ۱۴۲۶ ۲

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

خط فکری با داشتن حداکثر بار الکتریکی که باتری می‌تواند از دست بدهد، تا به‌طور ایمن تخلیه شود، (با داشتن آمپر - ساعت باتری) و مدت زمان کار باتری، می‌توان جریان گرفته شده از باتری $(I=\frac{q}{t})$ را به‌دست آورد و با داشتن ولتاژ دو سر لامپ، توان لامپ را حساب کرد.

۱ جریان مدار برابر است با: $q=It\xrightarrow{q=۱۰Ah}۱۰=I\times۲۰\Rightarrow I=۰/۵A$

۲ به کمک رابطهٔ توان الکتریکی، توان را حساب می‌کنیم.

$$P=VI\xrightarrow{V=۲۲۰V}P=۲۲۰\times۰/۵=۱۱۰W$$

A ۱۴۲۷ ۱

خط فکری مسئله بسیار ساده‌ای است. با توجه به سؤال اگر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ ۲۲۰V باشد، توان مصرفی لامپ ۲۰۰W است. این لامپ به ولتاژ ۲۲۰V وصل شده پس توان مصرفی لامپ ۲۰۰W است.

انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت خواسته شده و در رابطهٔ $U=Pt$ باید توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت قرار گیرد:

$$U=Pt\xrightarrow[P=۲۰۰W=\frac{۲}{۱۰}kW]{t=۹۰min=\frac{۹۰}{۶۰}h}U=\frac{۲}{۱۰}\times\frac{۹۰}{۶۰}\Rightarrow U=۰/۳kWh$$

A ۱۴۲۸ ۱

خط فکری لامپ دارای مشخصات ۱۲V و ۳۶W است، یعنی اگر ولتاژ دو سر لامپ ۱۲V باشد، توان مصرفی آن ۳۶W است. با تغییر ولتاژ، مقاومت لامپ تغییر نمی‌کند و ثابت است، پس رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ را برای دو ولتاژ ۱۲V و ۸V نوشته و سؤال را به کمک آن حل می‌کنیم. از این رو می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_۱=\frac{V_۱^۲}{R}\\P_۲=\frac{V_۲^۲}{R}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{V_۲^۲}{V_۱^۲}\xrightarrow[P_۱=۳۶W]{V_۱=۱۲V,V_۲=۸V}\frac{P_۲}{۳۶}=(\frac{۸}{۱۲})^۲=(\frac{۲}{۳})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{۳۶}=(\frac{۴}{۹})\Rightarrow P_۲=۳۶\times\frac{۴}{۹}=۱۶W$$

A ۱۴۲۹ ۲

خط فکری در فرض مسئله صراحتاً بیان شده که مقاومت ثابت است و چون ولتاژ تغییر می‌کند باید از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ برای بررسی توان استفاده کرد.

رابطهٔ توان را برای ولتاژ ۲۲۰V و ولتاژ ۲۰۰V نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم تا توان برای ولتاژ ۲۰۰V به‌دست آید.

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{V_۲^۲}{R}}{\frac{V_۱^۲}{R}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲\Rightarrow\frac{P_۲}{۱۰۰}=(\frac{۲۰۰}{۲۲۰})^۲=(\frac{۱۰}{۱۱})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{۱۰۰}=\frac{۱۰۰}{۱۲۱}\Rightarrow P_۲=\frac{۱۰^۴}{۱۲۱}W$$

انرژی مصرف شده برابر $U=Pt$ است. برای آنکه یکای انرژی را بر حسب کیلووات ساعت به‌دست آوریم، باید در رابطهٔ انرژی، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم:

$$U=Pt\xrightarrow[t=۱۱h]{P=\frac{۱۰^۴}{۱۲۱}W=\frac{۱۰}{۱۲۱}kW}U=\frac{۱۰}{۱۲۱}\times۱۱=\frac{۱۰}{۱۱}kWh$$

B ۱۴۳۰ ۳

خط فکری در حل این مسائل فرض اصلی این است که مقاومت لامپ ثابت است. همچنین ولتاژ دو سر لامپ داده شده، در این صورت رابطهٔ توان به‌صورت $P=\frac{V^۲}{R}$ قابل استفاده است.

بنابر فرض مسئله توان مصرفی لامپ ٪۱۹ کاهش یافته یعنی $P_۲=P_۱-\frac{۱۹}{۱۰۰}P_۱=\frac{۸۱}{۱۰۰}P_۱$

بوده و توان ثانویه لامپ با ولتاژ جدید، ٪۸۱ توان آن با ولتاژ ۲۰۰V است بنابراین:

$$P_۲=۰/۸۱P_۱\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}\frac{V_۲^۲}{R}=\frac{۸۱}{۱۰۰}\frac{V_۱^۲}{R}\xrightarrow{V_۱=۲۰۰V}$$

$$V_۲^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}\times۲۰۰^۲\Rightarrow V_۲=\frac{۹}{۱۰}\times۲۰۰\Rightarrow V_۲=۱۸۰V$$

در نتیجه ولتاژ از ۲۰۰V به ۱۸۰V رسیده و ۲۰۰−۱۸۰=۲۰V افت داشته است.

B ۱۴۳۱ ۴

یادآوری در دمای ثابت، با تغییر جریان یا اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا، مقدار مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند.

خط فکری این بار با یک مقاومت سر و کار داریم که جریان آن را افزایش داده‌ایم و چون مقاومت ثابت فرض شده است باید از رابطهٔ توان به‌صورت $P=RI^۲$ استفاده کرد.

۱ با توجه به فرض مسئله با افزایش جریان، توان مصرفی ۲/۲۵ برابر شده است

$$P_۲=۲/۲۵P_۱\xrightarrow{P=RI^۲}RI_۲^۲=۲/۲۵RI_۱^۲$$

بنابراین:

$$\Rightarrow I_۲^۲=۲/۲۵I_۱^۲\Rightarrow I_۲=۱/۵I_۱\qquad(۱)$$

۲ در سؤال گفته جریان ۳A افزایش یافته یعنی $I_۲=I_۱+۳$. با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$$I_۲=I_۱+۳\xrightarrow{I_۲=۱/۵I_۱}۱/۵I_۱=I_۱+۳\Rightarrow۰/۵I_۱=۳\Rightarrow I_۱=۶A$$

A ۲ ۱۴۳۲

خط فکری توان و ولتاژها داده شده است و نسبت جریان‌ها خواسته شده است، یعنی باید از رابطهٔ $P=VI$ برای حل سؤال استفاده کرد.

توان را در دو حالت نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_{\text{اتو}}=V_{\text{اتو}}I_{\text{اتو}} \\ P_{\text{کتری}}=V_{\text{کتری}}I_{\text{کتری}} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{\text{اتو}}}{P_{\text{کتری}}}=\frac{V_{\text{اتو}}I_{\text{اتو}}}{V_{\text{کتری}}I_{\text{کتری}}} \xrightarrow[V_{\text{اتو}}=V_{\text{کتری}}=۲۲۰V]{P_{\text{اتو}}=۸۵۰W,\ P_{\text{کتری}}=۲۴۰۰W}$$

$$\frac{۸۵۰}{۲۴۰۰}=\frac{I_{\text{اتو}}}{I_{\text{کتری}}} \Rightarrow \frac{I_{\text{اتو}}}{I_{\text{کتری}}}=\frac{۱۷}{۴۸}$$

B ۲ ۱۴۳۳

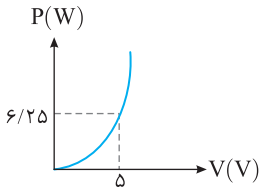
گرمای تولید شده در دو حالت برابر است. از طرفی ولتاژ در دو حالت یکی است از این‌رو:

$$U_۱=U_۲ \xrightarrow{U=\frac{V^۲}{R}t} \frac{V^۲}{R_۱}t_۱=\frac{V^۲}{R_۲}t_۲ \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱}=\frac{t_۲}{t_۱}$$

$$\xrightarrow[\text{سطح مقطع دو سیم و جنس‌ها یکسان است}]{R=\rho\frac{L}{A}} \frac{L_۲}{L_۱}=\frac{t_۲}{t_۱} \Rightarrow \frac{L_۲}{۱۲}=\frac{۱۵}{۲۵} \Rightarrow L_۲=۷/۲m$$

B ۳ ۱۴۳۴

با تغییر ولتاژ یا جریان، مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند. با توجه به اینکه نمودار $P-V$ داده شده و مقدار مقاومت ثابت است، برای محاسبهٔ توان از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده می‌کنیم:



$$\begin{cases} P_۱=\frac{V_۱^۲}{R} \\ P_۲=\frac{V_۲^۲}{R} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{P_۱}{P_۲}=\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۶/۲۵}{۱۶}=\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲}=\frac{۲/۵}{۴} \Rightarrow V_۲=\frac{۴}{۲/۵}V_۱=\frac{۴۰}{۲۵}V_۱=\frac{۸}{۵}V_۱$$

با توجه به نمودار $V_۱$ برابر $۵V$ است:

$$V_۲=\frac{۸}{۵}\times ۵ \Rightarrow V_۲=۸V$$

حال با توجه به رابطهٔ $P=VI$ جریان را حساب می‌کنیم:

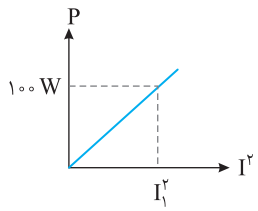
$$P_۲=V_۲I_۲ \xrightarrow[V=۸V]{P=۱۶W} ۱۶=۸\times I_۲ \Rightarrow I_۲=۲A$$

روش دوم: با تغییر ولتاژ، مقاومت ثابت می‌ماند، بنابراین

$$P=\frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۶/۲۵=\frac{۲۵}{R} \Rightarrow R=۴\Omega$$

$$P=RI^۲ \Rightarrow ۱۶=۴I^۲ \Rightarrow I=۲A$$

بازی با سؤال نمودار توان مصرفی یک مقاومت ۲۵Ω بر حسب مربع جریان به صورت مقابل است. جریان $I_۱$ چند آمپر است؟

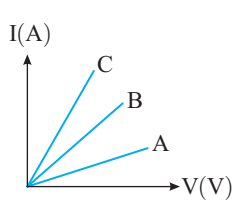


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

A ۳ ۱۴۳۵

دستگاه گرمکن برقی برای اتصال به برق شهر ساخته می‌شود و تمام وسایل برقی با برق $۲۲۰V$ شهر کار می‌کنند و پریز اتاق این شخص نیز دارای ولتاژ $۲۲۰V$ است. بنابراین این سیم‌ها قرار است با ولتاژ یکسان کار کنند و برای مقایسه انرژی گرمایی تولید شده توسط آن‌ها باید از رابطهٔ $U=\frac{V^۲}{R}t$ استفاده کرد که نشان می‌دهد هرچه مقاومت کمتر باشد، انرژی گرمایی تولید شده بیشتر است، اکنون باید مشخص کرد کدام سیم دارای مقاومت کمتری است. در نمودار $I-V$ شیب نمودار برابر واروان مقاومت $(\frac{۱}{R})$ است. شیب نمودار سیم C از دو سیم دیگر بیشتر، پس مقاومت آن کمتر است. از این رو، سیم C برای قسمت گرماده دستگاه مناسب‌تر است.



روش دوم: با توجه به شکل روبه‌رو برای ولتاژ یکسان داریم:

در V یکسان $\Rightarrow I_C>I_B>I_A$

حال با توجه به رابطهٔ $U=VIt$، سیم C گرمادهتر است. $U_C>U_B>U_A$

A ۲ ۱۴۳۶

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، چون دو رشته لامپ، هم‌جنس و هم‌طول هستند، لامپ $L_۱$ که رشته‌اش ضخیم‌تر است دارای مقاومت کمتری است و بنا بر رابطهٔ $U=\frac{V^۲}{R}t$ هر چه مقاومت کمتر باشد، توان مصرفی لامپ و نور آن بیشتر است. پس لامپ $L_۱$ که دارای مقاومت کمتری است، توان مصرفی‌اش بیشتر بوده و نور آن بیشتر است.

میانبر در تمام وسایل التهابی برق شهر که با ولتاژ یکسان کار می‌کنند وسیله‌ای که مقاومتش کمتر است، توان مصرفی‌اش بیشتر است.

B ۲ ۱۴۳۷

خط فکری یک مسئله ترکیبی از فصل چهارم فیزیک (۱) پایه دهم و فصل دوم فیزیک (۲) پایه یازدهم. در گام اول به کمک روابط انرژی الکتریکی مصرفی $U=RI^۲t$ انرژی الکتریکی را حساب کنید و در گام بعدی به کمک $Q=mc\Delta\theta$، افزایش دمای آب را به دست آورید.

۱ انرژی الکتریکی که سماور در مدت یک دقیقه و ۲۴ ثانیه $(۸۴s)$ با جریان $۱۰A$ و مقاومت ۲Ω به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند، برابر است با:

$$U=RI^۲t \Rightarrow U=۲\times ۱۰^۲\times ۸۴ \Rightarrow U=۲\times ۸۴۰۰$$

۲ دمای $۲kg$ آب با این گرما به اندازهٔ مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow ۲\times ۸۴۰۰=۲\times ۴۲۰۰\times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=۲^\circ C$$

بنابراین دمای آب از $۱۰^\circ C$ به $۱۲^\circ C$ می‌رسد.

C ۳ ۱۴۳۸

یادآوری با توجه به چگالی آب، جرم $۱lit$ آب برابر $۱kg$ است، بنابراین جرم $۱/۵lit$ آب برابر $۱/۵kg$ است.

۱ گرمایی که آب می‌گیرد تا از دمای $۲۰^\circ C$ به نقطهٔ جوش $۱۰۰^\circ C$ برسد برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=۱۰۰-۲۰=۸۰^\circ C]{c=۴۲۰۰J/kg^\circ C} Q=۱/۵\times ۴۲۰۰\times ۸۰ \Rightarrow Q=۵۰۴\times ۱۰^۳J$$

یادآوری بازده وسیله برابر است با:

$$\text{(برحسب درصد) } Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times ۱۰۰ \Rightarrow Ra=\frac{Q}{E_{\text{الکتریکی}}}\times ۱۰۰$$

۲ بازده کتری ٪۹۰ است. به کمک بازده، انرژی الکتریکی مصرفی کتری را به‌دست می‌آوریم.

$$Ra=\frac{Q}{U_{\text{کتری برقی}}}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۹۰=\frac{۵۰۴\times ۱۰^۳}{U_{\text{کتری برقی}}}\times ۱۰۰ \Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=\frac{۵۰۴\times ۱۰^۳}{۰/۹}$$

$$\Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=۵۶۰\times ۱۰^۳J$$

۳ با توجه به داشتن ولتاژ دو سر کتری و مقدار انرژی الکتریکی مصرفی، برای به‌دست آوردن مقاومت کتری، رابطهٔ $U=\frac{V^۲}{R}t$ را انتخاب می‌کنیم:

$$U=\frac{V^۲}{R}\times t \Rightarrow ۵۶۰\times ۱۰^۳=\frac{۲۱۰\times ۲۱۰}{R}\times ۲۰\times ۶۰ \Rightarrow R=۹۴/۵\Omega$$

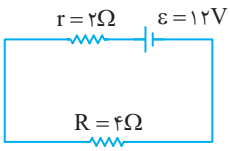
بازی با سوال **از یک گرمکن الکتریکی جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این گرمکن را درون ۴kg آب ۲۰°C قرار دهیم، پس از ۵۶ دقیقه آب به نقطهٔ جوش می‌رساند. اگر فرض کنیم ۲۰ درصد انرژی گرمکن تلف می‌شود، مقاومت الکتریکی گرمکن چند اهم است؟** $(c_{آب}=۴۲۰۰ J/kg\,°C)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) ۲۵

گزینهٔ ۳

۱۴۳۹ A ۱

خط فکری در گام نخست با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار را به دست می‌آوریم و در گام بعدی با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:



۱ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۴+۲}=۲A$$

۲ با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$$P=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P=۱۲\times۲-۲\times(۲)^2\Rightarrow P=۲۴-۸\Rightarrow P=۱۶W$$

روش دیگر: در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی از باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی برابر است:

$$P=RI^2\Rightarrow P=۴\times(۲)^2\Rightarrow P=۱۶W$$

۱۴۴۰ A ۳

نیروی محرکهٔ باتری را از رابطهٔ جریان به‌دست می‌آوریم:

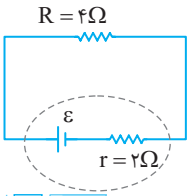
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[R=۱۴\,\Omega]{I=۰/۵A,r=۱\Omega}۰/۵=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow\varepsilon=۷/۵V$$

توان تلف شده در مقاومت درونی باتری یعنی rI^2، بنابراین:

$$\text{توان تلف شده در باتری}=۱\times(۰/۵)^2=۰/۲۵W$$

بازی با سوال **در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت R برابر با ۳۶W باشد، نیروی محرکهٔ باتری و افت پتانسیل در باتری در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**

قلم‌چی

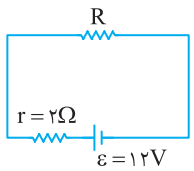


۱) ۱۲ ،۲۴
۲) ۶ ،۲۴
۳) ۶ ،۱۸
۴) ۱۲ ،۱۸

گزینهٔ ۳

۱۴۴۱ A ۲

۱ توان تلف شده در باتری ۸ وات است، بنابراین می‌توان جریان مدار را حساب کرد:



$$\text{توان تلف شده در باتری}=rI^2=۸$$

$$\Rightarrow ۲I^2=۸\Rightarrow I=۲A$$

۲ با استفاده از رابطهٔ جریان، R را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۲}{R+۲}\Rightarrow R=۴\,\Omega$$

۱۴۴۲ B ۲

خط فکری توان خروجی یعنی $P=\varepsilon I-rI^2$ برای دو جریان مختلف داده شده است، بنابراین توان (P) و جریان (I) داده شده را در رابطه قرار می‌دهیم و با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول نیروی محرکه و مقاومت درونی را به‌دست می‌آوریم:

۱ داده‌های مسئله در دو حالت را در رابطهٔ توان خروجی باتری قرار می‌دهیم.

$$P=\varepsilon I-rI^2\begin{cases}\xrightarrow{I_۱=۳A,P_۱=۳۶W}۳۶=۳\varepsilon-۹r\Rightarrow ۱۲=\varepsilon-۳r\\ \xrightarrow{I_۲=۵A,P_۲=۵۰W}۵۰=۵\varepsilon-۲۵r\Rightarrow ۱۰=\varepsilon-۵r\end{cases}$$

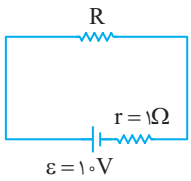
$$\overline{۲=۲r\Rightarrow r=۱\Omega}$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر خواهد شد با: $۱۲=\varepsilon-۳r\Rightarrow ۱۲=\varepsilon-۳\Rightarrow\varepsilon=۱۵V$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۱۴۴۳ B ۴

۱ به کمک توان خروجی باتری، جریان مدار را حساب می‌کنیم.



$$P=\varepsilon I-rI^2\xrightarrow{P=۱۶W}$$

$$۱۶=۱۰I-I^2\Rightarrow I^2-۱۰I+۱۶=۰$$

۲ به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲، جریان مدار خواهد شد:

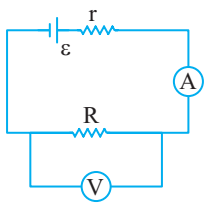
$$I=\frac{۵\pm\sqrt{۲۵-۱۶}}{۱}=۵\pm\sqrt{۹}=۵\pm۳\Rightarrow\begin{cases}I_۱=۸A\\ I_۲=۲A\end{cases}$$

۳ مقاومت R را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow\begin{cases}I_۱=۸A\Rightarrow ۸=\frac{۱۰}{R_۱+۱}\Rightarrow ۸R_۱+۸=۱۰\Rightarrow R_۱=\frac{۱}{۴}\Omega\\ I_۲=۲A\Rightarrow ۲=\frac{۱۰}{R_۲+۱}\Rightarrow ۲R_۲+۲=۱۰\Rightarrow R_۲=۴\,\Omega\end{cases}$$

۱۴۴۴ B ۱

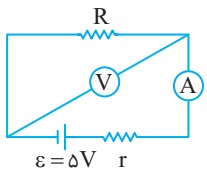
خط فکری در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی R برابر است.



ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مقاومت و آمپرسنج جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. با توجه به رابطهٔ $P=VI$، توان خروجی از باتری که برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است را حساب می‌کنیم:

$$P=VI\xrightarrow{V=۴V,I=۲A}P=۴\times۲=۸W$$

بازی با سوال **در شکل زیر، آمپرسنج ۱A و ولت‌سنج ۴V را نشان می‌دهد. اگر وسایل اندازه‌گیری آرمانی باشند، توان کل باتری چند وات از توان خروجی باتری بیشتر است؟**

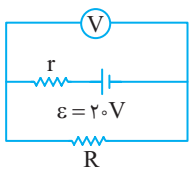


۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۵

گزینهٔ ۳

۱۴۴۵ B ۴

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت R و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، از این رو می‌توان افت پتانسیل را حساب کرد، سپس با رابطهٔ $P=VI$، توان مصرفی در مقاومت R را با توان مصرفی در مقاومت درونی r مقایسه کرد.



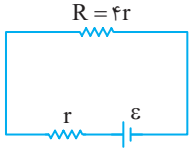
افت پتانسیل باتری (اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت درونی) برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{rI=V_r}V_r=\varepsilon-V\Rightarrow V_r=۲۰-۱۸=۲V$$

نسبت توان خروجی باتری به توان مصرفی در r برابر است با:

$$\frac{P_R}{P_r}=\frac{V_RI}{V_rI}\xrightarrow{\substack{V_R=۱۸V\\ V_r=۲V}}\frac{P_R}{P_r}=\frac{۱۸}{۲}=۹$$

بازی با سوال **در مدار زیر توان مصرفی در مقاومت خارجی چند برابر توان مصرفی در مقاومت داخلی است؟**



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

گزینهٔ ۲

B ۳ ۱۴۴۶

خط فکری توان تولیدی باتری توسط مقاومت داخلی و خارجی مصرف می‌شود، بنابراین توان تولیدی برابر مجموع توان‌های مصرفی در مقاومت داخلی و خارجی است، از طرفی جریان در کل مدار مقدار ثابتی است.

۱ توان مصرفی در مقاومت R برابر ۱۶W است از این رو: $P_R = RI^2 \Rightarrow 16 = RI^2$

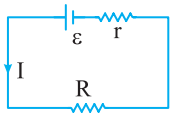
۲ توان مصرفی در مقاومت درونی r برابر است با:

$$P_r = rI^2 \xrightarrow{r=\frac{R}{4}} P_r = \frac{R}{4}I^2 \Rightarrow P_r = \frac{1}{4}RI^2 \xrightarrow{RI^2=16W} P_r = \frac{1}{4}\times 16 = 4W$$

۳ توان کل باتری خواهد شد: $P_{کل} = P_R + P_r = 16 + 4 = 20W$

B ۲ ۱۴۴۷

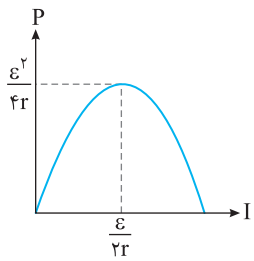
خط فکری معادلهٔ توان خروجی به‌صورت $P = -rI^2 + \varepsilon I$ است و یک تابع درجه ۲ است که مختصات رأس آن خواهد شد:



$$I_{رأس} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} \quad (I)$$

و توان بیشینه برابر است با:

$$P = -r\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 + \varepsilon\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right) \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$



رابطه جریان مدار به صورت $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ را با رابطهٔ (I) مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow R = r$$

یادآوری توان تولیدی برابر مجموع توان مصرفی در مقاومت خارجی و مقاومت داخلی است. توان خروجی از باتری نیز برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است.

در این حالت نسبت توان خروجی به کل توان خواهد شد:

$$\frac{P_{خروجی}}{P_{کل}} = \frac{RI^2}{(R+r)I^2} \xrightarrow{R=r} \frac{R}{R+R} \Rightarrow \frac{P_{خروجی}}{P_{کل}} = \frac{1}{2}$$

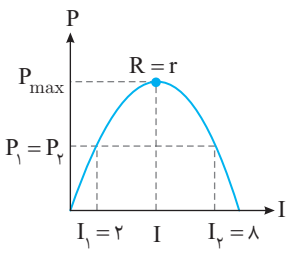
نتیجه هرگاه در یک مدار ساده، مقاومت درونی باتری و مقاومت خارجی مدار با هم برابر باشند $(R=r)$، در این حالت توان خروجی بیشینه و نسبت توان خروجی به توان کل باتری $\frac{1}{2}$ است، یعنی توان خروجی ٪۵۰ توان کل باتری است.

پیشنهاد می‌شود این نتیجه به خاطر سپرده شود.

تمام حل این مسئله در خط فکری بیان شد. خسته نباشید.

B ۲ ۱۴۴۸

خط فکری باید به سراغ سهمی $P = -rI^2 + \varepsilon I$ بروید و یادتان باشد در سهمی هرگاه برای دو مقدار متغیر (در اینجا جریان) مقدار تابع (در اینجا توان) برابر شود، در نقطهٔ رأس سهمی، اندازهٔ متغیر سهمی برابر مقدار میانگین آن دو متغیر است. در اینجا یعنی:



$$I = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

با توجه به خط فکری، جریان را برای حالت بیشینه توان به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{2+8}{2} \Rightarrow I = 5A$$

در حالتی که R برابر با r باشد، توان خروجی بیشینه است، یعنی $I = 5A$ و $R = r = 2\Omega$ است، بنابراین P_{max} خواهد شد: $P_{max} = RI^2 = 2\times 5^2 = 50W$

C ۱ ۱۴۴۹

توان خروجی مولد یعنی توان مصرفی در مقاومت R که برابر است با:

$$P = RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P = R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

در دو حالت توان‌ها یکسان است، از این رو: $P_1 = P_2$

$$\Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2} = R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_1^2+2R_1r+r^2} = \frac{R_2}{R_2^2+2R_2r+r^2}$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2+2R_1R_2r+R_1r^2 = R_2R_1^2+2R_1R_2r+R_2r^2$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2 - R_2R_1^2 = R_2r^2 - R_1r^2 \Rightarrow R_1R_2(R_2-R_1) = r^2(R_2-R_1)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R_1R_2}$$

جمع‌بندی

۱ هرگاه به‌ازای دو جریان I_1 و I_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$$I_{رأس} = \frac{I_1+I_2}{2} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{I_1+I_2}{2}$$

۲ هرگاه به ازای دو مقدار مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$$r = \sqrt{R_1R_2}$$

B ۲ ۱۴۵۰

توان مفید (توان خروجی باتری) برابر است با:

$$P = RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P = R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

برای مقاومت 8Ω و مقاومت R_2 توان برابر است از این رو:

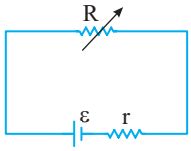
$$P_1 = P_2 \Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2} = R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow \frac{8}{(8+4)^2} = \frac{R_2}{(R_2+4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{144} = \frac{R_2}{R_2^2+8R_2+16} \Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{R_2}{R_2^2+8R_2+16} \Rightarrow 18R_2 = R_2^2+8R_2+16$$

$$\Rightarrow R_2^2 - 10R_2 + 16 = 0 \Rightarrow R_2 = 5 \pm \sqrt{25-16} \Rightarrow R_2 = 5\pm 3 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 8\Omega \\ R_2 = 2\Omega \end{cases}$$

بنابراین مقاومت را از 8Ω باید به 2Ω برسانیم تا $P_1 = P_2$ شود.

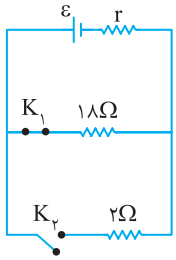
میانبر اگر در یک مدار در دو مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی یکسان داشته باشیم، داریم:



$$r = \sqrt{R_1R_2}$$

کافی است در این رابطه مقدار r و R_1 را قرار بدهید و R_2 را حساب کنید.

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید K_1 را باز و کلید K_2 را ببندیم، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟ آزمون مدارس برتر



۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۳

B ۱ ۱۴۵۱

خط فکری برای آنکه توان تلف شده در باتری بیشینه شود، باید توان کل باتری (توان تولیدی) در مقاومت درونی باتری مصرف شود. برای این منظور باید مقاومت خارجی مدار صفر شود.

با توجه به خط فکری باید مقاومت خارجی از 2Ω به صفر کاهش یابد.

A ۱۴۵۲ **۴**

خط فکری می‌خواهیم نمودار ولتاژ دو سر باتری (یا مقاومت متغیر R) را برحسب جریان رسم کنیم. بنابراین باید معادلهٔ $V=\varepsilon-Ir$ را کامل کنیم، یعنی نیروی محرکهٔ باتری و مقاومت درونی آن را به کمک توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ به‌دست آوریم.

توان مصرفی در مقاومت خارجی همان توان خروجی باتری است از این رو:

$$P=\varepsilon I-rI^2 \begin{cases} P_1=64W, I_1=4A \rightarrow 64=4\varepsilon-16r \Rightarrow 16=\varepsilon-4r \\ P_2=75W, I_2=5A \rightarrow 75=5\varepsilon-25r \Rightarrow 15=\varepsilon-5r \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

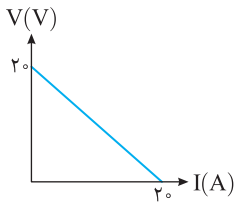
$16-15=r \Rightarrow r=1\Omega$

نیروی محرکهٔ باتری برابر است با:

$16=\varepsilon-4\times1 \Rightarrow \varepsilon=20V$

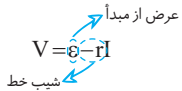
معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان به صورت زیر خواهد بود و نمودار آن خواهد شد:

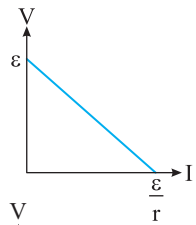
$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow V=20-I$



B ۱۴۵۳ **۳**

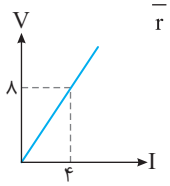
یادآوری در نمودار $V-I$ باتری داریم:





۱ از روی نمودار شکل (۱) مقاومت خارجی مدار (R) قابل محاسبه است.

$R=\frac{V}{I} \Rightarrow R=\frac{8}{4}=2\Omega$

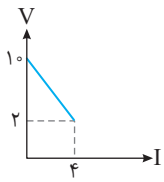


شکل (۱)

۲ در شکل (۲) مشخص است که نیروی محرکهٔ باتری عرض از مبدأ نمودار یعنی $\varepsilon=10V$ است و با محاسبهٔ شیب خط نمودار $V-I$ باتری، مقاومت درونی آن به‌دست می‌آید.

$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-Ir$

$\text{شیب خط}=-r \Rightarrow \frac{10-2}{0-4}=-r \Rightarrow r=2\Omega$



شکل (۲)

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{10}{2+2} \Rightarrow I=2/5A$

۴ توان تولیدی باتری برابر εI است:

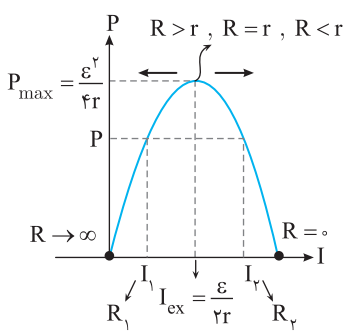
$P=\varepsilon I \Rightarrow P=10\times2/5 \Rightarrow P=25W$

B ۱۴۵۴ **۱**

خط فکری باید به سراغ نمودار سهمی برویم و ویژگی‌های آن را به یاد بیاوریم:

$I_{ex}=\frac{I_1+I_2}{2}$, $r=\sqrt{R_1R_2}$

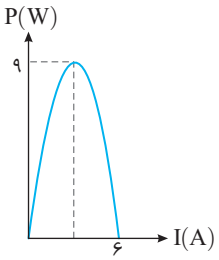
اختلاف پتانسیل در بیشینهٔ توان $V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{2r}} V=\frac{\varepsilon}{2}$



توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ یک تابع درجه ۲ و نمودار آن سهمی است. مقدار بیشینه P (رأس سهمی) خواهد شد.

$I_{max}=\frac{-b}{2a} \Rightarrow I_{max}=\frac{\varepsilon}{2r}$

$P_{max}=\varepsilon(\frac{\varepsilon}{2r})-r(\frac{\varepsilon}{2r})^2 \Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r}$



با مقایسهٔ نمودار مسئله با نمودار خط فکری مشخص است که مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ برابر ۶A و توان بیشینه $P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{2r}$ برابر ۹W است و با داشتن یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان نیروی محرکه و مقاومت درونی را حساب کرد.

$$\begin{cases} P_{max}=9W \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{4r}=9 \\ I=6A \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r}=6 \end{cases} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{4}\times6=9 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon=6V \\ r=1\Omega \end{cases}$$

اگر ولتاژ دو سر مولد ۲V باشد، جریان عبوری از مدار خواهد شد:

$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow 2=6-I \Rightarrow I=4A$

اکنون توان خروجی قابل محاسبه است.

$P=\varepsilon I-rI^2 \Rightarrow P=6\times4-1\times(4)^2 \Rightarrow P=8W$

A ۱۴۵۵ **۳**

خط فکری به سراغ نمودار سهمی توان خروجی برحسب جریان $(P=-rI^2+\varepsilon I)$ برو و یادتان باشد هرگاه برای دو جریان I_1 و I_2 توان برابر باشد، جریان برای توان بیشینه خواهد شد:

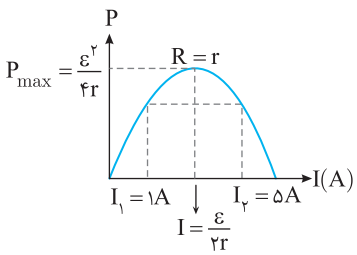
$I=\frac{I_1+I_2}{2} \Rightarrow I=\frac{1+5}{2}=3A$

از طرفی در توان بیشینه مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی آن برابر است. بنابراین

$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 3=\frac{6}{2\times r} \Rightarrow r=1\Omega$

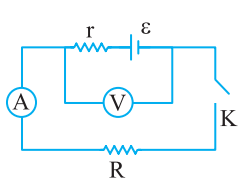
توان بیشینه خواهد شد:

$P=\frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow P=\frac{6^2}{4\times1} \Rightarrow P=\frac{36}{4}=9W$



پنجره دو جداره

B ۱۴۵۶ **۲**



وقتی کلید باز است، جریان مدار صفر است، آمپرسنج عدد صفر و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد. با بستن کلید، جریان مدار ۴A افزایش یافته یعنی جریان مدار $I=4A$ شده است. عدد ولت‌سنج ۲V کاهش یافته، در واقع افت پتانسیل درون مقاومت درونی باتری ۲V است. بنابراین:

$Ir=2 \Rightarrow 4\times r=2 \Rightarrow r=0/5\Omega$

B ۱۴۵۷ ۲

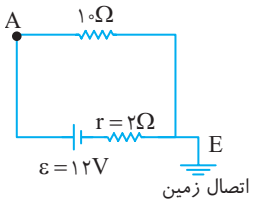
خط فکری ۱ پتانسیل هر نقطه از مدار که به زمین متصل است، صفر در نظر گرفته می‌شود.

۲ پتانسیل یک نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال زمین

۱ ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۱A$$

۲ به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ A و اتصال زمین دقیقاً یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰ اهمی بنابراین:



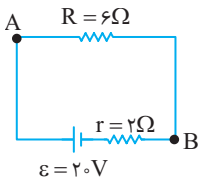
$$V_{AE}=IR=۱\times۱۰=۱۰V$$

B ۱۴۵۸ ۳

خط فکری قرار است یک خازن را به اختلاف پتانسیل A و B وصل کنیم. بنابراین ابتدا باید جریان مدار و سپس ولتاژ دو سر مقاومت $R=۶\,\Omega$ را پیدا کنیم و سرانجام بار ذخیره شده روی صفحات خازن را از رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ به‌دست بیاوریم.

۱ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۶+۲}\Rightarrow I=۲/۵A$$



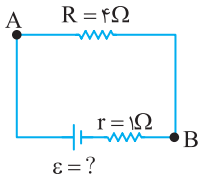
۲ اختلاف پتانسیل بین A و B خواهد شد:

$$V_{BA}=IR=۲/۵\times۶\Rightarrow V_{AB}=۱۵V$$

۳ بار روی صفحات خازن را به‌دست می‌آوریم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow{C=۴\mu F}Q=۴\times۱۵=۶۰\mu C$$

بازی با سؤال **خازنی به ظرفیت $۵\mu F$ را به ولتاژی برابر اختلاف پتانسیل بین A و B متصل می‌کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن برابر $۲۵۰\mu J$ می‌شود، نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟**



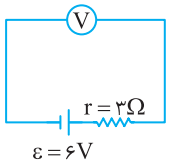
۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۱۴۵۹ ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن مرتبهٔ بزرگی یک کمیت باید پس از محاسبهٔ مقدار کمیت، عدد به دست آمده را به‌صورت نماد علمی $(a\times۱۰^{b})$ بنویسیم، در این صورت ۱۰^{b} معرف مرتبهٔ بزرگی کمیت است.

جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۶}{۶۰\times۱۰^{۳}+۳}$$

$$=\frac{۶}{۶۰۰۰۳}\approx\frac{۶}{۶۰۰۰۰}=۱۰^{-۴}A$$

تعداد الکترون‌های عبوری از ولت‌سنج در مدت $۱min\ (۶۰s)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}q=It\\q=ne\end{cases}\Rightarrow It=ne\Rightarrow ۱۰^{-۴}\times۶۰=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۳/۷۵\times۱۰^{۱۶}$$

بنابراین مرتبهٔ بزرگی تعداد الکترون‌ها $۱۰^{۱۶}$ است.

B ۱۴۶۰ ۳

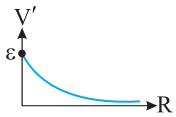
معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان گذرنده از آن به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است. معادلهٔ $V+I=۶$ را به‌صورت $V=۶-I$ می نویسیم، اکنون با مقایسه معادلهٔ به‌دست آمده با $V=\varepsilon-Ir$ نتیجه می‌شود که: $\varepsilon=۶V, r=۱\,\Omega$

اکنون مقاومت مدار را در حالتی که ولتاژ دو سر باتری $۵V$ است، به‌دست می‌آوریم.

$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}\times R\Rightarrow ۵=\frac{۶R}{R+۱}\Rightarrow ۵R+۵=۶R\Rightarrow R=۵\,\Omega$$

B ۱۴۶۱ ۲

افت پتانسیل برابر Ir و $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، از این‌رو:



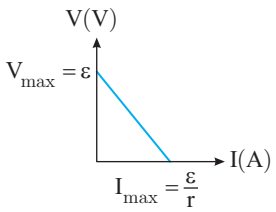
$$V'=rI=\frac{r\varepsilon}{r+R}$$

در این رابطه R به عنوان متغیر و V' (افت پتانسیل) به عنوان تابع در نظر گرفته می‌شود. اگر R حداقل مقدار یعنی برابر صفر قرار داده شود، $V'=\varepsilon$ می‌شود و اگر R بسیار بزرگ شود مخرج کسر بسیار بزرگ شده و حاصل کسر به صفر نزدیک می‌شود. پس گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱۴۶۲ ۴

معادلهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب جریان به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب منفی است:

$$\begin{cases}V=۰\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r}\\I=۰\Rightarrow V=\varepsilon\end{cases}$$

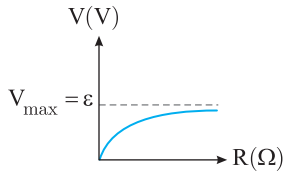


پس نمودار (الف) درست است.

ولتاژ دو سر مولد یا دو سر مدار برحسب R است با:

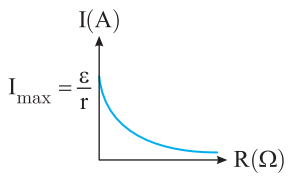
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

وقتی $R=۰$ است، $V=۰$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $V=\varepsilon$ است و نمودار $V-R$ به‌صورت روبه‌رو است:



پس نمودار (ب) نیز درست است.

جریان برحسب مقاومت نیز برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است که وقتی $R=۰$ است، $I=\frac{\varepsilon}{r}$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $I=۰$ است و شکل نمودار به‌صورت مقابل می‌باشد:



پس نمودار (پ) نیز درست است.

B ۱۴۶۳ ۲

خط فکری آنچه مسلم است وقتی مقاومت رئوستا صفر $(R=۰)$ است در آن توانی مصرف نمی‌شود و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. باید معادلهٔ توان برحسب مقاومت خارجی را به‌دست بیاوریم.

توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P=RI^{۲}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}P=R\frac{\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}\Rightarrow P=R\frac{۱۰۰}{(R+۱)^{۲}}$$

این تابع قطعاً تابع درجه ۲ نیست و نمودار آن نمی‌تواند سهمی باشد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

اعداد داده شده روی نمودار گزینهٔ (۲) را در معادله به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$P=R\frac{۱۰۰}{(R+۱)^{۲}}\xrightarrow{R=۱\,\Omega}P=۱\times\frac{۱۰۰}{(۱+۱)^{۲}}\Rightarrow P=۲۵W$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱۴۶۴ ۴

باتری آرمانی است و با تغییر مقاومت، اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر نمی‌کند $(V=\varepsilon)$ و توان خروجی باتری برابر توان کل باتری یعنی $P=\varepsilon I$ است. بنابراین نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان مدار تابع درجهٔ یک است و نمودار آن خطی است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۴۶۵ **۲**

همان‌گونه که در صورت مسأله بیان شده است، بازده مولد، نسبت توان خروجی مولد به توان تولیدی مولد است.

توان تولیدی مولد برابر است با: $P_{\text{تولیدی}}=\varepsilon I=RI^2+rI^2$

توان خروجی مولد (توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار) برابر است با:

$$P_{\text{مفید}}=VI=RI^2$$

در این صورت بازده مولد برابر است با: $Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}}=\frac{RI^2}{RI^2+rI^2}\Rightarrow Ra=\frac{R}{R+r}$

حال می‌توانیم نسبت بازده در حالت دوم به بازده در حالت اول را محاسبه کنیم:

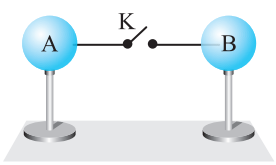
$$\frac{(Ra)_2}{(Ra)_1}=\frac{\frac{2r}{2r+r}}{\frac{r}{\frac{2}{r}+r}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$$

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

B ۱۴۶۵ **۱**

خط فکری دو کره رسانا مشابه هستند و بعد از اتصال کلید، بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود.

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}$$



بار هر یک از کره‌ها را پس از بستن کلید حساب می‌کنیم.

$$q'_A=q'_B=\frac{-4+(-20)}{2}=-12\mu C$$

بنابراین بار شارش شده بین دو کرهٔ A و B، $\Delta q=q'_B-q_B=-12-(-20)=+8\mu C$ است که این بار مثبت از کرهٔ A به کرهٔ B منتقل شده است. سوی جریان در جهت حرکت بار مثبت است، یعنی جریان از کرهٔ A به کرهٔ B است و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=0/4\times10^{-3}s}I=\frac{8\times10^{-6}}{0/4\times10^{-3}}\Rightarrow I=0/02A$$

نمای ۱

A ۱۴۶۵ **۲**

با توجه به خروجی رئوستا با تغییر وضعیت لغزنده از A به B، طول بیشتری از مقاومت در مدار قرار می‌گیرد پس مقاومت معادل $R_{\text{رسانا}}+R_{\text{رئوستا}}$ افزایش می‌یابد:

$$I=\frac{V}{R}=\frac{V}{\uparrow R_{\text{رسانا}}+R_{\text{رئوستا}}}\Rightarrow \text{جریان کاهش می‌یابد}$$

نمای ۴

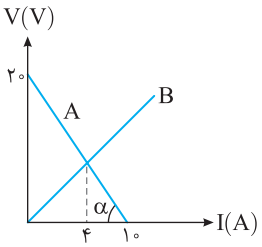
A ۱۴۶۵ **۳**

توان خروجی باتری همان توان مصرفی در مقاومت R است که مقدار آن $P=RI^2$ است. از طرفی توان تلف‌شده در مقاومت درونی باتری نیز از رابطهٔ rI^2 به‌دست می‌آید. با توجه به فرض مسئله این دو توان با هم برابر است، در نتیجه: $RI^2=rI^2\Rightarrow\frac{R}{r}=1$

نمای ۱

B ۱۴۶۵ **۴**

خط فکری معادله ولتاژ دو سر باتری بر حسب جریان به صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که شیب آن برابر قرینه مقاومت درونی و عرض از مبدأ آن نیروی محرکهٔ باتری است. از طرفی نمودار ولتاژ بر حسب جریان یک مقاومت اهمی به صورت یک خط راست است که شیب آن برابر مقاومت است. $(V=RI)$



با توجه به اینکه شیب نمودار A منفی است، نمودار A مربوط به باتری و نمودار B مربوط به مقاومت اهمی است. با توجه به نمودار A نیروی محرکهٔ باتری ۲۰V و مقاومت درونی آن برابر است با:

$$\tan\alpha=-r\Rightarrow-r=\frac{20-0}{0-10}\Rightarrow r=2\Omega$$

وقتی که جریان مدار ۴A است، مقدار مقاومت R را حساب می‌کنیم.

$$V_A=V_B\Rightarrow\varepsilon-I_r=RI\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow 4=\frac{20}{R+2}\Rightarrow R+2=5\Rightarrow R=3\Omega$$

نمای ۷

A ۱۴۶۵ **۳**

۵ **با توجه به قانون** اهم، جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=\frac{1/5}{100}=1/5\times10^{-2}A=15mA$$

این جریان از باتری می‌گذرد، باتری ۱۰۰۰mAh است، بنابراین:

$$Q=It\Rightarrow 1000(mAh)=15t(mA)\Rightarrow t=\frac{1000}{15}h$$

$$\Rightarrow t=\frac{1000}{15}\times60\Rightarrow t=4000min$$

نمای ۵

B ۱۴۶۵ **۳**

۶ **از آخر مسئله** باید به اول آن برویم یعنی از آنجا که جریان مدار 2A و آهنگ مصرف انرژی $P=12W$ است. ابتدا باید مقاومت سیم را به‌دست آوریم.

$$P=RI^2\Rightarrow 12=R(2)^2\Rightarrow R=3\Omega$$

به اول مسئله برمی‌گردیم.

با داشتن قطر سیم، مساحت سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم.

$$A=\pi r^2\xrightarrow{r=\frac{6}{2}=3\times10^{-3}m}A=\pi\times9\times10^{-6}m^2$$

به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، طول سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=10^{-6}\Omega.m}3=10^{-6}\times\frac{L}{9\pi\times10^{-6}}\Rightarrow L=27\pi\,m$$

طول سیم برابر تعداد حلقه ضرب در محیط هر حلقه است، بنابراین:

$$L=N(2\pi R)\xrightarrow{R=9cm}27\pi=N\times2\pi(9\times10^{-2})\Rightarrow N=150$$

نمای ۳

B ۱۴۶۵ **۲**

۷ **خط فکری** اول باید یادمان باشد که اختلاف پتانسیل در دو حالت V است. یعنی برای مقایسه توان‌ها باید از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده کنیم، بعد از آن باید بدانیم که با ثابت بودن جرم، حجم سیم ثابت می‌ماند و اگر طول آن زیاد شود، مساحت سطح مقطع آن کوچک می‌شود.

۱ طول سیم n برابر شده است $(\frac{L_2}{L_1}=n)$ بنابراین:

$$V_1=V_2\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2\Rightarrow\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}\Rightarrow\frac{A_1}{A_2}=n$$

۲ اکنون بررسی می‌کنیم که مقاومت سیم بعد از کشیدگی چند برابر شده است.

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=1\times n\times n\Rightarrow R_2=n^2R_1$$

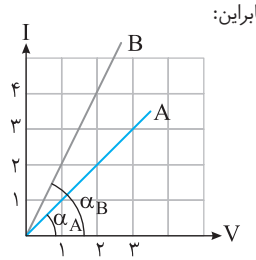
۳ نسبت توان مصرفی در حالت دوم خواهد شد:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{V^2}{R_2}}{\frac{V^2}{R_1}}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{n^2}$$

نمای ۳

۴ ۱۴۶۵ B

۸ شیب نمودار $I-V$ برابر وارون مقاومت است، بنابراین:



$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\tan\alpha_A}{\tan\alpha_B}=\frac{\frac{۲}{۲}}{\frac{۴}{۲}}$$

$$\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_A=۲R_B$$

وقتی جریان دو مقاومت یکسان است، برای به دست آوردن توان از رابطهٔ $P=RI^۲$ استفاده می‌کنیم، بنابراین بنابر فرض مسئله:

$$\frac{P_A}{P_B}=x\Rightarrow\frac{R_AI^۲}{R_BI^۲}=x\Rightarrow\frac{۲R_B}{R_B}=x\Rightarrow x=۲$$

وقتی ولتاژ مقاومت‌ها برابر است، برای به دست آوردن توان از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{P'_A}{P'_B}=x'\Rightarrow\frac{\frac{V^۲}{R_A}}{\frac{V^۲}{R_B}}=x'\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=x'\Rightarrow\frac{R_B}{۲R_B}=x'\Rightarrow x'=\frac{۱}{۲}$$

اکنون نسبت $\frac{x'}{x}$ خواهد شد:

$$\frac{x'}{x}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

نمای ۲ و ۶

۱ ۱۴۶۵ B

۹ ولتاژ دو سر هر لامپ $۲۲۰V$ است و توان هر لامپ مشخص است، بنابراین می‌توان به کمک رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، مقاومت هر لامپ را حساب می‌کرد.

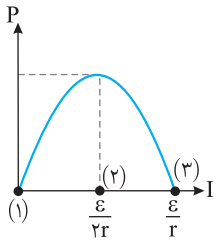
$$P=\frac{V^۲}{R}\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{P_A=۱۰۰W}۱۰۰=\frac{۲۲۰\times۲۲۰}{R_A}\Rightarrow R_A=۴۸۴\Omega\\ \xrightarrow{P_B=۲۵W}۲۵=\frac{۲۲۰\times۲۲۰}{R_B}\Rightarrow R_B=۱۹۳۶\Omega\end{cases}$$

بنابراین مقاومت لامپ B به اندازه $۱۹۳۶-۴۸۴=۱۴۵۲\Omega$ از مقاومت لامپ A بیشتر است.

نمای ۶

۲ ۱۴۶۵ B

۱۰ خط فکری با توجه به رابطهٔ خروجی $P=\varepsilon I-rI^۲$ نمودار توان خروجی (P) برحسب جریان (I) به‌صورت سهمی شکل روبه‌رو است و جریان در سه نقطهٔ معروف آن به‌ترتیب $I_۱=۰$، $I_۲=\frac{\varepsilon}{۲r}$ و $I_۳=\frac{\varepsilon}{r}$ است:

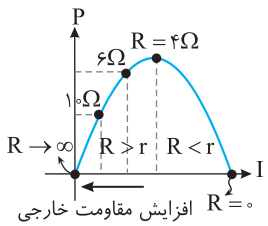


با توجه به رابطهٔ جریان در مدار ساده داریم:

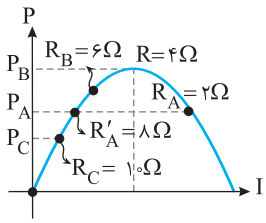
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\frac{\varepsilon}{R+r}=۰\Rightarrow R\to\infty\\ \frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow R=r\Rightarrow R=۴\Omega\\ \frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow R=۰\end{cases}$$

با توجه به مقاومت‌های به‌دست آمده:

مقاومت‌های $R_B=۶\Omega$ و $R_C=۱۰\Omega$ چون $R>r$ است، در سمت چپ خط‌چین رسم شده در رأس سهمی، قرار دارند و چون $R_B=۶\Omega$ کوچک‌تر از $R_C=۱۰\Omega$ است پس توان خروجی آن بزرگ‌تر است.



خط فکری ۲ با توجه به سهمی بودن نمودار در هر دو جریانی که در دو طرف رأس سهمی‌اند، باید توان خروجی یکسان داشته باشیم که برای مقاومت‌های این دو جریان رابطهٔ زیر را داریم:



$$r=\sqrt{R_۱R_۲}\Rightarrow۴=\sqrt{R_AR'_A}\xrightarrow{R_A=۲\Omega}R'_A=۸\Omega$$

$R'_A=۸\Omega$، باید بین دو نقطهٔ R_B و R_C روی نمودار باشد، بنابراین:

$$P_B>P_{A'}>P_C\xrightarrow{P_{A'}=P_A}P_B>P_A>P_C$$

نمای ۸

پنجره ۳

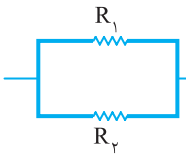
۱ ۱۴۶۶ A

در مقاومت‌های متوالی، مقاومت معادل از جمع مقاومت‌ها به‌دست می‌آید.



$$R=R_۱+R_۲=۳+۶=۹\Omega$$

در مقاومت‌های موازی، وارون مقاومت معادل با مجموع وارون مقاومت‌ها برابر است.



$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

$$R'=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

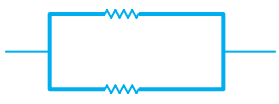
در این صورت خواهیم داشت:

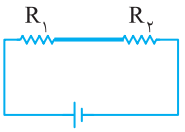
$$\frac{R}{R'}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$$

۲ ۱۴۶۷ A

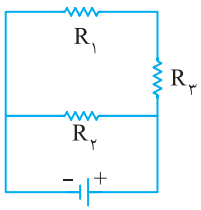
خط فکری در مقاومت‌های موازی دو سر مقاومت‌ها به هم وصل است یعنی دو دست هر مقاومت بدون واسطه در دو دست مقاومت دیگر قرار دارد.

در مقاومت‌های متوالی مقاومت‌ها پشت سرهم بوده و از بین آن‌ها انشعابی خارج نمی‌شود.





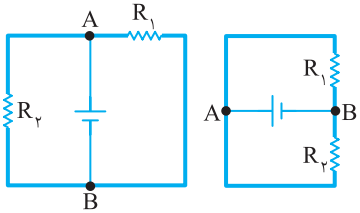




در شکل (الف) دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ پشت سر هم بسته شده و متوالی هستند.

در شکل (ب) دو مقاومت $R_۳$ و $R_۱$ پشت سر هم بسته شده و مجموعهٔ آن‌ها با $R_۲$ موازی است، در واقع دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به طور مستقل از دو طرف به هم وصل نیستند.

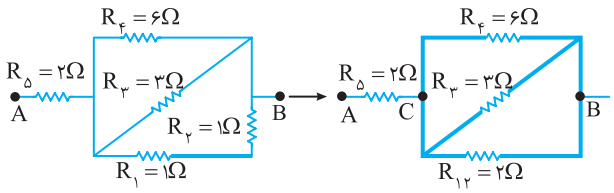
در شکل (پ) و (ت) دو دست مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ در دست هم است و هر دو بین دو نقطهٔ A و B باهم دست داده‌اند پس موازی‌اند.



A ۱۴۶۸ ۳

برای مقاومت معادل‌گیری از کجا شروع کنیم؟

این پرسش همیشگی عزیزان است، اما پاسخ، از جایی که می‌توانید اولین تشخیص را انجام دهید. در شکل دو مقاومت ۱Ω پشت سرهم بوده و بین آن انشعاب‌ها نیست پس متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها $R_{۱۲}=۱+۱=۲\,\Omega$ می‌شود. یعنی مدار در ذهن شما باید به صورت زیر در آید.



اکنون مجدداً به مدار نگاه کنید. سه مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ و $R_{۱۲}$ دو دست‌شان در دست هم است و بین دو نقطهٔ C و B بسته شده‌اند و باهم موازی‌اند.

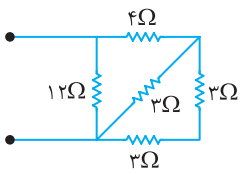
$$\frac{۱}{R_{CB}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}=\frac{۲+۱+۳}{۶}\Rightarrow R_{CB}=۱\,\Omega$$

$R_۵=۲\Omega$ $R_{CB}=۱\Omega$

$R_{eq}=۲+۱=۳\,\Omega$

اکنون این مقاومت با مقاومت $R_۵$ متوالی است.

بازی با سؤال مقاومت معادل مدار زیر چند اهم است؟



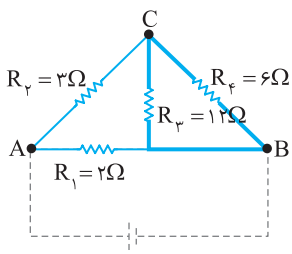
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۲

B ۱۴۶۹ ۱

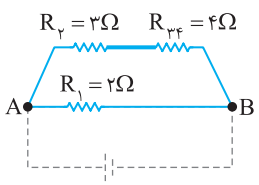
خط فکری مقاومت معادل بین دو نقطه یعنی مدار از آن دو نقطه به باتری متصل باشد.

۱ به مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω نگاه کنید، دو دست‌شان مستقیماً در نقاط B و C به هم رسیده و این دو مقاومت موازی هستند.



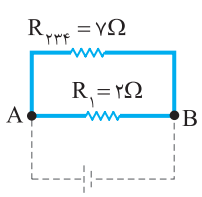
$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\,\Omega$$

۲ در این حالت $R_{۳۴}$ و $R_۲$ باهم متوالی هستند.



$$R_{۲۳۴}=۳+۴=۷\,\Omega$$

۳ مقاومت $R_{۲۳۴}$ با $R_۱$ موازی است.

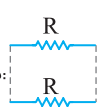


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_{۲۳۴}}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۷}$$

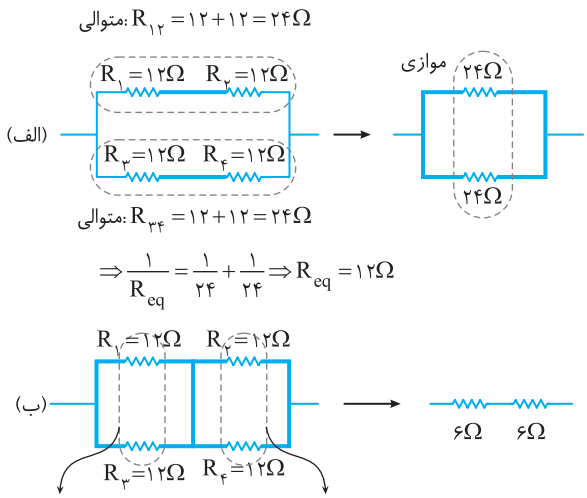
$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۴}{۹}\,\Omega$$

A ۱۴۷۰ ۴

خط فکری اگر n تا مقاومت مشابه داشته باشیم:

متوالی:  $\Rightarrow R_{eq}=nR$ موازی:  $\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{n}$

شکل‌های (الف) و (ب) شکل‌های ساده‌ای هستند و مقاومت معادل هر شکل خواهد شد:



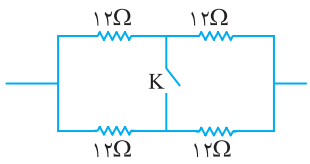
$$\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۲۴}\Rightarrow R_{eq}=۱۲\,\Omega$$

موازی: $R_{۱۳}=\frac{۱۲}{۲}=۶\,\Omega$ موازی: $R_{۲۴}=\frac{۱۲}{۲}=۶\,\Omega$

$$\Rightarrow R'_{eq}=۶+۶=۱۲\,\Omega$$

بنابراین $\frac{R'}{R}=۱$ خواهد شد.

بازی با سؤال در مدار شکل زیر اگر کلید K بسته شود، مقاومت مدار چند برابر می‌شود؟



۱) ۲
۲) ۴/۵
۳) ۳/۵
۴) ۱

گزینهٔ ۴

B ۱۴۷۱ ۳

۱ $R_۱$ ، $R_۲$ پشت سرهم و بدون انشعاب‌اند پس متوالی هستند.

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۲R+۲R=۴R$$

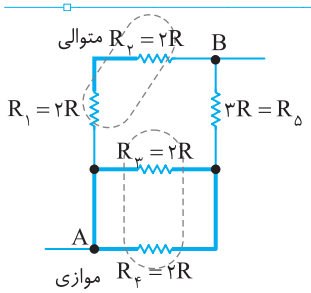
مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ دو دست‌شان در دست هم و موازی‌اند.

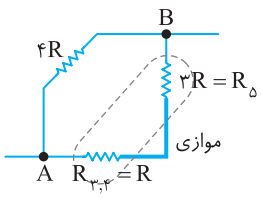
$$R_{۳۴}=\frac{۲R}{۲}=R$$

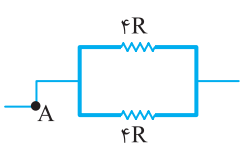
۲ مدار را مجدداً رسم می‌کنیم.

مقاومت $R_۵$ و $R_{۳۴}$ متوالی هستند، بنابراین:

$$R_{۳۴۵}=۳R+R=۴R$$



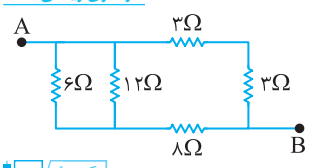




$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

بازی با سؤال در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

سراسری ریاضی - ۸۷

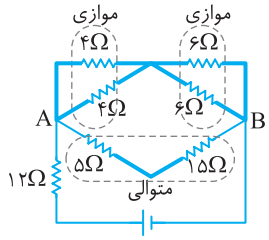


۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

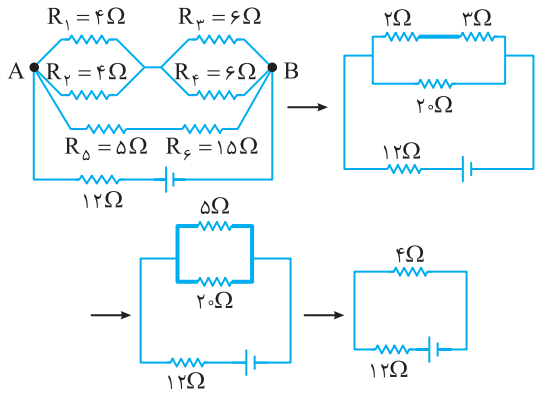
گزینهٔ ۲

B ۱۴۷۲ ۲

خط فکری به دو مقاومت 4Ω دقت کنید، دست در دست هم‌اند پس موازی‌اند، همچنین دو مقاومت 6Ω نیز موازی‌اند اما دو مقاومت 5Ω و 15Ω به دنبال هم هستند و بین آن‌ها انشعابی نیست بنابراین باهم متوالی هستند. اما مقاومت 12Ω در کنار باتری با مقاومت معادل دیگر مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده است.



با توجه به خط فکری مدار را به صورت سادهٔ زیر در می‌آوریم.



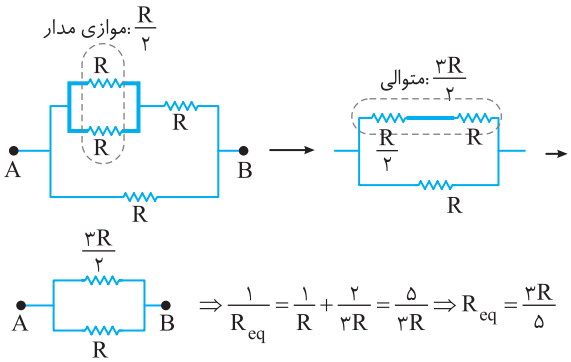
موازی: $R_{34}=\frac{6}{2}=3\Omega$ ، موازی: $R_{12}=\frac{4}{2}=2\Omega$

متوالی: $R_{1234}=2+3=5\Omega$ ، متوالی: $R_{56}=5+15=20\Omega$

در این صورت مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=4+12=16\Omega$

B ۱۴۷۳ ۲

مطابق شکل زیر، مقاومت معادل را به راحتی به‌دست می‌آوریم:

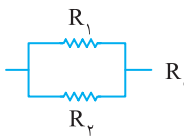


$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R}+\frac{2}{3R}=\frac{5}{3R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{3R}{5}$$

با توجه به فرض مسئله مقاومت معادل مدار برابر 3Ω است از این‌رو:

$$R_{eq}=\frac{3R}{5}=3\Rightarrow R=5\Omega$$

میانبر در مقاومت معادل دو مقاومت موازی می‌توان نوشت:

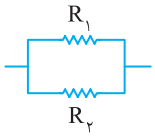


$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

B ۱۴۷۴ ۲

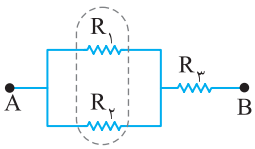
خط فکری ۱ باید مقاومت معادل را به‌دست آوریم و آن را برابر مقاومت R_1 قرار دهیم.

۲ اگر دو مقاومت موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:



$$R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

۱ دو مقاومت R_1 و R_2 موازی‌اند و مقدار معادل آن‌ها با R_3 متوالی است، بنابراین مقاومت بین AB خواهد شد:



$$R_{AB}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3$$

۲ که این مقاومت با مقاومت R_1 برابر است:

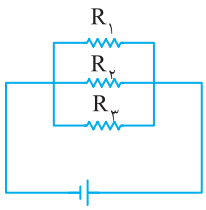
$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=R_1\Rightarrow R_3=R_1-\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow R_3=\frac{R_1^2+R_1R_2-R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_3=\frac{R_1^2}{R_1+R_2}$$

B ۱۴۷۵ ۳

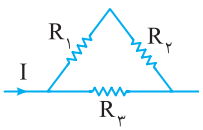
خط فکری در مقاومت‌های موازی، مقاومت معادل از کوچک‌ترین مقاومت موازی مدار، کوچک‌تر است و برای آنکه با حذف یکی از مقاومت‌های موازی بیشترین افزایش مقاومت معادل را داشته باشیم، باید کوچک‌ترین مقاومت را حذف کنیم.

در شکل روبه‌رو سه مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها از کوچک‌ترین مقاومت مدار یعنی R_3 کوچک‌تر است و $(R_1>R_2>R_3>R_{eq})$



برای آنکه مقاومت معادل بیشینه شود باید مقاومت R_3 را حذف کرد.

بازی با سوال **در مدار زیر مطابق شکل می‌توان سه مقاومت 2Ω، 3Ω، 6Ω قرار داد. کمترین مقاومت معادل مدار چند اهم می‌تواند باشد؟**



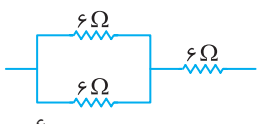
۱) $\frac{18}{11}$ ۲) $\frac{30}{11}$ ۳) $\frac{24}{11}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۱

A ۱۴۷۶ ۱

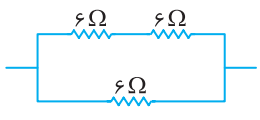
اگر سه مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $6+6+6=18\Omega$ می‌شود و گزینهٔ (۴) می‌تواند مقاومت معادل آن باشد. اگر سه مقاومت موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}=\frac{6}{3}=2\Omega$ می‌شود.

اگر سه مقاومت به‌صورت روبه‌رو بسته شود، مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{6}{2}+6=9\Omega$$

اگر سه مقاومت به‌صورت مقابل بسته شوند، مقاومت معادل خواهد شد:



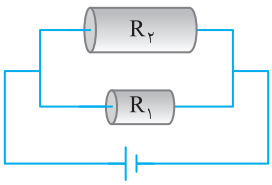
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6+6}+\frac{1}{6}\Rightarrow R_{eq}=\frac{12\times6}{12+6}=4\Omega$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نمی‌تواند مقاومت معادل باشد.

B ۱۴۷۷ ۲

خط فکری بـا توجه به اطلاعات مسـئله در مورد قطر، جنـس و ... مقاومت‌ها، در این مسـئله باید به سـراغ رابطهٔ سـاختمانی مقاومت $R=\frac{\rho L}{A}$ برویم و یک رابطه بین مقاومت R_1 و R_2 که باهم موازی‌اند پیدا کنیم.

۱ دو مقاومت هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است و بنابر فرض مسئله جرم مقاومت R_2، ۸ برابر جرم مقاومت R_1 است.



$$m_2=8m_1 \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V} \rho V_2=8\rho V_1\Rightarrow V_2=8V_1 \quad (I)$$

۲ حجم سـیم برابر است با $V=AL=\pi r^2 L$ که در آن r شعاع سطح مقطع سیم و L طول آن است بنابراین در رابطهٔ (I) خواهیم داشت:

$$\pi r_2^2 L_2=8\pi r_1^2 L_1 \xrightarrow{D_2=2D_1\Rightarrow r_2=2r_1} 4r_1^2 L_2=8r_1^2 L_1\Rightarrow L_2=2L_1$$

۳ اکنون نسبت مقاومت‌های R_1 و R_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho}{\rho}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=2\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow R_2=\frac{1}{2}R_1$$

۴ R_1 و R_2 موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

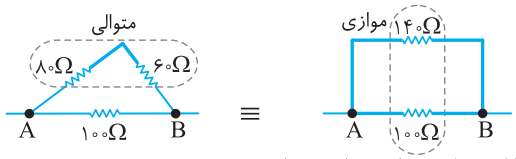
$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_1\times\frac{1}{2}R_1}{R_1+\frac{1}{2}R_1}=\frac{R_1}{3}\Rightarrow\frac{R_{eq}}{R_1}=\frac{1}{3}$$

B ۱۴۷۸ ۱

با توجه به قضیهٔ فیثاغورس طول وتر مثلث (سیم AB) برابر است با:

$$L=\sqrt{3^2+4^2}=5m$$

مقاومـت هـر متـر از این سـیم 2Ω اسـت، از این‌رو سـیمی به طـول $3m$، مقاومت 60Ω (3×20)، سـیمی به طول $4m$، مقاومت 80Ω (4×20) و سیمی به طول $5m$، مقاومـت 100Ω (5×20) خواهنـد داشـت، پـس شـکل مـدار به‌صـورت زیـر قابـل مدل‌سازی است:



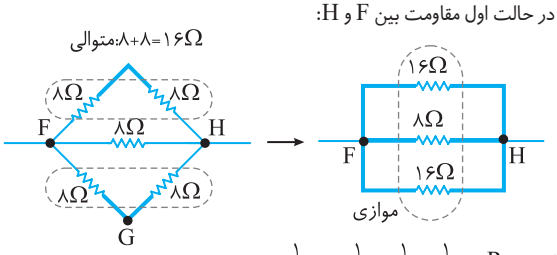
$$R=80+60=140\Omega \equiv \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{140}+\frac{1}{100}=\frac{5}{700}+\frac{7}{700}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{700}{12}\Omega \equiv \underset{A}{\overset{R_{eq}=\frac{700}{12}\Omega}{\text{---}}}\underset{B}{} \Rightarrow R_{eq}=\frac{175}{3}\Omega$$

B ۱۴۷۹ ۲

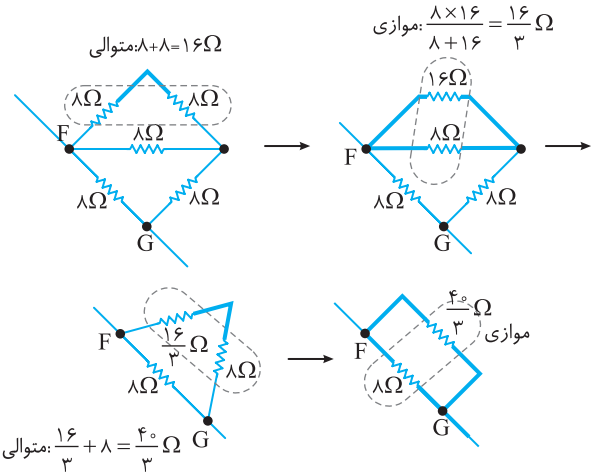
خط فکری مقاومـت معـادل بین دو نقطه یعنی آن دو نقطه از مدار محل اتصال به باتری باشند.

۱ در حالت اول مقاومت بین F و H:



$$\frac{1}{R_{FH}}=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}\Rightarrow R_{FH}=4\Omega$$

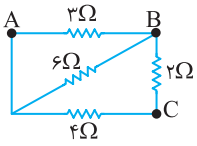
۲ در حالت دوم مقاومت بین F و G:



$$\frac{1}{R_{FG}}=\frac{1}{8}+\frac{3}{40}=\frac{5+3}{40}\Rightarrow R_{FG}=5\Omega$$

بنابراین نسبت مقاومت‌های معادل برابر است با: $\frac{R_{FH}}{R_{FG}}=\frac{4}{5}$

بازی با سؤال **در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و C است؟**



۱) ۱
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) $\frac{5}{6}$

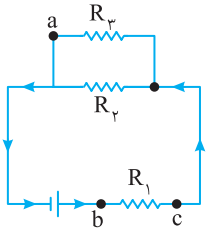
گزینهٔ ۲

B ۱۴۸۰ ۲

خط فکری جهت جریان از پتانسـیل بیشـتر به پتانسـیل کمتر اسـت و با حرکت از پایانهٔ مثبت، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد از این رو:

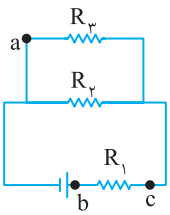
$$V_b>V_c>V_a$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.



بازی با سؤال **در شـکل مقابل اگر بار شارش شـده در بازه‌های زمانی یکسان از مقاطع a، b و c به ترتیب q_a، q_b و q_c باشد. کدام گزینه درست است؟**

آزمون مدارس برتر

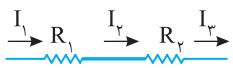


۱) $q_b=q_c>q_a$
۲) $q_a=q_b=q_c$
۳) $q_b=q_c<q_a$
۴) $q_b>q_a>q_c$

گزینهٔ ۱

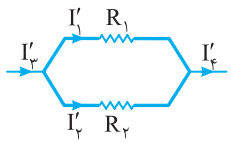
B ۱۴۸۱ ۱

در شکل (الف)، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ پشت سر هم قرار دارند و متوالی هستند. در مقاومت‌های متوالی، جریان الکتریکی هر مقاومت با جریان الکتریکی کل مدار برابر است. $I_۱=I_۲=I_۳$



راستی با عبور جریان از مقاومت، جریان کم نمی‌شه و جریان ورودی به مقاومت با جریان خروجی از مقاومت برابره.

در مقاومت‌های موازی جریان عبوری از هر مقاومت با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V'_۱=V'_۲\Rightarrow R_۱I'_۱=R_۲I'_۲\Rightarrow\frac{I'_۱}{I'_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$$

$$\xrightarrow{R_۲>R_۱} I'_۱>I'_۲$$

جریان کل ورودی به شاخه‌های موازی با جریان کل خروجی از شاخه‌های موازی برابر است، از این‌رو:

$$\begin{cases}I'_۳=I'_۱+I'_۲\\ I'_۴=I'_۱+I'_۲\end{cases}\Rightarrow I'_۳=I'_۴$$

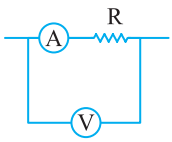
بنابراین در شکل (ب) داریم:

$$I'_۲<I'_۱<I'_۳=I'_۴$$

A ۱۴۸۲ ۴

خط فکری برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار، ولت‌سنج به‌طور موازی به دو سر آن قسمت بسته می‌شود، اما آمپرسنج که برای اندازه‌گیری جریان استفاده می‌شود به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد.

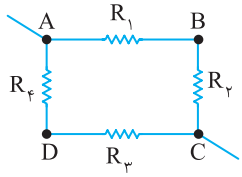
با توجه به آنچه در خط فکری بیان شد، مدار را باید به صورت گزینهٔ (۴) وصل کرد.



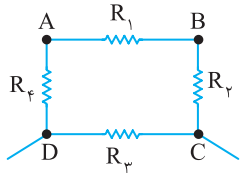
B ۱۴۸۳ ۲

خط فکری برای آنکه جریان دو مقاومت برابر شود باید دو مقاومت به‌طور متوالی بسته شده باشند، بنابراین باید دقت کنیم در چه حالتی دو مقاومت $R_۱$ و $R_۴$، متوالی‌اند.

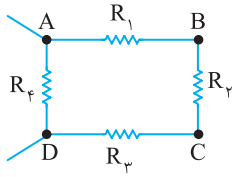
گزینهٔ (۱): با توجه شکل روبه‌رو دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و همچنین دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی‌اند و این گزینه نادرست است.



گزینهٔ (۲): در این حالت سه مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۴$ متوالی هستند، بنابراین این گزینه درست است.

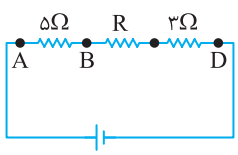


گزینهٔ (۳): در این حالت، سه مقاومت $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ متوالی و با مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت $R_۴$ موازی است، یعنی $R_۱$ و $R_۴$ نه متوالی و نه موازی هستند و گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۱۴۸۴ ۴

منظور از اختلاف پتانسیل V_A-V_B، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω است. بنابراین جریان مقاومت ۵Ω که همان جریان کل مدار است برابر خواهد شد با:



$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V_A-V_B=۱۰V}۵=\frac{۱۰}{I}\Rightarrow I=۲A$$

با توجه به فرض مسئله $V_A-V_D=۲۰V$ است که یعنی اختلاف پتانسیل دو سر کل مقاومت‌ها $۲۰V$ بوده و از طرفی جریان مدار نیز $۲A$ است. بنابراین:

$$V_{AD}=R_{AD}I\xrightarrow{R_{AD}=۵+R+۳=۸+R}۲۰=۲(۸+R)\Rightarrow R=۲\Omega$$

A ۱۴۸۵ ۱

ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند، بنابراین:

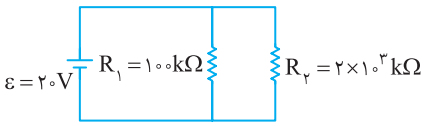
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}$$

$$\xrightarrow{R_۱=۱۰۰k\Omega,\ R_۲=۲M\Omega=۲۰۰۰k\Omega}\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{۲۰۰۰}=\frac{۲۱}{۲۰۰۰}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۰۰۰}{۲۱}k\Omega=\frac{۲\times۱۰^۶}{۲۱}\Omega$$

حال با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان را به‌دست می‌آوریم.

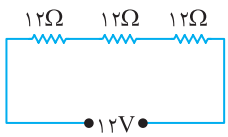
$$I=\frac{۲۰}{\frac{۲\times۱۰^۶}{۲۱}}=۲۱\times۱۰^{-۵}A=۲۱\times۱۰^{-۲}mA=۰/۲۱mA$$



A ۱۴۸۶ ۲

در حالت اول سه مقاومت متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

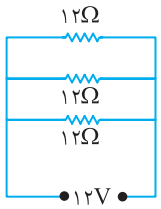
$$R_{eq}=۱۲+۱۲+۱۲=۳۶\ \Omega$$



جریان کل مدار که با جریان تک‌تک مقاومت‌ها برابر است را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}A$$

در حالتی که سه مقاومت موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر مدار یکسان و برابر $۱۲V$ است. بنابراین جریان هر مقاومت خواهد شد:



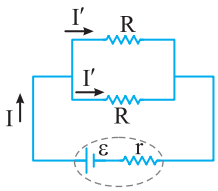
$$I'=\frac{V}{R}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{I}{I'}=\frac{\frac{۱}{۳}}{۱}=\frac{۱}{۳}$$

B ۱۴۸۷ ۲

۱ ابتدا حالت موازی را بررسی می‌کنیم.



مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

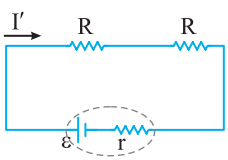
جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}\Rightarrow I=\frac{۲\varepsilon}{R+۲r}$$

جریان کل مدار به‌طور مساوی بین دو مقاومت یکسان موازی تقسیم می‌شود و جریان هر مقاومت در این حالت خواهد شد:

$$I_۱=\frac{I}{۲}\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۲}\frac{۲\varepsilon}{R+۲r}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{R+۲r}$$

۲ حالت متوالی را بررسی می‌کنیم. مقاومت معادل برابر است با:



$$R'_{eq}=R+R=۲R$$

در این حالت جریان کل مدار با جریان هر مقاومت برابر است از این‌رو:

$$I'=\frac{\varepsilon}{۲R+r}$$

با توجه به فرض مسئله که جریان هر یک از مقاومت‌ها در دو حالت برابر است، خواهیم داشت:

$$I'=I_۱\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۲R+r}=\frac{\varepsilon}{R+۲r}\Rightarrow R+۲r=۲R+r\Rightarrow r=R$$

بازی با سؤال **در شکل زیر دو مقاومت را به دو صورت به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم. اگر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۱)، ۱/۵ برابر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۲) باشد، $\frac{R}{R'}$ کدام است؟**

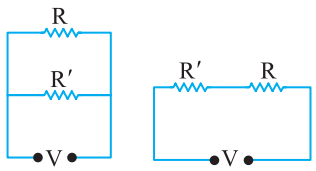
ریاضی ۸۸

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۳

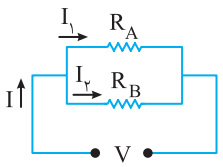


شکل (۱) شکل (۲)

گزینهٔ ۱

B ۱۴۸۸ ۲

خط فکری در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل‌ها برابر است بنابراین جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V_A=V_B\Rightarrow R_AI_A=R_BI_B$$
$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{R_B}{R_A}\qquad (I)$$

ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B\frac{L_B}{A_B}}{\rho_A\frac{L_A}{A_A}}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۱/۶\times۱۰^{-۸}\Omega.m,\ \rho_B=۵/۶\times۱۰^{-۸}\Omega.m]{L_A=L_B\ ,\ A_A=A_B}\frac{R_B}{R_A}=\frac{۵/۶\times۱۰^{-۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۸}}$$

$$\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{۷}{۲}\xrightarrow{(I)}\frac{I_A}{I_B}=\frac{۷}{۲}\Rightarrow I_B=\frac{۲}{۷}I_A\qquad (II)$$

در مقاومت موازی مجموع جریان‌ها برابر جریان کل مدار است.

$$I=I_A+I_B\xrightarrow[I=۴/۵A]{(II)}۴/۵=I_A+\frac{۲}{۷}I_A\Rightarrow۴/۵=\frac{۹}{۷}I_A\Rightarrow I_A=۳/۵A$$

بازی با سؤال **قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب ۰/۲mm و ۰/۳mm و طول این دو سیم باهم برابر است. این دو سیم به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل ثابتی بسته شده‌اند و از مجموعه جریان ۲/۶ آمپر می‌گذرد. جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟**

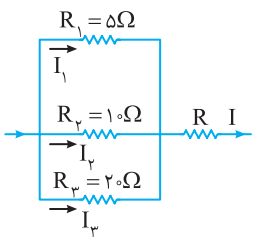
خارج تجربی - ۸۸

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۱۴ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۱/۸

گزینهٔ ۱

A ۱۴۸۹ ۴

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ باهم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی باهم برابر است. وقتی بیان می‌شود اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω، ۱۰V است یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω نیز ۱۰V است.



۱ جریان هر مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{V}{R_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۰}{۵}=۲A\ ,\ I_۲=\frac{V}{R_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$
$$I_۳=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵A$$

۲ جریان کل برابر مجموع جریان سه مقاومت است.

$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۲+۱+۰/۵=۳/۵A$$

روش دوم:

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۵Ω، جریان این مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱=R_۱I_۱\Rightarrow۱۰=۵\times I_۱\Rightarrow I_۱=۲A$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ موازی با یکدیگرند بنابراین جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۱A$ و مقاومت $R_۳$ چهار برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۳=\frac{I_۱}{۴}=۰/۵A$. بنابراین جریان I برابر است با:

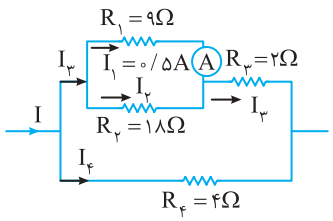
$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۳/۵A$$

B ۱۴۹۰ ۴

خط فکری در حل این نوع مسائل مرحله به مرحله باید ولتاژ، جریان و مقاومت هر شاخه را حساب کرد و پیش رفت.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

۱ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و جریان عبوری از مقاومت ۹Ω، ۰/۵ آمپر است. طبق نکته بالا چون مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس جریان $I_۲$ نصف جریان $I_۱$ و برابر ۰/۲۵ آمپر است.



۲ جریان کل شاخهٔ بالایی یعنی جریان $I_۳$ برابر است با:

$$I_۳=I_۱+I_۲=۰/۵+۰/۲۵=۰/۷۵A$$

۳ مقاومت معادل شاخه بالایی را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۳}{۱۸}\Rightarrow R_{۱۲}=۶\Omega$$

مقاومت $R_۳$ با مقاومت $R_{۱۲}$ متوالی است و مقاومت شاخه بالایی خواهد شد:

$$R_{\text{بالایی}}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۲=۸\Omega$$

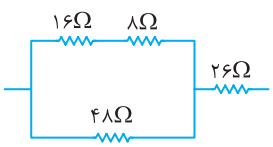
۴ مقاومت شاخه پایینی ۴Ω و نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است بنابراین جریان شاخه پایینی دو برابر جریان شاخه بالایی است.

$$V_{\text{بالایی}}=V_{\text{پایینی}}\Rightarrow I_۳R_{\text{بالایی}}=I_۴R_{\text{پایینی}}\Rightarrow۰/۷۵\times۸=I_۴\times۴\Rightarrow I_۴=۱/۵A$$

۵ بنابراین جریان کل I خواهد شد:

$$I=I_۳+I_۴=۰/۷۵+۱/۵=۲/۲۵$$

بازی با سؤال **در شکل زیر که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت ۸Ω چند برابر جریان عبوری از مقاومت ۴۸Ω است؟**



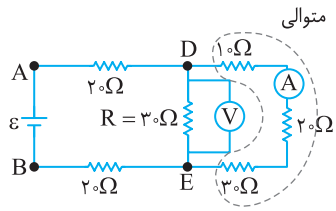
۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۶ ۴) $\frac{۱}{۶}$

گزینهٔ ۱

B ۱۴۹۱ ۱

به شکل نگاه کنید. مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω متوالی هستند و معادل این سه مقاومت با مقاومت R=۳۰Ω موازی است و در شاخه‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است یعنی اختلاف پتانسیل شاخهٔ سمت راست شامل ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با اختلاف پتانسیل R=۳۰Ω برابر است. ولتسنج عدد ۱۲V را نشان می‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه سمت راست با مقاومت ۳۰+۲۰+۱۰=۶۰Ω نیز ۱۲V است و جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



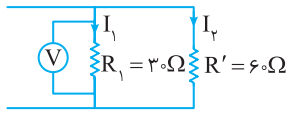
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow I=۰/۲A$$

مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر جریان شاخهٔ سمت راست یعنی ۰/۲A می‌شود.

دقت کنید که آمپرسنج نیز در این شاخه و متوالی با این سه مقاومت بسته شده پس آمپرسنج جریان ۰/۲A را نشان می‌دهد.

آمپرسنج روی شاخهٔ سمت راست قرار دارد و جریان عبوری از این شاخه را نشان می‌دهد.

روش دوم: با توجه به توضیحات بالا مقاومت معادل سه مقاومت ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با مقاومت ۳۰Ω موازی است. با توجه به اختلاف پتانسیل، جریان مقاومت ۳۰Ω را به‌دست می‌آوریم و در ادامه با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود جریان شاخهٔ سمت راست را حساب می‌کنیم:



$$V=RI_۱\Rightarrow ۱۲=۳۰\times I_۱=۰/۴A$$

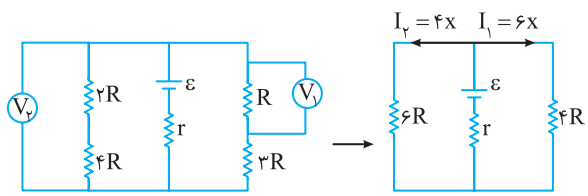
$$R'=۲R_۱\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۰/۲A$$

B ۱۴۹۲ ۱

ولتسنج $V_۱$ ولتاژ دو سر مقاومت R و ولتسنج $V_۲$ ولتاژ دو سر مقاومت مجموعه 2R و 4R (شاخهٔ سمت چپ) را نشان می‌دهد.

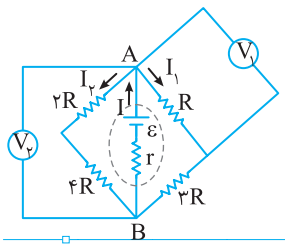
شاخهٔ سمت راست که شامل مقاومت‌های متوالی R و 3R است با شاخهٔ سمت چپ که شامل مقاومت‌های 2R و 4R است موازی است و جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها است.

مقاومت معادل شاخه سمت چپ $۲R+۴R=۶R$ و مقاومت معادل شاخه سمت راست $R+۳R=۴R$ است:



$$\begin{cases} V_۱=RI_۱ \xrightarrow{I_۱=۶x} V_۱=۶Rx \\ V_۲=۶RI_۲ \xrightarrow{I_۲=۴x} V_۲=۲۴Rx \end{cases} \Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲}=\frac{۶Rx}{۲۴Rx}=\frac{۱}{۴}$$

میانبر این میان‌بر فرمول نیست بلکه درک فیزیکی است، اصولاً نیازی به محاسبه نسبت جریان نیست زیرا ولتسنج $V_۱$ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و ولتسنج $V_۲$ اختلاف پتانسیل بین A و B یعنی ولتاژ دو سر R و 3R را نمایش می‌دهد از این‌رو:



$$\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{I_۱R}{I_۱(R+۳R)}=\frac{۱}{۴}$$

B ۱۴۹۳ ۱

خط فکری دو سیم موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکی است، بنابراین جریان آن‌ها با مقدار مقاومت‌هایشان نسبت وارون دارد و می‌توان ابتدا نسبت مقاومت R_A و R_B را به‌دست آورد، سپس به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت نسبت سطح مقطع $\frac{A_A}{A_B}$ را حساب کرد.

دو سیم باهم موازی هستند و ولتاژ دو سر سیم‌ها باهم برابر است:

$$V_A=V_B\Rightarrow R_A\times\frac{I}{۳}=R_B\times\frac{۲I}{۳}\Rightarrow R_A=۲R_B$$

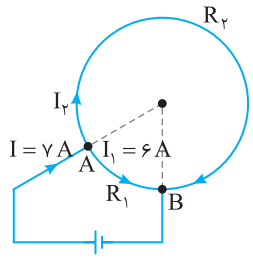
اکنون می توان نسبت $\frac{A_A}{A_B}$ را به‌دست آورد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{R_A=۲R_B}\rho_A\frac{L_A}{A_A}=۲\rho_B\frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۳\rho_B]{L_A=L_B}۳\rho_B\frac{۱}{A_A}=۲\rho_B\frac{۱}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=\frac{۳}{۲}$$

B ۱۴۹۴ ۳

فرض کنید سیم‌ها از دو نقطهٔ A و B به باتری وصل شده‌اند، پس از جریان 7A، 6A از شاخهٔ پایینی آن و 1A از شاخهٔ بالایی عبور می‌کند و چون در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت تقسیم می‌شود، از این‌رو خواهیم داشت:

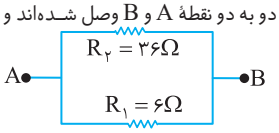


$$I_۱=۶I_۲\Rightarrow R_۲=۶R_۱\ (I)$$

دقت کنید مجموع مقاومت‌های سیم برابر ۴۲Ω شده است.

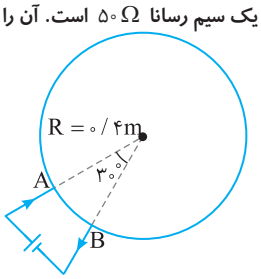
$$R_۱+R_۲=۴۲\Omega\xrightarrow{(I)}۷R_۱=۴۲\Rightarrow R_۱=۶\Omega, R_۲=۳۶\Omega$$

با توجه به شکل مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ هر دو به دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی هستند یعنی دو مقاومت به شکل زیر داریم و مقاومت معادل خواهدشد:



$$\frac{۱}{R_{۱,۲}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۱,۲}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۷}{۳۶}\Rightarrow R_{۱,۲}=\frac{۳۶}{۷}\Omega$$

بازی با سوال **مقاومت هر متر از طول یک سیم رسانا ۵۰Ω است. آن را مطابق شکل به‌صورت یک حلقه درمی‌آوریم و در مدار قرار می‌دهیم، مقاومت معادل مدار چند اهم می‌شود؟ ($\pi=۳$)**



۱) $\frac{۵۵}{۶}$ ۲) $\frac{۳۵}{۶}$

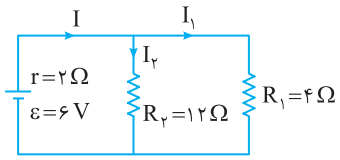
۳) $\frac{۲۵}{۶}$ ۴) $\frac{۱۵}{۶}$

گزینهٔ ۱

B ۱۴۹۵ ۳

خط فکری در سوالاتی که مقدار تمام مقاومت‌های خارجی مدار، مقاومت داخلی مدار و نیروی محرکهٔ باتری داده شده، بهتر است در گام اول مقاومت معادل مدار و در گام دوم جریان مدار را به‌دست آوریم.

۱ مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی‌اند و مدار را می‌توان به شکل زیر رسم کرد.



مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}=۳\Omega$

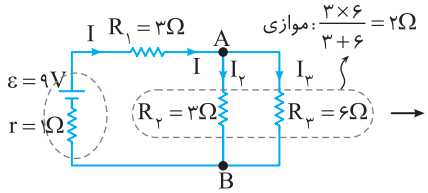
۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶}{۳+۲}\Rightarrow I=۱/۲A$

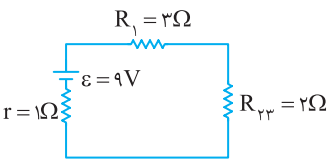
یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان شاخه‌ها با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارند: $R_۲=۳R_۱\ ,\ I_۲=\frac{I_۱}{۳}$

۳ بنابراین می‌توان نوشت: $I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۱/۲=I_۱+\frac{I_۱}{۳}\Rightarrow\frac{۴I_۱}{۳}=۱/۲\Rightarrow I_۱=۰/۹A$

B ۱۴۹۶ ۲

خط فکری مسیر مشخص است، ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان کل مدار و سرانجام یافتن ولتاژ $R_۱$ و $R_۳$ و کم کردن ولتاژها از هم.





۱ مقاومت معادل مدار برابر است: $R_{eq}=R_۱+R_{۲۳}\Rightarrow R_{eq}=۳+۲=۵\Omega$

۲ جریان مدار برابر خواهد شد با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۹}{۵+۱}=۱/۵A$

۳ ولتاژ دو سر $R_۱$ را حساب می‌کنیم. $V_۱=IR_۱=۱/۵\times۳=۴/۵V$

۴ اما برای یافتن ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ نیازی به تقسیم جریان بین دو مقاومت نیست چون مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها با ولتاژ دو سر تک‌تک آن‌ها برابر است.

$V_۲=V_۳=V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_۳=۱/۵\times۲=۳V$

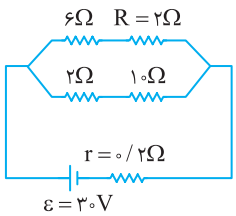
بنابراین: $V_۱-V_۳=۴/۵-۳=۱/۵V$

البته می‌توانستیم جریان $۱/۵A$ را بین دو شاخهٔ ۳Ω و ۶Ω تقسیم کنیم. با توجه به اینکه جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود بنابراین:

$I_۲=۲I_۳\Rightarrow I_۲=۱A\ ,V_۲=R_۲I_۲=۳V$

بازی با سوال در مدار شکل زیر افت پتانسیل دو مقاومت R چند ولت است؟

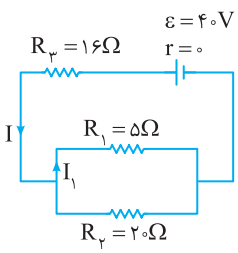
۱) ۴/۸
۲) ۷/۲
۳) ۲/۴
۴) ۳/۶



گزینهٔ ۲

B ۱۴۹۷ ۲

مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم تا راحت‌تر متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم. مقاومت‌های ۲۰Ω و ۵Ω موازی بوده و معادل آن با مقاومت ۱۶Ω متوالی است. مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:



$R_{۱۲}=\frac{R_۱\times R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۴\Omega$

$R_{eq}=R_{۱۲}+R_۳=۴+۱۶=۲۰\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۲۰+۰}\Rightarrow I=۲A$

در شاخه‌های موازی ولتاژها برابر است:

$V_۱=V_۲\Rightarrow ۵I_۱=۲۰I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱\xrightarrow{I=I_۱+I_۲}۲=I_۱+\frac{I_۱}{۴}\Rightarrow I_۱=\frac{۸}{۵}=۱/۶A$

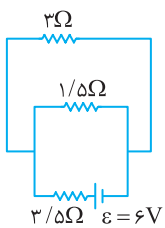
روش دیگر برای جریان‌ها: در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود به همین دلیل برای تقسیم جریان در شاخه‌های موازی معمولاً جریان مقاومت بزرگ‌تر $(R_۲=۲۰\Omega)$ را x نمایش می‌دهند و جریان مقاومت کوچک‌تر $(R_۱=۵\Omega)$ برابر $۴x$ می‌شود، بنابراین جریان کل مدار برابر می‌شود با:

$I=x+۴x=۵x\xrightarrow{I=۲A}۲=۵x\Rightarrow x=۰/۴A\ ,I_۲=۰/۴A$

و جریان $I_۱$ برابر است با: $I_۱=۴x=۴\times۰/۴=۱/۶A$

که این همان روش بالایی است.

بازی با سوال در مدار زیر جریانی که از مقاومت $۱/۵\Omega$ می‌گذرد، چند آمپر است؟ ریاضی - ۸۷



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

گزینهٔ ۲

B ۱۴۹۸ ۳

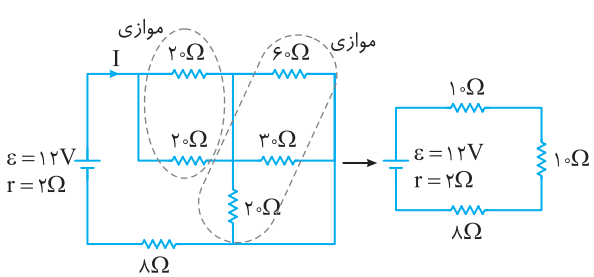
مقاومت‌های ۲۰Ω، ۳۰Ω و ۶۰Ω دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند:

$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow R'=۱۰\Omega$

مقاومت‌های ۲۰Ω و ۲۰Ω نیز باهم موازی‌اند: $R''=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$

مقاومت R' و R'' و مقاومت ۸Ω پشت سر هم و متوالی هستند و مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=۱۰+۱۰+۸=۲۸\Omega$

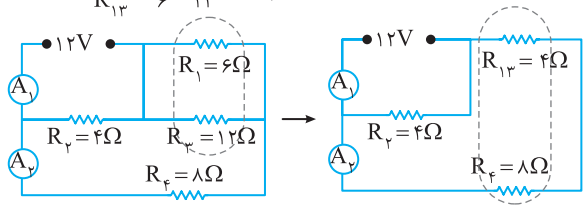
جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲۸+۲}\Rightarrow I=۰/۴A$

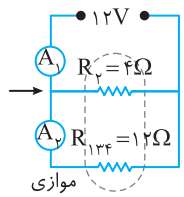


B ۱۴۹۹ ۳

آمپرسنج A_1 جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم.

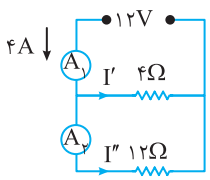
متوالی: $4+8=12\Omega$ موازی: $\frac{1}{R_{13}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\Rightarrow R_{13}=4\Omega$





$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$

مقاومت معادل مدار $R_{eq}=3\Omega$ و اختلاف پتانسیل مدار $12V$ است، بنابراین جریان کل مدار که توسط آمپرسنج A_1 نشان داده می‌شود برابر است با:



$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{12}{3}=4A$

اما آمپرسنج A_2 مطابق شکل جریان شاخهٔ پایینی که مقاومت معادل آن 12Ω است را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر این مقاومت 12Ω برابر $12V$ است، بنابراین جریان آن برابر است با:

$I''=\frac{V}{R}=\frac{12}{12}=1A$

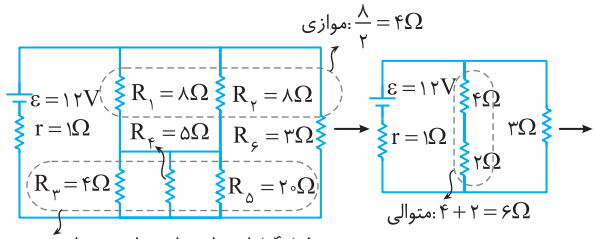
بنابراین A_2، جریان $1A$ را نشان می‌دهد.

B ۱۵۰۰ ۲

خط فکری صورت سؤال شما را گول نزند، مسئله مانند تمام مدارها حل می‌شود. باید مقاومت معادل را حساب کنید و جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مدت زمان کارکرد این باتری را از رابطهٔ $Q=It$ حساب کنید.

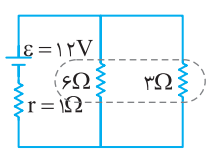
۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

موازی: $\frac{8}{2}=4\Omega$



متوالی: $4+2=6\Omega$

موازی: $\frac{1}{R_{345}}=\frac{1}{20}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1+4+5}{20}\Rightarrow R_{345}=2\Omega$



موازی: $R_{eq}=\frac{6\times3}{6+3}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{2+1}=4A$

یادآوری آمپر ساعت یکای بار الکتریکی است.

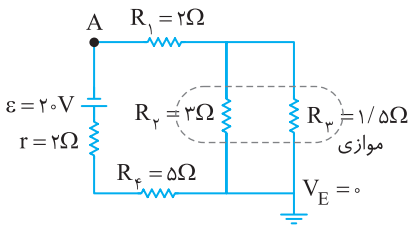
۳ مدت زمان کارکرد باتری خواهد شد:

$Q=It\Rightarrow 50=4t\Rightarrow t=12/5h$

B ۱۵۰۱ ۱

یادآوری پتانسیل الکتریکی زمین و هر نقطه‌ای از مدار که به زمین وصل باشد، صفر است.

خط فکری اتصال به زمین (E) نقشی در مقاومت معادل مدار و جریان مدار ندارد. از طرفی پتانسیل یک نقطه از مدار به معنای اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین است. ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام پتانسیل نقطهٔ A را باید مرحله به مرحله به‌دست بیاورید.



۱ دو مقاومت $1/5\Omega$ و 3Ω باهم موازی هستند:

$R_{23}=\frac{1/5\times3}{1/5+3}=1\Omega$

مقاومت R_{23} با مقاومت‌های 2Ω و 5Ω متوالی بسته شده و مقاومت معادل برابر است با:

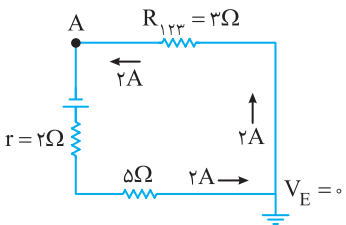
$R_{eq}=5+2+1=8\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{20}{8+2}\Rightarrow I=2A$

۳ پتانسیل نقطهٔ A یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{123}=3\Omega$ از این‌رو:

$|V_{AE}|=2\times3=6V$



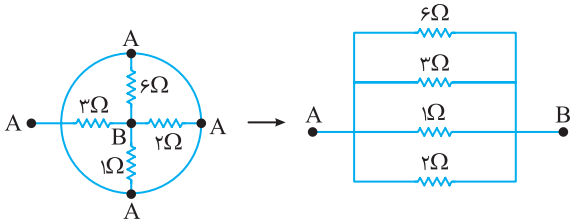
۴ جریان همواره از پتانسیل بالاتر به سوی پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کند و در این مدار جریان از V_E به سوی نقطهٔ A شارش پیدا کرده و پتانسیل نقطهٔ E صفر است، بنابراین از آنجایی که پتانسیل نقطهٔ A کمتر از آن است منفی خواهد بود. $V_A=-6V$

B ۱۵۰۲ ۲

خط فکری در حل این نوع مسائل، بهتر است تمام نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کرد، چرا؟ برای آنکه تمام این نقاط از نظر فیزیکی هم پتانسیل و در حکم یک نقطه از مدار هستند.

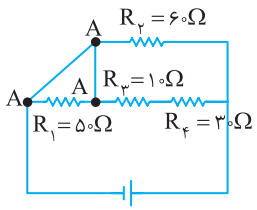
مدار را با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل مجدداً رسم می‌کنیم. با یک نگاه به شکل می‌توان دریافت که مقاومت‌ها بین دو نقطه A و B بسته شده و موازی هستند.

$\frac{1}{R}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{1}=\frac{3+2+1+6}{6}=\frac{12}{6}\Rightarrow R=0/5\Omega$



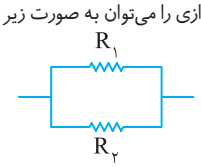
B ۱۵۰۳ ۲

خط فکری هر گاه دو نقطه از مدار با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شوند آن دو نقطه هم‌پتانسیل‌اند و در حکم یک نقطه از مدار هستند و می‌توانیم آن‌ها را با یک حرف مشخص کنیم.



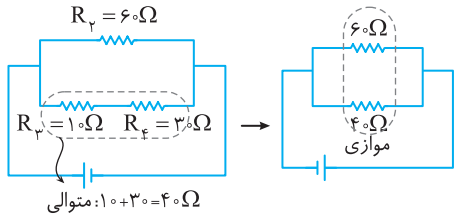
به شکل نگاه کنید دو سر مقاومت $R_۱=۵۰\Omega$ به یک نقطه وصل است. اصطلاحاً می‌گوییم مقاومت ۵۰Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

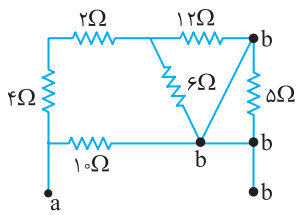
با اتصال کوتاه شدن مقاومت ۵۰Ω، این مقاومت از مدار حذف می‌شود و مدار به صورت شکل زیر خواهد بود.



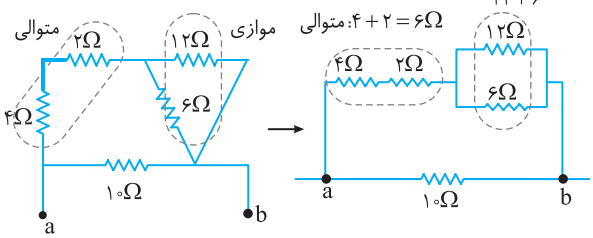
$$R_{eq}=\frac{۴۰\times۶۰}{۴۰+۶۰}\Rightarrow R_{eq}=۲۴\Omega$$

B ۱۵۰۴ ۱

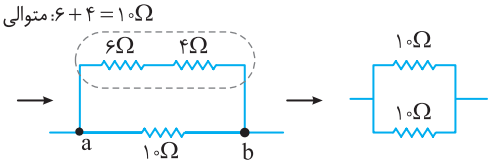
۱ به شکل نگاه کنید. نام نقاط دو سر مقاومت ۵Ω یکی است یعنی مقاومت ۵Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مجدداً مدار را رسم می کنیم اما به صورت ساده‌تر:



موازی: $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$



متوالی: $۶+۴=۱۰\Omega$



۲ مقاومت معادل برابر است با:

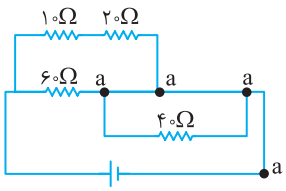
$$R_{eq}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$$

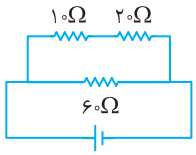
نکته هر گاه تعداد n مقاومت یکسان R باهم موازی باشند، مقاومت معادل آن‌ها برابر با $R_{eq}=\frac{R}{n}$ است یعنی یکی از آن‌ها را به تعدادشان تقسیم می‌کنیم.

B ۱۵۰۵ ۲

یادآوری قرارمان این بود که تمام نقاطی که با سیم‌های بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کنیم و اگر دو سر یک مقاومت دارای حروف یکسان باشد آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف گردد.

به شکل نگاه کنید، مقاومت ۴۰Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مدار به شکل سادهٔ زیر در می‌آید که در آن مقاومت ۲۰Ω و ۱۰Ω متوالی و معادل آن‌ها $(۱۰+۲۰=۳۰\Omega)$ با مقاومت ۶۰Ω موازی است بنابراین:

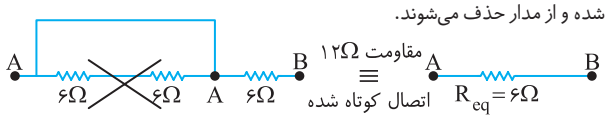




$$R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$$

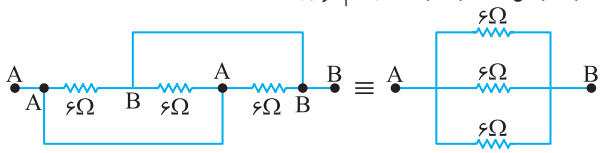
A ۱۵۰۶ ۲

در مدار شکل (الف) دو مقاومت ۶Ω که بین سیم بدون مقاومت قرار دارند اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند.



اتصال کوتاه

در مدار شکل (ب) دو سر هر یک از سیم‌های بدون مقاومت را نام‌گذاری می کنیم و مدار را مجدداً رسم می کنیم. با اندکی دقت مشخص است که دو سر هر سه مقاومت به نقاط A و B وصل است و مقاومت‌ها با هم موازی‌اند.



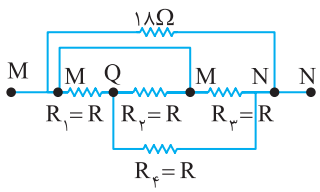
$$R'_{eq}=\frac{۶}{۳}=۲\Omega \quad , \quad \frac{R_{eq}}{R'_{eq}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

راستی فهمیدین که لزومی نداره سیم بدون مقاومت در مدار باعث حذف جزئی از مدار بشه.

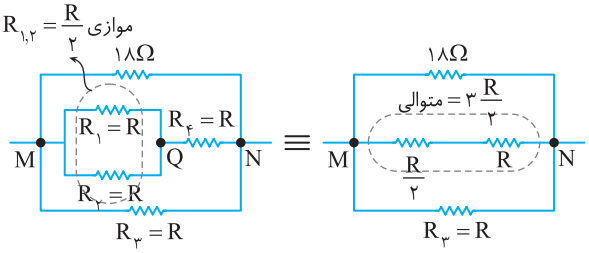
A ۱۵۰۷ ۳

خط فکری ۱ ابتدا باید مقاومت معادل را برحسب R و مقاومت ۱۸Ω به‌دست آوریم.

۲ شکل مدار، پیچیده به نظر می‌رسد، بنابراین با نام‌گذاری، شکل مدار را ساده می کنیم. دو سر سیم بدون مقاومت را با یک حرف نام‌گذاری می کنیم.



۱ مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ بین دو نقطهٔ M و Q قرار دارند، مقاومت $R_۳$ بین M و N و مقاومت $R_۴$ بین Q و N قرار دارد و مدار به شکل زیر است:



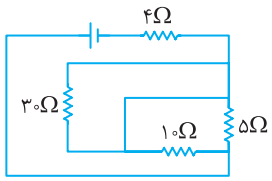
۲ سه مقاومت موازی بوده و با توجه به صورت مسئله مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{۲}$ است.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{\frac{۳R}{۲}}+\frac{۱}{R}\xrightarrow{R_{eq}=\frac{R}{۲}}\frac{۱}{\frac{R}{۲}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۲}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{R}-\frac{۲}{۳R}-\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۶-۲-۳}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow R=۶\Omega$$

بازی با سؤال مقاومت معادل در شکل روبه‌رو چند اهم است؟

۱) ۴
۲) صفر
۳) ۷
۴) ۱۲

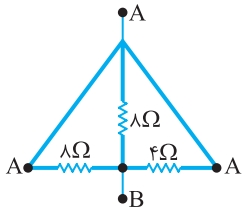


گزینهٔ ۳

C ۱۵۰۸ ۳

خط فکری هر گاه سیم‌های مدار به صورت ┼ قرار گیرند یعنی سیم‌ها با یکدیگر تقاطع دارند و اگر سیم‌ها به صورت ┤ قرار گرفته باشند یعنی سیم‌ها از روی یکدیگر عبور کرده‌اند.

شکل (الف) هر سه مقاومت دو به دو پشت سر هم قرار گرفته‌اند و با یکدیگر موازی‌اند:

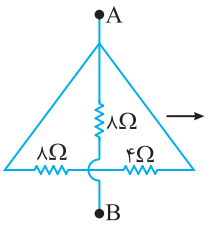


$$\frac{1}{R_{eq(الف)}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1+1+2}{8}=\frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq(الف)}}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_{eq(الف)}=2\Omega$$

شکل (ب) تنها مقاومت $8\,\Omega$ به دو سر A و B وصل است. دقت کنید که دو مقاومت دیگر تنها به سر A وصل هستند و در واقع بین دو نقطهٔ A و B قرار نگرفته‌اند.

بنابراین



$$\Rightarrow R_{eq_{(ب)}}=8\Omega \qquad \frac{R_{eq(الف)}}{R_{eq(ب)}}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

B ۱۵۰۹ ۲

خط فکری این بار یک خط فکری کلی را به شما ارائه می‌دهیم.

روش نقاط هم‌پتانسیل برای ساده کرد مدارها (نام‌گذاری مدار):

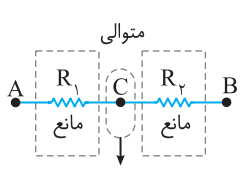
۱ نقاطی از مدار که تنها با سیم به هم وصل باشند، دارای پتانسیل یکسان‌اند و این نقاط را با یک نام مثلاً A مشخص می‌کنیم.

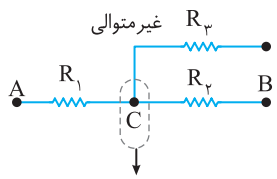
۲ یک طرف باتری (مثلاً سمت راست باتری) را نقطه A و سمت دیگر (سمت چپ) را B می‌نامیم.

۳ حال تمام نقاطی که تنها با سیم به A (B) وصل شده‌اند را A (B) می‌نامیم (دقت کنید شکل را شلوغ نکنید، شما تنها کافی است بفهمید دو سر مقاومت چه نامی می‌گیرد سپس سر هر مقاومت که تنها با سیم به A (B) وصل شده است را A (B) می‌نامیم.)

۴ اگر به یک مانع برخوردیم (یعنی دیگر تنها سیم نبود و بین یک نقطه تا نقطه دیگر مقاومت، ولت‌سنج و باتری قرار داشت) نام نقطه باید عوض شود.

۵ بین دو مقاومت اگر یک نقطه مشترک و منحصر به فرد (یعنی فقط برای این دو مقاومت باشد) قرار داشت این دو مقاومت متوالی‌اند.

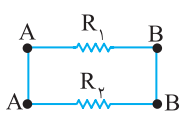




نقطهٔ مشترک اما بین R_1 و R_2 نقطهٔ مشترک و منحصربه فرد بین A و B منحصربه فرد نیست.

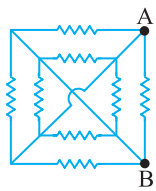
اگر نامی که دو سر مقاومت‌ها قرار می‌گیرند یکسان باشند، مقاومت‌ها باهم موازی‌اند.

۶ در شکل روبه‌رو دو سر هر دو مقاومت نام‌های یکسان A و B قرار دارد پس مقاومت‌ها باهم موازی هستند.



بازی با سؤال در مدار زیر مقاومت معادل بین A و B چند اهم است؟

۱) ۲
۲) ۱/۵
۳) ۶
۴) ۴

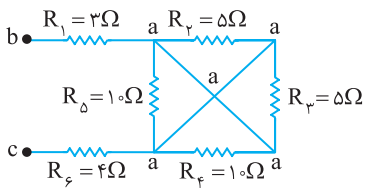


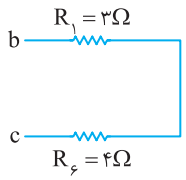
گزینهٔ ۲

B ۱۵۱۰ ۲

نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری می‌کنیم. به شکل نگاه کنید دو سر مقاومت‌های R_2، R_3، R_4 و R_5 حرف یکسان قرار دارد، بنابراین چهار مقاومت R_2، R_3، R_4 و R_5 اتصال کوتاه هستند و از مدار حذف می‌شوند. آن‌ها را از مدار حذف کرده و به جای آن‌ها یک سیم قرار می‌دهیم. در این صورت مدار به شکل زیر است و دو مقاومت R_1 و R_6 باهم متوالی می‌شوند در نتیجه:

$$R_{eq}=R_{bc}=R_1+R_6=3+4\Rightarrow R_{bc}=7\,\Omega$$

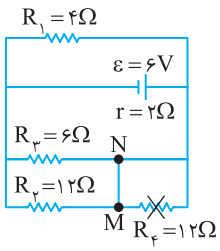




B ۱۵۱۱ ۱

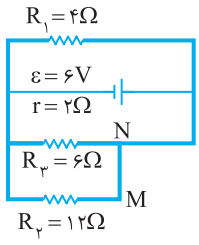
خط فکری همهٔ اطلاعات مدار داده شده است، پس ابتدا مقاومت معادل را به‌دست آورده و به کمک آن جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

پتانسیل دو سر سیم M و N یکسان است و با توجه به شکل مقاومت R_4 اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد.



۱ با توجه به شکل، دو سر هر سه مقاومت به هم وصل است و هر سه مقاومت باهم موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$



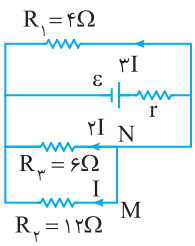
۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{6}{2+2}=\frac{6}{4}=1/5A$$

۳ در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، برای حل سؤال جریان عبوری از مقاومت R_2 را I می‌گیریم، پس جریان عبوری از مقاومت $R_3=6\,\Omega$ (که مقدار مقاومت آن نصف R_2 است) 2I و جریان عبوری از مقاومت $R_1=4\,\Omega$ (که مقدار مقاومت آن یک سوم R_2 است) 3I خواهد بود و مجموع جریان شاخه‌های موازی برابر جریان کل مدار است از این‌رو:

$$1/5=3I+2I+I\Rightarrow 1/5=6I\Rightarrow I=0/25A$$

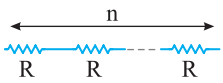
جریان عبوری از سیم MN برابر $I=0/25A$ است.



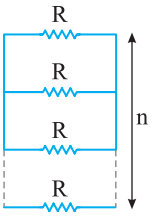
B ۱۵۱۲ ۲

یادآوری مقاومت معادل n مقاومت یکسان:

۱ متوالی: $R_{eq}=nR$

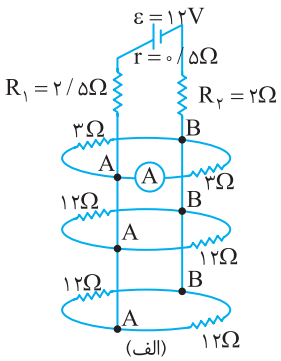


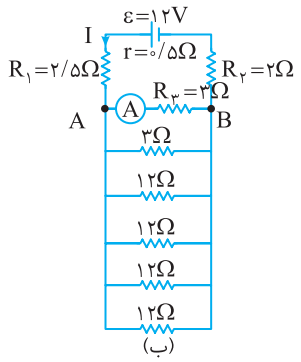
۲ موازی: $R_{eq}=\frac{R}{n}$



به مدار دقت کنید تمام مقاومت‌ها به‌جز دو مقاومت R_1 و R_2 باهم موازی هستند و همهٔ آن‌ها بین دو نقطهٔ B و A بسته شده‌اند و ساده شدهٔ مدار به صورت شکل (ب) است، بنابراین مقاومت معادل این مقاومت‌های موازی برابر است با:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{4+4+1+1+1+1}{12}\Rightarrow R_{AB}=1\Omega$$





مقاومت‌های R_1، R_{AB} و R_2 باهم متوالی هستند بنابراین مقاومت معادل کل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=2/5+2+1=5/5\,\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5/5+0/5}\Rightarrow I=2A$$

با توجه به اینکه در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر است، جریان مقاومت R_1، R_2 و R_{AB} برابر جریان مدار یعنی 2A است از این‌رو اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B بنا به قانون اهم برابر است با:

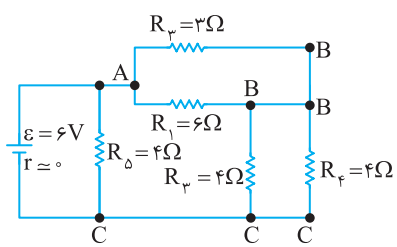
$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=2\times1=2V$$

آمپرسنج جریان I_3 که از مقاومت $R_3=3\,\Omega$ می‌گذرد را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر 2V است.

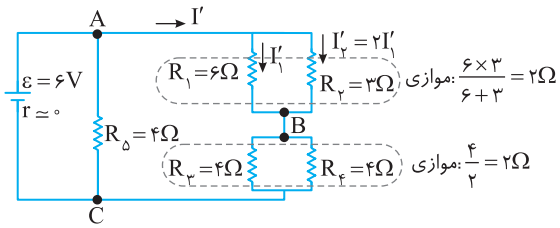
$$V_{3\Omega}=V_{AB}=2V\ ,\ I_3=\frac{V_{AB}}{R_3}=\frac{2}{3}A$$

B ۱۵۱۳ ۱

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست این است که باتری آرمانی بوده و مقاومت درونی ندارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر 6V است.



مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. در شاخهٔ سمت راست چهار مقاومت R_1، R_2 و R_3 و R_4 وجود دارد که مقاومت معادل آن خواهد شد:



$$R=2+2=4\,\Omega$$

اما با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد و معادل این چهار مقاومت به‌طور موازی به باتری بسته شده، ولتاژ دو سر آن‌ها برابر نیروی محرکهٔ باتری یعنی 6V است و جریان این شاخه I' خواهد شد:

$$I'=\frac{V}{R}\Rightarrow I'=\frac{6}{4}=1/5A$$

این جریان بین مقاومت‌های 3Ω و 6Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

بنابراین: $I'=I'_1+I'_2\xrightarrow{I'_2=2I'_1}I'=3I'_1\Rightarrow1/5=3I'_1\Rightarrow I'_1=0/5A$

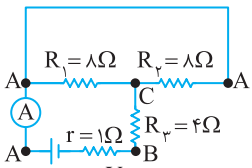
جریان گذرنده از مقاومت 6Ω، 0/5A است.

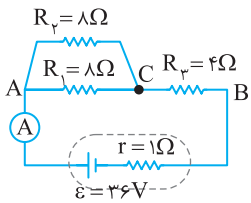
دقت کردید در حل این مسئله مقاومت $R_1=4\Omega$ نقشی نداشت و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار نبود.

B ۱۵۱۴ ۲

خط فکری ابتدا باید با نام‌گذاری مدار را ساده کنید، سپس مقاومت معادل را حساب کنید. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد بنابراین بعد از محاسبه R_{eq}، جریان را به‌دست آورید.

۱ با توجه به نام‌گذاری روی شکل، دو سر باتری به نقاط A و B متصل است. مقاومت R_1 و R_2 هر کدام بین دو نقطهٔ A و C بسته شده‌اند و مقاومت R_3 بین نقاط B و C است بنابراین مدار به صورت شکل روبه‌رو است.





۲ مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند.

$$R_{12}=\frac{8}{2}=4\Omega$$

۳ مقاومت معادل R_{12} با مقاومت R_3 متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

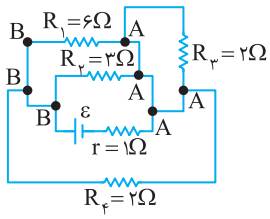
$$R_{eq}=R_{12}+R_3=4+4=8\Omega$$

۴ جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{36}{8+1}=4A$$

B ۱۵۱۵ ۲

خط فکری از شکل مدار نترسید، نام‌گذاری نقاطی که با سیم‌های بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را شروع کنید تا بتوانید مقاومت معادل را بیابید. به شکل نگاه کنید، هر سه مقاومت R_1، R_2 و R_4 بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی‌اند، اما به دو سر مقاومت R_3 نگاه کنید، در دو سر آن حرف یکسان A قرار دارد بنابراین R_3 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2+1+3}{6}=\frac{1}{1}\Rightarrow R_{eq}=1\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

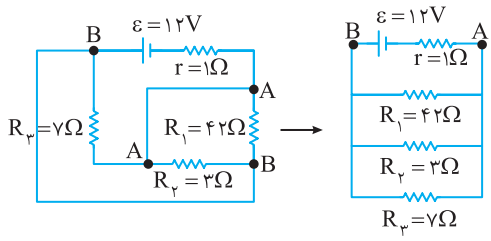
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{6}{1+1}=3A$$

افت پتانسیل باتری یعنی $V'=Ir$ بنابراین:

$$V'=3\times1=3V$$

B ۱۵۱۶ ۳

۱ به شکل مدار دقت کنید، باتری به دو نقطهٔ A و B متصل است همچنین هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند.



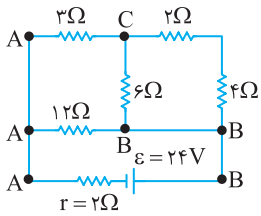
۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد: $\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{42}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=\frac{1+14+6}{42}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$

۳ جریان کل برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{2+1}=4A$

۴ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری بنابراین خواهیم داشت: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-4\times1\Rightarrow V=8V$

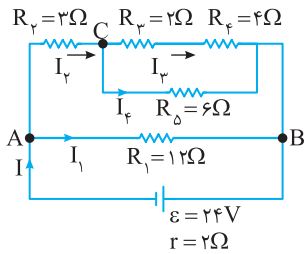
B ۱۵۱۷ ۲

ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم.



مقاومت ۲Ω و ۴Ω باهم متوالی هستند: $R_{34}=2+4=6\Omega$

و معادل ۲Ω و ۴Ω با ۶Ω موازی است: $R_{345}=\frac{6}{2}=3\Omega$

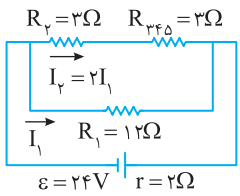


مقاومت R_{345} با R_2 متوالی است:

$R_{2345}=3+3=6\Omega$

مقاومت شاخه بالایی موازی مقاومت R_1 است و مقاومت کل برابر خواهد شد با:

$R_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$



جریان مدار برابر است با:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$

مقاومت شاخهٔ بالایی نصف مقاومت شاخه پایینی است از این‌رو جریان گذرنده از شاخه بالایی دو برابر جریان شاخه پایینی است:

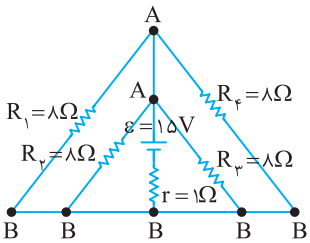
$$\begin{cases} I=I_1+I_2 \\ I_2=2I_1 \end{cases}\Rightarrow I_1=\frac{4}{3}A\ ,\ I_2=\frac{8}{3}A$$

جریان $I_2=\frac{8}{3}A$ به دو جریان I_3 و I_4 تقسیم می‌شود. البته مقاومت $R_5=6\Omega$ با مقاومت معادل $R_{23}=2+4=6\Omega$ برابر است و جریان به‌طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود و جریان I_4 خواهد شد:

$I_4=\frac{\frac{8}{3}}{2}=\frac{4}{3}A$

B ۱۵۱۸ ۲

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که تمام مقاومت‌ها بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن خواهد شد:



$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{15}{2+1}=5A$

اندازه مقاومت‌ها باهم برابر است پس جریان عبوری از مقاومت‌ها باهم برابر می‌باشد:

$I_1=I_2=I_3=I_4$

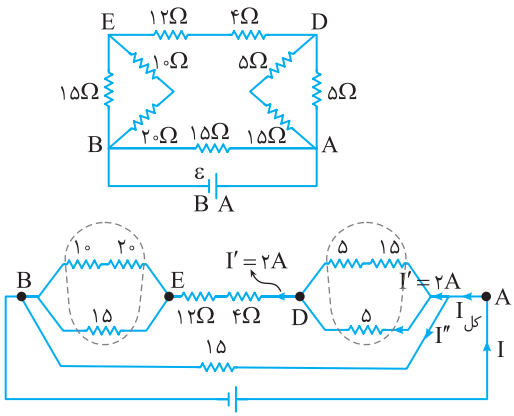
مجموع جریان مقاومت‌ها برابر جریان کل مدار است از این‌رو:

$I_1+I_2+I_3+I_4=5A\Rightarrow I_1=I_2=I_3=I_4=\frac{5}{4}=1/25A$

B ۱۵۱۹ ۴

جریانی که از مولد می‌گذرد جریان کل است. قرار است از روی جریان یک مقاومت (۴Ω) به جریان کل برسیم.

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم تا ساده‌تر شود. این مدار از دو شاخه موازی تشکیل شده است. ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالایی را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω متوالی هستند: $10+20=30\Omega$

مقاومت ۳۰Ω با مقاومت ۱۵Ω موازی است و مقاومت معادل بین B و E خواهد شد:

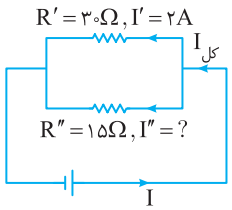
$R_{BE}=\frac{15\times30}{15+30}=10\Omega$

مقاومت‌های ۵Ω و ۱۵Ω باهم متوالی هستند: $15+5=20\Omega$

مقاومت ۲۰Ω با مقاومت ۵Ω موازی است و مقاومت معادل بین D و A خواهد شد:

$R_{AD}=\frac{20\times5}{20+5}=4\Omega$

سرانجام مقاومت معادل شاخهٔ بالایی برابر است با:



$R_{\text{بالایی}}=10+12+4+4=30\Omega$

مقاومت شاخهٔ پایینی (۱۵Ω) است که نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (۳۰Ω) است و جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است.

به شکل نگاه کنید، جریان مقاومت ۴Ω که برابر ۲A است، جریان کل شاخهٔ بالایی است. بنابراین جریان شاخهٔ پایینی $I_{\text{پایینی}}=2\times2=4A$ است و جریان کل مدار خواهد شد:

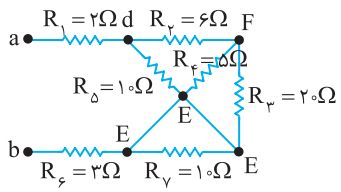
$I_{\text{باتری}}=I_{\text{بالایی}}+I_{\text{پایینی}}=2+4=6A$

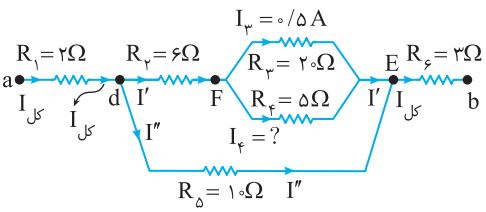
B ۱۵۲۰ **۴**

خط فکری مدار تا حدودی پیچیده است و باید با نام‌گذاری آن را ساده‌تر کنیم تا متوالی و موازی‌بودن مقاومت‌ها به راحتی تشخیص داده شود. از طرفی اگر در نام‌گذاری، مقاومتی وجود داشته باشد که حرف دو طرف آن یکسان باشد، آن مقاومت از مدار حذف می‌شود.

۱ ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. در نام‌گذاری دو سر مقاومت $R_۷=۱۰\,\Omega$ دارای حرف یکسان E است، بنابراین این مقاومت از مدار حذف می‌شود.

با توجه به شکل قرار است از $I_۳$ به $I_{کل}$ برسیم (جزء به کل).





۲ مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت $R_۴$، $\frac{۱}{۴}$ مقاومت $R_۳$ و جریان آن ۴ برابر $I_۳$ یعنی $I_۴=۴\times۰/۵=۲A$ است. بنابراین جریان شاخهٔ بالایی I' خواهد شد:

$$I'=I_۳+I_۴=۰/۵+۲=۲/۵A$$

۳ به سراغ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی می‌رویم. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۴\,\Omega$$

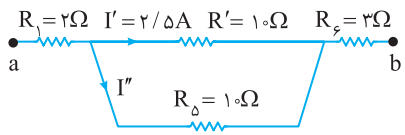
این مقاومت با مقاومت $R_۲=۶\,\Omega$ متوالی است. از این‌رو:

$$\text{مقاومت شاخه بالایی}=R_{۳۴}+R_۲=۴+۶=۱۰\,\Omega$$

۴ مقاومت شاخهٔ بالایی و مقاومت شاخهٔ پایینی باهم برابر شد، از این‌رو جریان آن‌ها نیز یکسان و برابر $I''=I'=۲/۵A$ است.

۵ جریان مقاومت $R_۱=۲\,\Omega$ که جریان کل است خواهد شد:

$$I=I'+I''=۲/۵+۲/۵=۵A$$

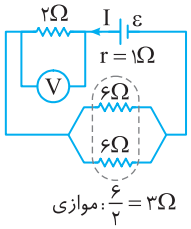


B ۱۵۲۱ **۴**

خط فکری هرگاه مقدار ε یا r مجهول باشد، باید با توجه به اطلاعات مدار جریان خروجی از باتری و یا اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست آورده و سپس با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ یا $V=\varepsilon-rI$، مقدار نیروی محرکه یا مقاومت داخلی را به‌دست آوریم.

ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲ Ω را ۴ ولت نشان داده است، بنابراین جریان این مقاومت که برابر جریان کل مدار است خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۴}{۲}=۲A$$



مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. مقاومت‌های ۶ Ω باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با $\frac{۶}{۲}=۳\,\Omega$ و این مقاومت ۳ اهمی با مقاومت ۲ اهمی متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

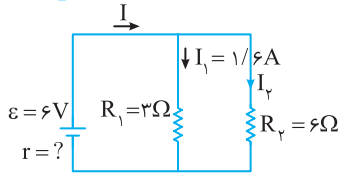
$$R_{eq}=۳+۲=۵\,\Omega$$

به کمک جریان مدار، نیروی محرکهٔ باتری را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{\varepsilon}{۵+۱}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

B ۱۵۲۲ **۲**

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود. مقدار مقاومت ۶ Ω، دو برابر مقاومت ۳ Ω بوده، پس جریان عبوری از آن نصف جریان عبوری از مقاومت ۳ Ω است، یعنی $I_۲=۰/۸A$ است.



۲ جریان کل مدار برابر است با:

$$I=I_۱+I_۲=۱/۶+۰/۸=۲/۴A$$

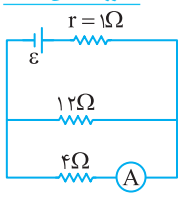
۳ مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\,\Omega$$

۴ با نوشتن رابطه جریان، مقاومت درونی به‌دست می‌آید:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲/۴=\frac{۶}{۲+r}\Rightarrow r=۰/۵\,\Omega$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، آمپرسنج ۳A را نشان می‌دهد. در این صورت نیروی محرکه مولد (ε) چند ولت است؟** کنکور دهه‌های گذشته

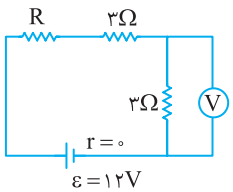


۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۲۰
۴) ۲۴

گزینه ۲

B ۱۵۲۳ **۲**

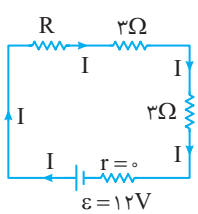
خط فکری باید به کمک عدد ولتسنج، جریان مدار را حساب کنید و در گام بعدی به کمک جریان مدار، مقاومت معادل مدار و در گام آخر مقاومت R را به‌دست بیاورید.



۱ ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳ اهمی را نشان می‌دهد که مقدار آن ۴/۵V است. بنابراین می‌توان جریان مقاومت ۳ اهمی را به‌دست آورد:

$$I=\frac{V}{R}=I=\frac{۴/۵}{۳}=۱/۵A$$

۲ با توجه به اینکه تمام مقاومت‌های مدار به طور متوالی به باتری بسته شده‌اند، جریان کل مدار نیز ۱/۵A است. به کمک رابطهٔ جریان مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



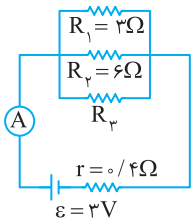
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱/۵=\frac{۱۲}{R_{eq}+۰}\Rightarrow R_{eq}=۸\,\Omega$$

۳ هر سه مقاومت متوالی هستند، بنابراین:

$$R_{eq}=R_۱+R_۲+R_۳\Rightarrow ۸=R+۳+۳\Rightarrow R=۲\,\Omega$$

B ۱۵۲۴ ۳

خط فکری در گام نخست با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها، مقاومت معادل را حساب می‌کنیم و در گام بعدی این مقاومت معادل را برابر ٪۲۰ مقاومت R_3 قرار می‌دهیم تا R_3 به‌دست آید و در گام نهایی با استفاده از رابطهٔ جریان، عدد آمپرسنج را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 با هم موازی هستند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{R_3} \quad (I)$$

بنابر فرض مسئله مقاومت معادل ٪۲۰ مقاومت R_3 است، یعنی $R_{eq}=0/2R_3$ است، بنابراین در رابطهٔ (I) به جای مقاومت معادل R_{eq} مقدار $0/2R_3$ را قرار می‌دهیم و R_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{0/2R_3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{10}{2R_3}-\frac{1}{R_3}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{4}{R_3}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_3=8\,\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=0/2R_3=0/2\times8\Rightarrow R_{eq}=1/6\,\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{3}{1/6+0/4}\Rightarrow I=1/5A$

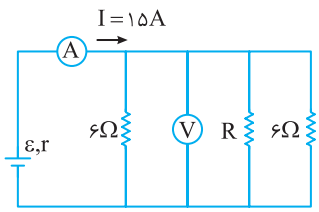
B ۱۵۲۵ ۳

خط فکری باید به کمک جریان و ولتاژ داده شده به سراغ مقاومت معادل برویم. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولت‌سنج به دو سر باتری بسته شده است و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به خط فکری بیان شده، جریان مدار ۱۵A و اختلاف پتانسیل دو سر مدار (باتری) ۳۰ ولت است، بنابراین:

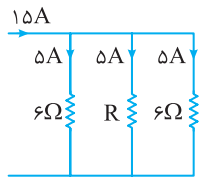
$$R_{eq}=\frac{V}{I_{کل}}=\frac{30}{15}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

۲ از طرفی مقاومت‌های ۶Ω ، R و ۶Ω با هم موازی هستند. پس:



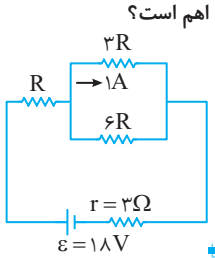
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{R}+\frac{1}{6}$$
$$\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{R}+\frac{1}{6}\Rightarrow R=6\Omega$$

روش دیگر: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۶Ω برابر ۳۰V است، پس جریان عبوری از هر یک از آن‌ها برابر $R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=5A$ است و مطابق مدار مقابل $10A=5+5$ از ۱۵A جریان مدار به مقاومت‌های ۶Ω می‌رسد و جریان ۵A از مقاومت R می‌گذرد، بنابراین مقاومت R نیز ۶Ω است.



بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو R چند اهم است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

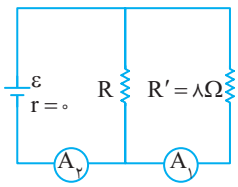


گزینهٔ ۲

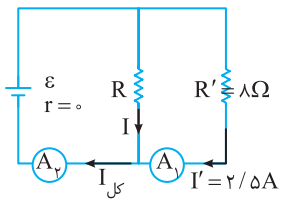
B ۱۵۲۶ ۳

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های ۱۰Ω و ۴۰Ω را که با هم موازی‌اند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{1}{R'}=\frac{5}{40}\Rightarrow R'=8\Omega$$



آمپرسنج A_1 با مقاومت $R'=8\Omega$ متوالی است و جریان آن را نشان می‌دهد و آمپرسنج A_2 با باتری متوالی است و جریان مدار را نشان می‌دهد.



$$I_{کل}=I+I'\Rightarrow3=I+2/5\Rightarrow I=0/5A$$

در مقاومت‌های موازی مقدار مقاومت با جریان عبوری از آن رابطهٔ عکس دارد، با توجه به اینکه I (جریان عبوری از مقاومت R)، $\frac{1}{5}$ جریان I' است. $(I=0/5A$ و $I'=2/5A)$، پس باید مقاومت R، ۵ برابر مقاومت R' باشد:

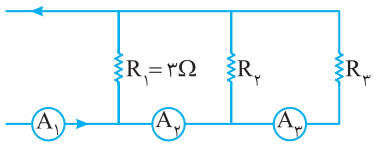
$$I=\frac{I'}{5}\Rightarrow R=5R'\Rightarrow R=5\times8=40\Omega$$

حال مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R'}+\frac{1}{R}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{40}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{6}{40}\Rightarrow R_{eq}=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}$$

بازی با سؤال **شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1، A_2 و A_3 به‌ترتیب ۵، ۳ و ۲/۵ آمپر را نشان می‌دهند. اگر $R_1=3\Omega$ باشد، مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌ترتیب از راست به چپ چند اُهم هستند؟**

قلم‌چی

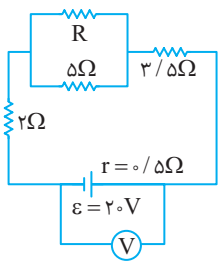


۱) ۲ و ۶
۲) ۲ و ۳
۳) ۱۲ و ۲/۴
۴) ۶ و ۳

گزینهٔ ۲

B ۱۵۲۷ ۴

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. به کمک آن، جریان مدار را به‌دست بیاورید $(V=\varepsilon-Ir)$. با داشتن جریان مدار، مقاومت کل مدار $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ قابل محاسبه است و با داشتن مقاومت معادل مدار می‌توانید مقدار مقاومت R را حساب کنید.



۱ ولت‌سنج ۱۹V را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow19=20-I\times0/5\Rightarrow I=2A$$

۲ مقاومت معادل مدار را به کمک جریان حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow2=\frac{20}{R_{eq}+0/5}\Rightarrow R_{eq}+0/5=10\Rightarrow R_{eq}=9/5\Omega$$

۳ مقاومت‌های ۲Ω و ۳/۵Ω با مقاومت معادل R و ۵Ω، متوالی هستند. از طرفی مقاومت معادل ۹/۵Ω است، بنابراین:

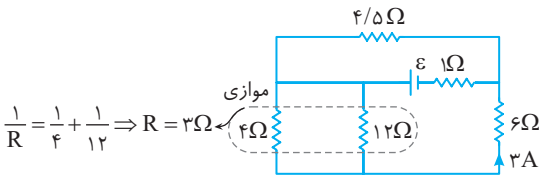
$$\text{مقاومت معادل R و }5\Omega=9/5-(2+3/5)=4\Omega$$

۴ مقاومت‌های R و ۵Ω موازی هستند و معادل آن‌ها ۴Ω است، بنابراین:

$$\frac{R\times5}{R+5}=4\Rightarrow5R=4R+20\Rightarrow R=20\Omega$$

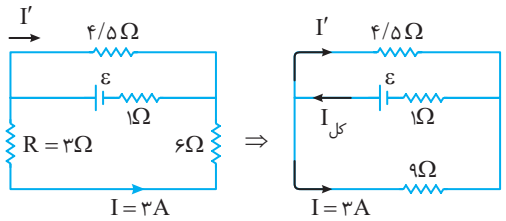
B ۱۵۲۸ **۳**

مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω با هم موازی‌اند:



$$\frac{1}{R}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\Rightarrow R=3\Omega$$

مدار به‌صورت زیر می‌شود و دو مقاومت ۶Ω و R متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر ۳A است.



دو مقاومت ۹Ω و ۴/۵Ω موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان هر شاخه با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارد.

$$\frac{I'}{I}=\frac{9}{4/5}\Rightarrow I'=2I\xrightarrow{I=3A}I'=6A$$

$$I_{کل}=I+I'\Rightarrow I_{کل}=3+6=9A$$

مقاومت معادل را با توجه به اینکه دو مقاومت ۴/۵Ω و ۹Ω موازی‌اند حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{9\times 4/5}{9+4/5}=3\Omega$$

جریان کل برابر است با:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 9=\frac{\varepsilon}{3+1}\Rightarrow\varepsilon=36V$$

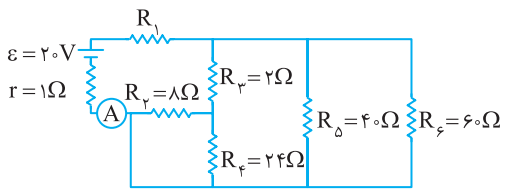
B ۱۵۲۹ **۱**

خط فکری آمپرسنج به باتری وصل است و در واقع جریان کل را نشان می‌دهد. در گام نخست با توجه به جریان آمپرسنج و رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به مقاومت معادل و مدار، مقاومت R را حساب می‌کنیم:

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 2=\frac{20}{R_{eq}+1}\Rightarrow\frac{10}{R_{eq}+1}=1\Rightarrow R_{eq}=9\Omega$$

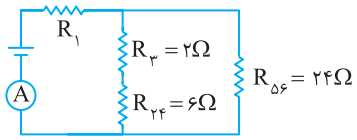
۲ دو سر مقاومت‌های R_6 و R_5 به هم وصل است و با هم موازی‌اند. دو سر مقاومت‌های R_4 و R_2 نیز به هم وصل است و با هم موازی‌اند:



$$R_{24}=\frac{8\times 24}{8+24}=6\Omega\ ,\ R_{56}=\frac{60\times 40}{60+40}=24\Omega$$

مقاومت‌های R_3 و R_{24} با هم متوالی‌اند:

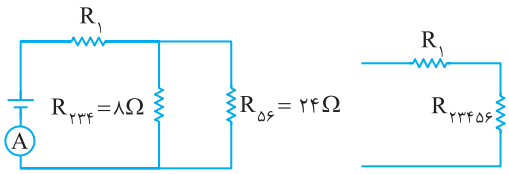
$$R_{234}=R_3+R_{24}=8\Omega$$



مقاومت‌های R_{56} و R_{234} با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با R_1 متوالی است:

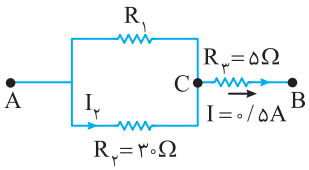
$$\frac{1}{R_{23456}}=\frac{1}{24}+\frac{1}{8}=\frac{1}{6}\Rightarrow R_{23456}=6\Omega$$

$$R_{eq}=R_1+R_{23456}\Rightarrow 9=R_1+6\Rightarrow R_1=3\Omega$$



C ۱۵۳۰ **۱**

خط فکری اختلاف پتانسیل بین A و B برابر مجموع اختلاف پتانسیل بین A و C و اختلاف پتانسیل بین C و B است.



$$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}$$

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ C و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را به‌دست می‌آوریم.

$$V_{CB}=V_3=IR_3=0/5\times 5\Rightarrow V_{CB}=2/5V$$

اکنون اختلاف پتانسیل بین A و C برابر است با:

$$V_{AC}=8/5-2/5=6V$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 ولتاژ دو سر R_1 و R_2 با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است، یعنی:

$$V_{12}=V_1=V_2$$

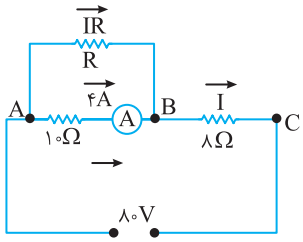
با توجه به یادآوری بیان شده ولتاژ بین A و C برابر ولتاژ دو سر مقاومت R_2 است.

$$V_{AC}=I_2R_2\xrightarrow{V_{AC}=6V}6=I_2\times 30\Rightarrow I_2=0/2A$$

B ۱۵۳۱ **۴**

یادآوری در مقاومت‌های موازی، ولتاژ دو سر هر مقاومت و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است. از طرفی در مقاومت‌های متوالی، ولتاژها با هم جمع می‌شود.

۱ آمپرسنج جریان ۴A را نشان می‌دهد، پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω و مقاومت R برابر است با:



$$V_{AB}=IR=10\times 4=40V$$

۲ حاصل‌جمع ولتاژ بین A و B و ولتاژ بین B و C برابر ولتاژ دو سر باتری است در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω خواهد شد:

$$V_{AB}+V_{BC}=V\Rightarrow 40+V_{BC}=80\Rightarrow V_{BC}=40V$$

جریان مقاومت BC برابر است با:

$$I=\frac{V_{BC}}{R}=\frac{40}{8}=5A$$

مجموع جریان مقاومت R و جریان مقاومت ۱۰Ω، برابر ۵A است.

$$I_R+4=5\Rightarrow I_R=1A$$

در مقاومت‌های موازی جریان هر شاخه با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارد. جریان عبوری از مقاومت ۱۰Ω، (۴A) چهار برابر جریان عبوری از مقاومت R (۱A) است بنابراین، مقاومت R باید چهار برابر مقاومت ۱۰Ω باشد:

$$R=40\Omega$$

C ۱۵۳۲ ۲

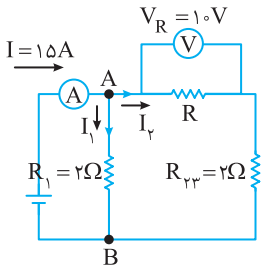
برای جریان‌ها داریم:

۱ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$

۲ مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ با جریان کل مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است.

$I_{کل}=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۱+I_۲=۱۵A$ (۱)



مقاومت $R_۱$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، شاخه سمت راست که شامل مقاومت R و $R_{۲۳}$ است نیز بین این دو نقطه بسته شده است بنابراین مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}$ و R موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$V_{AB}: V_۱=V_R+V_{۲۳}\Rightarrow I_۱R_۱=۱۰+I_۲R_{۲۳}$

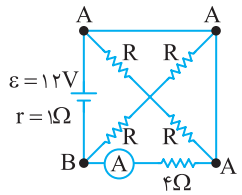
$\Rightarrow ۲I_۱=۱۰+۲I_۲\Rightarrow I_۱=I_۲+۵$ (۲)

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت: $\begin{cases}I_۱+I_۲=۱۵A\\I_۱-I_۲=۵A\end{cases}\Rightarrow I_۱=۱۰A\,,\,I_۲=۵A$

اکنون با استفاده از قانون اهم داریم: $R=\frac{V}{I_۲}=\frac{۱۰}{۵}=۲\Omega$

B ۱۵۳۳ ۱

به مدار خوب نگاه کنید. با نام‌گذاری کاملاً مشخص است که مقاومت ۴Ω مانند باتری بین دو نقطهٔ A و B بسته شده، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است.

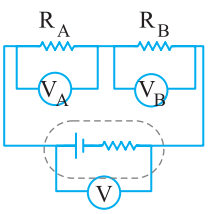


$V_{۴\Omega}=V_{باتری}=\varepsilon-Ir\xrightarrow{Ir=۴V\,,\,\varepsilon=۱۲V}V_{۴\Omega}=۱۲-۴=۸V$

آمپرسنج جریان مقاومت ۴Ω را نشان می‌دهد که برابر است با: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۸}{۴}=۲A$

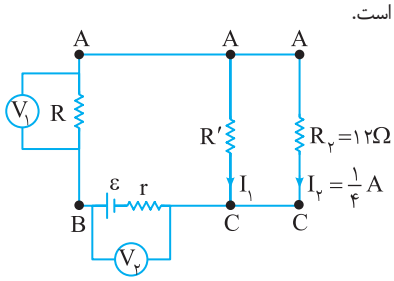
B ۱۵۳۴ ۳

خط فکری مهمترین مسئله در حل این تست این است که بدانیم مجموع اختلاف پتانسیل تمام اجزاء مدار با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است. پس به سراغ اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار می‌رویم تا ولتاژ دو سر باتری را به‌دست آوریم.



$V_{بازی}=V\Rightarrow V=V_A+V_B$

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را ولت‌سنج $V_۱=۱۲V$ نشان می‌دهد. بنابراین $V_{AB}=۱۲V$ است.



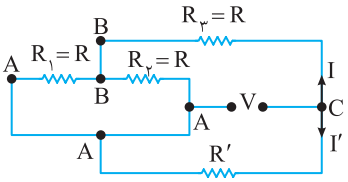
۲ مقاومت‌های $R_۲$ و R′ موازی هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است. $V_{AC}=V_{R_۲}=R_۲I_۲\Rightarrow V_{AC}=۱۲\times\frac{۱}{۴}=۳V$

۳ ولت‌سنج $V_۲$ ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد بنابراین:

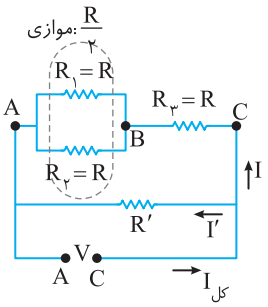
$V_{BC}=V_{AB}+V_{AC}\Rightarrow V_۲=۱۲+۳=۱۵V$

B ۱۵۳۵ ۱

خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا با نام‌گذاری مدار را به ساده‌ترین حالت رسم کنید تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها مشخص شود و تقسیم جریان قابل بررسی شود.



۱ مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. دو سر منبع نیروی محرکه را با حروف A و C مشخص کرده‌ایم:

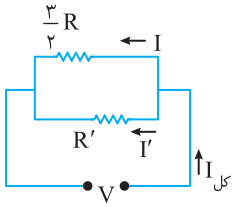


R′ بین A و C وصل شده است. $R_۱$ و $R_۲$ بین A و B و $R_۳$ نیز بین B و C بسته شده و مدار به شکل روبه‌رو است.

۲ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی که شامل ۳ مقاومت R است برابر است با:

$R_{بالایی}=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$

۳ شاخهٔ بالایی و شاخه پایینی باهم موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی و پایینی برابر است. از طرفی در فرض مسئله بیان شده که I و I′ برابر است. بنابراین:

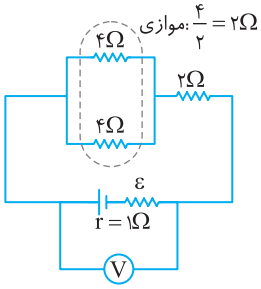


$V_{بالایی}=V_{پایینی}\Rightarrow\frac{۳}{۲}RI=R'I'\xrightarrow{I=I'}R'=\frac{۳}{۲}R$

B ۱۵۳۶ ۳

یادآوری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل مدار خارجی است.

$V_{باتری}=V_{R_{eq}}=IR_{eq}$



جریان مدار $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ و اختلاف پتانسیل دو سر مدار $V=IR_{eq}$ است بنابراین با جایگذاری جریان می‌توان نوشت:

$V=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}R_{eq}\Rightarrow\frac{\varepsilon}{V}=\frac{R_{eq}+r}{R_{eq}}$

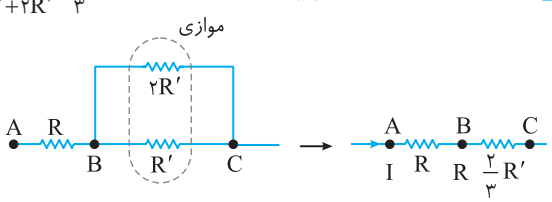
با توجه به مدار مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=۲+۲=۴\Omega$

در نتیجه: $\frac{\varepsilon}{V}=\frac{۴+۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$

B ۱۵۳۷ ۴

خط فکری در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است و در این مدار مقاومت معادل R′ و ۲R′ با مقاومت R متوالی است. از طرفی ولتاژ دو سر تمام مقاومت‌ها برابر است بنابراین ولتاژ دو قسمت مدار یعنی AB و BC را باید برابر قرار دهیم.

۱ مقاومت معادل R′ و ۲R′ برابر است با: $\frac{R'\times۲R'}{R'+۲R'}=\frac{۲}{۳}R'$

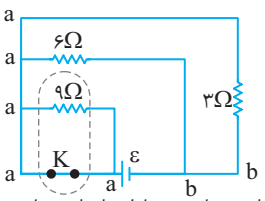


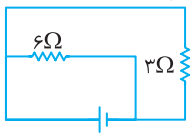
۲ با توجه به فرض مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها یکسان است یعنی:

$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR=I(\frac{۲}{۳}R')\Rightarrow\frac{R}{R'}=\frac{۲}{۳}$

B ۱۵۳۸ ۳

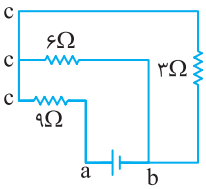
۱ هنگامی که کلید K بسته است، مقاومت ۹Ω که دو سرش با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده است اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت مطابق شکل دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω در نقاط a و b دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند و مقاومت معادل برابر است با:



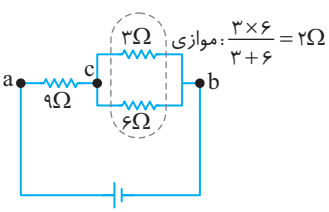


$$R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

۲ هنگامی که کلید K باز است، مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω همچنان موازی‌اند و مقاومت ۹Ω وارد مدار می‌شود که با معادل آن‌ها متوالی است.



شکل ساده مدار را رسم می‌کنیم، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:



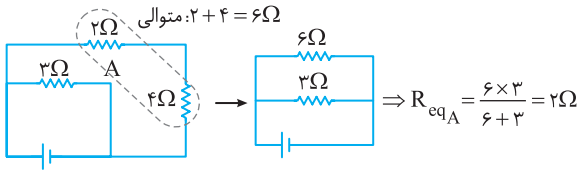
$$R'_{eq}=۹+۲=۱۱\Omega$$

در نتیجه:

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}}=\frac{۱۱}{۲}$$

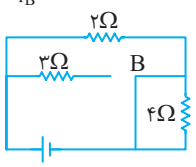
B ۱۵۳۹ ۱

با وصل کلید به A شکل مدار به صورت زیر شده و مقاومت‌های ۲Ω و ۴Ω متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω موازی می‌شود.



$$\Rightarrow R_{eq_A}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

با وصل کلید به B شکل مدار به صورت زیر شده و مقاومت ۴Ω اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مقاومت ۳Ω نیز به دلیل قطع اتصال از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۲Ω باقی می‌ماند. بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq_B}=۲\Omega$

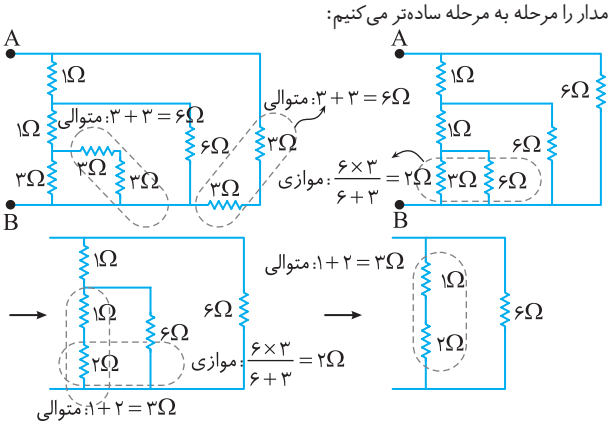


بنابراین:

$$\frac{R_{eq_A}}{R_{eq_B}}=\frac{۲}{۲}=۱$$

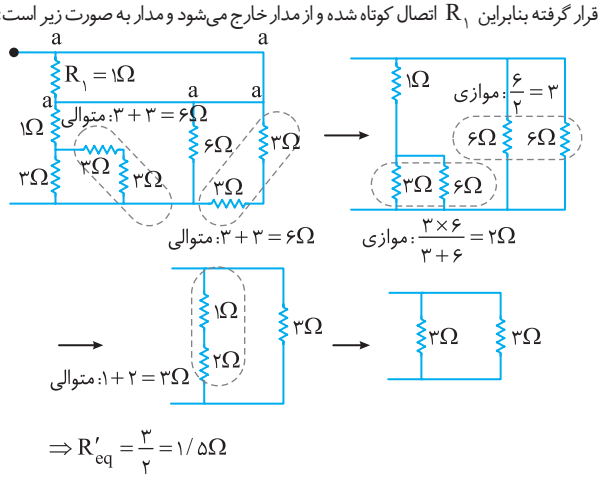
B ۱۵۴۰ ۲

۱ کلید K باز است: مدار به صورت زیر بوده و با توجه به نوع اتصال مقاومت‌ها مدار را مرحله به مرحله ساده‌تر می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

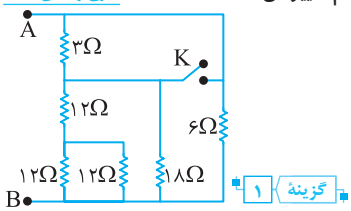
۲ کلید K بسته است: به شکل نگاه کنید، دو سر مقاومت $R_۱=۱\Omega$ حروف یکسانی قرار گرفته بنابراین $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مدار به صورت زیر است:



$$\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۳}{۲}=۱/۵\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار از ۲Ω به ۱/۵Ω می‌رسد و ۰/۵Ω کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **در مدار زیر ابتدا کلید باز است. اگر کلید بسته شود، مقاومت معادل بین A و B چند اهم تغییر می‌کند؟** خارج ریاضی - ۹۲

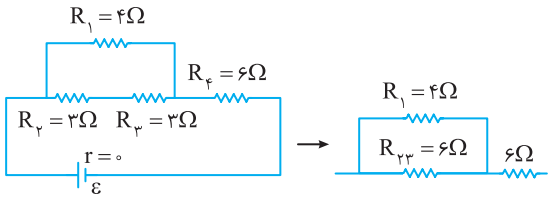


۱) ۰/۴
۲) ۲
۳) ۲/۶
۴) ۴

گزینهٔ ۱

B ۱۵۴۱ ۱

وقتی کلید K باز باشد، مدار به شکل زیر است و مقاومت کل برابر است با:



$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_۲+R_۳=۳+۳=۶\Omega$$

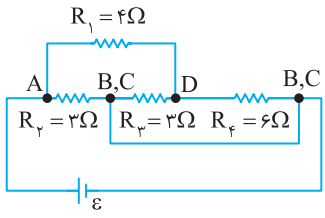
معادل $R_۲$ و $R_۳$ با $R_۱$ موازی هستند:

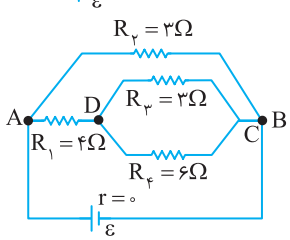
$$R_{۱۲۳}=\frac{۴\times۶}{۴+۶}=۲/۴\Omega$$

مقاومت معادل خواهد شد:

$$R=۶+۲/۴=۸/۴\Omega$$

با بستن کلید K، نقاط B و C در مدار هم‌پتانسیل می‌شوند و در حکم یک نقطه از مدار هستند. در این حالت مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ بین دو نقطه D و C قرار دارند، مقاومت $R_۱$ بین D و A و مقاومت $R_۲$ بین C و A قرار دارد از همه مهم‌تر اینکه نقطه C به پایانه منفی باتری و نقطهٔ A به پایانه مثبت باتری وصل است و مدار مطابق شکل روبه‌رو خواهد شد.





$R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند.

$$R_{۳۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

معادل $R_۳$ و $R_۴$ با $R_۱$ متوالی است.

$$R_{۱۳۴}=۴+۲=۶\Omega$$

$R_{۱۳۴}$ با $R_۲$ موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

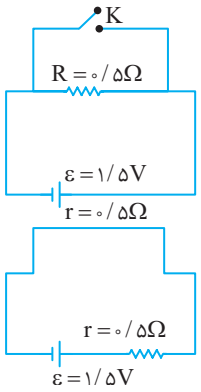
در نتیجه:

$$\frac{R}{R'}=\frac{۸/۴}{۲}=۴/۲$$

B ۱۵۴۲ ۳

خط فکری به تحلیل مدارهای شامل کلید رسیده‌ایم، اما مگر این مسائل با بقیه مسائل مدار متفاوت است؟ خیر، تنها شما باید وقتی کلید باز یا کلید بسته است بررسی کنید که کدام اجزا در مدار قرار دارند و یا از مدار خارج می‌شوند. یعنی حل این مسائل معمولاً دو حالت دارد و هر حالت را باید جداگانه بررسی و سپس آن‌ها را مقایسه کنید.

کلید باز: مقاومت $0/5\Omega$ به باتری بسته شده است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

$$\Rightarrow V=\frac{0/5}{0/5+0/5}\times 1/5 \Rightarrow V=0/75V$$

کلید بسته: مقاومت $0/5\Omega$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

$$I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{1/5}{0/5}=3A$$

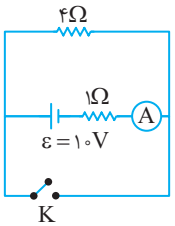
$$V=\varepsilon-rI \Rightarrow V=1/5-(0/5)(3)=0$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری از $0/75V$ به صفر رسیده و $0/75V$ کاهش یافته است.

بازی با سوال **در مدار شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید جریان عبوری از آمپرسنج چند برابر می‌شود؟ (فرض این است که آمپرسنج آرمانی است و آسیب نمی‌بیند.)**

۱) ۱۰ ۲) ۲

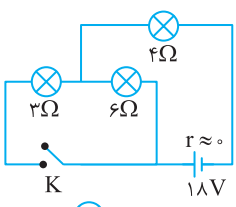
۳) ۵ ۴) ۵/۲



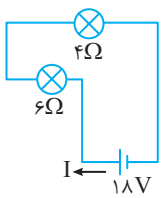
گزینهٔ ۳

B ۱۵۴۳ ۲

تذکر! لامپ 4Ω با باتری متوالی است و در هر حالتی جریان عبوری از آن، جریان خروجی از باتری یا همان $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ است.



حالت اول کلید باز است، بنابراین یک سر مقاومت 3Ω به مدار متصل نیست و مقاومت 3Ω در مدار حضور ندارد و مدار به شکل روبه‌روست که در آن دو مقاومت 4Ω و 6Ω متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R=4+6=10\Omega$

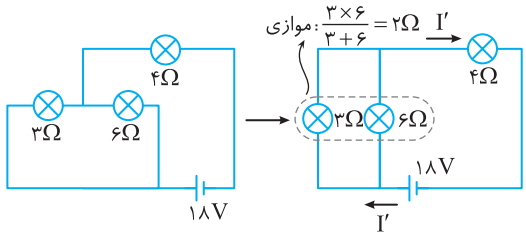


جریان مدار وقتی کلید باز است برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{10}\Rightarrow I=1/8A$$

حالت دوم کلید بسته است.

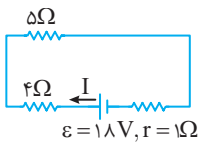
وقتی کلید را می‌بندیم مقاومت 3Ω به مدار وصل شده و با مقاومت 6Ω موازی می‌شود و مقاومت معادل آن‌ها 2Ω است که مقاومت 2Ω با مقاومت 4Ω متوالی است و مقاومت معادل مدار $6+2+4=6\Omega$ می‌شود. جریان مدار در این حالت برابر خواهد شد با: $I'=\frac{18}{6}=3A$



در نتیجه جریان $\Delta I=3-1/8=1/2A$ افزایش می‌یابد.

A ۱۵۴۴ ۳

۱ وقتی کلید باز است: یک سر مقاومت 20Ω در مدار حضور ندارد و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های 4Ω و 5Ω متوالی به باتری بسته شده‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=5+4=9\Omega$$

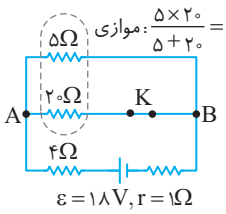
جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{18}{9+1}=1/8A$$

ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω را حساب می‌کنیم.

$$V=IR=1/8\times 5=9V$$

۲ وقتی کلید بسته است: مقاومت 20Ω در مدار حضور داشته و با مقاومت 5Ω موازی است و معادل آن‌ها با مقاومت 4Ω متوالی است، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:



$$R'_{eq}=4+4=8\Omega$$

جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{18}{8+1}\Rightarrow I'=2A$$

مقاومت 5Ω با مقاومت 20Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر و مساوی اختلاف پتانسیل مقاومت معادل آن‌هاست.

$$V_{5\Omega}=V_{20\Omega}=V_{AB}=I'R_{AB}\Rightarrow V_{5\Omega}=V_{AB}=2\times 4=8V$$

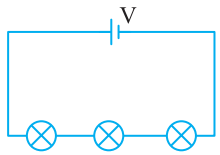
بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω، از $9V$ به $8V$ رسیده و یک ولت کاهش می‌یابد.

$$8-9=-1V$$

B ۱۵۴۵ ۲

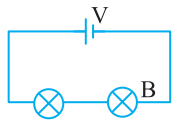
یادآوری وقتی دو سر یک مقاومت را با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل کنیم، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

۱ وقتی کلید باز است سه مقاومت یکسان (لامپ یکسان) R در مدار قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود.



$$V_A=V_B=V_C=\frac{V}{3}$$

۲ وقتی کلید بسته می‌شود لامپ C اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد و اختلاف پتانسیل دو سر C صفر می‌شود و در مدار دو مقاومت یکسان و متوالی A و B وجود دارد.



$$V'_A=V'_B=\frac{V}{2}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت A و B از $\frac{V}{3}$ به $\frac{V}{2}$ افزایش یافته بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

به دلیل اتصال کوتاه مقاومت C، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C صفر شده بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (ت) درست است.

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A و B از $\frac{V}{3}$ به $\frac{V}{2}$ رسیده یعنی به اندازهٔ $\frac{V}{2}-\frac{V}{3}=\frac{V}{6}$ افزایش یافته است.

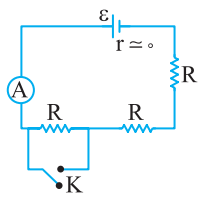
بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{\frac{V}{6}}{\frac{V}{3}}\times 100=50\%$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر با بستن کلید K جریان عبوری از آمپرسنج چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۵۰، افزایش
۲) ۱۰۰، افزایش
۳) ۵۰، کاهش
۴) ۲۵، کاهش

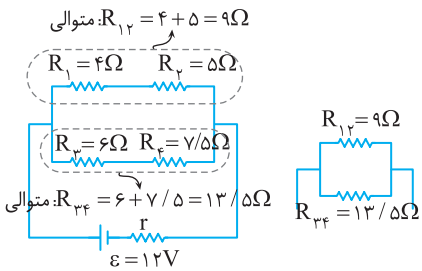


گزینهٔ ۱

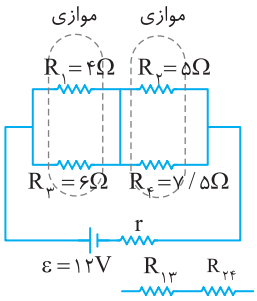
B ۱۵۴۶ ۲

حالت اول) کلید S باز باشد: در این حالت مدار به شکل زیر است و مقاومت‌های $R_۱=۴\Omega$ و $R_۲=۵\Omega$ و هم‌چنین مقاومت‌های $R_۳=۶\Omega$ و $R_۴=۷/۵\Omega$ با هم متوالی هستند و شاخهٔ بالایی و پایینی موازی‌اند مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{حالت باز:}\ \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۳/۵}=\frac{۳+۲}{۲۷}\Rightarrow R_{eq}=۵/۴\Omega$$



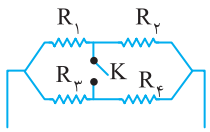
حالت دوم) کلید S بسته است: مدار به شکل روبه‌رو است. این بار دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۳$ به هم بسته شده و موازی‌اند، هم‌چنین دو سر مقاومت $R_۴$ و $R_۲$ به هم بسته شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با هم متوالی‌اند، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:



$$\text{حالت بسته:}\begin{cases}\text{موازی } ۶\Omega,۴\Omega\Rightarrow R_{۱۳}=\frac{۴\times۶}{۴+۶}=۲/۴\Omega\\ \text{موازی } ۷/۵\Omega,۵\Omega\Rightarrow R_{۲۴}=\frac{۵\times۷/۵}{۵+۷/۵}=۳\Omega\end{cases}\Rightarrow R'_{eq}=۲/۴+۳=۵/۴\Omega$$

مقاومت معادل مدار تغییر نکرده از این‌رو جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند.

میانبر در مدارهای شکل روبه‌رو اگر $R_۱R_۴=R_۲R_۳$ باشد، مقاومت معادل با بسته شدن کلید تغییر نمی‌کند.

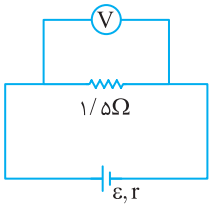


B ۱۵۴۷ ۱

یادآوری هر گاه یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r به یک مدار با مقاومت خارجی R وصل شود، ولتاژ دو سر مقاومت $V=IR$ خواهد شد که در آن I برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است. از این‌رو ولتاژ دو سر مدار خارجی (یا ولتاژ دو سر باتری) از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

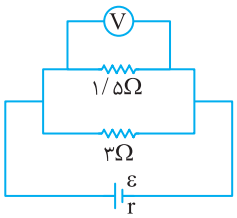
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

حالت اول کلید باز است و مقاومت ۳Ω به مدار وصل نیست، بنابراین در مدار تنها مقاومت ۱/۵Ω وجود دارد.



$$V_۱=\frac{\varepsilon}{۱/۵+r}\times۱/۵$$

حالت دوم) کلید بسته است: در این حالت مقاومت ۳Ω با مقاومت ۱/۵Ω موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



$$R=\frac{۱/۵\times۳}{۱/۵+۳}=۱\Omega$$

ولتاژ دو سر مقاومت ۱/۵Ω با ولتاژ کل مدار برابر است و $V_۲$ خواهد شد:

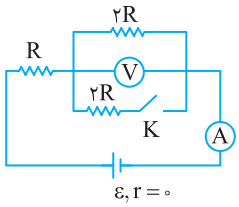
$$V_۲=\frac{\varepsilon}{۱+r}\times۱$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{\frac{\varepsilon}{۱+r}\times۱}{\frac{\varepsilon}{۱/۵+r}\times(۱/۵)}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{۱/۵+r}{(۱+r)۱/۵}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow r=۰/۵\Omega$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر در ابتدا کلید K باز است. اگر کلید را ببندیم، اعدادی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

کنکور دهه‌های گذشته



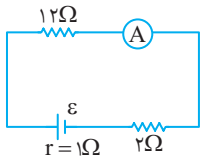
۱) صفر، ۲
۲) $\frac{۴}{۳}$، $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$، $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۳}{۴}$، $\frac{۳}{۲}$

گزینهٔ ۴

B ۱۵۴۸ ۱

خط فکری در این مدار مقدار نیروی محرکه (ε) داده نشده، ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده برای حالتی که کلید باز است، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم و سپس در گام بعدی با داشتن نیروی محرکه و در حالتی که کلید بسته است خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم.

حالت اول در حالتی که کلید باز است مقاومت ۶Ω در مدار حضور ندارد و دو مقاومت ۲Ω و ۱۲Ω در مدار بوده که با هم متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

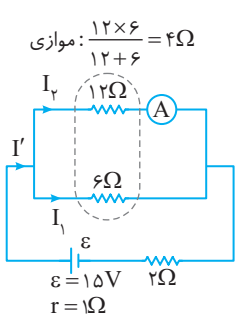


$$R_{eq}=۱۲+۲=۱۴\Omega$$

با توجه به رابطهٔ جریان مدار، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۱=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow\varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم وقتی کلید K را می‌بندیم، دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω دست در دست هم می‌دهند و موازی می‌شوند و مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۴+۲\Rightarrow R'_{eq}=۶\Omega$



جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۵}{۶+۱}=\frac{۱۵}{۷}A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود بنابراین $I_۱=۲I_۲$ است:

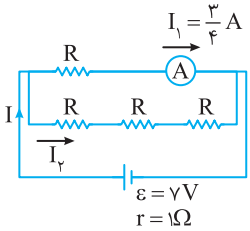
$$I_۱+I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow۳I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow I_۲=\frac{۵}{۷}A$$

آمپرسنج $\frac{۵}{۷}$ آمپر را نشان می‌دهد.

C ۱۵۴۹ ۴

خط فکری در این سؤال مقدار R مجهول است بنابراین ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در هنگامی که کلید K_1 بسته و K_2 باز است مقدار مقاومت R را حساب می‌کنیم و در گام بعدی و با داشتن مقاومت R، خواستهٔ سؤال در هنگامی که هر دو کلید بسته است را حساب می‌کنیم.

حالت اول: وقتی کلید K_1 بسته و K_2 باز است. مدار مطابق شکل روبه‌رو است و جریان شاخه پایینی که مقاومت آن $R+R+R=3R$ است، $\frac{1}{3}$ جریان شاخهٔ بالایی است، زیرا در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_2=\frac{1}{3}I_1 \Rightarrow I_2=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\Rightarrow I_2=\frac{1}{4}A$$

و جریان مدار برابر است با:

$$I=I_1+I_2 \Rightarrow I=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1A$$

مقاومت معادل مدار را با استفاده از جریان به‌دست می‌آوریم:

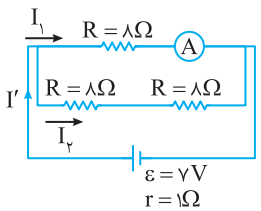
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 1=\frac{7}{R_{eq}+1}\Rightarrow R_{eq}+1=7\Rightarrow R_{eq}=6\Omega$$

از طرفی با توجه به شکل، مقاومت $3R$ و R موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{3R}\Rightarrow\frac{1}{6}=\frac{3+1}{3R}\Rightarrow R=8\Omega$$

وقتی هر دو کلید را می‌بندیم، مقاومت R بین دو کلید حذف می‌شود (اتصال کوتاه می‌شود) و مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید:

$$\frac{1}{R'_{eq}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\Rightarrow R'_{eq}=\frac{16}{3}\Omega$$



جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{7}{\frac{16}{3}+1}\Rightarrow I'=\frac{21}{19}A$$

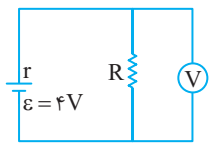
جریان به نسبت ۲ به ۱ بین دو شاخه تقسیم می‌شود. از شاخه بالایی که مقاومت کمتری دارد، جریان بیشتری می‌گذرد:

$$\begin{cases} I_1=2I_2 \\ I_1+I_2=\frac{21}{19}\end{cases}\Rightarrow I_1+\frac{I_1}{2}=\frac{21}{19}\Rightarrow\frac{3I_1}{2}=\frac{21}{19}\Rightarrow I_1=\frac{14}{19}A$$

آمپرسنج $\frac{14}{19}A$ را نشان می‌دهد.

C ۱۵۵۰ ۱

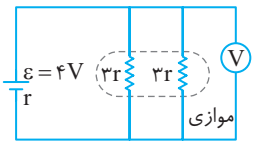
در ابتدا به نظر می‌آید سؤال خیلی مجهول دارد پس ما باید هم سؤال را حل می‌کنیم و هم پله‌پله مقدار این مجهول‌ها را به‌دست بیاوریم:



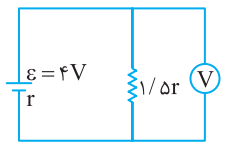
هنگامی که یکی از کلیدها بسته باشد، تنها یکی از مقاومت‌های R در مدار است. نیروی محرکهٔ باتری اختلاف پتانسیل $4V$ دارد امّا ولت‌سنج که به دو سر باتری و مقاومت بسته شده $3V$ را نشان می‌دهد. دقت کنید که ولت‌سنج به دو سر مقاومت R نیز بسته شده است:

$$\begin{matrix} V_{\text{باتری}}=V\Rightarrow\varepsilon-rI=3 \xrightarrow{\varepsilon=4V} rI=1V \\ V_{\text{مقاومت}}=V\Rightarrow RI=3V \end{matrix} \xrightarrow{\div} \frac{r}{R}=\frac{1}{3}\Rightarrow R=3r$$

هنگامی که هر دو کلید بسته باشد، هر دو مقاومت $R=3r$ در مدار قرار داشته و با هم موازی‌اند. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل این دو را نشان می‌دهد:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3r}+\frac{1}{3r}\Rightarrow R_{eq}=1/5r$$



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{4}{1/5r+r}=\frac{4}{2/5r}=\frac{8}{5r}$$

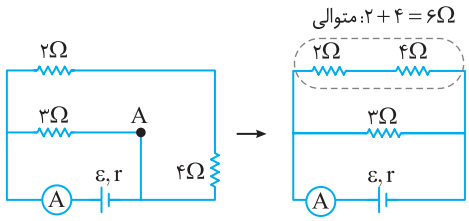
$$V=R_{eq}I\Rightarrow V=1/5r\times\frac{8}{5r}=2/4V$$

C ۱۵۵۱ ۱

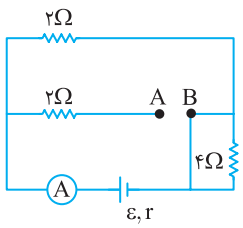
وقتی کلید به A وصل باشد، مدار به صورت شکل زیر خواهد بود و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

$2+4=6\Omega$: متوالی

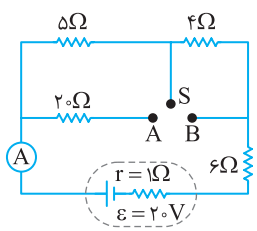


وقتی کلید به B وصل است، مقاومت 4Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت 2Ω نیز اتصالش با مدار قطع می‌گردد، پس تنها مقاومت 2Ω در مدار باقی می‌ماند و مقاومت مدار نسبت به حالت قبل $(R_{eq}=2\Omega)$ تغییری نخواهد کرد.



بنابراین جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند و $\frac{I_A}{I_B}=1$ می‌شود.

بازی با سؤال **در شکل زیر ابتدا کلید S به نقطهٔ A وصل است. اگر کلید S به نقطهٔ B وصل شود، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر تغییر می‌کند؟**



۱) $\frac{1}{2}A$، افزایش

۲) $\frac{1}{3}A$، کاهش

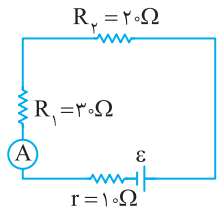
۳) $\frac{1}{3}A$، افزایش

۴) تغییر نمی‌کند

گزینهٔ ۳

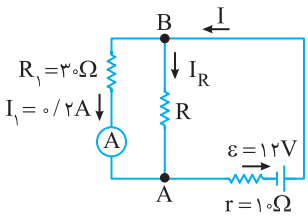
C ۳ ۱۵۵۲

حالت اول: هر گاه هر دو کلید باز باشند، مدار به شکل مقابل است و R در مدار قرار ندارد و مقاومت معادل مدار $R_{eq}=۲۰+۳۰=۵۰\Omega$ می‌شود و خواهیم داشت:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۰/۲=\frac{\varepsilon}{۵۰+۱۰}\Rightarrow \varepsilon=۱۲V$$

حالت دوم: هر گاه هر دو کلید بسته شوند، مقاومت $R_۲=۲۰\Omega$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و دو مقاومت R و $R_۱=۳۰\Omega$ با هم موازی شده و مدار به شکل مدار مقابل است.



به دقت به مدار نگاه کنید. مقاومت $R_۱$ و R هر دو موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن با هم برابر است یعنی $V_{AB}=V_{R_۱}=V_R$ بنابراین اختلاف پتانسیل AB خواهد شد:

$$V_{AB}=I_۱R_۱=۳۰\times ۰/۲=۶V$$

مجدداً به مدار نگاه کنید، باتری نیز دو سرش به نقاط A و B وصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۶V است. از این رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-Ir \xrightarrow{V_{\text{باتری}}=V_{AB}=۶V} ۶=۱۲-I\times ۱۰\Rightarrow I=۰/۶A$$

جریان کل مدار (I) برابر مجموع جریان I_R و $I_۱$ است از این رو:

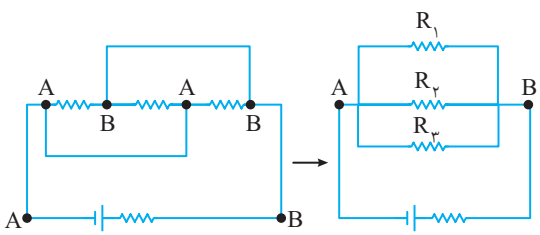
$$I=I_۱+I_R\Rightarrow ۰/۶=۰/۲+I_R\Rightarrow I_R=۰/۴A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R را ۶V و جریان آن را ۰/۴A به‌دست آورده‌ایم، در نتیجه خواهیم داشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۶}{۰/۴}\Rightarrow R=۱۵\Omega$$

A ۴ ۱۵۵۳

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.



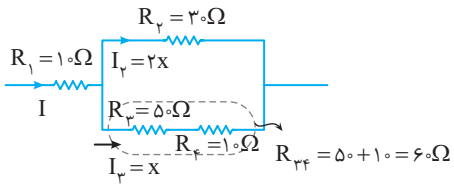
B ۲ ۱۵۵۴

خط فکری باید جریان هر مقاومت را حساب کنید تا اختلاف پتانسیل دو سر هر مقاومت را به‌دست بیاورید و بیشینه اختلاف پتانسیل را مشخص کنید.

یادآوری در مقاومت‌های متوالی جریان برابر اما در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت معادل شاخهٔ پایینی $R_{۳۴}=۵۰+۱۰=۶۰\Omega$ است و اگر جریان آن را با x نمایش دهیم، جریان شاخهٔ بالایی که مقاومت آن ۳۰Ω است برابر ۲x می‌شود، از طرفی مجموع $I_۲$ و $I_۳$ برابر جریان کل مدار است بنابراین:

$$I=I_۲+I_۳\Rightarrow I=۲x+x\Rightarrow I=۳x$$



اکنون اختلاف پتانسیل تک‌تک مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V_{R_۱}=IR_۱\xrightarrow{I=۳x}V_{R_۱}=۳x\times ۱۰=۳۰x$$
$$V_{R_۲}=I_۲R_۲\Rightarrow V_{R_۲}=۲x\times ۳۰=۶۰x$$
$$V_{R_۳}=I_۳R_۳\Rightarrow V_{R_۳}=x\times ۵۰=۵۰x$$
$$V_{R_۴}=I_۳R_۴\Rightarrow V_{R_۴}=x\times ۱۰=۱۰x$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر $R_۲$ از بقیه بیشتر است.

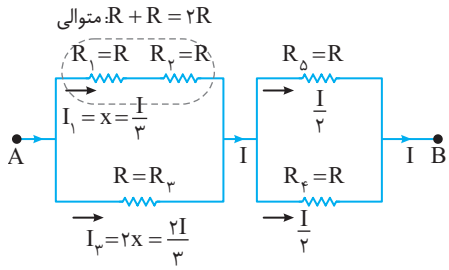
C ۳ ۱۵۵۵

خط فکری باید بررسی کنید که کدام‌یک از مقاومت‌ها دارای بیشینه جریان خواهد بود و جریان بیشینه ۱/۲A را برای آن مقاومت در نظر بگیرید، سپس جریان مقاومت‌های دیگر را بر اساس آن به‌دست آورده و سرانجام اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها را حساب کرد.

۱ به مدار زیر نگاه کنید. مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ موازی و یکسان هستند بنابراین اگر جریان مدار I باشد، جریان هر یک از مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ برابر $\frac{I}{۲}$ است.

۲ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی و مقاومت معادل آن‌ها ۲R است. اگر جریان آن را x فرض کنیم، جریان مقاومت $R_۳$ که با آن‌ها موازی است، ۲x می‌شود زیرا در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. از طرفی خواهیم داشت:

$$I=I_۱+I_۳=x+۲x\Rightarrow x=\frac{I}{۳}\Rightarrow\begin{cases}I_۱=\frac{I}{۳}\\ I_۳=۲\frac{I}{۳}\end{cases}$$



۳ جریان مقاومت $R_۳$ از همه مقاومت‌ها بیشتر است و جریان این مقاومت می‌تواند ۱/۲A باشد در این صورت جریان مقاومت‌های دیگر از ۱/۲A کمتر شده و هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نمی‌بینند.

۴ جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ یعنی $\frac{۲I}{۳}$ برابر ۱/۲A می‌شود، بنابراین:

$$\frac{۲}{۳}I=۱/۲\Rightarrow I=۱/۸A$$

۵ اکنون کافی است مقاومت معادل را حساب کنیم.

مقاومت $R_۱$ و $R_۲$: $R_{۱۲}=۳۰+۳۰=۶۰\Omega$ متوالی هستند

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$: $R_{۱۲۳}=\frac{۶۰\times ۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$ موازی است

مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$: $R_{۴۵}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵\Omega$ موازی هستند

مقاومت‌های $R_{۱۲۳}$ و $R_{۴۵}$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=۱۵+۲۰=۳۵\Omega$$

۶ بنابراین ولتاژ بین A و B می‌شود:

$$V_{AB}=I_{\text{کل}}R_{AB}=۱/۸\times ۳۵=۶۳V$$

A ۱۵۵۶ ۳

خط فکری اختلاف پتانسیل منبع و جریان مدار را در اختیار داریم، بنابراین ابتدا باید مقاومت معادل را به‌دست بیاوریم و سپس بررسی کنیم با چه تعداد مقاومت ۴۰ اهمی می‌توان این مقاومت معادل را ساخت.

مقاومت کل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰}{۱۵}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$$

مقاومت معادل ۸Ω است که از مقاومت ۴۰Ω کمتر است بنابراین باید مقاومت‌ها را با هم موازی ببندیم.

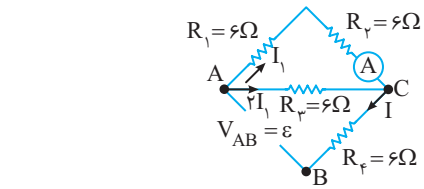
یادآوری اگر n تا مقاومت مشابه R را با یکدیگر موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{n}$ می‌شود.

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow ۸=\frac{۴۰}{n}\Rightarrow n=۵$$

C ۱۵۵۷ ۲

خُب این از اون تستهاییه که سر جلسه آزمون باید رهاش کرد و رفت سراغ تست بعد چون طراحش هم سر جلسهٔ آزمون نمی‌تونه زیر ۴ دقیقه حلش کنه.

نکتهٔ مهم حل این تست این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد و هر شاخه‌ای که با باتری موازی است ولتاژ دو سرش با نیروی محرکه باتری برابر است. بنابراین در شکل روبه‌رو می‌توان مدار را به صورت شکل زیر ساده‌تر فرض کرد. در این حالت اگر جریان آمپرسنج $I_۱$ باشد جریان شاخه $R_۳$ که مقاومت آن نصف شاخهٔ بالایی است $۲I_۱$ و جریان مقاومت $R_۴$ برابر مجموع این دو جریان است.



$$I=I_۱+۲I_۱=۳I_۱\Rightarrow I=۳I_۱\quad (۱)$$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$R_۱, R_۲$ متوالی $\Rightarrow R_{۱۲}=۶+۶=۱۲\Omega$

$R_{۱۲}$ با $R_۳$ موازی $\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

$R_{۱۲۳}$ با $R_۴$ متوالی $\Rightarrow R=۴+۶=۱۰\Omega$

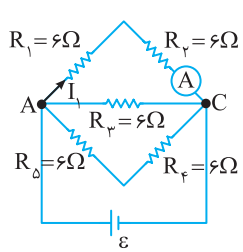
جریان این قسمت از مدار با قانون اهم خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\varepsilon}{۱۰}\quad (۲)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۳I_۱=\frac{\varepsilon}{۱۰}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۳۰}$$

وقتی باتری آرمانی بین A و C بسته شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر شاخه با نیروی محرکهٔ باتری برابر است. از این‌رو جریان شاخهٔ شامل آمپرسنج که مقاومت آن $۶+۶=۱۲\Omega$ است، خواهد شد:

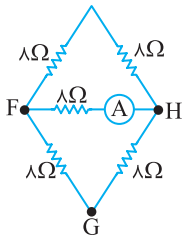


$$I'_۱=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I'_۱=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

نسبت جریانی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد به حالت اول برابر است با:

$$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}}=\frac{۳۰}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$$

بازی با سوال در شکل زیر هنگامی که نقاط H و F به یک باتری آرمانی وصل باشند، آمپرسنج عدد $A_۱$ را نشان می‌دهد و هنگامی که نقاط F و G را به همان باتری وصل کنیم، آمپرسنج عدد $A_۲$ را نشان می‌دهد، برابر کدام $\frac{A_۱}{A_۲}$ گزینه است؟



۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

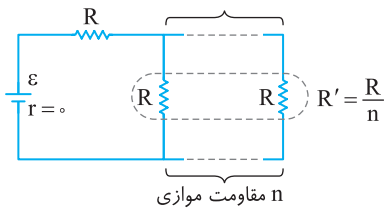
گزینهٔ ۴

C ۱۵۵۸ ۳

یادآوری برای به‌دست آوردن مقاومت معادل در مقاومت‌های موازی یکسان، یک مقاومت را به تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم.

با توجه به شکل مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $\frac{R}{n}$ است که این مقاومت با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=\frac{n+۱}{n}R$$



جریان عبوری از باتری خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{n+۱}{n}R}=\frac{n}{n+۱}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

اگر تعداد مقاومت‌های موازی $n+۱$ شود، مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$R'_{eq}=R+\frac{R}{n+۱}=\frac{n+۲}{n+۱}R$$

و جریان باتری خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{n+۲}{n+۱}R}=\frac{n+۱}{n+۲}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

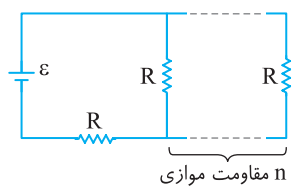
$$I'=\frac{۱۶}{۱۵}I\Rightarrow(\frac{n+۱}{n+۲})\frac{\varepsilon}{R}=\frac{۱۶}{۱۵}(\frac{n}{n+۱})\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow ۱۶n^۲+۳۲n=۱۵(n+۱)^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶n^۲+۳۲n=۱۵n^۲+۳۰n+۱۵$$

$$\Rightarrow n^۲+۲n-۱۵=۰\Rightarrow(n-۳)(n+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}n=۳\\ n=-۵\ \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

بازی با سوال در شکل زیر، n مقاومت موازی و یک مقاومت متوالی به یک باتری آرمانی بسته شده است. اگر مقاومت R دیگری را به طور موازی به مدار اضافه کنیم، جریان خروجی از باتری به اندازهٔ ۱/۲۵ درصد تغییر می‌کند، n کدام است؟

قلم‌چی



۱) ۱
۲) ۳۲
۳) ۸
۴) ۴

گزینهٔ ۳

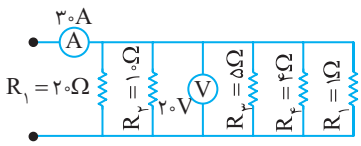
B ۱۵۵۹ ۲

خط فکری قرار است که آمپرسنج جریان ورودی به مدار را ۳۰A نشان دهد. از طرفی تمام مقاومت‌ها با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل یکسان دارند و می‌خواهیم ولت‌سنج ولتاژ دو سر همهٔ این مقاومت‌های موازی را ۲۰V نشان دهد. بنابراین باید به کمک این ولتاژ، جریان هر مقاومت را حساب کنیم تا معلوم شود کدام مقاومت را باید حذف کنیم.

جریان تک‌تک شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$I_۱=\frac{V}{R_۱}=\frac{۲۰}{۲۰}=۱A \ , \ I_۲=\frac{V}{R_۲}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲A \ , \ I_۳=\frac{V}{R_۳}=\frac{۲۰}{۵}=۴A$$

$$I_۴=\frac{V}{R_۴}=\frac{۲۰}{۴}=۵A \ , \ I_۵=\frac{V}{R_۵}=\frac{۲۰}{۱}=۲۰A$$



بنابرایـن مجمـوع جریان‌ها برابر با $I_T=۱+۲+۴+۵+۲۰=۳۲A$ اسـت. در حالی که آمپرسنج ۳۰A نشان می‌دهد بنابراین باید ۲A از جریان کل کم شود و شاخه‌ای که جریان آن ۲A است $(I_۲)$ مربوط به شاخه $R_۲=۱۰\Omega$ است بنابراین باید حذف شود.

B ۱۵۶۰ ۴

باتری یک شبانه‌روز لامپ‌ها را روشن نگاه داشته بنابراین جریانی که باتری در این مدت به مدار می‌دهد خواهد شد:

$$Q_{کل}=۴۸Ah\Rightarrow\frac{Q}{t}=I_{کل}\Rightarrow I_{کل}=\frac{۴۸}{۲۴}=۲A$$

نیروی محرکهٔ باتری آرمانی ۱۸V می‌باشد بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$V_{باتری}=R_{eq}I_{کل}\Rightarrow ۱۸=R_{eq}\times ۲\Rightarrow R_{eq}=۹\Omega$$

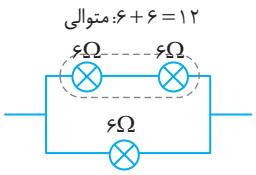
مقاومت معادل باید ۹Ω باشد یعنی این سه لامپ ۶Ω را باید به گونه‌ای به هم متصل کنیم که مقاومت معادل آن‌ها ۹Ω شـود. اگر سـه مقاومت ۶Ω متوالی بودند مقاومت معادل $۳\times۶=۱۸\Omega$ می‌شـد و گزینهٔ (۱) نادرسـت اسـت و اگر مـوازی بودند مقاومت معادل $\frac{۶}{۳}=۲\Omega$ می‌شد و گزینهٔ (۲) نادرست است.

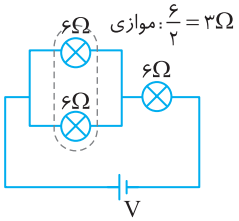
در حالتی که دو لامپ متوالی و با لامپ سـوم موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

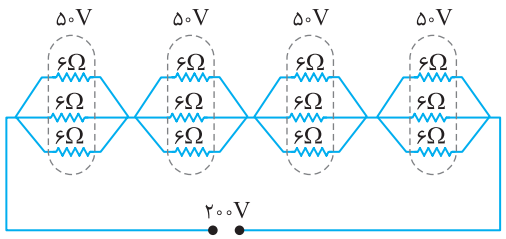
امـا در مـدار شـکل مقابل دو لامـپ موازی و معـادل آن‌هـا با لامـپ سـوم متوالی بـوده و مقاومـت معـادل ۹Ω اسـت و گزینـهٔ (۴) درست است.





B ۱۵۶۱ ۲

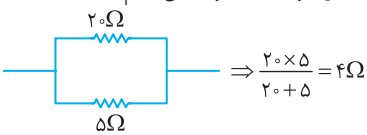
ولتاژ ۲۰۰ ولت باید به دو سر مدار اعمال شود پس این مدار باید شامل ۴ قسمت متوالی باشد که ولتاژ دو سر هر قسمت ۵۰V است و هر قسمت باید مقاومت ۲Ω داشته باشد تا مقاومت معادل ۸Ω شود از این‌رو ۱۲ مقاومت به شکل زیر باید داشته باشیم.



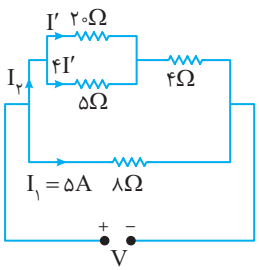
C ۱۵۶۲ ۱

خط فکری در حـل این مسـائل بایـد یادمان باشـد کـه در مقاومت‌هـای موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است و نمی‌تواند با هیچ یک از مقاومت‌ها برابر باشد. از طرفی باید مقداری پیشگویی در چگونگی مدار به خرج داد و برای این چهار مقاومت نحوه‌های مختلف را بررسی کرد تا به جواب رسید.

مقاومت معادل ۴Ω اسـت و مقاومت‌ها به ترتیب ۴Ω ، ۵Ω ، ۸Ω و ۲۰Ω است. بنابراین مقاومت‌ها با هم موازی نیستند. از طرفی این چهار مقاومت با هم متوالی نیستند زیرا در این صورت مقاومت معادل $۴+۵+۸+۲۰=۳۷\Omega$ می‌شود که از ۴Ω بزرگ‌تر است. بنابراین باید مدار دارای شاخه‌های موازی باشد. به سراغ موازی کردن مقاومت‌ها می‌رویـم. مقاومت معـادل دو مقاومت مـوازی ۴Ω و ۵Ω ، $\frac{۲۰}{۹}\Omega$ $(\frac{۵\times۴}{۵+۴})$ هم‌چنین مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۵Ω و ۸Ω ، $\frac{۴۰}{۱۳}\Omega$ $(\frac{۸\times۵}{۸+۵})$ اسـت که چون عدد کسـری هستند احتمال این نحوه بسـتن آن‌ها کم است. اما به سراغ دو مقاومت ۵Ω و ۲۰Ω می‌رویم، در ذهن خود آن‌ها را موازی می‌بندیم، مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



اکنون مدار مقابل را پیشنهاد می‌دهیم. مقاومت شـاخهٔ بالایی $۴+۴=۸\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی نیز ۸Ω است و مقاومت معادل ۴Ω می‌شـود که برابر مقدار مقاومت معادلی است که در صورت سـؤال داده شـده است. اکنون جریان‌ها را حسـاب می‌کنیم. جریان مقاومت پایینـی ۵A اسـت و چـون دو شـاخه دارای مقاومت ۸Ω هستند، جریان شاخهٔ بالایی نیز ۵A اسـت بنابرایـن جریـان ۵A بین دو مقاومت مـوازی ۵Ω و ۲۰Ω به نسـبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت ۲۰Ω جریان I' بگذرد از مقاومت ۵Ω جریان $۴I'$ می‌گذرد و جمع I' و $۴I'$ باید برابر ۵A شود بنابراین $۵I'=۵\Rightarrow I'=۱A$



A ۱۵۶۳ ۴

آمپرسـنج برای اندازه‌گیری جریان مدار به کار می‌رود و در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابـر اسـت از این رو آمپرسـنج را به طور متوالـی در مدار قرار می‌دهنـد و برای آنکه در جریان مدار اختلال ایجاد نکند باید مقاومت آن **ناچیز** باشد.

ولت‌سـنج برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسـیل به کار می‌رود و به طور موازی در مدار قرار می‌گیـرد و بـرای آنکه جریانی که از آن می‌گذرد بسـیار ناچیز باشـد مقاومت ولت‌سـنج بسیار بزرگ باشد.

B ۱۵۶۴ ۲

خط فکری در همهٔ شکل‌ها ولت‌سنج به دو سر باتری وصل بوده، و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. همچنین آمپرسنج متوالی با باتری وصل شده و جریان باتری (جریان مدار) را نشان می‌دهد. نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری‌ها یکسان است و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ در مداری که مقاومت معادل بیشینه است، جریان کمینه است و در مداری که مقاومت معادل کمینه است، جریان بیشینه است بنابراین باید مشخص کرد کدام مدار دارای بیشینه مقاومت و کدام مدار دارای کمینه مقاومت معادل است.

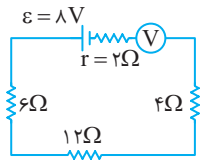
در مدار (پ) سـه مقاومت موازی هستند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها از مدارهای دیگر کمتر اسـت $(R_{eq}=\frac{R}{۳})$ ، بنابراین جریان این مدار بیشـینه اسـت و آمپرسـنج بیشینه جریان را نشـان می‌دهند. اختلاف پتانسـیل دو سـر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است پس برای آنکه اختلاف پتانسیل دو سر باتری بیشینه باشد باید افت پتانسیل (Ir) کمینه بوده و جریان مدار نیز کمینه باشد.

مدار (ب) که هر سه مقاومت متوالی بوده و مقاومت معادل بیشینه است:

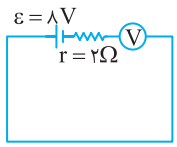
$$I_{min}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}R_{max}$$

A ۱۵۶۵ ۱

مقاومت ولت‌سنج‌ها بسیار بزرگ است، بنابراین اگر ولت‌سنجی به طور اشتباه به صورت متوالی در مدار بسته شود، از شاخهٔ شامل ولت‌سنج جریان نمی‌گذرد و در این مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها $(V=IR)$ صفر می‌شود. در واقع می‌توان فرض کرد که مقاومت‌ها در مدار قرار ندارند.



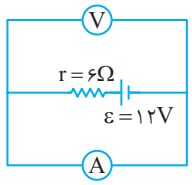
در این صورت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که چون جریان صفر است:



$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow{I=0} V=\varepsilon \Rightarrow V=8V$$

B ۱۵۶۶ ۲

خط فکری رفتار آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت است و همواره اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج آرمانی صفر است. بنابراین اگر آمپرسنج را به شکل موازی به مدار ببندید، تمام جریان از آمپرسنج می‌گذرد و از شاخهٔ موازی آن جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر آن شاخه صفر است. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.

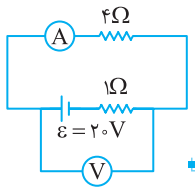


جریان برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow I=\frac{12}{6}=2A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج است یعنی ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

بازی با سوال **در مدار شکل زیر با جابه‌جا کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی، به ترتیب از راست به چپ اعدادی که نشان می‌دهند چقدر تغییر می‌کند؟ (با فرض آسیب نرسیدن به آمپرسنج)**

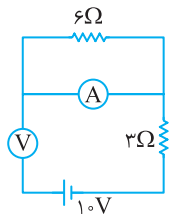


۱) ۴ و ۱۶
۲) ۱۶ و ۴
۳) ۱۶ و ۱۶
۴) ۴ و ۴

گزینهٔ ۳

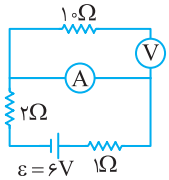
B ۱۵۶۷ ۲

یادآوری هر گاه آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود آن شاخه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. از طرفی وقتی که ولت‌سنج با باتری متوالی بسته می‌شود، جریان به مدار صفر می‌شود.



به مدار نگاه کنید. ولت‌سنج متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد، اما ولت‌سنج در این حالت نیروی محرکهٔ باتری یعنی ۱۰V را نشان خواهد داد.

بازی با سوال **در مدار زیر اگر آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی باشند، به ترتیب از راست به چپ چه عددی را نشان می‌دهند؟** آزمون مدارس برتر



۱) ۲، صفر
۲) ۴، ۲
۳) صفر، صفر
۴) صفر، ۴

گزینهٔ ۱

B ۱۵۶۸ ۳

با حذف ولت‌سنج یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت مدار افزایش و در نتیجه جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نیستند و به همین دلیل در دو سر آمپرسنج نیز اختلاف پتانسیل $(V_A=R_AI)$ داریم و مجموع اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج و اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج برابر نیروی محرکهٔ باتری است $(\varepsilon=V_A+V_V)$. با حذف آمپرسنج، ولت‌سنج مستقیماً به باتری وصل می‌شود و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد یعنی عدد ولت‌سنج با حذف آمپرسنج افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست و گزینهٔ (۳) درست است.

اگر جای ولت‌سنج و آمپرسنج را عوض کنیم، مقاومت ولت‌سنج که زیاد است در مدار به‌طور متوالی قرار گرفته و مقاومت مدار بسیار زیاد و در نتیجه جریان مدار بسیار کم می‌شود و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۱۵۶۹ ۲

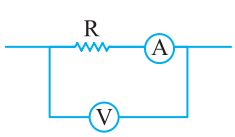
مقاومت‌های R و R_A به طور متوالی بسته شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را نشان می‌دهد $(24V)$. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان $0/2A$ را نشان می‌دهد و به طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از مقاومت‌های R_A و R برابر $0/2A$ است. مقاومت معادل بین نقاط a و c را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم.

$$R_{ac}=\frac{V_{ac}}{I_{ac}} \Rightarrow R_{ac}=\frac{24}{0/2} \Rightarrow R_{ac}=120\Omega$$

با توجه به اینکه مقاومت‌های R و R_A متوالی هستند، خواهیم داشت:

$$R_{ac}=R+R_A \xrightarrow{R_A=1\Omega} 120=R+1 \Rightarrow R=119\Omega$$

بازی با سوال **در مدار شکل زیر ولت‌سنج آرمانی ۲۰V و آمپرسنج ۲A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج ۱Ω باشد، مقاومت R چند اهم است؟**



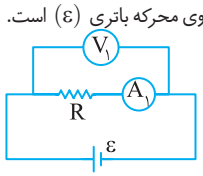
۱) ۴ **۲)** ۴/۵ **۳)** ۸ **۴)** ۹

گزینهٔ ۴

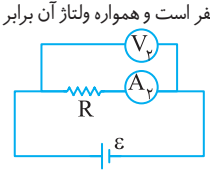
B ۱۵۷۰ ۳

در حالت اول (شکل (۱)) ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری $V_1=\varepsilon$ و آمپرسنج جریان مدار یعنی $I_1=\frac{\varepsilon}{R}$ را نشان می‌دهد.

در حالت دوم (شکل (۲)) وقتی که ولت‌سنج آرمانی نیست و دارای مقاومت بوده و از شاخهٔ آن نیز جریان عبور می‌کند پس از شاخه شامل آمپرسنج جریان کمتری می‌گذرد و آمپرسنج عدد کمتری نمایش می‌دهد. $(I_2<I_1)$ اما در این حالت ولت‌سنج همچنان نیروی محرکهٔ باتری $(V_2=\varepsilon)$ را نشان می‌دهد زیرا باتری بدون مقاومت درونی است و افت پتانسیل (Ir) آن صفر است و همواره ولتاژ آن برابر نیروی محرکه باتری (ε) است.



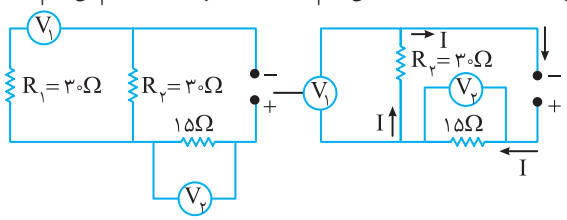
شکل (۱)



شکل (۲)

B ۱۵۷۱ ۱

ولت‌سنج (۱) با مقاومت $R_1=30\Omega$ متوالی بسته شده، پس از این مقاومت جریانی نمی‌گذرد و آن را از مدار حذف می‌کنیم و مدار را به صورت جدید رسم می‌کنیم.



با توجه به مدار، ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_2=30\Omega$ را $4V$ نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت R_2 خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R} \Rightarrow I=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}A$$

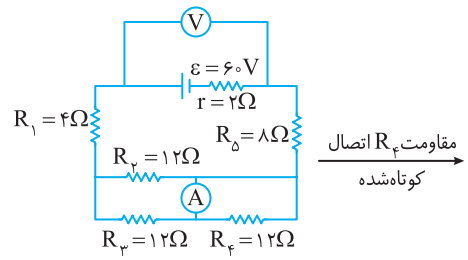
مقاومت‌های 15Ω و 30Ω با هم متوالی‌اند و جریان آن‌ها با هم برابر است. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 15Ω که ولت‌سنج V_2 آن را نمایش می‌دهد برابر است با:

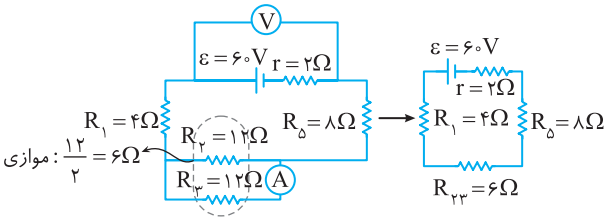
$$V_2=IR \Rightarrow V_2=\frac{2}{15}\times 15=2V$$

میانبر در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ با مقاومت نسبت مستقیم دارد، بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت 15Ω نصف ولتاژ دو سر مقاومت 30Ω است.

B ۱۵۷۲ **۱**

آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد. بنابراین مقاومت R_4 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. اکنون مقاومت معادل را مرحله به مرحله به‌دست می‌آوریم:





مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=4+8+6=18\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{60}{18+2}=\frac{60}{20}\Rightarrow I=3A$$

آمپرسنج با مقاومت R_3 متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد.

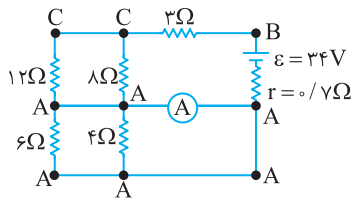
جریان ۳A بین دو شاخهٔ موازی با مقاومت‌های یکسان ۱۲Ω نصف شده، پس جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر $\frac{3}{2}=1/5A$ است و آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

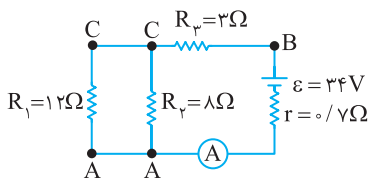
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=60-(3)(2)=54V$$

B ۱۵۷۳ **۲**

خط فکری مقاومت آمپرسنج ناچیز است و رفتار آمپرسنج در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت است. برای حل مسئله، ابتدا باید با نام‌گذاری مدار را ساده کنیم تا بتوانیم مقاومت معادل آن، جریان مدار و جریان آمپرسنج را حساب کنیم.



۱ نقاط را نام‌گذاری کردیم و متوجه شدیم نقاط دو سر هر یک از مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω با یک حرف مشخص شده، بنابراین مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و مدار به صورت زیر خواهد شد:



۲ مقاومت‌های ۸Ω و ۱۲Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{12}=\frac{12\times8}{12+8}\Rightarrow R_{12}=4/8\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

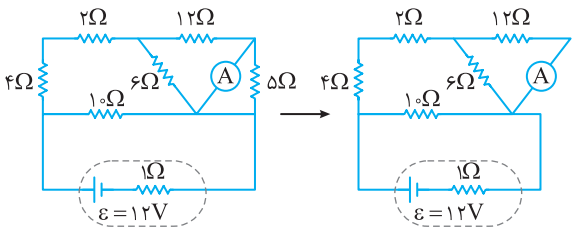
$$R_{eq}=R_{12}+R_3=4/8+3\Rightarrow R_{eq}=7/8\Omega$$

آمپرسنج با باتری متوالی است و جریان کل را نشان می‌دهد.

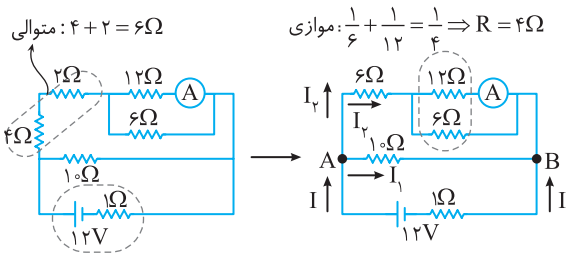
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{34}{7/8+0/7}\Rightarrow I=\frac{34}{8/5}\Rightarrow I=4A$$

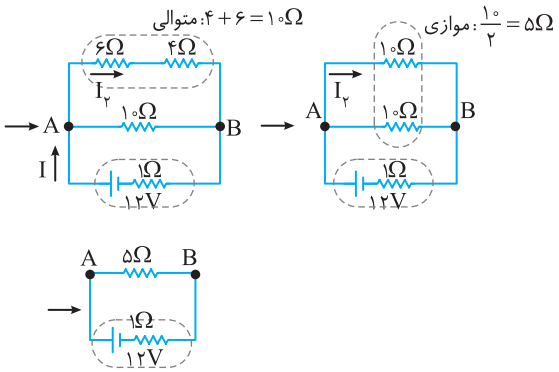
C ۱۵۷۴ **۲**

خط فکری مقاومت آمپرسنج ناچیز بوده و آمپرسنج شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل کرده و در این مدار نقش اتصال کوتاه را برای مقاومت ۵Ω ایفا می‌کند. با توجه به مدار زیر پس از حذف مقاومت ۵Ω، آمپرسنج و مقاومت ۱۲Ω با هم متوالی هستند، بنابراین آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω را نشان می‌دهد.



۱ تحلیل مدار را شروع می‌کنیم تا جریان مقاومت ۱۲Ω را به‌دست آوریم. ابتدا مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

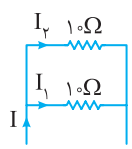




۲ مقاومت معادل مدار $R_{eq}=5\Omega$ است و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5+1}\Rightarrow I=2A$$

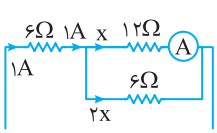
۳ با توجه به مدار شمارهٔ (۴) رسم شده، جریان به دو مقاومت ۱۰Ω موازی می‌رسد:



$$I=I_1+I_2\xrightarrow[I_1=I_2]{R_1=R_2}I_1=I_2=1A$$

۴ جریان شاخهٔ بالا برابر ۱A است. این جریان بین دو شاخهٔ موازی ۱۲Ω و ۶Ω (در مدار ۲) تقسیم می‌شود.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر از مقاومت ۱۲Ω جریان x بگذرد از مقاومت ۶Ω جریان ۲x خواهد گذشت

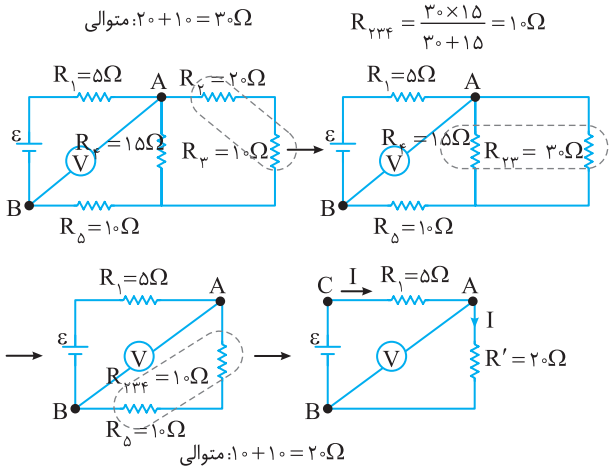


$$x+2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$$

بنابراین آمپرسنج جریان $\frac{1}{3}$ آمپر را نشان می‌دهد.

۴ ۱۵۷۵ B

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد. یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_۲$ ، $R_۳$ ، $R_۴$ و $R_۵$ را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل این قسمت را حساب می‌کنیم.



از این جا به بعد کمی خوش فکری لازم است. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است، یعنی مقاومت $R_۱=۵\Omega$ و مقاومت معادل $R'=۲۰\Omega$ دارای جریان برابر هستند. ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰Ω را ۶ولت نشان داده است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱=۵\Omega$ خواهد شد:

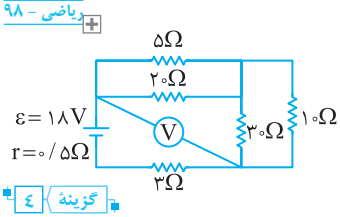
$$\begin{cases} V_{AC}=IR_۱ \\ V_{AB}=IR' \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{V_{AC}}{۶}=\frac{۵}{۲۰}\Rightarrow V_{AC}=۱/۵V$$

در نتیجه ولتاژ دو سر مولد یعنی V_{BC} خواهد شد:

$$V_{BC}=V_{CA}+V_{AB}=۱/۵+۶=۷/۵V$$

بازی با سؤال در شکل زیر ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟

ریاضی - ۹۸

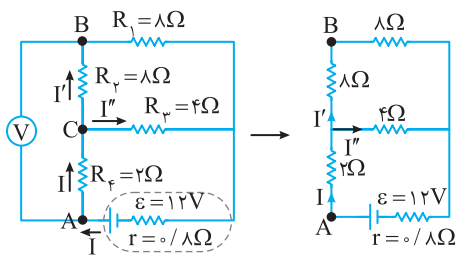


۱) ۱۵
۲) ۱/۲
۳) ۱۲/۴
۴) ۱۳/۸

گزینهٔ ۴

۲ ۱۵۷۶ C

خط فکری مسئله کمی پیچیده است. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد که بین این دو نقطه دو مقاومت $R_۲$ و $R_۴$ قرار دارد، بنابراین باید ولتاژ مقاومت $R_۴$ و ولتاژ مقاومت $R_۲$ را به‌دست آورید، تا بتوانید عدد ولت‌سنج را حساب کنید.



۱ از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد. مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی و با مقاومت $R_۳$ موازی است.

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۸+۸=۱۶\Omega \ , \ R_{۱۲۳}=\frac{۱۶\times۴}{۱۶+۴}=\frac{۱۶\times۴}{۵\times۴}=\frac{۳۲}{۱۰}=۳/۲\Omega$$

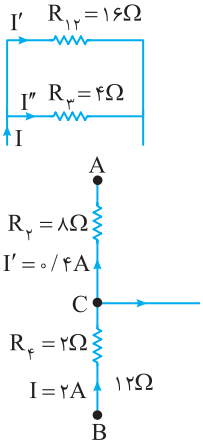
مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=R_{۱۲۳}+R_۴=۳/۲+۲=۵/۲\Omega$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۵/۲+۰/۸}\Rightarrow I=۲A$

۳ جریان I بین دو مقاومت موازی $R_{۱۲}$ و $R_۳$ به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

$$R_{۱۲}=۴R_۳\Rightarrow I''=۴I'\Rightarrow I=I'+I''\Rightarrow ۲=۵I'$$

$$\Rightarrow I'=\frac{۲}{۵}=۰/۴A \ , \ I''=۱/۶A$$



۴ اکنون با داشتن جریان مقاومت $R_۴$ و جریان مقاومت $R_۲$ می‌توان با جمع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۲$ عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد را به‌دست آورد.

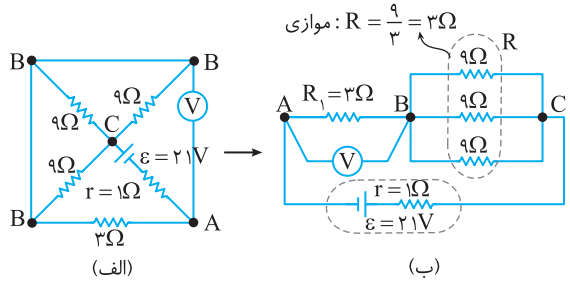
$$V_{AB}=V_۴+V_۲=IR_۴+I'R_۲$$
$$=۲\times۲+۰/۴\times۸=۷/۲V$$

۲ ۱۵۷۷ B

خط فکری راهی به جز نام‌گذاری و ساده کردن مدار نداریم، تا تشخیص دهیم کدام مقاومت‌ها متوالی و کدام مقاومت‌ها موازی هستند و بتوانیم مقاومت معادل، جریان مدار و در آخر عدد ولت‌سنج را حساب کنیم.

۱ ابتدا مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. مقاومت‌های ۹Ω بین B و C قرار دارد و مقاومت ۳Ω بین A و B قرار گرفته است. دقت کنید که ولت‌سنج هم بین A و B قرار دارد و در واقع اختلاف پتانسیل مقاومت ۳Ω را نشان می‌دهد.

موازی: $R=\frac{۹}{۳}=۳\Omega$



۲ هر سه مقاومت ۹Ω بین دو نقطه B و C بسته شده و موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است. در نتیجه: $R_{eq}=R_۱+۳=۶\Omega$

۳ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۱}{۶+۱}=۳A$

۴ ولت‌سنج، ولتاژ بین A و B یا همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ (در مدار ب) را نشان می‌دهد. از مقاومت $R_۱$ که با باتری متوالی است جریان باتری یعنی ۳Ω می‌گذرد، بنابراین: $V=R_۱I=۳\times۳=۹V$

۴ ۱۵۷۸ B

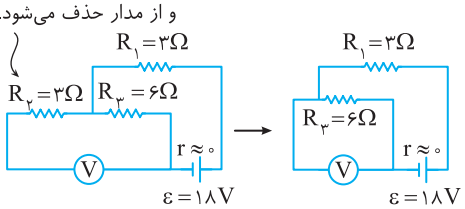
به دلیل مقاومت بزرگ ولت‌سنج از شاخه‌ای که در آن ولت‌سنج قرار می‌گیرد جریانی عبور نمی‌کند و هر مقاومتی هم که با ولت‌سنج متوالی شود از آن جریان عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود و بنابراین با توجه به شکل مقاومت $R_۲=۳\Omega$ از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω متوالی شده و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد: $R_{eq}=۳+۶=۹\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۸}{۹+۰}=۲A$

ولت‌سنج به دو سر مقاومت $R_۳=۶\Omega$ بسته شده و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω را نشان می‌دهد، از این رو ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω برابر است با:

$$V_{۶\Omega}=R_{۶\Omega}I=۶\times۲=۱۲V$$

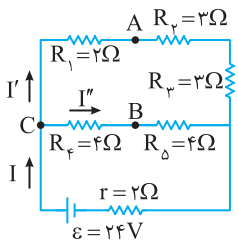
از مقاومت جریان عبور نکرده و از مدار حذف می‌شود.



۱۵۷۹ C ۱

خط فکری ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و جریان هر شاخه را حساب کنید. اما در مورد اختلاف پتانسیل بین A و B نمی‌توانید مستقیماً عمل کنید، ابتدا باید نقطه‌ای مشترک بین دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω مانند نقطه C را مشخص کنید. اختلاف پتانسیل مقاومت R_1 که بین A و C است برابر V_C-V_A است و اختلاف پتانسیل R_4 که بین B و C است برابر V_C-V_B است.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 متوالی هستند:

$$R_{123}=R_1+R_2+R_3=2+3+3$$
$$\Rightarrow R_{123}=8\Omega$$

مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی هستند.

$$R_{45}=R_4+R_5\Rightarrow R_{45}=4+4=8\Omega$$

مقاومت‌های R_{123} و R_{45} با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{8}{2}=4\Omega$$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$$

۳ دو شاخهٔ بالایی و پایینی موازی و دارای مقاومت یکسان 8Ω هستند، بنابراین جریان کل مدار (4A) به دو جریان مساوی $I'=I''=\frac{4}{2}=2A$ تقسیم می‌شود.

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 (V_C-C_A) برابر است با:

$$V_C-V_A=I'R_1=2\times2=4V \quad (I)$$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_4 (V_C-V_B) برابر است با:

$$V_C-V_B=I''R_4=2\times4=8V \quad (II)$$

۶ برای به‌دست آوردن ولتاژ بین A و B دو معادلهٔ (I) و (II) را ازهم کم می‌کنیم:

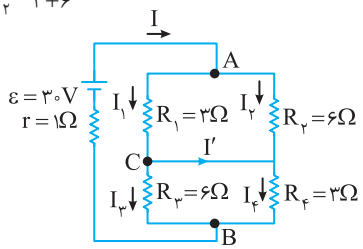
$$V_C-V_A-(V_C-V_B)=4-8\Rightarrow V_A-V_B=4V$$

۱۵۸۰ B ۱

خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا جریان کل مدار را به کمک مقاومت معادل به‌دست بیاورید، سپس باید جریان تک‌تک مقاومت‌ها را حساب کرد و در آخر با توجه به جریان مقاومت‌ها به سراغ جریان عبوری از سیم بدون مقاومت یعنی جریان I' بروید.

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند:

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times6}{3+6}=2\Omega$$



مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند:

$$R_{34}=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

مقاومت‌های R_{12} و R_{34} متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{12}=2\Omega,\ R_{34}=2\Omega \quad R_{eq}=R_{12}+R_{34}=2+2=4\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{30}{4+1}\Rightarrow I=6A$$

۳ مقاومت $R_2=6\Omega$ دو برابر مقاومت $R_1=3\Omega$ است، از طرفی در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت $R_2=6\Omega$ برابر I_2 باشد، جریان مقاومت $R_1=3\Omega$ دو برابر آن خواهد بود و $I_1=2I_2$ است از این رو:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow6=2I_2+I_2\Rightarrow I_2=2A, I_1=4A$$

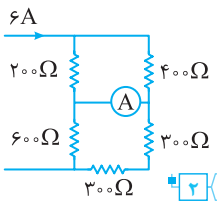
همین مطلب در مورد مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز درست است و جریان $I_4=4A$ و جریان $I_3=2A$ می‌شود.

۴ برای نقطهٔ C روی شکل می‌توانید بنویسید: $I_1=I_3+I'\Rightarrow4=2+I'\Rightarrow I'=2A$

بازی با سوال در مدار زیر، جریان عبوری از آمپرسنج چند آمپر است؟

ریاضی - ۹۰

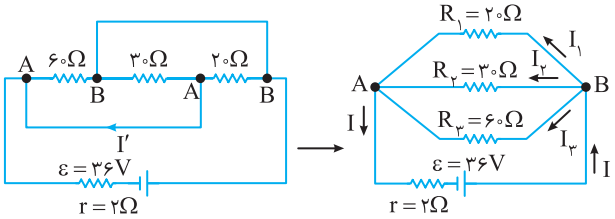
۱) صفر ۲) ۱
۳) ۳ ۴) ۴



گزینهٔ ۲

۱۵۸۱ C ۳

با نام‌گذاری دو سر سیم‌های بدون مقاومت مدار را مجدداً رسم می‌کنیم.



سه مقاومت موازی هستند، مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\Rightarrow R_{eq}=10\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{36}{10+2}=3A$$

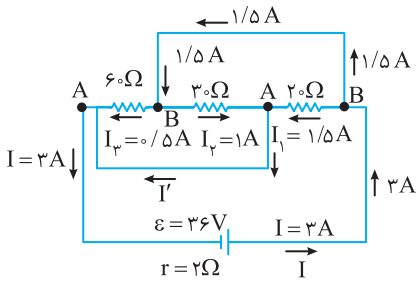
اختلاف پتانسیل دو سر مدار و دو سر تک‌تک مقاومت‌ها با هم برابر است، زیرا مقاومت‌ها با هم موازی‌اند. ولتاژ بین A و B خواهد شد: $V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow3\times10=30V$

و جریان هر مقاومت برابر خواهد شد با:

$$I_1=\frac{30}{20}=1/5A\ ,\ I_2=\frac{30}{30}=1A\ ,\ I_3=\frac{30}{60}=0/5A$$

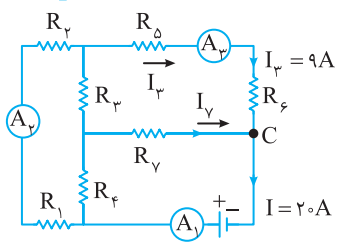
به شکل زیر نگاه کنید. مسیر جریان از باتری را رسم کرده‌ایم. اما شما به دقت به نقطه A نگاه کنید. جریان‌های $I'=?$ و $I_3=0/5A$ با هم وارد نقطهٔ A می‌شوند و جریان کل مدار $I=3A$ از آن خارج می‌شود، بنابراین جریان I' خواهد شد:

$$I=I'+I_3\Rightarrow3=I'+0/5\Rightarrow I'=2/5A$$



نکتهٔ مهم همواره در یک مدار جهت جریان در هر مقاومت از پایانه مثبت باتری به سوی پایانهٔ منفی باتری است (در این مسئله از نقطهٔ B به سوی نقطهٔ A). با این نکته شما می‌توانید جریان I_1 و I_2 و I_3 را در شکل به خوبی درک کنید.

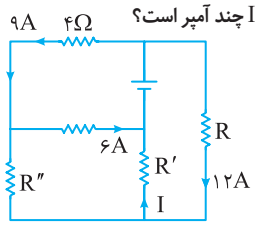
۱۵۸۲ C ۴



پیچیدگی مدار و آمپرسنج‌های مختلف شما را گول نزند. آمپرسنج A_1 که به باتری به‌طور متوالی وصل است، جریان کل مدار را نشان می‌دهد (20A) و آمپرسنج A_3 نیز جریان مقاومت‌های R_5 و R_6 را نشان می‌دهد (9A). اکنون به نقطهٔ C دقت کنید، دو جریان $I_3=9A$ و I_7 وارد C می‌شوند و جریان $I=20A$ از آن خارج می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_7+I_3=I\Rightarrow I_7+9=20\Rightarrow I_7=11A$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر جریان I چند آمپر است؟



ریاضی - ۹۷

۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۱۴

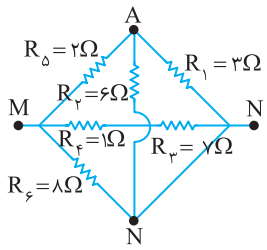
گزینهٔ ۱

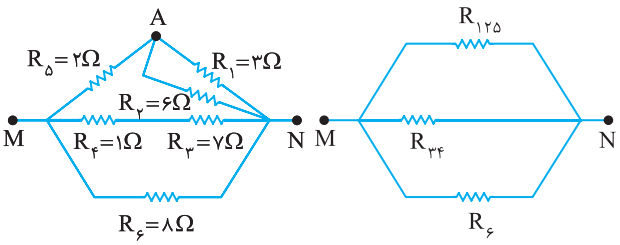
پنجره دوجداره

B ۱۵۸۳ | ۲

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند، با یک حرف نام‌گذاری می‌شوند.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ بین A و N بسته شده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی بوده و موازی با مقاومت $R_۶$ است بین M و N بسته شده‌اند و مقاومت $R_۵$ بین A و M است، از این‌رو مدار به صورت زیر است:

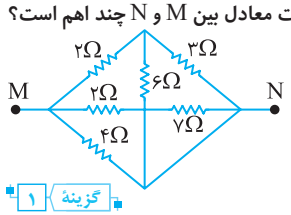




$$R_{۱۲}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega\ ,\ R_{۱۲۵}=۲+۲=۴\Omega\ ,\ R_{۳۴}=۱+۷=۸\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲۵}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}+\frac{۱}{R_۶}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

بازی با سؤال در شکل زیر مقاومت معادل بین M و N چند اهم است؟

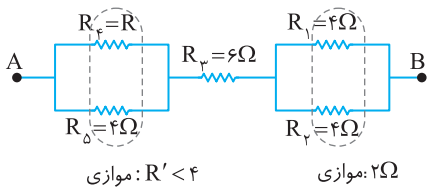


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۱

B ۱۵۸۴ | ۲

یادآوری مقاومت معادل چند مقاومت موازی از تک‌تک آن مقاومت‌ها کوچک‌تر است.



$R'<۴$: موازی ۲Ω :موازی

ابتدا از مقاومت‌هایی که داریم شروع کنیم، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۱$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$$

این مقاومت با مقاومت $R_۳=۶\Omega$ متوالی است، بنابراین: $R_{۱۲۳}=۶+۲=۸\Omega$

در نتیجه مقاومت معادل هر چه هست از ۸Ω بزرگ‌تر است و گزینه (۱) نادرست است.

اما به سراغ مقاومت‌های $R_۵=۴\Omega$ و $R_۴=R$ می‌رویم که با هم موازی‌اند. با توجه به یادآوری، مقاومت معادل آن‌ها قطعاً از ۴Ω کمتر است $(R_{۴۵}<۴\Omega)$

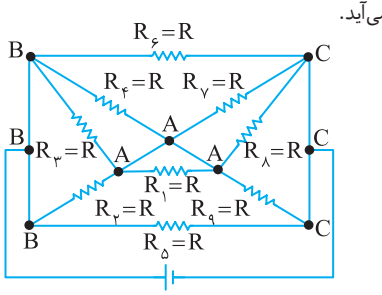
مقاومت $R_{۴۵}$ با مقاومت $R_{۱۲۳}$ متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

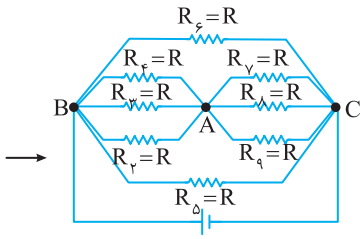
$$R_{eq}=R_{۴۵}+R_{۱۲۳}\Rightarrow R_{eq}=R_{۴۵}+۸\xrightarrow{R_{۴۵}<۴}R_{eq}<۱۲\Omega$$

و تنها گزینهٔ کمتر از ۱۲Ω گزینهٔ (۲) است.

B ۱۵۸۵ | ۲

با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر می‌کنیم و دو سر مقاومت $R_۱$ دارای نام یکسان است، بنابراین مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ بین دو نقطهٔ A و B بوده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های $R_۷$، $R_۸$ و $R_۹$ بین A و C بوده و با هم موازی‌اند و مقاومت $R_۶$ و $R_۵$ بین C و B است و مدار به شکل زیر درمی‌آید.



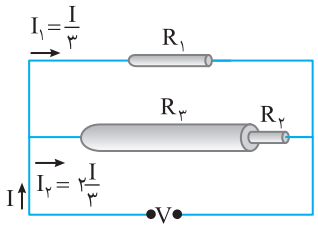


$$R_{AB}=\frac{R}{۳}\ ,\ R_{AC}=\frac{R}{۳}$$

$$R'=\frac{R}{۳}+\frac{R}{۳}=\frac{۲R}{۳}\ ,\ \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۳}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲+۳+۲}{۲R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۷}R$$

C ۱۵۸۶ | ۴

با توجه به فرض مسئله جریان گذرنده از $R_۱$، $\frac{۱}{۳}$ برابر جریان کل مدار است، بنابراین $\frac{۲}{۳}$ جریان کل مدار از شاخهٔ شامل مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ می‌گذرد. یعنی جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ $R_۱$ است $(I_۲=۲I_۱)$، در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، بنابراین مقاومت شاخهٔ پایینی نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است. $R_۲+R_۳=\frac{۱}{۲}R_۱$



اکنون به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌رویم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم. سه سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها برابر است.

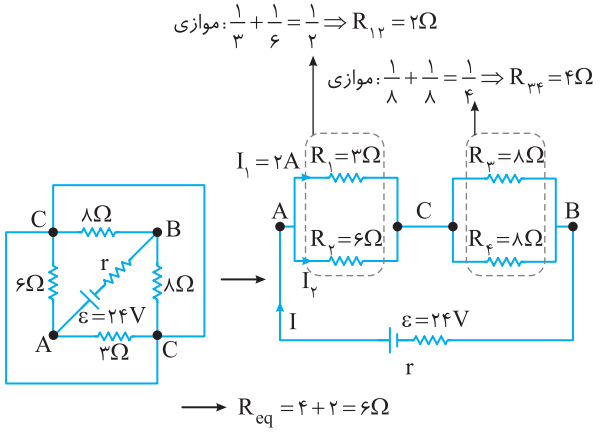
$$\rho\frac{L_۲}{A_۲}+\rho\frac{L_۳}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\rho\frac{L_۱}{A_۱}\xrightarrow[L_۳=۲L_۱]{A_۱=A_۲}\frac{L_۲}{A_۲}+\frac{۲L_۱}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\frac{L_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow{L_۲=\frac{۱}{۳}L_۱}\frac{\frac{۱}{۳}L_۱}{A_۲}+\frac{۲L_۱}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\frac{L_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{۱}{۳A_۲}+\frac{۲}{A_۳}=\frac{۱}{۲A_۲}$$

$$\frac{۲}{A_۳}=\frac{۱}{۲A_۲}-\frac{۱}{۳A_۲}\Rightarrow\frac{۲}{A_۳}=\frac{۳-۲}{۶A_۲}\Rightarrow A_۳=۱۲A_۲$$

B ۱۵۸۷ ۴

با نام‌گذاری نقاط مشخص می‌شود که دو مقاومت ۸Ω بین نقاط B و C قرار دارند و موازی‌اند و دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω بین نقاط A و C وصل شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند. اکنون شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:



$$\longrightarrow R_{eq}=۴+۲=۶\Omega$$

جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ برابر $۲A$ است. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با هم موازی‌اند پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow R_۱I_۱=R_۲I_۲$$
$$\Rightarrow ۲\times۳=۶\times I_۲\Rightarrow I_۲=۱A$$

جریان مدار (I) خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=۲+۱=۳A$$

اکنون می‌توان مقاومت درونی باتری را حساب کرد.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۳=\frac{۲۴}{۶+r}\Rightarrow r=۲\Omega$$

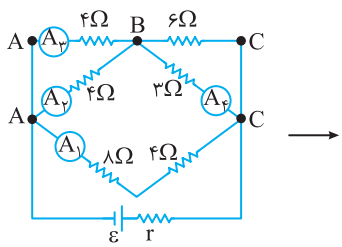
افت پتانسیل در باتری خواهد شد:

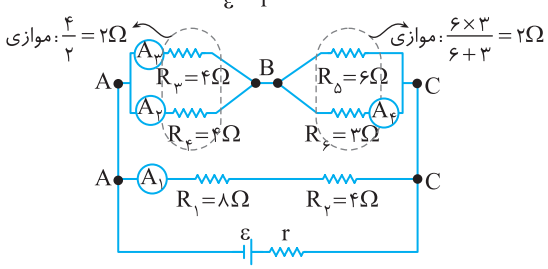
$$Ir=۳\times۲=۶V$$

B ۱۵۸۸ ۴

خط فکری آمپرسنج با هر مقاومتی متوالی بسته شده باشد، جریان آن مقاومت را نشان می‌دهد. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها باهم برابرند اما در مقاومت‌های موازی جریان‌ها با مقاومت نسبت وارون دارند، بنابراین ابتدا باید متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را مشخص کنید.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها بهتر مشخص شود.





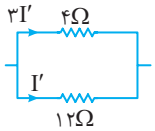
مقاومت معادل شاخهٔ بالایی خواهد شد:

$$R_{\text{بالایی}}=۲+۲=۴\Omega$$

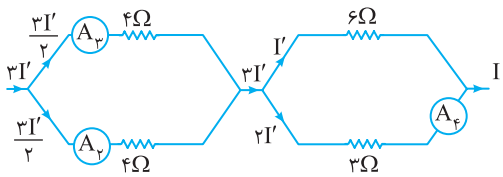
مقاومت معادل شاخهٔ پایینی برابر است با:

$$R_{\text{پایینی}}=۸+۴=۱۲\Omega$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر به مقاومت ۱۲Ω جریان I' برسد، از مقاومت ۴Ω جریان $۳I'$ عبور می‌کند.

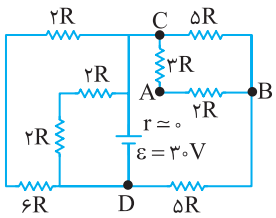


آمپرسنج $A_۱$ جریان شاخهٔ پایینی یعنی I' را نشان می‌دهد. در شاخهٔ بالایی دو مقاومت ۴Ω با هم موازی هستند و اگر جریان در شاخهٔ بالایی $۳I'$ باشد، از هر یک از مقاومت‌های ۴Ω جریان $۳\frac{I'}{۲}$ می‌گذرد. اما در مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω، جریان مقاومت ۳Ω دو برابر جریان مقاومت ۶Ω است، یعنی از جریان $۳I'$، I' از مقاومت ۶Ω و $۲I'$ از مقاومت ۳Ω می‌گذرد. بنابراین آمپرسنج‌های $A_۲$ و $A_۳$ که به مقاومت ۴Ω متصل بوده جریان $۱/۵I'$ را نشان می‌دهند و آمپرسنج $A_۴$ که به مقاومت ۳Ω وصل است بیشترین جریان یعنی $۲I'$ را نشان می‌دهد.

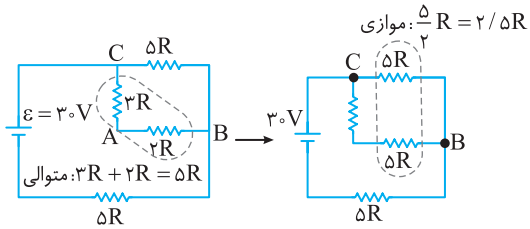


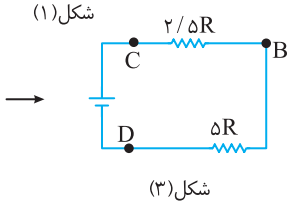
B ۱۵۸۹ ۲

خط فکری به اولین چیزی که باید دقت کنید این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر آن همواره $V=\varepsilon=۳۰V$ است. به این باتری دو شاخه متصل است یکی در سمت راست آن و دیگری در سمت چپ آن که هر دو با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر هر دو شاخه $۳۰V$ است و در جریان شاخهٔ سمت راست، شاخهٔ سمت چپ نقشی نخواهد داشت، مدار را تنها در شاخهٔ سمت راست بررسی کنید.



مدار شاخهٔ سمت راست را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.





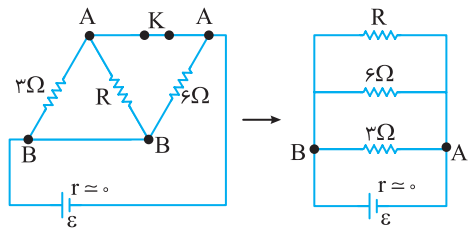
شکل(۳)

مقاومت‌های $۲/۵R$ و $۵R$ متوالی هستند و در مقاومت‌های متوالی، اختلاف پتانسیل با مقاومت نسبت مستقیم دارد. بنابراین $۳۰V$ به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود، یعنی ولتاژ دو سر $۵R$ دو برابر ولتاژ دو سر $۲/۵R$ است، بنابراین $V_{CB}=۱۰V$ و $V_{BD}=۲۰V$ است. اکنون به شکل (۱) نگاه کنید. ولتاژ دو سر BC، $۱۰V$ شده است که به نسبت ۲ به ۳ تقسیم می‌شود. یعنی ولتاژ AB برابر است با:

$$V_{AB}=\frac{۱۰}{۳+۲}\times۲=۴V$$

B ۱ ۱۵۹۰

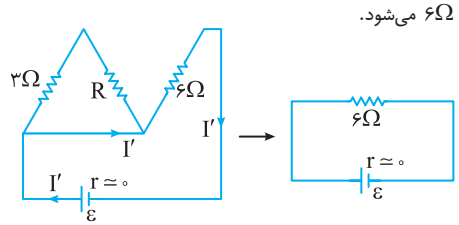
حالت اول: هنگامی که کلید بسته است هر سه مقاومت با هم موازی می‌باشند.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲R}{۲+R}$$

جریان مدار خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{\frac{۲R}{۲+R}}\Rightarrow I=\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$

حالت دوم: با باز شدن کلید مقاومت‌های ۳Ω و R اتصال کوتاه می‌شوند و مقاومت مدار برابر ۶Ω می‌شود.



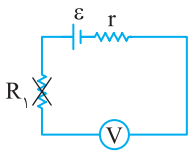
جریان مدار خواهد شد: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۶}$

با توجه به فرض مسئله $I'=\frac{۱}{۴}I$ بنابراین: $\frac{\varepsilon}{۶}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$

$$۸R=۱۲+۶R\Rightarrow ۲R=۱۲\Rightarrow R=۶\Omega$$

B ۱ ۱۵۹۱

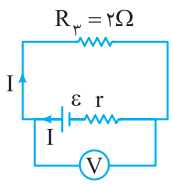
حالت اول: هنگامی که دو کلید باز هستند مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ در مدار حضور ندارند. از طرفی مقاومت $R_۱$ با ولتسنج متوالی است و به دلیل مقاومت زیاد ولتسنج جریانی از $R_۱$ نمی‌گذرد و $R_۱$ از مدار حذف می‌شود و ولتسنج نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد بنابراین:



حالت اول

$$\varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم: هنگامی که کلید $K_۱$ بسته می‌شود، مقاومت $R_۳$ وارد مدار شده و در واقع ولتسنج ولتاژ دوسر مقاومت $R_۳$ را نشان می‌دهد (۱۲V).



حالت دوم

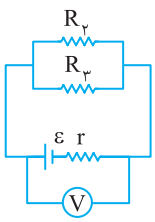
$$V=R_۳I\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R_۳+r}}$$

$$۱۲=R_۳\left(\frac{\varepsilon}{R_۳+r}\right)$$

$$\Rightarrow ۱۲=۲\times\frac{۱۵}{۲+r}\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۲+r}$$

$$\Rightarrow ۴+۲r=۵\Rightarrow r=۰/۵$$

حالت سوم: هنگامی که هر دو کلید بسته می‌شوند مقاومت $R_۲$ نیز وارد مدار می‌شود و مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند. در این حالت ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را ۱۰V نمایش می‌دهد، از این‌رو:



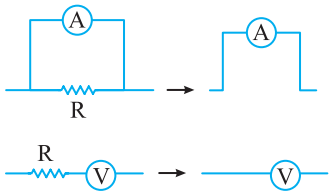
حالت سوم

$$V=R_{eq}I\Rightarrow ۱۰=R_{eq}\times\frac{۱۵}{R_{eq}+۰/۵}\Rightarrow R_{eq}=۱\Omega$$

اکنون با داشتن مقاومت معادل، مقاومت $R_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow\frac{۱}{۱}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۲\Omega$$

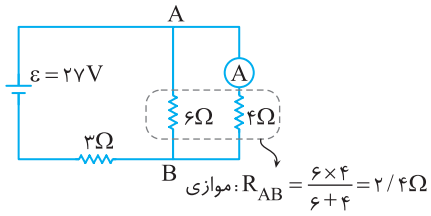
جمع‌بندی مقاومت ولتسنج آرمانی خیلی زیاد است و از شاخهٔ شامل ولتسنج آرمانی، جریانی عبور نمی‌کند، پس اگر مقاومتی با ولتسنج متوالی بسته شود از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود. مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با مقاومتی موازی بسته شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



B ۱ ۱۵۹۲

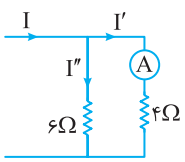
خط فکری در هر حالت باید مقاومت معادل، جریان مدار و تقسیم جریان بین مقاومت‌ها را بررسی کنید.

حالت اول: مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω با هم موازی و معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است، بنابراین: $R_{AB}=\frac{۶\times۴}{۶+۴}=۲/۴\Omega$



مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=۳+۲/۴=۵/۴\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{۲۷}{۵/۴}\Rightarrow I=۵A$

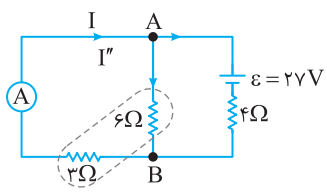


جریان ۵A باید بین دو مقاومت موازی ۴Ω و ۶Ω تقسیم شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω، ۱/۵ برابر مقاومت ۴Ω است، پس با توجه به شکل $I'=۱/۵I''$ است:

$$I=I'+I''\Rightarrow ۵=۲/۵I''\Rightarrow I''=۲A\ ,\ I'=۱/۵I''=۳A$$

آمپرسنج جریان I' یعنی ۳A را نشان می‌دهد.

حالت دوم: جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم. این بار مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است.



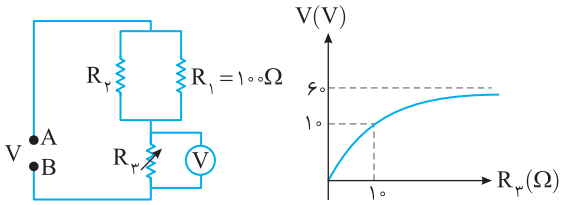
بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۲+۴=۶\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{۲۷}{۶}=۴/۵A$

این جریان در دو مقاومت موازی ۶Ω و ۳Ω به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود و از مقاومت ۶Ω جریان ۱/۵A و از مقاومت ۳Ω جریان ۳A می‌گذرد و آمپرسنج عدد ۳A را نشان می‌دهد. بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد یک برابر می‌شود.

۱۵۹۳ C ۲

مقاومت $R_۳$ با منبع نیروی محرکه متوالی است و هر چه مقاومت $R_۳$ بزرگ‌تر شود جریان مدار کمتر می‌شود $(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r})$ و وقتی $R_۳$ خیلی بزرگ شود از مدار جریانی ناچیز می‌گذرد و ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ عملاً صفر می‌شود. در این حالت عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد به نیروی محرکه باتری نزدیک می‌شود. بنابراین با توجه به نمودار نیروی محرکه ۶۰V است. $(V_{AB}=۶۰V)$



به نمودار نگاه کنید. در لحظه‌ای که مقاومت $R_۳=۱۰\Omega$ است، ولت‌سنج عدد ۱۰V را نشان می‌دهد. در این حالت جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ در این حالت برابر است با:

$$V_{AB}=V_{۱۲}+V_۳ \xrightarrow[V_{AB}=۶۰V]{V_۳=۱۰V} V_{۱۲}=۶۰-۱۰=۵۰V$$

مقاومت معادل $R_{۱۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$V_{۱۲}=IR_{۱۲}\Rightarrow ۵۰=۱\times R_{۱۲}\Rightarrow R_{۱۲}=۵۰\Omega$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و معادل آن‌ها ۵۰Ω شده است بنابراین:

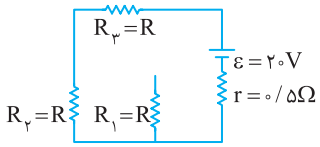
$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۱۰۰\Omega$$

۱۵۹۴ C ۱

خط فکری بیشینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار کمینه باشد و کمینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار بیشینه باشد. بنابراین باید به سراغ یافتن بیشینه مقاومت مدار و کمینه مقاومت مدار برویم. برای این کار حالت‌های مختلف باز و بسته بودن کلیدها را بررسی می‌کنیم.

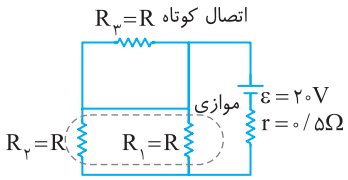
حالت اول: هر دو کلید باز باشد.

در این صورت با توجه به شکل مقاومت $R_۱$ در مدار حضور ندارد، زیرا یک سر آن به جایی وصل نیست. در این حالت مقاومت معادل برابر است با:



$$R_{eq_۱}=R_۲+R_۳\Rightarrow R_{eq}=۲R$$

حالت دوم: هر دو کلید بسته باشد. در این حالت دو سر مقاومت $R_۳$ با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده و $R_۳$ اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌شود و در مدار دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ باقی می‌ماند و مقاومت معادل خواهد شد:

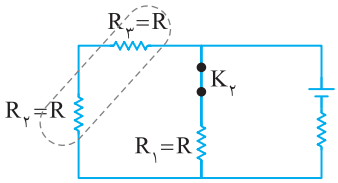


$$R_{eq}=\frac{R}{n}\xrightarrow{n=۲}R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}$$

حالت سوم: کلید $K_۱$ باز و کلید $K_۲$ بسته باشد. مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی و معادل آن‌ها با $R_۱$ موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_۳}=\frac{۲R\times R}{۲R+R}=\frac{۲}{۳}R$$

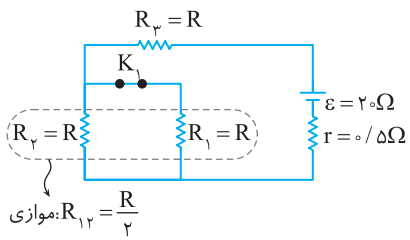
متوالی: $R+R=۲R$



حالت چهارم: کلید $K_۱$ بسته و کلید $K_۲$ باز است.

در این حالت مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و معادل آن‌ها با $R_۳$ متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_۴}=R+\frac{R}{۲}=۳\frac{R}{۲}$$



به مقاومت‌های معادل به‌دست آمده نگاه کنید. مقاومت $R_{eq_۱}=۲R$ و مقاومت $R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}$ به ترتیب بیشینه و کمینه مقاومت هستند. بنابراین:

$$I_{min}=\frac{\varepsilon}{۲R+r}=\frac{۲۰}{۲R+۰/۵}\ ,\ I_{max}=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}=\frac{۲۰}{\frac{R+۲\times۰/۵}{۲}}=\frac{۴۰}{R+۱}$$

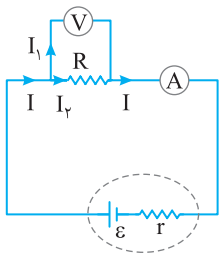
نسبت $\frac{I_{max}}{I_{min}}$ بنا به فرض مسئله ۲/۵ است، از این‌رو:

$$\frac{۴۰}{R+۱}=۲/۵\times\frac{۲۰}{۲R+۰/۵}\Rightarrow ۲/۵R+۲/۵=۴R+۱\Rightarrow ۱/۵=۱/۵R\Rightarrow R=۱\Omega$$

۱۵۹۵ C ۱

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد که این اختلاف پتانسیل برابر $V=I_۲R$ است. از طرفی جریان $I_۲$ از جریان اصلی مدار (I) کمتر است. یعنی از عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کمتر است. در نتیجه:

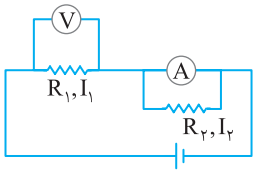
$$I_۲<I\Rightarrow I_۲R<IR\Rightarrow V<IR\Rightarrow\frac{V}{I}<R$$



۱۵۹۶ B ۱

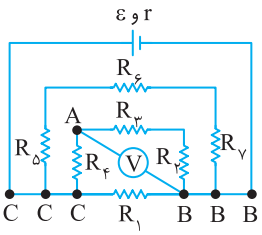
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ را نشان می‌دهد. جریان مقاومت $R_۱$ برابر $I_۱$ است. در این صورت:

$$V=I_۱R_۱\Rightarrow R_۱=\frac{V}{I_۱}$$

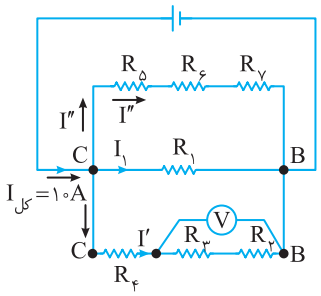


۱ ۱۵۹۷ C

با توجه به نام‌گذاری شکل عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $V_A - V_B$ می‌باشد. حال شکل مدار را ساده‌تر می‌کشیم.

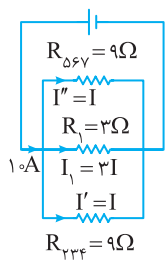


همان‌طور که از مدار مشخص است R_5 و R_6 و R_7 با هم متوالی‌اند و هم‌چنین R_2 ، R_3 و R_4 نیز با هم متوالی‌اند و مقاومت‌های R_{567} و R_{234} و R_1 (که بین دو نقطه C و B است)، با هم موازی‌اند.



$$\begin{cases} R_{567} = R_5 + R_6 + R_7 = 3+3+3 = 9\Omega \\ R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 = 3+3+3 = 9\Omega \end{cases}$$

سه شاخه موازی داریم. اگر جریان شاخهٔ بالایی و پایینی که دارای مقاومت‌های یکسان 9Ω هستند را I بنامیم، جریان شاخهٔ وسط که مقاومتش $\frac{1}{3}$ شاخه‌های دیگر است، برابر $3I$ خواهد شد: $I_1 = 3I$ بنابراین می‌توان نوشت:



$$I_{کل} = I + 3I + I \Rightarrow 10 = 5I \Rightarrow I = 2A$$

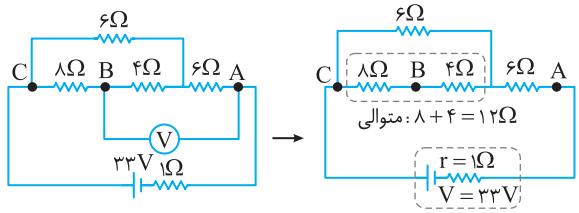
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های متوالی R_2 و R_3 را نشان‌می‌دهد. ازاین‌رو: $V_{AB} = I(R_2 + R_3) = 2(3+3) = 12V$

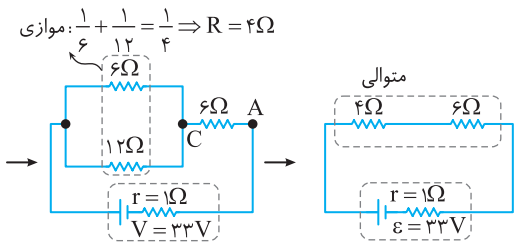
۲ ۱۵۹۸ C

یادآوری از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی، جریانی عبور نمی‌کند و با توجه به شکل ولت‌سنج در واقع تنها اختلاف پتانسیل نقاط A و B را نشان داده و تأثیری در مدار ندارد.

۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد.

ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم:

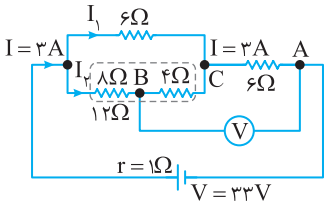




۲ بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq} = 4 + 6 = 10\Omega$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{33}{10+1} = 3A$

۴ حال جریان عبوری از مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:



مقاومت‌های 6Ω و 12Ω با هم موازی‌اند، پس ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$V_{6\Omega} = V_{12\Omega} \Rightarrow 6I_1 = 12I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3A \Rightarrow 3I_2 = 3A \Rightarrow I_2 = 1A \quad , \quad I_1 = 2A$$

جریان عبوری از مقاومت‌های 8Ω و 4Ω باهم برابر است (مقاومت‌ها متوالی‌اند) و برابر $1A$ می‌باشد.

۵ اختلاف پتانسیل بین A و B برابر مجموع اختلاف پتانسیل‌های V_{BC} و V_{CA} است. اختلاف پتانسیل V_{BC} و V_{CA} را به‌دست می‌آوریم.

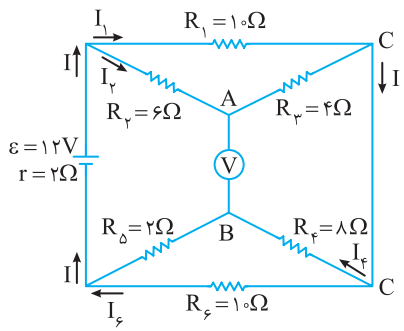
$$V_{BC} = I_2 R_{BC} \Rightarrow V_{BC} = 1 \times 4 = 4V$$

$$V_{CA} = IR_{CA} \Rightarrow V_{CA} = 3 \times 6 = 18V$$

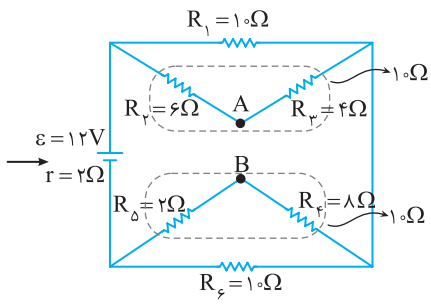
سرانجام اختلاف پتانسیل V_{AB} برابر است با: $V_{AB} = 4 + 18 = 22V$

۳ ۱۵۹۹ B

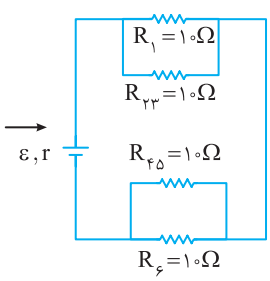
خط فکری از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد، بنابراین در ذهن خود ولت‌سنج را از مدار بردارید. در واقع ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین A و B را نشان می‌دهد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید مقاومت معادل را حساب کنید. جریان مدار و جریان هر شاخه را به‌دست بیاورید تا بتوانید ولتاژ دو سر ولت‌سنج (V_{AB}) را حساب کنید.



(۱)



(۲)



(۳)

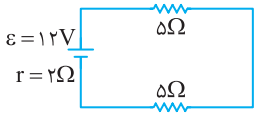
$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند. $R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۶+۴=۱۰\Omega$

$R_{۲۳}$ و $R_۱$ موازی هستند: $R_{۱۲۳}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

$R_۴$ و $R_۵$ متوالی هستند: $R_{۴۵}=۲+۸=۱۰\Omega$

$R_{۴۵}$ با $R_۶$ موازی هستند: $R_{۴۵۶}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

در نهایت مدار به صورت روبه‌رو است و مقاومت معادل برابر است با:



$R_{eq}=۵+۵=۱۰\Omega$

(۴)

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۰+۲}=۱A$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی و برابرند، بنابراین جریان ۱A به دو قسمت مساوی تقسیم شده از هر شاخهٔ ۰/۵A می‌گذرد. هم‌چنین مقاومت $R_{۴۵}$ با مقاومت $R_۶$ موازی و برابرند و از هر شاخه جریان ۰/۵A می‌گذرد یعنی:

(شکل (۱)): $I_۱=I_۲=I_۴=I_۶=۰/۵A$

با توجه به سوی جریان باید پتانسیل A از پتانسیل C بزرگ‌تر باشد $(V_A>V_C)$. در این صورت:

$V_A-V_C=I_۲\times R_۳=۰/۵\times۴=۲V \quad (۱)$

و پتانسیل C باید از پتانسیل B بیشتر باشد $(V_C>V_B)$. بنابراین:

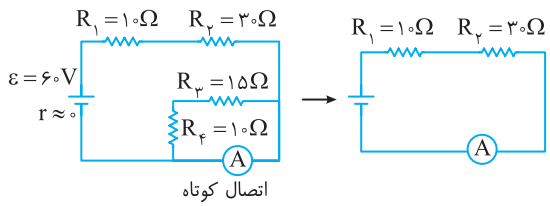
$V_C-V_B=I_۴R_۴=۰/۵\times۸=۴V \quad (۲)$

دو رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم: $V_A-V_B=۶V$

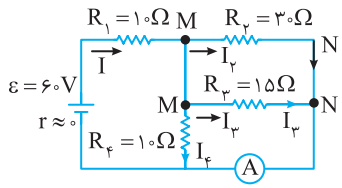
C ۱۶۰۰ ۱

حالت اول: زمانی که کلید باز است مدار به صورت زیر است. در واقع مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه می‌شوند و در مدار نقش ایفا نمی‌کنند و از مدار حذف می‌شوند و در مدار دو مقاومت متوالی ۱۰Ω و ۳۰Ω داریم که آمپرسنج نیز با آن‌ها متوالی است. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۳۰+۱۰}=۱/۵A$



حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، دو سر مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ به هم وصل شده و این دو با هم موازی می‌شوند. از طرفی مقاومت $R_۴$ نیز با آن‌ها موازی است زیرا مقاومت $R_۴$ نیز بین نقاط M و N است و مدار به صورت زیر است:



مقاومت معادل بین دو نقطه MN برابر است با:

$\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}+\frac{۱}{R_۴}\Rightarrow\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱+۲+۳}{۳۰}\Rightarrow R_{MN}=۵\Omega$

مقاومت R_{MN} با مقاومت $R_۱$ متوالی است و مقاومت مدار خواهد شد:

$R_{eq}=R_۱+R_{MN}=۱۰+۵=۱۵\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۱۵}=۴A$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ با اختلاف پتانسیل بین نقاط M و N برابر است. اختلاف پتانسیل بین N و M را حساب می‌کنیم

$V_{MN}=IR_{MN}\Rightarrow V_{MN}=۴\times۵=۲۰V$

با توجه به شکل مدار، آمپرسنج مجموع جریان‌های $I_۲$ و $I_۳$ را نشان می‌دهد.

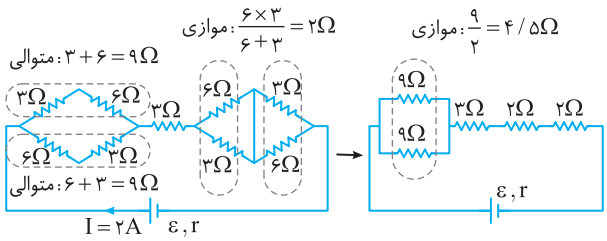
$V_{MN}=۲۰V\Rightarrow\begin{cases}V_{MN}=R_۲I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}A\\V_{MN}=R_۳I_۳\Rightarrow I_۳=\frac{۴}{۳}A\end{cases}$

آمپرسنج جریان $\frac{۲}{۳}+\frac{۴}{۳}=\frac{۶}{۳}=۲A$ را نشان می‌دهد و جریان عبوری از آمپرسنج به اندازهٔ ۲−۱/۵=۰/۵ آمپر تغییر کرده است.

B ۱۶۰۱ ۴

خط فکری آمپرسنج در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند و می‌توان آمپرسنج را برداشت و به جای آن یک سیم قرار داد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان مدار را حساب کنید و با تقسیم جریان بین مقاومت‌ها می‌توانید جریان آمپرسنج را مشخص کنید.

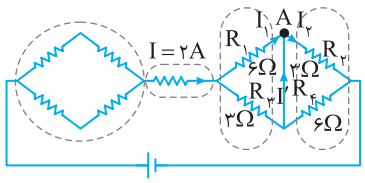
۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



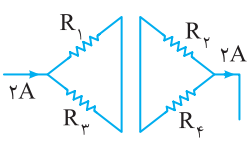
$R_{eq}=۴/۵+۳+۲+۲=۱۱/۵\Omega$

۲ جریان گذرنده از مدار را به‌دست می‌آوریم.

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۵}{۱۱/۵+۱}=۲A$



با توجه به شکل روبه‌رو جریان ۲A بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_۳$ تقسیم می‌شود، هم‌چنین جریان خروجی از این مقاومت‌ها نیز ۲A است که مجدد بین $R_۲$ و $R_۴$ تقسیم شود:



جریان ۲ آمپر بین مقاومت‌های موازی ۳Ω و ۶Ω به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود یعنی از مقاومت‌های ۶Ω جریان $\frac{۲}{۳}$ آمپر و از مقاومت‌های ۳Ω جریان $\frac{۴}{۳}$A می‌گذرد.

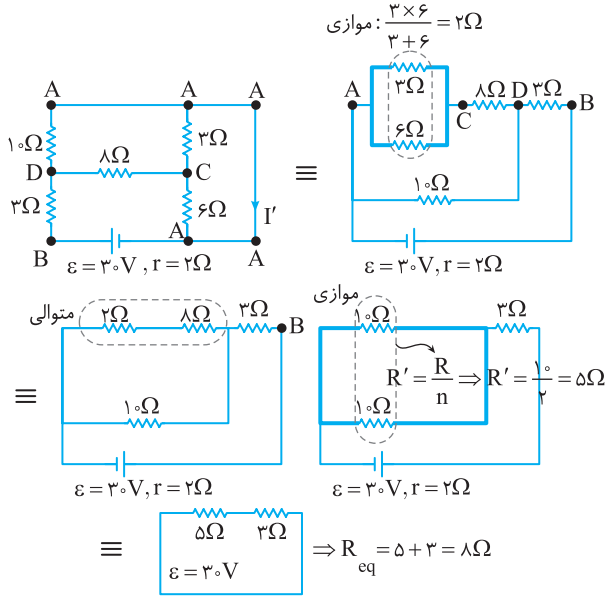
$(I_۲=\frac{۴}{۳}A, I_۱=\frac{۲}{۳}A)$

حال قانون پایستگی بار الکتریکی را برای گره A می‌نویسیم:

$I_۱+I'=I_۲\Rightarrow\frac{۲}{۳}+I'=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I'=\frac{۲}{۳}A$

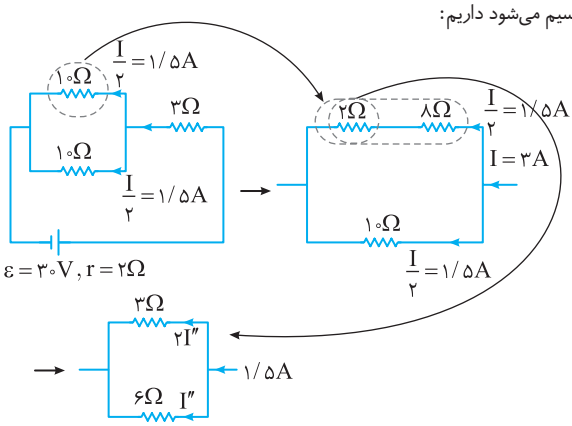
B ۱۶۰۲ ۳

۱ با توجه به نقطه‌گذاری، شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:



۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۸+۲}=۳A$

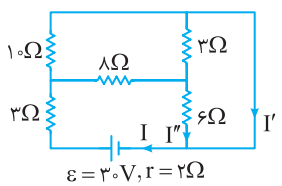
۳ حال با توجه به اینکه جریان در شاخه‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود داریم:



۴ در نمودار اولیه مطابق شکل داریم: $I''+۲I''=۱/۵A\Rightarrow I''=۰/۵A$

۵ مطابق شکل جریان I جمع دو جریان I' و I'' است.

$I=I''+I'\Rightarrow ۳=۰/۵+I'\Rightarrow I'=۲/۵A$



پنجره ۲ روبه‌روی ۳

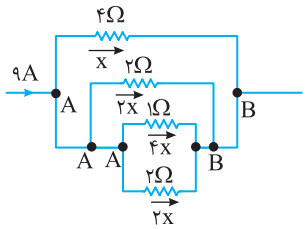
B ۱۶۰۲ ۴

۱ **یادآوری** وقتی لامپ روشن است، دمای رشتهٔ لامپ بیشتر از حالتی است که لامپ خاموش است. از طرفی با افزایش دمای فلزات، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد. در رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ فرض بر این است که مقاومت رشتهٔ لامپ با افزایش دما ثابت می‌ماند و همچنان R است. در حالی که وقتی دمای یک سیم رسانا افزایش می‌یابد، مقاومت الکتریکی آن نیز افزایش یافته و در نتیجه با ثابت ماندن ولتاژ $(V=۲۲۰V)$ توان الکتریکی کاهش می‌یابد.

نمای ۶

A ۱۶۰۲ ۱

۲ **هر چهار مقاومت** با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت ۴Ω را x فرض کنیم، جریان مقاومت‌های ۲Ω اهمی هر کدام $۲x$ و جریان مقاومت ۱Ω برابر $۴x$ می‌شود. از طرفی مجموع جریان‌ها با جریان ورودی به مدار $(۹A)$ برابر است.



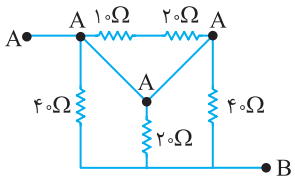
$I_{کل}=x+۲x+۲x+۴x\Rightarrow ۹=۹x\Rightarrow x=۱A$

بنابراین جریان مقاومت ۱Ω برابر $۴\times۱=۴A$ است.

نمای ۱۰

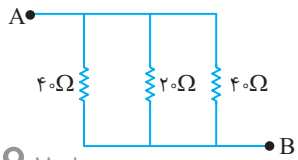
A ۱۶۰۲ ۱

۳ **البته این مسئله** نیازی به نام‌گذاری ندارد فقط خواستیم که شما ببینید. دو سر مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω حروف یکسانی قرار گرفته و این دو مقاومت حذف می‌شوند و سه مقاومت دیگر بین A و B بسته شده و با هم موازی‌اند.



$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۴۰}=\frac{۱+۲+۱}{۴۰}\Rightarrow R_{eq}=۱۰\Omega$

البته شما باید سریع بگویید که ۴۰ و ۴۰ می‌شود ۲۰ سپس ۲۰ و ۲۰ می‌شود ۱۰ و مقاومت معادل ۱۰Ω است.



نمای ۱۱

B ۱۶۰۲ ۲

۴ **گزاره (الف)**: مقاومت سیم در دمای ثابت به ویژگی‌های ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ بستگی دارد و به اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بستگی ندارد، بنابراین مقاومت سیم تغییر نمی‌کند و گزاره (الف) نادرست است.

گزاره (ب): وقتی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ٪۲۰ کاهش می‌یابد، بنابر قانون اهم، جریان سیم نیز ٪۲۰ کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} I_۲=\frac{V_۲}{R_۲} \\ I_۱=\frac{V_۱}{R_۱} \end{cases} \xrightarrow{R_۲=R_۱} \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۰/۸V_۱}{V_۱}=۰/۸\Rightarrow I_۲=۰/۸I_۱$$

یعنی جریان همان گونه که گفتیم ٪۲۰ کاهش می‌یابد.

با کاهش ٪۲۰ جریان، بار شارش شده $(\downarrow\Delta q=\downarrow It)$، ٪۲۰ کاهش می‌یابد بنابراین گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): مقاومت ثابت و ولتاژ تغییر کرده بنابراین می‌توان از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده کرد.

$$\begin{cases} P_۲=\frac{V_۲^۲}{R} \\ P_۱=\frac{V_۱^۲}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲ \Rightarrow \xrightarrow{V_۲=۰/۸V_۱} \frac{P_۲}{P_۱}=(۰/۸)^۲\Rightarrow P_۲=۰/۶۴P_۱$$

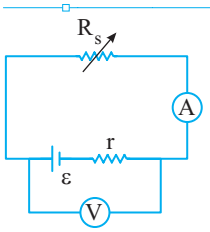
بنابراین خواهیم داشت: $\Delta P=P_۲-P_۱\Rightarrow \Delta P=۰/۶۴P_۱-P_۱=-۰/۳۶P_۱$

توان ٪۳۶ کاهش یافته است و گزاره (پ) درست است.

نمای ۶

B ۱۶۰۲ ۲

۵ **مسئلهٔ ساده** و زیبایی است. ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری و البته ولتاژ دو سر مقاومت متغیر را نشان می‌دهد، زیرا این مقاومت به طور موازی به دو سر باتری وصل شده است. از طرفی آمپرسنج در هر دو حالت، جریان عبوری از مقاومت را نشان می‌دهد، بنابراین با توجه به قانون اهم نسبت $\frac{V}{I}$ برابر مقاومت R است و وقتی مقاومت ۲ برابر شده نسبت $\frac{V}{I}$ نیز ۲ برابر می‌شود.

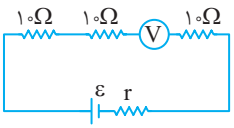


نمای ۵

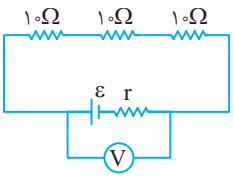
B ۱۶۰۲ ۴

۶ **خط فکری** مسئله را از آخر حل کنید یعنی از اتصال متوالی ولت‌سنج به مجموعه، نیروی محرکهٔ باتری را به‌دست بیاورید سپس به حالت اولیه برگردید و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به کمک ولت‌سنج مشخص کنید تا بتواند مقاومت درونی را حساب کنید.

حالت دوم: اگر ولت‌سنج آرمانی را به صورت متوالی در مدار قرار دهیم، به دلیل بزرگ بودن مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل، جریانی از مدار عبور نمی‌کند و ولت‌سنج، نیرومحرکه باتری را نشان می‌دهد. $V=\varepsilon=12V$



حالت اول: مطابق شکل ولت‌سنج به صورت موازی با باتری بسته شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری و دو سر مدار خارجی (مقاومت معادل) را ۱۰V نشان می‌دهد. سه مقاومت ۱۰Ω متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{eq}=3\times10=30\Omega$



اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر $V=IR_{eq}$ است و از طرفی جریان برابر $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}R_{eq}\xrightarrow[\varepsilon=12V]{V=10V}10=\frac{12}{30+r}\times30\Rightarrow r=6\Omega$$

نمای ۱۶

B ۱۶۰۲ ۴

۷ **یادآوری** گرمای تولیدشده بنابر قانون ژول برابر $U=RI^2t$ است.

گرمای تولیدشده در دو حالت یکسان است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U_1=U_2\Rightarrow R_1I_1^2t=R_2I_2^2t\xrightarrow{R_1=6\Omega\ ,\ R_2=54\Omega}6I_1^2=54I_2^2$$

$$\Rightarrow I_1^2=9I_2^2\Rightarrow I_1=3I_2$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow\begin{cases}I_1=\dfrac{\varepsilon}{6+r}\\ I_2=\dfrac{\varepsilon}{54+r}\end{cases}\xrightarrow{I_1=3I_2}\frac{\varepsilon}{6+r}=3\frac{\varepsilon}{54+r}$$

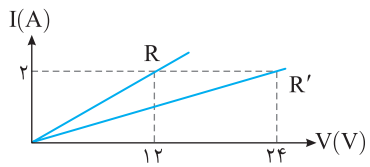
$$\Rightarrow18+3r=54+r\Rightarrow2r=36\Rightarrow r=18\Omega$$

نمای ۷

B ۱۶۰۲ ۲

۸ **یادآوری** شیب نمودار $I-V$ برابر وارون مقاومت است. ابتدا مقاومت‌ها را به‌دست بیاورید.

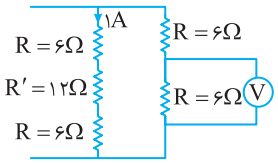
یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.



۱ مقاومت R و R' خواهد شد:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{12}{2}\Rightarrow R=6\Omega\ ,\ R'=\frac{24}{2}=12\Omega$$

۲ مقاومت معادل شاخهٔ سمت چپ برابر $6+12=24\Omega$ و مقاومت معادل سمت راست برابر $6+6=12\Omega$ است و وقتی از مقاومت 24Ω جریان 1A می‌گذرد، از مقاومت 12Ω موازی با آن، جریان 2A می‌گذرد.

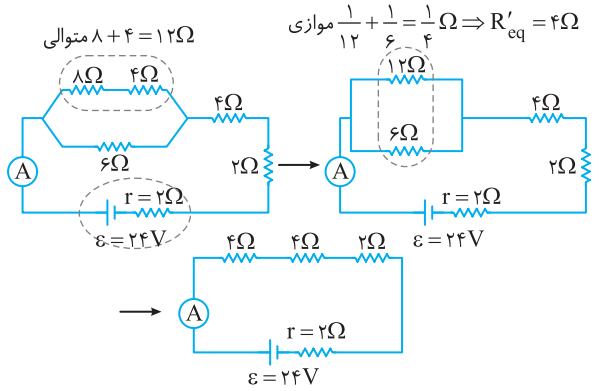


۳ ولت‌سنج مقدار مقابل را نمایش می‌دهد. $V=IR\Rightarrow V=6\times2=12V$

نمای ۱۰

B ۱۶۰۲ ۱

۹ **حالت اول:** اگر کلید باز باشد، مدار به صورت زیر است:

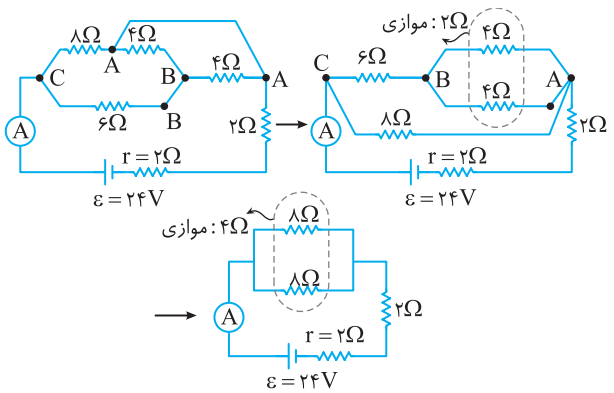


بنابراین مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=4+4+2=10\Omega$

آمپرسنج جریان مدار را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{24}{10+2}\Rightarrow I_1=2A$$

حالت دوم: کلید بسته باشد مدار به صورت زیر است.



مقاومت معادل در این حالت خواهد شد: $R_{eq}=4+2=6\Omega$

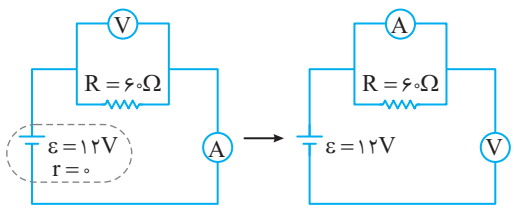
جریان مدار خواهد شد: $I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{6+2}=3A$

نسبت جریان در حالت دوم به حالت اول برابر است با: $\frac{I_2}{I_1}=\frac{3}{2}$

نمای ۱۳

B ۱۶۰۲ ۱

۱۰ **اگر جای ولت‌سنج و آمپرسنج را عوض کنیم مدار به شکل زیر درمی‌آید:**



ولت‌سنج به طور متوالی با باتری بسته شده است و به دلیل مقاومت بسیار زیاد ولت‌سنج آرمانی، جریان مدار صفر خواهد شد و از آمپرسنج و مقاومت R جریانی نمی‌گذرد و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد، در این حالت مانند این است که ولت‌سنج مستقیماً به دو سر باتری متصل است و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری یعنی 12V را نشان می‌دهد.

نمای ۱۶

پنجره ۴

۱ ۱۶۰۳ A

خط فکری برای توان مصرفی سه رابطهٔ $P=VI$ ، $P=RI^2$ و $P=\frac{V^2}{R}$ را می‌توان نوشت که با توجه به داده‌های مسئله از یکی از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

۱ برای یافتن توان مصرفی R از رابطهٔ $P=VI$ استفاده می‌کنیم، زیرا ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر R $(V=۱۰V)$ و آمپرسنج جریان آن را $(۲A)$ نشان می‌دهد.

$$P=VI\Rightarrow P=۱۰\times۲=۲۰W$$

۲ برای یافتن توان مصرفی مقاومت $R'=۴\Omega$ از رابطهٔ $P=R'I'^2$ استفاده می‌کنیم، زیرا آمپرسنج جریان R و R' را نشان می‌دهد. $P'=R'I'^2\Rightarrow P'=۴\times(۲)^2=۱۶W$

۴ ۱۶۰۴ A

خط فکری در مقاومت‌های متوالی که جریان‌ها برابر است. با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$$

و در مقاومت‌های موازی که اختلاف پتانسیل‌ها با هم برابر است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ ، توان با مقاومت نسبت وارون دارد:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$$

اگر $n=۲$ باشد، $P_۲=۲P_۱$ است پس، ممکن است که $R_۱$ و $R_۲=۲R_۱$ با هم متوالی باشند، زیرا در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد و گزارهٔ (الف) درست است. اگر دو مقاومت موازی باشند، چون $R_۲=۲R_۱$ است، با توجه به خط فکری $(P\propto\frac{۱}{R})$ توان $P_۲=\frac{۱}{۲}P_۱$ می‌شود، بنابراین $n=\frac{۱}{۲}$ برای حالت موازی می‌تواند درست باشد و گزارهٔ (ب) درست است. اما اگر $n=۴$ باشد یعنی $P_۲=۴P_۱$ است و در این حالت این مقاومت‌ها نه موازی هستند و نه متوالی، زیرا اگر موازی بودند باید $R_۲=\frac{۱}{۴}R_۱$ می‌بود و اگر متوالی بودند باید $R_۲=۴R_۱$ می‌بود که چنین نیست و گزاره (پ) نیز درست است.

۲ ۱۶۰۵ A

۱ در شکل (الف) دو مقاومت متوالی هستند، پس جریان آن‌ها برابر است $(I_۱=I_۲)$ و بنا بر رابطهٔ $P=RI^2$ خواهیم داشت:

$R_۱=۱۰\Omega \quad R_۲=۲۰\Omega$

(الف)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲I^2}{R_۱I^2}\xrightarrow{P_۱=۴۰W}\frac{P_۲}{۴۰}=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow P_۲=۸۰W$$

۲ در شکل (ب) دو مقاومت موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است $(V_۲=V_۱)$ و بنا بر رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ خواهیم داشت:

$R_۱=۱۰\Omega$

$R_۲=۲۰\Omega$

(ب)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{V_۲^2/R_۲}{V_۱^2/R_۱}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{۴۰}=\frac{۱۰}{۲۰}\Rightarrow P_۲=۲۰W$$

۱ ۱۶۰۶ A

مقاومت معادل هر دو مدار را می‌نویسیم:

(۱) $I_۱$ — $R_۱=nR=۳R$

(۲) $I_۲$ — $R_۲=\frac{R}{n}=\frac{R}{۳}$

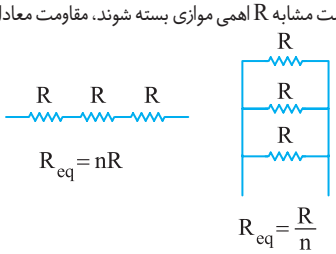
حال با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم

$$\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}\times\left(\frac{I_۱}{I_۲}\right)^2\Rightarrow\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}=۹$$

۴ ۱۶۰۷ A

خط فکری در هر دو حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر است، بنابراین برای مقایسهٔ توان مجموعهٔ مقاومت‌ها بهتر است از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده شود. البته ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت به دست آورد.

یادآوری اگر n مقاومت مشابه R اهمی متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها nR می‌شود و اگر n مقاومت مشابه R اهمی موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}$ می‌شود.



در اتصال متوالی، مقاومت معادل $R_{eq}=۳R$ و در اتصال موازی مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{R}{۳}$ است. توان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

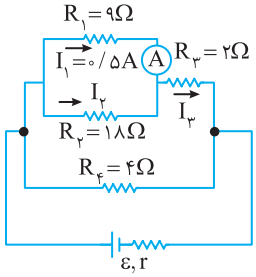
$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^2}{R'_{eq}}}{\frac{V^2}{R_{eq}}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}\Rightarrow P'=۸۱۰W$$

۱ ۱۶۰۸ B

خط فکری مسیر شما مشخص است، از جریان $R_۱=۹\Omega$ باید شروع کنید و در نهایت به جریان و ولتاژ $R_۴$ برسید و توان آن را حساب کنید.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارند.

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند. در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی مقاومت $R_۲=۱۸\Omega$ که دو برابر مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است، جریانش نصف جریان مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است.



$$I_۲=\frac{۱}{۲}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۰/۵}{۲}\Rightarrow I_۲=۰/۲۵A$$

جریان مقاومت $R_۳$ مجموع جریان دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ است.

$$I_۳=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۳=۰/۵+۰/۲۵$$
$$\Rightarrow I_۳=۰/۷۵A$$

روش اول: یافتن مقاومت معادل شاخهٔ بالایی و مقایسهٔ آن با مقاومت $R_۴$. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow R_{۱۲}=\frac{۹\times۱۸}{۹+۱۸}=R_{۱۲}=۶\Omega$$

مقاومت شاخهٔ بالایی خواهد شد: $R_{\text{بالایی}}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۲=۸\Omega$

مقاومت $R_۴=۴\Omega$ نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (۸Ω) است و جریان عبوری از ۴Ω دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است، بنابراین: $I_۴=۲\times۰/۷۵=۱/۵A$

توان مقاومت $R_۴=۴\Omega$ را به دست می‌آوریم: $P_۴=RI^2\Rightarrow P_۴=۴\times(۱/۵)^2=۹W$

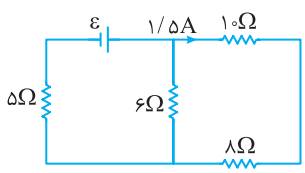
روش دوم: اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{بالایی}}=V_۱+V_۳=۹\times۰/۵+۰/۷۵\times۲\Rightarrow V_{\text{بالایی}}=۴/۵+۱/۵=۶V$$

اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ پایینی $(R_۴)$ که با شاخهٔ بالایی موازی است نیز برابر $۶V$ است، در نتیجه:

$$P_۴=\frac{V^2}{R_۴}=\frac{(۶)^2}{۴}\Rightarrow P_۴=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$

بازی با سوال در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۵ اهمی چند وات است؟ خارج تجربی - ۸۶



۱) ۲۰
۲) ۶۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

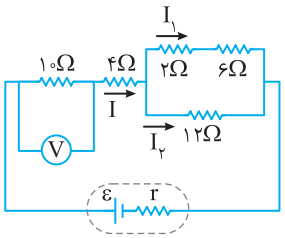
گزینهٔ ۴

B ۱۶۰۹ **۳**

خط فکری اطلاعات بخشی از مدار به شما داده شده است (توان مقاومت ۲Ω)، بنابراین به کمک آن باید جریان تک تک شاخه‌ها و جریان کل مدار را حساب کنید تا بتوانید عدد ولت‌سنج را به دست آورید.

۱ با داشتن توان مقاومت ۲Ω جریان شاخهٔ شامل دو مقاومت متوالی ۲Ω و ۶Ω را به دست می‌آوریم:

$$P=RI^2 \xrightarrow{P=18W} 18=2\times I_1^2 \Rightarrow I_1=3A$$



۲ مقاومت ۱۲Ω با مقاومت معادل ۲Ω و ۶Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

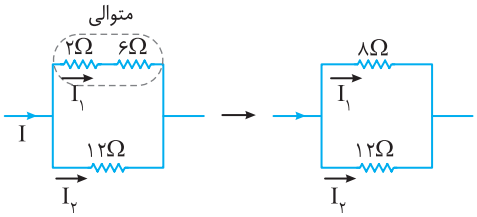
$$V_1=V_2 \Rightarrow 8I_1=12I_2 \Rightarrow 24=12I_2 \Rightarrow I_2=2A$$

۳ جریان گذرنده از مقاومت ۱۰Ω (I) برابر است با:

$$I=I_1+I_2=3+2=5A$$

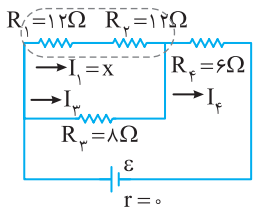
۴ بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۱۰Ω خواهد شد:

$$V=RI \Rightarrow V=5\times 10=50V$$



B ۱۶۱۰ **۴**

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_3 موازی است و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد. اگر جریان مقاومت $R_{12}=24\Omega$ را x در نظر بگیریم، چون مقاومت $R_3=8\Omega$، $\frac{1}{3}$ مقاومت R_{12} است، بنابراین جریان R_3 سه برابر جریان مقاومت R_{12} است، یعنی $I_3=3x$ است.



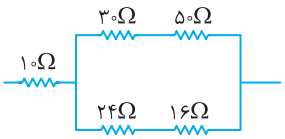
۲ مجموع جریان‌های I_1 و I_3 برابر I_4 است، از این رو:

$$I_4=I_1+I_3 \Rightarrow I_4=x+3x \Rightarrow I_4=4x$$

۳ اکنون نسبت توان مصرفی R_4 و توان مصرفی R_1 به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ قابل محاسبه است.

$$\frac{P_4}{P_1}=\frac{R_4I_4^2}{R_1I_1^2} \Rightarrow \frac{P_4}{P_1}=\frac{6\times(4x)^2}{12\times(x)^2}=\frac{16}{2}=8$$

بازی با سؤال **در شکل مقابل توان مصرفی در مقاومت ۱۶ اهمی چند برابر توان مصرفی در مقاومت ۱۰ اهمی است؟**

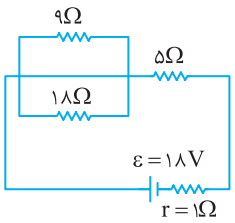


۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{32}{45}$ ۴) $\frac{45}{32}$

گزینهٔ ۳

A ۱۶۱۱ **۱**

دو سر مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و این مقاومت‌ها اتصال کوتاه شده‌اند و از آن‌ها جریانی نمی‌گذرد و توان مصرفی (آهنگ مصرف انرژی) در آن‌ها صفر است.



A ۱۶۱۲ **۱**

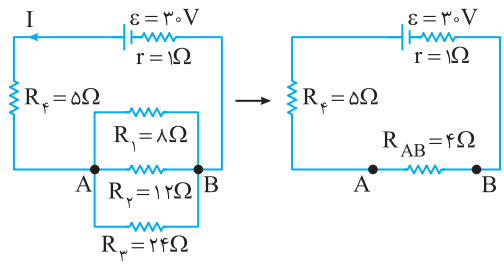
خط فکری با توجه به اینکه تمام مشخصات مدار داده شده است، می‌توانیم مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام ولتاژ یا جریان دو سر مقاومت R_3 را به دست بیاوریم و به وسیلهٔ آن گرمای تولید شده در R_3 را حساب کنیم.

۱ ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم. R_1، R_2 و R_3 موازی هستند:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{3+2+1}{24} \Rightarrow R_{AB}=4\Omega$$

مقاومت R_{AB} و مقاومت R_4 متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=4+5=9\Omega$$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{30}{9+1} \Rightarrow I=3A$$

اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

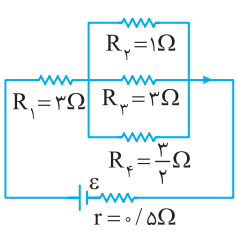
$$V_{AB}=IR_{AB} \Rightarrow V_{AB}=3\times 4=12V$$

چون هر سه مقاومت بین نقاط A و B با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان و برابر V_{AB} است اکنون گرمای تولید شده در مقاومت R_3 در مدت ۱۰۰s را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{V^2}{R_3}t \Rightarrow U=\frac{12\times 12}{24}\times 100 \Rightarrow U=600J$$

بازی با سؤال **در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_3 است؟**

خارج ریاضی - ۹۷

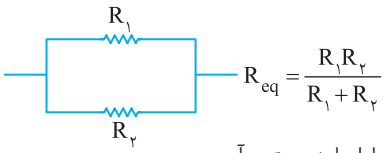


۱) ۱
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

B ۱۶۱۳ ۴

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی R_1 و R_2 را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:



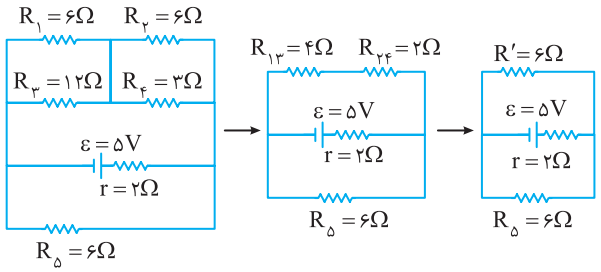
۱ مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های R_1 و R_3 موازی هستند: $R_{13}=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$

مقاومت‌های R_2 و R_4 موازی هستند. $R_{24}=\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$

مقاومت‌های R_{24} و R_{13} متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها را که با R' نمایش می‌دهیم خواهد شد: $R'=R_{13}+R_{24}=4+2=6\Omega$

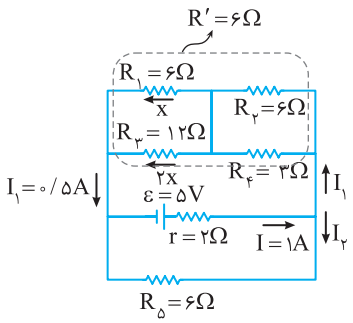
مقاومت‌های $R'=6\Omega$ و $R_5=6\Omega$، دست در دست هم دارند و موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد. $R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{5}{3+2}=1A$

۳ به سراغ تقسیم جریان در مقاومت‌ها می‌رویم:

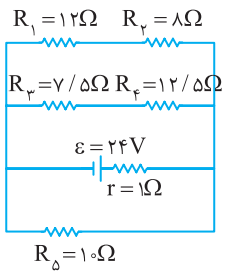
مقاومت شاخهٔ R' با مقاومت شاخهٔ R_5 مساوی و موازی‌اند و جریان بین این دو شاخه به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و جریان‌های I_1 و I_2 برابر است با: $I_1=I_2=\frac{I}{2}=0/5A$.



جریان $I_1=0/5A$ بین مقاومت‌های 6Ω و 12Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت 6Ω را x فرض کنید، جریان مقاومت 12Ω، $\frac{x}{2}$ خواهد بود که جمع آن‌ها برابر I_1 یعنی $0/5A$ است. $I_1=\frac{x}{2}+x\Rightarrow0/5=\frac{3x}{2}\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$

۴ بنابراین جریان مقاومت $R_1=6\Omega$ برابر $\frac{1}{3}A$ است و توان مصرفی در آن خواهد شد. $P_1=R_1I_x^2\Rightarrow P_1=6\times(\frac{1}{3})^2=\frac{2}{3}W$

بازی با سؤال در مدار زیر توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟

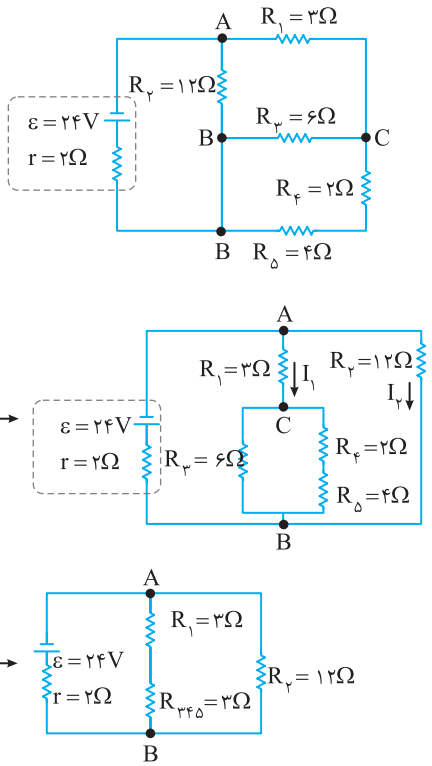


۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۱۸
۴) ۲۴

گزینهٔ ۱

B ۱۶۱۴ ۳

ابتدا با نام‌گذاری شکل ساده‌ای از مدار را رسم می‌کنیم. مقاومت R_1 بین دو نقطهٔ A و C، مقاومت R_2 بین دو نقطهٔ A و B، مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و مقاومت‌های R_4 و R_5 که با هم متوالی هستند بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و معادل آن‌ها با R_3 موازی است، بنابراین شکل مدار خواهد شد:



مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی‌اند و با مقاومت R_3 موازی هستند و مقاومت معادل بین دو نقطهٔ C و B خواهد شد: $R_4+R_5=2+4=6\Omega$

R_{45} و $R_3\Rightarrow R_{345}=\frac{R}{n}=\frac{6}{2}=3\Omega$ موازی‌اند

R_{345} و R_1 متوالی‌اند: $R_{1345}=3+3=6\Omega$

مقاومت R_{1345} و مقاومت R_2 موازی‌اند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

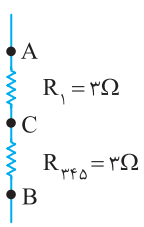
$R_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$

جریان مدار را به دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$

حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به دست می‌آوریم:

$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\Rightarrow V_{\text{باتری}}=24-2\times4=16V$

دو سر A و B به باتری وصل است و اختلاف پتانسیل این دو نقطه نیز برابر $16V$ است. دقت کنید بین دو نقطهٔ A و B دو مقاومت R_1 و R_{345} قرار دارد که چون مقدار این مقاومت‌ها با هم برابر است، پس اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام از آن‌ها برابر $8V$ می‌شود:



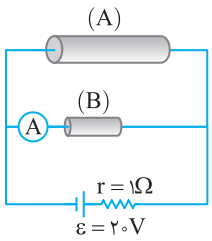
$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}\xrightarrow{V_{AC}=V_{CB}}V_{CB}=8V$

مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر $8V$ است:

$U_{R_3}=\frac{V_{CB}^2}{R_3}t\Rightarrow U_{R_3}=\frac{64}{6}\times60=640J$

B ۳ ۱۶۱۵

خط فکری داستان کاملاً معلوم است، باید ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ نسبت مقاومت A به مقاومت B را مشخص کنید تا بتوانید جریان سیم A و سپس جریان کل مدار را به دست آورید و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید.



۱ نسبت مقاومت A به مقاومت B خواهد شد: (دو سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکی است)

$$\begin{cases} R_A=\rho\frac{L_A}{A_A} \\ R_B=\rho\frac{L_B}{A_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A=\pi r^2} \frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{\pi r_B^2}{\pi r_A^2} \Rightarrow$$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow[r_A=2r_B]{L_A=2L_B} \frac{R_A}{R_B}=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

۲ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، آمپرسنج جریان مقاومت B را ۳A نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت R_A، دو برابر جریان مقاومت R_B یعنی ۶A خواهد بود.

$$R_A=\frac{1}{2}R_B \Rightarrow I_A=2I_B=2\times3=6A$$

۳ جریان مدار مجموع جریان I_A و I_B است، از این رو:

$$I=I_A+I_B=6+3=9A$$

۴ توان خروجی باتری خواهد شد:

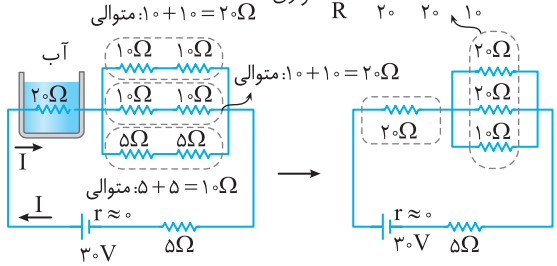
$$P=\varepsilon I-rI^2 \Rightarrow P=20\times9-1\times(9)^2 \Rightarrow P=180-81 \Rightarrow P=99W$$

B ۳ ۱۶۱۶

خط فکری با یک مسئلهٔ ساده و استاندارد روبه‌رو هستید، برای آن که مدت زمان بالا رفتن دمای آب را بیابید باید انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت ۲۰Ω را حساب کنید $(V=RI^2t)$، پس باید جریان مقاومت درون آب را به دست بیاورید. برای این منظور باید جریان کل مدار را حساب کنید، البته قطعاً باید در اولین مرحله مقاومت معادل این مدار ساده را به دست بیاورید.

۱ مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم.

موازی: $\frac{1}{R}=\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10} \Rightarrow R=5\Omega$



مقاومت معادل مدار جمع ۳ مقاومت متوالی ۲۰Ω و ۵Ω و ۵Ω است.

$$R_{eq}=5+5+20=30\Omega$$

۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{30}{30}=1A$

۳ مقاومت ۲۰Ω با باتری متوالی است و جریان عبوری از آن ۱A است.

انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت درون آب را حساب می‌کنیم.

$$U=RI^2t \Rightarrow U=20\times(1)^2\times t \Rightarrow U=20t$$

یادآوری گرمای لازم برای بالا بردن دمای آب برابر است با: $Q=mc\Delta\theta$

این مقدار گرما باید دمای ۱۰۰g آب را به اندازهٔ $\Delta\theta=58-8=50^\circ C$ بالا ببرد بنابراین:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=20t} 20t=0/1\times4200\times50 \Rightarrow t=21\times50 \Rightarrow t=1050s$$

B ۳ ۱۶۱۷

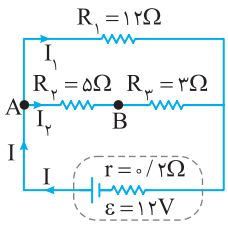
خط فکری مسئله مقدار بار شارش شده را می‌خواهد، بنابراین با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ باید به سراغ یافتن جریان مدار بروید، بنابراین در ابتدا باید مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان مدار و سپس جریان مقاومت $R_2=5\Omega$ یعنی جریان گذرنده از نقطهٔ B را به دست بیاورید. البته برای بررسی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در انتقال از A به B به اختلاف پتانسیل بین A و B نیز نیاز دارید.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

مقاومت‌های R_2 و R_3 متوالی هستند: $R_{23}=R_2+R_3=5+3=8\Omega$

مقاومت R_{23} با مقاومت R_1 موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=\frac{12\times8}{12+8}=\frac{12\times4\times2}{4\times5} \Rightarrow R_{eq}=4/8\Omega$$



۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{12}{4/8+0/2} \Rightarrow I=2/4A$

۳ مقاومت R_{23} و مقاومت R_1 موازی هستند و جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{R_{23}}{R_1}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=\frac{3}{2} \Rightarrow I_2=\frac{3}{2}I_1$$

$$I=I_1+I_2 \Rightarrow 2/4=I_1+\frac{3}{2}I_1 \Rightarrow \frac{24}{10}=\frac{5}{2}I_1$$

$$\Rightarrow I_1=\frac{48}{50}=0/96A \,,\, I_2=\frac{3}{2}I_1=\frac{3}{2}\times\frac{96}{100}=1/44A$$

۴ بار شارش شده از نقطهٔ B برابر است با: $q=\bar{I}t \Rightarrow q=1/44\times5 \Rightarrow q=7/2C$

۵ تغییر انرژی پتانسیل بار شارش یافته در مدت 5s از A تا B:

$$|\Delta U|=q|\Delta V| \xrightarrow{V_{AB}=R_2I_2} \Delta U=7/2\times(5\times1/44)=51/84J$$

در جهت جریان از A به B می‌رویم. جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر شارش می‌کند بنابراین $V_B<V_A$ بوده و انرژی پتانسیل بار از A تا B کاهش می‌یابد.

B ۲ ۱۶۱۸

۱ با داشتن توان مصرفی مقاومت $R_1=1\Omega$ که برابر ۴W است، می‌توانیم جریان شاخهٔ بالا را به دست بیاوریم:

$$P_1=I_1^2R_1 \Rightarrow 4=I_1^2\times1 \Rightarrow I_1=2A$$

۲ جریان شاخهٔ پایینی نیز که موازی شاخهٔ بالایی است و مقاومت آن برابر مقاومت شاخهٔ بالایی است، برابر ۲A است $(I_3=2A)$ و جریان کل مدار $I=2+2=4A$ خواهد بود.

۳ به سراغ مقاومت معادل مدار می‌رویم. مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی هستند:

$$R_{12}=R_1+R_2=1+3=4\Omega$$

مقاومت R_{12} با مقاومت R_3 موازی است و چون هم‌اندازه هستند، برای به دست آوردن مقاومت معادل آن‌ها، مقاومت یکی از آن‌ها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{4}{2}=2\Omega$$

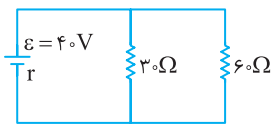
۴ اکنون نیروی محرکهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 4=\frac{\varepsilon}{2+1} \Rightarrow \varepsilon=12V$$

۵ ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=\varepsilon-Ir \Rightarrow V=12-4\times1=8V$

B ۱۶۱۹ ۱

۱ در مدار خارجی دو مقاومت موازی ۳۰Ω و ۶۰Ω وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$$

۲ توان مصرفی در مقاومت خارجی یعنی $(R_{eq}I^۲)$ سه برابر توان مصرفی در باتری $(rI^۲)$ است. از این رو می‌توان نوشت:

$$R_{eq}I^۲=۳rI^۲\Rightarrow R_{eq}=۳r\Rightarrow ۲۰=۳r\Rightarrow r=\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

۳ جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۲۰+\frac{۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{\frac{۶۰+۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۱۲۰}{۸۰}=\frac{۳}{۲}A$$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد یعنی اگر جریان مقاومت ۶۰Ω را x بنامیم، جریان مقاومت ۳۰Ω، برابر $۲x$ می‌شود. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های x و $۲x$ است، بنابراین:

$$I=x+۲x\Rightarrow\frac{۳}{۲}=x+۲x\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$$

۵ جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω برابر است با: $I_{۳۰\Omega}=۲x=۲\times\frac{۱}{۲}=۱A$

توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω خواهد شد: $P=RI^۲=۳۰\times(۱)^۲=۳۰W$

روش دیگر: به جای یافتن جریان مقاومت ۳۰Ω، می‌توانستیم ولتاژ دو سر آن را حساب کنیم. مقاومت معادل ۳۰Ω و ۶۰Ω، برابر ۲۰Ω شده و جریان مدار $\frac{۳}{۲}A$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳۰Ω و ۶۰Ω و کل مدار خواهد شد:

$$V=IR\Rightarrow V=\frac{۳}{۲}\times۲۰=۳۰V$$

اکنون توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω را به کمک ولتاژ حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{V^۲}{R}=\frac{(۳۰)^۲}{۳۰}\Rightarrow P=۳۰W$$

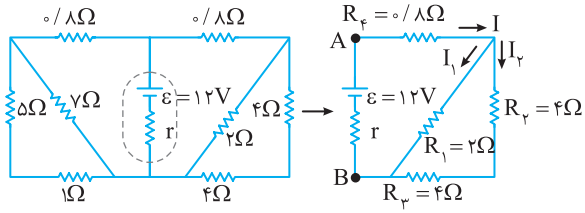
B ۱۶۲۰ ۴

خط فکری چرا بعضی از شما دانش‌آموزان عزیز با دیدن مدار سریعاً به سراغ به دست آوردن مقاومت معادل می‌روید؟ در این مسئله می‌توان مدار متشکل از دو قسمت در نظر گرفت، یکی قسمت سمت راست باتری و دیگری قسمت سمت چپ باتری که هر دو قسمت با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر این قسمت‌ها با هم برابر و برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. بنابراین شما در حل این مسئله کافی است اختلاف پتانسیل قسمت سمت راست که مقاومت ۲ اهمی در آن است و توان آن را داریم را حساب کنید و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار وجود ندارد.

مدار را بدون قسمت سمت چپ رسم می‌کنیم.

توان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ را داریم، از این رو می‌توان جریان $I_۱$ را حساب کرد:

$$P=R_۱I_۱^۲\Rightarrow ۸=۲I_۱^۲\Rightarrow I_۱=۲A$$



در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت معادل شاخهٔ $R_۲$ و $R_۳$ برابر ۸Ω است، یعنی ۴ برابر مقاومت $R_۱=۲\Omega$ است، پس جریان $I_۲$، $\frac{۱}{۴}$ جریان $I_۱$ است.

$$I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱=\frac{۱}{۴}\times۲=۰/۵A$$

بنابراین جریان I خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲=۲/۵A$$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۸\Omega$$

مقاومت معادل $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی است.

$$R_{۱۲۳}=\frac{۸\times۲}{۸+۲}=۱/۶\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و مقاومت معادل قسمت سمت راست برابر است با:

$$R_{eq}=R_۴+R_{۱۲۳}\Rightarrow R_{eq}=۰/۸+۱/۶\Rightarrow R_{eq}=۲/۴\Omega$$

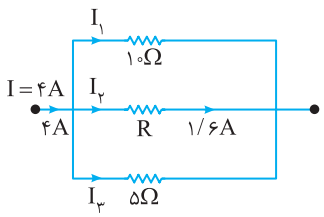
اکنون اختلاف پتانسیل دو سر مدار خواهد شد:

$$V=V_{AB}=R_{eq}I=۲/۴\times۲/۵=۲/۴\times\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow V=۶V$$

B ۱۶۲۱ ۳

جریان $I=۴A$ بین سه شاخهٔ موازی تقسیم می‌شود:

$$I_۱+I_۲+I_۳=۴A\Rightarrow I_۱+I_۳=۴-۱/۶=۲/۴A$$



جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. پس اگر به مقاومت ۱۰Ω جریان $I_۱=x$ برسد به مقاومت ۵Ω جریان $I_۳=۲x$ می‌رسد، بنابراین:

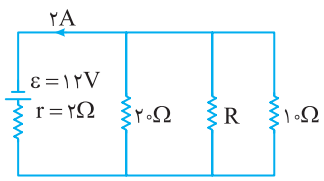
$$I_۳+I_۱=۲/۴\xrightarrow{I_۳=۲I_۱}I_۱=\frac{۲/۴}{۳}=۰/۸A\Rightarrow I_۳=۲\times۰/۸=۱/۶A$$

مقاومت R و مقاومت ۵Ω با هم موازی هستند و جریان هر دو برابر $۱/۶A$ است. بنابراین مقاومت R نیز ۵Ω است. انرژی مصرف شده در مقاومت R خواهد شد:

$$U_R=P_Rt=RI^۲t\Rightarrow U_R=۵\times(۱/۶)^۲\times۲۵\times۶۰\Rightarrow U_R=۱۹۲۰۰J=۱۹/۲kJ$$

B ۱۶۲۲ ۴

خط فکری ابتدا باید به کمک جریان داده شده به سراغ مقاومت معادل بروید تا بتوانید مقاومت R را حساب کنید و در آخر با به‌دست آوردن ولتاژ دو سر باتری که با ولتاژ دو سر تک تک مقاومت‌های موازی با آن برابر است، انرژی مصرفی در مقاومت R را به دست بیاورید.



ابتدا مقاومت معادل مدار را به کمک جریان آن حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}$$
$$\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

سه مقاومت مدار با هم موازی‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{R+۲۰+۲R}{۲۰R}\Rightarrow ۵R=۳R+۲۰\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر R با ولتاژ دو سر باتری برابر است زیرا با هم موازی‌اند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری را حساب می‌کنیم:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۲\Rightarrow V=۸V$$

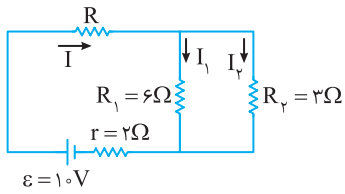
انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت ۱ دقیقه برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R}t\xrightarrow{t=۶۰s}P=\frac{۶۴}{۱۰}\times۶۰\Rightarrow P=۳۸۴J$$

B ۱۶۲۳ ۲

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. یعنی جریان مقاومت $R_1=6\Omega$، اگر I_1 باشد، جریان مقاومت $R_2=3\Omega$، برابر $I_2=2I_1$ است. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های I_1 و I_2 است.

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=\frac{I_2}{2}+I_2\Rightarrow I_2=\frac{2}{3}I$$



۲ توان مصرفی در مقاومت $R_2=3\Omega$، $\frac{4}{3}$ برابر توان مصرفی در مقاومت R است. بنابراین:

$$P_2=\frac{4}{3}P_R\Rightarrow R_2I_2^2=\frac{4}{3}RI^2\Rightarrow 3\times\left(\frac{2I}{3}\right)^2=\frac{4}{3}RI^2\Rightarrow 3\times\frac{4}{9}=\frac{4}{3}R\Rightarrow R=1\Omega$$

۳ مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند.

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

مقاومت R_{12} با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R+R_{12}\Rightarrow R_{eq}=1+2\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$$

جریان مدار برابر خواهد شد با:

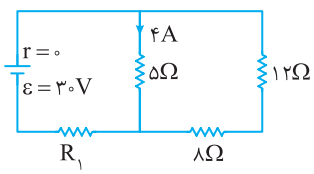
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{10}{3+2}\Rightarrow I=\frac{10}{5}A=2A$$

۴ ولتاژ دو سر باتری را حساب می‌کنیم.

$$V=\varepsilon-Ir=10-2\times2=6V$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟**

خارج تجربی - ۸۷



۱) ۲۵
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

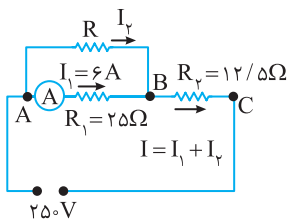
گزینهٔ ۳

B ۱۶۲۴ ۱

خط فکری باید از مقاومتی که جریان آن داده شده است، شروع کنید و به کمک آن جریان و ولتاژ شاخه‌های دیگر را به دست آورید.

۱ آمپرسنج جریان مقاومت R_1 را 6A نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_1=25\Omega$ را به دست می‌آوریم:

$$V_{AB}=I_1R_1=6\times25$$
$$\Rightarrow V_{AB}=150V$$



۲ مجموع V_{AB} و V_{BC} برابر اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه است. از این رو:

$$V_{AB}+V_{BC}=250\Rightarrow150+V_{BC}=250\Rightarrow V_{BC}=100V$$

۳ جریان مقاومت R_2 که با منبع متوالی است برابر جریان کل مدار است. جریان I را می‌توان به دست آورد:

$$I=\frac{V_{BC}}{R_2}\Rightarrow I=\frac{100}{12/5}\Rightarrow I=8A$$

۴ جریان کل مدار برابر مجموع جریان I_1 و I_2 است. جریان مقاومت R برابر خواهد شد با:

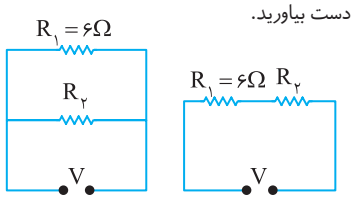
$$I_1+I_2=I\Rightarrow I_2=I-I_1\Rightarrow I_2=8-6\Rightarrow I_2=2A$$

۵ ولتاژ دو سر R برابر V_{AB} و 150V و جریان آن 2A است، بنابراین انرژی مصرفی آن در مدت ۳۰ دقیقه برابر خواهد شد با:

$$U=Pt\Rightarrow U=VIt\Rightarrow U=150\times2\times\frac{30}{60}=150Wh\Rightarrow U=0/15kWh$$

B ۱۶۲۵ ۴

خط فکری ولتاژ دو سر مقاومت‌ها در شکل‌های (۱) و (۲) ثابت و برابر V است. بنابراین باید از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ توان‌ها را مقایسه کرد، برای این کار باید مقاومت معادل را در دو حالت به دست بیاورید.



شکل (۲) شکل (۱)

۱ مقاومت معادل در شکل (۱): R_1 و R_2 متوالی $\Rightarrow R_{(1)}=R_1+R_2=6+R_2$

مقاومت معادل در شکل (۲): R_1 و R_2 موازی $\Rightarrow R_{(2)}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6R_2}{6+R_2}$

۲ توان مصرفی شکل (۲)، 4/5 برابر توان مصرفی شکل (۱) است، از این رو می‌توان نوشت:

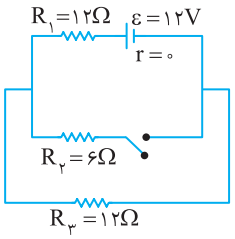
$$P_{(2)}=4/5P_{(1)}\Rightarrow\frac{V^2}{R_{(2)}}=4/5\frac{V^2}{R_{(1)}}\Rightarrow\frac{1}{\frac{6R_2}{6+R_2}}=\frac{4/5}{6+R_2}\Rightarrow$$

$$\frac{6+R_2}{6R_2}=\frac{4/5}{6+R_2}\Rightarrow36+R_2^2+12R_2=27R_2\Rightarrow R^2-15R_2+36=0$$

$$(R_2-12)(R_2-3)=0\Rightarrow\begin{cases}R_2=12\Omega\\R_2=3\Omega\end{cases}$$

B ۱۶۲۶ ۳

خط فکری وقتی مدار دارای کلید است، باید مسئله را در دو حالت بررسی کنید و در هر حالت مقاومت معادل مدار را حساب کنید و از رابطهٔ $P_{کل}=\frac{V_{کل}^2}{R_{eq}}$ توان را در دو حالت به دست آورده با هم مقایسه کنید.

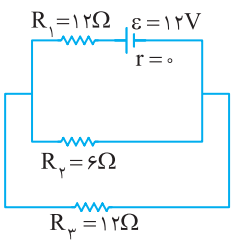


حالت اول کلید باز: وقتی کلید باز است مقاومت $R_2=6\Omega$ به مدار وصل نیست و مدار شامل دو مقاومت متوالی ۱۲ اهمی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R_1+R_3=12+12=24\Omega$$

توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_{کل}=\frac{V^2}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^2}{24}\Rightarrow P=\frac{12\times12}{24}\Rightarrow P=6W$$



حالت دوم کلید بسته: هر سه مقاومت در مدار قرار دارند.

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند:

$$R_{12}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

مقاومت R_{12} با مقاومت R_3 متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_3+R_{12}=12+4=16\Omega$$

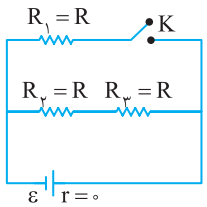
توان مصرفی مدار برابر است با:

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^2}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{12^2}{16}\Rightarrow P'=9W$$

بنابراین توان $9-6=3W$ افزایش می‌یابد.

B ۴ ۱۶۲۷

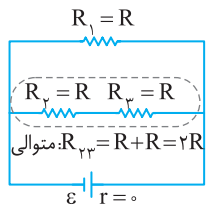
در حالت اول که کلید باز است دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ متوالی بوده و توان مصرفی مدار برابر است با:



حالت اول

$$P=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^۲}{R+R}=\frac{\varepsilon^۲}{۲R}$$

حالت دوم با بستن کلید K مقاومت $R_۱=R$ به طور موازی به مقاومت‌های متوالی $R_۲$ و $R_۳$ اضافه می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:



حالت دوم

$$R'_{eq}=\frac{R_۱\times R_{۲۳}}{R_۱+R_{۲۳}}=\frac{R\times ۲R}{R+۲R}=\frac{۲}{۳}R$$

توان مصرفی مدار در حالت دوم برابر است با: $P'=\frac{V^۲}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^۲}{\frac{۲}{۳}R}\Rightarrow P'=\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}$

بنابراین نسبت توان حالت دوم به توان حالت اول خواهد شد: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}}{\frac{\varepsilon^۲}{۲R}}=۳$

میانبر هرگاه باتری آرمانی باشد $(r=۰)$ با هر تغییری در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکهٔ آن است. از این‌رو: $\frac{P'}{P}=\frac{I'}{I}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$

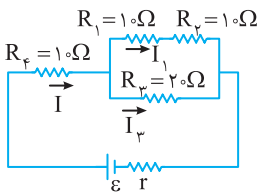
۱ توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

۲ جریان کل مدار (جریان خروجی از باتری) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

B ۲ ۱۶۲۸

یادآوری توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر توان خروجی از باتری است.

به کمک توان مقاومت $R_۱$، جریان $R_۱$ را حساب می‌کنیم:



$$P=I_۱^۲R_۱\Rightarrow ۱۰=I_۱^۲\times ۱۰$$

$$\Rightarrow I_۱=۱A$$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ که متوالی هستند، برابر $۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ است.

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی و هم‌اندازه‌اند، بنابراین جریان $R_۳$ نیز برابر $I_۳=۱A$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد: $I=I_۱+I_۳=۱+۱=۲A$

مقاومت‌ها معادل را به دست می‌آوریم: $R_{۱۲}:R_۲=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ با $R_۱$ متوالی

$R_{۱۲۳}:R_۳=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$ با $R_۳$ متوالی

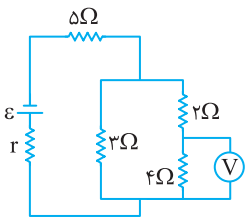
$R_{۱۲۳}$ با $R_۴$ متوالی است، بنابراین: $R_{eq}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$

توان خروجی باتری برابر است با: $P=R_{eq}I^۲=۲۰\times(۲)^۲=۸۰W$

میانبر در اینجا منظور از میانبر استفاده از درک شماست. در مقاومت‌های متوالی، توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت مستقیم و در مقاومت‌های موازی توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت وارون دارند.

توان $R_۱$، $۱۰W$ است، بنابراین توان $R_۲$ که با آن متوالی است نیز $۱۰W$ است و جمع توان در شاخه شامل $R_۱$ و $R_۲$، $۲۰W$ است، مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت شاخهٔ $R_۳$ برابر است، بنابراین توان $R_۳$ نیز $۲۰W$ است، یعنی توان مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر $۲۰+۲۰=۴۰W$ است. مقاومت معادل $R_{۱۲۳}=۱۰\Omega$ است که با مقاومت $R_۴$ برابر و با آن متوالی است، بنابراین توان مصرفی $R_۴$ نیز $۴۰W$ است و توان کل خروجی مدار برابر $۴۰+۴۰=۸۰W$ است.

بازی با سوال در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی $۴V$ را نشان می‌دهد. توان خروجی باتری چند وات است؟ قلم چی



۱) ۱۴

۲) ۲۸

۳) ۲۱

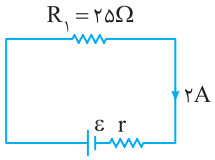
۴) ۶۳

گزینهٔ ۴

B ۳ ۱۶۲۹

یادآوری توان خروجی از باتری برابر توان مصرفی در مدار خارجی باتری است. $(P=R_{eq}I^۲)$

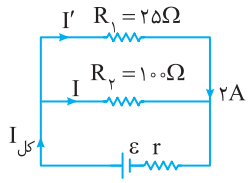
در حالت اول: یک مقاومت ۲۵Ω در مدار وجود دارد و جریان مدار $۲A$ است. بنابراین:



$$P_{\text{خروجی}}=RI^۲=۲۵\times ۴=۱۰۰W$$

در حالت دوم: جریان مقاومت ۲۵Ω برابر $۱/۹۲A$ است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند. بنابراین از مقاومت ۱۰۰Ω که ۴ برابر مقاومت ۲۵Ω است، جریانی برابر $\frac{۱}{۴}\times ۱/۹۲=۰/۴۸A$ می‌گذرد و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_{\text{کل}}=۱/۹۲+۰/۴۸\Rightarrow I_{\text{کل}}=۲/۴A$$



دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل شد:

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰۰\times ۲۵}{۱۰۰+۲۵}=\frac{۱۰۰}{۵}=۲۰\Omega$$

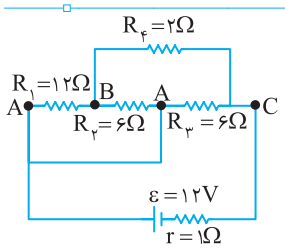
توان خروجی برابر است با:

$$P'_{\text{خروجی}}=R_{eq}I^۲_{\text{کل}}\Rightarrow P'_{\text{خروجی}}=۲۰\times(۲/۴)^۲=۱۱۵/۲W$$

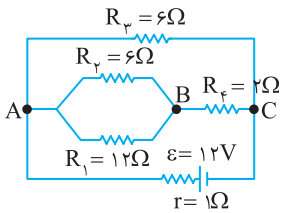
بنابراین توان خروجی باتری به اندازهٔ $۱۱۵/۲-۱۰۰=۱۵/۲W$ افزایش یافته است.

B ۱ ۱۶۳۰

ابتدا مدار را به شکل زیر ساده کرده، سپس جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل می‌شوند در حکم یک نقطه از مدار هستند و با یک حرف نامگذاری می‌شوند.



مقاومت‌های $R_۱=۱۲\Omega$ و $R_۲=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی‌اند. مقاومت $R_۳=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ A و C و مقاومت $R_۴=۲\Omega$ بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد و مدار به شکل مقابل در می‌آید.



۱ مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{۱۲}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است: $R_{۱۲۴}=۴+۲=۶\Omega$

مقاومت $R_{۱۲۴}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶}{۲}=۳\Omega$$

۲ جریان مدار را به دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳+۱}\Rightarrow I=۳A$

۳ توان تلف شده در باتری برابر است با: $rI^۲=۱\times(۳)^۲=۹W$

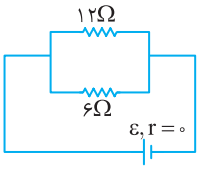
B ۱۶۳۱ ۴

خط فکری توان خروجی از باتری با توان مصرفی کل مدار برابر است و با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد پس توان مصرفی کل برابر است با:

$$P_{کل}=\frac{V_{کل}^{۲}}{R_{eq}} \xrightarrow[V_{کل}=\varepsilon]{r=۰} P_{کل}=\frac{\varepsilon^{۲}}{R_{eq}}$$

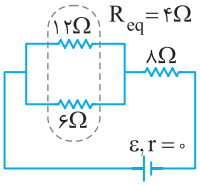
حال مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: اگر کلید در وضعیت (۱) قرار گیرد، تنها مقاومت‌های ۱۲Ω و ۶Ω که با هم موازی هستند در مدار قرار دارند و مقاومت معادل برابر است با:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

حالت دوم: اگر کلید در وضعیت (۲) قرار گیرد، مقاومت ۸Ω به طور متوالی با مقاومت‌های موازی ۶Ω و ۱۲Ω قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



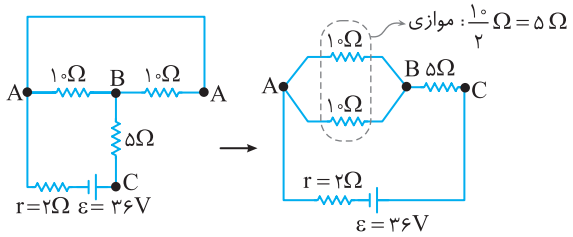
$$R'_{eq}=R_{eq}+۸\Rightarrow R'_{eq}=۴+۸=۱۲\Omega$$

اکنون نسبت توان‌های خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_{۲}}{P_{۱}}=\frac{\frac{\varepsilon^{۲}}{R'_{eq}}}{\frac{\varepsilon^{۲}}{R_{eq}}}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P_{۲}}{P_{۱}}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

B ۱۶۳۲ ۴

حالت اول کلید باز: مدار را با نامگذاری ساده می‌کنیم:



دو مقاومت ۱۰Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند، مقاومت ۵Ω بین BC بسته شده و با معادل دو مقاومت ۱۰Ω، متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۵+۵=۱۰\Omega$$

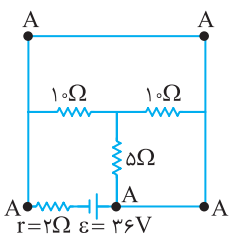
جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۶}{۱۰+۲}=۳A$$

توان خروجی باتری خواهد شد:

$$P=R_{eq}I^{۲}\Rightarrow P=۱۰\times۳^{۲}=۹۰W$$

حالت دوم کلید بسته: در این حالت نام دو سر باتری یکسان بوده و در واقع اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر است و توان خروجی از باتری $(P=VI)$ صفر می‌شود. بنابراین توان خروجی از $۹۰W$ به صفر رسیده و ۹۰ وات کاهش می‌یابد.

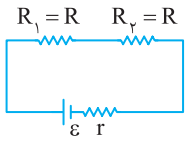


B ۱۶۳۳ ۴

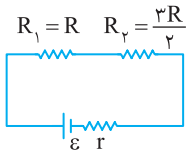
یادآوری هرگاه برای دو مقاومت خارجی $R_{eq_۱}$ و $R_{eq_۲}$ مختلف توان خروجی باتری برابر باشد، آنگاه مقاومت درونی باتری واسطه هندسی دو مقاومت است.

$$r=\sqrt{R_{eq_۱}R_{eq_۲}}$$

حالت اول: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_۱=R$ و $R_۲=R$ است، بنابراین: $R_{eq_۱}=۲R$



حالت دوم: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_۱=R$ و $R_۲=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$ است:

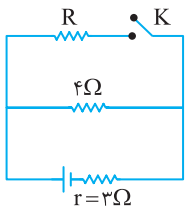


$$R_{eq_۲}=R+\frac{۳R}{۲}=\frac{۵R}{۲}$$

با توجه به یادآوری گفته شده داریم:

$$r=\sqrt{R_{eq_۱}R_{eq_۲}}\Rightarrow r=\sqrt{۲R\times\frac{۵R}{۲}}\Rightarrow r=\sqrt{۵R^{۲}}\Rightarrow r=\sqrt{۵}R$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید K توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند، R چند اهم است؟**



۱) ۱۲

۲) $\frac{۳۶}{۷}$

۳) ۶

۴) $\frac{۲۵}{۳}$

گزینهٔ ۲

B ۱۶۳۴ ۳

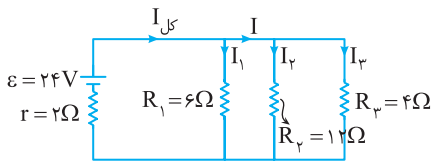
یادآوری توان خروجی یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r وقتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار و مقاومت درونی باتری برابر باشد.

$$r=R_{eq}\Rightarrow P=P_{max}$$

مقاومت خارجی مدار از سه مقاومت موازی R، ۱۲Ω و ۶Ω تشکیل شده است و مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{R}\xrightarrow{R_{eq}=r=۲\Omega}$$

$$\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{R}\Rightarrow R=۴\Omega$$



حال جریان کل خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۴}{۲+۲}=۶A$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $V=\varepsilon-Ir=۲۴-۱۲=۱۲V$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌های موازی با باتری برابر $۱۲V$ است و می‌توان جریان تک‌تک مقاومت‌ها را به کمک قانون اهم به‌دست آورد:

$$V_۱=V_۲=V_۳=V_{کل}=۱۲V\quad,\quad R_۱=\frac{V_۱}{I_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{V_۱}{R_۱}=\frac{۱۲}{۶}=۲A$$

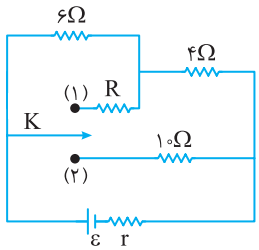
$$R_۲=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{V_۲}{R_۲}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A\quad,\quad R_۳=\frac{V_۳}{I_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{V_۳}{R_۳}=\frac{۱۲}{۴}=۳A$$

جریان I برابر مجموع $I_۲$ و $I_۳$ است:

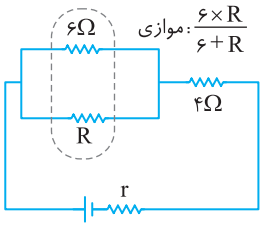
$$I=I_۲+I_۳\Rightarrow I=۱+۳=۴A$$

C ۱ ۱۶۳۵

خط فکری توان تولیدی باتری یعنی $P=\varepsilon I$. هنگامی که توان تولیدی باتری در دو حالت برابر است یعنی $\varepsilon I=\varepsilon I'$ ، بنابراین باید در دو حالت جریان برابر باشد $(I=I')$ و شما باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان را حساب کرده و با هم مساوی قرار دهید.



حالت اول: کلید در وضعیت (۱) است و مقاومت ۱۰Ω به مدار وصل نیست و مدار به شکل روبه‌رو است.



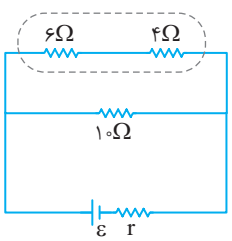
مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل ۶Ω و R متوالی است و مقاومت کل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶\times R}{۶+R}+۴$$

جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

حالت دوم: کلید در وضعیت (۲) است و مقاومت R در مدار قرار ندارد. در این حالت مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۰Ω موازی است و مدار به صورت روبه‌رو است.



مقاومت معادل در این حالت برابر است با:

$$R'_{eq}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۵+r}$$

جریان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم.

$$I=I'\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۵+r}\Rightarrow R_{eq}+r=۵+r\Rightarrow R_{eq}=۵\Omega$$

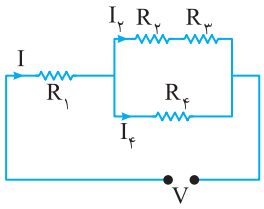
بنابراین مقاومت معادل در حالت اول ۵Ω است. با توجه به اینکه مقاومت معادل در حالت اول را $R_{eq}=\frac{۶R}{۶+R}+۴$ در آوریم.

$$\frac{۶R}{۶+R}+۴=۵\Rightarrow\frac{۶R}{۶+R}=۱\Rightarrow ۶R=۶+R\Rightarrow R=۱/۲\Omega$$

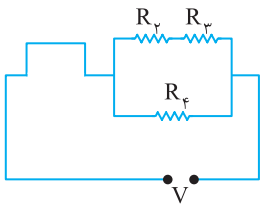
B ۲ ۱۶۳۶

خط فکری در مدارهایی که تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند برای پیدا کردن مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند باید ببینیم در مدار آیا مقاومتی وجود دارد که با باتری متوالی بسته شده باشد، زیرا تمام جریان باتری از آن می‌گذرد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی آن مقاومت بیشینه می‌شود. اگر مقاومتی با باتری متوالی نبود، حال باید ببینیم آیا مقاومتی در مدار وجود دارد که با باتری موازی باشد، چون در این صورت، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت بیشینه بوده با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی در آن بیشینه می‌شود:

کلید باز باشد: مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن بیشینه بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون مقدار تمام مقاومت‌ها یکسان است در این حالت توان مصرفی مقاومت $R_۱$ بیشینه است.



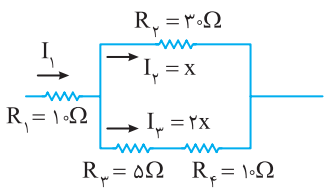
کلید بسته باشد: مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت $R_۴$ به طور موازی به دو سر باتری متصل شده و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۴$ برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بوده و بیشینه است پس توان مصرفی آن در این حالت بیشینه می‌شود.



B ۱ ۱۶۳۷

خط فکری در سؤالاتی که مقدار مقاومت‌ها متفاوت است ابتدا به کمک مقاومت‌ها باید جریان هر شاخه و مقاومت را به دست بیاورید تا در گام بعدی با استفاده از $P=RI^۲$ بتوانید در مورد توان آن‌ها اظهارنظر کنید.

جریان $I_۱$ به دو قسمت $I_۲$ و $I_۳$ تقسیم می‌شود که جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω را با x نمایش دهیم و جریان $I_۳$ که از مقاومت $R_{۳۴}=۵+۱۰=۱۵\Omega$ می‌گذرد برابر ۲x خواهد شد یعنی جریان $I_۳$ دو برابر جریان $I_۲$ است $(I_۳=۲I_۲)$.



$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=۳I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۳},I_۳=I_۴=\frac{۲I_۱}{۳}$$

اکنون به سراغ توان‌ها می‌رویم:

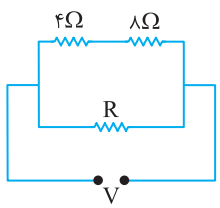
$$\begin{cases}R_۱:P_۱=RI_۱^۲\Rightarrow P_۱=۱۰I_۱^۲\\ R_۲:P_۲=RI_۲^۲\Rightarrow P_۲=۳۰(\frac{I_۱}{۳})^۲=\frac{۱۰}{۳}I_۱^۲\\ R_۳:P_۳=RI_۳^۲\Rightarrow P_۳=۵\times(\frac{۲I_۱}{۳})^۲=\frac{۲۰}{۹}I_۱^۲\\ R_۴:P_۴=RI_۴^۲\Rightarrow P_۴=۱۰\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow$$

توان $R_۱$ از بقیه بیشتر است.

B ۴ ۱۶۳۸

خط فکری در مقاومت‌های موازی ولتاژها یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است.

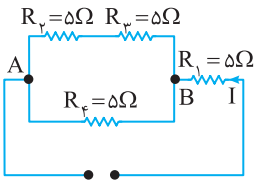
در شکل روبه‌رو دو مقاومت ۴Ω و ۸Ω متوالی بوده و مقاومت معادل آن ۴+۸=۱۲Ω است و برای آنکه توان مصرفی R بیشتر از توان مصرفی مقاومت شاخهٔ بالایی باشد باید R از ۱۲Ω کمتر باشد که هر سه گزینه درست است.



B ۳ ۱۶۳۹

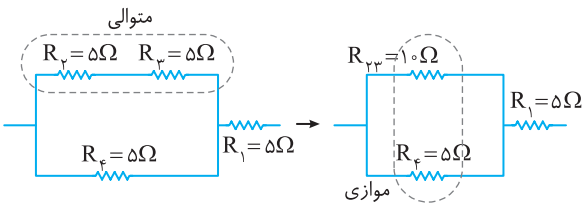
در گام نخست مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند پیدا کرده و توان آن را مساوی ۲۰W قرار می‌دهیم و چون مقدار مقاومت مشخص است، می‌توان جریان یا اختلاف پتانسیل مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند به‌دست آورد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و بیشینه جریان به آن می‌رسد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون جریان عبوری از آن بیشینه است، پس توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



$$P_{max}=R_۱I^۲ \xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=۵\Omega} ۲۰=۵\times I^۲ \Rightarrow I=۲A$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر $V_{کل}=R_{eq}I$ است:



$$R_{۲۳۴}=\frac{۵\times ۱۰}{۵+۱۰}=\frac{۱۰}{۳}\Omega \qquad R_{۲۳۴}=\frac{۱۰}{۳}\Omega$$

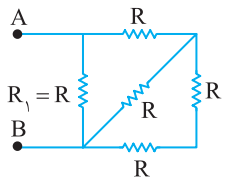
$$R_۱=۵\Omega \Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰}{۳}+۵=\frac{۲۵}{۳}\Omega$$

$$V_{کل}=\frac{۲۵}{۳}\times ۲=\frac{۵۰}{۳}V$$

B ۴ ۱۶۴۰

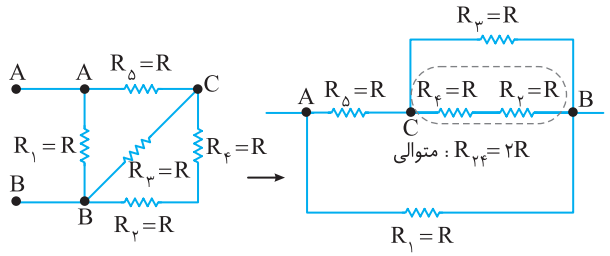
خط فکری در سؤالاتی که گفته می‌شود بیشینه توان مصرفی هر مقاومت می‌تواند P باشد، ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را در مدار مصرف می‌کند پیدا می‌کنیم و توان مصرفی آن را برابر P قرار می‌دهیم. در این صورت بقیهٔ مقاومت‌ها حتماً کمتر از توان P مصرف خواهند کرد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ به صورت موازی به دو سر A و B وصل شده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن بیشینه است و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



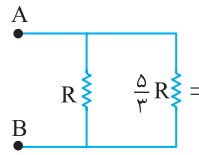
$$P_{max}=\frac{V_{AB}^۲}{R_۱} \xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=R} ۲۰=\frac{V_{AB}^۲}{R}$$

۲ توان مصرفی در مدار برابر $P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}}$ است، حال مقاومت معادل را برحسب R به‌دست می‌آوریم. برای این کار از نقطه‌گذاری استفاده کرده و شکل مدار را ساده‌تر رسم کردیم (البته شما می‌توانید با توجه به شکل مدار نیز مقاومت معادل را به‌دست آورید.)



$$R_{۲۳۴}=\frac{۲R\times R}{۳R}=\frac{۲}{۳}R \text{ : موازی } R_۳ \text{ و } R_{۲۴}$$

$$R_{۲۳۴۵}=R+\frac{۲}{۳}R=\frac{۵}{۳}R \text{ : متوالی } R_۵ \text{ و } R_{۲۳۴}$$



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{۵}{۳}R\times R}{\frac{۸}{۳}R} \Rightarrow R_{eq}=\frac{۵}{۸}R$$

۳ توان مصرفی در مدار را حساب می‌کنیم:

$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}} \Rightarrow P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{\frac{۵}{۸}R} \Rightarrow P_{کل}=\frac{۸}{۵}\frac{V_{AB}^۲}{R} \xrightarrow{\frac{V_{AB}^۲}{R}=۲۰W}$$

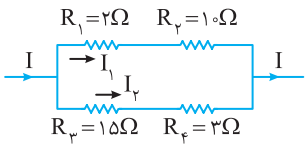
$$P_{کل}=\frac{۸}{۵}\times ۲۰=۳۲W$$

C ۲ ۱۶۴۱

خط فکری در گام اول باید بررسی کنید که توان مصرفی کدام مقاومت از بقیه بیشتر است برای این کار باید جریان مقاومت‌ها را به دست بیاورید. البته ابتدا مشخص کنید که مقاومت کدام شاخه بزرگ‌تر است.

۱ مقاومت شاخهٔ بالایی که دو مقاومت متوالی دارد برابر است با:

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲ \Rightarrow R_{۱۲}=۲+۱۰=۱۲\Omega$$



در شاخهٔ پایینی نیز دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند.

$$R_{۳۴}=R_۳+R_۴=۱۵+۳=۱۸\Omega$$

۲ مقاومت‌های شاخهٔ بالایی و پایینی با هم موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$V_{۱۲}=V_{۳۴} \Rightarrow I_۱(R_{۱۲})=I_۲(R_{۳۴}) \Rightarrow I_۱\times ۱۲=I_۲\times ۱۸ \Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}I_۱$$

۳ توان هر مقاومت را برحسب جریان $I_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$$P=RI^۲ \begin{cases} \xrightarrow{R_۱} P_۱=۲I_۱^۲ \\ \xrightarrow{R_۲} P_۲=۱۰I_۱^۲ \\ \xrightarrow{R_۳} P_۳=۱۵\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲ \Rightarrow P_۳=\frac{۲۰}{۳}I_۱^۲ \\ \xrightarrow{R_۴} P_۴=۳\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲ \Rightarrow P_۴=\frac{۴}{۳}I_۱^۲ \end{cases}$$

۴ مشخص است که توان مصرفی $P_۲$ از بقیه بیشتر است و مقاومت $R_۲$ می‌تواند بیشینه توان را بدون آسیب دیدن دیگر مقاومت‌ها مصرف کند، بنابراین $P_۲=۲۰W$ است.

$$P_۲=۱۰I_۱^۲ \Rightarrow ۲۰=۱۰I_۱^۲ \Rightarrow I_۱^۲=۲ \Rightarrow \begin{cases} P_۱=۲\times ۲=۴W \\ P_۳=\frac{۲۰}{۳}\times ۲=\frac{۴۰}{۳}W \\ P_۴=\frac{۴}{۳}\times ۲=\frac{۸}{۳}W \end{cases}$$

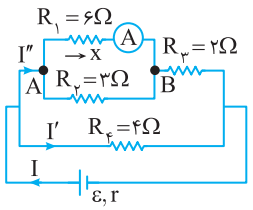
۵ توان کل برابر جمع این توان‌هاست.

$$P_t=۲۰+۴+\frac{۴۰}{۳}+\frac{۸}{۳}=۲۰+۴+۱۶=۴۰W$$

C ۲ ۱۶۴۲

خط فکری با داشتن توان خارجی مدار می‌توانید جریان مدار را به‌دست بیاورید البته ابتدا باید مقاومت معادل مدار را حساب کنید تا به کمک آن جریان کل و سپس جریان تک‌تک مقاومت‌ها از جمله مقاومت R_1 را به‌دست بیاورید.

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند:



$$R_{AB}=R_{12}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

مقاومت R_{12} با مقاومت R_3 متوالی است.

$$R_{123}=2+2=4\Omega$$

شاخهٔ بالایی که شامل R_1، R_2 و R_3 است با مقاومت R_4 موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{4}{2}=2\Omega$$

اکنون به کمک توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار، جریان کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

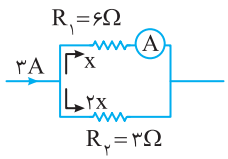
$$P=R_{eq}I^2\Rightarrow72=2I^2\Rightarrow I=6A$$

مقاومت شاخهٔ بالایی $R_{123}=4\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی $R_4=4\Omega$ است بنابراین جریان مدار بین شاخه‌های بالایی و پایینی به‌طور یکسان تقسیم می‌شود و جریان هر شاخه خواهد شد.

$$I'=I''=\frac{I}{2}\Rightarrow I'=I''=\frac{6}{2}=3A$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

برای یافتن عدد آمپرسنج یعنی جریان مقاومت R_1 باید جریان ۳A را بین دو مقاومت موازی R_1 و R_2 تقسیم کرد. اگر از مقاومت 6Ω جریان x بگذرد، از مقاومت 3Ω جریان $2x$ می‌گذرد که جمع این دو جریان برابر ۳A است.



$$I''=I_1+I_2=x+2x\Rightarrow3=3x\Rightarrow x=1A\Rightarrow I_1=1A$$

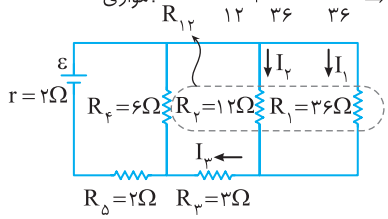
C ۴ ۱۶۴۳

به چه فکر می‌کنید؟ راهی نیست مگر اینکه ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را مصرف می‌کند، پیدا کنید.

۱ جریان بزرگ‌ترین مقاومت موازی مدار یعنی $R_1=36\Omega$ را برابر I_1 فرض می‌کنیم. جریان مقاومت $R_2=12\Omega$، سه برابر جریان R_1 یعنی $I_2=3I_1$ خواهد بود. جریان مقاومت R_3 جمع I_1 و I_2 است.

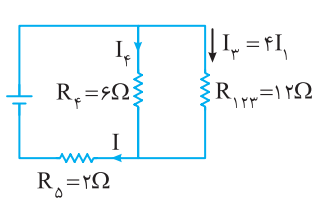
$$I_3=I_1+I_2=I_1+3I_1=4I_1\Rightarrow I_3=4I_1$$

$$\text{موازی:}\ \frac{1}{R_{12}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{36}=\frac{3+1}{36}\Rightarrow R_{12}=9\Omega$$



مقاومت معادل R_1 و R_2 با مقاومت R_3 متوالی است. $R_{123}=3+9=12\Omega$

جریان مقاومت 12Ω، $4I_1$ است و جریان مقاومت $R_4=6\Omega$ موازی با آن برابر $I_4=8I_1$ می‌شود (فراموش نکنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود). جریان کل مدار با مقاومت $R_5=2\Omega$ برابر است با:



$$I=I_3+I_4=4I_1+8I_1\Rightarrow I=12I_1$$

۲ اکنون توان تک‌تک مقاومت‌ها را با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$ به‌دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_1=R_1I_1^2\xrightarrow{R_1=36\Omega}P_1=36I_1^2$$

$$P_2=R_2I_2^2\xrightarrow[I_2=3I_1]{R_2=12\Omega}P_2=12\times(3I_1)^2\Rightarrow P_2=108I_1^2$$

$$P_3=R_3I_3^2\xrightarrow[I_3=4I_1]{R_3=3\Omega}P_3=3\times(4I_1)^2\Rightarrow P_3=48I_1^2$$

$$P_4=R_4I_4^2\xrightarrow[I_4=8I_1]{R_4=6\Omega}P_4=6\times(8I_1)^2\Rightarrow P_4=384I_1^2$$

$$P_5=R_5I_5^2\xrightarrow[I_5=12I_1]{R_5=2\Omega}P_5=2\times(12I_1)^2\Rightarrow P_5=288I_1^2$$

مقاومت $R_4=6\Omega$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، پس اختلاف پتانسیل دو سر R_4، 12V و جریان آن $8I_1$ است. I_1 را به‌دست می‌آوریم.

$$V_4=I_4R_4\Rightarrow12=8I_1\times6\Rightarrow I_1=0/25A$$

جریان کل مدار یا جریان مقاومت R_5 خواهد شد:

$$I_{\text{کل}}=I_5=12I_1=12\times0/25=3A$$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_5=2\Omega$ برابر است با:

$$V_5=I_5R_5\xrightarrow[R_5=2\Omega]{I_5=3A}V_5=3\times2\Rightarrow V_5=6V$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V=V_4+V_5=12+6=18V$$

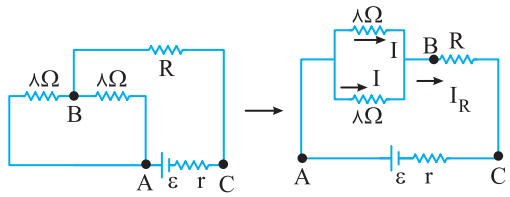
نیروی محرکهٔ باتری خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow18=\varepsilon-3\times2\Rightarrow\varepsilon=24V$$

خوب خسته نباشید. تست کنکور تجربی ۹۸. به نظر می‌رسد باید این تست در سطح دوم یا سطح سوم قرار می‌گرفت نه به دلیل سختی آن بلکه به دلیل راه‌حل طولانی حوصله سربر آن.

B ۱ ۱۶۴۴

با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و تقسیم جریان بین آن‌ها را راحت‌تر تشخیص دهیم. دو مقاومت 8Ω بین A و B بسته شده و موازی‌اند و مقاومت R بین B و C بسته شده و با باتری متوالی است. اگر جریان هر یک از مقاومت‌های 8Ω را I فرض کنیم جریان مقاومت R برابر 2I می‌شود $(I_R=I+I=2I)$.

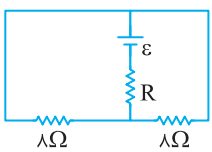


با توجه به فرض مسئله توان همهٔ مقاومت‌ها یکسان است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$P_{8\Omega}=P_R\Rightarrow8\times I^2=R(2I)^2\Rightarrow R=2\Omega$$

بازی با سوال **اگر در مدار زیر توان هر سه مقاومت با هم برابر باشند، R چند اهم است؟**

کنکور دهه‌های گذشته



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۱۶

گزینهٔ ۲

B ۱۶۴۵ ۱

توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

۱ ابتدا مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 را بررسی می‌کنیم. این سه مقاومت با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ برای اینکه توان مصرفی آن‌ها با هم برابر باشد باید مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با هم برابر باشد:

$$R_1=R_2=R_3=3\Omega$$

$R_1=3\Omega$ R_2 R_3 — P P P

۲ سه مقاومت R_1، R_2 و R_3 متوالی‌اند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{123}=3+3+3=9\Omega$ است و چون هر کدام از آن‌ها توان P مصرف کرده پس R_{123} توان 3P را مصرف می‌کند. مقاومت R_4 و R_{123} با هم موازی‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی هستند.

$R_{123}=9\Omega$, R_4, P

$$\begin{cases} P_{R_4}=P \\ P_{R_{123}}=3P \end{cases} \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \begin{cases} \frac{V^2}{R_4}=P \\ \frac{V^2}{9}=3P \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div} \frac{9}{R_4}=\frac{1}{3}\Rightarrow R_4=27\Omega$$

۹Ω, ۲۷Ω, ε

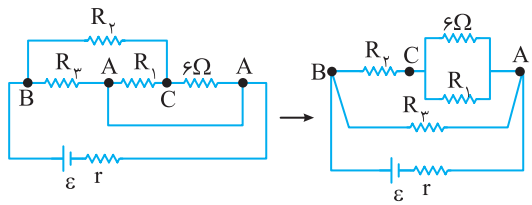
۳ حال مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{4}{27}\Rightarrow R_{eq}=\frac{27}{4}$$

C ۱۶۴۶ ۳

خط فکری توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

با استفاده از نام‌گذاری شکل ساده شده مدار را رسم می‌کنیم و پله پله سه مقاومت مجهول را به‌دست می‌آوریم.



۱ مقاومت R_1 و مقاومت 6Ω موازی‌اند و اختلاف پتانسیل یکسانی دارند، همچنین توان آن‌ها با هم برابر است.

$$\begin{cases} P_{R_1}=P \\ P_{6\Omega}=P \end{cases} \Rightarrow P_{R_1}=P_{6\Omega} \xrightarrow{\text{Vها یکسان}}$$

$$\frac{V^2}{R_1}=\frac{V^2}{6}\Rightarrow R_1=6\Omega$$

۲ مقاومت معادل $R_1=6\Omega$ و 6Ω برابر $R'=\frac{6}{2}=3\Omega$ است و در مجموع این دو مقاومت توان 2P را مصرف می‌کند. مقاومت R' با مقاومت R_2 متوالی است و دارای جریان یکسانی‌اند:

I R_2 $R'=3\Omega$ — P 2P

$$\begin{cases} P'=2P \\ P_{R_2}=P \end{cases} \Rightarrow P'=2P_{R_2} \xrightarrow{\text{I ها یکسان}}$$

$$3I^2=2R_2I^2\Rightarrow R_2=1/5\Omega$$

۳ مقاومت معادل R_2 و R' برابر $R''=1/5+3=4/5\Omega$ است و توان مصرفی آن برابر مجموع توان مصرفی مقاومت R_2 و R' یعنی 3P با مقاومت R_3 است. R'' موازی بوده و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی‌اند:

3P — $R''=4/5\Omega$ — R_3 — P

$$\begin{cases} P_{R_3}=P \\ P_{R''}=3P \end{cases} \Rightarrow P_{R''}=3P \xrightarrow{\text{Vها یکسان}}$$

$$\frac{V^2}{4/5}=3\frac{V^2}{R_3}\Rightarrow R_3=13/5\Omega$$

A ۱۶۴۷ ۳

با داشتن توان مصرفی مقاومت R_2 ولتاژ دو سر مقاومت R_2 را به‌دست می‌آوریم:

R_1, R_2, ۲۰V

$$P_2=\frac{V_2^2}{R_2}\Rightarrow 80=\frac{V_2^2}{5}\Rightarrow V_2^2=400$$

$$\Rightarrow V_2=20V$$

ولتاژ دو سر مقاومت R_2 برابر 20V شده که این ولتاژ با ولتاژ دو سر منبع 20V برابر است. در این صورت باید مقاومت‌های R_1 و R_2 به طور موازی به هم متصل باشند و V_1 نیز 20V است.

A ۱۶۴۸ ۱

خط فکری اگر دو مقاومت موازی بسته شوند مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر می‌شود و اگر دو مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

مقاومت معادل را به کمک توان مصرفی مدار حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{V^2}{R_{eq}}\Rightarrow 60=\frac{900}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}=15\Omega$$

مقاومت معادل R_1 و R_2 از $R_1=20\Omega$ کوچک‌تر است، نتیجه می‌گیریم R_1 و R_2 به طور موازی به هم وصل شده‌اند:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow\frac{1}{15}=\frac{1}{20}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_2=60\Omega$$

اکنون شکل مدار را رسم می‌کنیم. ولتاژ در دو سر مقاومت $R_2=60\Omega$ برابر 30V است، بنابراین جریان آن خواهد شد:

$R_1=20\Omega$, $R_2=60\Omega$, ۳۰V

$$I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}A$$

B ۱۶۴۹ ۱

مقاومت آمپرسنج 5Ω و جریان آن 0/1A است بنابراین ولتاژ دو سر آمپرسنج خواهد شد:

R, A, V

$$V_A=IR_A=0/1\times5=0/5V$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آمپرسنج و مقاومت R را 12V نشان می‌دهد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

$$V_V=V_R+V_A\Rightarrow 12=V_R+0/5\Rightarrow V_R=11/5V$$

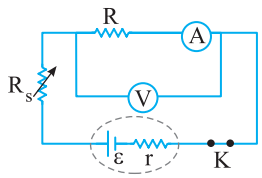
اکنون توان مصرفی در مقاومت R را به‌دست می‌آوریم.

$$P_R=V_RI_R\xrightarrow[I_R=I_A=0/1A]{V_R=11/5V}P_R=11/5\times0/1$$

$$\Rightarrow P_R=1/15W$$

بازی با سؤال در شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۴V و آمپرسنج ۰/۲A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج $R_A=1\Omega$ باشد، توان مصرفی مقاومت R چند برابر توان مصرفی آمپرسنج خواهد بود؟

قلم‌چی

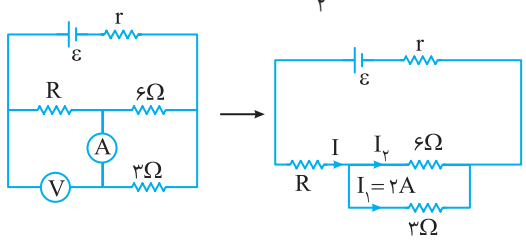


۱) ۱۱۹
۲) ۱۲۰
۳) ۲۴
۴) ۴۶

گزینهٔ ۱

B ۱۶۵۰ ۳

از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی جریان نمی‌گذرد و از طرفی آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم عمل می‌کند، بنابراین مدار به صورت شکل زیر است که در آن ولتاژ دو سر مقاومت R برابر ۸V و جریان عبوری از مقاومت ۳Ω برابر ۲A است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω با مقاومت ۳Ω موازی و مقدار آن دو برابر مقاومت ۳Ω است بنابراین جریان آن نصف جریان مقاومت ۳Ω یعنی $\frac{2}{2}=1A$ است.



جریان مقاومت R مجموع جریان دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω می‌باشد.

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=2+1\Rightarrow I_R=3A$$

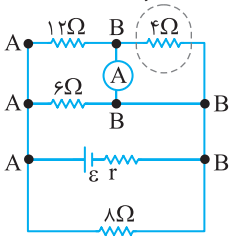
با داشتن ولتاژ و جریان مقاومت R توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم.

$$P=VI\Rightarrow P=8\times3=24W$$

B ۱۶۵۱ ۴

آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت است. مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. دو سر مقاومت ۴Ω دارای حرف یکسان است و این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و موازی‌اند. از طرفی مقاومت ۸Ω نیز بین A و B بسته شده و با دو مقاومت دیگر موازی است و مدار به شکل زیر است.

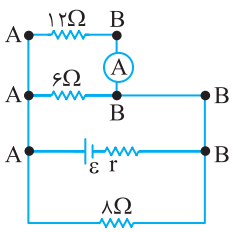
اتصال کوتاه



آمپرسنج جریان مقاومت ۱۲Ω را ۲A نشان می‌دهد، بنابراین ولتاژ دو سر آن برابر است با:

$$V_1=I_1R_1=2\times12=24V\Rightarrow V_{AB}=24V$$

مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم، سه مقاومت با هم موازی هستند.



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{2+4+3}{24}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}\Omega$$

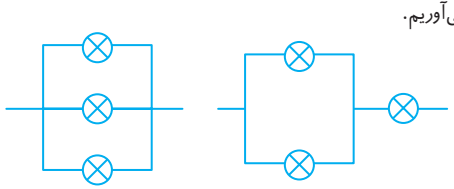
یادآوری توان خروجی از باتری با توان مصرفی در مقاومت‌ها برابر است.

توان خروجی مدار خواهد شد:

$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^2}{R_{eq}}=\frac{24\times24}{\frac{8}{3}}\Rightarrow P=216W$$

A ۱۶۵۲ ۳

برای مقایسه توان‌های دو حالت چون اختلاف پتانسیل دو سر مدار در دو حالت برابر است از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم بنابراین ابتدا مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم.



در شکل (۱) سه مقاومت موازی هستند و اگر مقاومت هر لامپ را R بنامیم، مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_1}=\frac{R}{3}$$

در شکل (۲) دو مقاومت موازی و مقاومت معادل آن برابر $\frac{R}{2}$ است که با مقاومت R دیگر متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

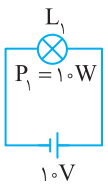
$$R_{eq_2}=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$$

اکنون نسبت توان‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R_{eq_1}}\\P_2=\frac{V^2}{R_{eq_2}}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{R_{eq_2}}{R_{eq_1}}=\frac{\frac{3R}{2}}{\frac{R}{3}}=\frac{9}{2}$$

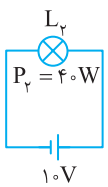
B ۱۶۵۳ ۳

خط فکری از شکل (الف) و (ب) می‌توانید مقاومت هر لامپ را حساب کنید، سپس در شکل (پ) ابتدا مقاومت معادل مدار، سپس جریان و در آخر توان لامپ L_1 را با داشتن جریان و مقاومتش حساب کنید.



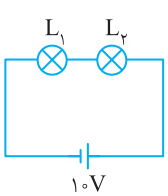
شکل (الف): مقاومت L_1 خواهد شد:

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow10=\frac{100}{R_1}\Rightarrow R_1=10\Omega$$



شکل (ب): مقاومت L_2 برابر است با:

$$P_2=\frac{V^2}{R_2}\Rightarrow40=\frac{100}{R_2}\Rightarrow R_2=2/5\Omega$$



شکل (پ): مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=R_1+R_2=10+2/5=R_{eq}=12/5\Omega$$

جریان مدار را در این حالت به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{10}{12/5}\Rightarrow I=\frac{2}{3}A$$

توان مصرفی لامپ (۱) خواهد شد:

$$P'_1=R_1I^2\Rightarrow P'_1=10\times(\frac{4}{5})^2=\frac{32}{5}=\frac{64}{10}=6/4W$$

۳ ۱۶۵۴ B

خط فکری ۱ لامپ با مشخصات ۱۲W و ۲۴V ، یعنی وقتی لامپ به ولتاژ ۲۴V وصل شود، توان مصرفی‌اش ۱۲W است.

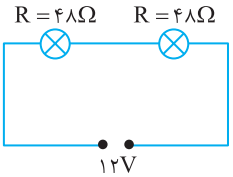
۲ مقاومت رشتهٔ لامپ به نوع اتصال لامپ بستگی ندارد و مقدار آن از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{V^2}{P}$ به‌دست می‌آید.

مقاومت لامپ‌ها را به‌دست آورید و در هر حالت مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان را در هر حالت به‌دست آورید.

۱ مقاومت هر لامپ برابر است با: $P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow ۱۲=\frac{۲۴\times ۲۴}{R}\Rightarrow R=۴۸\Omega$

۲ وقتی هر دو لامپ متوالی بسته می‌شوند، مقاومت معادل برابر است با:

$R_{eq_1}=۴۸+۴۸=۹۶\Omega$

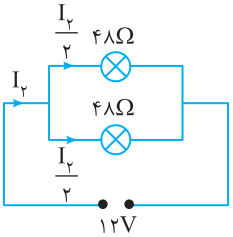


جریان در این حالت خواهد شد:

$I_1=\frac{V}{R_{eq_1}}\Rightarrow I_1=\frac{۱۲}{۹۶}\Rightarrow I_1=\frac{۱}{۸}A=۰/۱۲۵A$

۳ وقتی هر دو لامپ، به‌صورت موازی به اختلاف پتانسیل ۱۲V بسته می‌شوند:

$R_{eq_2}=\frac{۴۸}{۲}=۲۴\Omega$



جریان را به‌دست می‌آوریم:

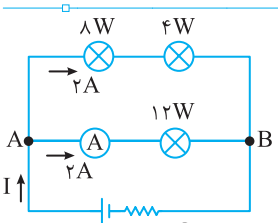
$I_2=\frac{V}{R_{eq_2}}=\frac{۱۲}{۲۴}=۰/۵A$

در حالت دوم جریان I_2 باید بین دو مقاومت موازی ۴۸Ω تقسیم شود، پس به هر لامپ جریان $\frac{I_2}{2}=۰/۲۵A$ می‌رسد: $\frac{I_2}{2}-I_1=۰/۲۵-۰/۱۲۵=۰/۱۲۵A=۱۲۵mA$

پس جریان در حالت دوم ۱۲۵mA بیشتر از جریان در حالت اول است.

۳ ۱۶۵۵ B

نکتهٔ مهمی که در حل این مسئله باید به آن دقت کنید این است که توان شاخهٔ پایینی ۱۲W است هم‌چنین مجموع توان‌های شاخهٔ بالایی $۸+۴=۱۲W$ است یعنی توان مصرفی این دو شاخهٔ موازی با هم یکسان است و چون ولتاژ آن‌ها برابر است، بنابراین جریان دو شاخه برابر است و جریان هر شاخه ۲A و جریان کل مدار $I=۲+۲=۴A$ است.



ولتاژ دو سر لامپ ۱۲W خواهد شد: $P=VI\Rightarrow V=\frac{P}{I}\Rightarrow V=\frac{۱۲}{۲}=۶V$

این لامپ با باتری موازی بسته شده و ولتاژ دو سر باتری نیز ۶V می‌شود بنابراین می‌توان نوشت: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۶=\varepsilon-۴\times ۲\Rightarrow \varepsilon=۱۴V$

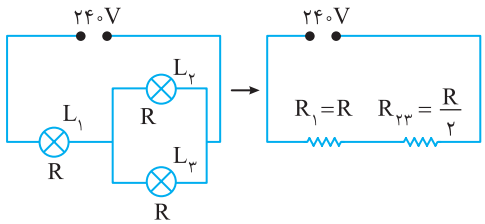
۴ ۱۶۵۶

یادآوری در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ دو سر هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد: $\begin{cases}V_1=R_1I\\V_2=R_2I\end{cases}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{R_1}{R_2}$



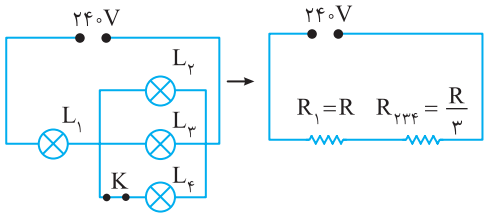
در این سؤال همهٔ لامپ‌ها مشابه‌اند و مقاومت آن‌ها را R فرض می‌کنیم:

حالت اول: اگر کلید K باز باشد لامپ L_4 در مدار قرار ندارد و حذف می‌شود.



$\xrightarrow[R_1=۲R_{23}]{V_1=۲V_{23}}\begin{cases}V_{کل}=V_1+V_{23}\\۲۴۰=V_1+V_{23}\Rightarrow ۲۴۰=V_1+\frac{V_1}{2}\Rightarrow V_1=۱۶۰V\end{cases}$

حالت دوم: اگر کلید K بسته شود لامپ L_4 در مدار قرار می‌گیرد و شکل مدار به صورت زیر می‌شود:



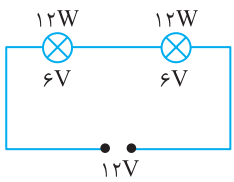
$\xrightarrow[R_1=۳R_{234}]{V_1'=۳V_{234}'}\begin{cases}V_{کل}=V_1'+V_{234}'\\۲۴۰=V_1'+\frac{V_1'}{3}\Rightarrow ۲۴۰=\frac{۴V_1'}{3}\Rightarrow V_1'=۱۸۰V\end{cases}$

توان لامپ L_1 برابر $P_1=\frac{V_1^2}{R}$ است:

$\begin{cases}\text{حالت اول: } P_1=\frac{V_1^2}{R}\Rightarrow P_1=\frac{(۱۶۰)^2}{R}\\\text{حالت دوم: } P_2=\frac{V_1'^2}{R}\Rightarrow P_2=\frac{(۱۸۰)^2}{R}\end{cases}\xrightarrow{\frac{P_2}{P_1}=?}\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{(۱۸۰)^2}{R}}{\frac{(۱۶۰)^2}{R}}=(\frac{۱۸۰}{۱۶۰})^2=\frac{۸۱}{۶۴}$

۳ ۱۶۵۷ B

هر لامپ دارای مشخصات ۶V و ۱۲W است یعنی وقتی به اختلاف پتانسیل ۶V متصل شود، توان آن ۱۲W است. دو لامپ مطابق شکل به طور متوالی به ولتاژ ۱۲V متصل شده‌اند بنابراین ولتاژ هر لامپ ۶V در نتیجه توان مصرفی هر لامپ ۱۲W می‌شود. اکنون به کمک توان و ولتاژ، جریان مدار را حساب می‌کنیم.



$P=VI\Rightarrow ۱۲=۶I\Rightarrow I=۲A$

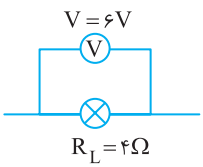
باری که باتری به مدار می‌دهد تا به طور ایمن تخلیه شود ۴۸Ah است از این رو می‌توان نوشت: $Q=It\Rightarrow ۴۸=۲t\Rightarrow t=۲۴h$

۳ ۱۶۵۸ B

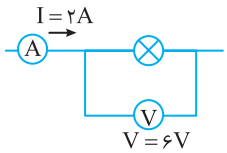
باید توان هر لامپ را به‌دست آورده و با هم مقایسه کنیم، لامپی که توانش بیشتر باشد، روشنایی آن بیشتر است.

گزینهٔ (۱): $P=RI^2=۲\times(۲)^2=۸W$

گزینهٔ (۲): $P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow P=\frac{۳۶}{۴}=۹W$

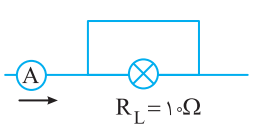


گزینهٔ (۳): $P=VI\Rightarrow P=۶\times ۲=۱۲W$





گزینهٔ (۴): در این گزینه لامپ اتصال کوتاه شده بنابراین خاموش است.



بنابراین در مدار گزینهٔ (۳) لامپ روشنایی بیشتر دارد.

۲ ۱۶۵۹

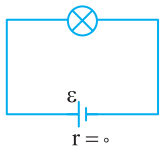
در مقاومت‌های (لامپ‌های) موازی اختلاف پتانسیل‌ها با هم برابر است از این‌رو می‌توان نوشت: موازی: $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{V^۲}{R_۲}}{\frac{V^۲}{R_۱}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

بنابراین چون لامپ (۱) پرنورتر است یعنی توان مصرفی‌اش بزرگ‌تر است و مقاومت آن کمتر است. $P_۱>P_۲\Rightarrow R_۱<R_۲$

در حالت دوم: دو مقاومت (دو لامپ) به‌طور متوالی به مدار بسته شده و در مقاومت‌های (لامپ‌های) متوالی جریان‌ها یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=RI^۲$، لامپی که مقاومتش بزرگ‌تر است توان مصرفی‌اش بیشتر و پرنورتر است. متوالی: $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲I^۲}{R_۱I^۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

بنابراین در این حالت لامپ (۲) که مقاومتش بزرگ‌تر است، توان مصرفی‌اش بیشتر و نوردهی بیشتری دارد.

B ۴ ۱۶۶۰



نکتهٔ بسیار مهم این مسئله این است که مقاومت درونی باتری صفر است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره برابر نیروی محرکهٔ آن است. یعنی ولتاژ دو سر لامپ برابر ε است و در هر مداری که ولتاژ دو سر لامپ‌ها برابر ε باشد، شدت نور لامپ‌ها با شدت نور همین لامپ برابر است. در گزینهٔ (۴) دو لامپ به‌طور موازی به باتری متصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها برابر ε است و نور لامپ آن‌ها با نور لامپ مدار اولیه برابر است.

در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) که لامپ‌ها دارای اتصال متوالی هستند، اختلاف پتانسیل هیچ‌یک از لامپ‌ها به ε نمی‌رسد و از آن کمتر است بنابراین نور لامپ‌ها کمتر از حالت اولیه است.

B ۳ ۱۶۶۱

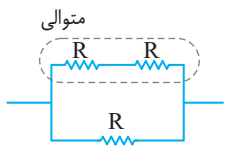
اجاق برقی به برق منزل به‌طور موازی بسته می‌شود یعنی در چهار گزینه اختلاف پتانسیل دو سر اجاق یکسان و برابر ولتاژ برق منزل است. بنابراین در همهٔ حالت‌ها اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ گرماده یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، مجموعه‌ای که مقاومت کمتری دارد، توان مصرفی‌اش بیشتر و برای قسمت گرماده مناسب‌تر است.

اگر هر مقاومت را با R نمایش دهیم، خواهیم داشت:

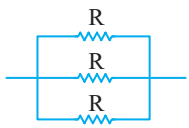


گزینهٔ (۱): سه مقاومت متوالی: $R_{eq}=۳R$

گزینهٔ (۲): $R_{eq}=\frac{۲R}{۳}$ و $R+R=۲R$



گزینهٔ (۳): سه مقاومت موازی:



$R_{eq}=\frac{R}{۳}$

گزینهٔ (۴): $R_{eq}=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$

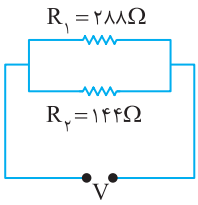
بنابراین گزینهٔ (۳) مناسب‌تر است.

B ۳ ۱۶۶۲

خط فکری ۱ در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌های مدار کوچک‌تر است.

۲ با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ اگر مقدار اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت باشد، هرچه R کوچک‌تر باشد، توان مصرفی مدار بزرگ‌تر خواهد شد.

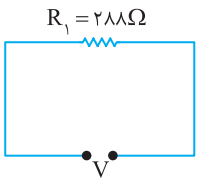
بیشینهٔ توان مصرفی برای اختلاف پتانسیل دو سر مدار نشان داده شده، هنگامی است که هر دو کلید بسته باشند و هر دو مقاومت موازی در مدار قرار گیرند تا مقاومت مدار کمترین مقدار شود.



$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۲۸۸}$

$\Rightarrow R_{eq}=۹۶\Omega\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}P_{max}=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{V^۲}{۹۶}$

برای آنکه توان مصرفی کمترین مقدار باشد باید مقاومت $R_۱$ که بیشترین مقاومت است در مدار قرار گیرد، یعنی کلید شاخهٔ $R_۱$ بسته و کلید شاخهٔ $R_۲$ باز باشد.

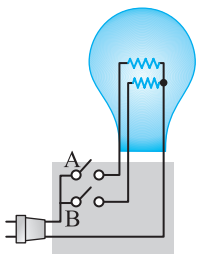


$P_{min}=\frac{V^۲}{R_۱}=\frac{V^۲}{۲۸۸}$

بنابراین

$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{V^۲}{۹۶}}{\frac{V^۲}{۲۸۸}}=\frac{۲۸۸}{۹۶}=۳$

بازی با سوال یک لامپ سه راهه ۲۰۰V در اختیار داریم. اگر مقاومت کوچک‌تر رشته‌های لامپ، ۱۲Ω باشد و نسبت کمترین و بیشترین توان این لامپ در حالتی که آن را به ولتاژ ۲۰۰V وصل می‌کنیم $\frac{۱}{۳}$ باشد، مقاومت رشتهٔ دیگر لامپ چند اهم است؟



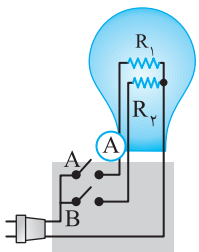
۱) ۱۲ ۲) ۲۴

۳) ۱۴ ۴) ۱۸

گزینهٔ ۲

B ۴ ۱۶۶۳

در هر حالتی از کلیدهای A و B، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ مقدار ثابت ۲۴۰V است. کمترین انرژی وقتی مصرف می‌شود که مقاومت مدار بیشترین مقدار باشد $(\downarrow P=\frac{V^۲}{R\uparrow})$ و بیشترین مقدار مقاومت وقتی است که مقاومت $R_۱$ به تنهایی در مدار است. دقت کنید که $R_۱>R_۲$ است، بنابراین وقتی که مقاومت $R_۱$ در مدار است انرژی گرمایی تولید شده ۳۸۴J است و می‌توان جریان $R_۱$ یعنی جریان آمپرسنج را به‌دست آورد.



$U=VIt\Rightarrow ۳۸۴=۲۴۰\times I\times ۲\Rightarrow I=۰/۸A$

بیشترین انرژی مصرفی (گرمای تولیدی) زمانی اتفاق می‌افتد که مقاومت لامپ کمترین مقدار باشد و وقتی که دو مقاومت با هم موازی باشند، مقاومت معادل کمترین مقدار است. اما نکتهٔ مهم این است که وقتی دو مقاومت با هم موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها همان ۲۴۰V است یعنی در این حالت نیز اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$، ۲۴۰V و جریان عبوری از آمپرسنج همان ۰/۸A است.

میانبر می‌توان گفت که وقتی هر دو مقاومت در مدارند انرژی مصرفی ۱۱۵۲J و اگر مقاومت $R_۱$ در مدار باشد، انرژی مصرفی ۳۸۴J است بنابراین اگر تنها مقاومت $R_۲$ در مدار قرار گیرد، توان مصرفی $۱۱۵۲-۳۸۴=۷۶۸J$ انرژی مصرف می‌کند.

B ۱۶۶۴ ۲

خط فکری ۱ فیوز وسیله‌ای است که جریان در مدار را کنترل می‌کند، مثلاً اگر فیوزی ۱۵A باشد و به مدار جریان بیشتر از ۱۵A وارد شود فیوز می‌پرد. فیوز را به صورت ∿ در مدار نشان می‌دهند.

۲ اگر وسیلهٔ برقی را با ولتاژ و توان آن معرفی کردند ابتدا مقاومت وسیله را از روی این دو عدد به‌دست آورید و سپس سؤال را حل کنید.

۱ جریان هر وسیله را حساب می‌کنیم.

$$P=VI\Rightarrow ۱۱۰=۲۲۰I\Rightarrow I=۰/۵A$$

۲ جریان قابل تحمل فیوز ۶A است. بنابراین تعداد وسیله‌ها خواهد شد:

$$n=\frac{۶}{۰/۵}=۱۲$$

بازی با سؤال **اختلاف پتانسیل دو سر مداری ۲۲۰V است. اگر در این مدار یک فیوز ۰/۱A قرار داده باشیم، حداکثر چند وسیلهٔ برقی یکسان با مشخصات (۲۲۰V,۱۱۰W) را می‌توان به‌صورت متوالی در مدار قرار داد تا فیوز نپرد؟**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

گزینهٔ ۳

A ۱۶۶۵ ۴

جریانی که به بخاری برقی و دستگاه پخش صوت می‌رسد را محاسبه می‌کنیم:

بخاری برقی: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰۰=۲۰۰I_{\text{بخاری برقی}}$

$$\Rightarrow I_{\text{بخاری برقی}}=۱۰A$$

دستگاه پخش صوت: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰=۲۰۰I_{\text{پخش صوت}}$

$$\Rightarrow I_{\text{پخش صوت}}=۱A$$

چون دستگاه پخش صوت و بخاری برقی و لامپ با هم موازی هستند:

$$I_{\text{کل}}=I_{\text{بخاری برقی}}+I_{\text{پخش صوت}}+I_{\text{لامپ}}$$

$$\Rightarrow ۱۵=۱+۱۰+I_{\text{لامپ}}\Rightarrow I_{\text{لامپ}}=۴A$$

حال توان مصرفی لامپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{لامپ}}=VI=۲۰۰\times ۴=۸۰۰W$$

بازی با سؤال **در سیم‌کشی منازل، همهٔ مصرف‌کننده‌ها به طور موازی متصل می‌شوند. اگر در یک خانه یک اتوی ۱۲۰۰W، یک نان برشته‌کن (توستر) ۱۸۰۰W و شش لامپ رشته‌ای ۱۰۰W به پریزهای ۲۲۰ ولت وصل شوند، حداقل فیوز چند آمپر را باید در مدار ورودی این خانه قرار داد که با کار کردن همهٔ وسیله‌ها فیوز نپرد؟**

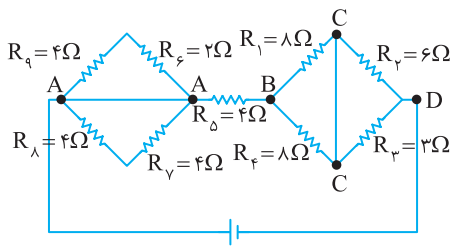
۱) ۱۶/۳۶ ۲) ۳/۳ ۳) ۵/۲۱ ۴) ۵/۵۲

گزینهٔ ۱

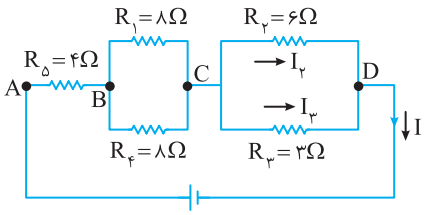
پنجره دو جداره

B ۱۶۶۶ ۱

دو سر مجموعهٔ مقاومت‌های $R_۸$، $R_۷$، $R_۶$ و $R_۹$ با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و مجموعه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، بنابراین مقاومت $R_۶$ در مدار حضور ندارد و توان آن برابر صفر می‌شود.



مدار را با نام‌گذاری دوباره رسم می‌کنیم:



با توجه به فرض توان مصرفی در مقاومت $R_۲=۶\Omega$ برابر ۲۴W است، بنابراین جریان این مقاومت را حساب می‌کنیم.

$$P_۲=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۲۴=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۶I_۲^۲=۲۴\Rightarrow I_۲=۲A$$

با توجه به اینکه مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است خواهیم داشت:

$$V_{R_۳}=V_{R_۲}\Rightarrow ۶\times ۲=۳\times I_۳\Rightarrow I_۳=۴A$$

مجموع جریان عبوری از $R_۲$ و $R_۳$ برابر جریان کل مدار است:

$$I=I_۲+I_۳=۴+۲=۶A$$

با توجه به اینکه مقاومت $R_۵$ با مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی است، جریان آن نیز $I_۵=۶A$ می‌شود.

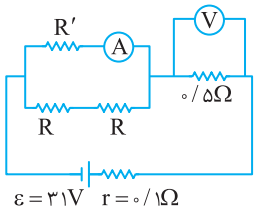
در این صورت انرژی گرمایی تولید شده در $R_۵$ در مدت ۲۰s خواهد شد:

$$Q=R_۵I_۵^۲t=۴\times ۳۶\times ۲۰=۲۸۸۰J$$

B ۱۶۶۷ ۲

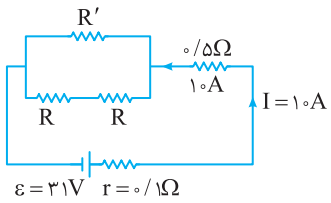
با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۰/۵Ω، جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم:

$$V=RI\Rightarrow ۵=۰/۵\times I\Rightarrow I=۱۰A$$



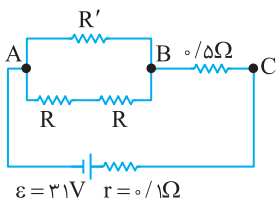
این همان جریانی است که از باتری خارج می‌شود و در واقع جریان مدار ۱۰A است. حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\Rightarrow V_{\text{باتری}}=۳۱-(۰/۱\times ۱۰)=۳۰V$$



با توجه به مدار اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$V_{\text{باتری}}=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow ۳۰=V_{AB}+۵\Rightarrow V_{AB}=۲۵V$$

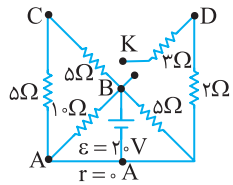


دو مقاومت مشابه R بین A و B قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو مقاومت مساوی و برابر $\frac{۲۵}{۲}V$ است، همچنین جریان مدار ۱۰A است که ۸ آمپر آن از مقاومت R' عبور کرده، پس جریان عبوری از شاخهٔ مقاومت‌های R برابر ۲A است.

$$P_R=V_RI_R\Rightarrow P_R=\frac{۲۵}{۲}\times ۲=۲۵W$$

B ۴ ۱۶۶۸

یادآوری در یک مدار وقتی باتری آرمانی است $(r\sim 0)$، اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره ثابت و برابر ε است، زیرا اگر چه ممکن است جریان عبوری از باتری تغییر کند اما چون $r=0$ است، طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، $V=\varepsilon$ خواهد بود.



مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. اتفاق جالبی افتاده است، به مدار نگاه کنید. دو سر مقاومت 10Ω و دو سر باتری به نقاط A و B متصل هستند. یعنی مقاومت 10Ω با باتری که بدون مقاومت درونی است موازی بسته شده است و با توجه به مطلب یادآوری، با بسته شدن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 10Ω هم‌چنان برابر نیروی محرکه باتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت 10Ω تغییر نمی‌کند و اختلاف توان‌ها در دو حالت صفر است.

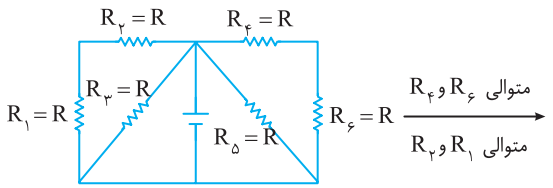
$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow[\text{ثابت}]{}P_{10\Omega}=\text{ثابت می‌ماند}$$

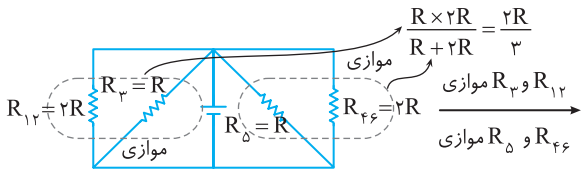
B ۴ ۱۶۶۹

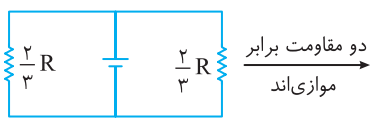
مقاومت‌های مدار یکسان‌اند، مقاومت‌های R_5 و R_3 به دو سر باتری وصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری و بیشینه است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$، توان مصرفی این دو مقاومت بیشینه است:

$$P_5=P_3=\frac{V^2}{R}\Rightarrow\frac{V^2}{R}=40W$$

برای به دست آوردن توان مصرفی کل مدار $P_{\text{کل}}=\frac{V^2_{\text{کل}}}{R_{eq}}$، مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم: (منظور از $V_{\text{کل}}$ همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا V است.)







$$R_{eq}=\frac{R'}{n}=\frac{\frac{2}{3}R}{2}\Rightarrow R_{eq}=\frac{1}{3}R$$

بنابراین توان کل برابر است با:

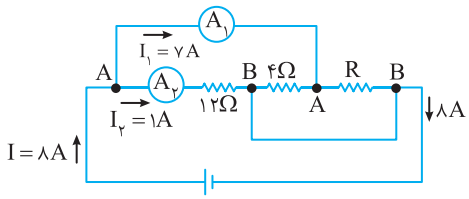
$$P_{\text{کل}}=\frac{V^2}{R_{eq}}\Rightarrow P_{\text{کل}}=\frac{V^2}{\frac{R}{3}}\Rightarrow P_{\text{کل}}=3\frac{V^2}{R}\Rightarrow P_{\text{کل}}=3\times 40=120W$$

C ۱ ۱۶۷۰

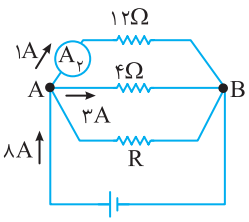
جریان I_1، ۷ آمپر و جریان I_2، ۱A است و جریان کل برابر مجموع این دو جریان است.

$$I_{\text{کل}}=I_1+I_2\Rightarrow I_{\text{کل}}=7+1=8A$$

باید به سراغ نام‌گذاری و ساده کردن مدار بروید. البته یادمان هست که آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند، بنابراین می‌توان در دو طرف آن حرف یکسان قرار داد.



سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی وقتی آمپرسنج A_2 جریان مقاومت 12Ω را 1A نشان می‌دهد، قطعاً جریان مقاومت 4Ω، سه برابر آن یعنی 3A است.



با توجه به اینکه جریان کل مدار 8A است، جریانی که از R می‌گذرد برابر است با:

$$I_R=8-(3+1)=4A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R با ولتاژ دو سر مقاومت‌های 12Ω و 4Ω برابر است از این‌رو:

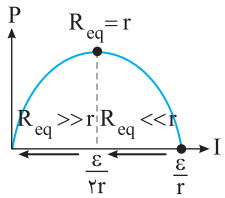
$$V_R=V_{12\Omega}=I_{12\Omega}R_{12\Omega}=1\times 12=12V$$

توان مصرفی R خواهد شد:

$$P=VI=12\times 4=48W$$

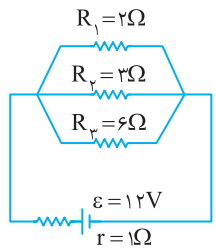
C ۳ ۱۶۷۱

یادآوری مقاومت درونی مولد 1Ω است و توان خروجی باتری هنگامی بیشینه است که $R_{eq}=r$ باشد و هر چه قدر مقدار مقاومت معادل کمتر یا بیشتر از $R_{eq}=r$ شود توان کمتر می‌شود.



حالت اول، بیشینه توان خروجی:

هر سه مقاومت موازی باشند.



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\Rightarrow R_{eq}=1\Omega$$

مقاومت معادل 1Ω شده و $R_{eq}=r$ شده پس توان خروجی در این حالت بیشینه است.

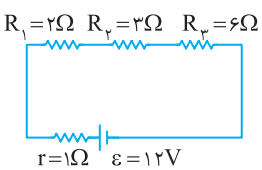
جریان مدار برابر خواهد شد با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{1+1}=6A$$

بیشینه توان خروجی خواهد شد:

$$P_{max}=R_{eq}I^2\Rightarrow P_{max}=1\times(6)^2=36W$$

حالت دوم، کمینه توان خروجی:



کمینه توان خروجی در حالتی اتفاق می‌افتد که هر سه مقاومت متوالی باشند زیرا مقاومت معادل بیشترین حالت خواهد شد و مقدار آن از $r=1\Omega$ خیلی بیشتر می‌شود، پس با توجه به نمودار توان خروجی از باتری کمینه می‌شود.

$$R'_{eq}=2+3+6=11\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{12}{11+1}\Rightarrow I'=1A$$

کمینه توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$$P_{min}=R'_{eq}(I'^2)=11\times 1=11W$$

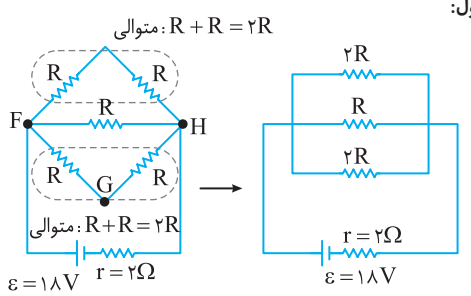
نسبت توان‌ها برابر است با:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{36}{11}$$

۳ ۱۶۷۲ C

خط فکری توان خروجی باتری وقتی بیشینه است که مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی مدار برابر باشد. بنابراین باید مقاومت معادل بین دو نقطه F و H را بر حسب R به‌دست بیاورید، و آن را با مقاومت درونی ۲Ω برابر قرار دهید تا R به‌دست آید، سپس مقاومت معادل بین H و G را حساب کرده و با به‌دست آوردن جریان مدار توان خروجی باتری را در این حالت حساب کنید.

حالت اول:

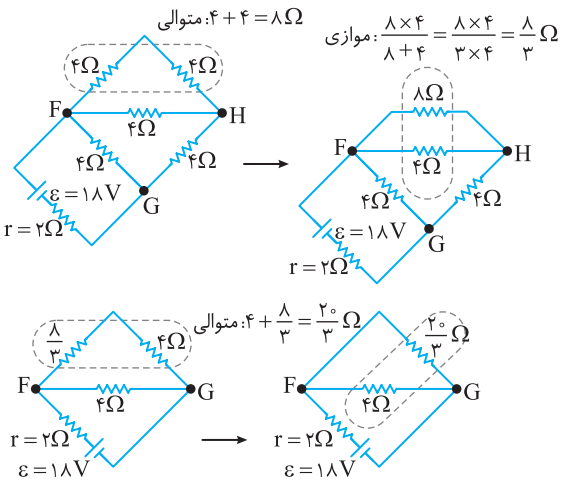


مقاومت معادل خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۲R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$

مسئله گفته توان خروجی باتری بیشینه است. بنابراین:

$$R_{eq}=r\Rightarrow\frac{R}{۲}=۲\Rightarrow R=۴\Omega$$

حالت دوم: حالتی که مجموعه بین نقاط F و G بسته شده را رسم می‌کنیم:



مقاومت معادل خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۲۰}=\frac{۸}{۲۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\Omega$

جریان مدار خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۲/۵+۲}=\frac{۱۸}{\frac{۹}{۲}}\Rightarrow I=۴A$

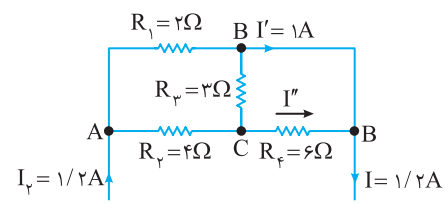
توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) برابر است با:

$$P=R_{eq}I^{۲}\Rightarrow P=۲/۵\times(۴)^{۲}=۴۰W$$

۴ ۱۶۷۳ C

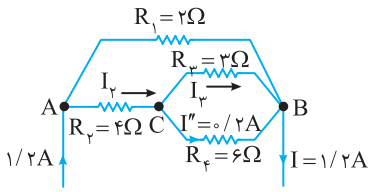
۱ به نقطهٔ B نگاه کنید. جریان $I'=۱A$ وارد این نقطه شده و جریان کل ۱/۲A یا همان جریان I از آن خارج می‌شود، بنابراین جریان مقاومت ۶Ω را می‌توان حساب کرد.

$$I=I'+I''\Rightarrow ۱/۲=۱+I''\Rightarrow I''=۰/۲A$$



۲ مدار را با نام‌گذاری مجدداً رسم می‌کنیم تا بتوانیم متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و چگونگی تقسیم جریان‌ها را تشخیص دهیم.

مقاومت‌های $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ C و B بسته شده با هم موازی‌اند. مقاومت $R_۲=۴\Omega$ بین A و C و مقاومت $R_۱=۲\Omega$ بین دو سر کل مجموعه یعنی A و B بسته شده است و مدار به صورت زیر خواهد شد:



۳ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی وقتی از مقاومت ۶Ω جریان ۰/۲A می‌گذرد از مقاومت $R_۳=۳\Omega$ جریانی دو برابر آن یعنی $I_۳=۲\times۰/۲=۰/۴A$ می‌گذرد.

جریان $R_۲=۴\Omega$ برابر مجموع جریان عبوری از $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ است.

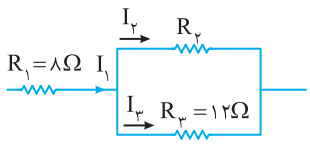
$$I_۲=I_۳+I''\Rightarrow I_۲=۰/۴+۰/۲=۰/۶A$$

اکنون توان مصرفی مقاومت ۴Ω قابل محاسبه است.

$$P=RI^{۲}\Rightarrow P=۴\times(۰/۶)^{۲}\Rightarrow P=۱/۴۴W$$

۴ ۱۶۷۴ C

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. (زیرا اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی برابر است.)



$$V_۲=V_۳\Rightarrow I_۲R_۲=I_۳R_۳\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۳}=\frac{R_۳}{R_۲}\Rightarrow I_۳=\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\qquad(۱)$$

جریان $I_۱$ برابر مجموع جریان $I_۲$ و $I_۳$ است. از رابطهٔ (۱) جریان $I_۳$ را جای‌گذاری می‌کنیم.

$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=I_۲+\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\Rightarrow I_۱=\frac{I_۲(R_۳+R_۲)}{R_۳}$$

$$\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{R_۲+R_۳}\times R_۳\quad(۲)$$

داده‌های مسئله را بررسی می‌کنیم. توان مقاومت $R_۱$ سه برابر توان مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$$P_۱=۳P_۲\Rightarrow R_۱I_۱^{۲}=۳R_۲(I_۲)^{۲}$$

به جای $I_۲$ مقدار به‌دست آمده از رابطهٔ (۲) را قرار می‌دهیم:

$$R_۱I_۱^{۲}=۳R_۲(\frac{I_۱}{R_۲+R_۳})^{۲}R_۳^{۲}\Rightarrow ۸I_۱^{۲}=۳R_۲(\frac{I_۱}{R_۲+۱۲})^{۲}(۱۲)^{۲}$$

$$\Rightarrow R_۲^{۲}+۲۴R_۲+۱۴۴=۵۴R_۲\Rightarrow R_۲^{۲}-۳۰R_۲+۱۴۴=۰$$

$$\Rightarrow(R_۲-۲۴)(R_۲-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۶\Omega\\R_۲=۲۴\Omega\end{cases}$$

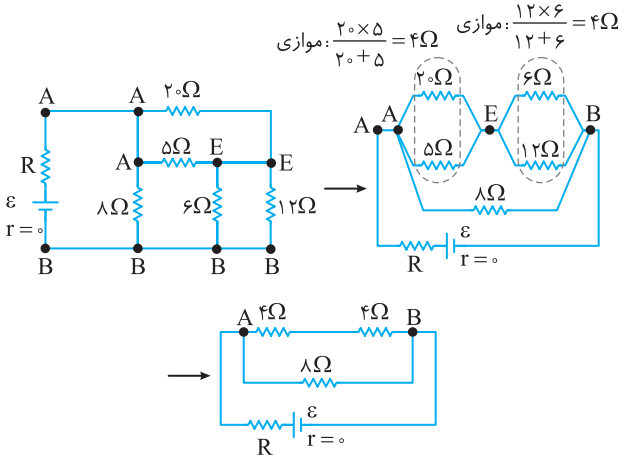
که در گزینه‌ها ۲۴Ω وجود دارد.

میانبر برای تقسیم جریان I در دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ می‌توانید روابط زیر را که در حل مسئله به آن رسیدیم استفاده کنید.

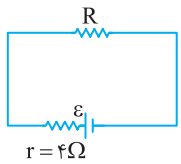
$$I_۱=\frac{R_۲}{R_۱+R_۲}I\ ,\ I_۲=\frac{R_۱}{R_۱+R_۲}I$$

B ۳ ۱۶۷۵

مسئله زیبایی است و راه حل آن زیباتر. در مرحلهٔ اول مقاومت معادل تمام مقاومت‌های روی شکل به جز R را حساب می‌کنیم. با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. باتری و مقاومت R بین A و B بسته شده‌اند و مقاومت‌های ۵Ω و ۲۰Ω بین دو نقطهٔ A و E و دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω بین دو نقطهٔ B و E بسته شده‌اند و مقاومت ۸Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، مدار به صورت زیر در می‌آید.



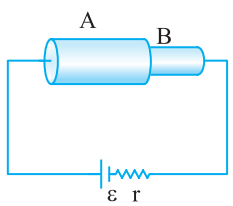
اگر مقاومت ۴Ω را مقاومت درونی باتری فرض کنیم، برای آنکه توان در مدار خارجی یعنی مقاومت R بیشینه شود، باید مقاومت خارجی R با مقاومت درونی باتری یعنی ۴Ω برابر باشد.



پنجره ۳ روبه‌روی ۴

A ۱ ۱۶۷۵

یادآوری ۱ در مقاومت‌های متوالی، جریان‌ها یکسان است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:



$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{R_A}{R_B}\xrightarrow[\rho_A=\rho_B,L_A=L_B]{R=\rho\frac{L}{A}}\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho\frac{L}{A_A}}{\rho\frac{L}{A_B}}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{A_B}{A_A}$$

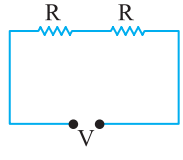
$$\xrightarrow[A_A=۲mm^۲]{A_B=۱mm^۲}\frac{P_A}{P_B}=\frac{۱}{۲}$$

نمای ۱۸

B ۴ ۱۶۷۵

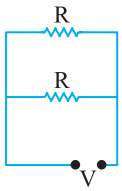
خط فکری ۲ در دو حالت ولتاژ یکسان است. بنابراین برای مقایسه توان‌ها باید به سراغ رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ برویم. البته اول باید مقاومت معادل در هر حالت را به‌دست بیاورید.

حالت اول: هنگامی که دو مقاومت به صورت متوالی به یک منبع وصل می‌شوند، مقاومت معادل این دو مقاومت $R_{eq}=R+R=۲R$ می‌شود و توان مصرفی خواهد شد:



$$P_{کل}=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{V^۲}{۲R}\quad (۱)$$

حالت دوم: اگر مقاومت‌ها را موازی وصل کنیم، مقاومت معادل برابر $\frac{۱}{R'_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{R}=\frac{۲}{R}\Rightarrow R'_{eq}=\frac{R}{۲}$ شده و توان مصرفی کل برابر است با: (۲)



$$P'_{کل}=\frac{V^۲}{R'_{eq}}=\frac{V^۲}{\frac{R}{۲}}=۲\frac{V^۲}{R}$$

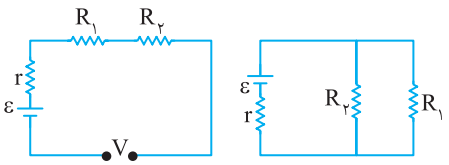
از دو رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود.

$$\frac{P'_{کل}}{P_{کل}}=\frac{۲\frac{V^۲}{R}}{\frac{V^۲}{۲R}}\Rightarrow\frac{P'_{کل}}{۴۰}=۴\Rightarrow P'_{کل}=۱۶۰W$$

نمای ۱۸

بازی با سؤال مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ هر کدام ۱۰ اهم هستند. اگر توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ در دو مدار برابر باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

۱) ۱۰
۲) ۲
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) ۵

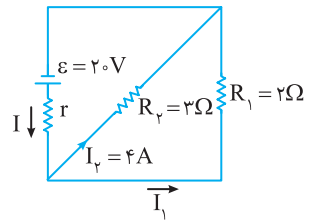


گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۶۷۵

۳

۱ مقاومت‌های ۲Ω و ۳Ω با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است. بنابراین می‌توان جریان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ را به‌دست آورد.



$$V_۲=V_۱\Rightarrow I_۲R_۲=I_۱R_۱\Rightarrow۴\times۳=I_۱\times۲\Rightarrow I_۱=۶A$$

(در واقع همان نکته‌ای که می‌گفتیم جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.)

۲ جریان مدار برابر مجموع جریان دو شاخه موازی است.

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=۶+۴\Rightarrow I=۱۰A$$

۳ مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$(R_۱\text{ و }R_۲\text{ موازی}):R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳\times۲}{۳+۲}=۱/۲\Omega$$

اکنون مقاومت درونی به کمک رابطهٔ جریان قابل محاسبه است.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۱۰=\frac{۲۰}{۱/۲+r}\Rightarrow r=۰/۸\Omega$$

نمای ۱۲

B ۲ ۱۶۷۵

۴ **قرار است لامپ‌های** ۱۰V به دو سر باتری ۱۲V به طور موازی متصل شوند. بنابراین برای آنکه روشنایی لامپ‌ها عادی باشد، یعنی با همان توان ۲W روشن شوند، باید درون باتری افت پتانسیل $Ir=۲V$ رخ دهد تا ولتاژ دو سر باتری ۱۰V شده و با ولتاژ دو سر هر لامپ برابر شود. اکنون که این مطلب را می‌دانید باید ابتدا جریان هر لامپ را به کمک توان و ولتاژ حساب کنید. سپس جریان کل مدار را وقتی ولتاژ دو سر باتری ۱۰V می‌شود به‌دست بیاورید تا بتوانید تعداد لامپ‌های موازی را حساب کنید. یادمان باشد که در مقاومت‌های (لامپ‌های) موازی یکسان همواره جریان کل مدار برابر تعداد لامپ ضربدر جریان هر لامپ است: $I_{کل}=nI_{لامپ}$

۱ جریان هر لامپ را به‌دست می‌آوریم. $P=VI\Rightarrow۲=۱۰I\Rightarrow I_{لامپ}=۰/۲A$

۲ باید ولتاژ دو سر باتری ۱۰V شود، در این صورت جریان کل مدار خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow۱۰=۱۲-I\times۱\Rightarrow I=۲A$$

لامپ‌ها با هم موازی هستند، از این‌رو تعداد لامپ‌ها خواهد شد:

$$I_{کل}=nI_{لامپ}\Rightarrow۲=n\times۰/۲\Rightarrow n=۱۰$$

نمای ۲۱

B ۱۶۷۵ ۱

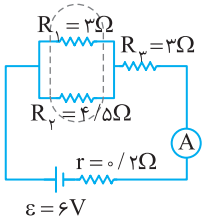
۵ حالت اول: آمپرسنج با باتری متوالی است، بنابراین جریان کل مدار را نشان می‌دهد.

ابتدا باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

R_1 و R_2 موازی هستند.

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{12}=\frac{3\times4/5}{3+4/5}$$

$$=\frac{1/5(3\times3)}{1/5(2+3)}=\frac{9}{5}=1/8\Omega$$



مقاومت معادل برابر است با:

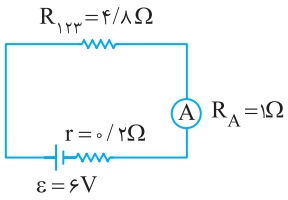
$$R_{eq}=R_{12}+R_3=1/8+3=4/8\Omega$$

جریانی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{6}{4/8+0/2}\Rightarrow I=1/2A$$

حالت دوم: اکنون مقاومت معادل مدار را با توجه به اینکه مقاومت آمپرسنج 1Ω است و با مقاومت مدار متوالی است، به‌دست می‌آوریم:

$$R'_{eq}=4/8+1=5/8\Omega$$



جریانی که در این حالت آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{6}{5/8+0/2}=1A$$

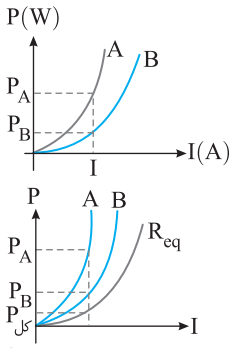
بنابراین آمپرسنج $1/2-1=0/2A$ کمتر نشان می‌دهد.

نمای ۱۶

B ۱۶۷۵ ۳

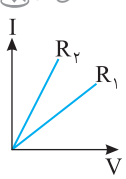
۶ به شکل نگاه کنید. به ازای جریان برابری که از دو مقاومت می‌گذرد، توان مصرفی مقاومت A بیشتر است و بنا بر رابطهٔ $P=RI^2$، مقاومت A از مقاومت B بزرگ‌تر است.

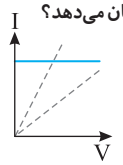
در مقاومت‌های موازی، مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کمتر است، بنابراین در جریان یکسان وقتی A و B را موازی می‌بندیم توان مصرفی در مجموعه هم از توان مصرفی در A و هم از توان مصرفی در B کمتر است و گزینه (۳) درست است.

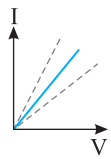


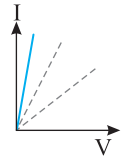
نمای ۱۸

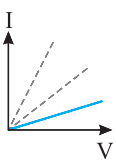
بازی با سوال **نمودار جریان نسبت به اختلاف پتانسیل برای دو مقاومت به شکل مقابل است. اگر این دو مقاومت را به طور موازی به هم ببندیم، کدام گزینه نمودار I-V را برای مجموعهٔ دو مقاومت درست نشان می‌دهد؟**



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

گزینهٔ ۳

A ۱۶۷۵ ۲

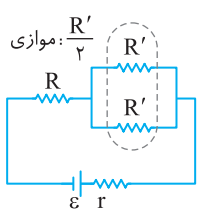
۷ بنا بر فرض مسئله، توان خروجی باتری، ۳ برابر توان مصرفی در مقاومت R (RI^2) است. در این صورت:

$$\frac{R_{eq}I^2}{RI^2}=3\Rightarrow R_{eq}=3R \quad (1)$$

مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

$$R_{eq}=R+\frac{R'}{2} \quad (2)$$

موازی: $\frac{R'}{2}$



از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$R+\frac{R'}{2}=3R\Rightarrow 2R=\frac{R'}{2}\Rightarrow\frac{R}{R'}=\frac{1}{4}$$

یادآوری توان خروجی باتری یعنی توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار:

$$P_{خروجی}=R_{eq}I^2$$

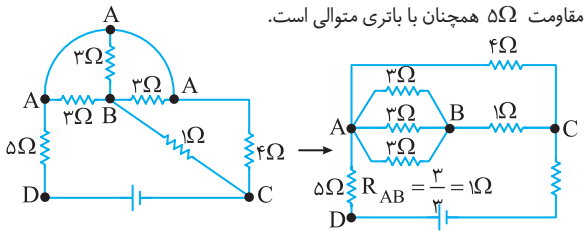
نمای ۱۹

B ۱۶۷۵ ۲

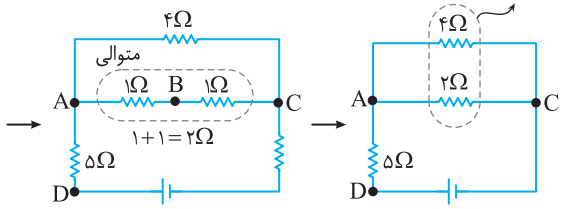
۸ نقاط را نام‌گذاری می‌کنیم.

هر سه قسمت ۳ اهمی بین نقاط A و B بسته شده و موازیند.

مقاومت 1Ω بین نقاط B و C و مقاومت 4Ω بین نقاط C و A بسته شده است. البته مقاومت 5Ω همچنان با باتری متوالی است.



موازی: $\frac{4\times2}{4+2}=\frac{4}{3}\Omega$

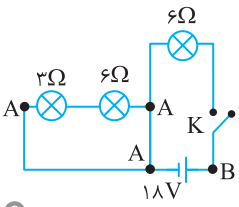


$$R_{eq}=5+\frac{4}{3}=\frac{19}{3}\Omega$$

نمای ۱۱

A ۱۶۷۵ ۴

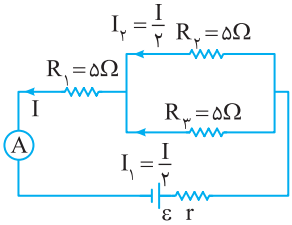
۹ در شکل روبه‌رو اگر کلید بسته و یا باز باشد مقاومت‌های 3Ω و 6Ω اتصال کوتاه هستند و از آن‌ها جریانی نمی‌گذرد. دقت کنید دو سر مجموعه 3Ω و 6Ω دارای حرف یکسان A است.



نمای ۱۳

A ۱۶۷۵ ۳

۱۰ مقاومت‌های R_2 و R_3 موازی و با مقاومت R_1 متوالی هستند. از طرفی آمپرسنج به طور متوالی با باتری قرار دارد، بنابراین اگر جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد، برابر I باشد، جریان R_1 نیز I و جریان هر یک از مقاومت‌های موازی R_2 و R_3 برابر $I_2=I_3=\frac{I}{2}$ است. در این صورت توان هر مقاومت را به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ به‌دست می‌آوریم:



$$P_1=R_1I_1^2=RI^2,\ P_2=R_2I_2^2=\frac{RI^2}{4},\ P_3=R_3I_3^2=\frac{RI^2}{4}$$

به توان‌ها نگاه کنید، توان P_1 از همه بزرگ‌تر است، بنابراین این توان $180W$ است. از این‌رو:

$$P_1=RI^2=180W\Rightarrow 5I^2=180\Rightarrow I^2=36A\Rightarrow I=6A$$

روش دیگر: وقتی مقاومت‌ها یکسان هستند، مقاومتی که به طور متوالی به باتری وصل شده است، جریان بیشینه از آن عبور کرده و با توجه به $P=RI^2$ دارای توان مصرفی بیشتری است، برابر $180W$ است. جریانی که از این مقاومت می‌گذرد، برابر جریانی است که آمپرسنج نشان می‌دهد، پس:

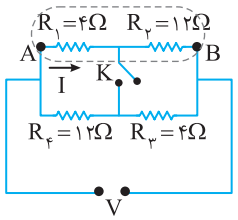
$$P_1=RI^2\Rightarrow 180=5I^2\Rightarrow I=6A$$

نمای ۲۰

۱ ۱۶۷۵ B

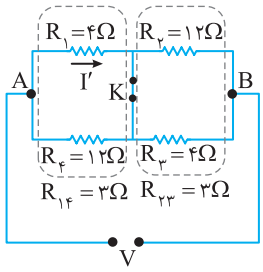
۱۱ حالت اول: به مدار نگاه کنید. دو مقاومت R_1 و R_2 متوالی هستند و دو سر آن‌ها به دو سر منبع نیروی محرکه متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر R_1 و R_2 برابر V می‌باشد. از این‌رو جریان R_1 در این حالت برابر است با:

متوالی: $R_{12}=4+12=16\Omega$

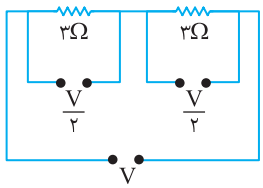


$$V=V_{AB}=I(R_1+R_2)\Rightarrow V=I(4+12)\Rightarrow I=\frac{V}{16}$$

حالت دوم: با بستن کلید K، مقاومت‌های R_1 و R_4 همان‌گونه که در مدار نشان داده شده با هم موازی می‌شوند. مقاومت‌های R_2 و R_3 نیز موازی می‌شوند. مقاومت معادل $R_{14}=3\Omega$ و مقاومت معادل $R_{23}=3\Omega$ است. بنابراین ولتاژ دو سر هر یک از آن‌ها نصف ولتاژ دو سر مدار یعنی $V_{14}=V_{23}=\frac{V}{2}$ است. در این صورت ولتاژ دو سر مقاومت $R_1=4\Omega$ نیز $\frac{V}{2}$ خواهد بود.



$$V_{14}=\frac{V}{2}\Rightarrow R_1I'=\frac{V}{2}\Rightarrow I'=\frac{V}{2\times4}=\frac{V}{8}$$



حاصل $\frac{I'}{I}$ به‌دست می‌آید.

$$\frac{I'}{I}=\frac{\frac{V}{8}}{\frac{V}{16}}=2$$

نمای ۱۳

۱ ۱۶۷۵ C

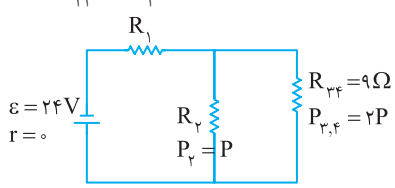
۱۲ توان همه مقاومت‌ها یکسان و برابر P است. دو مقاومت R_3 و R_4 متوالی‌اند، پس جریان عبوری از آن‌ها یکسان است و با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ چون جریان‌ها و توان‌ها برای دو مقاومت R_3 و R_4 یکسان است، بنابراین:

$$P_3=P_4=P\Rightarrow R_3I^2=R_4I^2\Rightarrow R_3=R_4=4/5\Omega$$

دو مقاومت R_3 و R_4، $4/5$ اهم بوده و مقاومت معادل آن‌ها برابر $4/5+4/5=9\Omega$ و توان مصرفی معادل آن‌ها برابر $P+P=2P$ است. مقاومت R_2 با مقاومت R_{34} موازی بوده و توان مصرفی مقاومت R_2 (P_2) نیز برابر P است.

$$\Rightarrow P_{34}=2P=2P_2\Rightarrow\frac{V_{34}^2}{R_{34}}=2\frac{V_2^2}{R}$$

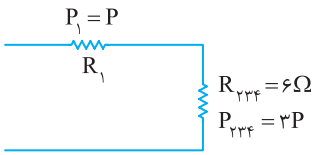
$$\xrightarrow{V_{34}=V_2=V}\frac{V^2}{R_{34}}=2\frac{V^2}{R_2}\Rightarrow R_2=2R_{34}=18\Omega$$



مقاومت معادل R_{34} و R_2 برابر است با:

$$\frac{1}{R_{234}}=\frac{1}{18}+\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{1}{R_{234}}=\frac{3}{18}\Rightarrow R_{234}=6\Omega$$

توان مصرفی مقاومت R_{234} برابر $P+2P=3P$ و توان مصرفی مقاومت R_1 (P_1)، برابر P است و این دو مقاومت باهم متوالی‌اند:

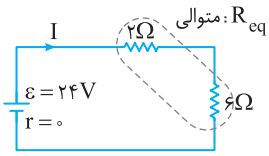


$$P_{234}=3P=3P_1\Rightarrow R_{234}I_{234}^2=3R_1I_1^2\xrightarrow{I_1=I_{234}}R_{234}=3R_1$$
$$\Rightarrow 6=3R_1\Rightarrow R_1=2\Omega$$

بنابراین مدار به صورت زیر است، حال مقاومت معادل و جریان خروجی از باتری را به‌دست می‌آوریم.

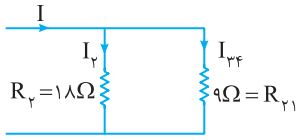
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow{R_{eq}=2+6=8\Omega}I=\frac{24}{8}=3A$$

متوالی: $R_{eq}=2+6=8\Omega$



جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

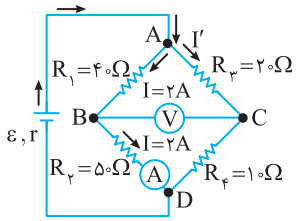
$$\frac{I_{34}}{I_2}=\frac{R_2}{R_{34}}=\frac{18}{9}\Rightarrow I_{34}=2I_2$$
$$I=I_{34}+I_2\Rightarrow 3=2I_2+I_2\Rightarrow I_2=1A$$



نمای ۲۰

۲ ۱۶۷۵ C

۱۳ از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد. مقاومت‌های 40Ω و 50Ω متوالی هستند.



$$R_{12}=R_1+R_2=90\Omega$$

مقاومت‌های $R_3=20\Omega$ و $R_4=10\Omega$ نیز متوالی هستند.

$$R_{34}=10+20=30\Omega$$

مقاومت‌های R_{12} و R_{34} با هم موازی هستند و جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت $R_{34}=30\Omega$، $\frac{1}{3}$ مقاومت $R_{12}=90\Omega$ است، بنابراین جریان آن ۳ برابر جریان R_{12} است.

$$I'=3I\xrightarrow{I=2A}I'=3\times2=6A$$

برای یافتن اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج یعنی V_{BC}، اختلاف پتانسیل بین A و B و اختلاف پتانسیل بین A و C را حساب می‌کنیم.

$$V_A-V_B=R_1I=40\times2=80V$$
$$V_A-V_C=R_3I'=20\times6=120V$$

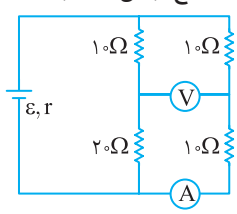
اکنون این دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$V_A-V_C-(V_A-V_B)=120-80\Rightarrow V_B-V_C=40V$$

ولت‌سنج ۴۰V را نشان می‌دهد.

نمای ۱۶

بازی با سوال در مدار روبه‌رو اگر ولت‌سنج آرمانی ۱۰V را نشان دهد، آمپرسنج چند آمپر را نشان خواهد داد؟



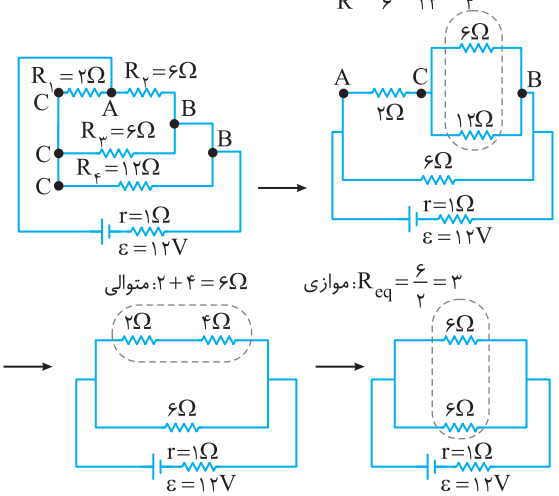
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۳

B ۱۶۷۵ ۱

۱۴ با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل مشخص می‌شود که مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۳$ بین دو نقطه B و C بسته شده و موازی هستند، مقاومت $R_۱$ بین A و C و مقاومت $R_۲$ بین A و B بسته شده است. اکنون شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

موازی: $\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow R=۴\Omega$



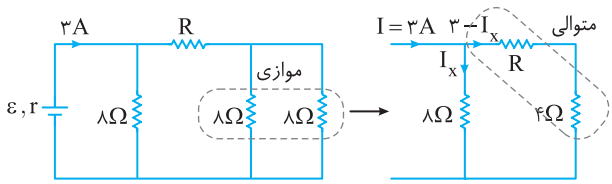
با داشتن مقاومت معادل جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳A$

ولتاژ دو سر باتری خواهد شد: $V=\varepsilon-Ir=۱۲-۳\times۱=۹V$

نمای ۱۰

C ۱۶۷۵ ۴

۱۵ دو مقاومت ۸Ω نشان داده شده موازی هستند:



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω و دو سر دو مقاومت‌های متوالی R و ۴Ω یکسان است.

$V_{۸\Omega}=V_{R+۴}\xrightarrow{V=IR}۸I_x=V_R+V_{۴\Omega}$

با توجه به فرض مسئله $V_R=۱۲V$ است از این‌رو:

$۸I_x=۱۲+۴(۳-I_x)\Rightarrow ۸I_x=۲۴-۴I_x\Rightarrow ۱۲I_x=۲۴\Rightarrow I_x=۲A$

بنابراین جریان عبوری از مقاومت R برابر $۳-۲=۱A$ است و مقاومت R خواهد شد:

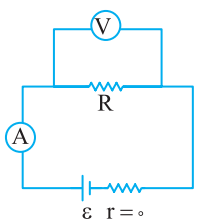
$\begin{cases}I=۱A\\V=۱۲V\end{cases}\Rightarrow R=\frac{V}{I}=\frac{۱۲}{۱}=۱۲\Omega$

نمای ۱۲

پنجره ۵

A ۱۶۷۶ ۱

مقاومت R و باتری باهم موازی‌اند. بنابراین ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت و همچنین ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری صفر است، پس ولتاژ دو سر باتری همواره با نیروی محرکهٔ باتری برابر است یعنی ولت‌سنج در این مدار همواره نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد و عدد ولت‌سنج ثابت است.



اگر به جای R، مقاومت ۲R قرار گیرد، جریان مدار کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R\uparrow})$ بنابراین آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

B ۱۶۷۷ ۲

خط فکری اثر تغییر مقاومت مدار بر جریان و ولتاژ:

گام اول: بررسی تغییر مقاومت کل مدار در اثر تغییر مقاومت قسمتی از مدار

با اضافه شدن مقاومت موازی به مدار، مقاومت معادل کل کاهش می‌یابد و بالعکس.

با افزایش مقاومت رئوستا در هر شرایطی مقاومت معادل افزایش می‌یابد و بالعکس.

گام دوم: بررسی تغییر جریان کل مدار:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ (ε: ثابت، R_{eq}: تغییرات را در گام اول بررسی کردیم، r: ثابت)

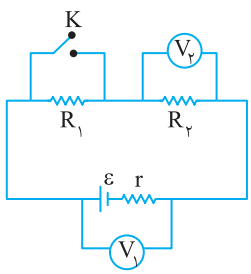
گام سوم: بررسی تغییر اختلاف پتانسیل دو سر باتری در اثر تغییر جریان

$V=\varepsilon-Ir$ (ε: ثابت، I: تغییرات را در گام دوم بررسی کردیم)

گام چهارم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ نداده است.

گام پنجم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ داده است.

گام ششم: بررسی تغییر جریان هر شاخه از مدار



در ابتدا مقاومت معادل مدار برابر $R_۱+R_۲$ است. با بسته شدن کلید K، مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این صورت مقاومت معادل مدار $R_۲$ می‌شود یعنی مقاومت مدار کاهش می‌یابد و با کاهش مقاومت مدار، جریان کل مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$.

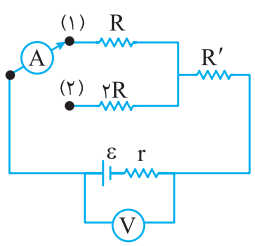
ولت‌سنج $V_۱$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. $\downarrow V_۱=\varepsilon-\uparrow Ir$

بنابراین ولت‌سنج $V_۱$ عدد کمتری را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج $V_۲$ اختلاف پتانسیل دو سر $R_۲$ را نشان می‌دهد. $\uparrow V_۲=\uparrow IR_۲$

بنابراین ولت سنج $V_۲$ عدد بزرگ‌تری نشان می‌دهد.

B ۱۶۷۸ ۴



در وضعیت (۱) دو مقاومت R و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_۱}=R+R'$ است.

در وضعیت (۲) دو مقاومت ۲R و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_۲}=۲R+R'$ است. یعنی در وضعیت (۲) مقاومت مدار بزرگ‌تر است. آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد.

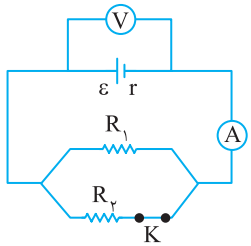
$R_{eq_۲}>R_{eq_۱}\xrightarrow{\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}}I_۲<I_۱$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

B ۱۶۷۹ ۴

۱ **بررسی مقاومت معادل:** ابتدا در مدار دو مقاومت موازی R_1 و R_2 وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها از هر یک از مقاومت‌ها کوچک‌تر است $(R_{eq_1} < R_1)$. با باز کردن کلید مقاومت R_2 از مدار جدا می‌شود و مقاومت معادل برابر R_1 شده یعنی مقاومت معادل افزایش می‌یابد.



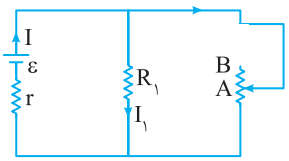
$R_{eq_2} = R_1 \Rightarrow R_{eq_2} > R_{eq_1}$

۲ **بررسی جریان مدار:** با افزایش مقاومت کل مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد $\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq} + r}$ و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۳ ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد از این‌رو $\uparrow V = \varepsilon - \downarrow Ir$، بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش خواهد داد.

B ۱۶۸۰ ۳

۱ با حرکت لغزنده از A به B مطابق شکل مقدار بیشتری از مقاومت در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر افزایش یافته، بنابراین R_{eq} زیاد می‌شود.



۲ طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ با افزایش R_{eq} جریان I کاهش می‌یابد.

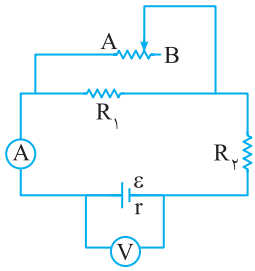
۳ با کاهش جریان I اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.
$\uparrow V_{\text{باتری}} = \varepsilon - I \downarrow r$

۴ مقاومت R_1 موازی باتری است بنابراین ولتاژ دو سر R_1 نیز افزایش می‌یابد و با ثابت بودن R_1 جریان آن $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$ افزایش می‌یابد.

B ۱۶۸۱ ۲

خط فکری هر گاه یکی از مقاومت‌های درون مدار چه موازی، چه متوالی افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و اگر کاهش یابد، مقاومت معادل کاهش می‌یابد. بنابراین باید بررسی کنید که حرکت لغزنده، مقاومت رئوستا را که موازی مقاومت R_1 است افزایش می‌دهد یا کاهش، سپس می‌توانید در مورد ولتاژ و جریانی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند اظهار نظر کنید.

۱ با حرکت لغزنده از A تا B مقاومت رئوستا زیاد می‌شود که سبب افزایش مقاومت کل مدار می‌شود. $(R_{eq} \uparrow)$

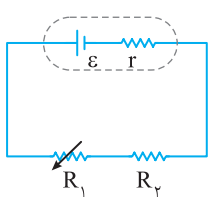


۲ با افزایش مقاومت کل مدار جریان کل کاهش می‌یابد $(\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq} + r})$ بنابراین $I' < I$ است.

۳ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V = \varepsilon - \downarrow Ir$ و $V' > V$ می‌شود.

B ۱۶۸۲ ۲

۱ با افزایش مقاومت R_1 که با مقاومت R_2 متوالی است، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.
$\uparrow R_{eq} = \uparrow R_1 + R_2$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq} + r}$

۳ با کاهش جریان مدار، افت پتانسیل در باتری کاهش می‌یابد. $\downarrow V' = \downarrow Ir$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 با کاهش جریان کاهش می‌یابد.
$\downarrow V_2 = \downarrow IR_2$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد. $\uparrow V = \varepsilon - \downarrow Ir$

۶ با توجه به اینکه ولتاژ دو سر باتری برابر مجموع ولتاژ دو سر مقاومت‌هاست، داریم:
$V = V_1 + V_2 \xrightarrow{V\uparrow, V_2\downarrow} V_1 \uparrow$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_1 افزایش می‌یابد.

میانبر در مدارهای دارای مقاومت متغیر هرگاه مقاومت متغیر در حال تغییر باشد.

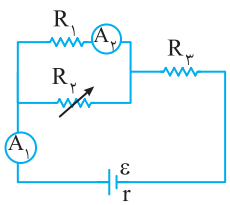
۱ ولتاژ و جریان مقاومت متغیر مخالف هم تغییر می‌کنند و همیشه تغییرات مقاومت متغیر و ولتاژ آن مشابه است.

۲ ولتاژ و جریان مقاومت ثابت در مدار مشابه یکدیگر تغییر می‌کند.

R_1 افزایش یافته پس ولتاژ آن افزایش می‌یابد و جریان آنکه همان جریان مدار است کاهش می‌یابد و با کاهش جریان، مقاومت r که ثابت است ولتاژ دو سرش $V' = Ir$ کاهش می‌یابد.

B ۱۶۸۳ ۳

۱ همان‌گونه که می‌دانیم هر گاه یک مقاومت مدار افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $R_2 \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow$



۲ جریان کل مدار که توسط آمپرسنج A_1 نمایش داده می‌شود کاهش می‌یابد $(\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq} + r})$ و آمپرسنج A_1 عدد کمتری نشان می‌دهد.

۳ ولتاژ دو سر باتری را بررسی می‌کنیم. با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری زیاد می‌شود $(\uparrow V = \varepsilon - I \downarrow r)$.

۴ ولتاژ دو سر مقاومت R_3 به دلیل کاهش جریان مدار کاهش می‌یابد $\downarrow V_3 = I \downarrow R_3$.

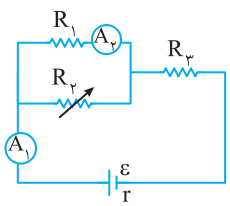
۵ ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 برابر است با:
$V_{12} = V_{\text{باتری}} - V_3 \Rightarrow V_{12} \uparrow$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و R_2 افزایش می‌یابد و جریان گذرنده از R_1 زیاد می‌شود $(\uparrow V_1 = R_1 I_1 \uparrow)$ و آمپرسنج A_2 عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

میانبر ۱ هر گاه یکی از مقاومت‌های مدار افزایش یابد (چه متوالی و چه موازی) مقاومت معادل افزایش و جریان کل کاهش می‌یابد.

میانبر ۲ وقتی مقاومت متغیر افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد. و وقتی مقاومت متغیر کاهش می‌یابد، ولتاژ دو سر آن کاهش و جریان آن افزایش می‌یابد. در این مسئله R_2 زیاد شده بنابراین ولتاژ دو سرش زیاد می‌شود یعنی ولتاژ دو سر R_1 که با آن موازی است زیاد می‌شود و جریان I_1 افزایش می‌یابد.

بازی با سوال **در شکل زیر با کاهش مقاومت R_2 عددی که آمپرسنج‌های A_1 و A_2 نمایش می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

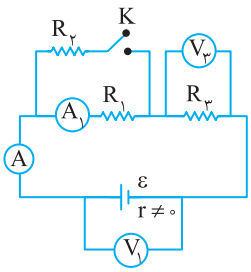


۱) کاهش - کاهش
۲) افزایش - کاهش
۳) کاهش - افزایش
۴) افزایش - افزایش

گزینهٔ ۲

B ۱۶۸۴ ۱

یادآوری هر گاه به مدار یک مقاومت موازی اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.



۱ با بستن کلید K مقاومت $R_۲$ با مقاومت $R_۱$ موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش مقاومت معادل، جریان کل مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و آمپرسنج A عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

۳ ولتاژ دو سر باتری نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow V_۱=\varepsilon-\uparrow Ir)$ و ولت‌سنج $V_۱$ عدد کمتری را نشان می‌دهد.

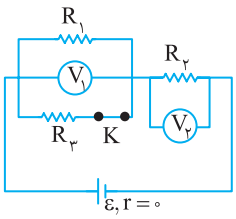
۴ ولتاژ دو سر مقاومت $V_۳$ با افزایش جریان افزایش می‌یابد $(\uparrow V_۳=R_۳I\uparrow)$ و ولت‌سنج $V_۳$ ولتاژ بیشتری نشان می‌دهد.

۵ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ کاهش می‌یابد.

$$V_۱=V_۲=\downarrow V_{R_{۱۲}}=\downarrow V_۱-V_۳\uparrow$$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر $R_۱$، جریان $R_۱$ نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow I_۱=\frac{V_۱\downarrow}{R_{۱\text{ثابت}}})$ و آمپرسنج $A_۱$ عدد کمتری را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو با باز کردن کلید K، ولتاژی که ولت‌سنج‌های $V_۱$ و $V_۲$ نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

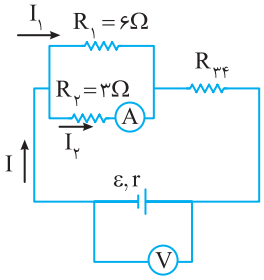


۱) افزایش - کاهش
۲) افزایش - افزایش
۳) کاهش - کاهش
۴) کاهش - افزایش

گزینهٔ ۴

B ۱۶۸۵ ۲

ابتدا مقاومت معادل $R_۳$ و $R_۴$ را به‌صورت یک مقاومت فرض کنید. البته محاسبهٔ مقدار آن مهم نیست. حال حل را شروع می‌کنیم.



۱ با افزایش مقاومت $R_۲=۳\,\Omega$ به $۶\,\Omega$، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$$

۳ با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد.
$\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $(R_{۳۴})$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد:

$$\downarrow V_{۳۴}=R_{۳۴}I\downarrow$$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱۲}$ افزایش می‌یابد زیرا:

$$\uparrow V_{\text{باتری}}=V_{۱۲}+\downarrow V_{۳۴}\Rightarrow V_{۱۲}\uparrow$$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، جریان گذرنده از $R_۱$ افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V_۱=I_۱\overset{\text{ثابت}}{R_۱}\Rightarrow I_۱\uparrow$$

$$I_۲=\downarrow I-I_۱\uparrow\Rightarrow I_۲\downarrow$$

جریان کل مدار $I=I_۱+I_۲$ است از این‌رو:

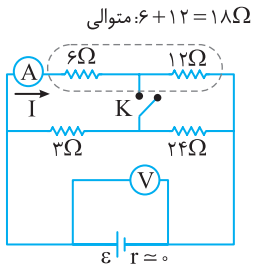
و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

B ۱۶۸۶ ۱

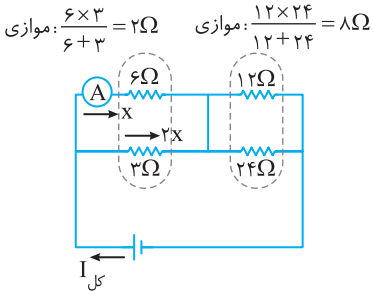
باتری آرمانی است و مقاومت درونی آن صفر است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره برابر نیروی محرکهٔ آن است یعنی ولت‌سنج همواره ε را نشان می‌دهد و عدد آن تغییر نمی‌کند.

حالت اول (کلید باز): در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی و شاخهٔ پایینی برابر نیروی محرکهٔ باتری است. آمپرسنج به شاخهٔ بالایی وصل شده و جریان آن شاخه را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل دو سر این شاخه ε و مقاومت این شاخه $۶+۱۲=۸\Omega$ است، بنابراین جریان این شاخه برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{۶+۱۲}=\frac{\varepsilon}{۱۸}$$



حالت دوم (کلید بسته):



مقاومت معادل مدار برابر خواهد شد با:

$$R_{eq}=۲\Omega+۸\Omega=۱۰\Omega$$

جریان کل مدار برابر است با:

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۱۰}$$

مقاومت‌های $۶\,\Omega$ و $۳\,\Omega$ موازی هستند و جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی اگر جریان مقاومت $۶\,\Omega$ برابر x باشد، جریان مقاومت $۳\,\Omega$ برابر $۲x$ و جریان کل برابر است با:

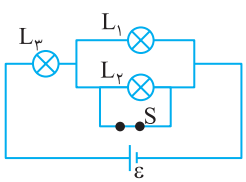
$$I_{\text{کل}}=۳x+x\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۱۰}=۳x\Rightarrow x=\frac{\varepsilon}{۳۰}$$

بنابراین آمپرسنج جریان $\frac{\varepsilon}{۳۰}$ را نشان می‌دهد که از جریان $\frac{\varepsilon}{۱۸}$ کمتر است.

B ۱۶۸۷ ۲

خط فکری دقت کنید اگر لامپ یا مقاومتی توسط سیم بدون مقاومت اتصال کوتاه شود، تمام لامپ‌ها یا مقاومت‌های دیگر هم که با آن موازی باشند، اتصال کوتاه می‌شوند.

نکتهٔ دیگر آنکه لامپ زمانی پرنورتر می‌شود که توان مصرفی آن افزایش یابد ($\frac{V^۲}{R}$ یا $RI^۲$) در واقع اگر جریان عبوری از لامپ یا اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش یابد، لامپ پرنورتر می‌شود.

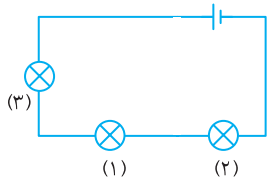


با بستن کلید S، لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ از مدار حذف می‌شوند (لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ موازی هستند)، بنابراین لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ خاموش می‌شوند. حذف $L_۱$ و $L_۲$ از مدار باعث **کاهش مقاومت** معادل شده و جریان مدار زیاد می‌شود و لامپ $L_۳$ پرنور می‌شود.

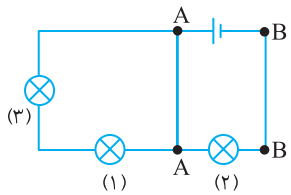
A ۳ ۱۶۸۸

حالت اول (کلیدباز): مدار دارای سه مقاومت متوالی است و مقاومت معادل آن برابر مجموع مقاومت‌هاست.

$$R_{eq}=R_1+R_2+R_3$$

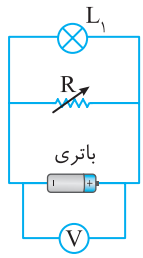


حالت دوم (کلید بسته): لامپ‌های (۱) و (۳) اتصال کوتاه شده و خاموش می‌شوند و با حذف لامپ‌های (۱) و (۳)، مقاومت مدار کاهش یافته، جریان مدار که از لامپ (۲) می‌گذرد افزایش یافته و لامپ پرنور می‌شود.



B ۳ ۱۶۸۹

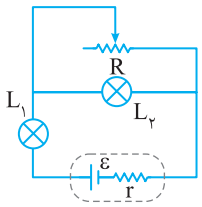
خط فکری هر گاه ولت‌سنج به دو سر باتری متصل باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و اگر باتری آرمانی باشد یعنی مقاومت درونی نداشته باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن با تغییرات مدار تغییر نمی‌کند و همواره برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε) است که در حل این تست باید این مطلب را به خاطر داشته باشید.



با تغییر مقاومت R، عدد ولت‌سنج تغییر نکرده است یعنی باتری آرمانی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر نیروی محرکهٔ باتری ε است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 که به سر باتری متصل است نیز ثابت و برابر نیروی محرکه باتری است $(V_{L_1}=\varepsilon)$، از این‌رو نور لامپ تغییر نمی‌کند.

B ۲ ۱۶۹۰

۱ با حرکت لغزنده به سمت راست، قسمت کمتری از مقاومت R در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر (R) کاهش می‌یابد. می‌دانیم کاهش هر مقاومت مدار باعث کاهش مقاومت معادل مدار می‌شود، بنابراین مقاومت معادل کاهش می‌یابد.



۲ جریان مدار به دلیل کاهش مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$

۳ لامپ L_1 با باتری متوالی است و با افزایش جریان مدار، جریان لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود. $(\uparrow V_1=R_{L_1}I\uparrow)$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد. $(\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir)$

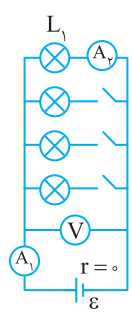
۵ اختلاف پتانسیل دو سر L_2 و مقاومت R کاهش می‌یابد.

$(\downarrow V=\uparrow V_{L_1}+V_{L_2}\downarrow)$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر L_2 نور لامپ L_2 کاهش می‌یابد.

C ۳ ۱۶۹۱

اولین نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که در این مسئله باتری مقاومت درونی ندارد و هر تغییری در مدار رخ دهد، ولتاژ دو سر باتری برابر ε بوده و تغییر نمی‌کند یعنی عدد ولت‌سنج همواره ε را نشان می‌دهد. با بستن هر کلید یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد و آمپرسنج A_1 عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

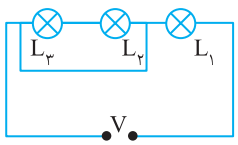


$$\downarrow R_{eq}\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

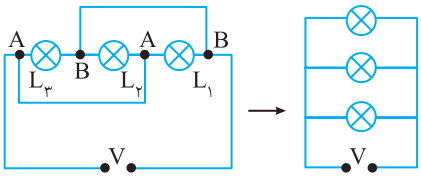
اما ولتاژ دو سر لامپ L_1 که با باتری موازی بسته شده همچنان با نیروی محرکهٔ باتری ε برابر است و عدد آمپرسنج A_2 تغییر نمی‌کند.

B ۳ ۱۶۹۲

حالت اول (کلید باز): مدار به شکل روبه‌روست و لامپ‌های L_2 و L_3 اتصال کوتاه هستند بنابراین تنها لامپ L_1 در مدار است که ولتاژ دو سر آن V است.



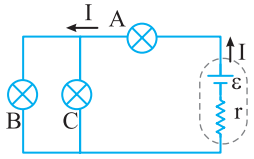
حالت دوم (کلید بسته): در این حالت هر سه لامپ به دو سر منبع نیروی محرکه متصل هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها یکسان و با ولتاژ دو سر منبع نیروی محرکه برابر است یعنی در این حالت نیز ولتاژ دو سر لامپ L_1 همان V است و نور لامپ تغییر نمی‌کند.



B ۴ ۱۶۹۳

یادآوری هر گاه یک مقاومت موازی را از مدار حذف کنید، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۱ با سوختن لامپ D در واقع یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد $(R_{eq}\uparrow)$.



۲ جریان کل مدار که از لامپ A نیز می‌گذرد کاهش می‌یابد $(I\downarrow=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

و نور لامپ A کمتر می‌شود.

۳ ولتاژ دو سر لامپ A به دلیل کاهش جریانش کم می‌شود. $\downarrow V_A=R_A I\downarrow$

۴ ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

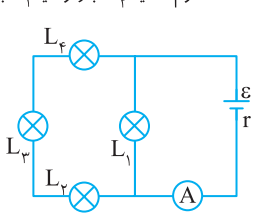
۵ ولتاژ دو سر لامپ‌های موازی B و C افزایش می‌یابد. $\uparrow V_{BC}=\uparrow V_{\text{باتری}}-V_A\downarrow$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر لامپ B و C نور لامپ آن‌ها افزایش می‌یابد.

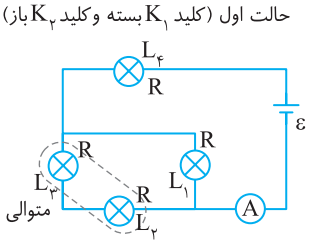
B ۲ ۱۶۹۴

خط فکری باید هر دو حالت مسئله را جداگانه بررسی و سپس مقایسه کنید و در هر حالت مقاومت معادل، جریان مدار و چگونگی تقسیم جریان در لامپ‌ها را مشخص کنید تا بتوانید در مورد روشنایی لامپ L_1 اظهار نظر کنید.

حالت دوم (کلید K_2 باز و کلید K_1 بسته)

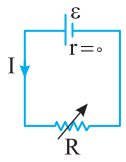


حالت اول (کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز)



لامپ‌ها مشابه هستند و مقاومت هر یک از آن‌ها را R فرض می‌کنیم، به مدارها دقت کنید. در حالت اول مقاومت لامپ L_4 با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت معادل کل مدار از R بیشتر است اما در حالت دوم سه مقاومت متوالی L_2، L_3 و L_4 با مقاومت L_1 موازی و مقاومت معادل مدار قطعاً از R کمتر است بنابراین در حالت دوم جریان مدار بیشتر از حالت اول است و آمپرسنج عدد بیشتری نمایش می‌دهد. از طرفی در حالت دوم، لامپ L_1 به‌طور مستقیم به دو سر باتری متصل می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر آن از حالت اول بیشتر و روشنایی لامپ L_1 بیشتر می‌شود.

B ۴ ۱۶۹۵



مقاومت درونی مولد ناچیز است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-rI \xrightarrow{r=0} V=\varepsilon$ و با تغییر مقاومت R نیروی محرکه ثابت مانده و V تغییر نمی‌کند، اما توان خروجی مولد (مصرف شده در R) با افزایش R کاهش می‌یابد، زیرا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر نیروی محرکهٔ مولد بوده و ثابت است و طبق رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ با افزایش R، توان کاهش می‌یابد و یا طبق رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ چون $r=0$ بوده پس $P=\varepsilon I$ است و با افزایش R چون جریان کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R+r})$ توان خروجی کاهش خواهد یافت.

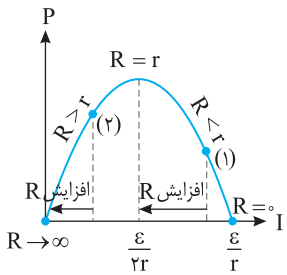
C ۳ ۱۶۹۶

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow[\text{با افزایش } R \text{ جریان کاهش می‌یابد}]{I=\frac{\varepsilon}{r+R}} V=\varepsilon-(Ir)\downarrow$$

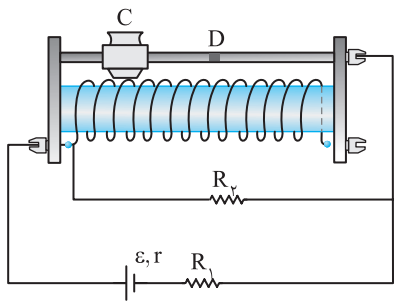
$\Rightarrow$ V افزایش یافته است

توان خروجی مولد برابر $P=\varepsilon I-rI^2$ است و می‌دانیم که نمودار $P-I$ به‌صورت زیر است. اگر در ابتدا $R<r$ (نقطهٔ (۱)) باشد، با افزایش مقاومت مطابق شکل توان افزایش می‌یابد اما اگر $R>r$ (نقطهٔ (۲)) باشد، با افزایش مقاومت مطابق شکل توان کاهش می‌یابد. از این‌رو چون در صورت سؤال دربارهٔ R اطلاعاتی داده نشده است نمی‌توان در مورد افزایش یا کاهش توان خروجی مولد اظهارنظر کرد و ممکن است توان افزایش یا کاهش یابد.



B ۱ ۱۶۹۷

خط فکری مقاومت R_1 با باتری متوالی است و جریان آن با جریان کل مدار برابر است و برای بررسی توان گرمایی آن باید چگونگی تغییر جریان مدار در اثر تغییر مقاومت معادل را به‌دست آورد و به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ در مورد توان گرمایی R_1 اظهار نظر کرد.



با حرکت لغزنده از C به D طول سیم مقاومت متغیر رئوستا افزایش یافته و مقاومت آن زیاد می‌شود. با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت کل مدار افزایش یافته بنابراین:

$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow$ $I_{کل}$ کاهش می‌یابد

$\Rightarrow P_1=R_1I^2\downarrow$ = توان گرمایی مقاومت R_1 کاهش می‌یابد

ولتاژ دو سر باتری افزایش و ولتاژ دو سر R_1 کاهش می‌یابد در این صورت V_2 که برابر ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت R_2 است افزایش می‌یابد.

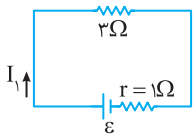
$$\left.\begin{matrix} V=\varepsilon-\downarrow Ir \Rightarrow V \text{ افزایش می‌یابد} \\ V_1=R_1I\downarrow \Rightarrow V_1 \text{ کاهش می‌یابد} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \uparrow V=\downarrow V_1+V_2$$

$\Rightarrow$ توان گرمایی مقاومت R_2 افزایش می‌یابد $\Rightarrow P_2=\frac{V_2^2\uparrow}{R_2} \Rightarrow V_2$ افزایش می‌یابد

میانبر هر گاه یک مقاومت در مدار افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد و جریان مقاومت موازی با آن زیاد می‌شود.

با افزایش مقاومت رئوستا ولتاژ دو سر آن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سر R_2 که با رئوستا موازی است زیاد شده، توان گرمایی آن $(\uparrow P_2=\frac{\uparrow V^2}{R_2})$ زیاد می‌شود در مورد توان گرمایی R_1 همان استدلال بالا را به کار می‌بریم.

C ۲ ۱۶۹۸

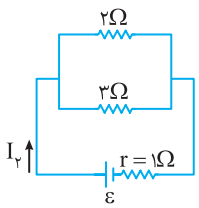


حالت اول (کلید باز): مقاومت مدار تنها مقاومت $3\,\Omega$ است و جریان مدار برابر است با:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{3+1} \Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{4}$$

توان مصرفی در مقاومت خارجی را به‌دست می‌آوریم:

$$P=RI^2 \Rightarrow P_1=3\times(\frac{\varepsilon}{4})^2$$



حالت دوم (کلید بسته): دو مقاومت $2\,\Omega$ و $3\,\Omega$ باهم موازی‌اند و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{2\times3}{2+3}=1/2\,\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_2=\frac{\varepsilon}{1/2+1} \Rightarrow I_2=\frac{\varepsilon}{2/2}\,A$$

توان مصرفی در مقاومت خارجی خواهد شد.

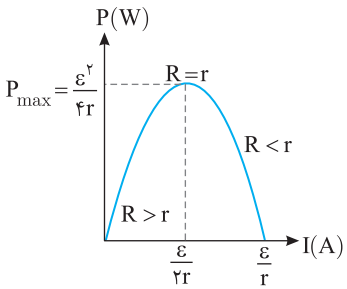
$$P_2=R_{eq}I^2 \Rightarrow P_2=1/2\times(\frac{\varepsilon}{2/2})^2$$

بنابراین

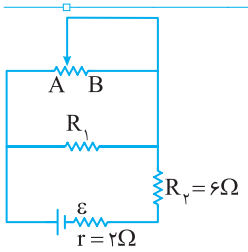
$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{1/2(\frac{\varepsilon}{2/2})^2}{3(\frac{\varepsilon}{4})^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=0/4(\frac{4}{2/2})^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{1/6}{1/21}>1$$

توان مصرفی افزایش می‌یابد.

میانبر توان مصرفی در مدار خارجی یا توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ تابع درجه ۲ از جریان بوده و نمودار آن مطابق شکل زیر سهمی است و در نقطهٔ $R=r$ بیشینه است. با توجه به نمودار و اعداد روی مدار ابتدا مقاومت $R=3\,\Omega>r$ بوده سپس $R=1/2\,\Omega>r$ است یعنی به سمت بیشینه نمودار می‌رویم و توان در حال افزایش است. یعنی در این مسائل کافی است مقاومت خارجی را حساب کنید اگر مقاومت خارجی به سمت مقاومت درونی باتری برود توان در مدار خارجی در حال افزایش و اگر در حال دور شدن از مقاومت درونی باتری باشد توان در حال کاهش است.



C ۳ ۱۶۹۹



۱ با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت متغیر زیاد می‌شود و با افزایش هر مقاومت در مدار، مقاومت معادل افزایش می‌یابد.
$(R_{eq}\uparrow)$

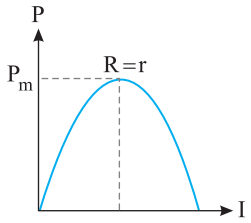
۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 کاهش می‌یابد.
$(\downarrow V_2=R_2\downarrow I)$

۴ ولتاژ دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد.
$(\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-\downarrow I r)$

۵ ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت R_1 که باهم موازی هستند افزایش می‌یابد. $(V_{R_1}=\uparrow V_{\text{باتری}}-V_2\downarrow)$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت R_1 افزایش می‌یابد. $(\uparrow P_1=\frac{\uparrow V_1^2}{R_1})$



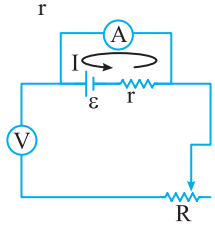
توان خروجی مولد برحسب جریان مدار یک تابع درجه دو $P=-rI^2+\varepsilon I$ است که نمودار آن سهمی است و وقتی توان بیشینه است که مقاومت خارجی با مقاومت درونی برابر باشد $(R=r)$، در این صورت اگر مقاومت خارجی مدار هنگام افزایش در حال دور شدن از مقاومت درونی باشد، توان در حال کاهش است. به مدار نگاه کنید. مقاومت ۶Ω $(R_2>r)$ با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت مدار از ۶Ω بزرگ‌تر است و با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و از r دورتر می‌شود بنابراین توان خروجی کاهش می‌یابد.

پنجره دو جداره

B ۱ ۱۷۰۰

ولت‌سنج به صورت متوالی با مقاومت R در مدار قرار گرفته است. مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد است بنابراین از مدار خارجی جریانی عبور نمی‌کند و مسیر شارش جریان از حلقه آمپرسنج است که مقاومت آن ناچیز می‌باشد. بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=۰}I=\frac{\varepsilon}{r}$$



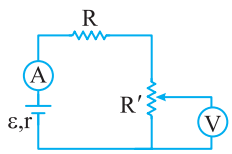
که I همان جریانی است که آمپرسنج نشان می‌دهد و مستقل از مقاومت خارجی است، پس با حرکت لغزنده عدد آمپرسنج تغییری نمی‌کند.

از مقاومت خارجی (R) جریانی عبور نمی‌کند، در واقع از مدار حذف می‌شود در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{r}\times r=۰$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد و با حرکت لغزنده تغییری در عدد ولت‌سنج ایجاد نمی‌شود.

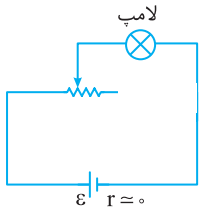
B ۲ ۱۷۰۱



از ولت‌سنج آرمانی به دلیل مقاومت بسیار زیاد آن جریانی نمی‌گذرد و در مدار دو مقاومت ثابت و متوالی R و R' وجود دارد. با حرکت لغزنده در مقاومت معادل مدار تغییر حاصل نمی‌شود $(R_{eq}=\text{ثابت})$. با ثابت ماندن مقاومت معادل، جریان مدار نیز ثابت می‌ماند $(I_{\text{ثابت}}=\frac{\varepsilon_{\text{ثابت}}}{R_{eq_{\text{ثابت}}}+r_{\text{ثابت}}})$ و در عدد آمپرسنج تغییری حاصل نمی‌شود. اما به شکل نگاه کنید با حرکت لغزنده به سمت بالا ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بزرگ‌تری را اندازه‌گیری می‌کند و با ثابت بودن جریان، ولتاژی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، بیشتر می‌شود $(\uparrow V=I_{\text{ثابت}}R\uparrow)$

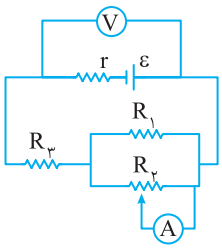
A ۲ ۱۷۰۲

اگر لغزنده به سمت راست برود مقاومت مدار افزایش می‌یابد و جریان مدار کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ کم می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۱)، (۳) و (۴) نادرست است. با حرکت لغزنده به سمت چپ مقاومت متغیر کاهش می‌یابد یعنی مقاومت معادل مدار کم می‌شود و جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.



C ۳ ۱۷۰۳

یادآوری مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود سبب اتصال کوتاه آن شاخه می‌شود و جریانی از شاخهٔ موازی با آمپرسنج نمی‌گذرد.



۱ با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت کمتری با آمپرسنج موازی شده و از مدار حذف می‌شود، در واقع با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت R_2 افزایش یافته و مقاومت معادل نیز افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت معادل طبق رابطهٔ $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

۳ ولتاژ دو سر باتری یعنی عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد:
$V=\varepsilon-\downarrow Ir\Rightarrow V\uparrow$

۴ طبق رابطهٔ $\downarrow V_3=R_3I\downarrow$، با کاهش I ولتاژ دو سر مقاومت R_3، کاهش می‌یابد.

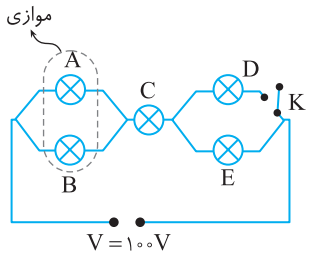
۵ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 افزایش می‌یابد.
$\uparrow V_{12}=\uparrow V-V_3\downarrow$

۶ حال با توجه به اینکه $I_1=\frac{V_1\uparrow}{R_1}$، پس جریان عبوری از مقاومت R_1 افزایش یافته و چون جریان کل کاهش یافته است با توجه به رابطهٔ $\downarrow I=\uparrow I_1+I_2$، بنابراین I_2 یا همان جریان عبوری از آمپرسنج کاهش می‌یابد.

C ۱۷۰۴ ۳

لامپ‌ها مشابه هستند. با توجه به مشخصات نوشته شده روی هر لامپ، مقاومت آن لامپ را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{۱۰۰\times۱۰۰}{۲۰۰}\Rightarrow R=۵۰\,\Omega$$



۱ با بستن کلید K، لامپ D به‌طور موازی با لامپ E قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۲ در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد. $\left(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}\right)$

۳ با افزایش جریان مدار، ولتاژ دو سر مجموعهٔ لامپ‌های A، B و C افزایش می‌یابد. $\uparrow V=I\uparrow R$

۴ از این‌رو ولتاژ دو سر لامپ E کاهش می‌یابد $\downarrow V_{ED}=V_{\text{ثابت}}-\uparrow(V_{AB}+V_C)$ و روشنایی لامپ E، کاهش می‌یابد.

اکنون به سراغ تحلیل توان مصرفی لامپ A می‌رویم.

وقتی کلید باز است، مقاومت کل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{۵۰}{۲}+۵۰+۵۰=R_{eq}=۱۲۵\,\Omega$$

جریان مدار در این حالت خواهد شد:

$$I_T=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{۱۰۰}{۱۲۵}\Rightarrow I_T=\frac{۴}{۵}=۰/۸A$$

جریان گذرنده از A برابر ۰/۴A می‌شود.

اما وقتی کلید بسته می‌شود لامپ‌ها E و D موازی، لامپ‌های A و B موازی و معادل آن‌ها با لامپ C متوالی است. از این‌رو مقاومت کل مدار برابر است با:

$$R'_{eq}=\frac{۵۰}{۲}+۵۰+\frac{۵۰}{۲}=۱۰۰\,\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'_T=\frac{V}{R'}=\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=۱A$$

جریان مدار به‌طور مساوی بین دو لامپ موازی A و B تقسیم می‌شود و جریان گذرنده از لامپ A برابر ۰/۵A خواهد بود. توان لامپ A را در حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

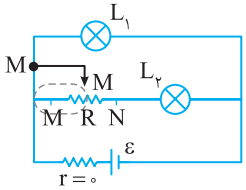
$$P_A=RI_A^2=۵۰\times(۰/۴)^2\Rightarrow P_A=۵۰\times۰/۱۶=۸W$$

$$P'_A=RI'^2_A=۵۰\times(۰/۵)^2\Rightarrow P'_A=۵۰\times۰/۲۵=۱۲/۵W$$

افزایش $P'_A-P_A=۱۲/۵-۸=۴/۵W$

B ۱۷۰۵ ۴

به قسمتی که روی شکل مشخص شده است نگاه کنید. دو سر سیم بدون مقاومت باعث اتصال کوتاه می‌شود یعنی هر چه لغزنده از M به N برود مقاومت بزرگ‌تری اتصال کوتاه می‌شود و مقاومت R کاهش می‌یابد و مقاومت شاخه شامل مقاومت R و لامپ L_2 (شاخهٔ وسطی) کاهش می‌یابد. باتری بدون مقاومت درونی است، از این‌رو ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر نیروی محرکه باتری بوده و تغییر نمی‌کند در نتیجه جریان L_1 و نور آن ثابت می‌ماند اما جریان L_2 و نور آن افزایش می‌یابد.



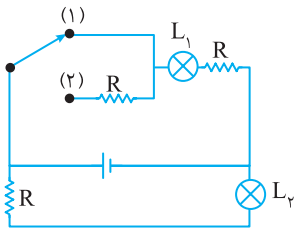
بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو اگر باتری آرمانی باشد و کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، نور لامپ L_1 و L_2 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.

۲) افزایش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.

۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.

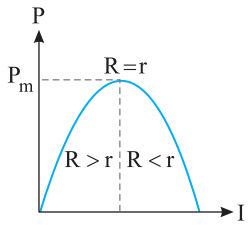
۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.



گزینهٔ ۱

C ۱۷۰۶ ۴

یادآوری توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت‌ها) یک تابع درجه از جریان است $(P=-rI^2+\varepsilon I)$ که نمودار آن سهمی است و توان وقتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار با مقاومت درونی باتری برابر شود $(R=r)$ و هر گاه مقاومت خارجی به مقاومت درونی باتری نزدیک شود، توان افزایش و هر گاه از مقاومت درونی باتری دور شود توان کاهش می‌یابد.

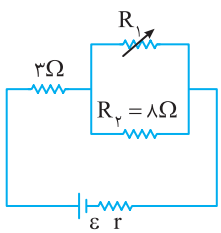


مقاومت R_1 و R_2 متوالی هستند و با کاهش مقاومت R_1 از ۱۰Ω به ۲Ω، مقاومت معادل $(R_{eq}=R_1+R_2)$ از ۱۲Ω به ۴Ω تغییر می‌کند. با توجه به صورت سؤال توان ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است یعنی مقاومت معادل ابتدا به مقاومت درونی نزدیک و سرانجام با آن برابر شده و پس از آن مقاومت معادل از مقاومت درونی کمتر شده بنابراین مقاومت درونی باید از ۴Ω بیشتر و از ۱۲Ω کمتر باشد که در گزینهٔ (۴) مقدار مقاومت $r=۴\,\Omega$ بوده که در بازه به‌دست آمده قرار ندارد.

بازی با سؤال در مدار روبه‌رو مقاومت رئوستا (R_1) را به تدریج از ۱۲Ω به ۸Ω کاهش می‌دهیم. اگر توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش یابد، مقاومت r کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) ۴/۵

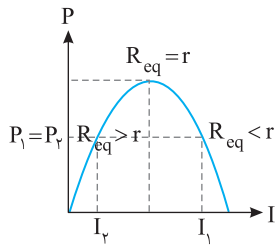
۳) ۷/۵ ۴) ۹



گزینهٔ ۳

C ۱۷۰۷ ۳

خط فکری باتری دارای مقاومت درونی است بنابراین با تغییر مقاومت مدار و تغییر جریان باتری به نظر می‌رسد که توان خروجی باتری باید تغییر کند اما چرا چنین نشده است؟ قطعاً در این حالت مطابق نمودار P−I، یک‌بار مقاومت خارجی از r بزرگ‌تر و بار دیگر کوچک‌تر شده است.



با باز کردن کلید K، مقاومت R_3 از مدار خارج می‌شود و با خروج یک مقاومت موازی از مدار مقاومت معادل افزایش و جریان مدار کاهش می‌یابد و برای آنکه توان خروجی تغییر نکند باید ابتدا مقاومت معادل مدار خارجی از مقاومت درونی باتری r کوچک‌تر و سپس بزرگ‌تر باشد.

در نتیجه در حالت اول که دو مقاومت R_2 و R_3 موازی و با مقاومت R_1 متوالی هستند خواهیم داشت:

$$R_{eq}<r\Rightarrow R_1+\frac{R_2R_3}{R_2R_3}<r\Rightarrow R_1<r\Rightarrow\frac{R_1}{r}<۱$$

B ۱۷۰۸ ۲

۱ با افزایش مقاومت R_1، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان مدار کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر مقاومت R_2 که با باتری متوالی است و از آن جریان کل مدار می‌گذرد، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_2=\downarrow IR_2)$ و ولتسنج V_2 عدد کمتری نشان می‌دهد.

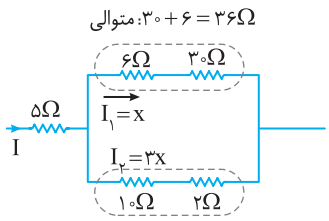
نکته می‌توان اثبات کرد که هر گاه در یک مدار، مقدار مقاومتی افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد.

با افزایش R_1، ولتاژ دو سر آن زیاد می‌شود و ولتسنج V_1 عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

B ۱۷۰۸ ۱

۱ مقاومت شاخهٔ بالایی 36Ω و مقاومت شاخهٔ پایینی 12Ω است و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد و اگر جریان شاخهٔ بالایی x باشد، جریان شاخهٔ پایینی $3x$ است. از طرفی مجموع این دو جریان برابر جریان I خواهد بود از این‌رو:



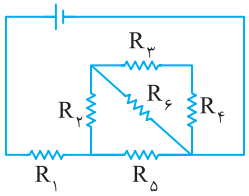
$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=x+3x\Rightarrow I=4x$$

توان مقاومت‌های 10Ω و 5Ω را به دست می‌آوریم.

$$P=RI^2\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{R=10\Omega}P_{10\Omega}=10(3x)^2\\ \xrightarrow{R=5\Omega}P_{5\Omega}=5(4x)^2\end{cases}\Rightarrow\frac{P_{10\Omega}}{P_{5\Omega}}=\frac{9}{8}$$

نمای ۱۸

بازی با سوال در شکل زیر همهٔ مقاومت‌ها یکسان هستند، توان مصرفی در مقاومت R_6 چند برابر توان مصرفی در مقاومت R_1 است؟



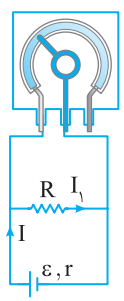
۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{2}{7}$

گزینهٔ ۱

B ۱۷۰۸ ۴

۱ با حرکت ساعتگرد لغزندهٔ پتانسیومتر، مقاومت پتانسیومتر افزایش می‌یابد و این یعنی مقاومت معادل مدار هم افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل مدار (I) کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان مدار ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $(\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir)$

۴ مقاومت R با باتری موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است. با افزایش ولتاژ باتری، ولتاژ دو سر R نیز بالا می‌رود و با توجه به رابطهٔ $V=RI$ جریان I_1 زیاد می‌شود. $(\uparrow I_1=\frac{V\uparrow}{R_{ثابت}})$ نمای ۲۲

C ۱۷۰۸ ۳

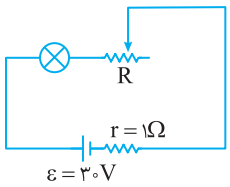
خط فکری ولتاژ دو سر باتری، حاصل جمع ولتاژ دو سر لامپ و دو سر رئوستا است. $(V_{باتری}=V_{لامپ}+V_{رئوستا})$. حداکثر ولتاژ دو سر لامپ که لامپ نسوزد و با توان $40W$ روشن بماند، $10V$ است، بنابراین حداقل ولتاژ رئوستا خواهد شد:

$$V_{رئوستا}=V_{باتری}-V_{لامپ}=V_{باتری}-10$$

به کمک مشخصات لامپ، جریان بیشینه قابل تحمل لامپ را بیابید سپس به سراغ ولتاژ دو سر باتری بروید و سرانجام ولتاژ دو سر مقاومت متغیر R (رئوستا) را به‌دست آورید.

بیشینه جریان قابل تحمل لامپ را حساب می‌کنیم. $P=VI\Rightarrow 40=10I\Rightarrow I=4A$

اگر جریان مدار از $4A$ بیشتر شود، لامپ می‌سوزد. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



$$V_{باتری}=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=30-4\times1\Rightarrow V=26V$$

حداکثر ولتاژ دو سر لامپ $10V$ است، بنابراین حداقل ولتاژ دو سر مقاومت متغیر R باید $26-10=16V$ باشد تا لامپ نسوزد. در این صورت حداقل توان مصرفی در مقاومت R خواهد شد:

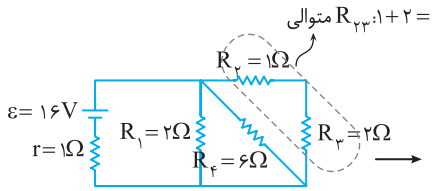
$$P=VI\Rightarrow P=16\times4\Rightarrow P=64W$$

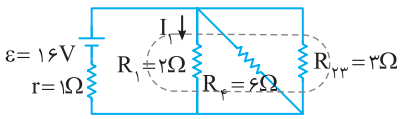
نمای ۲۱

B ۱۷۰۸ ۲

خط فکری ۴ باید توان مصرفی در مقاومت R_1 را به‌دست بیاوریم. بنابراین باید جریان عبوری از R_1 و مدت زمان عبور جریان را حساب کنیم. بنابراین باید ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و به کمک جریان و مقدار آمپر - ساعت، زمان کار کرد باتری را حساب کنیم تا مسئله قابل حل شود.

۱ ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.





مقاومت معادل برابر است با: $\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{3+1+2}{6}\Rightarrow R_{eq}=1\Omega$

۲ جریان کل مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{16}{1+1}\Rightarrow I=8A$

۳ با جریان $8A$ مدتی که باتری کار می‌کند برابر است با:

$$Q=It\Rightarrow 120=8t\Rightarrow t=15h$$

۴ مقاومت معادل R_{23} و R_4، برابر $\frac{6\times3}{6+3}=2$ اهم است، پس جریان $8A$ به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود و از مقاومت‌های $R_1=2\Omega$ و $R_{234}=2\Omega$ می‌گذرد. یعنی جریان مقاومت R_1 برابر $\frac{8}{2}=4A$ است.

۵ بنابراین توان مصرفی در مقاومت R_1 در مدت $15h$ خواهد شد:

$$P=RI^2\Rightarrow P_1=2\times(4)^2=32W$$

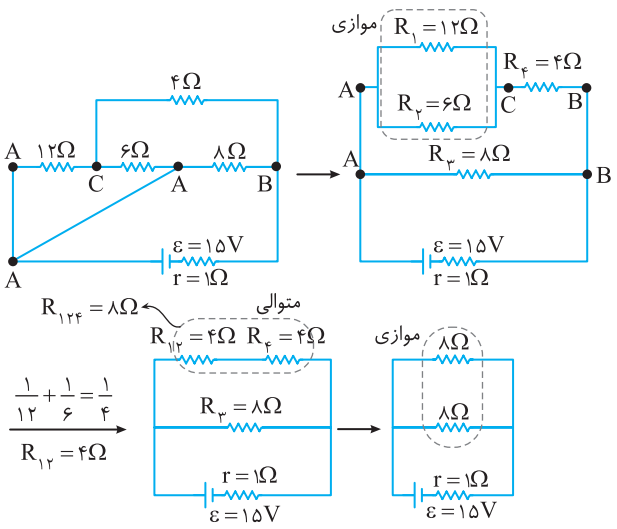
۶ انرژی مصرفی در R_1 را به‌دست می‌آوریم.

$$U=Pt\Rightarrow U=\frac{32}{1000}\times15\Rightarrow U=0/48kWh$$

نمای ۱۸ و ۱۹

B ۱۷۰۸ **۱**

۵ **ابتدا با نامگذاری** شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم، مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم و جریان را در شاخه‌ها تقسیم می‌کنیم:

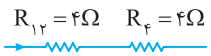


$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۸\times۸}{۸+۸}=۴\Omega$$

اکنون با داشتن مقاومت معادل جریان را حساب می‌کنیم: $I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۵}{۴+۱}=۳A$

چون دو مقاومت ۸Ω باهم موازی بسته شده‌اند، جریان کل مدار بین این دو مقاومت تقسیم می‌شود و از هر مقاومت جریان $\frac{۳}{۲}=۱/۵A$ می‌گذرد.

چون در شاخهٔ بالایی مقاومت $R_۴$ با مقاومت $R_{۱۲}$ متوالی بسته شده است، پس جریان عبوری از $R_۴$ نیز $۱/۵A$ است و انرژی مصرفی در مقاومت $R_۴=۴\Omega$ در مدت $۲s$ خواهد شد:



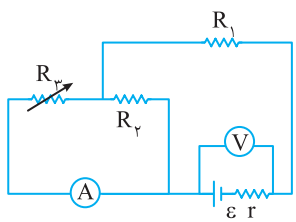
$$U=Pt=RI^۲t=۴\times(\frac{۳}{۲})^۲\times۲=۴\times\frac{۹}{۴}\times۲=۱۸J$$

نمای ۱۸

B ۱۷۰۸ **۳**

۶ **۱** **با افزایش** مقاومت $R_۳$، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان مدار کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$



۳ با کاهش جریان، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد $(\uparrow V_{باتری}=\varepsilon-\downarrow Ir)$ و ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

۴ از مقاومت $R_۱$ جریان کل می‌گذرد و با کاهش جریان مدار ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ نیز کاهش می‌یابد. $(\downarrow V_۱=I\downarrow R_۱)$

۵ مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها برابر است با:

$$V_{۲۳}=V_{باتری}-V_۱$$

که با کاهش $V_۱$ و افزایش $V_{باتری}$، $V_{۲۳}$ افزایش می‌یابد.

نمای ۲۲

۶ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ زیاد شده، یعنی جریان $I_۲$ افزایش یافته است.

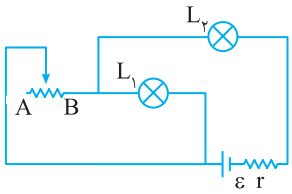
۷ جریان کل مدار کاهش و جریان $I_۲$ افزایش یافته است، از این‌رو جریان $R_۳$ کم شده است و آمپرسنج عدد کمتری را نمایش می‌دهد.

میانبر می‌توان ثابت کرد که هر گاه یک مقاومت در مدار افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش می‌یابد اما جریان عبوری آن کاهش می‌یابد، بنابراین آمپرسنج عدد کمتری را نمایش می‌دهد.

نمای ۱

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، چنانچه لغزندهٔ رئوستا به سمت نقطهٔ A حرکت کند، نور لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

قلم‌چی

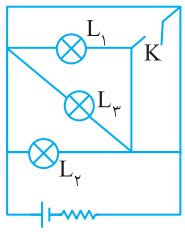


۱) افزایش، افزایش
۲) کاهش، افزایش
۳) افزایش، کاهش
۴) کاهش، کاهش

گزینهٔ ۳

A ۱۷۰۸ **۴**

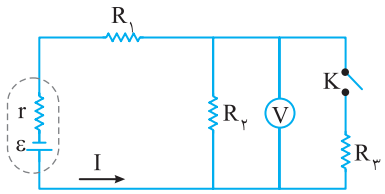
۷ **در هر دو حالت** (کلید باز و کلید بسته) تمام لامپ‌ها اتصال کوتاه هستند و در واقع همهٔ لامپ‌ها خاموش هستند و قطع و وصل کلید K تغییری در مدار ایجاد نمی‌کند.



نمای ۲۲

C ۱۷۰۸ **۲**

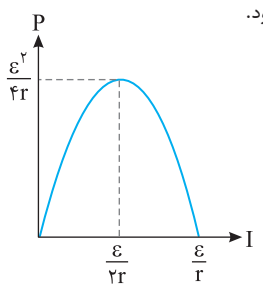
۸ **۱** **با بستن** کلید K مقاومت $R_۳$ با مقاومت $R_۲$ موازی می‌شوند و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.



۲ با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان مدار افزایش می‌یابد.

۳ مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی است و جریان مدار از آن می‌گذرد، بنابراین با افزایش جریان مدار، توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد.

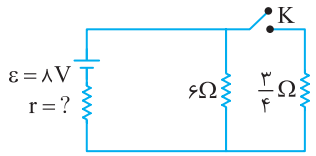
اما دربارهٔ توان خروجی باتری نمی‌توان اظهار نظر کرد، زیرا با توجه به رابطهٔ توان خروجی برحسب جریان، توان تابع درجه ۲ از جریان است $(P=-rI^۲+\varepsilon I)$ و نمودار آن به صورت سهمی روبه‌رو است و تغییر جریان از ۰ تا $\frac{\varepsilon}{۲r}$ باعث افزایش توان و از $\frac{\varepsilon}{۲r}$ تا $\frac{\varepsilon}{r}$ باعث کاهش توان می‌شود.



نمای ۲۳

۴ ۱۷۰۸ C

۹ **توان خروجی** باتری همان توان مصرفی در مقاومت خارجی مولد است. وقتی کلید باز است تنها مقاومت ۶Ω در مدار وجود دارد.



$P=R_{eq}I^2$

$I=\frac{8}{6+r}$, $P=R_{eq}I^2\Rightarrow P=6\times(\frac{8}{6+r})^2$

وقتی کلید بسته است مقاومت معادل خواهد شد:

$R_{eq}=\frac{6\times\frac{3}{4}}{6+\frac{3}{4}}=\frac{18}{27}=\frac{2}{3}\Omega$

$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{8}{\frac{2}{3}+r}=\frac{24}{2+3r}$

$P'=R_{eq}I'^2\Rightarrow P'=\frac{2}{3}\times(\frac{24}{2+3r})^2$

با توجه به فرض مسأله: $P=P'\Rightarrow 6\times(\frac{8}{6+r})^2=\frac{2}{3}\times(\frac{24}{2+3r})^2\Rightarrow 3\times\frac{8}{6+r}=\frac{24}{2+3r}$

$\Rightarrow 6+r=2+3r\Rightarrow 4=2r\Rightarrow r=2\Omega$

میانبر هرگاه توان خروجی باتری برای مقاومت‌های خارجی R_1 و R_2 برابر شود آن‌گاه خواهیم داشت: $r=\sqrt{R_1R_2}$

در حالت اول مقاومت معادل $R_1=6\Omega$ و در حالت دوم مقاومت معادل $R_2=\frac{2}{3}\Omega$ است بنابراین:

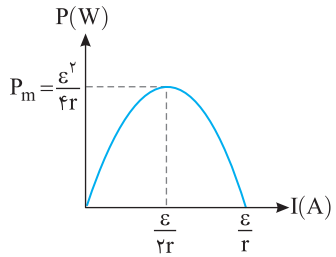
$r=\sqrt{6\times\frac{2}{3}}\Rightarrow r=2\Omega$

نمای ۱۹

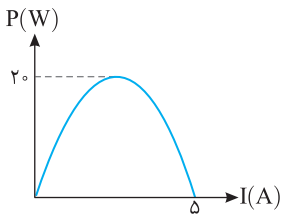
۴ ۱۷۰۸ B

خط فکری **۱۰** ابتدا به کمک نمودار باید نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را به‌دست بیاورید، سپس با داشتن ε و r جریان مدار خارجی را حساب کرده و توان کل را به‌دست بیاورید.

یادآوری در نمودار توان خروجی برحسب جریان، توان بیشینه برابر $P_m=\frac{\varepsilon^2}{4r}$ است. همچنین وقتی توان خروجی صفر است، جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ است.



۱ با توجه به نمودار خواهیم داشت: $(\frac{\varepsilon}{r}=5\ ,\ \frac{\varepsilon^2}{4r}=20)$



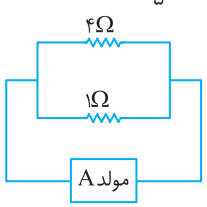
دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم:

$\frac{\frac{\varepsilon^2}{4r}}{\frac{\varepsilon}{r}}=\frac{20}{5}\Rightarrow\frac{\varepsilon}{4}=4\Rightarrow\varepsilon=16V$

۲ مقاومت درونی خواهد شد:

$\frac{\varepsilon}{r}=5\Rightarrow\frac{16}{r}=5\Rightarrow r=3/2\Omega$

۳ مقاومت‌های ۱Ω و ۴Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$R_{eq}=\frac{4\times1}{4+1}=0/8\Omega$

۴ جریان مدار خواهد شد:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{16}{0/8+3/2}\Rightarrow I=4A$

۵ توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار برابر است با:

$P=R_{eq}I^2\Rightarrow P=0/8\times(4)^2\Rightarrow P=12/8W$

نمای ۱۹

پنجره تو در تو

۳ ۱۷۰۹ A

۱ با استفاده از قانون اهم، جریان را در دو ولتاژ ۲۰V و ۳۰V حساب می‌کنیم.

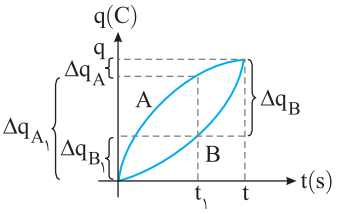
$I=\frac{V}{R}\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{V_1=20V} I_1=\frac{20}{2/5}=8A\\ \xrightarrow{V_2=30V} I_2=\frac{30}{2/5}=12A\end{cases}$

بنابراین جریان مدار $12-8=4A$ افزایش می‌یابد.

نمای ۲

۳ ۱۷۰۹ B

۲ **جریان متوسط** برابر است با آهنگ شارش بار از هر مقطع مدار: $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$



در بازه ۰ تا t بار گذرنده از A و B برابر q است بنابراین جریان متوسط در این بازه برابر است، $I_A=I_B=\frac{q}{t}$ و گزینهٔ (۳) درست است. اما به سراغ گزینه‌های دیگر برویم. در گزینهٔ (۱) بیان شده در هر بازهٔ زمانی دلخواه $\bar{I}_A>\bar{I}_B$ اما به بازهٔ دلخواه t_1 تا t روی شکل دقت کنید، کاملاً مشخص است که در این بازه $\Delta q_B>\Delta q_A$ است و جریان متوسط B $(\bar{I}_B=\frac{\Delta q_B}{t-t_1})$ بیشتر است و گزینهٔ (۱) نادرست است. از جریان A $(\bar{I}_A=\frac{\Delta q_A}{t-t_1})$

برای بررسی گزینهٔ (۲) که در آن ادعا شده که در هر بازه $\bar{I}_B>\bar{I}_A$ است، بازهٔ صفر تا t_1 را بررسی می‌کنیم، در این بازه $\Delta q_{A_1}>\Delta q_{B_1}$ بوده بنابراین $\bar{I}_{A_1}>\bar{I}_{B_1}$ است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

نمای ۱

۴ ۱۷۰۹ B

۳ **مقاومت یک** سیم رسانا که از قانون اهم پیروی می‌کند در دمای ثابت مقدار ثابتی است و به ولتاژ دو سر مقاومت و جریان عبوری از آن بستگی ندارد، بنابراین با دو برابر کردن ولتاژ در دمای ثابت مقاومت ثابت می‌ماند از طرفی شیب نمودار جریان برحسب ولتاژ بنا به قانون اهم $(R=\frac{V}{I})$ برابر وارون مقاومت $(\frac{1}{R})$ است، بنابراین با افزایش ولتاژ و ثابت بودن R، وارون مقاومت یعنی شیب نمودار ثابت می‌ماند.

ثابت می‌ماند: θ ⇒ ثابت می‌ماند: $\tan\theta$ ⇒ شیب خط $\tan\theta=$

نمای ۲

۳ ۱۷۰۹ B

خط فکری **۴** فرض کنید طول سیم n برابر شود، چون حجم سیم در دو حالت برابر است قطعاً مساحت سطح مقطع سیم $\frac{1}{n}$ برابر می‌شود بنابراین:

$\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}=n\times n\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=n^2$

اکنون با این خط فکری مسئله به راحتی قابل حل است.

$\frac{R_2}{R_1}=n^2\xrightarrow[R_2=2/5\Omega]{R_1=160\Omega}\frac{2/5}{160}=n^2\Rightarrow n^2=\frac{25}{1600}\Rightarrow n=\frac{5}{40}\Rightarrow n=\frac{1}{8}$

بنابراین طول سیم برابر است با: $L_2=nL_1\Rightarrow L_2=\frac{1}{8}\times40=5cm$

دقت کنید قطر سطح مقطع در این مسئله کاربردی ندارد.

نمای ۳

B ۱۷۰۹ ۴

۵ **اختلاف** پتانسیل در دو حالت برابر است از این‌رو جریان عبوری از دو سیم به مقاومت آن‌ها بستگی دارد.

$$V_۱=V_۲ \xrightarrow{V=IR} I_۱R_۱=I_۲R_۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲} \quad (I)$$

۲ باید به سراغ نسبت مقاومت‌ها برویم، طول دو سیم و جنس آن‌ها یکی است از این‌رو:

$$\begin{cases} R_۱=\rho\frac{L_۱}{A_۱} \\ R_۲=\rho\frac{L_۲}{A_۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_۱}{R_۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱} \xrightarrow{L_۱=L_۲} \frac{R_۱}{R_۲}=\frac{A_۲}{A_۱}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}} \frac{R_۱}{R_۲}=\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲ \xrightarrow{D_۲=۲D_۱} \frac{R_۱}{R_۲}=(۲)^۲=۴ \xrightarrow{(I)} \frac{I_۲}{I_۱}=۴$$

۳ اکنون بار گذرنده از هر مقاومت را می‌توان حساب کرد:

$$\begin{cases} I_۲=\frac{q_۲}{t} \\ I_۱=\frac{q_۱}{t} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{q_۲}{q_۱} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱}=۴$$

۴ بار الکتریکی یک جسم برابر $q=ne$ است از این‌رو:

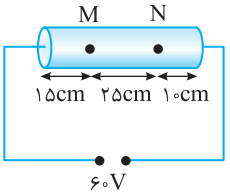
$$\begin{cases} q_۱=n_۱e \\ q_۲=n_۲e \end{cases} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲}=\frac{n_۱}{n_۲} \xrightarrow{\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{۱}{۴}} \frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۱}{۴}$$

میانبر می‌توانید مسئله را ذهنی به گونهٔ زیر حل کنید.

قطر سیم (۲)، دو برابر، سطح مقطع آن ۴ برابر، بنابراین مقاومت الکتریکی آن $\frac{۱}{۴}$ برابر و جریان آن ۴ برابر خواهد شد، بنابراین بار الکتریکی سیم (۲)، ۴ برابر سیم (۱) و تعداد الکترون گذرنده در سیم (۲)، ۴ برابر سیم (۱) یعنی $\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۱}{۴}$ است. نمای ۳

A ۱۷۰۹ ۳

۶ **طول قطعهٔ** رسانا $۱۰+۲۵+۱۵=۵۰cm$ است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ۶۰V است. فاصلهٔ MN برابر ۲۵cm است، با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ مقاومت این قسمت نصف مقاومت کل قطعهٔ رساناست و باتوجه به قانون اهم، ولتاژ دو سر این قسمت نیز نصف ولتاژ دو سر کل قطعه رساناست.



$$\begin{cases} V_{MN}=IR_{MN} \\ V_{کل}=IR_{کل} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{MN}}{V_{کل}}=\frac{R_{MN}}{R_{کل}} \xrightarrow{R_{MN}=\frac{۱}{۲}R_{کل}}$$

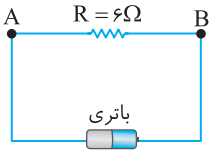
$$\frac{V_{MN}}{V_{کل}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{V_{MN}}{۶۰}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow V_{MN}=۳۰V$$

نمای ۳ و ۵

B ۱۷۰۹ ۲

۷ **خط فکری** این سؤال ترکیبی از فصل (۱) و فصل (۲) کتاب یازدهم است. وقتی بار الکتریکی منفی از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر شارش می‌کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. از طرفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر $\Delta U=q\Delta V$ است که در آن ΔV ولتاژ دو سر باتری است. با این دانسته‌ها شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q=-۱۲\mu C$ در B، $۹۶\mu J$ بیشتر از انرژی پتانسیل آن در نقطهٔ A است، بنابراین نقطهٔ A باید به پتانسیل پایین‌تر یعنی پایانهٔ منفی باتری وصل باشد.



از طرفی اختلاف پتانسیل بین A و B یا همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$\Delta V_{AB}=V=\left|\frac{U}{q}\right|=\frac{۹۶}{۱۲} \Rightarrow V=۸V$$

اکنون می‌توان جریان مقاومت ۶Ω یعنی جریان مدار را حساب کرد.

$$I=\frac{V}{R} \Rightarrow I=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}A$$

مقاومت درونی باتری خواهد شد:

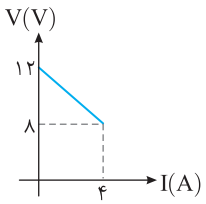
$$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow ۸=۱۲-\frac{۴}{۳}r \Rightarrow r=۳\Omega$$

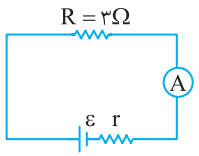
نمای ۷

B ۱۷۰۹ ۳

۸ **عرض از مبدأ** نمودار $V-I$ یک باتری برابر نیروی محرکهٔ باتری و شیب آن برابر $-r$ است از این‌رو نیروی محرکهٔ این باتری $\varepsilon=۱۲V$ و مقاومت درونی باتری برابر است با:

$$\tan\alpha=-r \Rightarrow \frac{۸-۱۲}{۴-۰}=-r \Rightarrow r=۱\Omega$$





اکنون جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳A$$

نمای ۵

B ۱۷۰۹ ۳

۹ **بیشینهٔ جریان** باتری برای حالتی است که مقاومت خارجی مدار یعنی مقاومت پتانسیومتر $R=۰$ باشد، بنابراین نیروی محرکهٔ باتری خواهد شد: $I_{max}=\frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow ۵=\frac{\varepsilon}{۱} \Rightarrow \varepsilon=۵V$

یادآوری بیشینه توان خروجی یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r برابر $P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$ است.

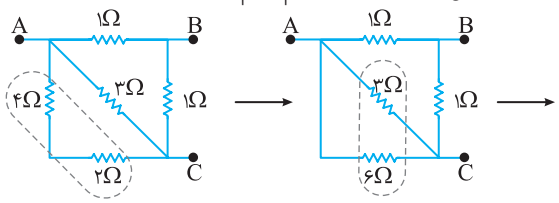
بیشینه توان خروجی باتری برابر است با:

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}=\frac{۲۵}{۴}=۶/۲۵W$$

نمای ۸

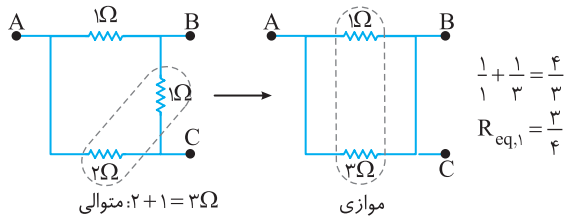
B ۱۷۰۹ ۴

۱۰ **اگر مقاومت‌ها** را بین دو نقطه A و B ببندیم داریم:



متوالی: $۴+۲=۶\Omega$

موازی: $\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$



$$\frac{۱}{۱}+\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}$$

$$R_{eq,۱}=\frac{۳}{۴}$$

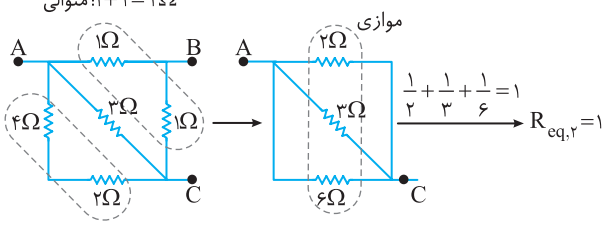
متوالی: $۲+۱=۳\Omega$

موازی

حال اگر مقاومت‌ها را بین A و C ببندیم داریم:

متوالی: $۱+۱=۲\Omega$

موازی



$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=۱ \rightarrow R_{eq,۲}=۱$$

متوالی: $۲+۴=۶\Omega$

بنابراین:

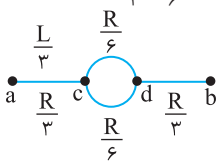
$$\frac{R_{eq,۱}}{R_{eq,۲}}=\frac{\frac{۳}{۴}}{۱}=\frac{۳}{۴}$$

نمای ۹

۱۱ **A** **۱** **۱۷۰۹**

سیمی به مقاومت R به سه قسمت مساوی تقسیم شده است و بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ چون طول هر قسمت $\frac{L}{۳}$ است، مقاومت هر قسمت $\frac{R}{۳}$ می‌شود. از طرفی یک قسمت از مقاومت را به صورت دایره در آورده‌ایم. در این صورت آن قسمت به صورت دو مقاومت موازی که مقاومت هر کدام $\frac{\frac{R}{۳}}{۲}=\frac{R}{۶}$ است در می‌آید.

مقاومت معادل ناحیهٔ دایره‌ای را حساب می‌کنیم:



$$R_{cd}=\frac{\frac{R}{۶}}{۲}=\frac{R}{۱۲}$$

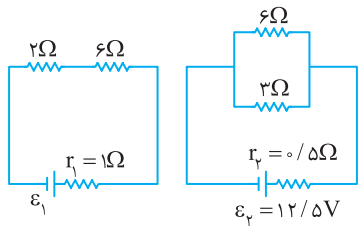
مقاومت معادل بین دو نقطه a و b برابر است با:

$$R_{ab}=\frac{R}{۳}+\frac{R}{۱۲}+\frac{R}{۳}\Rightarrow R_{ab}=\frac{۳}{۴}R$$

نمای ۹

۱۲ **B** **۳** **۱۷۰۹**

خط فکری داده‌های روی شکل (۲) کامل است و باید از آن‌جا شروع کنید. مقاومت معادل، جریان و ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω را به‌دست آورید، سپس به سراغ مدار (۱) بروید و ولتاژ به‌دست آمده برای مقاومت ۶Ω در شکل (۲) را برای مقاومت ۶Ω قرار بدهید و جریان مدار (۱) را حساب کنید تا بتوانید نیروی محرکهٔ $\varepsilon_۱$ را به‌دست بیاورید.



شکل (۲) شکل (۱)

۱ در مدار شکل (۲) دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω موازی هستند:

$$R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=I=\frac{۱۲/۵}{۲+۰/۵}\Rightarrow I=۵A$$

۳ ولتاژ دو سر مقاومت ۳Ω و ۶Ω و مقاومت معادل آن‌ها یعنی ۲Ω باهم برابر است از این‌رو:

$$V_{۶\Omega}=V_{\text{کل}}=IR_{eq}\Rightarrow V=۵\times۲=۱۰V$$

۴ با توجه به فرض مسئله در مدار (۱) ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω برابر $۱۰V$ است بنابراین جریان مدار (۱) برابر است با:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow[R=۶\Omega]{V=۱۰V}I=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}A$$

۵ اکنون نیروی محرکهٔ باتری $\varepsilon_۱$ را می‌توان به‌دست آورد.

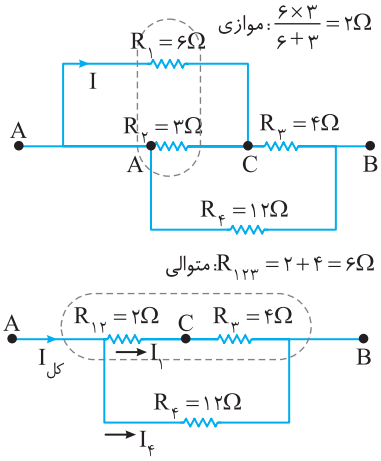
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow{R_{eq}=۲+۶=۸\Omega}\frac{۵}{۳}=\frac{\varepsilon_۱}{۸+۱}\Rightarrow\varepsilon_۱=۱۵V$$

نمای ۱۰

۱۳ **B** **۱** **۱۷۰۹**

مدار را به صورت واضح‌تری رسم می‌کنیم. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی و با مقاومت $R_۳$ متوالی هستند. ولتاژ بین A و B، $۱۲V$ است بنابراین ولتاژ دو سر شاخهٔ بالایی که بین A و B بسته شده $۱۲V$ است. در مقاومت متوالی، ولتاژ با مقاومت نسبت مستقیم دارد یعنی اگر ولتاژ بین C و A که دارای مقاومت ۲Ω است x فرض کنیم، ولتاژ بین C و B، برابر $۲x$ می‌شود و مجموع x و $۲x$ باید $۱۲V$ شود بنابراین:

$$۳x=۱۲\Rightarrow x=۴V$$



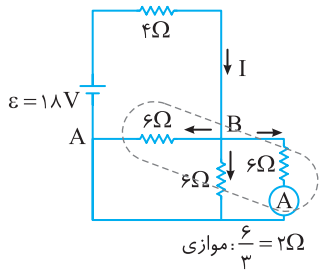
در نتیجه ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω که باهم موازی و بین C و A بسته شده‌اند، برابر $۴V$ است و جریان مقاومت ۶Ω برابر است با:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}A$$

نمای ۱۱

۱۴ **A** **۱** **۱۷۰۹**

مسئلهٔ ساده‌ای است.



۱ سه مقاومت ۶Ω باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=۴+۲=۶\Omega$

۲ جریان کل مدار را حساب می‌کنیم.

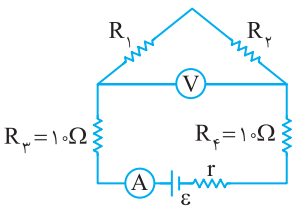
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۶+۰}\Rightarrow I=۳A$$

۳ جریان کل مدار به سه شاخه مساوی تقسیم می‌شود و از هر مقاومت ۶Ω جریان $\frac{۳}{۳}=۱A$ می‌گذرد و آمپرسنج عدد $۱A$ را نشان می‌دهد.

نمای ۱۰

۱۵ **B** **۳** **۱۷۰۹**

۱ **آمپرسنج** جریان $۲A$ را نشان می‌دهد و این جریان از هر چهار مقاومت می‌گذرد. یعنی جریان $R_۱$ و $R_۲$ نیز $۲A$ است.



۲ ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ را $۱۰V$ نشان می‌دهد، بنابراین مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ را به کمک قانون اهم می‌توان به‌دست آورد.

$$R_{۱۲}=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{۱۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$$

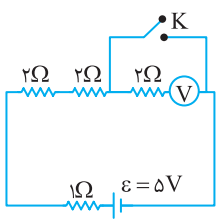
۳ هر چهار مقاومت متوالی هستند.. بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R_۳+R_{۱۲}+R_۴=۱۰+۵+۱۰\Rightarrow R_{eq}=۲۵\Omega$$

نمای ۱۶

۱۶ **A** **۱** **۱۷۰۹**

حالت اول (کلید باز): در مدار سه مقاومت ۲Ω متوالی وجود دارد اما ولتسنج با آن‌ها متوالی بسته شده یعنی از این مقاومت‌ها جریانی نمی‌گذرد و ولتاژ دو سر همهٔ آن‌ها برابر صفر است در این حالت ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری یعنی نیروی محرکهٔ آن $(۵V)$ را نشان می‌دهد.



حالت دوم (کلید بسته): در این حالت دو سر ولتسنج و یک مقاومت ۲Ω اتصال کوتاه می‌شود و ولتسنج ولتاژ دو سر این اتصال کوتاه یعنی صفر را نشان می‌دهد. بنابراین عددی که ولتسنج نشان می‌دهد $۵V$ کاهش می‌یابد.

نمای ۱۳ و ۱۶

C ۱۷۰۹ ۳

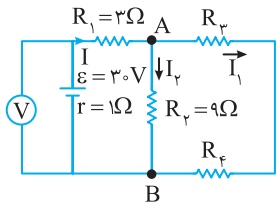
۱۷ خط فکری در حل این‌گونه مسائل باید با آرامش مرحله به مرحله از معلومات مسئله استفاده کنید و یک به یک مجهول به‌دست بیاورید تا نهایتاً به مجهول مورد نظر طراح برسید. مثلاً از عدد ولت‌سنج و مشخصات باتری می‌توانید جریان مدار را بیابید، سپس به کمک آن ولتاژ R_1 را به‌دست بیاورید سپس ولتاژ بین AB را حساب کنید و ...

۱ ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را ۲۷ ولت نشان داده است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۲۷=۳۰-I\times۱\Rightarrow I=۳A$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 که از آن جریان ۳A می‌گذرد برابر است با:

$$V_1=IR_1\Rightarrow V_1=۳\times۳=۹V$$



۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B خواهد شد:

$$V_{\text{باتری}}=V_1+V_{AB}\Rightarrow ۲۷=۹+V_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۱۸V$$

۴ مقاومت R_3 و R_4 متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت R_2 موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با ولتاژ بین دو نقطهٔ A و B برابر است بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_2=۹\Omega$ برابر ۱۸V است و جریان آن خواهد شد.

$$V=RI\Rightarrow ۱۸=۹\times I_2\Rightarrow I_2=۲A$$

۵ جریان ۳A مدار در نقطهٔ A، به دو قسمت I_1 و $I_2=۲A$ تقسیم می‌شود، بنابراین جریان گذرنده از شاخهٔ R_3 و R_4 خواهد شد:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow ۳=I_1+۲\Rightarrow I_1=۱A$$

۶ توان مقاومت R_4 برابر ۶ وات است، می‌توان به کمک این مطلب ولتاژ دو سر R_4 را به‌دست آورد.

$$P_4=I_1V_4\Rightarrow ۶=۱V_4\Rightarrow V_4=۶V$$

۷ بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_3 خواهد شد.

$$V_{AB}=V_3+V_4\Rightarrow ۱۸=V_3+۶\Rightarrow V_3=۱۲V$$

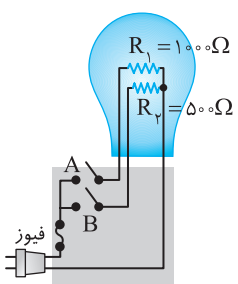
۸ می‌دانیم جریان شاخهٔ R_3 و R_4، برابر ۱A است، بنابراین مقاومت R_3 خواهد شد:

$$V_3=I_1R_3\Rightarrow ۱۲=۱\times R_3\Rightarrow R_3=۱۲\Omega$$

نمای ۱۸

B ۱۷۰۹ ۳

۱۸ خط فکری برای حل این مسئله باید مشخص کنید که با بستن هر کلید یا هر دو کلید کدام مقاومت یا مقاومت‌ها در مدار قرار می‌گیرد تا بتوانید جریان مدار را به کمک قانون اهم به‌دست بیاورید. اگر جریان از تحمل فیوز بیشتر باشد فیوز می‌پرد.



وقتی فقط کلید A بسته است تنها مقاومت $R_1=۱۰۰۰\Omega$ در مدار قرار دارد و جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}\Rightarrow I=۰/۲A<۰/۵A$$

بنابراین در این حالت فیوز نمی‌پرد.

با بستن کلید B و باز بودن کلید A تنها مقاومت $R_2=۵۰۰\Omega$ در مدار است و جریان خواهد شد:

$$I=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}\Rightarrow I=۰/۴A<۰/۵A$$ فیوز نمی‌پرد

اما وقتی هر دو کلید بسته‌اند، دو مقاومت باهم موازی شده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۱۰۰۰\times۵۰۰}{۱۰۰۰+۵۰۰}=\frac{۱۰۰۰}{۳}\Omega$$

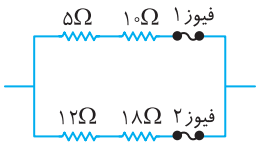
جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{۲۰۰}{\frac{۱۰۰۰}{۳}}=۰/۶A>۰/۵A$$

بنابراین در این حالت فیوز می‌پرد.

نمای ۲۱

بازی با سؤال **در مدار زیر توان کل مصرفی در مقاومت‌ها در یک لحظه برابر ۹۰۰۰W است. اگر فیوزهای (۱) و (۲) هر دو یکسان و ۱۵A باشند، کدام گزینه درست است؟** آزمون مدارس برتر

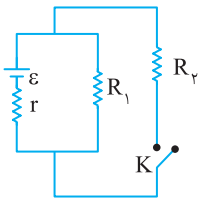


۱) در این لحظه فیوز (۱) می‌پرد.
۲) در این لحظه فیوز (۲) می‌پرد.
۳) در این لحظه فیوز (۱) و (۲) هر دو می‌پرد.
۴) هیچ‌کدام از فیوزها نمی‌پرد.

گزینهٔ ۱

B ۱۷۰۹ ۱

۱۹ جریان در دو حالت تغییر نکرده یعنی با بستن کلید K مقاومت خارجی مدار تغییر نکرده است.



در حالت اول که کلید باز است تنها مقاومت R_1 در مدار قرار دارد و در حالت دوم که کلید بسته است مقاومت R_2 موازی مقاومت R_1 است و در این دو حالت باید مقاومت‌های معادل برابر باشد:

$$R_1=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_1=۰$$

اما مفهوم صفر شدن مقاومت R_1 چیست؟ مفهوم آن این است که مقاومت R_2 بسیار بزرگ‌تر از R_1 است و با اتصال موازی آن به مقاومت R_1، مقاومت معادل همچنان R_1 است. به مثال عددی زیر دقت کنید.

مقاومت معادل دو مقاومت موازی $R_1=۱۰\Omega$ و $R_2=۱۰۰۰۰۰\Omega$ را بیابید.

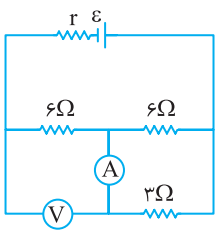
$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱۰۰۰۱}{۱۰۰۰۰۰}\Rightarrow R\approx۱۰\Omega$$

همان‌طور که می‌بینید مقاومت معادل تقریباً برابر با مقاومت کوچک‌تر است.

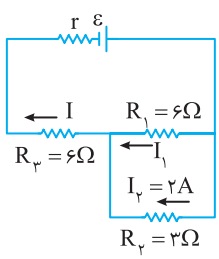
نمای ۱۳

B ۱۷۰۹ ۴

۲۰ خط فکری از شاخهٔ شامل ولت‌سنج جریانی نمی‌گذرد. از طرفی آمپرسنج دارای مقاومت ناچیز است و در شکل آمپرسنج جریان مقاومت ۳Ω را نشان می‌دهد. در ذهن خود جای آمپرسنج یک سیم قرار دهید و ولت‌سنج را از مدار بردارید تا بتوانید متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهید.



در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد. مقاومت‌های $R_1=۶\Omega$ و $R_2=۳\Omega$ باهم موازی‌اند و از مقاومت ۳Ω جریان ۲A می‌گذرد، بنابراین از مقاومت ۶Ω جریان ۱A خواهد گذشت و جریان کل مدار که از مقاومت $R_3=۶\Omega$ می‌گذرد برابر است با:



$$I=I_1+I_2=۱+۲=۳A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω را نشان می‌دهد، بنابراین:

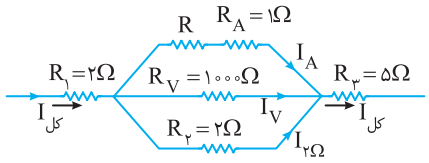
$$V=IR_3\Rightarrow V=۳\times۶=۱۸V$$

نمای ۱۶

B ۱ ۱۷۰۹

۲۱ **خط فکری** در حل این گونه مسائل، وسایل اندازه‌گیری را برداشته و به جای آن‌ها مقاومت‌هایشان را در مدار قرار می‌دهیم، سپس مسئله را مانند یک مدار معمولی حل می‌کنیم.

به جای آمپرسنج و ولت‌سنج مقاومت‌های آن‌ها را می‌گذاریم. جریان عبوری از مقاومت $R_A=1\Omega$ برابر $4/95A$ و ولتاژ دو سر مقاومت ولت‌سنج برابر $50V$ است. چون مقاومت R_A و R متوالی هستند، بنابراین جریان کل مقاومت‌های R_A و R برابر $4/95A$ می‌شود.



مقاومت‌های R_V و $R_2=2\Omega$ باهم موازی‌اند، بنابراین ولتاژ دو سر آن‌ها باهم برابر است بنابراین جریان مقاومت $R_2=2\Omega$ خواهد شد:

$$I_{2\Omega}=\frac{V}{R_2}=\frac{50}{2}=25A$$

ولتاژ دو سر ولت‌سنج $50V$ و مقاومت آن 1000Ω است بنابراین می‌توان جریان عبوری از مقاومت ولت‌سنج را حساب کرد.

$$I_V=\frac{V}{R}=\frac{50}{1000}=0/05A$$

جریان مقاومت 5Ω برابر مجموع جریان سه شاخه موازی است:

$$I_{کل}=I_A+I_V+I_{2\Omega}=25+0/05+4/95=30A\Rightarrow I_{5\Omega}=30A$$

اکنون توان مقاومت 5Ω را حساب می‌کنیم: $P_{5\Omega}=RI^2=5\times(30)^2=4500W$

نمای ۱۶

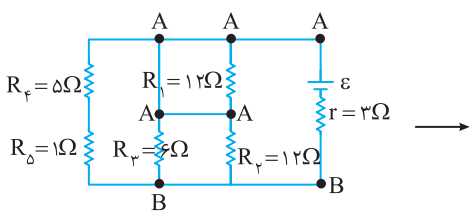
C ۳ ۱۷۰۹

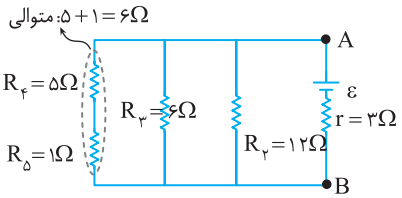
۲۲ **خط فکری** ۱ طراح از شما می‌خواهد که در گام اول مشخص کنید کدام مقاومت دارای بیشینه توان مصرفی است تا بتواند ولتاژ دو سر آن را برابر $10V$ قرار دهید و مسئله را حل کنید.

۲ یکی از راه‌های سریع برای یافتن مقاومتی که دارای بیشینه توان است، این است که مقاومت موازی باتری را پیدا کنید زیرا ولتاژ دو سرش برابر ولتاژ دو سر باتری است و در این‌صورت ولتاژ آن از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر است. بنابراین توان مصرفی آن نیز بیشینه است. البته یادتان باشد که در مقاومت‌های موازی مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است.

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که مقاومت $R_1=12\Omega$ اتصال کوتاه است و از مدار خارج می‌شود و مدار به شکل زیر در می‌آید که در آن مقاومت $R_2=12\Omega$ و $R_3=6\Omega$ با باتری موازی هستند و مقاومت $R_3=6\Omega$ دارای توان مصرفی بیشتری است. پس ولتاژ دو سر آن بنا به فرض مسئله $10V$ است. سه شاخه باهم موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکسان است مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\Rightarrow R_{eq}=2/4\Omega$$





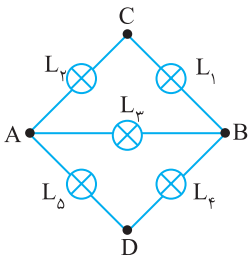
ولتاژ دو سر مدار خارجی $10V$ است بنابراین:

$$V=IR_{eq}\Rightarrow V=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}R_{eq}\Rightarrow 10=\frac{\varepsilon}{2/4+3}\times 2/4\Rightarrow\varepsilon=22/5V$$

نمای ۲۰

A ۲ ۱۷۰۹

۲۳ **برای آنکه روشنایی لامپ L_1 بیشینه** شود باید ولتاژ دو سر آن بیشینه باشد بنابراین در حالتی که لامپ L_1 با باتری موازی است و دو سر آن به دو سر باتری مستقیماً وصل است توان مصرفی آن بیشینه است، بنابراین باتری را باید بین دو نقطهٔ B و C ببندیم.

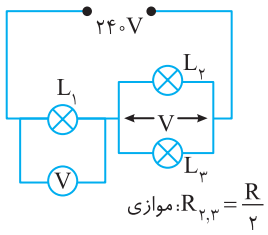


نمای ۲۱

بازی با سوال **اگر دو سر A و D را به باتری وصل کنیم، توان مصرفی کدام لامپ کمینه است؟**

B ۱ ۱۷۰۹

۲۴ **لامپ‌ها را به صورت سه مقاومت یکسان R** فرض کنید. مقاومت معادل L_2 و L_3 برابر $R_{23}=\frac{R}{2}$ است. در مقاومت‌های متوالی اختلاف پتانسیل با مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد یعنی اگر ولتاژ دو سر $R_{23}=\frac{R}{2}$ برابر V باشد ولتاژ دو سر مقاومت لامپ L_1 برابر $2V$ است بنابراین:



موازی: $R_{2,3}=\frac{R}{2}$

$$V+2V=240\Rightarrow 3V=240\Rightarrow V=\frac{240}{3}=80V$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت L_1 برابر $2V=160V$ است اکنون توان L_1 را به‌دست می‌آوریم.

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{V=240V,\,P=100W}100=\frac{240^2}{R}\\ \xrightarrow{V=160V,\,P=?}P=\frac{160^2}{R}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{P}{100}=\frac{(160)^2}{(240)^2}\Rightarrow\frac{P}{100}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\Rightarrow P=\frac{400}{9}W$$

نمای ۲۱

B ۲ ۱۷۰۹

۲۵ **خط فکری** توان کل و ولتاژ دو سر مجموعه را داریم، بنابراین می‌توانیم مقاومت معادل را به‌دست بیاوریم. اگر مقاومت معادل از مقاومت R_1 کوچک‌تر باشد دو مقاومت به‌طور موازی به هم بسته شده‌اند و اگر مقاومت معادل از مقاومت R_1 بزرگ‌تر باشد، دو مقاومت به‌طور متوالی به هم بسته شده‌اند.

مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow{P=60W,\,V=12V}60=\frac{12\times12}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}=2/4\Omega<R_1=6\Omega$$

در نتیجه دو مقاومت موازی بسته شده‌اند و مقاومت R_2 خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow 2/4=\frac{6R_2}{6+R_2}\Rightarrow 2/4+0/4R_2=R_2$$

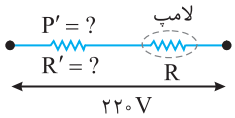
$$\Rightarrow 2/4=0/6R_2\Rightarrow R_2=4\Omega$$

نمای ۱۸

B ۱۷۰۹ ۱

۲۶ برای لامپ داریم:

$P=VI\Rightarrow ۱۰=۲۰I\Rightarrow I=۰/۵A$



دو مقاومت R و R' متوالی هستند. می‌دانیم که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر با ۲۰ ولت و ولتاژ دو سر مجموعه ۲۲۰ ولت است، پس ولتاژ دو سر مقاومت R' برابر با $۲۰۰V$ می‌شود.

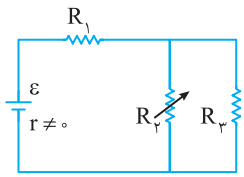
$R'=\frac{V'}{I}=\frac{۲۰۰}{۰/۵}=۴۰۰\Omega \quad , \quad P'=R'I^۲=۴۰۰\times(۰/۵)^۲=۱۰۰W$

نمای ۱۸

B ۱۷۰۹ ۲

۲۷ **یادآوری** هر گاه یک مقاومت مدار افزایش یابد، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۱ با افزایش مقاومت $R_۲$، مقاومت معادل مدار زیاد می‌شود. $(R_۲\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow)$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد.

$(\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-\downarrow Ir)$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ کاهش می‌یابد.

$(\downarrow V_۱=R_{۱\text{ثابت}}I\downarrow)$

۵ مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها باهم برابر است از طرفی می‌توان نوشت:

$V_{\text{باتری}}=V_۱+V_{۲۳}\Rightarrow V_{۲۳}=\uparrow V_{\text{باتری}}-V_۱\downarrow$

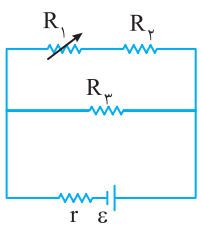
ولتاژ دو سر $R_۲$ و $R_۳$ افزایش می‌یابد.

میانبر هر گاه در یک مدار، یک مقاومت افزایش یابد می‌توان ثابت کرد که ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد و این مطلب را به خاطر سپرد.

نمای ۲۲

B ۱۷۰۹ ۱

۲۸ ۱ با افزایش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $(R_۱\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow)$



۲ جریان مدار با افزایش مقاومت معادل کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

۳ اختلاف پتانسیل دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد.

$\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-\downarrow Ir$

۴ مقاومت $R_۳$ با باتری موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است. با افزایش ولتاژ باتری، ولتاژ دو سر $R_۳$ افزایش می‌یابد و توان مصرفی آن نیز افزایش می‌یابد. $\uparrow P_۳=\frac{\uparrow V_۳^۲}{R_{۳\text{ثابت}}}$

۵ از طرفی با افزایش ولتاژ دو سر $R_۳$، جریان آن نیز افزایش می‌یابد. $\uparrow I_۳=\frac{V\uparrow}{R_۳}$

۶ جریان کل مدار کاهش و جریان مقاومت شاخه پایینی افزایش یافته است، بنابراین جریان شاخهٔ بالایی که شامل $R_۱$ و $R_۲$ است، کاهش می‌یابد.

$\downarrow I_{\text{کل}}=I_{۱۲}+I_۳\uparrow\Rightarrow I_{۱۲}\downarrow$

۷ با کاهش جریان مقاومت $R_۲$، توان مصرفی آن کاهش می‌یابد.

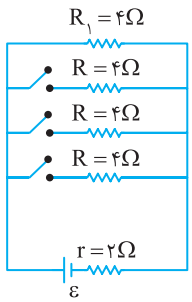
$\downarrow P_۲=\downarrow I_۲^۲R_{۲\text{ثابت}}$

میانبر با افزایش مقاومت $R_۱$ ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد بنابراین جریان مقاومت $R_۲$ که با $R_۱$ متوالی است، کاهش می‌یابد و توان مصرفی $R_۲$ کاهش می‌یابد. با کاهش جریان شاخهٔ بالایی، جریان شاخه موازی آن افزایش و توان مصرفی $R_۳$ افزایش می‌یابد.

نمای ۲۳

C ۱۷۰۹ ۳

۲۹ ۱ **با بسته** شدن هر کلید، یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل کاهش می‌یابد (دقت کنید وقتی کلیدها باز هستند مقاومت مدار $R_{eq}=۴\Omega$ است و با بستن کلید اول مقاومت معادل $R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$ می‌شود و مقاومت کاهش می‌یابد) و با بستن آخرین کلید مقاومت معادل $\frac{۴}{۴}=۱\Omega$ می‌شود.

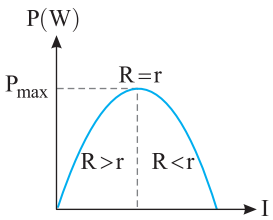


۲ با کاهش مقاومت معادل جریان مدار افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$

۳ ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد. $\downarrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-\uparrow Ir$

۴ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ با ولتاژ دو سر باتری برابر است زیرا تمام مقاومت‌ها موازی به باتری بسته شده‌اند بنابراین با کاهش ولتاژ دو سر $R_۱$، توان مصرفی آن کاهش می‌یابد. $\downarrow P_۱=\frac{\downarrow V^۲}{R_{۱\text{ثابت}}}$

۵ اما در مورد توان خروجی در ابتدا مقاومت معادل ۴Ω بوده که از مقاومت درونی باتری $r=۲\Omega$ بزرگ‌تر است. با بستن کلید اول مقاومت معادل $R_{eq}=r=۲\Omega$ می‌شود یعنی مقاومت خارجی با مقاومت داخلی باتری برابر می‌شود، می‌دانیم توان خروجی وقتی بیشینه است که $R_{eq}=r$ باشد، بنابراین ابتدا توان خروجی باتری افزایش می‌یابد. اما با بستن کلیدهای دیگر مقاومت معادل از مقاومت داخلی باتری کمتر شده یعنی R_{eq} از r دور می‌شود و توان خارجی کاهش می‌یابد.



نمای ۲۳

B ۱۷۰۹ ۱

۳۰ ۱ **با سوختن** لامپ $L_۲$، شاخهٔ بالایی که در آن لامپ‌های $L_۱$، $L_۲$ و $L_۳$ متوالی هستند به‌طور کامل از مدار حذف می‌شود و با حذف شاخهٔ موازی، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

۳ با کاهش جریان، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-\downarrow Ir$

۴ لامپ $L_۴$ با باتری موازی بسته شده و ولتاژ دو سر آن با ولتاژ دو سر باتری برابر است و با افزایش ولتاژ دو سر باتری، ولتاژ دو سر $L_۴$ زیاد شده و توان مصرفی آن (روشنایی آن) افزایش می‌یابد. $\uparrow P=\frac{\uparrow V^۲}{R_{۴\text{ثابت}}}$

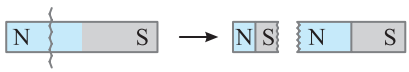
نمای ۲۲

فصل هفتم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

پنجره ۱

A ۱۷۱۰ ۳

از آنجا که در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد از هر کجا که این آهنربا را برش دهیم، قسمت‌های حاصل، آهنربای کامل خواهند بود و دو قطب N و S خواهند داشت.

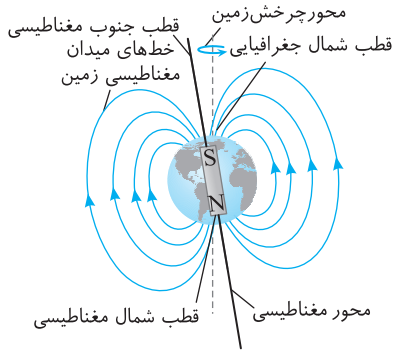


A ۱۷۱۱ ۳

وقتی یک سوزن مغناطیسی‌شده یا یک عقربهٔ مغناطیسی را از وسط آن آویزان کنیم در **بیشتر** نقاط زمین، به‌طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین زاویه می‌سازد، به این زاویه **شیب مغناطیسی** می‌گویند.

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

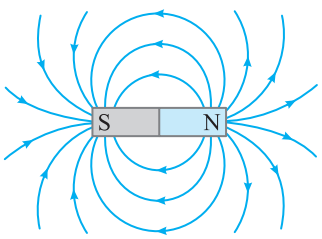
نکته در نیمکرهٔ شمالی قطب N عقربه به سمت سطح زمین قرار می‌گیرد. روی خط استوا عقربه مغناطیسی موازی سطح زمین و در نیمکرهٔ جنوبی عقربه مغناطیسی به نحوی قرار می‌گیرد که قطب S آن رو به پایین و قطب N آن رو به بالا خواهد بود.



شکل (۱)

A ۱۷۱۲ ۲

الف) مطابق شکل سوی خط‌های میدان مغناطیسی در خارج آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود. بنابراین گزاره (الف) درست است.



ب) به خطوط میدان شکل نگاه کنید. در وسط آهنربای میله‌ای خطوط از هم فاصلهٔ بیشتری دارند و خاصیت مغناطیسی در وسط آهنربای میله‌ای کمتر است **(بیشتر نیست)** و گزاره (ب) نادرست است.

پ) جهت میدان مغناطیسی زمین در طول زمان همواره ثابت **نیست** و شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به‌طور کامل وارونه می‌شود و گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۷۱۳ ۱

یک آهنربا همواره دارای دو قطب N و S است و خطوط میدان بیرون آهنربا از N به S و درون آن از S به N بوده و خطوط بسته هستند. اگر آهنربا را از وسط نیز نصف کنیم مجدداً دو آهنربای کامل به‌دست می‌آید که باز خطوط آن‌ها بسته هستند. بنابراین عبارت «خطوط میدان مغناطیسی خطوط بسته‌ای هستند» و عبارت «تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد» معادل هم هستند. در واقع آهنربایی با یک قطب وجود ندارد.

A ۱۷۱۴ ۳

اگر میلهٔ A آهنربا و میلهٔ B آهن معمولی بود، با حرکت A، نیروی مغناطیسی که A به B وارد می‌کرد تغییری نمی‌کرد. بنابراین میلهٔ A آهن و میلهٔ B آهنرباست و هرچه از نقطهٔ (۱) که قطب آهنربای B است به وسط این آهنربای میله‌ای می‌رویم، خاصیت مغناطیسی کاهش می‌یابد، اما قطب‌های N و S آهنربای B قابل تشخیص نیست، زیرا اگر نقطهٔ (۱)، قطب N و یا قطب S باشد، این پدیده تفاوتی نمی‌کند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۱۷۱۵ ۴

القای مغناطیسی در اجسام **آهنی ایجاد** می‌شود و همواره سبب **رباییش آهن** است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

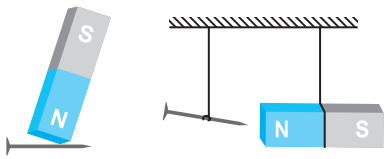
A ۱۷۱۶ ۴

خط فکری رباییش مغناطیسی اطلاعات دقیقی به ما نمی‌دهد. مثلاً اگر دو میلهٔ A و B یکدیگر را با نیروی مغناطیسی بربایند (جذب کنند) ممکن است هر دو آهنربا باشند و قطب‌های ناهمنام آن‌ها کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و یکدیگر را جذب کرده‌اند. اما ممکن است A آهنربا و B آهن و یا B آهنربا و A آهن باشد و در اثر القای مغناطیسی رباییشی رخ داده باشد. اما رانش (دافعه) مغناطیسی مشخص می‌کند که دو میله (جسم) آهنربا هستند و قطب‌های همنام آن‌ها در کنار هم قرار گرفته است.

با توجه به جهت چرخش آهنربا که در آن قطب N آهنربا در حال نزدیک شدن به میله است، میله می‌تواند آهنربا باشد که قطب S آن را به قطب N آهنربای آویزان نزدیک کرده‌ایم و سبب رباییش و چرخش میله شده است و یا میله از جنس آهن باشد که با نزدیک شدن به آهنربا در اثر القای مغناطیسی میله آهنربا شده و آهنربا را به سمت خود می‌کشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۷۱۷ ۳

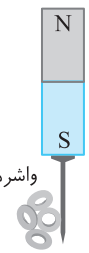
با حرکت آهنربا مطابق شکل (الف) روی سوزن، نوک سوزن قطب S و ته گرد سوزن قطب N می‌شود و وقتی دو آهنربا را مطابق شکل (ب) کنار هم قرار می‌دهیم، قطب‌های ناهمنام در کنار هم قرار می‌گیرند و یکدیگر را می‌ربایند. پس نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا به سمت چپ و نیروی مغناطیسی وارد بر سوزن به سمت راست وارد می‌شود.



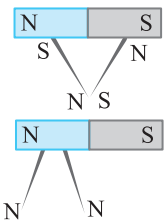
(الف) (ب)

A ۱۷۱۸ ۲

خط فکری هرگاه یک سوزن به آهنربا نزدیک شود، در اثر القای مغناطیسی، سوزن به‌گونه‌ای آهنربا می‌شود که سمت نزدیک‌تر آن به هر قطب آهنربا با آن قطب ناهمنام شده، سوزن و آهنربا یکدیگر را جذب می‌کنند و سر دیگر سوزن قطب همنام با آن قطب آهنربا می‌شود.



در شکل گزینه (۱) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S است و گزینهٔ باید این دو قطب ناهمنام یکدیگر را جذب کنند اما در شکل (۱) نوک سوزن‌ها یکدیگر را دفع کرده‌اند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

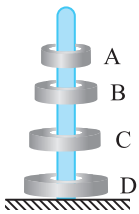


در شکل گزینه (۲) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود و یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین گزینه (۲) درست است.

در شکل گزینه (۳) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود، اما رباییشی نشان داده نشده و این گزینه نادرست است.

در شکل گزینهٔ (۴) دو سوزن به قطب N آهنربا متصل هستند بنابراین نوک سوزن‌ها در اثر القای مغناطیسی قطب N می‌شود و باید یکدیگر را دفع کنند، بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است.

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مطابق شکل یک میلهٔ پلاستیکی با اصطکاک ناچیز از درون چهار آهنربای حلقه‌ای می‌گذرد و این آهنرباها در حال تعادل قرار دارند. اگر قطب N آهنربای A قسمت بالایی آن آهنربا باشد، قسمت بالایی آهنرباهای C و D به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

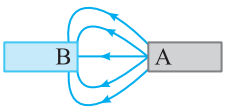


۱) N ،N ۲) S ،S ۳) N ،S ۴) N ،S

گزینهٔ ۳

۴ ۱۷۱۹ A

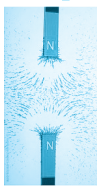
یادآوری خط‌های میدان از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



خط‌های میدان از A خارج شده و به B وارد شده‌اند، بنابراین A قطب N و B قطب S است و گزینه (۱) قطعاً نادرست است. اما ممکن است A و B هر دو آهنربا باشند، از طرفی ممکن است A آهنربا و B آهنی و یا بالعکس باشد، در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

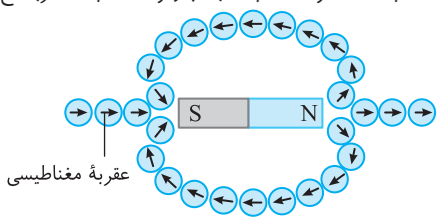
۴ ۱۷۲۰ A

وقتی براده‌های آهن را روی صفحه می‌پاشیم، چون قطب‌های همنام در کنار هم قرار دارند، براده‌های آهنی به‌گونه‌ای آرایش می‌گیرند که طرحی را نشان دهند که دافعهٔ دو قطب را نشان دهد که با توجه به شکل روبه‌رو گزینهٔ (۴) درست است.

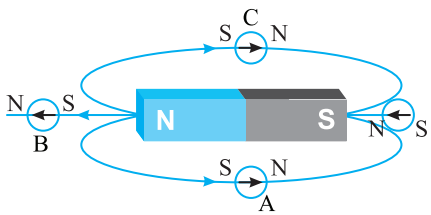


۱ ۱۷۲۱ A

خط فکری شکل زیر نحوهٔ قرار گرفتن عقربهٔ مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای را نشان می‌دهد و کاملاً مشخص است که نوک پیکان عقربه که بیانگر قطب N است توسط قطب S آهنربا جذب و توسط قطب N آهنربا دفع می‌شود. هم‌چنین انتهای عقربه مغناطیسی که قطب S است توسط قطب N جذب و توسط قطب S آهنربا دفع می‌شود.



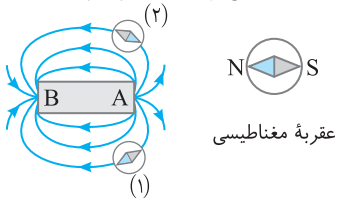
با توجه به جهت عقربه مغناطیسی که در کنار Y است و قطب N عقربه به سوی آن قرار دارد باید Y، قطب S آهنربا و در این صورت X، قطب N باشد و عقربه‌های مغناطیسی به‌صورت شکل زیر قرار می‌گیرند، بنابراین گزینهٔ (۱) درست می‌باشد.



۲ ۱۷۲۲ A

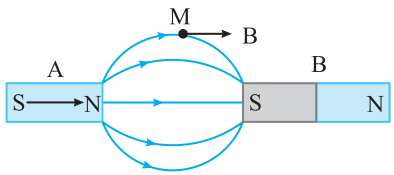
خط‌های میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.

عقربه مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی همواره به‌گونه‌ای قرار می‌گیرد که قطب N آن سوی خطوط میدان را نشان می‌دهد. بنابراین عقربهٔ مغناطیسی (۱) که قطب N آن هم‌سو با خط‌های میدان مغناطیسی بوده درست قرار گرفته است.



۳ ۱۷۲۳ A

درون آهنربا میدان مغناطیسی از قطب S به‌سوی قطب N است، بنابراین سمت راست آهنربای A قطب N و سمت چپ آن قطب S است. خط‌های میدان مغناطیسی بین دو آهنربا را رسم می‌کنیم و یک خط را از نقطهٔ M می‌گذرانیم، سپس در نقطهٔ M مماسی در سوی خط‌های میدان رسم می‌کنیم تا جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M مشخص شود.

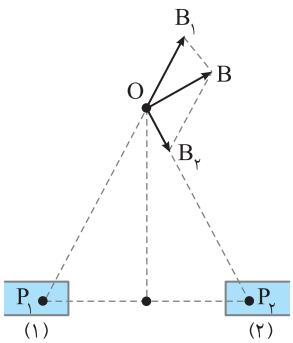


که با توجه به شکل، میدان مغناطیسی در نقطهٔ M به‌سمت راست است.

۱ ۱۷۲۴ B

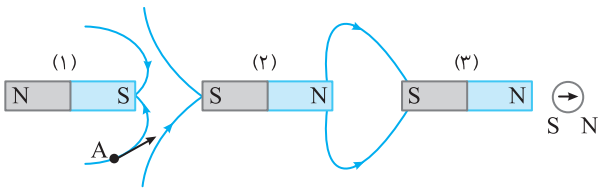
خط فکری عقربه مغناطیسی در هر نقطه از میدان در جهت بردار میدان مغناطیسی است. به‌جای عقربهٔ مغناطیسی در نقطهٔ O میدان مغناطیسی B را رسم کنید، سپس این میدان را روی امتداد خطوط OP_1 و OP_2 تجزیه کنید. با توجه به جهت این مؤلفه‌ها می‌توان دربارهٔ نوع قطب‌ها در نقاط P_1 و P_2 و همچنین قدرت آهنرباها اظهار نظر کرد.

میدان مغناطیسی B حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ O را رسم می‌کنیم (مطابق شکل) با تجزیه میدان روی امتداد OP_1 و OP_2 کاملاً مشخص است که میدان B_1 از میدان B_2 بزرگتر است یعنی آهنربای (۱) از آهنربای (۲) قوی‌تر است. از طرفی میدان مغناطیسی در سوی خطوط میدان است و چون خط‌های میدان از قطب N خارج می‌شوند و B_1 مانند این است که از P_1 خارج شده است بنابراین P_1 قطب N است.



۱ ۱۷۲۵ B

۱ به عقربه مغناطیسی در شکل نگاه کنید، نوک پیکان آن قطب N به سمت راست است، بنابراین سمت راست آهنربای (۳) قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



۲ خطوط به قطب S آهنربای (۳) وارد شده‌اند بنابراین سمت راست آهنربای (۲) قطب N است و چون در سمت راست آهنربای (۲)، میدان آهنربای (۳) خطوط انحنای کمتری دارد آهنربای (۳) از آهنربای (۲) قوی‌تر است.

۳ به سراغ آهنربای (۱) برویم. آهنربای (۲) که سمت چپش قطب S است، آهنربای (۱) را دفع می‌کند، بنابراین سمت راست آهنربای (۱) قطب S و سمت چپ آن قطب N است و با توجه به اینکه خطوط میدان (۱) به عقب رانده شده‌اند و انحنای خطوط در کنار آهنربای (۲) از (۱) کمتر است، آهنربای (۲) از آهنربای (۱) قوی‌تر است. بنابراین قوی‌ترین آهنربا، آهنربای (۳) و ضعیف‌ترین آهنربا، آهنربای (۱) است.

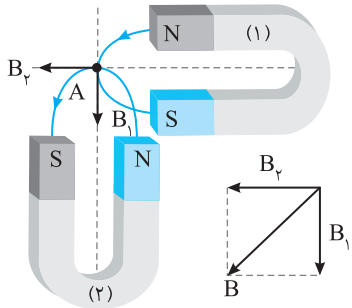
۴ سمت راست آهنربای (۱) قطب S است و خطوط میدان به قطب (S) وارد می‌شوند و سوی خطوط به سمت قطب S است.

۵ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط‌های میدان مماس است و جهت آن در سوی خطوط میدان است، بنابراین اگر یک مماس در نقطهٔ A رسم کنید جهت آن به‌صورت بردار نشان داده شده در شکل است.

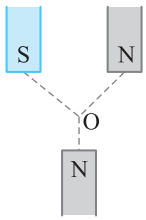
در نتیجه گزینه (۱) درست است.

A ۲ ۱۷۲۶

خط فکری بردار میدان بر خطوط میدان مماس است. خط‌های میدان را رسم کرده و میدان را در نقطهٔ مورد نظر مماس بر خط میدان و در سوی خطوط میدان رسم می‌کنیم. بردار میدان مغناطیسی حاصل از آهنربای (۱) و آهنربای (۲) را در نقطهٔ A با توجه به آنچه گفته‌ایم، رسم می‌کنیم و میدان‌های B_1 و B_2 به ترتیب مربوط به آهنربای (۱) و (۲) هستند. از این‌رو، میدان خالص در نقطهٔ A بین B_1 و B_2 قرار می‌گیرد.



بازی با سؤال سه آهنربای مشابه مطابق شکل قرار گرفته و نقطهٔ O از هر سه قطب به یک فاصله است. جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O کدام است؟



۱) ۲) ۳) ۴)

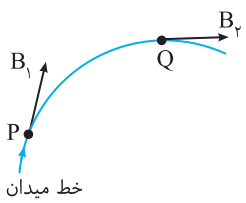
گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۷۲۷

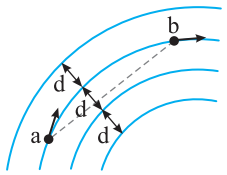
خط فکری در ریاضی می‌خوانیم که اگر دو بردار اندازهٔ برابر داشته باشند، اما هم‌جهت نباشند آن دو بردار مساوی نیستند. $(\vec{a}\neq\vec{b})$

$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

میدان مغناطیسی یک کمیت برداری است و در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. اگر در شکل روبه‌رو اندازهٔ B_1 و B_2 برابر باشد، بردار میدان مغناطیسی در نقاط P و Q برابر نیست و میدان در حال تغییر است.



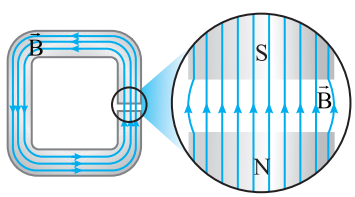
خط‌های میدان موازی و با فواصل مساوی هستند، بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی در این ناحیه از فضا از جمله نقاط a و b هم‌اندازه است. اما چون جهت بردار میدان مغناطیسی در نقاط فضا از جمله a و b یکسان نیست، میدان مغناطیسی در این ناحیه متغیر است.



میانبر هرگاه خطوط میدان مغناطیسی خمیده باشند، میدان مغناطیسی یکنواخت نیست.

A ۳ ۱۷۲۸

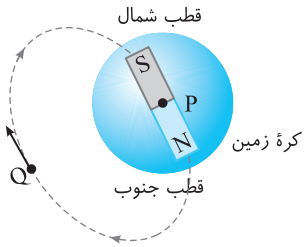
به خطوط میدان در آهنربای C شکل در شکل روبه‌رو دقت کنید. جهت بردار میدان در نقطه P بین دو قطب آهنربا همواره در خلاف جهت بردار میدان در نقطهٔ Q است و اگر جای قطب‌های N و S عوض شود، جهت میدان در نقطهٔ P و هم‌چنین در نقطهٔ Q عوض می‌شود و میدان‌ها در این دو نقطه هم‌چنان با هم زاویه ۱۸۰° می‌سازند.



A ۳ ۱۷۲۹

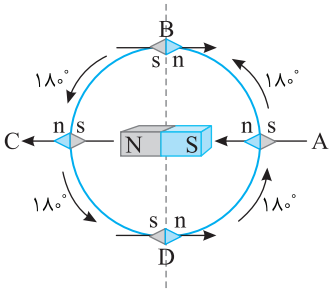
یادآوری کرهٔ زمین یک آهنربای بزرگ است که قطب S آن در شمال و قطب N در جنوب زمین قرار دارد.

به شکل نگاه کنید. درون زمین یعنی درون آهنربا میدان از S به N یعنی از شمال زمین به جنوب زمین و در خارج کره زمین (خارج آهنربا) میدان مغناطیسی از قطب N به S یعنی از جنوب زمین به شمال زمین است.

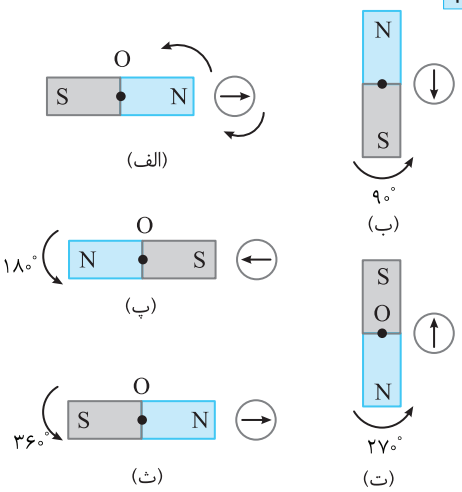


A ۴ ۱۷۳۰

با توجه به شکل از حالت A تا B عقربه ۱۸۰° و از B تا C نیز ۱۸۰° و از C تا D مجدداً ۱۸۰° و سرانجام از D تا A نیز ۱۸۰° می‌چرخد. بنابراین عقربه ۴×۱۸۰=۷۲۰° خواهد چرخید.



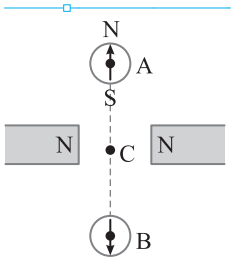
A ۴ ۱۷۳۱



به شکل‌های رسم‌شده با دقت نگاه کنید.

وقتی که آهنربا ۹۰° پادساعتگرد می‌چرخد و از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رود، عقربه مغناطیسی مطابق حالت (ب) به اندازهٔ ۹۰° ساعتگرد می‌چرخد و با چرخش ۱۸۰° پادساعتگرد آهنربا عقربه مغناطیسی ۱۸۰° ساعتگرد می‌چرخد و به حالت (پ) می‌رسد به همین ترتیب با چرخش آهنربا به‌صورت پادساعتگرد عقربه به‌همان اندازه ساعتگرد می‌چرخد، بنابراین وقتی آهنربا ۳۶۰° پادساعتگرد می‌چرخد. (یک دور می‌زند) عقربهٔ مغناطیسی نیز ۳۶۰° اما ساعتگرد می‌چرخد.

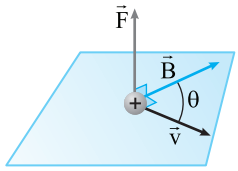
B ۴ ۱۷۳۲



در نقطهٔ A قطعاً عقربه مغناطیسی به‌گونه‌ای قرار می‌گیرد که قطب N آن رو به بالا و قطب S آن رو به پایین خواهد بود و در حرکت آن از A تا C تغییری در این وضعیت به‌وجود نمی‌آید اما با گذشتن از نقطهٔ C عقربه مغناطیسی می‌چرخد تا قطب N آن از دو قطب همنام N آهنربا دور شود یعنی ۱۸۰° می‌چرخد و جهتش وارون می‌شود.

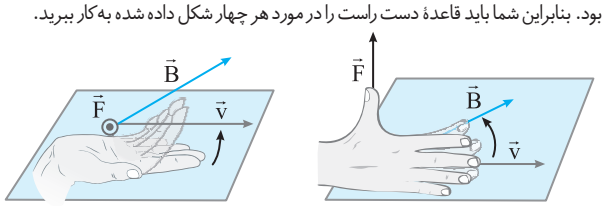
A ۱۷۳۳ ۳

هرگاه یک بار الکتریکی با سرعت $\vec{v}$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ شود به‌گونه‌ای که سرعت بار در جهت راستای خطوط میدان مغناطیسی نباشد، از طرف میدان به آن نیرویی وارد می‌شود که این نیرو همواره بر دو بردار سرعت $\vec{v}$ و میدان $\vec{B}$ عمود است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

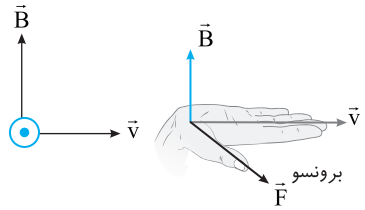


A ۱۷۳۴ ۴

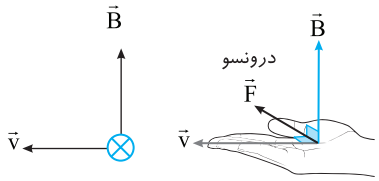
خط فکری باید از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم که در آن دست راست خود را طوری نگه می‌داریم که انگشتان باز شدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد به‌گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویهٔ کوچکتری که $\vec{v}$ با $\vec{B}$ می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان است، خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرند، در این صورت انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود. بنابراین شما باید قاعدهٔ دست راست را در مورد هر چهار شکل داده شده به‌کار ببرید.



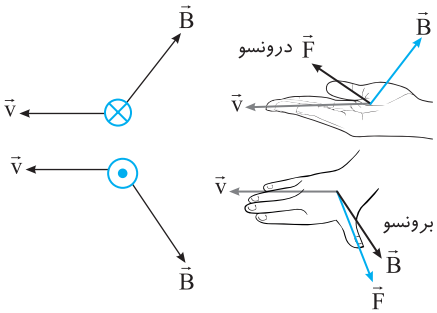
با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل نیروی وارد بر بار مثبت در شکل (الف) برونسو است.



در شکل (ب) نیروی F درونسو است.

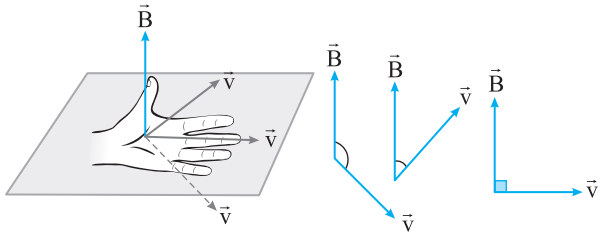


در شکل (پ) نیرو درونسو است.

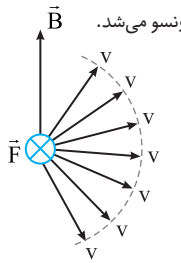


B ۱۷۳۵ ۴

خط فکری برای سه شکل زیر جهت نیروی وارد بر بار متحرک $+q$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را تعیین کنید تا به سراغ حل مسئله برویم.



چهار انگشت باز در جهت $\vec{v}$، جهت چرخش چهار انگشت روی $\vec{B}$ است، بنابراین در هر سه مورد نیروی F برونسو است. اشتباهی که بعضی از دانش‌آموزان دارند این است که فکر می‌کنند همواره $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برهم عمودند، در حالی که زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ می‌تواند از صفر تا 180° تغییر کند. (یک ذره با هر زاویه‌ای می‌تواند وارد میدان مغناطیسی شود!) البته اگر بار منفی بود نیروی وارد بر آن درونسو می‌شد.



دقت کنید که نیروی F وارد بر بار الکتریکی بر راستای بردار سرعت و میدان مغناطیسی هر دو عمود است، از این‌رو با توجه به قاعده دست راست و این که بار منفی است تمام بردارهای سرعت که در نیم‌صفحه سمت راست B هستند می‌توانند بردار سرعت الکترون باشند.

بازی با سؤال **الکترونی با سرعت $\vec{v}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان در حرکت است. اگر شکل مقابل نشان‌دهندهٔ جهت میدان $(\vec{B})$ و جهت نیروی وارد بر الکترون $(\vec{F})$ باشد، جهت $\vec{v}$ کدام است؟** ریاضی - ۹۸

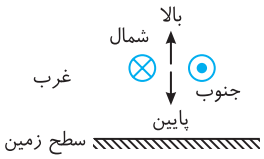


۱) ⊙ ۲) ⊗ ۳) → ۴) ←

گزینهٔ ۳

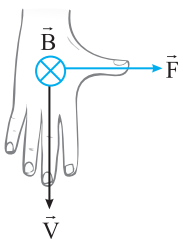
A ۱۷۳۶ ۲

نکته اگر در مسئله‌ای جهت بردارهای سرعت $(\vec{v})$ و میدان $(\vec{B})$ را در راستای جهت‌های جغرافیایی بیان کنند، برای سادگی جهت شمال جغرافیایی را درونسو (به سوی درون صفحه)، سمت راست را مشرق و سمت چپ را مغرب و جهت برونسو را جنوب جغرافیایی در نظر می‌گیریم. سمت بالای کاغذ، را جهت روبه بالا (بالا سو) و سمت پایین کاغذ را جهت رو به زمین (پایین سو) در نظر می‌گیریم.



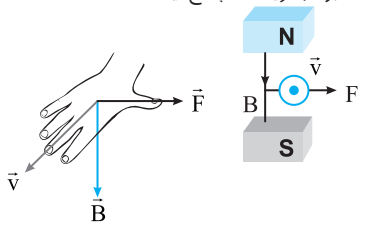
یادآوری سوی خطوط میدان مغناطیسی کره زمین از جنوب به شمال است.

میدان مغناطیسی زمین که رو به شمال است را به‌صورت درونسو در نظر می‌گیریم. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت زمین بگیرید و کف دست خود را رو به شمال قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست شما به سمت راست یعنی شرق خواهد بود.

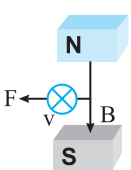


A ۱۷۳۷ ۳

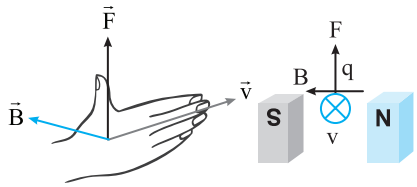
چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ بگیرید، (در جهت سرعت) میدان مغناطیسی از N به S است، بنابراین کف دست خود را به سمت پایین صفحه بگیرید، در این حالت انگشت باز شست به سمت راست است و نیروی مغناطیسی به سمت راست خواهد بود و گزینه (۱) پاسخ نیست.



چهار انگشت باز دست راست را به سمت درونسوی صفحه بگیرید، به‌گونه‌ای که جهت خم کردن چهار انگشت شما (یا کف دست شما) رو به پایین صفحه (پایین‌سو) باشد، در این حالت انگشت باز شست دست شما به سوی چپ است، یعنی نیروی F به سمت چپ است و گزینه (۲) پاسخ نیست.

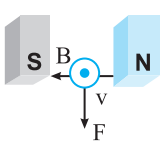


چهار انگشت را رو به سوی درون صفحه کاغذ قرار دهید به‌طوری که خم کردن آن (کف دست) در جهت میدان (به سمت چپ) قرار گیرد



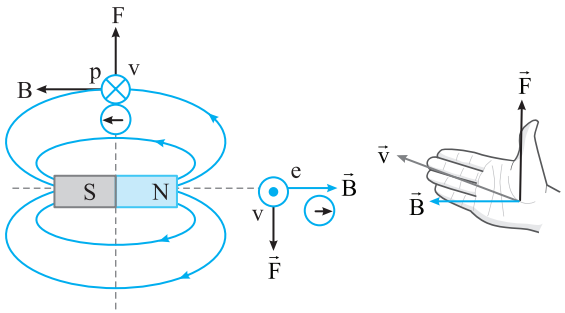
در این حالت انگشت باز شست رو به بالا (بالاسو) خواهد بود، یعنی نیروی F رو به بالا خواهد بود و گزینه (۳) پاسخ است.

برای گزینهٔ (۴) نیز با استفاده از قاعدهٔ دست راست نیروی F رو به پایین (پایین‌سو) است و گزینهٔ (۴) نیز پاسخ نیست.

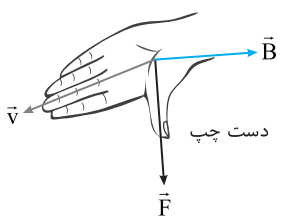


B ۱۷۳۸ ۲

خط فکری ابتدا باید جهت میدان مغناطیسی را در محل پروتون و محل الکترون مشخص کنید. برای این منظور در ذهن خود فرض کنید که اگر یک عقربهٔ مغناطیسی در این نقاط قرار دهید، چگونه جهت‌گیری می‌کنند.

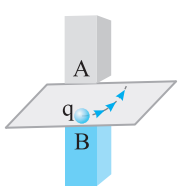


در محل پروتون میدان مغناطیسی به سمت چپ (در سوی خط‌های میدان) است. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت داخل کاغذ نشانه بروید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ (میدان مغناطیسی) باشد، انگشت باز شست شما در این حالت قطعاً رو به بالا خواهد بود، در محل الکترون میدان به سمت راست است چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده کنید. چهار انگشت دست چپ خود را رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست چپ به سمت راست و در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت انگشت باز دست چپ شما رو به پایین صفحه کاغذ بوده و نیروی مغناطیسی پایین‌سو است.



بازی با سؤال جهت حرکت ذره‌ای با بار مثبت q در بین دو قطب A و B آهنرباهایی به‌صورت مقابل است. قطب‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ کدام گزینه می‌توانند باشند؟

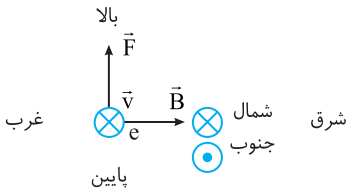
۱) S ،N
۲) S ،S
۳) N ،S
۴) N ،N



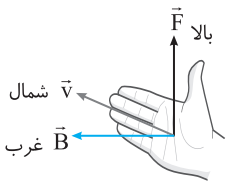
گزینهٔ ۱

B ۱۷۳۹ ۲

برای سادگی رسم بردارهای سرعت، میدان مغناطیسی و نیرو، جهت شمال را درونسو فرض می‌کنیم.



الکترون در جهت شمال در حرکت است (یعنی سرعت درونسو است). نیروی وارد بر الکترون به سمت بالاست بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه بگیرید و چهار انگشت را در جهت سرعت (درونسو) قرار دهید در این حالت کف دست راست شما به سمت چپ است که چون بار الکتریکی منفی است، جهت را باید وارون کنید یعنی میدان مغناطیسی به سمت راست است. (یعنی B در جهت شرق است.) نیرو بیشینه است، یعنی بردار سرعت و میدان برهم عمودند و $\theta=۹۰^\circ$ و $\sin\theta=۱$ است، بنابراین:



$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=qvB\Rightarrow F=۴/۸\times۱۰^{-۱۴}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲/۴\times۱۰^{۵}B$$

$$\Rightarrow B=۱/۲۵T$$

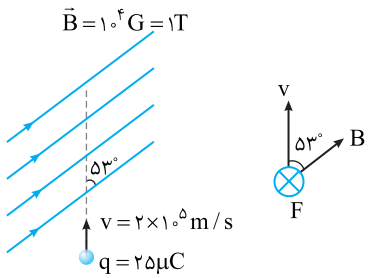
بازی با سؤال یک ذرهٔ آلفا (هستهٔ هلیم) با تندی $۱۰^{۴}\,m/s$ وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۵T$ می‌شود. بیشینه نیروی وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۱/۶\times۱۰^{-۱۲}$ ۲) $۱/۶\times۱۰^{-۱۳}$ ۳) $۱/۶\times۱۰^{-۱۵}$ ۴) $۱/۶\times۱۰^{-۱۴}$

گزینهٔ ۴

A ۱۷۴۰ ۴

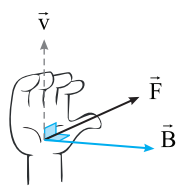
با توجه به شکل زاویهٔ بین جهت $\vec{v}$ و جهت $\vec{B}$، ۵۳° است و نیروی وارد بر بار خواهد شد:



$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F=۲۵\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۵}\times۱\times\sin۵۳^\circ$$

$$\Rightarrow F=۵۰\times۱۰^{-۱}\times۰/۸\Rightarrow F=۴N$$

قاعده دست راست: چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به سمت راست باشد، چهار انگشت خود را خم کنید تا روی میدان B قرار گیرد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما به سوی درون صفحه کاغذ است، یعنی نیروی مغناطیسی F درونسو است.



بازی با سؤال ذرهٔ بارداری با بار $۲\mu C$ با تندی $۳\times۱۰^{۴}\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی $B=۰/۲T$ می‌شود به‌گونه‌ای که هنگام ورود جهت بار با خطوط میدان زاویهٔ ۳۷° می‌سازد. نیروی وارد بر بار چند نیوتون است؟ $(\cos۳۷^\circ=۰/۸)$

۱) $۳/۶\times۱۰^{-۳}$ ۲) $۵/۴\times۱۰^{-۳}$ ۳) $۷/۲\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۷/۶\times۱۰^{-۳}$

گزینهٔ ۳

۱۷۴۱ A **۳**

خط فکری با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی $(F=|q|vB\sin\theta)$ هرگاه زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی (θ) از صفر تا 90° افزایش یابد $\sin\theta$ افزایش یافته و F بزرگ می‌شود و اگر زاویه از 90° تا 180° تغییر کند، با افزایش θ، $\sin\theta$ کاهش می‌یابد و F کوچک می‌شود، البته وقتی $\theta=0$ یا $\theta=180^\circ$ است، F برابر صفر است و در $\theta=90^\circ$، نیرو بیشینه است.

نیروی وارد بر هر بار را به‌دست می‌آوریم:

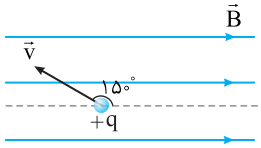
ذرهٔ A: $F_A=|q|vB$

ذرهٔ B: $F_B=|q|vB\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

ذرهٔ C: $F_C=|q|vB\sin 120^\circ \xrightarrow{\sin 120^\circ=\sin 60^\circ} F_C=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

$\Rightarrow F_A>F_B=F_C$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو اگر جهت v در صفحهٔ شامل v و B، 90° پادساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، F_1 می‌شود و اگر 90° ساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، $\vec{F}_2$ می‌شود. کدام گزینه درست است؟



۱) $\vec{F}_1=\vec{F}_2$ ۲) $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$ ۳) $\vec{F}_1=\sqrt{3}\vec{F}_2$ ۴) $\vec{F}_1=-\sqrt{3}\vec{F}_2$

گزینهٔ ۲

۱۷۴۲ A **۴**

خط فکری مسئله در دو حالت $\theta=45^\circ$ و $\theta=60^\circ$ بیان شده است، بنابراین شما کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک، نیرو را در دو حالت به‌دست بیاورید و برهم تقسیم کنید.

حالت اول: $F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F=|q|vB\sin 45^\circ\Rightarrow F=\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB$

حالت دوم: $F'=|q|vB\sin 60^\circ\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

بنابراین نسبت $\frac{F'}{F}$ خواهد شد:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB}{\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

۱۷۴۳ A **۳**

۱ ابتدا تغییر بار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=-ne\Rightarrow\Delta q=-3\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}=-4/8\times10^{-4}\,C$$

۲ تغییر نیروی مغناطیسی را حساب می‌کنیم، توجه کنید که راستای حرکت ذره عمود بر خطوط میدان بوده و $\theta=90^\circ$ است. همچنین بزرگی میدان تغییر نمی‌کند:

$$\Delta F_B=F_2-F_1\xrightarrow{F_B=|q|vB\sin\theta,\ \sin 90^\circ=1}\Delta F_B=|q_2|vB\sin 90^\circ-|q_1|vB\sin 90^\circ$$

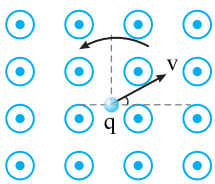
$$\Delta F_B=(|q_2|-|q_1|)vB\xrightarrow{|q_2|-|q_1|=|\Delta q|,\ |\Delta q|=4/8\times10^{-4}}$$

$$\Delta F_B=4/8\times10^{-4}\times(500\times10^{-4})(2\times10^4)=4/8\times10^{-1}\,N=0/48\,N$$

تبدیل گاوس به تسلا

۱۷۴۴ A **۳**

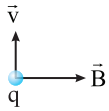
دقت کنید در رابطه $F=|q|vB\sin\theta$، θ زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی است که در شکل بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی برهم عمودند و زاویه $\theta=90^\circ$ است و با تغییر زاویهٔ α، θ هم‌چنان 90° باقی می‌ماند، بنابراین نیرو تغییر نمی‌کند.



۱۷۴۵ C **۴**

خط فکری در صورت مسئله سوی تغییر میدان مغناطیسی مشخص نیست، به همین دلیل حالت‌های مختلفی ممکن است رخ دهد. در ابتدا بردار $\vec{v}$ بر بردار $\vec{B}$ عمود است و نیروی مغناطیسی وارد بر بار q برابر $F=|q|vB$ خواهد شد و شما باید حالت‌های مختلف را بررسی کنید.

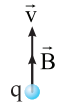
حالت اول: مطابق شکل اگر میدان مغناطیسی به سمت راست یا چپ و سرعت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیرو برابر است با:



$$F_1=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

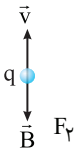
حالت دوم:

الف) اگر میدان مغناطیسی مطابق شکل $\frac{\pi}{2}$ رادیان بچرخد داریم:



$$F_\mu=|q|vB\sin 0=0$$

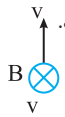
یا



$$F_2=|q|vB\sin 180^\circ=0$$

ممکن است $\frac{\pi}{2}$ به سمت بالا یا $\frac{\pi}{2}$ به سمت پایین بچرخد و در هر دو حالت بردار سرعت در راستای بردار میدان قرار می‌گیرد و نیروی مغناطیسی صفر می‌شود، بنابراین نیرو به اندازهٔ $|q|vB$ تغییر می‌کند.

ب) اگر میدان $\frac{\pi}{2}$ رادیان به سمت خارج یا داخل صفحه بچرخد، در این حالت میدان برونسو یا درونسو شده و همچنان میدان بر v عمود است.



$$F_2=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

یا



$$F_1=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

اندازه نیرو در این حالت مانند حالت اول برابر $|q|vB$ خواهد شد و تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۷۴۶ A **۳**

یادآوری ۱ هرگاه نیروی وارد بر جسم متحرک بر مسیر حرکت عمود باشد، بنا بر تعریف کار $(W=Fd\cos\theta)$، کار نیرو صفر می‌شود.

یادآوری ۲ نیروی میدان مغناطیسی همواره بر سرعت ذره عمود است.

یادآوری ۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

با توجه به آن‌چه شما باید به یاد داشته باشید مشخص است که نیروی میدان مغناطیسی وارد بر بار متحرک، همواره بر سرعت ذره عمود است و کار آن برابر صفر است. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W=\Delta K\xrightarrow{W=0}\Delta K=0\Rightarrow K'=K\Rightarrow v'=v$$

بنابراین $\frac{v'}{v}=1$ است.

نتیجه کار نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان صفر است و تندی ذره و انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند، اما جهت بردار سرعت آن تغییر می‌کند.

۱۷۴۷ A **۱**

خط فکری صحبت شتاب شده، بنابراین شما باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را حساب کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را به‌دست می‌آوریم.

نیروی وارد بر ذره خواهد شد:

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[B=4\times10^{-3}\,T,\ \theta=90^\circ]{|q|=50\times10^{-6}\,C,\ v=10^3\,m/s}$$

$$F=50\times10^{-6}\times10^3\times4\times10^{-3}\Rightarrow F=2\times10^{-4}\,N$$

شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=ma\xrightarrow{m=500\,mg=5\times10^{-4}\,kg}2\times10^{-4}=a\times5\times10^{-4}\Rightarrow a=0/4\,m/s^2$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار الکتریکی $+۲\mu C$ و جرم ۰/۰۱ گرم با سرعت $۲\times۱۰^{۴}\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۲ تسلا می‌شود. در صورتی که در لحظه ورود، راستای حرکت ذره با خط‌های میدان مغناطیسی زاویه ۳۰ درجه بسازد، بزرگی شتاب حاصل از نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره در لحظه ورود آن به میدان، چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟

۱) ۴۰ ۲) ۰/۰۴

۳) ۸۰ ۴) ۰/۰۸

گزینهٔ ۱

۴ ۱۷۴۸ B

خط فکری برای آنکه یک جسم متحرک، تندی‌اش کاهش یافته و بایستد، قطعاً باید نیروی خالص وارد بر آن در خلاف جهت حرکت جسم باشد تا بتواند آن را متوقف کند، مانند وقتی که یک توپ متحرک روی سطح در اثر اصطکاک متوقف می‌شود. اما نیروی میدان مغناطیسی در تمام طول مسیر حرکت بار درون میدان، بر مسیر حرکت عمود است. اکنون با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم:

۱ نیروی مغناطیسی وارد بر بار را به‌دست می‌آوریم.

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=۱۰^{-۶}\times۲۰\times۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times\sin۹۰^{\circ}\Rightarrow F=۱۰^{-۶}\,N$$

۲ شتاب حرکت ذره خواهد شد:

$$F=ma\Rightarrow۱۰^{-۶}=۱۰^{-۵}a\Rightarrow a=۰/۱\,m/s^{۲}$$

۳ نیرو در تمام طول مسیر، عمود بر مسیر حرکت است، پس کار نیروی میدان مغناطیسی صفر است. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_{F_B}=F_B d\cos\theta\xrightarrow{\theta=۹۰^{\circ}}W_{F_B}=۰\xrightarrow{W_{F_B}=\Delta K}\Delta K=۰$$

$$\Rightarrow K_{۲}=K_{۱}\Rightarrow v_{۲}=v_{۱}$$

یعنی تندی تغییر نمی‌کند و نیروی میدان مغناطیسی به تنهایی نمی‌تواند سبب توقف ذره شود.

۳ ۱۷۴۹ B

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که الکترون - ولت یکی از یکاهای اندازه‌گیری است و مقدار آن همان‌گونه که در صورت مسئله مشخص است $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,J$ است و شما با این یکا در پایهٔ دوازدهم آشنا می‌شوید. فراموش نکنید کتابی که روبه‌روی شماست برای دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم نوشته شده و باید در آن تست‌های ترکیبی پایه‌های مختلف حضور داشته باشد. بنابراین کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار، تندی پروتون را بیابید، سپس انرژی جنبشی پروتون را برحسب ژول حساب کنید و در آخر یکای انرژی را از ژول به الکترون - ولت تغییر دهید.

۱ تندی پروتون را حساب می‌کنیم.

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[F=۱/۲۸\times۱۰^{-۱۶}\,N,\theta=۹۰^{\circ}]{|q|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,C,B=۲۰\times۱۰^{-۳}\,T}$$

$$۱/۲۸\times۱۰^{-۱۶}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times v\times۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱\Rightarrow v=\frac{۱/۲۸}{۱/۶\times۲۰\times۱۰^{-۶}}=۴\times۱۰^{۴}\,m/s$$

۲ انرژی جنبشی پروتون را به‌دست می‌آوریم.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\xrightarrow{m=۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\,kg}K=\frac{۱}{۲}\times۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\times(۴\times۱۰^{۴})^{۲}$$

$$K=\frac{۱/۷}{۲}\times۱۶\times۱۰^{-۱۹}\,J=\frac{۱۷}{۲}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۸/۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,J$$

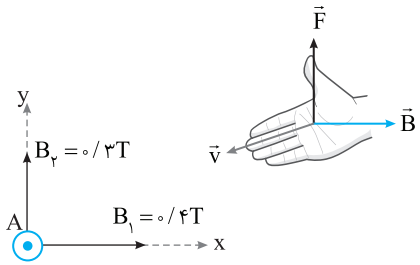
۳ یکای ژول را به الکترون - ولت تبدیل می‌کنیم.

$$K=۸/۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,J\times\frac{۱eV}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,J}\Rightarrow K=۸/۵eV$$

ضریب تبدیل ژول به eV

۳ ۱۷۵۰ B

خط فکری شما باید اندازهٔ نیروی مغناطیسی که هر میدان بر بار وارد می‌کند را بیابید، سپس جهت هر بردار نیرو را به کمک قاعدهٔ دست راست معین کنید تا بتوانید بردار نیروی مغناطیسی را بنویسید.



۱ نیرویی که میدان مغناطیسی $B_۱$ بر ذره باردار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[v=۴\times۱۰^{۳}\,m/s,\theta=۹۰^{\circ}]{q=۵۰\times۱۰^{-۶}\,C}F_{۱}=۵۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}\times۰/۴$$

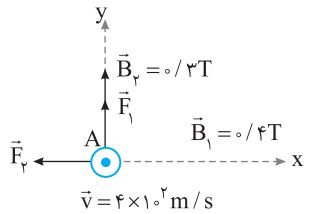
$$\Rightarrow F_{۱}=۸\times۱۰^{-۲}\,N$$

چهار انگشت دست راست خود را به سمت بیرون صفحه کاغذ (برونسو) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت میدان $\vec{B}$ باشد، در این صورت انگشت شست دست راست شما قطعاً در جهت مثبت محور yها خواهد بود و نیروی $F_{۱}$ خواهد شد:

$$\vec{F}_{۱}=۸\times۱۰^{-۲}\vec{j}=۰/۰۸\vec{j}$$

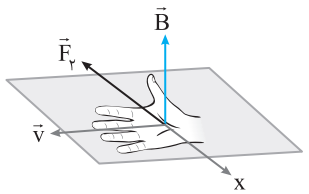
۲ نیرویی که میدان مغناطیسی $B_۲$ بر ذره باردار وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F_{۲}=۵۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}\times۰/۳\times۱\Rightarrow F_{۲}=۰/۰۶\,N$$



با قاعدهٔ دست راست کاملا مشخص است که نیروی $F_{۲}$ در جهت خلاف محور xها است، از این‌رو $F_{۲}$ خواهد شد:

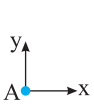
$$\vec{F}_{۲}=-۰/۰۶\vec{i}$$



بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برحسب بردارهای یکه به‌صورت زیر است:

$$\vec{F}_{net}=-۰/۰۶\vec{i}+۰/۰۸\vec{j}$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار $۱۰۰\mu C$ و تندی $۲\times۱۰^{۳}\,m/s$ به صورت درونسو مطابق شکل (عمود بر صفحهٔ کاغذ به طرف داخل) از نقطهٔ A که در آن دو میدان مغناطیسی یکنواخت هم‌اندازه $\vec{B}_{۲}=\sqrt{۴/۵}\vec{j}\,(T)$ و $\vec{B}_{۱}=\sqrt{۴/۵}\vec{i}\,(T)$ وجود دارد، عبور می‌کند. در این لحظه اندازهٔ نیروی مغناطیسی چند نیوتون و جهت آن به کدام سمت است؟ (یکاها در SI)



۱) ۰/۹ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶

گزینهٔ ۳

B ۱۷۵۱ ۱

خط فکری خـوب، دوباره باید به سـراغ قانون دوم نیوتـون بروید، زیرا جرم ذره و شتاب حاصل از نیروی مغناطیسی را در اختیار دارید. اما مطلب بسیار مهم این است که وقتی $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برحسـب بردارهای یکه داده شـوند، مؤلفه‌هایی از میدان که با سـرعت هم‌راسـتا هسـتند (B_x, v_x) یا (B_y, v_y) برهم نیرو وارد نمی‌کننـد. یعنی در این سـؤال مولفهٔ $B_x = ۳T$ میدان نیرویی بر بار که در راسـتای محور xها در حرکت است، وارد نمی‌کند و تنها مؤلفهٔ قائم بر مسیر حرکت یعنی B_y بر بار نیرو وارد می‌کند. اکنون با دانستن این مطلب مسئله را حل کنید.

با توجه به شـتاب و جرم ذره می‌توانید اندازهٔ نیروی وارد بر ذره توسـط میدان مغناطیسی را حساب کرد.

$$F_b = ma \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۳}\times۸\times۱۰^{۵} = ۴N$$

مؤلفه B_x که در راسـتای حرکت ذره است بر بار نیرویی وارد نمی‌کند و تنها مؤلفه قائم میدان مغناطیسی بر بار نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی مغناطیسی برابر است با:

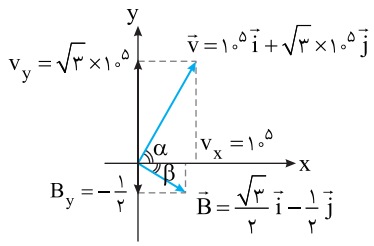
$$F_b = qvB_y \Rightarrow ۴ = ۵\times۱۰^{-۶}\times(\alpha)\times۴ \Rightarrow \alpha = ۲\times۱۰^{۵} m/s$$

C ۱۷۵۲ ۳

خط فکری باید هریک از بردارها را در صفحه $x-y$ رسـم کنید. سپس زاویه‌ای کـه این بردارها با محور xها می‌سـازند را حسـاب کنید تا بتوانیـد زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ را به‌دست آورده و با حساب کردن اندازه هریک از بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$، نیروی مغناطیسی را به‌دست بیاورید.

۱ به شـکل زیر نگاه کنید. بردار $\vec{v}$ را رسـم کرده‌ایم. زاویهٔ بین بردار $\vec{v}$ و محور xها خواهد شد:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\sqrt{۳}\times۱۰^{۵}}{۱۰^{۵}} = \sqrt{۳} \Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$$



۲ زاویه بین بردار $\vec{B}$ و محور x را حساب می‌کنیم.

$$\tan\beta = \frac{|B_y|}{B_x} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \beta = ۳۰^\circ$$

۳ بنابراین زاویهٔ بین دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ خواهد شد:

$$\theta = \alpha + \beta = ۶۰ + ۳۰ \Rightarrow \theta = ۹۰ \Rightarrow \sin\theta = ۱$$

۴ اندازه بردار $\vec{v}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} \Rightarrow v = \sqrt{(۱۰^{۵})^۲ + (\sqrt{۳}\times۱۰^{۵})^۲} \Rightarrow v = ۲\times۱۰^{۵} m/s$$

۵ اندازه بردار $\vec{B}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$B = \sqrt{B_x^۲ + B_y^۲} \Rightarrow B = \sqrt{(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ + (\frac{-۱}{۲})^۲} = ۱T$$

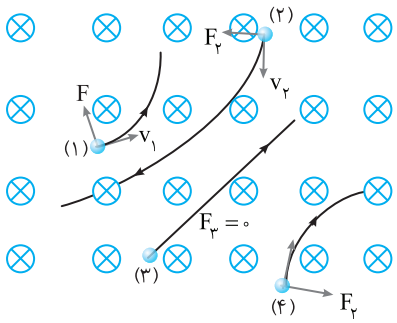
۶ نیروی مغناطیسی وارد بر بار می‌توان حساب کرد.

$$F = |q|vB\sin\theta \xrightarrow{q = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C} F = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^{۵}$$

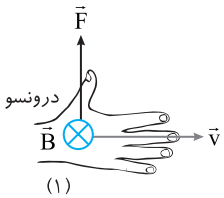
$$\Rightarrow F = ۳/۲\times۱۰^{-۱۴} N$$

A ۱۷۵۳ ۳

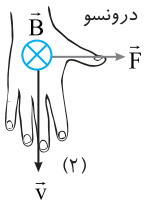
نکته هرگاه یک ذرهٔ باردار وارد یک میدان مغناطیسی شـود، در هر سـویی که منحرف شـود، آن‌سو، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است، یعنی شما باید انگشت شست خود را در آن جهت قرار دهید.



ذره (۱): اگر دسـت خود را در مسیر حرکت ذرهٔ (۱) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دسـت شـما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسـوی B) باشد، شست باز دست راست شما دقیقاً انحراف ذرهٔ (۱) را نشان می‌دهد . یعنی انحراف ذرهٔ (۱) با قاعدهٔ دست راست هماهنگ بوده و ذره دارای بار مثبت است.



ذره (۲): اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در سوی مسـیر حرکـت ذره (۲) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دسـت شما رو به صفحه کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) باشد انگشـت باز شست شما دقیقاً در خلاف جهت انحراف ذرهٔ (۲) قرار می‌گیرد یعنی بار ذرهٔ (۲) منفی است.



ذره (۳): این ذره منحرف نشده بنابراین خنثی است.

ذره (۴): این ذره نیز مانند ذره (۲) دارای بار منفی است. خودتان بررسی کنید.

B ۱۷۵۴ ۲

یادآوری هـرگاه یـک ذرهٔ بـاردار وارد یـک میدان مغناطیسـی شـود و بـر آن نیروی مغناطیسی وارد شود، تندی و انرژی جنبشی ذره تغییر نمی‌کند (زیرا نیرو بر مسیر عمود بوده کار نیروی مغناطیسی صفر است.)

۱ انـرژی جنبشـی پروتون و ذرهٔ آلفا برابر اسـت، اما جـرم ذرهٔ آلفا چهـار برابر جرم پروتون است، بنابراین:

$$K_\alpha = K_p \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_\alpha v_\alpha^۲ = \frac{۱}{۲}m_p v_p^۲$$

$$\Rightarrow (۴m_p)v_\alpha^۲ = (m_p)v_p^۲ \Rightarrow v_p = ۲v_\alpha$$

۲ هنـگام عبـور ذرهٔ α و پروتـون از میدان مغناطیسـی تندی آن‌هـا ثابت می‌ماند، بنابرایـن هنگام خروج آن‌هـا همچنان $v_p = ۲v_\alpha$ بوده (یعنـی $v_\alpha = \frac{۱}{۲}v_p$) و گزاره (الف) درست است.

۳ نیروی الکترومغناطیسی وارد بر دو ذره را مقایسه می‌کنیم.

$$F = |q|vB\sin\theta \begin{cases} \xrightarrow{\text{پروتون}} F_p = (e)\times v_p \times B\times ۱ = ev_pB \\ \xrightarrow{\text{ذرهٔ }\alpha} F_\alpha = (۲e)\times v_\alpha \times B\times ۱ \xrightarrow{v_\alpha = \frac{۱}{۲}v_p} \end{cases}$$

$$F_\alpha = ۲e(\frac{۱}{۲}v_p)B\times۱ \Rightarrow F_\alpha = ev_pB$$

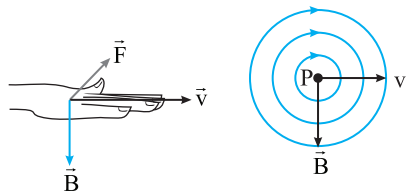
بنابرایـن نیروی الکترومغناطیسـی وارد بر ذره α و پروتون با هـم برابراند و گزاره (ب) نادرست است.

نیروی الکترومغناطیسـی وارد بر هر دو ذره برابر شـده است و چون جرم ذرهٔ α بیشتر است، انحراف آن از مسیرش کمتر خواهد بود و گزاره (پ) نادرست است.

دقـت کنیـد اگر به یک خودروی سـواری و یـک کامیون که در یک در مسـیر حرکت‌اند نیروهای عمود یکسـان بر مسـیر وارد شـود و آن‌ها را منحرف کند، قطعـاً کامیون کمتر منحرف می‌شود.

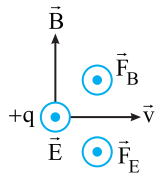
۱ ۱۷۵۵ A

در هر نقطه میدان مغناطیسی بر خطوط میدان مماس است، پس در مسیر پروتون جهت میدان مغناطیسی رو به پایین بوده و با توجه به قاعده دست راست، اگر شما چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحه کاغذ (در جهت $\vec{v}$) بگیرید به گونه‌ای کف دست شما به سمت پایین صفحه باشد (در جهت $\vec{B}$) انگشت باز شست شما به سمت درون صفحه خواهد بود یعنی نیروی F درونسو است.

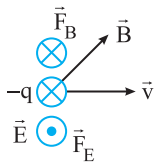


۲ ۱۷۵۶ B

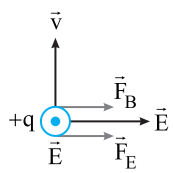
در گزینه (۱) بر بار مثبت از سوی میدان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. بنابراین F_E برونسو است. با توجه به قاعده دست راست نیرویی که میدان مغناطیسی بر بار $+q$ وارد می‌کند، نیز برونسو است و هر دو نیرو با هم جمع می‌شوند و سبب انحراف بار می‌شوند و گزینه (۱) پاسخ مسئله نیست.



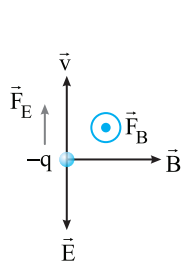
در گزینه (۲) میدان الکتریکی درونسو است و بر بار منفی نیروی برونسو وارد می‌کند. میدان مغناطیسی نیز با توجه به قاعده دست راست نیرویی درونسو بر بار $-q$ وارد می‌کند، پس $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت هم هستند و چون ممکن است این نیروها با هم هم‌اندازه باشند، پس ممکن است که بار بتواند بدون انحراف بگذرد و گزینه (۲) می‌تواند پاسخ مسئله باشد.

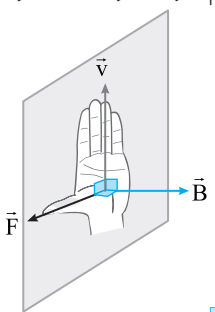


در گزینه (۳) میدان الکتریکی E به سمت راست است و بر بار $+q$ نیرویی به سمت راست وارد می‌کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی میدان مغناطیسی نیز به سمت راست است و برایند این نیروها نمی‌تواند صفر باشد و ذره قطعاً منحرف می‌شود، پس گزینه (۳) پاسخ مسئله نیست.



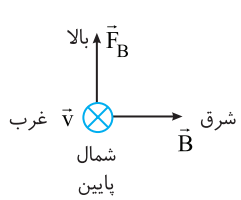
در گزینه (۴) بار منفی است و میدان الکتریکی E رو به پایین بر بار نیروی F_E رو به بالا وارد می‌کند. جهت میدان مغناطیسی به سمت راست است و تندی رو به بالاست و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر بار $-q$ برونسو خواهد بود. F_E و F_B برهم عمودند و برایند آن‌ها صفر نیست و گزینه (۴) نیز پاسخ مسئله نیست.

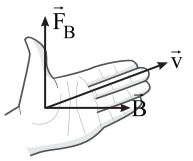




۴ ۱۷۵۷ B

خط فکری نیروی وزن همواره به سمت پایین و برابر mg است. برای آنکه نیروی مغناطیسی آن را خنثی کند باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالا و برابر mg باشد (دقت کنید ذره دارای بار منفی است و باید از دست چپ برای تعیین جهت استفاده کنیم.)





جهت میدان مغناطیسی به کمک قاعدهٔ دست چپ مطابق شکل مقابل خواهد بود.

$$F_B = mg \Rightarrow |q|vB = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|v} \Rightarrow B = \frac{۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۵}\times۲/۵\times۱۰^{۳}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{۱}{۲/۵} = \frac{۱۰}{۲۵} = ۰/۴\,T$$

بازی با سوال ذره‌ای به جرم ۰/۵g دارای بار $-۰/۰۵\mu C$ با سرعت $۲/۵\times۱۰^{۵}\,m/s$ در سطح افقی به طرف غرب، در حرکت است. کمترین بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت باشد تا مسیر حرکت ذره به‌همان صورت اولیه (در جهت غرب) بماند و منحرف نشود؟ $(g = ۱۰\,N/kg)$ کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{۲}{۵}$، به سمت جنوب
۲) $\frac{۲}{۵}$، به سمت شمال
۳) $\frac{۵}{۲}$، به سمت جنوب
۴) $\frac{۵}{۲}$، به سمت شمال

گزینهٔ ۲

۲ ۱۷۵۸ B

ذره دارای جرم است و نیروی وزن بر آن رو به پایین اعمال می‌شود $(W = mg)$. اما ذره از مسیرش منحرف نشده است، یعنی نیرویی که میدان مغناطیسی بر آن وارد می‌کند رو به بالا است و اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابر نیروی وزن است.

$$F_B = W \Rightarrow |q|vB\sin\theta = mg \xrightarrow[v=۵\times۱۰^{۵}\,m/s]{|q|=۴۰۰\times۱۰^{-۹}\,C\,,\ m=۱۰^{-۳}\,kg}$$

$$۴۰۰\times۱۰^{-۹}\times۵\times۱۰^{۵}\times B\sin\theta = ۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow B\sin\theta = \frac{۱۰^{-۲}}{۰/۲} \Rightarrow B\sin\theta = ۰/۰۵\,T = ۵۰۰\,G$$

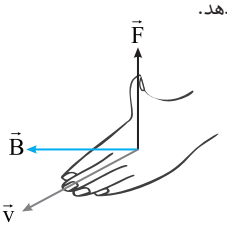
به قسمت زیبای و به ریاضیات مسئله رسیدیم. حاصل‌ضرب $B\sin\theta$ مقدار ثابت ۵۰۰ است. حداقل مقدار B وقتی است که $\sin\theta$ حداکثر یعنی برابر یک است، بنابراین کمترین مقدار B خواهد شد: $B_{min}\times۱ = ۵۰۰ \Rightarrow B_{min} = ۵۰۰\,G$

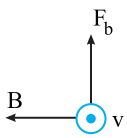
اگر $\theta = ۰$ یا $\theta = \pi$ باشد، میدان مغناطیسی هرچقدر هم که بزرگ باشد بر بار متحرک نیرو وارد نمی‌کند. بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی باید $B \geq ۵۰۰$ باشد که گزینهٔ (۲) چنین نیست.

۴ ۱۷۵۹ B

خط فکری هرگاه در مسئله بیان شود که ذره بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی نیروی خالص وارد بر ذره که می‌تواند سبب انحراف شود باید صفر باشد. در این مسئله نیز باید برایند نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر الکترون صفر شود. ابتدا با توجه به منفی بودن بار و قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت (برونسو) قرار می‌دهیم به‌طوری که خم کردن انگشت‌ها جهت میدان را نشان دهد، چون بار منفی است خلاف جهت شست دست راست جهت نیرو را نشان می‌دهد.







برای آنکه نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی خنثی شود تا جهت حرکت ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی به سمت پایین و هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی باشد:

$$F_E = F_b \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow E = vB$$

$$\xrightarrow{B = ۴۰G = ۴\times۱۰^{-۳}\,T} E = (۲\times۱۰^{۵})\times(۴\times۱۰^{-۳}) \Rightarrow E = ۸۰۰\,\frac{N}{C}$$

بر بار منفی در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان رو به پایین است قطعاً بردار میدان الکتریکی به سمت بالاست و در جهت محور yهاست، از این‌رو:

$$E = ۸۰۰\,N/C$$

$$\vec{E} = +۸۰۰\,\vec{j}$$

بازی با سؤال **در ناحیه‌ای از فضا میدان الکتریکی E عمود بر میدان مغناطیسی B است. ذره بارداری با جرم ناچیز و تندی v وارد این ناحیه می‌شود و در حالی که نیروی میدان مغناطیسی بیشینه است، بدون انحراف از این فضا خارج می‌شود. کدام رابطه بین v، E و B برقرار است؟**

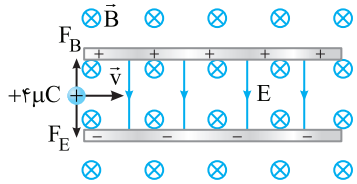
۱) $E=\frac{v}{B}$ ۲) $B=\frac{E}{v}$

۳) $B=vE$ ۴) به مقدار بار ذره بستگی دارد.

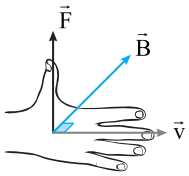
گزینهٔ ۲

B ۱۷۶۰ ۴

خط فکری بار $+۴\mu C$ مطابق شکل وارد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی شده است و بدون انحراف از آن‌ها خارج می‌شود، یعنی نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ و نیروی مغناطیسی $(\vec{F}_B)$ وارد بر این ذره هم‌اندازه و در خلاف جهت هم‌اند. بنابراین نیروها را مساوی هم قرار دهید.



با توجه به شکل نیرویی که میدان الکتریکی E بر بار $+۴\mu C$ وارد می‌کند رو به پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیرویی که میدان مغناطیسی بر بار $+۴\mu C$ وارد می‌کند رو به بالاست و این دو نیرو هم‌اندازه هستند.



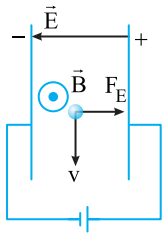
$$F_E=F_B\Rightarrow qE=qvB\sin\theta\xrightarrow{\theta=۹۰^\circ}E=vB$$

اگر به‌جای بار مثبت، بار منفی قرار دهید، جهت هر دو نیرو عوض شده و برایند هم‌چنان صفر است و بار بدون انحراف از دو میدان عبور می‌کند.

نتیجه علامت و مقدار بار در این پدیده نقشی ندارد.

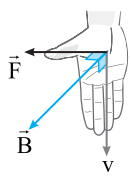
B ۱۷۶۱ ۲

۱ نیروی الکتریکی وارد بر بار



بر بار منفی در میدان الکتریکی، نیرویی در خلاف جهت میدان وارد می‌شود. با توجه به نحوهٔ بسته شدن خازن به باتری، صفحهٔ سمت راست دارای بار مثبت و صفحهٔ سمت چپ دارای بار منفی و جهت میدان الکتریکی از راست به چپ است، بنابراین بر بار منفی نیرویی به سمت راست وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با: $F_E=qE=۱۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}=۰/۱N$

۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار



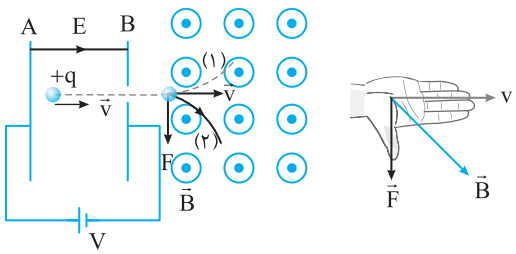
چهار انگشت باز دست راست خود را رو به پایین صفحهٔ کاغذ و در جهت سرعت به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (درجهت میدان مغناطیسی برونسو) قرار گیرد. انگشت شست دست راست شما قطعاً سمت چپ را نشان می‌دهد اما چون بار منفی است جهت نیرو عوض می‌شود یعنی F_B همانند F_E به سمت راست است و مقدار آن خواهد شد.

$$F_B=qvB\sin\theta=۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۵}\times۰/۲=۰/۴N$$

بنابراین برایند دو نیرو برابر است با: $F_T=۰/۴+۰/۱=۰/۵N$

B ۱۷۶۲ ۲

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحهٔ کاغذ (در جهت سرعت v) به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (و در جهت میدان $\vec{B}$) باشد، انگشت باز شست شما به سمت پایین صفحه بوده و بار $+q$ در سوی مسیر (۲) منحرف می‌شود.



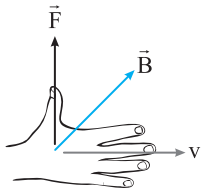
۲ با افزایش اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، میدان الکتریکی بین صفحات خازن $(\uparrow E=\frac{\uparrow V}{d})$ افزایش یافته، نیروی الکتریکی وارد بر بار $(F=qE)+q$ بزرگتر شده، تندی ذره در مسیر A تا B افزایش می‌یابد و وقتی ذره وارد میدان مغناطیسی B می‌شود نیروی مغناطیسی وارد بر آن افزایش می‌یابد.

$$\uparrow F=|q|vB\sin\theta$$

B ۱۷۶۳ ۳

۱ جهت **شمال** را برای رسم شکل، درونسو اختیار می‌کنیم. سمت چپ، **غرب**، سمت راست **شرق** و **جنوب** برونسو خواهد بود.

۲ بار منفی در جهت **شرق** در حرکت است و وارد یک میدان مغناطیسی رو به **شمال** شده است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست را رو به راست صفحه کاغذ به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت درون صفحه نشانه رود، انگشت باز شست شما رو به **بالا** خواهد بود و چون بار منفی است، جهت نیروی F_B رو به **پایین** است.

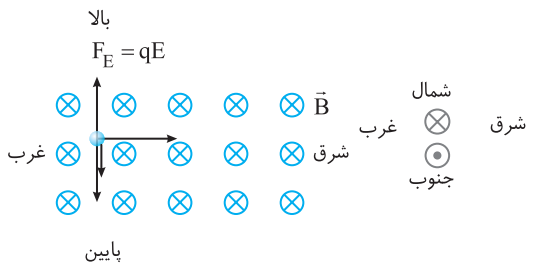


۳ نیروی F_B و وزن هر دو رو به **پایین** هستند و با هم جمع می‌شوند برای آنکه ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی رو به **بالا** باشند و اندازهٔ آن برابر F_B+W باشد.

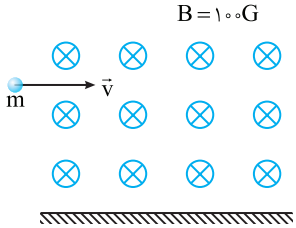
$$F_E=F_B+W\Rightarrow qE=qvB+mg$$

$$\Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۶}E=۲۰۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۴}+۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow ۲۰۰E=۸۰۰+۴۰\Rightarrow E=\frac{۸۴۰}{۲۰۰}\Rightarrow E=۴/۲N/C$$



بازی با سؤال **در شکل زیر گلوله‌ای به جرم $۱۰g$ با بار الکتریکی $+۴\mu C$ و با سرعت افقی $۲\times۱۰^{۶}m/s$ عمود بر راستای میدان مغناطیسی درونسوی یکنواختی با بزرگی $۱۰۰G$ درون میدان شلیک می‌شود. جهت و بزرگی میدان الکتریکی که سبب ثابت ماندن بردار سرعت می‌شود کدام است؟ $(g=۱۰N/kg)$**



۱) $۲\times۱۰^{۴}N/C$ ، بالاسو

۲) $۲\times۱۰^{۴}N/C$ ، پایین‌سو

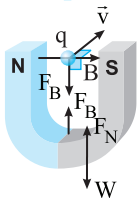
۳) $۵\times۱۰^{۳}N/C$ ، پایین‌سو

۴) $۵\times۱۰^{۳}N/C$ ، بالاسو

گزینهٔ ۴

B ۲ ۱۷۶۴

یادآوری در دینامیک در دورهٔ اول متوسطه خوانده‌اید که بنا بر قانون سوم نیوتون اگر جسم A بر جسم B نیروی F وارد کند جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.



خط فکری دربارهٔ این مسئله چگونه باید فکر کنیم؟ باید نیروهای وارد بر آهنربا و سطح زیر آن را مشخص کنید و جهت آن‌ها را نیز تعیین کنید. در حالت بعد که بار از بین قطبین آهنربا می‌گذرد مجدداً باید نیروها را بررسی کنید تا بتوانید در مورد F و F' اظهار نظر کنید.

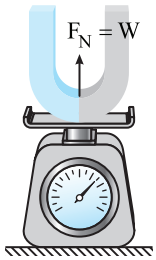
در حالت اول: نیروهای وارد بر آهنربا، یکی نیروی وزن است که از طرف کرهٔ زمین بر آهنربا وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی سطح است که توسط سطح بر آهنربا وارد می‌شود و این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند $(F_N = W)$

سطح بر آهنربا نیرویی هم‌اندازهٔ W وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سطح نیروی F را رو به پایین وارد می‌کند که هم‌اندازهٔ W است. $(F = W)$

در حالت دوم: ابتدا جهت نیرویی که توسط آهنربا بر بار وارد می‌شود را به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم. این نیرو رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون، بار نیز نیرویی برابر F_B رو به بالا، بر آهنربا وارد می‌کند در واقع F_B به کمک F_N می‌آید که این امر سبب می‌گردد نیرویی که آهنربا بر سطح وارد می‌کند، کاهش یابد. $F' < F$

C ۱ ۱۷۶۵

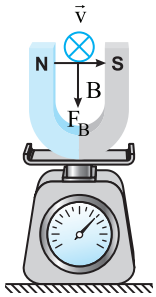
۱ وقتی که آهنربا روی ترازو است و هنوز بار از بین قطب‌های آن رد نشده، ترازو نیروی وزن آهنربا را نشان می‌دهد.

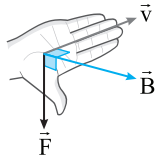


۲ ذرهٔ باردار با بار $400\mu C$ و تندی $2\times10^5 m/s$ از بین قطب‌های آهنربا که میدان مغناطیسی آن $10G$ است می‌گذرد، اندازه نیرویی که آهنربا بر این ذره وارد می‌کند. برابر است با:

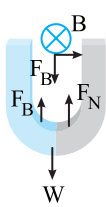
$$F = |q|vB\sin\theta \Rightarrow F_B = 400\times10^{-6}\times2\times10^5\times10\times10^{-4}\times1 \Rightarrow F_B = 0/08N$$

۳ جهت نیروی مغناطیسی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است. چهار انگشت باز دست راست خود را به طرف داخل صفحه کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست به سمت راست باشد، انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین است یعنی آهنربا نیروی $F_B = 0/08N$ را رو به پایین وارد می‌کند.





۴ به قسمت مهیج مسئله رسیده‌ایم. بنا به قانون سوم نیوتون وقتی آهنربا به بار رو به پایین نیرو وارد می‌کند ذرهٔ باردار بر آهنربا نیرویی برابر $0/08N$ رو به بالا وارد می‌کند و سبب می‌گردد که ترازو عدد کمتری را نشان دهد مانند این است که نیروی $F_B = 0/08N$، آهنربا را سبک‌تر کرده و ترازو ٪۲۰ کاهش را نشان می‌دهد یعنی نیروی F_B برابر $\frac{20}{100}$ وزن آهنرباست.



$$F_B = \frac{20}{100}W \Rightarrow 0/08 = \frac{20}{100}W \Rightarrow W = 0/4N$$

۵ اما هنوز داستان ادامه دارد زیرا مسئله جرم را می‌خواهد آن هم برحسب گرم:

$$W = mg \Rightarrow 0/4 = m\times10 \Rightarrow m = 0/04kg \Rightarrow m = 40g$$

A ۲ ۱۷۶۶

هر گاه یک سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد بر آن نیروهای زیر وارد می‌شود.

$$F = IlB\sin\theta$$

I: جریان سیم بر حسب آمپر — l: طول سیم بر حسب متر — B: میدان مغناطیسی که سیم در آن قرار دارد بر حسب تسلا — θ: زاویهٔ بین سوی جریان سیم و جهت میدان مغناطیسی

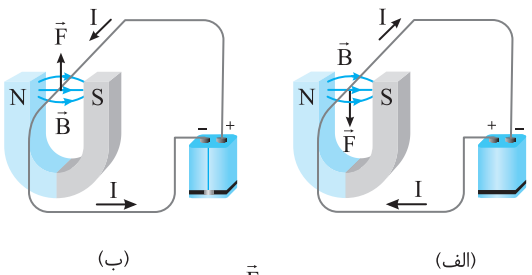
بنابراین اگر B را بر حسب دیگر کمیت‌ها مرتب کنیم، یکای میدان مغناطیسی مشخص می‌شود.

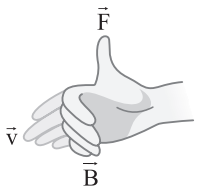
$$B = \frac{F}{Il\sin\theta} \Rightarrow T = \frac{N}{Am}$$

N: نیوتون — T: تسلا — A: آمپر — m: متر

B ۲ ۱۷۶۷

خط فکری بنابر قاعدهٔ دست راست برای سیم حامل جریان باید چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد سیم در سوی جریان به گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (در سویی که انگشتان به طور طبیعی خم می‌شوند.) جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در این حالت انگشت باز شست جهت نیروی وارد بر سیم را نشان می‌دهد. بنابراین باید به سراغ دست راست خود بروید.





الف) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

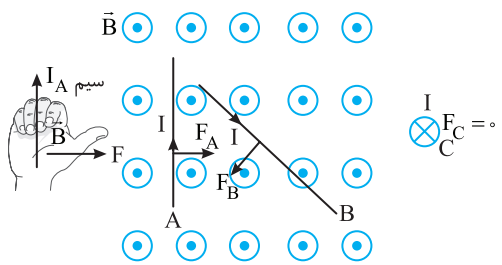
ب) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در حالی که جریان وارونه شده است.

پ) قاعدهٔ دست راست برای تعیین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی شکل (ب)

سیم A: چهار انگشت باز دست راست خود را رو به بالای کاغذ بگیرید به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را خم می‌کنید رو به بیرون کاغذ را نشان دهند در این حالت انگشت باز شست شما، به سمت راست بوده یعنی نیروی وارد بر سیم A، (F_A) به سمت راست است.

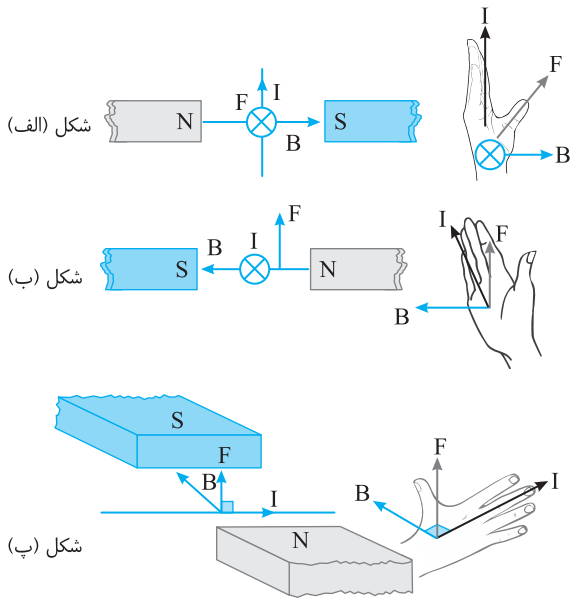
سیم B: مطابق شکل با همین روش جهت نیروی F_B مشخص می‌شود.

سیم C: راستای سیم C در امتداد میدان B است و هرگاه سیم حامل جریان در راستای میدان قرار گیرد نیروی وارد بر آن صفر است.



A ۱۷۶۸ ۲

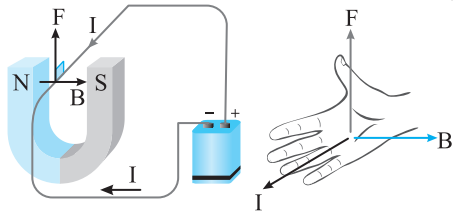
با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر در شکل (الف) چهار انگشت دست راست را در جهت جریان سیم رو به بالای صفحه کاغذ قرار دهید به گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست باشد، انگشت باز شست دست شما قطعاً رو به درون صفحه (درونسو) بوده یعنی نیروی F درونسو است. با همین روش در شکل (ب) و شکل (پ) به ترتیب نیرو بالاسو و رو به پایین خواهد بود.



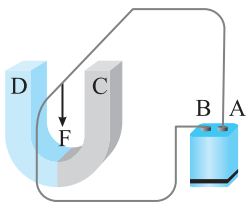
A ۱۷۶۹ ۱

یادآوری جریان در مدار از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی باتری است.

جهت میدان B از قطب N به قطب S است و با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیروی وارد بر سیم رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال **گزاره‌های زیر برای شکل زیر نوشته شده است. کدام گزینه گزاره‌های درست را بیان می‌کند؟**



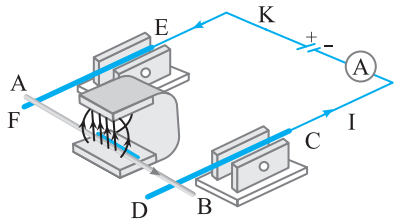
الف) اگر A قطب مثبت باشد، C باید قطب N باشد. / **ب)** اگر A قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد. / **پ)** اگر B قطب مثبت باشد، C باید قطب N باشد. / **ت)** اگر B قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد.

۱) (الف) - (پ) **۲)** (الف) - (ت) **۳)** (ب) - (پ) **۴)** (ب) - (ت)

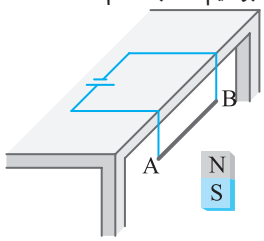
گزینهٔ ۲

A ۱۷۷۰ ۱

جریان در سیم AB با توجه به مولد از A به B است. بنابر قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر سیم AB توسط میدان مغناطیسی آهنربا به سمت بیرون آهنربا بوده و میله به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.



بازی با سؤال **در شکل زیر نیروی وارد بر سیم AB به کدام سمت است؟**



۱) چپ

۲) راست

۳) بالا

۴) پایین

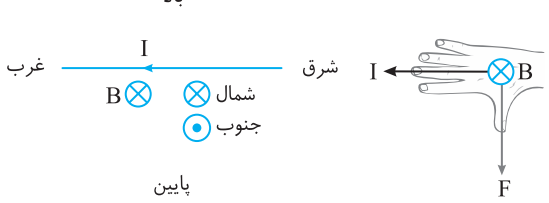
گزینهٔ ۲

B ۱۷۷۱ ۱

خط فکری هر گاه در مسئله جهت جغرافیایی بیان شود به طور مثال گفته شود جریان از غرب به شرق است یا میدان مغناطیسی رو به شمال است دیگر از عبارت‌های «درونسو» و «برونسو» در پاسخ خبری نیست. البته برای سادگی موضوع شما می‌توانید جهت رو به شمال را درونسو فرض کنید سپس با قاعدهٔ دست راست جهت کمیت خواسته شده را به‌دست بیاورید.

یادآوری جهت میدان مغناطیسی زمین از جنوب به شمال است.

جهت جریان از شرق به غرب بیان شده است از طرفی جهت میدان مغناطیسی زمین در جهت شمال است که با شکلی که رسم کرده‌ایم میدان B درونسو است. در این صورت با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد به سمت رو به پایین است و اندازهٔ آن برابر است با:



$$F = IlB\sin\theta \xrightarrow[B=۰/۴۵\times۱۰^{-۴}\,T]{I=۲/۵A\,,\,l=۲/۴m} F = ۲/۵\times۲/۴\times۰/۴۵\times۱۰^{-۴}\times۱ \Rightarrow F = ۲/۷\times۱۰^{-۴}\,N$$

بازی با سؤال **سیم راستی به طول ۲۰cm، موازی سطح افقی قرار دارد و جریان عبوری از آن ۱۰A و رو به شرق است. سیم درون میدان مغناطیسی یکنواخت ۵G قرار گرفته که جهت این میدان در راستای قائم و رو به بالاست نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون و به کدام جهت است؟**

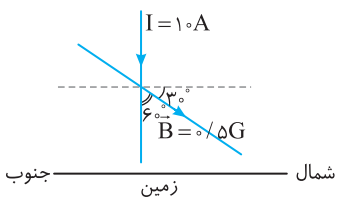
۱) $۱۰^{-۳}$، شمال **۲)** $۱۰^{-۳}$، جنوب

۳) ۲×۱۰^{-۳}، بالا **۴)** ۲×۱۰^{-۳}، پایین

گزینهٔ ۲

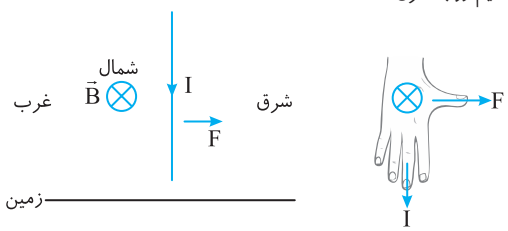
B ۱۷۷۲ ۱

مطابق شکل سیم در راستای قائم است از طرفی خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ ۳۰° ساخته است بنابراین خطوط میدان با راستای قائم، زاویهٔ ۶۰° می‌سازد بنابراین اندازهٔ نیروی وارد بر سیم خواهد شد:



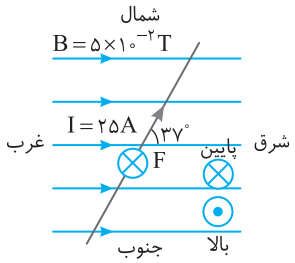
$$F = IlB\sin\theta \Rightarrow F = ۱۰\times۲\times۰/۵\times۱۰^{-۴}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow F = ۵\sqrt{۳}\times۱۰^{-۴}\,N$$

برای سادگی به‌دست آوردن جهت نیروی وارد بر سیم، میدان مغناطیسی را که در امتداد شمال است درونسو در نظر می‌گیریم، با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به شرق است.



B ۱۷۷۳ ۲

خط فکری دقت کنید در مسئله شمال، جنوب، شرق و غرب شبیه نقشه‌های جغرافیایی در نظر گرفته شده است بنابراین جهت رو به بالا (رو به آسمان) برونسو جهت رو به پایین (رو به زمین) در این شکل، درونسو است.

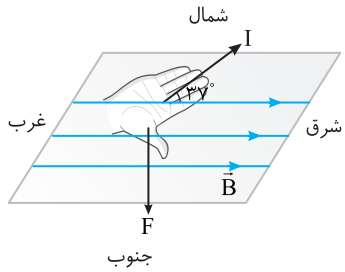


چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید به گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست (شرق) باشد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به صفحه کاغذ (درونسو) خواهد بود یعنی نیروی F وارد بر سیم رو به پایین است.

اندازهٔ این نیرو را به‌دست می‌آوریم:

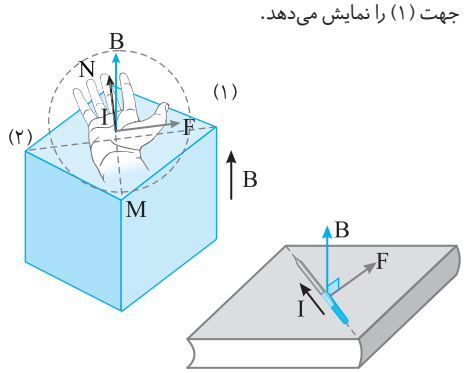
$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{l=۰/۸m} F=۲۵\times۰/۸\times۵\times۱۰^{-۲}\times\sin ۳۷^\circ$$

$$\xrightarrow{\sin ۳۷^\circ=۰/۶} F=۰/۶N$$



B ۱۷۷۴ ۴

شکل سه بعدی است. برای درک بهتر یک کتاب روی میز قرار دهید، یک خودکار در امتداد قطر کتاب روی کتاب بگذارید، چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد خودکار قرار دهید، به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به بالا باشد در این حالت انگشت باز دست شما جهت (۱) را نمایش می‌دهد.



طول سیم MN را حساب می‌کنیم

$$l=\sqrt{۲۰^۲+۲۰^۲}=۲۰\sqrt{۲}cm$$

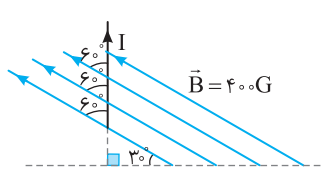
اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد شد:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{I=۲A\,,\,B=۴\times۱۰^{-۲}T}$$

$$F=۲\times۲۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۲}\times۱\Rightarrow F=۱/۶\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}N$$

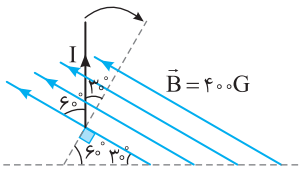
B ۱۷۷۵ ۳

به شکل دقت کنید خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ ۳۰° می‌سازد بنابراین زاویهٔ بین سیم که بر سطح افقی عمود است با خطوط میدان $۹۰-۳۰=۶۰^\circ$ خواهد شد. نیرویی که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.



$$F=IlB\sin ۶۰^\circ=۵\times۰/۶\times۴۰۰\times۱۰^{-۴}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۰/۰۶\sqrt{۳}N$$

وقتی نیروی وارد بر سیم حامل جریان بیشینه است که سیم بر خطوط میدان عمود باشد $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین مطابق شکل روبه‌رو سیم باید ۳۰° ساعتگرد بچرخد تا عمود بر خط‌های میدان قرار گیرد.



A ۱۷۷۶ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است. نیروی وارد بر سیم را در دو حالت می‌نویسیم. یک‌بار برای وقتی که $\theta=۳۰^\circ$ است و بار دیگر برای $\theta=۶۰^\circ$

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{IlB\sin ۶۰^\circ}{IlB\sin ۳۰^\circ}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\sqrt{۳}$$

B ۱۷۷۷ ۲

در حالت اول جریان را I و نیروی وارد بر سیم را F فرض می‌کنیم. وقتی که جریان $۵A$ افزایش یافته یعنی جریان برابر $I'=I+۵$ شده است و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم $۲۰٪$ افزایش یافته یعنی نیروی مغناطیسی برابر $F'=F+\frac{۲}{۱۰}F$ شده است،

بنابراین می‌توان نوشت:

$$F'=۱/۲F \xrightarrow{F=IlB\sin\theta} I'lB\sin\theta=۱/۲IlB\sin\theta$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر نکرده است }\sin\theta,B,l} I'=۱/۲I \xrightarrow{I'=I+۵} I+۵=۱/۲I$$

$$\Rightarrow ۵=۰/۲I\Rightarrow I=۲۵A$$

A ۱۷۷۸ ۳

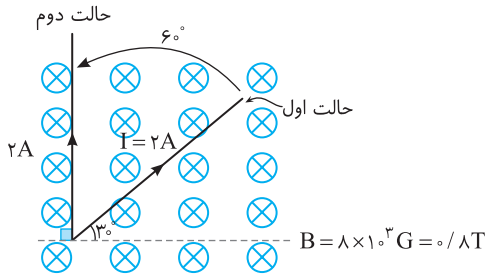
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین سوی جریان سیم با میدان مغناطیسی است و هر گاه زاویهٔ θ از صفر تا ۹۰° تغییر کند، $\sin\theta$ افزایش می‌یابد و F زیاد می‌شود بنابراین:

$$\gamma>\beta>\alpha\Rightarrow\sin\gamma>\sin\beta>\sin\alpha\Rightarrow F_۱>F_۲>F_۳$$

B ۱۷۷۹ ۳

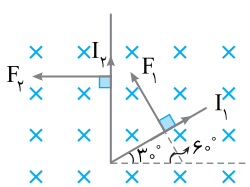
۱ به شکل دقت کنید در حالت اول و حالت دوم سیم در صفحهٔ کاغذ قرار دارد و میدان عمود بر صفحهٔ کاغذ است (درونسوست) یعنی زاویهٔ بین میدان و سیم حامل جریان ۹۰° است و تغییری در نیروی وارد بر سیم ایجاد نمی‌شود $(\Delta B=۰)$ و در دو حالت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم یکسان و برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۲\times۱\times۰/۸\times۱\Rightarrow F=۱/۶N$$



۲ نیروی مغناطیسی را در دو حالت با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم.

نکته نیروی مغناطیسی همواره بر سیم و میدان مغناطیسی عمود است.



نیروی $F_۲$ موازی افق است و با توجه به شکل نیروی $F_۱$ با افق زاویهٔ ۶۰° می‌سازد پس نیروی $F_۱$، ۶۰° پادساعتگرد باید بچرخد تا موازی افق شود.

B ۱۷۸۰ ۱

خط فکری هر گاه صحبت از شتاب شود باید به سراغ قانون دوم نیوتون $F=ma$ برویم البته در اینجا باید ابتدا نیروی وارد بر سیم را حساب کنید و نکته دیگری که باید به آن دقت کنید این است که طول سیم و جرم آن به شما داده نشده اما جرم هر متر از سیم در صورت مسئله بیان شده است بنابراین دقت کنید که چگونه در حل مسئله از این مطلب استفاده می‌کنیم.

۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۱۰\times l\times ۰/۵\times ۱\Rightarrow F=۵l$$

۲ دقت کنید که در صورت سؤال جرم هر متر سیم ۸g بیان شده است، بنابراین جرم کل سیم خواهد شد:

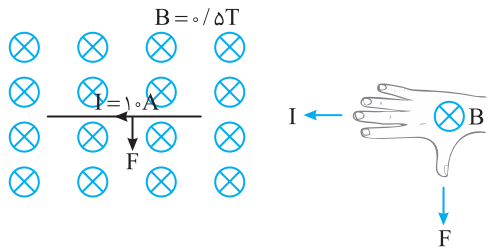
۱ متر	۸g
l متر	m=?

$$\Rightarrow m=۸\times ۱۰^{-۳}l\,kg$$

۳ بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma\xrightarrow[m=۸\times ۱۰^{-۳}l]{F=۵l}۵l=۸\times ۱۰^{-۳}l(a)\Rightarrow a=\frac{۵}{۸}\times ۱۰^{+۳}\,m/s^{۲}$$

۴ با توجه به قاعده دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت چپ (در جهت جریان) به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسو) قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین خواهد بود یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است بنابراین شتاب حاصل از آن نیز رو به پایین است.



B ۱۷۸۱ ۱

خط فکری در صورت سؤال چگالی داده شده بنابراین جرم را باید از چگالی حساب کنید $(m=\rho V)$ از طرفی سطح مقطع سیم داده شده بنابراین باید حجم سیم را از رابطه $V=Al$ به‌دست بیاورید. یعنی جرم برابر $m=\rho Al$ است. حالا می‌توانید نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (F) را برحسب l حساب کنید سپس به سراغ نیروی وزن (W) جسم بروید و آن را با F مقایسه کنید.

۱ اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow[B=۴\times ۱۰^{-۲}T]{I=۱۰A,\sin\theta=۱}F=۱۰\times l\times ۴\times ۱۰^{-۲}\times ۱$$

$$\Rightarrow F=۴\times ۱۰^{-۱}l\Rightarrow F=۰/۴l$$

۲ نیروی وزن خواهد شد:

$$W=mg\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}W=\rho Vg\xrightarrow{V=Al}W=\rho A\,lg$$

$$\xrightarrow[A=۲\times ۱۰^{-۴}m^{۲}]{\rho=۸۰۰۰kg/m^{۳}}W=۸۰۰۰\times ۲\times ۱۰^{-۴}\times l\times ۱۰\Rightarrow W=۱۶l$$

۳ نسبت نیروی وزن به نیروی F برابر است با:

$$\frac{W}{F}=\frac{۱۶l}{۰/۴l}=۴۰$$

B ۱۷۸۲ ۲

یادآوری مقاومت سیم رسانایی به‌طول l و سطح مقطع A با مقاومت ویژهٔ ρ برابر است با:

$$R=\rho\frac{l}{A}$$

جریان سیم MN را به‌کمک قانون اهم حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{V}{\rho\frac{l}{A}}\Rightarrow I=\frac{VA}{\rho l}\qquad(۱)$$

سیم MN بر خطوط میدان عمود است $(\theta=۹۰^{\circ})$ و نیروی مغناطیسی وارد بر آن خواهد شد:

$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow{\sin\theta=۱}F=IlB$$

جریان را از رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$F=\frac{VA}{\rho l}\times lB\Rightarrow F=\frac{VAB}{\rho}$$

B ۱۷۸۳ ۱

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را بعد از بستن کلید حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{۵\times ۲۰}{۵+۲۰}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}=\frac{۱۲}{۴+۱}\Rightarrow I_{کل}=۲/۴A$$

۳ جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود. اگر جریان سیم $R=۲۰\Omega$ را x بگیریم جریان سیم CD که مقاومت آن ۵Ω یعنی $\frac{۱}{۴}$ مقاومت R است $۴x$ می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$I_{کل}=x+۴x\Rightarrow ۲/۴=۵x\Rightarrow x=۰/۴۸A$$

و جریان سیم CD برابر است با:

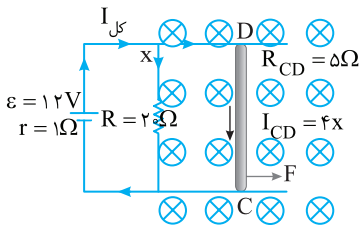
$$I_{CD}=۴\times ۰/۴۸\Rightarrow I=۱/۹۲A$$

۴ نیروی وارد بر میله CD برابر است با:

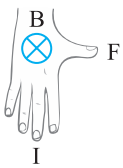
$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow[\sin\theta=۱]{\theta=۹۰^{\circ}}F=IlB\Rightarrow F=۱/۹۲\times ۱\times ۰/۲\Rightarrow F=۰/۳۸۴N$$

۵ شتاب حرکت میله را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow ۰/۳۸۴=۲a\Rightarrow a=۰/۱۹۲m/s^{۲}$$

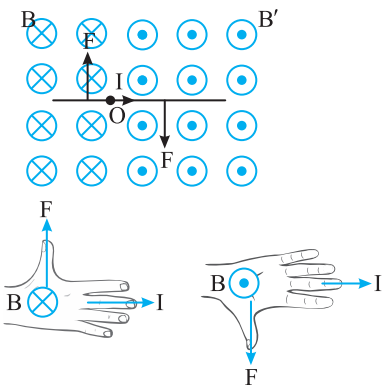


۶ جریان از D به C است و بنا به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم به سمت راست بوده و شتاب حاصل از این نیرو نیز به سمت راست است.



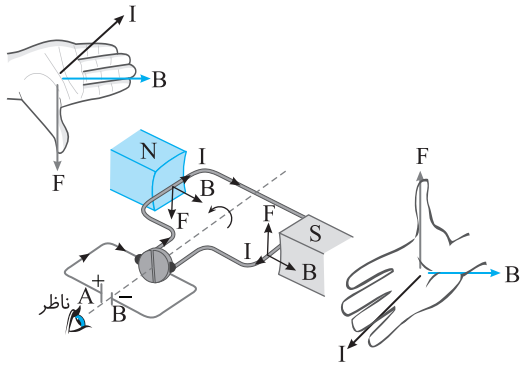
B ۱۷۸۴ ۲

با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل زیر بر نیمهٔ اول سیم که در میدان مغناطیسی درونسوست نیرویی رو به بالا و بر نیمهٔ دوم سیم که در میدان مغناطیسی برونسوست نیرویی رو به پایین وارد می‌شود و سیم حول نقطه O ساعتگرد می‌چرخد.

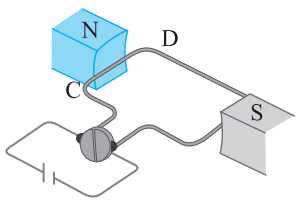


B ۱۷۸۵ ۲

اگر A قطب مثبت باشد جریان درون حلقه الکتروموتور به شکل زیر است. جهت میدان مغناطیسی آهنربا از قطب N به قطب S است، با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در قسمت سمت راست حلقه، رو به بالا و در قسمت سمت چپ حلقه رو به پایین است و از دید ناظر حلقه پادساعتگرد می‌چرخد، بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است.



بازی با سؤال در شکل زیر که طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است در مدت ۱s، قاب موتور ۳۶۰° می‌چرخد. پس از ۳s از لحظهٔ نشان داده شده نیروی وارد بر سیم CD به کدام سمت است؟



۱) بالا
۲) پایین
۳) چپ
۴) صفر

گزینهٔ ۲

B ۱۷۸۶ ۲

خط فکری میدان برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده پس شما باید اندازهٔ میدان را $(B=\sqrt{B_x^2+B_y^2})$ به‌دست بیاورید. بیشینه نیرو هم یعنی سیم بر میدان عمود باشد $\theta=90^\circ$ و نیروی وارد بر هر متر از سیم یعنی $l=1m$. پس اکنون می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\vec{B}=0/18\vec{i}+0/24\vec{j}\Rightarrow B=\sqrt{(0/18)^2+(0/24)^2}$$

$$\Rightarrow B=\sqrt{(0/06)^2(3^2+4^2)}\Rightarrow B=0/3T$$

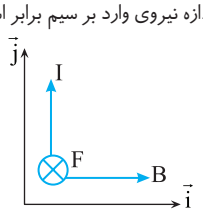
۲ نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از سیم برابر خواهد شد با:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[\sin\theta=1]{I=20A} F=20\times1\times0/3\times1\Rightarrow F=6N$$

B ۱۷۸۷ ۲

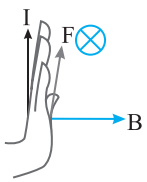
خط فکری بردار میدان مغناطیسی برحسب بردارهای یکه بیان شده از طرفی سیم حامل جریان در امتداد محور yهاست. هرگاه سیم در امتداد میدان مغناطیسی باشد بر سیم حامل جریان نیرویی وارد نمی‌شود، بنابراین مؤلفهٔ y میدان (B_y) برسیم نیرو وارد نمی‌کند و شما باید نیرویی که مؤلفهٔ x میدان (B_x) برسیم وارد می‌کند را به‌دست بیاورید.

برای اندازهٔ نیروی میدان مغناطیسی و همچنین جهت این نیرو به‌طور کامل B_y را نادیده می‌گیریم. از این‌رو اندازه نیروی وارد بر سیم برابر است با:



$$F=IlB_x\sin\theta \xrightarrow[I=50A,\theta=90^\circ,l=0/2m]{B_x=0/6T \text{ بر محور } y \text{ عمود است}}$$

$$F=50\times0/2\times0/6\Rightarrow F=6N$$



با توجه به قاعده دست راست چهار انگشت دست راست خود را در امتداد محور yها قرار دهید (در سوی جریان) به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست و در جهت محور x باشد در این حالت انگشت باز شست شما به سوی درون صفحه کاغذ خواهد بود یعنی F درونسوست.

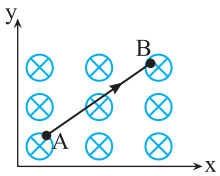
B ۱۷۸۸ ۴

یادآوری فاصلهٔ بین دو نقطه $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ از رابطهٔ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ به‌دست می‌آید.

۱ با توجه به مختصات نقاط ابتدایی و انتهایی سیم $A(4,5)$ و $B(7,9)$ طول سیم AB را حساب می‌کنیم.

$$AB=\sqrt{(7-4)^2+(9-5)^2}=5m$$

۲ با دقت به شکل متوجه می‌شود که سیم AB در صفحهٔ $x-y$ قرار دارد و میدان مغناطیسی درونسوی $B=0/4T$ بر این سیم عمود است. اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد شد:



$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[I=4A]{\sin\theta=1} F=4\times5\times0/4\times1\Rightarrow F=8N$$

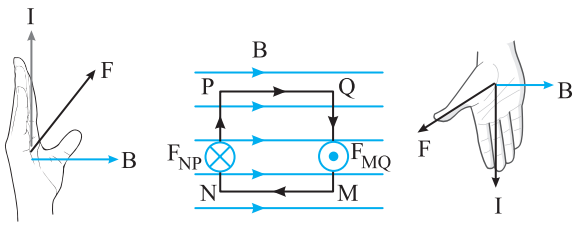
B ۱۷۸۹ ۱

مسئله‌ای است که می‌توانید نتیجهٔ آن را به‌خاطر بسپرید.

۱ بر سیم‌های PQ و MN که در امتداد میدان مغناطیسی قرار دارند. نیروی مغناطیسی وارد نمی‌شود. $F_{MN}=F_{PQ}=0$

۲ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم NP و سیم MQ برابر است زیرا طول هر دو سیم یکسان $(20cm)$ جریان عبوری از هر دو سیم مساوی $(2A)$ و هر دو بر خطوط میدان عمود هستند $(\theta=90^\circ)$ بنابراین $F_{MQ}=F_{NP}$.

با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم NP رو به بالا (بالاسو) بگیرید به‌گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت (کف دست) باز شما به‌سوی راست یعنی در جهت میدان B باشد، انگشت باز شست شما به درون صفحه کاغذ نشان می‌رود یعنی F_{NP} درونسو است و قطعاً چون جهت جریان MQ خلاف NP است، نیروی F_{MQ} برونسو خواهد بود.



۳ برایند نیروهای هم‌اندازه و در خلاف جهت هم صفر است.

بازی با سؤال چنانچه این قاب قابلیت چرخش داشته باشد، برای قاب چه اتفاقی می‌افتد؟

۱) به سمت چپ می‌رود.
۲) ثابت می‌ماند.
۳) می‌چرخد.
۴) مشخص نیست.

گزینهٔ ۳

B ۱۷۹۰ ۱

خط فکری در رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ ما به $\sin\theta$ نیاز داریم. برای این منظور باید به کمک تعریف سینوس و رابطهٔ مثلثاتی آن در حل مسئله $\sin\theta$ را حساب کنیم.

ابتدا باید اندازهٔ وتر مثلث را به‌دست آوریم.

$$DE^2=CD^2+CE^2\Rightarrow DE^2=۱۲۰^2+۵۰^2\Rightarrow DE=۱۳۰cm$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم DC:

$$\begin{cases}F=IlB\sin(\pi-\alpha)=IlB\sin\alpha\\ \text{با توجه به مثلث: }\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{۵۰}{۱۳۰}\end{cases}$$

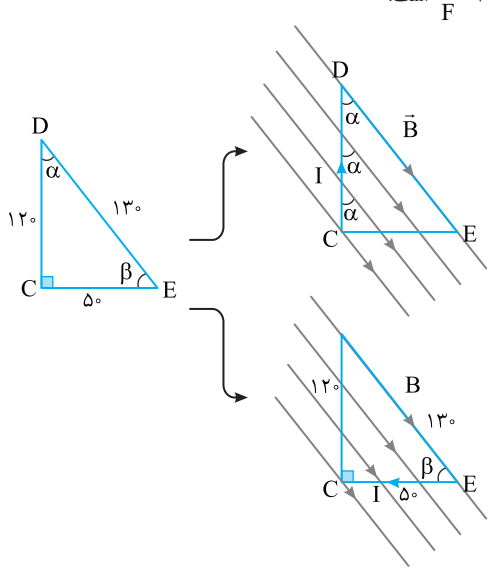
$$\Rightarrow F=BIl\times ۱/۲\times\frac{۵۰}{۱۳۰}\Rightarrow F=BI\frac{۶}{۱۳}$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم EC:

$$\begin{cases}F'=IlB\sin(\pi-\beta)=IlB\sin\beta\\ \text{با توجه به مثلث: }\sin\beta=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{۱۲۰}{۱۳۰}\end{cases}$$

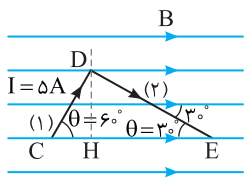
$$\Rightarrow F'=BIl\times ۰/۵\times\frac{۱۲۰}{۱۳۰}\Rightarrow F'=BI\frac{۶}{۱۳}$$

بنابراین $\frac{F'}{F}=۱$ است.



B ۱۷۹۱ ۲

خط فکری طول سیم‌های CD و DE در صورت مسئله داده نشده است. اما شما به حل مسئله دقت کنید تا متوجه شوید در این مسئله به دانستن طول سیم‌های CD و DE نیازی نداریم.



۱ نیروی وارد بر سیم CD را با توجه به داده‌های روی شکل حساب می‌کنیم.

$$F_{CD}=Il_{CD}B\sin\theta\Rightarrow F_{CD}=IBl_{CD}\sin\theta$$

اما به شکل دقت کنید $l_{CD}\sin\theta$ برابر DH است. پس:

$$F_{CD}=IB(DH)\qquad (۱)$$

۲ به سراغ نیروی وارد بر سیم DE می‌رویم.

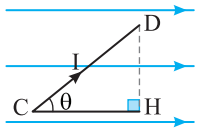
$$F_{DE}=Il_{DE}B\sin\theta'\Rightarrow F_{DE}=IBl_{DE}\sin\theta'$$

جالب شد چرا؟ چون $l_{DE}\sin\theta'$ نیز مطابق شکل برابر DH است یعنی نیروی وارد بر سیم DE برابر است با:

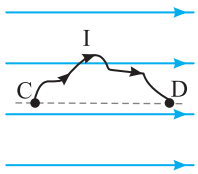
$$F_{DE}=IB(DH)\qquad (۲)$$

۳ حتماً از رابطهٔ (۱) و (۲) متوجه شدید که اندازهٔ نیروی وارد بر سیم DE (سیم ۲) برابر اندازهٔ نیروی وارد بر سیم CD (سیم ۱) است بنابراین $F_{DE}=۲۰N$.

نتیجه ۱ به جای نیروی وارد بر سیم CD می‌توان نیروی وارد بر سیم DH که بر خطوط میدان عمود است را حساب کرد. دقت کنید باید یک مثلث قائم‌الزاویه درست کنید که DH ضلع روبه‌رو به زاویهٔ θ باشد.

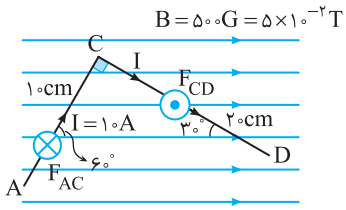


نتیجه ۲ اگر یک سیم خمیدهٔ حامل جریان مطابق شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گیرد به‌گونه‌ای که ابتدا و انتهای سیم بر یک خط موازی میدان واقع شود نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم صفر است.



B ۱۷۹۲ ۳

۱ نیروی وارد بر سیم AC را به‌دست می‌آوریم.

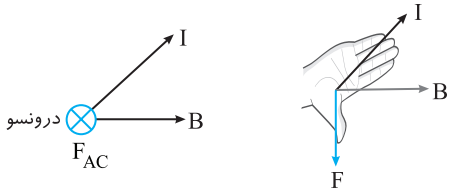


$$F_{AC}=Il_{AC}B\sin\theta_{AC}$$

$$\Rightarrow F_{AC}=۱۰\times ۰/۱\times ۵\times ۱۰^{-۲}\times\sin ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow F_{AC}=۵\times ۱۰^{-۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow F_{AC}=\frac{\sqrt{۳}}{۴۰}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم AC درونسو است.



۲ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

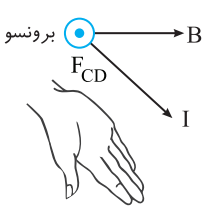
$$F_{CD}=Il_{CD}B\sin\theta_{CD}$$

$$\Rightarrow F_{CD}=۱۰\times ۰/۲\times ۵\times ۱۰^{-۲}\times\sin ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow F_{CD}=\frac{۱}{۲۰}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

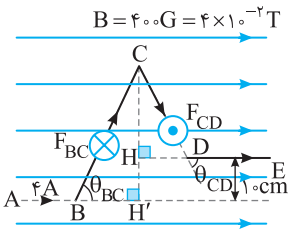
۳ نیروهای F_{CD} و F_{AC} در خلاف جهت هم هستند و نیروی برایند از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.



$$F_{net}=F_{CD}-F_{AC}=\frac{۱}{۲۰}-\frac{\sqrt{۳}}{۴۰}\Rightarrow F_{net}=\frac{۲-\sqrt{۳}}{۴۰}N$$

۴ ۱۷۹۳ B

خط فکری با آرامش نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DE را تک تک به‌دست بیاورید، نگران نداشتن طول سیم‌های BC و CD نباشید.



۱ هرگاه سیم حامل جریان در امتداد خط‌های میدان قرار گیرد نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است. سیم‌های AB و DE در امتداد خط‌های میدان قرار دارند بنابراین نیروی وارد بر AB و DE صفر است. $\theta=0 \Rightarrow F_{AB}=F_{DE}=0$

۲ نیروی وارد بر سیم BC را حساب می‌کنیم.

$$F_{BC}=Il_{BC}B\sin\theta_{BC}=IBl_{BC}\sin\theta_{BC}$$

با توجه به شکل در مثلث $BH'C$، مقدار $l_{BC}\sin\theta_{BC}$ برابر CH' است از این‌رو:

$$F_{BC}=IB(CH') \qquad (I)$$

۳ با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم BC درونسوست.

۴ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

$$F_{CD}=Il_{CD}B\sin\theta_{CD}=IBl_{CD}\sin\theta_{CD}$$

با توجه به شکل در مثلث CHD، $l_{CD}\sin\theta_{CD}=CH$ بنابراین:

$$F_{CD}=IB(CH) \qquad (II)$$

۵ با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

۶ برایند نیروی F_{BC} و F_{CD} که در خلاف جهت هم هستند از تفاضل آن‌ها به‌دست می‌آید.

$$F_{net}=F_{BC}-F_{CD}\xrightarrow{(I),(II)}F_{net}=IB(CH')-IB(CH)$$

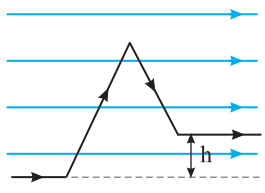
$$\Rightarrow F_{net}=IB\underbrace{(CH'-CH)}_{HH'}\xrightarrow{HH'=10cm}$$

$$F_{net}=۴\times۴\times۱۰^{-۲}\times۰/۱\Rightarrow F_{net}=۱/۶\times۱۰^{-۲}N$$

عجب نتیجهٔ زیبایی، یعنی ما باید در رابطهٔ $F=IlB$ به‌جای l اختلاف فاصلهٔ عمودی نقطهٔ ابتدایی و انتهایی دو سیم را قرار می‌دادیم بنابراین میانبر بنویسیم.

میانبر در شکل زیر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم برابر است با:

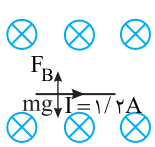
$$F_{net}=IBh$$



۱ ۱۷۹۴ B

خط فکری سیم معلق و در تعادل است بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم با نیروی وزن آن برابر است یعنی شما نیروی مغناطیسی را باید با نیروی وزن برابر قرار دهید و نگران نداشتن طول سیم نباشید زیرا قطعاً به‌دلیل داشتن جرم واحد طول آن حل مسئله به‌جایی ختم می‌شود که به طول سیم نیازی ندارید البته وقتی گفته می‌شود جرم واحد طول $۳g/cm$ است یعنی هر سانتی‌متر از طول این سیم ۳g جرم دارد.

نیروهای وارد بر سیم را رسم می‌کنیم.



۱ جرم سیم خواهد شد:

$۱۰^{-۲}m$	$۳\times۱۰^{-۳}kg$
l	m

$$\Rightarrow m=۳\times۱۰^{-۱}l$$

۲ نیروی وزن را به‌دست می‌آوریم.

$$W=mg\Rightarrow W=۳\times۱۰^{-۱}l\times۱۰\Rightarrow W=۳l$$

۳ نیروها را برابر قرار می‌دهیم.

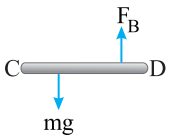
$$F_B=W\Rightarrow IlB\sin\theta=۳l \qquad (I)$$

همان‌گونه که پیش‌بینی کردیم l از دو طرف رابطه حذف می‌شد از طرفی سیم بر خط‌های میدان عمود و $\sin\theta=1$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$(I)\Rightarrow IB=۳\xrightarrow{I=۱/۲A}۱/۲B=۳\Rightarrow B=۲/۵T$$

۱ ۱۷۹۵ A

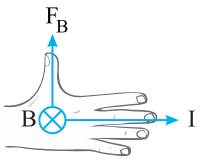
به میله نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود که سبب کشیدگی فنر خواهد شد. برای آنکه فنر کشیده نشود باید نیروی وزن میله توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود، پس باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی وزن و به سمت بالا به میله وارد شود از این‌رو خواهیم داشت:



$$F_B=mg\Rightarrow IlB\sin\theta=mg\xrightarrow[\theta=90^\circ]{\text{راستای سیم بر راستای میدان مغناطیسی عمود است}}$$

$$I\times۰/۸\times۰/۴=۱۶۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow۰/۳۲I=۱/۶\Rightarrow I=۵A$$

حال با استفاده از قاعدهٔ دست راست باید جهت جریان را به‌دست آوریم. کف دست راست را در جهت میدان مغناطیسی یعنی درونسو (به سمت صفحهٔ کاغذ) و شست دست راست را در جهت نیروی مغناطیسی (به سمت بالا) قرار می‌دهیم. در این‌صورت چهار انگشت باز دست راست جهت جریان را از C به D نشان می‌دهد.



۴ ۱۷۹۶ B

خط فکری سیم در تعادل است یعنی نیروی خالص وارد بر سیم صفر است بنابراین باید تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید (نیروی وزن، نیروی مغناطیسی و نیروی کشش هر نخ).

۱ نیروی وزن از طرف زمین بر جسم رو به پایین وارد می‌شود و اندازهٔ آن برابر است

$$W=mg\xrightarrow{m=۰/۰۵kg}W=۰/۰۵\times۱۰\Rightarrow۰/۵N$$

۲ دو نیروی کشش هر کدام از آن‌ها ۰/۱۵N است و برایند این دو نیرو ۰/۱۵+۰/۱۵=۰/۳N رو به بالاست و نیروی وزن ۰/۵N رو به پایین است، پس چگونه سیم در تعادل است؟ حتماً توسط میدان مغناطیسی نیرویی برابر $F_B=۰/۵-۰/۳=۰/۲N$ رو به بالا به سیم وارد می‌شود.

۳ اکنون با داشتن نیروی F_B و جریان سیم $(I=۴A)$ می‌توانیم اندازهٔ میدان را به‌دست بیاوریم. اما مشکل نداشتن طول میله است پس باید ابتدا طول میله را حساب کنیم. با توجه به فرض مسئله جرم هر متر از این میله ۱۰g است پس وقتی جرم میله ۵۰g است، طول آن خواهد شد:

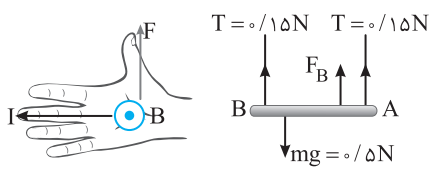
۱۰g	۱m
۵۰g	l

$$\Rightarrow l=۵m$$

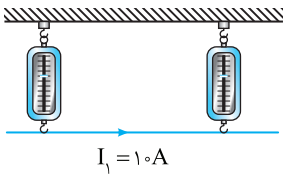
میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow[I=۴A]{F=۰/۲N}۰/۲N=۴\times۵\times B\times۱\Rightarrow B=۰/۰۱T$$

و با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست خود را از A به سمت B (جهت جریان) و انگشت باز شست خود را رو به بالا صفحهٔ کاغذ بگیرید در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده یعنی میدان B برونسوست.



بازی با سوال مطابق شکل سیمی به طول ۵۰cm حامل جریان ۱۰A به جرم ۲۰۰g به وسیله دو نیروسنج آویزان است. اگر با برقراری یک میدان مغناطیسی هرکدام از نیروسنج‌ها ۱/۱N را نشان دهند، کمینه اندازه میدان و جهت آن را مشخص کنید؟ $(g=10N/kg)$



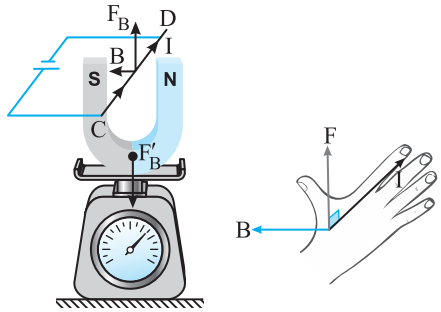
۱) ۰/۰۴، برونسو ۲) ۰/۰۲، برونسو ۳) ۰/۰۴، درونسو ۴) ۰/۰۲، درونسو

گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۷۹۷

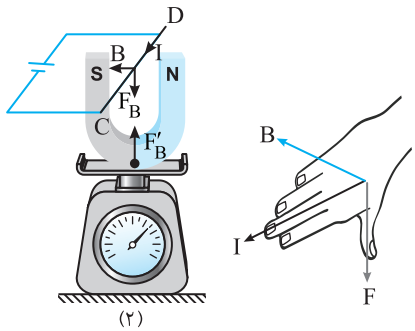
خط فکری توسط آهنربا بر سیم حامل جریان نیروی مغناطیسی وارد می‌شود، بنابراین شما باید ابتدا با توجه به پایانه‌های باتری جهت جریان را که از پایانه مثبت به پایانه منفی باتری است مشخص کنید سپس با قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم حامل جریان را تعیین کنید اما مهم نیرویی است که سیم بر آهنربا وارد می‌کند پس شما باید به کمک قانون سوم نیوتون جهت نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند را مشخص کنید اگر این نیرو رو به بالا باشد، ترازو عدد کمتری نشان می‌دهد و اگر نیروی وارد بر آهنربا رو به پایین باشد، ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

در شکل (۱) جریان از C به D و جهت نیروی وارد بر سیم توسط آهنربا بنا به قاعده دست راست رو به بالا است. با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به پایین خواهد بود و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



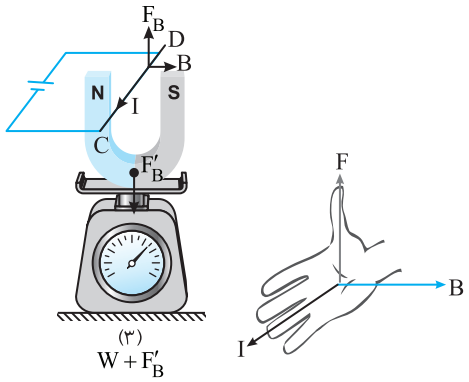
(۱)
$W+F'_B$

در شکل (۲) جریان از D به C و نیروی وارد بر سیم CD رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به بالا است و ترازو عدد کمتری را نشان می‌دهد.



(۲)
$W-F'_B$

در شکل (۳) میدان مغناطیسی برخلاف دو شکل دیگر از چپ به راست است و از طرفی جریان از D به C بوده و نیرویی که آهنربا بر سیم وارد می‌کند رو به بالا است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم به آهنربا وارد می‌کند رو به پایین بوده و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



(۳)
$W+F'_B$

B ۲ ۱۷۹۸

۱ قبل از برقراری جریان نیرویی که فنر برای نگه داشتن آهنربا بر آن وارد می‌کند با وزن آهنربا برابر است:

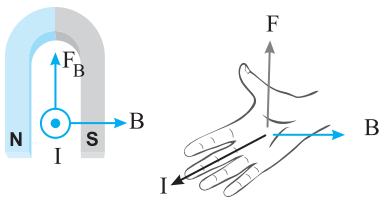
$F_1=mg\Rightarrow F_1=2N$

۲ پس از برقراری جریان نیرویی که فنر باید تحمل کند تا آهنربا را نگه دارد ۲/۲N شده است.

افزایش نیروی فنر بیانگر این است که سیم بر آهنربا نیروی $F_B=2/2-2=0/2N$ رو به پایین وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سیم نیروی ۰/۲N رو به بالا وارد می‌کند. در این صورت:

$F_B=IlB\sin\theta\Rightarrow 0/2=I\times 0/2\times 0/1\times 1\Rightarrow I=10A$

۳ جهت میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است از طرفی نیروی F_B همان‌گونه که استدلال کردیم رو به بالای صفحهٔ کاغذ (بالاسو) است بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت راست (در جهت B) باشد در این حالت چهار انگشت دست شما به سمت بیرون کاغذ (برونسو) را نشان خواهد داد یعنی جریان برونسوست.

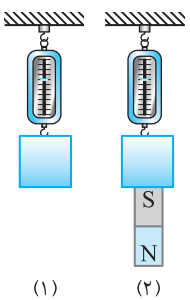


پنجره دوجداره

B ۴ ۱۷۹۹

خط فکری نیروسنج، وزن کل اجسام متصل به آن را نشان می‌دهد. بنابراین در حالت اول عددی که نیروسنج نشان می‌دهد وزن جسم و در حالت دوم مجموع وزن جسم و آهنربا را نشان می‌دهد.

۱ نیروسنج وزن جسم آهنی را ۱/۲N و وزن مجموع جسم و آهنربا را ۱/۸N نشان می‌دهد بنابراین نیروی وزن آهنربا خواهد شد:



(۱) (۲)

$W_{\text{آهنربا}}=1/8-1/2\Rightarrow W_{\text{آهنربا}}=0/6N\xrightarrow{W=mg}0/6=m\times 10$

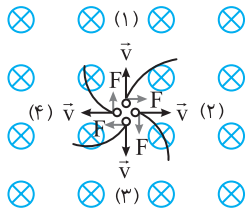
$\Rightarrow m=0/06kg$

۲ آهنربا ساکن است بنابراین نیروی وزن آن (۰/۶N) با نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا خنثی شده است یعنی نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا برابر است با:

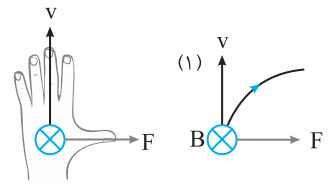
$F_B=W_{\text{آهنربا}}=0/6N$

B ۱۸۰۰ | ۱

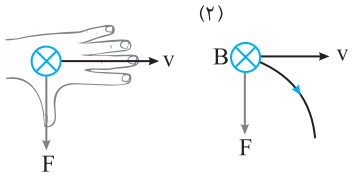
بار منفی است بنابراین می‌توانید از دست چپ برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره استفاده کنید. جهت نیرو و سوی مسیر حرکت ذره را مشخص کنید.



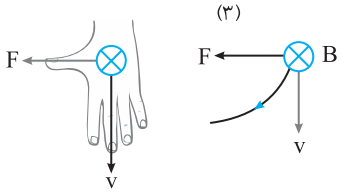
نیروی وارد بر ذرهٔ (۱):



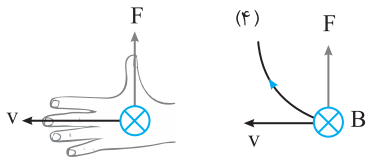
نیروی وارد بر ذرهٔ (۲):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۳):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۴):



A ۱۸۰۱ | ۲

نیروی مغناطیسی وارد بر دو بار با هم برابر است از این رو می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta} |q_1|v_1 B\sin\alpha = |q_2|v_2 B\sin\beta$$

$$\xrightarrow{|q_1|=|q_2|} v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta \quad (I)$$

وقتی دو زاویه متمم یکدیگر باشند سینوس یکی از آن‌ها برابر کسینوس دیگری است.

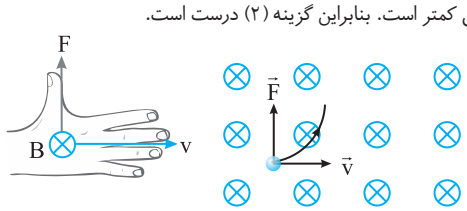
$$\alpha+\beta=90^\circ \Rightarrow \sin\beta=\cos\alpha$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$v_1\sin\alpha = v_2\cos\alpha \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$$

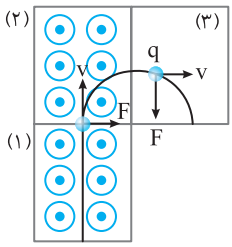
B ۱۸۰۲ | ۲

با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر بار مثبت q رو به بالا است و بارها باید رو به بالا منحرف شوند. بار هر دو ذره یکسان است و نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها یکسان است. اما چون جرم A بزرگ‌تر از جرم B است، انحراف A از انحراف B در اثر نیروی مغناطیسی کمتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

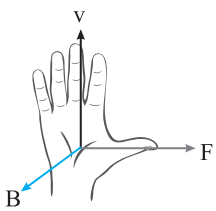


B ۱۸۰۳ | ۱

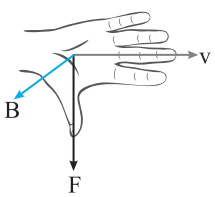
ناحیه (۱) به ما دربارهٔ نوع بار اطلاعاتی نمی‌دهد و باید سراغ ناحیه (۲) برویم. در ورود بار q به ناحیه (۲) بار به سمت راست منحرف شده است یعنی بر بار نیروی مغناطیسی به سمت راست وارد شده است.



با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر بار مثبت باشد وقتی چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v (رو به بالای صفحه کاغذ) قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که کف دست رو به بیرون صفحه در جهت میدان مغناطیسی برونسوی B باشد انگشت باز شست دست راست به سمت راست خواهد بود و ذره به سمت راست منحرف می‌شود بنابراین بار q مثبت است.



در ناحیهٔ (۳) نیز با توجه به قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی برونسو باشد.

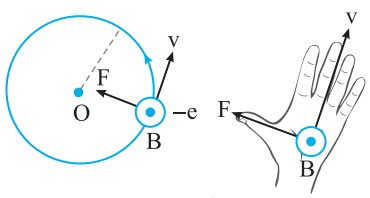


B ۱۸۰۴ | ۲

نکته هرگاه نیروی وارد بر ذرهٔ متحرک همواره بر مسیر ذره عمود باشد آن ذره در مسیر دایره‌ای شکلی حرکت خواهد کرد.

خط فکری نیروی الکتریکی همواره در امتداد میدان الکتریکی بر ذرهٔ باردار وارد می‌شود و به نحوه حرکت و سرعت بار بستگی ندارد اما نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار همواره بر بردار سرعت (مسیر ذره) عمود است و سبب می‌گردد که ذره روی دایره بچرخد. در یک دایره شعاع بر مسیر دایره عمود است بنابراین نیروی مغناطیسی در امتداد شعاع و رو به مرکز است. بنابراین این الکترون در یک میدان مغناطیسی در حال چرخش است نه یک میدان الکتریکی.

در یک نقطه دلخواه از مسیر بردار سرعت v را مماس بر مسیر رسم می‌کنیم نیروی F به سوی مرکز این دایره است. بار منفی است پس چهار انگشت دست چپ خود را در جهت سرعت v قرار دهید به گونه‌ای که انگشت شست باز دست چپ شما در جهت F قرار گیرد در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحه بوده یعنی میدان B برونسوست.



دست چپ

بازی با سوال بار الکتریکی $q<0$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در حال چرخش است. اگر مسیر حرکت بار q مطابق شکل باشد، جهت میدان مغناطیسی کدام است؟



ریاضی - ۹۱

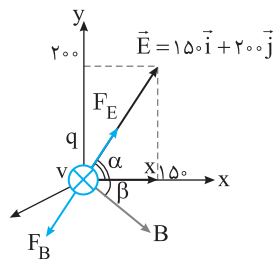
(۱) $\rightarrow$ (۲) $\leftarrow$

(۳) $\odot$ (۴) $\otimes$

گزینهٔ ۲

۳ ۱۸۰۵ C

خط فکری ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه داده است بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره F_E و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره F_B با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند یعنی اگر مطابق شکل بردار میدان الکتریکی را رسم کنیم، نیروی الکتریکی که این میدان بر بار مثبت وارد می‌کند در جهت میدان الکتریکی است. بنابراین F_B در خلاف جهت F_E خواهد بود و با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی عمود بر F_B و هم‌چنین عمود بر بردار $\vec{E}$ خواهد شد. (به شکل با دقت نگاه کنید)



۱ اندازهٔ بردار میدان الکتریکی و زاویهٔ این بردار با محور xها را حساب می‌کنیم.

$$E=\sqrt{E_x^۲+E_y^۲}\Rightarrow E=\sqrt{۱۵۰^۲+۲۰۰^۲}\Rightarrow E=۲۵۰N/C$$

$$\tan\alpha=\frac{E_y}{E_x}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲۰۰}{۱۵۰}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\alpha=۵۳^\circ$$

۲ کمینه میدان مغناطیسی یعنی زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و سرعت بار $\theta=۹۰^\circ$ و $\sin\theta=۱$ باشد. نیروی میدان مغناطیسی را برابر نیروی الکتریکی قرار می‌دهیم تا اندازهٔ میدان B را به‌دست آوریم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE,\,F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow B=\frac{E}{v}$$

$$\xrightarrow{v=۲\times۱۰^۴\,m/s}B=\frac{۲۵۰}{۲\times۱۰^۴}\Rightarrow B=۱۲۵\times۱۰^{-۴}T$$

۳ زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و محور xها را از روی شکل به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل $\alpha+\beta=۹۰^\circ$ است. بنابراین: $۵۳+\beta=۹۰\Rightarrow\beta=۳۷^\circ$

۴ اکنون با داشتن زاویهٔ $\beta=۳۷^\circ$ مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی روی محور x و y را به‌دست می‌آوریم.

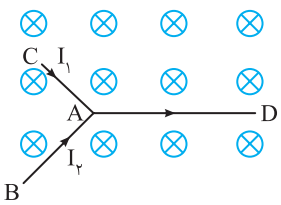
$$B_x=B\cos۳۷^\circ\Rightarrow B_x=۱۲۵\times۱۰^{-۴}\times۰/۸\Rightarrow B_x=۱۰۰\times۱۰^{-۴}T$$

$$B_y=B\sin۳۷^\circ\Rightarrow B_y=۱۲۵\times۱۰^{-۴}\times۰/۶\Rightarrow B_y=۷۵\times۱۰^{-۴}T$$

۵ بردار میدان مغناطیسی در ربع چهارم است بنابراین: $\vec{B}=(۱۰۰\vec{i}-۷۵\vec{j})\times۱۰^{-۴}$

۴ ۱۸۰۶ B

۱ با توجه به شکل هر سه سیم بر خطوط میدان عمود هستند $(\theta=۹۰^\circ)$. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم AC و AB برابر است این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم تا یک رابطهٔ ریاضی بین $I_۱$ و $I_۲$ به‌دست بیاوریم.



$$F=IlB\begin{cases}F_{AC}=(BIl)_{AC}=BI_۱l=F\\F_{AB}=(BIl)_{AB}=BI_۲\times\frac{۳}{۲}l=F\end{cases}$$

$$\xrightarrow{F_{AC}=F_{AB}}BI_۱l=\frac{۳}{۲}BI_۲l\Rightarrow I_۱=\frac{۳}{۲}I_۲$$

۲ به سراغ درس الکتریسیته جاری می‌رویم. جریان سیم I_{AD} برابر مجموع جریان $I_۱$ و $I_۲$ است بنابراین:

$$I_{AD}=I_۱+I_۲=\frac{۳}{۲}I_۲+I_۲=\frac{۵}{۲}I_۲$$

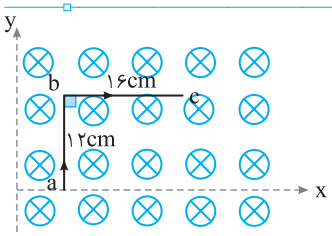
۳ نیروی وارد بر سیم AC را حساب می‌کنیم.

$$F_{AD}=(BIl)_{AD}=B\times\frac{۵}{۲}I_۲\times۲l=۵BI_۲l$$

۴ صورت مسئله نیروی وارد بر سیم $I_۲$ را F نامیده است $(F_۲=I_۲l_۲B=I_۲\frac{۳}{۲}lB)$ بنابراین نیروی وارد بر سیم AD برحسب F خواهد شد:

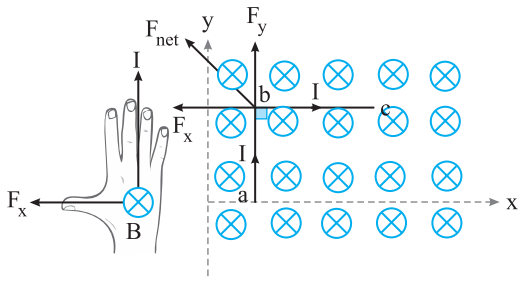
$$\frac{F_{AD}}{F_۲}=\frac{۵BI_۲l}{\frac{۳}{۲}BI_۲l}\Rightarrow\frac{F_{AD}}{F}=\frac{۱۰}{۳}\Rightarrow F_{AD}=\frac{۱۰}{۳}F$$

۳ ۱۸۰۷ C



مسئلهٔ خوبی است باید با هم فکر کنیم. عبارت «سمت‌گیری نیرو در ربع دوم صفحه $x-y$ است» آدم را به فکر می‌اندازد. اما مفهوم آن چیست؟ مفهوم آن این است که اگر F_{net} را تجزیه کنیم، مؤلفهٔ x نیرو (F_x) در جهت منفی محور xها و مؤلفهٔ y نیرو (F_y) در جهت مثبت محور yها است.

پس اگر این نیرو را به مؤلفه‌های F_x و F_y تجزیه کنید قطعاً F_y نیروی وارد بر سیم bc و F_x نیروی وارد بر سیم ab است. بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست خود را در امتداد F_x قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت درون کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) قرار گیرد چهار انگشت باز دست راست شما جهت جریان ab را بالاسو نشان می‌دهد بنابراین جریان در سیم bc به سمت راست است. اندازهٔ نیروی وارد بر سیم $(F_x)ab$ برابر است با:



$$F=IlB\Rightarrow F_{ab}=F_x=I\times\frac{۱۲}{۱۰۰}\times۲۵۰\times۱۰^{-۳}\Rightarrow F_{ab}=\frac{۳}{۱۰۰}I$$

اندازه نیروی وارد بر سیم $(F_y)bc$ برابر است با:

$$F_y=IlB\Rightarrow F_{bc}=F_y=I(\frac{۱۶}{۱۰۰})(۲۵۰\times۱۰^{-۳})\Rightarrow F_{bc}=\frac{۴}{۱۰۰}I$$

برایند این دو نیرو برابر ۰/۵N است:

$$F^۲=F_{ab}^۲+F_{bc}^۲\Rightarrow۰/۵^۲=(\frac{۳}{۱۰۰}I)^۲+(\frac{۴}{۱۰۰}I)^۲\Rightarrow(۰/۵)^۲=(\frac{۵}{۱۰۰}I)^۲$$

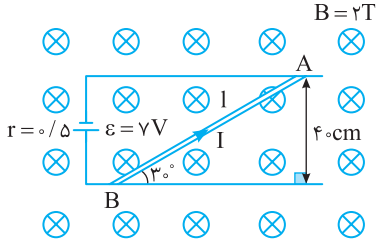
$$۰/۵=\frac{۵}{۱۰۰}I\Rightarrow I=۱۰A$$

۱ ۱۸۰۸ B

خط فکری مسئله توان مصرفی در میلهٔ AB را از ما خواسته است که این توان برابر توان خروجی باتری یعنی $(P=\varepsilon I-rI^۲)$ است در نتیجه باید اول جریان مدار را حساب کنیم. نیرویی که میدان مغناطیسی بر سیم AB وارد می‌کند را در اختیار داریم و به کمک آن می‌توانیم جریان مدار را حساب کنیم.

۱ ابتدا باید طول میلهٔ AB را حساب کنید.

در مثلث ضلع روبه‌رو زاویه ۳۰°، نصف وتر است. از این‌رو طول سیم AB، $l=۲\times۰/۴=۰/۸m$ می‌شود.



۲ میله AB بر خطوط میدان عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$ و نیرویی که به آن وارد می‌شود برابر ۳/۲N است از این‌رو می‌توان نوشت:

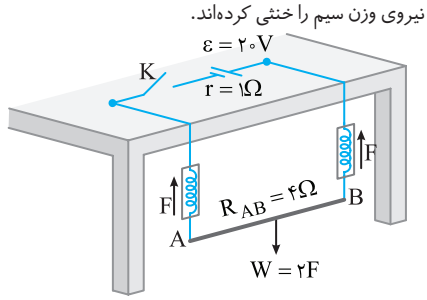
$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow{B=۲T}۳/۲=I\times۰/۸\times۲\Rightarrow I=۲A$$

۳ توان مصرفی مقاومت R همان توان خروجی باتری است بنابراین:

$$P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۷\times۲-۰/۵\times(۲)^۲\Rightarrow P=۱۲W$$

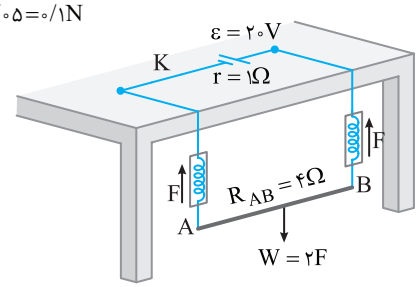
C ۱۸۰۹ ۱

۱ قبل از بستن کلید نیرویی که هر نیروسنج نشان می دهد را F می‌نامیم و دو نیروی F رو به بالا نیروی وزن سیم را خنثی کرده‌اند.



۲ بعد از بسته شدن کلید، بدون انحراف سیم نیرویی که هر نیروسنج نشان می‌دهد ۰/۰۵N افزایش یافته است، علت این افزایش نیروی مغناطیسی F_B است که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد شده است که این نیرو برابر خواهد شد با:

$F_B = ۲\times ۰/۰۵ = ۰/۱N$



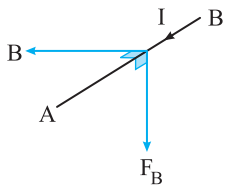
۳ جریان سیم را به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۴+۱}\Rightarrow I=۴A$

۴ در صورتی اندازه میدان مغناطیسی کمینه می‌شود که $\sin\theta$ بیشترین مقدار باشد و θ برابر $\frac{\pi}{۲}$ شود. به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی اندازهٔ میدان را به‌دست می‌آوریم.

$F_B = IlB\Rightarrow ۰/۱=۴\times ۰/۵\times B\Rightarrow B=۰/۰۵T$

۵ اکنون می‌خواهیم جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنیم. با توجه به جهت قطب‌های باتری جریان در سیم AB از B به سوی A است و نیروی F_B رو به پایین و در امتداد وزن است بنابر قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی به سمت چپ باشد.



(چهار انگشت دست راست خود را روبه‌سوی خود در جهت جریان بگیرید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ باشد در این حالت شست شما رو به پایین خواهد بود.)

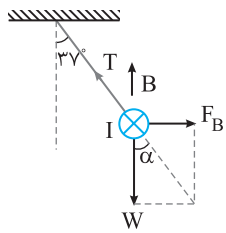
B ۱۸۱۰ ۱

بر سیم سه نیروی

۱ وزن

۲ نیروی مغناطیسی

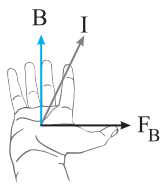
۳ نیروی کشش ریسمان‌ها وارد می‌شود.



سیم حامل جریان در تعادل است بنابراین برایند این سه نیرو صفر است یعنی برایند دو نیروی F_B و W باید در امتداد نیروی T باشد. در این صورت طبق خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۳۷° می‌شود، اکنون تانژانت $\alpha = ۳۷^\circ$ را می‌نویسیم.

$\tan ۳۷^\circ=\frac{F_B}{W}\Rightarrow\frac{F_B}{W}=\frac{۳}{۴}$

با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان رو به درون کاغذ قرار دهید به‌گونه‌ای که انگشت باز دست راست شما به سمت راست و در جهت F_B باشد قطعاً کف دست شما رو به بالا خواهد بود یعنی میدان مغناطیسی‌رو‌به‌بالاست.

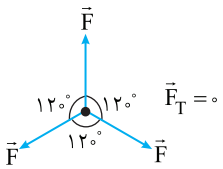


C ۱۸۱۱ ۴

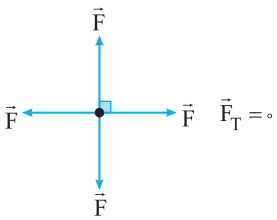
یادآوری ریاضی برایند دو نیروی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم که با هم زاویهٔ ۱۸۰° می‌سازند صفر است.



برایند سه نیروی هم‌اندازه که دوبه‌دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۱۲۰° می‌سازند، صفر است.

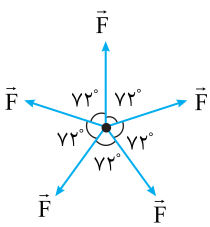


برایند چهار نیروی هم‌اندازه که دو به دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۹۰° می‌سازند صفر است.



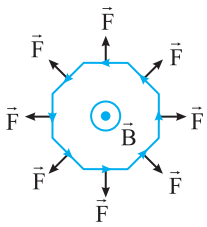
به‌همین ترتیب برایند n بردار هم‌اندازه که در یک صفحه قرار دارند و با هم زاویه $\frac{۳۶۰^\circ}{n}$ می‌سازند صفر است.

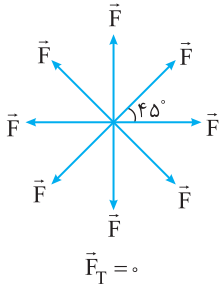
به‌طور مثال برایند ۵ نیرو (بردار) هم‌اندازه در شکل روبه‌رو صفر است.

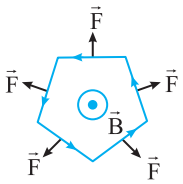


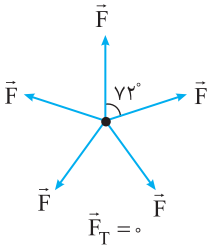
$\frac{۳۶۰^\circ}{۵}=۷۲^\circ, \vec{F}_T=۰$

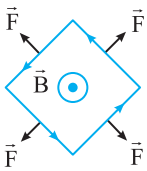
یک میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر هر چندضلعی را رسم می‌کنیم.

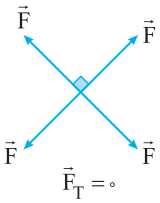






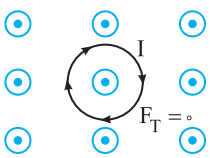






بنابراین $\vec{F}_۳=\vec{F}_۲=\vec{F}_۱=۰$ است.

میانبر هرگاه در یک میدان مغناطیسی مثلاً برونسو یک مدار بسته قرار دهید، نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.

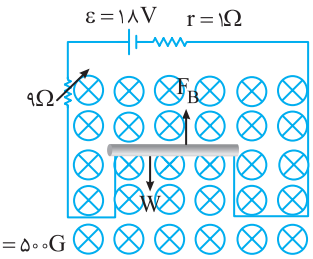


۱۸۱۲ C **۱**

خط فکری وقتی مقاومت را کاهش می‌دهیم، جریان مدار افزایش می‌یابد و با افزایش جریان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A افزایش می‌یابد. با توجه به جهت جریان و درونسو بودن میدان مغناطیسی، جهت نیروی مغناطیسی رو به بالاست و اگر این نیرو کمتر یا مساوی نیروی وزن باشد، رسانای A هم‌چنان با تکیه‌گاه‌ها تماس الکتریکی دارد و جریان برقرار است، بنابراین شما با برابر قرار دادن نیروی وزن با نیروی مغناطیسی، بیشینه جریان مدار و در نتیجه کمینه مقدار مقاومت مدار و مقدار تغییر مقاومت را می‌توانید به‌دست بیاورید.

۱ به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر سیم بیشینه جریان سیم را حساب می‌کنیم.

$$F_{B_{max}} = W \Rightarrow I_{max} lB = mg \xrightarrow[l=۰/۴m]{m=۴\times۱۰^{-۳}kg} I_m \times ۰/۴ \times ۵ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۴ \Rightarrow I_m = ۲A$$



۲ به کمک جریان $I_m = ۲A$، کمینه مقاومت کل مدار را به دست می‌آوریم.

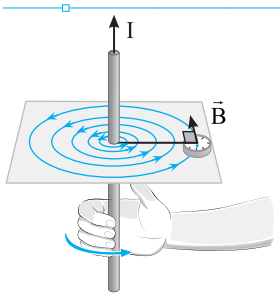
$$I_m = \frac{\varepsilon}{R_{min} + r} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۸}{R_{min} + ۱} \Rightarrow R_{min} = ۸\Omega$$

کمینه مقاومت معادل مدار برابر ۸Ω شده است، مقاومت میلهٔ رسانای A، ۴Ω است و با مقاومت متغیر متوالی است بنابراین مقاومت متغیر باید $۸-۴=۴\Omega$ شود، از این‌رو مقاومت متغیر حداکثر می‌تواند از ۹Ω به ۴Ω یعنی ۵Ω کاهش یابد.

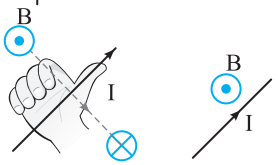
پنجره ۲

۱۸۱۳ A **۳**

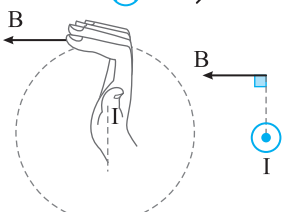
خط فکری برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست حامل جریان از قاعدهٔ دست راست استفاده کنید یعنی سیم را مطابق شکل در دست راست خود بگیرید به‌گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم شدن چهار انگشت جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد. اما مهم‌ترین مسئله این است که همواره بردار میدان مغناطیسی بر کوتاه‌ترین خطی که نقطهٔ مورد نظر را به سیم حامل جریان وصل می‌کند عمود است.



شکل (۱) با توجه به قاعده دست راست در سمت راست این سیم میدان برونسو بوده و این شکل درست است.



شکل (۲) در این حالت میدان در نقطهٔ موردنظر برونسو است و این شکل نادرست است.

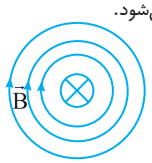


در شکل (۳) جریان برونسو بوده و در نقطه موردنظر با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی به سمت چپ است و این شکل درست است.

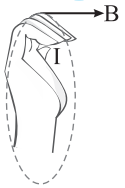
دقت کنید برای استفاده از دست راست انگشت شست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید چهار انگشت باز دست را روی خط واصل نقطه و سیم بگذارید و چهار انگشت را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود. در این حالت انگشتان شما جهت B را نشان می‌دهند.

۱۸۱۴ A **۳**

خط فکری در نقاطی که میدان مغناطیسی ضعیف‌تر است، تراکم خطوط میدان مغناطیسی کمتر و فاصلهٔ خطوط از هم بیشتر است. از طرفی با دور شدن از سیم حامل جریان میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و فاصلهٔ خطوط بیشتر می‌شود.



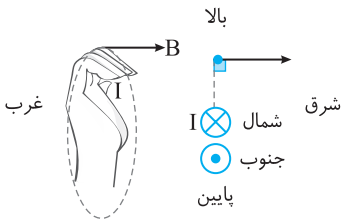
در شکل گزینه‌های (۲) و (۴) فاصلهٔ خطوط یکسان است در حالی که باید با دور شدن از سیم و کاهش میدان مغناطیسی فاصلهٔ خطوط از هم بیشتر شود و این دو گزینه نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند.



جریان I در هر چهار گزینه درونسوست و با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر انگشت شست خط را عمود بر صفحهٔ کاغذ (درونسو) قرار دهید چرخش طبیعی چهار انگشت شما ساعتگرد خواهد بود بنابراین سوی خطوط میدان ساعتگرد بوده و گزینه (۱) نادرست و گزینه (۳) درست است.

۱۸۱۵ A **۱**

خط فکری با یک سؤال سه‌بعدی سر و کار داریم و برای رسم آن در صفحهٔ کاغذ، جهت رو به شمال را درونسو در نظر بگیرید و مسئله را با قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم حامل جریان حل کنید.



با توجه به شکل اگر انگشت شست دست راست خود را به سمت درون کاغذ (در جهت جریان درونسو به سوی شمال) قرار دهید چرخش طبیعی چهار انگشت دست شما در نقطهٔ بالای سیم به سمت راست بوده یعنی میدان مغناطیسی در جهت شرق است.

بازی با سؤال **از سیم راست و افقی M جریان I به‌سوی شرق می‌گذرد، سیم راست و افقی N از بالای سیم اول می‌گذرد و از آن نیز جریان I رو به جنوب می‌گذرد. در نقطه‌ای دقیقاً بین دو سیم جهت میدان مغناطیسی خالص در کدام جهت است؟**

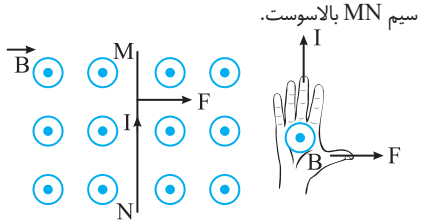
۱) جنوب غربی ۲) جنوب شرقی ۳) شمال غربی ۴) شمال شرقی

گزینهٔ ۲

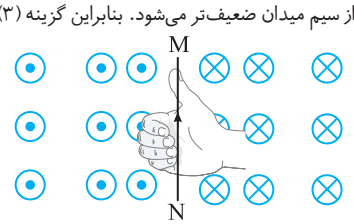
۱۸۱۶ B **۳**

خط فکری ابتدا باید به کمک قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، جهت جریان MN را مشخص کنید سپس با قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان، آرایش خطوط میدان را در اطراف سیم مشخص کنید.

نیروی وارد بر سیم به سمت راست است بنابراین انگشت باز شست خود را در جهت F رو به سمت راست بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به بالای صفحه (برونسو) و در جهت میدان مغناطیسی B باشد، در این‌صورت چهار انگشت باز دست شما رو به بالا بود و جریان سیم MN بالاسوست.



اکنون میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان MN را رسم می‌کنیم (بررسی می‌کنیم). در سمت راست سیم میدان درونسو و در سمت چپ آن میدان برونسو خواهد بود و با دور شدن از سیم میدان ضعیف‌تر می‌شود. بنابراین گزینه (۳) درست است.

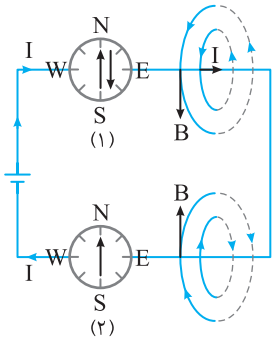


A ۱۸۱۷ ۴

با دور شـدن از سـیم حامل جریان میدان مغناطیسـی در اطراف آن کاهش می‌یابد یعنی میدان مغناطیسـی با فاصله از سـیم رابطهٔ وارون دارد. بنابراین نمودار آن نمی‌تواند شبیه نمودار تابع درجه اول، یعنی خط راسـت باشـد یعنی گزینه (۱) و (۳) نادرست است. اما در شـکل گزینهٔ (۲)، افزایش r، میدان مغناطیسـی افزایش یافته بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است و گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

B ۱۸۱۸ ۲

با بسـته شـدن کلید ابتدا جهت جریان را مطابق شکل در مدار مشخص می‌کنیم. با قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی در بالای هر سیم را معین می‌کنیم. عقربه مغناطیسی در یـک میدان مغناطیسـی همواره در جهت میدان مغناطیسـی قـرار می‌گیرد یعنی عقربهٔ مغناطیسی (۱)، ۱۸۰° می‌چرخد اما عقربه مغناطیسی (۲) چرخش نخواهد داشت.



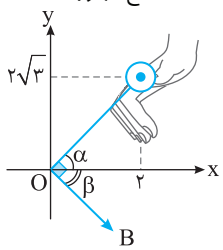
B ۱۸۱۹ ۴

خط فکری ابتـدا باید از مبدأ مختصات خطی به سـیم حامل جریان وصل کنید و زاویهٔ بین این خط و محور xها را حساب کنید سپس به کمک قاعده دست راست، جهت بردار میدان مغناطیسـی را در مبدأ مختصات مشـخص کنید تا بتوانید زاویهٔ بین میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان با محور xها را به‌دست بیاورید.

۱ با توجه به شکل زاویهٔ α را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۲ انگشـت شسـت دسـت راسـت خود را به سـمت بیـرون کاغذ در سـوی جریان (برونسـو) بگیرید، خم کردن چهار انگشت شما جهت بردار B را نشان می‌دهد.



در این صورت زاویهٔ بین میدان و محور xها خواهد شد:

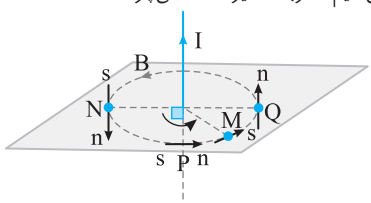
$$\alpha+\beta=۹۰^\circ\xrightarrow{\alpha=۶۰^\circ}\beta=۳۰^\circ$$

A ۱۸۲۰ ۳

بردار میدان مغناطیسـی در هـر نقطه بر خطوط میدان مغناطیسـی مماس بوده و عقربه قطب‌نما همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد.

ابتـدا به کمک قاعده دسـت راسـت سـوی خطـوط میدان مغناطیسـی را مطابق شـکل مشخص می‌کنیم تا بتوانیم جهت عقربه مغناطیسی را نشان دهیم.

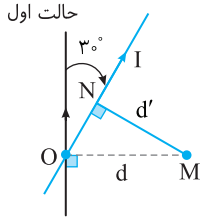
دقت کنید اگر قطب‌نما از نقطه N به نقطهٔ P برود یعنی قطب‌نما را ۹۰° جابه‌جا کنیم، عقربـهٔ آن ۹۰° می‌چرخـد و اگـر قطب‌نمـا را از N به Q ببریم یعنـی قطب‌نما را ۱۸۰° جابه‌جا کنیم، عقربهٔ آن ۱۸۰° می‌چرخد بنابراین وقتی قطب‌نما از N به M برده و آن را ۱۲۰° جابه‌جا می‌کنیم، عقربه آن نیز ۱۲۰° می‌چرخد.



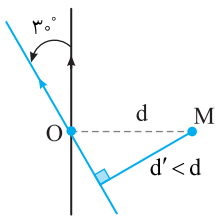
B ۱۸۲۱ ۱

خط فکری با نزدیک شـدن به سـیم حامل جریـان، میدان مغناطیسـی حاصل از آن افزایش می‌یابد و اگر از سـیم حامل جریان دور شـویم، میدان حاصل از جریان سـیم، کاهش می‌یابد، بنابراین باید بررسی کنیم که با چرخش سیم فاصلهٔ نقطهٔ M تا سیم چه تغییری می‌کند. اما حواسـتان باید باشد منظور از فاصله نقطه تا سیم، طول خط عمودی است که از آن نقطه به سیم رسم می‌شود.

حالت اول



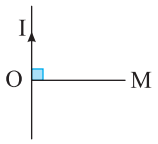
با توجه به شـکل فاصلهٔ نقطهٔ M از سیم در حالت اول d و در حالت دوم d' اسـت و قطعاً در مثلث قائم‌الزاویه ONM طول ضلع زاویهٔ قائمه از طول وتر کمتر است $(d'<d)$ بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ M تا سیم کم شده و میدان افزایش می‌یابد.



دقـت کنیـد کـه اگـر سـیم ۳۰° پادسـاعتگرد می‌چرخیـد میـدان مغناطیسـی ماننـد حالت قبل افزایش پیدا می‌کرد.

$$\Rightarrow B'_M>B_M$$

بازی با سوال **در شـکل روبـه‌رو اگر سـیم حامل جریان حول محور OM، ۳۰° رو بـه بیـرون صفحه (برونسـو) بچرخـد، میدان مغناطیسـی حاصـل از سـیم در نقطه M چه تغییری می‌کند؟**



۱) افزایش می‌یابد **۲)** کاهش می‌یابد

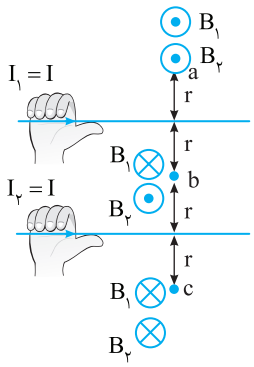
۳) تغییر نمی‌کند **۴)** اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد

گزینهٔ ۳

B ۱۸۲۲ ۱

خط فکری باید ابتدا جهت میدان مغناطیسـی حاصل از هر سـیم را در نقاط مورد نظر مشـخص کنید. هرچه از سیم حامل جریان دورتر شویم میدان مغناطیسی حاصل از آن کاهش می‌یابد به‌طور مثال میدان مغناطیسی $I_۱=I$ در محل a از میدان مغناطیسی سیم $I_۲=I$ در محل a بزرگ‌تر است.

بـا دانسـتن جهـت میدان‌ها در هر نقطـه و اینکه کدام میدان مغناطیسـی قوی‌تر اسـت می‌توانید جهت میدان خالص را مشخص کنید.

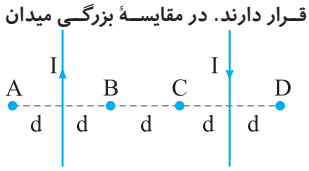


۱ در نقطـه a بـا توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت میدان‌های مغناطیسـی هر دو سـیم برونسو بوده و با هم جمع می‌شوند و میدان خالص برونسوست.

۲ در نقطهٔ b میدان سـیم $I_۱$ درونسـو و میدان سیم $I_۲$ برونسوست و چون جریان هر دو سیم یکسان (I) است و فاصله نقطهٔ b از هر دو سیم برابر است میدان مغناطیسی هر دو هم‌اندازه اما در خلاف جهت هم بوده و میدان خالص صفر است.

۳ در نقطهٔ c میدان هر دو سیم درونسوست بنابراین میدان خالص نیز درونسوست.

بازی با سؤال مطابق شکل زیر، دو سیم موازی و بسیار بلند و نازک حامل جریان‌های یکسان در صفحه قرار دارند. در مقایسهٔ بزرگی میدان مغناطیسی نقاط نشان داده شده، کدام رابطه درست است؟



تجربی - ۹۷

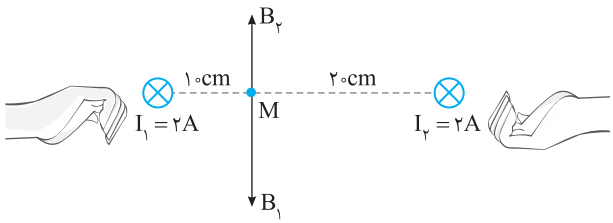
۱) $B_B = B_C > B_A = B_D$
۲) $B_C < B_B < B_D < B_A$
۳) $B_B = B_C = B_D = B_A$
۴) $B_C > B_B > B_D > B_A$

گزینهٔ ۱

A ۱۸۲۳ ۲

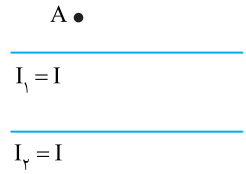
جریان دو سیم یکسان (۲A) است اما فاصلهٔ سیم I_2 تا نقطهٔ M از فاصلهٔ سیم I_1 تا نقطهٔ M بیشتر است و میدان B_2 از میدان B_1 ضعیف‌تر است.

با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 پایین‌سو و میدان مغناطیسی سیم I_2 بالاسوست بنابراین میدان خالص پایین‌سو (↓) خواهد بود.

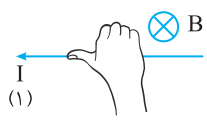


B ۱۸۲۴ ۱

جریان دو سیم یکسان است بنابراین قطعاً میدان مغناطیسی سیم (۲) که در فاصلهٔ دورتری از A قرار دارد از میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A کوچک‌تر است به‌همین دلیل نقش تعیین‌کننده در جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ A را سیم (۱) بازی می‌کند.



میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A درونسو است از این رو میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A که نقش اصلی را دارد باید درونسو باشد. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم (۱) به سمت چپ باشد تا میدان آن در نقطهٔ A درونسو شود و گزینه (۱) درست است.



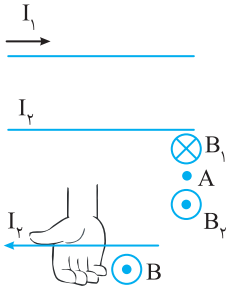
B ۱۸۲۵ ۱

خط فکری برای آنکه میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم جریان در یک نقطه صفر شود باید این میدان‌ها خلاف جهت و هم‌اندازه باشند. پس در حل این مسئله نیز شما باید جهت میدان مغناطیسی سیم I_1 را در نقطهٔ A مشخص کنید و به کمک آن جهت میدان مغناطیسی سیم I_2 و سوی جریان را تعیین کنید.

۱ میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I_1 در محل A درونسو است.

۲ میدان سیم I_2 در خلاف جهت میدان سیم I_1 است بنابراین میدان B_2 برونسوست.

۳ میدان B_2 برونسو است پس با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان سیم I_2 باید به سمت چپ باشد.



۴ میدان‌های B_1 و B_2 هم‌اندازه هستند اما فاصلهٔ I_2 از A کمتر از فاصلهٔ I_1 از A است بنابراین باید جریان I_2 نیز از جریان I_1 کمتر باشد تا میدان‌های آن‌ها هم‌اندازه شوند. $I_2 < I_1$

B ۱۸۲۶ ۲

خط فکری جهت جریان را باید در دو سیم نشان دهید و سپس جهت میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم را در نقطهٔ M مشخص کنید.

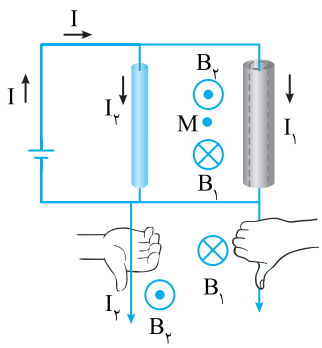
یادتان باشد از دو سیم رسانای هم‌طول و هم‌جنس بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R_{\downarrow} = \rho \frac{L}{A_{\uparrow}})$ مقاومت سیمی که سطح مقطع بزرگ‌تری دارد، کمتر است.

۱ جریان در دو سیم از بالا به پایین است و جهت میدان حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 در نقطهٔ M با توجه به قاعدهٔ دست راست به ترتیب درونسو و برونسوست.

۲ سطح مقطع L_1 بزرگ‌تر است بنابراین مقاومت آن کمتر است، دو سیم با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان مقاومت کوچک‌تر بزرگ‌تر است. $I_1 > I_2$

۳ چون $I_1 > I_2$ بوده میدان مغناطیسی سیم I_1 از میدان مغناطیسی سیم I_2 بزرگ‌تر است. $I_1 > I_2 \Rightarrow B_1 > B_2$

۴ میدان B_1 بزرگ‌تر و درونسو و میدان B_2 برونسو است بنابراین میدان برایند درونسو خواهد بود. درونسو: $B_T = B_{1\,\text{درونسو}} - B_{2\,\text{برونسو}} \Rightarrow B_T$

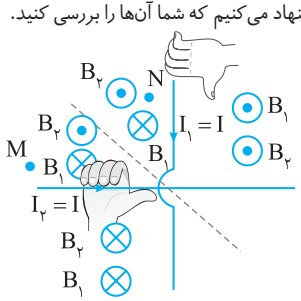


B ۱۸۲۷ ۱

خط فکری در هر ربع صفحه، جهت میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان دو سیم را رسم کنید، در هر ربع که میدان‌ها هم‌جهت‌اند مشکل حل است، اما در هر ربع که دو میدان در خلاف جهت هستند باید با توجه به فاصله هر نقطه از دو سیم، میدان قوی‌تر را شناسایی کنید تا بتوانید جهت میدان مغناطیسی خالص را تشخیص شد.

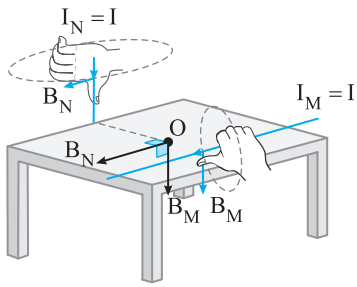
ربع اول: در ربع اول با توجه به قاعدهٔ دست راست هر دو میدان مغناطیسی برونسو بوده و میدان مغناطیسی برایند نیز برونسوست.

ربع دوم: در ربع دوم میدان سیم I_1 درونسو و میدان سیم I_2 برونسو است در نقاط بالای نیمساز مانند N فاصلهٔ نقاط به سیم I_1 نزدیک‌تر و میدان I_1 که درونسوست بزرگ‌تر بوده و میدان خالص، درونسو خواهد بود اما در نقاط زیر نیمساز مانند نقطهٔ M داستان برعکس است و میدان خالص برونسو می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) که در آن‌ها میدان در ربع دوم در همه نقاط در یک جهت است نادرست است و با توجه به اینکه در ربع دوم میدان مغناطیسی خالص در بالای نیمساز درونسو و در زیر خط نیمساز برونسوست گزینه (۱) درست و گزینه (۳) نادرست است و نیازی به بررسی ربع سه و چهار نیست البته پیشنهاد می‌کنیم که شما آن‌ها را بررسی کنید.



B ۱۸۲۸ ۲

۱ میدان مغناطیسی سیم I_N در نقطهٔ O و میدان مغناطیسی سیم I_M در نقطهٔ O را به کمک قاعده دست راست مطابق شکل مشخص می‌کنیم.



۲ با توجه به شکل میدان‌های B_N و B_M برهم عمودند و میدان مغناطیسی برایند خواهد شد:

$$B_T = \sqrt{B_M^2 + B_N^2}$$

۳ با توجه به صورت مسئله $B_T = \sqrt{5}B$ و $B_M = B$ است بنابراین:

$$\sqrt{5}B = \sqrt{B^2 + B_N^2} \Rightarrow 5B^2 = B^2 + B_N^2 \Rightarrow B_N = 2B$$

B ۱۸۲۹ ۳

۱ فاصلهٔ هر سیم از نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC وتر $\sqrt{2}a$ است و با توجه به زاویه 45° این مثلث متساوی‌الساقین است و $AC = AB$ است بنابراین:

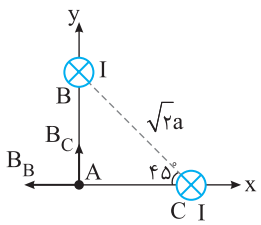
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow (\sqrt{2}a)^2 = 2(AB)^2 \Rightarrow AB = AC = a$$

۲ فاصلهٔ هر سیم حامل جریان I از نقطه A برابر a است و بنا به فرض مسئله میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ A برابر B خواهد بود.

۳ انگشت شست دست راست خود را روی نقطهٔ B قرار دهید و چهار انگشت خود را بچرخانیم تا به نقطهٔ A برسید خواهید دید در این نقطه میدان B_B به سمت چپ است به همین ترتیب میدان سیم C در نقطهٔ A، بالاسو است.

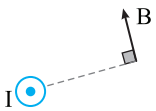
۴ بردار میدان خواهد شد:

$$\vec{B}_A = -B\vec{i} + B\vec{j}$$

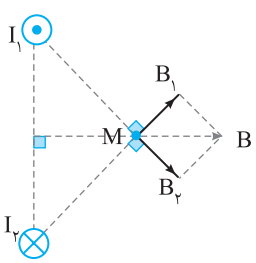


A ۱۸۳۰ ۱

یادآوری میدان مغناطیسی در یک نقطه در اطراف سیم راست حامل جریان بر کوتاه‌ترین خط وصل کننده آن نقطه به سیم عمود است.



خط عمود بر I_1M را رسم می‌کنیم و جهت میدان B_1 در امتداد این خط به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل خواهد بود. میدان B_2 را نیز به همین روش مطابق شکل رسم می‌کنیم، در این حالت میدان مغناطیسی خالص برایند B_1 و B_2 در جهت مثبت محور xها خواهد بود.

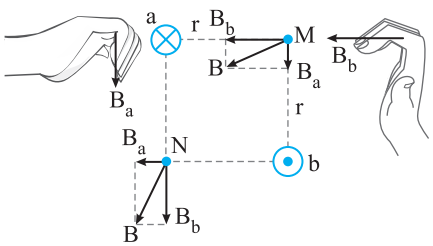


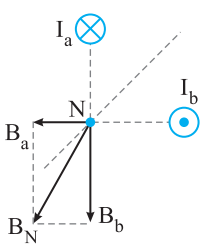
B ۱۸۳۱ ۱

با تجزیه B روی امتداد aM و bM مشخص است که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M از میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M بزرگ‌تر است از طرفی میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M است و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M و N برابر است.

فاصلهٔ دو سیم a و b تا نقطهٔ M یکسان است، اما میدان حاصل از سیم b بزرگ‌تر بوده بنابراین جریان سیم b بیشتر از جریان سیم a است.

با قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N رو به پایین (پایین‌سو) و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ N به سمت چپ است بنابراین میدان مغناطیسی برایند مطابق شکل خواهد بود همچنین چون میدان سیم b قوی‌تر است (چون جریان بیشتری دارد) میدان خالص خواهد شد:

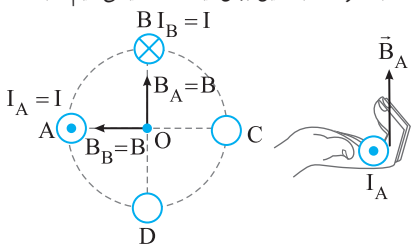




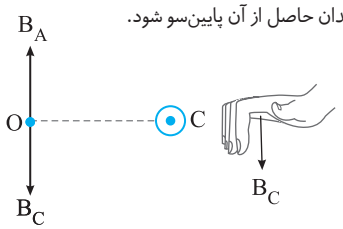
B ۱۸۳۲ ۱

۱ جریان و فاصله هر چهار سیم از نقطهٔ O یکسان است بنابراین میدان همهٔ آن‌ها در نقطهٔ O هم‌اندازه است.

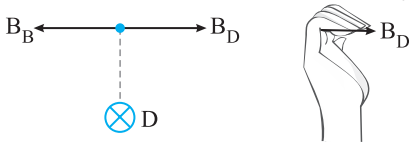
۲ استفاده از قاعده دست راست: انگشت شست دست راست را در جهت جریان A رو به بیرون کاغذ قرار دهید چهار انگشت باز خود را روی خط OA بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر OA عمود شوند در این حالت چهار انگشت شما به سوی بالای صفحه خواهد بود یعنی میدان سیم A در نقطه O بالاسوست. با همین روش میدان مغناطیسی سیم B به سمت چپ است.



۳ برای آنکه میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم C در نقطه O رو به پایین باشد. با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم C برونسو باشد تا میدان حاصل از آن پایین‌سو شود.

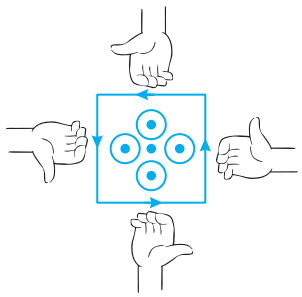


۴ میدان مغناطیسی سیم D در نقطهٔ O باید به سمت راست باشد تا میدان مغناطیسی سیم B در نقطهٔ O را خنثی کند. بنابراین جریان D باید درونسو باشد.



A ۱۸۳۳ ۴

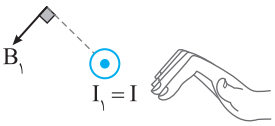
میدان هر سیم در مرکز مربع را به کمک قاعده دست راست به‌دست می‌آوریم:



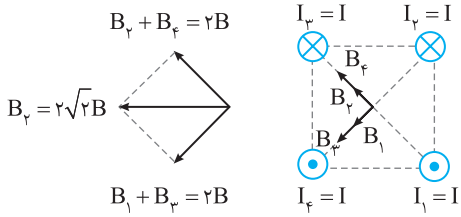
A ۱۸۳۴ ۱

جریان همه سیم‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از مرکز مربع یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی هر چهار سیم در مرکز مربع با هم برابر است. $B_۱=B_۲=B_۳=B_۴=B$

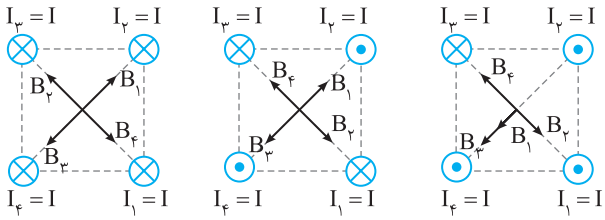
بررسی گزینهٔ (۱): انگشت باز شست دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ (برونسو) و در جهت جریان $I_۱$ قرار دهید و چهار انگشت باز شست دست خود را روی خط واصل $I_۱$ و مرکز مربع بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود در این حالت میدان مغناطیسی $B_۱$ روی قطر قرار می‌گیرد و جهت آن رو به پایین است.



اگر این کار را برای جریان‌های $I_۲$، $I_۳$ و $I_۴$ تکرار کنید شکل زیر به دست می‌آید



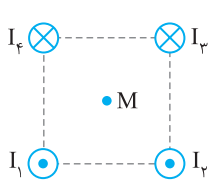
سایر گزینه‌ها:



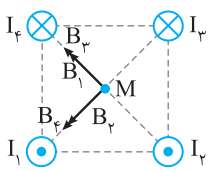
گزینهٔ (۴) گزینهٔ (۳) گزینهٔ (۲)

B ۱۸۳۵ ۲

خط فکری شکل مسئله شما را گول نزد، در واقع شما می‌توانید از بالا به شکل نگاه کنید در این صورت شکلی که خواهید دید به‌صورت زیر است. یعنی شما باید میدان مغناطیسی خالص را در نقطهٔ M به‌دست بیاورید که یک مسئلهٔ تکراری است. میدان مغناطیسی سیم‌ها در نقطهٔ M یکسان است زیرا جریان‌ها یکسان و فاصلهٔ سیم‌ها تا نقطهٔ M یکسان است. $(B_۱=B_۲=B_۳=B_۴=B)$



میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌های حامل جریان را در نقطهٔ M به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. برای یادآوری میدان سیم $I_۱$ در نقطهٔ M را بررسی می‌کنیم. جریان $I_۱$ برونسوست، انگشت شست دست راست خود را رو به بیرون صفحه (در جهت جریان $I_۱$) بگیرید چهار انگشت باز دست خود را روی خط واصل بین M و $I_۱$ قرار دهید سپس چهار انگشت را ۹۰° خم کنید. در این صورت میدان مغناطیسی $B_۱$ روی قطر $I_۲I_۴$ و به‌سوی $I_۴$ است. حال بقیهٔ میدان‌ها را رسم کنید.



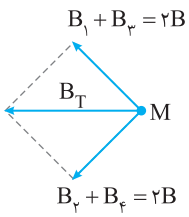
میدان $B_۱$ و $B_۳$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$B_{۱۳}=B_۱+B_۳=B+B\Rightarrow B_{۱۳}=۲B$$

میدان $B_۲$ و $B_۴$ نیز هم‌جهت بود و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$B_{۲۴}=B_۲+B_۴=B+B\Rightarrow B_{۲۴}=۲B$$

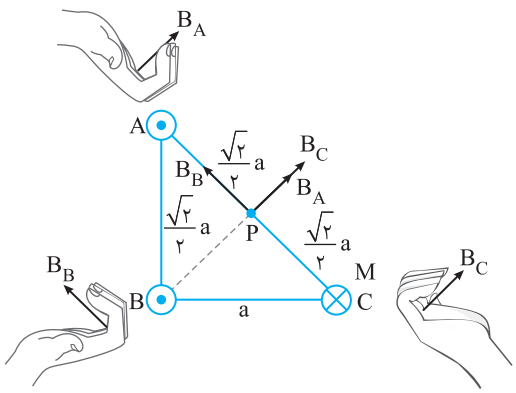
بنابراین جهت میدان خالص در نقطهٔ M به سمت چپ خواهد بود.



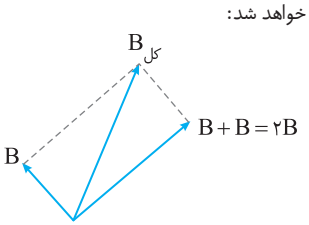
B ۱۸۳۶ ۱

با توجه به اینکه مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است فاصلهٔ سیم‌ها از نقطهٔ P یکسان است، از طرفی جریان گذرنده از سه سیم نیز برابر بوده، در نتیجه میدان هرکدام از سیم‌ها در نقطهٔ P برابر B می‌باشد.

حال با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر جریان را در نقطهٔ P به‌دست می‌آوریم:



میدان مغناطیسی حاصل از سیم A و سیم C روی امتداد BP قرار می‌گیرد و این دو میدان هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها برابر $B_{AC}=B+B=۲B$ می‌شود. این میدان برایند بر B_B عمود است بنابراین میدان خالص خواهد شد:

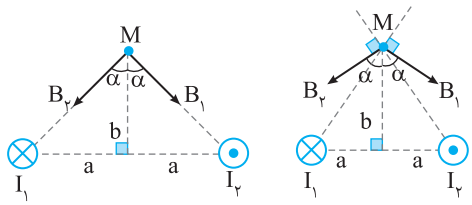


$$|\vec{B}_{کل}|=\sqrt{B^۲+(۲B)^۲}=\sqrt{۵}B$$

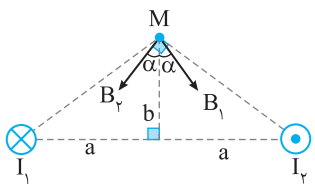
B ۱۸۳۷ | ۱

یادآوری ۱ جهت میدان مغناطیسی دو سیم موازی حامل جریان در نقطه واقع بر عمود منصف دو سیم:

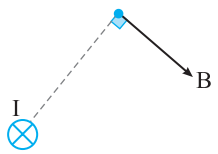
$a=b\Rightarrow \alpha=45^\circ$ $\quad b>a\Rightarrow \alpha>45^\circ$



$a>b\Rightarrow \alpha<45^\circ$



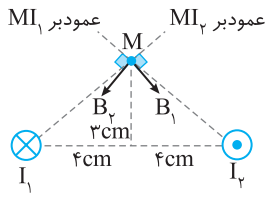
یادآوری ۲ میدان مغناطیسی یک سیم راست طویل حامل جریان بر خط واصل بین سیم و نقطهٔ مشاهده عمود است.



اکنون به حل مسئله می‌پردازیم:

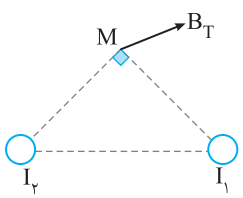
خط عمود بر خط واصل M با سیم I_1 و خط عمود بر خط واصل M با سیم I_2 را رسم می‌کنیم. در واقع میدان B_1 ناشی از سیم I_1 بر خط عمود بر MI_1 منطبق و میدان B_2 ناشی از سیم I_2 بر خط عمود بر MI_2 منطبق است و گزینه (۱) پاسخ درست است.

البته می‌توان با قاعده دست راست جهت B_1 و B_2 را نیز مشخص کرد که با توجه به گزینه‌ها لازم نیست.

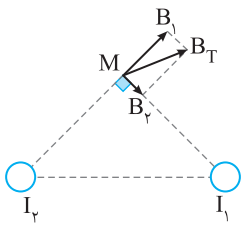


B ۱۸۳۸ | ۲

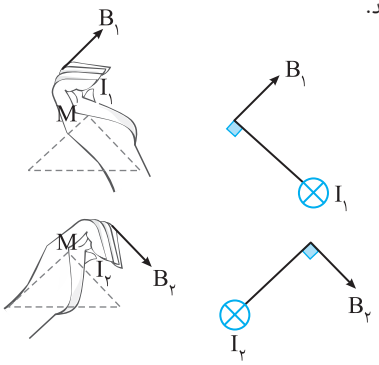
خط فکری میدان B_T برایند میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم I_1 و I_2 است. میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M بر خط واصل بین آن نقطه و سیم عمود است. بنابراین باید میدان حاصل از سیم I_1 در امتداد I_2M و میدان حاصل از سیم I_2 در امتداد I_1M باشد. مانند آنچه که در الکتریسیتهٔ ساکن برای میدان الکتریکی یاد گرفته‌اند میدان مغناطیسی B_T را بر دو امتداد I_1M و I_2M تجزیه کنید و به کمک مؤلفه‌های آن سوی جریان‌ها را مشخص کنید و بزرگی جریان‌ها را با هم مقایسه کنید.



تجزیه بردار (B_T)، به دو مؤلفهٔ B_1 و B_2 مطابق شکل است. بنابراین میدان مغناطیسی $B_1>B_2$ بوده و چون فاصله دو سیم تا نقطهٔ M برابر است $I_1>I_2$ است.



به میدان مغناطیسی B_1 نگاه کنید باید جریان I_1 درونسو باشد تا میدان مغناطیسی B_1 در جهت نشان داده شده باشد. جریان سیم I_2 نیز با توجه به قاعده دست راست باید درونسو باشد.

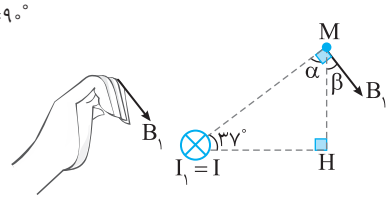


C ۱۸۳۹ | ۳

خط فکری باید جداگانه بردار میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M را رسم کنید و زاویهٔ بین هر بردار مغناطیسی با ارتفاع MH را به‌دست آورید تا بتوانید زاویهٔ بین دو میدان را حساب کنید.

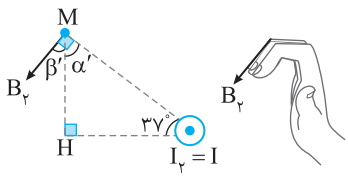
بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط واصل بین سیم حامل جریان و آن نقطه عمود است. با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 (B_1) را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل برای زوایای α و β می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=90^\circ\\ \alpha+37^\circ=90^\circ\end{cases}\Rightarrow \beta=37^\circ$$



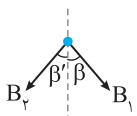
حال با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_2، (B_2) را مشخص می‌کنیم و با توجه به شکل خواهیم داشت.

$$\begin{matrix}\alpha'+\beta'=90^\circ\\ 37^\circ+\alpha'=90^\circ\end{matrix}\Rightarrow \beta'=37^\circ$$



در این‌صورت زاویه بین B_1 و B_2 مجموع دو زاویه β و β' خواهد بود:

$$\beta+\beta'=2\times37^\circ=74^\circ$$

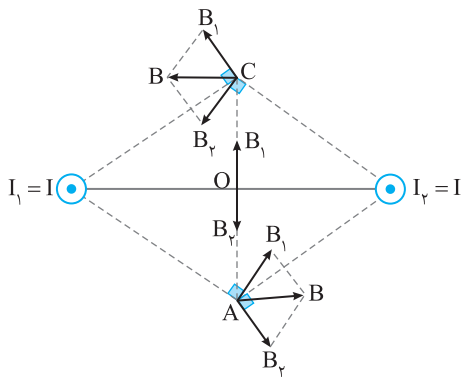


B ۱۸۴۰ ۱

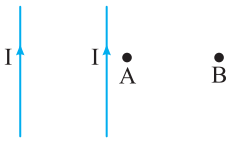
خط فکری شما با رسم بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم حامل جریان در نقطهٔ A، نقطه وسط دو سیم و نقطه C، جهت بردار میدان در این نقاط را بررسی کنید تا بتوانید چگونگی رفتار میدان را مشخص کنید.

اول از نقطهٔ وسط دو سیم بررسی را شروع می‌کنیم. در این نقطه با توجه به قاعدهٔ دست راست دو میدان B_1 و B_2 در خلاف جهت هم هستند و چون فاصلهٔ دو سیم از نقطه O یکسان است میدان B_1 و B_2 هم‌اندازه و میدان خالص در نقطهٔ O صفر است.

مجدداً انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه در سوی جریان (برونسو) قرار دهید و چهار انگشت خود را روی خط واصل بین نقطه و سیم بگذارید چهار انگشت خود را خم کنید تا عمود بر خط واصل شود و جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنید. با این کار معلوم می‌شود که در نقطهٔ A میدان خالص به سمت راست بوده و از A تا O میدان در حال کاهش و رسیدن به صفر است و از O تا C میدان به سمت چپ و در حال افزایش است.



بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو با حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B میدان خالص حاصل از دو سیم راست حامل جریان چگونه تغییر می‌کند؟**



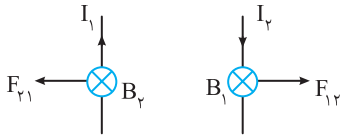
۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش

گزینهٔ ۱

A ۱۸۴۱ ۲

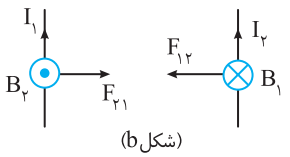
خط فکری هرگاه از دو سیم راست و موازی جریانی بگذرد، آن دو سیم بر هم نیرو وارد می‌کنند. به شکل‌های (a) و (b) که در زیر رسم شده‌اند دقت کنید. در این شکل‌ها نیرویی که از سوی میدان مغناطیسی هر سیم بر سیم دیگر وارد می‌شود، نشان داده شده است.

هرگاه جریان‌ها ناهمسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، رانشی است.



(شکل a)

هرگاه جریان‌ها همسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، رباییشی است.



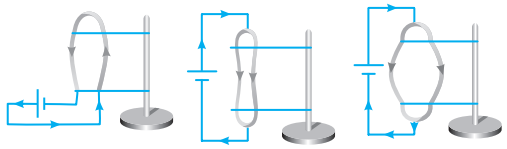
(شکل b)

بنابراین شما باید جهت جریان را در دو نوار فلزی معین کنید تا بتوانید مشخص کنید که جریان دو سیم همسو بوده و نیرو جاذبه است و یا ناهمسو بوده و نیرو دافعه است.

در شکل (الف): جریان دو سیم همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه است و دو فلز به سوی هم کشیده می‌شوند، بنابراین شکل (الف) نادرست و شکل (ب) درست است.

در شکل (پ): جریان‌ها ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها دافعه بوده و دو فلز از هم دور می‌شوند و شکل (پ) درست است و شکل (ت) نادرست است.

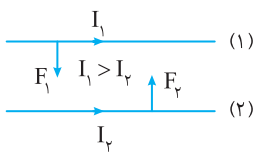
بنابراین گزینه (۲) درست است.



شکل (الف) شکل (ب) شکل (پ)

A ۱۸۴۲ ۱

جریان دو سیم همسو بوده بنابراین نیروی بین آن‌ها ربایشی است و جهت نیروی وارد بر I_1 رو به پایین (↓) و جهت نیروی وارد بر I_2 رو به بالا (↑) است. بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که سیم I_1 بر هر متر از سیم I_2 وارد می‌کند با نیرویی که سیم I_2 بر هر متر از سیم I_1 وارد می‌کند برابر است.



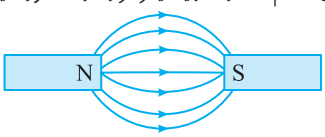
بازی با سؤال **از دو سیم راست، موازی و طویل که به فاصله ۱ متر از هم قرار دارند به‌ترتیب جریان‌های $I_1=10A$ و $I_2=12A$ می‌گذرد. اگر نیرویی که سیم (۱) به سیم (۲) وارد می‌کند $\vec{F}$ باشد، بردار نیرویی که سیم (۲) بر سیم (۱) وارد خواهد کرد، کدام گزینه است؟**

۱) $\vec{F}$ ۲) $-\vec{F}$ ۳) $1/2\vec{F}$ ۴) $-1/2\vec{F}$

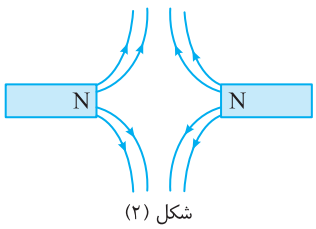
گزینهٔ ۲

A ۱۸۴۳ ۴

خط فکری هرگاه جریان‌های دو سیم همسو باشد دو سیم یکدیگر را جذب می‌کنند (می‌ربایند) و اگر جریان‌های دو سیم ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند (می‌رانند) و شما می‌توانید خطوط میدان مغناطیسی دو سیم که یکدیگر را جذب می‌کنند را شبیه خطوط میدان دو قطب ناهمنام آهنربا که در کنار یکدیگر قرار دارند و خط‌های میدان از یکی شروع و به دیگری ختم می‌شود و (شکل (۱)) تصور کنید و خط‌های میدان مغناطیسی دو سیم با جریان‌های ناهمسو که یکدیگر را می‌رانند شبیه خطوط میدان مغناطیسی قطب‌های همنام که در کنار یکدیگر قرار دارند تصور کنید (شکل (۲)).

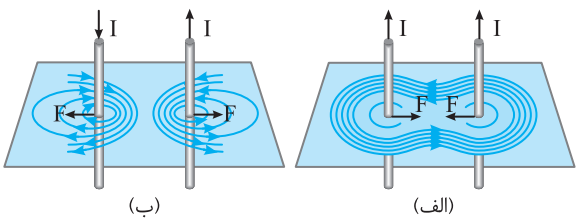


شکل (۱)



شکل (۲)

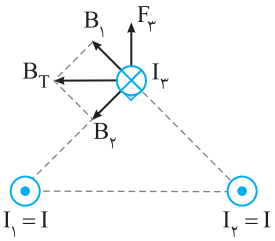
در این‌صورت با توجه به شبیه‌سازی که در خط‌فکری بیان شد. جریان شکل (الف) همسو و جریان‌های شکل (ب) ناهمسو است، بنابراین گزینه (۴) درست است.



(ب) (الف)

A ۱۸۴۴ ۴

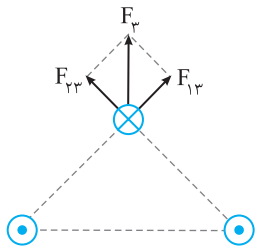
۱ به کمک قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی B_1 و B_2 ناشی از سیم‌های I_1 و I_2 را در محل سیم I_3 به‌دست می‌آوریم و بردار آن‌ها را رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان مغناطیسی برایند B_T به سمت چپ و در راستای افقی خواهد بود.



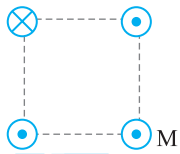
۲ اکنون به کمک قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی جهت نیروی وارد بر سیم I_3 رو به بالا به‌دست می‌آید.

روش دیگر:

سیم‌های موازی که جریان‌های ناهمسو دارند یکدیگر را دفع کرده و بر هم نیروی رانشی وارد می‌کنند که این نیرو در امتداد خط وصل کنندهٔ دو سیم است پس مطابق شکل نیروهای F_{13} و F_{23} در امتداد خط واصل سیم‌ها هستند و نیروی خالص F_3 رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو، ۴ سیم راست، دراز و موازی با جریان‌های یکسان از رئوس یک مربع می‌گذرند، نیروی وارد بر سیم M در کدام جهت است؟



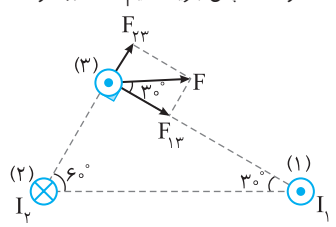
۱) ↗ ۲) ↘ ۳) ↖ ۴) ↙

گزینهٔ ۳

B ۱۸۴۵ ۴

خط فکری نیروی خالصی که از طرف دو سیم بر سیم I_3 وارد می‌شود مشخص شده است. بنابراین شما با تجزیهٔ این نیرو در امتداد خط‌های I_1I_3 و I_2I_3 می‌توانید جهت نیرویی که سیم I_1 بر I_3 و سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند را مشخص کنید و با توجه به بزرگی مؤلفه‌های نیرو می‌توانید بزرگی جریان‌های I_1 و I_2 را با هم مقایسه کنید.

با تجزیه بردار F جهت نیرویی که سیم‌های (۱) و (۲) بر سیم (۳) وارد می‌کنند را مشخص می‌کنیم. F_{13}، نیروی ربایشی است، بنابراین جریان‌های دو سیم (۳) و (۱) همسو است، در نتیجه جریان سیم I_1 برونسو است، نیروی F_{23} رانشی است و جریان سیم‌های (۲) و (۳) ناهمسو است، پس جریان سیم (۲) درونسو است.



با توجه به شکل کاملاً مشخص است که نیرویی که سیم I_1 بر I_3 وارد می‌کند (F_{13}) از نیرویی که سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند (F_{23}) بزرگ‌تر است $|F_{13}|>|F_{23}|$

از طرفی فاصلهٔ سیم I_1 تا I_3 بیشتر از فاصلهٔ سیم I_2 تا I_3 است.

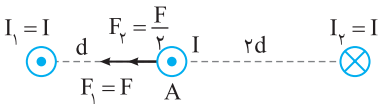
بنابراین جریان I_1 باید از جریان I_2 بیشتر باشد تا از فاصلهٔ دورتر نیروی بزرگ‌تری بر I_3 وارد کند.

B ۱۸۴۶ ۴

خط فکری در صورت مسئله نیروی بین دو سیم در فاصلهٔ d را F و در فاصلهٔ ۲d را $\frac{F}{2}$ معرفی کرده بنابراین نیروی وارد بر سیم A توسط هر سیم را رسم کنید و سپس نیروی خالص را برحسب F به‌دست بیاورید. با توجه به همسو و ناهمسو بودن جریان‌ها، جاذبه و دافعه بودن نیروها را مشخص کنید.

شکل (۱): جریان سیم I_1 با سیم I_A همسو و نیروی بین آن‌ها جاذبه است. جریان سیم I_2 با جریان سیم I_A ناهمسو بوده و بر سیم I_A نیروی دافعه به سمت چپ وارد می‌کند. هر دو نیروی وارد بر سیم A هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شوند و نیروی برایند وارد بر سیم A خواهد شد:

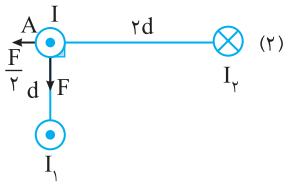
$$F_{A_1}=F_1+F_2=F+\frac{F}{2}\Rightarrow F_{A_1}=\frac{3}{2}F$$



شکل (۱)

شکل (۲): جریان سیم I_1 و I_A همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه (ربایشی) بوده یعنی F رو به پایین است و نیروی I_2 بر سیم A برابر $\frac{F}{2}$ و رانشی (دافعه) است بنابراین نیروی برایند وارد بر سیم A در این حالت خواهد شد.

$$F_{A_2}=\sqrt{(F^2)+(\frac{F}{2})^2}\Rightarrow F'_A=\frac{\sqrt{5}}{2}F$$



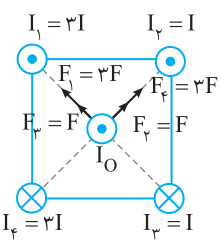
اکنون نسبت نیروها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}F}{\frac{3}{2}F}\Rightarrow\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

B ۱۸۴۷ ۴

یادآوری نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان همسو بر هم وارد می‌کنند ربایشی (جاذبه) و نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان ناهمسو بر هم وارد می‌کنند رانشی (دافعه) است.

خط فکری نیروی مغناطیسی که سیم حامل جریان I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند را F می‌نامیم، بنابراین نیرویی که جریان ۳I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند ۳F خواهد شد، بنابراین شما جهت نیروها را مشخص کنید و با به‌دست آوردن جهت نیروی برایند مسئله حل خواهد شد.

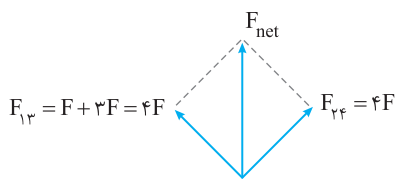


نیروی بین $I_1=3I$ و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر ۳F است.

نیروی بین I_2 و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر F است.

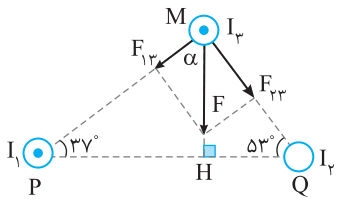
نیروی بین I_3 و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر F است.

نیروی بین $I_4=3I$ و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر $F_4=3F$ است اکنون برایند این چهار نیرو را حساب می‌کنیم. بنابراین F_{net} رو به بالاست.



B ۱۸۴۸ ۲

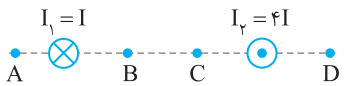
نیروی F را در امتداد PM و MQ تجزیه می‌کنیم. نیروی $F_{۱۳}$ نیروی مغناطیسی است که $I_۱$ بر $I_۳$ وارد می‌کند و مؤلفه $F_{۲۳}$ نیروی مغناطیسی است که $I_۲$ بر $I_۳$ وارد می‌کند. با توجه به شکل در مثلث MPH زاویهٔ α برابر $۹۰-۳۷=۵۳^\circ$ است بنابراین $\tan\alpha$ خواهد شد:



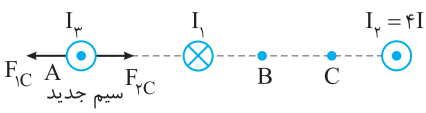
$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\Rightarrow\tan ۵۳^\circ=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\Rightarrow\frac{\sin ۵۳^\circ}{\cos ۵۳^\circ}=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\Rightarrow\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}$$

B ۱۸۴۹ ۱

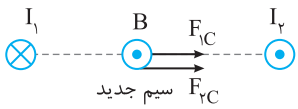
خط فکری بر آن که نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود این سیم باید به سیم $I_۱=I$ که جریان کمتری دارد نزدیک‌تر باشد تا نیروی مغناطیسی سیم $I_۱$ وارد بر سیم $I_۲$ با نیروی مغناطیسی سیم $I_۲$ بر سیم $I_۱$ هم‌اندازه شود. بنابراین نقاط C و D که به سیم $I_۲$ نزدیک‌تر هستند قطعاً پاسخ نخواهند بود و شما تنها باید نقاط A و B را بررسی کنید.



در نقطهٔ A دو نیرویی که سیم‌های $I_۱$ و $I_۲$ بر سیم $I_۳$ وارد می‌کنند در خلاف جهت هم است و در این نقطه می‌تواند نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود و گزینه (۱) درست است.



اگر سیم جدید در نقطهٔ B قرار گیرد نیروهای وارد بر آن توسط $I_۱$ و $I_۲$ هم‌جهت بوده و نیروی خالص صفر نمی‌شود.

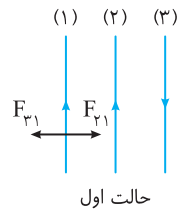


میانبر اگر دو سیم راست، موازی و طویل حامل جریان ناهمسو داشته باشیم، نیروی وارد بر سیم سوم خارج از خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود. اگر دو سیم دارای جریان همسو باشند، نیروی وارد بر سیم سوم بین دو سیم روی خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود.

C ۱۸۵۰ ۲

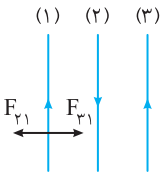
خط فکری باید نیروی وارد بر سه سیم صفر شود. به‌همین دلیل شما باید نیروهای وارد بر هر سیم را به نوبت بررسی کنید. سوی جریان سیم (۱) را داریم پس باید با بررسی نیروهایی که سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) وارد می‌کنند، سوی جریان‌های (۲) و (۳) را مشخص کنید. سپس به سراغ سیم (۲) و بعد از آن به سراغ سیم (۳) بروید و سوی جریان‌ها را مشخص کنید و در نهایت سوی مشترک در بین شش حالت بررسی شده جواب مسئله است.

سیم اول: نیروی خالص وارد بر سیم (۱) صفر است، از این‌رو باید نیرویی وارد از طرف سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) در خلاف جهت هم و مساوی هم باشند. بنابراین اگر جریان سیم (۲) بالاسو باشد جریان سیم (۳) باید پایین‌سو شود بنابراین اگر سیم (۲) سیم (۱) را برباید جریان آن با سیم (۱) همسو است، یعنی جریان سیم (۲) بالاسو است. در این‌صورت جریان سیم (۳) باید پایین‌سو باشد تا سیم (۱) را براند.



حالت اول

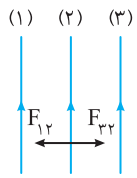
و اگر سیم (۲) سیم (۱) را براند، جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو است، در این صورت جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. یعنی هر دو حالت ممکن است.



حالت دوم

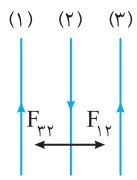
سیم دوم:

اکنون به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۲) می‌پردازیم. اگر سیم (۱)، سیم (۲) را برباید جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) همسو و بالاسو است، در این صورت باید سیم (۳) نیز سیم (۲) را برباید تا نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود، بنابراین جریان سیم (۳) نیز بالاسو است.



حالت سوم

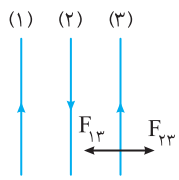
اگر سیم (۱)، سیم (۲) را براند جریان سیم (۲) باید با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو باشد. در این صورت جریان سیم (۳) نیز باید با سیم (۲) ناهمسو باشد تا سیم (۲) را براند و نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود، یعنی جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. بنابراین در بررسی سیم اول و سیم دوم، بالاسو بودن جریان سیم (۳) مشترک است.



حالت چهارم

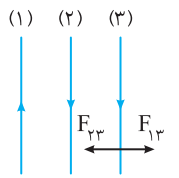
سیم سوم:

به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۳) می‌پردازیم. اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) جذب شود باید سیم (۳) جریان همسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان سیم (۳) بالاسو باشد. در این حالت سیم (۲) باید سیم (۳) را براند تا برایند نیروی وارد بر سیم (۳) صفر شود. در این صورت سیم (۲) جریان پایین‌سو خواهد داشت.



حالت پنجم

اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) دفع شود باید سیم (۳) جریان ناهمسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان (۳) پایین‌سو باشد. در این صورت برای صفر شدن نیروی خالص وارد بر سیم (۳) باید سیم (۲)، سیم (۳) را برباید و جریان سیم (۲) همسو با جریان سیم (۳) و پایین‌سو باشد.

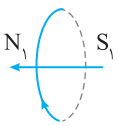


حالت ششم

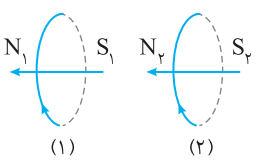
با توجه به حالت‌های دوم، چهارم و پنجم مشخص می‌شود که اگر جریان $I_۲$ پایین‌سو و جریان $I_۳$ بالاسو باشد، شرایطی وجود دارد که می‌تواند نیروی خالص وارد بر هر سیم صفر شود.

B ۱۸۵۱ ۲

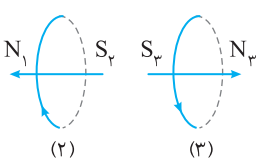
جهت میدان در حلقه (۱) به صورت روبه‌رو می‌باشد.



برای آنکه حلقه‌های (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کنند باید میدان در حلقه (۲) به صورت مقابل باشد تا $S_۱$ ، $N_۲$ را برباید، بنابراین جریان حلقه‌های (۱) و (۲) هم‌جهت است.



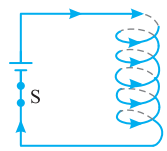
برای آنکه حلقه‌های (۲) و (۳) یکدیگر را دفع کنند باید میدان در حلقه (۳) به‌صورت مقابل باشد تا $S_۲$ و $S_۳$ یکدیگر را برانند پس جریان حلقه‌های (۲) و (۳) در خلاف جهت هم است و گزینه (۲) درست می‌باشد.



میانبر اگر جریان دو حلقه هم‌سو باشد یکدیگر را جذب و اگر ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند. حلقه (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کرده پس جریان آن‌ها موافق هم است و حلقه (۳) و (۲) یکدیگر را دفع کرده پس سوی جریان آن‌ها مخالف هم است.

B ۱۸۵۲ ۲

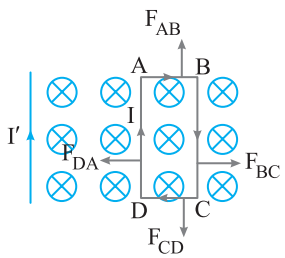
با بستن کلید S جریان گذرنده از حلقه‌های فنر همسو بوده و حلقه‌ها بر هم نیروی ربایشی وارد کرده، طول فنر کاهش یافته و ارتباط آن با جیوه قطع می‌شود. پس جریان مدار و نیروی ربایشی بین حلقه‌ها صفر شده، فنر به حالت اول برمی‌گردد و مجدداً با جیوه تماس می‌یابد و جریان در آن برقرار می‌شود و طول فنر به دلیل نیروی ربایشی بین حلقه‌های دارای جریان همسو کاهش می‌یابد و این عمل تکرار می‌شود و فنر نوسان می‌کند.

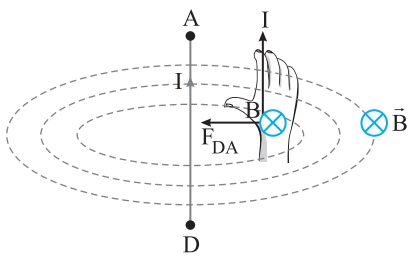


B ۱۸۵۳ ۲

خط فکری برایند نیروهای مغناطیسی وارد بر قاب حامل جریان I توسط سیم حامل جریان I' از شما خواسته شده بنابراین جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل قاب مشخص کنید. هرچه از سیم دورتر می‌شویم، میدان سیم راست ضعیف‌تر شده نیرویی که به اضلاع قاب وارد می‌کند کاهش می‌یابد.

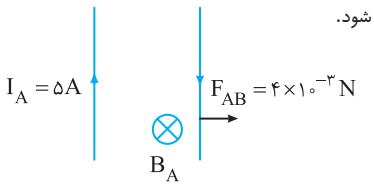
میدان مغناطیسی سیم راست در محل قاب درونسو است. به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DA را مشخص می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان هر سیم به‌گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (کف دست) به سمت صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد، در این حالت انگشت باز دست شما جهت نیرو را نشان می‌دهید با این کار جهت نیروی وارد بر سیم AB، بالاسو، وارد بر سیم BC، به سمت راست، وارد بر سیم CD، پایین‌سو و وارد بر سیم DA به سمت چپ است. نیروهای F_{AB} و F_{CD} با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند و همدیگر را خنثی می‌کنند. نیروهای وارد بر سیم CB و سیم AD در خلاف‌جهت هم هستند، اما به‌دلیل نزدیک‌تر بودن سیم DA به سیم راست، نیروی وارد بر آن بزرگ‌تر است و $(F_{DA} > F_{BC})$ بنابراین برایند نیروهای وارد بر حلقه رو به چپ است.





B ۱۸۵۴ ۲

دو سیم با جریان‌های ناهمسو بر هم نیروی دافعه وارد می‌کنند بنابراین برای آن که سیم A بر سیم B نیروی دافعه وارد کند، جریان سیم B باید در سوی (۱) باشد و با جریان سیم A ناهمسو شود.



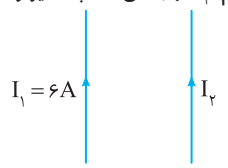
با توجه به نیروی وارد بر سیم B، جریان سیم B را حساب می‌کنیم.

$$F = I_B l B \sin\theta \Rightarrow 4\times10^{-3} = I_B \times 0/5 \times 40\times10^{-4} \times 1 \Rightarrow I_B = \frac{4\times10^{-3}}{20\times10^{-4}} = 2A$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو دو سیم حامل جریان $I_1 = 6A$ و I_2 در کنار هم قرار دارند و بر هم نیروی 5N وارد می‌کنند. اگر جریان سیم I_1، ۲۵ درصد کاهش پیدا کند، نیرویی که سیم I_1 به سیم I_2 وارد می‌کند چند نیوتون خواهد شد؟** خارج تجربی - ۹۰

۱) ۲/۷۵ ۲) ۴

۳) ۳/۷۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

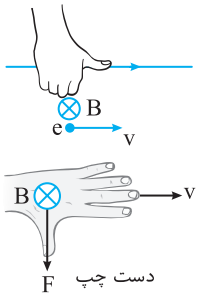


گزینهٔ ۳

B ۱۸۵۵ ۳

ابتدا میدان مغناطیسی سیم راست را در محل الکترون با قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. مطابق شکل میدان مغناطیسی درونسو است.

چون الکترون دارای بار منفی است برای یافتن جهت نیروی وارد بر آن می‌توانید ابتدا به کمک دست راست، جهت نیرو را مشخص کرده سپس جهت آن را وارون کنید اما ما با دست چپ جهت نیروی وارد بر الکترون را معین کرده‌ایم.



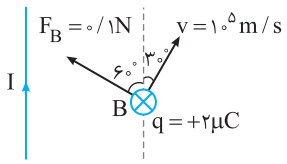
B ۱۸۵۶ ۴

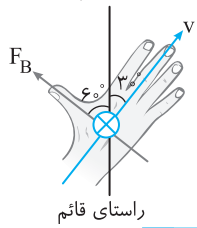
با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در محل بار درونسو خواهد بود.

بار درون صفحه در حال حرکت است و میدان مغناطیسی درونسوست یعنی اندازهٔ زاویهٔ بین سرعت بار و میدان مغناطیسی $\theta = 90^\circ$ است بنابراین اندازه نیروی وارد بر بار خواهد شد: $F = qvB\sin\theta \Rightarrow 0/1 = 2\times10^{-6}\times10^{5}\times B\times\sin 90^\circ \Rightarrow B = 0/5T$

تعیین جهت نیرو:

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بر بردار سرعت و بردار میدان عمود است و جهت آن را به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم. مطابق شکل زاویه بین سرعت و امتداد قائم 30° است بنابراین زاویهٔ بین F_B و امتداد قائم 60° خواهد شد:

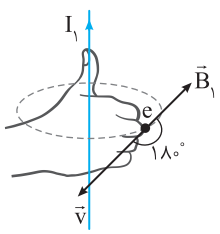




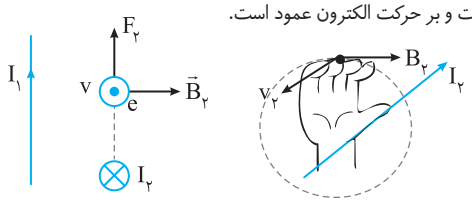
B ۱۸۵۷ ۴

خط فکری ابتدا می‌توانید جهت میدان مغناطیسی هر سیم را در محل حرکت الکترون مشخص کرده سپس جهت میدان خالص را به‌دست آورید، آنگاه به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را معین کنید.

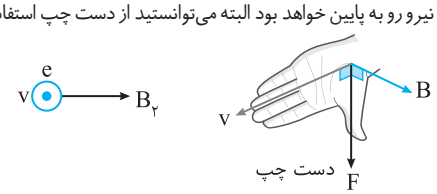
میدان مغناطیسی سیم I_1 در محل الکترون درونسو است یعنی الکترون در امتداد میدان B_1 در حرکت است و بر آن نیرویی توسط سیم I_1 وارد نمی‌شود.



میدان مغناطیسی سیم I_2 در محل الکترون با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت راست است و بر حرکت الکترون عمود است.

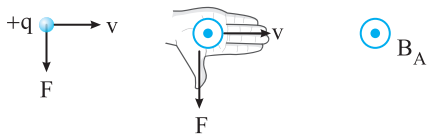


چهار انگشت دست راست را برونسو قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست صفحه کاغذ باشد در این صورت نیروی وارد بر بار رو به بالا است اما چون الکترون دارای بار منفی است جهت نیرو را وارون کرده و جهت نیرو رو به پایین خواهد بود البته می‌توانستید از دست چپ استفاده کنید.

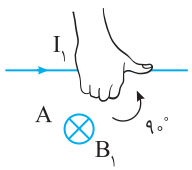


B ۱۸۵۸ ۱

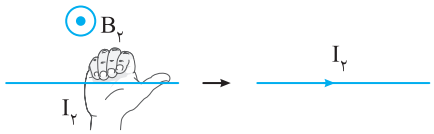
جهت حرکت ذره به سمت پایین منحرف شده پس نیروی مغناطیسی به سمت پایین به ذره وارد می‌شود در حالی که سرعت ذره به سمت راست بوده، حال با توجه به قاعدهٔ دست راست برای نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو خواهد بود.



جهت جریان I_1 مشخص و به سمت راست است. پس میدان حاصل از این سیم در نقطهٔ A با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسو می‌شود، بنابراین برای اینکه میدان خالص در نقطهٔ A برونسو باشد، باید میدان حاصل از جریان I_2 در این نقطه برونسو باشد. در این صورت جریان I_2 باید به سمت راست باشد. از طرفی جریان I_2 باید از جریان I_1 بزرگ‌تر باشد تا میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو شود.



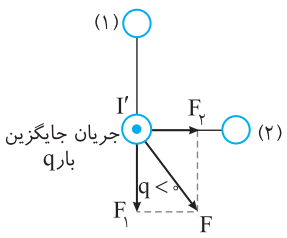
$$B_2 > B_1 \Rightarrow I_2 > I_1$$



C ۱۸۵۹ ۲

خط فکری به مطلبی که می‌گوییم خوب دقت کنید بار منفی q به‌طور درونسو از مبدأ مختصات عبور می‌کند. در الکتریسیتهٔ جاری، جهت جریان در خلاف جهت الکترون‌ها (بار منفی) است. بنابراین ما، حرکت بار منفی q را با یک جریان برونسو جایگزین می‌کنیم و به‌جای حرکت بار q جریان برونسوی I' را در نظر می‌گیریم. نیروی F را روی امتداد x و y تجزیه می‌کنیم تا نیرویی که سیم (۱) و سیم (۲) بر بار منفی q (و یا جریان برونسوی I') وارد می‌کند مشخص شود و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید سوی جریان (۱) و (۲) را مشخص کنید و نوع نیروی بین دو سیم (۱) و (۲) را معلوم کنید و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید معین کنید I_1 بزرگ‌تر است یا I_2.

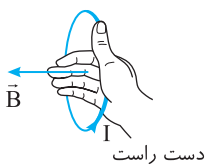
نیروی F را تجزیه می‌کنیم. مؤلفه x نیرو یعنی F_2 نیرویی است که توسط سیم (۲) بر بار وارد می‌شود و چون سیم (۲) سیم (I') را می‌رباید (جذب می‌کند) سوی جریان I_2 نیز باید برونسو باشد.



سیم (۱) نیروی F_1 را بر I' وارد می‌کند و آن را دفع می‌کند بنابراین سوی جریان آن باید با I' ناهمسو باشد یعنی I_1 درونسو است. جریان‌های I_1 و I_2 ناهمسو هستند بنابراین نیروی بین آن‌ها دافعه است از طرفی چون فاصلهٔ دو سیم از مبدأ مختصات یکسان بوده اما $F_1 > F_2$ بنابراین $I_1 > I_2$ خواهد بود.

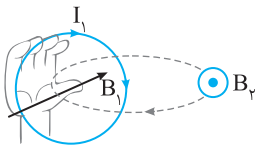
A ۱۸۶۰ ۳

ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل جهت میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه مشخص می‌کنیم. این میدان به سمت چپ است و اگر یک قطب‌نما در مرکز حلقه قرار گیرد عقربهٔ آن در جهت میدان جهت‌گیری می‌کند یعنی قطب N در سمت چپ قرار می‌گیرد و شکل گزینهٔ (۳) درست است.

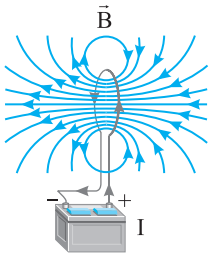


A ۱۸۶۱ ۲

با توجه به قاعده دست راست با توجه به اینکه میدان در مرکز حلقه درونسو است مطابق شکل باید جریان حلقه ساعتگرد باشد.

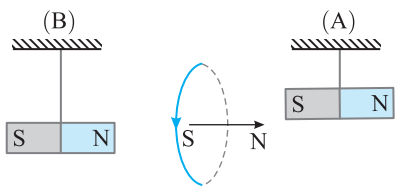


در یک حلقهٔ حامل جریان خط‌های میدان در ناحیهٔ داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است و افزون بر این در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور حلقه است. بنابراین در نقاط درون حلقه به ویژه در مرکز آن میدان قوی‌تر از نقاط بیرون حلقه است و $B_1 > B_2$ است.



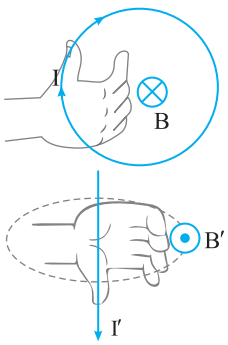
A ۱۸۶۲ ۲

آهنربای A به سمت چپ کشیده شده است بنابراین میدان مغناطیسی حلقه به گونه‌ای است که قطب N آن در سمت راست حلقه است و بنا به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در سوی (۲) خواهد بود و چون سمت چپ حلقه قطب S است، قطب N آهنربای B را می‌رباید و آهنربای B به سمت راست منحرف می‌شود.



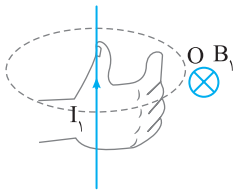
A ۱۸۶۳ ۲

با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر شست خود را در سوی جریان حلقه قرار دهید با خم کردن چهار انگشت مشخص می‌شود میدان مغناطیسی حلقه درون آن درونسوست و برای آنکه این میدان توسط میدان مغناطیسی سیم راست در سمت چپ حلقه صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم راست برونسو باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل، جریان I' سیم راست باید پایین‌سو باشد.



B ۱۸۶۴ ۴

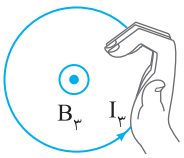
میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ O درونسو و میدان مغناطیسی سیم I_2 در نقطهٔ O درونسو و میدان حلقه برونسوست.



بنابراین میدان مغناطیسی B_1 و B_2 هم‌جهت هستند و با هم جمع می‌شوند اما میدان مغناطیسی حلقه برونسو است میدان مغناطیسی خالص برابر $B_t = |B_1 + B_2 + B_3|$ است.

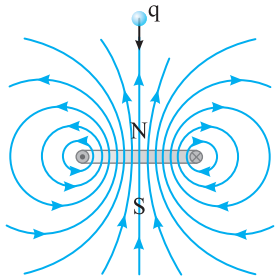


اندازهٔ جریان‌ها مشخص نیست و در نتیجه اندازهٔ میدان‌های حاصل از آن‌ها نیز مشخص نبوده بنابراین نمی‌توان در مورد میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O اظهار نظر کرد.



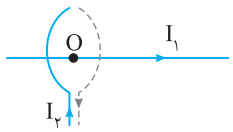
B ۱۸۶۵ ۳

یادآوری هرگاه بار الکتریکی در امتداد خطوط میدان حرکت کند نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.



مطابق شکل خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان به شکل روبه‌روست و خط میدان گذرنده از مرکز حلقه، روی محور حلقه بوده بنابراین بار q در امتداد خط میدان در حرکت است و بر آن نیرویی وارد نشده و در امتداد قائم به حرکت خود ادامه می‌دهد.

بازی با سؤال **در شکل زیر سیم مستقیم حامل جریان I_1 به‌صورت عمود از مرکز حلقه می‌گذرد. حلقهٔ فلزی نیز مطابق شکل دارای جریان I_2 است. در مورد حلقه و سیم، کدام گزینه صدق می‌کند؟** کنکور دهه‌های گذشته



۱) یکدیگر را می‌رانند.

۲) یکدیگر را جذب می‌کنند.

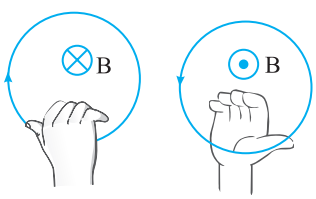
۳) اگر $I_1=I_2$ باشد به هم نیرویی وارد نمی‌کند.

۴) با هر جریانی به یکدیگر نیرو وارد نمی‌کنند.

گزینهٔ ۴

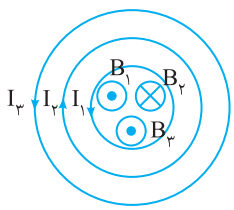
C ۱۸۶۶ ۳

جهت میدان حاصل از حلقه‌هایی که مطابق شکل دارای جریان‌های ساعتگرد و پادساعتگرد می‌باشد در مرکز آن‌ها با توجه به قاعدهٔ دست راست کشیده شده به‌صورت درونسو و برونسو خواهد بود:



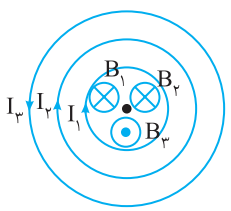
جریان هر سه حلقه برابر است بنابراین میدان در مرکز حلقه‌ای بیشینه است که شعاع کمتری دارد. اگر میدان مغناطیسی حلقه‌ها را B_1، B_2 و B_3 بنامیم در این صورت $B_1>B_2>B_3$ است.

حالت اول: با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقهٔ حامل جریان، میدان B_1 و B_3 برونسو و میدان B_2 درونسوست و میدان خالص خواهد شد:



B_t برونسو : $B_t=|B_1+B_3-B_2|$

حالت دوم: جریان حلقه کوچک‌تر ساعتگرد شده و جهت میدان آن درونسو خواهد شد. در این حالت:



B'_t درونسو : $B'_t=|B_1+B_2-B_3|$

بنابراین جهت میدان وارون می‌شود. از طرفی چون $B_1+B_2>B_1+B_3$ است. در نتیجه میدان برایند در حالت دوم از حالت اول بیشتر می‌شود.

B ۱۸۶۷ ۳

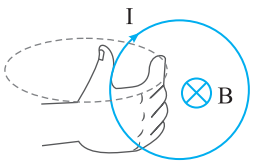
جهت میدان مغناطیسی سیم راست در مرکز حلقه: انگشت شست دست راست خود را رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) در جهت جریان I_2 قرار دهید به گونه‌ای که چهار انگشت شما روی خط واصل مرکز حلقه با سیم I_2 قرار گیرد اکنون با خم کردن چهار انگشت خود به اندازهٔ ۹۰° جهت میدان مغناطیسی سیم



I_2 در مرکز حلقه رو به پایین صفحه (پایین‌سو) خواهد بود، بنابراین نیرویی که $B_2=30G=\frac{B}{2}$ بر سیم حامل جریان $I_1=10A$ وارد می‌کند خواهد شد:

$$F_2=I_1 l_1 B_2=10\times1\times30\times10^{-4}\Rightarrow F=0/03N$$

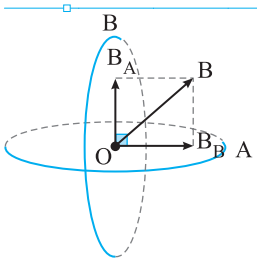
جهت میدان مغناطیسی حلقه:



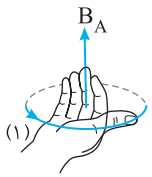
با توجه به اینکه جریان حلقه ساعتگرد است، میدان مغناطیسی حلقه در مرکز آن درونسو خواهد بود. در این صورت جریان I_1 در امتداد میدان مغناطیسی حلقه بوده و توسط میدان مغناطیسی حلقه بر آن نیرویی وارد نمی‌شود و نیروی خالص همان $F_1=0/03N$ است.

B ۱۸۶۸ ۲

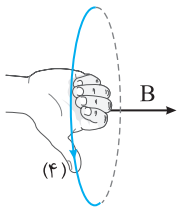
میدان B را روی قطرهای دو حلقه تجزیه می‌کنیم.



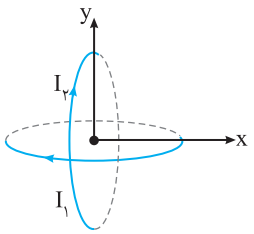
میدان حلقهٔ A در مرکز حلقه رو به بالا است و بنا بر قاعدهٔ دست راست جریان حلقه به صورت روبه‌رو و در سوی (۱) است.



میدان حلقه B در مرکز حلقه به سمت راست است و بنا به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل جریان حلقه در سوی (۴) خواهد بود.



بازی با سؤال **دو حلقه هم‌مرکز مطابق شکل در صفحهٔ xoy قرار گرفته‌اند. اگر بزرگی میدان‌های حاصل از حلقه‌ها دارای جریان I_1 و I_2 در مرکز آن‌ها به‌ترتیب برابر 3π و 2π تسلا باشد، کدام گزینه بردار میدان مغناطیسی در مرکز دو حلقه را درست نشان می‌دهد؟**



۱) $(-2\pi\vec{i}-3\pi\vec{j})$ **۲)** $(-2\pi\vec{i}+3\pi\vec{j})$

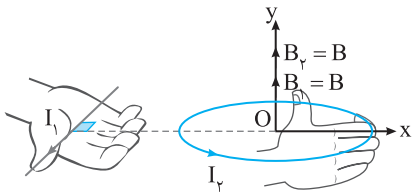
۳) $(-3\pi\vec{i}-2\pi\vec{j})$ **۴)** $(-3\pi\vec{i}+2\pi\vec{j})$

گزینهٔ ۱

B ۱۸۶۹ ۱

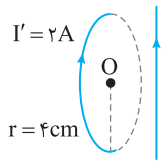
با توجه به قاعدهٔ دست راست:

میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان در نقطهٔ O در جهت مثبت محور yها است.



میدان مغناطیسی ناشی از حلقهٔ حامل جریان در نقطهٔ O نیز در امتداد قائم و در جهت مثبت محور yها است، در این صورت هر دو میدان هم‌جهت و در امتداد محور yها بوده و میدان خالص با محور yها زاویهٔ صفر می‌سازد.

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقه برابر $0/4G$ و میدان مغناطیسی حاصل از جریان حلقه در مرکز آن $0/3G$ است. میدان برایند حاصل از سیم راست و حلقه در نقطه O برابر چند گاوس است؟

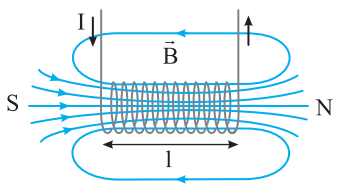


۱) $0/45$ ۲) $0/7$ ۳) $0/1$ ۴) $0/5$

گزینهٔ ۴

A ۱۸۷۰ ۱

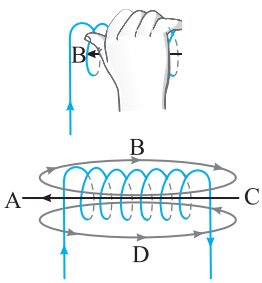
شکل روبه‌رو آرایش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از یک سیملوله حامل جریان در بیرون و درون سیملوله را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که در نقاط درون سیملوله مانند نقطهٔ M خطوط میدان به هم نزدیک بوده و میدان از نقاط بیرون سیملوله مانند نقطه P بزرگ‌تر است و گزاره (الف) درست است.



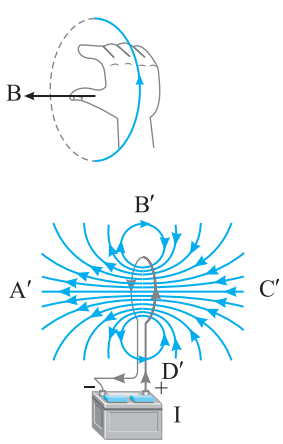
وقتی که قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن به هم خیلی نزدیک باشند، سیملوله را آرمانی گویند و همان‌گونه که در شکل معلوم است خطوط میدان درون سیملوله آرمانی به موازات و با فاصله یکسان از هم بوده و میدان درون سیملوله یکنواخت است بنابراین در نقاط M و N میدان برابر است و گزاره (ب) و (پ) درست است.

B ۱۸۷۱ ۴

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان، چهار انگشت خود را در جهت جریان سیملوله قرار دهید. در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ بوده یعنی میدان درون سیملوله از راست به چپ و در نقاط B و D خارج سیملوله مطابق شکل به سمت راست است بنابراین با قرار دادن عقربهٔ مغناطیسی در نقاط B و D این عقربه به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.

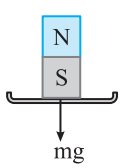


با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت میدان مغناطیسی درون حلقه به سمت چپ بوده و خطوط میدان این حلقه به صورت شکل روبه‌روست و در نقاط B′ و D′ جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بوده و در این نقاط نیز عقربهٔ مغناطیسی به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.

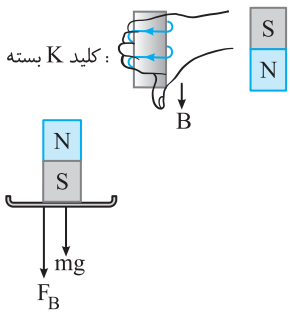


B ۱۸۷۲ ۳

۱ وقتی کلید باز است ترازو وزن آهنربای NS را نشان می‌دهد.

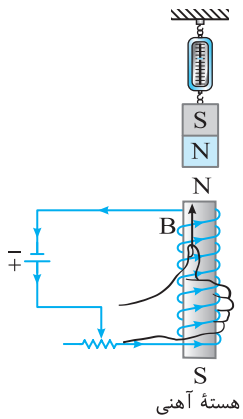


۲ با بستن کلید در اثر عبور جریان هسته آهنی آهنربا می‌شود و با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله مطابق شکل رو به پایین بوده و قطب‌های همنام سیملوله و آهنربای روی ترازو مقابل هم قرار گرفته و یکدیگر را می‌رانند، در نتیجه ترازو عدد بیشتری را نشان می‌دهد.



B ۱۸۷۳ ۱

خط فکری ابتدا باید جهت جریان در مدار را تعیین کنید و جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص کنید تا بتوانید تشخیص دهید که این سیملوله بر آهنربا نیروی دافعه وارد می‌کند یا نیروی جاذبه. سپس باید بررسی کنید که با حرکت لغزنده به سمت راست، جریان مدار چه تغییری می‌کند؟ و از آنجا به کمک تغییر جریان تشخیص دهید که میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد یا کاهش؟ تا سرانجام در مورد نیروی وارد بر آهنربا و عدد نیروسنج بتوانید اظهار نظر کنید.



۱ با توجه به شکل، جهت جریان از پایانهٔ مثبت باتری به‌سوی پایانهٔ منفی باتری است.

۲ به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیملوله رو به بالا است.

۳ درون سیملوله میدان از S به N است پس قسمت بالای سیملوله قطب N بوده و آهنربا را دفع می‌کند بنابراین نیروسنج کمتر از نیروی وزن را نشان می‌دهد. $F+F_B=W\Rightarrow F=W-F_B$



۴ با حرکت لغزنده به سمت راست، مقاومت متغیر کاهش می‌یابد. $R\downarrow$

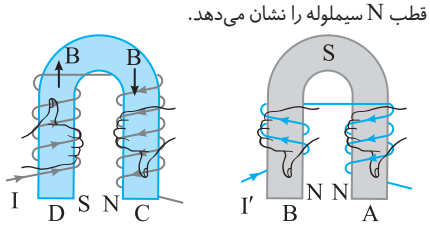
۵ با کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}$

۶ با افزایش جریان، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و نیروی دافعهٔ مغناطیسی که سیملوله به آهنربا وارد می‌کند، افزایش می‌یابد و نیروسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

B ۱۸۷۴ ۴

یادآوری طبق قاعدهٔ دست راست چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار می‌دهیم در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله و قطب N آن را نشان می‌دهد.

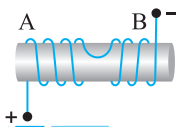
جهت جریان در سیملوله را مشخص کنید و به کمک قاعده دست راست برای میدان مغناطیسی سیملوله، جهت میدان را مشخص کنید، انگشت باز شست علاوه بر میدان مغناطیسی، قطب N سیملوله را نشان می‌دهد.



به شکل‌ها دقت کنید. A، B و C قطب N و D، قطب S است.

نگران اینکه A و B هر دو قطب N شده‌اند نباشید قسمت بالای این آهن U شکل قطب S است.

بازی با سؤال از سیم‌پیچی که دارای هستهٔ آهنی است، مطابق شکل جریان I می‌گذرد. دو انتهای A و B به‌ترتیب از راست به چپ به کدام قطب تبدیل می‌شوند؟



۱) S ،N
۲) N ،S
۳) N ،N
۴) S ،S

گزینهٔ ۴

۱۸۷۵ B ۱

خط فکری برای آنکه تعداد گیره‌ها جذب شده توسط میخ افزایش یابد باید میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیملوله افزایش یابد تا میخ به آهنربای قوی‌تری تبدیل شود البته هرچه تعداد دورهای سیم پیچیده شده به دور میخ افزایش یابد، سبب افزایش میدان مغناطیسی با همان جریان قبلی خواهد شد.

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت کوچک‌تری در مدار قرار می‌گیرد $(R\downarrow)$ که سبب افزایش جریان مدار و قوی‌تر شدن میدان مغناطیسی سیملوله شده و میخ گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند و گزاره (الف) درست است.

اگر نیروی محرکهٔ باتری افزایش یابد به شرط آنکه به مدار آسیب نزند، جریان مدار افزایش می‌یابد و سبب افزایش میدان مغناطیسی و جذب بیشتر گیره‌ها می‌شود و گزاره (ب) درست است.

هرچه تعداد حلقه‌هایی که به دور میخ پیچیده شده بیشتر باشد، میدان مغناطیسی سیملوله $(\uparrow B=\mu_0\frac{N\uparrow}{l}I)$ افزایش می‌یابد و تعداد گیره‌های جذب شده نیز افزایش می‌یابد و گزاره (پ) نیز درست است، بنابراین هر سه گزاره درست هستند.

۱۸۷۶ A ۱

با توجه به میدان مغناطیسی سیملوله می‌توان نوشت: $B=\mu_0\frac{N}{l}I$

در این رابطه میدان مغناطیسی برحسب تسلا، طول سیملوله (l) برحسب متر جریان سیملوله (I) برحسب آمپر و N تعداد دورها بدون یکا است بنابراین:

$$\text{تسلا}=\mu_0\frac{\text{آمپر}}{\text{متر}}\Rightarrow\mu_0=\frac{\text{تسلا}\times\text{متر}}{\text{آمپر}}$$

۱۸۷۷ A ۳

خوب معلوم است، نوشتن رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله و جای‌گذاری داده‌های مسئله و حل تست کنکور سراسری و تمام.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow{N=۲۰۰,I=۵A,l=۰/۲m}B=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\frac{۲۰۰}{۰/۲}\times۵$$

$$\Rightarrow B=۲\pi\times۱۰^{-۳}T\xrightarrow{۱T=۱۰^{۴}G}B=۲۰\pi G$$

۱۸۷۸ B ۲

خط فکری در رابطهٔ $B=\mu_0\frac{N}{l}I$، نکتهٔ ظریفی وجود دارد و آن این است که $\frac{N}{l}$، در واقع تعداد دورها (حلقه‌های) سیملوله در یکای طول یعنی در یک متر است

به‌طور مثال وقتی طول سیملوله ۲۰cm است و تعداد حلقه‌های آن ۴۰ حلقه است آن‌گاه وقتی تناسب زیر را می‌نویسید مشخص می‌شود که:

$$\frac{l=۲۰cm}{۱}\quad\left|\quad\frac{N=۴۰\text{ حلقه}}{n}\right.\Rightarrow n=\frac{N}{l}=\frac{۴۰}{۰/۲}=۲۰۰\frac{\text{دور}}{\text{متر}}$$

اکنون با آنچه در خط‌فکری بیان شد مسئله قابل حل است.

به کمک رابطهٔ میدان مغناطیسی برای سیملوله، تعداد حلقه‌ها در هر سانتی‌متر را به‌دست می‌آوریم:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\Rightarrow۰/۰۱۲=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{N}{l}\times۲\Rightarrow n=۵۰۰۰\ \text{دور/متر}$$

در هر متر سیملوله ۵۰۰۰ دور وجود دارد. در این صورت در هر سانتی‌متر آن تعداد دورها برابر است با: $n=\frac{N}{l}\Rightarrow۵۰۰۰=\frac{N}{۰/۰۱}\Rightarrow N=۵۰\ \text{دور/سانتی‌متر}$

بازی با سؤال تقریباً جریان چند آمپری از سیملوله‌ای که ۱۲ حلقه در هر سانتی‌متر از طولش دارد عبور کند تا میدان داخل آن برابر ۳×۱۰^{-۳} تسلا شود؟ $(\mu_0=۴\pi\times۱۰^{-۷}T.m/A)$

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

۱۸۷۹ A ۴

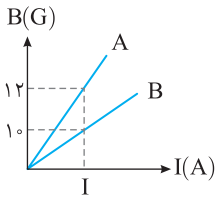
میدان درون سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{l}$ به‌دست می‌آید، در این صورت:

$$\left.\begin{aligned}B_B&=\mu_0\frac{N_B}{l_B}I_B\\B_A&=\mu_0\frac{N_A}{l_A}I_A\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{B_B}{B_A}=\frac{N_B}{N_A}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{l_A}{l_B}$$

$$\xrightarrow[l_A=\frac{l_B}{۲},N_A=۴N_B]{B_A=B_B}۱=\frac{۱}{۴}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۱}{۸}$$

۱۸۸۰ A ۴

به نمودار نگاه کنید در جریان یکسان I میدان مغناطیسی سیملوله A برابر ۱۲G و میدان مغناطیسی سیملوله B برابر ۱۰G است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned}B_A&=\mu_0\frac{N_A}{l_A}I_A\\B_B&=\mu_0\frac{N_B}{l_B}I_B\end{aligned}\right.$$

$$\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}}\Rightarrow\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}}$$

یادآوری در رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله مفهوم نسبت تعداد دورهای سیملوله بر طول سیملوله تعداد دورهای سیملوله در واحد طول است $n=\frac{N}{l}$، بنابراین خواهیم داشت: $\frac{n_A}{n_B}=\frac{۶}{۵}$

۱۸۸۱ B ۴

جریان عبوری از سیملوله ۸ آمپر افزایش یافته $(I_۲=I_۱+۸)$ در این صورت میدان مغناطیسی درون سیملوله ۲۵٪ افزایش می‌یابد $(B_۲=B_۱+\frac{۲۵}{۱۰۰}B_۱=۱/۲۵B_۱)$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$B_۲=۱/۲۵B_۱\xrightarrow{B=\mu_0\frac{N}{l}I_۱}\mu_0\frac{N}{l}I_۲=۱/۲۵\mu_0\frac{N}{l}I_۱\Rightarrow I_۲=۱/۲۵I_۱$$

اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$\left.\begin{aligned}I_۲&=I_۱+۸\\I_۲&=۱/۲۵I_۱\end{aligned}\right.\Rightarrow۱/۲۵I_۱=I_۱+۸\Rightarrow۰/۲۵I_۱=۸\Rightarrow I_۱=۳۲A$$

میانبر میدان مغناطیسی سیملوله با جریان رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین $\frac{\Delta B}{B_۱}=\frac{\Delta I}{I_۱}$ است.

۱۸۸۲ A ۴

با نصف کردن سیملوله، هم تعداد دور و هم طول سیملوله نصف خواهد شد. پس با توجه به رابطه $B=\mu_0\frac{NI}{l}$ صورت و مخرج کسر هر دو نصف می‌شود و بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله‌های جدید با بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله اولیه، یکسان خواهد بود.

$$\left.\begin{aligned}l_۲&=\frac{۱}{۲}l_۱\\N_۲&=\frac{۱}{۲}N_۱\end{aligned}\right.\Rightarrow\frac{N_۲}{l_۲}=\frac{N_۱}{l_۱}\xrightarrow[I_۲=I_۱]{B=\mu_0\frac{N}{l}I}B_۲=B_۱$$

بازی با سؤال از دو سیملولهٔ کاملاً مشابه جریان یکسان I می‌گذرد، اگر میدان درون هر سیملوله برابر B باشد، چنانچه دو سیملوله را به هم متصل کرده تا یک سیملوله طویل‌تر بسازیم و از آن جریان I بگذرد، میدان مغناطیسی درون این سیملوله چند برابر B می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۱

B ۱۸۸۳ ۲

خط فکری ۱ با تقسیم کردن سیملوله مقدار $\frac{N}{l}$ تغییر نمی‌کند. زیرا $\frac{N}{l}$ تعداد حلقه‌ها در واحد طول است و همان اندازه که از طول سیملوله کم می‌شود همانقدر از تعداد حلقه‌ها نیز کاسته شده است. $\frac{N_2}{l_2}=\frac{N_1}{l_1}$

۲ سیملوله به ۶ قسمت تقسیم شده پس طول هر قسمت جدید $\frac{1}{6}$ حالت قبل است $(l'=\frac{l}{6})$ و با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{l}{A}$، مقاومت هر قسمت جدید $\frac{1}{6}$ مقاومت سیملوله اولیه است.

$$R_2=\frac{R_1}{6}\xrightarrow{V_2=V_1}\frac{I_2}{I_1}=\frac{\frac{V_2}{R_2}}{\frac{V_1}{R_1}}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=6\Rightarrow I_2=6I_1$$

$$\frac{B_2}{B_1}=\frac{\mu_0\frac{N_2}{l_2}I_2}{\mu_0\frac{N_1}{l_1}I_1}\xrightarrow[\frac{N_2}{l_2}=\frac{N_1}{l_1}]{B_1=B}\frac{B_2}{B}=\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\frac{B_2}{B}=6\Rightarrow B_2=6B$$

B ۱۸۸۴ ۲

خط فکری با داشتن شعاع حلقه‌های سیملوله، محیط هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با تقسیم طول سیم بر محیط هر حلقه تعداد حلقه‌های سیملوله را حساب می‌کنیم سپس با رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله مسئله را حل می‌کنیم.

۱ تعداد حلقه‌های سیملوله برابر است با: $N=\frac{L}{2\pi R}\xrightarrow{L=100m}N=\frac{100}{2\pi R}$

۲ رابطه میدان مغناطیسی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم.

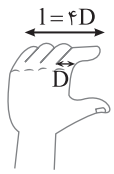
$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[l=0/2m,\,I=10A]{B=25G=25\times10^{-4}T}25\times10^{-4}=4\pi\times10^{-7}\times\frac{\frac{100}{2\pi R}}{0/2}\times10$$

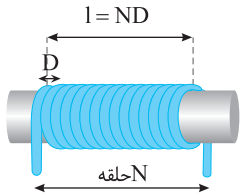
$$\Rightarrow25\times10^{-4}=4\pi\times10^{-7}\frac{100}{2\pi R\times0/2}\times10\Rightarrow R=\frac{10^{-3}}{25\times10^{-4}}=\frac{10}{25}=0/4m$$

$$\Rightarrow R=40cm$$

B ۱۸۸۵ ۱

خط فکری چهار انگشت دست خود را کنار هم قرار داده و آن را شبیه یک سیملوله خم کنید. اگر قطر متوسط هر انگشت شما ۱/۲ سانتی‌متر باشد. برای یافتن طول سیملولهٔ شبیه دست شما باید عدد ۴ را در قطر هر انگشت ضرب کرد. $(l=4\times1/2)$ حال اگر شما به‌جای ۴ انگشت N انگشت داشته باشید ...، بنابراین طول سیملوله برابر تعداد حلقه‌های به‌هم چسبیده ضرب در قطر سیم خواهد شد $(l=ND)$





با توجه به خط‌فکری بیان شده، میدان مغناطیسی درون سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow{l=ND}B=\mu_0\frac{N}{ND}I\Rightarrow B=\mu_0\frac{1}{D}I$$

$$\xrightarrow[\mu_0=12\times10^{-7}\frac{T.m}{A}]{I=2A,\,D=5\times10^{-3}m}B=12\times10^{-7}\times\frac{1}{5\times10^{-3}}\times2\Rightarrow B=4/8\times10^{-4}T=4/8G$$

B ۱۸۸۶ ۱

خط فکری وقتی که حلقه‌ها در یک ردیف و کنار هم قرار دارند. طول سیملوله برابر حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌ها در قطر سیم است. $(l=ND)$

بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\Rightarrow B=\mu_0\frac{N}{ND}I\Rightarrow B=\mu_0\frac{1}{D}I$$

در حالت اول و حالت دوم، قطر سیمی که سیملوله را از آن ساخته‌ایم برابر ۱mm است. از طرفی جریان عبوری از دو سیملوله برابر است از این‌رو میدان مغناطیسی درون سیملوله در دو حالت یکسان خواهد بود.

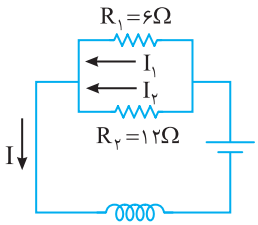
A ۱۸۸۷ ۱

خط فکری در این سؤالات باید با استفاده از مدار جریان عبوری از سیملوله را به‌دست بیاوریم. ابتدا جریان مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم، توان مصرفی مقاومت برابر $P=RI^2$ است، بنابراین:

$$P_1=I_1^2R_1\Rightarrow24=I_1^2\times6\Rightarrow I_1=2A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{I_2}{2}=\frac{6}{12}\Rightarrow I_2=1A$$



بنابراین جریان مدار که از سیملوله نیز عبور می‌کند برابر است با:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=2+1=3A$$

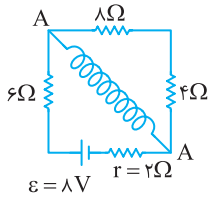
تعداد دور در هر متر $\frac{N}{l}=n=1000$

است، اکنون می‌توان میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست آورد:

$$B=\mu_0nI\Rightarrow B=4\pi\times10^{-7}\times1000\times3\Rightarrow B=1/2\pi\times10^{-3}T$$

B ۱۸۸۸ ۴

یادآوری هرگاه دو نقطه از مدار با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شوند. پتانسیل الکتریکی آن دو نقطه برابر شده و آن دو نقطه در حکم یک نقطه از مدار هستند (اتصال کوتاه).



۱ به شکل مدار دقت کنید دو مقاومت 4Ω و 8Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و در مدار یک مقاومت 6Ω باقی می‌ماند.

۲ جریان مدار که همان جریان عبوری از سیملوله است را حساب می‌کنیم.

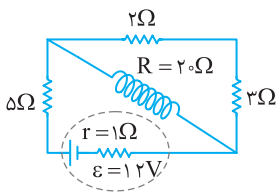
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{8}{6+2}\Rightarrow I=1A$$

۳ میدان مغناطیسی سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[\mu_0=12\times10^{-7}\frac{Tm}{A}]{l=5\times10^{-2}m,\,N=20}B=12\times10^{-7}\frac{20}{5\times10^{-2}}\times1$$

$$\Rightarrow B=48\times10^{-5}T\Rightarrow B=4/8G$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مقاومت اهمی سیملوله 20Ω است. اگر طول سیملوله 4cm، تعداد حلقه‌های آن 40 دور و قطر دهانهٔ آن ۵ میلی‌متر باشد، میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A)$



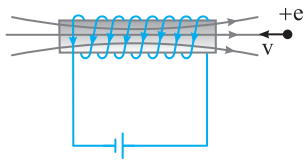
۱) ۱/۴۴ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۲/۸۸ ۴) ۲۸/۸

گزینهٔ ۳

B ۴ ۱۸۸۹

یادآوری هرگاه ذرهٔ بارداری در امتداد خطوط میدان مغناطیسی حرکت کند. $(\theta=0$ یا $\pi)$ از طرف میدان بر ذره نیرویی وارد نمی‌شود. $(F=0)$

میدان مغناطیسی درون سیملوله آرمانی که قطر حلقه‌های آن نسبت به طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک است، یکنواخت است و خطوط میدان آن مطابق شکل موازی محور سیملوله است.

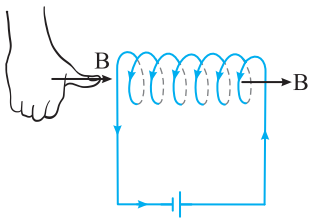


با توجه به شکل پروتون در امتداد خطوط میدان مغناطیسی سیملوله در حرکت است بنابراین از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد نمی‌شود و از مسیر خود منحرف نمی‌شود.

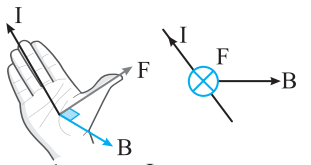
B ۴ ۱۸۹۰

۱ جریان سیملوله از پایانه مثبت به سوی پایانه منفی است.

۲ با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص می‌کنیم برای این منظور چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست راست شما به سمت راست خواهد بود و میدان مغناطیسی سیملوله به سمت راست است.



۳ به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر سیم راست حامل جریان I را به‌دست می‌آوریم.



چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد سیم و سوی جریان I قرار دهید به گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت در جهت میدان B قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست شما به سوی درون کاغذ (درونسو) است یعنی F درونسو است.

B ۳ ۱۸۹۱

خط فکری مسئله به زبان بی‌زبانی به ما می‌گوید که مرا حل کن. همهٔ مشخصات سیملوله به شما داده شده است. بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله را حساب می‌کنیم. سرعت الکترون و بار آن و نیروی وارد بر آن توسط میدان مغناطیسی سیملوله داده شده است بنابراین با رابطه نیروی وارد بر بار، زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[l=16\times10^{-2}\,m]{N=800,\ I=4A} B=12\times10^{-7}\times\frac{800}{16\times10^{-2}}\times4$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}\,T$$

۲ رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم و α را به‌دست می‌آوریم.

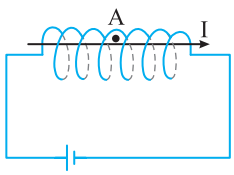
$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[|q|=1/6\times10^{-19}\,C]{F=1/92\times10^{-16}\,N,\ v=10^5\,m/s}$$

$$1/92\times10^{-16}=1/6\times10^{-19}\times10^5\times24\times10^{-3}\sin\alpha$$

$$1/2=2/4\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

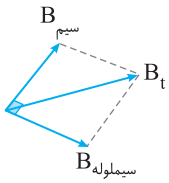
B ۲ ۱۸۹۲

خط فکری سیم راست موازی محور سیملوله رسم شده است. میدان مغناطیسی سیملوله در امتداد محور سیملوله است و میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I در نقطهٔ A به خط واصل بین A و سیم راست عمود است.



یعنی میدان مغناطیسی سیم راست در نقطهٔ A بر میدان مغناطیسی سیملوله عمود است. بنابراین شما باید میدان مغناطیسی سیملوله را حساب کنید سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A را به‌دست بیاورید.

یادآوری نسبت $\frac{N}{l}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملوله در واحد طول است.



۱ میدان مغناطیسی سیملوله در تمام نقاط درون آن برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[I=4A]{\frac{N}{l}=\frac{500}{0/01}=5000} B=12\times10^{-7}\times5000\times4$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}\,T=24\,mT$$

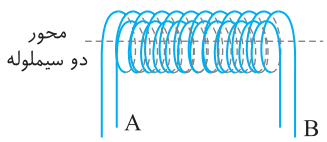
۲ میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$B_t=\sqrt{B_{سیم}^2+B_{سیملوله}^2}=\sqrt{10^2+24^2}=\sqrt{2^2(5^2+12^2)}$$

$$=2\times13=26\,mT\Rightarrow B_t=26\,mT$$

B ۲ ۱۸۹۳

برای آنکه میدان‌های حاصل از دو سیملوله صفر شود، باید میدان مغناطیسی سیملوله‌های A و B خلاف جهت هم و باهم برابر باشند بنابراین می‌توان نوشت:

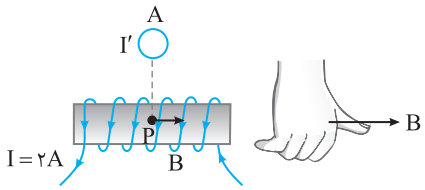


$$B_A=B_B\Rightarrow\frac{\mu_0N_AI_A}{l_A}=\frac{\mu_0N_BI_B}{l_B}$$

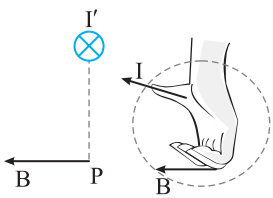
$$\Rightarrow\frac{N_A}{N_B}=\frac{I_B}{I_A}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{2}{I_A}\Rightarrow I_A=3A$$

B ۳ ۱۸۹۴

۱ جهت میدان مغناطیسی سیملوله در نقطهٔ P با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل به سمت راست است.



۲ برای آنکه میدان مغناطیسی در نقطهٔ P صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I′ در نقطهٔ P به سمت چپ باشد. با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم راست باید جریان سیم A درونسو باشد. بنابراین گزینه (۲) و (۴) نادرست است.



۳ اندازهٔ میدان سیم راست باید هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملوله باشد بنابراین:

$$B_{سیم}=B_{سیملوله}=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,T.m/A]{I=2A,\ \frac{N}{l}=\frac{100}{10^{-2}}=10^4\ \text{متر/دور}}$$

$$B=4\pi\times10^{-7}\times10^4\times2\Rightarrow B=8\pi\times10^{-3}\,T$$

A ۱۸۹۵ ۱

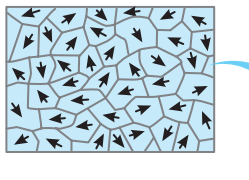
مواد مغناطیسی به سه دستهٔ فرومغناطیسی، پارامغناطیسی و دیامغناطیسی تقسیم می‌شوند. آهن، نیکل و کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عناصر مواد فرومغناطیس هستند. این مواد به دو دستهٔ نرم و سخت تقسیم می‌شوند که فرومغناطیس نرم در حضور میدان مغناطیس آهنربا شده اما این خاصیت در آن موقت است و با حذف میدان این خاصیت از بین می‌رود و از آن‌ها در ساخت آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود. فرومغناطیس سخت در حضور میدان آهنربا می‌شود و خاصیت آهنربایی تا مدت زیادی در آن می‌ماند و از آن برای ساخت آهنربای دائمی استفاده می‌شود بنابراین به‌جای B باید کلمهٔ نرم و به‌جای C باید آهنربای دائمی قرار گیرد. اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم و اکسیژن از جمله مواد پارامغناطیس هستند بنابراین در جدول به‌جای حرف A باید کلمه پارامغناطیس قرار گیرد. و گزینه (۱) درست است.

A ۱۸۹۶ ۳

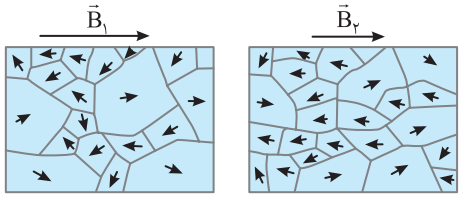
در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌های وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

A ۱۸۹۷ ۳

خط فکری مواد فرومغناطیس هرگاه در یک میدان مغناطیسی قرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسی هر حوزه تحت تأثیر میدان قرار می‌گیرند و جهت آن‌ها به‌جهت میدان خارجی متمایل می‌شود و حوزه‌هایی که نسبت به میدان همسو هستند، رشد می‌کنند و حجم‌شان زیاد می‌شود و ماده خاصیت آهنربایی پیدا می‌کند و هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد حجم حوزه‌های همسو با میدان بزرگ‌تر است.



ابعاد حوزه‌ها از مرتبهٔ دهم تا هزارم میلی‌متر است



حوزه‌های مغناطیسی در حالتی که در میدان B_1 قرار گرفته‌اند، مساحت بزرگ‌تری دارند. پس در این شرایط تحت تأثیر میدان خارجی قوی‌تر قرار گرفته و $B_1 > B_2$ می‌باشد.

A ۱۸۹۸ ۱

خط فکری اتم‌های مواد دیامغناطیس، نظیر مس، نقره و بیسموت به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند. یعنی هیچ یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. اگر این مواد در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرند، میدان سبب ایجاد دوقطبی‌های مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود. جهت‌گیری، القای دوقطبی‌های مغناطیسی در مادهٔ دیامغناطیسی خلاف جهت میدان خارجی است و چون میدان به سمت جنوب است پس القا به سمت شمال می‌باشد.

B ۱۸۹۹ ۱

خط فکری در میدان مغناطیسی قوی، دوقطبی‌ها مانند عقربهٔ مغناطیسی عمل می‌کنند و به‌طور مختصری در جهت میدان خارجی منظم می‌شوند.
با توجه به خط فکری، حداکثر این دو ذره در جهت میدان مغناطیسی یعنی به سمت بالا قرار می‌گیرند:



(۱) (۲)

(۱) ذرهٔ : $\alpha = 5^\circ$ (۲) ذرهٔ : $\beta = 10^\circ$

A ۱۹۰۰ ۲

یادآوری مواد فرومغناطیسی مانند آهن، نیکل و کبالت و بسیاری از آلیاژهای آن‌ها دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.
با توجه به آنچه در یادآوری بیان شده، سه ماده از مواد بیان شده فرومغناطیس و دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

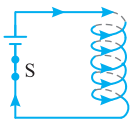
A ۱۹۰۱ ۲

هرگاه مواد فرومغناطیسی و پارامغناطیسی که دارای دوقطبی‌های مغناطیسی و ذاتی هستند در میدان مغناطیس قرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها تحت تأثیر میدان قرار گرفته و در جهت میدان مغناطیسی جهت‌گیری می‌کنند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.
دو قطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیس در حضور میدان مغناطیسی به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند و این مواد به‌طور موقت دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند. مواد فرومغناطیس سخت در حضور میدان مغناطیسی به سختی آهنربا می‌شوند و حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند اما سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی پس از حذف میدان خارجی تا مدت زمان زیادی، تقریباً بدون تغییر می‌ماند و گزینه (۲) درست است.
ماده فرومغناطیسی سخت در میدان خارجی راحت‌تر از ماده پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی به‌دست می‌آورد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۱۹۰۲ ۳

مواد پارامغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی نیستند بنابراین دو فلز A و B نمی‌توانند، پارامغناطیس باشند و قطعاً دو فلز A و B، جزء مواد فرومغناطیس هستند که دارای حوزه‌های مغناطیسی می‌باشند. در حضور میدان مغناطیسی حجم حوزه‌های فلز A به‌سختی تغییر می‌کند بنابراین این فلز فرومغناطیس سخت و فلز B که حجم حوزه‌های مغناطیسی آن به سهولت تغییر می‌کند فرومغناطیس نرم است.

A ۱۹۰۳ ۲

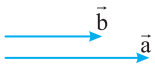


با بستن کلید، درون سیملوله در اثر عبور جریان میدان مغناطیسی به وجود می‌آید و میله‌ها دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند، قطب‌های همنام میله‌ها در مجاورت هم بوده و یکدیگر را می‌رانند و به همین علت میله‌ها از هم دور می‌شوند. با باز کردن کلید، میله‌ها خاصیت خود را از دست داده‌اند، زیرا به محل اولیهٔ خود بازگشته‌اند. از این رو میله‌ها باید فرومغناطیسی نرم باشند که با وصل کلید (برقراری جریان) خاصیت مغناطیسی شدید نشان داده و یکدیگر را دفع کرده و پس از قطع جریان بلافاصله خاصیت خود را از دست داده باشند.

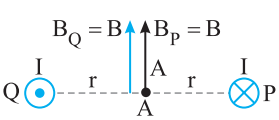
پنجره دو جداره

B ۱۹۰۴ ۲

خط فکری هرگاه زاویهٔ بین دو بردار صفر باشد و دو بردار هم‌جهت باشند اندازه برایند دو بردار بیشینه و برابر مجموع اندازهٔ دو بردار است. $|\vec{a}+\vec{b}|=a+b$

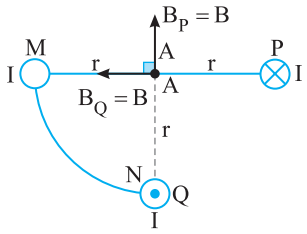


و هرچه زاویه بین دو بردار بیشتر شود، برایند دو بردار کوچک‌تر می‌شود.
در حل مسئله باید جهت میدان مغناطیسی سیم P و Q را در محل نقطهٔ A مشخص کنید سپس با حرکت سیم Q از M تا N بررسی کنید که زاویهٔ بین دو بردار میدان در حال افزایش یا کاهش است تا بتوانید در مورد بیشینه و کمینه بودن اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A اظهار نظر کنید.
با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان‌ها را مشخص می‌کنیم انگشت باز شست دست راست خود را در سوی جریان درونسوی P قرار دهید و چهار انگشت باز دست خود را روی خط واصل AP قرار دهید. اکنون چهار انگشت خود را ۹۰° خم کنید در این حالت چهار انگشت شما به سمت بالای صفحه است یعنی میدان مغناطیسی سیم P در نقطهٔ A بالاسو است با استفاده از همین روش، میدان مغناطیسی سیم Q در نقطهٔ A نیز بالاسو خواهد بود و بیشینه مقدار میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A خواهد شد:



$B_{max} = B + B = 2B$

حال اگر سیم Q در نقطهٔ N قرار گیرد با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان سیم Q در نقطهٔ A به سمت چپ است و زاویهٔ بین بردار B_P و B_Q، ۹۰° است یعنی زاویه بین دو بردار میدان با حرکت سیم Q از نقطهٔ M تا N از صفر تا ۹۰° افزایش یافته



بنابراین بردار برایند این دو میدان کاهش یافته است و کمینه مقدار آن از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$B_{min} = \sqrt{B^2 + B^2} = \sqrt{2}B$$

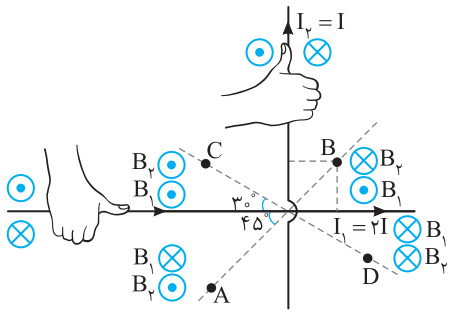
در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{B_{max}}{B_{min}} = \frac{2B}{\sqrt{2}B} = \sqrt{2}$$

۴ ۱۹۰۵ B

خط فکری برای آنکه میدان مغناطیسی خالص ناشی از دو سیم حامل جریان در یک نقطه صفر شود باید در آن نقطه میدان مغناطیسی دو سیم هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد. از طرفی اگر جریان‌های دو سیم مساوی نباشند نقطهٔ مورد نظر باید به سیم حامل جریان کمتر نزدیک‌تر باشد.

ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان در چهار ناحیه اطراف دو سیم را به‌دست می‌آوریم با توجه به شکل در ناحیه دوم و چهارم میدان مغناطیسی دو سیم هم‌جهت بوده و میدان مغناطیسی خالص در نقاط C و D نمی‌تواند صفر شود.



در ناحیهٔ اول و سوم میدان مغناطیسی دو سیم در خلاف جهت هم است و در این دو ناحیه ممکن است میدان خالص صفر شود. جریان دو سیم هم‌اندازه نیست و جریان I_1 بزرگ‌تر است پس نقطهٔ مورد نظر باید به سیم I_2 نزدیک‌تر باشد.

اما نقطه‌های A و B هردو روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارند و فاصلهٔ آن‌ها از هر دو سیم برابر است از این رو میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A و B از میدان مغناطیسی سیم I_2 بزرگ‌تر بوده و میدان خالص صفر نمی‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

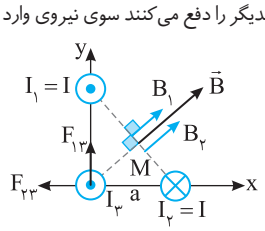
۳ ۱۹۰۶ B

یادآوری بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر کوتاه‌ترین خط واصل بین آن نقطه و سیم حامل جریان عمود است.

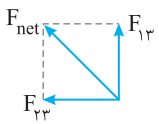
خط فکری جریان دو سیم برابر و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ M یکسان است در نتیجه میدان مغناطیسی دو سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ M هم‌اندازه است و این میدان‌ها نمی‌توانند در خلاف جهت هم باشند زیرا میدان خالص صفر می‌شود بنابراین میدان این دو سیم هم‌جهت و در جهت بردار $\vec{B}$ است.

با توجه به مطلب بیان شده، شما باید به کمک قاعدهٔ دست راست با داشتن جهت میدان‌ها، سوی جریان I_1 و I_2 را تعیین کنید و با دانستن اینکه سیم‌ها با جریان همسو یکدیگر را جذب و سیم‌ها با جریان‌های ناهمسو یکدیگر را دفع می‌کنند سوی نیروی وارد بر سیم I_3 را تعیین کنید.

با توجه به جهت میدان‌های B_1 و B_2 و به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جریان I_1 باید برونسو و جریان I_2 باید درونسو باشد.



جریان سیم I_1 با جریان سیم I_3 همسوست و I_1 سیم I_3 را جذب می‌کند. جریان سیم I_2 و I_3 ناهمسو بوده و سیم I_2 سیم I_3 را دفع می‌کند. مطابق شکل جهت نیروی برایند وارد بر سیم خواهد شد:



۱ ۱۹۰۷ B

به بازی قاعده دست راست و جهت‌های میدان خوش آمدید.

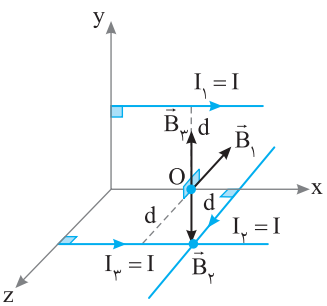
۱ میدان ناشی از جریان I_1 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور z است.

۲ میدان ناشی از جریان I_2 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور y است.

۳ میدان ناشی از جریان I_3 در نقطهٔ O در جهت محور y است.

۴ میدان‌های $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_3$ یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۵ تنها میدان مغناطیسی $\vec{B}_1$ باقی می‌ماند که اندازهٔ آن B است.

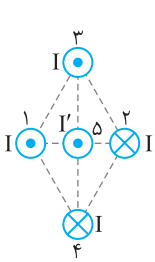


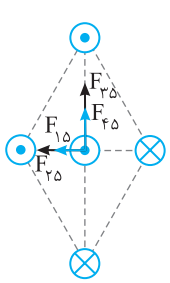
۳ ۱۹۰۸ C

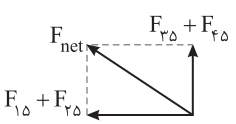
ابتدا جهت نیرویی که هر سیم به سیم حامل جریان I' وارد می‌کند را مشخص می‌کنیم:

دقت کنید که فاصلهٔ دو سیم (۱) و (۲) تا سیم (۵) یکسان و جریان گذرنده از آن‌ها مساوی است پس میدان حاصل از این دو سیم بر سیم (۵) باهم مساوی است در نتیجه اندازه نیرویی که بر سیم (۵) وارد می‌کنند، باهم برابر است. البته سیم I_1 و I'_5 دارای جریان‌های همسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{15}) جاذبه است و سیم I_2 و I'_5 دارای جریان‌های ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{25}) دافعه بوده و این نیروها مطابق شکل هم‌جهت هستند. به همین صورت میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) بر سیم (۵) نیز با هم برابر بوده و جهت نیروهای F_{35} و F_{45} رو به‌بالاست.

فاصلهٔ سیم (۱) تا سیم (۵) کمتر از فاصلهٔ سیم (۳) تا سیم (۵) بوده پس میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۱) و (۲) از میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) قوی‌تر است. با توجه به جهت نیروها به این نتیجه می‌رسیم که $F_{35} + F_{45} < F_{25} + F_{15}$ است و بردار نیروی برایند، به محور افقی متمایل است. اگر نیروها با هم مساوی بودند نیروی برایند روی نیمساز و زاویهٔ ۴۵° می‌افتد اما حال نیرو برایند به محور افقی متمایل خواهد بود در نتیجه زاویه بین بردار برایند و محور افقی کمتر از ۴۵° است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.

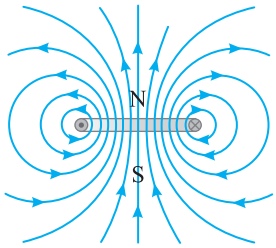




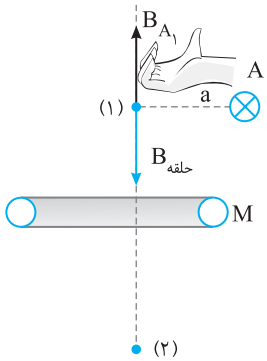


C ۴ ۱۹۰۹

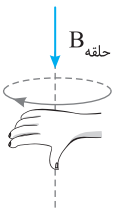
خط فکری برای رسم یک حلقه روی صفحه در دو بعد، شکل حلقه به‌صورت زیر کشیده می‌شود که با توجه به جهت جریان در دو انتهای حلقه می‌توان خطوط میدان را رسم کرد:



۱ جهت میدان مغناطیسی سیم راست در نقطه (۱) را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. انگشت شست خود را به‌طرف درون صفحهٔ کاغذ قرار می‌دهیم، چهار انگشت باز دست راست را روی خط واصل سیم A و نقطه (۱) می‌گذاریم و چهار انگشت را ۹۰° می‌چرخانیم در این حالت جهت میدان مغناطیسی سیم به سمت بالا خواهد بود.

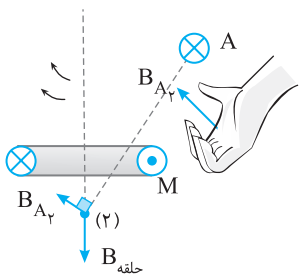


۲ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ (۱) صفر است در نتیجه میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) باید هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی B_{A_1} و در خلاف جهت آن باشد یعنی میدان مغناطیسی حلقه در نقطهٔ (۱) به سمت پایین است.

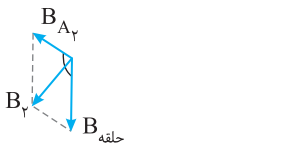


۳ میدان مغناطیسی حلقه روی محور آن به سمت پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در نقطهٔ M برونسو است.

۴ میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۲) هم‌اندازه و هم‌جهت میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) است. نقطه (۲) در فاصلهٔ دورتری از سیم A قرار دارد و میدان مغناطیسی آن از میدان حلقه در نقطهٔ (۲) کوچک‌تر است.

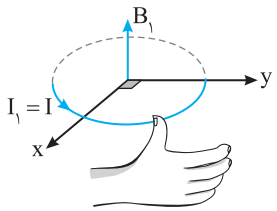


۵ جهت میدان در نقطه (۲) به‌صورت زیر است.

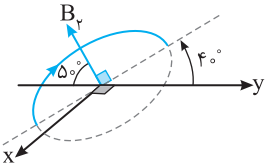


C ۴ ۱۹۱۰

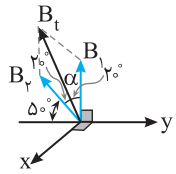
۱ ابتدا جهت میدان مغناطیسی حلقه I_1 را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم.



۲ میدان مغناطیسی حلقهٔ (I_2) را به کمک قاعده دست راست معین می‌کنیم. این بردار بر سطح حلقه عمود است، حلقه با محور yها زاویهٔ ۴۰° می‌سازد پس B_2 با محور yها زاویهٔ ۵۰° می‌سازد.



۳ دو بردار B_1 و B_2 را مطابق شکل مجدداً رسم کرده‌ایم تا بتوانیم زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی خالص با صفحه xoy را حساب کنیم.



زاویهٔ بین دو بردار با توجه به شکل خواهد شد:

$$\alpha = ۹۰ - ۵۰ = ۴۰^\circ$$

۴ جریان دو حلقه یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی دو حلقه هم‌اندازه است و هرگاه دو بردار هم‌اندازه باشند، برایند آن‌ها در امتداد نیمساز دو بردار است. بنابراین B_t با B_2 زاویهٔ ۲۰° و با صفحه xoy زاویه ۵۰+۲۰=۷۰° می‌سازد.

B ۳ ۱۹۱۱

۱ مقاومت هر متر سیم $R_\circ$ است بنابراین مقاومت هر حلقه که محیط آن D است خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} ۱\text{m} & R_\circ \\ \hline D & R_{\text{حلقه}} \end{array} \Rightarrow R_{\text{حلقه}} = DR_\circ$$

۲ مقاومت سیملوله که دارای N حلقه است را حساب می‌کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۱\text{ حلقه} & DR_\circ \\ \hline N\text{ حلقه} & R_{\text{کل}} \end{array} \Rightarrow R_{\text{کل}} = NDR_\circ$$

۳ جریان سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

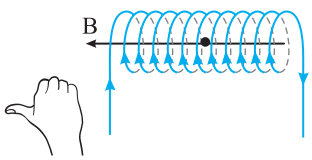
$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{V}{NDR_\circ}$$

۴ میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$$B = \mu_\circ \frac{N}{l} I \Rightarrow B = \mu_\circ \frac{N}{l} \times \frac{V}{NDR_\circ} \Rightarrow B = \frac{\mu_\circ V}{lDR_\circ}$$

C ۳ ۱۹۱۲

۱ ابتدا جریان عبوری از سیملوله در حالت اول را به‌دست می‌آوریم:



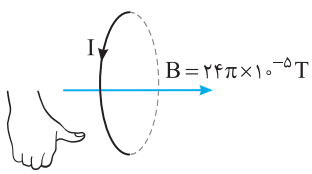
$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_L + r} = \frac{۱۸}{۳ + ۲ + ۱} = ۳\text{A}$$

۲ میدان درون سیملوله را با توجه به داده‌های سؤال به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N = ۲۰ \\ l = ۱۰\text{cm} = ۱۰^{-۱}\text{m} \\ \mu_\circ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\text{T.m/A} \\ I = ۳\text{A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_\circ NI}{l} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۲۰ \times ۳}{۱۰^{-۱}} = ۲۴\pi \times ۱۰^{-۵}\text{T}$$

۳ برای اینکه میدان در نقطه M صفر شود، باید اندازه میدان حاصل از حلقه نیز $۲۴\pi \times ۱۰^{-۵}\text{T}$ و در جهت مخالف با جهت میدان سیملوله باشد.



۴ با تغییر مقاومت R به ۶Ω جریان عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_L + r} = \frac{۱۸}{۶ + ۲ + ۱} = ۲\text{A}$$

۵ میدان مغناطیسی جدید روی محور سیملوله در همان جهت است و اندازه آن برابر است با:

$$B_{\text{سیملوله}} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۲۰ \times ۲}{۱۰^{-۱}} = ۱۶\pi \times ۱۰^{-۵}\text{T}$$

$B_{\text{سیملوله}}$ $B_{\text{حلقه}}$

۶ تغییری در اندازه میدان و جهت میدان حلقه به وجود نیامده بنابراین میدان مغناطیسی خالص خواهد شد:

$$B = B_{\text{حلقه}} - B_{\text{سیملوله}} = ۲۴\pi \times ۱۰^{-۵} - ۱۶\pi \times ۱۰^{-۵} = ۸\pi \times ۱۰^{-۵}\text{T}$$

چون میدان حاصل از حلقه بزرگ‌تر است، پس جهت میدان برایند در جهت میدان حلقه به سمت راست است.

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

A ۱۹۱۲ | ۱

۱ **حوزه‌های مغناطیسی** مواد فرومغناطیس نرم در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کند و ماده به سادگی آهنربا می‌شود و همچنین با حذف میدان خارجی، خاصیت آهنربایی خود را به آسانی از دست می‌دهد. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست و گزینهٔ (۳) درست است.

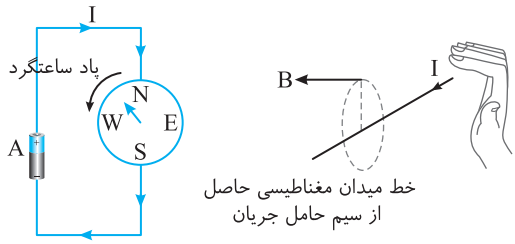
در مورد مواد پارامغناطیس باید این را بدانیم که این مواد در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

در مواد فرومغناطیس سخت پس از حذف میدان خارجی تا مدت زمان زیادی تقریباً سمت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی حوزه‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

نمای ۳۱

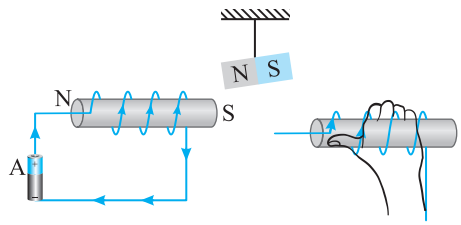
B ۱۹۱۲ | ۱

۲ **دقت کنید که** عقربهٔ مغناطیسی روی سیم قرار گرفته جهت و میدان مغناطیسی بالای سیم را نشان می‌دهد. در واقع جریان در سیم باید به‌گونه‌ای باشد تا خط میدان حاصل از سیم به صورت زیر شده و میدان در بالای سیم در جهت عقربهٔ مغناطیسی و به سمت چپ باشد.



چون جریان مدار از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی است پس باید باتری A را در مدار قرار گیرد.

در مدار (۲) وقتی N به پایین کشیده می‌شود یعنی سمتی از سیملوله که نزدیک آهنربا است در اثر عبور جریان قطب S شده است. جهت میدان مغناطیسی درون سیملوله به سمت قطب N یعنی سمت چپ است. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در سیملوله و مدار را به‌دست می‌آوریم:

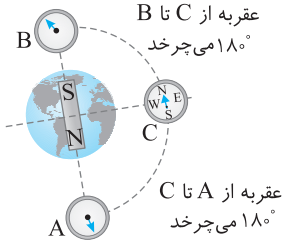


بنابراین باید باتری A انتخاب شود.

نمای ۳۰ و ۲۵

A ۱۹۱۲ | ۲

۳ **زمین مانند** یک آهنربای بسیار بزرگ رفتار می‌کند و قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی و قطب جنوب آن در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی قرار دارد. بنابراین در جابه‌جایی از A تا B خود قطب‌نما ۱۸۰° چرخیده اما عقربه آن ۳۶۰° می‌چرخد:

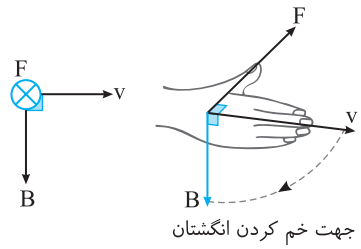


نمای ۱۴

B ۱۹۱۲ | ۲

۴ **یادآوری** نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی برابر $F=qvB\sin\theta$ است که θ زاویهٔ بین سرعت ذره و خطوط میدان مغناطیسی است.

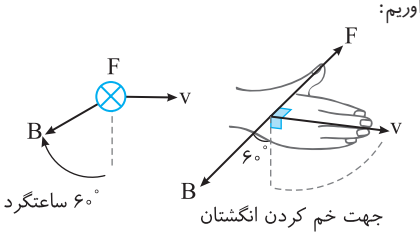
در ابتدا نیرو بیشینه است. پس زاویه بین تندی و میدان مغناطیسی در ابتدا ۹۰° است.



$$F_1=qvB\sin\theta_1 \xrightarrow[\theta_1=90^\circ]{F_1=F_{max}} F_1=qvB$$

میدان B در صفحهٔ شامل بردار v و B، به اندازهٔ ۶۰° ساعتگرد می‌چرخد و بردار B به‌صورت زیر کشیده می‌شود، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت نیرو درونسو خواهد بود و جهت نیرو تغییر نمی‌کند.

زاویهٔ بین B و v برابر ۱۵۰° است، حال اندازهٔ نیروی مغناطیسی را در این حالت به‌دست می‌آوریم:



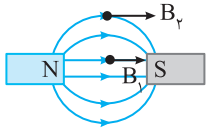
$$|F_2|=|qvB\sin 150^\circ| \Rightarrow |F_2|=\frac{1}{2}qvB$$

پس نیرو نصف می‌شود، یعنی ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

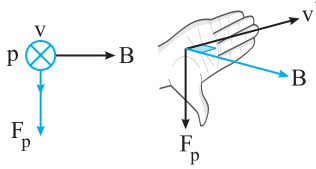
نمای ۱۶

B ۱۹۱۲ | ۴

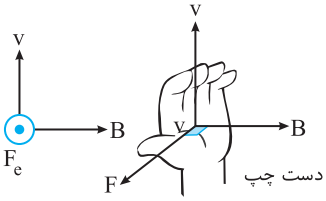
۵ **یادآوری** خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج می‌شود و به قطب S وارد می‌شود. میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است.



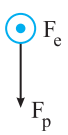
۱ ابتدا نیروی وارد بر پروتون را به‌دست می‌آوریم. جهت میدان مغناطیسی در محل پروتون سمت راست است با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر پروتون مطابق شکل پایین‌سوست.



۲ میدان مغناطیسی در محل حرکت الکترون نیز به سمت راست است و الکترون به سمت بالا در حال حرکت بوده است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست چهار انگشت در جهت v گرفته شده به طوری که کف دست در جهت B بوده و در این صورت شست دست راست به سمت داخل صفحه یعنی درونسو می‌شود و چون الکترون دارای بار منفی بوده جهت نیرو برونسو است:



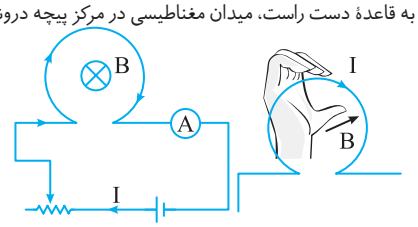
بنابراین F_p پایین‌سو و F_e در جهت برونسو است و این دو نیرو برهم عمودند و زاویهٔ بین آن‌ها ۹۰° است.



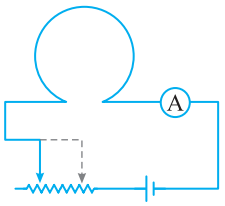
نمای ۱۵

۶ A ۱۹۱۲ ۱

جریان از پایانه مثبت باتری خارج می‌شود، بنابراین جریان در پیچه ساعتگرد خواهد بود و با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه درونسو می‌شود.



با حرکت لغزنده به سمت راست مطابق شکل، طول کمتری از مقاومت در مدار قرار می‌گیرد بنابراین مقاومت مدار در حال کاهش است و با کاهش مقاومت در مدار جریان افزایش می‌یابد.



$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}\Rightarrow$ در حال افزایش I

نمای ۲۹

۷ B ۱۹۱۲ ۲

یادآوری بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله از رابطهٔ $B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I$ به‌دست می‌آید.

با توجه به سؤال اگر جریان اولیهٔ عبوری از سیملوله I_1 و میدان مغناطیسی در آن B_1 باشد، در حالتی که جریان سیملوله $10A$ افزایش می‌یابد $(I_2=I_1+10)$، میدان داخل سیملوله $36\times10^{-4}T$ بیشتر می‌شود $(B_2=B_1+36\times10^{-4})$ بنابراین:

$$B_2-B_1=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I_2-\mu_{\circ}\frac{N}{l}I_1\Rightarrow B+36\times10^{-4}-B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}(I+10)-\mu_{\circ}\frac{N}{l}I$$

در سمت راست معادلهٔ بالا از $\mu_{\circ}\frac{N}{l}$ فاکتور می‌گیریم:

$$36\times10^{-4}=\mu_{\circ}\frac{N}{l}(10)\xrightarrow{l=0/4m}$$

$$36\times10^{-4}=12\times10^{-7}\times\frac{N}{0/4}\times10\Rightarrow36\times10^{-4}=3\times10^{-5}(N)\Rightarrow N=120$$

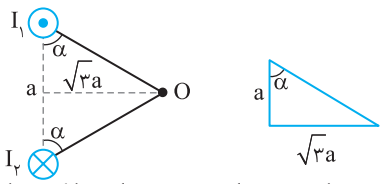
نمای ۳۰

۸ B ۱۹۱۲ ۲

یادآوری شست دست راست را در جهت I قرار می‌دهیم به گونه‌ای که ۴ انگشت در راستای خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان آن خواسته شده قرار گیرد. حال اگر ۴ انگشت را 90° خم کنیم، جهت ۴ انگشت در این حالت جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

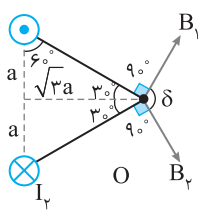
۱ خط واصل بین سیم‌ها و نقطهٔ O را می‌کشیم. تانژانت زاویه α برابر نسبت ضلع روبه‌رو به ضلع مجاور است:

$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^{\circ}$$



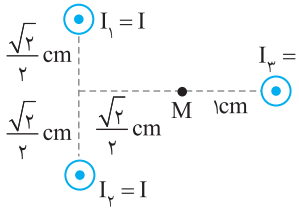
۲ حال با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ O را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که این میدان‌ها بر خط واصل عمودند:

$$30^{\circ}+30^{\circ}+90+\hat{\gamma}+90=360^{\circ}\Rightarrow\hat{\gamma}=120^{\circ}$$



نمای ۲۶

بازی با سؤال مطابق شکل زیر، از سه سیم مستقیم و بلند که بر صفحهٔ کاغذ عمودند، جریان I می‌گذرد. میدان خالص در نقطهٔ M چند برابر میدان حاصل از سیم I_3 در نقطهٔ M است؟



تجربی - ۹۵

۱) $\sqrt{2}$

۲) $(\sqrt{2}-2)$

۳) $(\sqrt{2}-1)$

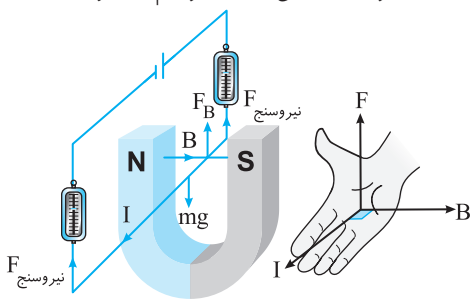
۴) $(\sqrt{2}+1)$

گزینهٔ ۳

۹ B ۱۹۱۲ ۴

خط فکری حل این مسئله دو مرحله دارد. ابتدا با توجه به جهت قطب‌های آهنربای داده شده میدان مغناطیسی به سمت راست بوده و با توجه به آن نیروهایی که به سیم وارد می‌شود را حساب می‌کنیم، دقت کنید که سیم آویزان بوده و در تعادل است پس برایند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود. در حالت دوم هنگامی که آهنربا 180° می‌چرخد جهت میدان مغناطیسی نیز 180° چرخیده و به سمت چپ می‌شود و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم نیز وارونه می‌شود.

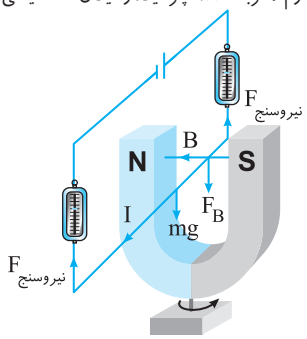
حالت اول: بر سیم، نیروی وزن (mg) رو به پایین وارد می‌شود، هم‌چنین با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی رو به بالا بر سیم وارد خواهد شد:



$$\begin{cases}F_{net}=0\Rightarrow\underbrace{F_B+2F_{\text{نیروسنج}}}_{\text{رو به بالا}}-\underbrace{mg}_{\text{رو به پایین}}=0\\ F_B=BIl\sin\alpha\Rightarrow F_B=0/03\times4\times0/5\times1=0/06N\end{cases}\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}}+F_B=mg$$

$$\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}}+0/06=0/2\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}}=0/14\Rightarrow F_{\text{نیروسنج}}=0/07N$$

حالت دوم: در حالت دوم آهنربا 180° چرخیده و میدان مغناطیسی به سمت چپ است.



$$\begin{cases}F_{net}=0\Rightarrow\underbrace{2F_{\text{نیروسنج}}}_{\text{رو به بالا}}-\underbrace{F_B-mg}_{\text{رو به پایین}}=0\\ F_B=BIl\sin\alpha=0/06N\end{cases}\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}}=F_B+mg$$

$$\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}}=0/26\Rightarrow F_{\text{نیروسنج}}=0/13N$$

تغییر نیروی نیروسنج خواهد شد: $\Delta F=|0/13-0/07|=0/06N$

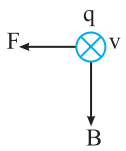
میانبر در این سؤال تنها جهت نیروی مغناطیسی به دلیل تغییر جهت میدان مغناطیسی تغییر می‌کند و از به سمت بالا به سمت پایین تغییر می‌کند بنابراین تغییر نیرو برابر $2F_B$ است که این تغییرات توسط ۲ نیروسنج تحمل می‌شود پس نیروی نیروسنج به اندازهٔ یک نیروی مغناطیسی F_B تغییر می‌کند.

نمای ۲۴

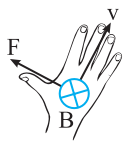
B ۱۹۱۲ ۴

۱۰ یادآوری اگر جهت‌های میدان مغناطیسی، سرعت و نیروی مغناطیسی از قاعدهٔ دست راست پیروی کند بار ذره مثبت است و اگر یکی از این جهت‌ها قرینهٔ جهتی باشد که با قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید، بار ذره منفی خواهد بود.

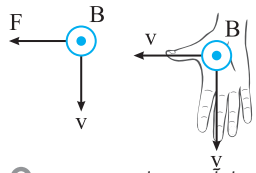
شکل (الف): چهار انگشت باز دست راست به سمت داخل صفحه به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کف دست به سمت پایین باشد، در این صورت شست باز دست راست به سمت چپ بوده و مطابق جهتی است که در شکل کشیده شده پس q مثبت است.



شکل (ب): چهار انگشت دست راست به سمت v قرار می‌دهیم به‌طوری که کف دست روی صفحه قرار گرفته و جهت میدان مغناطیسی را درونسو نشان دهد، در این صورت شست باز دست جهت نیرو را قرینهٔ جهت نشان داده شده در شکل نشان می‌دهد بنابراین بار q' منفی است.



شکل (پ): چهار انگشت دست راست به سمت پایین قرار می‌دهیم به‌طوری که خم شدن چهار انگشت در جهت میدان برونسو باشد (همان جهت کف دست) در این صورت جهت شست دست در جهت نیروی F کشیده شده قرار می‌گیرد و بار آن مثبت است. نمای ۱۵



B ۱۹۱۲ ۴

۱۱ خط فکری دو سیم رسانای AB و MN با هم موازی‌اند و می‌دانیم در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، بنابراین ابتدا با توجه به مشخصات سیم‌ها و رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ نسبت مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعد نسبت جریان عبوری از آن‌ها را حساب می‌کنیم و در نهایت با توجه به رابطهٔ $F=BIl$ نسبت نیروهای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

۱ دو سیم هم‌جنس‌اند و مقاومت ویژه (ρ) یکسانی دارند:

$$\frac{R_{AB}}{R_{MN}}=\frac{\rho\frac{L_{AB}}{A_{AB}}}{\rho\frac{L_{MN}}{A_{MN}}}\xrightarrow[A_{AB}=A_{MN}]{L_{AB}=2L_{MN}}\frac{R_{AB}}{R_{MN}}=\frac{L_{AB}}{L_{MN}}=2\Rightarrow R_{AB}=2R_{MN}$$

۲ جریان در مقاومت‌های موازی با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارد، بنابراین چون مقاومت AB، دو برابر مقاومت MN است، جریان عبوری از AB نصف جریان عبوری از MN خواهد بود:

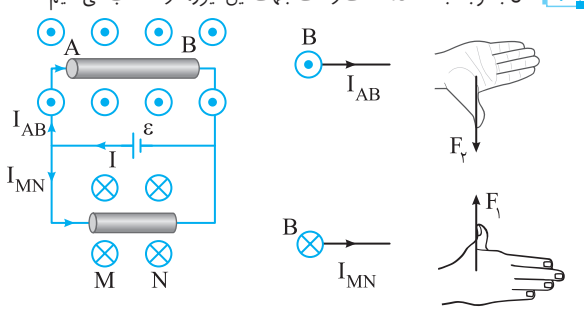
$$I_{AB}=\frac{1}{2}I_{MN}$$

۳ با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی، اندازهٔ نروهای مغناطیسی وارد به سیم‌های AB و MN را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases}F_1=B_1I_{AB}l_{AB}\\F_2=B_2I_{MN}l_{MN}\end{cases}\xrightarrow{\div}B_1=B_2$$

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{I_{AB}}{I_{MN}}\times\frac{l_{AB}}{l_{MN}}\xrightarrow[L_{AB}=2L_{MN}]{I_{AB}=\frac{I_{MN}}{2}}\frac{F_1}{F_2}=1\Rightarrow F_1=F_2$$

۴ حال با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت این نیروها را حساب می‌کنیم:



بنابراین دو نیرو هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگرند:

$$\vec{F}_1=-\vec{F}_2$$

نمای ۲۱

B ۱۹۱۲ ۲

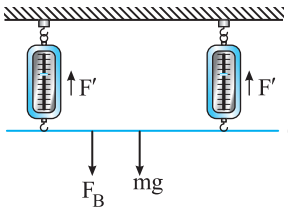
۱۲ ۱ جریان‌های دو سیم همسو هستند و برهم نیروی ربایشی مغناطیسی وارد می‌کنند.

۲ نیروهای وارد بر سیم (۱) عبارتند از نیروی وزن رو به پایین، نیروی ربایشی مغناطیسی رو به پایین و نیروهای F' رو به بالا بنابراین:

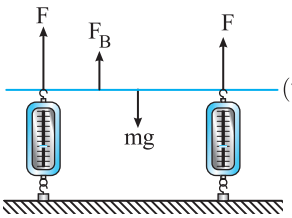
$$2F'=mg+F_B$$

۳ نیروهای وارد بر سیم (۲) عبارتند از نیروی وزن رو به پایین، نیروی ربایشی مغناطیسی رو به بالا و نیروهای F رو به بالا، بنابراین:

$$2F+F_B=mg\Rightarrow 2F=mg-F_B$$



$2F'=mg+F_B$



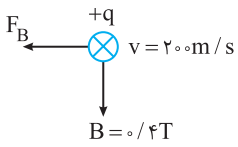
$2F+F_B=mg\Rightarrow 2F=mg-F_B$

با توجه به معادله‌های بالا نیروی نیروسنج‌های سیم بالایی به اندازهٔ F_B افزایش یافته و عدد نیروسنج‌های سیم پایینی به اندازهٔ F_B کاهش یافته است: $F<F'$

نمای ۲۷

C ۱۹۱۲ ۲

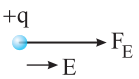
۱۳ ۱ برای نیروی مغناطیسی وارد بر ذره: با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی و با توجه به رابطهٔ $F_B=qvB$ اندازهٔ نیروی مغناطیسی به‌دست می‌آید:



$$F_B=q\times 2000\times 0/4=800q$$

با توجه به‌صورت مسئله به نیروی مغناطیسی به سمت چپ وارد شده و جهت حرکت ذره تغییر نکرده، برای اینکه مسیر حرکت ذره ثابت بماند باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود.

۲ بررسی نیروی الکتریکی: نیروی الکتریکی باید باعث شود تا مسیر حرکت ذره تغییر نکند پس باید نیروی الکتریکی وارد بر ذره هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی و خلاف جهت آن وارد شود.



$$F_E=F_B\xrightarrow{F_B=800q}Eq=800q\Rightarrow E=800N/C$$

بار ذره مثبت بوده و F_E و E هم‌جهت‌اند پس میدان الکتریکی نیز به سمت راست است.

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ رسانا از رابطهٔ $\Delta V=Ed$ به‌دست می‌آید.

یادآوری دقت کنید هرچه در جهت خطوط حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد بنابراین $V_N<V_M$.

$$\Delta V_{MN}=Ed\Rightarrow\Delta V_{MN}=800\times\frac{10}{100}=80V$$

$$\xrightarrow{V_M>V_N}V_N-V_M=-80V$$

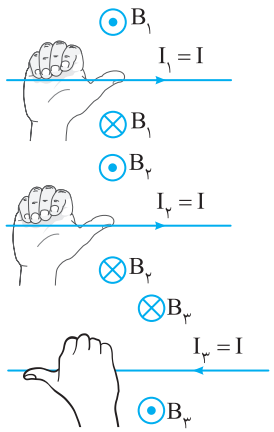
نمای ۱۹

B ۱۹۱۲ | ۱

۱۴ **جهت جریان** سیم (۱) به سمت راست است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی بالای و پایین این سیم را به‌دست می‌آوریم:

جهت جریان سیم (۲) نیز به سمت راست است و جهت میدان مغناطیسی در اطراف آن به‌صورت روبه‌رو می‌شود:

جهت جریان سیم (۳) به سمت چپ بوده و جهت میدان مغناطیسی در اطراف آن با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌صورت روبه‌رو است:



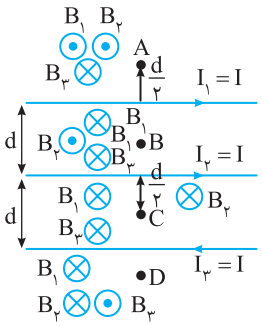
حال با توجه به جهت‌های به‌دست آمده، جهت هرکدام از این سه سیم را در نقاط A، B، C و D مشخص کنیم:

در نقطه A میدان دو سیم $I_۱$ و $I_۲$ برونسو بوده و با هم جمع می‌شوند و میدان سیم $I_۳$ درونسو است. جریان سیم‌ها یکسان است و فاصله $I_۳$ از نقطهٔ A بیشتر از فاصله $I_۱$ و $I_۲$ از نقطه A است، بنابراین میدان $B_۳$ نمی‌تواند میدان‌های $B_۱$ و $B_۲$ را خنثی کند و میدان در نقطه A صفر نمی‌شود.

در نقطه B میدان‌های $B_۱$ و $B_۲$ یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان سیم $I_۳$ $(B_۳)$ در نقطه B باقی می‌ماند بنابراین در نقطه B میدان صفر نمی‌شود.

در نقطه C هر سه میدان $B_۱$، $B_۲$ و $B_۳$ درونسو بوده پس میدان برایند در نقطه C صفر نمی‌شود.

در نقطه D میدان‌های $B_۱$ و $B_۲$ درونسو و میدان $B_۳$ برونسو است. نقطه D به سیم $I_۳$ نزدیک است و ممکن است میدان $B_۳$ با میدان برایند $B_۱$ و $B_۲$ برابر شده و میدان برایند صفر است.

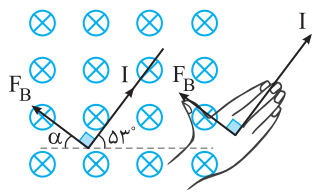


نمای ۲۶

C ۱۹۱۲ | ۴

۱۵ **یادآوری** نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

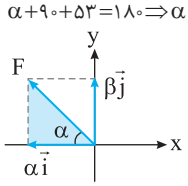
۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی را مشخص می‌کنیم:



۲ حال زاویه‌ای که نیروی مغناطیسی با افق می‌سازد را مشخص می‌کنیم:

$$\alpha + ۹۰ + ۵۳ = ۱۸۰ \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

۳ با توجه به جهت و زاویه‌ای که نیروی F با افق می‌سازد، مؤلفه‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نیروی F را مشخص می‌کنیم:



در مثلث رنگی $\tan\alpha = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} \xrightarrow{\alpha = ۳۷^\circ} \tan ۳۷^\circ = \frac{\beta}{\alpha}$

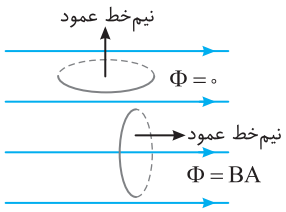
$$\Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{۴}{۳}$$

نمای ۲۲

پنجره ۳

A ۱۹۱۳ | ۴

خط فکری شار مغناطیسی عبوری از حلقه با استفاده از رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ به‌دست می‌آید که (A) مساحت سطح حلقه، (B) میدان مغناطیسی محیط و (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان می‌سازد:



$$\Phi_{min} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود، بر خطوط میدان عمود بوده}\\ \text{صفحهٔ قاب موازی خطوط میدان است}]{\theta = ۹۰^\circ, \cos ۹۰^\circ = ۰} \Phi_{min} = ۰$$

$$\Phi_{max} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان موازی باشد}\\ \text{صفحهٔ قاب عمود بر خطوط میدان باشد}]{\theta = ۰^\circ, \cos ۰^\circ = ۱} \Phi_{max} = BA$$

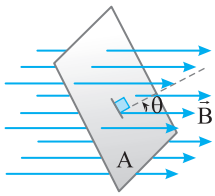
با توجه به سؤال شار بیشینه یعنی $\Phi_{max} = BA$ برابر ۴×۱۰^{-۳} وبر شده است:

$$\Phi_{max} = BA \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۳} = ۲\times۱۰^{-۱}\times A \Rightarrow A = ۲\times۱۰^{-۲}\,m^۲$$

$$\xrightarrow{۱m^۲ = ۱۰^۴ cm^۲} A = ۲۰۰ cm^۲$$

A ۱۹۱۴ | ۴

خط فکری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد و همواره این زاویه، متمم زاویه‌ای است که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.



نیم‌خط عمود بر سطح، با میدان یکنواخت $\vec{B}$ زاویه θ می‌سازد.

زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی ساخته ۶۰° بوده پس نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد.

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = ۴\times۱۰^{-۳}\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\cos ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = ۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵}\,Wb$$

بازی با سؤال **حلقه‌ای به مساحت A در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. اگر زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سطح حلقه ۶۰° باشد، شار میدان مغناطیسی یکنواخت که از سطح حلقه می‌گذرد برابر است با:**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}BA$ ۲) $۲BA$ ۳) $\frac{۱}{۲}BA$ ۴) $\sqrt{۳}BA$

گزینهٔ ۱

A ۱۹۱۵ | ۲

تعریف شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$ بوده که شار مغناطیسی بیشینه برابر $\Phi_{max} = BA$ است بنابراین:

$$\begin{cases}\Phi = BA\cos\theta\\ \Phi = BA\end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \cos\theta$$

$$\xrightarrow{\Phi = ۰/۸\Phi_{max}} \cos\theta = ۰/۸ \Rightarrow \theta = ۳۷^\circ$$

θ زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد و زاویه‌ای که سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد (α) متمم θ است:

$$\theta + \alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۹۰^\circ - ۳۷^\circ = ۵۳^\circ$$

میانبر با توجه به رابطهٔ شار مغناطیسی خواهیم داشت:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{BA = \Phi_{max}} \cos\theta = \frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$

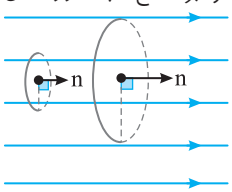
بازی با سؤال **قاب مستطیل شکلی با طول و عرض ۸cm و ۲/۵cm درون میدان مغناطیسی به بزرگی ۵۰۰G قرار گرفته و صفحه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۷° می‌سازد. شار مغناطیسی عبوری از صفحه چند میلی‌وبر است؟** $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6)$

۱) 6×10^{-1} ۲) 6×10^{-2} ۳) 3×10^{-1} ۴) 3×10^{-2}

گزینهٔ ۲

A ۱۹۱۶ ۳

۱ هر دو قاب بر خطوط میدان عموداند و نیم‌خط عمود بر سطح قاب‌ها در راستای خطوط میدان قرار می‌گیرند. مساحت سطح هر حلقه را به‌دست می‌آوریم:



$$A_1=\pi(r_1^2)\Rightarrow A_1=\pi r_1^2,\ A_2=\pi(r_2^2)^2 \xrightarrow{r_2=2r_1} A_2=4\pi r_1^2$$

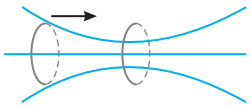
۲ حال نسبت شار عبوری از دو حلقه را باهم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Phi_2=BA_2\cos\theta_2 \xrightarrow{\theta_2=0^\circ} \Phi_2=B(4\pi r_1^2)(\cos 0^\circ)\\ \Phi_1=BA_1\cos\theta_1 \xrightarrow{\theta_1=0^\circ} \Phi_1=B(\pi r_1^2)(\cos 0^\circ)\end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{\Phi_2}{\Phi_1}=4$$

A ۱۹۱۷ ۳

شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta$ است:

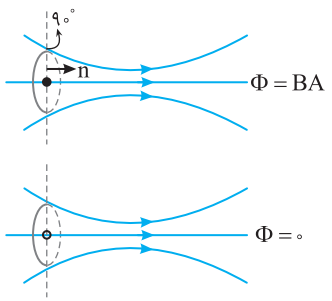
الف) با توجه به خطوط میدان مغناطیسی تراکم خطوط در مکان N بیشتر بوده و در این مکان میدان مغناطیسی بزرگ‌تر از مکان M است. بنابراین اگر حلقه از مکان M تا مکان N جابه‌جا شود، میدان مغناطیسی افزایش یافته و شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد.



$$\Phi=BA\cos\theta \xrightarrow{B\uparrow} \Phi\uparrow$$

و گزاره (الف) نادرست است.

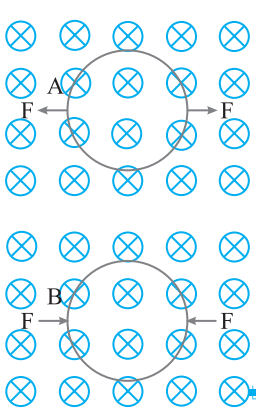
ب) با چرخیدن پیچه حول خط AA' زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد تغییر می‌کند بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر خواهد کرد. در حالت اول سطح پیچه عمود بر خطوط میدان است، شار عبوری از قاب در مکان M بیشینه و برابر BA است، با چرخاندن قاب زاویهٔ θ رابطهٔ شار تغییر کرده و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد مثلاً اگر 90° حول این خط بچرخیم سطح پیچه موازی خطوط میدان مغناطیسی شده و شار صفر می‌شود.



پ) با کشیده شدن یا فشرده شدن پیچه مساحت سطح پیچه کاهش می‌یابد بنابراین شار عبوری از پیچه کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **دو پیچه دایره‌ای را در میدان‌های درونسو قرار می‌دهیم. اگر پیچه A را از دو طرف بکشیم و پیچه B را از دو طرف بفشاریم، شار عبوری از پیچه در هر کدام از شکل‌های A و B به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟** از کتاب درسی

۱) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.



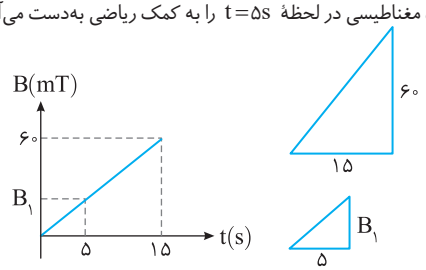
گزینهٔ ۴

B ۱۹۱۸ ۴

خط فکری در حل سؤال کافی است اندازهٔ میدان مغناطیسی در لحظه‌های خواسته شده را از روی نمودار مشخص کنید و شار مغناطیسی در این لحظه‌ها را با استفاده از رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$ حساب کرده و اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب را در این دو لحظه به‌دست آورید.

با توجه به صورت مسئله مساحت قاب و زاویهٔ بین قاب و خطوط میدان ثابت و تنها میدان مغناطیسی تغییر می‌کند.

۱ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=5s$ را به کمک ریاضی به‌دست می‌آوریم:



$$\xrightarrow{\text{دو مثلث متشابه‌اند}} \frac{60}{15}=\frac{B_1}{5}\Rightarrow B_1=20\,mT=2\times10^{-2}\,T$$

یادآوری هر گاه قابی عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، شار عبوری از قاب بیشینه و برابر BA است.

شار عبوری از قاب در لحظه $t=5s$ خواهد شد:

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta \xrightarrow[A=400\,cm^2=4\times10^{-2}\,m^2]{\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1:\text{قاب بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است}}$$

$$\Phi_1=2\times10^{-2}\times4\times10^{-2}=8\times10^{-4}\,Wb \xrightarrow{1\,|Wb|=10^3\,mWb} \Phi_1=0/8\,mWb$$

۲ از لحظهٔ $t=15s$ تا $t=30s$ میدان مغناطیسی ثابت و برابر $60mT$ است، بنابراین میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=25s$ برابر $60mT$ است. شار عبوری از حلقه در این لحظه را به‌دست می‌آوریم: $\xrightarrow{B_2=60\,mT=6\times10^{-2}\,T}$

$$\Phi_2=B_2A\cos\theta \Rightarrow \Phi_2=6\times10^{-2}\times4\times10^{-2}\Rightarrow\Phi_2=24\times10^{-4}\,Wb=2/4\,mWb$$

۳ اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب در این دو لحظه خواهد شد:

$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1\Rightarrow\Delta\Phi=2/4-0/8=1/6\,mWb$$

B ۱۹۱۹ ۲

خط فکری آهنگ یک کمیت برابر تغییر آن کمیت نسبت به زمان است و با توجه به این تعریف، آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا باید شار مغناطیسی را در t_1 و t_2 به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی به‌دست آوریم:

۱ به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی، میدان را در لحظه‌های $t_1=5s$ و $t_2=7s$ به‌دست می‌آوریم:

$$B=at+b\Rightarrow\begin{cases}B_1=at_1+b \xrightarrow{t_1=5s} B_1=5a+b\\ B_2=at_2+b \xrightarrow{t_2=7s} B_2=7a+b\end{cases}$$

۲ حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است بنابراین شار عبوری از حلقه بیشینه و برابر $\Phi_{max}=BA$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Phi_1=B_1A \xrightarrow{A=\pi r^2=3\times4\times10^{-2}} \Phi_1=12\times10^{-2}B_1$$

$$\Phi_2=B_2A \xrightarrow{A=\pi r^2=3\times4\times10^{-2}} \Phi_2=12\times10^{-2}B_2$$

۳ برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار باید اختلاف شار در دو لحظه $(\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1)$ را به‌دست بیاوریم.

$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1 \xrightarrow[\Phi_1=12\times10^{-2}B_1]{\Phi_2=12\times10^{-2}B_2} \Delta\Phi=12\times10^{-2}(B_2-B_1)$$

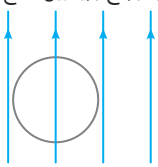
$$\xrightarrow[B_1=5a+b]{B_2=7a+b} \Delta\Phi=12\times10^{-2}(7a+b-5a-b)=24a\times10^{-2}$$

$$0/24=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow0/24=\frac{24a\times10^{-2}}{7-5}\Rightarrow0/24=0/12a\Rightarrow a=2$$

دقت کردید در محاسبات b از رابطه حذف می‌شود و b هر مقداری داشته باشد در این مسئله بی‌تأثیر است.

A ۱۹۲۰ ۱

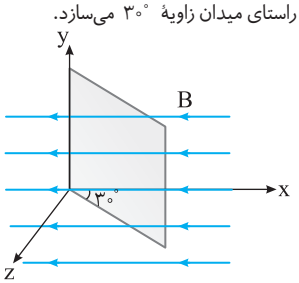
با توجه به شکل روبه‌رو، در این حالت قاب موازی خطوط قرار گرفته و در واقع زاویهٔ بین سطح و خطوط میدان صفر درجه است. بنابراین زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان می‌سازد $\theta=۹۰^\circ$ بوده و با توجه به رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، $\cos\theta$ برابر $\cos ۹۰^\circ=۰$ شده و شار عبوری از حلقه صفر می‌شود.



میانبر هر گاه سطح قاب موازی خطوط میدان باشد، شار عبوری از آن صفر است.

B ۱۹۲۱ ۱

به شکل زیر خوب نگاه کنید، میدان مغناطیسی در راستای محور xها است و صفحه با محور xها یعنی همان راستای میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد.



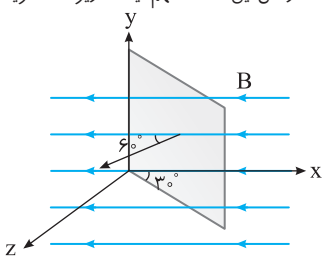
یادآوری در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد، و همواره این زاویه متمم زاویه‌ای است که سطح قاب با خطوط میدان می‌سازد. بنابراین در این سؤال θ برابر است با: $\theta=۹۰-۳۰=۶۰^\circ$

حال شار عبوری از صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=BA\cos\theta\Rightarrow\Phi=۰/۴\times(۲۰۰\times۱۰^{-۴})\left(\frac{۱}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow\Phi=۰/۴\times۱۰^{-۲}\,Wb=۰/۰۰۴\,Wb$$

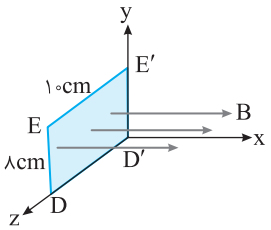
دقت کنید که شما می‌توانید جهت نیم‌خط عمود بر سطح را در هر دو طرف سطح به دلخواه انتخاب کنید در این صورت اندازهٔ شار گذرنده از قاب تغییر نمی‌کند و تنها علامت آن تغییر خواهد کرد که در حل این مسئله مهم نیست زیرا همهٔ گزینه‌ها مثبت هستند.



B ۱۹۲۲ ۱

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور x قرار دارد بنابراین مطابق شکل وجه $EDD'E'$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد و در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، $|\cos\theta|$ برابر ۱ است از این‌رو خواهیم داشت:

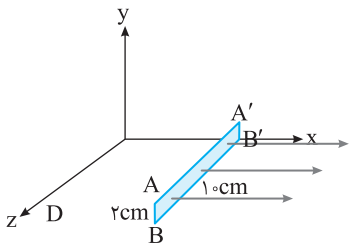
$$\Phi_{EDD'E'}=BA_{EDD'E'}\xrightarrow{A_{EDD'E'}=۱۰\times۸=۸۰cm^۲}\Phi_{EDD'E'}=۸۰\times۱۰^{-۴}B$$



۲ وجه $ABB'A'$ نیز عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته و در رابطهٔ شار گذرنده از این وجه نیز $|\cos\theta|$ برابر یک است و می‌توان نوشت:

$$\Phi_{ABB'A'}=BA_{ABB'A}\xrightarrow{A_{ABB'A}=۲۰cm^۲}$$

$$\Phi_{ABB'A'}=۲۰\times۱۰^{-۴}B$$



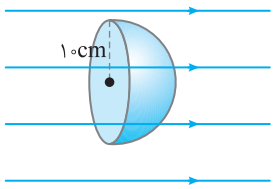
۳ نسبت شار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Phi_{ABB'A'}}{\Phi_{EDD'E}}=\frac{۲۰\times۱۰^{-۴}B}{۸۰\times۱۰^{-۴}B}=\frac{۱}{۴}$$

میانبر میدان مغناطیسی و زاویهٔ θ ثابت است، بنابراین نسبت شار گذرنده از دو سطح برابر نسبت مساحت‌های آن‌هاست

$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱}=\frac{A_۲}{A_۱}$$

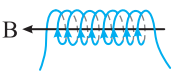
بازی با سؤال **در شکل مقابل یک پوسته به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع ۱۰cm در آمده و درون میدان مغناطیسی ۴۰۰G قرار گرفته است. شار مغناطیسی عبوری از نیم‌کره چند میکروبر است؟**



۱) ۱۲۵۶ ۲) ۱۲۵/۶ ۳) ۳۱۴ ۴) ۳۱/۴

گزینهٔ ۱

A ۱۹۲۳ ۲



یادآوری میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ حامل جریان برابر $B=\frac{\mu.N}{l}I$ است که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.

۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله را حساب می‌کنیم

$$B=\mu_۰\frac{N}{l}I\Rightarrow B=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰۰}{۰/۲}\times۰/۵=۴\times\pi\times۱۰^{-۵}\times\frac{۵}{۲}=\pi\times۱۰^{-۴}\,T$$

۲ شار گذرنده از سیملوله برابر است با: $\Phi=BA\cos\theta$

خطوط میدان درون سیملوله در امتداد محور سیملوله و عمود بر سطح حلقه‌های آن است $(\theta=۰,\cos\theta=۱)$ در این صورت: $\Phi=BA\Rightarrow\Phi=\pi\times۱۰^{-۴}\times\pi\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲$

$$\Rightarrow\Phi=۴\pi^۲\times۱۰^{-۸}\xrightarrow{\pi^۲=۱۰}\Phi=۴\times۱۰^{-۷}\,Wb$$

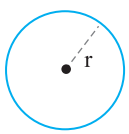
بازی با سؤال **از یک سیملوله به طول ۴۰cm که شامل ۲۰۰ حلقه می‌باشد و قطر هر حلقه ۱۰cm است، جریان ۴A می‌گذرد. شار گذرنده از سیملوله چند وبر است؟** $(\pi=۳,\mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\,T.m/A)$ خارج ریاضی - ۹۲

۱) $۱/۸\times۱۰^{-۴}$ ۲) $۷/۲\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ ۴) $۷/۲\times۱۰^{-۵}$

گزینهٔ ۳

B ۱۹۲۴ ۲

یادآوری اگر با سیمی به طول l پیچه‌هایی به شعاع r ساخته شود، تعداد حلقه‌های پیچه برابر خواهد شد با: طول سیم به کار رفته در هر حلقه $=۲\pi r$



$$l_{کل}=N(۲\pi r)\Rightarrow N=\frac{l_{کل}}{۲\pi r}$$

۱ با توجه به طول سیم و تعداد دور آن، شعاع پیچه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$N=\frac{l}{۲\pi r}\Rightarrow۲۰۰=\frac{۶۰}{۲\times۳\times r}\Rightarrow r=\frac{۱۰}{۲۰۰}m\Rightarrow r=۰/۰۵m=۵cm$$

۲ سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد بنابراین نیم‌خط عمود با سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ ۶۰° می‌سازد و در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ برابر ۶۰° است.

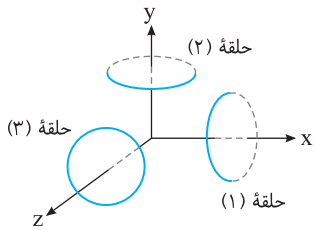
۳ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم: $\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow{A=\pi r^۲}$

$$\Phi=۰/۴\times\pi(۵\times۱۰^{-۲})^۲\times\cos۶۰^\circ\xrightarrow[\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}]{\pi=۳}\Phi=۱۵\times۱۰^{-۴}\,Wb=۱/۵mWb$$

B ۱۹۲۵ ۴

خط فکری به شکل روبه‌رو نگاه کنید حلقه (۱) عمود بر محور x، حلقه (۲) عمود بر محور y، حلقه (۳) عمود بر محور z‌ها است:

بنابراین منظور مسئله از حلقهٔ موازی محور x‌ها و عمود بر محور y‌ها حلقهٔ شماره (۲) است.



۱ مؤلفه‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ میدان ۰/۳ و ۰/۴ تسلا بوده و برهم عمودند بنابراین:

$$B_T=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=\sqrt{۰/۰۹+۰/۱۶}=\sqrt{۰/۲۵}=۰/۵T$$

۲ همان‌طور که در شکل می‌بینید حلقه (۲) موازی محور x است پس میدان مغناطیسی که در جهت x است با صفحه زاویهٔ صفر درجه و با نیم خط عمود بر سطح زاویهٔ ۹۰° می‌سازد، بنابراین میدان مغناطیسی $\vec{B}_x=۰/۳\vec{i}$ با توجه به رابطهٔ $\Phi=B_xA\cos۹۰^\circ$ شاری از حلقه عبور نمی‌دهد.

۳ حلقه بر محور y عمود است بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه راستای میدان مغناطیسی $\vec{B}_y=۰/۴\vec{j}$ منطبق است و شار عبوری از حلقه توسط B_y برابر است با:

$$\Phi=B_yA\cos۰^\circ\Rightarrow\Phi=۰/۴\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱=۸\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

بازی با سؤال **بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B}=۴\vec{i}+۴\sqrt{۳}\vec{j}$ است. اگر حلقه‌ای به مساحت سطح $۲۰cm^2$ را عمود بر محور y در میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وبر است؟**

۱) ۸×۱۰^{-۱} ۲) $۸\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$ ۳) ۸×۱۰^{-۳} ۴) ۱۶×۱۰^{-۳}

گزینهٔ ۲

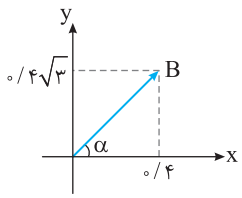
C ۱۹۲۶ ۴

خط فکری زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح با محور x‌ها ساخته ۶۰° است.

ابتدا با توجه به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی، زاویه‌ای که میدان مغناطیسی نیز با محور x‌ها می‌سازد را حساب می‌کنیم تا زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان (θ) به‌دست آید و سپس با داشتن مساحت سطح (A) میدان مغناطیسی (B) شار را حساب می‌کنیم $(\Phi=BA\cos\theta)$.

۱ بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B}=۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j})$ را در صفحهٔ xy رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل تانژانت زاویهٔ α را نوشته و α را به‌دست می‌آوریم.



$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۰/۴\sqrt{۳}}{۰/۴}=\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۲ زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با محور x و زاویهٔ بردار میدان مغناطیسی با محور x هر دو ۶۰° است، پس این دو بردار برهم منطبق‌اند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر درجه است $(\theta=۰)$.

۳ بزرگی میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{B}=۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j}\Rightarrow|B|=\sqrt{(۰/۴)^2+(۰/۴\sqrt{۳})^2}$$

$$\Rightarrow|B|=\sqrt{۰/۱۶+۰/۴۸}=\sqrt{۰/۶۴}=۰/۸\Rightarrow B=۰/۸T$$

۴ شار عبوری از حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow[\cos۰^\circ=۱]{\theta=۰^\circ}\Phi=BA$$

$$\Rightarrow\Phi=۰/۸\times۴۰\times۱۰^{-۴}=۳/۲\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

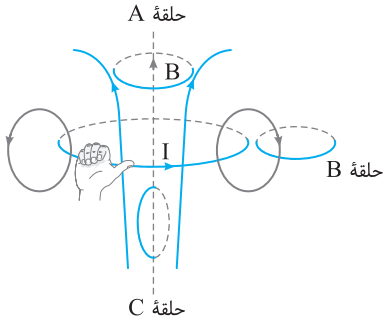
بازی با سؤال **اگر بردار میدان مغناطیسی در SI به صورت $\vec{B}=-۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j}$ باشد، شار عبوری از حلقه نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) ۱

گزینهٔ ۱

A ۱۹۲۷ ۱

خطوط میدان مغناطیسی اطراف حلقهٔ حامل جریان مطابق شکل زیر است.



با توجه به شکل، حلقهٔ C موازی با خطوط میدان قرار گرفته و از آن شاری عبور نمی‌کند. تراکم خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان در اطراف محور حلقه بیشینه است. از این‌رو شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ A از شار گذرنده از حلقه B بیشتر است، بنابراین خواهیم داشت: $\Phi_A>\Phi_B>\Phi_C$

A ۱۹۲۸ ۲

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا $\Delta\Phi$ را به‌دست می‌آوریم و سپس نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

یادآوری هر گاه دو طرف حلقه را بکشیم یا فشرده کنیم مساحت سطح حلقه کاهش می‌یابد.

۱ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح حلقه ۶۰ درصد تغییر یا به عبارتی کاهش یافته است بنابراین تغییر مساحت سطح حلقه خواهد شد:

$$\Delta A=-\frac{۶۰}{۱۰۰}A_۱\xrightarrow{A_۱=۲۵cm^2}\Delta A=-۰/۶\times(۲۵)=-۱۵cm^2$$

۲ سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح هم‌راستای خطوط میدان مغناطیسی است بنابراین در رابطهٔ شار θ برابر صفر است. تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Phi_۲=BA_۲\cos۰^\circ\\ \Phi_۱=BA_۱\cos۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱\Rightarrow\Delta\Phi=BA_۲-BA_۱$$

$$\Rightarrow\Delta\Phi=B(A_۲-A_۱)\Rightarrow\Delta\Phi=(۰/۴)(-۱۵\times۱۰^{-۴})=-۶\times۱۰^{-۴}\,Wb$$

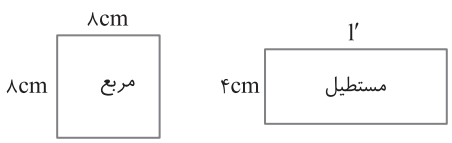
۳ حال بزرگی آهنگ تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow\text{آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{-۶\times۱۰^{-۴}}{۰/۰۲}\right|=۳\times۱۰^{-۲}\,Wb/s$$

B ۱۹۲۹ ۲

۱ از یک سیم دو قاب ساخته‌ایم پس طول سیم به کار رفته در هر دو شکل یکسان است، در واقع محیط هر دو قاب باهم برابر است. از این‌رو می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{محیط مربع}=\text{محیط مستطیل}\Rightarrow۸\times۴=۲\times۴+۲l'\Rightarrow l'=۱۲cm$$



۲ هر دو قاب در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی عبوری از هر دو قاب یکسان است. همچنین با توجه به شکل، قاب‌ها در هر دو حالت بر خطوط میدان عمودند در واقع در هر دو حالت نیم‌خط عمود بر هر دو قاب در راستای خطوط میدان مغناطیسی بوده و زاویهٔ بین این دو بردار ۰° است:

$$\begin{cases}\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\cos۰^\circ\\ \Phi_{\text{مستطیل}}=BA_{\text{مستطیل}}\cos۰^\circ\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{A_{\text{مربع}}}{A_{\text{مستطیل}}}$$

$$\Rightarrow\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{۸\times۸\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۴}{۳}$$

B ۳ ۱۹۳۰

خط فکری دقت کنید که میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی مثلاً از $+۲T$ تا $-۲T$ تغییر می‌کند تغییرات میدان برابر $-۲-۲=-۴T$ خواهد بود و نه صفر.

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور y بوده و در واقع سطح بر خطوط میدان عمود است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان صفر درجه است. مساحت سطح حلقه برابر است با: $A=\pi r^۲ \Rightarrow A=۳\times ۱۰۰ \Rightarrow A=۳۰۰\times ۱۰^{-۴}\,m^۲$

۲ حال تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱ \xrightarrow[\Phi_۲=B_۲A\cos ۰^\circ]{\Phi_۱=B_۱A\cos ۰^\circ} \Delta\Phi=B_۲A\cos ۰^\circ-B_۱A\cos ۰^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi=(B_۲-B_۱)A\cos ۰^\circ \xrightarrow{A=۳\times ۱۰^{-۲}\,m^۲} \Delta\Phi=(۵-(-۴))۳\times ۱۰^{-۲}$$

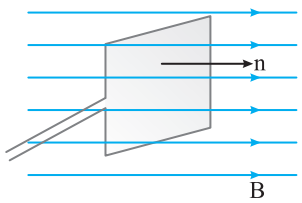
$$\Rightarrow \Delta\Phi=۲۷\times ۱۰^{-۲}\,Wb \Rightarrow \Delta\Phi=۰/۲۷\,Wb$$

B ۱ ۱۹۳۱

۱ حلقه بر خطوط میدان عمود بوده و شار عبوری از قاب در حالت اول برابر است با:

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow[\theta=۰^\circ,\ A=(۲۰\times ۱۰^{-۲})^۲]{\text{نیم‌خط عمود در راستای خطوط میدان است}}$$

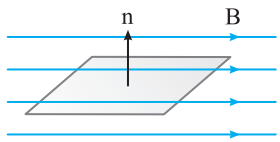
$$\Phi_۱=(\underbrace{۲۵۰\times ۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل G به تسلا}})\times(\underbrace{۲۰\times ۱۰^{-۲}}_{\text{تبدیل cm به متر}})=۱۰^{-۳}\,Wb$$



البته دقت کنید جهت نیم‌خط عمود اختیاری است و اگر جهت n را به سمت چپ اختیار می‌کردیم، شار مغناطیسی گذرنده از سطح منفی می‌شد که در حل مسئله تأثیری نداشت.

۲ با چرخیدن ۹۰° قاب، نیم‌خط عمود بر سطح نیز ۹۰° می‌چرخد، بنابراین در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان زاویهٔ ۹۰° می‌سازد:

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow{\theta_۲=۹۰^\circ} \Phi_۲=۰$$



۳ تغییر شار عبوری از قاب برابر است با: $\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱=۰-۱۰^{-۳}=-۱۰^{-۳}\,Wb$

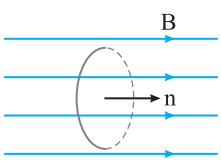
یادآوری آهنگ تغییر شار از رابطهٔ $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

۴ آهنگ تغییر شار برابر است با: $|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|\frac{-۱۰^{-۳}}{۰/۰۱}|=۰/۱\,Wb$ = آهنگ تغییر شار

B ۳ ۱۹۳۲

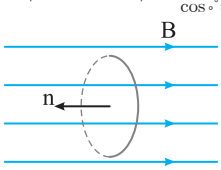
خط فکری نیم‌خط عمود بر یک قاب را در هر سمت صفحه می‌توان در نظر گرفت اما پس از انتخاب جهت نیم‌خط عمود بر سطح با چرخش قاب این نیم‌خط عمود بر سطح قاب نیز با آن می‌چرخد، به گونه‌ای که اگر قاب α درجه بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز α درجه خواهد چرخید.

جهت نیم‌خط عمود عمود بر حلقه را مطابق شکل به سمت راست می‌گیریم:



$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow[\cos ۰^\circ=۱]{\theta_۱=۰^\circ} \Phi_۱=BA\times ۱ \Rightarrow \Phi_۱=BA$$

با چرخیدن ۱۸۰° حلقه، نیم‌خط عمود بر آن نیز با حلقه می‌چرخد و به صورت زیر می‌شود:



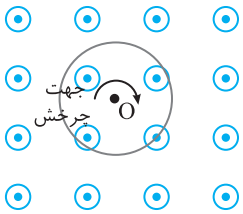
$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow[\cos ۱۸۰^\circ=-۱]{\theta_۲=۱۸۰^\circ} \Phi_۲=BA\times -۱ \Rightarrow \Phi_۲=-BA$$

بزرگی تغییر شار برابر است با:

$$|\Delta\Phi|=|\Phi_۲-\Phi_۱| \Rightarrow |\Delta\Phi|=|-BA-BA|=۲BA$$

B ۲ ۱۹۳۳

۱ با چرخیدن حلقه نسبت به نقطهٔ O زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان تغییری نمی‌کند و شار عبوری از حلقه ثابت می‌ماند. $\Phi_۱=\Phi_۲$

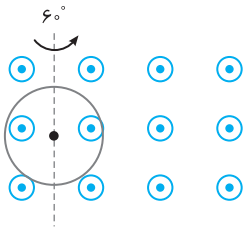


۲ در ابتدا قاب بر میدان مغناطیسی عمود است و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ صفر درجه می‌سازد. اگر در راستای AA' قاب ۶۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز ۶۰° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم خط عمود بر حلقه و خطوط میدان ۶۰° افزایش یافته و این زاویه ۶۰° می‌شود

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow{\theta_۱=۰} \Phi_۱=BA$$

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow{\theta_۲=۶۰^\circ} \Phi_۲=BA\cos ۶۰^\circ=\frac{BA}{۲}$$

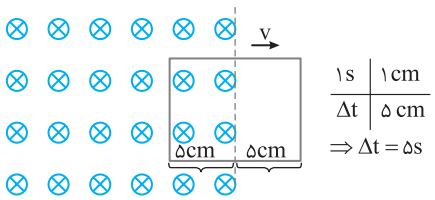
بنابراین شار عبوری از حلقه نصف می‌شود.



B ۲ ۱۹۳۴

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار ابتدا باید مدت زمان لازم برای خارج کردن کامل قسمتی از قاب که در میدان مغناطیسی قرار دارد را به‌دست آوریم. برای این کار باید از مفهوم سرعت استفاده کنید یعنی وقتی مثلاً گفته می‌شود قاب با سرعت $۳cm/s$ در حال حرکت است یعنی قاب در هر ثانیه، $۳cm$ جابه‌جا می‌شود.

۱ $۵cm$ از قاب درون میدان مغناطیسی قرار دارد و قاب با سرعت $۱cm/s$ در حال حرکت است، یعنی قاب در هر ثانیه $۱cm$ به سمت راست کشیده می‌شود، بنابراین:



$$\begin{array}{c|c} ۱\,s & ۱\,cm \\ \Delta t & ۵\,cm \end{array} \Rightarrow \Delta t=۵s$$

۲ هنگامی که نیمی از قاب در میدان مغناطیسی قرار گرفته، شار عبوری از قاب برابر است با: $\Phi_۱=B\frac{A}{۲}\cos\theta \xrightarrow[A=۱۰\times ۱۰=۱۰۰cm^۲]{\theta=۰^\circ}$

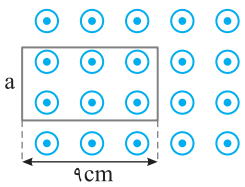
$$\Phi_۱=۰/۲\times(\underbrace{۵۰\times ۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل } cm^۲ \text{ به } m^۲})\times ۱ \Rightarrow \Phi_۱=۱۰^{-۳}\,Wb$$

۳ هنگامی که قاب به‌طور کامل از میدان خارج شده شار عبوری از قاب صفر می‌شود.

۴ آهنگ تغییر شار را حساب می‌کنیم: $\Rightarrow$ بزرگی آهنگ تغییر شار $=|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$

$$\Rightarrow \text{بزرگی آهنگ تغییر شار}=|\frac{۰-۱۰^{-۳}}{۵}|=۲\times ۱۰^{-۴}\,Wb/s=۰/۲mWb/s$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو یک قاب رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو قرار گرفته است. اگر این قاب شامل ۳۰ حلقه باشد و میدان مغناطیسی یکنواخت از ۱۰mT به ۲۰mT برونسو تغییر کند، قاب را چند سانتی‌متر از میدان خارج کنیم تا شار عبوری از هر حلقه تغییر نکند؟



۱) ۴ ۲) ۵/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۳

A ۱۹۳۵ ۱

وبر واحد شار مغناطیسی و ثانیه واحد زمان است و وبر بر ثانیه یکای آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است، که با توجه به قانون القای فاراده متناسب با نیرو محرکهٔ القایی است:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=-\frac{Wb}{s}$$

و می‌دانیم یکای نیروی محرکه ولت است، پس $\frac{Wb}{s}$ معادل ولت است.

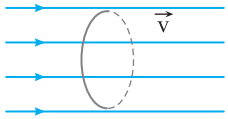
بازی با سؤال یکای ولت. ثانیه معادل کدام یک از یکاهای زیر است؟

۱) تسلا ۲) کولن ۳) آمپر ۴) وبر

گزینهٔ ۴

A ۱۹۳۶ ۱

با توجه به شکل با حرکت قاب نه مساحت سطح تغییر می‌کند و نه میدان و نه زاویه سطح با خطوط میدان، پس در رابطه شار $(\Phi=BA\cos\theta)$ هیچ متغیری تغییر نکرده و شار ثابت می‌ماند. حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:



$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta\Phi=0]{\Phi_1=\Phi_2}\overline{\varepsilon}=0$$

B ۱۹۳۷ ۲

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\left(\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ هرچه تعداد حلقه‌های سیملوله بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است، هم‌چنین هرچه آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است و هرچه تندی نزدیک شدن آهنربا به سیملوله بیشتر باشد. آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر و نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است.

تندی آهنربای (۱) و تعداد حلقه‌های سیملوله (۱) از تندی آهنربای (۲) و تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۲) کمتر است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی (۱) از (۲) کمتر است.

$$\begin{cases}v_1<v_2\\N_1<N_2\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_1<\varepsilon_2$$

تندی آهنربای (۲) و (۳) برابر است $(v_2=v_3)$، اما تعداد حلقه‌های سیملوله (۲) از تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۳) بیشتر است، بنابراین:

$$\begin{cases}v_2=v_3\\N_2>N_3\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_3<\varepsilon_2$$

تعداد حلقه‌های سیملوله‌های (۱) و (۳) برابر است $(N_1=N_3)$، اما تندی آهنربای (۳) از تندی آهنربای (۱) کمتر است، بنابراین نیروی محرکه القایی (عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد) از نیروی محرکه القایی (۳) کمتر است.

$$\begin{cases}v_3<v_1\\N_3=N_1\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_3<\varepsilon_1$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\varepsilon_3<\varepsilon_1<\varepsilon_2$$

A ۱۹۳۸ ۱

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار بسته متناسب با آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

تعداد حلقه‌های پیچه $N=200$ دور و نیروی محرکهٔ القایی ۱۰۰ ولت است، بنابراین:

$$100=-200\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{-1}{2}$$

آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{1}{2}$ وبر بر ثانیه است.

بازی با سؤال پیچه‌ای شامل ۴۰ حلقه در میدان مغناطیسی متغیری قرار دارد. اگر تغییر شار مغناطیسی در هر حلقه در بازهٔ زمانی ۰/۱s برابر $2/5\times10^{-3}$ وبر باشد، نیرو محرکه القایی متوسط در پیچه چند ولت خواهد بود؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۴

B ۱۹۳۹ ۲

۱ با تغییر میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه تغییر می‌کند، بنابراین ابتدا تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_1=B_1A_1\cos\theta_1\xrightarrow[\theta_1=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}\Phi_1=B_1A_1$$

$$\Phi_2=B_2A_2\cos\theta_2\xrightarrow[\theta_2=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}\Phi_2=B_2A_2$$

$$\xrightarrow[A_1=A_2=A]{\text{مساحت سطح ثابت است}}\Delta\Phi=B_2A-B_1A=(B_2-B_1)A$$

۲ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح (A) برابر $200cm^2=200\times10^{-4}m^2$ بوده و میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/08T$ کاهش یافته است.

$$\Delta\Phi=(B_2-B_1)A\xrightarrow[A=2\times10^{-2}m^2]{B_2-B_1=-0/08T}\Delta\Phi=(-8\times10^{-2})\times2\times10^{-2}$$

$$=-16\times10^{-4}\,Wb$$

۳ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=1}\overline{\varepsilon}=-1\times\frac{-16\times10^{-4}}{2\times10^{-2}}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=8\times10^{-2}V=0/08V$$

مباتبر اگر تغییر شار عبوری از یک حلقه به دلیل تغییر میدان عبوی از آن باشد:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Phi=BA\cos\theta}\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

بازی با سؤال پیچهٔ مسطحی که دارای ۲۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن $50cm^2$ است، عمود بر میدان مغناطیسی 4×10^{-2} تسلا قرار دارد، اگر در مدت ۰/۲s میدان به صفر برسد، متوسط نیروی محرکهٔ القایی در پیچه چند ولت خواهد بود؟

۱) ۲۰ ۲) ۲ ۳) 2×10^{-1} ۴) 2×10^{-2}

گزینهٔ ۴

A ۱۹۴۰ ۱

خط فکری هرگاه میدان مغناطیسی که قاب در آن قرار دارد تغییر کند و کمیت‌های دیگر ثابت بماند، با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Phi_1=B_1A\cos\theta]{\Phi_2=B_2A\cos\theta}\overline{\varepsilon}=-N\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{فاکتور می‌گیریم}]{\cos\theta\text{ و }A\text{ از}}\overline{\varepsilon}=-N\frac{(B_2-B_1)}{\Delta t}A\cos\theta\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

که $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی است.

۱ سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد، بنابراین زاویهٔ نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان (θ) برابر 53° است.

۲ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$، $0/5T/s$ است، بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|\xrightarrow{\theta=53^\circ}$$

$$|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\underbrace{0/5}_{\text{آهنگ تغییر میدان}}\times\underbrace{(10\times10\times10^{-4})}_{\text{مساحت سطح حلقه}}\times\cos53^\circ|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=3\times10^{-3}V=3mV$$

۴ ۱۹۴۱ B

خط فکری میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی از $+B$ به $-B$ تغییر کند، اندازهٔ تغییرات میدان مغناطیسی برابر $2B$ است.

میدان مغناطیسی در حالت اول $0/1T$ رو به بالا است و $B_1=+0/1T$ است و در حالت دوم این میدان $0/1T$ رو به پایین است و $B_2=-0/1T$ است.

بزرگی نیروی محرکه القایی از رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{0/25}|$$

سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان صفر درجه است و $\cos\theta$ برابر ۱ می‌شود:

$$|\overline{\varepsilon}|=|\frac{(100\times10^{-4})(-0/1)-(0/1)(100\times10^{-4})}{0/25}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{2\times10^{-3}}{0/25}=8\times10^{-3}V$$

$$|\overline{\varepsilon}|=8mV$$

بازی با سؤال **یک پیچه با ۲۰ دور سیم که مساحت هر حلقه آن ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است. اگر میدان مغناطیسی در مدت ۰/۲ ثانیه از ۰/۲۵ تسلا در یک جهت تا ۰/۵ تسلا در خلاف جهت اولیه تغییر کند، اندازه اختلاف پتانسیل متوسط القاشده بین دو سر پیچه چند ولت است؟**

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۱۵

گزینهٔ ۳

۴ ۱۹۴۲ B

سطح قاب بر خطوط میدان عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان هم‌راستا است: $\theta=0$

دقت کنید که در صورت مسئله گفته شده که بزرگی میدان مغناطیسی از $0/65T$ به $0/15T$ رسیده است و علامت یا جهت میدان مغناطیسی بیان نشده است، بنابراین مسئله دارای دو حالت است که هر حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم.

حالت اول: اگر میدان مغناطیسی از $0/65T$ به $0/15T$ در همان جهت تغییر کرده باشد:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi_2=B_2A\cos0^\circ=B_2A]{\Phi_1=B_1A\cos0^\circ=B_1A}|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{B_2A-B_1A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{(B_2-B_1)}{\Delta t}A|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\frac{0/15-0/65}{0/05}\times(25\times10^{-4})|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-25\times10^{-4}(-10)|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=2/5\times10^{-2}V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-0/65T$ به $-0/15T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/8T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی $2/5\times10^{-2}$ ولت خواهد بود. بنابراین گزینه (۱) درست است.

حالت دوم: اگر میدان مغناطیسی از $0/65T$ به $-0/15T$ تغییر کند، آنگاه خواهیم داشت:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi_2=B_2A\cos0^\circ=AB_2]{\Phi_1=B_1A\cos0^\circ=AB_1}|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{B_2A-B_1A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\frac{-0/15-0/65}{0/05}\times(25\times10^{-4})|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=4\times10^{-2}V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-0/65T$ به $0/15T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/8T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی 4×10^{-2} ولت خواهد بود. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است، از این‌رو پاسخ تست گزینهٔ (۴) است.

۴ ۱۹۴۳ A

خط فکری توان مصرفی در مقاومت پیچه و یا هر مقاومتی برابر است با: $P=\frac{V^2}{R}=\frac{\varepsilon^2}{R}$

۱ ابتدا مقاومت پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=1/7\times10^{-8}\Omega.m\ ,\ l_{سیم}=200\pi(cm)=2\pi(m)$$

$$A_{سیم}=1/7cm^2=1/7\times10^{-4}m^2\Rightarrow R_{سیم}=\rho\frac{l_{سیم}}{A_{سیم}}$$

$$\Rightarrow R_{سیم}=1/7\times10^{-8}\times\frac{2\pi}{1/7\times10^{-4}}=2\pi\times10^{-4}\Omega$$

۲ آهنگ تغییر میدان را بر حسب یکای SI یعنی $\frac{\text{تسلا}}{\text{ثانیه}}$ حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/01\frac{T}{ms}=0/01\frac{T}{ms}\times\frac{10^3ms}{s}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=10\frac{T}{s}$$

۳ محیط هر حلقهٔ پیچه $2\pi r$ است بنابراین تعداد دورهای پیچه برابر با حاصل تقسیم طول سیم بر محیط هر حلقه است. دور $N=\frac{l}{2\pi r}\Rightarrow N=\frac{200\pi}{2\pi\times10}\Rightarrow N=10$

۴ نیروی محرکهٔ القایی را در پیچه به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1]{\text{پیچه بر خطوط میدان عمود است}}$$

$$|\overline{\varepsilon}|=|N\frac{B_2A_{\text{حلقه}}-B_1A_{\text{حلقه}}}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=N\frac{\Delta B}{\Delta t}A_{\text{حلقه}}$$

$$|\overline{\varepsilon}|=10\times10\times\pi(r^2)\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=10\times10\times\pi\times10^{-2}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\pi V$$

۵ توان مصرفی در پیچه خواهد شد:

$$P=\frac{\varepsilon^2}{R}\Rightarrow P=\frac{\pi^2}{2\pi\times10^{-4}}\Rightarrow P=5\pi\times10^3W$$

۴ ۱۹۴۴ B

در حالت اول: سطح قاب موازی با خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط صفر است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی 90° است و شار مغناطیسی گذرنده از سطح خواهد شد: $\Phi_1=BA\cos90^\circ\Rightarrow\Phi_1=0$

در حالت دوم: سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط 90° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی صفر درجه است و شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_2=BA\cos0^\circ\Rightarrow\Phi_2=BA\xrightarrow{A=20\times20=400cm^2}\Phi_2=10^{-1}\times4\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow\Phi_2=4\times10^{-3}Wb$$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|1\times\frac{4\times10^{-3}-0}{0/2}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=2\times10^{-2}V\xrightarrow{1V=1000mV}|\overline{\varepsilon}|=20mV$$

۲ ۱۹۴۵ B

یادآوری در آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود.

اگر در حالت اول مطابق شکل نیم‌خط عمود بر حلقه را در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بگیریم، شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=0^\circ}\Phi_1=BA\Rightarrow\Phi_1=0/8\times50\times10^{-4}=4\times10^{-3}Wb$$

در حالت دوم حلقه 180° چرخیده و نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 180° می‌سازد، بنابراین شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=180^\circ}\Phi_2=-BA$$

$$\Rightarrow\Phi_2=-0/8\times50\times10^{-4}=-4\times10^{-3}WB$$

حال نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\frac{-4\times10^{-3}-4\times10^{-3}}{0/2}|=4\times10^{-2}V\Rightarrow0/04V$$

B ۱۹۴۶ ۱

۱ با توجه به شکل در ابتدا حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است، یعنی زاویهٔ بین حلقه و خطوط میدان 90° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان صفر درجه است، حال با توجه به نیرو محرکهٔ القایی داده شده و قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow 4=-\frac{\Phi_2-BA\cos\theta_1}{t}$$

$$\Rightarrow 4=-\frac{\Phi_2-0/4\times 2\times 1}{0/1}\Rightarrow \Phi_2=0/4\,Wb$$

۲ با داشتن شار ثانویه (Φ_2) از رابطهٔ $\Phi_2=BA\cos\theta_2$، θ_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\Rightarrow 0/4=0/4\times 2\times\cos\theta_2$$

$$\Rightarrow\cos\theta_2=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta_2=60^\circ$$

۳ زاویهٔ θ_2 بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان مغناطیسی در حالت دوم است، بنابراین زاویهٔ بین حلقه و خطوط میدان مغناطیسی برابر $90-60=30^\circ$ است.

B ۱۹۴۷ ۴

یادآوری اگر با سیمی به‌طول L پیچه‌ای به شعاع r ساخته شود، هر حلقه از پیچه به اندازهٔ $2\pi r$ (محیط دایره) از طول سیم را مصرف می‌کند، بنابراین تعداد حلقه‌های پیچه برابر است با:

$$N=\frac{L}{2\pi r}$$

اگر صفحه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ α بسازد، نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ $\theta=90-\alpha$ خواهد ساخت.

۱ با توجه به طول سیم و تعداد حلقه‌ها، شعاع پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow 300=\frac{90}{2\times 3\times r}\Rightarrow r=\frac{1}{20}=0/05m=5cm$$

۲ در حالت اول پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 30° ساخته، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان $\theta_1=90-30=60^\circ$ است. در حالت دوم پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد و زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان $\theta_2=90-53=37^\circ$ است. بنابراین شار مغناطیسی گذرنده از پیچه در دو حالت خواهد شد:

$$\Phi_1=AB\cos\theta_1\Rightarrow\Phi_1=(\pi r^2)B\cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow\Phi_1=(75\times10^{-4})(0/4)(\frac{1}{2})\Rightarrow\Phi_1=15\times10^{-4}\,Wb$$

$$\Phi_2=AB\cos\theta_2\Rightarrow\Phi_2=(\pi r^2)B\cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow\Phi_2=(75\times10^{-4})(0/4)(0/8)=24\times10^{-4}\,Wb$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|300\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{0/2}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=300\times\frac{9\times10^{-4}}{0/2}=13/5\times10^{-1}V\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=1/35V$$

A ۱۹۴۸ ۱

خط فکری میدان مغناطیسی و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان ثابت مانده و تنها مساحت مدار تغییر کرده است، پس بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ خواهیم داشت:

۱ تغییر مساحت سطح:

$$\varepsilon=-N\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}=-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta$$

آهنگ تغییر سطح

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow 0/2=200\times0/4\times\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{1}{400}=2/5\times10^{-3}\,m^2/s$$

بازی با سوال **پیچه‌ای شامل ۲۰۰ حلقه درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/4T$ طوری قرار گرفته است که سطح آن با خطوط میدان زاویهٔ 30° می‌سازد. آهنگ تغییر مساحت سطح حلقه چند cm^2/s باشد تا نیروی محرکه‌ای به بزرگی $2\times10^{-2}V$ در حلقه القا شود؟**

۱) $2/5$ ۲) 5 ۳) 5×10^{-4} ۴) $2/5\times10^{-4}$

گزینهٔ ۲

B ۱۹۴۹ ۴

۱ مساحت سطح حلقه ۲۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین تغییر مساحت خواهد شد:

$$\Delta A=-\frac{20}{100}A_1=-0/2A_1$$

(کاهش، ۲۰ درصد)

۲ با توجه به قانون القای فاراده و نیروی محرکهٔ القایی داده شده داریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{فقط مساحت سطح در حال تغییر است}}$$

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta A}{\Delta t}B\cos\theta|$$

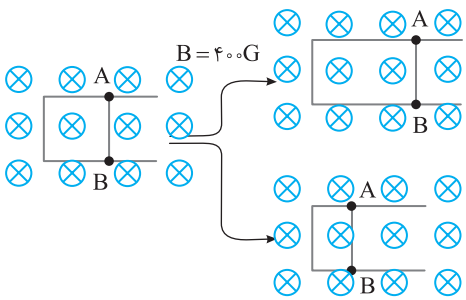
۳ حلقه بر خطوط میدان عمود است، بنابراین $\theta=0$ است. میدان مغناطیسی برابر $100G=10^{-2}T$ است. داده‌ها را در رابطه قرار می‌دهیم و مساحت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$80\times10^{-3}=-100\times\frac{-0/2A_1}{0/05}\times10^{-2}\times1\Rightarrow A_1=20\times10^{-3}\,m^2$$

$$A_1=20\times10^{-3}\,m^2\times\frac{10^4\,cm^2}{1m^2}=200cm^2\Rightarrow A_1=200cm^2$$

B ۱۹۵۰ ۳

خط فکری با حرکت میله به سمت راست یا چپ مطابق شکل، مساحت قاب افزایش یا کاهش می‌یابد که باعث می‌شود شار عبوری از قاب تغییر کند.



با توجه به سؤال در هر ثانیه تغییر مساحت سطح قاب $25cm^2$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{تنها مساحت سطح در حال تغییر است.}}$$

$$|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{A_2-A_1}{\Delta t}B\cos\theta$$

قاب عمود بر خط میدان مغناطیسی است، پس $\theta=0$ است:

$$|\bar{\varepsilon}|=\frac{25\times10^{-4}}{1}\times(400\times\underbrace{10^{-4}}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}})\times1=10^{-4}V=10^{-1}mV$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=0/1mV$$

B ۱۹۵۱ ۳

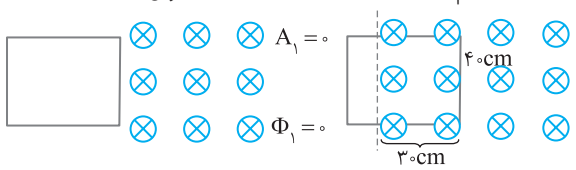
در رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ منظور از A مساحت سطحی از یک قاب یا پیچه است که درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است.

خط فکری با توجه به سرعت $3\,m/s$، به این نتیجه می‌رسیم که قاب در هر ثانیه، به اندازهٔ $3\,m$ به سمت راست حرکت می‌کند، حال گفته شده قاب $30\,cm$، جابه‌جا شود، ابتدا با استفاده از تناسب مدت زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم، در گام بعدی مساحت سطح قابی که درون میدان قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم و در آخر با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم:

۱ قاب در هر ثانیه $3\,m$ یا $300\,cm$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود، با تناسب زیر مدت زمان جابه‌جایی $30\,cm$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|c} 1\,s & 300\,cm \\ \Delta t & 30\,cm \end{array} \Rightarrow \Delta t = 0/1\,s$$

۲ در ابتدا قاب در میدان نبوده و مساحت سطح (A) را در رابطهٔ شار باید صفر قرار داد و در حالت دوم $30\,cm$ از قاب درون میدان است، بنابراین:



$$A_2 = 30\times 40 = 1200\,cm^2 \Rightarrow A_2 = 12\times 10^{-2}\,m^2$$

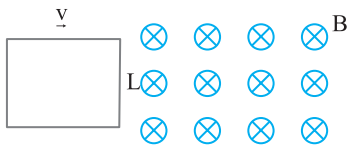
$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta_2 \xrightarrow{\theta_2 = 0} \Phi_2 = 0/5\times 12\times 10^{-2}\times 1 = 6\times 10^{-2}\,Wb$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

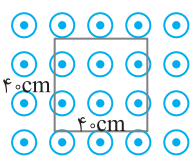
$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-20\times\frac{6\times 10^{-2} - 0}{0/1}| = 12\,V$$

میانبر هرگاه مربع یا مستطیلی با ضلعی به طول L و با سرعت v وارد میدان مغناطیسی شود و یا از آن خارج شود می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد:

$$\bar{\varepsilon} = BLv$$



بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، قاب مربعی شکلی با طول ضلع $40\,cm$ بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی $B = 5\times 10^{-2}\,T$ عمود است. اگر سطح قاب در مدت $100\,ms$ کاملاً از میدان خارج شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در قاب چند ولت است؟** قلم‌چی



۱) ۰/۸
۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۴
۴) ۰/۰۴

گزینهٔ ۲

B ۱۹۵۲ ۱

۱ پس از $1\,s$ مساحت سطح $2/5\,cm^2$ افزایش می‌یابد، بنابراین پس از $4\,s$ مساحت سطح $4\times 2/5 = 10\,cm^2$ افزایش می‌یابد:

$$A_2 = A_1 + 10 \Rightarrow A_2 = 30\,cm^2$$

۲ پس از $1\,s$ میدان مغناطیسی $5\,G$ کاهش می‌یابد. بنابراین پس از $4\,s$ میدان مغناطیسی $4\times 5 = 20\,G$ کاهش می‌یابد:

$$B_2 = B_1 - 20 \Rightarrow B_2 = 60 - 20 = 40\,G$$

۳ شار اولیه و شار نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_1 = B_1A_1\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$$

$$\Phi_1 = 60\times 10^{-4}\times 20\times 10^{-4} = 12\times 10^{-6}\,Wb$$

$$\Phi_2 = B_2A_2\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$$

$$\Phi_2 = 40\times 10^{-4}\times 30\times 10^{-4} = 12\times 10^{-6}\,Wb$$

۴ $\Phi_1 = \Phi_2$ است، بنابراین در مدت $4\,s$ تغییر شار عبوری از حلقه صفر بوده و نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه صفر است.

B ۱۹۵۳ ۳

خط فکری به ازای هر زمان دلخواهی می‌توان به وسیلهٔ رابطه شار - زمان، شار گذرنده از حلقه را به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی $(\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ باید شار را در دو لحظهٔ اولیه و ثانویه بیان شده به‌دست آورده و $\Delta\Phi$ را حساب کنیم.

نکته ثانیهٔ tام یعنی بازهٔ زمانی بین $t-1$ تا t، بنابراین ثانیهٔ اول یعنی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1\,s$

۱ شار عبوری در لحظهٔ $t_1 = 0$ و $t_2 = 1\,s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0, \Phi_1 = 2\,Wb \\ t_2 = 1\,s, \Phi_2 = 3 - 2 + 2 = 3\,Wb \end{cases}$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-\frac{3-2}{1-0}| = 1\,V$$

بازی با سؤال **شار مغناطیسی گذرنده از پیچه مسطحی که داری ۵۰۰ حلقه است با تابع $\Phi = 0/4t + 6$ وابسته به زمان است. نیروی محرکه القا شده متوسط در پیچه در ثانیه سوم چند ولت است؟ (یکاها در SI)**

۱) ۲
۲) ۲۰
۳) ۲۰۰
۴) قابل محاسبه نیست.

گزینهٔ ۳

B ۱۹۵۴ ۴

خط فکری π رادیان، برابر 180° درجه است. پس $\frac{\pi}{2}$ رادیان، 90°، $\frac{3\pi}{2}$ رادیان، 270° و 2π رادیان، 360° است.

۱ شار عبوری در لحظه‌های $t = \frac{1}{200}\,s$ و $t = \frac{1}{100}\,s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$t_1 = \frac{1}{200}\,s \Rightarrow \Phi_1 = 4\times 10^{-3}\cos 100\pi\times\frac{1}{200} \Rightarrow \Phi_1 = 4\times 10^{-3}\cos\frac{\pi}{2}$$

$$\xrightarrow[\frac{\pi}{2}=90^\circ]{\cos\frac{\pi}{2}=0} \Phi_1 = 0$$

$$t_2 = \frac{1}{100}\,s \Rightarrow \Phi_2 = 4\times 10^{-3}\cos 100\pi\times\frac{1}{100} \Rightarrow \Phi_2 = 4\times 10^{-3}\cos\pi$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = 4\times 10^{-3}\cos 180^\circ = -4\times 10^{-3}\,Wb$$

۲ حال با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \xrightarrow{N=1} |\bar{\varepsilon}| = |-60\times\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}|$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |\frac{-60(-4\times 10^{-3} - 0)}{\frac{1}{100} - \frac{1}{200}}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 48\,V$$

۴ ۱۹۵۵ B

خط فکری در صورت مسئله هیچ بازهٔ زمانی گفته نشده است، پس باید با یک رابطهٔ کلی با یک بازهٔ زمانی دلخواه، نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست آورد.

۱ برای بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2، نیروی محرکه القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم. به این منظور، شار در لحظه‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم.

$$\Phi=5t \xrightarrow{t=t_1} \Phi_1=5t \ , \ \Phi=5t \xrightarrow{t=t_2} \Phi_2=5t_2$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}$$

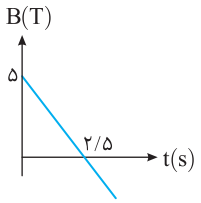
$$\xrightarrow{N=1}\overline{\varepsilon}=-\frac{5t_2-5t_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{-5(t_2-t_1)}{t_2-t_1}=-5V$$

پس نیروی محرکهٔ حاصل برای بازهٔ زمانی دلخواه، مقدار ثابتی است و گزینهٔ (۴) درست است.

میانبر هرگاه معادلهٔ شار برحسب زمان درجهٔ اول باشد، $\Phi=at+b$، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر a خواهد بود.

۴ ۱۹۵۶ B

خط فکری رابطهٔ میدان مغناطیسی برحسب زمان به‌صورت $B=5-2t$ است و نمودار $B-t$ آن یک خط راست به‌صورت شکل زیر است، بنابراین در مدت صفر تا ۲/۵s میدان مغناطیسی از ۵T به صفر می‌رسد و بزرگی میدان کاهش می‌یابد.



نیروی محرکه القایی برابر $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است. چون میدان در حال تغییر است، پس:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{AB_2\cos\theta-AB_1\cos\theta}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

سطح قاب بر خطوط میدان عمود است، پس $\theta=0$ و $\cos\theta=1$ و با توجه به شکل نصف قاب درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است بنابراین:

$$A=\frac{2\times2}{2}=2m^2$$

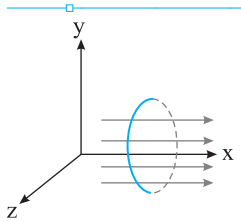
حال با توجه به خط فکری چون در مدتی که میدان مغناطیسی در حال کاهش بوده، نیروی محرکه القایی خواسته شده است، نیروی محرکهٔ القایی را در مدت صفر تا ۲/۵s به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\Rightarrow\overline{\varepsilon}=1\times\frac{5-0}{2/5}\times2=4V$$

نکته البته دقت کنید که معادلهٔ میدان مغناطیسی برحسب زمان به صورت خط است و در این نمودار، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ شیب نمودار است و در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر $-2T/s$ است و نیروی محرکهٔ القایی متوسط در تمام بازه‌ها برابر ۴V است.

۲ ۱۹۵۷ B

خط فکری مطابق شکل زیر سطح پیچه عمود بر محور xها است و تنها مؤلفهٔ $B_x=0/6t$ سبب عبور شار مغناطیسی از سیم‌پیچ می‌شود.



۱ مساحت سطح پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times100\Rightarrow A=300cm^2=3\times10^{-2}m^2$$

۲ میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی را در لحظه‌های $t=0$ و $t=8s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$B_x=0/6t\xrightarrow{t_1=0}B_{1x}=0 \ , \ B_x=0/6t\xrightarrow{t_2=8s}B_{2x}=4/8T$$

$$\Phi=BA\cos\theta\begin{cases}\rightarrow\Phi_1=B_1A\cos0\Rightarrow\Phi_1=0\\ \rightarrow\Phi_2=B_2A\cos0\Rightarrow\Phi_2=4/8\times3\times10^{-2}=0/144Wb\end{cases}$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=200\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=200\times\frac{0/144}{8}=3/6V$$

۳ ۱۹۵۸ A

بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی برابر $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است.

سیملوله A: شار در مدت ۱s از ۱۰Wb به صفر رسیده است، بنابراین:

$$\overline{\varepsilon}_A=-N_A\frac{0-10}{1}\Rightarrow\overline{\varepsilon}_A=10N_A$$

سیملوله B: شار در مدت ۰/۰۱s از ۱Wb به صفر رسیده است، بنابراین:

$$\overline{\varepsilon}=-N_B\frac{0-1}{0/01}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=100N_B$$

دو سیموله مشابه‌اند و $N_A=N_B$ است، بنابراین: $\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}=\frac{10N_A}{100N_B}\Rightarrow\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}=\frac{1}{10}$

۱ ۱۹۵۹ B

یادآوری میدان مغناطیسی سیملوله حامل جریان I برابر $B=\mu_0\frac{N}{L}I$ بوده که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.

۱ در دو حالت میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$B_1=\mu_0\frac{N}{L}I_1\xrightarrow{I_1=25A}B_1=4\pi\times10^{-7}\times\frac{100}{25\times10^{-2}}\times25\Rightarrow B_1=4\pi\times10^{-3}T$$

$$B_2=\mu_0\frac{N}{L}I_2\xrightarrow{I_2=0}B_2=0$$

۲ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta\xrightarrow[A=\pi\times10^{-2}m^2]{\theta=0\ ,\ A=\pi r^2}\Phi_1=(4\pi\times10^{-3})(\pi\times10^{-2})=4\pi^2\times10^{-5}Wb$$

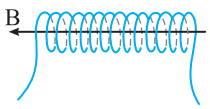
$$\Phi_2=B_2A\cos\theta\xrightarrow{B_2=0}\Phi_2=0$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط خواهد شد:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-100\times\frac{0-4\pi^2\times10^{-5}}{2\times10^{-2}}=0/2\pi^2V$$

۲ ۱۹۶۰ B

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است:



یادآوری ۲ اگر طول سیم برابر L و شعاع حلقه‌های ساخته شده توسط آن r و تعداد حلقه‌ها برابر N باشد. آن‌گاه: $N=\frac{L}{2\pi r}$

۱ ابتدا با توجه به نیروی محرکهٔ القایی و آهنگ میدان مغناطیسی، مساحت سطح هر حلقهٔ سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{N=50}|\overline{\varepsilon}|=|-50\times\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=50A|\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta|\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/2]{\theta=0}0/3=50(A\times0/2)\Rightarrow A=3\times10^{-2}m^2$$

۲ با توجه به مساحت سطح حلقه‌ها، شعاع حلقه‌های سیملوله را حساب می‌کنیم:

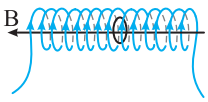
$$A=\pi r^2=3\times10^{-2}\xrightarrow{\pi=3}r^2=10^{-2}\Rightarrow r=0/1m$$

۳ طول سیمی که سیملوله از آن ساخته شده است خواهد شد:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow50=\frac{L}{2\times3\times0/1}\Rightarrow L=50\times0/6\Rightarrow L=30m$$

B ۱۹۶۱ ۱

حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی سیملوله قرار دارد، بنابراین زاویهٔ بین سطح حلقه و خطوط میدان $\theta=0$ است.



با توجه به رابطه میدان مغناطیسی سیملوله $(B=\mu_0\frac{N}{L}I)$ میدان مغناطیسی با جریان رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین اگر جریان ۲۰ درصد کاهش یابد، میدان مغناطیسی نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ شار $(\Phi=BA\cos\theta)$، B و Φ نیز با هم رابطهٔ مستقیم دارند پس با کاهش ۲۰ درصدی میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد:

$$\Delta\Phi=-\frac{20}{100}\Phi_1\Rightarrow\Delta\Phi=-\frac{20}{100}\times6\times10^{-2}=-1/2\times10^{-2}\,Wb$$

(کاهش ۲۰ درصد)

بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی حلقه برابر خواهد شد با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{-1/2\times10^{-2}}{0/1}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/12V$$

A ۱۹۶۲ ۳

خط فکری از دو قانون القای فاراده و اهم می‌توان نتیجه گرفت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به رابطهٔ جریان القایی $I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، جریان القایی با تغییرات شار مغناطیسی نسبت مستقیم و با مقاومت پیچه نسبت وارون دارد.

A ۱۹۶۳ ۴

با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

بنابراین برای ایجاد جریان القایی باید شار عبوری از حلقه تغییر کند.

گزارهٔ (الف): شار عبوری از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta$ است، اگر جهت میدان مغناطیسی تغییر کند، در رابطهٔ شار، میدان مغناطیسی تغییر کرده و در حلقه به علت تغییر شار، جریان القا می‌شود و گزاره (الف) درست است.

گزاره‌های (ب) و (پ): با چرخیدن سطح حول محور x و y نیز زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و خطوط میدان مغناطیسی (θ)، تغییر کرده که باعث تغییر شار مغناطیس گذرنده از حلقه می‌شود و گزاره‌های (ب) و (پ) نیز درست‌اند.

A ۱۹۶۴ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|1-\frac{0-0/08}{0/02}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=4V$$

۲ حال با داشتن نیروی محرکه القایی و مقاومت الکتریکی با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه را حساب می‌کنیم.

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{4}{10}\Rightarrow\bar{I}=0/4A$$

میانبر با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم به‌طور مستقیم می‌توان جریان القایی را به‌دست آورد:

$$\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

B ۱۹۶۵ ۲

خط فکری ابتدا با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم، آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به اینکه تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را حساب می‌کنیم.

۱ آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-500}{10}\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\bar{I}=10^{-3}}10^{-3}=-50\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

۲ سطح مقطع سیملوله بر میدان مغناطیسی عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر حلقه‌ها هم‌جهت میدان مغناطیسی است:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\xrightarrow{\theta=0}\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\times25\times10^{-4}=\frac{-1}{5}\times10^{-4}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{-1}{125}T/s$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=-8\times10^{-3}T/s\xrightarrow[\text{خواسته شده است mT/s}]{\text{بزرگی این آهنگ برحسب}}|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=8mT/s$$

بازی با سؤال **سیملوله‌ای با ۱۰۰۰ دور، مقاومت الکتریکی ۵ اهم و مساحت سطح مقطع $25cm^2$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت ۴۰۰G به‌گونه‌ای قرار گرفته که محور سیملوله با خطوط میدان موازی است. برای آنکه جریان متوسطی برابر ۱۰mA در سیملوله القا شود، در چه مدت باید میدان مغناطیسی صفر شود؟**

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

B ۱۹۶۶ ۱

۱ مقاومت هر حلقه ۰/۲ اهم است و پیچه N حلقه دارد، پس مقاومت کل پیچه برابر است با:

$$R_{\text{پیچه}}=N\times0/2\Rightarrow R_{\text{پیچه}}=0/2N(\Omega)$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0/2Wb/s}|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\times0/2|\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}=0/2N(V)$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه خواهد شد:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R_{\text{پیچه}}}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/2N}{0/2N}=1A$$

A ۱۹۶۷ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکه القا شده در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$V=IR=0/2\times0/3\xrightarrow{V=\varepsilon}\varepsilon=0/06V$$

۲ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|\xrightarrow[\theta=0]{A=\pi R^2}$$

$$0/06=\frac{\Delta B}{\Delta t}\times3\times0/01\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

میانبر برای حل سؤال به‌طور مستقیم از رابطهٔ $|\bar{I}|=|\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ استفاده می‌کنیم.

$$0/2=\frac{1}{0/3}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times A\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})\pi r^2\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})(3\times10^{-2})$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

بازی با سؤال **پیچه‌ای با ۴۰۰ دور سیم، مقاومت 3Ω دارد. مقطع این پیچه که مساحت $2\times10^{-2}m^2$ دارد، عمود بر یک میدان مغناطیسی است. این میدان با چه آهنگی برحسب تسلا بر ثانیه تغییر کند تا جریانی به بزرگی 4mA در پیچه القا شود؟**

کنکور دهه‌های گذشته

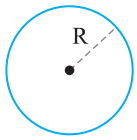
۱) $1/5\times10^{-2}$ ۲) $1/2\times10^{-2}$ ۳) $\frac{3}{2}\times10^{-3}$ ۴) $\frac{2}{3}\times10^{-3}$

گزینهٔ ۳

۱ ۱۹۶۸ B

خط فکری با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}\Rightarrow \bar{\varepsilon}=\bar{I}R$ برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی ابتدا باید با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ مقاومت حلقه را به‌دست آوریم و سپس با استفاده از قانون اهم، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم و در گام آخر از قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برای به‌دست آوردن آهنگ میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم.

۱ مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم. در رابطهٔ مقاومت حلقه $R=\rho\frac{L}{A}$، منظور از L طول سیمی است که با آن حلقه‌ای به شعاع $2cm$ ساخته شده است، بنابراین $L=2\pi R$ است و منظور از A، مساحت سطح مقطع سیم (πr^2) است:



$L_{\text{سیم}}=2\pi R_{\text{پیچه}}$

$A_{\text{سیم}}=\pi r^2_{\text{مقطع سیم}}$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=1/7\times10^{-8}\times\frac{2\pi\times2\times10^{-2}}{\pi\times(2\times10^{-3})^2}$$
$$=\frac{1/7\times10^{-8}\times4\pi\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-6}}\Rightarrow R=1/7\times10^{-4}\pi$$

۲ با توجه به جریان القایی و مقاومت الکتریکی به‌دست آمده نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=\bar{I}R\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/2\times1/7\times10^{-4}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/34\times10^{-4}\,V$$

۳ با توجه به سؤال تنها میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در حال تغییر است:

$$\begin{cases}\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\\ \Delta\Phi=B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta\end{cases}\Rightarrow 0/34\times10^{-4}=\left|-1\times\frac{(B_2-B_1)A\cos\theta}{\Delta t}\right|$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط}]{\theta=0}0/34\times10^{-4}=\pi(2\times10^{-2})^2\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)\times1$$

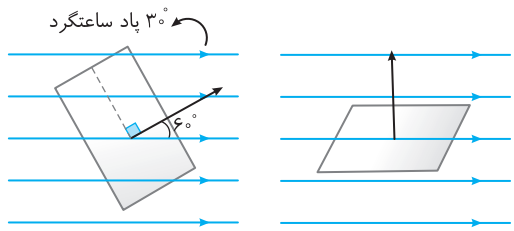
$$\xrightarrow{n=3}34\times10^{-6}=12\times10^{-4}\,\frac{\Delta B}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\simeq2/8\times10^{-2}=0/028\,T/s$$

۲ ۱۹۶۹ B

۱ ابتدا تغییر شار را حساب می‌کنیم. در ابتدا نیم‌خط و عمود بر سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ 60° می‌سازد $(\theta_1=60^\circ)$. اگر قاب پادساعتگرد 30° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز 30°، پادساعتگرد می‌چرخد، پس زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان مغناطیسی در حالت دوم می‌سازد برابر 90° است:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=60^\circ}\Phi_1=BA\cos60^\circ=\frac{BA}{2}$$

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=90^\circ}\Phi_2=BA\cos90^\circ=0$$



۲ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{0-\frac{BA}{2}}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{BA}{2\Delta t}$$

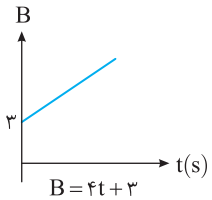
$$\xrightarrow{A=20cm^2,\ B=10^2G}\bar{\varepsilon}=\frac{(100\times10^{-4})(2\times10^{-3})}{10\times10^{-3}}=2\times10^{-3}\,V$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان متوسط القایی را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[R=5\Omega]{V=2\times10^{-3}\,V}5=\frac{2\times10^{-3}}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{2}{5}\times10^{-3}\,A=\frac{2}{5}\,mA=0/4\,mA$$

۲ ۱۹۷۰ B

خط فکری نمودار $B-t$ یک خط راست به‌صورت زیر است، بنابراین آهنگ تغییر میدان $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برابر شیب این خط است و در تمام بازه‌های زمانی یکسان است:



$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\text{شیب نمودار}=4$$

$$B=4t+3$$

۱ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$
$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times(4)\times(500\times10^{-4})\times1\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-0/2V$$

۲ حال با استفاده از قانون اهم جریان برقرار در مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/2}{4}=0/05A$$

بازی با سؤال **یک پیچه شامل ۲۰۰۰ دور که مساحت هر حلقه آن $40cm^2$ است عمود بر میدان مغناطیسی B قرار دارد و میدان مغناطیسی در SI به‌صورت $B=2\times10^{-3}\cos(5\pi t+\frac{\pi}{6})$ است. اگر مقاومت الکتریکی پیچه ۵ اهم و دو سر آن به دو سر مقاومت 20Ω متصل باشد، جریان متوسط مقاومت در مدت $0/2s$ تا $0/3s$ برابر چند میلی‌آمپر است؟ $(\sqrt{3}\approx1/7)$**

۱) $8/64$ ۲) $1/22\times10^{-3}$ ۳) $0/864$ ۴) $1/22$

گزینهٔ ۱

۲ ۱۹۷۱ A

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم رابطهٔ جریان به صورت روبه‌رو است: $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, $\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

مقدار بار شارش شده به واسطهٔ جریان القایی از رابطهٔ $|q|=|I\Delta t|$ به‌دست می‌آید

بنابراین: $|q|=|I\Delta t|\Rightarrow|q|=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\times\Delta t|\Rightarrow|q|=|-\frac{N}{R}\Delta\Phi|$

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و جریان القایی از رابطهٔ $\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که به زمان (Δt) بستگی دارد، اما بار شارش شده $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به زمان بستگی ندارد.

۳ ۱۹۷۲ B

۱ نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القا به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-200\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-200\times\frac{-0/05}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{10}{\Delta t}$$

۲ با قانون اهم، جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\frac{10}{\Delta t}}{10}=\frac{1}{\Delta t}$$

۳ بار شارش شده در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$q=\bar{I}\Delta t\Rightarrow q=\frac{1}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow q=1C$$

میانبر بار گذرنده از هر مقطع پیچه در اثر تغییر شار از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $\Delta q=N\frac{\Delta\Phi}{R}\Rightarrow\Delta q=200\times\frac{0/05}{10}\Rightarrow\Delta q=1C$

بازی با سوال شـار مغناطیسـی که از یک سیم‌پیچ شـامل ۱۰۰ حلقه و مقاومت ۵ اهم عبور می‌کند، برابر ۰/۲ وبر اسـت. اگر این شار به‌طور یکنواخت کاهـش یافتـه و در مـدت $\frac{۱}{۱۰۰}$ ثانیـه به صفر برسـد، مقـدار بـار القایی چند کولن است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) صفر

گزینهٔ ۳

B ۱۹۷۳ ۳

۱ ابتـدا مقاومـت حلقه را به‌دسـت می‌آوریم، به ازای هر متر از سـیم مقاومت ۲Ω اسـت، برای ساختن حلقه‌ای به شعاع ۰/۱m باید به اندازهٔ محیط حلقه سیم به کار رود بنابراین طول سیم برابر است با:

$L=۲\pi r \Rightarrow L=۲\times ۳\times ۰/۱=۰/۶m$

۱m	۲Ω
۰/۶m	R=?

$\Rightarrow R=۱/۲\Omega$ و مقاومت سیم خواهد شد:

۲ جریان القا شده را به‌دست می‌آوریم:

$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ، $\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow \bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=۰/۶Wb} \bar{I}=\frac{-۱}{۱/۲}\times\frac{۰/۶}{\Delta t}$

۳ مقـدار بـار شـارش شـده در ایـن مـدت را بـا اسـتفاده از رابطـهٔ $|\Delta q|=|\bar{I}\Delta t|$ به‌دست می‌آوریم:

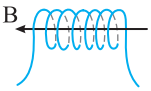
$\Delta q=\underbrace{\frac{۱}{۱/۲}\times\frac{۰/۶}{\Delta t}}_{\bar{I}}\times\Delta t\Rightarrow \Delta q=۰/۵C=۵۰mC$

میانبر مقدار بار شـارش شـده را می‌تـوان مسـتقیم از رابطهٔ $\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به‌دست آورد:

$\Delta q=\frac{۱}{۱/۲}\times ۰/۶=۰/۵C$

A ۱۹۷۴ ۲

۱ ابتدا تغییر شـار عبوری از سـیملوله و نیـروی محرکهٔ القایی در آن را به‌دست می‌آوریم:



$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱\Rightarrow\Delta\Phi=B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta$

$\xrightarrow[\theta=۰ \text{ است.}]{\text{میدان هم‌راستای محور سیملوله}} \Delta\Phi=(B_۲-B_۱)A$

$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow[B_۱=۱/۶T]{B_۲=-۱/۶T}$

$\bar{\varepsilon}=۱۰۰\times۱/۲\times۱۰^{-۳}\times\frac{-۳/۲}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{۳/۲\times۰/۱۲}{\Delta t}$

۲ حال با توجه به قانون اهم جریان را حساب می‌کنیم:

$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\frac{۳/۲\times۰/۱۲}{\Delta t}}{۱۲}\Rightarrow\bar{I}=\frac{۳/۲\times۱۰^{-۲}}{\Delta t}$

۳ بار شارش شده از هر مقطع در این مدت برابر است با:

$\Delta q=\bar{I}\Delta t\Rightarrow\Delta q=\frac{۳/۲\times۱۰^{-۲}}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow\Delta q=۳/۲\times۱۰^{-۲}C$

۴ تعداد الکترون‌های شارش شده را از رابطهٔ $q=ne$ حساب می‌کنیم:

$q=ne\Rightarrow ۳/۲\times۱۰^{-۲}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}n\Rightarrow n=۲\times۱۰^{۱۷}$

میانبر راحت‌تـر بـود بـار شـارش شـده را مسـتقیم از رابطـهٔ $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ حساب می‌کردیم:

$|\Delta q|=N|\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{R}|=N\times\frac{B_۲-B_۱}{R}\times A$

$=۱۰۰\times\frac{۱/۶+۱/۶}{۱۲}\times۱/۲\times۱۰^{-۳}=۳/۲\times۱۰^{-۲}C=۳۲mC$

B ۱۹۷۵ ۱

می‌توان بار شـارش شده را از رابطهٔ $\Delta q=N\frac{\Delta\Phi}{R}$ به‌دست آورد، بنابراین بار الکتریکی شارش شده در حلقه در هر دو حالت برابر است.

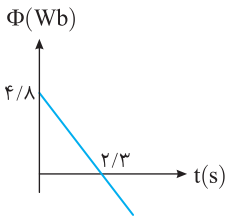
$\frac{\Delta q_۱}{\Delta q_۲}=\frac{N_۱\frac{\Delta\Phi_۱}{R}}{N_۲\frac{\Delta\Phi_۲}{R}}\xrightarrow[N_۱=N_۲]{\Delta\Phi_۱=\Delta\Phi_۲=\Phi=۰}\frac{\Delta q_۱}{\Delta q_۲}=۱$

نکته بار شـارش شده در یک حلقه در اثر جریان القایی به مدت زمان تغیر شار بستگی ندارد.

B ۱۹۷۶ ۱

با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در واقع همان شیب نمودار $\Phi-t$ است که نمودار آن به‌صورت خط است.

مقدار ثابت $=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow$ شیب نمودار ثابت $\Rightarrow$ نمودار به‌صورت خط ، شیب خط $=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

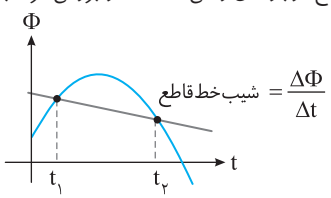


بنابرایـن در هـر بازه‌ای $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مقدار ثابت دارد و نیـرو محرکهٔ القایی در تمام بازه‌ها با هم برابر است.

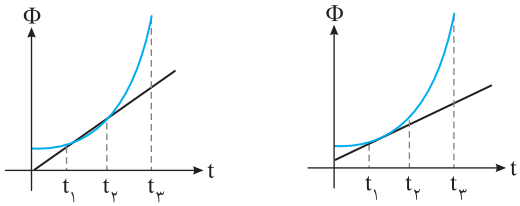
B ۱۹۷۷ ۳

خط فکری نیروی محرکهٔ القایی متوسـط از رابطهٔ $|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید که با توجه به شکل زیر در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر شیب خط قاطع بین این دو لحظه است.

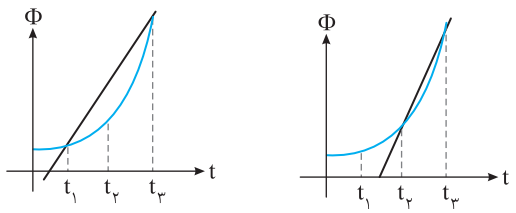
شیب نمودار خط قاطع در بازه‌های زمانی داده شده را بررسی کرده با هم مقایسه کنید.



در نمودار داده شـده در هر بازه‌ای که شـیب خط قاطع نمودار بیشـتر باشد مقدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بزرگتر بوده و نیرو محرکهٔ القایی در آن بازه بیشینه است.



گزینه ۱) شیب خط قاطع در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ گزینه ۲) شیب خط قاطع در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$



گزینه ۳) شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3 گزینه ۴) شیب خط قاطع در بازهٔ t_1 تا t_3

با توجه به خط‌های قاطع رسم شده مشخص است که شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3 بیشتر از بقیه بازه‌ها بوده و نیرو محرکهٔ القایی در این بازه بیشینه است.

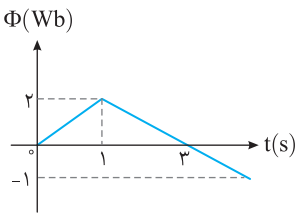
B ۱۹۷۸ | ۳

خط فکری اگر در یک بازهٔ زمانی نمودار $\Phi-t$ به‌صورت خط باشد، شیب نمودار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در تمام لحظات یا بازه‌های زمانی در آن قسمت نمودار ثابت است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی $(\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در آن قسمت از نمودار مقدار ثابتی است.

نیروی محرکهٔ القایی متوسط $(\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ برای یک حلقه $(N=1)$ برابر شیب نمودار شار - زمان $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ است. در هر بازهٔ زمانی بعد از $t=1s$ نمودار $\Phi-t$ به‌صورت خط راست است و شیب نمودار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ مقدار ثابتی دارد، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در تمام بازه‌های زمانی بعد از $t=1s$ با هم برابر است. درنمودار مقدار شار مغناطیسی در لحظه‌های $t=1s$ تا $t=3s$ مشخص است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در این بازه را به‌دست می‌آوریم زیرا با نیرو محرکهٔ القایی در بازهٔ $t=1/2s$ تا $t=3s$ برابر است و نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست آورده‌ایم. بنابراین شیب خط را در بازهٔ $t_1=1s$ تا $t_2=3s$ حساب می‌کنیم.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}|\Rightarrow\overline{\varepsilon}=|-\frac{0-2}{3-1}|=1V$$

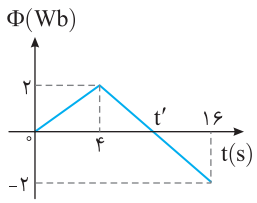
از آنجایی که شیب خط در بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=3s$ ثابت است. پس نیروی محرکهٔ القایی در بازهٔ زمانی $t_1=1/2s$ تا $t=3s$ برابر یک ولت است.



بازی با سؤال نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه نسبت به زمان مطابق شکل روبه‌رو است. در بازهٔ $t=4s$ تا $t=t'$، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی در حلقه چند ولت است؟

ریاضی خارج - ۸۹ با تغییر

۱) صفر ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{3}$



گزینهٔ ٤

B ۱۹۷۹ | ۴

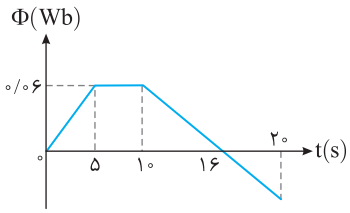
۱ نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید و اگر شار عبوری از یک حلقه $(N=1)$ در حال تغییر باشد نیروی محرکه برابر $-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است که این مقدار برابر منفی شیب نمودار شار-زمان است.

۲ از $t=10s$ به بعد نمودار یک خط راست با شیب ثابت است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در هر بازهٔ زمانی بعد از $t=10s$ یکسان است.

در نمودار مقدار شار عبوری در لحظه‌های $t=10s$ و $t=16s$ داده شده است، پس نیرو محرکهٔ القایی در این بازه را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-\frac{0-0/6}{16-10}\Rightarrow\varepsilon=10^{-2}V=10mV$$

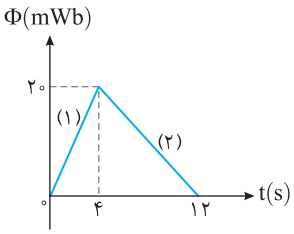
بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در بازه ۱۰s تا ۲۰s نیز برابر ۱۰mV است.



A ۱۹۸۰ | ۲

یادآوری با توجه به روابطی که از قانون القای فاراده به‌دست می‌آیند، داریم:

$$\overline{I}=\frac{\overline{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\overline{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\Delta q=\overline{I}\Delta t\xrightarrow{\overline{I}=\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$$



در بازهٔ صفر تا ۴s، شار مغناطیسی به اندازهٔ ۲۰mWb تغییر کرده است: $\Delta q_1=\frac{N}{R}(20\times10^{-3})$

در بازهٔ ۴s تا ۱۲s، شار مغناطیسی به اندازهٔ ۲۰mWb تغییر کرده است: $\Delta q_2=\frac{N}{R}(20\times10^{-3})$

بنابراین بار شارش شده در این دو قسمت با هم برابر است. $\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=1$

B ۱۹۸۱ | ۴

یادآوری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان است و اگر پیچه بر خطوط میدان عمود باشد $\theta=0$ و اگر پیچه موازی با خطوط میدان مغناطیسی باشد $\theta=90^\circ$ است:

۱ در لحظهٔ $t=0$ و $t=0/6s$ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta\xrightarrow[\theta=0]{B_1=1/2T}\Phi_1=1/2\times(40\times\underbrace{10^{-4}}_{cm^2\text{ به }m^2\text{ تبدیل}})=4/8\times10^{-3}Wb$$

$$\Phi_2=B_2A\cos\theta\xrightarrow{B=0}\Phi_2=0$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده خواهیم داشت:

$$\overline{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta t=0/6-0=0/6s]{\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1}3=|-N\times\frac{0-4/8\times10^{-3}}{0/6}|$$

$$\Rightarrow3=N\times8\times10^{-3}\Rightarrow N=\frac{3000}{8}=375$$

B ۱۹۸۲ | ۲

خط فکری در سؤال نمودار $B-t$ به صورت یک خط داده شده است. می‌دانیم در نمودارهای خطی شیب ثابت است، و پس در نمودار $B-t$ شیب خط یعنی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در هر بازه‌ای مقدار ثابتی دارد.

۱ میدان مغناطیسی در بازهٔ ۰ تا ۴۰ms به‌طور یکنواخت تغییر می‌کند. ابتدا آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{0\text{ تا }30ms}=|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{0\text{ تا }40ms}\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{0\text{ تا }30ms}=\frac{0/8}{40\times10^{-3}}\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{0\text{ تا }30ms}=20T/s$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

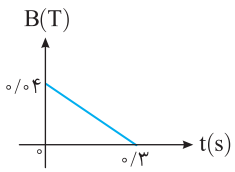
$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi=BA\cos\theta]{\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1}|\overline{\varepsilon}|=500\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\overline{\varepsilon}=500\times A(\frac{\Delta B}{\Delta t})\cos\theta$$

سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است و $\theta=0$ است و همچنین مساحت سطح هر حلقه $40\times10^{-4}m^2$ است:

$$|\varepsilon|=|-500\times20\times(40\times10^{-4})|=40V$$

بازی با سؤال حلقه‌ای به شعاع $10cm$ و مقاومت 5Ω عمود بر میدان مغناطیسی که مطابق شکل روبه‌رو با زمان تغییر می‌کند، قرار دارد. جریان القایی متوسط حلقه در بازهٔ $t=0/1s$ تا $t=0/2s$ چند میلی‌آمپر است؟ $(\pi\simeq 3)$



تجربی - ۸۷ با تغییر

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱ ۴) ۴

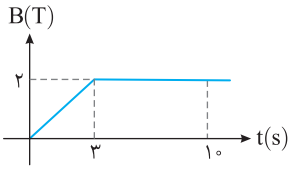
گزینهٔ ۲

۱۹۸۳ B ۲

۱ در بازه صفر تا $3s$ میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت تغییر می‌کند، بنابراین آهنگ تغییر میدان در کل این بازه ثابت است و

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{1s\text{ تا }2/5s}=\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{0\text{ تا }3s}\Rightarrow\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{1s\text{ تا }2/5s}=\frac{2}{3}T/s$$

۲ تغییر شار را حساب می‌کنیم:



$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1$$
$$\Rightarrow\Delta\Phi=B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta$$

سطح پیچه عمود بر خطوط میدان است $\theta=0$

$$\Delta\Phi=(B_2-B_1)A=\Delta BA$$

۳ جریان متوسط برابر است با:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=-\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Delta B}{\Delta t}A}$$
$$|\bar{I}|=|-\frac{N}{R}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}A|\xrightarrow[A=\pi r^2=9\pi\times10^{-4}]{N=1000,\,r=3cm}$$
$$\bar{I}=|-\frac{1000}{10}\times\frac{\Delta B\times\pi\times9\times10^{-4}}{\Delta t}|=100\times\frac{2}{3}\times\pi\times9\times10^{-4}=6\pi\times10^{-2}A$$

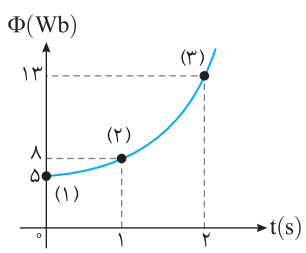
۱۹۸۴ C ۲

یادآوری خط فکری نمودار تابع درجه ۲ سهمی است.

در سؤال گفته شده است که نمودار سهمی است. بنابراین معادله شار-زمان تابع درجه ۲ است. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در نمودار معادلهٔ شار-زمان را به‌دست می‌آوریم و سپس نیروی محرکهٔ القایی متوسط را با توجه به شار حساب می‌کنیم.

نمودار $\Phi-t$ نمودار سهمی است، پس تابع Φ برحسب T به صورت تابع درجه دوم می‌باشد.

$$\Phi(t)=at^2+bt+c\quad(I)$$



در سه نقطهٔ (۱)، (۲) و (۳)، اطلاعات مدار را در معادلهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$(1):\Phi(0)=5\Rightarrow a(0)^2+b(0)+c=5\Rightarrow c=5\quad(1)$$

$$(2):\Phi(1)=8\Rightarrow a(1)^2+b(1)+c=8\Rightarrow a+b+c=8\xrightarrow{c=5}a+b=3$$

$$(3):\Phi(2)=13\Rightarrow a(2)^2+b(2)+c=13\Rightarrow 4a+2b+c=13\xrightarrow{c=5}4a+2b=8$$

$$\xrightarrow{(2),(3)}\begin{cases}a+b=3\\4a+2b=8\end{cases}\Rightarrow a=1,b=2$$

بنابراین معادله شار برحسب زمان به صورت زیر خواهد شد.

$$\Phi(t)=at^2+bt+c=t^2+2t+5$$

بازهٔ زمانی خواسته شده دو ثانیهٔ دوم یعنی $t=2s$ تا $t=4s$ است که با توجه به نمودار شار در لحظهٔ $t=2s$ برابر $13Wb$ است و شار در لحظهٔ $t=4s$ را با توجه به معادله حساب می‌کنیم:

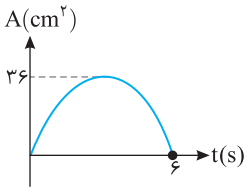
$$\begin{cases}\Phi(4)=(4)^2+2(4)+5=29Wb\\\Phi(2)=13Wb\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=29-13=16Wb$$

حال نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القای فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{\Phi(4)-\Phi(2)}{4-2}|=1\times\frac{29-13}{2}=8V$$

۱۹۸۵ C ۱

نمودار سهمی است، از این‌رو باید به کمک اعداد روی نمودار معادله تغییرات مساحت بر حسب زمان را به دست آورد:



$$A(t)=at^2+bt+c$$
$$t=0\ ,A=0\Rightarrow 0=0+0+c\Rightarrow c=0$$
$$t=6s\ ,A=0\Rightarrow 0=36a+6b$$
$$\Rightarrow 6a+b=0\quad(1)$$

مختصات رأس سهمی، میانگین دو ریشهٔ آن است.

$$t_{\text{راس}}=\frac{6+0}{2}=3s\xrightarrow[t=3s]{A=36cm^2}36=9a+3b\Rightarrow 12=3a+b\quad(2)$$

a و b را به کمک معادله‌های (۱) و (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}6a+b=0\\3a+b=12\end{cases}\Rightarrow 3a=-12\Rightarrow a=-4\ ,b=24$$

اکنون معادلهٔ کامل است. $A(t)=-4t^2+24t$ و می‌توان تغییر مساحت را در بازهٔ صفر تا $2s$ به دست آورد.

$$t_1=0\Rightarrow A=0\ ,\ t_2=2s\Rightarrow A_2=-4\times(4)+24\times2$$
$$\Rightarrow A_2=32cm^2\Rightarrow\Delta A=A_2-A_1=32cm^2$$

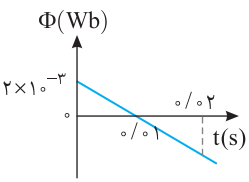
به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=1}|\bar{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|$$
$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{0/2\times32\times10^{-4}}{2-0}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=3/2\times10^{-4}V$$

توان مصرفی خواهد شد:

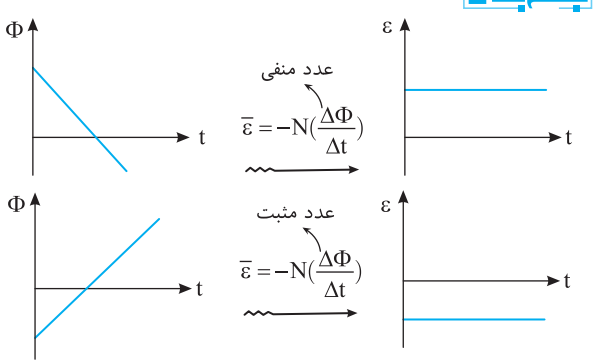
$$P=\frac{\varepsilon^2}{R}\Rightarrow P=\frac{(3/2\times10^{-4})^2}{1}=10/24\times10^{-8}W=10/24\times10^{-8}W\times\frac{10^9nW}{1W}$$
$$\Rightarrow P=10/24\times10^{-8}\times10^9nW=102/4nW$$

۱۹۸۶ A ۲

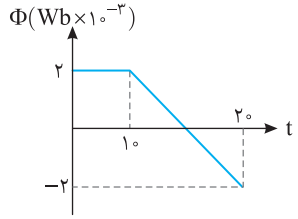


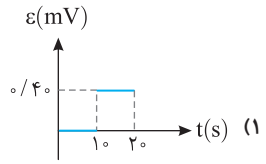
نمودار شار-زمان، یک خط راست با شیب ثابت و منفی است و با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، نیروی محرکهٔ القایی آن باید مثبت و مقدار آن ثابت باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

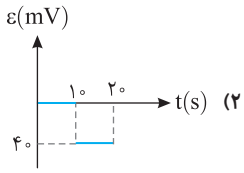
جمع‌بندی

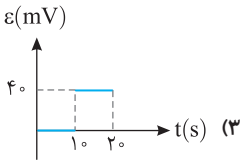


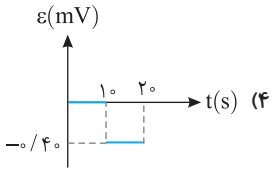
بازی با سؤال نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه برحسب زمان به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه نمودار نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شده در حلقه در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۰s را به‌درستی نشان می‌دهد؟ قلم‌چی



۱) 

۲) 

۳) 

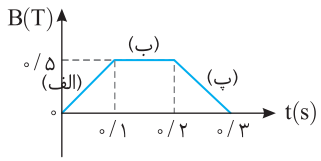
۴) 

گزینهٔ ۱

B ۱۹۸۷ ۱

یادآوری هرگاه حلقه‌ای عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد، در رابطهٔ شاره $\Phi = BA\cos\theta$ ، θ برابر صفر درجه خواهد بود و شار عبوری از حلقه بیشینه است. $(\Phi_{max} = BA)$ با توجه به نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، نیروی محرکهٔ القایی در بازه‌های زمانی ۰ تا ۰/۱s ، ۰/۱s تا ۰/۲s و ۰/۲s تا ۰/۳s را حساب می‌کنیم:

الف) در بازهٔ ۰ تا ۰/۱s ، میدان مغناطیسی از صفر به ۰/۵T رسیده است، بنابراین:



$$\bar{\varepsilon}_1 = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} \bar{\varepsilon} = -1\times\frac{B_2A\cos\theta - B_1A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}]{\theta=0} \bar{\varepsilon} = -1\times\frac{(B_2-B_1)A}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^2=100\pi\times10^{-4}\,m^2} \bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}\times\pi\times10^{-2}$$

$$\xrightarrow[\pi\approx3]{\frac{\Delta B=0/5-0}{\Delta t=0/1-0}} \bar{\varepsilon} = -5\times3\times10^{-2} = -0/15V$$

گزینهٔ (۱) درست است اما بازه‌های زمانی بعد از ۰/۱s را نیز بررسی می‌کنیم.

ب) در بازهٔ ۰/۱s تا ۰/۲s ، میدان مغناطیسی تغییر نکرده است.بنابراین شار عبوری از حلقه نیز ثابت است و نیروی محرکه‌ای در حلقه ایجاد نمی‌شود.

پ) در بازهٔ ۰/۲s تا ۰/۳s (مشابه اختلاف زمانی قسمت (الف)) میدان مغناطیسی از ۰/۵T به صفر (مشابه تغییرات میدان مغناطیسی در قسمت (الف)) رسیده، بنابراین با توجه به اینکه شیب نمودار منفی است، نیرو محرکهٔ القایی مثبت است و بزرگی آن برابر نیرو محرکهٔ القایی قسمت (الف) یعنی ۰/۱۵V خواهد بود.

$$\text{۰/۲s تا ۰/۳s}: \bar{\varepsilon}_3 = 1\times\frac{0/5}{0/1}\times\pi\times(0/1)^2 = +0/15V$$

نکته مقدار مقاومت داده شده در این سؤال اطلاعات اضافی بوده و در حل سؤال استفاده نمی‌شود.

B ۱۹۸۸ ۳

ابتدا رابطهٔ جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

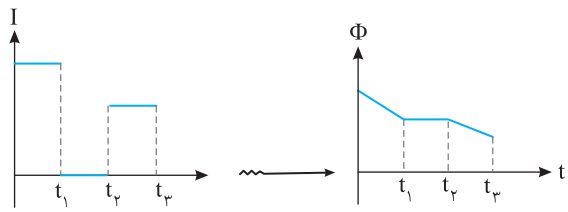
$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \bar{I} = \frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} \bar{I} = \frac{-1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به این رابطه جریان القایی $(\bar{I})$ با قرینه آهنگ تغییر شار $(-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ متناسب است.

در بازه ۰ تا t_1 : مقدار جریان القایی ثابت و مثبت است پس باید در این بازه مقدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ثابت و منفی باشد. در نمودار $\Phi-t$ شیب نمودار است بنابراین در این بازه باید نمودار $\Phi-t$ یک خط باشد (تا شیب ثابت باشد) و شیب آن هم منفی باشد. (تنها گزینهٔ (۳) درست است.)

در بازهٔ t_1 تا t_2 : جریانی در مدار القا نشده $(\bar{I}=0)$ پس باید $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ نیز صفر باشد، در واقع باید $\Delta\Phi$ صفر شده و شار مغناطیسی ثابت باشد، بنابراین شار مغناطیسی در این بازه مقدار ثابتی دارد و تغییر نمی‌کند.

در بازهٔ t_2 تا t_3 : جریان القایی مثبت است، بنابراین مشابه توضیحات بازهٔ ۰ تا t_1 باید شار مغناطیسی به صورت خطی و با شیب منفی باشد.



B ۱۹۸۹ ۳

خط فکری ابتدا به گزینه‌های داده شده دقت کنید. تفاوت بین گزینه‌ها چیست

۱ شار بیشینه (برحسب μWb) در دو گزینه ۰/۳ و در دو گزینهٔ دیگر ۳۰ است.

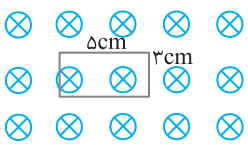
۲ مدت زمانی که شار ثابت بوده در دو گزینه $75-25=50ms$ و در دو گزینه $50-25=25ms$ است. بنابراین برای حل این سؤال ابتدا شار بیشینه را حساب می‌کنیم تا دو گزینه خط بخورند و در گام بعدی مدت زمانی که شار ثابت است را به‌دست می‌آوریم.

۳ شار بیشینه زمانی است که تمام قاب درون میدان قرار داشته باشد:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\theta=0 \text{ باشد}]{\text{حلقه باید عمود بر خطوط}} \Phi_{max} = BA$$

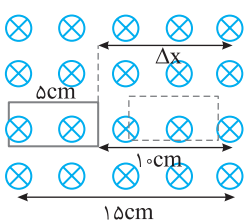
$$\xrightarrow[B=2G=2\times10^{-4}\,T]{A=3\times5=15cm^2=15\times10^{-4}\,m^2} \Phi_{max} = 15\times10^{-4}\times2\times10^{-4} = 3\times10^{-7}\,Wb$$

$$\Phi_{max} = 0/3\mu Wb$$



در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند.

۴ در تمام بازه‌ای که قاب به‌طور کامل در میدان مغناطیسی قرار دارد. شار مغناطیسی ثابت و برابر ۰/۳μWb است؛ جابه‌جایی قاب در این بازه را به‌دست می‌آوریم.



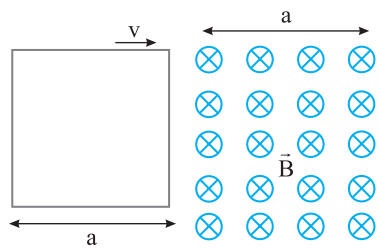
سرعت قاب ثابت و برابر ۲m/s است و با توجه به تعریف سرعت خواهیم داشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{0/10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{20}s = \frac{1000}{20}ms = 50ms$$

بنابراین بازه زمانی که شار مغناطیسی ثابت بوده ۵۰ میلی‌ثانیه است و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۴ ۱۹۹۰

به پهنای میدان و طول ضلع قاب دقت کنید. قاب پس از t ثانیه به طور کامل در میدان قرار می‌گیرد، اما بلافاصله شروع به بیرون رفتن از میدان کرده و در بازهٔ t تا ۲t از میدان خارج می‌شود. در این صورت ابتدا از صفر تا t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال افزایش و سپس از t تا ۲t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال کاهش است. از این رو نیروی محرکهٔ القایی در دو بازهٔ زمانی صفر تا t و t تا ۲t ثابت، اما در این دو بازه، علامت نیروی محرکهٔ القایی مخالف هم است.

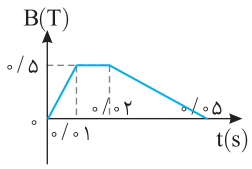


C ۴ ۱۹۹۱

خط فکری حلقه دارای مقاومت است، بنابراین آهنگ مصرف انرژی یا توان مصرفی حلقه در واقع همان توان مصرفی مقاومت یعنی $P=\bar{\varepsilon}\bar{I}=R\bar{I}^{2}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}$ است.

حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است پس شار مغناطیسی از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta=BA$ است و با توجه به نمودار، میدان مغناطیسی برحسب زمان در بازه صفر تا ۰/۰۱s تغییر می‌کند، پس برای شار مغناطیسی داریم: $\Phi=B(t)A$

حال با توجه به رابطه نیرو محرکه و شار مغناطیسی داریم:



$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-1\times\frac{\Delta B}{\Delta t}A$$
$$=-1\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times(\pi r^{2})$$
$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta B}{\Delta t}\pi(0/1)^{2}$$

میدان مغناطیسی از صفر تا ۰/۰۱s به‌طور یکنواخت (خطی) افزایش یافته، پس $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار برابر شیب خط در بازهٔ صفر تا ۰/۰۱s است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_{2}-B_{1}}{t}=\frac{0/5}{0/01}=50T/s$$
$$\varepsilon=-50\times\pi\times(0/1)^{2}=-1/5V\Rightarrow|\varepsilon|=1/5V$$

آهنگ تولید انرژی گرمایی یا همان توان برای مقاومت 5Ω در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^{2}}{R}=\frac{(1/5)^{2}}{5}=\frac{2/25}{5}=0/45W$$

در بازهٔ ۰/۰۱s تا ۰/۰۲s چون میدان تغییر نمی‌کند، نیروی محرکه‌ای ایجاد نمی‌شود، پس انرژی گرمایی هم در این بازه تولید نمی‌شود. در بازهٔ ۰/۰۲s تا ۰/۰۵s نیز مانند حالت اول ابتدا تغییرات میدان مغناطیسی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم و چون نمودار خطی است، این تغییرات برابر شیب خط نمودار است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_{2}-B_{1}}{t_{2}-t_{1}}=\frac{0-0/5}{0/03}=-\frac{50}{3}T/s$$
$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-1\times(-\frac{50}{3})\times(\pi r^{2})=\frac{50}{3}\times3\times10^{-2}=0/5V$$

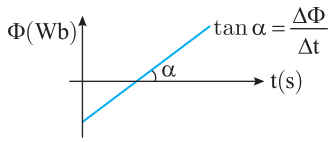
پس توان ایجاد شده (آهنگ تولید انرژی گرمایی) برابر است با:

$$P=\frac{\bar{\varepsilon}^{2}}{R}=\frac{0/5\times0/5}{5}=0/05W$$

نکته با توجه به رابطهٔ $P=\frac{\varepsilon^{2}}{R}$، توان مصرفی همواره مثبت است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. در گزینه‌های (۲) و (۴) نیز تنها مقدار توان مصرفی در بازهٔ ۰/۰۲s تا ۰/۰۵s با هم متفاوت است و تنها نیاز است، توان مصرفی در این بازه را حساب کنیم.

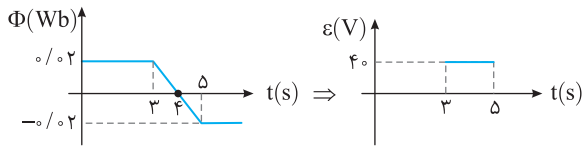
B ۲ ۱۹۹۲

شیب نمودار $\Phi-t$ برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بوده از طرفی با توجه به رابطه $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ نیروی محرکه برابر است با $\bar{\varepsilon}=-N\tan\alpha$.



حال با توجه به نمودار $\Phi-t$، نمودار $\varepsilon-t$ را رسم می‌کنیم.

$$3s\text{ تا }0\Rightarrow\Delta\Phi=0\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0$$
$$5s\text{ تا }3s\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-2000\times\frac{-0/02-0/02}{2}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=40V$$
$$5s\text{ به بعد}\Rightarrow\Delta\Phi=0\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0$$



بنابراین در لحظه $t=3/5s$، نیروی محرکه القایی $40V$ است و گزینه (۲) درست است.

B ۲ ۱۹۹۳

در بازهٔ ۰ تا ۲s نیروی محرکهٔ القایی برابر $-\varepsilon_{1}$ است، بنابراین تغییر شار در این بازه برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_{1}}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=2s]{N=1}-\varepsilon_{1}=-1\times\frac{\Delta\Phi_{1}}{2}\Rightarrow\Delta\Phi_{1}=2\varepsilon_{1}$$

در بازهٔ ۲s تا ۶s نیروی محرکهٔ القایی صفر است، بنابراین:

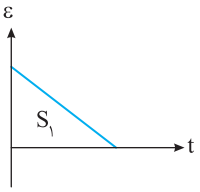
$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_{2}}{\Delta t}\Rightarrow0=-1\times\frac{\Delta\Phi_{2}}{4}\Rightarrow\Delta\Phi_{2}=0$$

بنابراین تغییر شار از صفر تا ۶s برابر $\Delta\Phi_{2}+\Delta\Phi_{1}=0+2\varepsilon_{1}=2\varepsilon_{1}$ است:

$$|\bar{I}|=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow[I=8]{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}8=\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{6}\xrightarrow[R=0/3]{\Delta\Phi=2\varepsilon_{1}}8=\frac{1}{0/3}\frac{2\varepsilon_{1}}{6}$$
$$\Rightarrow\varepsilon_{1}=7/2V$$

میانبر در نمودار $\varepsilon-t$ سطح زیر نمودار برابر $-N\Delta\Phi$ است:

$$S_{1}=-N\Delta\Phi$$



ینجره دوجداره

B ۳ ۱۹۹۴

هرگاه حلقه‌ای ۶۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر آن نیز ۶۰° می‌چرخد. در حالت اول قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و نیم‌خط عمود بر حلقه هم‌راستا با خطوط میدان است بنابراین:

$$\Phi_{1}=BA\cos\theta_{1}\xrightarrow{\theta_{1}=0}\Phi_{1}=BA$$

بـا دوران 60° حلقه نیم‌خط عمود بر حلقـه نیز 60° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خـط عمـود بـر حلقه بـا خطوط میـدان از صفر به 60° می‌رسـد و شـار مغناطیسـی خواهد شد:

$$\Phi_2 = BA\cos\theta_2 \xrightarrow{\theta_2=60^\circ} \Phi_2 = \frac{BA}{2}$$

اکنون گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم تا مشخص شود در کدام گزاره‌ها شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نصف می‌شود.

گزاره الف) اندازهٔ میدان $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شده از این‌رو:

بنابراین این گزاره نادرست است.

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{B_2 A}{B_1 A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}B_1}{B_1} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزاره ب) اندازه میدان در همان جهت نصف شده از این رو:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{B_2 A}{B_1 A} = \frac{\frac{1}{2}B_1}{B_1} = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزاره (ب) درست است.

گزاره پ) در این گزاره مساحت سطح حلقه نصف شده و شار مغناطیسی خواهد شد:

این گزاره نیز قابل قبول است.

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{B_2 A}{B_1 A} = \frac{\frac{1}{2}A_1}{A_1} = \frac{1}{2}$$

گزاره ت) دقت کنید در گزاره (ت) جهت بردار میدان تغییر می‌کند پس:

این گزاره نادرست است.

$$\begin{cases} \Phi_1 = BA\cos 0^\circ \\ \Phi_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}BA\cos 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \Phi_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\Phi_1$$

۲ ۱۹۹۵ B

طول سیمی که مربع از آن تشکیل شده است را l می‌نامیم. در حالت اول $I = 4A$ است که a طول ضلع مربع است. در حالت دوم نیز با همان سیم حلقه‌ها ساخته شده است پس محیط این دو حلقه نیز با محیط مربع برابر است. $l = 2(2\pi r)$ است و r شعاع هر حلقه است. در این صورت:

$$\text{محیط دو حلقه دایره} = \text{محیط مربع} \Rightarrow 4a = 4\pi r \Rightarrow a = \pi r$$

مساحت مربع برابر است با: $A_{\text{مربع}} = a^2 = \pi^2 r^2$

مساحت هر حلقه برابر است با: $A_{\text{حلقه}} = \pi r^2$

شار عبوری از قاب مربع شکل:

$$\Phi_{\text{مربع}} = BA_{\text{مربع}}\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{قاب عمود بر خطوط میدان است}}$$

$$\Phi_{\text{مربع}} = BA_{\text{مربع}} \xrightarrow[a=\pi r]{A_{\text{مربع}}=a^2} \Phi_{\text{مربع}} = B\pi^2 r^2$$

شار عبوری از دو حلقه دایره‌ای شکل:

$$\Phi_{\text{حلقه}} = BA_{\text{حلقه}}\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}} \Phi_{\text{حلقه}} = BA_{\text{حلقه}}$$

$$\xrightarrow{A_{\text{حلقه}}=\pi r^2} \Phi_{\text{حلقه}} = B\pi r^2$$

در نتیجه:

$$\frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{\Phi_{\text{مربع}}} = \frac{BA_{\text{حلقه}}}{BA_{\text{مربع}}} = \frac{\pi r^2}{\pi^2 r^2} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{24} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \Phi_{\text{حلقه}} = \frac{24}{\pi}\,\text{Wb}$$

۳ ۱۹۹۶ C

یادآوری در رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میـدان اسـت و ایـن زاویـه همـواره متمـم زاویـه‌ای اسـت کـه خـود حلقـه بـا خطوط میدان می‌سازد.

دو نیم‌دایره بر هم عمودند، خطوط میدان با یکی از نیم‌دایره‌ها زاویهٔ 37° سـاخته است پس با صفحهٔ دیگر زاویه 53° می‌سازد.

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد:

$$\Phi_1 = BA_1\cos\theta_1 \xrightarrow[A_1=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-37^\circ} \Phi_1 = 50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/6 = 0/72\,\text{Wb}$$

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد:

$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta_2 \xrightarrow[A_2=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-53^\circ}$$

$$\Phi_2 = 50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/8 = 0/96\,\text{Wb}$$

شار کمیت نرده‌ای است و مجموع دو شار همانند جمع دو عدد ریاضی است.

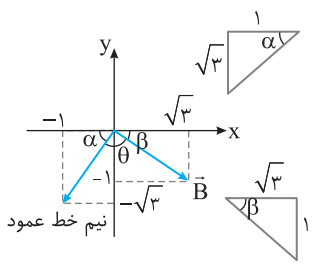
$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0/72 + 0/96 = 1/68\,\text{Wb}$$

۱ ۱۹۹۷ C

ابتـدا بایـد زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطـوط میدان را پیدا کنیم برای این منظور بردار میدان و نیم‌خط عمود را رسم می‌کنیم.

$$\tan\alpha = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\tan\beta = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$



در رابطهٔ شار $\Phi = BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و میدان مغناطیسی است که با توجه به شکل بالا، داریم:

$$\theta = 180^\circ - (\alpha+\beta) \Rightarrow \theta = 180^\circ - (60^\circ+30^\circ) \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

$$\Phi = BA\cos 90^\circ \xrightarrow{\cos 90^\circ = 0} \Phi = 0$$

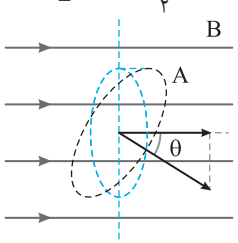
۱ ۱۹۹۸ C

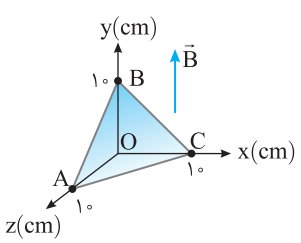
به تعریف شار مغناطیسی دقت کنید: $\Phi = BA\cos\theta$

θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و میدان مغناطیسی است. با توجه به شکل $A\cos\theta$ تصویر نیم‌خط عمود بر سـطح در امتداد میدان مغناطیسی B است. به عبارت بهتر مانند این است که سطح A را برصفحهٔ عمود بر میدان B تصویر می‌کنیم (یعنی سایهٔ آن را روی صفحه عمود بر میدان به دست می‌آوریم). در این صورت: $\Phi = BA_\perp$

در شکل زیر اگر مثلث ABC را بر راستای عمود بر B یعنی بر صفحهٔ xoz تصویر کنیم، سـطح OAC به‌دسـت می‌آید. در این صورت شار مغناطیسـی گذرنده از سطح ABC همان شار گذرنده از سطح OAC خواهد بود، بنابراین:

$$\Phi = BA_\perp = 0/4\times\frac{0/1\times0/1}{2} = 2\times10^{-3}\,\text{Wb}$$





B ۱۹۹۹ ۳

اندازه نیرو محرکهٔ القایی برابر $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ است که چون تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است نیرو محرکه القایی برابر $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$ می‌شود:

$$|\overline{\varepsilon}_{۰\text{ تا }۱s}|=|\overline{\varepsilon}_{۳s\text{ تا }t'}|\Rightarrow|-NA\frac{B(t=۱)-B(t=۰)}{۱-۰}\cos\theta|$$

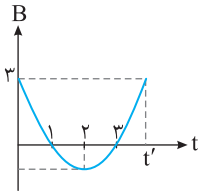
$$=|-NA\frac{B(t')-B(۳)}{t'-۳}\cos\theta||\frac{((۱)^۲-۴+۳)-(۳)}{۱}|=|\frac{B(t')-(۹-۱۲+۳)}{t'-۳}|$$

$$\Rightarrow+۳=\frac{B(t')-۰}{t'-۳}\Rightarrow B(t')=۳t'-۹\xrightarrow{B(t')=t'^۲-۴t'+۳}t'^۲-۴t'+۳=۳t'-۹$$

$$t'^۲-۷t'+۱۲=۰\Rightarrow(t'-۳)(t'-۴)=۰\Rightarrow t'=۳s\text{ یا }t'=۴s$$

که چون بازهٔ زمانی ۳s تا t' است، $t'=۴s$ قابل قبول است.

میانبر باید تغییرات میدان در هر دو بازه یکسان باشد، نمودار $B-t$ یک سهمی به صورت شکل زیر است و با توجه به اینکه نمودار سهمی نسبت به رأس متقارن است پس میدان در لحظه‌های ۱s و ۳s با هم برابر است (هردو در فاصلهٔ یکسانی از رأس قرار دارند.) پس باید t' و صفر نیز مقدار میدان یکسانی داشته باشند تا تغییرات میدان در بازه‌های گفته شده یکسان شود. در این صورت فاصلهٔ $t=۰$ و t' تا رأس $(t=۲s)$ یکسان است و t' برابر ۴s است.

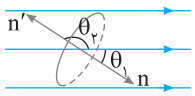


C ۲۰۰۰ ۴

خط فکری شار مغناطیسی برای میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت زیر تعریف می‌شود: $\Phi=BA\cos\theta$

در این رابطه θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان است. اما برای هر سطح دو سوی عمود بر سطح وجود دارد و اگر یک سو را انتخاب کنیم تا آخر مسئله باید همان سو را برای نیم‌خط عمود بر سطح استفاده کنیم.

در شکل مقابل اگر نیم‌خط عمود بر سطح n باشد $\theta_۱$ حاده بوده و شار مثبت است و اگر نیم‌خط عمود بر سطح n' اختیار شود $\theta_۲$ منفرجه بوده و شار منفی است.

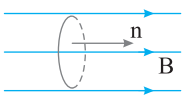


سطح قاب با خط‌های میدان زاویه ۳۷° می‌سازد. نیم‌خط عمود بر سطح را به‌گونه‌ای اختیار می‌کنیم که با خط‌های میدان زاویه حاده $(\theta=۹۰-۳۷=۵۳^\circ)$ بسازد. شار گذرنده از سطح خواهد شد.

$$\Phi_۱=BA\cos\theta=۵\times۱۰^{-۲}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times۰/۶=۳/۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

با چرخش قاب، قاب عمود بر خط‌های میدان قرار گرفته است. در این صورت دو حالت ممکن است.

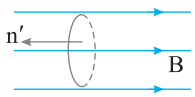
۱ نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خط میدان زاویه صفر درجه بسازد.



$$\theta_۲=۰\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(+۱)=۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۲/۴V$$

۲ نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خط میدان زاویه ۱۸۰° بسازد.



$$\theta_۲=۱۸۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(-۱)=-۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

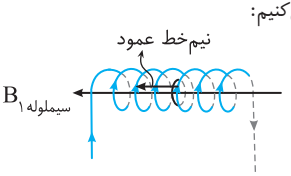
$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(-۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۹/۶V$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) هر دو درست هستند.

B ۲۰۰۱ ۲

خط فکری با تغییر جریان سیملوله، میدان مغناطیسی حاصل از جریان درون سیملوله تغییر می‌کند $(B=\mu_۰\frac{N}{l}I)$ و با تغییر میدان مغناطیسی سیملوله شار گذرنده از درون پیچه $(\Phi=BA\cos\theta)$ تغییر کرده که باعث ایجاد جریان القایی و شارش بار در پیچه می‌شود، بنابراین شما باید شار مغناطیسی گذرنده از پیچه را در دو حالت به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار بار شارش شده را حساب کنید.

میدان مغناطیس در حالت اول را حساب می‌کنیم:



$$B_۱=\mu_۰\frac{N}{l}I$$

$$B_۱=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰۰\times۱۰^۲\times۲$$

$$B_۱=۲/۴\times۱۰^{-۲}T$$

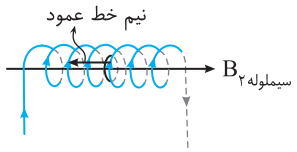
مساحت پیچه برابر است با: $A=\pi r^۲=\pi(\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۲})^۲=۳\times۱۰^{-۴}\,m^۲$

شار عبوری از پیچه را در حالت اول به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که سطح پیچه مطابق شکل بالا بر میدان مغناطیسی عمود است:

$$\Phi=BA\cos\theta_۱=۲/۴\times۱۰^{-۲}\times۳\times۱۰^{-۴}\times۱=۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$$

در حالت دوم بزرگی جریان ثابت مانده اما جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین بزرگی میدان سیملوله ثابت اما جهت آن تغییر می‌کند: $|B_۲|=|B_۱|=۲/۴\times۱۰^{-۲}T$

در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان ۱۸۰° خواهد شد بنابراین: $\Phi_۲=B_۲A\cos\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۱۸۰^\circ}\Phi_۲=-۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$



با تغییر جهت جریان، شار مغناطیسی عبوری از پیچه از مقدار $۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$ به $-۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$ می‌رسد، بنابراین:

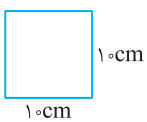
$$\Delta q=-N\frac{\Delta\Phi}{R}=۲۰۰\times\frac{۷/۲\times۱۰^{-۶}-(-۷/۲\times۱۰^{-۶})}{۲}=۱۴/۴\times۱۰^{-۴}$$

$$=۱/۴۴\times۱۰^{-۳}C=۱/۴۴mC$$

C ۲۰۰۲ ۳

خط فکری در یک معادلهٔ درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ که ضریب $x^۲$ منفی است، بیشینه مقدار تابع در رأس سهمی $(x=\frac{-b}{۲a})$ است.

۱ با سیم به طول ۴۰cm یک قاب مربع شکل ساخته شده بنابراین محیط مربع برابر طول سیم است و طول ضلع مربع و مساحت سطح آن خواهد شد:

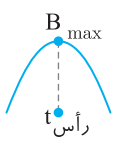


محیط مربع $=۴a\Rightarrow۴۰=۴a\Rightarrow a=۱۰cm$

مساحت سطح مربع $=a^۲\Rightarrow A=(۱۰)^۲$

$\Rightarrow A=۱۰۰cm^۲=۱۰^{-۲}m^۲$

۲ بیشینه شار زمانی است که میدان داخل حلقه بیشینه شود، معادله میدان برحسب زمان تابع درجه (۲) و نمودار آن سهمی است. با توجه مختصات رأس سهمی می‌توان نوشت: $t_{\text{رأس}}=-\frac{b}{۲a}\xrightarrow{B=-t^۲+\alpha t+۳}t_{\text{رأس}}=\frac{\alpha}{۲}$



$$B_{max}=-(\frac{\alpha}{۲})^۲+\alpha(\frac{\alpha}{۲})+۳$$

$$\Rightarrow B_{max}=-\frac{\alpha^۲}{۴}+\frac{\alpha^۲}{۲}+۳\Rightarrow B_{max}=\frac{\alpha^۲}{۴}+۳$$

۳ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=۰$ را حساب می‌کنیم:

$$B_۱=-(۰)^۲+\alpha(۰)+۳\Rightarrow B_۱=۳T$$

۴ اکنون جریان القایی متوسط در بازه $t=0$ و $t=\frac{\alpha}{2}$ را به‌دست آورده و برابر ۴mA قرار می‌دهیم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow{\Delta\Phi=\Delta BA}$$

$$\bar{I}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}A\right|\Rightarrow 4\times10^{-3}=\frac{1}{10}\times\frac{\frac{\alpha^2}{4}+3-3}{\frac{\alpha}{2}}\times10^{-2}$$

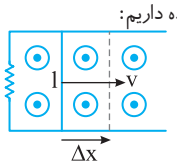
$$\Rightarrow 4=\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\alpha=8$$

۲ ۲۰۰۳ B

با حرکت میله مساحت قاب در حال افزایش است. ابتدا با استفاده از قانون اهم، نیرو محرکهٔ را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{I}|=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\Rightarrow 0/5=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{0/2}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=0/1V$$

مساحت سطح قاب در حال تغییر است، طبق قانون القای فاراده داریم:



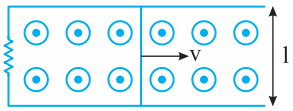
$$|\bar{\varepsilon}|=\left|N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\theta=0]{\Phi=BA\cos\theta}|\bar{\varepsilon}|=\left|N\frac{B\Delta A}{\Delta t}\right|$$

$$0/1=1\times\frac{0/1\times\Delta A}{\Delta t}\xrightarrow{A=l\Delta x=0/25\Delta x}$$

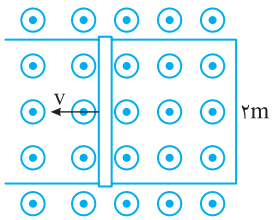
$$0/1=0/1\times0/25\times\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}1=0/25v\Rightarrow v=4m/s$$

میانبر برای سؤالاتی مشابه این سؤال که با حرکت میلهٔ رسانا مساحت سطح قاب در حال افزایش است، داریم:

$$\varepsilon=vBl\Rightarrow 0/1=v\times0/1\times0/25\Rightarrow v=4m/s$$



بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک میله فلزی با تندی $0/5m/s$ و مقاومت $0/2\Omega$ به سمت چپ در حال حرکت است. اگر قاب به صورت عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی ۰/۲ تسلا قرار داشته باشد توان الکتریکی مصرفی میله فلزی چند وات است؟**



۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۱
۴) ۲

۳ گزینهٔ

۴ ۲۰۰۴ B

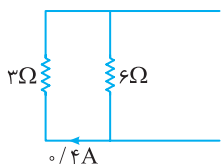
یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان و مقدار مقاومت با هم رابطهٔ عکس دارند.

۱ جریان عبوری از مقاومت 3Ω برابر $0/4A$ است و مقاومت‌های 3Ω و 6Ω با هم موازی‌اند، پس جریان عبوری از این دو با مقاومتشان رابطهٔ عکس دارد.

$$\frac{3}{6}=\frac{I'}{0/4}\Rightarrow I'=0/2A\Rightarrow I_{\text{کل}}=0/4+0/2=0/6A$$

دو مقاومت با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$



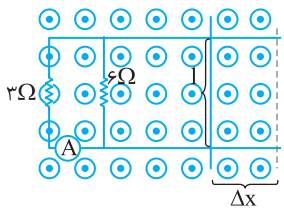
۲ با توجه به قانون اهم، نیروی محرکه را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}\bar{\varepsilon}=R_{eq}\bar{I}_{\text{کل}}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=2\times0/6=1/2V$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی به دلیل تغییر مساحت سطح به وجود آمده و سطح پیچه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\theta=0]{\Phi=BA\cos\theta}1/2=1\times\frac{B\Delta A}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\Delta A=l\Delta x}1/2=Bl\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}1/2=0/6\times0/2\times v\Rightarrow v=10m/s$$



میانبر برای سؤالاتی مشابه این سؤال که با حرکت سیم با سرعت ثابت مساحت سطح قاب افزایش می‌یابد، داریم:

$$\varepsilon=Blv\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R}}I=\frac{Blv}{R}\Rightarrow 0/6=\frac{0/6\times0/2\times v}{2}\Rightarrow v=10m/s$$

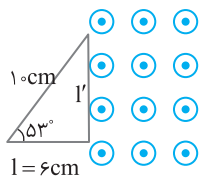
۳ ۲۰۰۵ C

۱ تندی حرکت قاب ثابت و برابر $1/5m/s$ است بنابراین در مدت ۲۰ms مقدار پیشروی قاب در میدان مغناطیسی خواهد شد:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\Delta x=1/5\times20\times10^{-3}=3\times10^{-2}m\Rightarrow\Delta x=3cm$$

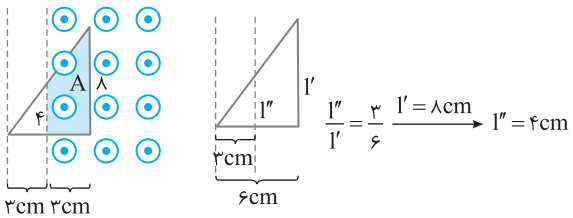
۲ اضلاع مثلث را به کمک مثلثات حساب می‌کنیم:

$$\cos53^\circ=\frac{l}{10}\Rightarrow l=6cm\quad,\quad\sin53^\circ=\frac{l'}{10}\Rightarrow l'=8cm$$



۳ قبل از ورود قاب به میدان شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_1=BA_1\cos\theta\xrightarrow[\text{هیچ سطحی از مثلثات در میدان قرار ندارد}]{A_1=0}\Phi_1=0$$



$$\frac{l''}{l'}=\frac{3}{6}\xrightarrow{l'=8cm}l''=4cm$$

۴ در مدت ۲۰ms مساحتی از قاب که درون میدان است را حساب می‌کنیم.

$$A_2=\left(\frac{6\times8}{2}\right)-\left(\frac{3\times4}{2}\right)\Rightarrow A_2=24-6=18cm^2$$

۵ شار مغناطیسی در این حالت برابر است با:

$$\Phi_2=BA_2\cos\theta\Rightarrow\Phi_2=(0/5)(18\times10^{-4})=9\times10^{-4}Wb$$

۶ حال با استفاده از قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow\bar{\varepsilon}=1\times\frac{9\times10^{-4}}{2\times10^{-2}}=4/5\times10^{-2}V=45mV$$

C ۲۰۰۶ ۲

۱ در ابتدا میلهٔ فلزی روی OM قرار گرفته و سطح بسته‌ای در میدان مغناطیسی قرار نگرفته است:

$$\Phi_1 = BA_1\cos\theta \xrightarrow{A_1=0} \Phi_1 = 0$$

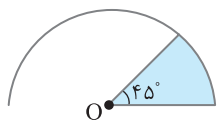
۲ میله در هر میلی‌ثانیه 5° می‌چرخد، میله به اندازهٔ $9\times5=45^\circ$ چرخیده و مساحت سطحی از قاب که در میدان قرار می‌گیرد $\frac{45}{360}$ مساحت سطح یک دایرهٔ کامل است:

$$A_2 = \frac{45}{360}(\pi r^2) \Rightarrow A_2 = \frac{1}{8}\times3\times(\frac{4}{100}) = 1/5\times10^{-2}\,m^2$$

۳ شار مغناطیسی گذرنده از سطح در این حالت خواهد شد:

$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta \xrightarrow{A_2=1/5\times10^{-2}\,m^2}$$

$$\Phi_2 = 0/4\times1/5\times10^{-2} = 6\times10^{-3}\,Wb$$



۴ با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکهٔ القا شده را به‌دست می‌آوریم.

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |1\times\frac{6\times10^{-3}}{9\times10^{-3}}| = \frac{2}{3}\,V$$

پنجره ۲ روبه‌رو ۳

A ۲۰۰۶ ۲

۱ **با توجه به قانون** القای فاراده $(\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ آهنگ تغییر شارش $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ از جنس نیروی محرکهٔ الکتریکی است.

نمای ۳۴

A ۲۰۰۶ ۴

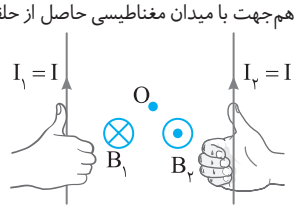
۲ **مادهٔ دیامغناطیس** دارای دوقطبی مغناطیسی نیست و اگر در میدان مغناطیس خارجی قوی قرار گیرد در اثر القای مغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی در آن ایجاد می‌شود بنابراین توصیف بیان شده مربوط به مادهٔ دیامغناطیس است.

نمای ۳۱

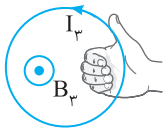
A ۲۰۰۶ ۲

۳ **ابتدا** میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های راست حامل جریان را بررسی می‌کنیم و با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت آن‌ها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:

جهت جریان و فاصله سیم‌ها تا نقطهٔ O با یکدیگر برابر است پس میدان‌های B_1 و B_2 هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگرند، بنابراین برایند B_1 و B_2 صفر است و میدان مغناطیسی در نقطهٔ O هم‌جهت با میدان مغناطیسی حاصل از حلقه است.



۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان حاصل از حلقهٔ I_3 را به‌دست می‌آوریم.



این میدان برونسو بوده و بنابراین میدان خالص در نقطهٔ O برونسوست.

نمای ۲۹

C ۲۰۰۶ ۱

۴ **خداروشکر** در این سؤال تمام پارامترهای وابسته به شار $\Phi = BA\cos\theta$ تغییر کرده است. ☺

۱ تغییر مساحت سطح: قطر سطح مقطع پیچه نصف شده پس شعاع سطح مقطع پیچه نیز نصف می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = (\frac{\frac{r_1}{2}}{r_1})^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{4}$$

۲ زاویه: منظور از θ در رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان مغناطیسی است که با توجه به سؤال این زاویه دو برابر شده است:

$$\theta_2 = 2\theta_1 \Rightarrow \cos\theta_2 = \cos2\theta_1$$

۳ میدان مغناطیسی: میدان مغناطیسی ۲۰ درصد کاهش یافته یعنی $B_2 = B_1 - \frac{20}{100}B_1 = 0/8B_1$ است.

۴ در صورت مسئله نسبت شار مغناطیسی در دو حالت برابر $\frac{\sqrt{3}}{15}$ بیان شده است

از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\sqrt{3}}{15} \Rightarrow \frac{B_2A_2\cos\theta_2}{B_1A_1\cos\theta_1} = \frac{\sqrt{3}}{15} \Rightarrow 0/8\times\frac{1}{4}\times\frac{\cos2\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos2\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\cos2\theta_1}{\cos\theta_1} = \tan30^\circ \Rightarrow \frac{\cos2\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\sin30^\circ}{\cos30^\circ}$$

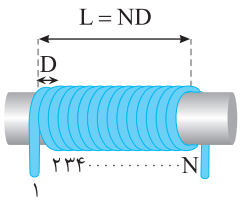
$$\xrightarrow{\sin30^\circ=\cos60^\circ} \frac{\cos2\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\cos60^\circ}{\cos30^\circ} \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$$

نمای ۳۳

B ۲۰۰۶ ۲

۵ **یادآوری** هرگاه N حلقهٔ یک سیم به قطر مقطع D در یک ردیف و کنار هم قرار گیرند، مطابق شکل طول سیملوله برابر ND می‌شود:

$$B = \mu_0\frac{N}{l}I \Rightarrow B = \mu_0\frac{N}{ND}I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D}$$



با توجه به نمودار به‌ازای جریان ۲A میدان مغناطیسی در سیملوله ۵G شده است:

$$B = \frac{\mu_0 I}{D} \Rightarrow 5\times10^{-4} = \frac{12\times10^{-7}\times2}{D} \Rightarrow D = \frac{24}{5}\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow D = 4/8\times10^{-3}\,m = 4/8\,mm$$

نمای ۳۰

B ۲۰۰۶ ۴

۶ ۱ **نیروی** محرکهٔ القایی را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم.

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow[V=\varepsilon]{I=10^{-3}\,A,\,R=5\Omega} 10^{-3} = \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow \varepsilon = 5\times10^{-3}\,V$$

۲ با توجه به قانون فاراده آهنگ تغییر شار را حساب می‌کنیم.

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \xrightarrow{N=200} 5\times10^{-3} = 200\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 25\times10^{-6}\,\frac{Wb}{s}$$

سیملوله بر خطوط میدان عمود است بنابراین $\theta = 0$ و $\cos\theta = 1$ است با توجه به تعریف شار مغناطیسی خواهیم داشت:

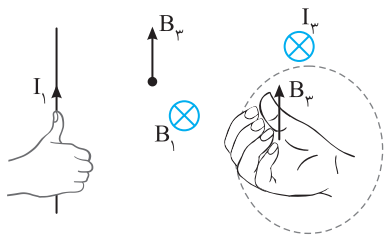
$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{A\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{A=5\times10^{-4}}$$

$$25\times10^{-6} = 50\times10^{-4}\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{2}\times10^{-2} = 5\times10^{-3}\,\frac{T}{s}$$

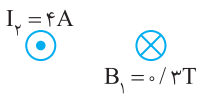
نمای ۴۰

۷ **B** ۲۰۰۶ ۲

۱ **ابتدا** جهت میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) را با توجه به قاعدهٔ دست راست در محل سیم (۲) به‌دست می‌آوریم:



۲ میدان مغناطیسی B_1 حاصل از سیم I_1 درونسو بوده و جریان سیم I_2 برونسو است یعنی جریان I_2 در راستای میدان مغناطیسی B_1 است بنابراین از طرف میدان مغناطیسی B_1 بر سیم I_2



نیرویی وارد نمی‌کند. $F_{12} = B_1 I_2 l \sin\theta \xrightarrow[\theta=180^\circ]{I \text{ و } B \text{ خلاف جهت هم}} F_{12} = 0$

۳ میدان مغناطیسی B_3 ناشی از سیم I_3 و جهت جریان سیم (۲) برهم عمودند در نتیجه نیروی وارد بر سیم I_2 خواهد شد:



$$F_{32} = B_3 I_2 l \sin\theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} F_{32} = 0/4 \times 4 \times 1 = 1/6 N$$

بنابراین نیروی خالص وارد بر سیم I_2، $1/6N$ است.

نمای ۲۷

۸ **شار گذرنده** از سیملوله برابر است با: $\Phi = B_{\text{سیملوله}} A \cos\theta$

پس ابتدا A و B را حساب می‌کنیم:

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{N}{l} I = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{50}{6/28 \times 10^{-2}} \times 5$$

$$\Rightarrow B_{\text{سیملوله}} = 5 \times 10^{-3} T$$

مساحت سطح هر حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times \frac{16}{\pi} \times 10^{-4}}{4} = 4 \times 10^{-4} m^2$$

بنابراین:

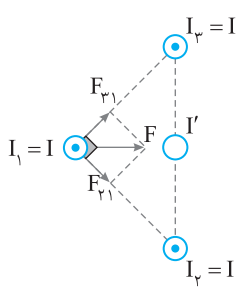
$$\Phi = BA \cos\theta = 5 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-4} \times \cos 0 \Rightarrow \Phi = 2 \times 10^{-6} Wb$$

نمای ۳۲

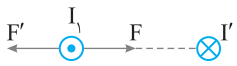
۹ **C** ۲۰۰۶ ۳

یادآوری دو سیم با جریان‌های همسو یکدیگر را می‌ربایند و دو سیم با جریان‌های ناهمسو یکدیگر را می‌رانند.

حالت اول جریان سیم I_1 برونسو باشد: جریان سیم‌های I_3 و I_2 همسو جریان سیم I_1 است پس این دو سیم، سیم (۱) را می‌ربایند.

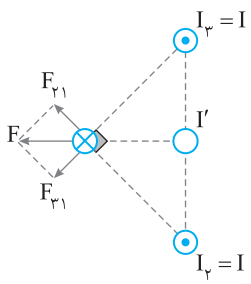


با توجه به شکل برای آنکه نیروی خالص وارد بر سیم I_1 صفر شود باید این سیم توسط جریان I' رانده شود، در واقع باید جریان I' خلاف جهت جریان I_1 یعنی درونسو باشد.

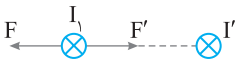


حالت دوم جریان سیم I_1 درونسو باشد:

جریان سیم‌های I_3 و I_2 ناهمسو جریان سیم I_1 است پس این دو سیم، سیم (۱) را می‌رانند.



با توجه به شکل برای آنکه نیروی خالص وارد بر سیم I_1 صفر شود باید این سیم توسط جریان I' جذب شود، در واقع جریان I' باید هم‌جهت با جریان I_1 و درونسو باشد:

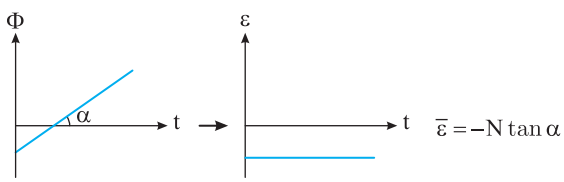


بنابراین سیم I_1 می‌تواند جریان برونسو یا درونسو داشته باشد، اما جریان سیم I' همواره درونسو می‌شود.

نمای ۲۷

۱۰ **B** ۲۰۰۶ ۳

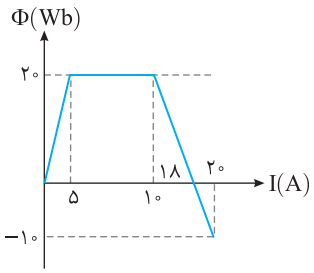
بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، اگر نمودار $\Phi - t$ خط راست مایل باشد، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر شیب نمودار $\Phi - t$ است و N برابر شیب این خط (همان $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) برابر قرینه نیرو محرکه القایی است: $\bar{\varepsilon} = -N \tan\alpha$



در بازهٔ صفر تا ۵s شیب خط نمودار $\Phi - t$ ثابت است پس در تمام بازه‌های این مدت (۰ تا ۵s) نیرو محرکهٔ القایی متوسط با هم برابر است.

همچنین در بازهٔ ۱۰s تا ۲۰s نیز شیب خط نمودار ثابت است و در تمام بازه‌های این مدت (۱۰ تا ۲۰s) نیروی محرکهٔ القایی متوسط باهم برابر است.

در بازه‌های $|t=15s$ تا $t=11s|$ و $|t=20s$ تا $t=10s|$ شیب نمودار $\Phi - t$ ثابت و یکسان است. بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط در این دو بازه برابر است.



نمای ۴۲

پنجره ۴

A ۲۰۰۷ ۲

با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی باید به‌گونه‌ای باشد که با تغییر شار مغناطیسی مخالف کند نه خود شار مغناطیسی، بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

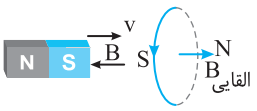
با افزایش میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی $(\Phi = BA\cos\theta)$ در حال افزایش است پس طبق قانون لنز باید جریان القایی با ایجاد میدان مغناطیسی با این افزایش شار مخالفت کند در نتیجه میدان مغناطیسی القایی خلاف‌جهت میدان مغناطیسی القا می‌شود، بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

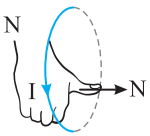
به دلیل مخالفت جریان القایی با تغییرات شار $(\Delta\Phi)$ در قانون القای فاراده منفی وجود دارد $(\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

B ۲۰۰۸ ۴

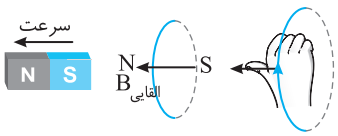
خط فکری اگر یک آهنربا به یک مدار بسته نزدیک شود یا از آن دور شود به‌طوری که باعث تغییر شار در مدار گردد در آن مدار بسته جریان القایی به وجود می‌آید که با ایجاد اثرات مغناطیسی یا تغییر شار مخالفت می‌کند که به این پدیده قانون لنز می‌گویند. بنابراین در حل این مسائل حتماً باید دقت کنید که شار در حال افزایش است یا کاهش؟

در شکل گزینهٔ (۱) آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است بنابراین باید سمت چپ حلقه قطب S میدان مغناطیس القایی باشد تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند. (البته می‌توانیم بگوییم جهت میدان مغناطیسی حلقه باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی آهنربا باشد)، با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی باید رو به پایین باشد و گزینه (۱) نادرست است.





شکل (۲) با دور شدن آهنربا سمت چپ حلقه باید قطب N شود تا طبق قانون لنز با دور شدن آهنربا (تغییر شار) مخالفت کند بنابر

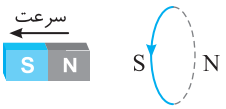


قاعدهٔ دست راست، سوی جریان در حلقه باید به سمت بالا باشد و گزینه (۲) نادرست است.

در شکل (۳) با دور شدن قطب N آهنربا از حلقه و کاهش شار مغناطیسی سمت چپ حلقه باید قطب S شود تا بنا به قانون لنز با دور شدن آهنربا مخالفت کند پس بنا به قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی باید مطابق شکل زیر باشد که با شکل (۳) یکی نبوده و شکل گزینه (۳) نادرست است. (در شکل (۳) سوی جریان به سمت بالا رسم شده است.)



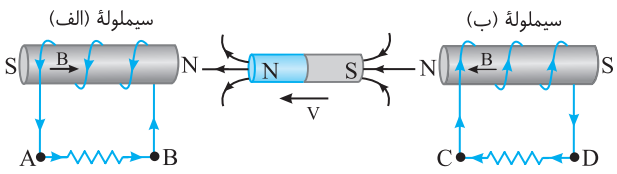
شکل (۴) با توجه به توضیحات شکل (۳) سوی جریان در حلقه باید رو به پایین باشد که در شکل (۴) چنین است و گزینهٔ (۴) درست است.



B ۲۰۰۹ ۱

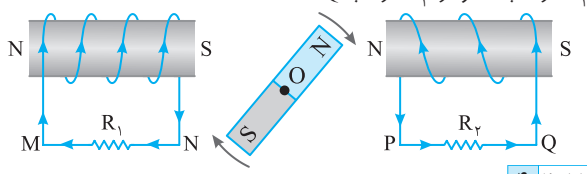
هنگامی که آهنربا به سمت چپ می‌رود باعث تغییر شار در سیملوله‌ها می‌شود. بنا بر قانون لنز، جریان القایی در سیملوله‌ها با ایجاد اثرات مغناطیسی با عامل تغییر شار یعنی حرکت آهنربا به سمت چپ مخالفت می‌کند.

در این صورت سمت راست سیملولهٔ (الف) قطب N شده تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند و سمت چپ سیملولهٔ (ب) قطب N شده تا قطب S آهنربا را برباید و با دور شدن آهنربا مخالفت کند. اکنون به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیملوله، سوی جریان در هر سیملوله را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل در مدار (الف) جریان در مقاومت AB از A به B و در مدار (ب) جریان در مقاومت CD از D به C خواهد بود.



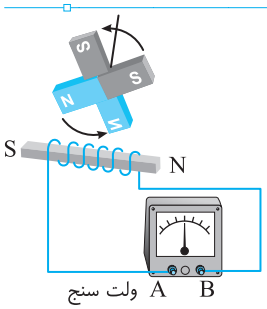
B ۲۰۱۰ ۳

قطب N در حال نزدیک شدن به سیملولهٔ سمت راست است، بنابراین سمت چپ این سیملوله قطب N شده تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند. برای سیملولهٔ سمت چپ، قطب S در حال نزدیک شدن به آن است و بنا بر قانون لنز، سمت راست این سیملوله قطب S می‌شود. بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان سیملوله، جهت جریان القایی در R_1 از N به M و در R_2 از P به Q است.

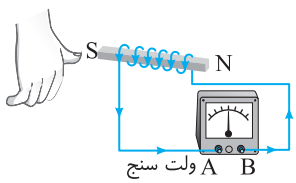


B ۲۰۱۱ ۴

به شکل دقت کنید با حرکت و چرخش آهنربا مطابق شکل قطب N آهنربا از سمت چپ سیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز سمت چپ سیملوله قطب S میدان مغناطیسی القایی می‌شود و قطب S آهنربا از سمت راست سیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز این سمت سیملوله قطب N خواهد شد.



با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان سیملوله که از ولت‌سنج نیز می‌گذرد، درون ولت‌سنج از A به B است. از طرفی هر چه تندی وزش باد بیشتر شود، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر شده و عددی که ولت سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد.



B ۲۰۱۲ ۲

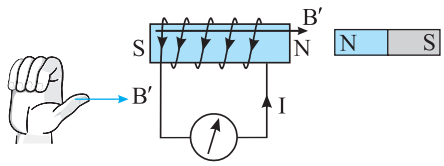
با حرکت آهنربا به سوی حلقه، شار مغناطیسی گذرنده از سطح حلقه مسی افزایش می‌یابد و در اثر این تغییر شار در حلقه جریان القایی به وجود می‌آید که بنا به قانون لنز می‌خواهد با عامل به وجود آورنده‌اش که نزدیک شدن آهنربا است مخالفت کند. بنابراین در جهت حرکت آهنربا شروع به حرکت می‌کند تا از آن دور شود.

B ۲۰۱۳ ۱

قانون لنز بیان می‌کند که جهت جریان القایی همواره به گونه‌ای است که با ایجاد اثرات مغناطیسی با تغییر شار (عامل به‌وجود آورنده‌اش) مخالفت کند. با توجه به جهت جریان القایی I در سیملوله می‌توان با قانون دست راست قطب‌های N و S آن را پیدا کرد. قطب N این سیملوله سمت راست قرار گرفته و آهنربا را می‌راند. طبق قانون لنز این دو هنگامی یکدیگر را دفع می‌کنند که در حال نزدیک شدن به هم باشند و شار در حال افزایش باشد.

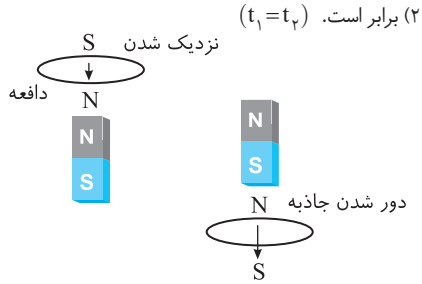
پس می‌توان حالت‌های زیر را درنظر گرفت:

۱ سیملوله ثابت و آهنربا در حال حرکت به سمت چپ است. ۲ آهنربا ثابت و سیملوله در حال حرکت به سمت راست است. در این صورت گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است. ۳ هر دو در حال حرکت به سمت راست و سرعت سیملوله (v_2) بیشتر از سرعت آهنربا (v_1) باشد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. ۴ هر دو در حال حرکت به سمت چپ و سرعت آهنربا (v_1) بیشتر از سرعت سیملوله (v_2) باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.



B ۲۰۱۴ ۴

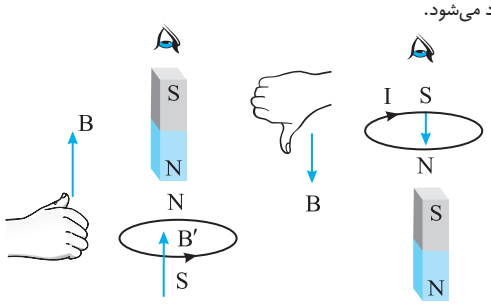
با رها شـدن حلقه‌ها و نزدیک شـدن حلقه‌ها به آهنربا، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ها افزایش می‌یابد و این تغییر شار سبب ایجاد جریان القایی در حلقه می‌شود که بنا به قانون لنـز با نزدیک شـدن حلقه‌هـا مخالفت می‌کند و هنـگام گذر حلقه و دور شـدن از آهنربا مجدداً به دلیل تغییر شـار و ایجاد جریان القایی، بنا به قانون لنز این جریان با دور شـدن حلقه مخالفت می‌کند و جهت قرار گرفتن آهنربا تأثیری در آن ندارد و زمان سـقوط حلقه مسی (۱) و (۲) برابر است. $(t_1 = t_2)$



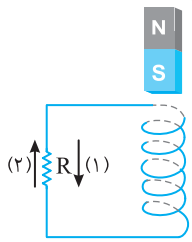
اما سـرعت سقوط حلقهٔ (۳) بیشـتر از حلقه‌های (۱) و (۲) است زیرا در آن جریان القایی به وجود نمی‌آید و با سـقوط آن مخالفتی صورت نمی‌گیرد و با شـتاب g سـقوط می‌کند بنابراین زمان سقوط آن کوتاه‌تر است. $t_1 = t_2 > t_3$

B ۲۰۱۵ ۳

هنـگام نزدیک شـدن آهنربا به حلقـه در اثر تغییر شـار، در حلقه جریـان القایی به‌وجود می‌آید و سـطح بالایی حلقه قطب N می‌شـود تا با نزدیک شـدن آهنربا به حلقه مخالفت کند. در این صورت با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی از دید ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادسـاعتگرد اسـت. پس از عبور آهنربا سطح پایینی حلقه قطب N می‌شود و بـا دور شـدن آهنربا مخالفت کند بنابراین سـوی جریان القایـی از دید ناظر بالای حلقه ساعتگرد می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شـکل روبه‌رو یک آهنربا را از بالای سیملولهٔ بدون هسـته‌ای رها می‌کنیم تا از درون سیملوله عبور کرده و خارج شود، جهت جریان القایـی در مقاومـت الکتریکی R به هنگام ورود و خروج از سـیملوله به‌ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟**



۱) (۱) و (۱)

۲) (۲) و (۲)

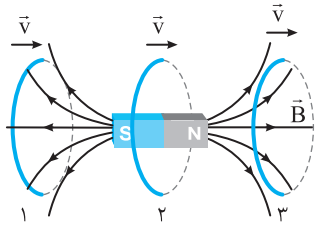
۳) (۱) و (۲)

۴) (۲) و (۱)

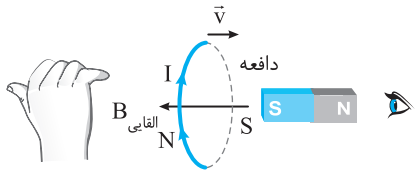
گزینهٔ ۳

B ۲۰۱۶ ۳

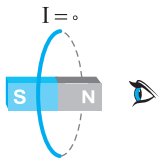
با توجه به شـکل با نزدیک شـدن حلقه به قطب S آهنربا (وضعیت (۱)) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد.



بنـا بـه قانون لنز جهـت جریان القایی به‌گونه‌ای اسـت کـه میدان مغناطیسـی حلقه در وضعیـت (۱) خلاف میدان مغناطیسـی آهنربا باشـد یعنی میدان القایی به سـمت چپ است و جریان القایی حلقه در وضعیت (۱) ساعتگرد خواهد بود.



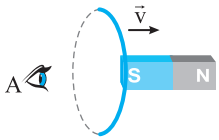
جریان القایی در حلقه در وضعیت (۲) به دلیل تغییر نکردن میدان عبوری از آن صفر می‌شود.



برای حلقه در وضعیت (۳) با دور شـدن حلقه از قطب N شـار عبوری از آن کاهش می‌یابد پس میدان مغناطیسی القایی باید به سمت راست باشد و جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شـکل روبه‌رو، حلقه‌ای از قطب S آهنربا به سمت قطـب N حرکت می‌دهیم (آهنربا درون حلقه)، سـوی جریـان القایی در حلقه از دید ناظر A کدام است؟**



۱) ساعتگرد

۲) پادساعتگرد

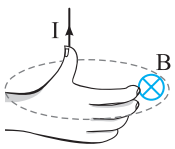
۳) ابتدا پادساعتگرد و سپس ساعتگرد

۴) ابتدا ساعتگرد و سپس پادساعتگرد

گزینهٔ ۳

B ۲۰۱۷ ۴

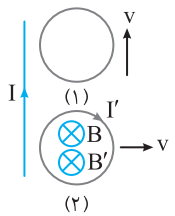
خط فکری با دور شـدن از سـیم راسـت حامل جریان، میدان مغناطیسـی حاصل از سـیم تغییـر می‌کند (کاهـش می‌یابد) امـا اگر به موازات سـیم جابه‌جا شـویم میدان مغناطیسی در مسیر حرکت تغییر نخواهد کرد.



جهت میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در سمت راست سیم با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.

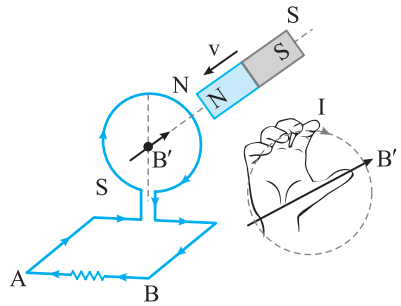
در حلقه (۱) جریان القایی ایجاد نمی‌شـود زیرا با حرکت حلقه (۱) در جهت موازی با سـیم راست حامل جریان، تغییر شاری در آن به‌وجود نمی‌آید.

در حلقه (۲) که در حال حرکت به سمت راست و دور شدن از سیم راست است، شار مغناطیسی در حال کاهش اسـت و در حلقه جریان القایی (I') به وجود می‌آید که بنا به قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند و برای آنکه B' درونسو باشد با توجه به قاعدهٔ دست راست برای حلقه باید جریان القایی ساعتگرد باشد.

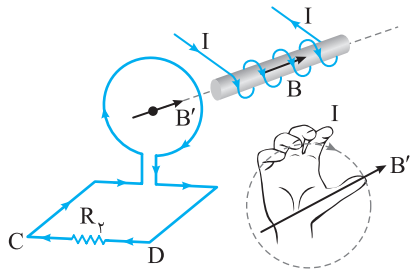


B ۴ ۲۰۱۸

شکل (الف): با حرکت آهنربای N−S به سمت حلقه (۱)، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد، بنابراین سوی جریان القایی در حلقه (۱) باید به‌گونه‌ای باشد تا با ایجاد میدان مغناطیسی القایی B' با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند یعنی سویی از حلقه که به سمت آهنرباست باید قطب N شود تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جهت جریان مطابق شکل از B به A خواهد بود.

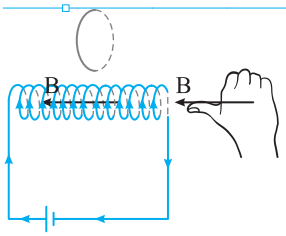


شکل (ب): ابتدا با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله (B) را مشخص می‌کنیم. با دور کردن سیملوله باید میدان القایی (B') حلقه هم‌جهت B باشد تا از کاهش شار جلوگیری کند و جهت جریان القایی از D به C خواهد بود.

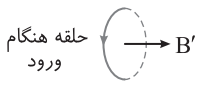


B ۴ ۲۰۱۹

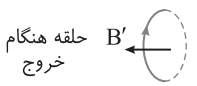
جهت جریان مدار از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانه منفی است. به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص می‌کنیم، جهت این میدان به سمت چپ است.



هنگام ورود حلقه از درون سیملوله شار گذرنده از حلقه در حال افزایش است و سوی جریان القایی در حلقه به‌گونه‌ای است که با افزایش شار مخالفت کند یعنی میدان مغناطیسی القایی (B') باید به سمت راست باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین سوی جریان القایی باید در سوی (۲) باشد.

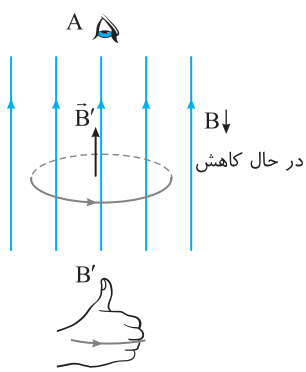


هنگام خروج حلقه از میدان مغناطیسی سیملوله شار کاهش می‌یابد و سوی جریان القایی (I') به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') در جهت B و به سمت چپ است تا با کاهش شار مخالفت کند بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان القایی در سوی (۱) خواهد بود.

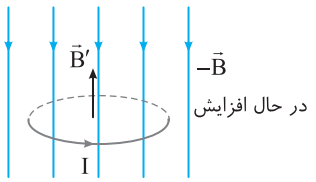


B ۱ ۲۰۲۰

مرحله اول: ابتدا میدان مغناطیسی از B به صفر کاهش می‌یابد در این حالت بنا به قانون لنز سوی جریان القایی به‌گونه‌ای است که با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جهت میدان مغناطیسی القایی حلقه (B') باید هم‌جهت B یعنی رو به بالا باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان القایی از دید ناظر A باید پادساعتگرد باشد.



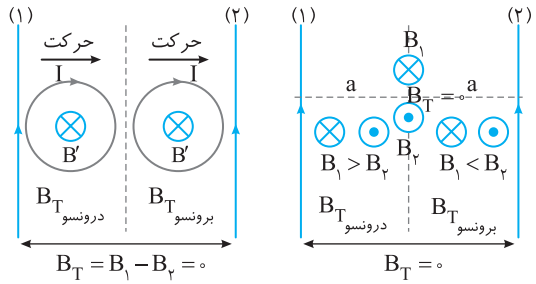
مرحله دوم: سپس میدان مغناطیسی از صفر تا −B تغییر کرده و جهت میدان تغییر کرده و رو به پایین خواهد شد و اندازهٔ آن نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در حال افزایش است، بنابراین جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی B' باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی B باشد یعنی B' هم‌چنان رو به بالا بوده و جریان القایی از دید ناظر هم‌چنان پادساعتگرد است.



C ۲ ۲۰۲۱

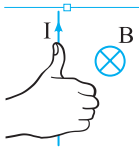
خط فکری در حل این مسئله باید شما رفتار میدان مغناطیسی وقتی از سیم (۱) به سوی سیم (۲) می‌رویم را بررسی کنید.

با توجه به یکسان بودن جریان سیم‌ها، میدان مغناطیسی خالص در وسط دو سیم صفر است. از این‌رو وقتی حلقه به سیم (۱) نزدیک است میدان سیم (۱) که درونسو است بزرگ‌تر بوده و میدان خالص درونسو است. با حرکت حلقه به سوی وسط دو سیم میدان درونسو در حال کاهش است، از این‌رو میدان مغناطیسی القایی B' ناشی از جریان القایی حلقه نیز درونسو می‌شود تا بنا بر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین جریان القایی ساعتگرد خواهد بود. با گذر از خط وسط، میدان خالص ناشی از دو سیم برونسو و در حال افزایش است، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') همچنان باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. یعنی جریان همچنان ساعتگرد خواهد بود.

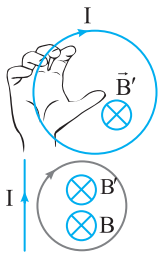


B ۱ ۲۰۲۲

جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان I در محل حلقه به کمک قاعدهٔ دست راست درونسوست.



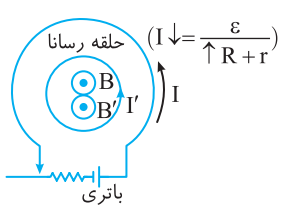
با توجه به صورت مسئله جریان القایی در حلقه ساعتگرد است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی القایی B' درونسو به دست می‌آید.



بنابراین میدان مغناطیسی القایی B' و میدان مغناطیسی B هم‌جهت بوده و بنا به قانون لنز باید شار مغناطیسی در حال کاهش باشد تا B' با B هم‌جهت شود و با کاهش شار مخالفت کند از کاهش شار نتیجه می‌گیریم که یا حلقه از سیم در حال دور شدن است و یا جریان I در حال کاهش است.

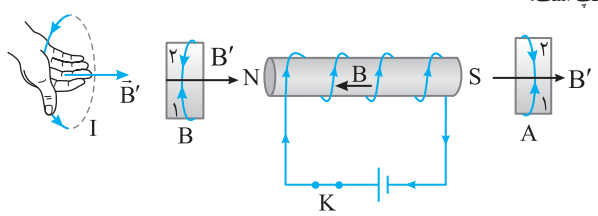
B ۴ ۲۰۲۳

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت رئوستا افزایش می‌یابد و جریان I کاهش می‌یابد، با کاهش جریان I میدان مغناطیسی B ناشی از جریان در محل حلقه کاهش می‌یابد که سبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود. بنا بر قانون لنز در حلقه جریان القایی به وجود می‌آید که با کاهش شار مخالفت می‌کند بنابراین میدان مغناطیسی القایی B' باید با میدان مغناطیسی B هم‌جهت باشد یعنی B' برونسو است و با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی پادساعتگرد است.



B ۲۰۲۴ **۴**

هنگام برقراری جریان در سیملوله جریان از پایانهٔ مثبت باتری شروع می‌شود، با توجه به سوی چرخش جریان در سیملوله و قاعدهٔ دست راست، میدان سیملوله از راست به چپ است.



هنگام وصل کلید جریان افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی درون سیملوله $(B\uparrow=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\uparrow)$ افزایش یافته و شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$ زیاد می‌شود.

بنا بر قانون لنز جریان القایی در حلقه‌ها باید با ایجاد یک میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت B با افزایش شار مخالفت کند. یعنی B' در هر دو حلقه از چپ به راست است. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه معلوم می‌شود که جریان القایی در هر دو حلقه در جهت (۲) است.

نکته هر گاه در اثر تغییر جریان، شار تغییر کند:

۱ اگر شار افزایش یابد جریان القایی (در حلقه) و جریان اصلی (جریان در مدار) خلاف جهت هم‌اند.

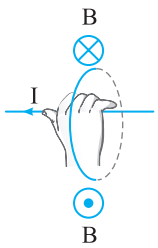
۲ اگر شار کاهش یابد جریان القایی (در حلقه) و جریان اصلی (جریان در مدار) هم‌جهت‌اند.

B ۲۰۲۵ **۲**

خط فکری شما باید ابتدا جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان را در محل حلقه‌های (۱) و (۲) مشخص کنید، سپس با بستن کلید K تغییر مقاومت کل مدار و جریان مدار را بررسی کنید تا مشخص شود، میدان مغناطیسی حاصل از جریان چگونه تغییر می‌کند تا بتوانید به کمک قانون لنز جهت جریان القایی در هر حلقه را به‌دست بیاورید.

۱ سوی جریان مدار از پایانه مثبت باتری به‌سوی پایانه منفی باتری است.

۲ میدان مغناطیسی در محل حلقه (۱) و حلقهٔ (۲) با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌ترتیب برونسو و درونسو است.



یادآوری هرگاه یک مقاومت به شکل موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

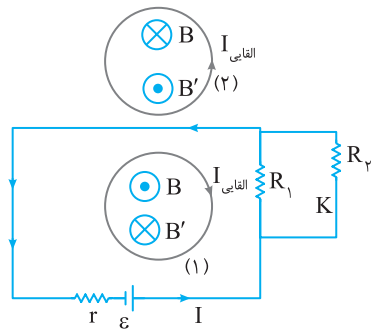
۳ با بستن کلید K، مقاومت $R_۲$ به‌طور موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

۴ با کاهش مقاومت معادل (R_{eq}) جریان مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$

۵ در لحظه بسته شدن کلید و افزایش ناگهانی جریان، میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد.

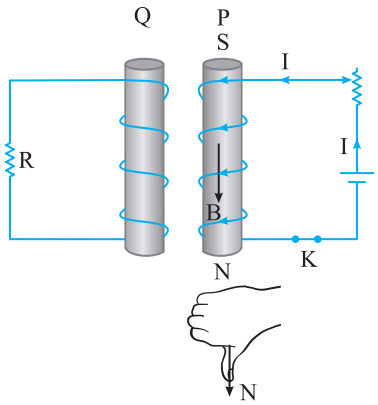
۶ در مدت کوتاهی که میدان افزایش می‌یابد، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه‌ها جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۷ بنا به قانون لنز جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) به‌گونه‌ای است که با ایجاد میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت می‌کند. یعنی میدان مغناطیسی القایی B' در محل حلقه‌های (۱) و (۲) به‌ترتیب باید درونسو و برونسو باشد. یعنی جهت جریان القایی به‌ترتیب ساعتگرد و پادساعتگرد باشد.



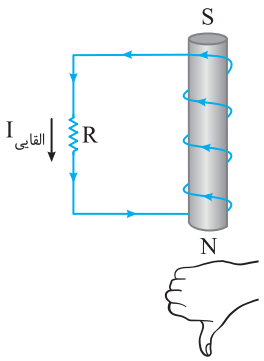
B ۲۰۲۶ **۳**

سوی جریان را در سیملوله سمت راست با توجه به پایانه‌های باتری روی شکل مشخص کرده‌ایم. با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی سیملوله P رو به پایین است.



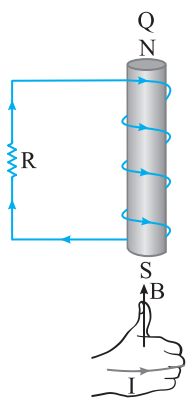
یادآوری سیملوله حامل جریان شبیه یک آهنربای میله‌ای است و جهت میدان مغناطیسی درون آن از قطب S به قطب N است.

با توجه به جهت میدان مغناطیسی سیملوله قسمت بالایی سیملوله قطب S و قسمت پایین سیملوله قطب N است.



حالت اول: با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$ و با افزایش جریان مدار، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد $(\uparrow B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\uparrow)$

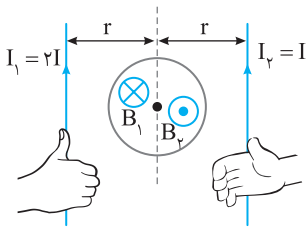
در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله Q افزایش می‌یابد. بنا به قانون لنز انتهای بالایی و پایینی سیملولهٔ Q با انتهای بالایی و پایینی سیملولهٔ P همنام شده تا با افزایش شار مخالفت کند و بنا به قاعدهٔ دست راست جریان سیملوله که از مقاومت R می‌گذرد در مقاومت از بالا به پایین است.



حالت دوم: با قطع کلید K ناگهان جریان سیملولهٔ P به سمت صفر می‌رود میدان مغناطیسی سیملوله P کاهش می‌یابد و شار گذرنده از سیملوله Q کاهش می‌یابد و بنا به قانون لنز قسمت بالایی و پایینی سیملوله Q دارای قطب‌های ناهمنام با سیملوله P می‌شوند. قسمت بالا قطب N و قسمت پایین قطب S می‌شود بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، جریان مقاومت R از پایین به طرف بالا خواهد بود.

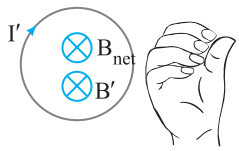
B ۲۰۲۷ ۳

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 در محل حلقه درونسو و میدان مغناطیسی سیم I_2 در محل حلقه برونسو است.

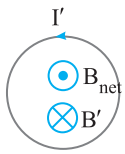


۲ جریان $I_1 = 2I$ دو برابر جریان $I_2 = I$ است بنابراین میدان مغناطیسی درونسوی B_1 از میدان مغناطیسی برونسوی B_2 بزرگ‌تر است و میدان مغناطیسی خالص در محل حلقه درونسو خواهد بود. $B_{net} = (B_1 - B_2)$

۳ با افزایش جریان I_2، ابتدا جریان از I به $2I$ افزایش می‌یابد و میدان خالص کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد. با کاهش میدان خالص، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنا برقانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه B' باید هم‌جهت با B_{net} باشد تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی B' باید درونسو باشد و جریان القایی ساعتگرد خواهد بود.

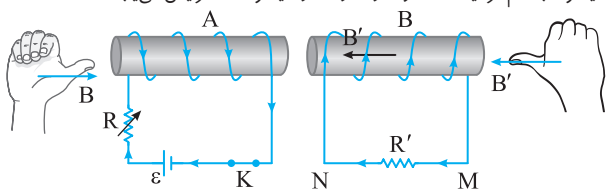


۴ با افزایش جریان I_2 از $2I$ تا $3I$ میدان B_2 از میدان مغناطیسی B_1 قوی‌تر شده و جهت میدان خالص برونسو می‌شود و میدان خالص برونسو رو به افزایش است، بنابراین میدان القایی حلقه باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین سوی جریان هم‌چنان ساعتگرد است.



B ۲۰۲۸ ۴

جریان مدار از پایانه مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی است بنابراین با توجه به جهت جریان در سیملوله A میدان درون سیملوله A به سمت راست است. با توجه به فرض مسئله جریان القایی در مقاومت R' از M به N است، پس میدان مغناطیسی درون سیملوله B، به سمت چپ است، بنابراین بنا بر قانون لنز، شار مغناطیسی حاصل از سیملوله A باید در حال افزایش باشد تا به دلیل مخالفت با این افزایش، میدان مغناطیسی القایی B' در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملوله A ایجاد شده باشد، در این صورت گزینه (۴) درست است. زیرا با حرکت سیملوله A به سمت راست، دو سیملوله به هم نزدیک شده و شار گذرنده از سیملوله B افزایش می‌یابد.



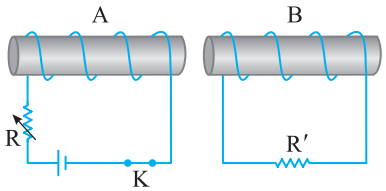
بررسی گزینه‌های دیگر: با قطع کلید K، جریان کاهش می‌یابد در نتیجه و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و B و B' باید هم‌جهت باشند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

با افزایش مقاومت رئوستا، جریان سیملوله A کاهش می‌یابد $(\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R + r})$ و مجدداً برای آنکه شار کم نشود B و B' باید هم‌جهت باشند که چنین نیست و گزینه (۲) نادرست است.

اگر سیملوله B را به سمت راست حرکت دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله B کاهش یافته، شار کاهش می‌یابد بنابراین B و B' باید هم‌جهت باشند و گزینه (۳) نادرست است.

بازی با سوال جهت جریان القایی در R' در هنگام قطع کلید K مانند جهت جریان القایی در هنگام ..... است.

قلم‌چی

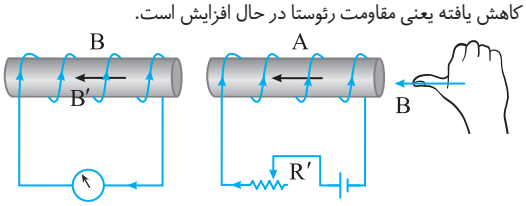


۱) کاهش R
۲) حرکت دادن سیملوله A به طرف راست
۳) حرکت دادن سیملوله B به طرف راست
۴) وصل کلید K

گزینهٔ ۳

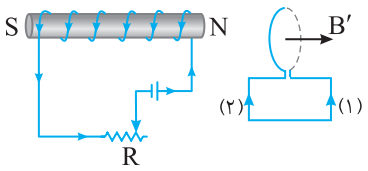
B ۲۰۲۹ ۴

جریان در مدار سمت راست از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی باتری است. میدان مغناطیسی در سیملوله A با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است. با توجه به جریان القایی در سیملوله B، میدان مغناطیسی القایی B' در این سیملوله نیز به سمت چپ است. یعنی میدان مغناطیسی در دو سیملوله هم‌جهت است. بنا به قانون لنز وقتی این حالت به وجود می‌آید که شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله B در حال کاهش باشد در نتیجه میدان مغناطیسی سیملوله A در حال کاهش بوده بنابراین جریان مدار کاهش یافته یعنی مقاومت رئوستا در حال افزایش است.

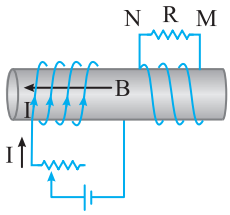


B ۲۰۳۰ ۱

سوی جریان باتری از پایانهٔ مثبت آن است، بنا بر قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی سیملوله از چپ به راست است. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان مدار و به تبع آن شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و در اثر تغییر شار در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا بر قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند، از این‌رو میدان مغناطیسی القایی حلقه (B') نیز از چپ به راست است و جریان القایی در حلقه در جهت (۱) است. از طرفی با کاهش شار در سیملوله، در آن نیز یک نیروی محرکهٔ خود - القاوری به‌وجود می‌آید که آن نیز می‌خواهد با کاهش شار مخالفت کند به همین دلیل این نیروی محرکهٔ خود - القاوری در جهت نیروی محرکهٔ مولد عمل می‌کند.

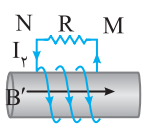


B ۲۰۳۱ ۲



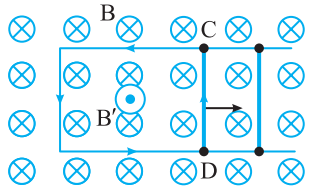
قبل از لغزیدن لغزنده، میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ ثابت بوده و شار مغناطیسی نیز ثابت است و در سیملوله سمت راست جریان القایی به‌وجود نمی‌آید و $I_1 = 0$ است.

وقتی که لغزنده به سمت چپ برده می‌شود مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد، جریان مدار افزایش می‌یابد، در نتیجه میدان مغناطیسی $(\uparrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I\uparrow)$ و شار گذرنده از سیملوله $(\uparrow \Phi = \uparrow BA)$ افزایش می‌یابد. میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ بنا بر قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است. بنا بر قانون لنز باید میدان سیملوله سمت راست به سمت راست باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جریان در مقاومت R از M به N است.



B ۴ ۲۰۳۲

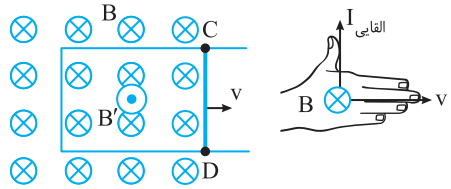
حالت اول: با حرکت سیم CD به سیم راست، مساحت مدار افزایش می‌یابد که سبب افزایش شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار می‌شود و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید و بنا به قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از جریان القایی باید در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند یعنی B' باید برونسو باشد. پس بنا به قاعدهٔ دست راست جریان در مدار پادساعتگرد خواهد بود.



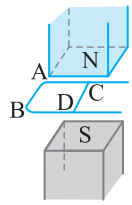
حالت دوم: با حرکت سیم راست به سمت چپ، مساحت مدار کاهش می‌یابد و تمام داستان وارون می‌شود و جریان مدار ساعتگرد خواهد شد.

میانبر برای یافتن جهت جریان در سیم CD می‌توانید از قاعدهٔ دست راست زیر کمک بگیرید.

چهار انگشت باز دست راست در جهت حرکت سیم (v) و کف دست (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی خارجی (B) و انگشت باز شست دست راست سوی جریان القایی (I).



بازی با سؤال **در شکل زیر سیم رسانای CD روی سیم رسانای U شکل به کدام جهت حرکت داده شود تا جهت جریان القایی در سیم AB از B به سوی A باشد؟**



۱) به سمت راست

۲) به سمت چپ

۳) در امتداد سیم به جلو برده شود

۴) در امتداد سیم به عقب کشیده شود

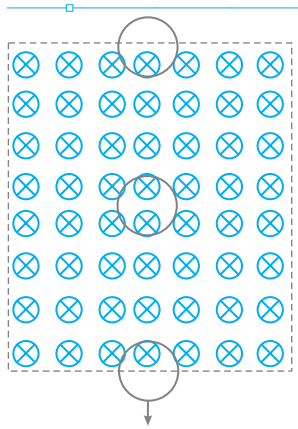
گزینهٔ ۲

B ۱ ۲۰۳۳

در موقعیت (۱) با حرکت حلقه و وارد شدن آن به میدان، شار افزایش می‌یابد و بنابر قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.

در موقعیت (۲) با حرکت حلقه درون میدان تغییری در شار مغناطیسی گذرنده از حلقه حاصل نمی‌شود و جریان القایی صفر است $(I_2=0)$.

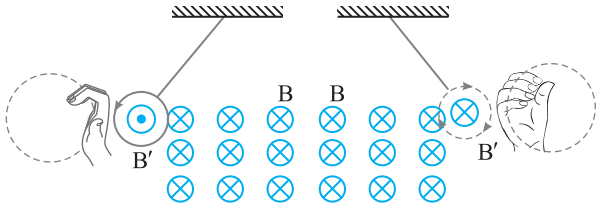
در موقعیت (۳) و خروج حلقه از میدان، کاهش شار رخ می‌دهد و جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی در این حالت ساعتگرد خواهد شد.



B ۳ ۲۰۳۴

هنگام ورود حلقه به میدان شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش می‌یابد و جریان القایی حلقه، میدان مغناطیسی القایی به وجود می‌آورد که با افزایش شار مخالفت می‌کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد و جریان القایی در حلقه بنابر قاعده دست راست باید پادساعتگرد باشد. (شکل (۱))

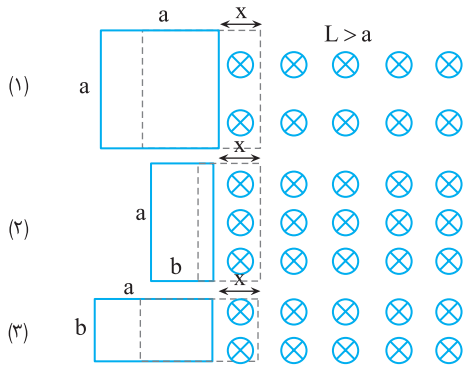
هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، بنابراین میدان مغناطیسی حلقه باید درونسو و هم‌جهت میدان خارجی باشد. از این‌رو جهت جریان بنابر قاعده دست راست باید ساعتگرد باشد. (شکل (۲))



شکل (۲) هنگام خروج شکل (۱) هنگام ورود

B ۴ ۲۰۳۵

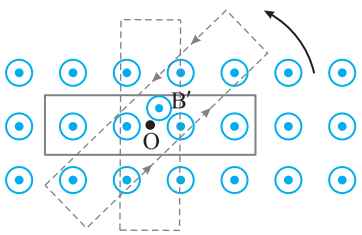
خط فکری تندی قاب‌ها برابر است و در مدت معین t هر سه قاب به‌اندازهٔ x وارد میدان می‌شوند. به شکل زیر به دقت نگاه کنید در یک مدت معین، تغییر سطح درون میدان برای قاب (۱) و (۲) $(\Delta A=a\times x)$ با هم برابر است بنابراین تغییر شار $(\Delta\Phi=B\Delta A)$ یکسان خواهد بود و نیروی محرکهٔ القایی $\varepsilon=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=B\frac{\Delta A}{\Delta t}$ برای قاب (۱) و (۲) یکسان می‌شود.



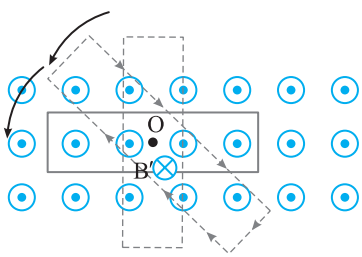
اما تغییر سطح (۳) در مدت t برابر $(\Delta A_3=b\times x)$ است که این تغییر سطح کوچک‌تر از تغییر سطح قاب (۱) و (۲) $(b\times x<a\times x)$ بوده و تغییر شار (۳) $(\Phi=B(\Delta A))$ در مدت t کمتر از دو قاب دیگر است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی برای سه قاب از لحظهٔ ورود تا قرارگیری کامل در میدان خواهد شد: $\varepsilon_1=\varepsilon_2>\varepsilon_3$

B ۳ ۲۰۳۶

به ابعاد قاب و پهنای میدان مغناطیسی دقت کنید. با چرخش قاب تا ۹۰°، بخشی از آن از میدان مغناطیسی خارج می‌شود و شار گذرنده از قاب کاهش می‌یابد. با کاهش شار در قاب جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز این جریان، یک میدان مغناطیسی القایی برونسو همسو با میدان مغناطیسی خارجی B ایجاد می‌کند تا با کاهش شار مخالفت کند. در این‌صورت سوی جریان القایی در قاب پادساعتگرد است.

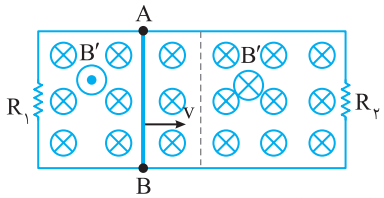


در ادامه چرخش قاب از ۹۰° تا ۱۸۰° بخشی از سطح قاب که از میدان خارج شده بود دوباره وارد میدان می‌شود و سبب افزایش شار گذرنده از قاب شده و جریان القایی این بار به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی قاب درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت سوی جریان القایی ساعتگرد خواهد بود.



B ۱ ۲۰۳۷

با حرکت میلهٔ رسانای AB به سمت راست سطح مدار سمت چپ افزایش و سطح مدار سمت راست کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسی در مدار سمت چپ افزایش و در مدار سمت راست کاهش می‌یابد در این صورت جریان القایی در مدار سمت چپ و در مدار سمت راست به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن به‌ترتیب برونسو و درونسو باشد و با توجه به قاعده دست راست جریان در مدار سمت چپ و سمت راست به‌ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است یعنی در مقاومت R_1 جریان از بالا به پایین و در مدار R_2 نیز جریان از بالا به پایین است.

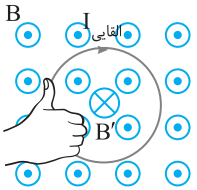


میانبر اگر چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت سرعت به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت داخل صفحه کاغذ (میدان مغناطیسی خارجی درونسو) قرار گیرد در این صورت جریان القایی در سیم متحرک AB از B به‌سوی A می‌رود و در نقطهٔ A به دو شاخه سمت راست و سمت چپ تقسیم می‌شود و در هر دو مقاومت R_1 و R_2 جریان از بالا به پایین خواهد بود.

B ۱ ۲۰۳۸

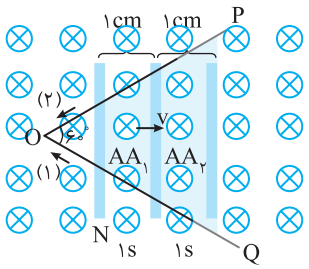
یادآوری با افزایش دمای حلقه و انبساط حلقه، سطح حلقه افزایش می‌یابد.

با افزایش سطح حلقه در اثر افزایش دما، شار گذرنده از سطح حلقه افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌تواند در مدار جریان القایی به‌وجود آید و بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی ساعتگرد است.



C ۲ ۲۰۳۹

فرض کنیم تندی میله $1cm/s$ باشد یعنی در هر ثانیه میله $1cm$ جلو برود. اکنون به شکل نگاه کنید تغییر سطح در $1s$ اول ΔA_1 و در $1s$ دوم ΔA_2 است یعنی $(\Delta A_2 > \Delta A_1)$ آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=B\frac{\Delta A}{\Delta t})$



در حال افزایش بوده و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی در حال افزایش است البته با جدا شدن میله از سیم رسانا POG جریان قطع می‌شود.

با افزایش سطح مدار و افزایش شار، بنا به قانون لنز یک میدان القایی برونسو ایجاد می‌شود که با تغییر شار مخالفت کند از این‌رو جریان القایی پادساعتگرد است.

B ۴ ۲۰۴۰

خط فکری در قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $(\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، با توجه به تعریف شار $\Phi=BA\cos\theta$ به سه طریق شار مغناطیسی می‌تواند تغییر کند.

۱ تغییر میدان مغناطیسی $\Delta\Phi=(\Delta B)A\cos\theta$

۲ تغییر سطح مدار $\Delta\Phi=B(\Delta A)\cos\theta$

۳ تغییر زاویهٔ بین خطوط میدان و بردار عمود بر سطح $\Delta\Phi=BA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$.

در این مسئله تغییر شار به واسطهٔ تغییر مساحت مدار رخ داده است.

نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\overline{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow\overline{\varepsilon}=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{1/35\times(\pi\times9\times10^{-4})}{0/25}$$

$$\Rightarrow\overline{\varepsilon}=4/86\pi\times10^{-3}V=4/86\pi mV$$

با کاهش مساحت حلقه، شار گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده جریان القایی در حلقه به‌وجود می‌آید. بنا به قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. از این‌رو جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد و در مقاومت R از a به سمت b است.

B ۱ ۲۰۴۱

۱ با حرکت MN به سمت چپ، سطح مدار کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش سطح مدار شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد.

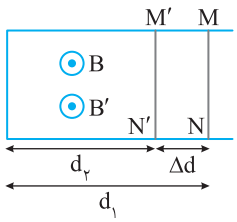
۳ با تغییر شار در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۴ بنا به قانون لنز جهت جریان به گونه‌ای است که با تغییر شار مخالفت کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') نیز باید برونسو باشد.

۵ حال که میدان القایی برونسو است، به کمک قاعدهٔ دست راست برای سیم راست باید جریان در سیم MN از N به سمت M باشد.

۶ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=1}|\overline{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta A=l\Delta d}|\overline{\varepsilon}|=Bl\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

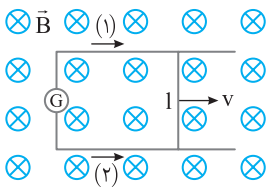


در مبحث حرکت شناسی خوانده‌اید که $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ برابر تندی است از این‌رو:

$$|\overline{\varepsilon}|=Blv^*\Rightarrow0/15=0/12\times0/25\times v$$

$$\Rightarrow v=5m/s$$

بازی با سؤال در شکل زیر میدان مغناطیسی ۰/۰۵ تسلا، سطح قاب عمود بر میدان است و ضلع l به‌طول ۴۰cm با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در جهت نشان داده شده در حرکت است. نیروی محرکهٔ القایی چند ولت و جریان القایی در کدام جهت است؟ ریاضی - ۸۷



۱) ۱/۲، (۱)

۲) ۱/۲، (۲)

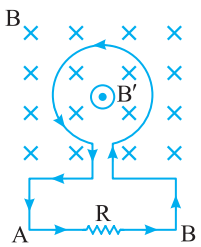
۳) ۰/۴، (۱)

۴) ۰/۴، (۲)

گزینهٔ ۴

B ۱ ۲۰۴۲

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیس فاراده $(\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در دو لحظهٔ داده شده، شار با توجه به معادلهٔ شار - زمان $\Phi=(5t^2+6t)\times10^{-3}$ مشخص است که با گذشت زمان و افزایش t، شار در حال افزایش است. میدان مغناطیسی B درونسوست در نتیجه بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند از این رو بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی حلقه پادساعتگرد و در مقاومت R از A به B است.



برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی متوسط، ابتدا شار مغناطیسی در $t=0$ و $t=2s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$t=0\Rightarrow\Phi_1=0\ ,\ t=2s\Rightarrow\Phi_2=(5\times2^2+6\times2)\times10^{-3}=32\times10^{-3}Wb$$

بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

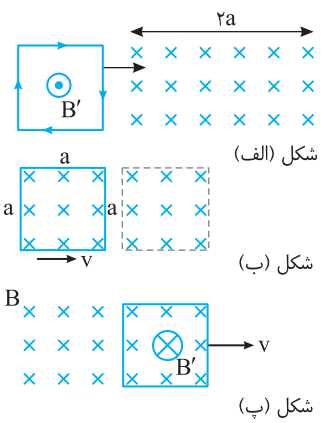
$$|\overline{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{32\times10^{-3}}{2}=16\times10^{-3}V=16mV$$

* این رابطه در کتاب درسی تجربی نیست اما با ترکیب حرکت‌شناسی و القای الکترومغناطیسی به‌دست می‌آید.

B ۲۰۴۳ ۱

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست عبارت درون پرانتز در آخر مسئله است که با توجه به آن اگر جریان درون حلقه فلزی در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) باشد، آن جریان را مثبت در نظر می‌گیریم. نکته بعدی سرعت ثابت حرکت حلقه است که باعث می‌شود آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ در هنگام ورود به میدان مغناطیسی و هنگام خروج از آن ثابت بماند و جریان القایی ثابت باشد یعنی، گزینه (۴) نادرست است.

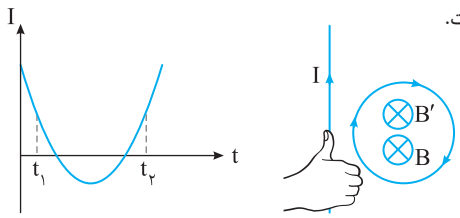
سرعت حلقه فلزی ثابت است بنابراین در مدت ورود قاب به درون میدان مغناطیسی شار مغناطیسی به‌طور یکنواخت در حال افزایش و جریان القایی در آن ثابت است شکل (الف)، اما با ورود کامل قاب به درون میدان و حرکت آن در میدان تغییر شاری وجود ندارد و جریان القایی صفر می‌شود شکل (ب) و گزینهٔ (۳) نادرست است. اما در هنگام خروج قاب از میدان، چون سرعت قاب ثابت است، آهنگ تغییر شار ثابت بوده و جریان القایی ثابتی در خلاف جهت اولیه ایجاد می‌شود. (شکل پ)



دقت کنید که شار مغناطیسی در حال ورود به میدان در حال افزایش است و در قاب یک میدان مغناطیسی القایی برونسو (B') ایجاد می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جهت جریان القایی باید پادساعتگرد و در جهت مثلثاتی بوده بنابراین طبق فرض مسئله جریان مثبت است و هنگام خروج به دلیل کاهش شار یک میدان مغناطیسی القایی درونسو ایجاد شده که طبق قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند. بنابر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جریان ساعتگرد و در خلاف جهت مثبت مثلثاتی و منفی است.

B ۲۰۴۴ ۳

۱ میدان مغناطیسی سیم راست در محل حلقه با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.



۲ با توجه به نمودار جریان I در لحظهٔ t_1 در حال کم شدن است بنابراین میدان مغناطیسی در محل حلقه در حال کاهش بوده و سبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی (B') ناشی از جریان القایی باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حلقه ساعتگرد است.

۳ در لحظهٔ t_2، جریان I در حال افزایش، شار در حال افزایش است، بنابراین باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.

A ۲۰۴۵ ۳

ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد. بنابراین چهار عامل بیان شده در آن مؤثر است.

B ۲۰۴۶ ۳

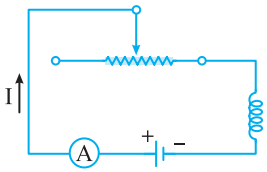
خط فکری ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به عواملی هم‌چون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد و به جریان گذرنده از آن بستگی ندارد.

با توجه به خط‌فکری گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

با حرکت لغزنده به سمت چپ، مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد و با کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد $\left(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}\right)$ و با افزایش جریان، شار مغناطیسی در سیملوله افزایش می‌یابد و این تغییر شار سبب ایجاد یک نیروی محرکهٔ خودالقاوری می‌شود که بنا به قانون لنز با افزایش شار مخالفت می‌کند و مانند این است که جریانی از A به B در خلاف جهت جریان اصلی به‌وجود می‌آورد در این صورت پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A از نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای بیشتر می‌شود و بعد از مدتی اختلاف پتانسیل A و B صفر می‌شود و گزینه (۴) درست است.

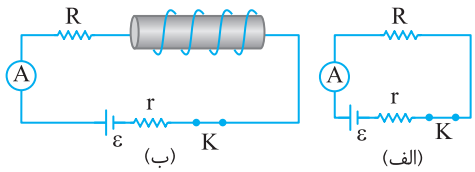
بازی با سوال **در مدار شکل زیر، افزایش مقاومت رئوستا سبب القای نیروی محرکه‌ای در القاگر می‌شود که با نیرو محرکهٔ باتری ..... و این نیرو محرکه ..... است.**

از کتاب درسی



B ۲۰۴۷ ۳

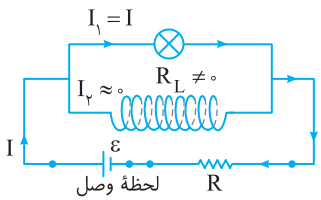
در مدار (الف) با قطع کلید K جریان خیلی سریع صفر می‌شود و t بسیار کوتاه است اما در مدار (ب) با قطع کلید K در القاگر در اثر خودالقاوری نیروی محرکه‌ای ایجاد می‌شود که با تغییر جریان (کاهش جریان) مخالفت می‌کند. بنابراین زمان t' که در آن جریان مدار (ب) به صفر می‌رسد از T در مدار (الف) طولانی‌تر است. $(t<t')$



C ۲۰۴۸ ۳

۱ بلافاصله پس از وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شدتی در مدار ظاهر می‌شود که تمام جریان از لامپ می‌گذرد و لامپ روشن می‌شود.

۲ اما پس از مدتی که جریان مدار ثابت می‌شود، اثر خودالقاوری از بین می‌رود و سیملوله شبیه یک مقاومت معمولی اهمی که با مقاومت لامپ موازی است عمل می‌کند و جریان مدار بین سیملوله و لامپ تقسیم می‌شود و لامپ با نور کمتری روشن می‌ماند.

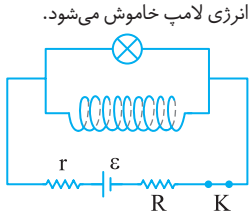


B ۲۰۴۹ ۳

خط فکری مقاومت القاگر صفر است یعنی القاگر در مداری که جریان در آن ثابت است و اثر خودالقاوری ندارد، شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

۱ در مدار زیر القاگر آرمانی است و سبب می‌گردد که لامپ اتصال کوتاه شود و لامپ در این حالت خاموش است.

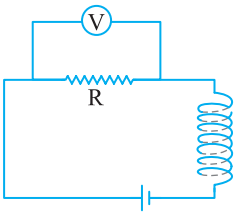
۲ با قطع کلید، جریان مدار می‌خواهد از I به صفر برسد و این تغییر شدید جریان باعث ایجاد جریان خودالقاوری در القاگر شده و این جریان از لامپ گذشته لامپ روشن و به تدریج خاموش می‌شود. در واقع در اثر اتصال القاگر به باتری در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود که با قطع کلید این انرژی در مدار تخلیه شده و از لامپ می‌گذرد و لامپ را روشن می‌کند و با اتمام انرژی لامپ خاموش می‌شود.



C ۲۰۵۰ ۳

یادآوری هرگاه در یک سیملوله هستهٔ آهنی قرار دهیم وجود هستهٔ آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود.

در هنگام ورود هستهٔ آهنی درون سیملوله به‌دلیل افزایش میدان مغناطیسی سیملوله و تغییر شار درون سیملوله، در آن نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند، یعنی اثر خودالقاوری ایجاد شده سبب کاهش جریان می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین در هنگام ورود، جریان مدار کاهش می‌یابد و ولت‌سنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.



$\downarrow V_1 = \downarrow IR$

در هنگام خروج هستهٔ آهنی، شار کاهش می‌یابد و کاهش شار، سبب ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که با کاهش شار مخالفت می‌کند. یعنی یک جریان خودالقاوری به کمک جریان اصلی مدار می‌آید و با افزایش لحظه‌ای جریان مدار، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری نمایش می‌دهد.

$\uparrow V_2 = \uparrow IR$

بنابراین $V_2 > V_1$ است.

B ۲۰۵۱ ۲

خط فکری اگر جریان گذرنده از القاگر در حال افزایش باشد، انرژی در القاگر وارد و ذخیره می‌شود و هنگام کاهش جریان، انرژی القاگر آزاد می‌شود و وقتی جریان پایا باشد انرژی به القاگر آرمانی وارد یا خارج نمی‌شود.

بنابر خط فکری بیان شده گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.

ضریب القاوری به تعداد دور، طول، سطح مقطع القاگر و جنس هسته درون آن بستگی دارد و گزینه (۳) درست است.

اگر سیملوله دارای مقاومت باشد بخشی از انرژی که مولد به القاگر می‌دهد در مقاومت به گرما تبدیل می‌شود و بقیه در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود و گزینه (۴) درست است.

A ۲۰۵۲ ۲

خط فکری ۱ برای آن که در القاگر نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شود باید جریان گذرنده از القاگر در حال تغییر باشد. یعنی اگر جریان ثابت و پایا باشد نیروی محرکهٔ القایی ایجاد نمی‌شود.

۲ از طرفی اگر اندازهٔ جریان در القاگر در حال افزایش باشد به القاگر انرژی وارد می‌شود و اگر اندازه جریان در القاگر در حال کاهش باشد، القاگر انرژی آزاد می‌کند.

در بازهٔ t_1 تا t_2 جریان عبوری از القاگر پایا است پس نیروی محرکه‌ای در القاگر القا نمی‌شود و همچنین به القاگر انرژی وارد نمی‌شود و نیز از آن انرژی خارج نخواهد شد و گزارهٔ (الف) درست است. در بازهٔ t_2 تا t_3 مقدار جریان عبوری از القاگر کاهش می‌یابد پس القاگر انرژی آزاد خواهد کرد و گزارهٔ (ب) درست است. در بازهٔ t_3 تا t_4 مقدار جریان عبوری از القاگر افزایش می‌یابد پس القاگر انرژی ذخیره می‌کند و گزارهٔ (پ) درست است.

A ۲۰۵۳ ۲

مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر با ضریب القاوری L از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$U = \frac{1}{2}LI^2$

جریان سیملوله ۴A و انرژی ذخیره شده در آن ۲۰۰mJ بنابراین ضریب القاوری سیملوله خواهد شد:

$200\times10^{-3} = \frac{1}{2}L\times(4)^2 \Rightarrow L = \frac{0/4}{16} \Rightarrow L = \frac{0/1}{4} \Rightarrow L = 2/5\times10^{-2}H$

A ۲۰۵۴ ۲

ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{100} = 0/06A$

اکنون انرژی ذخیره شده را حساب می‌کنیم.

$U = \frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{L=0/4H} U = \frac{1}{2}\times0/4\times(\frac{6}{100})^2 = \frac{1}{2}\times0/4\times36\times10^{-4}$

$\Rightarrow U = 72\times10^{-5}J = 720\mu J$

A ۲۰۵۵ ۲

ابتدا انرژی را برحسب ژول به‌دست می‌آوریم.

$U = 0/5kWh = 0/5\times10^3 W\times3600s \xrightarrow{\text{وات ثانیه = ژول}} U = 1/8\times10^6 J$

اکنون ضریب القاوری را به‌دست می‌آوریم.

$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 1/8\times10^6 = \frac{1}{2}\times L\times(120)^2 \Rightarrow L = \frac{3/6\times10^6}{120\times120} = \frac{36000}{12\times12} = 250H$

تذکر این اندازه برای ضریب القاوری با توجه به فناوری‌های موجود غیرعملی است و توجیه اقتصادی ندارد.

A ۲۰۵۶ ۴

۱ دو برابر شدن جریان الکتریکی سیملوله باعث می‌شود که میدان مغناطیسی درون سیملوله دو برابر شود.

$B_1 = \mu_0\frac{N}{l}I_1 \xrightarrow{I_2=2I_1} B_2 = 2B_1$

۲ با دو برابر شدن میدان مغناطیسی درون سیملوله شار مغناطیسی گذرنده از آن دو برابر می‌شود.

$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{B_2=2B_1} \Phi_2 = 2\Phi_1$

۳ اما با دو برابر شدن جریان سیملوله انرژی ذخیره شده در آن چهار برابر می‌شود.

$U = \frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{I_2=2I_1} \frac{U_2}{U_1} = (\frac{I_2}{I_1})^2 = 4$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۲۰۵۷ ۴

انرژی ذخیره شده در سیملوله حامل جریان برابر $U = \frac{1}{2}LI^2$ است. از این‌رو:

$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{1}{2}L_AI_A^2}{\frac{1}{2}L_BI_B^2} \Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B}\times(\frac{I_A}{I_B})^2$

$\xrightarrow{L_A=2L_B,\ I_A=2I_B} \frac{U_A}{U_B} = 2\times(2)^2 = 8$

A ۲۰۵۸ ۱

افزایش جریان سبب شده که انرژی ذخیره شده در القاگر ۲۱٪ افزایش یابد یعنی:

$U_2 = U_1 + 0/21U_1 \Rightarrow U_2 = 1/21U_1$

اکنون با توجه به رابطه انرژی القاگر $U = \frac{1}{2}LI^2$ خواهیم داشت:

$\frac{1}{2}LI_2^2 = 1/21(\frac{1}{2}LI_1^2) \Rightarrow I_2 = 1/1I_1$

درصد تغییر جریان خواهد شد:

$\text{درصد تغییر جریان} = \frac{\Delta I}{I_1}\times100 = \frac{I_2-I_1}{I_1}\times100 = \frac{1/1I_1-I_1}{I_1}\times100$

$\Rightarrow \text{درصد تغییر جریان} = 10\%$

بنابراین جریان را باید ۱۰٪ افزایش دهیم.

بازی با سؤال **جریان گذرنده از یک القاگر را چند درصد افزایش دهیم تا انرژی ذخیره شده در آن ۴۴ درصد افزایش یابد؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۱

گزینهٔ ۱

A ۲۰۵۹ ۳

۱ ابتدا جریان را در لحظه $t = 2s$ حساب می‌کنیم.

$I = 5t^2 - 10t + 20 \Rightarrow I = 5\times4 - (10\times2) + 20 \Rightarrow I = 20A$

۲ انرژی سیملوله از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}LI^2$ به‌دست می‌آید:

$U = \frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{L=0/2H} U = \frac{1}{2}\times0/2\times400 = 4J$

۱ ۲۰۶۰ A

خط فکری ۱ بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر وقتی است که جریان القاگر بیشینه باشد.

۲ در یک تابع سینوسی ضریب سینوس مقدار بیشینه تابع است.

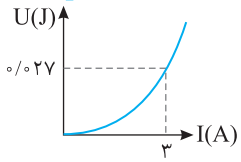
$$y=a\sin x \Rightarrow y_{max}=a$$

با توجه به معادله جریان - زمان $(I=2\sin 250\pi t)$ بیشینه مقدار جریان $I_m=2A$ است بنابراین بیشینه مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر خواهد شد.

$$U_m=\frac{1}{2}LI_m^2 \xrightarrow{L=0/2H} U_m=\frac{1}{2}\times 0/2\times(2)^2 \Rightarrow U_m=0/4J$$

۱ ۲۰۶۱ A

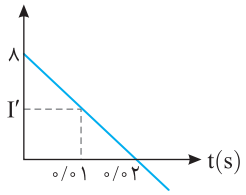
با توجه به نمودار اگر جریان عبوری از سیملوله $I=3A$ باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=0/027J$ است. حال با توجه به رابطهٔ انرژی در سیملوله می‌توان نوشت:



$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/027=\frac{1}{2}\times L\times(3)^2 \Rightarrow L=0/006H=6mH$$

۲ ۲۰۶۲ B

خط فکری باید از روی نمودار $I-t$، جریان در لحظهٔ $t=0$ و $t=0/1s$ را به‌دست بیاورید سپس به کمک جریان‌های به‌دست آمده، انرژی القاگر را حساب کنید و درصد تغییر آن را مشخص کنید.



۱ در لحظهٔ $t=0$ جریان القاگر $8A$ است.

۲ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=0$ خواهد شد.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U_1=\frac{1}{2}L(8)^2$$
$$\Rightarrow U_1=32L$$

۳ برای به‌دست آوردن جریان در لحظهٔ $t=0/1s$ می‌توانید معادله خط را بنویسید اما روش ساده‌تر استفاده از تشابه است.

$$\frac{I'}{8}=\frac{0/1}{0/2} \Rightarrow I'=4A$$

۴ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=0/1s$ را حساب می‌کنیم.

$$U_2=\frac{1}{2}L(4)^2 \Rightarrow U_2=8L$$

۵ درصد تغییرات انرژی برابر است با:

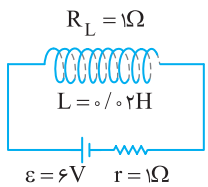
$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_1}\times 100=\frac{U_2-U_1}{U_1}\times 100=\frac{8L-32L}{32L}\times 100=\frac{-24L}{32L}\times 100$$
$$=-\frac{3}{4}\times 100=-75\% \text{ درصد تغییرات انرژی}$$

بنابراین انرژی ۷۵٪ کاهش می‌یابد.

۱ ۲۰۶۳ A

خط فکری القاگر در یک مدار قرار دارد بنابراین شما اول باید جریان مدار یعنی جریان گذرنده از القاگر را حساب کنید، البته منظور از بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر در این مدار مقدار انرژیی است که پس از برقراری کامل جریان در القاگر ذخیره می‌شود.

۱ جریان مدار برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{6}{1+1} \Rightarrow I=3A$$

۲ انرژی ذخیره شده در القاگر خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 0/2\times 3^2 \Rightarrow U=0/9J$$

۳ ۲۰۶۴ B

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{1L}=\frac{5\times 20}{5+20}=4\Omega \quad , \quad R_{eq}=R_{1L}+R_2=4+3=7\Omega$$

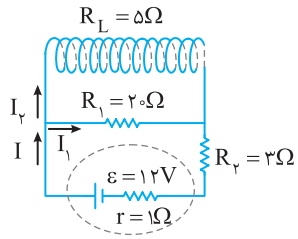
۲ جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{12}{7+1}=1/5A$$

۳ جریان به دو شاخه تقسیم می‌شود و جریان I_2 از القاگر می‌گذرد. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. از این‌رو:

$$R_L I_2=R_1 I_1 \Rightarrow 5\times I_2=20 I_1 \Rightarrow I_1=\frac{1}{4}I_2$$

$$I_2+I_1=I \Rightarrow I_2+\frac{1}{4}I_2=I \Rightarrow \frac{5}{4}I_2=1/5 \Rightarrow I_2=1/2A$$



۴ جریان القاگر را داریم پس انرژی ذخیره شده در میدان سیملوله خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 0/2\times(1/2)^2 \Rightarrow U=0/144J \Rightarrow U=144mJ$$

۳ ۲۰۶۵ B

خط فکری باید ابتدا جریان مقاومت‌ها را بررسی کنید و رابطه‌ای بین جریان سیملوله (۱) و جریان سیملوله (۲) پیدا کنید تا بتوانید نسبت انرژی آن‌ها را به‌دست آورید.

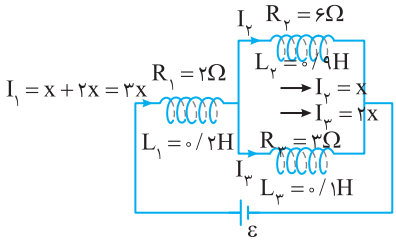
یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.

۱ اگر جریان مقاومت $R_2=6\Omega$ را $I_2=x$ فرض کنیم، جریان مقاومت $R_3=3\Omega$ که با آن موازی است $I_3=2x$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد:

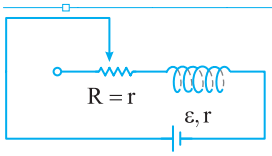
$$I_1=I_2+I_3 \Rightarrow I_1=x+2x \Rightarrow I_1=3x$$

۲ اکنون می‌توانیم نسبت $\frac{U_1}{U_2}$ را حساب کنیم:

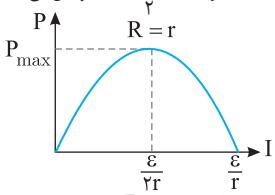
$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\frac{1}{2}L_1I_1^2}{\frac{1}{2}L_2I_2^2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{0/2\times(3x)^2}{0/9\times(x)^2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{0/2\times 9}{0/9\times 1}=2$$



۳ ۲۰۶۶ B



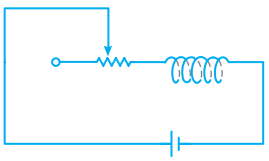
۱ اگر لغزنده به سمت راست حرکت کند، مقاومت خارجی کاهش یافته پس با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ با کاهش R، جریان خروجی افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=\frac{1}{2}LI^2$ افزایش می‌یابد.



یادآوری برای بررسی توان خروجی باتری باید از نمودار $P=\varepsilon I-rI^2$ استفاده کنیم. نمودار $P-I$ یک سهمی است که در رأس آن مقاومت خارجی مدار با مقاومت داخلی باتری برابر است $(R=r)$. با توجه به نمودار هرگاه مقاومت R را تغییر دهیم و این مقدار مقاومت به مقاومت درونی نزدیک شود، توان خروجی افزایش می‌یابد اما اگر با تغییر مقاومت R، مقدار این مقاومت از مقاومت درونی دور شود، توان خروجی کاهش می‌یابد.

۲ در لحظهٔ نشان داده شده روی شکل مقاومت خارجی مدار (R) با مقاومت درونی باتری برابر است یعنی توان مصرفی بیشینه است و هرگونه تغییر در مقاومت سبب کاهش توان خروجی می‌شود.

بازی با سؤال **شکل زیر مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر و یک رئوستا می‌باشد. کدام گزینه در مورد این مدار درست است؟**



۱) با حرکت لغزنده به سمت راست انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.
۲) با حرکت لغزنده به سمت چپ انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.
۳) با حرکت لغزنده به هر سمتی انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.
۴) با حرکت لغزنده انرژی ذخیره شده در سیملوله تغییری نمی‌کند.

گزینهٔ ۱

B ۲۰۶۷ ۱

۱ ابتدا باید به کمک انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان مدار را به‌دست بیاوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/4=\frac{1}{2}\times 0/05\times I^2 \Rightarrow I^2=16 \Rightarrow I=4A$$

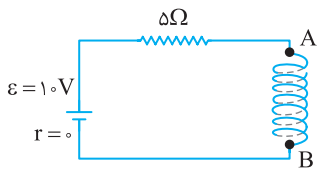
۲ با داشتن جریان سیملوله می‌توان میدان مغناطیسی آن را حساب کرد.

$$B=\mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow B=12\times 10^{-7}\times \frac{100}{0/08}\times 4 \Rightarrow B=6\times 10^{-3}T=60G$$

C ۲۰۶۸ ۲

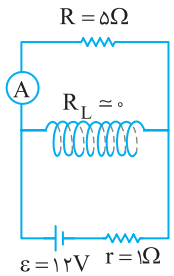
در لحظه وصل کلید اثر خودالقاوری در القاگر با چنان شدتی ظاهر می‌شود که بلافاصله پس از وصل کلید، جریان مدار تقریباً صفر است.

در این حالت از مقاومت 5Ω جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت صفر است و مانند این است که در لحظهٔ وصل دو سر القاگر مستقیم به دو سر باتری وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن $10V$ است.



B ۲۰۶۹ ۱

در لحظهٔ وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شدتی در القاگر به‌وجود می‌آید که جریان عبوری از القاگر در لحظهٔ وصل صفر و تمام جریان از مقاومت $R=5\Omega$ می‌گذرد که این جریان برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I_1=\frac{12}{5+1}=2A$

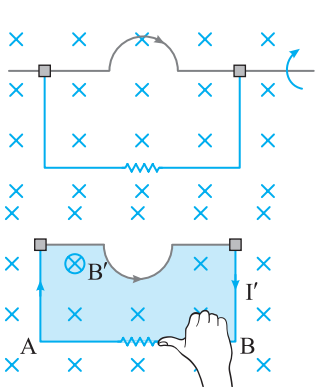


اما پس از مدتی که می‌گذرد جریان باتری ثابت می‌شود و اثر خودالقاوری که ناشی از تغییرات جریان بود از بین می‌رود. در این حالت القاگر شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند، این بار جریانی از مقاومت 5Ω نمی‌گذرد و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد $(I_2=0)$ بنابراین $|I_2-I_1|=|0-2|=2A$ می‌شود.

پنجره دوجداره

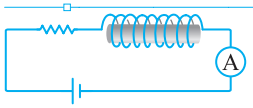
A ۲۰۷۰ ۲

وقتی نیم‌حلقه را 180° می‌چرخانیم سطح مدار کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد و بنابر قانون القایی الکترومغناطیسی فاراده در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز یک میدان مغناطیسی القایی (B') درونسو ایجاد می‌کند تا با کاهش شار مخالفت کند و جریان القایی بنابر قاعدهٔ دست راست از B به A خواهد بود.



بعد از 180° چرخش نیم حلقه

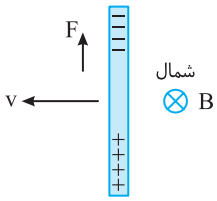
B ۲۰۷۱ ۲



مدار به یک باتری متصل است و جریان مدار ثابت است، بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله و شار مغناطیسی آن ثابت است و تا وقتی که تصمیم به خارج کردن هسته آهنی از سیملوله می‌گیریم خبری از خودالقاوری نیست و جریان در مدار ثابت است. با خروج هستهٔ آهنی، میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و تغییر میدان سبب تغییر شار مغناطیسی و ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که بنابر قانون لنز می‌خواهد با عامل به‌وجود آورنده که کاهش شار است مخالفت کند، بنابراین جریانی القایی در جهت جریان اصلی باتری ایجاد می‌کند و سبب می‌گردد آمپرسنج عدد بزرگ‌تری نشان دهد. اما پس از خروج هستهٔ آهنی همه چیز به حالت اول برمی‌گردد و مجدداً خبری از خودالقاوری نخواهد بود و جریان به حالت اولیه باز می‌گردد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۲۰۷۲ ۴

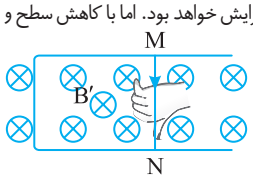
میدان مغناطیسی زمین از جنوب به شمال است. جهت رو به شمال را درونسو فرض می‌کنیم. میلهٔ فلزی دارای الکترون آزاد است. هنگامی که میله را به حرکت درمی‌آوریم، میدان مغناطیسی زمین بر الکترون‌ها نیرو وارد می‌کند. برای آنکه انتهای پایینی، پتانسیل الکتریکی بیشتری داشته باشد، باید در اثر نیروی میدان الکترون‌ها به سمت بالای میله بروند. انگشت شست دست چپ خود را به سمت بالای میله نشانه‌گیری کنید، به گونه‌ای که کف دست شما به سمت صفحهٔ کاغذ یعنی در جهت میدان مغناطیسی (رو به شمال) باشد. در این حالت چهار انگشت شما جهت حرکت میله یعنی سمت چپ (غرب) را نشان می‌دهد.



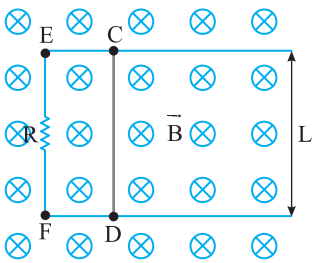
B ۲۰۷۳ ۱

خط فکری وقتی یک جسم از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید تندی آن افزایش می‌یابد.

در اینجا با حرکت تندشوندهٔ میلهٔ رسانای MN، سطح مدار و در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و چون تندی میله در حال افزایش است آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ در حال افزایش است. یعنی جریان القایی هر لحظه در حال افزایش خواهد بود. اما با کاهش سطح و ایجاد جریان القایی، میدان مغناطیسی القایی درونسو خواهد شد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند در این صورت سوی جریان القایی در سیم MN از M به سمت N است.



بازی با سؤال **شکل زیر رسانای U شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه شکل و رو به داخل صفحه است نشان می‌دهد. اگر میله فلزی CD را با سرعت اولیه v_0 به طرف راست پرتاب کنیم جهت جریان القایی در مقاومت R به کدام سمت است و جریان القایی متوسط چگونه تغییر می‌کند؟**



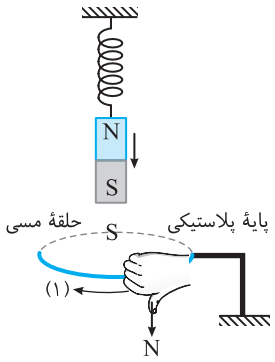
۱) از E به F، ثابت می‌ماند.
۲) از E به F، کاهش می‌یابد.
۳) از F به E، کاهش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند.
۴) از E به F، کاهش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند.

گزینهٔ ۲

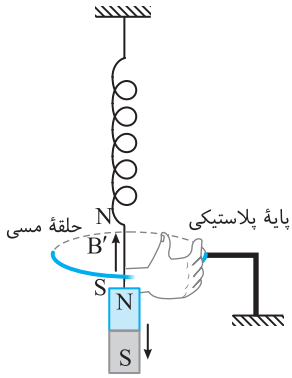
B ۲۰۷۴ ۳

خط فکری دقت کنید که وقتی وزنه رها می‌شود، این وزنه در شرایط معمولی چندین بار بالا و پایین می‌رود تا سرانجام متوقف می‌شود. هنگام رها شدن آهنربا، آهنربا فنر را به پایین می‌کشد و آن قدر آهنربا پایین می‌آید تا متوقف شود سپس در اثر نیروی فنر به سمت بالا برمی‌گردد تا مجدداً سرعت آن صفر شود و تحت تأثیر نیروی وزن به سمت پایین حرکت کند که این حرکت رفت و برگشت به‌طور متناوب اتفاق می‌افتد تا آهنربا متوقف شود.

۱ در ابتـدا با نزدیک شـدن آهنربا به حلقهٔ مسـی، شـار مغناطیسـی گذرنده از حلقـه افزایش می‌یابـد و بنابر قانون القای الکترومغناطیسـی فاراده در حلقه، جریان القایـی به‌وجود می‌آید که بنابـر قانون لنز بـا عامـل به‌وجـود آورنده‌اش کـه حرکت آهنرباسـت مخالفت می‌کند. اما چگونه؟ قسـمت بـالای حلقـه قطـب S میـدان مغناطیسی القایی حلقه می‌شود تا قطب S آهنربـا را دفع کند و بـا پایین آمدن آهنربا مخالفـت کنـد، بنابراین به کمـک قاعدهٔ دست راست جهت جریان القایی در حلقه در سوی (۱) خواهد بود.



۲ پس از رد شدن آهنربا از حلقه، شار مغناطیسـی تا لحظهٔ توقف آهنربا کاهش می‌یابد و جریان القایی حلقه با دور شـدن آهنربا مخالفت می‌کند یعنی قسمت پایین حلقه قطـب S میدان مغناطیسـی القایی (B') حلقه می‌شـود تا بنابـر قانون لنز با دور شدن آهنربا مخالفت کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در سوی (۲) است یعنی تغییر جهت می‌دهد.



۳ پس از توقف و برگشت آهنربا به سمت بالا پدیده‌ها در جهت وارون تکرار می‌شود یعنی ابتدا سـوی جریان در سـوی (۱) بوده و سپس در سـوی (۲) و به‌طور متناوب تکرار می‌شود. البته بعد از چند نوسان به سرعت متوقف می‌شود.

بازی با سؤال **اگر از هر گونه اتلاف انرژی صرف‌نظر کنیم، کدام گزینه در مورد نوسان‌های آهنربا درست است؟**

۱) به مدت طولانی به نوسان خود ادامه می‌دهد.

۲) در تمام مدت طولانی مسیر رفت و برگشت آن ثابت است.

۳) با چند نوسان و کاهش طول مسیر رفت و برگشت به سرعت متوقف می‌شود.

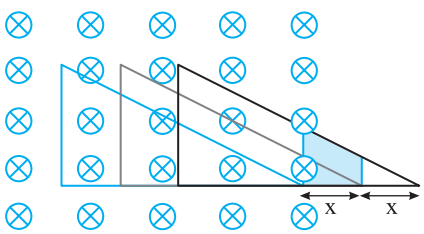
۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۳

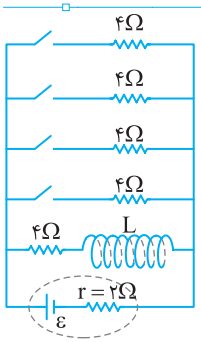
C ۲۰۷۵ ۳

با توجه به شکل اگر تندی مثلث هنگام خارج شدن یکسان باشد و در مدت معین t به اندازهٔ x جلو برود، تغییر سطح با گذشت زمان، افزایش می‌یابد و تغییر شار افزایش می‌یابد (دقت کنید تغییر شار مغناطیسی، نه شار مغناطیسی) بنابراین آهنگ شار در حال افزایش خواهد بـود $(\frac{\Delta\Phi\uparrow}{\Delta t})$ و نیروی محرکهٔ القایی و جریان حاصـل از آن افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرسـت اسـت و اگر حرکت مثلث تندشونده باشد آهنگ تغییر شار با شدت بیشتری رخ می‌دهد و افزایش جریان القایی شدیدتر است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما اگر حرکت مثلث کندشـونده باشـد، ممکن است $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ ثابت بماند و جریان القایی نیز ثابت باشد و گزینهٔ (۳) درست است.



C ۲۰۷۶ ۱



یک سؤال چند مرحله‌ای پیش روی ماست.

حالت اول: ۱ یک مقاومت ۴Ω در مدار است و انرژی ذخیره شـده در سـیملوله برابر ۰/۸J است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} 0/8=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2}\right)^2$$

$$\Rightarrow L\varepsilon^2=57/6 \qquad (I)$$

حالت دوم: ۲ در ایـن حالت اگر جریان مدار را I' فرض کنیم به تعداد کلیدهایی که بسته می‌شود جریان I' بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود یعنی اگر $n-1$ کلید را ببندیم، جریان عبوری هر شاخه از جمله شاخهٔ شامل سیملوله برابر $\frac{I'}{n}$ می‌شود،

بنابراین می‌توان نوشت: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=I'_n\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}$

۳ مقاومت معادل مدار در حالت جدید نیز خواهد شد: $R'_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{4}{n}$

۴ جریان سیملوله در این حالت برابر است با:

$$I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{\frac{4}{n}+2}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{n\varepsilon}{4+2n}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{\varepsilon}{4+2n} \qquad (II)$$

۵ انرژی ذخیره شـده در سـیملوله ۰/۳۵J کاهش یافته یعنی انرژی سیملوله برابر ۰/۸−۰/۳۵=۰/۴۵J می‌شود. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U_2=\frac{1}{2}L(I'_{\text{سیملوله}})^2 \xrightarrow{(II)} 0/45=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2n}\right)^2\Rightarrow 0/45=\frac{1}{2}\frac{L\varepsilon^2}{(4+2n)^2}$$

$$\xrightarrow{(I)} 0/45=\frac{1}{2}\frac{57/6}{(4+2n)^2}\Rightarrow(4+2n)^2=64\Rightarrow 4+2n=8\Rightarrow n=2$$

بنابراین تنها باید یک کلید را ببندیم.

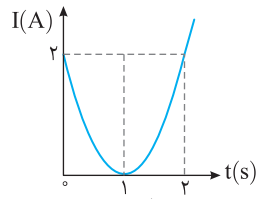
C ۲۰۷۷ ۴

خط فکری ابتدا باید مشـخص کرد کـه در بازهٔ زمانی صفر تـا ۲s جریان در حال کاهـش اسـت یا در حال افزایش. بـرای این منظور باید نمودار جریان بر حسـب زمان را رسم کنید تا متوجه شوید در هر لحظه و یا هر بازهٔ زمانی، تغییرات جریان چگونه است.

یادآوری بـرای یـک تابـع درجـهٔ (۲) $(y=ax^2+bx+c)$ مؤلفهٔ x رأس سـهمی خواهد شد: $x=-\frac{b}{2a}$

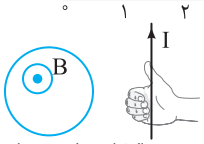
۱ معادلهٔ $I=2t^2-4t+2$ یک تابع درجهٔ (۲) اسـت. نمودار تابع درجهٔ (۲) سهمی است. رأس سهمی را به‌دست می‌آوریم. $t=-\frac{b}{2a}\xrightarrow[a=2]{b=(-4)}t=\frac{4}{2\times2}=1s$

مقدار جریان در رأس سهمی را حساب می‌کنیم. $I=2\times(1)^2-4\times1+2\Rightarrow I=0$



در لحظـهٔ $t=0$، مقـدار جریـان برابـر $I=2A$ اسـت، خـط قائمـی کـه از رأس سـهمی می‌گذرد، محور تقارن سهمی است بنابراین در لحظـهٔ $t=2s$ نیز جریان 2A است در نتیجه نمودار به شکل روبه‌روست.

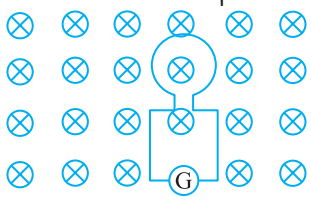
۲ جهت جریان سیم راست در سمت چپ آن بنابر قاعدهٔ دست راست برونسو است.



۳ با توجه به نمودار سهمی $I-t$، جریان سیم راست ابتدا در حال کاهش اسـت، پس شار مغناطیسـی گذرنده از حلقه نیز در حال کاهش است و بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی برونسو و جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است. در بازهٔ 1s تا 2s جریان سـیم راسـت در حال افزایش است و میدان مغناطیسی حاصل از آن و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نیز در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی در حلقه بنابر قانون لنز باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت کند. در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

بازی با سؤال در شکل زیر حلقه در یک میدان مغناطیسی درونسو قرار دارد. اگر شار مغناطیسی حاصل از میدان مغناطیسی با توجه به معادلهٔ $\Phi=(4t^2-8t)\times10^{-2}$ در SI با زمان شروع به تغییر کند، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ $t=0/5s$ تا $t=3s$ چند میلی‌ولت و جهت جریان القایی در مدت $t=0$ تا $t=2s$ کدام است؟

خارج تجربی - ۹۲

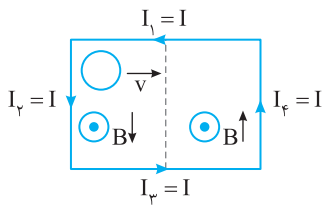


۱) ۶۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۲) ۴۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۳) ۶۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد
۴) ۴۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد

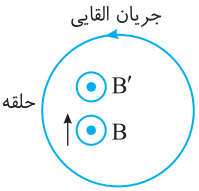
گزینهٔ ۳

۴ ۲۰۷۸ C

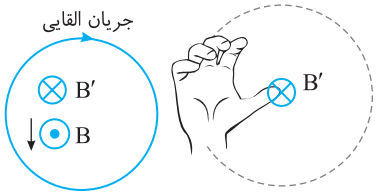
میدان تمام سیم‌ها درون قاب مستطیل شکل برونسو است. با حرکت حلقه به سمت راست ابتدا تا خط چین نشان داده شده در شکل میدان مغناطیسی خالص در حال کاهش و با گذر از خط‌چین و نزدیک شدن به سیم I_4، میدان در حال افزایش است.



بنابراین در ابتدا که میدان در حال کم شدن است، بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه باید برونسو باشد و جریان القایی پادساعتگرد است.

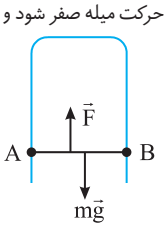


بعد از گذر از خط‌چین و کاهش میدان مغناطیسی، بنا به قانون لنز جهت جریان ساعتگرد خواهد شد.



۳ ۲۰۷۹ C

در لحظهٔ شروع حرکت تنها نیروی مؤثر وارد بر میلهٔ AB نیروی گرانشی است که به آن به‌طور لحظه‌ای شتاب g می‌دهد. با حرکت میله رو به پایین و افزایش سطح مدار و تغییر شار در میلهٔ AB جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا بر قانون لنز این جریان با عامل به‌وجود آورنده‌اش که حرکت میلهٔ AB است مخالفت می‌کند و مانند این است که به میلهٔ AB نیرویی رو به بالا وارد می‌شود. به همین علت شتاب حرکت میله از g کمتر می‌شود و هر چه سرعت میله بیشتر می‌شود، آهنگ تغییر شار بیشتر شده نیروی محرکهٔ القایی بیشتر شده و بنا بر قانون لنز نیرویی که به میله وارد می‌شود بیشتر می‌شود و شتاب حرکت میلهٔ AB کاهش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی گرانش و نیرویی که رو به بالا بر میله از طرف میدان وارد می‌شود برابر شده و شتاب حرکت میله صفر شود و میله با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد.



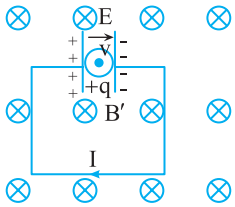
مرحلهٔ اول $F=0 \Rightarrow F_T\neq0 \Rightarrow a=g$

مرحلهٔ دوم $F\neq0 \Rightarrow mg>F \Rightarrow a<g$

مرحلهٔ سوم $F=mg \Rightarrow F_T=0 \Rightarrow a=0$

۳ ۲۰۸۰ C

۱ بار در راستای میدان مغناطیسی پرتاب شده بنابراین از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرویی وارد نمی‌شود.



$$F_B=qvB\sin\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ \atop \sin\theta=0} F_B=0$$

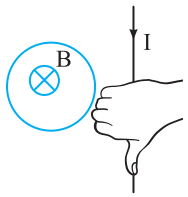
۲ با کاهش میدان در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که خازن را پر می‌کند. جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند.

۳ میدان مغناطیسی القایی B' درونسو شده است بنابراین جریان مدار ساعتگرد و بار مثبت روی صفحه سمت چپ خازن جمع می‌شود و میدان الکتریکی از چپ به راست بوده و نیرویی که این میدان بر بار $+q$ وارد می‌کند به سمت راست خواهد بود.

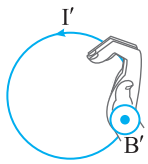
پنجره ۳ روبه‌روی ۴

۲ ۲۰۸۰ B

۱ **به کمک قاعدهٔ** دست راست جهت میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان در محل حلقه مطابق شکل درونسوست.



قرار است که جریان القایی در حلقه پادساعتگرد شود، با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی برونسوست.



بنابراین میدان حاصل از سیم راست و میدان القایی حاصل از جریان القایی حلقه خلاف جهت یکدیگرند. با توجه به قانون لنز که می‌گوید جریان القایی در جهتی است که با عامل تغییر شار مخالفت کند پس باید شار عبوری از حلقه در حال افزایش باشد که B و B' خلاف جهت‌هم‌اند. با افزایش جریان سیم یا نزدیک شدن حلقه به سیم میدان مغناطیسی افزایش یافته و شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد و جریان القایی پادساعتگرد می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نمای ۴۴ و ۴۵

۴ ۲۰۸۰ A

۲ **یادآوری** در شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و خطوط میدان است.

حالت اول: سطح پیچه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان $\theta_1=0$ است:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1 \Rightarrow \Phi_1=100\times10^{-4}\times(40\times10^{-4})=4\times10^{-5}\,Wb$$

حالت دوم: سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 30° می‌سازد پس زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان $\theta_2=60^\circ$ است:

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2 \Rightarrow \Phi_2=100\times10^{-4}\times(40\times10^{-4})\times\cos60^\circ=2\times10^{-5}\,Wb$$

حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکه را حساب می‌کنیم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \overline{\varepsilon}=-100\times\frac{(2\times10^{-5})-(4\times10^{-5})}{10^{-4}}=20\,V$$

نمای ۳۶

بازی با سؤال حلقه‌ای رسانا به مساحت سطح $۲۰۰cm^۲$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۰/۲T$ قرار دارد و با خطوط میدان زاویهٔ ۶۰° می‌سازد. اگر در مدت $۰/۰۲s$ زاویهٔ حلقه با خطوط میدان ۱۵° کاهش یابد و هم‌زمان با آن بزرگی میدان مغناطیسی به گونه‌ای افزایش یابد تا نیرو محرکهٔ القایی در حلقه صفر باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در انتهای این زمان چند برابر حالت اول می‌شود؟

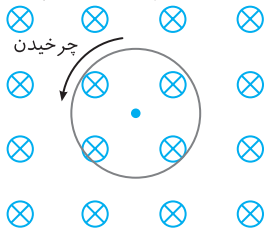
۱) $\sqrt{۶}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$

گزینهٔ ۲

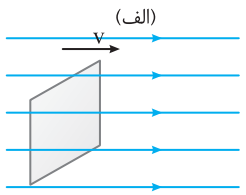
۳ B ۲۰۸۰ ۱

برای ایجاد جریان القایی یا نیرو محرکهٔ القایی در یک حلقه باید شار عبوری از حلقه تغییر کند:

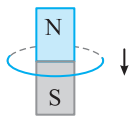
در شکل (الف): با چرخش حلقه همچنان سطح عمود بر خطوط میدان بوده، مساحت سطح حلقه نیز تغییر نمی‌کند و بزرگی میدان مغناطیسی ثابت مانده است، بنابراین شار تغییر نمی‌کند و جریانی در حلقه ایجاد نمی‌شود.



در شکل (ب): با حرکت قاب مستطیل شکل با توجه به اینکه میدان مغناطیسی یکنواخت است پس بزرگی میدان ثابت می‌ماند، همچنین زاویهٔ قاب با خطوط میدان و مساحت سطح قاب ثابت است و شار مغناطیسی در قاب تغییر نمی‌کند و جریانی در قاب القا نمی‌شود.



در شکل (پ): در هنگام عبور حلقه از وسط یک آهنربای میله‌ای شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر نمی‌کند و جریانی در حلقه ایجاد نمی‌شود.



نمای ۴۳ و ۴۴

۴ B ۲۰۸۰ ۴

خط فکری سطح حلقه‌ها بر میدان مغناطیسی عمود است، در حل این مسائل که در آن جهت میدان مغناطیسی ۱۸۰° تغییر می‌کند، ابتدا نیم‌خط عمود بر سطح را در جهت میدان مغناطیسی در نظر می‌گیریم. در این صورت $\theta=۰$ خواهد شد. بعد از آنکه میدان مغناطیسی در خلاف جهت اولیه شد، زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح و بردار میدان مغناطیسی $\theta=۱۸۰^\circ$ می‌شود و با این دانسته‌ها مسئله را حل می‌کنیم. با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|N\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{\Delta t}|=|N\frac{BA\cos\theta_۲-BA\cos\theta_۱}{\Delta t}|$$

$$\xrightarrow[\theta_۲=۱۸۰^\circ]{\theta_۱=۰}|\bar{\varepsilon}|=|۱۰۰۰\times\frac{۰/۰۴\times۵۰\times۱۰^{-۴}\times(-۱)-۰/۰۴\times۵۰\times۱۰^{-۴}}{۰/۰۱}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۴۰V$$

نمای ۳۵

۵ A ۲۰۸۰ ۱

یادآوری انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$ است:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\xrightarrow[I=۸mA=۸\times۱۰^{-۳}A]{L=۵mH=۵\times۱۰^{-۳}H}U=\frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۳}\times(۶۴\times۱۰^{-۶})$$

$$=۱۶۰\times۱۰^{-۹}J=۱/۶\times۱۰^{-۷}J$$

هر $۱J$ برابر $۱۰۰۰mJ$ است، بنابراین

$$U=۱/۶\times۱۰^{-۷}J=۱/۶\times۱۰^{-۴}mJ$$

نمای ۴۹

۶ B ۲۰۸۰ ۲

یادآوری با توجه به قانون القای فاراده، نیرو محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}}\bar{I}=-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\Delta q=\bar{I}\Delta t}\Delta q=\frac{N}{R}|\Delta\Phi|$$

با توجه به بار الکتریکی القایی، تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=\frac{N}{R}|\Delta\Phi|\Rightarrow۸\times۱۰^{-۳}=\frac{۲۵}{۵}\times|\Delta\Phi|$$

$$\Rightarrow|\Delta\Phi|=۱/۶\times۱۰^{-۳}Wb$$

جهت برونسوی میدان را مثبت فرض می‌کنیم و حال با توجه به رابطهٔ شار $(\Phi=BA\cos\theta)$، شار ثانویه را به‌دست می‌آوریم:

$$|\Delta\Phi|=|\Phi_۲-\Phi_۱|\Rightarrow|\Delta\Phi|=|B_۲A-B_۱A|$$

$$\Rightarrow|\Delta\Phi|=۱۰\times۱۰^{-۴}|B_۲-۰/۸|=۱/۶\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow|B_۲-۰/۸|=۱/۶$$

دقت کنید که این معادلهٔ قدرمطلقی دو جواب خواهد داشت:

$$\begin{cases}B_۲-۰/۸=۱/۶\Rightarrow B_۲=۲/۴T\\B_۲-۰/۸=-۱/۶\Rightarrow B_۲=-۰/۸T\end{cases}$$

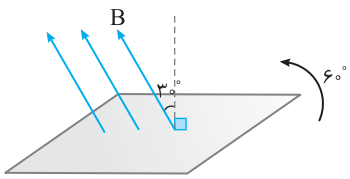
میدان مغناطیسی ۲/۴ تسلا در گزینه‌ها وجود ندارد، بنابراین پاسخ $۰/۸T$ است که با توجه به علامت منفی جهت آن با جهت $B_۱$ مخالف بوده و درونسو است.

نمای ۴۱

۷ B ۲۰۸۰ ۱

۱ **با توجه** به شکل، نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ ۳۰° ساخته است بنابراین شار مغناطیسی در حالت اول خواهد شد:

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱\Rightarrow\Phi_۱=BA\cos۳۰^\circ\Rightarrow\Phi_۱=BA\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

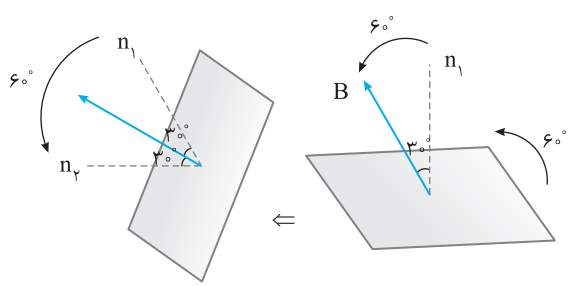


نکته اگر سطح یک قاب (پیچه) α درجه بچرخد، نیم خط عمود بر سطح قاب (پیچه) نیز α درجه در همان جهت می‌چرخد.

۲ سطح قاب ۶۰° پادساعتگرد چرخیده بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح قاب نیز ۶۰° می‌چرخد، با توجه به شکل‌های زیر با چرخیدن ۶۰° نیم‌خط عمود بر سطح، زاویه‌ای که میدان با نیم‌خط عمود می‌سازد همچنان ۳۰° است:

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲\Rightarrow\Phi_۲=BA\cos۳۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=BA\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

بنابراین $\Phi_۱=\Phi_۲$ است.



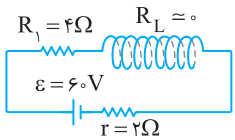
نمای ۳۳

B ۲۰۸۰ **۳**

۸ **حالت اول:** مقاومت متغیر 4Ω بوده و با توجه به ناچیز بودن مقاومت سیملوله، جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow I_1=\frac{60}{4+2}=10A$$

انرژی ذخیره شده در سیملوله در این حالت برابر است با:



$$U_1=\frac{1}{2}LI_1^2\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\times 80\times 10^{-3}\times 100=4J$$

نکته با تغییر جریان عبوری از سیملوله ضریب القاوری سیملوله تغییر نمی‌کند.

حالت دوم: مقاومت متغیر مدار 8Ω شده است و جریان مدار خواهد شد:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\Rightarrow I_2=\frac{60}{8+2}=6A$$

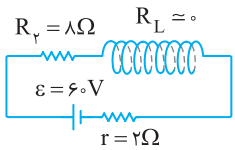
انرژی ذخیره شده در سیملوله در این حالت برابر است با:

$$U_2=\frac{1}{2}LI_2^2\Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\times 80\times 10^{-3}\times 36=1/44J$$

حال تغییرات انرژی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U=U_2-U_1\Rightarrow \Delta U=1/44-4\Rightarrow \Delta U=-2/56J$$

علامت منفی نشان می‌دهد که سیملوله $2/56J$ انرژی از دست داده یا بهتر است بگوییم $2/56J$ انرژی آزاد کرده است.

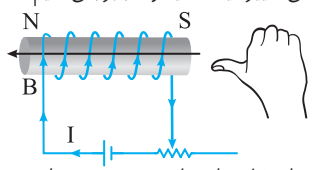


نمای ۵۰

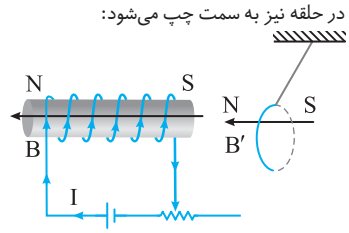
C ۲۰۸۰ **۱**

۹ **خط فکری** حلقه از جنس مس است به همین دلیل جذب میدان مغناطیسی سیملوله حامل جریان نمی‌شود، بنابراین علت جذب حلقهٔ مسی باید تغییر شار و ایجاد جریان القایی باشد به همین دلیل باید چگونگی تغییر میدان سیملوله را بررسی کنیم.

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی در سیملوله و قطب‌های مغناطیسی القایی در آن را به‌دست می‌آوریم:



۲ چون حلقه جذب سیملوله شده پس باید قطب‌های حلقه به صورت زیر باشد و جهت میدان القایی در حلقه نیز به سمت چپ می‌شود:



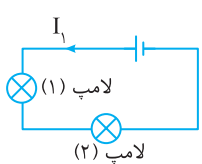
۱ چون B و B' هم‌جهت شده پس با توجه به قانون لنز، با کاهش شار مخالف شده و شار در حال کاهش است. برای کاهش شار باید میدان B داخل سیملوله $(B=\mu_0\frac{N}{l}I)$ در حال کاهش باشد یعنی جریان مدار کاهش یابد که در این صورت $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_S+r}$ باید مقاومت رئوستا افزایش یابد و لغزنده به سمت راست کشیده شود.

میانبر از حلقه شار مغناطیسی ناشی از میدان مغناطیسی سیملوله می‌گذرد، حلقه به سیملوله نزدیک شده است یعنی شار مغناطیسی سیملوله کاهش یافته است و بنا به قانون لنز حلقه خود را به سیملوله نزدیک کرده تا با کاهش مخالفت کند.

نمای ۴۵

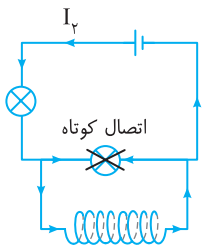
C ۲۰۸۰ **۳**

۱۰ **در لحظهٔ بسته شدن کلید** به علت ایجاد اثر خود القاوری در سیملوله (القاگر) جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع تنها دو لامپ در مدار باقی مانده و روشن می‌شوند.



$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{\text{لامپ }(1)}+R_{\text{لامپ }(2)}}$$

پس از مدتی که از بسته شدن کلید می‌گذرد، اثر خودالقاوری در القاگر از بین رفته و جریان می‌تواند از آن بگذرد و چون سیملوله مقاومت نداشته، پس لامپ (۲) اتصال کوتاه شده و جریان عبوری از آن با گذشت زمان صفر می‌شود و روشنایی آن کم شده تا خاموش شود، اما برای لامپ (۱) چه اتفاقی می‌افتد؟ زود تصمیم نگیرید، در حالت دوم چون لامپ (۲) از مدار خارج شده پس، مقاومت مدار کاهش می‌یابد و جریان مدار افزایش یافته و روشنایی لامپ (۱) افزایش خواهد یافت.



$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{\text{لامپ }(1)}}$$

نمای ۴۸

بازی با سؤال **اگر القاگر مقاومت داشته باشد، روشنایی لامپ‌ها چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) روشنایی لامپ (۱) کاهش یافته، روشنایی لامپ (۲) کاهش یافته و خاموش می‌شود.

۲) روشنایی لامپ (۱) افزایش یافته، روشنایی لامپ (۲) کاهش یافته اما خاموش نمی‌شود.

۳) روشنایی لامپ (۱) افزایش یافته، روشنایی لامپ (۲) کاهش یافته و خاموش می‌شود.

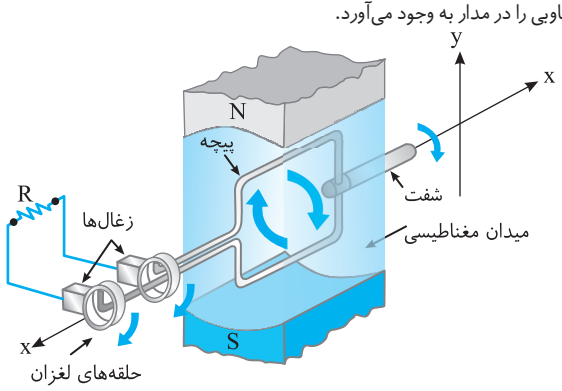
۴) روشنایی لامپ (۱) کاهش یافته، روشنایی لامپ (۲) افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲

پنجره ۵

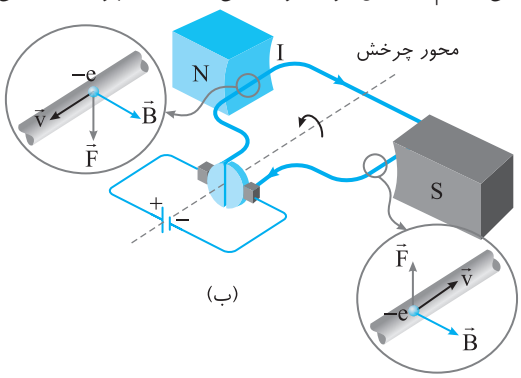
A ۲۰۸۱ **۲**

شکل (الف): اجزای یک مولد (ژنراتور) جریان متناوب را نشان می‌دهد که حرکت مکانیکی از طریق میله گردان، سبب چرخیدن پیچه در میدان مغناطیسی شده و جریان متناوبی را در مدار به وجود می‌آورد.



(رینگ‌ها)

شکل (ب): طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است که به یک مولد متصل است و در حلقهٔ متصل به آن که بین دو قطب آهنربا قرار گرفته، جریان برقرار می‌شود و میدان مغناطیسی به سیم‌های حامل جریان نیرو وارد می‌کنند و باعث چرخیدن حلقه می‌شود.



(ب)

A ۳ ۲۰۸۲

خط فکری معادلهٔ شار - زمان به صورت $\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ است که در آن B میدان مغناطیسی، A مساحت سطح پیچه و T دورهٔ تناوب (یعنی مدت زمان لازم برای یک دور چرخیدن کامل پیچه) است.

با مقایسهٔ معادلهٔ شار - زمان در حالت کلی و معادلهٔ شار - زمان داده شده در سؤال می‌توان دوره و میدان مغناطیسی را به‌دست آورد:

$$\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \Phi = 0/02\cos 50\pi t$$

$$\begin{cases} BA = 0/02 \xrightarrow{A=200\times10^{-4}} B\times200\times10^{-4} = 2\times10^{-2} \Rightarrow B = 1T \\ \frac{2\pi}{T} = 50\pi \Rightarrow T = \frac{2}{50} = 0/04s \end{cases}$$

بنابراین گزاره‌های (الف) و (پ) درست است.

نکته اگر پیچه به طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، پیچه در مدت t ثانیه، به اندازهٔ $\frac{t}{T}$ می‌چرخد:

$$N = \frac{t}{T} \quad \begin{matrix} t = 1min = 60s \\ T = 0/04s \end{matrix} \quad N = \frac{60}{0/04} = \frac{6000}{4} = 1500 \text{ دور}$$

بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

A ۱ ۲۰۸۳

خط فکری جریان القایی یک مولد جریان متناوب از معادلهٔ $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ به‌دست می‌آید. در سؤالاتی که جریان در یک لحظه خواسته شده باید ابتدا، معادلهٔ جریان متناوب را بنویسیم سپس در معادله لحظهٔ مورد نظر را قرار دهیم.

۱ معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[I_{max}=5A]{T=\frac{4}{100}s} I = 5\sin\frac{2\pi}{\frac{4}{100}}t \Rightarrow I = 5\sin 50\pi t$$

۲ در معادلهٔ جریان متناوب $t = \frac{1}{200}s$ را قرار می‌دهیم:

$$I = 5\sin 50\pi\times\frac{1}{200} \Rightarrow I = 5\sin\frac{\pi}{4} \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}} I = 5\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 2/5\sqrt{2}A$$

یادداشت ریاضی در روابط جریان متناوب زاویه بر حسب رادیان به‌دست می‌آید و نسبت‌های مثلثاتی برای زاویه‌هایی که باید حفظ باشیم به صورت زیر است:

زاویه	sin	cos
۰	۰	۱
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	۱	۰
π	۰	-1
$\frac{3\pi}{2}$	-1	۰
2π	۰	۱

بقیه زاویه‌ها را نیز می‌توان با توجه به زاویه‌های بالا به‌دست آورد مثلاً $\frac{11\pi}{4}$ برابر $3\pi - \frac{\pi}{4}$ است که در ربع دوم قرار می‌گیرد، بنابراین:

$$\cos\frac{11\pi}{4} = \cos(3\pi - \frac{\pi}{4}) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\frac{11\pi}{4} = \sin(3\pi - \frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

B ۳ ۲۰۸۴

خط فکری هنگامی که مولد جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد، با توجه به قانون اهم می‌توان از روی معادلهٔ جریان متناوب، معادلهٔ نیرو محرکه را نیز به‌دست آورد:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \varepsilon = RI \xrightarrow{I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t} \varepsilon = RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{max} = RI_{max}} \varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

با داشتن معادلهٔ ولتاژ - زمان می‌توان معادله جریان - زمان را نوشت که در حل این مسئله شما باید معادله $I-t$ را بنویسید.

۱ ابتدا معادلهٔ جریان متناوب را به کمک معادلهٔ اختلاف پتانسیل داده شده می‌نویسیم:

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{V}{R} \xrightarrow[V=100\sqrt{3}\sin 10\pi t]{R=10\Omega} I = \frac{100\sqrt{3}}{10}\sin 10\pi t$$

$$\Rightarrow I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t$$

۲ معادلهٔ جریان متناوب به صورت $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است که با توجه به معادلهٔ بالا باید $\frac{2\pi}{T}$ برابر 10π باشد:

$$\begin{matrix} I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t \\ I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \end{matrix} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0/2s$$

۳ جریان در لحظهٔ $t = \frac{T}{6} = \frac{0/2}{6} = \frac{1}{30}s$ خواسته شده این زمان را در معادلهٔ جریان متناوب قرار می‌دهیم و جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{30}s} I = 10\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow I = 10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow I = 15A$$

B ۳ ۲۰۸۵

۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان متناوب $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ دورهٔ تناوب جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \\ I = 0/2\sin 100\pi t \end{matrix} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = 0/02s$$

۲ در معادلهٔ جریان متناوب، جریان (I) را ۰/۱ آمپر قرار می‌دهیم، زمان (t) را به‌دست می‌آوریم:

$$0/1 = 0/2\sin 100\pi t \Rightarrow \sin 100\pi t = \frac{1}{2} \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}} \sin 100\pi t = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 100\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{600}s$$

یادداشت ریاضی البته این یکی از جواب‌های معادله است، شما در ریاضی با نحوهٔ حل معادلات مثلثاتی آشنا شده‌اید و می‌دانید که:

$$\sin x = \sin\alpha \Rightarrow x = 2k\pi + \alpha \quad \text{یا} \quad (2k+1)\pi - \alpha$$

$$\cos x = \cos\alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

میانبر همواره نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر نسبت $\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$ است و نسبت $\sin\frac{2\pi}{T}t$ برابر $\cos\frac{2\pi}{T}t$ است.

B ۲۰۸۶ ۲

یادآوری اگر مولد یک جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد با توجه به قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$
$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

با توجه به رابطه شار داریم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow\cos(\frac{2\pi}{T}t)=\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$
$$\xrightarrow{\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\frac{1}{2}}\cos\frac{2\pi}{T}t=\frac{1}{2}$$

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی به صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ بنابراین نسبت نیرو محرکهٔ متناوب به بیشینه مقدار خود یعنی $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}$ برابر $\sin\frac{2\pi}{T}t$ است.

$\cos(\frac{2\pi}{T}t)$ برابر $\frac{1}{2}$ شده بنابراین کمان $\frac{2\pi}{T}t$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است و $\sin$ آن، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ خواهد بود یعنی $\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\sin\frac{2\pi}{T}\xrightarrow[\sin\frac{2\pi}{T}t=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\cos\frac{2\pi}{T}t=\frac{1}{2}}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

B ۲۰۸۷ ۲

یادآوری توان مصرفی از رابطهٔ $P=VI=RI^2=\frac{V^2}{R}$ بدست می‌آید که V اختلاف پتانسیل یا همان نیرو محرکه است.

با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ هنگامی توان مصرفی بیشینه است که جریان متناوب بیشینه باشد. مقدار بیشینه جریان در معادله $I=2\sqrt{2}\sin 300t$ برابر $I_m=2\sqrt{2}A$ است

از این‌رو می‌توان نوشت: $P_{max}=RI_{max}^2\Rightarrow 16=R(2\sqrt{2})^2\Rightarrow R=2\Omega$

حال با استفاده از قانون اهم و داشتن معادلهٔ جریان متناوب و مقاومت، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{\varepsilon}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=2\sqrt{2}\sin 300t}$$
$$\varepsilon=2(2\sqrt{2}\sin 300t)\Rightarrow\varepsilon=4\sqrt{2}\sin 300t$$

A ۲۰۸۸ ۲

خط فکری ۱ دورهٔ تناوب: مدت زمانی که طول می‌کشد، پیچه یا آهنربای الکتریکی مولد یک دور کامل بزند.

۲ بسامد: تعداد دور کاملی است که پیچهٔ یا آهنربای الکتریکی مولد در مدت یک ثانیه انجام می‌دهد.

۳ ابتدا با یک نسبت، مدت زمان یک دور کامل که همان دورهٔ تناوب است را به‌دست می‌آوریم:

در هر ثانیه ۵۰ دور می‌چرخد بنابراین: $\begin{array}{c|c}1s & \text{تعداد نوسان}=50\\ T & \text{تعداد نوسان}=1\end{array}\Rightarrow T=\frac{1}{50}s=0/02s$

۴ بسامد برق تعداد دور کاملی است که پیچه یا آهنربای الکتریکی در مدت ۱s می‌زند که با توجه به سؤال آهنربای الکتریکی در مدت ۱s، ۵۰ دور می‌چرخد پس بسامد برق ۵۰ هرتز است.

میانبر ۱ دورهٔ تناوب و بسامد همواره معکوس یکدیگرند: $T=\frac{1}{f}$ (دوره ↗، بسامد ↘)

میانبر ۲ اگر پیچه یا آهنربای الکتریکی در یک مولد جریان متناوب در مدت t ثانیه به اندازه N دور کامل بچرخد، دوره و بسامد مولد برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\qquad f=\frac{N}{t}$$

B ۲۰۸۹ ۲

نکته هر دور، چرخش پیچه معادل 2π رادیان یا 360° است.

۱ پیچه به طور یکنواخت در حال چرخش است در فرض مسئله پیچه در $0/01s$ به اندازهٔ 60° می‌چرخد بنابراین می‌توانیم به کمک یک تناسب مدت زمان یک دور چرخش پیچه را به‌دست آوریم:

$$\begin{array}{c|c}0/01s & 60^\circ\\ \Delta t:\text{مدت زمان یک دور کامل} & 360^\circ\end{array}\Rightarrow\Delta t=\frac{360\times 0/01}{60}=0/06s$$

۲ بسامد برق در واقع تعداد دور پیچه در مدت ۱s است، با توجه به قسمت قبل در مدت $0/06s$ پیچه یک دور کامل می‌زند، حال با استفاده از تناسب، تعداد دور در هر ثانیه (بسامد برق) را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c}0/06s & 1\\ 1s & ?\end{array}\qquad\text{بسامد برق}=\frac{100}{6}=\frac{50}{3}Hz$$

B ۲۰۹۰ ۴

۱ بسامد برق تعداد دوری است که پیچه در هر ثانیه می‌چرخد. مثلاً $40Hz$ یعنی مولد در هر ثانیه ۴۰ دور کامل می‌چرخد، حال به کمک یک تناسب دورهٔ تناوب یعنی مدت زمان یک چرخش کامل را به‌دست می‌آوریم: $T=\frac{1}{40}s$

$$\begin{array}{c|c}1s & 40\text{ دور}\\ T & 1\text{ دور}\end{array}$$

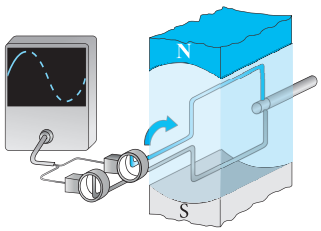
۲ حال معادله شار - زمان مولد را می‌نویسیم:

$$\Phi=BA\cos(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{40}}t\Rightarrow\Phi=BA\cos 80\pi t$$

۳ می‌دانیم در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان است، در لحظهٔ $t=\frac{1}{160}s$ این زاویه را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta=80\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{160}s}\theta=80\pi\times(\frac{1}{160})\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$$

۴ نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان زاویهٔ $90^\circ(\frac{\pi}{2})$ می‌سازد پس سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ صفر درجه خواهد ساخت و شکل قرارگیری پیچه به صورت روبه‌رو است:



B ۲۰۹۱ ۲

خط فکری اگر پیچه به‌طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، تعداد دور پیچه در مدت t برابر $N=\frac{t}{T}$ خواهد بود.

یادآوری با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$
$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

ابتدا با توجه به رابطه $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ دورهٔ هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با استفاده از آن تعداد دورهای هر حلقه را در $20s$ حساب می‌کنیم:

$$\text{حلقه (۱)}\begin{cases}\varepsilon_1=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\\ \varepsilon_1=2\sin 6\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_1}=6\pi\Rightarrow T_1=\frac{1}{3}s$$

$$\text{حلقه (۲)}\begin{cases}\varepsilon_2=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_2}t\\ \varepsilon_2=3\sin 2\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_2}=2\pi\Rightarrow T_2=1s$$

حال با توجه به رابطه‌ای که در خط‌فکری گفته شد تعداد دور چرخش در هر حلقه را حساب می‌کنیم: $N_1=\frac{t}{T_1}\Rightarrow N_1=\frac{۲۰}{\frac{۱}{۳}}=۶۰$ ، $N_۲=\frac{t}{T_۲}\Rightarrow N_۲=\frac{۲۰}{۱}=۲۰$

نسبت تعداد دور چرخش دو قاب به صورت روبه‌رو می‌شود: $\frac{N_۱}{N_۲}=\frac{۶۰}{۲۰}=۳$

B ۲۰۹۲ ۳

خط‌فکری اگر در ابتدا $(t=۰)$ شار عبوری از قاب بیشینه باشد (سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد) با چرخیدن قاب با دورهٔ ثابت (به‌طور یکنواخت) معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t$ بوده و کسینوسی است همچنین معادلهٔ جریان - زمان و نیرو محرکه - زمان به‌ترتیب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ و $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ بوده و سینوسی است.

ابتدا سطح قاب بر میدان عمود است، پس در ابتدا شار عبوری از قاب بیشینه مقدار بوده و معادلهٔ شار - زمان خواهد شد $(\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t)$ در نتیجه نمودار $\Phi-t$ کسینوسی است.

همچنین می‌توان گفت که در مبدأ زمان $t=۰$ ، شار برابر است با:

$$\Phi=BA\cos(\frac{۲\pi}{T}\times ۰)=BA\cos ۰^\circ=BA$$

و نیروی محرکه برابر $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}\times ۰)=\varepsilon_{max}\sin ۰^\circ=۰$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

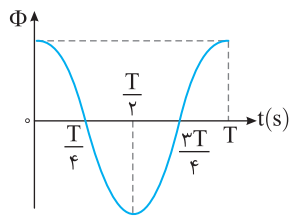
B ۲۰۹۳ ۳

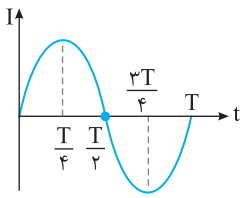
یادآوری معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.

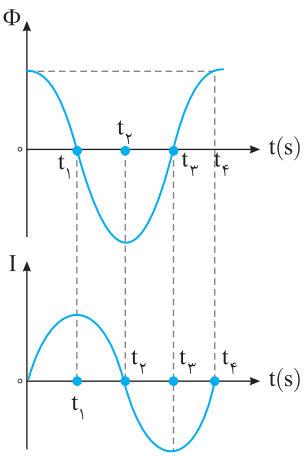
معادلهٔ جریان - زمان به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.

نمودار جریان زمان را رسم کرده و آن را با نمودار شار - زمان مقایسه می‌کنیم و لحظه‌هایی که در آن جریان منفی و مقدار آن بیشینه است را مشخص می‌کنیم.

در لحظهٔ $t_۳$ جریان بیشینه و منفی است.



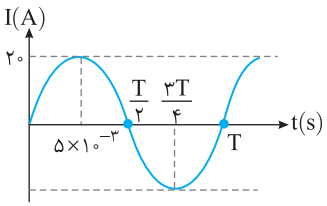




B ۲۰۹۴ ۳

خط‌فکری ابتدا با توجه به نمودار داده شده معادلهٔ جریان برحسب زمان را می‌نویسیم، با استفاده از این معادله می‌توان جریان در تمام لحظات را به‌دست آورد.

با توجه به نمودار می‌توان نوشت: $\frac{T}{۴}=۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow T=۰/۰۲s$



جریان القایی بیشینه برابر $I_{max}=۲۰A$ است، از این‌رو:

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow I=۲۰\sin\frac{۲\pi}{۰/۰۲}t\Rightarrow I=۲۰\sin۱۰۰\pi t$$

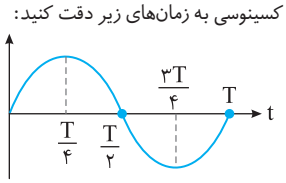
جریان در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳۰۰}s$ خواهد شد:

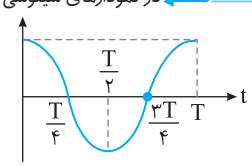
$$I=۲۰\sin۱۰۰\pi t\xrightarrow{t=\frac{۱}{۳۰۰}s}I=۲۰\sin۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۳۰۰}\Rightarrow I=۲۰\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow I=۲۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۱۰\sqrt{۳}A$$

B ۲۰۹۵ ۱

خط‌فکری در نمودارهای سینوسی و کسینوسی به زمان‌های زیر دقت کنید:



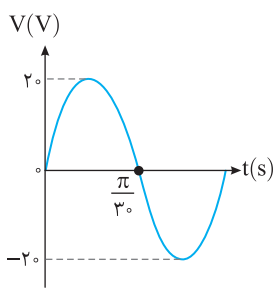


۱ با توجه به نمودار، نصف دوره برابر $\frac{\pi}{۳۰}$ شده است، بنابراین:

$$\frac{T}{۲}=\frac{\pi}{۳۰}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۱۵}s$$

۲ اکنون می‌توانیم معادلهٔ نیروی محرکه را برحسب زمان بنویسیم:

$$\varepsilon=\varepsilon_m\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\varepsilon=۲۰\sin۳۰t$$



۳ به کمک قانون اهم، معادله جریان زمان را به‌دست می‌آوریم:

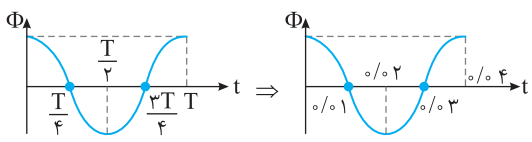
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۵}\sin۳۰t\Rightarrow I=۴\sin۳۰t$$

B ۲۰۹۶ ۴

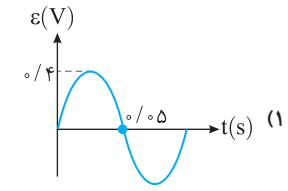
۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان - زمان دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

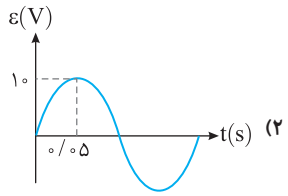
$$I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow۵۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۰۴s\Rightarrow\frac{T}{۲}=۰/۰۲s$$
$$I=I_{max}\sin۵۰\pi t$$

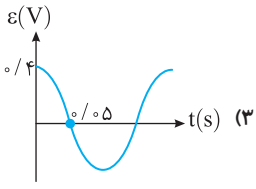
۲ معادلهٔ شار - زمان کسینوسی $(\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t)$ بوده و نمودار آن یک نمودار کسینوسی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است، اما با توجه به $\frac{T}{۲}=۰/۰۲s$ گزینه (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

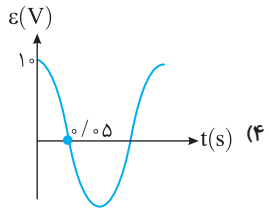


بازی با سؤال معادلهٔ جریان متناوب یک پیچه در SI به‌صورت $I=۲\sin ۱۰\pi t$ است. اگر مقاومت پیچه ۵Ω باشد، نمودار نیرو محرکه برحسب زمان کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

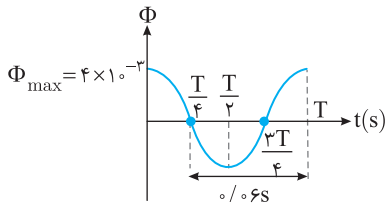
۴) 

گزینهٔ ۲

B ۲۰۹۷ ۲

خط فکری شار عبوری در یک لحظه خواسته شده پس ابتدا با توجه به نمودار $\Phi-t$ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم و سپس در معادلهٔ شار - زمان $t=۰/۰۱s$ را قرار می‌دهیم تا شار عبوری در این لحظه به‌دست آید.

۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم: $\frac{۳T}{۴}=۰/۰۶\Rightarrow T=۰/۰۸s$



۲ حال معادلهٔ $\Phi-t$ را می‌نویسیم:

$$\Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(\frac{۲\pi}{۰/۰۸}\times t)$$

$$\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos ۲۵\pi t$$

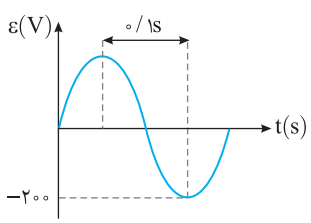
۳ در لحظهٔ $t=۰/۰۱s$ با توجه به معادلهٔ نوشته شده شار مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos ۲۵\pi t \xrightarrow{t=۰/۰۱s} \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(۲۵\pi\times\frac{۱}{۱۰۰})$$

$$\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos\frac{\pi}{۴}\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \Phi=۲\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۳}\,Wb=۲\sqrt{۲}\,mWb$$

بازی با سؤال شکل زیر نمودار تغییرات نیروی محرکهٔ مولد جریان متناوبی را نشان می‌دهد که به دو سر مقاومت اهمی ۴۰۰Ω متصل است. معادلهٔ جریان این رسانا در SI کدام گزینهٔ زیر است؟



۱) $I=۲\sin ۱۰\pi t$

۲) $I=۰/۵\sin ۲۰\pi t$

۳) $I=۲\sin ۲۰\pi t$

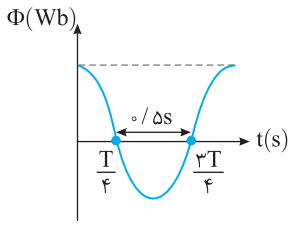
۴) $I=۰/۵\sin ۱۰\pi t$

گزینهٔ ۴

B ۲۰۹۸ ۳

خط فکری در صورت مسئله، جریان القایی متوسط خواسته شده است، بنابراین باید نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب کنید البته قبل از آن باید معادلهٔ شار - زمان را بنویسید و تغییر شار را به‌دست بیاورید.

۱ دورهٔ تناوب را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta t=۰/۵s\Rightarrow\frac{۳T}{۴}-\frac{T}{۴}=۰/۵$$

$$\Rightarrow\frac{T}{۲}=۰/۵\Rightarrow T=۱s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\Phi=۱۰^{-۱}\cos ۲\pi t$$

۳ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$t_۱=۰\Rightarrow\Phi_۱=۱۰^{-۱}Wb$$

$$t_۲=\frac{۱}{۶}s\Rightarrow\Phi_۲=۱۰^{-۱}\cos(۲\pi\times\frac{۱}{۶})\Rightarrow\Phi_۲=\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}Wb$$

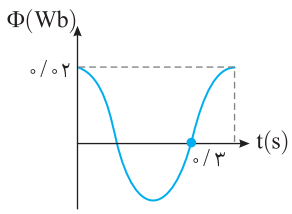
۴ به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده نیروی محرکه القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-۱۰۰\times\frac{(\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}-۱۰^{-۱})}{\frac{۱}{۶}}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=۳۰V$$

۵ جریان القایی متوسط خواهد شد:

$$\overline{I}=\frac{\overline{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\overline{I}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳A$$

بازی با سؤال نمودار شار - زمان یک مولد جریان متناوب شامل ۳۰۰ دور به صورت مقابل است، در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۰/۱۵s$ نیرو محرکهٔ القایی متوسط چند ولت است؟ $(\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲},\sqrt{۲}=۱/۴)$



آزمون مدارس برتر

۱) ۲۸ ۲) ۶۸ ۳) ۴۸ ۴) ۳۸

گزینهٔ ۲

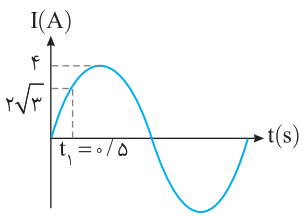
B ۲۰۹۹ ۲

خط فکری بار شارش شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$|\overline{I}|=\frac{|\overline{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow[|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|]{|\overline{I}|=\frac{\Delta q}{\Delta t}}\frac{\Delta q}{\Delta t}=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow\Delta q=|\frac{N}{R}\Delta\Phi|$$

بنابراین ابتدا باید معادلهٔ شار - زمان را به‌دست آوریم تا به کمک آن و رابطهٔ بالا بار شارش شده در بازهٔ خواسته شده را حساب کنیم.

۱ با توجه به نمودار در لحظهٔ $t_۱=\frac{۱}{۲}s$، جریان مولد $۲\sqrt{۳}$ آمپر است و جریان بیشینه برابر ۴ آمپر است از این‌رو معادلهٔ جریان - زمان را نوشته و به کمک داده‌های مسئله دوره را حساب می‌کنیم.



$$I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow[I_{max}=۴A]{t=\frac{۱}{۲}s,\,I=۲\sqrt{۳}A}۲\sqrt{۳}=۴\sin\frac{\pi}{T}$$

$$\Rightarrow\sin\frac{\pi}{T}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\sin\frac{\pi}{T}=\sin\frac{\pi}{۳}\Rightarrow T=۳s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow{\Phi_m=۰/۵Wb}\Phi=۰/۵\cos\frac{۲\pi}{۳}t$$

۳ شار مغناطیسی در لحظهٔ $t_1=\frac{1}{2}s$ و $t_2=\frac{3}{4}s$ را حساب می‌کنیم:

$$t_1=\frac{1}{2}s\Rightarrow\Phi_1=0/5\cos\frac{2\pi}{3}\times\frac{1}{2}\Rightarrow\Phi_1=0/5\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow\Phi_1=0/25Wb$$

$$t_T=\frac{3}{4}s\Rightarrow\Phi_2=0/5\cos\frac{2\pi}{3}\times\frac{3}{4}\Rightarrow\Phi_2=0/5\cos\frac{\pi}{2}\Rightarrow\Phi_2=0$$

۴ تغییر شار مغناطیسی خواهد شد:

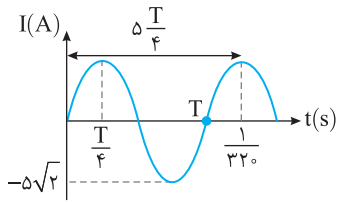
$$|\Delta\Phi|=|\Phi_2-\Phi_1|=|0-0/25|\Rightarrow|\Delta\Phi|=0/25Wb$$

۵ بار شار شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=|\frac{N}{R}\Delta\Phi|\Rightarrow\Delta q=\frac{500}{10}\times0/25\Rightarrow\Delta q=12/5\,C$$

۳ ۲۱۰۰ A

۱ با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم: $\frac{5T}{4}=\frac{1}{320}\Rightarrow T=\frac{1}{400}s$



۲ معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{\frac{1}{400}}t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin800\pi t$$

۳ حال با توجه به معادلهٔ جریان متناوب، جریان در $t=\frac{1}{3200}s$ را حساب می‌کنیم:

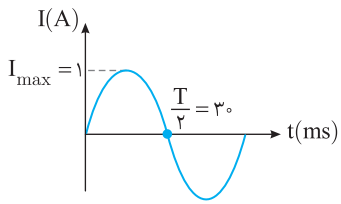
$$I=5\sqrt{2}\sin800\pi t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin800\pi\times\frac{1}{3200}$$

$$I=5\sqrt{2}\sin\frac{800\pi}{3200}=5\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5A$$

۱ ۲۱۰۱ B

یادآوری توان مصرفی مقاومت از رابطهٔ $P=RI^2=\frac{V^2}{R}=VI$ به‌دست می‌آید.

خط فکری ابتدا معادلهٔ جریان را می‌نویسیم تا بتوانیم به کمک آن جریان در لحظهٔ $t=10ms$ را حساب کنیم، سپس با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:



۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{2}=30ms\Rightarrow T=60ms\Rightarrow T=0/06s$$

۲ معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=1\sin\frac{2\pi}{0/06}t\Rightarrow I=\sin\frac{100\pi}{3}t$$

۳ جریان در لحظهٔ $t=10ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I=\sin\frac{100\pi}{3}t\xrightarrow{t=10ms=10^{-2}s}I=\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow I=\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

۴ توان مصرفی برابر است:

$$P=RI^2\Rightarrow P=10\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2\Rightarrow P=\frac{30}{4}=7/5W$$

روش دوم: می‌توانستیم برای به‌دست آوردن جریان، به‌جای معادله نوشتن از این روش استفاده کنیم که با توجه به نمودار $\frac{T}{2}$ برابر $30ms$ است پس $\frac{1}{3}$ که $10ms$ است برابر $\frac{T}{6}$ خواهد بود:

$$I=1\sin\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow{t=\frac{T}{6}}I=\sin\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{6}\Rightarrow I=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

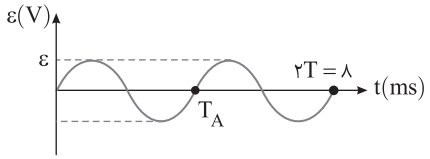
و ادامهٔ حل ...

۱ ۲۱۰۲ C

بررسی حلقهٔ A: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ A، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$2T_A=8\times10^{-3}s\Rightarrow T_A=4\times10^{-3}s$$

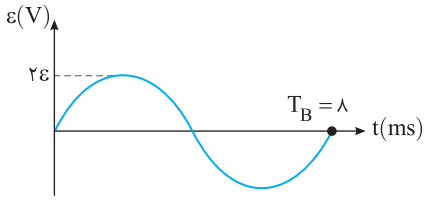
$$\varepsilon_A=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_A}t\Rightarrow\varepsilon_A=\varepsilon\sin500\pi t$$



حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=1ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_A=\frac{\varepsilon_A}{R}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin500\pi t\xrightarrow{t=1ms=10^{-3}s}I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{2}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}$$

بررسی حلقهٔ B: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ B، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:



$$T_B=8ms=8\times10^{-3}s$$

$$\varepsilon_B=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_B}t\Rightarrow\varepsilon_B=2\varepsilon\sin\frac{2\pi}{8\times10^{-3}}t\Rightarrow\varepsilon_B=2\varepsilon\sin250\pi t$$

حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=1ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_B=\frac{\varepsilon_B}{R}\Rightarrow I_B=\frac{2\varepsilon}{R}\sin250\pi t\xrightarrow{t=1ms=10^{-3}s}I_B=\frac{2\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{4}$$

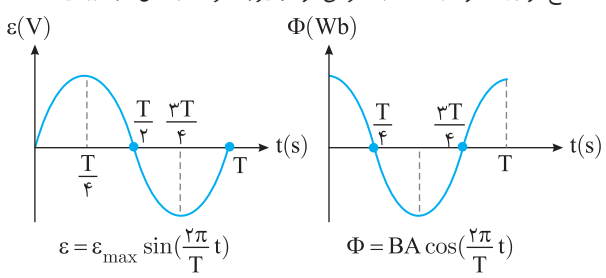
$$\Rightarrow I_B=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2\varepsilon}{R}=\sqrt{2}\frac{\varepsilon}{R}$$

نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ خواسته شده است، بنابراین:

$$\frac{I_A}{I_B}=\frac{\frac{\varepsilon}{R}}{\sqrt{2}\frac{\varepsilon}{R}}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

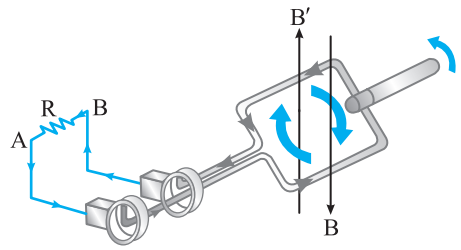
۱ ۲۱۰۳ A

با توجه به نمودارهای $\Phi-t$ و $\varepsilon-t$ زمانی که شار عبوری بیشینه است نیرو محرکه صفر و زمانی که نیرو محرکه بیشینه است شار صفر خواهد بود، می‌دانیم شار زمانی بیشینه است که سطح بر خطوط عمود باشد، در شکل (الف) شار بیشینه است و زمانی که سطح موازی خطوط باشد شار صفر می‌شود و نیرو محرکه در شکل (ب) بیشینه است.

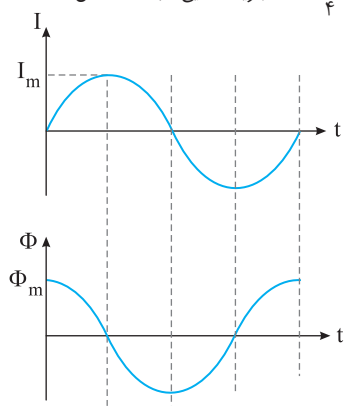


C ۲۱۰۴ ۲

در لحظه نشان داده شده با چرخش حلقه شار عبوری از حلقه در حال افزایش است، در واقع حلقه در حال چرخیدن به سمتی است که شار عبوری از آن بیشینه شود، پس طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی خلاف جهت میدان آهنربا القا شود که با افزایش شار مخالفت کند و با قاعدهٔ دست راست و مشخص بودن جهت میدان القایی، جهت جریان القایی عبوری از مقاومت به‌دست می‌آید. انگشت باز شست دست راست در جهت میدان القایی و رو به بالاست، بنابراین جهت چرخش چهار انگشت جهت جریان را پادساعتگرد نشان می‌دهد.



با توجه به نمودارهای شار - زمان و جریان - زمان هرگاه شار مغناطیسی در حال افزایش باشد ($\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ و $\frac{3T}{4}$ تا T) جریان القایی در حال کاهش است.



B ۲۱۰۵ ۴

معادلهٔ شار - زمان کسینوسی و معادله جریان - زمان سینوسی است پس نمودار هر دو را کشیده و رفتار جریان هنگامی که شار $-Φ_{max}$ به صفر می‌رسد را بررسی می‌کنیم.

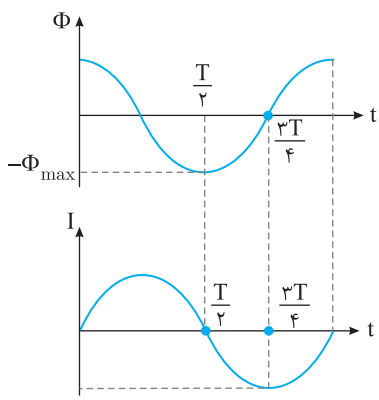
به نمودارها دقت کنید در لحظهٔ $t=\frac{T}{2}$ ، شار بیشینهٔ منفی است و در آن لحظه جریان القایی صفر است و در لحظهٔ $t=\frac{3T}{4}$ شار صفر می‌شود و جریان القایی بیشینهٔ منفی است بنابراین:

از $-Φ_{max}$ $\xrightarrow{\text{شار مغناطیسی}}$ به صفر می‌رسد

از $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$

از صفر به $-I_{max}$ $\xrightarrow{\text{جریان القایی}}$ می‌رسد

و گزینهٔ (۴) درست است.



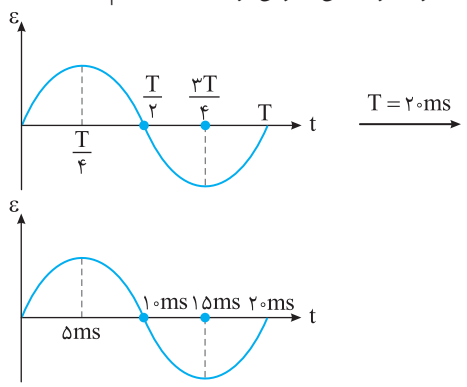
B ۲۱۰۶ ۲

یادآوری دوره تناوب، مدت زمانی است که پیچه یک دور کامل می‌زند. با توجه به صورت مسئله پیچه در هر دقیقه، ۳۰۰۰ دور می‌چرخد بنابراین با تناسب، دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

$t=1\,min=60\,s$	تعداد دور $=3000$
T	1

$$T=\frac{60}{3000}=\frac{1}{50}\,s=0/02\,s=20\,ms$$

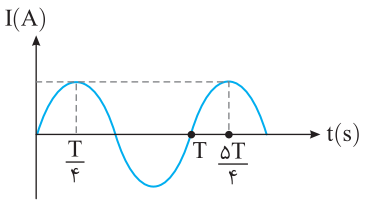
حال نمودار $\varepsilon-t$ که معادلهٔ آن به‌صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ را رسم می‌کنیم تا زمان‌هایی که نیرو محرکه القایی صفر می‌شود را به‌دست آوریم.



بنابراین در لحظه‌های داده شده تنها در لحظهٔ $t=10\,ms$ نیرو محرکه صفر می‌شود.

B ۲۱۰۷ ۴

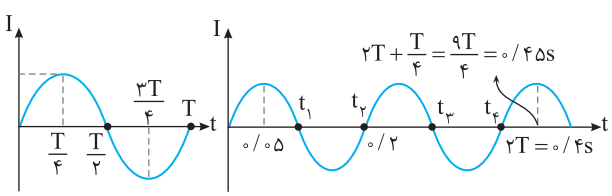
در لحظهٔ $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $Φ=Φ_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ خواهد بود و معادلهٔ جریان - زمان این مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد شد:



با توجه به شکل بالا در لحظهٔ $\frac{5T}{4}$ برای دومین بار جریان بیشینه و مثبت می‌شود.

C ۲۱۰۸ ۳

در $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $Φ=Φ_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ بوده و معادلهٔ جریان - زمان مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد بود (البته نمودار را با توجه به سؤال تا لحظه $t=0/45$ کشیدیم.)



مطابق شکل بالا در لحظه‌های t_1 ، t_2 ، t_3 و t_4 جریان مولد تغییر جهت داده و در واقع جریان مثبت به منفی و یا جریان منفی به مثبت تبدیل شده است.

B ۳ ۲۱۰۹

بـرای انتقـال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جایی کـه امکان دارد باید از جریان‌های کم و ولتاژهای بالا استفاده کرد و گزارهٔ (الف) نادرست است.

در مولدهای صنعتی به دلیل سنگین بودن پیچه‌ها، آهنربای الکتریکی می‌چرخد و پیچه‌ها ساکن هستند و گزاره (ب) درست است.

مزیت توزیع توان ac (جریان متناوب) بر جریان dc (جریان مسـتقیم) افزایش و کاهش آسان‌تر ولتاژ ac است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

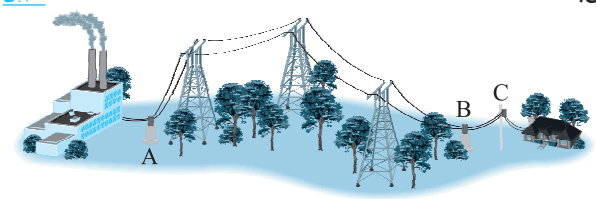
رایج‌ترین روش برای تولید جریان، استفاده از مولدهای جریان متناوب است که براساس تغییر زاویهٔ θ کار می‌کنند و گزاره (ت) درست است.

B ۳ ۲۱۱۰

مبدل بین V_a و V_b افزاینده است از این رو باید $V_b > V_a$ باشد و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرسـت است، همچنین در انتهای مسیر باید از مبدل‌های کاهنده استفاده شود بنابراین مبدل بین V_c و V_d کاهنده اسـت در این صورت باید $V_d < V_c$ باشد و گزینهٔ (۲) نیز نادرست است و در گزینه (۳) این شرایط برقرار است.

بازی با سؤال **شکل زیر انتقال توان الکتریکی از نیروگاه تا محل مصرف را نشـان می‌دهد. مبدل‌های A، B و C به ترتیب از راسـت به چپ از چه نوعی می‌باشند؟**

قلم‌چی



۱) افزاینده، کاهنده، افزاینده
۲) افزاینده، کاهنده، کاهنده
۳) کاهنده، افزاینده، کاهنده
۴) کاهنده، افزاینده، افزاینده

گزینهٔ ۲

پنجره دوجداره

B ۴ ۲۱۱۱

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی در یک مولد جریان متناوب به صورت $\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t$ است. در لحظه‌ای که سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد، نیم‌خط عمود بر سـطح با خطوط میدان (θ) زاویهٔ 37° می‌سـازد، یعنی $\frac{2\pi}{T} t = 37^\circ$ اسـت، بنابراین نیروی محرکهٔ بیشینه را می‌توانیم حساب کنیم:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin 37^\circ \Rightarrow 3/6 = \varepsilon_{max} \times 0/6 \Rightarrow \varepsilon_{max} = 6V$$

در لحظه‌ای که پیچه با خطوط میدان مغناطیسـی زاویهٔ 30° می‌سـازد، نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 60° خواهد ساخت:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[\varepsilon_{max}=6V]{\frac{2\pi}{T} t = 60^\circ} \varepsilon = 6 \sin 60^\circ \Rightarrow \varepsilon = 3\sqrt{3} V$$

توان مصرفی مقاومت را از $P = \frac{\varepsilon^2}{R}$ به‌دست می‌آوریم: $P = \frac{9 \times 3}{10} = 2/7 W$

C ۲ ۲۱۱۲

خط فکری با توجه به روابط شار و جریان برای مولد جریان متناوب می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\Phi = \Phi_{max} \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$I = I_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{I}{I_{max}} = \sin \frac{2\pi}{T} t$$

در سؤال گفته شده $\frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \frac{5}{13}$ است پس $\cos \frac{2\pi}{T} t$ برابر $\frac{5}{13}$ است، حال با توجه به اتحاد مثلثاتی $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$، سینوس را از روی کسینوس به‌دست می‌آوریم:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 1$$

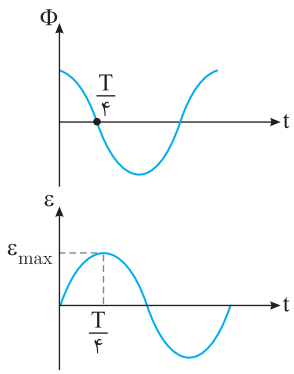
$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{25}{169} = 1 \Rightarrow \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{12}{13}$$

بنابراین نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر است با:

$$\frac{I}{I_{max}} = \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{12}{13}} \frac{I}{I_{max}} = \frac{12}{13}$$

B ۴ ۲۱۱۳

بـه نمودارهای روبـه‌رو کـه مربوط به مولد جریان متناوب است دقت کنید.



مشـاهده می‌کنید که در لحظهٔ $t = \frac{T}{4}$ کـه شـار گذرنـده از پیچهٔ مولـد صفر اسـت، نیـروی محرکهٔ القایـی در مولد بیشـینه اسـت، بنابراین اگر در معادلهٔ داده شـده مقدار شـار را برابر صفر قرار دهیـم، نیروی محرکه‌ای که به دسـت می‌آیـد نیـروی محرکهٔ بیشـینه اسـت بنابراین:

$$\frac{\Phi^2}{4} + \frac{\varepsilon^2}{9\pi^2} = 1 \xrightarrow[\varepsilon = \varepsilon_{max}]{\Phi = 0} \frac{\varepsilon_{max}^2}{9\pi^2} = 1 \Rightarrow \varepsilon_{max} = 3\pi V$$

حال با توجه به قانون اهم داریم:

$$I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = \frac{3\pi}{10} = 0/3\pi A$$

میانبر بـرای مولـد جریـان متناوب می‌تـوان نوشـت: $\frac{\Phi^2}{\Phi_m^2} + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_m^2} = 1$ و یا

$$\frac{\Phi^2}{\Phi_m^2} + \frac{I^2}{I_m^2} = 1$$

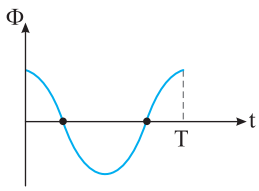
C ۲ ۲۱۱۴

در هر دوره شـار دو بار صفر می‌شـود پس اگر ۳۰ بار شـار صفر شـده باشد، مولد جریان متناوب ۱۵ دور به‌طور کامل چرخیده است:

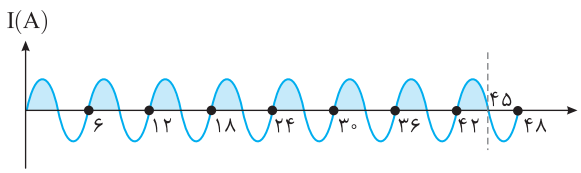
۱ دوره	۲ بار
?	۳۰ بار

$\Rightarrow$ تعداد دوره $= 15$

$$T = \frac{t}{N} = \frac{90}{15} = 6s$$



حال نمودار $I-t$ را مشخص می‌کنیم:



بازه‌هایی که جریان مثبت است را رنگی کرده‌ایم و در مابقی لحظات جریان منفی است و چون بازه‌های زمانی هر قسمت رنگی باهم برابر $(\frac{T}{2} = 3s)$ می‌شود پس: $3 \times 8 = 24s$

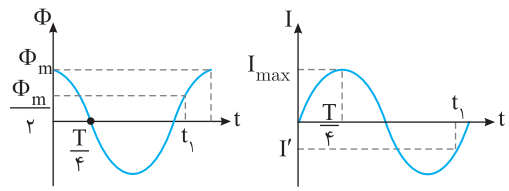
بازی با سؤال مولد جریان متناوبی در هر ثانیه ۸ بار جریانش max می‌شود. در مدت ۲/۵s جهت جریان این مولد چند ثانیه مثبت است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱/۷۵

گزینهٔ ۲

C ۲۱۱۵ ۲

نمودار $\Phi-t$ و $I-t$ را زیر هم می‌کشیم تا بتوانیم آن‌ها را باهم مقایسه کنیم:



$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[\Phi=\frac{\Phi_{max}}{2}]{t=t_1} \frac{\Phi_{max}}{2}=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t_1$$

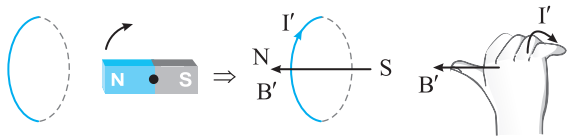
$$\Rightarrow \cos\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{1}{2}$$

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[\cos\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{\sqrt{3}}{2}]{t=t_1} I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}I_{max}$$

$$\xrightarrow{I_{max}=2A} I=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=-\sqrt{3}A$$

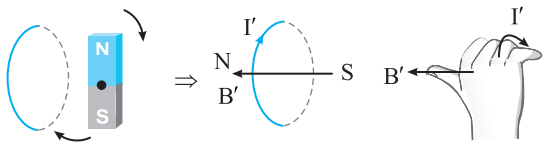
B ۲۱۱۶ ۲

در مدت $T=0/4s$ آهنربا یک دور کامل می‌چرخد پس در مدت صفر تا $\frac{T}{4}$ مطابق شکل (۱) قطب N آهنربا در حال دور شدن از حلقه است و بنا به قانون لنز باید سمت راست حلقه قطب S القا شود تا با دور شدن N مخالفت کند.

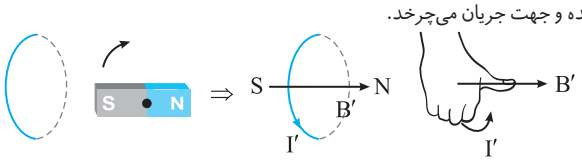


شکل (۱)

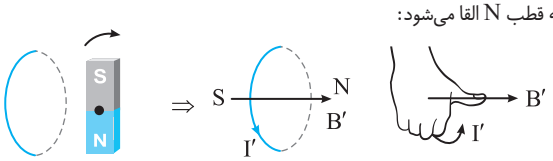
در بازهٔ $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$، قطب S به حلقه در حال نزدیک شدن است پس مجدداً در سمت راست حلقه بنا به قانون لنز باید قطب S القا شود، تا با نزدیک شدن S مخالفت کند.



در بازهٔ $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$ قطب S از حلقه دور می‌شود پس در سمت راست حلقه قطب N القا شده و جهت جریان می‌چرخد.



در بازهٔ $\frac{3T}{4}$ تا T قطب N در حال نزدیک شدن به حلقه بوده و مجدد سمت راست حلقه قطب N القا می‌شود:

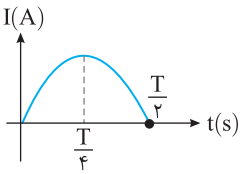


بنابراین در مدت یک دوره T، در بازهٔ صفر تا $\frac{T}{2}$ سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

دورهٔ گردش آهنربا $T=0/4s$ است بنابراین $\Delta t=0/8s$ دو برابر دوره بوده و با توجه به توضیحات بالا در هر دوره به مدت $\frac{T}{2}$ جهت جریان القایی در جهت (۱) است در نتیجه در مدت ۰/۸s، ۰/۴ ثانیه سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

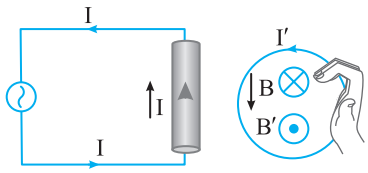
C ۲۱۱۷ ۴

در مدت نصف دوره $\left(\frac{T}{2}\right)$ نمودار جریان - زمان به صورت زیر است.

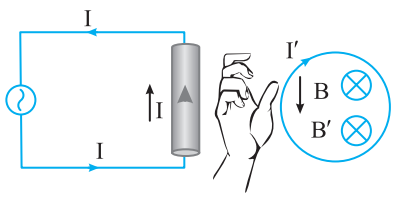


اگر جهت جریان مثبت را جریان پادساعتگرد در مدار بگیریم، جریان عبوری از سیم R رو به بالا است.

الف) در بازهٔ $t=0$ تا $t=\frac{T}{4}$ جریان رو به بالا در حال افزایش است و میدان حاصل از سیم در محل حلقه درونسو بوده و با افزایش جریان، بزرگی میدان B در حال افزایش است از این‌رو بنا به قانون لنز میدان القایی (B') باید برونسو و جریان القایی حلقه پادساعتگرد باشد.



ب) در بازهٔ $t=\frac{T}{4}$ تا $t=\frac{T}{2}$ جریان همچنان مثبت و در همان جهت بازهٔ قبلی است اما مقدار جریان در حال کاهش است پس بزرگی میدان مغناطیسی در حال کاهش بوده و با توجه به قانون لنز میدان القایی (B') باید درونسو و جریان القایی ساعتگرد باشد.



C ۲۱۱۸ ۳

یادآوری تعداد دوری که پیچه‌ای با دورهٔ تناوب T در مدت t می‌چرخد از رابطهٔ $N=\frac{t}{T}$ به‌دست می‌آید.

پیچه در هر دقیقه ۱۲۰ دور می‌چرخد بنابراین دوره چرخش آن خواهد شد

$$T=\frac{t}{N}=\frac{60}{120}=0/5s$$

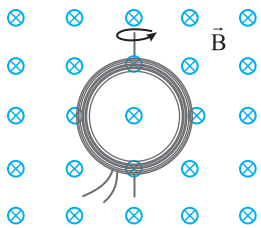
از این‌رو مدت زمانی که پیچه $\frac{5}{4}$ دور می‌چرخد برابر است با:

$$N'=\frac{t}{T}\Rightarrow t'=\frac{5}{4}(0/5)=\frac{5}{8}s$$

در هر دور پیچه 2π تغییر زاویه می‌دهد، پس تغییر زاویه پیچه در $\frac{5}{4}$ دور برابر است با:

تعداد دور	تغییر زاویه
۱	2π
$\frac{5}{4}$	$\frac{5\pi}{2}$

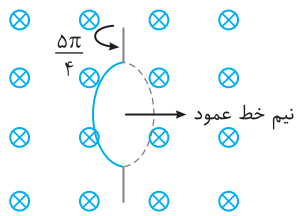
در ابتـدا مطابق شـکل پیچـه عمود بر خطوط میدان مغناطیسـی بوده و زاویهٔ بیـن نیم‌خط عمـود بر پیچـه و خطوط میدان مغناطیسـی صفر درجه اسـت و شـار مغناطیسـی عبوری از پیچـه برابر خواهد شد با:



$$\Phi_1 = BA\cos 0^\circ \Rightarrow \Phi_1 = BA$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = 10\times 24\times 10^{-4}\ \text{Wb}$$

اگر پیچه $\frac{5\pi}{2}$ بچرخد، سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی موازی شده و نیم‌خـط عمـود بـر پیچـه نیز $\frac{5\pi}{2}$ می‌چرخـد و نیم‌خط عمـود با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 90° می‌سازد و شار مغناطیسی عبوری از آن خواهد شد:



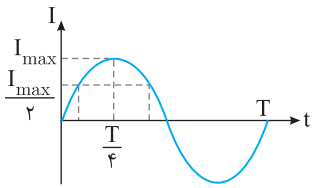
$$\Phi_2 = BA\cos 90^\circ \Rightarrow \Phi_2 = 0$$

با توجه به قانون القای فاراده، بزرگی نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-100\times\frac{-10\times 24\times 10^{-4}}{\frac{5}{8}}| = |\frac{2/4}{\frac{5}{8}}| = 3/84\,\text{V}$$

B ۲۱۱۹ ۱

یادآوری نمودار جریان برحسب زمان مولد جریان متناوب به صورت زیر است:



معادلهٔ جریان متناوب $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است:

$$\frac{I_{max}}{2} = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \begin{cases} \xrightarrow{(1)} \sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{بار اول}} \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \\ \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}\,s \\ \xrightarrow{(2)} \sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{بار دوم}} \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} \\ \frac{2\pi}{T}t = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{12}\,s \end{cases}$$

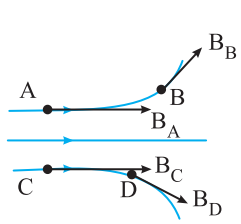
فاصلهٔ زمانی بین t_1 و t_2 خواهد شد:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{12} - \frac{T}{12} = \frac{4T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3}$$

ینجره تو در تو

B ۲۱۱۹ ۲

۱ **بردار میدان** مغناطیسـی در هر نقطه بر خطوط میـدان ممـاس اسـت و جهـت آن در سـوی خطوط میدان اسـت، بنابراین اگر بردار میدان مغناطیسـی را در نقـاط A، B، C و D رسـم کنیم به صورت شکل مقابل خواهد بود.



به چهار بردار میدان دقت کنید. تنها در نقطهٔ B، بردار میدان مغناطیسی دارای مؤلفه قائم و افقی مثبت بوده و می‌تواند به صورت میدان $\vec{B} = 0/02\vec{i} + 0/02\vec{j}$ باشد. نمای ۱۴

A ۲۱۱۹ ۳

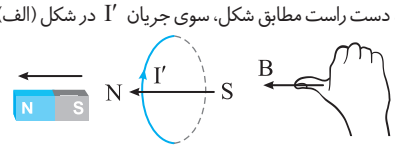
۲ **فولاد و آهن** هر دو ماده فرومغناطیسی هستند، با این تفاوت که فولاد فرومغناطیس سخت است و حجم حوزه‌های آن به سختی تغییر می‌کند اما آهن خالص فرومغناطیس نرم است و حجم حوزه‌های مغناطیسـی آن به سـهولت تغییر می‌کند، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرسـت‌اند و گزینه (۳) درسـت اسـت. برای سـاخت آهنرباهای دائمی و غیر دائمی به ترتیب باید از یک ماده فرومغناطیسی سخت (فولاد) و یک مادهٔ فرومغناطیسی نرم (آهن خالص) استفاده کرد، بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است. نمای ۳۱

B ۲۱۱۹ ۲

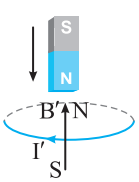
۳ **در تمام شکل‌ها** در اثر حرکت آهنربا، به سوی حلقه یا سیملوله جریان القایی به‌وجود آمده اسـت و بنا بر قانون لنز جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشـد که با عامل تغییر شـار (یعنی حرکت آهنربا) مخالفت کند.

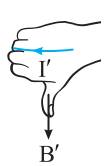
شـکل (الف): آهنربا در حال دور شـدن است پس جریان I' باید به‌گونه‌ای القا شود که با دور شدن آهنربا مخالفت کند یعنی سمت چپ حلقه قطب N شود.

با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل، سوی جریان I' در شکل (الف) درست است.

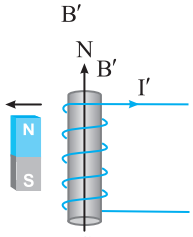


شکل (ب): آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است و باید قسـمت بالای حلقه قطب N شـود تا با نزدیک شـدن آهنربا مخالفـت کند، اما با توجه به سـوی I'، جهـت میـدان القایـی رو بـه پایین اسـت و این شـکل درست نیست.

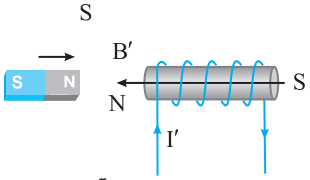




شـکل (پ): آهنربا در حال دور شدن از سیملوله است و با توجه به جهت جریان القایی در شـکل و قاعدهٔ دسـت راسـت جهت میدان مغناطیسی القایی به صورت مقابل است که این جهت با حرکت آهنربا مخالفت نمی‌کند در نتیجه جهت جریان القایی رسم شده نادرست است.

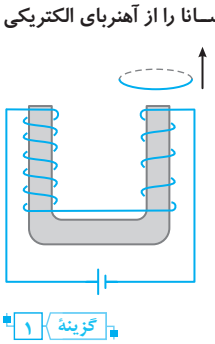


شـکل (ت): آهنربـا بـه سـیملوله نزدیـک شـده و بـا توجـه بـه جهت جریـان القایی I' در شـکل و قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی القایی در سـیملوله به سـمت چپ اسـت که این جهت با نزدیک شـدن آهنربا مخالفت می‌کند و جهت جریان القایی درست است.

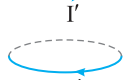


بنابراین سوی جریان القایی در شکل‌های (الف) و (ت) درست رسم شده است. نمای ۴۳

بازی با سوال **در شـکل زیر، وقتی حلقهٔ رسـانا را از آهنربای الکتریکی دور کنیم، جهت جریان القایی در حلقه مطابق کدام گزینه است؟**



۱) 

۲) 

۳) جریانی القا نمی‌شود.

۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۱

B ۲۱۱۹ ۴

یادآوری ۴ در رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله $B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I$ ، $\frac{N}{l}$ تعداد دور سیم‌ها در واحد طول است.

با توجه به رابطه $B_{\text{سیملوله}}=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I$ داریم:

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I \xrightarrow[\mu_{\circ}=۱۲\times۱۰^{-۷}\,T.m/A]{B=۱/۵T,\ I=۵۰A} ۱/۵=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{N}{l}\times۵۰$$

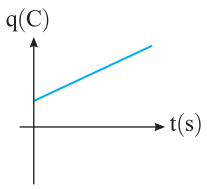
$$\Rightarrow\frac{N}{l}=۲۵\times۱۰^{۳}\ \text{متر / دور}$$

نمای ۳۰

B ۲۱۱۹ ۵

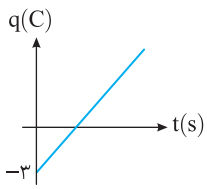
یادآوری ۱ جریان الکتریکی متوسط، آهنگ شارش بار است. $(\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t})$

یادآوری ۲ اگر جریان مستقیم باشد، معادله بار شارش‌شده برحسب زمان به صورت $\Delta q=It$ خواهد بود و نمودار $q-t$ آن خط راست مایلی است که شیب آن ثابت و برابر I است.



در رابطه $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ شیب خط نمودار $q-t$ است که مقدار آن ۵ است. $(q=۵t-۳)$ از این‌رو، $I=۵A$ بوده و انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times(۵)^{۲}=۵J$$



نمای ۴۹

B ۲۱۱۹ ۶

ابتدا ۱ با دانستن شتاب و استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی وارد بر الکترون را محاسبه می‌کنیم:

$$F_B=m_e a \xrightarrow[a=۴/۸\times۱۰^{۱۵}\,m/s^{۲}]{m_e=۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\,kg} F_B=۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\times۴/۸\times۱۰^{۱۵}$$

$$=۹/۱\times۴/۸\times۱۰^{-۱۶}\,N$$

۲ نیرویی که به ذره وارد شده است، نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی است. بنابراین:

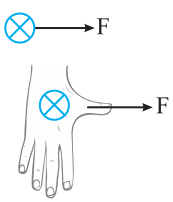
$$F_B=|q|vB\sin\theta \xrightarrow{B=۹\times۱۰^{-۳},\ v=۶\times۱۰^{۵}\,m/s,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,C} ۹/۱\times۴/۸\times۱۰^{-۱۶}$$

$$=(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\times(۶\times۱۰^{۵})\times(۹۱\times۱۰^{-۳})\times\sin\theta\Rightarrow\sin\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۳۰^{\circ}$$

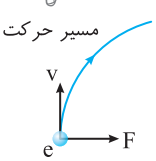
نمای ۱۶

A ۲۱۱۹ ۷

میدان مغناطیسی درونسو و نیروی مغناطیسی به سمت راست است، پس جهت حرکت ذره در لحظه نشان داده شده را با قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم. دقت کنید چون بار ذره منفی است، هر جهتی که با دست راست به‌دست آید باید قرینه شود:



پس ذره به سمت بالا در حال حرکت است که توسط نیروی F به سمت راست منحرف می‌شود:



البته می‌توانستید از همان اول از دست چپ استفاده کنید.

نمای ۱۸

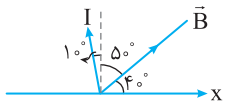
B ۲۱۱۹ ۸

ابتدا ۱ زاویهٔ بین سیم و خطوط میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم.

الف) سیم حامل جریان با خط قائم، زاویهٔ ۱۰° می‌سازد.

ب) میدان مغناطیسی با افق زاویهٔ ۴۰° و با خط قائم، زاویهٔ ۵۰° می‌سازد.

بنابراین زاویهٔ بین جریان و میدان برابر $\theta=۱۰^{\circ}+۵۰^{\circ}=۶۰^{\circ}$ است.

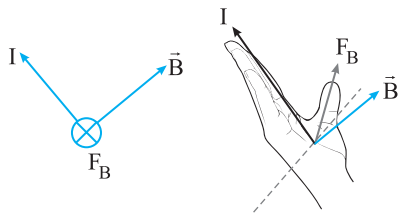


۲ حال با توجه به رابطهٔ $F_B=IlB\sin\theta$ ، که θ زاویهٔ بین میدان مغناطیسی (B) و جریان سیم (I) است، نیروی مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$F_B=IlB\sin\theta \xrightarrow[\theta=۶۰^{\circ},\ I=۲A,\ l=۰/۲m]{B=۴۰۰=۴۰۰\times۱۰^{-۴}\,T} F_B=(۴\times۱۰^{-۲})\times(۲)\times(۰/۲)\times(\frac{\sqrt{۳}}{۲})$$

$$\Rightarrow F_B=۸\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}\,N\Rightarrow F_B=۸\sqrt{۳}\,mN$$

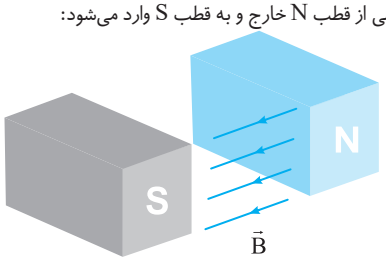
۳ با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:



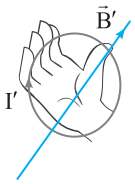
نمای ۲۱

B ۲۱۱۹ ۹

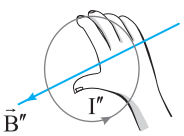
میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود:



الف) هنگام ورود حلقه به آهنربا، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی عبوری از آن در حال افزایش است، پس طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی خلاف جهت میدان مغناطیسی آهنربا باشد تا با افزایش شار مخالفت کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست، سوی جریان القایی ساعتگرد است.



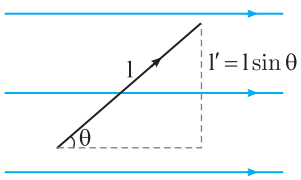
ب) هنگام خروج حلقه از آهنربا، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی در حال کاهش است و بنا بر قانون لنز باید جهت میدان مغناطیسی القایی (B'') در جهت میدان مغناطیسی آهنربا باشد، تا با کاهش شار مخالفت کند و بنا بر قاعدهٔ دست راست، جریان القایی پادساعتگرد است.



نمای ۴۳

B ۲۱۱۹ ۱۰

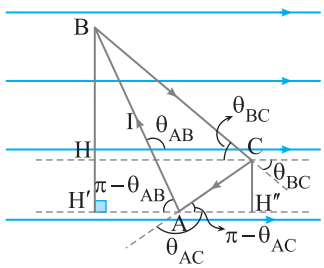
خط فکری نیرویی که به سیم حامل جریان وارد می‌شود برابر $F=IlB\sin\theta$ است که θ زاویه بین سوی جریان و میدان مغناطیسی است، با توجه به شکل زیر $l\sin\theta$ در واقع معادل طول قائمی است که از سیم می‌توان در نظر گرفت.



$$\sin\theta=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}}$$

$$\Rightarrow\sin\theta=\frac{l'}{l}\Rightarrow l'=l\sin\theta$$

بنابراین هر سیمی که طول معادل قائم آن بیشتر باشد، نیروی وارد بر آن بزرگ‌تر است. در شکل زیر $l_{BC}\times\sin\theta_{BC}=BH$ ، $l_{AC}\times\sin\theta_{AC}=l_{AC}\times\sin(\pi-\theta_{AC})=CH''$ و $l_{AB}\times\sin\theta_{AB}=l_{AB}\times\sin(\pi-\theta_{AB})=BH'$ است.



بنابراین نیرویی که به سیم‌ها وارد می‌شود به صورت زیر است.

$$\left.\begin{matrix}F_{BC}=I(BH)B\\F_{AC}=I(CH'')B\\F_{AB}=I(BH')B\end{matrix}\right\}\xrightarrow{BH'>BH>CH''}F_{AB}>F_{BC}>F_{AC}$$

نمای ۲۳

۱۱ **۱ ۲۱۱۹ B**

زاویهٔ θ در رابطهٔ شار مغناطیسی $(\Phi=BA\cos\theta)$ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان است و این زاویه همواره متمم زاویه‌ای است که سطح با خطوط میدان می‌سازد، در این صورت θ در حالت اول $\theta_1=90-30=60$ است.

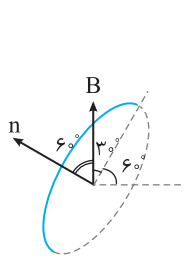
ابتدا شار مغناطیسی را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

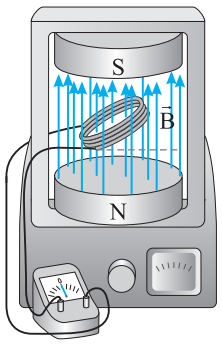
$$\Phi_1=B_1A\cos\theta=0/18\times2/5\times10^{-3}\cos60^\circ=2/25\times10^{-4}\ \text{Wb}$$

$$\Phi_2=B_2A\cos\theta=0/22\times2/5\times10^{-3}\cos60^\circ=2/75\times10^{-4}\ \text{Wb}$$

اکنون نیروی محرکه القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-200\times\frac{2/75\times10^{-4}-2/25\times10^{-4}}{2\times10^{-3}}\Rightarrow\varepsilon=-5\text{V}$$



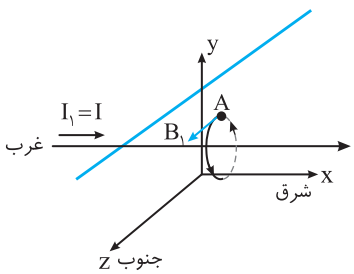


نمای ۳۵

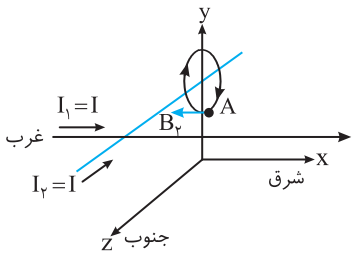
۱۲ **۴ ۲۱۱۹ C**

اگر محورهای x، y و z را رسم کنیم، داریم:

سیم I_1 موازی با محور x ها است و میدانی که این سیم در نقطهٔ A ایجاد می‌کند، به سمت جنوب است.



سیم I_2 موازی با محور z ها است و میدانی که ایجاد می‌کند، در نقطهٔ A به سمت غرب است.



پس میدان برایند در نقطهٔ A به سمت جنوب غربی است.

نمای ۲۶

۱۳ **۲ ۲۱۱۹ B**

یادآوری برای به‌دست آوردن بار القایی، با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\bar{I}|=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow{|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}|}|\bar{I}|=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$$

$$\Delta q=|\bar{I}|\Delta t\xrightarrow{|\bar{I}|=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|}\Delta q=|-\frac{N}{R}\Delta\Phi|$$

اگر نیم‌خط عمود بر سطح پیچه را در جهت خطوط میدان فرض کنیم.

۱ در حالت اول نیم‌خط عمود بر حلقه در جهت خطوط میدان مغناطیسی و $\theta=0$ است و در حالت دوم نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان در خلاف جهت هم‌اند و $\theta=180^\circ$ شده است:

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta\Rightarrow\Phi_1=(0/04)(50\times10^{-4})\times1=2\times10^{-4}\ \text{Wb}$$

$$\Phi_2=B_2A\cos\theta\Rightarrow\Phi_2=(0/04)(50\times10^{-4})\times(-1)=-2\times10^{-4}\ \text{Wb}$$

۲ بار شارش شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=|-\frac{N}{R}\Delta\Phi|\xrightarrow[R=5\Omega]{N=500}\Delta q=|-\frac{500}{5}(-2\times10^{-4}-2\times10^{-4})|$$

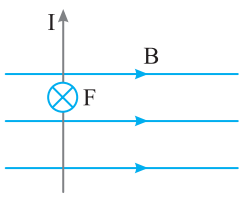
$$=4\times10^{-2}\text{C}=4\times10^{4}\ \mu\text{C}$$

تبدیل C به μC با ضریب 10^6

نمای ۴۱

۱۴ **۱ ۲۱۱۹ C**

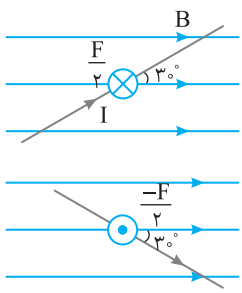
اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست راست شما در جهت B باشد، انگشت باز دست راست شما رو به درون صفحه کاغذ خواهد بود یعنی بردار F درونسو است. اکنون می‌خواهیم بردار F علاوه بر نصف شدن برونسو نیز شود، در این صورت با دو حالت زیر سروکار داریم.



البته باید زاویهٔ بین I و B، 30° باشد تا در رابطهٔ نیرو $\sin\theta=\frac{1}{2}$ شود و نیرو نصف شود.

حالت اول: اگر زاویهٔ بین I و B، 30° باشد، با توجه به قاعدهٔ دست راست نیرو درونسو می‌شود و زاویهٔ 30° در شکل (الف) جواب مسئله نیست.

حالت دوم: اگر زاویهٔ بین I و B مطابق شکل (ب) 30° باشد، یعنی سیم را از حالت قائم 120° بچرخانیم، آن‌گاه علاوه بر نصف شدن نیرو، جهت نیرو نیز برونسو و خلاف جهت اولیه خواهد شد.



نمای ۲۱

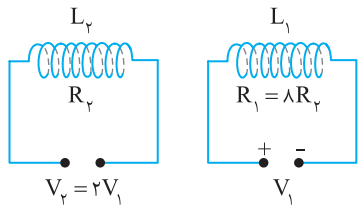
B ۲۱۱۹ **۳**

۱۵ **۱** **با توجه** به اختلاف پتانسیل و مقاومت داده شده و استفاده از قانون اهم نسبت جریان عبوری از دو سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} R_۱=\frac{V_۱}{I_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{V_۱}{R_۱}\xrightarrow{R_۱=۸R_۲} I_۱=\frac{V_۱}{۸R_۲} \\ R_۲=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{V_۲}{R_۲}\xrightarrow{V_۲=۲V_۱} I_۲=\frac{۲V_۱}{R_۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۱}{۱۶}$$

۲ حال انرژی ذخیره شده در دو سیملوله را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}L_۱I_۱^۲}{\frac{۱}{۲}L_۲I_۲^۲}\Rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times(\frac{I_۱}{I_۲})^۲\Rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{۱}{۲۵۶}\Rightarrow \frac{L_۱}{L_۲}=۳۸۴$$

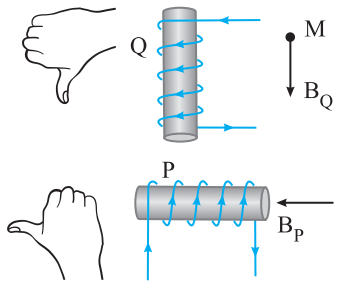


شکل (۲) شکل (۱)

نمای ۵۰

B ۲۱۱۹ **۳**

۱۶ **ابتدا جهت** میدان هر کدام از سیملوله‌ها را در نقطهٔ M با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم.

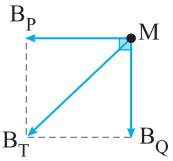


اندازهٔ میدان مغناطیسی هر کدام از سیملوله‌ها را با توجه به رابطهٔ $B=\mu_۰\frac{N}{l}I$ به‌دست می‌آوریم:

$$B_Q=\mu_۰\frac{N_Q}{l_Q}I_Q\Rightarrow B_Q=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۴۰۰}{۰/۲}\times۵=۱۲\times۱۰^{-۳}T$$

$$B_P=\mu_۰\frac{N_P}{l_P}I_P\Rightarrow B_P=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۵۰۰}{۰/۲}\times۳=۹\times۱۰^{-۳}T$$

دو بردار برهم عمودند بنابراین:



$$B_T=\sqrt{B_Q^۲+B_P^۲}$$

$$\Rightarrow B_T=۳\times۱۰^{-۳}\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۱۵\times۱۰^{-۳}T$$

$$\Rightarrow B_T=۱/۵\times۱۰^{-۲}T$$

نمای ۳۰

B ۲۱۱۹ **۴**

۱۷ **ابتدا بیشینه** اختلاف پتانسیل را با توجه به قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow V_{max}=RI_{max}\Rightarrow V_{max}=۱۰\times۱=۱۰V$$

یادآوری معادلهٔ اختلاف پتانسیل برحسب زمان در مولد جریان متناوب به صورت $V=V_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است.

معادلهٔ اختلاف پتانسیل را می‌نویسیم:

$$V=۱۰\sin\frac{۲\pi}{۲۰\times۱۰^{-۳}}t\Rightarrow V=۱۰\sin۱۰۰\pi t$$

لحظه‌ای که $V=۵V$ می‌شود، برابر است با:

$$V=۱۰\sin۱۰۰\pi t\xrightarrow{V=۵V}۵=۱۰\sin۱۰۰\pi t\Rightarrow\sin۱۰۰\pi t=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow[\sin\frac{\pi}{۶}\text{است}]{\text{بار اولی که }\sin\text{ برابر }\frac{۱}{۲}\text{ شود}}\sin۱۰۰\pi t=\sin\frac{\pi}{۶}\Rightarrow۱۰۰\pi t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱}{۶۰۰}s$$

نمای ۵۱

B ۲۱۱۹ **۴**

۱۸ **انرژی ذخیره** شده در سیملوله برابر $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$ است:

$$(۱)\ U_A=\frac{۱}{۲}L_AI_A^۲\xrightarrow[L_A=۳L_B]{I_A=۴A}U+۸=\frac{۱}{۲}(۳L_B)(۱۶)$$

$$(۲)\ U_B=\frac{۱}{۲}L_BI_B^۲\xrightarrow{I_B=۴A}U=\frac{۱}{۲}(L_B)(۱۶)$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو معادله را بر هم}}\frac{U+۸}{U}=۳\Rightarrow U+۸=۳U\Rightarrow U=۴mJ$$

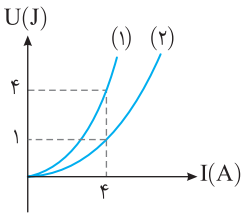
حال با توجه به معادلهٔ (۱) ضریب القاوری سیملولهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$U_A=\frac{۱}{۲}L_AI_A^۲\xrightarrow[U_A=U+۸=۱۲mJ]{I_A=۴A}۱۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times L_A\times۱۶$$

$$\Rightarrow L_A=۱/۵\times۱۰^{-۳}H=۱/۵mH$$

نمای ۴۹

بازی با سؤال **انرژی ذخیره شده در دو سیملوله با سطح مقطع و طول یکسان مطابق شکل زیر است. تعداد دور سیملوله (۱) چند برابر سیملوله (۲) است؟**



۱) ۲
۲) ۱/۵
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۱

C ۲۱۱۹ **۴**

۱۹ **خط فکری** با دور شدن از سیم راست حامل جریان، میدان مغناطیسی ناشی از آن کاهش می‌یابد. اگر جریان دو سیم هم‌سو باشد، میدان ناشی از دو سیم در دو نقطهٔ N و M هم‌جهت هم می‌شوند، مثلاً اگر جریان دو سیم به سمت بالا باشد میدان ناشی از سیم حامل جریان در دو نقطهٔ N و M درونسو است و اگر هر دو جریان رو به پایین باشند جهت میدان‌ها در دو نقطهٔ N و M برونسو است و در هر صورت میدان مغناطیسی خالص برایند در هر دو نقطه N و M از جمع میدان‌ها به‌دست می‌آید.

$$B_N=B_{۱N}+B_{۲N}\quad ,\quad B_M=B_{۱M}+B_{۲M}$$

فاصلهٔ نقطهٔ M از دو سیم بیشتر از فاصلهٔ نقطهٔ N از دو سیم است و میدان‌های مغناطیسی سیم‌ها در نقطهٔ M کمتر از میدان‌های مغناطیسی سیم‌ها در نقطهٔ N است.

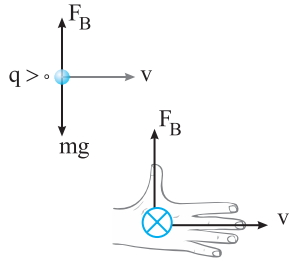
$$\left.\begin{matrix} B_{۱M}<B_{۱N} \\ B_{۲M}<B_{۲N} \end{matrix}\right\}\Rightarrow B_{۱M}+B_{۲M}<B_{۱N}+B_{۲N}\Rightarrow B_M<B_N$$

اما در صورت مسئله بیان شده که میدان در نقطهٔ M بزرگ‌تر از میدان در نقطهٔ N است، بنابراین جریان‌های دو سیم نمی‌تواند هم‌سو باشد و باید جریان‌ها ناهمسو باشند و دو سیم موازی حامل جریان ناهمسو بر هم نیروی رانشی وارد می‌کنند.

نمای ۲۷

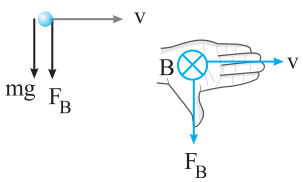
۲۰ C ۳ ۲۱۱۹

حالت اول: حرکت ذره بدون انحراف است، یعنی نیروهای وارد بر ذره متوازن‌اند و نیروی خالص وارد بر ذره برابر صفر است. بنابراین باید نیروی وزن رو به پایین با نیروی مغناطیسی وارد بر ذره رو به بالا برابر باشد. $F_B = mg$



حالت دوم: جهت میدان مغناطیسی چرخیده و برونسو شده پس طبق قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی به سمت پایین می‌شود. با چرخیدن میدان مغناطیسی، اندازهٔ نیروی مغناطیسی تغییر نمی‌کند:

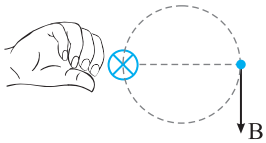
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_B + mg = ma \xrightarrow{F_B = mg} 2mg = ma \Rightarrow a = 2g = 20 m/s^2$$



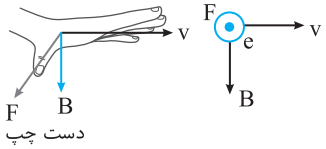
نمای ۱۹

۲۱ B ۲ ۲۱۱۹

۱ **با قاعدهٔ** دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست را در محل الکترون به‌دست می‌آوریم. انگشت شست باز دست راست خود را به سمت درون صفحهٔ کاغذ بگیرید و چهار انگشت خود را روی خط واصل نقطه و سیم قرار دهید و با چرخش ۹۰° آن‌ها مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی پایین‌سو خواهد بود.



۲ با توجه به جهت سرعت و میدان مغناطیسی برای الکترون و استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر الکترون به‌دست می‌آید. دقت کنید که الکترون دارای بار منفی است و با قاعدهٔ دست راست نیرو در هر جهتی به‌دست آمده، باید قرینه شود و یا می‌توان از همان ابتدا از دست چپ استفاده کرد. بنابراین نیروی وارد بر ذرهٔ برونسو است.

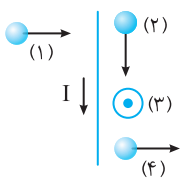


۳ با استفاده از رابطهٔ $F_B = qvB\sin\theta$، نیروی مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$F_B = (1/6\times10^{-19})\times(4\times10^{3})\times(5\times10^{-4})\times(\sin 90^\circ) = 32\times10^{-19} N$$
$$= 3/2\times10^{-18} N$$

نمای ۲۸

بازی با سؤال مطابق شکل روبه‌رو، چهار ذره باردار در اطراف سیم راست، بلند و حامل جریان I در جهت‌های نشان داده شده در حال حرکت هستند. نیروی مغناطیسی وارد بر کدام ذره در لحظه نشان داده شده در شکل، صفر است؟ (ذرات و سیم همگی در یک صفحه قرار دارند.)



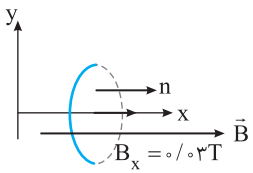
قلم‌چی

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

گزینهٔ ۲

۲۲ B ۱ ۲۱۱۹

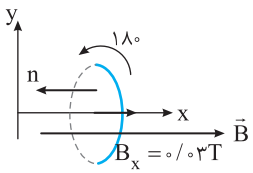
۱ **پیچه** عمود بر محور x است و شکل آن به صورت زیر است و خطوط میدان مغناطیسی که در راستای محور x هستند عمود بر حلقه از حلقه عبور می‌کند، بنابراین شار گذرنده از سطح پیچه تنها ناشی از مؤلفهٔ $B_x = 0/03T$ است.



۲ شار مغناطیسی در حالت اول و پس از ۱۸۰° چرخاندن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_1 = BA\cos 0 \Rightarrow \Phi_1 = 0/03\times400\times10^{-4}\times1 = 1/2\times10^{-3} Wb$$

$$\Phi_2 = BA\cos 180^\circ \Rightarrow \Phi_2 = -1/2\times10^{-3} Wb$$



۳ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = -200\times\frac{(-1/2\times10^{-3} - 1/2\times10^{-3})}{0/5} = 9/6\times10^{-1} = 0/96V$$

نمای ۳۶

بازی با سؤال **حلقه‌ای به شعاع ۱۰cm در دستگاه مختصات xoy طوری قرار دارد که مرکز آن روی مبدأ مختصات است و بردار نیم‌خط عمود بر سطح آن در جهت محور x می‌باشد. شار مغناطیسی گذرنده از حلقه توسط دو میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}_1 = -0/5\vec{i}$ و $\vec{B}_2 = \vec{j}$ (در SI) برابر با چند وبر است؟** $(\pi = 3)$

قلم‌چی

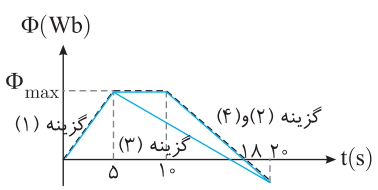
۱) صفر ۲) ۰/۰۱۵ ۳) −۰/۰۴۵ ۴) −۰/۰۱۵

گزینهٔ ۴

۲۳ B ۱ ۲۱۱۹

یادآوری با توجه به قانون القای فاراده، بزرگی نیرو محرکهٔ القایی $|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ است که در آن $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ شیب نمودار $\Phi - t$ است، در هر بازه‌ای که شیب نمودار $\Phi - t$ بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بزرگ‌تر است.

در شکل زیر خود نمودار $(\Phi - t)$ را نقطه‌چین کشیدیم و شیب نمودار در بازه‌ها را روی آن مشخص کردیم:



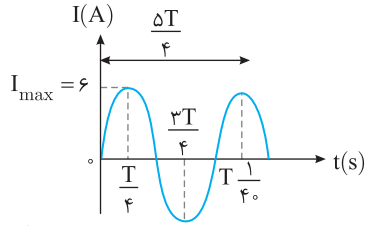
شیب نمودار در بازهٔ ۰ تا ۵s تندتر و نیروی محرکهٔ القایی متوسط در آن بزرگ‌تر است.

نمای ۴۲

B ۲۱۱۹ ۱

یادآوری ۲۴ معادلهٔ جریان متناوب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است.

۱ ابتدا با توجه به نمودار معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:



$$\frac{5T}{4}=\frac{1}{40}\Rightarrow T=\frac{1}{50}s$$

$$I=I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow I=6\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}}t)\Rightarrow I=6\sin 100\pi t$$

۲ حال جریان عبوری از سیملوله را در لحظهٔ $t=\frac{1}{400}s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$I=6\sin 100\pi\times\frac{1}{400}\Rightarrow I=6\sin\frac{\pi}{4}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}}I=3\sqrt{2}A$$

انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

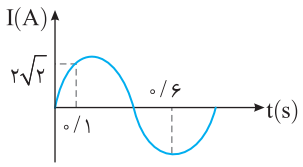
$$U=\frac{1}{2}LI^2\xrightarrow[U=72mJ=72\times10^{-3}J]{I=3\sqrt{2}A}$$

$$72\times10^{-3}=\frac{1}{2}L\times(3\sqrt{2})^2\Rightarrow 72\times10^{-3}=9L\Rightarrow L=8\times10^{-3}H=8mH$$

نمای ۵۳

بازی با سؤال **نمودار جریان متناوب عبوری از یک سیملوله به ضریب القاوری ۱۸mH مطابق شکل است. بیشینه انرژی ذخیره شده در سیملوله چند ژول است؟**

آزمون مدارس برتر



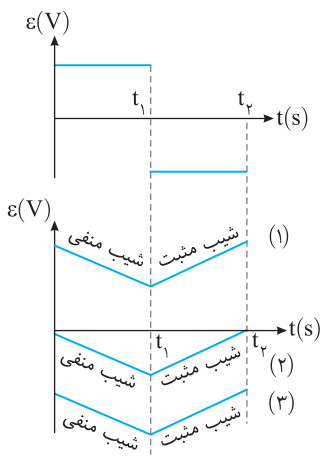
۱) ۱۴۴ **۲)** ۲۸۸ **۳)** ۰/۱۴۴ **۴)** ۰/۲۸۸

گزینهٔ ۳

B ۲۱۱۹ ۴

قانون القای فاراده به صورت $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، چون در بازهٔ صفر تا t_1 نیروی محرکهٔ القایی ثابت و مثبت است، پس در این بازه باید $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مقدار ثابت داشته باشد و شیب آن منفی باشد $(\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، پس هر سه گزینه در بازهٔ صفر تا t_1 درست رسم شده‌اند.

در بازهٔ t_1 تا t_2 نیروی محرکه القایی ثابت و منفی است، پس باید $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مقدار ثابت داشته باشد و حتماً شیب آن مثبت باشد $(\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، در این بازه هم هر سه نمودار درست رسم شده‌اند. بنابراین گزینه (۴) درست است.



نمای ۴۲