



تيسير الوصول للأشخاص ذوي الإعاقة

فیزیک ۳ جامع

جلد دوم (ویژه رشته تجربی)

ویراست دوم

قابل استفاده برای

● دانش‌آموزان پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه و
داوطلبان آزمون سراسری دانشگاه‌ها



● مؤلف: رضا خالو

سرشناسه	: خالو، رضا، ۱۳۴۰ -
عنوان و نام پدیدآور	: پاسخ‌های تشریحی فیزیک ۳ جامع جلد دوم (رشته تجربی) ویراست دوم، قابل استفاده برای دانش‌آموزان پایه دوازدهم و داوطلبان آزمون سراسری دانشگاه‌ها / رضا خالو
مشخصات نشر	: تهران: نشر الگو
مشخصات ظاهری	: ۲۸۸ص. ۲۲×۲۹س.م.
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۶۳۹۰-۰۲-۶
شابک دوره	: ۹۷۸-۶۲۲-۶۳۹۰-۰۳-۳
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپای مختصر
یادداشت	: فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شماره کتاب‌شناسی ملی	: ۵۳۷۴۰۸۹



پاسخ‌های تشریحی فیزیک ۳ جامع جلد دوم (تجربی) ویراست دوم

www.olgoobooks.ir

ناشر	: الگو
مدیر مسئول	: محمدحسین متولی
مؤلف	: رضا خالو
حروف چینی و صفحه‌آرایی	: الگو
مدیر چاپ	: مرتضی فخری
طراح جلد	: نعیم تدین
نوبت چاپ	: پنجم - ۱۳۹۸
تیراژ	: ۲۰۰۰ نسخه
قیمت	: ۶۸۰۰۰ تومان
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۶۳۹۰-۰۲-۶

کلیه حقوق این اثر متعلق به انتشارات الگو است و هرگونه نسخه‌برداری و برداشت به هر صورت و شیوه به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران قابل پیگرد است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان فاطمی، خیابان بیستون، کوچه دوم الف، پلاک ۹

تلفن: ۸۸۹۹۳۰۳۰

مقدمه مؤلف

تقدیم به پدرم که انسان دوستی می آموخت.

شاید بهتر باشد این مقدمه را با کمی درد و دل شروع کنم. درد و دلی از کتاب درسی آشفته‌ای که نوشتن راهنمایی برای آموزش عمیق‌تر آن در ابتدا کاری نشدنی به نظر می‌آمد. ولی نمی‌خواهم سر شما عزیزان را درد بیاورم، تنها کوتاه بگویم که برای نوشتن کتاب فیزیک ۳ پایه دوازدهم با دشواری‌های زیر روبه‌رو بودیم:

۱- همه ما معلمان سال آخر دبیرستان عادت داشتیم که فصل‌های حرکت‌شناسی و دینامیک را بر مبنای دانسته‌های دانش‌آموزان در سال‌های قبل آموزش دهیم، اما بعد از حدود ۴۵ سال از روند طبیعی آموزش مفاهیم، این بار متأسفانه مفاهیمی مانند حرکت با شتاب ثابت و تمام روابط آن از پایه‌های پایین‌تر به سال آخر منتقل شده است، بنابراین دانش‌آموزان در این فصل‌ها با مفاهیمی کاملاً نو روبه‌رو خواهند شد.

۲- ریاضی مورد استفاده برای آموزش فیزیک در سال آخر دبیرستان به کلی تغییر کرده است و دانش‌آموزان با مفهوم مشتق در ابتدای سال بیگانه‌اند. همین امر مانعی بزرگ در راه آموزش عمیق روابط ریاضی استفاده‌شده در فیزیک است.


۳- حدود و ثغور پرسش‌های هر فصل مشخص نیست. به‌طور مثال، در آموزش‌های فصل ۳ کتاب درسی، حرفی از رابطه شتاب و مکان در حرکت هماهنگ ساده نیامده، اما در تمرین‌های آخر فصل از آن پرسش طرح شده است. اما این‌گونه ما گام به گام این دشواری‌ها را از جلوی پا برداشتیم:

۱- برای آموزش مفاهیم و روابط و نمودارهای حرکت‌شناسی، تعداد زیادی پرسش ساده طراحی کردیم و در هر مبحث مانند مکان، جابه‌جایی و ... از پرسش‌های ابتدایی شروع کردیم تا به پرسش‌های سطح دوم رسیدیم و همین روال را در تمام فصل‌های بعدی ادامه دادیم.

۲- با بررسی دقیق تمام مفاهیم ارائه شده در کتاب‌های ریاضی پایه، شیوه ارزیابی و پاسخگویی به مسائل را بر مبنای مفاهیم آشنای دانش‌آموزان تغییر دادیم و راه‌حل تمام تست‌های کنکور سال‌های گذشته را با آموزه‌های ریاضی نظام جدید هماهنگ کردیم.

۳- برای یافتن حدود و ثغور مسائل کتاب، به حرف مؤلفان کتاب درسی اعتماد کردیم که فراتر از محدوده‌ای که آن‌ها تعیین کرده‌اند در آزمون سراسری پرسشی طرح نمی‌شود. سپس تمام کتاب را ریز به ریز بررسی کردیم و از آنچه که می‌توانست پرسش شود، تست طراحی کردیم.

۴- در این کتاب مسائل و نکات ترکیبی فصل‌های مختلف پایه‌های دهم و دوازدهم در قالب پرسش‌های چهارگزینه‌ای پوشش داده شده است.

۵- تست‌هایی که با علامت  مشخص شده است، برای دوره و جمع‌بندی کلی بعد از عید است. اکنون می‌توانیم با اطمینان بگوییم که یک کتاب کامل آموزشی و یک بانک تست کامل در اختیار شما است. کتابی که در آن هر فصل به بخش‌های مختلف تقسیم شده، در هر بخش آموزش کامل وجود دارد و پس از آن تست‌های هر بخش دسته‌بندی شده تا شما بتوانید راحت‌تر به موضوع موردنظر خود دسترسی داشته باشید. تست‌های هر بخش و یا زیربخش هم به ترتیب آموزشی چیده شده است. در پایان هر بخش، تست‌های سطح دوم قرار دارد که از سطح بالاتری برخوردارند و دانش‌آموزان با صلاح دید معلم می‌توانند از آن‌ها استفاده کنند.

کتابی که اکنون در دست شماست ویراست دوم فیزیک ۳ جامع است که در آن بر اساس نظرات دریافتی شما دانش آموزان عزیز و دبیران گرامی، ترتیب تست‌ها، تعداد آن‌ها و محتوای مطالب درسنامه تغییراتی اعمال شده است. ویراست جدید جلد دوم شامل «پاسخ‌های تشریحی» پرسش‌های چهارگزینه‌ای جلد اول است که شما می‌توانید از سه روش به آن دسترسی داشته باشید:



۱- دریافت pdf کتاب با مراجعه به سایت نشر الگو

۲- دریافت pdf کتاب از طریق اسکن QR Code

۳- خرید نسخه چاپی کتاب

در پایان لازم است از تلاش صمیمانه کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و همچنین آقایان سروش سعیدی و محمدعلی یعقوبی و خانم سارا صحیح‌النسب که ویرایش این کتاب بی‌یاری آنان امکان‌پذیر نبود، از خانم‌ها فاطمه احدی و شیما هاشمی برای صفحه‌آرایی کتاب، همچنین از سرکار خانم سکینه مختار مسئول واحد ویراستاری و حروفچینی قدردانی می‌کنم.

در آخر از آقای امیرعلی میری که بدون همکاری و هم‌فکری‌های ایشان این کتاب به سرانجام نمی‌رسید، تشکر ویژه دارم.

رضا خالو

فهرست

فصل اول: حرکت بر خط راست	۲
پاسخ آزمون ۱	۸۶
پاسخ آزمون ۲	۸۹
فصل دوم: دینامیک	۹۴
پاسخ آزمون ۱	۱۴۵
پاسخ آزمون ۲	۱۴۷
ضمیمه ۱: کاربرد ریاضی در فیزیک	۱۴۹
فصل سوم: نوسان و امواج	۱۵۴
پاسخ آزمون ۱	۲۴۵
پاسخ آزمون ۲	۲۴۸
فصل چهارم: آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای	۲۵۲
پاسخ آزمون ۱	۲۷۹
پاسخ آزمون ۲	۲۸۱
ضمیمه ۲: کاربرد مشتق در حرکت‌شناسی	۲۸۳

فصل اول

حرکت بر خط راست

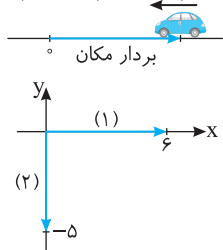


برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش
و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

فصل ۱ حرکت بر خط راست

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

بردار سرعت (بیانگر جهت حرکت)



۱- گزینه ۲ بردار مکان برداری است که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کنند. جهت حرکت همان جهت سرعت است. بنابراین جهت حرکت به صورت \leftarrow می‌باشد. (A)

۲- گزینه ۳ بردار مکان برابر است با برداری که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کند. $\vec{d}_1 = 6\vec{i}$, $\vec{d}_2 = -5\vec{j}$ (A)

۳- گزینه ۴ بردار مکان متحرک برابر است با برداری که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کند. (B)

$$x(3) = 3^2 - 4(3) + 4 = +1 \Rightarrow \vec{x} = \vec{i}$$

بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد و مکان تغییر علامت دهد:

t	۲		
x	+	+	+

$$x = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow 0 = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

با اینکه مکان متحرک صفر می‌شود اما علامت آن تغییر نمی‌کند پس متحرک تغییر علامت نمی‌دهد در واقع حرکت متحرک مشابه روبه‌رو است.

۴- گزینه ۴ مبدأ حرکت مکان اولیه است یعنی مکان جسم در $t=0$ ، به عبارت بهتر مکانی که از آنجا متحرک شروع به حرکت کرده است. بنابراین:

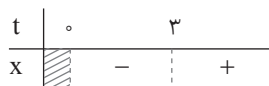
$$x(0) = 0^2 - 3(0) + 1 \Rightarrow x(0) = 1 \text{ m} , x(2) = 2^2 - 3(2) + 1 \Rightarrow x(2) = 3 \text{ m} , \Delta x = x(2) - x(0) = 3 - 1 = 2 \text{ m}$$

$$x = t^2 - 3t + 1 \xrightarrow{t=3s} x = 8 - 9 + 1 = 0 \text{ m}$$

چند متری مبدأ مکان یعنی مکان متحرک. از این رو:

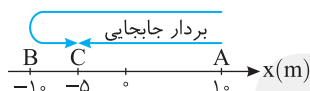
۵- گزینه ۱ بردار مکان زمانی منفی است که مکان متحرک در قسمت منفی محور xها قرار داشته باشد. (B)

ریشه معادله $x = t^2 + t - 12 \Rightarrow 0 = t^2 + t - 12 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 3s$



بنابراین در بازه صفر تا ۳s متحرک در قسمت منفی قرار دارد. پس از $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ ، بردار مکان متحرک s (از $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$) منفی است.

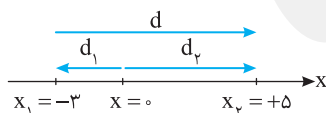
۶- گزینه ۱ مسیر حرکت جسم به صورت روبه‌رو می‌باشد. بردار جابه‌جایی برابر است با برداری که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند. (A)



مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکت است یعنی متحرک از $A = 1 \text{ m}$ تا $B = -1 \text{ m}$ و سپس از $B = -1 \text{ m}$ به $C = -0.5 \text{ m}$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |d_{AB}| + |d_{BC}| = 2 \text{ m} , \frac{l}{d} = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3}$$

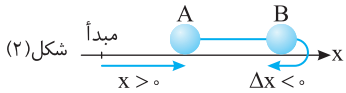
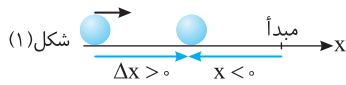
۷- گزینه ۲ وقتی متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. در این مسأله یعنی ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود و گزاره (الف) نادرست است. بردار جابه‌جایی در جهت مثبت و بردار مکان ابتدا منفی و سپس مثبت است و بردار جابه‌جایی و بردار مکان در طول مسیر همواره هم‌جهت نیستند و گزاره (ب) نادرست است. مسافت طی شده و جابه‌جایی مطابق شکل هم‌اندازه هستند و گزاره (پ) درست است.



۸- گزینه ۲ جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر است. زمانی این اتفاق می‌افتد که جسم بدون تغییر جهت روی خط راست در حرکت باشد. (A)

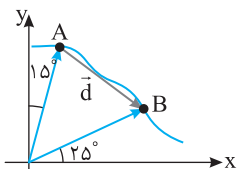
۹- گزینه ۳ اگر متحرک در یک جهت در حال حرکت از A به B برود $\frac{d}{l} = \pm 1$ خواهد شد. علامت مثبت برای هنگامی است که متحرک در جهت مثبت محور از A به B برود، l و d مثبت هستند. علامت منفی برای زمانی است که متحرک در جهت منفی محور از A به B برود. d منفی و l مثبت است. اگر متحرک تغییر جهت داده باشد آن‌گاه $|\frac{d}{l}| < 1$ خواهد بود. l همواره مثبت است. اگر جابه‌جایی در جهت مثبت محور xها باشد $\frac{d}{l} > 0$ و اگر جابه‌جایی در جهت منفی محور xها باشد $\frac{d}{l} < 0$ است. بنابراین $-1 \leq \frac{d}{l} \leq 1$ خواهد بود و گزینه (۳) درست است. (B)

۱-۱۰ گزینه ۳ مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی جابه‌جایی است. در این حرکت جابه‌جایی برابر $d = 2 - (-1) = 3m$ است و باید $|I| \geq 3$ باشد. بنابراین تنها گزینه (۳) برای مسافت قابل قبول است.

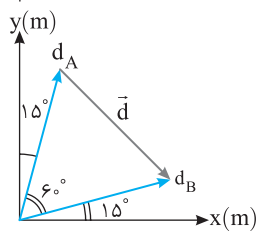


۱-۱۱ گزینه ۴ با توجه به شکل روبه‌رو متحرک در جهت مثبت محور جابه‌جا شده اما مکان‌های آن منفی است و گزینه (۱) درست است.

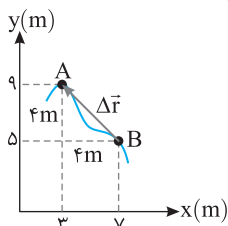
ممکن است متحرک در مکان مثبت در جهت مثبت جابه‌جا شده سپس تغییر جهت داده باشد و در جهت منفی جابه‌جا شود اما از مبدأ نگذرد و بردار مکان با آن که تغییر می‌کند اما تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین گزینه (۲) درست است. اگر متحرک در یک جهت از مبدأ بگذرد بردار مکان تغییر جهت می‌دهد اما جهت حرکت تغییر نمی‌کند و گزینه (۳) درست است. در شکل (۲) در نقطه B متحرک تغییر جهت داده است اما بردار مکان هم‌چنان مثبت است و تغییر جهت نداده است. بنابراین گزینه (۴) نادرست و پاسخ تست است. (نادرستی آن نیز با توجه به شکل دوم کاملاً مشخص است).



۱-۱۲ گزینه ۱ بردار مکان برداری است که مبدأ مختصات را به مکان جسم وصل می‌کند. مطابق شکل در جابه‌جایی از A تا B بردار مکان به صورت روبه‌رو می‌باشد بنابراین زاویه اولیه بردار مکان با محور xها برابر $\theta_1 = 90 - 15 = 75^\circ$ و زاویه نهایی آن $\theta_2 = 25^\circ$ است یعنی بردار مکان 50° ساعتگرد چرخیده است.



۱-۱۳ گزینه ۱ بردار جابه‌جایی، برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند. چون طول بردارهای مکان d_A و d_B یکی است مثلث متساوی‌الساقین است و چون زاویه رأس آن 60° است، پس مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است و اندازه بردار جابه‌جایی $d = 20m$ است.



۱-۱۴ گزینه ۲ از نقطه A به نقطه B برداری رسم کرده سپس به کمک قضیه فیثاغورس اندازه بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$AB = \sqrt{(7-3)^2 + (9-5)^2} = 4\sqrt{2}m$$

۱-۱۵ گزینه ۱ با توجه به مختصات در صفحه XOY داریم:

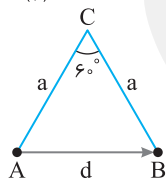
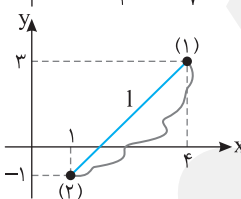
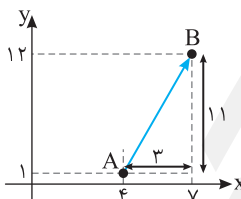
$$\vec{d} = (3, 11)$$

$$|d| = \sqrt{3^2 + 11^2} = \sqrt{130}m$$

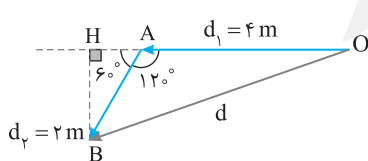
۱-۱۶ گزینه ۴ جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$d = \sqrt{(4-1)^2 + (3+1)^2} = 5m$$

چون مسیر حرکت مشخص نیست مسافت قابل به دست آوردن نمی‌باشد. مثلاً در شکل روبه‌رو دو مسیر مختلف نشان داده شده است. در واقع $|I| \geq 5$ است و گزینه (۴) درست است.



۱-۱۷ گزینه ۱ بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای مسیر متصل می‌کند. با توجه به شکل مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و $|d| = a$ است. مسافت برابر طول مسیر طی شده می‌باشد بنابراین $l = a + a = 2a$



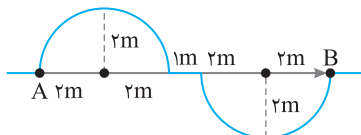
۱-۱۸ گزینه ۴ ابتدا یک شکل ساده از مسأله رسم می‌کنیم. جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. مطابق شکل عمودی از B به H بر خط OA رسم می‌کنیم. در مثلث AHB ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است از این رو $AH = \frac{4}{2} = 2m$ و ضلع BH خواهد شد:

$$\cos 30^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{4} \Rightarrow BH = 2\sqrt{3}m$$

$$d^2 = BH^2 + OH^2 = (2\sqrt{3})^2 + (4+1)^2 \Rightarrow d^2 = 12 + 25 = 37 \Rightarrow d = \sqrt{37}m$$

اکنون در مثلث OHB، طول وتر (d) را به دست می‌آوریم.

مسافت طی شده برابر مجموع طول مسیر ۴ متری و طول مسیر ۲ متری یعنی ۶m است.



۱۹- گزینه ۳ جابه‌جایی برابر است با برداری که ابتدای مسیر (A) را به انتهای مسیر (B) وصل می‌کند.

$$d = 2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 9m$$

مسافت برابر است با مسیر پیموده شده:

$$l = 6 + 1 + 6 = 13m \quad \text{محیط نیم‌دایره } \pi r = 6$$

$$\frac{l}{d} = \frac{13}{9}$$

۲۰- گزینه ۲ دقت کنید که در صورت مسأله بیان شده که ماه در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان

$$l = \frac{3}{4} (2\pi R) \Rightarrow l = \frac{3}{2} \pi R$$

(۲) می‌رود و مسافت طی شده $\frac{3}{4}$ محیط دایره مسیر حرکت است.

بردار جابه‌جایی از مکان (۱) به مکان (۲) رسم می‌شود و با توجه به شکل و اندازه آن بنا به رابطه فیثاغورس برابر

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

است با:

$$\frac{l}{d} = \frac{\frac{3}{2} \pi R}{\sqrt{2}R} = \frac{3\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}$$

در این صورت:

۲۱- گزینه ۲ سرعت متوسط یک کمیت برداری می‌باشد که جهت آن در جهت بردار جابه‌جایی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۲۲- گزینه ۱

در سطر اول:

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 6/4 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8/4m, \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 2/1 m/s$$

$$-2/8 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = -5/6m \Rightarrow x_2 - x_1 = -5/6 \Rightarrow -2/5 - x_1 = -5/6 \Rightarrow x_1 = 3/1 \hat{i}$$

در سطر دوم: با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3/3 = \frac{8/6 - 2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2s$$

در سطر سوم:

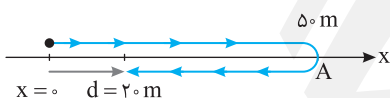


$$l = 5 + 3 = 8m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4m/s$$

۲۳- گزینه ۲ مسافت طی شده برابر است با:

تندی متوسط خواهد شد:



۲۴- گزینه ۱ جابه‌جایی متحرک در مدت ۲s از مبدأ تا مکان ۲m بوده است از این رو:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2}{2} \Rightarrow v_{av} = 1m/s$$

۲۵- گزینه ۴ مسیر حرکت مشخص نیست، از این رو مسافت طی شده قابل محاسبه نیست و نمی‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6 - (+4)}{6 - 2} = -2/5 m/s$$

۲۶- گزینه ۲ با توجه به تعریف سرعت متوسط:

تذکر: سرعت متوسط به مسیر بستگی ندارد و تنها تابعی از مکان ابتدایی و انتهایی متحرک است.

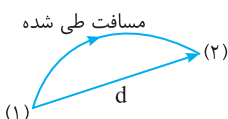
۲۷- گزینه ۲ اندازه سرعت متوسط داده شده است یعنی سرعت متوسط می‌تواند $+3/5m/s$ یا $-3/5m/s$ باشد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = 3/5 \Rightarrow x_2 = 12/4m \\ v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = -3/5 \Rightarrow x_2 = -15/6m \end{cases}$$

۲۸- گزینه ۳ تندی متوسط برابر مسافت پیموده شده تقسیم بر زمان طی این مسافت و کمیتی نرده‌ای است. (مسافت طی شده در یکای زمان)

$$\bar{v}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t}$$

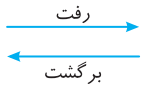
و سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان و کمیتی برداری است.



در حرکت بر خط راست بدون تغییر جهت (حرکت یکنواخت روی خط راست) مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابر بوده و تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است. در مسیرهای خمیده مثل شکل روبه‌رو همواره

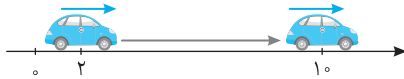
$$s_{av} > |\bar{v}_{av}| \quad \text{از این رو: مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است.}$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) در حالت‌های خاصی درست هستند و عبارت قطعاً نادرست در مورد آن‌ها صدق نمی‌کند. اما عبارت گزینه (۳) قطعاً نادرست است. زیرا هرگز اندازه سرعت متوسط نمی‌تواند از تندی متوسط بیشتر شود.



در یک مسیر بسته مثلاً در یک مسیر رفت و برگشت به محل شروع حرکت، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر است. هرچند تندی متوسط صفر نیست و گزینه (۴) درست است.

۲۹- گزینه ۴ فرض کنید متحرک در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ به مکان $10\vec{i}$ رفته حال حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ m/s}$$

(۲) فرض کنید در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ ابتدا به مکان $12\vec{i}$ رفته و سپس از $12\vec{i}$ به $10\vec{i}$ بازگشته بنابراین ابتدا جهت حرکت مثبت و سپس این جهت منفی است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ m/s}$$

(۳) فرض کنید در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ ابتدا به مبدأ مکان رفته و سپس از مبدأ به $10\vec{i}$ برود. بنابراین ابتدا جهت حرکت منفی و سپس این جهت مثبت است:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ m/s}$$

بنابراین هر سه گزینه می‌تواند حرکت ما را شامل شود و گزینه (۴) درست است.

۳۰- گزینه ۳ اگر جهت حرکت مثبت باشد جهت جابه‌جایی و سرعت متوسط نیز مثبت خواهد بود اما عکس این جمله نادرست است یعنی اگر سرعت متوسط متحرک مثبت باشد ممکن است متحرک ابتدا در جهت منفی و سپس در جهت مثبت حرکت کرده باشد و یا ابتدا در جهت مثبت و سپس در جهت منفی حرکت کرده

است. بنابراین گزاره (الف) درست است و گزاره (ب) نادرست است. با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ جهت سرعت و جابه‌جایی یکسان است بنابراین گزاره (پ) درست است.

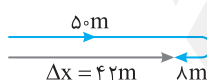
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \xrightarrow{\vec{d}=0} \vec{v}_{av} = 0$$

۳۱- گزینه ۱ جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت صفر است از این رو سرعت متوسط صفر است.

$$\Delta t_1 = \frac{l}{v_{av_1}} = \frac{l}{90}, \quad \Delta t_2 = \frac{l}{v_{av_2}} = \frac{l}{60}$$

۳۲- گزینه ۳ اگر طول مسیر l باشد. زمان رفت و زمان برگشت را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l+l}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2l}{\frac{l}{90} + \frac{l}{60}} = \frac{2l}{\frac{2l+3l}{180}} \Rightarrow s_{av} = \frac{360}{5} \Rightarrow s_{av} = 72 \text{ km/h}$$



$$t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \Rightarrow t_1 = \frac{50}{5} \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

۳۳- گزینه ۳ زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t_2 = \frac{50}{4} = 12.5 \text{ s}$$

زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

بنابراین در لحظه $t = 14 \text{ s}$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت متوسط 2 m/s در مدت 4 s ، مسافت 8 m برگشته است. بنابراین جابه‌جایی شناگر

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{42}{14} = 3 \text{ m/s}$$

$50 - 8 = 42 \text{ m}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

۳۴- گزینه ۳ با توجه به صورت مسئله زمان حرکت با تندی $v_1 = 10 \text{ m/s}$ برابر $\Delta t_1 = \frac{t}{2}$ و با تندی $v_2 = 40 \text{ m/s}$ نیز برابر $\Delta t_2 = \frac{t}{4}$ است از این رو:

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow s_{av} = \frac{10 \cdot \frac{t}{2} + 40 \cdot \frac{t}{4}}{\frac{t}{2} + \frac{t}{4}} \Rightarrow s_{av} = \frac{10 + 40}{2} = 25 \text{ m/s}$$

$$l = s_{av_1} t_1 + s_{av_2} t_2 = 60 \times 2 + 90 \times 2/5 = 120 + 36 = 156 \text{ km}$$

۳۵- گزینه ۴ طول مسیر حرکت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{345}{2+0.5+2/5} = \frac{345}{5} \Rightarrow s_{av} = 69 \text{ km/h}$$

تندی متوسط در کل مسیر برابر خواهد شد با:

$$d_1 = v_{av_1} t_1 = 20 t_1, \quad d_2 = v_{av_2} t_2 = 40 t_2$$

۳۶- گزینه ۲ جابه‌جایی در مدت t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 28 = \frac{20 t_1 + 40 t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow 28 t_1 + 28 t_2 = 20 t_1 + 40 t_2 \Rightarrow 8 t_1 = 12 t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

با توجه به تعریف تندی متوسط:

۳۷- گزینه ۴ در مدت ۸s جابه‌جایی صورت گرفته برابر $120 \times 8 = 960 \text{ m}$ است و متحرک در یک جهت جابه‌جا شده است. بنابراین سرعت متوسط آن در مدت ۳s نمی‌تواند از $v_{av} = \frac{120}{3} = 40 \text{ m/s}$ بیشتر باشد و تمام مقادیرهای کمتر 40 m/s می‌تواند درست باشد. از این‌رو گزینه (۴) درست است.

۳۸- گزینه ۴ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3 + v_4 \Delta t_4}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4}$$

$$v_{av} = \frac{8 \times \frac{1}{60} + 24 \times \frac{2}{60} + 40 \times \frac{1}{60} + 48 \times \frac{2}{60}}{\frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \frac{1}{60} + \frac{2}{60}} = \frac{8 + 48 + 40 + 96}{6} = \frac{192}{6} = 32 \text{ km/h}$$

۳۹- گزینه ۲ ابتدا در هر قسمت از مسیر، زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{2}{3}x, \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av1}} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{3}v} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{x}{v}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{3}x, \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av2}} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\frac{1}{3}x}{\frac{1}{3}v} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{x}{v}$$

$$\Delta x_3 = x - \frac{2x}{3} - \frac{1x}{3} = \frac{0x}{3}, \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_{av3}} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{0}{v} \Rightarrow \Delta t_3 = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Rightarrow v_{av} = \frac{x}{\frac{x}{v} + \frac{x}{v} + 0} \Rightarrow v_{av} = \frac{v}{2} = 14 \text{ m/s}$$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را به دست آورد:

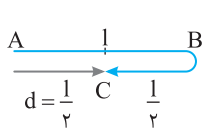
۴۰- گزینه ۳ با توجه به این‌که جابه‌جایی‌ها روی خط راست در یک سو است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Rightarrow v_{av} = \frac{x + 2x + 3x}{\frac{x}{v} + \frac{2x}{2v} + \frac{3x}{3v}} = \frac{6x}{\frac{x}{v} + \frac{x}{v} + \frac{x}{v}} = 2v$$

۴۱- گزینه ۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2}}{\frac{x}{2s_1} + \frac{x}{2s_2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2} \Rightarrow 48 = \frac{2 \times 40 \times v}{40 + v} \Rightarrow 240 + 6v = 10v \Rightarrow v = 60 \text{ m/s}$$

۴۲- گزینه ۳ با توجه به شکل



$$\left\{ \begin{array}{l} s_{av} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{3}{v_{av}} = 3 \Rightarrow v_{av} = 1 \text{ m/s} \\ |v_{av}| = \frac{2}{\Delta t} \end{array} \right.$$

۴۳- گزینه ۱ ابتدا تندی متوسط در نیمه دوم مسیر را حساب می‌کنیم:

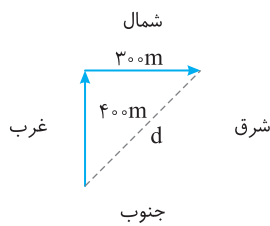
$$s_{av2} = \frac{1}{\Delta t_2} \Rightarrow s_{av2} = \frac{\frac{1}{4} \Delta t_2 + \frac{1}{6} \Delta t_2}{\Delta t_2} = \frac{4 + 1.5}{2} = 1.75 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow s_{av} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{20}} = \frac{60}{1 + 1.5} = 24 \text{ m/s}$$

اکنون تندی متوسط در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

البته می‌توانستیم در قسمت دوم از رابطه $v_{av} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ استفاده کنیم. دقت کنید در اینجا تندی متوسط و سرعت متوسط یکی است زیرا متحرک روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کرده است.

۴۴- گزینه ۱ متحرک با سرعت ثابت 16 m/s ، 400 m به سمت شمال رفته است.

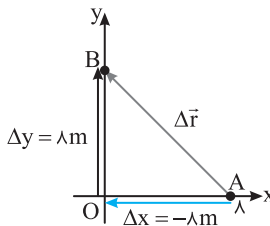


$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 16 = \frac{400}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 25 \text{ s}$$

متحرک در طی 25 s بعد با سرعت ثابت 12 m/s به سمت شرق رفته است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta x_2}{25} \Rightarrow \Delta x_2 = 300 \text{ m}, \quad |d| = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{|d|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{500}{25 + 25} = 10 \text{ m/s}$$



۴۵- گزینه ۲ متحرک در امتداد محور x از نقطه $+8$ به صفر رفته است. پس -8 متر جابه‌جا شده است.

$$v_{av,x} = \frac{-8}{5} = -1.6 \text{ m/s}$$

دقت کنید که مسأله سرعت متوسط در امتداد محور x ها را از شما می‌خواهد.

۴۶- گزینه ۱ با توجه به فاصله بین دو نقطه که در ریاضی سال یازدهم فراگرفته‌اید ابتدا مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

$$l = AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2} \Rightarrow l = \sqrt{(-3 - 6)^2 + (8 + 4)^2} = \sqrt{81 + 144} \Rightarrow l = 15 \text{ m}, \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{5-3} = 7.5 \text{ m/s}$$

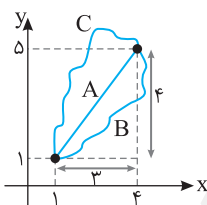
۴۷- گزینه ۴ همان‌طور که می‌دانید فاصله دو نقطه (x_A, y_A) و (x_B, y_B) از رابطه $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$ به دست می‌آید. پس:

$$|d| = \sqrt{(7-3)^2 + (4-1)^2} = 5 \text{ m}, \quad |\bar{v}_{av}| = \frac{|d|}{\Delta t} = \frac{5}{5} \Rightarrow |\bar{v}_{av}| = 1 \text{ m/s}$$

سؤال: آیا در این تست مانند تست قبل می‌توانستیم تندی متوسط را به دست آوریم؟

پاسخ: قطعاً نه، زیرا در تست قبلی مسیر حرکت خط راست بود اما مسیر حرکت در این تست مشخص نیست.

۴۸- گزینه ۴ مسیر حرکت مشخص نیست، متحرک بین دو نقطه $(1, 1)$ تا $(4, 5)$ جابه‌جا شده، در شکل چند مسیر مختلف بین این دو نقطه مشخص شده است که کوتاه‌ترین فاصله مسیر (A) است:



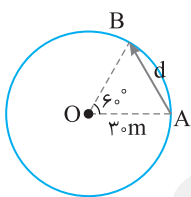
$$l_A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$s_{av} \geq \frac{l_A}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} \geq \frac{5}{5} \Rightarrow s_{av} \geq 1 \text{ m/s}$$

بنابراین:

۴۹- گزینه ۴ ابتدا با توجه به شکل بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم. مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است.

بنابراین $AB = 30 \text{ m}$ خواهد بود.

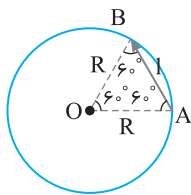


$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{طول وتر } AB}{\text{زمان}} \Rightarrow v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{30}{5-2} = 10 \text{ m/s}$$

۵۰- گزینه ۲ از A تا B در جهت ساعتگرد $\frac{3}{4}$ دایره طی شده پس مسافت طی شده برابر است با:

$$l = \frac{3}{4}(2\pi R) \Rightarrow l = \frac{3}{4} \times (2\pi \times 30) = 45\pi \text{ m}, \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{45\pi}{3} = 15\pi \text{ m/s}$$

۵۱- گزینه ۱ ابتدا زمان حرکت از A تا B را حساب می‌کنیم



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{6}(2\pi R)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi R}{12}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{R}{\frac{\pi R}{12}} \Rightarrow v_{av} = \frac{12}{\pi} \text{ m/s}$$

جابه‌جایی از A تا B با توجه به شکل برابر $d = R$ است. در این صورت

۵۲- گزینه ۴ مکان جسم در لحظه‌های $t_1 = 0/5 \text{ s}$ و $t_2 = 1/5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0/5 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 0/25 - 1 + 1 \Rightarrow x_1 = 0/25 \text{ m}, \quad t_2 = 1/5 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 2/25 - 3 + 1 \Rightarrow x_2 = 0/25 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{0/25 - 0/25}{1/5 - 0/5} \Rightarrow v_{av} = 0$$

سرعت متوسط خواهد شد:

۵۳- گزینه ۱ ثانیه دوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=1s$ تا $t_2=2s$ در این صورت:

$$\begin{cases} t_1=1s \Rightarrow x_1=1-2+1=0 \\ t_2=2s \Rightarrow x_2=4-4+1=1m \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1-0}{2-1} = 1m/s$$

ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=2s$ تا $t_2=3s$ از این رو:

$$\begin{cases} t_1=2s \Rightarrow x_1=4-4+1=1m \\ t_2=3s \Rightarrow x_2=9-6+1=4m \end{cases} \Rightarrow v'_{av} = \frac{4-1}{3-2} = 3m/s$$

$$v'_{av} - v_{av} = 3 - 1 = 2m/s$$

بنابراین خواهیم داشت:

$t=0$ تا $t=2s$: ثانیه دوم ، $t=2s$ تا $t=3s$: ثانیه اول

۵۴- گزینه ۴ به این عبارتها دقت کنید:

$t=2s$ تا $t=4s$: ثانیه سوم ، $t=2s$ تا $t=3s$: ثانیه دوم ، $t=0$ تا $t=2s$: ثانیه اول

در این صورت سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم یعنی سرعت متوسط در بازه $t=2s$ تا $t=4s$:

$$\begin{cases} t_1=2s \Rightarrow x_1=4+4+2=10m \\ t_2=4s \Rightarrow x_2=16+8+2=26m \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{26-10}{4-2} = \frac{16}{2} = 8m/s$$

سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم یعنی سرعت متوسط در بازه $t=2s$ تا $t=4s$:

$$\begin{cases} t=2s \Rightarrow x_1=4+4+2=10m \\ t=4s \Rightarrow x_2=16+8+2=26m \end{cases} \Rightarrow v'_{av} = \frac{26-10}{4-2} = \frac{16}{2} = 8m/s$$

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{8}{8} = 1$$

بنابراین:

۵۵- گزینه ۳ هنگامی سرعت متوسط صفر می شود که جابه جایی صفر باشد در $t_1=0$ مکان جسم $x=12m$ است پس در $t_2=t'$ نیز باید متحرک در همین

$$12 = 3t'^2 - 15t + 12 \Rightarrow 3t'^2 - 15t = 0 \Rightarrow 3t(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=5s \end{cases}$$

مکان باشد، بنابراین:

بنابراین $t'=5s$ است.

۵۶- گزینه ۲ در لحظه تغییر بردار مکان متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می گذرد، بنابراین:

$$0 = t^2 - t - 6 \Rightarrow (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=3s \\ t=-2s \end{cases} \quad \checkmark \quad \text{غ ق ق} \quad , \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0+6}{3} = 2m/s$$

۵۷- گزینه ۲ سرعت متوسط برابر است با $v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$

$$t=0 \Rightarrow x_1 = \alpha, \quad t=3s \Rightarrow x_2 = \alpha + 27\beta, \quad v_{av} = \frac{\alpha + 27\beta - \alpha}{3-0} = 18 \Rightarrow \frac{27\beta}{3} = 9\beta = 18 \Rightarrow \beta = 2$$

$$x = \alpha + \beta t^2 \Rightarrow 24 = \alpha + \beta(2)^2 \xrightarrow{\beta=2} 24 = \alpha + 16 \Rightarrow \alpha = 8$$

مکان متحرک در لحظه $t=2s$ برابر $24m$ است بنابراین:

۵۸- گزینه ۴ ابتدا مکان متحرک در لحظه های $t_1 = \frac{1}{6}s$ و $t_2 = \frac{4}{3}s$ را به دست می آوریم:

$$t_1 = \frac{1}{3}s \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{10\pi}{6} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 0.1m$$

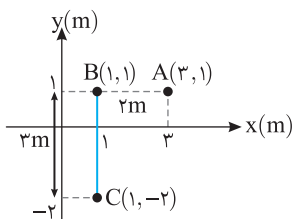
$$t_2 = \frac{4}{3}s \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{40\pi}{3} \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos(12\pi + \frac{4\pi}{3}) \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x_2 = -0.1m$$

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-0.1 - 0.1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-0.2}{1} = -0.2 \Rightarrow v_{av} = -\frac{0.2}{1} = -\frac{12}{175} m/s$$

سرعت متوسط برابر است با:

۵۹- گزینه ۳ در یک لحظه دو متحرک در یک مکان قرار دارند و مبدأ را هر جا در نظر بگیریم مکان دو متحرک یکسان است.

۶۰- گزینه ۱ محل نقاط A و B و C را مطابق شکل مشخص می کنیم. مسافت طی شده خواهد شد:

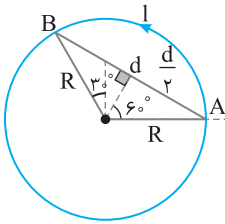


$$l = AC + CB = 2 + 3 = 5m$$

۶۱- گزینه ۱ بردار جابه جایی برابر است با برداری که نقطه ابتدایی را به نقطه پایانی مسیر وصل می کند پس نقطه B مهم نیست.

$$AC = d = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \Rightarrow |d| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} m$$

۶۲- گزینه ۴ مسافت طی شده برابر طول کمان AB بوده که $\frac{1}{3}$ محیط دایره است. $l = \frac{1}{3}(2\pi R) \Rightarrow l = \frac{2}{3}\pi R$



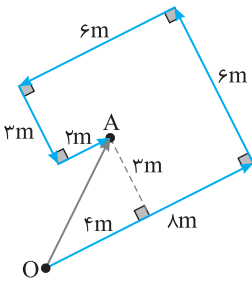
$$\sin 60^\circ = \frac{d}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = \sqrt{3}R$$

با توجه به شکل:

$$\frac{l}{d} = \frac{\frac{2}{3}\pi R}{\sqrt{3}R} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$$

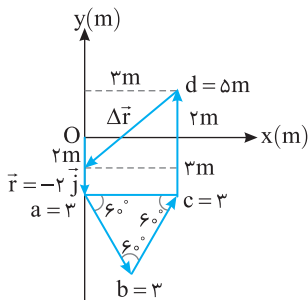
در این صورت:

۶۳- گزینه ۳ جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. با توجه به شکل جابه‌جایی برابر طول OA است.

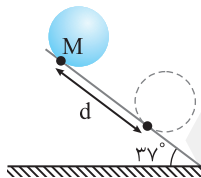


$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$$

۶۴- گزینه ۳ برای آن که ذره به مکان $\vec{r} = -2\vec{j}$ برسد باید پس از جابه‌جایی d مطابق شکل روبه‌رو جابه‌جایی $\Delta\vec{r}$ را انجام دهد. با توجه به شکل ذره باید در خلاف محور x ها ۳ متر و در خلاف محور y ها $2+2=4$ متر جابه‌جا شود یعنی $\Delta\vec{r} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ باید باشد.



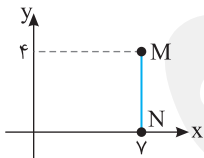
۶۵- گزینه ۴ پس از یک دور چرخش استوانه به اندازه محیط دایره سطح مقطع آن پایین می‌آید.



$$d = 2\pi r = 2 \times 3 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

۶۶- گزینه ۲ دقت کنید \vec{d}_1 ، \vec{d}_p و بردارهای جابه‌جایی هستند که متحرک پیموده است، بنابراین جابه‌جایی کل برابری این جابه‌جایی‌هاست.

$$\Delta\vec{r} = \vec{d}_1 + \vec{d}_p + \vec{d}_r = 12\vec{i} + 9\vec{j}, \quad |\Delta\vec{r}| = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ m}, \quad v_{av} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{15}{3+5+4} = \frac{15}{12} = 1.25 \text{ m/s}$$

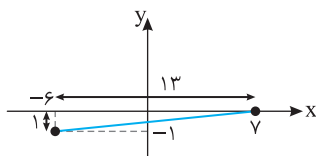


$$l_{MN} = 4 \text{ m}$$

۶۷- گزینه ۱ ابتدا مسافت طی شده در هر بازه را به دست می‌آوریم:

$$l_{NP} = \sqrt{(13)^2 + 1^2} = \sqrt{170} \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{4 + \sqrt{170}}{2+5} \Rightarrow s_{av} = \frac{4 + \sqrt{170}}{7}$$

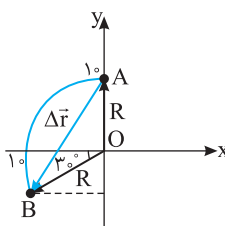


۶۸- گزینه ۴ شکل مسأله را رسم می‌کنیم وقتی متحرک از مکان $A(0, 10)$ ، 120° پادساعتگرد می‌چرخد به نقطه B می‌رسد. جابه‌جایی از A تا B را مطابق شکل به دست می‌آوریم.

$$AB = |\Delta\vec{r}| = 2R \sin \frac{\theta}{2}, \quad \theta = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ \Rightarrow |\Delta\vec{r}| = 2 \times 10 \times \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\vec{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$$

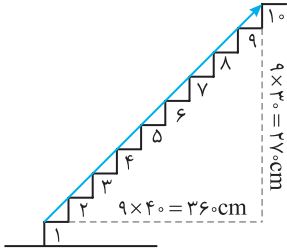
سرعت متوسط خواهد شد:



۶۹- گزینه ۳ با توجه به شکل، جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{(270)^2 + (360)^2} = \sqrt{9^2 \times (30^2 + 40^2)} \Rightarrow |\Delta \vec{r}| = 450 \text{ cm} = 4.5 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{4.5}{4.5} = 1.0 \text{ cm/s} = 0.01 \text{ m/s}$$



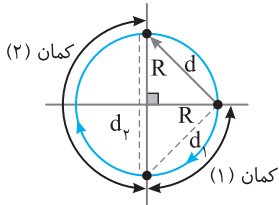
۷۰- گزینه ۲ با توجه به شکل متحرک کمان (۱) را با سرعت متوسط $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ و کمان (۲) را با سرعت متوسط 4 m/s طی کرده است. حال زمان کل حرکت را به دست می‌آوریم:

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} \xrightarrow{v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1}} \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5} \text{ s}$$

$$d_2 = R + R = 2R \xrightarrow{v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2}} \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2} \text{ s}$$

بنابراین کل زمان طی شده برابر است با $\Delta t_{\text{کل}} = \frac{R}{5} + \frac{R}{2} = \frac{7}{10} R$

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}, \quad \bar{v}_{av, \text{کل}} = \frac{d}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{R\sqrt{2}}{\frac{7}{10} R} = \frac{10\sqrt{2}}{7}$$



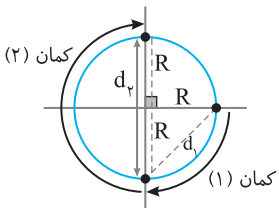
۷۱- گزینه ۳ با توجه به شکل کمان اول با سرعت متوسط $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ و کمان دوم با سرعت متوسط 4 m/s طی شده با توجه به جابه‌جایی در هر کمان، مدت زمان طی شده در هر بازه را به دست می‌آوریم.

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} \xrightarrow{v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1}} \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5} \text{ s}$$

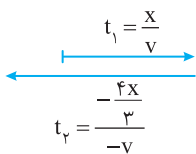
$$d_2 = R + R = 2R \xrightarrow{v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2}} \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2} \text{ s}$$

بنابراین کل زمان طی شده برابر است با $\Delta t_{\text{کل}} = \frac{R}{5} + \frac{R}{2} = \frac{7}{10} R$ و مسافت طی شده برابر $\frac{3}{4}$ محیط دایره می‌باشد.

$$l = \frac{3}{4} (\pi R) = \frac{3}{4} \pi R, \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\frac{3}{4} \pi R}{\frac{7}{10} R} = \frac{15\pi}{14} \text{ m/s}$$



۷۲- گزینه ۴ ابتدا باید زمان حرکت را به دست آورد.



$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \frac{X}{v} + \frac{X/2}{v} = \frac{3X}{2v}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-X/2}{3X/2v} \Rightarrow v_{av} = -\frac{v}{3}$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

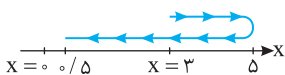
۷۳- گزینه ۴ سرعت متوسط، نسبت کل جابه‌جایی بر زمان جابه‌جایی است. اگر طول مسیر X باشد، آن‌گاه:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots} = \frac{X}{\frac{X}{v_1} + \frac{X}{v_2} + \frac{X}{v_3} + \dots} \Rightarrow v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{v} + \frac{X}{v} + \frac{X}{v} + \dots} \Rightarrow v_{av} = \frac{2v}{1+1+1+\dots}$$

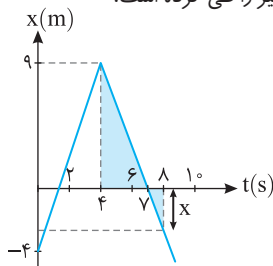
جمع تعداد بی‌نهایت عدد یک در مخرج برابر بی‌نهایت است و تقسیم یک عدد معین بر بی‌نهایت برابر صفر است. $v_{av} = \frac{2v}{\infty} = 0$

۷۴- گزینه ۴ با توجه به نمودار متحرک در بازه $t=1\text{s}$ تا $t=2\text{s}$ از مکان 3m به مکان $5\text{m} +$ می‌رود سپس در بازه $t=2\text{s}$ تا $t=5\text{s}$ از مکان $5\text{m} +$ به مکان $5\text{m} +$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = 2 + 4/5 = 6/5 \text{ m}$$



۷۵- گزینه ۱ جابه‌جایی متحرک صفر است زیرا متحرک از مبدأ ($x=0$) حرکت کرده است و پس از $5s$ مجدداً به مبدأ ($x=0$) برمی‌گردد. اما مسافت طی شده برابر 80 متر است زیرا متحرک از مبدأ به مکان $+40m$ رفته و سپس به مبدأ برگشته است، پس جمعاً $40+40=80m$ مسیر را طی کرده است.



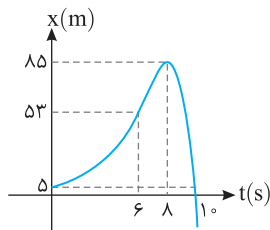
$$\frac{9}{x} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 3m$$

$$\Delta x = -3 - (-4) = 1m$$

۷۶- گزینه ۱ دو مثلث رنگی در شکل با هم متشابه‌اند از این رو:

البته x زیر محور زمان بوده و منفی است.

در این صورت جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا $8s$ برابر است با:



۷۷- گزینه ۴ با توجه به نمودار از $t=8s$ تا $t=10s$ جابه‌جایی و مسافت را به دست می‌آوریم. چون در این بازه جهت حرکت تغییر نمی‌کند پس جابه‌جایی و مسافت با هم برابر می‌باشند.

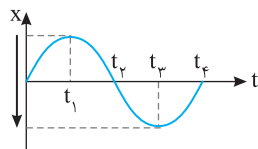
$$d = l = 85 - 5 \Rightarrow d = l = 80m$$

$$d = 53 - 5 = 48m$$

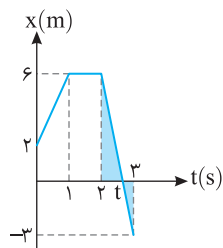
حال از $t=6s$ تا $t=10s$ جابه‌جایی و مسافت را محاسبه می‌کنیم:

$$l = (85 - 53) + (85 - 5) = 112m$$

۷۸- گزینه ۲ در لحظه t_p متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد.



۷۹- گزینه ۳ در بازه t_1 تا t_3 متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت است (زیرا مقدار آن از مثبت به منفی تغییر کرده است).

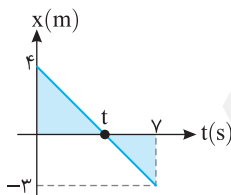


۸۰- گزینه ۲ دو مثلث رنگی در شکل متشابه هستند، بنابراین نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{6}{3} = \frac{t-2}{3-t} \Rightarrow 18 - 6t = 3t - 6 \Rightarrow 24 = 9t \Rightarrow t = \frac{8}{3}s$$

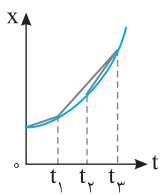
از بازه $t=2s$ تا $t=\frac{8}{3}s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ ($x=0$) است بنابراین:

$$\Delta t = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}s$$

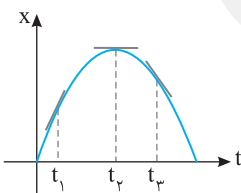


۸۱- گزینه ۳ در حرکت متحرک هنگامی که مکان متحرک منفی باشد بردار مکان منفی و اگر مکان متحرک مثبت باشد بردار مکان مثبت است. بنابراین هنگام عبور از مبدأ مکان ($x=0$) بردار مکان تغییر علامت می‌دهد. از تشابه مثلث، t را به دست می‌آوریم:

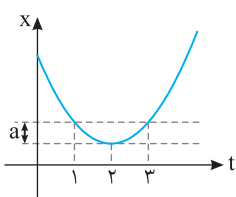
$$\frac{t}{4} = \frac{7-t}{3} \Rightarrow 3t = 28 - 4t \Rightarrow 7t = 28 \Rightarrow t = 4s$$



۸۲- گزینه ۳ با توجه به این که سرعت متوسط در بین دو نقطه، برابر شیب خط قاطع نمودار بین آن دو نقطه، در نمودار مکان - زمان است، از آنجایی که شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظه t_p تا t_3 بیشتر است، سرعت متوسط در این بازه بیشتر است.



۸۳- گزینه ۱ قدرمطلق شیب خط مماس در هر نقطه برابر تندی لحظه‌ای می‌باشد. با توجه به شکل در t_1 شیب از بقیه لحظه‌ها تندتر است.



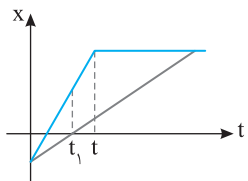
۸۴- گزینه ۴ تندی متوسط برابر است با مسافت طی شده در یکای زمان. از طرفی سهمی (نمودار معادله درجه دوم) نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی مقارن می‌باشد. بنابراین $x_{t=3} = x_{t=1}$ با هم برابر است، با توجه به نمودار:

$$t = 3s \text{ تا } t = 1s : s_{av} = \frac{2a}{2} = a$$

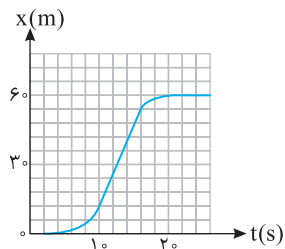
در بازه $t = 1s$ تا $t = 2s$ و در بازه $t = 2s$ تا $t = 3s$ نیز خواهیم داشت.

$$t = 1s \text{ تا } t = 2s \Rightarrow s_{av} = \frac{a}{1} = a, \quad t = 3s \text{ تا } t = 2s : v_{av} = \frac{a}{1} = a$$

بنابراین در هر سه بازه، تندی یکسان است.

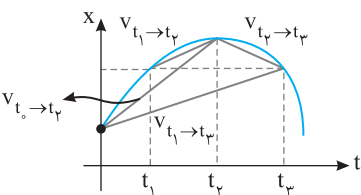


۱۸۵- گزینه ۱ در بازه صفر تا t سرعت متوسط و سرعت در هر لحظه یکسان و برابر شیب خط است اما از لحظه t به بعد شیب خط قاطع نسبت به شیب خط بین صفر تا t در حال کاهش است، از این رو $v_{t_1} \geq v_{av}$. بنابراین گزینه (۱) درست است.



۱۸۶- گزینه ۳ در نمودار $x-t$ ، سرعت برابر با شیب خط مماس در هر لحظه است. پس در نمودار هرچه شیب تندتر باشد، در آن نقطه سرعت بیشتر است. با توجه به نمودار، در بازه زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه شیب نمودار که به صورت خطی نیز هست از سایر بازه‌ها بیشتر و برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 12}{16 - 10} = \frac{42}{6} \Rightarrow v = 7 \text{ m/s}$$

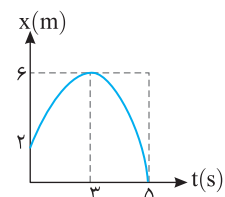


۱۸۷- گزینه ۳ سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو لحظه می‌باشد که در بازه t_2 تا t_3 شیب این خط منفی است.

متحرک در یک جهت در حرکت بوده است و مسافت طی شده و جابه‌جایی در بازه ۳s تا ۷s یکسان و برابر $16 - 5 = 11 \text{ m}$ است از این رو:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{16 - 5}{7 - 3} = \frac{11}{4} = 2.75 \text{ m/s}$$

۱۸۸- گزینه ۲

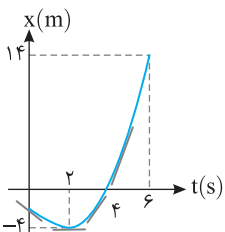


۱۸۹- گزینه ۲ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 2}{5 - 0} \Rightarrow v_{av} = -0.4 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{t_2 - t_1} = \frac{4 + 6}{5} = 2 \text{ m/s}$$

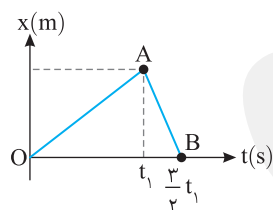
تندی متوسط برابر است با:



۱۹۰- گزینه ۳ با توجه به شیب خطهای مماس رسم شده بر نمودار از $t=2\text{s}$ تا $t=6\text{s}$ شیب خط مماس در حال افزایش است یعنی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. در این بازه مسافت طی شده برابر $l=18 \text{ m}$ می‌باشد.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ m/s}$$

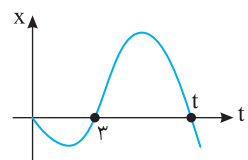
۱۹۱- گزینه ۲ با توجه به تعریف سرعت متوسط:



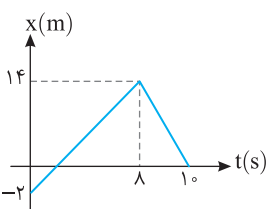
$$v_{av_{OA}} = \frac{x_A - 0}{t_1} = \frac{x_A}{t_1}$$

$$v_{av_{AB}} = \frac{0 - x_A}{2t_1 - t_1} = -\frac{x_A}{t_1}$$

۱۹۲- گزینه ۱ بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند. در $t=3\text{s}$ نیز مکان صفر است. بنابراین $\Delta x=0$ می‌باشد.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{6 - 3} = 0$$

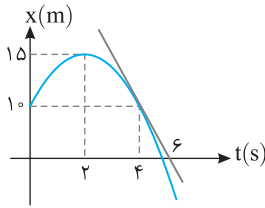


۱۹۳- گزینه ۱ هرگاه نمودار مکان-زمان خط راست مایل باشد، شیب خط برابر سرعت لحظه‌ای است و مقدار سرعت لحظه‌ای برابر تندی لحظه‌ای است. از این رو در $t=4\text{s}$ و $t=9\text{s}$ تندی لحظه‌ای را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم:

$$v_{t=4\text{s}} = \frac{14 - (-2)}{8 - 0} = 2 \text{ m/s} \Rightarrow s_{t=4\text{s}} = 2 \text{ m/s}, \quad v_{t=9\text{s}} = \frac{0 - 14}{10 - 8} = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s_{t=9\text{s}} = 7 \text{ m/s}$$

$$\frac{s_{t=4\text{s}}}{s_{t=9\text{s}}} = \frac{2}{7}$$

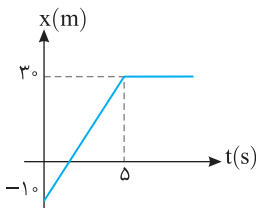
در این صورت:



۹۴- گزینه ۲ در لحظه $t=2s$ شیب خط مماس، افقی می‌باشد. یعنی شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که معرف سرعت لحظه‌ای است صفر می‌باشد. در لحظه $t=4s$ شیب خط مماس رسم شده است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-1}{6-4} = -0.5 \text{ m/s}$$

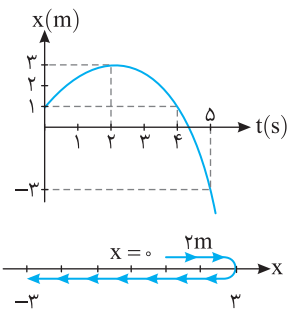
۹۵- گزینه ۴ در لحظه t_1 شیب خط مماس، خط افقی می‌باشد یعنی در این لحظه سرعت برابر صفر است. بنابراین بازه‌ای را باید انتخاب کنیم که جابه‌جایی در آن بازه صفر باشد تا سرعت متوسط مانند سرعت لحظه‌ای در t_1 صفر شود که با توجه به نمودار از t_1 تا t_3 و t_3 تا t_5 جابه‌جایی صفر می‌شود که در گزینه‌ها بازه t_1 تا t_3 را داریم.



۹۶- گزینه ۲ در بازه $t=0$ تا $t=5s$ نمودار $x-t$ به صورت خط راست می‌باشد یعنی در این بازه شیب خط در هر نقطه یکسان و برابر سرعت از $t=0$ تا $t=5s$ می‌باشد.

$$t=6s \text{ تا } t=0 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3-(-1)}{6} = \frac{4}{6} \Rightarrow v_{av} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

$$\frac{v_{av}}{v_{t=6s}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{4} = \frac{2}{2} = 1$$



۹۷- گزینه ۴ در بازه صفر تا $4s$ متحرک از مکان $x=1m$ به مکان $x=1m$ جابه‌جا شده و جابه‌جایی آن صفر است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

$$l = 2 + 6 = 8m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ m/s}$$

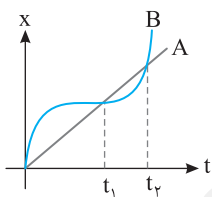
در بازه صفر تا $5s$ مسافت طی شده متحرک برابر است با:

بنابراین گزینه (۲) درست است.

شیب خط مماس در $t=5s$ از شیب خط مماس در $t=4s$ بیشتر است پس تندى لحظه‌ای (اندازه سرعت لحظه‌ای) در $t=5s$ از $t=4s$ بزرگ‌تر است.

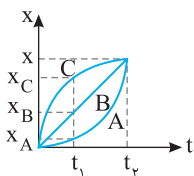
بنابراین گزینه (۳) درست است.

در بازه $2s$ تا $5s$ متحرک در خلاف جهت محور جابه‌جا شده یعنی در این مدت (۳s) سرعت متوسط منفی است بنابراین گزینه (۴) نادرست است. همچنین شیب خط مماس بر نمودار نیز از $t=2s$ به بعد منفی شده است. یعنی در مدت بیشتر از ۱ ثانیه سرعت منفی است.

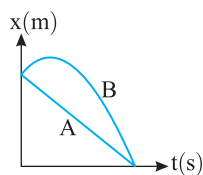


۹۸- گزینه ۴ با توجه به شکل در بازه‌های صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 و صفر تا t_2 جابه‌جایی دو متحرک برابر و سرعت متوسط آن‌ها در این بازه‌های زمانی (نه هر بازه‌ای) با هم برابر است.

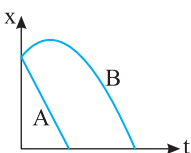
۹۹- گزینه ۳ در بازه زمانی داده شده جابه‌جایی‌ها به صورت $\Delta x_A > \Delta x_B > \Delta x_C$ است. بنابراین:



$$v_{avA} > v_{avB} > v_{avC}$$

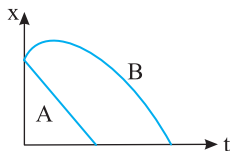


۱۰۰- گزینه ۴ جابه‌جایی دو متحرک در مدت زمان یکسان، برابر است بنابراین $v_{avA} = v_{avB}$ می‌باشد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. اما مسافت طی شده A از مسافت طی شده B در همان بازه زمانی کمتر است بنابراین تندى متوسط A از تندى متوسط B کمتر است.

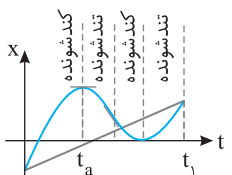


۱۰۱- گزینه ۴ در مورد تندى متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد زیرا متحرک B دارای مسافت طی شده بیشتری، در زمان طولانی‌تری است. به همین دلیل ممکن است تندى متوسط A با تندى متوسط B برابر یا از آن کمتر و یا بیشتر باشد.

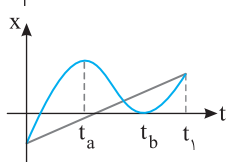
۱۰۲- گزینه ۱ با توجه به شکل، جابه‌جایی دو متحرک یکسان، اما زمان حرکت متحرک B بیشتر است از این رو سرعت متوسط متحرک B از سرعت متوسط متحرک A کمتر می‌باشد و گزینه (۱) درست است.



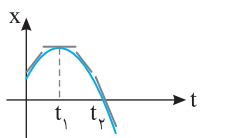
۱۰۳- گزینه ۴ با توجه به شیب خط‌های مماس که نشان‌دهنده سرعت لحظه‌ای می‌باشد، نوع حرکت‌ها در بازه‌های مشخص شده در شکل نشان داده شده است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرستند.



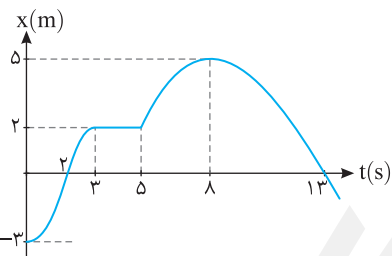
در نقاط بیشینه و کمینه t_a و t_b سرعت صفر و در دو طرف این لحظه‌ها علامت سرعت تغییر می‌کند. بنابراین در این دو لحظه جهت حرکت تغییر می‌کند و گزینه (۲) نادرست است. سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو لحظه است و با توجه به شکل روبه‌رو شیب این خط مثبت و گزینه (۴) درست است.



۱۰۴- گزینه ۴ در هنگام گذر از مبدأ مکان ($x=0$) یعنی در لحظه t_p شیب خط منفی است، پس سرعت منفی می‌باشد و گزینه (۱) درست است. در بیشینه و کمینه نمودار $x-t$ به شرط تغییر علامت سرعت، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در این حرکت نیز در t_1 جهت حرکت تغییر کرده است و گزینه (۲) درست است. ابتدا شیب خط مماس در حال کم شدن است تا به صفر برسد پس ابتدا حرکت کندشونده می‌باشد و سپس شیب خط در حال زیاد شدن است. پس بعد از t_1 حرکت تندشونده می‌شود و گزینه (۳) نیز درست است.

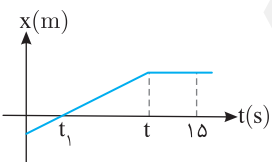


۱۰۵- گزینه ۴ در لحظه $t=2s$ متحرک دارای سرعت است زیرا شیب خط مماس در این نقطه موازی محور زمان نیست و گزینه (۱) نادرست است.

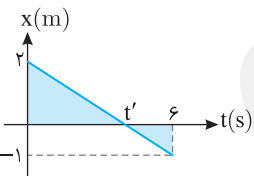


متحرک در بازه ۳s تا ۵s ساکن است اما تغییر جهت نمی‌دهد و تنها در لحظه $t=8s$ یعنی یک‌بار تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۲) نادرست است. متحرک از ابتدا $t=0$ تا $t=3s$ در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و در بازه ۳s تا ۵s ساکن و مجدداً در بازه ۵s تا ۸s در جهت مثبت حرکت می‌کند یعنی جمعاً ۶s در حال حرکت در جهت مثبت محور است و گزینه (۳) نادرست است. متحرک در بازه ۰ تا ۲s از مکان $-3m$ به مکان $x=0$ می‌رود و در بازه ۸s تا ۱۳s نیز از مکان $x=5$ به سوی $x=0$ می‌رود یعنی جمعاً ۷s در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

۱۰۶- گزینه ۱ در مدت ۱۵s متحرک ابتدا تا لحظه t در جهت حرکت بوده است و جابه‌جایی و مسافت با هم برابر است و از t تا ۱۵s جسم ساکن است. بنابراین در مدت ۱۵s جابه‌جایی با مسافت برابر است. در بازه صفر تا t_1 متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ و سپس تا لحظه t در حال دور شدن از مبدأ است و بعد از t ساکن است و گزینه (۲) نادرست است. در بازه صفر تا t متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و گزینه (۳) نادرست است.



۱۰۷- گزینه ۱ جهت حرکت را علامت سرعت مشخص می‌کند. اگر سرعت مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است و اگر سرعت منفی باشد متحرک در جهت منفی محور x در حال حرکت است. با توجه به نمودار، سرعت در تمام طول مسیر منفی است. پس از $t=0$ تا $t=6s$ متحرک خلاف جهت مثبت محور x در حال حرکت است. حال زمان‌هایی را که مکان متحرک منفی است ($x < 0$) که از t' تا $t=6s$ می‌شود، به دست می‌آوریم. با توجه به تشابه دو مثلث مشخص شده داریم:



$$\frac{2}{t'} = \frac{-1}{6-t'} \Rightarrow 12 - 2t' = t' \Rightarrow t' = 4s$$

بنابراین در مدت $\Delta t = 6 - t' = 6 - 4 = 2s$ مکان متحرک منفی است.

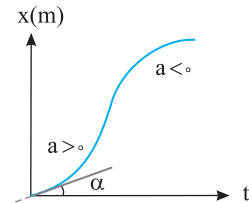
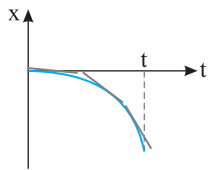
۱۰۸- گزینه ۱ نمودار سهمی می‌باشد پس معادله حرکت به صورت $x = at^2 + bt + c$ می‌باشد.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=30m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow 30 = c \\ x=50m \end{cases}, \begin{cases} t=1s \\ x=50m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 = a(1)^2 + b(1) + 30 \Rightarrow 20 = a + b \\ x=0 \end{cases}, \begin{cases} t=6s \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = a(6)^2 + b(6) + 30 \Rightarrow -30 = 36a + 6b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b=20) \times -6 \\ 36a+6b=-30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a-6b=-120 \\ 36a+6b=-30 \end{cases} + \Rightarrow \begin{cases} 30a = -150 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow b = 25 \end{cases}$$

بنابراین معادله حرکت به صورت $x = -5t^2 + 25t + 30$ است و می‌دانیم در رأس سهمی متحرک تغییر جهت داده، پس:

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-25}{-10} = 2.5s$$

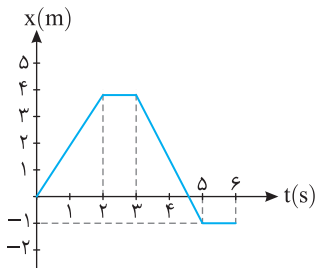


۱۰۹- گزینه ۴ با توجه به شکل روبه‌رو در لحظه $t=0$ نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس بوده و شیب خط مماس یعنی سرعت لحظه‌ای، صفر است و گزینه (۱) درست است.

اگر به مماس‌ها رسم شده دقت کنید شیب خط مماس در حال افزایش است، یعنی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینه (۲) درست است
از شروع حرکت، متحرک از مبدأ در جهت منفی محور در حال دور شدن از مبدأ است بنابراین گزینه (۲) درست است و پاسخ گزینه (۴) است.

۱۱۰- گزینه ۱ با توجه به شکل روبه‌رو سرعت اولیه مخالف صفر است، زیرا در لحظه $t=0$ خط مماس بر نمودار با محور زمان زاویه α می‌سازد ($v_0 = \tan \alpha$). ابتدا سرعت مثبت و شیب خط نیز مثبت و در حال افزایش حرکت تندشونده است، اما در ادامه شیب خط در حال کاهش است، سرعت (شیب خط) مثبت و در نتیجه حرکت کندشونده است.

۱۱۱- گزینه ۳ شیب خط مماس در لحظه t_1 بر نمودار افقی است. پس در این لحظه سرعت صفر می‌شود. هم‌چنین علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر کرده پس جهت حرکت نیز در این لحظه تغییر می‌کند. دقت کنید در این لحظه متحرک به مبدأ مکان می‌رسد اما علامت مکان تغییر نمی‌کند. پس بردار مکان تغییر جهت نداده است. قبل از t_1 شیب خط مماس کم می‌شود تا در t_1 شیب خط مماس صفر می‌شود. پس قبل از t_1 حرکت کندشونده بوده و بعد از t_1 شیب خط مماس زیاد می‌شود یعنی حرکت تندشونده شده است. پس در t_1 نوع حرکت تغییر کرده است.



۱۱۲- گزینه ۲ متحرک در بازه صفر تا ۲s، چهار متر مسافت طی می‌کند، در بازه ۲s تا ۳s ساکن بوده و در بازه ۳s تا ۵s از مکان ۴m به مکان ۱m - رفته و مسافت ۵m را می‌پیماید و از لحظه $t=5s$ ساکن می‌ماند. بنابراین مسافت طی شده از صفر تا ۶s جمعاً $l=4+5=9m$ است و تندی متوسط برابر است با:

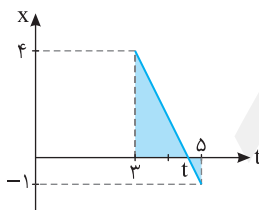
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{9}{6} = 1.5 \text{ m/s}$$

بنابراین گزاره (الف) درست است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{-\vec{i}}{6} = -\frac{1}{6} \vec{i}$$

بردار جابه‌جایی برابر $\vec{d} = -\vec{i}$ است و سرعت متوسط در بازه صفر تا ۶s خواهد شد:

بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

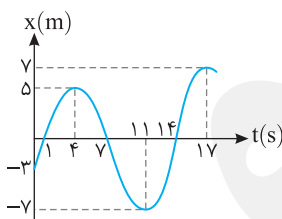


لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد برای به دست آوردن لحظه تغییر جهت از ریاضی تشابه مثلث استفاده می‌کنیم. دو مثلث هاشورخورده متشابه است، نسبت تشابه را برای دو مثلث می‌نویسیم:

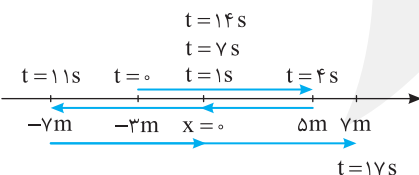
$$\frac{t-3}{5-t} = \frac{4}{1} \Rightarrow t-3=20-4t \Rightarrow 5t=23 \Rightarrow t=4.6 \text{ s}$$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

متحرک از لحظه ۳s تا لحظه ۵s یعنی به مدت ۲s در خلاف جهت محور در حرکت است و گزاره (ت) درست است.



۱۱۳- گزینه ۲ در لحظه $t=4s$ و $t=11s$ و $t=17s$ تندی متحرک صفر شده و سوی حرکت آن تغییر کرده است. بنابراین گزاره (الف) درست است. هرگاه متحرک از مبدأ مکان بگذرد، جهت بردار مکان در آن لحظه تغییر می‌کند. در $t=11s$ ، $t=7s$ ، $t=14s$ متحرک از مبدأ گذر کرده است بنابراین سه بار بردار مکان تغییر جهت داده است و گزاره (ب) نادرست است. با توجه به نمودار، مسیر حرکت متحرک در بازه صفر تا ۱۷s به شکل زیر است.



مطابق شکل مسیر، از $t=0$ تا $t=4s$ متحرک در جهت مثبت محور از مکان $-3m$ به مکان $+5m$ می‌رود سپس در بازه $t=4s$ تا $t=11s$ از مکان $+5m$ تا مکان $-7m$ در جهت منفی محور در حرکت است و سرانجام در بازه $t=11s$ تا $t=17s$ یعنی به مدت ۶s در جهت مثبت محور از مکان $-7m$ به مکان $+7m$ می‌رود یعنی ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

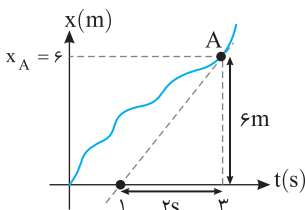
در این صورت جمعاً ۱۰s در جهت مثبت محور در حرکت بوده است و گزاره (پ) درست است اما در بازه $t=11s$ تا $t=14s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است و گزاره (ت) نادرست است.

۱۱۴- گزینه ۲ ابتدا با توجه به سرعت متوسط از لحظه $t=0$ تا $t=3s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{x_A - 0}{3} \Rightarrow x_A = 6m$$

$$v = \frac{6-0}{3-1} = 3 \text{ m/s}$$

سرعت در نقطه A برابر شیب خط مماس بر نمودار در نقطه A می‌باشد.

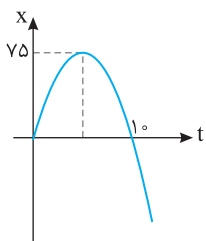


۱۱۵- گزینه ۳

با توجه به اینکه نمودار مکان- زمان سهمی است و معادله حرکت به صورت $x = at^2 + bt + c$ است.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow x = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow 0 = c$$

$$\begin{cases} t=1 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow x = a(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow 0 = 1 \cdot a + 1 \cdot b \quad (1)$$



با توجه به نمودار در رأس سهمی $(t = -\frac{b}{2a})$ مکان متحرک $x = 75 \text{ m}$ می باشد:

$$\begin{cases} t = -\frac{b}{2a} \\ x = 75 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow 75 = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} \Rightarrow 75 = -\frac{b^2}{4a} \Rightarrow a = -\frac{b^2}{300} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 0 = 1 \cdot \left(-\frac{b^2}{300}\right) + 1 \cdot b \Rightarrow 0 = \frac{-b^2}{300} + 1 \cdot b \Rightarrow 0 = b(-b + 300) \Rightarrow b = 0, b = 300$$

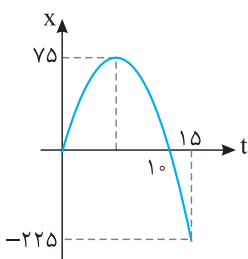
به ازای $a, b = 0$ نیز صفر می شود و در این صورت معادله حرکت سهمی نمی شود، پس $b = 0$ قابل قبول نیست.

$$x = at^2 + bt \xrightarrow{\substack{b=300 \\ a=-\frac{900}{300}=-3}} x = -3t^2 + 300t$$

$$x = -3(15)^2 + 300(15) \Rightarrow x = -225 \text{ m}$$

$$l = 75 + 75 + |-225| = 375 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{375}{15} = 25 \text{ m/s}$$



حال مکان جسم در $t = 15 \text{ s}$ را به دست می آوریم:

حال با توجه به نمودار مسافت طی شده را به دست می آوریم:

۱۱۶- گزینه ۱

شکل نمودار به صورت سهمی است یعنی $x = at^2 + bt + c$.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=-18 \end{cases} \Rightarrow x = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow -18 = c, \quad \begin{cases} t=4 \\ x=-5 \end{cases} \Rightarrow x = a(4)^2 + b(4) - 18 \Rightarrow -5 = 16a + 4b - 18 \Rightarrow -32 = 16a + 4b \quad (1)$$

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 4 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -8a \quad (2)$$

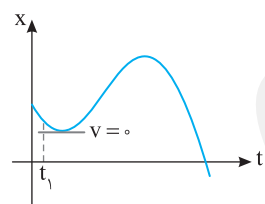
نقطه $t = 4 \text{ s}$ رأس سهمی می باشد و می دانیم رأس سهمی $t = -\frac{b}{2a}$ است. پس:

$$(1), (2) \Rightarrow 16a + 4(-8a) = -32 \Rightarrow -16a = -32 \Rightarrow a = 2, b = -16$$

پس معادله حرکت به صورت $x = 2t^2 - 16t - 18$ است. زمانی بردار مکان تغییر جهت می کند که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می کند:

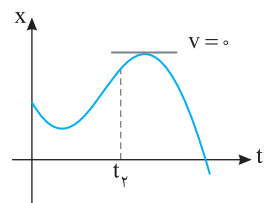
$$2t^2 - 16t - 18 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow (t-9)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 9 \text{ s}, t = -1 \text{ s} \quad (\text{غ.ق.})$$

بنابراین در $t = 9 \text{ s}$ بردار مکان تغییر جهت می دهد. زمانی متحرک تغییر جهت می دهد که سرعت متحرک صفر شود و علامت سرعت قبل و بعد از آن تغییر کند که همان رأس سهمی می باشد.

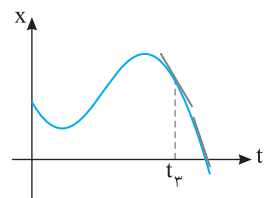


در حرکت تندشونده بزرگی سرعت در حال افزایش است. مطابق شکل بعد از t_1 در لحظه نشان داده شده

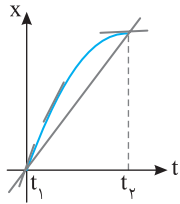
سرعت صفر می شود. پس در لحظه t_1 حرکت کندشونده است.



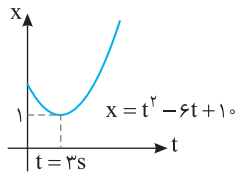
مطابق شکل بعد از t_2 در لحظه نشان داده شده سرعت صفر می شود. پس در لحظه t_2 حرکت کندشونده است.



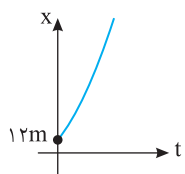
مطابق شکل بعد از t_3 شیب خط مماس بر نمودار در حال افزایش است. یعنی اندازه سرعت افزایش می یابد. پس حرکت در این لحظه تندشونده است.



۱۱۸- گزینه ۴ با توجه به شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که معرف سرعت لحظه‌ای است و شیب خط بین دو لحظه t_1 تا t_2 که معرف سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 است. مشخص است که ابتدا شیب خط مماس (سرعت لحظه‌ای) از شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 و t_2 (سرعت متوسط) بیشتر است و کم‌کم شیب خط مماس کمتر از شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 و t_2 می‌شود.



۱۱۹- گزینه ۲ ابتدا نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم:
 $\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 0 = -4 < 0$, $t = -\frac{b}{2a} = 3s$ رأس سهمی
 با توجه به نمودار کمترین فاصله از $x=0$ در $t=3s$ می‌باشد که $x=1m$ است.



۱۲۰- گزینه ۱ معادله حرکت به صورت $x = (t+3)(t+4)$ می‌باشد، هر دو ریشه این معادله منفی است و می‌دانیم که زمان نمی‌توان منفی باشد پس نمودار $x-t$ تقریباً مشابه شکل مقابل می‌باشد. پس کمترین فاصله از مبدأ در $t=0$ رخ می‌دهد.

۱۲۱- گزینه ۳ چون اندازه سرعت ثابت و در یک جهت است، از این رو سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر می‌باشد و اندازه سرعت متوسط با تندی لحظه‌ای برابر است.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 8t - 20$$

۱۲۲- گزینه ۳ مکان اولیه متحرک $x = -20m$ و سرعت آن $8m/s$ است بنابراین:

$$\Delta x = -(19 + 15) = -34, \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-34}{17} = -2m/s$$

۱۲۳- گزینه ۱ سرعت متحرک برابر است با:

$$x = -2t + 19$$

و مکان اولیه آن $19m$ است از این رو:

۱۲۴- گزینه ۲ راه حل اول: متحرک ابتدا به مبدأ و سپس به مکان $-6m$ رسیده است از این رو مکان اولیه آن مثبت اما سرعت آن منفی است و گزینه (۲) این گونه است.

$$\begin{cases} t = 2s, x = 0 \xrightarrow{x=vt+x_0} 0 = 2v + x_0 \Rightarrow -6 = 2v \Rightarrow v = -3m/s \\ t = 4s, x = -6m \Rightarrow -6 = 4v + x_0 \end{cases}$$

راه حل دوم: در معادله حرکت، زمان‌ها و مکان‌های معاد آن‌ها را قرار می‌دهیم:

$$0 = 2v + x_0 \Rightarrow 0 = 2(-3) + x_0 \Rightarrow x_0 = +6m$$

مکان اولیه را به دست می‌آوریم:

$$x = -3t + 6$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 1 = v \times 2 + 5 \Rightarrow v = -2m/s$$

۱۲۵- گزینه ۲ با توجه به معادله حرکت با سرعت ثابت روی خط راست داریم:

$$x = -2t + 5 \xrightarrow{x=3} 3 = -2t + 5 \Rightarrow t = 1s$$

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow -6 = 2v + x_0 \Rightarrow 6 = 6v \Rightarrow v = 10m/s, x_0 = -26m, x = 10t - 26 \\ t_2 = 8s \Rightarrow 54 = 8v + x_0 \end{cases}$$

۱۲۶- گزینه ۴ معادله حرکت را به دست می‌آوریم:

سرعت متحرک مثبت و مکان اولیه آن $-26m$ است، بنابراین متحرک هرگز از مکان $-30m$ نمی‌گذرد.

$$\begin{cases} t_1 = 0s \Rightarrow -8 = x_0 \Rightarrow x_0 = -8m \\ t_2 = 4s \Rightarrow 12 = v \times 4 + (-8) \Rightarrow v = 5m/s \end{cases} \Rightarrow x = 5t - 8$$

۱۲۷- گزینه ۳ معادله حرکت را با جای‌گذاری زمان‌ها و مکان‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$0 = 5t - 8 \Rightarrow t = 1/5s$$

اکنون زمان تغییر جهت بردار مکان یعنی زمان گذر از مبدأ مکان ($x=0$) را به دست می‌آوریم.

۱۲۸- گزینه ۳ چون سرعت متحرک $2m/s$ است، پس در هر ثانیه $2m$ جابه‌جا می‌شود.

$$\begin{cases} x = 2t + 5 \\ x = vt + v_0 \end{cases} \Rightarrow v = 2m/s$$

۱۲۹- گزینه ۴ معادله حرکت درجه اول است یعنی معادله حرکت مربوط به حرکت با سرعت ثابت می‌باشد.

بنابراین سرعت در هر لحظه برابر $2m/s$ است و گزینه (۱) درست است.

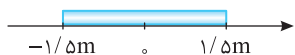
سرعت ثابت و حرکت روی خط راست است بنابراین تندی متوسط و سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه باهم برابر می‌باشد و گزینه (۲) درست است.

$$x = 2t + 5 \xrightarrow{x=0} 0 = 2t + 5 \Rightarrow t = -2/5 \text{ غق}$$

بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند ($x=0$)

پس بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد.

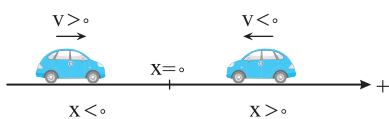
۱۳۰- گزینه ۲ با توجه به شکل از مکان $x = -1/5m$ تا $x_p = 1/5m$ فاصله متحرک از مبدأ کمتر از



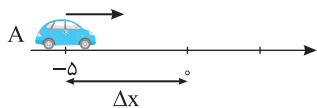
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{1/5 - (-1/5)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1/5s$$

۱/5m می باشد بنابراین:

۱۳۱- گزینه ۲ مطابق شکل وقتی متحرک به مبدأ نزدیک می شود حاصل ضرب xv منفی خواهد بود.



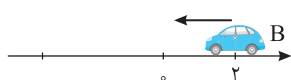
۱۳۲- گزینه ۲ متحرک A از مکان $x = -5m$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است پس در جهت مثبت



$$v_A = v_{av_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{5}{3} m/s$$

در حال حرکت می باشد.

متحرک B از مکان مثبت در حال نزدیک شدن به مبدأ می باشد پس در جهت منفی در حال حرکت می باشد.



$$v_B = v_{av_B} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} m/s$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{5/3}{-1/2} = -\frac{10}{3}$$

بنابراین:

۱۳۳- گزینه ۴ لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه گذر از مبدأ مختصات. در صورت مسأله فاصله از مبدأ داده شده است و مشخص نیست مکان ذره منفی

است یا مثبت.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|5-6|}{5-3} = \frac{1}{2} m/s$$

اگر دو نقطه در یک طرف مبدأ مختصات باشند آن گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$\Delta t = \frac{6}{1/2} \Rightarrow \Delta t = 12s$$

در این صورت زمان رسیدن ذره از فاصله ۶ متری مبدأ با سرعت $1/2 m/s$ به مبدأ برابر خواهد شد با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|5+6|}{5-3} = \frac{11}{2} m/s$$

و زمان گذر از مبدأ برابر $t = 12 + 3 = 15s$ است و اگر نقاط در دو طرف مبدأ باشند آن گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$t = \frac{12}{1/2} + 3 \Rightarrow t = \frac{27}{1/2} = 54s$$

و زمان رسیدن ذره به مبدأ $\Delta t = \frac{6}{1/2} \Rightarrow \Delta t = 12s$ خواهد شد و زمان گذر از مبدأ برابر است با:

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۱۳۴- گزینه ۳ حرکت با سرعت ثابت است، پس در هر ثانیه جابه جایی متحرک مقدار ثابتی است، از این رو جابه جایی در ثانیه سوم و ثانیه پنجم یکسان است و

نسبت جابه جایی ها برابر یک است.

۱۳۵- گزینه ۴ سرعت ثابت است در بازه های زمانی یکسان جابه جایی ها برابر است. جابه جایی در مدت ۲s قطعاً نصف جابه جایی در مدت ۴s است. از این رو

جابه جایی دو ثانیه سوم نصف جابه جایی $n=4$ ثانیه پنجم است.

۱۳۶- گزینه ۲ حرکت با سرعت ثابت می باشد، بنابراین سرعت متوسط در هر بازه برابر سرعت جسم می باشد، در مدت $t=3s$ تا $t=19s$ متحرک از $x=25m$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{49-25}{19-3} = \frac{24}{16} \Rightarrow v = 1.5 m/s$$

به $x=49m$ منتقل شده است بنابراین:

$$1/5 = \frac{34-25}{t_1-3} \Rightarrow 9 = 1/5 t_1 - 4/5 \Rightarrow t_1 = 9$$

حال در بازه $t=2s$ تا $t=6s$ نیز سرعت همان $2m/s$ است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{x_1-25}{17-3} \Rightarrow x_1 = 46m$$

در بازه $t=3s$ تا $t=17s$ متحرک از مکان $x=25m$ به $x_1=?m$ رسیده بنابراین:

۱۳۷- گزینه ۳

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{150}{80} \times 60 = 112.5 \text{ min} \\ \Delta t_2 = \frac{150}{120} \times 60 = 75 \text{ min} \end{cases} \Rightarrow 112.5 - 75 = 37.5 \text{ min}$$

۱۳۸- گزینه ۳ در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، معادله جابه جایی - زمان به صورت زیر است:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2} v_0 \times 8 = (v_0 + 3) \times 5 \Rightarrow 8v_0 = 5v_0 + 15 \Rightarrow v_0 = 3 m/s$$

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{90}{24} = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ s}$$

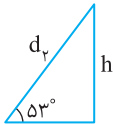
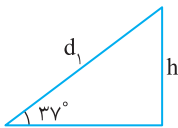
$$4/5 - 3/7.5 = 0.75 \text{ s} = 45 \text{ min}$$

$$\Delta x = v \Delta t = \frac{10.8}{3.6} \times 1 = 3 \text{ m}$$

این تست ساده بیان می‌کند که هنگام رانندگی با سرعت 10.8 km/h ، در هر ثانیه 3 m جلو می‌روید و اگر مانعی در 3 m متری مقابل شما باشد، با همان سرعت به آن برخورد می‌کنید.

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 60 = 300 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.2 \text{ s}$$

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 20 \times 0.2 = 4 \text{ m} \Rightarrow 60 - 4 = 56 \text{ m}$$



این سؤال بیشتر جنبه ریاضی دارد. طول مسیر (جابه‌جایی) جسم روی دو سطح شیب‌دار تا ارتفاع یکسان h را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \sin 37^\circ = \frac{h}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h}{\sin 37^\circ} \\ \sin 53^\circ = \frac{h}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{h}{\sin 53^\circ} \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4}{3}$$

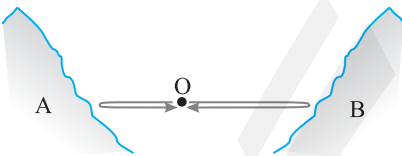
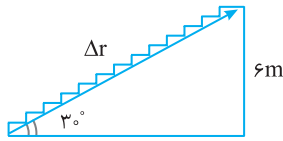
$$\begin{cases} d_1 = v_1 t_1 \\ d_2 = v_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} \Rightarrow v = 7/5 \text{ m/s}$$

با توجه به شکل، جابه‌جایی بین دو طبقه، به کمک پله برقی برابر است با:

$$\sin 30^\circ = \frac{6}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = 12 \text{ m}$$

در این صورت بازه زمانی پیمودن این جابه‌جایی با سرعت 6 m/s برابر است با:

$$\Delta r = v \Delta t \Rightarrow 12 = 6 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$



با توجه به شکل روبه‌رو، صدا از چشمه صوت (محل شلیک گلوله) به رشته کوه A رفته

و پژواک آن از کوه A به محل شلیک باز می‌گردد و همچنین صدا از چشمه صوت به رشته کوه B رفته و پژواک آن از کوه B به محل شلیک باز می‌گردد. مسیر رفت و برگشت به کوه B بزرگ‌تر، پس زمان آن نیز به اندازه 3 s بیشتر است. بنابراین هنگام رفت از O تا B زمان $1/5 \text{ s}$ طولانی‌تر از زمان رفت از O تا A است.

$$OB - OA = v(t_B - t_A) \Rightarrow OB - OA = 340(1/5) \text{ m}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 2t - 4 = 3t - 12 \Rightarrow t = 8 \text{ s}, \quad x = 2t - 4 = 2 \times 8 - 4 = 12 \text{ m}$$

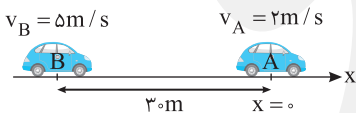
لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 2t_A = (v - 30)t_B$$

جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، بنابراین:

$$21 \times \left(\frac{3}{v}\right) t_B = (v - 30)t_B \Rightarrow 9 = v - 30 \Rightarrow v = 39 \text{ m/s}$$

با توجه به فرض مسأله $\frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{v}$ از این رو:



محل حرکت متحرک A را مبدأ در نظر می‌گیریم، معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:

مکان اولیه متحرک A ($x_{0A} = 0$) و مکان اولیه متحرک B ($x_{0B} = -30 \text{ m}$) است.

$$\begin{cases} x_A = 2t \\ x_B = 5t - 30 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t = 5t - 30 \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$x = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$$

مکان رسیدن دو متحرک نسبت به محل آغاز حرکت A خواهد شد:

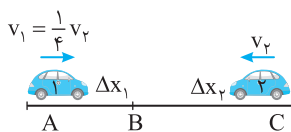
روش نسبی: برای زمان رسیدن دو متحرک به هم می‌توان فرض کرد یکی از متحرک‌ها مثلاً متحرک A ساکن بوده و متحرک B با سرعت $5 - 2 = 3 \text{ m/s}$ پس از طی مسافت 30 m به آن می‌رسد.

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 30 = 3 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

وقتی دو خودرو به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است. متحرک دوم یک ساعت پس از متحرک اول شروع به حرکت کرده بنابراین اگر زمان حرکت متحرک اول را t در نظر بگیریم زمان حرکت متحرک دوم $t - 1 \text{ h}$ خواهد شد:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow 60 \Delta t_1 = 80(\Delta t_1 - 1) \Rightarrow 60 \Delta t_1 = 80 \Delta t_1 - 80 \Rightarrow \Delta t_1 = 4 \text{ h}$$

۱۴۹- گزینه ۴ راه حل اول:



$$\begin{cases} \Delta x_2 = v_2 t \\ \Delta x_1 = v_1 t \end{cases} \Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 900 = \left(\frac{1}{4}v_2 + v_2\right) \times 4$$

$$\Rightarrow 900 = \left(\frac{5}{4}v_2\right) \times 4 \Rightarrow v_2 = \frac{900}{5} = 180 \text{ km/h}$$

راه حل دوم: در این روش معادله حرکت دو متحرک را نسبت به یک مبدأ اختیاری مثلاً نقطه A می نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = v_1 t + 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}v_2 t \\ x_2 = -v_2 t + 900 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}v_2 \times 4 = -v_2 \times 4 + 900 \Rightarrow 5v_2 = 900 \Rightarrow v_2 = 180 \text{ km/h}$$

جهت حرکت v_1 را مثبت می گیریم.

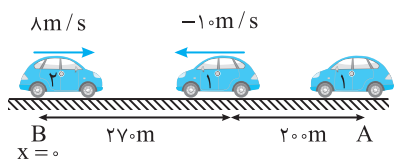
راه حل سوم: با استفاده از سرعت نسبی می توان گفت که اگر دو متحرک به سوی هم بیایند می توان فرض کرد یکی ساکن است و دیگری با سرعت $v_1 + v_2$ به آن نزدیک می شود. پس خواهیم داشت:

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 900 = \left(\frac{1}{4}v_2 + v_2\right) \times 4 \Rightarrow v_2 = 180 \text{ km/h}$$

۱۵۰- گزینه ۱ با قرار دادن $x = +\lambda m$ در معادله حرکت Q، زمان رسیدن آن را به این مکان به دست می آوریم:

$$x_Q = 4t - 24 \Rightarrow \lambda = 4t - 24 \Rightarrow t = \frac{24 + \lambda}{4} \Rightarrow t = 8s$$

$$x_P = vt + 12 \Rightarrow \lambda = v(8) + 12 \Rightarrow v = -0.5 \text{ m/s}$$



اکنون با قرار دادن $x = \lambda m$ و $t = 8s$ در معادله حرکت P، سرعت v را به دست می آوریم:

۱۵۱- گزینه ۱ خودروی اول با سرعت 10 m/s پس از 20 ثانیه، 200 متر به جلو می رود و

فاصله دو خودرو از هم $270m - 200 = 70m$ می شود. اکنون معادله حرکت دو متحرک را از این لحظه به بعد نوشته و با هم برابر قرار می دهیم:

$$x_2 = x_1 \Rightarrow 8t = -10t + 270 \Rightarrow 18t = 270 \Rightarrow t = 15s$$

بنابراین متحرک (۲)، 15 ثانیه در حرکت بوده است تا به متحرک (۱) برسد و اندازه جابه جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 8 \times 15 = 120m$$

۱۵۲- گزینه ۳ با توجه به فرض مسئله متحرک (۱) با حرکت از نقطه $-18m$ در $-18m$ به

متحرک (۲) می رسد، از این رو زمان این حرکت برابر است: $\Delta x = vt \Rightarrow 10 = 4t \Rightarrow t = 2.5s$

متحرک (۲) برای رسیدن به نقطه C به اندازه $32 + 8 = 40m$ جابه جا می شود. در این صورت:

$$|\Delta x| = |v| \Delta t \Rightarrow 40 = v_2 \times 2.5 \Rightarrow v_2 = 16 \text{ m/s}$$

۱۵۳- گزینه ۲ اگر دو متحرک به سمت یکدیگر در حال حرکت باشند با توجه به صورت سؤال

بعد از $8s$ به هم می رسند، در این مدت متحرک A با سرعت ثابت 20 m/s به اندازه

$\Delta x = vt = 1600m$ می پیماید که بیشتر از فاصله اولیه بین دو متحرک است. بنابراین این دو متحرک

باید قبل از $t = 8s$ هم را دیده باشند، پس دو متحرک در حال نزدیک شدن به هم نیستند و در یک

جهت در حال حرکت می باشند.

$$x_A = vt = 20t \xrightarrow{t=8s} x_A = 1600m$$

$$x_B = v_B t + 1200 \xrightarrow{t=8s} x_B = 80v_B + 1200$$

$$x_A = x_B \text{ در } t = 8s \text{ دو متحرک به هم می رسند}$$

$$1600 = 80v_B + 1200 \Rightarrow 400 = 80v_B \Rightarrow v_B = 5 \text{ m/s}$$

۱۵۴- گزینه ۱ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می نویسیم:

لحظه به هم رسیدن دو متحرک $x_1 = x_2$:

$$\begin{cases} x_1 = 2vt \\ x_2 = -vt + l \end{cases} \Rightarrow 2vt = -vt + l \Rightarrow l = 3vt$$

$$\xrightarrow{t=20 \text{ تا } 14} \rightarrow l = 3vt \xrightarrow{\Delta t=2h} \rightarrow l = 6v$$

$$\xrightarrow{\Delta t=2h} \rightarrow x = 4v$$

$$x_1 = 2vt \xrightarrow{\Delta t=2h} \rightarrow x = 4v$$

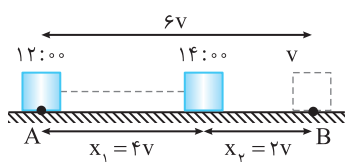
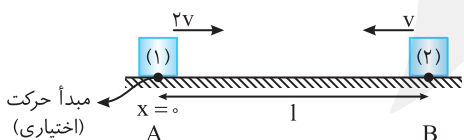
مکان رسیدن دو متحرک به هم

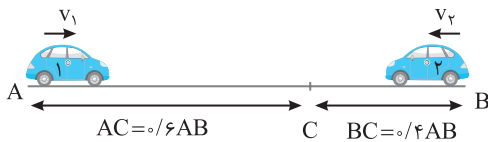
با توجه به شکل از محل رسیدن دو متحرک به هم تا زمانی که متحرک (۱) به مکان B می رسد متحرک

باید $\Delta x = 2v$ جابجا شود:

$$\Delta x = 2vt \Rightarrow 2v = 2vt \Rightarrow t = 1h$$

بنابراین یک ساعت بعد از ساعت $14:00$ متحرک به نقطه B می رسد یعنی در ساعت $15:00$

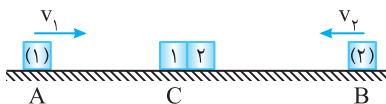




۱۵۵- گزینه ۴ در بازه زمانی t که دو متحرک در نقطه C به هم می‌رسند، متحرک (۱) مسیر $AC = 5/6 AB$ و متحرک (۲) مسیر $BC = 1/4 AB$ را طی کرده‌اند. بنابراین سرعت متحرک (۱)، $\frac{3}{2}$ سرعت متحرک (۲) است.

$$\begin{cases} AC = v_1 t \Rightarrow 5/6 AB = v_1 t \\ BC = v_2 t \Rightarrow 1/4 AB = v_2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$$

از طرفی متحرک (۱) در ادامه مسیرش، جابه‌جایی BC را در 40 ثانیه طی کرده است: $t_2 = 90s$ $\frac{BC}{AC} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{1/4}{5/6} = \frac{3}{2} \times \frac{t_1}{90} \Rightarrow t_1 = 90s$



۱۵۶- گزینه ۳ متحرک (۲) پس 4 min از C به A رسیده است. $CA = v_2 t_2 \Rightarrow CA = 4v_2$ (۱)

متحرک (۱) پس 16 min از C به B می‌رسد، بنابراین: $CB = 16v_1$ (۲)

از رابطه (۱) و (۲) به دست می‌آوریم: $\frac{CB}{CA} = 4 \frac{v_1}{v_2}$ (۳)

$$\frac{CB}{CA} = \frac{16v_1}{4v_2}, \quad CB = v_2 t, \quad CA = v_1 t \Rightarrow \frac{CB}{CA} = \frac{v_2}{v_1} \quad (۴)$$

از طرفی دو متحرک در نقطه C به هم می‌رسند بنابراین:

$$\frac{4v_1}{v_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

سمت چپ رابطه‌های (۳) و (۴) برابرند، بنابراین سمت راست آن‌ها نیز با هم برابر است:

۱۵۷- گزینه ۱ جابه‌جایی دو متحرک برابر است. از این‌رو:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow 30t_1 = 40t_2 \xrightarrow{t_2 = t_1 - 50} 30t_1 = 40(t_1 - 50) \Rightarrow 30t_1 = 40t_1 - 2000 \Rightarrow t_1 = 200s$$

$$\Delta x = v_1 t_1 = 30 \times 200 = 6000m$$

فاصله مبدأ تا مقصد برابر است با:

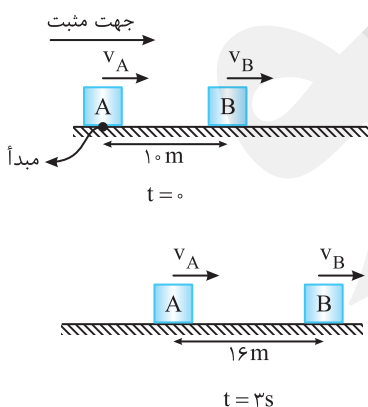
۱۵۸- گزینه ۳ راه‌حل اول: معادله حرکت دو متحرک را نوشته از هم کم کرده و برابر $3/6 km$ قرار می‌دهیم:

$$x = vt \begin{cases} x_1 = 72t \\ x_2 = 108t \end{cases} \xrightarrow{x_2 - x_1 = 3/6} 108t - 72t = 3/6 \Rightarrow 36t = 3/6 \Rightarrow t = 1/12 h \Rightarrow t = 5 min$$

راه‌حل دوم: هر دو با هم حرکت کرده‌اند، در هر ساعت متحرک (۱) $72 km$ و متحرک (۲) $108 km$ طی می‌کند یعنی متحرک (۲) $36 km$ از اولی جلو می‌افتد، مانند این است که متحرک اول را ساکن فرض کنیم و متحرک دوم با سرعت $108 - 72 = 36 km/h$ از آن دور شود، در واقع از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم: $\Delta x = v_{نسبی} t \Rightarrow 3/6 = (108 - 72)t \Rightarrow t = 1/12 h = 5 min$

۱۵۹- گزینه ۱ بیشینه فاصله وقتی است که متحرک تندرو به مقصد رسیده باشد.

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t \Rightarrow 400 = 8 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 50s, \quad \Delta x_1 = v_1 \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = 5 \times 50 = 250m \Rightarrow 400 - 250 = 150m$$



۱۶۰- گزینه ۳ راه‌حل اول: اگر مکان A را مبدأ حرکت و سمت راست را جهت مثبت اختیار کنیم داریم:

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t \Rightarrow x = 0 \\ x_B = v_B t + 10 \Rightarrow x_B = 10 \end{cases}$$

$$t = 3s \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3v_A \\ x_B = 3v_B + 10 \end{cases} \xrightarrow{x_B - x_A = 16m} 3v_B + 10 - 3v_A = 16 \Rightarrow v_B - v_A = 2m/s$$

فرض کنید در لحظه t' فاصله دو متحرک $x_B - x_A = 30m$ می‌شود بنابراین:

$$\begin{cases} x_A = v_A t' \\ x_B = v_B t' + 10 \end{cases} \Rightarrow x_B - x_A = 30 \Rightarrow v_B t' - v_A t' + 10 = 30 \Rightarrow t'(v_B - v_A) = 20$$

$$\xrightarrow{v_B - v_A = 2} t' = 10s$$

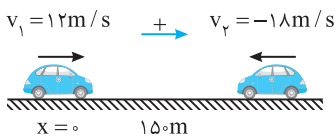
راه‌حل دوم: در ابتدا فاصله دو متحرک از هم $10m$ است و در مدت $3s$ فاصله آن‌ها از هم $16 - 10 = 6m$ بیشتر شده است یعنی در هر $1s$ فاصله $2m$ افزایش می‌یابد. بنابراین وقتی فاصله دو متحرک $30 - 10 = 20m$ بیشتر می‌شود، این افزایش در مدت $\frac{20}{2} = 10s$ اتفاق می‌افتد.

$1s$	افزایش فاصله $2m$
Δt	$20m$

$$\Rightarrow \Delta t = 10s$$

۱۶۱- گزینه ۲

فاصله دو خودرو از هم ۱۵۰m است، بنابراین برای آنکه فاصله آنها از هم ۱۸۰ متر شود. ابتدا باید دو خودرو به هم رسیده و از کنار هم بگذرند، از هم دور شوند تا فاصله آنها از هم ۱۸۰ متر شود. معادله حرکت دو خودرو را نوشته و از هم کم می کنیم.



$$\begin{cases} x_1 = 12t \\ x_2 = -18t + 150 \end{cases} \quad |x_1 - x_2| = 180 \rightarrow 12t + 18t - 150 = 180 \Rightarrow 30t = 330 \Rightarrow t = 11s$$

اگر تفاضل را برابر ۱۸۰- قرار دهیم خواهیم داشت: غ.ق. $30t = -30 \Rightarrow t = -1s$

روش دیگر: می توان فرض کرد متحرک (۲) ساکن است و متحرک (۱) با سرعت $12+18=30m/s$ از فاصله ۱۵۰ متری به آن نزدیک و سپس ۱۸۰ متر از آن دور می شود یعنی متحرک (۱) جمعاً $150+180=330m$ را با سرعت $30m/s$ طی می کند.

۱۶۲- گزینه ۴

یک بار هنگام نزدیک شدن دو متحرک به هم، فاصله آنها از هم ۱۰۰ متر و بار دیگر بعد از رسیدن به هم و دور شدن از هم، فاصله آنها از هم ۱۰۰ متر است. وقتی هنگام نزدیک شدن فاصله آنها ۱۰۰ متر است، دو متحرک در مجموع باید مسافت $100-100=200m$ را طی کرده باشند.

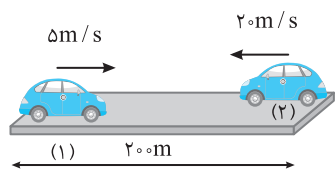
$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 200 = 50t \Rightarrow t = 4s$$

و هنگامی که از کنار هم می گذرند و مجدداً فاصله آنها از هم ۱۰۰ متر است، باید دو متحرک در مجموع مسافت $300+100=400m$ را ببیمایند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow (v_1 + v_2)t = 400 \Rightarrow 50t = 400 \Rightarrow t = 8s$$

۱۶۳- گزینه ۳

مکان اولیه متحرک با سرعت $10m/s$ را به عنوان مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر می گیریم. در این صورت معادله حرکت دو متحرک را می نویسیم:



$$\begin{cases} x_1 = 5t \\ x_2 = -20t + 200 \end{cases}$$

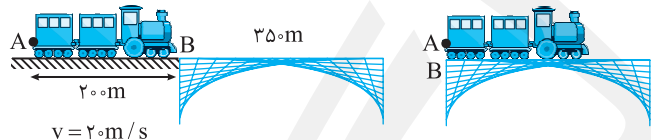
فاصله دو متحرک از هم کمتر از ۵۰m باشد یعنی:

$$|x_1 - x_2| \leq 50 \Rightarrow |25t - 200| \leq 50 \Rightarrow -50 \leq 25t - 200 \leq 50 \Rightarrow 150 \leq 25t \leq 250 \Rightarrow 6s \leq t \leq 10s$$

بنابراین در بازه $t=6s$ تا $t=10s$ فاصله دو متحرک از هم کمتر از ۵۰ متر است یعنی در مدت $\Delta t = 10 - 6 = 4s$ فاصله دو متحرک از هم کمتر از ۵۰ متر است.

۱۶۴- گزینه ۲

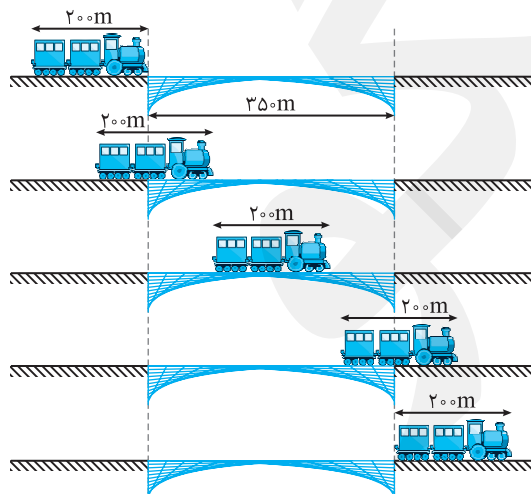
هنگامی که انتهای قطار به ابتدای پل برسد قطار به طور کامل روی پل قرار گرفته یعنی هنگامی که نقطه A به نقطه B برسد. یعنی قطار باید $200m$ جابه جا شود.



$$\Delta x = vt \Rightarrow 200 = 20t \Rightarrow t = 10s$$

۱۶۵- گزینه ۴

در تمام شکل های روبه رو به غیر از شکل ابتدایی و نهایی قطار یا قسمتی از قطار روی پل قرار دارد بنابراین باید مدت زمانی که طول می کشد تا قطار به طور کامل از پل بگذرد را به دست آوریم:



$$\Delta x = 200 + 350 = 550m$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow 550 = 20t \Rightarrow t = 27.5s$$

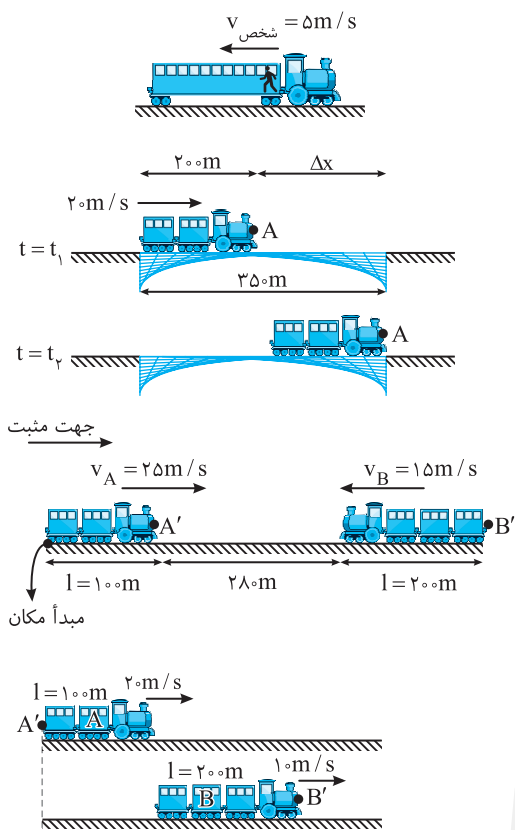
۱۶۶- گزینه ۴

مسافتی که باید قطار طی کند در هر دو حالت یکسان و برابر است با: $l + 450$

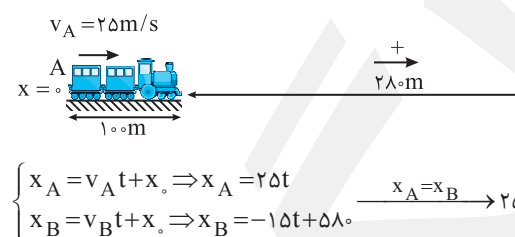
$$\begin{cases} 450 + l = 20v \\ 450 + l = 15(v + 15) \end{cases} \Rightarrow 20v = 15v + 225 \Rightarrow 5v = 225 \Rightarrow v = 45m/s$$

بنابراین داریم:

حال با قرار دادن $v = 45m/s$ در یکی از معادله ها داریم: $450 + l = 20v \Rightarrow 450 + l = 20(45) \Rightarrow 450 + l = 900 \Rightarrow l = 450m$



مبدأ مکان جهت مثبت



$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 25t \\ x_B = v_B t + x_0 \Rightarrow x_B = -15t + 280 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 25t = -15t + 280 \Rightarrow t = 14/5s$$



راه حل اول: مطابق شکل زیر وقتی دو قطار به طور کامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای هر دو قطار یعنی نقاط A و B از کنار هم بگذرند. معادله حرکت این دو نقطه را می‌نویسیم و معادله‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta x = v_{نسبی} t \Rightarrow 580 = (25 + 15)t \Rightarrow t = 14/5s$$

راه حل دوم: استفاده از حرکت نسبی است. هرگاه دو متحرک به سوی هم با سرعت‌های ثابت در حرکت باشند می‌توان یکی از آن‌ها را ساکن و دیگری را با سرعتی معادل جمع اندازه‌های سرعت‌های آن دو در حال نزدیک شدن به اولی فرض کرد.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{7/5} = 4 m/s$$

$$x_0 = 4m, \quad x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t + 4$$

۱-۱۶۷ گزینه ۱ شخص می‌خواهد از ابتدای قطار تا انتهای آن جابه‌جا شود، یعنی شخص با سرعت ثابت $5m/s$ می‌خواهد جابه‌جایی $25m$ متری انجام دهد، بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 25 = 5t \Rightarrow t = 5s$$

۳-۱۶۸ گزینه ۳ مطابق شکل‌های نشان داده شده از لحظه t_1 تا t_2 قطار به طور کامل روی پل قرار دارد در این مدت نقطه A در جلوی قطار با سرعت $20m/s$ به اندازه

$$\Delta x = 350 - 200 = 150m$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 150 = 20 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 7/5s$$

۲-۱۶۹ گزینه ۲ برای اینکه قطار A به انتهای قطار B برسد باید نقطه A' و B' یکدیگر را ببینند معادله A' و B' را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_{A'} = 25t + 100 \\ x_{B'} = -15t + 280 \end{cases} \xrightarrow{x_{A'} = x_{B'}} 25t + 100 = -15t + 280 \Rightarrow 40t = 180 \Rightarrow t = 12s$$

۲-۱۷۰ گزینه ۲ هنگامی دو قطار به طور کامل از هم عبور می‌کنند که نقطه A' از قطار A به نقطه B' از نقطه B برسد بنابراین معادله نقاط A' و B' را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_{A'} = 20t \\ x_{B'} = 10t + 300 \end{cases} \xrightarrow{x_{A'} = x_{B'}} 20t = 10t + 300 \Rightarrow 10t = 300 \Rightarrow t = 30s$$

۳-۱۷۱ گزینه ۳ راه حل اول: مطابق شکل زیر وقتی دو قطار به طور کامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای هر دو قطار یعنی نقاط A و B از کنار هم بگذرند. معادله

حرکت این دو نقطه را می‌نویسیم و معادله‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم.



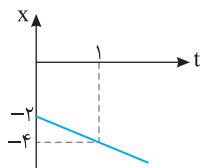
$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 25t \\ x_B = v_B t + x_0 \Rightarrow x_B = -15t + 280 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 25t = -15t + 280 \Rightarrow t = 14/5s$$

۴-۱۷۲ گزینه ۴ تغییر مکان متحرک $\Delta x = x_2 - x_1 = 18 - (-12) = 30m$ است. نمودار $x-t$ متحرک به صورت خط راست است پس حرکت با سرعت ثابت است و سرعت در $t = 3s$ با سرعت متوسط در بازه دلخواه صفر تا $7/5s$ برابر است.

۲-۱۷۳ گزینه ۲ عرض از مبدأ $+1$ و شیب خط -2 است که نمودار گزینه (۲) دارای این ویژگی‌هاست.

۱-۱۷۴ گزینه ۱ معادله مکان - زمان جسم به صورت $x = 5t - 10$ است و معادله جابه‌جایی - زمان آن خواهد شد: $\Delta x = 5t$ ، بنابراین نمودار جابه‌جایی - زمان، خط راستی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.

۳-۱۷۵ گزینه ۳ شیب خط نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متحرک است. مکان اولیه متحرک نیز برابر است با:



۱۷۶- گزینه ۳ با توجه به شکل مکان اولیه جسم در فاصله ۲m از مبدأ محور Xها و در قسمت منفی این محور است، بنابراین $x_0 = -2m$ است. جهت حرکت و جهت سرعت یکی است و با توجه به شکل جهت حرکت منفی است پس سرعت متحرک نیز $v = -2m/s$ می باشد.

۱۷۷- گزینه ۳ متحرک در مدت ۳s خلاف جهت محور X با سرعت ثابت مسافت ۶m یعنی جابه جایی $\Delta x = -6m$ را پیموده است بنابراین:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_0}{\Delta t} = -2m/s$$

بنابراین معادله حرکت به صورت $x = -2t + x_0$ می باشد و چون متحرک تغییر جهت داده پس متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می کند. بنابراین نمودار $x-t$ شیب منفی دارد و از محور افقی ($x=0$) گذر می کند که با این شرایط تنها گزینه (۳) درست می باشد.

۱۷۸- گزینه ۱ نمودار $x-t$ هر دو متحرک خط راست مایل است، بنابراین حرکت هر دو یکنواخت است. ابتدا

$$v_B = \frac{0 - (-2)}{2 - 0} = 1m/s$$

سرعت متحرک B را با توجه شکل به دست می آوریم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = t - 2$$

معادله حرکت B برابر خواهد شد با:

$$x_B = 5 - 2 = 3m$$

مکان متحرک B در لحظه $t = 5s$ را به دست می آوریم:

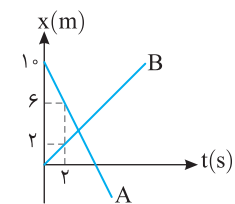
در $t = 5s$ مکان متحرک A نیز $x_A = +3m$ است. به کمک معادله حرکت A، سرعت A را حساب می کنیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow 3 = v_A \times 5 + (-1) \Rightarrow v_A = 2/6m/s$$

در لحظه $t = 2s$ متحرک B از مبدأ می گذرد و در این لحظه متحرک A در مکان $-4/8m$ خواهد بود:

$$x_A = 2/6 t - 1 \xrightarrow{t=2s} x_A = -4/8m$$

نمودار $x-t$ دو متحرک به صورت خط راست می باشد پس حرکت دو متحرک با سرعت ثابت است.



$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{6-10}{2} = -2m/s \\ v_B = \frac{2-0}{2} = 1m/s \end{cases}$$

مکان اولیه دو متحرک نیز $x_{0A} = 10m$ و $x_{0B} = 0$ می باشد.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t + 10 \\ x_B = t \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} t = -2t + 10 \Rightarrow t = \frac{10}{3}s$$

۱۸۰- گزینه ۳ سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است، از این رو با توجه به نمودار داریم:

$$v_A = \frac{65 - x}{30}, v_B = \frac{60 - (43 + x)}{30}$$

تفاضل سرعت ها را به دست می آوریم:

$$v_A - v_B = \frac{65 - x}{30} - \frac{170 - x}{30} = \frac{480}{30} \Rightarrow v_A - v_B = 16m/s$$

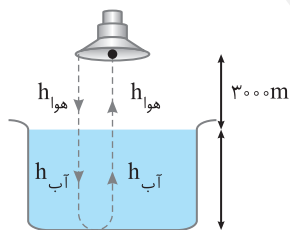
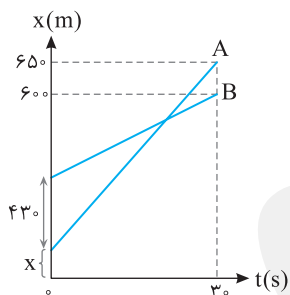
۱۸۱- گزینه ۱ سرعت صوت در هوا ثابت و برابر $300m/s$ می باشد و مسافتی که صوت در هوا طی می کند برابر

$$2h = 6000m \quad \text{B}$$

$$x = vt \Rightarrow 2h_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow 6000 = 300 \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = 20s$$

صوت ۲۰s در هوا در حال پیشروی است و بنابراین مدت $40 - 20 = 20s$ نیز در آب طی کرده است از این رو:

$$2h_{\text{آب}} = 1200 \times 20 \Rightarrow 2h_{\text{آب}} = 24000 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 12000m = 12km$$

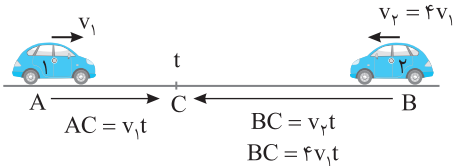


۱۸۲- گزینه ۱ وقتی بوق به صدا در می آید، صوت حاصل از آن مسیر ۱۶۰۰ متری تا صخره را با سرعت ثابت $320m/s$ طی می کند که زمان طی این مسیر برابر

است با $t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1600}{320} \Rightarrow t = 5s$ ، در این ۵s، خودرو به اندازه $80 \times 5 = 400m$ به جلو می آید و هنگام بازتاب صوت از صخره، فاصله بین خودرو و صخره

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t' \Rightarrow 1200 = (320 + 80)t' \Rightarrow t' = 3s$$

بنابراین راننده صدای بوق را پس از $5 + 3 = 8s$ می شنود.



۱۸۳- گزینه ۴ راه حل اول: در شکل روبه‌رو وقتی متحرک (۱) مسیر AC را طی می‌کند، متحرک (۲) مسیر BC را طی کرده و پس از t ثانیه در نقطه C از کنار هم می‌گذرند. سرعت متحرک (۲)، ۴ برابر سرعت متحرک (۱) است، بنابراین مسیر BC، چهار برابر مسیر AC می‌باشد. متحرک (۱) وقتی AC را با سرعت v_1 در مدت t طی می‌کند، مسیر AB را که پنج برابر AC است، در $5t$ طی می‌کند.

راه حل دوم: ابتدا معادله حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه A می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = -v_2 t + AB \end{cases} \Rightarrow v_1 t = -v_2 t + AB \Rightarrow AB = v_1 t + (4v_1 t) \Rightarrow AB = 5v_1 t$$

زمان به هم رسیدن دو متحرک برابر می‌شود با:

$$t = \frac{AB}{5v_1}$$

از طرفی زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B برابر است با:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{AB}{v_1}$$

اکنون می‌توان t_1 را برحسب t به دست آورد:

$$\frac{t_1}{t} = \frac{v_1}{5v_1} \Rightarrow \frac{t_1}{t} = \frac{1}{5} \Rightarrow t_1 = 5t$$

۱۸۴- گزینه ۳ زمان حرکت A از نقطه P تا Q برابر $4+4=8s$ است، بنابراین فاصله PQ به سادگی به دست می‌آید:

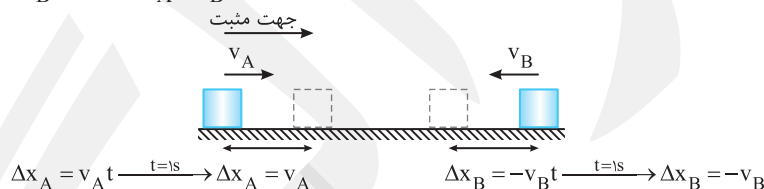
$$PQ = v_A t \Rightarrow PQ = 5 \times 8 = 40m$$

متحرک B مسیر OQ را که برابر $18+4=22m$ می‌باشد در مدت $4s$ طی کرده است، بنابراین سرعت B برابر است با:

$$v_B = \frac{\Delta x}{t} = 14 / 4 = 3.5 m/s$$

۱۸۵- گزینه ۲ فرض اول: دو جسم با سرعت ثابت به سمت هم حرکت می‌کنند و در هر $0.1s$ ، 16 متر به هم نزدیک می‌شوند، یعنی در هر ثانیه $1/6m$ به هم نزدیک‌تر می‌شوند با توجه به شکل در هر ثانیه متحرک A به اندازه v_A در جهت مثبت و متحرک B، به اندازه v_B خلاف جهت مثبت به هم نزدیک می‌شوند بنابراین:

$$\Delta x_{AB} = v_A - (-v_B) = 1/6 \Rightarrow v_A + v_B = 1/6 m/s \quad (1)$$



فرض دوم: دو جسم با سرعت ثابت در یک جهت حرکت می‌کنند. متحرک A به اندازه v_A و متحرک B به اندازه v_B در هر ثانیه جابه‌جا می‌شوند و چون در هر $5s$ فاصله دو متحرک 3 متر اضافه می‌شود باید سرعت $v_B > v_A$ باشد. پس این دو متحرک در هر ثانیه $0/6$ متر از هم دورتر خواهند شد:

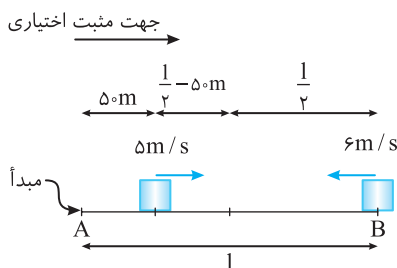
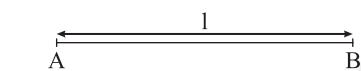
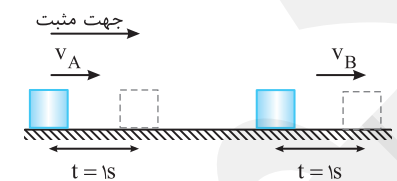
$$\Delta x_{AB} = v_B - v_A = 0/6 \quad (2)$$

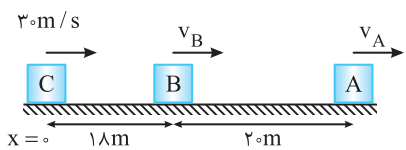
$$\Rightarrow \begin{cases} v_A + v_B = 1/6 \\ v_B - v_A = 0/6 \end{cases} \Rightarrow 2v_B = 2/2 \Rightarrow \begin{cases} v_B = 1/2 m/s \\ v_A = 0/5 m/s \end{cases}$$

۱۸۶- گزینه ۲ متحرک اول با سرعت ثابت $5m/s$ ، $10s$ زودتر به حرکت افتاده است و در این مدت به اندازه $\Delta x = vt = 50m$ حرکت کرده است. پس از این $10s$ هر دو متحرک به سوی هم حرکت می‌کنند و با توجه صورت سؤال دو متحرک در وسط AB به هم می‌رسند بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = 5t + 50 \\ x_B = -6t + l \end{cases} \xrightarrow[\text{به هم می‌رسند}]{x = \frac{l}{2}} \begin{cases} \frac{l}{2} = 5t + 50 \Rightarrow \frac{l}{2} - 50 = 5t \Rightarrow \frac{l}{10} - 10 = t \quad (1) \\ \frac{l}{2} = -6t + l \Rightarrow \frac{l}{2} - l = -6t \Rightarrow \frac{l}{12} = t \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{l}{10} - 10 = \frac{l}{12} \Rightarrow \frac{l}{10} - \frac{l}{12} = 10 \Rightarrow \frac{2l}{120} = 10 \Rightarrow l = 600m$$





۱۸۷-گزینه ۲ اگر مکان C را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر بگیریم، داریم:

$$x_C = 30t, \quad x_B = v_B t + 18, \quad x_A = v_A t + 38$$

در لحظه $t = 3s$ متحرک‌های B و C به هم رسیده‌اند بنابراین:

$$\begin{cases} x_C = 30(3) \\ x_B = 3v_B + 18 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_B} 90 = 3v_B + 18 \Rightarrow 3v_B = 72 \Rightarrow v_B = 24 \text{ m/s}$$

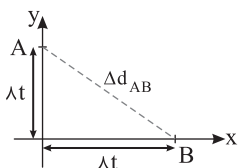
دو ثانیه پس از $t = 3s$ یعنی در لحظه $t = 5s$ متحرک‌های A و C به هم رسیده‌اند بنابراین:

$$\begin{cases} x_C = 30(5) \\ x_A = 5v_A + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_A} 150 = 5v_A + 38 \Rightarrow 5v_A = 112 \Rightarrow v_A = 22.4 \text{ m/s}$$

$$\begin{cases} x_B = 24t + 18 \\ x_A = 22.4t + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 24t + 18 = 22.4t + 38 \Rightarrow 1.6t = 20 \Rightarrow t = \frac{200}{16} = 12.5 \text{ s}$$

حال با توجه به سرعت‌ها و معادله حرکت A و B داریم.

پس در لحظه $t = 12.5/5 = 2.5$ متحرک B به A می‌رسد یعنی $\Delta t = 12.5 - 5 = 7.5$ ثانیه بعد از سبقت C از A این اتفاق می‌افتد.



۱۸۸-گزینه ۲ دو متحرک با سرعت ثابت در حال حرکتند پس در مدت t ثانیه هر کدام

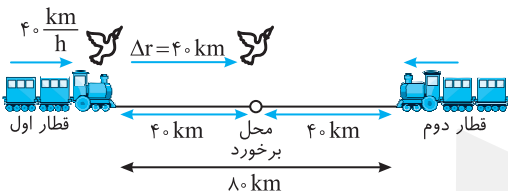
به اندازه $d = vt \Rightarrow d = \lambda t$ از مبدأ دور می‌شوند بنابراین فاصله A و B از هم برابر است با

$$\sqrt{(\lambda t)^2 + (\lambda t)^2} = 32\sqrt{2} \Rightarrow \lambda t \sqrt{2} = 32\sqrt{2} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

۱۸۹-گزینه ۲ پس از ۱h هر قطار ۴۰km به دیگری نزدیک می‌شود. یعنی پس از ۱h دو قطار به هم برخورد می‌کنند. در این مدت پرنده با سرعت ثابت

$$d = |v|t = 60 \times 1 = 60 \text{ km}$$

۶۰km/h در حال پرواز بوده است و مسافت طی شده برابر است با:



۱۹۰-گزینه ۳ سرعت هر قطار ۴۰km/h است و پس از ۱h هر قطار ۴۰km حرکت

کرده است که جمعاً ۸۰km می‌شود و دو قطار به هم برخورد می‌کنند. در این صورت پرنده از

محل ابتدایی خود به اندازه ۴۰km جابه‌جا شده است. توجه شود که تفاوت این سؤال با سؤال

قبلی در مفهوم مسافت طی شده و جابه‌جایی می‌باشد.

۱۹۱-گزینه ۳ اگر مدت زمان حرکت قطار اول t باشد، مدت زمان حرکت قطار قبلی که از ایستگاه دیگر حرکت کرده $t + 300$ ، قطار قبل از آن $t + 2 \times 300$

و قطار nام قبل از آن $t + n \times 300$ خواهد بود و مدت زمان حرکت قطاری که بعد از آن حرکت کرده $t - 300$ و قطار بعد از آن که از

ایستگاه دیگر حرکت کرده $t - n \times 300$ خواهد بود. معادله حرکت مسافر و قطارهایی که از ایستگاه دیگر از روبه‌رو می‌آیند را می‌نویسیم:

$$v_1 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = -5 \text{ m/s}$$



$$\begin{cases} x_1 = 5t \\ x_2 = -5(t \pm n \times 300) + 6000 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} 5t = -5t \mp 1500n + 6000$$

$$10t = 6000 \mp 1500n \Rightarrow \begin{cases} t = 600 - 150n \\ t' = 600 + 150n \end{cases}$$

زمان حرکت قطار تا رسیدن به مقصد $t = \frac{6000}{5} = 1200 \text{ s}$ است. اکنون اعداد ۱، ۲، ۳، ... را به جای n قرار می‌دهیم و t و t' را حساب می‌کنیم تا زمانی که مقدار آن‌ها

$$n=1 \Rightarrow t = 600 - 150 = 450 \text{ s} \quad (1), \quad t' = 600 + 150 = 750 \text{ s} \quad (2)$$

از ۱۲۰۰s کمتر باشد زمان به دست آمده قابل قبول است.

$$n=2 \Rightarrow t = 600 - 300 = 300 \text{ s} \quad (3), \quad t' = 600 + 300 = 900 \text{ s} \quad (4)$$

$$n=3 \Rightarrow t = 600 - 450 = 150 \text{ s} \quad (5), \quad t' = 600 + 450 = 1050 \text{ s} \quad (6)$$

$$n=4 \Rightarrow t = 600 - 600 = 0, \quad t' = 1200 \text{ s} \quad (7)$$

بنابراین در مسیر حرکت مسافر ۷ قطار را خواهد دید.

۱۹۲-گزینه ۳ وقتی متحرک (۱) به سمت B می‌رود در مسیر خود برای اولین بار با متحرک (۲) ملاقات می‌کند پس در مسیر برگشت برای بار دوم به متحرک

$$\Delta x_1 = v_1 t \Rightarrow 200 = 10 t_1 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

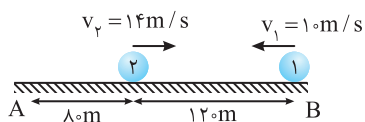
(۲) می‌رسد. ابتدا زمانی که متحرک (۱) تا انتهای مسیر می‌رود را حساب می‌کنیم.

در مدت این ۲۰s متحرک (۲) به اندازه $v_B t = 280 \text{ m}$ مسافت طی کرده یعنی یکبار به

انتهای مسیر رسیده و سپس به اندازه ۸۰m بازگشته است بنابراین متحرک‌ها پس از ۲۰s در

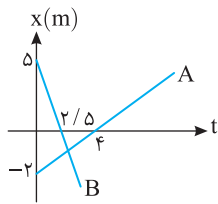
وضعیت روبه‌رو قرار دارند. (و در مدت این ۲۰s یک بار همدیگر را ملاقات کرده‌اند.)

حال اگر محل فعلی متحرک (۱) را مبدأ بگیریم و سمت راست را جهت مثبت در نظر داشته باشیم، داریم:



$$\begin{cases} x_1 = -10t \\ x_2 = 14t - 120 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} -10t = 14t - 120 \Rightarrow 24t = 120 \Rightarrow t_2 = 5 \text{ s}$$

ملاقات دوم پس از $20 + 5 = 25$ صورت می‌گیرد.



۱۹۳- گزینه ۲ سرعت حرکت هر متحرک را به دست می آوریم:

$$v_A = \frac{0 - (-2)}{2/5 - 0} \Rightarrow v_A = 5 \text{ m/s}, \quad v_B = \frac{0 - 5}{2/5 - 0} \Rightarrow v_B = -25 \text{ m/s}$$

$$x_A = 5t - 2, \quad x_B = -25t + 5$$

معادله حرکت هر متحرک را می نویسیم:

$$|x_A - x_B| < 6 \Rightarrow |5t - 2 - (-25t + 5)| < 6 \Rightarrow |30t - 7| < 6$$

با توجه به صورت مسأله:

$$\Rightarrow -6 < 30t - 7 < 6 \Rightarrow 1 < 30t < 13 \Rightarrow 1/30 < t < 13/30$$

۱۹۴- گزینه ۲ بزرگی سرعت دو متحرک یکسان می باشد یعنی $|v_A| = |v_B|$ است. با توجه به نمودار شیب خط نمودار

$x-t$ متحرک B منفی و شیب خط نمودار $x-t$ متحرک A مثبت است بنابراین $v_A = +v$ و $v_B = -v$ است:

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = -2 \text{ m}} x_A = vt - 2$$

$$x_B = v_B t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 1 \text{ m}} x_B = -vt + 1$$

با توجه به نمودار دو متحرک از لحظه ای که شروع به حرکت می کنند تا لحظه ای که به هم می رسند در حال نزدیک شدن به هم هستند و از طرفی در صورت سؤال گفته شده ۶s در حال نزدیک شدن به هم هستند، پس دو متحرک در $t = 6s$ به هم می رسند.

$$\begin{cases} x_A = 6v - 2 \\ x_B = -6v + 1 \end{cases} \Rightarrow 6v - 2 = -6v + 1 \Rightarrow 12v = 3 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

بنابراین معادله متحرک A به صورت $x_A = t - 2$ می باشد و می دانیم هنگام گذر متحرک از مبدأ مکان $x = 0$ بردار مکان

$$x = 0 \Rightarrow 0 = t - 2 \Rightarrow t = 2s$$

متحرک تغییر جهت می دهد.

۱۹۵- گزینه ۴ شیب نمودار مکان-زمان برابر سرعت متحرک است. از سویی دو نمودار A و B بر هم عمودند، از این رو

$$m_B = \frac{0 - 5}{1 - 0} = -5 \Rightarrow v_B = -5 \text{ m/s} \quad \text{با توجه به نمودار، شیب خط B را به دست می آوریم:}$$

$$m_A = -\frac{1}{m_B} \Rightarrow m_A = 2 \Rightarrow v_A = 2 \text{ m/s}$$

شیب نمودار A برابر خواهد شد با:

معادله حرکت دو متحرک را نوشته و مکانها را مساوی قرار می دهیم:

$$\begin{cases} x_A = 2t - 4 \\ x_B = -\frac{1}{2}t + 5 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t - 4 = -\frac{1}{2}t + 5 \Rightarrow \frac{5}{2}t = 9 \Rightarrow t = 3.6s$$

$$x = 2t - 4 \Rightarrow x = 7.2 - 4 = 3.2 \text{ m}$$

مکان به هم رسیدن دو متحرک برابر خواهد شد با:

۱۹۶- گزینه ۲ این نوع پرسشها به میحث جمع سرعتها مربوط است.

وقتی شناگر در جهت جریان آب شنا می کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر جمع اندازه سرعتها می شود $(v_S + v_W)$ و هنگامی که در خلاف جهت جریان آب

$$\Delta x = v \Delta t$$

شنا می کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر تفاضل اندازه سرعتها می شود $(v_S - v_W)$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} 900 = (v_S + v_W)(90) \Rightarrow v_S + v_W = 10 \\ 900 = (v_S - v_W)(150) \Rightarrow v_S - v_W = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_S + v_W}{v_S - v_W} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3v_S + 3v_W = 5v_S - 5v_W \Rightarrow 8v_W = 2v_S \Rightarrow \frac{v_S}{v_W} = 4$$

این تست به جمع سرعتها مربوط می شود. وقتی سرعتها در یک جهت هستند با هم جمع و وقتی خلاف جهت هم هستند از هم کم می شوند.

$$v_B = \text{سرعت آب} = v_W \quad v_W = \text{سرعت قایق}$$

$$\begin{cases} \Delta x = (v_B + v_W) \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x = (v_B + v_W) \times 10 \\ \Delta x = (v_B - v_W) \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x = (v_B - v_W) \times 30 \end{cases} \Rightarrow v_B + v_W = (v_B - v_W) \times 3 \Rightarrow v_B + v_W = 3v_B - 3v_W \Rightarrow -2v_B = -4v_W \Rightarrow v_B = 2v_W$$

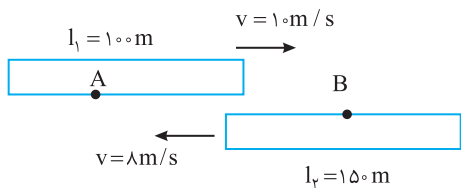
$$\Delta x = (v_B + v_W) \Delta t \Rightarrow \Delta x = (2v_W + v_W) \times 10 = 30v_W \Rightarrow \Delta x = 30v_W$$

$$\begin{cases} \Delta x = 30v_W \Rightarrow \Delta t = 30 \text{ min} \\ \Delta x = v_W \Delta t \end{cases}$$

جابه جایی Δx توسط جریان آب که همان سرعت گروه نجات است در مدت 30 min طی می شود:

۱۹۸- گزینه ۴ این تست در واقع به جمع سرعتها مربوط می شود.

$$v = v_1 + v_2 \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1} + \frac{\Delta x}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \text{ min} = 45 \text{ s}$$



۱-۱۹۹-گزینه ۱ ناظر A مطابق شکل، قطار ۱۵۰ متری را می بیند که در مدت t_1 از مقابل او با سرعت $v = v_1 + v_2 = 10 + 8 = 18 \text{ m/s}$ می گذرد.

$$t_1 = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{150}{18}$$

ناظر B مطابق شکل، قطار ۱۰۰ متری را می بیند که در مدت t_2 از مقابل او با سرعت $v = v_1 + v_2 = 18 \text{ m/s}$ می گذرد.

$$t_2 = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{100}{18}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{150}{100} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1.5$$

بنابراین:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 5}{3 - 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

۳-۲۰۰-گزینه ۳ شتاب متوسط، تغییر بردار سرعت در یکای زمان است.

۴-۲۰۱-گزینه ۴ تندی حرکت در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ برابر $s_1 = 5 \text{ m/s}$ است، بنابراین سرعت $v_1 = \pm 5 \text{ m/s}$ است و در لحظه $t_2 = 3 \text{ s}$ تندی برابر $s_2 = 9 \text{ m/s}$ است پس $v_2 = \pm 9 \text{ m/s}$ است:

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 = +5 \text{ m/s}, v_2 = +9 \text{ m/s}} a_{av} = \frac{9 - 5}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 = +5 \text{ m/s}, v_2 = -9 \text{ m/s}} a_{av} = \frac{-9 - 5}{2} = -7 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 = -5 \text{ m/s}, v_2 = 9 \text{ m/s}} a_{av} = \frac{9 - (-5)}{2} = 7 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 = -5 \text{ m/s}, v_2 = -9 \text{ m/s}} a_{av} = \frac{-9 - (-5)}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 2}{3 - 1} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۱-۲۰۲-گزینه ۱ شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت $v_f - v_i$ می باشد بنابراین:

۳-۲۰۳-گزینه ۳ اندازه شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 و بازه t_1 تا t_3 با هم برابر است، از این رو در بازه اول که شتاب متوسط منفی است ($a_{av} = \frac{-15 - 10}{t_2 - 1} < 0$)،

باید قدر مطلق آن را با شتاب مثبت در بازه $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 7 \text{ s}$ برابر قرار داد. $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-15 - 10}{t_2 - 1} = \frac{40 - 10}{7 - 1} \Rightarrow \frac{-25}{t_2 - 1} = \frac{30}{6} \Rightarrow t_2 - 1 = 5 \Rightarrow t_2 = 6 \text{ s}$

۲-۲۰۴-گزینه ۲ ثانیه سوم بازه زمانی بین $t = 2 \text{ s}$ و $t = 3 \text{ s}$ است در این صورت:

$$t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 2 \times 4 - 1 = 7 \text{ m/s}, t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 2 \times 9 - 1 = 17 \text{ m/s}, a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{17 - 7}{3 - 2} = 10 \text{ m/s}^2$$

۱-۲۰۵-گزینه ۱ سرعت در لحظه های $t = \frac{3}{8} \text{ s}$ و $t = \frac{1}{8} \text{ s}$ را به دست می آوریم:

$$v_1 = 2 \sin\left(4\pi \times \frac{1}{8}\right) + 0.5 = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0.5 \Rightarrow v_1 = 2 \times 1 + 0.5 \Rightarrow v_1 = 2.5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 2 \sin\left(4\pi \times \frac{3}{8}\right) + 0.5 = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 0.5 \Rightarrow v_2 = 2 \times (-1) + 0.5 \Rightarrow v_2 = -1.5 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-1.5 - 2.5}{\frac{3}{8} - \frac{1}{8}} = \frac{-4}{\frac{2}{8}} = -16 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

۳-۲۰۶-گزینه ۳ در لحظه t_1 سرعت برابر $v_1 = \frac{3t_1^2}{2}$ و در لحظه t_2 سرعت برابر $v_2 = \frac{3t_2^2}{2}$ می باشد، بنابراین

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{3}{2}(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{3}{2} \frac{(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{3}{2}(t_2 + t_1)$$

۲۰۷- گزینه ۱ معادله $x-t$ درجه اول می باشد. متحرک دارای سرعت ثابت است و شتاب حرکت صفر است.

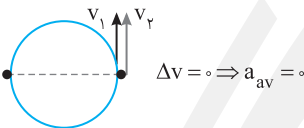
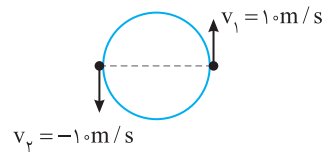
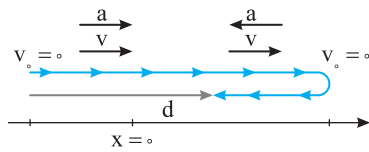
۲۰۸- گزینه ۲ متحرک از مکان $x_1 = 2m$ به مکان $x_2 = -2m$ رفته است. حال به کمک معادله سرعت - مکان سرعت متحرک را در این دو مکان به دست می آوریم:

$$v_1 = 4(2) + 2 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 4(-2) + 2 = -6 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-6 - 10}{2} = -8 \text{ m/s}^2$$

شتاب متوسط در این مدت برابر است با:

۲۰۹- گزینه ۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$ بردار سرعت متوسط در جهت بردار جابه جایی است و گزینه (۱) درست است.



سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت بر مسیر مماس است و گزینه (۲) درست است. در حرکت روی خط راست الزاماً شتاب و سرعت همواره در امتداد مسیر و بنابراین هم راستا هستند و گزینه (۳) درست است. اگر متحرکی با حرکت کندشونده در جهت مثبت محور در حرکت باشد، شتاب متوسط منفی است؛ پس جابه جایی مثبت و سرعت متوسط مثبت و شتاب متوسط منفی است بنابراین سرعت و شتاب همواره هم جهت نیستند و گزینه (۴) نادرست است.

۲۱۰- گزینه ۱ در حرکت بر خط راست اگر متحرک تغییر جهت دهد، مطابق شکل روبه رو مسافت و جابه جایی هم اندازه نیستند و گزینه (۴) نادرست است.

فرض کنید متحرکی از حال سکون روی خط راست حرکت کرده باشد، حرکت آن تندشونده است و سرعت و شتاب و جابه جایی هم جهت هستند اما اگر متحرک بخواهد تغییر جهت دهد، برای توقف و برگشت، باید حرکت کندشونده شود بنابراین شتاب و سرعت هم راستا هستند اما هم جهت نیستند و شتاب و جابه جایی نیز هم جهت نیستند. در نتیجه جهت بردار شتاب تغییر کرده و گزینه (۳) نادرست است. هم چنین شتاب و جابه جایی همواره هم جهت نیستند و گزینه (۲) نادرست است. اما سرعت و شتاب همواره هم راستا هستند و گزینه (۱) درست است.

۲۱۱- گزینه ۳ تندی ذره ثابت است اما ذره روی مسیر خمیده در حرکت است و جهت بردار آن در حال تغییر است. مدتی که ذره یک دور می چرخد، ۱۶s است بنابراین پس از ۸s نیم دور می چرخد. مطابق شکل اگر بردار v_1 را $+10 \text{ m/s}$ بگیریم، بردار v_2 ، -10 m/s است. از این رو اندازه شتاب متوسط خواهد شد:

$$|a_{av}| = \frac{|v_2 - v_1|}{t_2 - t_1} = \frac{|-10 - 10|}{8} = \frac{20}{8} \Rightarrow |a_{av}| = 2.5 \text{ m/s}^2$$

۲۱۲- گزینه ۱ ذره در هر 20 s ، چهار بار محیط دایره ای را طی می کند، پس در بازه زمانی معادل $\frac{20}{4} = 5 \text{ s}$ یکبار محیط دایره را طی می کند. در نتیجه در بازه زمانی معادل 5 s ذره به جای اولیه خود بازگشته و $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ و بردارهای سرعت ابتدایی و نهایی با هم برابر می شوند و شتاب متوسط صفر خواهد شد.

۲۱۳- گزینه ۲ هنگامی حرکت تندشونده است که شتاب و سرعت هم جهت باشند و زمانی حرکت کندشونده است که شتاب و سرعت خلاف جهت هم باشند بنابراین شکل (ب) و (پ) حرکت کندشونده را نشان می دهد.

۲۱۴- گزینه ۴ در ابتدا سرعت و شتاب خلاف جهت هم اند پس حرکت ابتدا کندشونده می باشد و بعد از مدتی متحرک متوقف می شود پس در این حالت گزینه (۱) درست است. اگر پس از توقف متحرک در جهت شتاب مجدداً شروع به حرکت کند بعد از حرکت کندشونده در ابتدای حرکت، به صورت تندشونده شروع به حرکت می کند پس در این حالت گزینه (۳) درست است.

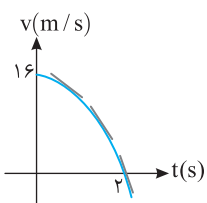
۲۱۵- گزینه ۳ در حرکت کندشونده، ممکن است شتاب مثبت باشد، کافی است متحرک در جهت منفی محور در حرکت باشد. بنابراین گزینه (۳) نادرست بوده و جواب تست است.

۲۱۶- گزینه ۲ می دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر با شتاب لحظه ای است، هم چنین شیب خط هنگامی برابر صفر است که خط مماس موازی با محور افقی باشد. در نمودار تابع درجه دوم (سهمی) خط مماس در رأس سهمی افقی و شیب آن صفر است، در این نقطه شتاب صفر می شود، بنابراین مختصات طول رأس سهمی (t) را

$$v = t^2 - 8t + 12, \quad t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{8}{2} = 4 \text{ s}$$

حساب می کنیم.

(در ریاضیات پیشرفته تر این مسأله به راحتی توسط مشتق گیری حل می شود.)



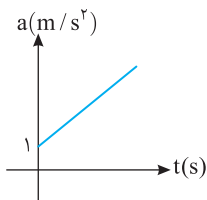
$$v = 16 - 4t^2 \Rightarrow v = 4(4 - t^2)$$

۲۱۷- گزینه ۲ ابتدا نمودار $v-t$ را رسم می کنیم:

با توجه به شیب خط مماس بر نمودار، در کل مسیر این شیب منفی است، پس شتاب متحرک در طول مسیر در خلاف جهت محور x است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

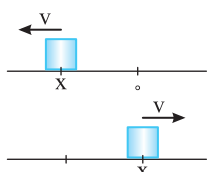
با توجه به نمودار از صفر تا 2 s سرعت متحرک مثبت است یعنی متحرک در جهت مثبت محور x در حرکت است و پس از $t = 2 \text{ s}$ سرعت متحرک منفی می شود یعنی متحرک در جهت منفی محور x حرکت می کند و به حرکت خود ادامه می دهد، بنابراین گزینه (۲) درست است.

با توجه به نمودار ابتدا بزرگی سرعت کاهش می یابد و سرعت به صفر می رسد و بعد از $t = 2 \text{ s}$ بزرگی سرعت افزایش می یابد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. با توجه به نمودار در $t = 2 \text{ s}$ نوع حرکت از کندشونده به تندشونده تغییر می کند بنابراین گزینه (۴) نادرست است.



۲۱۸- گزینه ۱ نمودار شتاب - زمان $a = 2t + 1$ به صورت روبه‌رو است، شتاب همواره مثبت است و می‌دانیم شتاب، هنگام تغییرات سرعت است، پس تغییرات سرعت (Δv) نیز مثبت است و چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس از $t = 0$ با توجه به اینکه تغییرات سرعت مثبت است $\Delta v > 0$ سرعتش در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

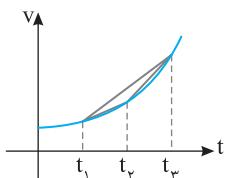
۲۱۹- گزینه ۳ شتاب کوچک‌تر از صفر می‌باشد. اگر سرعت منفی باشد حرکت تندشونده است و دیگر کندشونده نخواهد شد، بنابراین متحرک می‌تواند دارای حرکت تندشونده باشد. اگر سرعت مثبت باشد چون شتاب منفی است، حرکت کندشونده است و سبب توقف جسم می‌شود. البته ممکن است جسم پس از توقف با همین شتاب در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت کندشونده کند. در نتیجه تنها حالتی که نمی‌تواند رخ دهد گزینه (۳) است.



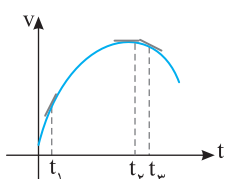
۲۲۰- گزینه ۴ $v_x > 0$ است پس یا v و x هر دو منفی و یا v و x هر دو مثبت می‌باشند. بنابراین در هر دو حالت متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. شتاب متحرک مثبت است پس اگر سرعت منفی باشد حرکت کندشونده و اگر سرعت مثبت باشد حرکت تندشونده می‌باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

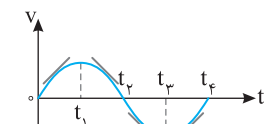
۲۲۱- گزینه ۴ شیب خط قاطع در لحظه‌های t_1 و t_2 روی نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط است.



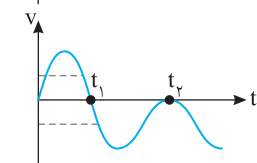
۲۲۲- گزینه ۳ شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط در آن بازه می‌باشد. بنابراین شتاب در بازه صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 ، t_3 تا t_4 ، t_4 تا t_5 ، شتاب برابر شیب خط واصل مشخص شده در نمودار است. با توجه به نمودار $v-t$ ، شیب خط از t_2 تا t_3 تندتر است، بنابراین شتاب متوسط در این بازه بزرگ‌تر است.



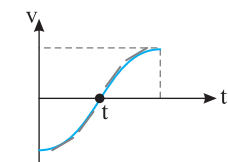
۲۲۳- گزینه ۱ با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ است، پس هر چه شتاب بزرگ‌تر باشد نیرو هم بزرگ‌تر است و می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب در آن لحظه است. با توجه به شکل اندازه شیب خط مماس در t_1 بزرگ‌تر از اندازه شیب خط مماس در دو لحظه دیگر است پس در t_1 نیروی بزرگ‌تری به جسم وارد می‌شود.



۲۲۴- گزینه ۲ شتاب لحظه‌ای متحرک برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. با توجه به شکل روبه‌رو و مماس‌های رسم شده کاملاً مشخص است که شتاب در بازه زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 مثبت است.

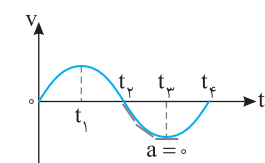


۲۲۵- گزینه ۳ محل برخورد نمودار سرعت - زمان با محور زمان به مفهوم توقف جسم است. بنابراین در لحظه‌های t_1 و t_2 سرعت صفر است. اما متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت می‌دهد، زیرا سرعت آن قبل از t_1 مثبت و بعد از t_1 منفی است. یعنی سرعت تغییر علامت و متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه t_2 سرعت متحرک صفر شده اما تغییر علامت نداده و متحرک تغییر جهت نداده است. بنابراین سرعت دو بار صفر و متحرک یک بار تغییر جهت داده است.

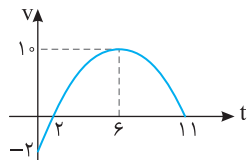


۲۲۶- گزینه ۳ سرعت در لحظه t صفر شده و تغییر علامت داده بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت داده است و گزاره (الف) درست است. اندازه سرعت از لحظه $t = 0$ تا لحظه t در حال کاهش است و از لحظه t به بعد اندازه سرعت در حال افزایش است و گزاره (ب) نادرست است. با توجه به شیب مماس‌های روی نمودار، شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. زیرا شیب خط مماس ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش است و گزاره (پ) درست است. اما در تمام مدت شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت و شتاب مثبت است و گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه گزاره‌های (الف) و (پ) درست می‌باشند.

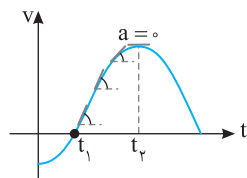
۲۲۷- گزینه ۳ در بازه t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال کاهش است و در t_2 سرعت صفر می‌شود، بنابراین حرکت کندشونده است اما شیب خط مماس بر نمودار در این بازه مثبت و شتاب مثبت است. (علامت سرعت در این بازه منفی و علامت شتاب مثبت است $(a < 0)$ و حرکت کندشونده است.)



۲۲۸- گزینه ۳ با توجه به نمودار $v-t$ در لحظه t_2 سرعت صفر است و از این لحظه تا لحظه t_3 اندازه سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است و گزینه (۱) درست است. اگر در بازه t_2 تا t_3 بر نمودار خط مماس رسم کنیم شیب خط مماس منفی و شتاب منفی است و گزینه (۲) درست است. اما با رسم خط‌های مماس بر نمودار در بازه t_2 تا t_3 مشاهده می‌شود که شیب خط مماس در حال کاهش است و در t_3 شیب خط مماس صفر می‌شود، بنابراین شتاب در حال کاهش و گزینه (۳) نادرست است. سرعت در این بازه منفی است: نمودار زیر محور زمان قرار دارد و گزینه (۴) درست است.



۲۲۹- گزینه ۲ در بازه صفر تا ۲s اندازه سرعت از ۲m/s به صفر می‌رسد؛ حرکت کندشونده است. هم‌چنین در بازه ۶s تا ۱۱s سرعت از ۱۰m/s به صفر می‌رسد؛ حرکت کندشونده است. جمعاً ۲s+۵s=۷s حرکت کندشونده است و از ۲s تا ۶s سرعت از صفر به ۱۰m/s رسیده است؛ حرکت تندشونده است.

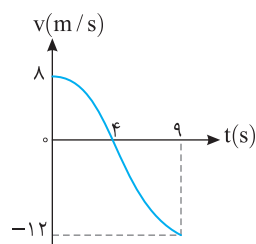


۲۳۰- گزینه ۳ در بازه t1 تا tp حرکت تندشونده است که در این بازه شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است یعنی اندازه شتاب در حال کاهش است.

۲۳۱- گزینه ۴ در لحظات B و C که متحرک به‌طور لحظه‌ای ساکن است در لحظه A بزرگی سرعت در حال کوچک‌تر شدن است بنابراین در این لحظه حرکت کندشونده است و در لحظه D بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد پس حرکت در این لحظه تندشونده است.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 9}{6 - 0} = -2 \text{ m/s}^2$$

۲۳۲- گزینه ۲ با توجه به تعریف شتاب متوسط:



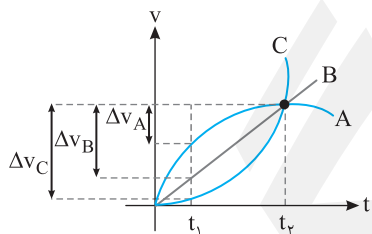
۲۳۳- گزینه ۴ با توجه به نمودار سرعت - زمان در بازه صفر تا ۴s، حرکت کندشونده است و سرعت از ۸ متر بر ثانیه به صفر متر بر ثانیه کاهش می‌یابد و در بازه ۴s تا ۹s، حرکت تندشونده است و سرعت از صفر تا ۱۲m/s در خلاف جهت محور در حال افزایش است. از این رو:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_{av \text{ تندشونده}} = \frac{-12 - 0}{9 - 4} = -2.4 \text{ m/s}^2 \\ a_{av \text{ کندشونده}} = \frac{0 - 8}{4 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{av \text{ تندشونده}}}{a_{av \text{ کندشونده}}} = \frac{6}{5}$$

$$a_{av} = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-3 - 7}{16} = -\frac{5}{8} \text{ m/s}^2$$

۲۳۴- گزینه ۴ شتاب متوسط برابر است با:

در لحظه t=۱۱s شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان صفر شده و شتاب قبل از لحظه منفی و بعد از آن لحظه مثبت است. (به شیب خط مماس بر نمودار دقت کنید.) و در t=۱۱s شتاب تغییر جهت می‌دهد.

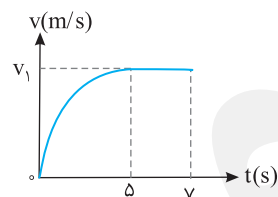


۲۳۵- گزینه ۱ با توجه به شکل در بازه زمانی t1 تا tp تغییر سرعت متحرک A از متحرک B کمتر و تغییر سرعت متحرک B از تغییر سرعت متحرک C کمتر است.

$$\Delta v_A < \Delta v_B < \Delta v_C$$

و با توجه به تعریف شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{avA} < a_{avB} < a_{avC}$$

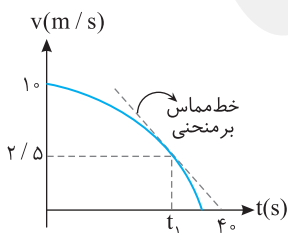


۲۳۶- گزینه ۱ در بازه ۵s تا ۷s حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود.

$$\Delta x = v_1 \Delta t \Rightarrow 18 = v_1 \times 2 \Rightarrow v_1 = 9 \text{ m/s}$$

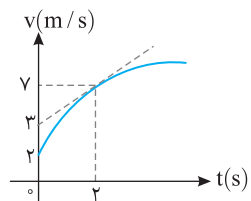
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 0}{5} = 1.8 \text{ m/s}^2$$

شتاب متوسط برابر است با:



۲۳۷- گزینه ۱ شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای است، بنابراین:

$$a_{av} = a \Rightarrow \frac{2/5 - 10}{t_1 - 0} = \frac{2/5 - 0}{40 - t_1} \Rightarrow \frac{-7/5}{t_1} = \frac{-2/5}{40 - t_1} \Rightarrow 120 - 3t_1 = t_1 \Rightarrow t_1 = 30 \text{ s}$$



۲۳۸- گزینه ۱ شتاب لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان می‌باشد، بنابراین برای شتاب لحظه‌ای در t=۲s شیب خط مماس را در این لحظه به دست می‌آوریم.

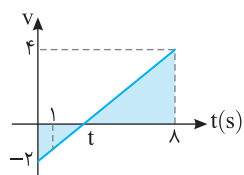
$$a = \frac{7 - 2}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7 - 2}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2, \quad \frac{a}{a_{av}} = \frac{2.5}{2.5} = 1$$

شتاب متوسط نیز در بازه صفر تا ۲s برابر است با:

نمودار سرعت - زمان خط راست و شیب آن منفی است در این صورت شتاب ثابت و منفی است.

۳- ۲۳۹- گزینه

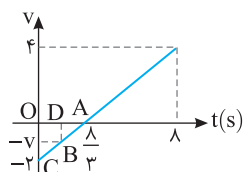


ابتدا با توجه به تشابه دو مثلث هاشورخورده t را به دست می آوریم

۱- ۲۴۰- گزینه

$$\frac{2}{t} = \frac{4}{\lambda - t} \Rightarrow \lambda - t = 2t \Rightarrow t = \frac{\lambda}{3}$$

حال با توجه به تشابه دو مثلث OAC و DAB سرعت در $t = \lambda$ را محاسبه می کنیم.



$$\frac{2}{3} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow |v| = \frac{\Delta}{4} \text{ m/s}$$

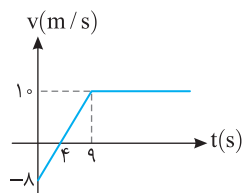
بنابراین سرعت $-\frac{\Delta}{4} \text{ m/s}$ و به دلیل منفی بودن سرعت متحرک خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

۳- ۲۴۱- گزینه

هرگاه سرعت مثبت است متحرک در جهت محور x حرکت کرده و اگر سرعت منفی باشد متحرک خلاف جهت محور x حرکت می کند. هم چنین اگر نمودار به محور افقی نزدیک شود بزرگی سرعت در حال کاهش می باشد و حرکت کندشونده و اگر نمودار در حال دور شدن از این محور افقی باشد بزرگی سرعت در حال افزایش می باشد و حرکت تندشونده است. بنابراین از t_1 تا t_2 متحرک خلاف جهت محور x در حال حرکت است و از t_1 تا t_2 حرکت کندشونده و از t_2 تا t_3 حرکت کندشونده است.

۴- ۲۴۲- گزینه

به توجه به نمودار در لحظه $t = 3$ س بزرگی سرعت متحرک در حال کاهش است و در $t = 4$ س متحرک متوقف می شود، بنابراین در $t = 3$ س حرکت کندشونده می باشد.



در $t = 4$ س جهت حرکت تغییر می کند (سرعت صفر است و علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه تغییر می کند) اما در این لحظه شتاب حرکت تغییر نمی کند، زیرا شیب خط سرعت زمان ثابت می ماند.

در $t = 9$ س به بعد بزرگی سرعت ثابت و برابر 10 m/s باقی می ماند. بنابراین حرکت نه تندشونده و نه کندشونده است.

در $t = 7$ س بزرگی سرعت متحرک در حال افزایش می باشد و در $t = 9$ س سرعت متحرک به بیشینه مقدار خود یعنی $v = 10 \text{ m/s}$ می رسد بنابراین در این لحظه حرکت تندشونده می باشد.

۴- ۲۴۳- گزینه

نمودار سرعت - زمان درباره دور یا نزدیک شدن به مبدأ به ما اطلاعاتی نمی دهد، مگر آن که مکان اولیه متحرک مشخص باشد. بنابراین گزینه (۴) پاسخ درست است.

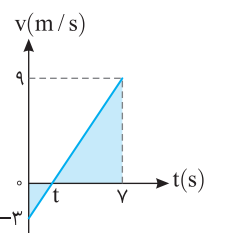
۳- ۲۴۴- گزینه

$$a_{avOA} = \frac{v_A - v_0}{t - 0}, \quad a_{avAB} = \frac{0 - v_A}{6 - 4} \Rightarrow \frac{|a_{avOA}|}{|a_{avAB}|} = \frac{\frac{v_A}{4}}{\frac{v_A}{2}} = 1$$

شتاب بردار شیب خط نمودار سرعت - زمان است. از این رو:

۳- ۲۴۵- گزینه

لحظه تغییر جهت، لحظه ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می دهد نسبت تشابه را برای دو مثلث رنگی می نویسیم.

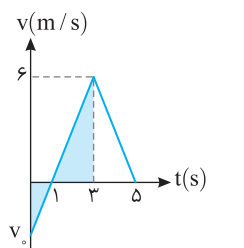


نمودار سرعت - زمان خط راست است و شیب آن ثابت است. از این رو شتاب حرکت در تمام بازه های زمانی ثابت و یکسان است.

$$a = a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{9 - (-3)}{7 - 3} = \frac{12}{4} \text{ m/s}^2$$

۲- ۲۴۶- گزینه

نمودار سرعت - زمان خط راست است بنابراین شتاب متوسط و شتاب لحظه ای در هر قسمت یکسان است. ابتدا سرعت اولیه را به کمک تشابه مثلث به دست می آوریم.

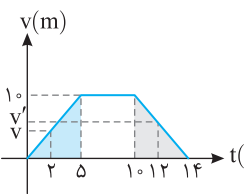


شتاب در لحظه $t = 2/5$ س با شتاب متوسط در بازه صفر تا ۳ س برابر است.

شتاب متوسط در ثانیه آخر با شتاب متوسط در بازه ۳ س تا ۵ س برابر است. از این رو:

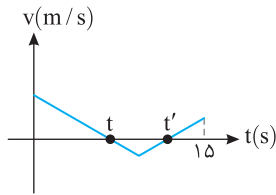
۱- ۲۴۷- گزینه

سرعت در لحظه $t_1 = 2$ س و $t_2 = 12$ س را با توجه تشابه به دست می آوریم.



$$\frac{v}{2} = \frac{10}{5} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$\frac{v'}{2} = \frac{10}{4} \Rightarrow v' = 5 \text{ m/s}, \quad a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = \frac{1}{10} \text{ m/s}^2$$



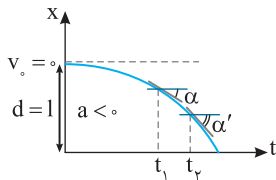
۲۴۸- گزینه ۳ هرگاه سرعت مثبت باشد متحرک در جهت محور X ها در حرکت است و هرگاه سرعت منفی باشد متحرک در خلاف جهت محور X ها حرکت می کند. در بازه ۰ تا t' و t' تا ۱۵ متحرک در جهت مثبت محور X ها و در بازه t' تا ۱۵ متحرک در خلاف جهت محور X ها در حرکت بوده است.

$$t_1 = (t-0) + (15-t') = 15 + (t-t') \Rightarrow t_1 = 15 - t_p, \quad t_p = t' - t$$

$$\frac{t_1}{t_p} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{15 - t_p}{t_p} = \frac{3}{2} \Rightarrow 30 - 2t_p = 3t_p \Rightarrow t_p = 6s$$

مدت زمان بین دو لحظه توقف همان $t' - t$ است که برابر با t_p یعنی ۶s می باشد.

۲۴۹- گزینه ۱ شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان می باشد و در بازه صفر تا t_1 تغییر سرعت دو متحرک یکی است.

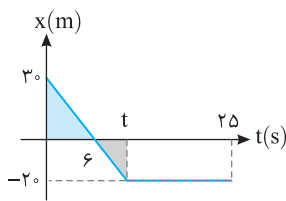


۲۵۰- گزینه ۴ متحرک روی محور X ها در خلاف جهت محور از حال سکون $|v_0| = 0$ شروع به حرکت کرده است. دقت کنید در لحظه $t = 0$ خط مماس بر نمودار موازی محور X ها است و شیب خط مماس صفر و در نتیجه سرعت اولیه صفر است. (گزینه ۳) درست است. متحرک روی محور X ها تغییر جهت نداده بنابراین جابه جایی و مسافت طی شده یکسان است. در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. (گزینه ۱) درست است.

دهانه نمودار (تقعر نمودار) رو به پایین بوده و شتاب منفی است و گزینه (۲) درست است. به شکل دقت کنید در بازه t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار بیشتر می شود بنابراین اندازه سرعت در لحظه t_2 از اندازه سرعت در لحظه t_1 بیشتر (منفی تر) است. در نتیجه:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \xrightarrow{\substack{|v_2| > |v_1| \\ v_2 < 0, v_1 < 0}} \Delta v < 0 \Rightarrow a < 0$$

هر دو لحظه دلخواه دیگری را که در نظر بگیرید، به همین نتیجه می رسید که شتاب منفی است.



۲۵۱- گزینه ۴ سرعت در بازه صفر تا t ثابت است، از این رو:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-3-0}{6} = -0.5 m/s$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -0.5 = \frac{-2-3}{t} \Rightarrow t = 10s$$

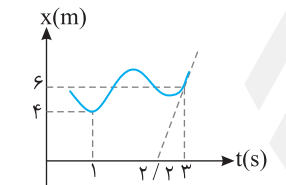
اکنون t را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2-3}{25} = -0.2 m/s$$

سرعت متوسط در مدت ۲۵s خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v - (-0.5)}{25} = 0.02 m/s^2$$

شتاب متوسط در مدت ۲۵s خواهد شد:



۲۵۲- گزینه ۱ در $t = 1s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان موازی محور زمان بوده و سرعت لحظه ای صفر است $(v_1 = 0)$. در $t = 3s$ شیب خط مماس برابر است با:

$$v_2 = \frac{6-0}{3-2} = \frac{6}{1} = 6 m/s$$

در این صورت شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{6-0}{3-1} = \frac{6}{2} = 3 m/s^2$$

۲۵۳- گزینه ۲ در لحظه $t = 0$ و $t = 10s$ سرعت لحظه ای متحرک صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان صفر است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = 0, \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{10 - (-10)}{10} = 2 m/s$$

۲۵۴- گزینه ۲ بردار مکان متحرک زمانی تغییر جهت می دهد که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور می کند:

$$x = t^3 - 3t^2 + 2t \Rightarrow 0 = t^3 - 3t^2 + 2t \Rightarrow 0 = t(t-1)(t-2) \Rightarrow t = 0, t = 1s, t = 2s$$

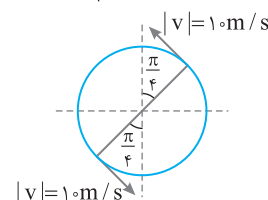
دقت کنید در $t = 0$ متحرک شروع به حرکت می کند پس در $t = 0$ از مبدأ مکان متحرک عبور نمی کند. بنابراین در لحظه های $t = 1s$ و $t = 2s$ تغییر بردار مکان رخ داده است، اکنون در این دو لحظه سرعت را به کمک معادله سرعت - زمان داده شده حساب می کنیم:

$$v_{t=1s} = 3(1)^2 - 6(1) + 2 = v_{t=1} = -1 m/s, \quad v_{t=2s} = 3(2)^2 - 6(2) + 2 = v_{t=2} = 2 m/s \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 - (-1)}{2-1} = 3 m/s^2$$

$$\frac{t=2s}{t_1=\frac{1}{4}s} \quad \left| \begin{array}{l} \theta=2\pi \\ \theta_1=? \end{array} \right. \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{t=2s}{t_2=\frac{5}{4}s} \quad \left| \begin{array}{l} \theta=2\pi \\ \theta_2=? \end{array} \right. \Rightarrow \theta_2 = \frac{5\pi}{4}$$

۲۵۵- گزینه ۲ متحرک در هر ۲s یک دور کامل می چرخد.



با توجه به شکل و اینکه سرعت در هر لحظه بر مسیر حرکت که دایره ای شکل است، مماس می باشد، مشخص می شود که دو سرعت خلاف جهت هم می باشند:

$$a_{av} = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \left| \frac{10 - (-10)}{\frac{5}{4} - \frac{1}{4}} \right| = \frac{20}{1} = 20 m/s^2$$

$$v = t^2 - 5t + 4 \Rightarrow v = (t-1)(t-4)$$

نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم.

۲-۲۵۶ گزینه ۲

طول رأس سهمی:

$$t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ s}$$

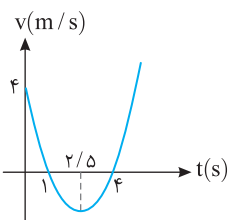
با توجه به شکل از $t=0$ تا $t=1$ s بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می باشد.

از $t=1$ s تا $t=2.5$ s بزرگی سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده می باشد.

از $t=2.5$ s تا $t=4$ s بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می باشد.

از $t=4$ s به بعد نیز بزرگی سرعت افزایش می یابد پس حرکت تندشونده است.

بنابراین از $t=2$ s تا $t=4$ s ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده است.



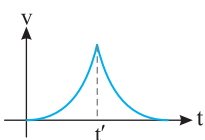
متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در نهایت نیز متوقف شده است پس در ابتدا و انتهای حرکت سرعت صفر می باشد بنابراین گزینه (۱) نمی تواند جواب باشد.

۲-۲۵۷ گزینه ۲

چون متحرک در جهت مثبت محور X ها در حرکت است پس سرعت باید مثبت باشد بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است.

در لحظه t' در نمودار گزینه (۴) خط مماس قائم است پس شیب خط مماس در این نقطه که برابر شتاب می باشد ∞ است

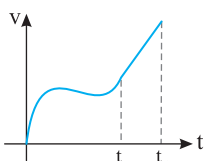
و این ناممکن است بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است اگرچه سرعت در ابتدا و انتها صفر می باشد.



با توجه به اینکه سرعت در تمام لحظات t_1 تا t_2 بیشتر از سرعت در تمام لحظات صفر تا t_1 می باشد

۲-۲۵۸ گزینه ۲

بنابراین سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 بزرگتر از سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 است و نسبت آن ها از یک کمتر است.



در بازه t_1 تا t_2 نمودار خط راست بوده و سرعت ثابت و شتاب متوسط صفر است. بنابراین در لحظه

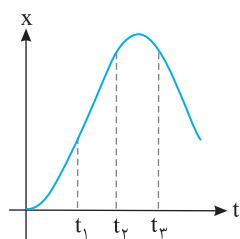
۱-۲۵۹ گزینه ۱

t_1 و t_2 سرعت یکسان است و ما آن را برابر v می گیریم، در این صورت:

$$\rightarrow t_1 \quad a_{av_1} = \frac{v-0}{t_1} = \frac{v}{t_1}, \quad t_1 \rightarrow t_2 \quad a_{av_2} = 0, \quad t_2 \rightarrow t_3 \quad a_{av_3} = \frac{v'-v}{t_3-t_2} = \frac{v'-v}{t}$$

با توجه به شکل در لحظه t_2 سرعت مثبت و در لحظه t_3 شیب خط مماس بر منحنی منفی بوده و سرعت منفی است.

$$|v'-v| > v \Rightarrow a_{av_3} > a_{av_1}$$



معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت را می نویسیم و داده های مسأله را جای گذاری می کنیم.

۲-۲۶۰ گزینه ۲

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 3 \times 2 + 0 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{3}{2}t^2 + 3t$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 3 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

با توجه به معادله جابه جایی - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

۳-۲۶۱ گزینه ۳

می توان لحظه ای که متحرک از مکان $-2/5 \text{ m}$ می گذرد را لحظه $t=0$ در نظر گرفت در این صورت مکان اولیه $x_0 = -2/5 \text{ m}$ و سرعت گذر از مکان

۲-۲۶۲ گزینه ۲

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + 2/5 \times 3 - 2/5 \Rightarrow x = 14 \text{ m}$$

و کافی است معادله مکان زمان را بنویسیم: $(v_0 = 2/5 \text{ m/s})$

۲-۲۶۳ گزینه ۲

با توجه به معادله جابه جایی - زمان می توان نوشت:

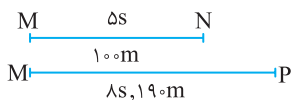
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{t=3s} 15 = \frac{1}{2} \times a \times 9 + 3v_0 \Rightarrow 30 = 9a + 6v_0$$

$$\xrightarrow{t=2+3=5s, \Delta x=15+25} 40 = \frac{1}{2} \times a \times 25 + 5v_0 \Rightarrow 40 = 12.5a + 5v_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 = 3a + 2v_0 \\ -2 \left[\lambda = 2/5a + v_0 \right] \end{cases} \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2, v_0 = 0 \text{ m/s}$$

با توجه به شکل های روبه رو و به کمک معادله جابه جایی - زمان حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می کنیم.

۳-۲۶۴ گزینه ۳



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} 100 = \frac{1}{2}a(25) + 5v_0 \\ 190 = \frac{1}{2}a(64) + 8v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + 2v_0 = 40 \\ 4a + v_0 = 23/5 \end{cases} \Rightarrow -3a = -7/5 \Rightarrow a = 2/5 \text{ m/s}^2$$

ابتدا به کمک معادله جابه جایی - زمان، زمان را به دست می آوریم:

۱-۲۶۵ گزینه ۱

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 2t \Rightarrow 2t^2 + 2t = 24 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{3} = 8 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v = at + v_0 \begin{cases} t_1 = 3s \rightarrow \Delta = 2a + v_0 \\ t_2 = 6s \rightarrow 12 = 6a + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 2a \\ \Delta = 2 \times 1/75 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1/75 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$v = 1/75 t + 1/75 \Rightarrow v = 1/75 \times 3 + 1/75 \Rightarrow v = 6/75 \text{ m/s}$$

در این صورت سرعت در لحظه $t = 3s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = at + v_0 \\ v_2 = a(2t) + v_0 = 2at + v_0 \end{cases} \Rightarrow v_1 < v_2 < 2v_1$$

با توجه به معادله سرعت - زمان می توان نوشت:

$$\begin{cases} v_1 = 3 + 2 = 5 \\ v_2 = 6 + 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \Delta < \Delta < 2 \times \Delta$$

برای سادگی عدد مثال بزنید، فرض کنید $at = 3$ و $v_0 = 2$ است از این رو:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 + 4v_0 \Rightarrow v_0 = 2 \text{ m/s}$$

ابتدا سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 + 2 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

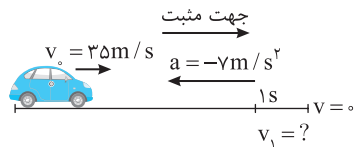
اکنون می توان سرعت را در انتهای این بازه به دست آورد:

$$\Delta x = -\frac{1}{2} at^2 + vt \Rightarrow 24 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 16 + 4v \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

روش دیگر استفاده از رابطه مستقل از سرعت اولیه است:

با توجه به معادله مکان - زمان و معادله سرعت زمان خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times a \times 16 + 4v_0 \Rightarrow 2a + v_0 = 5 \\ v = at + v_0 \Rightarrow 3v_0 = 4a + v_0 \Rightarrow 2v_0 = 4a \Rightarrow a = \frac{v_0}{2} \end{cases} \Rightarrow 2 \left(\frac{v_0}{2} \right) + v_0 = 5 \Rightarrow v_0 = \frac{5}{2} \Rightarrow v_0 = 2.5 \text{ m/s}$$



۲۷۰- گزینه ۴ روش اول: مطابق شکل خودرو در یک ثانیه آخر، سرعتش با شتاب 7 m/s^2 به صفر

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -7 \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = 7 \text{ m/s}$$

رسیده است از این رو:

جابه جایی در یک ثانیه خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{a = -7 \text{ m/s}^2, v_0 = 7 \text{ m/s}} \Delta x = \frac{1}{2} (-7) \times 1 + 7 \times 1 = 3/2 \text{ m}$$

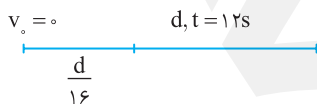


روش راحت تر: کافی است فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب 7 m/s^2 به راه می افتد و جابه جایی آن

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 7 \times 1 = 3/2 \text{ m}$$

را در $t = 1s$ از شروع حرکتش به دست آوریم.

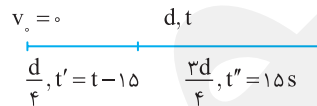
۲۷۱- گزینه ۳ با توجه به معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت:



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{1}{2} at^2 \\ \frac{d}{16} = \frac{1}{2} at'^2 \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t' = \frac{t}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow t' = 3s$$

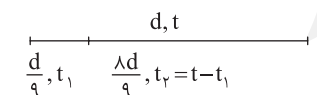
۲۷۲- گزینه ۳ دقت کنید در حل این نوع مسائل قسمت اول مسیر که سرعت اولیه صفر است را با تمام

مسیر مقایسه می کنیم و با توجه به معادله مکان زمان می نویسیم:



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{1}{2} at^2 \\ \frac{d}{4} = \frac{1}{2} a(t-15)^2 \end{cases} \Rightarrow 4 = \frac{t^2}{(t-15)^2} \Rightarrow 2 = \frac{t}{t-15} \Rightarrow 2t - 30 = t \Rightarrow t = 30s$$

۲۷۳- گزینه ۳ به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت، تست را حل می کنیم:



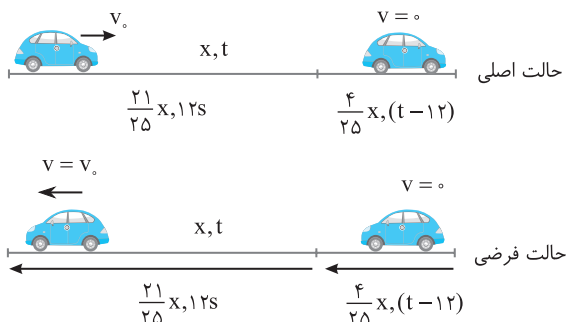
$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \frac{d}{9} = \frac{1}{2} at_1^2, d = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \frac{d}{9} = \frac{1}{2} at_1^2 \Rightarrow 9 = \frac{t^2}{t_1^2} \Rightarrow t_1 = \frac{t}{3}$$

اما t_2 یعنی زمان طی بقیه مسیر خواهد شد:

$$t_2 = t - \frac{t}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{2t}{3}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{2/3}{1/3} = 2$$

و نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را حساب می کنیم:



۱- ۲۷۴- گزینه ۱ نکته: در حرکت کندشونده با شتاب ثابت روی خط راست که متحرک متوقف می‌شود، می‌توان حرکت را از مکان توقف یک حرکت تندشونده با همان شتاب فرض کرد.
اکنون با توجه به حالت فرضی پرسش را حل می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{4}{25}x &= \frac{1}{2}a(t-12)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{25}{4} = \frac{t^2}{(t-12)^2} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{t}{t-12} \Rightarrow 5t-60=2t \Rightarrow t=20s$$

۲- ۲۷۵- گزینه ۲ اگر مشتق گیری بلد بودید و می‌دانستید که مشتق معادله مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است مسئله را راحت حل می‌کردید اما اکنون باید معادله مکان - زمان داده شده را با معادله حرکت کلاسیک حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و معادله سرعت زمان را به دست آورد.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 5t^2 - 3t + 1 \end{cases} \xrightarrow{x_0=1m, v_0=-3m/s, \frac{1}{2}a=5 \Rightarrow a=10m/s^2} \begin{cases} v = 10t - 3 \end{cases}$$

لحظه‌ای را که در آن سرعت ۶ m/s است، به دست می‌آوریم و زمان به دست آمده را در معادله مکان زمان قرار داده و مکان را حساب می‌کنیم.
 $6 = 10t - 3 \Rightarrow t = 0.9s \Rightarrow x = 5(0.9)^2 - 3(0.9) + 1 \Rightarrow x = 2/35m$

۳- ۲۷۶- گزینه ۱ ابتدا با مقایسه معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسئله، شتاب و سرعت اولیه را مشخص می‌کنیم.
 $\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = 4t + 3 \end{cases} \Rightarrow a = 4m/s^2, v_0 = 3m/s$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta x = 2m$$

جابه‌جایی متحرک را در مدت ۵s به دست می‌آوریم.

۴- ۲۷۷- گزینه ۲ با مقایسه معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسئله، شتاب و سرعت اولیه مشخص می‌شود.
 $v = at + v_0 \Rightarrow a = 3m/s^2, v_0 = -6m/s$
 $v = 3t - 6$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + 3 \times (-6) + 2 \Rightarrow x = 13/5 - 18 + 2 \Rightarrow x = -2/5m$$

مکان را به دست می‌آوریم:

۱- ۲۷۸- گزینه ۱ بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) به محل متحرک رسم می‌شود. بنابراین هنگام گذر از مبدأ، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:
معادله بالا بدون پاسخ است و متحرک از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۲- ۲۷۹- گزینه ۲ بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) به محل متحرک رسم می‌شود و هرگاه متحرک از مبدأ می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:
بردار مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۳- ۲۸۰- گزینه ۳ بردار مکان، برداری است که، مکان متحرک را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد و هرگاه متحرک از مبدأ بگذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:
بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید در معادله درجه ۲، تابع در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد.

۴- ۲۸۱- گزینه ۴ با توجه به معادله مکان - زمان خواهیم داشت:
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -10 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4 \times 4 + (-2) \Rightarrow a = -3m/s^2$
معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2} \times (-3) \times t^2 + 4t + (-2) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}t^2 + 4t - 2$$

تغییر جهت بردار مکان هنگام گذر متحرک از مبدأ رخ می‌دهد. $t = 2s, t = \frac{2}{3}s$

۴- ۲۸۲- گزینه ۴ ابتدا با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، مقدار شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه را مشخص می‌کنیم.
 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 6t + 10 \end{cases} \Rightarrow x_0 = +10m, \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2, v_0 = -6m/s \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - 6$

در حرکت با شتاب ثابت لحظه تغییر جهت حرکت لحظه صفر شدن سرعت است.
پس در یک متری مبدأ تغییر جهت می‌دهد.

۲۸۳- گزینه ۴ ابتدا شتاب حرکت را از روی معادله حرکت به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times a \times 4 + 2 \times (-4) + 2 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2 \xrightarrow{v=at+v_0} v = -5t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 0.8 \text{ s}$$

سرعت اولیه و شتاب منفی است و حرکت همواره تندشونده است و سرعت صفر نمی شود بنابراین متحرک تغییر جهت نمی دهد.

۲۸۴- گزینه ۴ معادله حرکت جسم درجه دو می باشد پس حرکت شتاب ثابت است و داریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - 6$$

$$v < 0 \Rightarrow 2t - 6 < 0 \Rightarrow t < 3 \text{ s}$$

هنگامی که متحرک در خلاف محور X ها در حال حرکت است که سرعت متحرک منفی باشد:

پس در بازه $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 3 \text{ s}$ متحرک در خلاف محور X ها در حال حرکت است.

۲۸۵- گزینه ۴ ابتدا به کمک معادله مکان - زمان سرعت اولیه را به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = -3 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 3 \xrightarrow{v=0} t = \frac{3}{4} \text{ s}, x = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow x = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{9}{8} \text{ m} = -1.125 \text{ m}$$



$$I = 1/125 + 1/125 + 2 = 4/25 \text{ m}$$

با توجه به شکل مسافت طی شده خواهد شد.

این مسائل را می توان به کمک نمودار نیز حل کرد که در بخش بعدی با آن آشنا خواهید شد.

۲۸۶- گزینه ۱ ابتدا لحظه تغییر جهت یعنی لحظه ای که سرعت صفر می شود و علامت سرعت تغییر می کند را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -3 \text{ m/s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 3 \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

لحظه تغییر جهت $t = 1.5 \text{ s}$ است. اما ثانیه سوم یعنی $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 3 \text{ s}$ و در این بازه متحرک تغییر جهت نمی دهد بنابراین جابه جایی و مسافت در ثانیه سوم با هم برابر است.

۲۸۷- گزینه ۲ راه حل اول: با توجه به معادله مکان - زمان جابه جایی در ثانیه سوم یعنی جابه جایی در بازه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 3 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x = x_{t=3s} - x_{t=2s} = (3)^2 - 3(3) - (2^2 - 3(2)) = 9 - 9 - 4 + 6 = 2 \text{ m}$$

با مقایسه معادله حرکت با شتاب ثابت و معادله داده شده در مسأله، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -3 \text{ m/s}$$

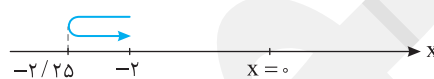
ثانیه دوم یعنی بازه $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$. مکان در این دو لحظه را به دست می آوریم:

بررسی می کنیم که آیا متحرک در این بازه تغییر جهت داده است؟ از این رو معادله سرعت - زمان را می نویسیم و برابر صفر قرار می دهیم:

$$v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}, x = t^2 - 3t \Rightarrow x = (1.5)^2 - 3(1.5) = 2.25 - 4.5 = -2.25 \text{ m}$$

$$I = 0/25 + 0/25 = 0/25 \text{ m}$$

اکنون مسیر حرکت را رسم می کنیم.



$$\frac{I}{\Delta x} = \frac{0/25}{2} = \frac{1}{4}$$

بنابراین:

راه حل دوم: در بخش های بعدی خواهید دید که مسافت طی شده برابر مجموع مساحت های زیر نمودار

$v = 2t - 3$ است، بنابراین ابتدا نمودار معادله $v = 2t - 3$ را رسم می کنیم.

در ثانیه دوم یعنی بازه $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$ ، سرعت این دو لحظه را روی نمودار مشخص کرده و مساحت

مثلث های S_1 و S_2 را به دست می آوریم.

$$I = |S_1| + |S_2| \Rightarrow I = \frac{1 \times 0/5}{2} + \frac{1 \times 0/5}{2} = 0/25 \text{ m}$$

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

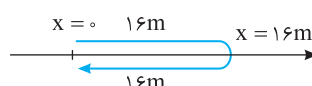
۲۸۸- گزینه ۳ ابتدا لحظه تغییر جهت و مکان تغییر جهت را به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 8 \times 4 = 16 \text{ m}$$

مکان اولیه را به دلخواه مبدأ می گیریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(8)^2 + 8 \times 8 = 0$$

در لحظه $t = 8 \text{ s}$ نیز مکان را به دست می آوریم:



$$d = 16 + 16 = 32 \text{ m}$$

با توجه به نمودار روبه رو مسافت طی شده برابر است با:

معادله مکان - زمان متحرک درجه دوم می‌باشد، بنابراین شتاب در هر لحظه با شتاب متوسط در هر بازه برابر است.

۲۸۹- گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = \frac{2(16) - 4(4) + 5 - (2(2)^2 - 4(2) + 5)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط برابر است با:

۲۹۰- گزینه ۱

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 4t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -4 \text{ m/s} \Rightarrow v = 4t - 4$$

معادله سرعت - زمان را از روی معادله مکان - زمان به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_{av}}{v} = \frac{\Delta}{\Delta} = 1$$

در لحظه $t = 3$ سرعت برابر $v = 4(3) - 4 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$ است. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow 9 = \frac{v + (-3)}{2} \Rightarrow v = 21 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

۲۹۱- گزینه ۴

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{21 - (-3)}{4} = 6 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 6t - 3 \Rightarrow 6t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

لحظه تغییر جهت و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-3) \times \frac{1}{2} + 5 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 5 = 4\frac{1}{4} \text{ m} \Rightarrow x = 4\frac{1}{4} \text{ m}$$

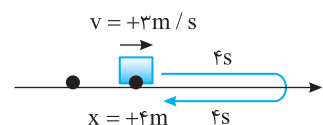
$$x = \frac{1}{2} \times 6 \times (4)^2 + (-3)(4) \Rightarrow x = 36 \text{ m}$$

اکنون مکان در انتهای بازه یعنی $t = 4 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.



$$l = 0 + 7.5 + 0 + 7.5 + 36 = 51 \text{ m}$$

مسافت طی شده مطابق شکل خواهد شد:

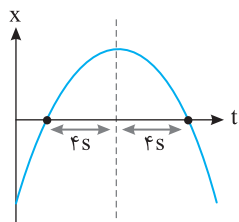


حرکت دارای شتاب ثابت است و در مبدأ زمان از مکان 4 m با سرعت 3 m/s می‌گذرد.

۲۹۲- گزینه ۱

متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ در بیشترین فاصله از مبدأ است یعنی متحرک در این نقطه متوقف شده و بر می‌گردد و پس از 4 ثانیه دیگر ($4 - 4 = 0$) مجدداً به محل ابتدایی حرکتش می‌رسد، یعنی مکانش 4 m می‌شود.

دقت کنید که معادله مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$) بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصله زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.



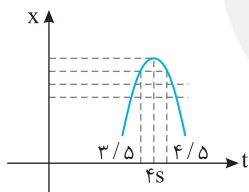
متحرک با سرعت اولیه $v_0 = +20 \text{ m/s}$ و شتاب $a = -10 \text{ m/s}^2$ از مبدأ شروع به حرکت کرده بنابراین در ابتدا دارای حرکت کندشونده است

۲۹۳- گزینه ۲

و پس از مدتی می‌ایستد و برمی‌گردد. لحظه و مکان صفر شدن حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v = -10t + 20 \xrightarrow{v=0} t = 2 \text{ s}, \quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (2)^2 + 20 \times 2 + 0 \Rightarrow x = -20 + 40 = 20 \text{ m}$$

بنابراین در بازه صفر تا 3 s در لحظه $t = 2 \text{ s}$ فاصله متحرک از مبدأ بیشترین مقدار یعنی 20 m است.



متحرک دارای شتاب ثابت است و نمودار مکان-زمان آن سهمی است. از طرفی در لحظه $t = 4 \text{ s}$

۲۹۴- گزینه ۳

متحرک در بیشترین فاصله مثبت از مبدأ مکان است. یعنی متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است. به عبارت بهتر متحرک ابتدا در جهت محور x در حرکت بوده و در لحظه $t = 4 \text{ s}$ سرعتش در مکان مثبت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. لحظه $t = 4 \text{ s}$ رأس سهمی مکان-زمان است. بنابراین تمام لحظاتی که در فاصله برابر از محور سهمی هستند جابه‌جایی صفر است، بنابراین گزینه (۳) درست است.

معادله $x-t$ متحرک درجه دوم است پس حرکت با شتاب ثابت است:

۲۹۵- گزینه ۳

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

حال در لحظات $t = 2 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ که شتاب ثابت و برابر 2 m/s^2 است، سرعت را حساب می‌کنیم.

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow v = 2 \times 2 - 6 = -2 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s} \Rightarrow v = 2 \times 5 - 6 = 4 \text{ m/s}$$

در لحظه $t = 2 \text{ s}$ شتاب مثبت و سرعت منفی پس در این لحظه $av < 0$ و حرکت کندشونده است.

در لحظه $t = 5 \text{ s}$ شتاب مثبت و سرعت مثبت پس در این لحظه $av > 0$ و حرکت تندشونده است.

۲۹۶- گزینه ۴ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، هرگاه شتاب متحرک و سرعت اولیه آن دارای علامت مخالف هم باشند، حرکت در ابتدا کندشونده و با گذشت زمان، در خلاف جهت حرکت اولیه دارای حرکت تندشونده است و چون سرعت اولیه منفی است ابتدا حرکت در جهت منفی محور و پس از توقف و بازگشت، حرکت در جهت مثبت محور است.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t + 5 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -3\text{m/s}$$

۲۹۷- گزینه ۱ ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی- زمان، سرعت را در ابتدای بازه زمانی ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = 1\text{m/s}$$

معادله سرعت- زمان به صورت $v = 2t + 1$ است. سرعت اولیه مثبت و شتاب نیز مثبت بوده و با گذشت زمان سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

۲۹۸- گزینه ۴ ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی- زمان، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 3 \times (4)^2 + v_0 \times (4) \Rightarrow v_0 = -2\text{m/s}$

در ابتدا سرعت منفی و شتاب مثبت بوده و حرکت کندشونده است. با توجه به معادله سرعت- زمان $v = 3t - 2$ ، در لحظه $t = \frac{2}{3}\text{s}$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و با حرکت تندشونده به مسیرش ادامه می‌دهد.

۲۹۹- گزینه ۲ معادله $x = -5t^2 + 6t + 12$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت یعنی $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}a = -5 \Rightarrow a = -10\text{m/s}^2, v_0 = 6\text{m/s}, x_0 = 12\text{m}$$

سرعت اولیه $+6\text{m/s}$ است، پس متحرک ابتدا در جهت مثبت محور در حرکت است. سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده است. نتیجه: در حرکت با شتاب ثابت هرگاه در معادله مکان- زمان ضریب t^2 و ضریب t هم علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر دارای علامت مخالف باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۳۰۰- گزینه ۳ معادله سرعت- زمان را به دست می‌آوریم: $v = -2t + 10 \xrightarrow{v=0} t = 5\text{s}$ ، $v_0 = 10\text{m/s}$ ، $a = -2\text{m/s}^2$ ، $x = -t^2 + 10t - 16$

در لحظه $t = 5\text{s}$ سرعت صفر می‌شود. تابع سرعت درجه یک است و در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد بنابراین برای $t < 5\text{s}$ ، سرعت مثبت و در $t > 5\text{s}$ سرعت منفی است؛ شتاب نیز منفی است، در نتیجه در بازه 5s تا 6s حرکت تندشونده ($av > 0$) و سوی حرکت در سوی منفی محور x ها است.

۳۰۱- گزینه ۲ معادله مکان- زمان $x = t^2 - 4t + 8$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقایسه می‌کنیم و شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و معادله سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -4\text{m/s}, x_0 = 8\text{m}$$

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

معادله سرعت- زمان برابر است با:

t	۰	۲	$+\infty$
v	-	۰	+
a	+	+	+
av	تندشونده تغییر جهت کندشونده		

با توجه به جدول بالا در بازه صفر تا 2s متحرک در جهت منفی محور دارای حرکت کندشونده و در بازه $t > 2\text{s}$ در جهت مثبت محور دارای حرکت تندشونده است.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2}a \times 2 + 0 \Rightarrow a = 8\text{m/s}^2$$

۳۰۲- گزینه ۱ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 8 \times 3 + 0 \Rightarrow v = 24\text{m/s}$$

سرعت در لحظه $t = 3\text{s}$ خواهد شد:

۳۰۳- گزینه ۲ با جای‌گذاری داده‌های مسئله در معادله سرعت متوسط زمان داده شده، α را به دست می‌آوریم و سپس شتاب را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \alpha t + \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow{v_{av}=1\text{m/s}, t=5\text{s}} 1 = 5\alpha + \frac{0 + v}{2} \Rightarrow \alpha = 1/2\text{m/s}^2, v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}a \Rightarrow 1/2 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 1\text{m/s}^2$$

۳۰۴- گزینه ۱ با توجه به معادله $v = 2t + 7$ و معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow 8 = \frac{7 + v}{2} \Rightarrow 16 = 7 + v \Rightarrow v = 9\text{m/s}$$

$$v_{av} = 1/5v_0 \Rightarrow \frac{1}{2}at + v_0 = 1/5v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2t + 5 = 1/5 \times 5 \Rightarrow t + 5 = 1/5 \Rightarrow t = 1/5 - 5$$

۳۰۵- گزینه ۳ با توجه به فرض مسئله:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}a \times 5 + 2 \Rightarrow a = 1.6 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت را به کمک معادله سرعت متوسط به دست می آوریم:

۳-۳۰۶ گزینه ۳

مکان را در لحظه $t=2s$ و $t=4s$ به دست آورده و از هم کم می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1.6 \times 4 + 2 \times 2 + x_0 = 7.2 + x_0 \\ t=4s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1.6 \times 16 + 2 \times 4 + x_0 = 20.8 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 13.6 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_1}{2} = 10 \text{ m/s}$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر $\frac{v_0 + v_1}{2}$ است، بنابراین:

۲-۳۰۷ گزینه ۲

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_1}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}v = \frac{v_0 + v_1}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{3}v$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

۳-۳۰۸ گزینه ۳

بنابراین حرکت تندشونده است، زیرا سرعت از $\frac{1}{3}v$ به v رسیده است و سرعت اولیه برابر با $\frac{1}{3}v$ می باشد.

۳-۳۰۹ گزینه ۳ با توجه به معادله مستقل از زمان:

$$v_0 = 0 \quad t \quad v = 8 \text{ m/s} \quad t \quad v' = 4 \text{ m/s} \quad t \quad v'' = 8 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_1}{2} \Rightarrow 4 = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow v_0 = 8 \text{ m/s}$$

بنابراین در t ثانیه اول، سرعت از صفر به 8 m/s رسیده و حرکت کندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v' + v_0}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v' + 8}{2} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

در t ثانیه دوم:

در این مرحله سرعت از 8 m/s به 4 m/s رسیده و حرکت کندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v'' + v'}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v'' + 4}{2} \Rightarrow v'' = 8 \text{ m/s}$$

در t ثانیه سوم:

در این مرحله سرعت از 4 m/s به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است.

۲-۳۱۰ گزینه ۲ جهت حرکت را مثبت می گیریم در این صورت سرعت ها مثبت و شتاب نیز مثبت خواهد بود زیرا حرکت تندشونده است. سرعت متوسط در مدت

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{16}{4} \Rightarrow v_{av} = 4 \text{ m/s}$$

۴s ابتدای حرکت را به دست می آوریم.

$$v = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}a \times 4 + v_0 \Rightarrow 4 - v_0 = 2a \Rightarrow v_0 = 4 - 2a$$

از طرفی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه صفر تا t برابر است با:

می دانیم شتاب مثبت است بنابراین عدد ۱ در گزینه (۲) اگر در رابطه بالا قرار گیرد v_0 مثبت می شود و حرکت تندشونده خواهد بود.

نیازی به تبدیل یکای km/h به m/s نیست بلکه دقیقه را به ساعت تبدیل می کنیم، سپس مسأله را حل می کنیم:

۱-۳۱۱ گزینه ۱

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t = \frac{60 + 40}{2} \times \frac{15}{60} = \frac{100}{8} = 12.5 \text{ km} = 12500 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} t \Rightarrow 0 = \frac{30 + 0}{2} t \Rightarrow t = \frac{1}{30} \text{ s}$$

به کمک معادله مستقل از شتاب خواهیم داشت:

۲-۳۱۲ گزینه ۲

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 24 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = 2(v_0 + v_1) \Rightarrow v_0 + v_1 = 12 \text{ m/s}$$

با توجه به معادله مستقل از شتاب:

۳-۳۱۳ گزینه ۳

$$\begin{array}{ccc} \Delta t = 3 \text{ s} & & \\ t & \Delta x = 48 \text{ m} & t + 3 \\ v_1 = ? & & v_2 = 20 \text{ m/s} \end{array}$$

با توجه به صورت مسأله و به کمک معادله مستقل از شتاب، مسأله به راحتی

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 48 = \frac{20 + v_1}{2} \times 3 \Rightarrow v_1 = 12 \text{ m/s}$$

قابل حل است.

۲-۳۱۴ گزینه ۲

$$\begin{array}{ccc} v_B = 15 \text{ m/s} & & \\ \text{A} & a = ? & \text{B} \\ AB = 80 \text{ m} & & \\ t = 8 \text{ s} & & \end{array}$$

ابتدا به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطه A را به

$$\Delta x = \frac{v_B + v_A}{2} \Delta t \Rightarrow 80 = \frac{15 + v_A}{2} \times 8 \Rightarrow v_A = 5 \text{ m/s}$$

دست می آوریم:

۴-۳۱۵ گزینه ۴

$$a = \frac{v_B - v_A}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{15 - 5}{8} = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2$$

اکنون می توان شتاب را به دست آورد:

ابتدا سرعت را بر حسب m/s به دست می آوریم و سپس به کمک معادله مستقل از شتاب خواهیم داشت:

۲-۳۱۶ گزینه ۲

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3.6} = 15 \text{ m/s}, \Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 240 = \frac{0 + 15}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{480}{15} = 32 \text{ s}$$

۳۱۷- گزینه ۱ ابتدا سرعت اولیه و شتاب حرکت را مشخص می کنیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -3 \text{ m/s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - 3$$

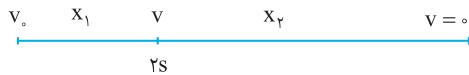
$$v = 0 \Rightarrow 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

لحظه توقف را به دست می آوریم:

در مدت ۱/۵s حرکت متحرک کندشونده است، مسافت طی شده در این مدت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+(-3)}{2} \times 1/5 \Rightarrow \Delta x = -2/25 \text{ m} \Rightarrow l = 2/25 \text{ m}$$

۳۱۸- گزینه ۲ شتاب حرکت برابر است با:



$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-v_0}{6} \Rightarrow a = \frac{-v_0}{6}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{-v_0}{6} \times 2 + v_0 \Rightarrow v = \frac{2}{3}v_0$$

سرعت را در لحظه $t = 2s$ به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$$

اکنون به کمک معادله مستقل از شتاب، جابه جایی های x_1 و x_2 را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{\frac{2}{3}v_0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}v_0 \\ x_2 &= \frac{0 + \frac{2}{3}v_0}{2} \times 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3}v_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5}$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{3-v_0}{8} \Rightarrow 16 = 3 - v_0 \Rightarrow v_0 = -13 \text{ m/s}$$

۳۱۹- گزینه ۳ با توجه به تعریف شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-8+(-24)}{2} \times 8 \Rightarrow \Delta x = -128 \text{ m}$$

اکنون جابه جایی را به کمک معادله مستقل از شتاب (رابطه تلایبی) به دست می آوریم:

بنابراین اندازه جابه جایی ۱۲۸ متر است. در حل این تست شتاب را $+2 \text{ m/s}^2$ در نظر گرفتیم و چون اندازه سرعت در حال کاهش بوده، v منفی به دست آمد. شما می توانید شتاب را -2 m/s^2 قرار دهید که در جواب نهایی یعنی اندازه جابه جایی تغییری حاصل نخواهد شد.

۳۲۰- گزینه ۱ معادله سرعت - زمان، تابع درجه اول از زمان است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است: $v_0 = -4 \text{ m/s}$ ، $a = 2 \text{ m/s}^2$

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = -2 \text{ m/s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{-2+0}{2} \Rightarrow v_{av} = -1 \text{ m/s}$$

برای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط $v_{av} = \frac{v_2+v_1}{2}$ است.

سرعت در لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ را به دست آورده به کمک رابطه مستقل از شتاب جابه جایی را به دست می آوریم.

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 2 - 4 = -2 \text{ m/s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 2 \times 2 - 4 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_2+v_1}{2} \Delta t = \frac{0+(-2)}{2} \times 1 = -1 \text{ m}$$

۳۲۱- گزینه ۱ سرعت متحرک در $x_1 = 10 \text{ m}$ برابر $v_1 = 4 \text{ m/s}$ و در مکان $x_2 = 19 \text{ m}$ سرعت آن $v_2 = \frac{18}{3/6} = 36 \text{ m/s}$ است. بنابراین:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 36^2 - 4^2 = 2a \times (19 - 10) \Rightarrow a = 60 \text{ m/s}^2$$

۳۲۲- گزینه ۲ به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 4/5 \times 4 + 0 \Rightarrow v_{av} = 4 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط در ۴s آغازین حرکت خواهد شد:

۳۲۳- گزینه ۴ آهنگ تغییر سرعت برابر شتاب است بنابراین $a = +1 \text{ m/s}^2$ می باشد

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - \left(\frac{18}{3/6}\right)^2 = 2 \times 1 \times \Delta x \Rightarrow v_2^2 - 25 = 60 \Rightarrow v_2^2 = 85 \Rightarrow v_2 = 25 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 25 \times 3/6 = 12.5 \text{ km/h}$$

سرعت نهایی برابر است با:

۳۲۴- گزینه ۳ به کمک معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) به راحتی این پرسش قابل حل است.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 49 - 25 = 2 \times 2 \times (x_2 - 3) \Rightarrow x_2 = 9 \text{ m}$$

با توجه به معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) برای حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_0^2}{v_0^2} = \frac{a^2}{a^2} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 4 \Rightarrow \Delta x_2 = 4 \times 5 = 20 \text{ m}$$

شتاب در دو حالت یکسان است از این رو:

شتاب حرکت $1/6 \text{ m/s}^2$ است. به کمک معادله سرعت - زمان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-1/6)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{4000}{16} = 250 \text{ m}$$

وقتی متحرک، ترمز می کند و می ایستد، زمان توقف و جابه جایی تا توقف برابر خواهد شد با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-a)x \Rightarrow x = \frac{v^2}{2a}$$

حال اگر سرعت اولیه $2v$ و شتاب $2a$ شود، زمان توقف و جابه جایی تا توقف برابر خواهد شد با:

$$t' = \frac{2v}{2a} \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \Rightarrow t' = t, \quad \Delta x' = \frac{(2v)^2}{2(2a)} \Rightarrow \Delta x' = \frac{4v^2}{4a} \Rightarrow \Delta x' = \frac{v^2}{a} \Rightarrow \Delta x' = 2x$$

با توجه به شکل روبه رو و معادله مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت می توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\left. \begin{aligned} (\Delta v)^2 - v^2 &= 2ax \\ (v')^2 - (\Delta v)^2 &= 2ax \end{aligned} \right\} \Rightarrow 24v^2 = v'^2 - 25v^2 \Rightarrow v'^2 = 49v^2 \Rightarrow v' = 7v$$

معادله مستقل از زمان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می کنیم.

$$\frac{v'^2 - v_0^2 = 2a(\frac{x}{2})}{v^2 - v_0^2 = 2ax} \xrightarrow{v_0=0} \frac{v'^2}{v^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 \Rightarrow v' = 5\sqrt{2}$$

به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می آوریم: $a = -5 \text{ m/s}^2$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 400 = 2(-5) \times 30 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

اکنون سرعت را در جابه جایی $\Delta x = 30 \text{ m}$ به دست می آوریم:

جهت حرکت را مثبت می گیریم، در این صورت شتاب -4 m/s^2 است به کمک معادله مستقل از شتاب مسأله را حل می کنیم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - 10^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 12.5 \text{ m}$$

گوزن در فاصله ۱۵ متری اتومبیل بوده و اتومبیل پس از 12.5 m می ایستد. بنابراین فاصله گوزن تا اتومبیل در هنگام توقف $15 - 12.5 = 2.5 \text{ m}$ می باشد.

در مدت زمان واکنش، یعنی مدت زمانی که طول می کشد تا راننده مانع را ببیند و ترمز کند، می توان حرکت را یکنواخت فرض کرد:

$$\Delta x_1 = vt \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{90}{3.6} \times 0.4 \Rightarrow \Delta x_1 = 10 \text{ m}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 62.5 \text{ m}$$

از لحظه ترمز تا توقف کامل، جابه جایی اتومبیل برابر خواهد شد با:

$$62.5 + 10 = 72.5 \text{ m}$$

بنابراین اتومبیل از لحظه مشاهده مانع تا توقف، جابه جایی $\Delta x_1 + \Delta x_2$ را می پیماید:

در نتیجه اتومبیل در فاصله $72.5 - 80 = 7.5 \text{ m}$ از مانع می ایستد.

$$v = 10.8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \frac{10.8}{3.6} = 3 \text{ m/s}$$

ابتدا سرعت خودرو را بر حسب متر بر ثانیه به دست می آوریم:

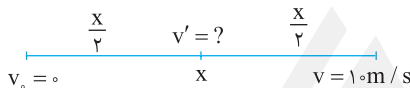
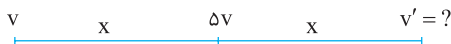
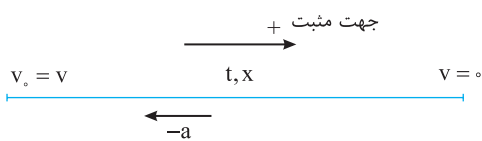
در مدت t خودرو به اندازه $\Delta x_1 = 3t$ جابه جا می شود، در این صورت در قسمت کندشونده (ترمز) خودرو باید جابه جایی $100 - 3t$ طی کند. معادله سرعت - مکان

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - 30^2 = 2(-3) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150 \text{ m}$$

(مستقل از زمان) را می نویسیم:

$$\Delta x_1 \leq 200 - 150 \Rightarrow 30 \leq t \leq 50 \Rightarrow t \leq \frac{50}{3} \text{ s}$$

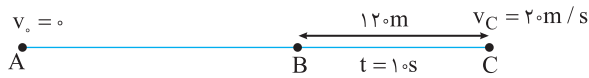
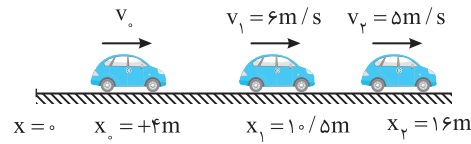
بنابراین:



۳-۳۳۴ گزینة ۳ به کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم: $v_{\gamma}^2 - v_{\alpha}^2 = 2a(x_{\gamma} - x_{\alpha}) \Rightarrow 25 - 36 = 2a(16 - 10/5) \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$

اکنون سرعت اولیه را به دست می‌آوریم: $v_{\gamma}^2 - v_{\alpha}^2 = 2a(x_{\gamma} - x_{\alpha}) \Rightarrow 25 - v_{\alpha}^2 = 2(-1)(16 - 4) \Rightarrow v_{\alpha}^2 = 25 + 24 \Rightarrow v_{\alpha} = +7 \text{ m/s}$

مسیر حرکت در واقع شکل روبه‌رو است:



۳-۳۳۵ گزینة ۲ حرکت دارای شتاب ثابت است.

$$\Delta x = \frac{v_C + v_B}{2} \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{v_0 + v_B}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

سرعت در نقطه B را به کمک رابطه مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v_C - v_B}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 4}{10} \Rightarrow a = 1.6 \text{ m/s}^2$$

شتاب را حساب می‌کنیم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times 1.6 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 5 \text{ m}$$

اکنون به کمک معادله مستقل از زمان، فاصله A تا B را به دست می‌آوریم:

۳-۳۳۶ گزینة ۴ ابتدا به کمک معادله سرعت-مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 36 - 64 = 2a(18/5 - 15) \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 8t + 15 \Rightarrow x = -2t^2 + 8t + 15$$

بنابراین معادله مکان-زمان آن خواهد شد:

۳-۳۳۷ گزینة ۲ ابتدا شتاب را به کمک معادله سرعت-مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 17^2 - 9^2 = 2a(31 - 5) \Rightarrow (17+9)(17-9) = 2 \times a \times 26 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 9 = 4 \times 1 + v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

سرعت اولیه را به کمک معادله سرعت-زمان حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + 5 \times 1 + x_0 \Rightarrow x_0 = -2 \text{ m}$$

اکنون مکان اولیه متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 5t - 2 \Rightarrow x = 2t^2 + 5t - 2$$

معادله حرکت برابر است با:

۳-۳۳۸ گزینة ۲ در این پرسش خاص می‌توان معادله سرعت-مکان داده شده را با معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرد.

$$\left. \begin{aligned} v &= 5\sqrt{x} \Rightarrow v^2 = 25x \\ v^2 - v_0^2 &= 2ax \\ v_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a = 25 \Rightarrow a = 12.5 \text{ m/s}^2$$

۳-۳۳۹ گزینة ۱ معادله داده شده را با معادله سرعت-مکان (مستقل از زمان) مقایسه کرده و شتاب و سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v = \sqrt{7x + 49} \Rightarrow v^2 - 49 = 7x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2ax} v_0^2 = 49 \Rightarrow v_0 = \pm 7 \text{ m/s}, 2a = 7 \Rightarrow a = +3.5 \text{ m/s}^2$$

حرکت کندشونده است از این رو سرعت اولیه باید منفی باشد و جابه‌جایی در مدت ۴s آغازین خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(3/5)16 + (-7) \times 4 \Rightarrow \Delta x = 28 - 28 = 0$$

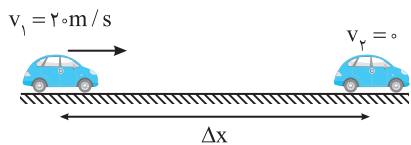
۳-۳۴۰ گزینة ۴ برای آن که معادله $v = \frac{-\sqrt{-2x}}{4}$ صحیح باشد باید زیر رادیکال مثبت باشد. از این رو مقادیرهای x باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی باشد. از طرفی $v^2 = \frac{-x}{8}$ بوده و در $x = 0$ ، $v = 0$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان در جهت منفی محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار x، سرعت نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است. البته می‌توان با مقایسه این تابع با معادله مستقل از زمان، شتاب را به دست آورد.

$$\left\{ \begin{aligned} v^2 &= 2ax \\ v^2 &= -\frac{x}{8} \end{aligned} \right. \Rightarrow 2a = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = -\frac{1}{16} \text{ m/s}^2$$

۳-۳۴۱ گزینة ۴ با توجه به معادله سرعت-مکان (مستقل از زمان) $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ ، جابه‌جایی در هر سه حالت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{64 - 16}{2a} = \frac{24}{a}$$

متحرک دارای شتاب ثابت است و در گزینه (۱) و (۳) تغییر جهت نداده است اما در گزینه (۲) سرعت ابتدا از -4 m/s به صفر رسیده و سپس از صفر به 8 m/s می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده در گزینه (۱) و (۳) برابر و در گزینه (۲) بیشتر از گزینه‌های (۱) و (۳) است.



۳- گزینه ۳۴۳ **A**
 سرعت اولیه برابر $v_1 = 72\text{ km/h} = \frac{72}{3.6} = 20\text{ m/s}$ است. به کمک رابطه

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{20 + 0}{2} \times 5 \Rightarrow \Delta x = 50\text{ m}$$
 مستقل از شتاب مسئله به راحتی قابل حل است.

۱- گزینه ۳۴۴ **B**
 با توجه به معادله مکان - زمان $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ و داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0$

$x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0 \Rightarrow 11 = \frac{9}{2}a + 3v_0 + x_0$

$x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0t_3 + x_0 \Rightarrow 35 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + x_0$

$-16 = -4a \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2, v_0 = -4\text{ m/s}$

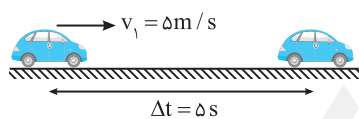
$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4$

لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. معادله سرعت - زمان $v = 4t - 4$ تابع درجه یک است و در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد.

۲- گزینه ۳۴۵ **B**
 با استفاده از فرمول مستقل از فرمول شتاب سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم، دقت کنید چون در مسیر تغییر جهت نداشتیم پس جابه‌جایی و مسافت با هم برابر می‌باشند.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 210 = \frac{v_1 + 35}{2} \times 7 \Rightarrow v_1 = 25\text{ m/s}$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \Rightarrow a = \frac{35 - 25}{7} \Rightarrow a = \frac{10}{7}\text{ m/s}^2$$

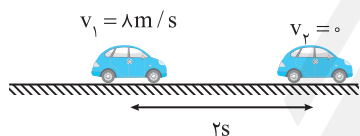


به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، جابه‌جایی در ۵s اول حرکت را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{10}{7} \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 25 \times \frac{7}{2} \Rightarrow \Delta x = 96.25\text{ m}$$

۲- گزینه ۳۴۶ **A**
 متحرک ترمز کرده پس در انتهای مسیر متوقف خواهد شد بنابراین:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{8 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 8\text{ m}$$



۳- گزینه ۳۴۷ **B**
 راه حل اول: مطابق شکل در مدت 2s آخر حرکت سرعت از v_1 به صفر می‌رسد.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0 + v_1}{2} \times 2 \Rightarrow v_1 = 6\text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{2} = -3\text{ m/s}^2$$

سرعت لحظه ترمز را به دست می‌آوریم: $v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12\text{ m/s}$

مسافت طی شده از لحظه ترمز تا توقف برابر است با: $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 12}{2} \times 4 \Rightarrow \Delta x = 24\text{ m}$

راه حل دوم: می‌توان فرض کرد که متحرک از حال سکون با همان شتاب به راه افتاده است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a = 3\text{ m/s}^2, \Delta x = \frac{1}{2}at_{\text{کل}}^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 \Rightarrow \Delta x = 24\text{ m}$$

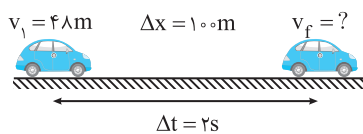
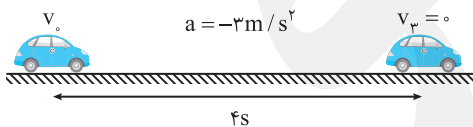
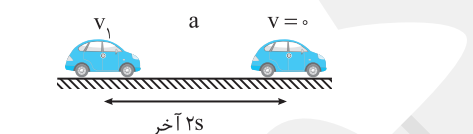
۲- گزینه ۳۴۸ **B**
 100 m آخر با سرعت اولیه v_1 و در مدت 2s با شتاب 2 m/s^2 طی می‌شود.

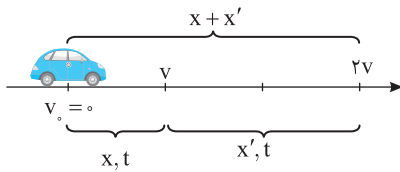
بنابراین:
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2v_1 \Rightarrow 100 = (2)^2 + 2v_1 \Rightarrow v_1 = 48\text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_f}{2} \Delta t \Rightarrow 100 = \frac{48 + v_f}{2} \times 2 \Rightarrow v_f = 52\text{ m/s}$$

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $v_i = 0$ و سرعت نهایی $v_f = 52\text{ m/s}$ می‌باشد:

$$v_{av} = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{0 + 52}{2} = 26\text{ m/s}$$





۳۴۹- گزینه ۲ حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین در بازه زمانی یکسان، تغییر سرعت یکسان است. یعنی در مدت t سرعت از صفر به v رسیده است. بنابراین مدتی که سرعت از v به $2v$ می‌رسد $t' = t$ است. با توجه به رابطه مستقل از زمان و شکل روبه‌رو:

$$\begin{cases} v^2 - 0 = 2ax & (1) \\ (2v)^2 - 0 = 2a(x+x') & (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{1}{4} = \frac{x}{x+x'} \Rightarrow x' = 3x$$

۳۵۰- گزینه ۳ سرعت اتومبیل پس از ترمز در طی x متر، از v به $\frac{v}{4}$ رسیده، بنابراین طبق معادله مستقل از زمان داریم:

$$v_1^2 - v_2^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \left(\frac{v}{4}\right)^2 - v^2 = 2ax \Rightarrow -\frac{15}{16}v^2 = 2ax \quad (1)$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - v^2 = 2ax' \Rightarrow -v^2 = 2ax' \quad (2)$$

در کل مسیر ترمز گرفتن سرعت متحرک از v به صفر خواهد رسید:

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{-\frac{15}{16}v^2}{-v^2} = \frac{x}{x'} \Rightarrow x' = \frac{16}{15}x$$

با تقسیم رابطه (۱) و (۲) دو برهم داریم:

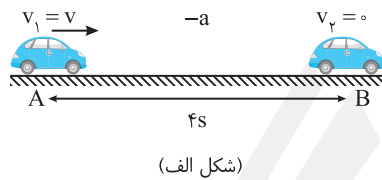
۳۵۱- گزینه ۳ با شتاب ثابت پس از طی مسافت s سرعت متحرک از 5 m/s به 15 m/s می‌رسد، بنابراین:

حال از A تا C متحرک با همان شتاب و با سرعت $v_A = 5\text{ m/s}$ پس از مسافت $\frac{1}{4}$ به نقطه C رسیده بنابراین:

$$v_C^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_C^2 - 25 = 2a \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow v_C^2 - 25 = \frac{al}{2} \xrightarrow{al=100} v_C^2 = 75 \Rightarrow v_C = 5\sqrt{3}\text{ m/s}$$

متحرک از D تا B مسافت $\frac{1}{4}$ را با همان شتاب طی کرده و در نقطه B سرعتش به 15 m/s می‌رسد:

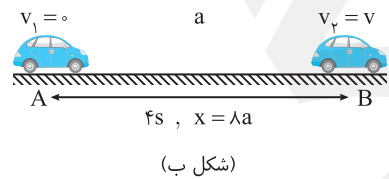
$$v_B^2 - v_D^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 225 - v_D^2 = 2a \cdot \frac{1}{4} \xrightarrow{al=100} 225 - v_D^2 = 50 \Rightarrow v_D^2 = 175 \Rightarrow v_D = 5\sqrt{7}\text{ m/s}$$



۳۵۲- گزینه ۴ متحرک با سرعت v و شتاب $-a$ ترمز گرفته تا پس از fs متوقف شود (شکل

الف)، حال اگر حرکت را برعکس در نظر بگیریم (شکل ب) متحرک پس از fs با شتاب a از سرعت صفر

$$x_{\text{کل}} = \frac{1}{2}a(f)^2 + 0(f) \Rightarrow x_{\text{کل}} = \lambda a$$



در دو ثانیه آخر حرکت یعنی دو ثانیه اول حرکت برعکس یعنی از $v_2 = 0$ تا $2s$ بعد از آن

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + 0(t) \Rightarrow x_1 = 2a$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{2a}{6a} = \frac{1}{3}$$

بنابراین: $x_2 = x - x_1 = 6a$ می‌باشد.

یادآوری می‌کنیم نمونه این مسأله را در قسمت‌های قبل با روش‌های دیگر نیز حل کرده‌ایم.

۳۵۳- گزینه ۲ با توجه به معادله سرعت - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} 10 = at + v_0 \\ 22 = (a + 1/5)t + v_0 \end{cases} \xrightarrow{v_0=0} \begin{cases} 10 = at \\ 22 = at + 1/5t \end{cases} \Rightarrow 22 = 10 + 1/5t \Rightarrow t = \frac{12}{1/5} = 60\text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{1}{t}at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_{av} = a + v_0$$

۳۵۴- گزینه ۲ سرعت متوسط در $2s$ اول و $0/5s$ اول خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{1}{t}a\left(\frac{1}{2}\right) + v_0 = \frac{1}{4}a + v_0$$

$$V_{av_1} - v_{av_2} = 3 \Rightarrow a + v_0 - \left(\frac{1}{4}a + v_0\right) = 3 \Rightarrow \frac{3}{4}a = 3 \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2$$

با توجه به صورت سؤال اختلاف سرعت متوسطها برابر 3 m/s می‌باشد:

شتاب ثابت است و شتاب متوسط در هر بازه‌ای برابر شتاب در هر لحظه است و جواب 4 m/s^2 است.

۳-۳۵۵ گزینه ۳ معادله مکان - زمان و سرعت - زمان متحرک را می نویسیم.

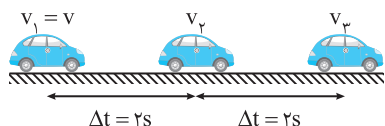
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 8t + x_0, \quad v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 8$$

متحرک زمانی تغییر جهت می دهد که سرعت آن صفر شود.
مکان را در ابتدای بازه ($t=0$)، لحظه تغییر جهت ($t=4s$) و انتهای بازه ($t=6s$) به دست می آوریم.

$$t=0 \Rightarrow x = x_0, \quad t=4s \Rightarrow x = -16 + 32 + x_0 = 16 + x_0, \quad t=6s \Rightarrow x = -36 + 48 + x_0 = 12 + x_0$$

در بازه صفر تا ۴s متحرک در جهت مثبت از مکان $x_0 + 16$ به مکان $x_0 + 12$ برگشته یعنی مسافت ۴ متر را طی کرده است بنابراین مسافت طی شده در مدت ۶s برابر است با:

$$I_{t=0:t=6s} = 16 + 4 = 20m \Rightarrow s_{av} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} m/s$$



۳-۳۵۶ گزینه ۳ ابتدا سرعت در $t=2s$ و $t=4s$ را به دست می آوریم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow v_2 = 2 \times 2 + v_1 = 4 + v$$

$$v_3 = at + v_1 \Rightarrow v_3 = 2 \times 4 + v_1 = 8 + v$$

در حرکت با شتاب ثابت $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ می باشد، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{4 + 2v}{2} \Rightarrow v_{av} = 2 + v$$

دو ثانیه دوم در بازه ۴s تا ۶s در $v_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{12 + 2v}{2} \Rightarrow v_{av} = 6 + v$

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{av}}{2} \Rightarrow v_{av} = 2v_{av} \Rightarrow 2 + v = 12 + 2v \Rightarrow v = -10 m/s$$

۳-۳۵۷ گزینه ۲ بعد از این همه تست یاد گرفته ایم که در معادله حرکت با شتاب ثابت ضریب t^2 نصف شتاب ($\frac{1}{2}a$) و ضریب t ، سرعت اولیه است از این رو:

$$x = 2t^2 - 16t + 5 \Rightarrow a = 4 m/s^2, \quad v_0 = -16 m/s$$

بنابراین معادله سرعت - زمان خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 16 \xrightarrow{v=0} 0 = 4t - 16 \Rightarrow t = 4s$$

حال مکان متحرک را در لحظه تغییر جهت به دست می آوریم:

$$x' = 2(4)^2 - 16(4) + 5 = -27m$$

بنابراین فاصله متحرک از $x = -2m$ برابر است با:

$$|x' - x| = |-27 - (-2)| = 25m$$

۳-۳۵۸ گزینه ۲ حرکت با شتاب ثابت می باشد و سرعت متوسط در بازه صفر تا t ثانیه برابر است با:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_{av} = a + v_0$$

اما این رابطه برای سرعت متوسط در ثانیه سوم جویایی ندارد، زیرا ثانیه سوم یعنی بازه بین ۲s تا ۳s از این رو سرعت را در لحظه های $t=2s$ و $t=3s$ به دست می آوریم

سپس از رابطه $v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2}$ ، سرعت متوسط در ثانیه سوم را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} t=2 \Rightarrow v_1 = 2a + v_0 \\ t=3 \Rightarrow v_2 = 3a + v_0 \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{5a + 2v_0}{2} = \frac{5}{2}a + v_0$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$v_{av} - v_{av}' = 6 \Rightarrow a + v_0 - \frac{5}{2}a - v_0 = 6 \Rightarrow a = -4 m/s^2$$

بنابراین شتاب یا آهنگ تغییر سرعت متحرک برابر $-4 m/s^2$ می باشد.

۳-۳۵۹ گزینه ۱ متحرک در حال حرکت با شتاب ثابت است بنابراین معادله سرعت - مکان $v^2 - v_0^2 = 2ax$ می باشد. حال معادله داده شده را مرتب می کنیم

$$\frac{v^2}{36} - \frac{v_0^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} - \frac{8x}{36} = 1 \xrightarrow{\times 36} v^2 - 8x = 36 \Rightarrow v^2 - 36 = 8x$$

در مکان اولیه $x_0 = -\frac{27}{8}m$ ، سرعت اولیه را به دست می آوریم:

$$v_0^2 - 36 = 8(-\frac{27}{8}) \Rightarrow v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0 = 3 m/s$$

شتاب را حساب می کنیم:

$$v^2 - 36 = 8x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2ax} 2a = 8 \Rightarrow a = 4 m/s^2$$

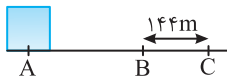
معادله مکان - زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ می باشد، بنابراین:

$$x = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 3t - \frac{27}{8} \Rightarrow x = 2t^2 + 3t - \frac{27}{8}$$

هنگامی که متحرک از $x=0$ عبور می کند بردار مکان متحرک تغییر جهت خواهد داد:

$$2t^2 + 3t - \frac{27}{8} = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{4}s, t = -\frac{9}{4}s$$

بنابراین در لحظه $t = \frac{3}{4}s$ بردار مکان تغییر جهت می دهد.



۳۶۰- گزینه ۱ به کمک معادله جابه‌جایی زمان شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 14 = \frac{1}{2}a \times (4)^2 + 16 \times 4 \Rightarrow 14 = 8a \Rightarrow a = 1.75 \text{ m/s}^2$$

اکنون به کمک معادله مستقل از زمان فاصله AB را حساب می‌کنیم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16^2 - 0 = 2 \times 1.75 \times (AB) \Rightarrow AB = 12 \text{ m}$$

۳۶۱- گزینه ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله داده شده در واقع رابطه‌ای بین سرعت و مکان، یعنی رابطه مستقل از زمان است:

$$|v_x| = \sqrt{4\Delta x + 36} \Rightarrow v_x^2 - 36 = 4\Delta x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x} v_x^2 = 36 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}, 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + 6 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 16 \text{ m}$$

جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول خواهد شد:

۳۶۲- گزینه ۲ به کمک معادله مکان- زمان جابه‌جایی در قسمت اول را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t, \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times (3)(4)^2 + (-2) \times (4) = 24 - 8 = 16 \text{ m}$$

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 3 \times 4 + (-2) = 10 \text{ m/s}$$

سرعت در انتهای قسمت اول را حساب می‌کنیم.

متحرک در قسمت دوم حرکت به مدت ۳s با شتاب -4 m/s^2 و سرعت اولیه 10 m/s حرکت کرده است از این‌رو:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-4)(3)^2 + 10 \times 3 = -18 + 30 = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x_t = 16 + 12 = 28 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

۳۶۳- گزینه ۴ با توجه به صورت پرسش، می‌توان برای سادگی در فهم آن، شکل



$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow 200 = \frac{v+0}{2} t_1 \Rightarrow vt_1 = 400 \quad (1)$$

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow 600 = v(50 - t_1) \Rightarrow 600 = 50v - vt_1 \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$600 = 50v - (400) \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

در قسمت اول مسیر جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{20+0}{2} \times 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 80 \text{ m}$$

در قسمت دوم مسیر که حرکت کندشونده است، ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{5-20}{6} \Rightarrow a = -\frac{15}{6} \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{15}{6}\right) \times 6^2 + (20 \times 6) \Rightarrow \Delta x_2 = 30 \text{ m}$$

جابه‌جایی در مدت ۲s از لحظه $t=8s$ تا $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{80+30}{10} = 11 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است:



۳۶۴- گزینه ۴ با توجه به شکل روبه‌رو و معادله مستقل از شتاب می‌توان پرسش را

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$$

حل کرد.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{v+0}{2} t + \frac{v}{2} \times 2t \Rightarrow \Delta x = \frac{v}{2} t + vt \Rightarrow \Delta x = \frac{3}{2} vt$$

۳۶۵- گزینه ۲ در قسمت اول حرکت متحرک با شتاب ثابت 2 m/s^2 به سرعت 10 m/s می‌رسد پس

$$v_1 = at + v_0 \xrightarrow{v_0=10} 10 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}, \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \xrightarrow{t_1=5} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 + 10 \times 5 = 25 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \times 3 \Rightarrow \Delta x_2 = 30 \text{ m}$$

در قسمت دوم متحرک ۳s با سرعت ثابت 10 m/s حرکت می‌کند:

$$v = at_3 + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + 10 \Rightarrow t_3 = 5 \text{ s}$$

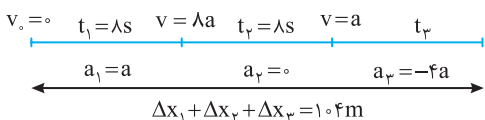
در قسمت سوم متحرک با شتاب $a = -2 \text{ m/s}^2$ سرعتش از 10 m/s کاهش می‌یابد تا به صفر برسد

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0 t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (5)^2 + 10 \times (5) \Rightarrow \Delta x_3 = 25 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{25 + 30 + 25}{5 + 3 + 5} = \frac{80}{13} \text{ m/s}$$

اکنون می‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

۳۶۷- گزینه ۱ با توجه به نمودار رسم شده در قسمت اول حرکت:



$$v = at_1 \Rightarrow v = 10a$$

$$v = a_3 t_3 + v_0 \Rightarrow 0 = -4a t_3 + 10a \Rightarrow t_3 = 2.5s$$

در قسمت سوم (آخر) حرکت: اکنون مسأله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \times 1 = 0.5a, \Delta x_2 = v t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = (10a) \times 1 = 10a, \Delta x_3 = \frac{1}{2} (-4a) (2.5)^2 + (10a) \times 2.5 = 10a$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 10.4 \Rightarrow 0.5a + 10a + 10a = 10.4 \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

۳۶۸- گزینه ۲ متحرک از حال سکون $v_1 = 0$ حرکت کرده و پس از t_1 ثانیه به سرعت $v_2 = v$ می‌رسد:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow v = 2t_1 \quad (1)$$

$$v_3 = at + v_2 \Rightarrow -v = -t_2 \Rightarrow v = t_2 \quad (2)$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم: زمان کل حرکت $t_1 + t_2 = 3t_1 = 1.5s$ است بنابراین $t_1 = 0.5s, t_2 = 1.0s, v = 2t_1 = 1.0 m/s$ است. جابه‌جایی در هر بازه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 1}{2} \times 0.5 = 0.25m \\ \Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2} t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1 + 0}{2} \times 1.0 = 0.5m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0.75m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{0.75}{1.5} = 0.5 m/s$$

سرعت متوسط برابر است با:

۳۶۹- گزینه ۴ ابتدا جابه‌جایی خودرو را در مدتی که با شتاب $3 m/s^2$ و سرعت اولیه $10.8 km/h$ با حرکت کندشونده می‌ایستد، به دست می‌آوریم.

$$v_0 = 10.8 km/h = 10.8 \times \frac{1000m}{3600s} = 3 m/s, v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x_p \Rightarrow 0 - 9 = 2(-3) \Delta x_p \Rightarrow \Delta x_p = 1.5m$$

در بازه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند، جابه‌جایی خودرو برابر است با:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \Rightarrow 1.5 = 3 \times t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5s$$

اکنون زمان‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 1.5 = \frac{1}{2} (-3) (t_2^2) + 3 t_2 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} t_2^2 + 1 t_2 \Rightarrow t_2^2 - 2 t_2 + 1 = 0 \Rightarrow (t_2 - 1)^2 = 0 \Rightarrow t_2 = 1s$$

البته برای محاسبه t_2 می‌توانستیم حرکت اتومبیل را از حال سکون تندشونده با شتاب $3 m/s^2$ در نظر بگیریم:

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 1.5 = \frac{1}{2} \times 3 t_2^2 \Rightarrow t_2 = 1s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{0.5} = 2$$

در این صورت $t_2 = 2 t_1$

۳۷۰- گزینه ۳ اگر زمان واکنش را t بگیریم، مدت زمان حرکت کندشونده $4t$ است. سرعت متحرک در مدت حرکت کندشونده (در مدت $4t$) با شتاب

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -4t' + 20 \Rightarrow t' = 5s$$

از $20 m/s$ به صفر می‌رسد، بنابراین

$$t = \frac{t'}{4} = \frac{5}{4} = 1.25s$$

زمان واکنش راننده برابر است با:

در این مدت اتومبیل با سرعت $20 m/s$ در حرکت بوده است.

$$\begin{cases} d_{\text{واکنش}} = vt = 20 \times 1.25 = 25m \\ d_{\text{کندشونده}} = \frac{v + v_0}{2} t' \Rightarrow d_{\text{کندشونده}} = \frac{20 + 0}{2} \times 5 = 50m \end{cases} \Rightarrow d = d_{\text{واکنش}} + d_{\text{کندشونده}} = 25 + 50 = 75m$$

۳۷۱- گزینه ۲ با توجه به فرض‌های پرسش، شکل روبه‌رو را رسم کرده و سپس به

کمک معادله مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.



$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2 - 0 = 2a_1 \Delta x_1 & \text{برای قسمت اول حرکت} \\ 0 - v^2 = 2(-a_2) \Delta x_2 & \text{برای قسمت دوم حرکت} \end{cases}$$

$$1 = \frac{2a_1 (4 \Delta x_2)}{2a_2 (\Delta x_2)} \Rightarrow a_2 = 4a_1$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$v_0 = 0, a = +3 \text{ m/s}^2 \quad v = \text{ثابت} \quad v = -2 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = 0$$

$$t_1 = \frac{v}{a} = \frac{v}{3} \quad t_2 = t \quad t_3$$

۳۷۲- گزینه ۲ با توجه به شکل رویه‌رو، برای هر قسمت سرعت در انتهای هر قسمت و جابه‌جایی در آن قسمت را بر حسب پارامتر t حساب می‌کنیم.

قسمت اول: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 3 \times \frac{v}{3} \Rightarrow v = v$ (۱) , $\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v+0}{2} \times \frac{v}{3} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{vt^2}{3}$

قسمت دوم: $\Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = vt(t) = vt^2$, قسمت سوم: $v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + v \Rightarrow t_3 = \frac{v}{2}$ (۱) $\rightarrow t_3 = \frac{vt}{2} = t$

$$\Delta x_3 = \frac{v+v_0}{2} t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0+v}{2} t \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0+vt}{2} t = \frac{vt^2}{2}$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 3000 \text{ m}$$

با توجه به صورت سؤال فاصله دو ایستگاه از هم ۳ کیلومتر است از این رو:

$$\frac{vt^2}{3} + vt^2 + \frac{vt^2}{2} = 3000 \Rightarrow \frac{2vt^2 + 6vt^2 + 3vt^2}{3} = 3000 \Rightarrow t^2 = \frac{9000}{11} \Rightarrow t \approx 28 \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{خودرو}} = t^2$$

۳۷۳- گزینه ۲ معادله حرکت خودرو با شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10}{36} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x = vt \Rightarrow x_{\text{کامیون}} = 10t$$

معادله حرکت کامیون به صورت زیر است:

$$t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t-10) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند $x_{\text{کامیون}} = x_{\text{خودرو}}$ می‌شود پس:

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \Delta x_{\text{کامیون}} = 100 \text{ m}$$

جابه‌جایی کامیون و خودرو در $t = 10 \text{ s}$ برابر است با:

$$a_2 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_2 = 20 \text{ m/s}$$

۲

$$v_1 = +10 \text{ m/s}$$

۱

۲

۲۰۰ m

B

A

x = 0

۳۷۴- گزینه ۲ معادله حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه A می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} x_1 = vt \Rightarrow x_1 = +10t \\ x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 20t - 200 \end{cases} \Rightarrow +10t = t^2 + 20t - 200$$

$$t^2 + 10t - 200 = 0 \Rightarrow (t-10)(t+20) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

دقت کنید که باید متحرک (۱) جلوتر باشد زیرا اگر عقب‌تر از متحرک (۲) باشد هرگز دو متحرک به هم نمی‌رسند.

۳۷۵- گزینه ۲ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است از این رو: $\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} (2) t_1^2 = \frac{1}{2} (8) (t_1 - 4)^2 \Rightarrow t_1 = 2(t_1 - 4) \Rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$

زمان حرکت متحرک با شتاب کمتر برابر ۸ s است بنابراین سرعت آن هنگام رسیدن به مقصد برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 8 = 16 \text{ m/s}$$

۳۷۶- گزینه ۲ سرعت متحرک در هر لحظه را با استفاده از معادله سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_1 = a_1 t_1, \quad v_2 = a_2 t_2 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_2 = a_2 t_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1 t_1}{a_2 t_2} \xrightarrow{\text{در یک لحظه}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = 2 \Rightarrow a_1 = 2a_2$$

در یک لحظه سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است، بنابراین:

تا انتهای مسیر هر دو متحرک جابه‌جایی یکسانی را انجام می‌دهند.

$$\begin{cases} v_{f_1}^2 - v_0^2 = 2a_1 x \\ v_{f_2}^2 - v_0^2 = 2a_2 x \end{cases} \xrightarrow{v_0=0} \begin{cases} v_{f_1}^2 = 2a_1 x \Rightarrow v_{f_1}^2 = 4a_2 x \\ v_{f_2}^2 = 2a_2 x \end{cases} \quad (1) \Rightarrow \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{v_{f_1}^2}{v_{f_2}^2} = 2 \Rightarrow \frac{v_{f_1}}{v_{f_2}} = \sqrt{2} \Rightarrow v_{f_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{f_1} \Rightarrow v_{f_2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۳۷۷- گزینه ۳ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است. البته اگر زمان حرکت متحرک اول t_1 ثانیه باشد، زمان حرکت متحرک دوم که شتابش بیشتر است، برابر

$$t_2 = t_1 - 4 \text{ باشد.}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + 0, \Delta x_2 = \frac{1}{2} (a_1) t_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} (a_1) t_2^2 \Rightarrow t_1 = t_2 \xrightarrow{t_2 = t_1 - 4} t_1 = t_1 - 4 \Rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$$

۳۷۸- گزینه ۲ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t, \Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2 \xrightarrow{\text{فرض مساله}} 2t_A^2 = t_B^2 \Rightarrow t_B = 2t_A$$

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}} = \frac{t_B}{t_A} = 2$$

اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است.

۱- ۳۷۹- گزینه ۱

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 3} \frac{1}{2} \times 2 (t_2 + 3)^2 = \frac{1}{2} \times 8 t_2^2 \Rightarrow t_2 + 3 = 2 t_2 \Rightarrow t_2 = 3 \text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 8 \times (3)^2 \Rightarrow x = 36 \text{ m}$$

اکنون مقدار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

۲- ۳۸۰- گزینه ۲ با مقایسه معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله حرکت دو متحرک داده شده، معادله سرعت زمان را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0, v = at + v_0, \quad x_1 = 2t^2 - 3t + 17 \Rightarrow \frac{1}{2} a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, \quad v_{01} = -3 \text{ m/s}, \quad v_1 = 4t - 3$$

$$x_2 = t^2 - \alpha t \Rightarrow \frac{1}{2} a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, \quad v_{02} = -\alpha, \quad v_2 = 2t - \alpha$$

$$v_1 - v_2 = 8 \Rightarrow 4t - 3 - (2t - \alpha) = 8 \Rightarrow 2t - 3 + \alpha = 8 \xrightarrow{t=3 \text{ s}} 3 + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 5$$

با توجه به فرض مسأله:

۳- ۳۸۱- گزینه ۳ جهت حرکت را مثبت می‌گیریم، سرعت توپ با آهنگ ۱ m/s کم می‌شود بنابراین:

$$a = -1 \text{ m/s}^2, \quad x_{\text{توپ}} = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{توپ}} = -\frac{1}{2} a t^2 + 15t$$

$$x_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{موتور}} = t^2$$

موتور نیز از همان مکان با شتاب $a = 2 \text{ m/s}^2$ شروع به حرکت ($v_0 = 0$) می‌کند:

هنگامی که توپ و موتور به هم می‌رسند مکان آن‌ها یکسان است، بنابراین:

$$x_{\text{موتور}} = x_{\text{توپ}} \Rightarrow t^2 = -\frac{1}{2} t^2 + 15t \Rightarrow \frac{3}{2} t^2 - 15t = 0 \Rightarrow 3t^2 - 30t = 0 \Rightarrow 3t(t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین پس از ۱۰ s موتورسوار و توپ به هم می‌رسند در این مدت موتورسوار $x_{\text{موتور}} = t^2 = 10^2 = 100 \text{ m}$ جابه‌جا شده است.

۴- ۳۸۲- گزینه ۴ زمان حرکت متحرک A، ۵ ثانیه از زمان حرکت متحرک B در لحظه‌های گذر از کنار یکدیگر، کمتر است.

$$(t_B = t_A - 5)$$

معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. (نقطه O را مبدأ در نظر می‌گیریم.)

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t \Rightarrow x_A = t_A^2, \quad x_B = v t_B \Rightarrow x_B = 30(t_A - 5)$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t_A^2 = 30 t_A - 150 \Rightarrow t_A^2 - 30 t_A + 150 = 0 \Rightarrow t_A = 15 \pm \sqrt{225 - 150} \Rightarrow t_A = 15 \pm \sqrt{75} = 15 \pm 5\sqrt{3}$$

$$t'_A = 15 - 8/5 \Rightarrow t'_A = 6/5 \text{ s}, \quad t''_A = 15 + 8/5 \Rightarrow t''_A = 23/5 \text{ s}$$

با توجه به فرض پرسش $\sqrt{3} = 1/7$:

۱- ۳۸۳- گزینه ۱ با توجه به صورت پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow x_A = \frac{v}{2} t, \quad x_B = v_B t \Rightarrow x_B = 10t \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{v}{2} t = 10t \Rightarrow v_A = 20 \text{ m/s}$$

دوباره به حل این تست دقت کنید به جای معادله مکان زمان از فرمول طلایی استفاده شده است.

۲- ۳۸۴- گزینه ۲ پس از جدا شدن واگن، قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و واگن با حرکت کندشونده متوقف می‌شود.

$$\Delta x_{\text{واگن}} = \frac{v+v_0}{2} \Delta t = \frac{v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{واگن}}}{\Delta x_{\text{قطار}}} = \frac{\frac{v_0}{2} \Delta t}{v_0 \Delta t} = \frac{1}{2}$$

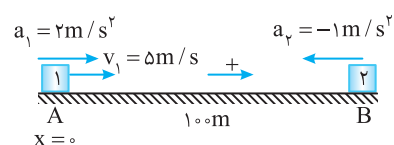
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 9/9 = \frac{1}{2} (2/2) t^2 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3/5 \times 3 \Rightarrow v = 10/5 \text{ m/s}$$

۲- ۳۸۵- گزینه ۲ زمان حرکت کامیون را به دست می‌آوریم:

در این لحظه اتومبیل به کامیون می‌رسد و سرعت آن برابر است با:

۴- ۳۸۶- گزینه ۴ استفاده از معادله حرکت:



$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 5t = \frac{1}{2} \times (-1) t^2 + 0 + 100$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} t^2 + 5t - 100 = 0 \Rightarrow 3t^2 + 10t - 200 = 0$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 600}}{3} \Rightarrow t = \frac{-5 \pm 25}{3} \Rightarrow t = \frac{20}{3} \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{20}{3}\right)^2 + 5 \left(\frac{20}{3}\right) = \frac{400}{9} + \frac{100}{3} = \frac{500}{3} \text{ m}$$

اکنون فاصله محل ملاقات تا A را حساب می‌کنیم.

$$v_1 = 10 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad v_2 = -20 \text{ m/s}$$

$$a_1 = 2 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = -4 \text{ m/s}^2$$

۱۱۲.۵m

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 10t \\ x_2 = \frac{1}{2}(-4)t^2 - 20t + 112.5 \end{cases}$$

$$x_1 = x_2 \rightarrow t^2 + 10t = -2t^2 - 20t + 112.5 \Rightarrow 3t^2 + 30t - 112.5 = 0 \Rightarrow t^2 + 10t - 37.5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -5 \pm \sqrt{25 + 37.5} = -5 \pm 2.5 \\ t = 15 \text{ s}, \quad t = -25 \text{ s} \end{cases}$$

غ ق ق

یادآوری: در معادله درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ هرگاه b عدد زوج باشد $(b = 2b')$ می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد. که محاسبات عددی ساده‌تر شود زیرا اعداد کوچک‌تر هستند.

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2 = 10 + 20 = 30 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{نسبی}} = a_1 + a_2 = 2 + 4 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a_{\text{نسبی}} t^2 + v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 112.5 = \frac{1}{2}(6)t^2 + 30t \Rightarrow 3t^2 + 30t - 112.5 = 0 \Rightarrow t^2 + 10t - 37.5 = 0 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = -4 \text{ m/s}^2$$

۲۵۰m

۳۸۸- گزینه ۴ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم: $x_A = \frac{t^2}{2}$, $x_B = -2t^2 + 250$

هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ است، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{t^2}{2} = -2t^2 + 250 \Rightarrow \frac{5t^2}{2} = 250 \Rightarrow t^2 = 100 \text{ s} \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

بنابراین دو متحرک پس از ۱۰s به هم می‌رسند. حال مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک از A به B برسد را به دست می‌آوریم:

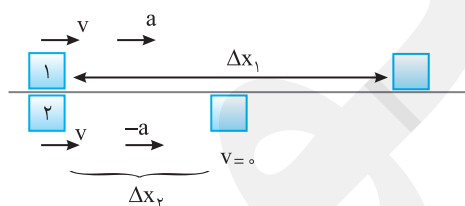
$$250 = \frac{t'^2}{2} \Rightarrow t'^2 = 500 \Rightarrow t' = 10\sqrt{5} = 22.5 \text{ s}$$

پس متحرک ۱۲s $t' - t = 22.5 - 10 = 12.5$ پس از به هم رسیدن متحرک (۱) و (۲) به مکان B می‌رسد.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + 0 = 6 \text{ m/s}$$

۳۸۹- گزینه ۱ پس از ۳s سرعت متحرک اول برابر خواهد شد با:

سرعت متحرک دوم در گذر از مبدأ مکان ۱۵m/s است و شتاب هر دو متحرک برابر است از این رو متحرک دوم که سرعتش بیشتر است به متحرک اول نزدیک شده و از آن سبقت می‌گیرد و سپس از متحرک اول دور می‌شود.



۳۹۰- گزینه ۲ ابتدا زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) از محل گذر دو متحرک تا محل توقف را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t_p = \frac{v}{a}$$

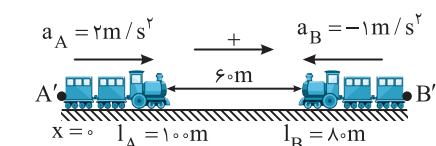
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2a\Delta x_p \Rightarrow \Delta x_p = \frac{v^2}{2a}$$

اکنون جابه‌جایی متحرک را با شتاب a در مدت t_p به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 + v\left(\frac{v}{a}\right) = \frac{3}{2}\frac{v^2}{a}$$

$$\Delta x_1 - \Delta x_p = \frac{3v^2}{2a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{a}$$

حال می‌توان فاصله دو متحرک را به دست آورد:



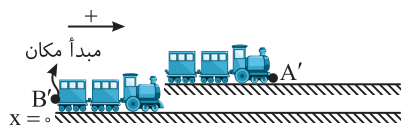
۳۹۱- گزینه ۲ سمت راست را جهت مثبت می‌گیریم و هنگامی دو قطار به طور کامل از کنار هم عبور می‌کنند که انتهای قطار A به انتهای قطار B برسد (یعنی نقطه A' به نقطه B' برسد).

معادله مکان زمان نقطه A' و B' را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم.

$$x_{A'} = \frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow x_{A'} = t^2, \quad x_{B'} = \frac{1}{2}a_B t^2 + d \Rightarrow x_{B'} = -\frac{t^2}{2} + 240$$

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow t^2 = -\frac{t^2}{2} + 240 \Rightarrow \frac{3t^2}{2} = 240 \Rightarrow t^2 = 160 \Rightarrow t = 4\sqrt{10} \text{ s}$$

۳۹۲- گزینه ۲ هنگامی قطار B به طور کامل از قطار A سبقت می گیرد که انتهای قطار B به ابتدای قطار A برسد. مطابق شکل برای نقاط B' و A' معادله حرکت می نویسیم:

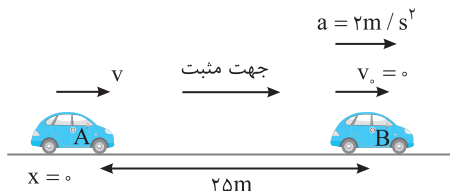


$$x_{A'} = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 25\text{m}} x_{A'} = 37/5t + 25, x_{B'} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_{B'} = 2/5t^2$$

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 37/5t + 25 = 2/5t^2 \Rightarrow 2/5t^2 - 37/5t - 25 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 15t - 100 = 0 \Rightarrow (t-20)(t+5) = 0 \Rightarrow t = 20\text{s}$$

۳۹۳- گزینه ۱ معادله حرکت دو متحرک را نسبت به محل ابتدایی خودروی A می نویسیم:



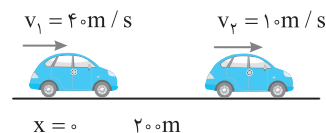
$$\begin{cases} x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = vt \\ x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = t^2 + 25 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} vt = t^2 + 25 \Rightarrow t^2 - vt + 25 = 0$$

اگر معادله به دست آمده دارای جواب باشد، دو متحرک به هم می رسند. معادله درجه ۲ وقتی جواب دارد که $\Delta \geq 0$ باشد از این رو:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow v^2 - 4 \times 25 \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 100 \Rightarrow v \geq 10\text{m/s}$$

بنابراین حداقل سرعت v باید 10m/s باشد.

۳۹۴- گزینه ۲ معادله حرکت هر دو متحرک را نوشته و برابر قرار می دهیم.



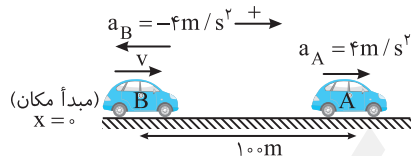
$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 40t = 10t + 200 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 30t - 200 = 0$$

اگر این معادله جواب نداشته باشد برخوردی صورت نمی گیرد برای این منظور باید $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 900 + 400a < 0 \Rightarrow a < -\frac{9}{4} \Rightarrow |a| > \frac{9}{4}$$

بنابراین کمینه (حداقل) مقدار a برابر $\frac{9}{4}\text{m/s}^2$ است.

۳۹۵- گزینه ۳ معادله متحرک های A و B را می نویسیم. حرکت متحرک A تندشونده است پس شتاب در



جهت حرکت می باشد اما حرکت متحرک B کندشونده است پس شتاب خلاف جهت حرکت می باشد.

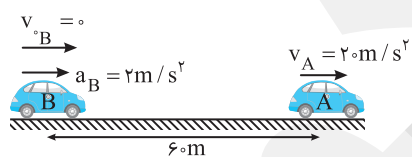
$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{A0} t + x_{A0} \Rightarrow x_A = 2t^2 + 100 \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{B0} t \Rightarrow x_B = -2t^2 + 100 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t^2 + 100 = -2t^2 + 100 \Rightarrow 4t^2 = 0 \Rightarrow t = 0$$

معادله بالا به ازای $\Delta \geq 0$ جواب خواهد داشت:

$$(-v)^2 - 4(400) \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 1600 \Rightarrow v \geq 40\text{m/s}$$

بنابراین کمینه سرعت متحرک B در لحظه نشان داده شده $v = 40\text{m/s}$ می باشد.

۳۹۶- گزینه ۳ متحرک B، ۳s بعد از عبور متحرک A با سرعت ثابت 20m/s شروع به حرکت



می کند بنابراین فاصله دو متحرک در شروع حرکت متحرک B، 60m (۳×۲۰) از هم می باشد.

تا زمانی که متحرک B به سرعت 20m/s می رسد. در تمام لحظات سرعت متحرک A از متحرک B بیشتر است پس فاصله این دو از هم بیشتر می شود.

مدت زمانی که طول می کشد سرعت متحرک B به سرعت 20m/s برسد برابر است با:

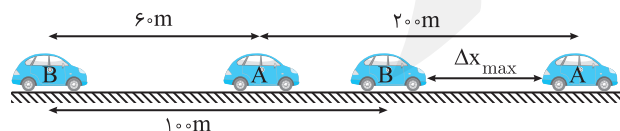
$$v = a_B t + v_0 \Rightarrow 20 = 2t \Rightarrow t = 10\text{s}$$

در این مدت جابه جایی A و B را به دست می آوریم:

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_0 t \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100\text{m}$$

$$x_A = vt \Rightarrow x_A = 20 \times 10 = 200\text{m}$$

با توجه به جابه جایی ها داریم:



$$\Delta x_{\max} = (200 - 100) + 60 = 160\text{m}$$

۳۹۷- گزینه ۱ راه حل اول: به کمک معادله مکان زمان، مکان جسم در لحظه $t = 3\text{s}$ و $t = 4\text{s}$ را به دست آورده از هم کم می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=3\text{s}} x = \frac{1}{2} \times 10 \times 9 = 45\text{m}$$

$$\xrightarrow{t=4\text{s}} x = \frac{1}{2} \times 10 \times 16 = 80\text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{(4)} = 80 - 45 = 35\text{m}$$

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_{(4)} = \frac{1}{2} \times 10 \times (2 \times 4 - 1) = 35\text{m}$$

راه حل دوم: استفاده از رابطه جابه جایی در ثانیه t ام:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \times a \times 3 + 0 \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

۳۹۸- گزینه ۲ با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت.

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times (2 \times 3 - 1) + 0 = 20 \text{ m}$$

جابه‌جایی در ثانیه سوم خواهد شد:

۳۹۹- گزینه ۳ جابه‌جایی یک متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است در ثانیه t ام حرکتش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_{(1)} = \frac{1}{2}a(2 \times 1 - 1) + 0 \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_{(2)} = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 7/5 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی آن در ثانیه دوم حرکتش برابر است با:

۴۰۰- گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه t ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=5s \Rightarrow 56 = \frac{1}{2}a(9) + v_0 \\ t=6s \Rightarrow 59 = \frac{1}{2}a(11) + v_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}} 59 - 56 = \frac{1}{2}a(11 - 9) \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$56 = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + v_0 \Rightarrow v_0 = 42/5 \text{ m/s}$$

اکنون با قرار دادن شتاب در یکی از معادله‌ها، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

روش دیگر: در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به اندازه شتاب با هم فرق دارند یعنی اگر در ثانیه t و t+1 جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنیم شتاب به دست می‌آید. از این رو کافی است جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ششم را از هم کم کرده و شتاب را به دست آورد:

$$a = 59 - 56 = 3 \text{ m/s}^2$$

۴۰۱- گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)} = a$$

در این پرسش، جابه‌جایی در هر ثانیه، ۲/۵ متر بیشتر از ثانیه قبل است، بنابراین شتاب حرکت ۲/۵ m/s² است.

۴۰۲- گزینه ۳ راه‌حل اول: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$|\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)}| = a$$

جابه‌جایی متحرک در حرکت کندشونده‌اش در ثانیه چهارم، یک متر از جابه‌جایی آن در ثانیه ششم بیشتر بوده است، بنابراین شتاب حرکت برابر (-۱/۵ m/s²) می‌شود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1/5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{(4)} = \frac{1}{2}a(2 \times 4 - 1) + v_0 \\ \Delta x_{(6)} = \frac{1}{2}a(2 \times 6 - 1) + v_0 \end{cases}$$

راه‌حل دوم: به کمک رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(4)} - \Delta x_{(6)} = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a = -1/2a \Rightarrow -1 = -1/2a \Rightarrow a = -1/2 \text{ m/s}^2$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1/2 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow 28 = \frac{1}{2} \times 6 \times (2 \times 3 - 1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 13 \text{ m/s}$$

۴۰۳- گزینه ۲ جابه‌جایی در ثانیه t ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

اکنون به کمک معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 6 \times 25 + 13 \times 5 + 4 = 75 + 65 + 4 \Rightarrow x = 144 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} t=3s \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}a(9) + 3v_0 \Rightarrow 60 = 9a + 6v_0 \\ t=6s \Rightarrow 30 + 48 = \frac{1}{2}a(6)^2 + 6v_0 \Rightarrow 78 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

۴۰۴- گزینه ۴ راه‌حل اول: استفاده از معادله مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت.

$$78 - 60 = 18a + 6v_0 - 9a - 6v_0 \Rightarrow 18 = 9a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2}a(2t-n) + nv_0$$

راه‌حل دوم: استفاده از جابه‌جایی در مدت n ثانیه در حرکت با شتاب ثابت.

$$30 = \frac{3}{2}a(2 \times 3 - 3) + 3v_0 \Rightarrow 30 = \frac{9}{2}a + 3v_0 \quad (1)$$

در سه ثانیه اول: (n=3, t=3s)

$$48 = \frac{3}{2}a(2 \times 6 - 3) + 3v_0 \Rightarrow 48 = \frac{27}{2}a + 3v_0 \quad (2)$$

در سه ثانیه دوم: (n=3, t=6s)

$$48 - 30 = \frac{27}{2}a + 3v_0 - \frac{9}{2}a - 3v_0 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

راه حل سوم: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t ، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن (at^2) است. بنابراین می‌توان 30 متر و 48 متر را جمله‌های متوالی یک تصاعد در نظر گرفت:

$$48 - 30 = a(3)^2 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2} a (2t - n) + nv_0$$

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی n ثانیه از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$54 = \frac{3}{2} a (2 \times 6 - 3) \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

۳ ثانیه دوم حرکت یعنی $t = 6 \text{ s}$ و $n = 3$ ، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 4(3) + 0 \Rightarrow v_{av} = 6 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط در ۳ ثانیه اول حرکت برابر است با:

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در بازه زمانی n ثانیه از کل مدت حرکت t ثانیه برابر است با: **۴-۴۰۶ گزینه ۴**

$$54 = \frac{2}{2} a (2 \times 2 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2a + 2v_0 \quad (1)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه اول یعنی $n = 2 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$:

$$38 = \frac{2}{2} a (2 \times 6 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 38 = 10a + 2v_0 \quad (2)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه سوم یعنی $n = 2 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$:

$$54 - 38 = 2a + 2v_0 - 10a - 2v_0 \Rightarrow 16 = -8a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$54 = 2a + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2 \times (-2) + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 29 \text{ m/s}$$

اکنون v_0 را از رابطه (۱) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (29)^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 210.25 \text{ m}$$

مسافت طی شده تا توقف برابر است با:

راه حل اول: با توجه به معادله سرعت-زمان $v = -2t + 4$ ، مشخص است که حرکت دارای شتاب ثابت $a = -2 \text{ m/s}^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 4 \text{ m/s}$ می‌باشد و معادله مکان-زمان آن به صورت روبه‌رو است: **۴-۴۰۷ گزینه ۲**

$$x = \frac{1}{2} (-2)t^2 + 4t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 4t + x_0$$

برای یافتن جابه‌جایی در ۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t = 4 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 4 \text{ s} &\Rightarrow x_1 = -16 + 16 + x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 \\ t_2 = 6 \text{ s} &\Rightarrow x_2 = -36 + 24 + x_0 \Rightarrow x_2 = -12 + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\Delta x| = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2} a (2t - n) + nv_0$$

راه حل دوم: استفاده از رابطه روبه‌رو:

$$\Delta x_{(n)} = \frac{2}{2} \times (-2) (2 \times 6 - 2) + 2 \times 4 = -20 + 8 = -12 \text{ m}$$

در این رابطه ۲ ثانیه سوم یعنی $n = 2$ و $t = 6 \text{ s}$ است.

پس بزرگی جابه‌جایی برابر 12 m است.

به کمک معادله مکان-زمان، پرسش را حل می‌کنیم: (دقت کنید فاصله متحرک از مبدأ در $t = 2 \text{ s}$ یک متر است.) **۴-۴۰۸ گزینه ۴**

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

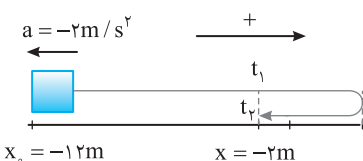
اگر متحرک در $t = 2 \text{ s}$ در $x = +1 \text{ m}$ باشد، آن‌گاه:

$$\left\{ \begin{aligned} t = 2 \text{ s} &\Rightarrow 1 = \frac{1}{2} a \times (2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4 \text{ s} &\Rightarrow 13 = \frac{1}{2} a \times (4)^2 + 0 + x_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} 2a + x_0 = 1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow x_0 = -3 \text{ m}$$

$$\left\{ \begin{aligned} t = 2 \text{ s} &\Rightarrow -1 = \frac{1}{2} a (2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4 \text{ s} &\Rightarrow 13 = \frac{1}{2} a (4)^2 + 0 + x_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} -2a + x_0 = -1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow 6a = 14 \Rightarrow a = \frac{7}{3} \text{ m/s}^2, x_0 = -\frac{17}{3} \text{ m}$$

اگر متحرک در $t = 2 \text{ s}$ در $x = -1 \text{ m}$ باشد، آن‌گاه:

با توجه به شکل، اختلاف زمانی دو بار گذر از مکان $x = -2 \text{ m}$ برابر 3 s است. **۴-۴۰۹ گزینه ۳**



$$(t_2 - t_1 = 3 \text{ s})$$

معادله مکان-زمان را نوشته، داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -2 = \frac{1}{2} a \times 2^2 + v_0 \times 2 - 12 \Rightarrow t^2 - v_0 t + 10 = 0$$

تفاضل دو ریشه این معادله برابر ۳ است.

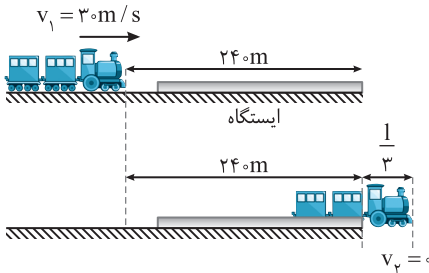
$$\Delta t = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{v_0^2 - 40}}{1} \Rightarrow 3 = \sqrt{v_0^2 - 40} \Rightarrow v_0^2 = 49 \Rightarrow v_0 = 7 \text{ m/s}$$

۴-۴۱۰ گزینه ۴ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t تشکیل تصاعد حسابی به قدر نسبت at^2 می‌دهند. از این رو:

$$4s - 2v = at^2 \Rightarrow 18 = 2t^2 \Rightarrow t = 3s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-2)(9) + v_0 \Rightarrow v_0 = 18m/s$$

سرعت اولیه خواهد شد:



۴۱۱- گزینه ۱ فاصله ابتدای قطار تا انتهای ایستگاه $240m$ است و هنگام توقف قطار، $\frac{1}{3}$ آن از

ایستگاه عبور کرده یعنی کل مسافت طی شده توسط قطار $240 + \frac{1}{3}$ می‌باشد. به کمک رابطه مستقل از زمان، مسافت طی شده توسط قطار در مدت توقف را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2 \times (-1/5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 300m$$

بنابراین قطار بعد از $300m$ متوقف می‌شود. در این صورت:

$$\Delta x = 240 + \frac{1}{3} \Rightarrow 300 = 240 + \frac{1}{3} \Rightarrow l = 180m$$

برای آنکه طولی از قطار از انتهای ایستگاه عبور نکند باید قطار بعد از طی مسافت $240m$ از سرعت $30m/s$ به صفر برسد.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_1=30m/s, v_2=0, \Delta x=240m} -900 = 2a \times 240 \Rightarrow a = -1/875 m/s^2 \Rightarrow a = -\frac{15}{8} m/s^2$$

۴۱۲- گزینه ۳ وقتی متحرکی با شتاب $-a$ با حرکت کندشونده می‌ایستد، می‌توان فرض کرد در همان مدت با شتاب $+a$ از حال سکون شروع به حرکت کرده

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}a \times 1 \Rightarrow a = 6m/s^2$$

است. یعنی می‌توان حرکت در ثانیه آخر را از سکون بررسی کرد. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 33 = \frac{1}{2}(-6) \times (3)^2 + 3v_0 \Rightarrow v_0 = 20m/s$$

حال برای $3s$ اول مسیر کندشونده می‌نویسیم:

۴۱۳- گزینه ۲ به جای حرکت کندشونده با شتاب a ، یک حرکت تندشونده بدون سرعت اولیه ($v_0 = 0$) با شتاب a تصور می‌کنیم. سپس جابه‌جایی در دو ثانیه اول و دو ثانیه دوم را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow x_1 = 2a, \quad x_2 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_2 = a(4)^2 \Rightarrow x_2 = 8a$$

بنابراین جابه‌جایی در دو ثانیه اول برابر $\Delta x_1 = 2a$ می‌باشد و جابه‌جایی در دو ثانیه دوم نیز برابر $\Delta x_2 = 8a - 2a = 6a$ است. طبق صورت سؤال هنگامی که شتاب $-a$ باشد در هر دو ثانیه یک متر کمتر از 2 ثانیه قبل جابه‌جا شده‌ایم، پس در این حالت که شتاب را $+a$ گرفته‌ایم در هر دو ثانیه یک متر بیشتر از 2 ثانیه قبل جابه‌جایی خواهیم داشت یعنی:

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = 6a - 2a = 4a = 1 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = 0.25 m/s^2$$

بنابراین شتاب برابر $a = 0.25 m/s^2$ می‌باشد حال سرعت را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0, \Delta x=450m, a=0.25m/s^2} v^2 = 2 \times 0.25 \times 450 \Rightarrow v = 15m/s$$

۴۱۴- گزینه ۴ اگر بردار شتاب و بردار جابه‌جایی هم جهت باشند یعنی اگر شتاب و بردار جابه‌جایی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند آن‌گاه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{\text{هر دو مثبت}} +6 = \frac{1}{2} \times (+2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = +1m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t + 1$$

معادله سرعت - زمان خواهد شد:

در معادله $v = 2t + 1$ شتاب $+2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 1m/s$ است و حرکت همواره تندشونده است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{\text{هر دو منفی}} -6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = -1m/s$$

معادله سرعت زمان خواهد شد. $v = -2t - 1$ و چون سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند حرکت همواره تندشونده است.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که بردار شتاب و بردار جابه‌جایی در این دو ثانیه هم جهت نباشد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a > 0, \Delta x < 0} -6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = -5m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 5$$

در این صورت معادله سرعت زمان خواهد شد:

بنابراین ابتدا سرعت و شتاب هم علامت نبوده حرکت کندشونده است اما پس از توقف جسم در $t = 2/5s$ ، حرکت تندشونده می‌شود.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a < 0, \Delta x > 0} 6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = +5m/s$$

در این حالت نیز $v = -2t + 5$ بوده و حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود.

معادله را به صورت معادله مکان - زمان (x-t) در می آوریم:

۴-۴۱۵ گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{65-10x}}{5} = 1-t \Rightarrow \sqrt{65-10x} = 5(1-t) \Rightarrow 65-10x = 25(1-t)^2 \Rightarrow 65-10x = 25+25t^2-50t \Rightarrow 10x = -25t^2+50t+40$$

$$x = -2/5t^2 + 5t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2/5 \Rightarrow a = -0.4 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 5 \text{ m/s} \\ x_0 = +4 \text{ m} \end{cases}$$

$$v = -0.4t + 5 = 0 \Rightarrow t = 12.5 \text{ s}$$

t	0	12.5	25
v	5	0	-0.4
a = -0.4 m/s ²	-	-	-
av	-	-	+

تندشونده کندشونده

اکنون سرعت را تعیین علامت می کنیم.

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۴-۴۱۶ گزینه ۲ الف) جابه جایی بین دو لحظه t=0 تا t=4s را به دست می آوریم.

$$t=0 \Rightarrow x=0+4(0)+5 \Rightarrow x_1=5 \text{ m}, \quad t=4s \Rightarrow x=4^2+4(4)+5 \Rightarrow x_2=37 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{32}{4} = 8 \text{ m/s}$$

این گزاره نادرست است.

$$\begin{cases} x = t^2 + 4t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v = 2t + 4$$

(ب) معادله مکان - زمان درجه دوم است و حرکت با شتاب ثابت می باشد.

بعد از t=0 همواره یک مقدار مثبت به 4 اضافه می شود پس کمترین سرعت در t=0 و 4 m/s است و این گزاره درست است.

(پ) با توجه به معادله سرعت که در بالا به دست آمده همواره سرعت مثبت است و شتاب نیز ثابت و مثبت می باشد پس حرکت تند شونده است و این گزاره درست است.

(ت) زمانی بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد که متحرک از مبدأ مکان X=0 عبور می کند. بنابراین متحرک هیچ گاه از مبدأ عبور نمی کند و گزاره (ت) نادرست است.

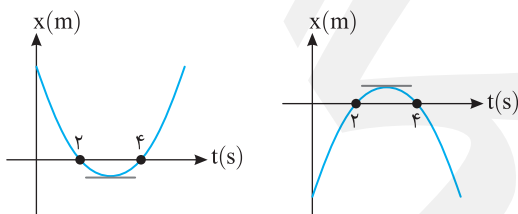
۴-۴۱۷ گزینه ۴ حرکت با شتاب ثابت می باشد بنابراین معادله حرکت تابع درجه دوم

$x = at^2 + bt + c$ می باشد و نمودار مکان - زمان سهمی است. می دانیم در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک از مبدأ مکان X=0 عبور کرده است، بنابراین شکل نمودار X-t حرکت به صورت روبه رو خواهد بود.

در هنگام تغییر جهت حرکت، سرعت متحرک صفر می شود و در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان یعنی رأس سهمی سرعت صفر است.

همچنین سهمی نسبت به خط قائم عبوری از رأس سهمی متقارن است بنابراین لحظه تغییر

$$\text{جهت} = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ s} \text{ تغییر جهت } t \text{ خواهد شد.}$$



۴-۴۱۸ گزینه ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و در ثانیه سوم حرکت یعنی در بازه t=2s تا t=3s جابه جایی متحرک صفر است، در این بازه سرعت متحرک

صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است. به دلیل تقارن حرکت با شتاب ثابت در دو طرف لحظه تغییر جهت، باید لحظه تغییر جهت t=2/5 باشد و در مدت

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2/5 + 1 \Rightarrow a = -5/2 \text{ m/s}^2$$

2/5 سرعت متحرک از 1 m/s به صفر رسیده است و شتاب خواهد شد:

در بازه زمانی t=0s تا t=5s ابتدا از صفر تا 2/5 متحرک در حال رفت و از 2/5 تا 5s همان مسیر را برمی گردد بنابراین کافی است مسافت طی شده در مدت

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+1}{2} \times 2/5 = 1/5 \text{ m}$$

$$l = 1/5 + 1/5 = 2/5 \text{ m}$$

صفر تا 2/5 را به دست آورده و دو برابر کنیم.

۴-۴۱۹ گزینه ۱ متحرک هنگامی به مبدأ نزدیک می شود که $v_x < 0$ باشد، مکان و سرعت را تعیین علامت می کنیم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -4 \text{ m/s}$$

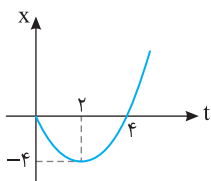
حرکت با شتاب ثابت می باشد پس $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$ است، جدول تعیین علامت را برای x و v رسم می کنیم:

	$t=0$	$t=2s$	$t=4s$	
$x = t^2 - 4t$	+	-	-	+
$v = 2t - 4$	-	+	+	+
xv		+	-	+

دور شدن نزدیک شدن دور شدن
از مبدأ به مبدأ از مبدأ

$$\begin{cases} v = 2t - 4 = 0 \xrightarrow{v=0} t = 2s \\ x = t^2 - 4t = 0 \Rightarrow t = 0, t = 4s \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{t=4} - x_{t=2}}{4-2} = \frac{0 - (-4)}{4-2} = \frac{4}{2} \Rightarrow v_{av} = 2m/s$$



روش دیگر: نمودار مکان - زمان را رسم می کنیم. کاملاً مشخص است که در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است و از مکان $-4m$ به سمت صفر می رود.

$$x = t^2 - 4t, x = 0 \Rightarrow t = 0, t = 4s$$

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = 2s \Rightarrow x = -4m, \quad v_{av} = \frac{0 - (-4)}{4-2} = 2m/s$$

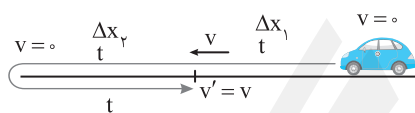
۴۲- گزینه ۲

$$\begin{array}{c} v=0 \quad 2a \quad v \quad 2a \quad 0 \\ \underbrace{\Delta x_1, t_1 = \frac{t}{2}}_{x, t} \quad \underbrace{\Delta x_2, t_2 = \Delta x_1, t_2 = t_1 = \frac{t}{2}}_{x, t} \end{array}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(2a)t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = at_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = a\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{at^2}{4}$$

$$x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{at^2}{4} + \frac{at^2}{4} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2x}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

در حل این تست، از این مطلب استفاده شده است که وقتی شتاب شروع حرکت تا رسیدن به سرعت v با شتاب حرکت کندشونده و رسیدن سرعت از v به صفر مساوی است، در این صورت زمان و جابه جایی در قسمت تندشونده (اول مسیر) با زمان و جابه جایی در قسمت کندشونده (قسمت دوم مسیر) برابر است.



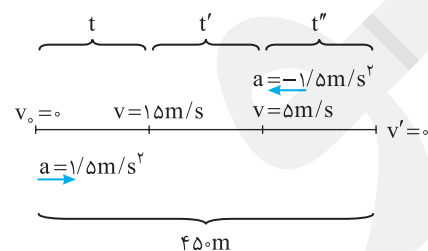
در قسمت اول حرکت در مدت t سرعت از صفر به v رسیده سپس مطابق شکل در مدت $2t$ سرعت به $-v$ می رسد یعنی ابتدا سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده تا سرعتش از صفر به $-v$ می رسد، از این رو:

$$\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v}{2} t, \quad \Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v}{2} t, \quad \Delta x_3 = \frac{v_3 + v_4}{2} \Delta t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{-v}{2} t$$

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \Rightarrow l = \frac{v}{2} t + \frac{v}{2} t + \frac{v}{2} t \Rightarrow l = \frac{3v}{2} t$$

مسافت برابر است با مجموع بزرگی جابه جایی ها:

۴۲۲- گزینه ۴ ابتدا باید سرعت خودرو به $15m/s$ برسد.



$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = 1/5 t \Rightarrow t = 10s, \quad \Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^2 = 75m$$

سپس با سرعت $15m/s$ با حرکت یکنواخت پیش می رود و سرانجام با شتاب $1/5m/s^2$ می ایستد، بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1/5 t'' + 15 \Rightarrow t'' = 10s$$

$$\Delta x'' = \frac{1}{2} a(t'')^2 + vt'' \Rightarrow \Delta x'' = 75m$$

در قسمت تندشونده و کندشونده جمعاً $75 + 75 = 150m$ جابه جایی صورت گرفته است. تمام مسیر $450m$ متر است، پس متحرک $300m$ متر را با سرعت $15m/s$ پیموده است. حال زمان حرکت با سرعت ثابت را به دست می آوریم:

$$\Delta x' = vt' \Rightarrow 300 = 15 t' \Rightarrow t' = 20s$$

حداقل زمان حرکت $t_{\text{کل}} = 10 + 20 + 10 = 40s$ است.

۴۲۳- گزینه ۱ برای آن که ابتدا فاصله دو متحرک از هم کم شود، از آن جا که B دیرتر حرکت کرده است باید در آغاز حرکت متحرک B، سرعت این متحرک از

$$v_A = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v_A = at, \quad v_B > v_A \xrightarrow{v_A=at} 15 > 5a \Rightarrow a < 3m/s^2$$

سرعت متحرک A بیشتر باشد:

در این صورت ابتدا متحرک B به متحرک A نزدیک می شود اما رفته رفته سرعت A به دلیل شتاب دار بودن حرکتش افزایش یافته و سرعت A از سرعت B بیشتر شده و فاصله دو متحرک از هم زیاد می شود.

چون شخص با سرعت ثابت ۲ m/s در حال دویدن است، در نتیجه از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم. اگر مبدأ مختصات را مکان شخص، وقتی که در فاصله ۴ متری از انتهای اتوبوس قرار دارد در نظر بگیریم، داریم:

$$x_p = vt + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x_p = 2t$$

اتوبوس هم با شتاب ثابت حرکت خود را آغاز می‌کند، بنابراین:

$$x_b = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=1\text{m/s}^2, v_0=0, x_0=4\text{m}} x_b = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 + 0 \times t + 4 \Rightarrow x_b = \frac{t^2}{2} + 4$$

برای به دست آوردن حداقل فاصله شخص از اتوبوس، باید از معادله تفاضل مکان اتوبوس و شخص بهره ببریم:

$$\Delta x = \frac{t^2}{2} - 2t + 4$$

باتوجه به این که معادله به دست آمده تابع درجه ۲ است مقدار کمینه تابع (یعنی رأس سهمی) خواهد شد: $\Delta x_{\min} = 2 + 4 - 4 = 2\text{m}$ ، $t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{-2}{2 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow t = 2\text{s}$

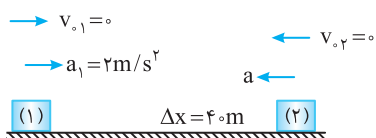
بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد، یعنی $x = 0$ شود و همچنین بردار مکان تغییر علامت دهد. در این صورت باید ریشه معادله مکان - زمان را به دست آورد:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow (t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

اما متحرک در تمام مسیرش در قسمت مثبت محور در حرکت است و در لحظه $t = 3\text{s}$ به مبدأ رسیده از آن عبور نکرده و برمی‌گردد. متحرک تغییر جهت می‌دهد، اما بردار مکان آن همواره مثبت است. پس، بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینه ۴۲۵ - ۲

گزینه ۴۲۶ - ۲

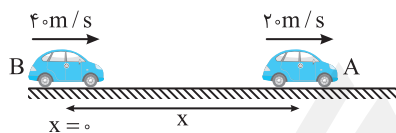


$$a_{\text{نسبی}} = a_1 + a_2 = 2 + a$$

$$v_{\text{نسبی}}^2 - v_{\text{نسبی}}^2 = 2a_{\text{نسبی}} \Delta x$$

$$\Rightarrow 20^2 - 0 = 2(2+a) \times 40 \Rightarrow 400 = 80(2+a) \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2$$

مکان اولیه متحرک B را مبدأ A متحرک در نظر می‌گیریم:

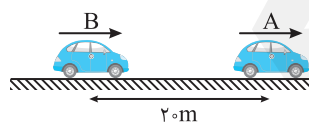


$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = -t^2 + 20t + x \xrightarrow{t=4\text{s}} x_A = 64 + x$$

متحرک B به مدت ۱s با همان سرعت ۴۰ m/s به حرکت خود ادامه می‌دهد و سپس ترمز می‌گیرد بنابراین:

$$x_B = vt_{\text{تأخیر}} + \left(\frac{1}{2}at^2 + v_0t\right) \Rightarrow x_B = 40 \times 1 + \frac{-1}{2} \times 4 \times t'^2 + 40t' \xrightarrow{t'=3\text{s}} x_B = 142\text{m}$$

دو متحرک در کنار هم متوقف می‌شوند بنابراین: $x_A = x_B \Rightarrow 64 + x = 142 \Rightarrow x = 78\text{m}$



گزینه ۴۲۸ - ۳

متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در هر ثانیه ۲ متر به متحرک A نزدیک می‌شود، بنابراین بعد از ۱s فاصله ۲۰m بین A و B را جبران خواهد کرد و در این لحظه متحرک C کنار آن‌هاست. معادله حرکت A و C را نوشته برابر قرار می‌دهیم.

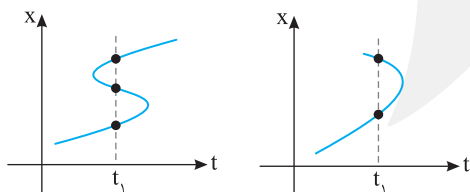
$$x_C = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=1\text{s}} x_C = 5a_C$$

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 10t + 40 \xrightarrow{t=1\text{s}} x_A = 140\text{m}$$

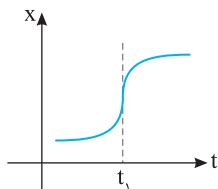
$$t = 1\text{s} \text{ در لحظه } x_C = x_A \Rightarrow 5a_C = 140 \Rightarrow a_C = 28\text{m/s}^2$$

متحرک نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان باشد، پس گزینه (۱) و (۴) نادرست است.

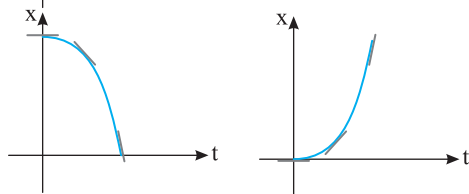
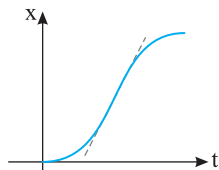
گزینه ۴۲۹ - ۳



شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است، در لحظه نشان داده شده خط مماس در نمودار گزینه (۲) خط قائم است که شیب آن ∞ می‌باشد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

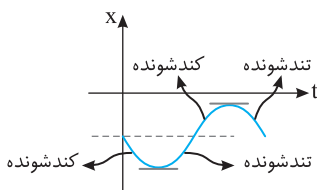


۴۳- گزینه ۱ متحرک از حال سکون حرکت کرده بنابراین نمودار مکان زمان در $t=0$ باید بر محور زمان مماس باشد، سپس سرعت ثابت مانده و باید نمودار مکان زمان خط راست مایلی باشد که بر نمودار سهمی قسمت اول مماس باشد هم چنین بر نمودار سهمی قسمت کندشونده حرکت نیز باید مماس باشد تا سرعت در این لحظات با هم برابر شود بنابراین گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.
به شکل روبه‌رو دقت کنید، شیب خط راست و شیب خط مماس بر دو منحنی یکسان است.

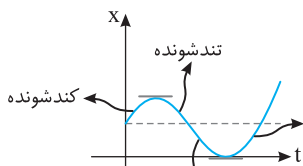


۴۳۱- گزینه ۴ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس شیب خط مماس در $t=0$ خطی افقی است و گزینه (۱) و (۲) هر دو درست هستند، در هر دو نمودار نیز حرکت تندشونده است. (البته به‌طور کلی متحرک از حال سکون به صورت تندشونده شروع به حرکت می‌کند و دو قید ذکر شده در سؤال هم‌ارز با یکدیگرند).

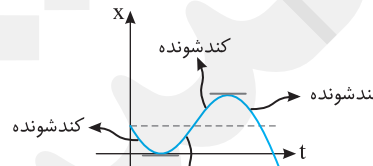
۴۳۲- گزینه ۴ هرگاه متحرک تغییر جهت بدهد، سرعت آن صفر می‌شود و برای ادامه حرکت باید نوع حرکت آن تغییر کند. یعنی قبل از صفر شدن سرعت، باید حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده باشد گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



گزینه (۱)

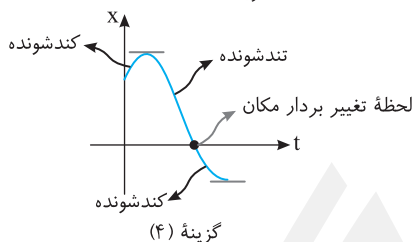


گزینه (۲)

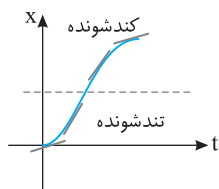


گزینه (۳)

بنابراین در این سه گزینه (۱)، (۲) و (۳) سه بار نوع حرکت تغییر می‌کند و گزینه (۴) پاسخ درست است.



گزینه (۴)

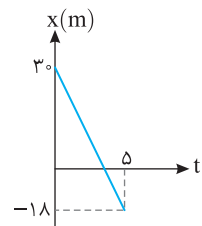
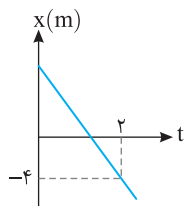


قسمت کندشونده مسیر قسمت تندشونده مسیر

۴۳۳- گزینه ۳ با توجه به نمودار $x-t$ ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده است، بنابراین در قسمت اول حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک فاصله‌های بیشتری طی می‌کند و در قسمت دوم حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک فاصله‌های کمتری را طی می‌کند.

۴۳۴- گزینه ۲ با توجه به شکل شیب خط منفی است، بنابراین سرعت متحرک منفی و برابر -3 m/s است از این رو می‌توان نوشت:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow -3 = \frac{-4 - x_0}{2} \Rightarrow -6 = -4 - x_0 \Rightarrow x_0 = 2\text{ m}$$



۴۳۵- گزینه ۴ نمودار مکان - زمان خط راست است و سرعت ثابت می‌باشد. سرعت متحرک را به کمک داده‌های روی نمودار به دست می‌آوریم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-18 - 3}{5 - 0} = \frac{-21}{5} = -4.2\text{ m/s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -4.2t + 3$$

معادله حرکت خواهد شد:

$$x = -4.2 \times 3 + 3 = -12.6 + 3 = -9.6\text{ m}$$

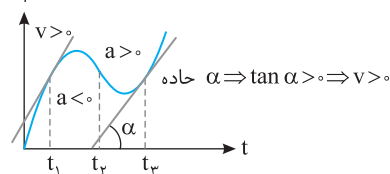
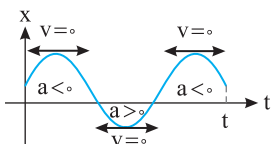
در $t = 3\text{ s}$ مکان خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = -4.2 \times 3 = -12.6\text{ m}$$

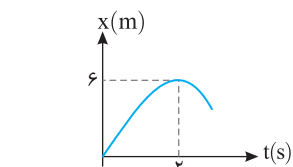
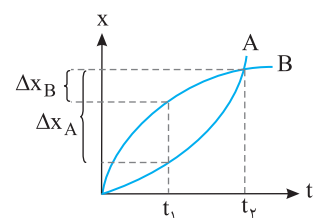
جابه‌جایی در مدت 3 s خواهد شد:

۴۳۶- گزینه ۳ راه حل اول: چون نمودار مکان- زمان بخشی از سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. در لحظه $t=0$ منحنی بر محور t مماس نبوده، پس سرعت اولیه صفر نیست بلکه $v_0 > 0$ است. جهت تقعر منحنی رو به بالا است، پس شتاب مثبت است و چون سرعت اولیه مثبت است حرکت تندشونده است.

راه حل دوم: اگر بر منحنی چند مماس در لحظه‌های مختلف رسم کنید، مشاهده می‌کنید که با گذشت زمان، شیب این خط‌های مماس در حال افزایش است، پس سرعت در حال زیاد شدن بوده و حرکت تندشونده است.



منحنی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، مشخص نیست پس نوع حرکت در لحظه t_p مشخص نیست. در لحظه t_p جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است.



$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{v+0}{2} \times 2 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s} \quad , \quad a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{6-0}{2} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a$$

نمودار مکان - زمان است و حرکت دارای شتاب ثابت است مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله مکان زمان صدق کند از این رو:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \begin{cases} t = 2s \Rightarrow -3 = \frac{1}{2} a \times 4 + (-2a) \times 2 + x_0 \Rightarrow -3 = -2a + x_0 & (1) \\ t = 5s \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} a \times 25 + (-2a) \times 5 + x_0 \Rightarrow 15 = \frac{25}{2} a + x_0 & (2) \end{cases}$$

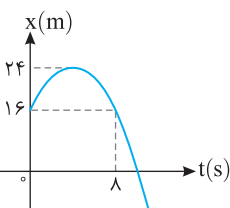
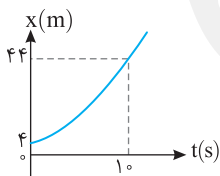
$$-3 = -2 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = 5 \text{ m}$$

در معادله (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$$x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 15 = \frac{v+0}{2} \times 5 - 3 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}, a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{12-0}{5-2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times (4-2)^2 - 3 \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

به دلیل تقارن سهمی مکان در $t=0$ و $t=4$ s یکی است از این رو:



$$\Delta x = 0 \Rightarrow v_{av} = 0$$

با توجه به شکل متحرک سه بار تغییر جهت داده و شتاب آن نیز دوبار تغییر جهت می‌دهد بنابراین گزینه (۴) درست است.

در لحظه t_1 ، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس سرعت مثبت است. اما جهت تقعر نمودار رو به پایین است، پس شتاب منفی است و در لحظه t_1 ، $av < 0$ است و حرکت کندشونده است.

در لحظه t_2 ، سرعت منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار منفی است (خط مماس در لحظه t_2 با محور زمان زاویه منفرجه می‌سازد). اما در مورد علامت شتاب نمی‌توان اظهار نظر کرد یعنی جایی که جهت تقعر منحنی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، مشخص نیست پس نوع حرکت در لحظه t_2 مشخص نیست. در لحظه t_3 جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است.

در بازه t_1 تا t_2 جابه‌جایی از A بیشتر بوده و سرعت متوسط از سرعت متوسط B بزرگتر است. جهت تقعر نمودار A رو به بالا بوده پس شتاب آن مثبت است و اگر در بازه t_1 تا t_2 بر منحنی A مماس رسم شود، شیب خط مماس مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت تندشونده است.

در بازه t_2 تا t_3 مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت کندشونده است. در بازه t_1 تا t_2 مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت کندشونده است.

سرعت در لحظه $t = 2$ s برابر صفر است. به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، ابتدا سرعت اولیه و سپس شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{v+0}{2} \times 2 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s} \quad , \quad a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{6-0}{2} = 3 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۲

گزینه ۱

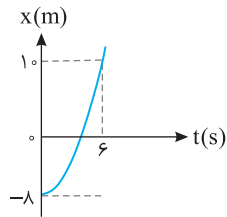
گزینه ۱

گزینه ۱

گزینه ۱

سرعت صفر می‌شود:

سرعت در لحظه $t = 8$ s به دلیل تقارن سهمی سرعت برابر -4 m/s است. از این رو: $|a_{av}| = \frac{-4-4}{8} = -1 \text{ m/s}$ سرعت متوسط صفر است، زیرا متحرک در بازه صفر تا ۸s از مکان $+16 \text{ m}$ به همان مکان برگشته است.



۴۴۵- گزینه ۳ ابتدا به کمک معادله مکان- زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم، با توجه به نمودار، سرعت اولیه متحرک صفر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times a \times 6^2 + 0 + (-8) \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

به کمک معادله مستقل از زمان، سرعت را هنگام گذر متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 1 \times [0 - (-8)] \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۴۴۶- گزینه ۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، بنابراین در لحظه $t=6$ s، سرعت صفر است.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 6}{2} \times 6 \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$

۴۴۷- گزینه ۱ شیب خط قاطع نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازه زمانی است، پس:

نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است و سرعت متوسط برابر $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ بوده و در واقع سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی بوده و برابر

$$v = 1 \text{ m/s} \text{ سرعت در وسط بازه زمانی است. بنابراین در لحظه } t = \frac{t_1}{2} \text{ سرعت برابر است با:}$$

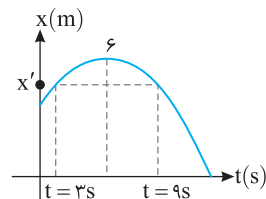
۴۴۸- گزینه ۲ با توجه به نمودار، معادله مکان- زمان را در دو لحظه $t_1 = 15$ s و $t_2 = 25$ s می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -250 = \frac{1}{2}a(25)^2 + 40 \times 25 + x_0 \Rightarrow 312.5a + x_0 = -1250 \quad (1)$$

$$-50 = \frac{1}{2}a(15)^2 + 40 \times 15 + x_0 \Rightarrow 112.5a + x_0 = -650 \quad (2)$$

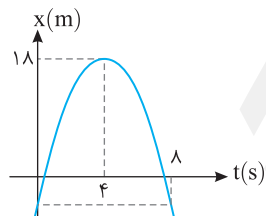
$$200a = -600 \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

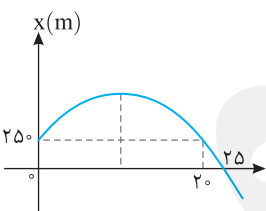


۴۴۹- گزینه ۱ نمودار سهمی نسبت به رأس خود متقارن است بنابراین مکان متحرک در $t=3$ s و $t=9$ s که فاصله یکسانی از رأس سهمی $t=6$ s دارند با هم برابر می‌باشند بنابراین $\Delta x = 0$ است.

$$\Delta x = x_{(9)} - x_{(3)} = x' - x' = 0$$



۴۵۰- گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد، بنابراین در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازه شیب‌ها یکسان می‌باشد پس شیب خط مماس در $t=0$ و $t=8$ s هم‌اندازه و بزرگی سرعت در این دو لحظه یکسان است.



۴۵۱- گزینه ۱ نمودار $x-t$ حرکت شتاب به صورت سهمی می‌باشد و می‌دانیم که سهمی نسبت به خط قائم گذر از رأس آن تقارن دارد، بنابراین:

$$t_{\text{رأس}} = \frac{0 + 20}{2} = 10 \text{ s}$$

در رأس سهمی یعنی در نقطه بیشینه نمودار مکان- زمان سرعت صفر است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -10a \quad (1)$$

در لحظه $t=25$ s مکان متحرک $x=0$ است که باید در معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت صدق کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{(1)} 0 = \frac{1}{2}a(25)^2 + (-10a)(25) + 250 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_0 = -10a = +40 \text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-4) \times (10)^2 + 40 \times 10 + 250 \Rightarrow x = 450 \text{ m}$$

در $t=10$ s سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد از این رو:

۴۵۲- گزینه ۳ شتاب مثبت است $a=2 \text{ m/s}^2$ ، بنابراین دهانه نمودار باید رو به بالا باشد، سرعت اولیه $+3 \text{ m/s}$ است بنابراین شیب خط مماس بر نمودار در $t=0$ باید مثبت باشد و مکان اولیه $x=+4 \text{ m}$ است، بنابراین گزینه (۳) درست است.

۴۵۳- گزینه ۳ با توجه به شکل $x_0 = 15 \text{ m}$ و در لحظه‌های $t=3$ s و $t=5$ s متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) گذشته است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=3s \Rightarrow 0 = \frac{9}{2}a + 3v_0 + 15 \\ t=5s \Rightarrow 0 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -8 \text{ m/s}$$

در این صورت $x = t^2 - 8t + 15$ است.

۴-۴۵۴ گزینه ۴

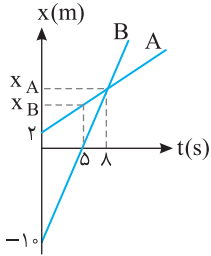
نمودار مکان- زمان بخشی از یک سهمی می باشد، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است و به کمک رابطه های حرکت با شتاب ثابت پرسش را حل می کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0+v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}, a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-6}{2} = -3 \text{ m/s}^2$$

در نقطه بیشینه نمودار مکان- زمان، سرعت صفر است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 6$$

معادله سرعت- زمان خواهد شد:



۴-۴۵۵ گزینه ۱ با توجه به شکل به کمک تشابه مثلث ها می توان نوشت:

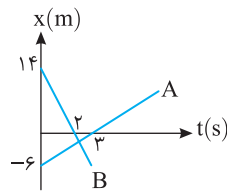
$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{1-0}{0-1} \Rightarrow x_A = 6 \text{ m}$$

$$\frac{x_A - x_B}{x_B - 2} = \frac{1-0}{0-1} \Rightarrow \frac{6-x_B}{x_B-2} = -1 \Rightarrow 6-x_B = -x_B+2 \Rightarrow 6 = 2 \Rightarrow x_B = 4/5 \text{ m}$$

۴-۴۵۶ گزینه ۲ سرعت حرکت هر یک را به دست می آوریم: $v_A = \frac{0-(-6)}{3-0} = 2 \text{ m/s}$, $v_B = \frac{0-14}{2-0} = -7 \text{ m/s}$

معادله حرکت هر یک را می نویسیم با توجه نمودار حرکت ها با شتاب صفر است (با سرعت ثابت):

$$x_A = 2t - 6, x_B = -7t + 14$$



$$|x_B - x_A| = 43 \Rightarrow |-7t + 14 - 2t + 6| = 43 \Rightarrow \begin{cases} -9t + 20 = 43 \Rightarrow t = \frac{-23}{9} \text{ s (غ.ق.)} \\ -9t + 20 = -43 \Rightarrow t = \frac{63}{9} = 7 \text{ s} \end{cases}$$

با توجه به فرض مسأله:

۴-۴۵۷ گزینه ۴ سرعت حرکت هر متحرک را به دست می آوریم:

$$v_A = \frac{0-(-5)}{2/5-0} \Rightarrow v_A = 2 \text{ m/s}, v_B = \frac{0-3}{6-0} \Rightarrow v_B = -0.5 \text{ m/s}$$

$$x_A = 2t - 5, x_B = -0.5t + 3$$

معادله حرکت هر متحرک را می نویسیم:

$$|x_A - x_B| = 5 \Rightarrow |2t - 5 + 0.5t - 3| = 5 \Rightarrow 2.5t - 8 = 5 \Rightarrow t = \frac{13}{2.5} \Rightarrow t = 5.2 \text{ s}$$

با توجه به صورت مسأله:

$$2.5t - 8 = -5 \Rightarrow t = \frac{3}{2.5} \Rightarrow t = 1.2 \text{ s}$$

۴-۴۵۸ گزینه ۱ حرکت با شتاب ثابت است. به کمک رابطه مستقل از شتاب مسأله را حل می کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t, B: 9 = \frac{v_B+0}{2} \times 3 \Rightarrow v_B = 6 \text{ m/s}, A: 9 - (-9) = \frac{v_A+0}{2} \times 3 \Rightarrow v_A = 12 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{12-0}{3} = 4 \text{ m/s}^2, a_B = \frac{6-0}{3} = 2 \text{ m/s}^2$$

شتاب را برای هر متحرک به دست می آوریم:

مکان هر متحرک را در $t=1 \text{ s}$ به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + 0 + (-9) = 1 \text{ m} \\ x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 + 0 + 0 = 1 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 0 \text{ m}$$

$$v_A = \frac{v_0 - v}{t} \Rightarrow v_A = \frac{0 - 15}{3} = -5 \text{ m/s}$$

۴-۴۵۹ گزینه ۲ متحرک A دارای حرکت یکنواخت است و سرعت آن برابر است با:

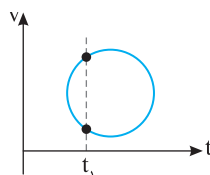
سرعت متحرک B باید برابر 5 m/s شود، ابتدا شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 75 = \frac{1}{2} \times a \times 15^2 + 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2, v = at + v_0 \Rightarrow 5 = \frac{2}{3} t + 0 \Rightarrow t = 7.5 \text{ s}$$

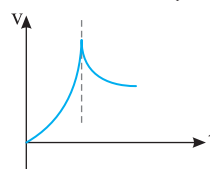
۴-۴۶۰ گزینه ۴ متحرک در یک زمان مشخص نمی تواند دو سرعت مختلف داشته باشد بنابراین نمودار گزینه (۳) نادرست است. نمودار $v-t$ یک نمودار پیوسته

است یعنی نمی توان در یک لحظه از سرعت $+v$ به صفر رسید، پس گزینه (۲) نیز نادرست است. در لحظه مشخص شده در گزینه (۱) شیب خط مماس نمودار $v-t$

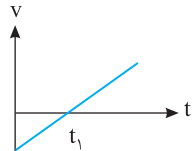
که معرف شتاب است برابر ∞ می باشد که نادرست است.



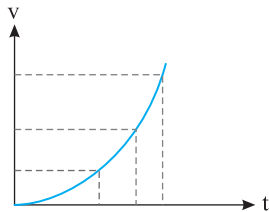
گزینه (۳)



گزینه (۱)

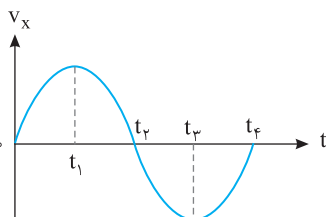


۴-۴۶۱ گزینه ۴ تا لحظه t_1 ، سرعت متحرک در حال کاهش و در لحظه t_1 ، صفر می‌شود، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده بوده و پس از t_1 ، حرکت تندشونده است.

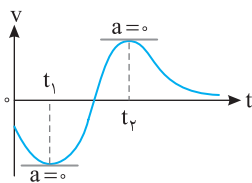


۴-۴۶۲ گزینه ۱ نمودار سرعت-زمان است و در $t=0$ سرعت صفر است. با زیاد شدن زمان، سرعت در حال افزایش است، پس حرکت تندشونده است. اما شتاب متغیر است زیرا اگر شتاب ثابت بود باید نمودار سرعت-زمان خط راست می‌شد.

۴-۴۶۳ گزینه ۱ حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت در حال افزایش است. در نمودار گزینه (۱) در بازه t_1 تا t_2 بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت کندشونده است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است و در بازه t_1 تا t_2 حرکت کندشونده است. در نمودار گزینه (۳) ابتدا سرعت در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.



۴-۴۶۴ گزینه ۱ هرگاه سرعت متحرک کاهش یابد حرکت کندشونده است، با توجه به شکل در بازه t_1 تا t_2 سرعت کاهش یافته و در لحظه t_2 صفر می‌شود، بنابراین در این بازه حرکت کندشونده است. از طرفی در بازه t_2 تا t_3 ، نمودار بالای محور زمان است، بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور X ها است.



۴-۴۶۵ گزینه ۲ شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان، شتاب لحظه‌ای را مشخص می‌کند. در لحظه‌های t_1 و t_2 مماس موازی محور زمان است و شیب آن صفر است، در این دو لحظه شتاب صفر شده و تغییر علامت نیز داده است. از این رو نیروی وارد بر جسم ۲ بار تغییر جهت داده است.

۴-۴۶۶ گزینه ۱ شتاب متوسط برابر تغییرات سرعت در یکای زمان $(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t})$ است که در بازه صفر تا t تغییرات سرعت از بقیه بازه‌های بیان شده بیشتر است.

۴-۴۶۷ گزینه ۲ نمودار $v-t$ سهمی شکل است پس $v=at^2+bt+c$ می‌باشد و مختصات نقاط روی نمودار باید در معادله سرعت زمان صدق کند. در $t=0$ سرعت $v=6m/s$ است:

$$6=0+0+c \Rightarrow c=6$$

$$0=a+b+6 \Rightarrow a+b=-6 \quad (1)$$

$$t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a-2a=-6 \Rightarrow a=6, b=-12$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t=2} - v_{t=1}}{2-1} = \frac{6(4) - 12(2) + 6 - 0}{1} = 6m/s^2$$

بنابراین رابطه سرعت-زمان به صورت $v=6t^2-12t+6$ است.

۴-۴۶۸ گزینه ۲ در ۶ ثانیه اول حرکت با توجه به نمودار، شتاب ثابت است و شتاب متوسط متحرک و شتاب لحظه‌ای آن در بازه صفر تا شش ثانیه یکی خواهد بود. به همین علت کافی است شتاب را در بازه زمانی صفر تا ۴s به دست آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{0-12}{4-0} = -3m/s^2 \Rightarrow |a|=3m/s^2$$

$$a_{t=3^0} = \frac{0-v}{4^0-3^0} = \frac{-v}{1^0}$$

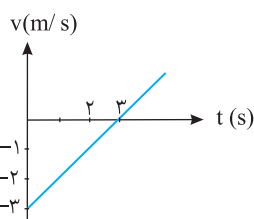
۴-۴۶۹ گزینه ۴ در نمودار $v-t$ شیب خط مماس در هر لحظه برابر شتاب لحظه‌ای است بنابراین:

$$a_{av} = \frac{v_{t=3^0} - v_{t=0}}{\Delta t} = \frac{v-0}{3^0-0}$$

و شتاب متوسط برابر است با:

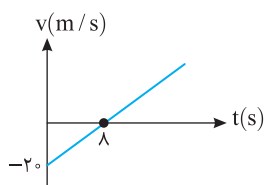
$$a_{av} = a_{t=3^0} \Rightarrow \frac{v-0}{3^0} = \frac{-v}{1^0} \Rightarrow v-0 = -3v \Rightarrow 4v=0 \Rightarrow v=0 \Rightarrow v=2/\Delta m/s$$

با توجه به صورت سؤال داریم:



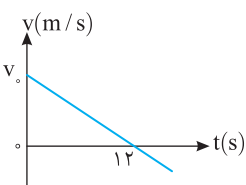
۴۷۰- گزینه ۳ شیب نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است. $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{1-(-3)}{3-0} = 1 \text{ m/s}^2$.
 سرعت اولیه متحرک $v_0 = -3 \text{ m/s}$ می باشد.

بنابراین معادله حرکت آن در SI به صورت روبه رو است: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 - 3t + x_0$.
 که در گزینه ها $x_0 = 0$ است و معادله به صورت $x = \frac{1}{2}t^2 - 3t$ خواهد بود.



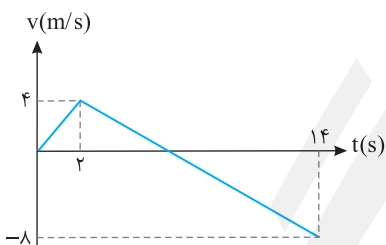
۴۷۱- گزینه ۳ ابتدا شتاب حرکت را به دست می آوریم.
 $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-(-20)}{10} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$
 اکنون مکان را به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 + (-20) \times 10 + 0 \Rightarrow x = 100 \text{ m}$$



۴۷۲- گزینه ۴ نمودار $v-t$ خط راست است. پس حرکت با شتاب ثابت بوده و در حرکت با شتاب ثابت
 $v_{av} = \frac{v_0+v}{2} = \frac{1}{3}v_0 \Rightarrow v_0 + v = \frac{2}{3}v_0 \Rightarrow v = -\frac{1}{3}v_0$ است، بنابراین:
 $v = at + v_0 \Rightarrow -v_0 = 12a \Rightarrow a = \frac{-v_0}{12}$. سرعت متحرک از $t=0$ تا $t=12\text{s}$ از v_0 به صفر می رسد.
 حال زمانی که سرعت به $-\frac{1}{3}v_0$ می رسد را به دست می آوریم:

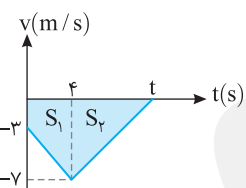
$$v = at + v_0 \Rightarrow -\frac{1}{3}v_0 = \frac{-v_0}{12}t + v_0 \Rightarrow \frac{-4}{3}v_0 = \frac{-v_0}{12}t \Rightarrow t = 16\text{s}$$



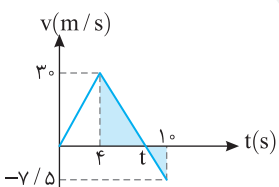
۴۷۳- گزینه ۳ در بازه زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور X ها در حرکت بوده
 است. ابتدا در بازه $t=2\text{s}$ تا $t=14\text{s}$ شتاب حرکت را به دست می آوریم:
 $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-8-4}{14-2} = -1 \text{ m/s}^2$
 اکنون لحظه صفر شدن سرعت را حساب می کنیم:

$$v_2 = a(t_2 - t_1) + v_1 \Rightarrow 0 = -1(t_2 - 2) + 4 \Rightarrow t_2 = 6\text{s}$$

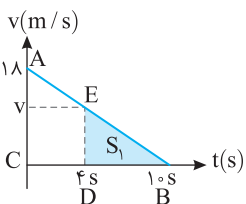
بنابراین در بازه بین ۶s تا ۱۴s یعنی به مدت ۸s، متحرک در خلاف جهت محور X ها در حرکت است.



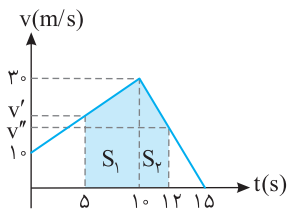
۴۷۴- گزینه ۲ سطح بین نمودار سرعت زمان و محور زمان برابر جابه جایی است.
 $S = S_1 + S_2 = \frac{-3+(-7)}{2} \times 4 + \frac{-7 \times (14-4)}{2}$
 $-20 + (-3/2)t + 14 = -27 \Rightarrow -6 - 3/2t = -27 \Rightarrow t = 6\text{s}$
 دقت کنید که جابه جایی منفی (-27m) است.



۴۷۵- گزینه ۴ ابتدا با استفاده از تشابه دو مثلث هاشورخورده t را به دست می آوریم.
 $\frac{3}{7/5} = \frac{t-4}{10-t} \Rightarrow 4 = \frac{t-4}{10-t} \Rightarrow 40 - 4t = t - 4 \Rightarrow 44 = 5t \Rightarrow t = 8/5\text{s}$
 اکنون قدر مطلق سطح ها را با هم جمع می کنیم.
 $I = \frac{1/8 \times 3}{2} + \frac{7/5 \times (10 - 8/5)}{2} \Rightarrow I = 136/5\text{m}$



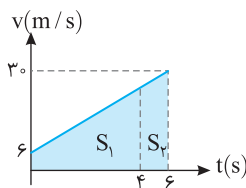
۴۷۶- گزینه ۲ به کمک تشابه مثلث سرعت در لحظه $t=4\text{s}$ را به دست می آوریم، سپس سطح زیر
 نمودار را حساب می کنیم.
 $\Delta ABC \sim \Delta EBD \Rightarrow \frac{18}{v} = \frac{10}{6} \Rightarrow v = 10/8 \text{ m/s}, \Delta x = S_1 = \frac{10/8 \times 6}{2} = 37/4\text{m}$



۴۷۷- گزینه ۲ شتاب حرکت در قسمت اول برابر است با: $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{30-10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$
 سرعت در لحظه $t=5\text{s}$ خواهد شد: $v = at + v_0 \Rightarrow v' = 2 \times 5 + 10 = 20 \text{ m/s}$

شتاب حرکت در قسمت دوم (۱۰s تا ۱۵s) برابر است با: $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_2 = \frac{0-30}{15-10} = -6 \text{ m/s}^2$
 سرعت در لحظه $t=12\text{s}$ (لحظه ۲s این قسمت) برابر خواهد شد با: $v = at + v_0 \Rightarrow v'' = -6 \times (12-10) + 30 \Rightarrow v'' = 18 \text{ m/s}$

مساحت سطح رنگی را به دست می آوریم: $\Delta x = S = S_1 + S_2 = \frac{2+30}{2} \times 5 + \frac{18+30}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 125 + 48 = 173 \text{ m}$



۴۷۸- گزینه ۴ ۲ ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=4\text{s}$ تا $t=6\text{s}$. بنابراین سرعت در $t=4\text{s}$ را به دست می آوریم. ابتدا شتاب را حساب می کنیم: $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{30-6}{4} = 4 \text{ m/s}^2$

سرعت در $t=4\text{s}$ خواهد شد: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 4 + 6 = 22 \text{ m/s}$
 اکنون سطح زیر نمودار در بازه صفر تا ۴s و بازه ۴s تا ۶s را به دست می آوریم:

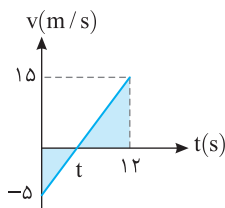
$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{6+22}{2} \times 4 = 56 \text{ m}, \Delta x_2 = S_2 = \frac{30+22}{2} \times 2 = 52 \text{ m}$$

جابه جایی در ۴s آغازین حرکت ۴ متر بیشتر است.

۴۷۹- گزینه ۱ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه جایی است. در این پرسش متحرک از حال سکون روی خط راست در جهت مثبت محور به مدت ۹ ثانیه حرکت کرده است. در این صورت مسافت طی شده همان جابه جایی متحرک می باشد. $\Delta x = S \Rightarrow 165 = \frac{9+2}{2} \times v \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow |a| = \left| \frac{0-30}{9-5} \right| = 7.5 \text{ m/s}^2$$

اندازه شتاب در قسمت کندشونده حرکت خواهد شد:

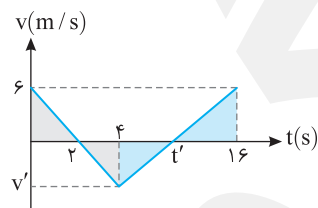


$$\frac{15-12-t}{5} = 3t = 12-t \Rightarrow t = 3\text{s}$$

۴۸۰- گزینه ۲ در بازه صفر تا ۱۲s شتاب مثبت است. لحظه t را به دست می آوریم.

$$I = \frac{5 \times 3}{2} + \frac{15 \times 9}{2} \Rightarrow I = 7.5 + 67.5 = 75 \text{ m}$$

اکنون سطحها را با هم جمع می کنیم:

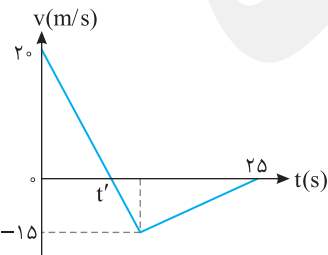


۴۸۱- گزینه ۴ متحرک در بازه ۲s تا ۴s و t' تا $t=16\text{s}$. حرکت تندشونده دارد. با توجه به تشابه دو مثلث نشان داده شده t' و v' را محاسبه می کنیم:

$$\frac{2}{6} = \frac{4-2}{v'} \Rightarrow v' = -6 \text{ m/s}, \frac{t'-4}{6} = \frac{16-t'}{6} \Rightarrow 2t' = 20 \Rightarrow t' = 10\text{s}$$

حال مساحت زیر نمودار را در این دو بازه که حرکت تندشونده است، به دست آورده و با هم جمع می کنیم.

$$\begin{cases} t=2\text{s} \text{ تا } t=4\text{s} & |\Delta x| = \frac{2 \times 6}{2} = 6 \text{ m} \\ t=10\text{s} \text{ تا } t=16\text{s} & |\Delta x'| = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 6 + 18 = 24 \text{ m}$$



۴۸۲- گزینه ۳ در بازه زمانی t' تا $t=25\text{s}$ متحرک در خلاف جهت محور xها در حرکت بوده است. سرعت متوسط برابر $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است که در آن Δx سطح محصور بین نمودار با محور زمان در بازه t' تا 25s است. از این رو:

$$v_{\text{av}} = \frac{|S|}{\Delta t} = \frac{15 \times (25-t') \times \frac{1}{2}}{25-t'} \Rightarrow v_{\text{av}} = 7.5 \text{ m/s}$$

۴۸۳- گزینه ۳ ابتدا به کمک بازه $t=4\text{s}$ تا $t=6\text{s}$. سرعت را در لحظه $t=4\text{s}$ به دست می آوریم:

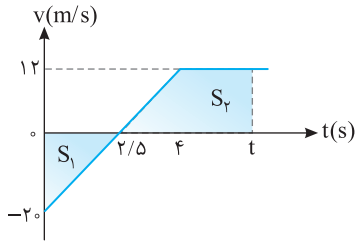
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow -7.5 = \frac{0-v}{6-4} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

سرعت اولیه را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2/5 = \frac{15-v_0}{4-0} \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{15+5}{2} \times 4 + \frac{15 \times 2}{2} \Rightarrow \Delta x = 55 \text{ m}$$

اکنون جابه جایی را به دست می آوریم:



۱- گزینة ۴۸۴ شتاب حرکت را در قسمت اول به دست می آوریم:

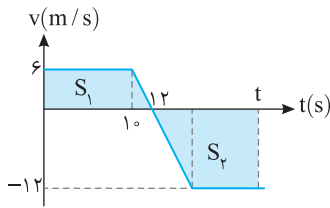
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{12 - (-2)}{4} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4t + (-2) \Rightarrow t = 2/5 \text{ s}$$

لحظة توقف را حساب می کنیم:

در بازه صفر تا $2/5$ سطح زیر نمودار باید با سطح زیر نمودار از $2/5$ تا برابر شود تا جابه جایی صفر شده و متحرک به محل آغاز حرکت برگردد.

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{-2 \times 2/5}{2} + \frac{(t - 2/5) + (t - 4)}{2} \times 12 = 0 \Rightarrow -25 + (2t - 6/5) \times 6 = 0 \Rightarrow -25 + 12t - 39 = 0 \Rightarrow 12t = 64 \Rightarrow t = \frac{64}{12} = \frac{16}{3} \text{ s}$$



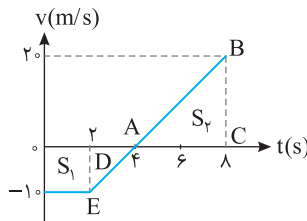
۲- گزینة ۴۸۵ هنگامی که متحرک مجدداً از مبدأ حرکتش می گذرد، جابه جایی آن صفر است. از این رو باید

لحظه ای را به دست آورد که سطح زیر نمودار برابر صفر شود در واقع باید در لحظة فرضی t ، سطح زیر نمودار S_1 و S_2 برابر و قرینه باشند بنابراین برای به دست آوردن مسافت طی شده کافی است سطح S_1 را به دست آورده و دو برابر کرد.

$$l = 2 S_1 = 2 \times \frac{10 + 12}{2} \times 6 = 132 \text{ m}$$

۲- گزینة ۴۸۶ به کمک تشابه مثلث ABC و ADE در لحظة $t = 8 \text{ s}$ برابر 20 m/s می شود.

در بازه صفر تا 4 s متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) در جهت منفی محور، در حال دور شدن از مبدأ است.

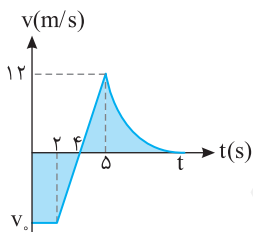


$$S_1 = \Delta x_1 = \left(\frac{4+2}{2}\right)(-1 \times 4) = -30 \text{ m}$$

در لحظة $t = 4 \text{ s}$ ، سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد و به سوی مبدأ باز می گردد و در بازه 4 s تا 8 s به اندازه مقدار زیر در جهت مثبت محور حرکت می کند.

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{4 \times 2}{2} = 40 \text{ m}$$

پس متحرک در بازگشت از مبدأ گذشته و در $t = 8 \text{ s}$ در مکان $x = -30 + 40 = 10 \text{ m}$ مبدأ است، پس در $t = 4 \text{ s}$ فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظه ها بیشتر است.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 0}{5 - 4} = 12 \text{ m/s}^2$$

۳- گزینة ۴۸۷ شتاب در بازه 2 s تا 5 s برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 12 = 12 \times (5 - 2) + v_0 \Rightarrow v_0 = -24 \text{ m/s}$$

سرعت اولیه را به دست می آوریم:

جابه جایی متحرک برابر سطح زیر نمودار است، از این رو:

$$\Delta x = S \Rightarrow \left(\frac{4+2}{2}\right) \times (-24) + \left(\frac{12 \times 1}{2}\right) + 15 = -51 \text{ m}$$

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow -51 = x - (-5) \Rightarrow x = -56 \text{ m}$$

۲- گزینة ۴۸۸ نمودار $v-t$ به صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت می باشد. برای دو ثانیه

$$\Delta x_2 = \frac{v''}{2} \times 2 \Rightarrow v'' = 4 \text{ m/s}^2$$

آخر به کمک فرمول طلایی می توان نوشت:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

با توجه به قسمت آخر حرکت، شتاب را به دست می آوریم:

اکنون به کمک معادله جابه جایی زمان، سرعت اولیه را حساب می کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

به کمک معادله سرعت زمان، t_1 را حساب می کنیم.

۳- گزینة ۴۸۹ سرعت متوسط برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t}$ که سطح زیر نمودار در بازه $2t$ تا $3t$ از بقیه بیشتر است.

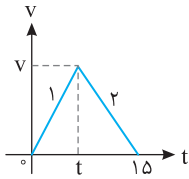
۱- گزینة ۴۹۰ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه جایی است.

$$\Delta x = \frac{-8 \times 3}{2} + \frac{5+2}{2} \times 8 = -12 + 28 = 16 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}$$

۲- گزینة ۴۹۱ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه جایی متحرک بوده از طرفی سرعت متوسط برابر جابه جایی متحرک در یکای زمان است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{\Delta x}{15} \Rightarrow \Delta x = 90 \text{ m}, \quad \Delta x = S \Rightarrow 90 = \frac{v \times 15}{2} \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$



$$a_1 = 2|a_2| \Rightarrow \frac{v-0}{t} = 2 \frac{v}{15-t} \Rightarrow 2t = 15-t \Rightarrow t = 5s$$

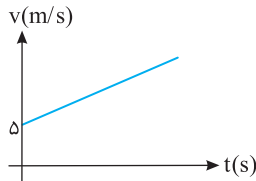
۴۹۲- گزینه ۱ با توجه به فرض مسأله:

$$\Delta x = S \Rightarrow 300 = \frac{v \times 15}{2} \Rightarrow v = 40 m/s$$

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی جسم است از این‌رو:

$$a_1 = \frac{40-0}{5} = 8 m/s^2$$

شتاب قسمت تندشونده برابر است با:

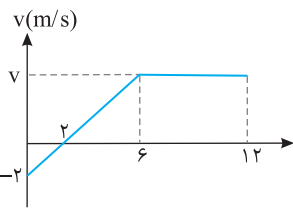


۴۹۳- گزینه ۳ ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t_1 = 4s$ و $t_2 = 12s$ به دست می‌آوریم:

$$v_1 = at_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 5 \times 4 + 5 = 25 m/s, \quad v_2 = at_2 + v_0 \Rightarrow v_2 = 5 \times 12 + 5 = 65 m/s$$

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{65 + 25}{2} = 45 m/s$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:



۴۹۴- گزینه ۱ تغییر مکان (جابه‌جایی) برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است. ابتدا

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-(-2)}{2} \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

شتاب را در بازه زمانی صفر تا ۲s به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 1 \times 6 + (-2) \Rightarrow v = 4 m/s$$

در بازه زمانی صفر تا ۶s شتاب ثابت و برابر $1 m/s^2$ است.

$$\Delta x = S \Rightarrow \Delta x = \frac{-2 \times 2}{2} + \frac{10 + 6}{2} \times 4 \Rightarrow \Delta x = -2 + 32 = 30 m$$

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| + \dots = |-2| + |32| = 34 m$$

۴۹۵- گزینه ۲ در بازه ۱۰ تا ۲۵ ثانیه و ۱۰ تا t ثانیه شتاب ثابت است، از این‌رو شتاب را در دو قسمت مساوی قرار می‌دهیم:

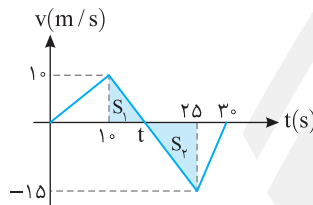
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow \frac{-15-10}{25-10} = \frac{0-10}{t-10} \Rightarrow t = 16s$$

$$|\Delta x| = |S| = \frac{(30-16)(15)}{2} = 105 m$$

$$|v_{av}| = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{105}{14} \Rightarrow |\bar{v}| = 7.5 m/s$$

در بازه ۱۶s تا ۳۰s سرعت منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور X در حرکت بوده است.

بزرگی سرعت متوسط برابر خواهد شد با:



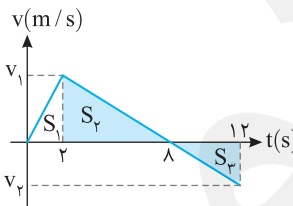
۴۹۶- گزینه ۲ در بازه $t=10s$ تا $t=25s$ شیب خط نمودار $v-t$ منفی است بنابراین در این بازه شتاب منفی

می‌باشد. حال با توجه به تشابه دو مثلث رنگی t را حساب می‌کنیم.

$$\frac{10}{t-10} = \frac{15}{25-t} \Rightarrow 50-2t = 3t-30 \Rightarrow t = 16s$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{S_1 + |S_2|}{\Delta t} = \frac{30 + 67.5}{15} = \frac{97.5}{15} = 6.5 m/s$$

تندی متوسط برابر است با $s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$ بنابراین:



۴۹۷- گزینه ۴ با توجه به اینکه از ۲s تا ۱۲s نمودار به صورت خط راست است، با توجه به تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{v_1}{8-2} = \frac{v_2}{12-8} \Rightarrow v_1 = \frac{3}{2} v_2$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{10}{3} \times 12 = 40 m$$

از طرفی با توجه به فرض مسأله مسافت طی‌شده خواهد شد:

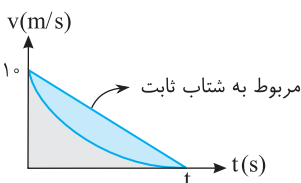
با توجه به مسافت طی شده که برابر قدر مطلق مساحت زیر نمودار است داریم:

$$1 = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \frac{2 \times v_1}{2} + \frac{6 \times v_1}{2} + \frac{4 \times |v_2|}{2} = 4v_1 + 2|v_2| \Rightarrow 40 = 4v_1 + 2|v_2| \xrightarrow{v_1 = \frac{3}{2}v_2} 8|v_2| = 40 \Rightarrow |v_2| = 5 m/s$$

$$|a| = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow |a| = \frac{12 - 5}{10} = 0.7 m/s^2$$

بنابراین $v_1 = \frac{3}{2}|v_2| = 7.5 m/s$ و $v_2 = -5 m/s$ می‌باشد.

قسمت کندشونده که از ۲s تا ۸s می‌باشد نیز شتاب برابر $1/25 m/s^2$ است.



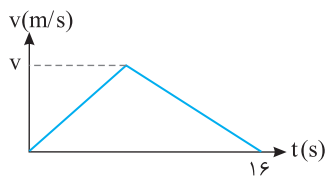
۴۹۸- گزینه ۴ نمودار سرعت- زمان، خمیده است، بنابراین حرکت دارای شتاب متغیر است. از طرفی سرعت متوسط

برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان بوده و جابه‌جایی نیز برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است.

این نمودار را با نمودار سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت که در آن $v_{av} = \frac{v+v_0}{2}$ است، مقایسه می‌کنیم. سطح زیر

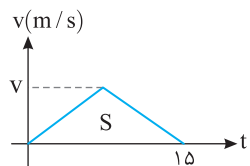
نمودار سرعت- زمان برای شتاب ثابت از سطح زیر نمودار سرعت- زمان برای شتاب متغیر بیشتر است.

$$\Delta x_{\text{متغیر}} < \Delta x_{\text{ثابت}} \Rightarrow v_{av_{\text{متغیر}}} < v_{av_{\text{ثابت}}} \Rightarrow v_{av_{\text{متغیر}}} < \frac{0+10}{2} \Rightarrow v_{av} < 5 m/s$$



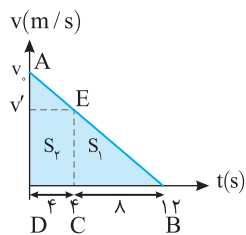
۳- ۴۹۹- گزینه ۳: نمودار سرعت- زمان خودرو را رسم می کنیم. سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه جایی جسم است.

$$\Delta x = S \Rightarrow 160 = \frac{v \times 16}{2} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$



۱- ۵۰۰- گزینه ۱: نمودار سرعت زمان را رسم کنیم. سطح زیر نمودار برابر جابه جایی است از این رو:

$$\Delta x = S \Rightarrow 60 = \frac{15 \times v}{2} \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$



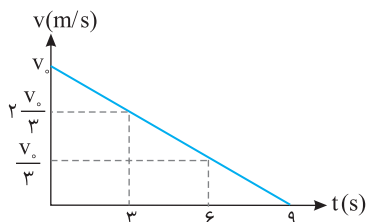
۱- ۵۰۱- گزینه ۱: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کرده و سپس با توجه به شکل، سرعت در لحظه $t = 4s$ را به کمک تشابه به دست می آوریم.

$$\Delta ABD \sim \Delta EBC \Rightarrow \frac{v_0}{v'} = \frac{12}{8} \Rightarrow v' = \frac{2}{3} v_0$$

$$S_1 = \frac{2}{3} v_0 \left(\frac{4}{3} \right) = \frac{8}{9} v_0$$

اکنون سطح های S_1 و S_2 را به دست آورده و بر هم تقسیم می کنیم.

$$S_2 = \frac{(v_0 + \frac{2}{3} v_0) \times 4}{2} = \frac{10}{3} v_0 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{8}{9} v_0}{\frac{10}{3} v_0} = \frac{4}{15}$$



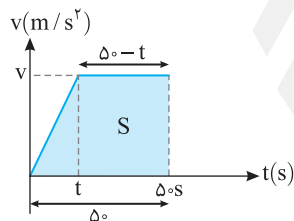
۳- ۵۰۲- گزینه ۳: حرکت دارای شتاب ثابت است و در بازه های زمانی یکسان، تغییر سرعت، مقدار ثابتی است.

بنابراین وقتی در ۹s سرعت از v_0 به صفر می رسد، در بازه های یکسان ۳s، تغییرات سرعت $\frac{1}{3} v_0$ بوده یعنی سرعت در ۳s اول از v_0 به $\frac{2}{3} v_0$ و در ۳s دوم از $\frac{2}{3} v_0$ به $\frac{1}{3} v_0$ و در ۳s سوم از $\frac{1}{3} v_0$ به صفر می رسد.

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + \frac{2}{3} v_0}{2} \times 3, \quad \Delta x_2 = \frac{\frac{2}{3} v_0 + \frac{1}{3} v_0}{2} \times 3 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{5}{2} v_0, \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2} v_0$$

۴- ۵۰۳- گزینه ۴: مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر جابه جایی می باشد بنابراین:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 600 + 200 = 800 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = S = \frac{v(\Delta t + (\Delta t - t))}{2} = 800$$



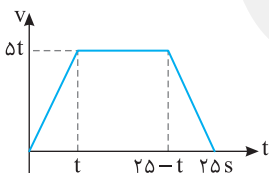
$$\Delta x_{\text{کل}} = S = \frac{100v - vt}{2} = 800 \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{vt}{2} = 200 \Rightarrow vt = 400 \text{ m} \quad (2)$$

سطح زیر نمودار از صفر تا t برابر است با:

$$\frac{100v - 400}{2} = 800 \Rightarrow 100v - 400 = 1600 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

۳- ۵۰۴- گزینه ۳: نمودار $v-t$ حرکت این متحرک به صورت زیر است (در نمودار $v-t$ شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب حرکت است پس در قسمت اول و آخر حرکت شیب نمودار قرینه هم هستند و بازه های زمانی برابر دارند).



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{25} = \frac{5t(25 + 25 - 2t)}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{5t(50 - 2t)}{2} = 20$$

$$\Rightarrow -2t^2 + 50t = 200 \Rightarrow t^2 - 25t + 100 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = +5s \\ t = 20s \end{cases}$$

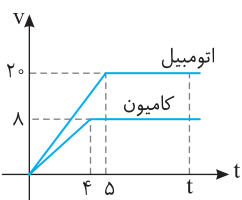
بنابراین مدت زمان حرکت یکنواخت برابر است با از $t = 5s$ تا $t = 25 - 20 = 5s$ یعنی مدت حرکت یکنواخت ۱۵s بوده است.

۱- ۵۰۵- گزینه ۱: نمودار سرعت - زمان هر متحرک را رسم می کنیم:

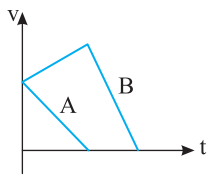
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 5 = 20 \text{ m/s} \text{ (کامیون)}, \quad v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s} \text{ (اتومبیل)}$$

در لحظه دلخواه t وقتی دو متحرک به هم می رسند باید سطح زیر نمودار سرعت - زمان اتومبیل با سطح زیر نمودار سرعت - زمان کامیون به اضافه ۲۰۶ متر برابر باشد.

$$\frac{t + (t - 5)}{2} \times 20 = \frac{t + (t - 4)}{2} \times 8 + 206 \Rightarrow 20t - 50 = 8t - 16 + 206 \Rightarrow 12t = 240 \Rightarrow t = 20s$$



۵۰۶- گزینه ۲ پاسخ بسیار ساده است زیرا شتاب متوسط B با توجه به شکل در بازه t_1 تا t_2 صفر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.



۵۰۷- گزینه ۱ در کل حرکت دو متحرک A و B از $t=0$ تا لحظه توقف تغییر سرعت (Δv) هر دو متحرک

یکسان است اما $\Delta t_A < \Delta t_B$ می باشد بنابراین:

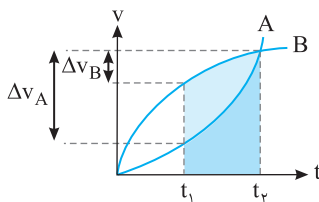
$$a_{av,A} = \frac{\Delta v}{\Delta t_A} \xrightarrow{\Delta t_A < \Delta t_B} a_{av,A} > a_{av,B}$$

$$a_{av,B} = \frac{\Delta v}{\Delta t_B}$$

۵۰۸- گزینه ۲ در بازه زمانی t_1 تا t_2 سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برای متحرک

A کمتر از متحرک B است. بنابراین سرعت متوسط A کمتر از سرعت متوسط B است.

در بازه زمانی t_1 تا t_2 تغییر سرعت متحرک A از تغییر سرعت متحرک B بیشتر است. بنابراین شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بیشتر است.



۵۰۹- گزینه ۳ شتاب دو متحرک با هم یکسان است پس شیب خط دو متحرک باید یکسان باشد.

$$\frac{-2v_1}{t_1} = \frac{-6v_1}{t_2} \Rightarrow t_2 = 3t_1 \quad (1)$$

جابه جایی متحرک اول برابر مساحت زیر نمودار این متحرک است:

$$\Delta x_1 = \frac{2v_1 \times t_1}{2} = 10 \Rightarrow v_1 t_1 \quad (2)$$

اکنون سطح زیر نمودار دوم را به دست آورده و از رابطه (۱) و (۲) در آن جای گذاری می کنیم:

$$\Delta x_2 = \frac{6v_1 \times t_2}{2} = \frac{6v_1 \times 3t_1}{2} = 9v_1 t_1 \Rightarrow \Delta x_2 = 90 \text{ m}$$

۵۱۰- گزینه ۲ با توجه به نمودار، سرعت ابتدایی و انتهای هر دو حرکت را داریم پس:

$$\Delta x_2 = \frac{5+v}{2} \times 20 = 10(5+v), \quad \Delta x_1 = \frac{-5+v}{2} \times 20 = 10(-5+v)$$

فاصله دو متحرک برابر است با:

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = 10(5+v) - 10(-5+v) = 50 + 10v + 50 - 10v \Rightarrow \Delta x_1 - \Delta x_2 = 100 \text{ m}$$

۵۱۱- گزینه ۴ ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را می نویسیم.

حرکت متحرک A یکنواخت است. محل شروع حرکت را مبدأ مکان در نظر می گیریم.

$$x = vt + x_0, \quad x_A = 5t$$

حرکت متحرک B دارای شتاب ثابت است.

$$a_B = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{5-0}{10} \Rightarrow a_B = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{4}t^2$$

اکنون لحظه گذر دو متحرک از کنار هم را به دست می آوریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 5t = \frac{1}{4}t^2 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

۵۱۲- گزینه ۲ سرعت متحرک A ثابت و متحرک B دارای شتاب ثابت است. می دانیم شیب خط نمودار

$$v-t \text{ برابر شتاب است پس } a_B = \frac{v_A - v_B}{3} \text{ می باشد:}$$

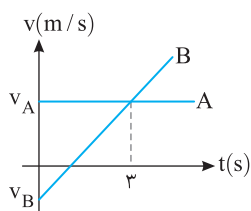
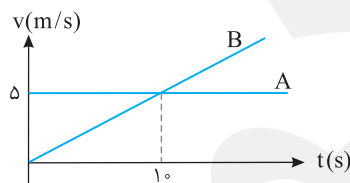
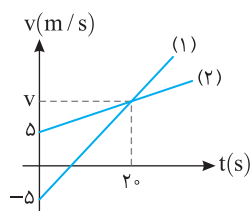
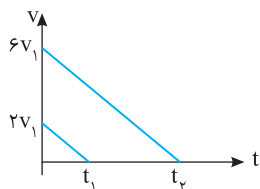
$$\Delta x_A = v_A t_1, \quad \Delta x_B = \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t_1^2 + v_B t_1$$

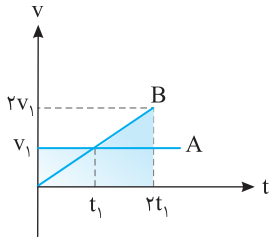
دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده اند بنابراین هنگامی که $\Delta x_A = \Delta x_B$ باشد این دو متحرک مجدد

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t_1^2 + v_B t_1 = v_A t_1$$

به هم می رسند.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t_1^2 = (v_A - v_B) t_1 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$





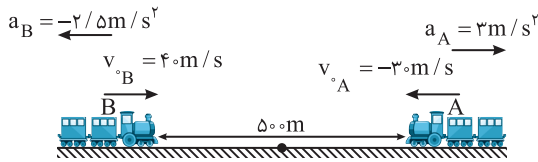
در بازه زمانی صفر تا $2t_1$ جابه‌جایی دو متحرک را به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = S = v_1(2t_1) = 2v_1t_1$$

$$\Delta x_B = S = \frac{(2v_1)(2t_1)}{2} = 2v_1t_1$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها سرعت B در لحظه $2t_1$ برابر $2v_1$ است.

بنابراین جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان برابر بوده و سرعت متوسط آن‌ها یکی است.



نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت

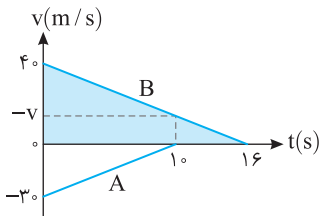
می‌باشد. شتاب هر یک را حساب می‌کنیم:

$$a_B = \frac{0 - 4}{16} = -2/5 \text{ m/s}^2, a_A = \frac{0 - (-3)}{10} = 3/10 \text{ m/s}^2$$

محل قطار A را در $t=0$ مبدأ اختیار کرده و معادله حرکت آن را می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2 - 3 \times t \xrightarrow{t=10} x_A = 150 - 300 \Rightarrow x_A = -150 \text{ m}$$

$$x_B = \frac{1}{2} \times (-2/5) \times t^2 + 4 \times t - 50 \xrightarrow{t=10} x_B = -125 + 400 - 500 \Rightarrow x_B = -225 \text{ m}, \Delta x = |x_A - x_B| = 75 \text{ m}$$



روش دیگر: در لحظه $t=10$ متحرک A می‌ایستد. به کمک تشابه سرعت متحرک B را در لحظه $t=10$ s

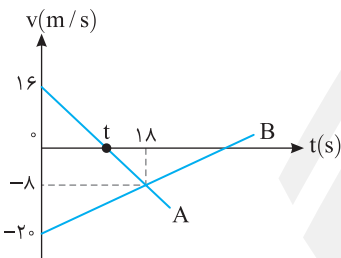
$$\frac{4}{16} = \frac{v}{6} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

به دست می‌آوریم.

اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازه صفر تا 10 s به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A = \frac{-3 \times 10}{2} = -150 \text{ m}, \Delta x_B = \frac{4 + 15}{2} \times 10 = 275 \text{ m}$$

اکنون متحرک A، 150 m و متحرک B، 275 متر به سمت هم حرکت کرده‌اند و در ابتدا فاصله آن‌ها از هم 500 m بوده بنابراین در این لحظه فاصله آن‌ها از هم خواهد شد، $500 - (150 + 275) = 75 \text{ m}$



در بازه صفر تا t ثانیه حرکت A در جهت محور xها بوده است. ابتدا زمان t را به کمک تشابه

$$\frac{16}{t} = \frac{8}{18-t} \Rightarrow 36 - 2t = t \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

مثلث به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{-8 - (16)}{18} = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3} \text{ m/s}^2$$

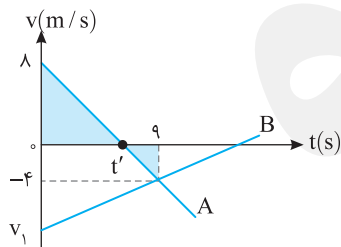
شتاب حرکت B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

جابه‌جایی B در مدت $t=12$ s خواهد شد:

$$\Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times (12)^2 + (-20) \times 12 \Rightarrow \Delta x_B = -48 - 240 \Rightarrow \Delta x_B = -288 \text{ m}$$

بنابراین بزرگی جابه‌جایی B برابر 288 متر است.



هنگامی که در نمودار $v-t$ متحرکی به محور زمان‌ها نزدیک می‌شود حرکت آن کندشونده

است. مطابق نمودار از $t=0$ تا $t=t'$ حرکت متحرک A کندشونده است. با استفاده از تشابه مثلث داریم:

$$\frac{9-t'}{4} = \frac{t'}{8} \Rightarrow 18 - 2t' = t' \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$

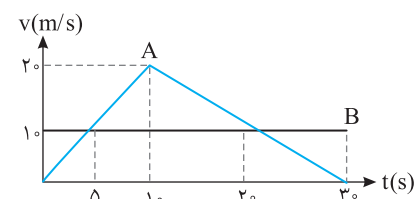
بنابراین در بازه $t=0$ تا $t=6$ حرکت متحرک A کندشونده است و در این بازه مسافت طی شده توسط متحرک B

$$a_B = \frac{-4 - v_1}{9}$$

برابر 96 m می‌باشد. شتاب متحرک B را به دست می‌آوریم:

معادله مکان زمان را برای متحرک B می‌نویسیم. دقت کنید جابه‌جایی متحرک B در بازه صفر تا 6 s که سرعت منفی است برابر -96 m است.

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_1 t \Rightarrow -96 = \frac{1}{2} \left(\frac{-4 - v_1}{9}\right) \times 36 + 6v_1 \Rightarrow -96 = -8 - 2v_1 + 6v_1 \Rightarrow -88 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = -22 \text{ m/s}$$



برای حل این پرسش در لحظه‌های بیان شده در گزینه‌ها، سطح زیر نمودارها را با هم

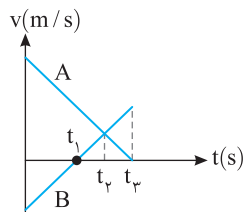
مقایسه می‌کنیم. در هر لحظه‌ای که سطح زیر نمودارها یکی شود، دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.

$$\left. \begin{aligned} t = 5 \text{ s} \Rightarrow x_A = S_A = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m} \\ x_B = S_B = 5 \times 10 = 50 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t=1.0\text{ s} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A &= S_A = \frac{2.0 \times 1.0}{2} = 1.00 \text{ m} \\ x_B &= S_B = 1.0 \times 1.0 = 1.00 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = x_B, \quad t=2.0\text{ s} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A &= S_A = 1.00 + \frac{2.0+1.0}{2} \times 1.0 = 2.50 \text{ m} \\ x_B &= S_B = 1.0 \times 2.0 = 2.00 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t=3.0\text{ s} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A &= S_A = \frac{3.0 \times 2.0}{2} = 3.00 \text{ m} \\ x_B &= S_B = 1.0 \times 3.0 = 3.00 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

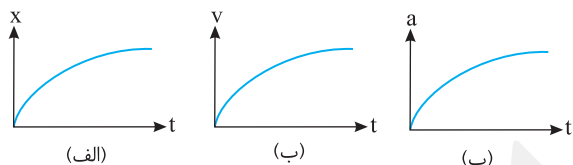


۵۱۸- گزینه ۲ دو متحرک A و B با سرعت مثبت و B با سرعت منفی هم زمان به راه می افتند و از هم دور می شوند. در لحظه t_1 متحرک B سرعتش صفر شده و تغییر جهت می دهد اما از لحظه t_1 تا t_2 هم چنان سرعت A بیشتر است و در حال دور شدن از B است. از لحظه t_2 به بعد سرعت B از سرعت A در جهت مثبت محور بیشتر شده و دو متحرک به هم نزدیک می شوند بنابراین بیشترین فاصله A از B در لحظه t_2 است.

۵۱۹- گزینه ۴ با توجه به مخالف بودن جهت سرعت و شتاب حرکت کندشونده است. نمودار $v-t$ گزینه های ۱، ۲ و ۳ نیز تندشونده می باشند، پس گزینه (۴) درست است.

۵۲۰- گزینه ۳ جسم از حال سکون در جهت مثبت محور Xها شروع به حرکت کرده بنابراین در لحظه شروع حرکت قطعاً شتاب مثبت است و گزینه (۳) این گونه است.

۵۲۱- گزینه ۴ نمودار شتاب- زمان به تنهایی هیچ گونه اطلاعی در مورد چگونگی حرکت به ما نمی دهد. مگر آنکه سرعت اولیه جسم مشخص باشد.



۵۲۲- گزینه ۳ اگر محور b محور مکان باشد، حرکت کندشونده است. (نمودار الف))

اگر محور b محور سرعت باشد، حرکت قطعاً تندشونده است. (نمودار ب))

اگر محور b محور شتاب باشد و سرعت اولیه صفر یا مثبت باشد، حرکت تندشونده

است و اگر سرعت اولیه منفی باشد، حرکت ابتدا کندشونده است. (نمودار پ))

در صورت پرسش بیان شده b کدام کمیت می تواند باشد که پاسخ آن این است که می تواند سرعت و همچنین شتاب باشد.

۵۲۳- گزینه ۳ شتاب حرکت ثابت و مثبت، سرعت اولیه نیز مثبت است. بنابراین این حرکت همواره تندشونده است.

۵۲۴- گزینه ۱ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و تمام مدت t شتاب آن مثبت است و سرعت افزایش می یابد. بنابراین حرکت در بازه صفر تا t تندشونده است.

۵۲۵- گزینه ۳ ابتدا سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان که بیانگر تغییر سرعت متحرک است را به دست می آوریم:

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{-4 \times 5}{2} \Rightarrow \Delta v = -10 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10 = v - 14 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

اکنون سرعت نهایی متحرک را به دست می آوریم:

بنابراین در بازه زمانی صفر تا ۵s، سرعت متحرک از ۱۴m/s به ۴m/s کاهش یافته است.

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{v \times (-3)}{2} = -10 / \Delta m/s$$

۵۲۶- گزینه ۴ ابتدا سطح زیر نمودار شتاب- زمان را که بیانگر تغییر سرعت است به دست می آوریم:

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10 / 5 = v - 4 \Rightarrow v = -6 / \Delta m/s$$

بنابراین سرعت نهایی در لحظه $t=7\text{ s}$ برابر است با:

در نتیجه ابتدا سرعت از ۴m/s به صفر کاهش یافته و سپس از صفر به مقدار ۶/Δm/s در جهت منفی محور افزایش یافته است.

۵۲۷- گزینه ۳ متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده و در بازه صفر تا t ثانیه تغییرات سرعت (مساحت زیر نمودار $a-t$) منفی است بنابراین اگر در لحظه t سرعت را با v_1 نشان دهیم $v_1 < 0$ خواهد بود اما بزرگی سرعت از صفر به $|v_1|$ رسیده پس بزرگی سرعت افزایش یافته است بنابراین در بازه صفر تا t حرکت تندشونده است، پس

از t شتاب مثبت می شود و از این لحظه به بعد سرعت منفی و شتاب مثبت بوده پس حرکت در این بازه حرکت کندشونده است و پس از مدت t دیگر سرعت متحرک صفر می شود و بعد از این نیز شتاب همچنان مثبت است و متحرک در جهت شتاب با حرکت تندشونده مجدداً به راه می افتد پس متحرک در قسمت آخر حرکت، دارای حرکت تندشونده می باشد.

۵۲۸- گزینه ۲ برای آنکه بتوان تشخیص داد در یک لحظه حرکت تندشونده و یا کندشونده است، باید علامت سرعت و علامت شتاب را در آن لحظه تعیین کرد.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=1\text{ s}} v = -3 \times 1 + 4 \Rightarrow v = +1 \text{ m/s}$$

در لحظه $t=1\text{ s}$ سرعت مثبت (+1 m/s) و شتاب منفی ($a = -3 \text{ m/s}^2$) بوده و حرکت کندشونده ($av < 0$) می باشد. سرعت در لحظه $t=2\text{ s}$ را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 = -3 \times 2 + 4 = -2 \text{ m/s}$$

از لحظه $t=2\text{ s}$ تا $t=4\text{ s}$ ، شتاب صفر است و در لحظه $t=4\text{ s}$ سرعت برابر -۲m/s است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times (4/5 - 4) + (-2) \Rightarrow v = -1 \text{ m/s}$$

اکنون سرعت در لحظه $t=4/5\text{ s}$ را به دست می آوریم.

در لحظه $t=4/5\text{ s}$ سرعت منفی (-1 m/s) و شتاب مثبت ($a = 2 \text{ m/s}^2$) است بنابراین حرکت کندشونده ($av < 0$) است.

نمودار شتاب - زمان نوع حرکت را مشخص نمی کند مگر آن که سرعت اولیه مشخص باشد.

۴ - گزینه ۵۲۹

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 + (-3) = 5 \text{ m/s}$$

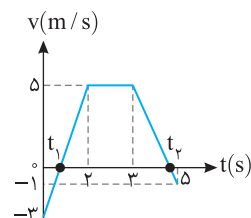
سرعت را در لحظه $t = 2\text{s}$ به دست می آوریم.

۳ - گزینه ۵۳۰

سرعت از -3 m/s به 5 m/s رسیده است بنابراین قطعاً در بازه صفر تا 2s یک بار سرعت صفر شده و تغییر علامت می دهد. در بازه 2s تا 3s شتاب صفر و سرعت

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3 \times 2 + 5 = -1 \text{ m/s}$$

هم چنان 5 m/s است. سرعت در لحظه $t = 3\text{s}$ ، 5 m/s ، سرعت در لحظه $t = 5\text{s}$ را به دست می آوریم:



بنابراین در این بازه نیز متحرک یک بار تغییر جهت داده است، زیرا سرعت از 5 m/s به -1 m/s رسیده و در یک

لحظه در این بازه سرعت صفر شده و تغییر علامت داده است.

البته با رسم نمودار $v-t$ می توان تغییر جهت در لحظه های t_1 و t_2 را مشاهده کرد.

۳ - گزینه ۵۳۱

ابتدا سرعت جسم را در لحظه $t_1 = 2\text{s}$ و $t_2 = 3.5\text{s}$ حساب می کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازه صفر تا 1s حرکت دارای شتاب ثابت

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 1 + 0 \Rightarrow v = -2 \text{ m/s}$$

است از این رو:

در بازه 1s تا 2s شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان -2 m/s است. در بازه 2s تا 3.5s حرکت دارای شتاب ثابت 2 m/s^2 است، در نتیجه:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2(3.5 - 2) + (-2) \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

سرعت از -2 m/s به 1 m/s رسیده است در این صورت از -2 m/s تا صفر، حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است و گزینه های (۱) و (۲) نادرست

است و در لحظه ای بین 2s تا 3.5s که سرعت صفر شده (سرعت از منفی به مثبت تبدیل شده است)، متحرک تغییر جهت داده است و گزینه (۳) درست است.

در مدتی که سرعت منفی است جهت حرکت در جهت منفی محور x و سپس که سرعت مثبت شده است، سرعت در جهت مثبت محور x است و گزینه (۴) نادرست است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2t + (-2) \Rightarrow t = 1\text{s}$$

می توان لحظه صفر شدن سرعت را به راحتی به دست آورد:

یعنی در لحظه $2 + 1 = 3\text{s}$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد. که در حل این مسأله به دست آوردن زمان تغییر جهت لازم نبود.

۴ - گزینه ۵۳۲

سرعت را در لحظه های روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آن ها نمودار سرعت زمان را

$$v = at + v_0$$

$$t = 2\text{s} \Rightarrow v_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ m/s}, \quad t = 4\text{s} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$t = 8\text{s} \Rightarrow v_2 = -2 \times 4 + 4 = -4 \text{ m/s}, \quad t = 10\text{s} \Rightarrow v_2 = 2 \times 2 + (-4) = 0$$

در بازه صفر تا 6s سطح زیر نمودار مثبت بوده و مکان متحرک که از مبدأ شروع به حرکت کرده مثبت است. با مقایسه

سطح زیر نمودار از صفر تا 6s و 6s تا 10s کاملاً مشخص است که متحرک در بازه 6s تا 10s در خلاف جهت محور

جابه جا شده است اما همچنان مکان مثبت است و متحرک به مبدأ بر نمی گردد پس در مدت 10s مکان متحرک مثبت است.

۲ - گزینه ۵۳۳

متحرک از حال سکون شروع به حرکت می کند و در مدت 2s مکان آن برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + 0 + 2 \Rightarrow x = 10 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 = 8 \text{ m/s}$$

سرعت در لحظه $t = 2\text{s}$ برابر است با:

در قسمت دوم سرعت اولیه 8 m/s است و لحظه تغییر بردار مکان هنگامی است که $x = 0$ می شود.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} (-2)t^2 + 8t + 10 \Rightarrow t^2 - 8t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{16 + 10} \Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{26} \Rightarrow t \approx 4 + 5 \approx 9\text{s}$$

۳ - گزینه ۵۳۴

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت می باشد. با توجه به نمودار، مساحت زیر نمودار $a-t$ بزرگتر از مساحت زیر نمودار $a-t$

متحرک A می باشد بنابراین تغییرات سرعت B بیشتر از A است و در یک مدت زمان یکسان شتاب متوسط B بزرگتر از شتاب متوسط A می باشد.

$$\Delta v_B > \Delta v_A \Rightarrow \frac{\Delta v_B}{\Delta t} > \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} a_{avB} > a_{avA}$$

۲ - گزینه ۵۳۵

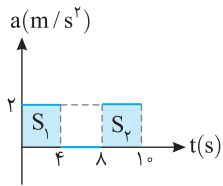
در بازه t_1 تا t_2 شتاب در تمام لحظات از شتاب در لحظات مختلف بازه صفر تا t_1 بیشتر می باشد بنابراین شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2

بزرگتر از شتاب متوسط در بازه صفر تا t_1 است.

۱ - گزینه ۵۳۶

شتاب متوسط برابر است با $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ و می دانیم مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است. بنابراین:

$$1/2 = \frac{3t}{8} \Rightarrow t = 3/2\text{s}$$



شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است و تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار

$$\Delta v = 2 \times 4 + 2 \times 2 = 12 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{10} \Rightarrow a_{av} = 1.2 \text{ m/s}^2$$

۵۳۷- گزینه ۳

شتاب - زمان است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -5 \times 8 = -40 \text{ m/s}$$

۵۳۸- گزینه ۲ ابتدا سرعت متحرک را در لحظه $t = 8\text{s}$ به دست می آوریم:

این سرعت برای قسمت بعدی، در حکم سرعت اولیه است، حال بررسی می کنیم متحرک با شتاب 10 m/s^2 و سرعت اولیه -40 m/s در چه مدتی می ایستد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 10 \times t - 40 \Rightarrow t = 4\text{s}$$

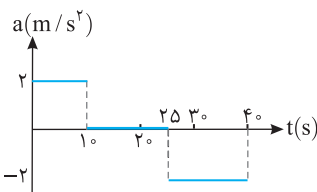
بنابراین در لحظه $t = 8 + 4 = 12\text{s}$ متحرک می ایستد.

۵۳۹- گزینه ۳ سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. در صورت پرسش بیان شده که بزرگی سرعت برابر بزرگی سرعت اولیه

$$\Delta v = S = -2 \times 6 + 3 \times t' = 0 \Rightarrow -12 = -3t' \Rightarrow t' = 4\text{s}$$

شود، یعنی تغییر سرعت صفر گردد، بنابراین:

پس در لحظه $4 + 6 = 10\text{s}$ اندازه سرعت برابر اندازه سرعت اولیه می شود.



$$v = at + v_0$$

در حل این پرسش کافی است از معادله سرعت- زمان استفاده کنیم:

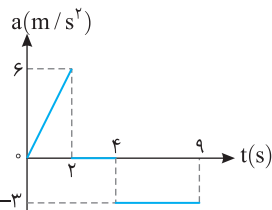
$$0 \rightarrow 10\text{s} : v = 2 \times 10 + 4 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$10\text{s} \rightarrow 2.5\text{s} : a = 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$2.5\text{s} \rightarrow 30\text{s} : v = -2 \times (30 - 2.5) + 24 \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

۵۴۰- گزینه ۱

۵۴۱- گزینه ۳ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می باشد، بنابراین:



$$\Delta v_{t=0 \rightarrow t=2\text{s}} = \frac{6 \times 2}{2} = 6 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = v_0 \Rightarrow 6 = v - 3 \Rightarrow v_{t=2\text{s}} = 9 \text{ m/s}$$

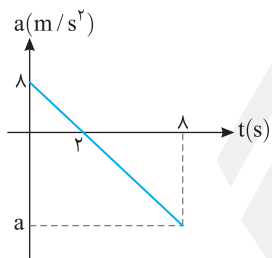
در بازه $t = 2\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$ شتاب صفر است پس سرعت تغییر نمی کند. از بازه $t = 4\text{s}$ تا $t = 9\text{s}$ که سرعت برابر -3 m/s می شود،

$$v = at + v_0 \Rightarrow -3 = -3(t - 4) + 9 \Rightarrow t = 8\text{s}$$

حرکت با شتاب ثابت -3 m/s^2 است از این رو:

۵۴۲- گزینه ۲

۵۴۳- گزینه ۲ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است، ابتدا با توجه به تشابه مثلث شتاب در



$$\frac{8}{2} = \frac{|a|}{6} \Rightarrow |a| = 24 \text{ m/s}^2$$

$t = 8\text{s}$ را به دست می آوریم:

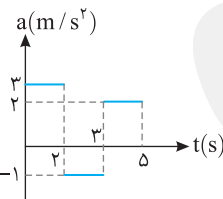
$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta v = 8 + \left(\frac{-24 \times 6}{2} \right) = -64 \text{ m/s}$$

در $t = 8\text{s}$ جهت حرکت تغییر کرده بنابراین $v_{t=8\text{s}} = 0$ است:

$$\Delta v = v_{t=8\text{s}} - v_{t=0} = -64 \Rightarrow 0 - v_{t=0} = -64 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=0} = 64 \text{ m/s}$$

۵۴۴- گزینه ۲ در واقع نمودار شتاب- زمان، یک صورت مسأله است و اعداد روی آن داده های مسأله هستند. در

هر بازه به کمک معادله های حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می کنیم و داده ها را از روی نمودار جای گذاری می کنیم.



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + (-2) \times 2 \Rightarrow \Delta x_1 = 2\text{m} : t = 2\text{s} \text{ تا } t = 0$$

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 3 \times 2 + (-2) = 4 \text{ m/s}$$

سرعت در انتهای قسمت اول سرعت اولیه قسمت دوم است:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-1) \times (1)^2 + 4 \times 1 = 3/2 \text{ m}, v_2 = a_2 t_2 + v_1 = -1 \times 1 + 4 = 3 \text{ m/s}, \Delta x_3 = \frac{1}{2} \times (2) \times (2)^2 + 3 \times 2 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta x_T = 2 + 3/2 + 10 = 15/2 \text{ m}$$

جابه جایی کل برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 4t + 3$$

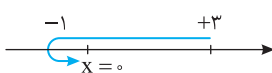
۵۴۴- گزینه ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله حرکت به صورت زیر است:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 2\text{s}$$

معادله سرعت- زمان را به دست می آوریم تا مشخص کنیم در بازه صفر تا 3s متحرک تغییر جهت می دهد یا نه:

متحرک در $t = 2\text{s}$ تغییر جهت می دهد. حال مکان را در لحظه $t = 2\text{s}$ و $t = 3\text{s}$ مشخص می کنیم.

$$t = 2\text{s} \Rightarrow x = 4 - 8 + 3 \Rightarrow x = -1\text{m}, t = 3\text{s} \Rightarrow x = 9 - 12 + 3 \Rightarrow x = 0$$



$$d = 3 + 1 + 1 = 5\text{m}$$

مسافت طی شده برابر است با:

گزینه ۵۴۵ - ۳

سرعت در $t=0$ برابر $v_0=4\text{m/s}$ است. سرعت در $t=4\text{s}$ و

$t=12\text{s}$ را به دست می‌آوریم، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و به کمک سطح

محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$t=4\text{s} \Rightarrow v=at+v_0 \Rightarrow v=4 \times 4 + 4 = 20\text{m/s}$$

$$t=12\text{s} \Rightarrow v=-5 \times 8 + 20 \Rightarrow v=-20\text{m/s}$$

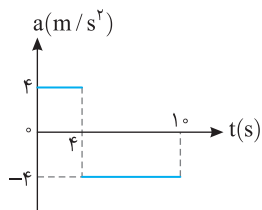
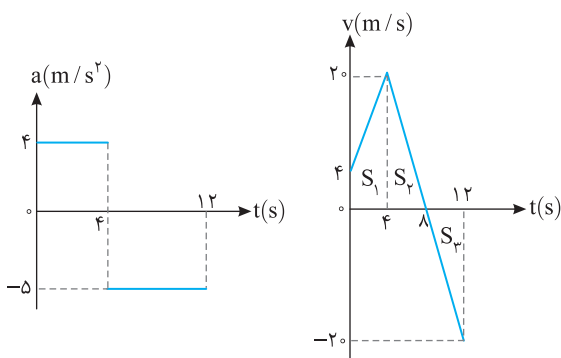
نمودار رسم شده در $t=8\text{s}$ محور زمان را قطع می‌کند. در این صورت:

$$d=|S_1|+|S_2|+|S_3|$$

$$d=\frac{20+4}{2} \times 4 + \frac{20 \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2}$$

$$d=48+40+40=128\text{m}$$

گزینه ۵۴۶ - ۳ حرکت از دو مرحله با شتاب ثابت تشکیل شده است.



$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 + 4v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 32 + 4v_0$$

سرعت انتهایی مرحله اول برابر سرعت اولیه مرحله دوم حرکت است.

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_1 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} (-4) \times 36 + 6v_1 \Rightarrow \Delta x_2 = -72 + 6(16 + v_0) \Rightarrow \Delta x_2 = 24 + 6v_0$$

$$\Delta x_t = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 156 = 32 + 4v_0 + 24 + 6v_0 \Rightarrow v_0 = 10\text{m/s}$$

جابه‌جایی کل برابر ۱۵۶ متر است از این رو:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (4)^2 + 4 \times 4 \Rightarrow \Delta x_1 = 0$$

گزینه ۵۴۷ - ۲ جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا ۴s برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 4 \Rightarrow v = -4\text{m/s}$$

در انتهای این بازه سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

بعد از $t=4\text{s}$ شتاب صفر و حرکت با سرعت ثابت -4m/s است. جابه‌جایی در مدت ۴s تا ۱۰s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_2 = vt \Rightarrow \Delta x_2 = -4 \times 6 \Rightarrow \Delta x_2 = -24\text{m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 + (-24)}{10} \Rightarrow v_{av} = -2.4\text{m/s}$$

اکنون سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

گزینه ۵۴۸ - ۳

در بازه $t > 6\text{s}$ حرکت یکنواخت است ($a=0$) پس سرعت در لحظه $t=6\text{s}$ نیز برابر

12m/s است. به کمک معادله سرعت- زمان، سرعت در لحظه $t=4\text{s}$ را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_1 \Rightarrow 12 = -2 \times 2 + v_1 \Rightarrow v_1 = 16\text{m/s}$$

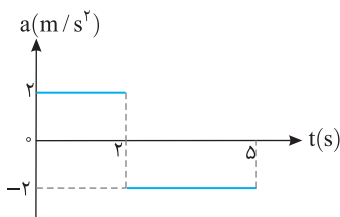
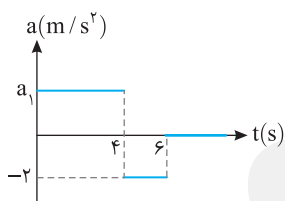
$$v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow 8 = \frac{16 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 0$$

سرعت متوسط در ۴s نخست برابر 8m/s است از این رو:

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{16 - 0}{4} = 4\text{m/s}^2$$

و شتاب برابر خواهد شد با:

گزینه ۵۴۹ - ۲ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6/4 = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 32\text{m}$$

حرکت این متحرک از دو قسمت با دو شتاب مختلف تشکیل شده است و جابه‌جایی متحرک در مدت ۵ ثانیه برابر

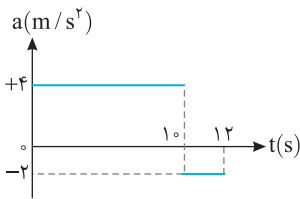
مجموع جابه‌جایی‌های آن در بازه صفر تا ۲s با شتاب 2m/s^2 و بازه ۲s تا ۵s با شتاب -2m/s^2 است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (2) (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 4 + 2v_0$$

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 + v_0, \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (3)^2 + (4 + v_0) \times 3$$

$$\Delta x_2 = -9 + 12 + 3v_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 3 + 3v_0, \quad \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 32 = 4 + 2v_0 + 3 + 3v_0 \Rightarrow 25 = 5v_0 \Rightarrow v_0 = 5\text{m/s}$$

دنبال راه‌حل ساده‌تری نگردید، وجود ندارد!



۵۵۰- گزینه ۴ جابه‌جایی را در بازه‌های زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه و همچنین ۱۰ تا ۱۲ ثانیه به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\rightarrow 10s: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 + 0 \times 10 = 250 \text{ m}$$

سرعت در لحظه $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 10 + 0 = 40 \text{ m/s}$$

این سرعت، سرعت اولیه قسمت بعدی است، از این رو:

$$10s \rightarrow 12s: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 4 + 40 \times 2 = 86 \text{ m}$$

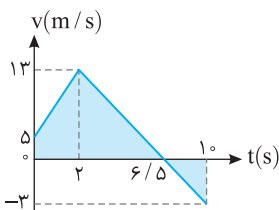
سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{250 + 86}{12} = \frac{336}{12} = 28 \text{ m/s}$$

۵۵۱- گزینه ۳ برای رسم نمودار سرعت - زمان، سرعت در لحظه‌های روی نمودار شتاب - زمان و لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_1 = 4 \times 2 + 0 = 8 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 13 \Rightarrow t = 6.5 \text{ s}, \quad v = at + v_0 \xrightarrow{t=10s} v_2 = -2 \times 10 + 13 = -7 \text{ m/s}$$



در بازه صفر تا ۲s نمودار سرعت زمان خط راست مایل با شیب مثبت و در بازه ۲s تا ۱۰s نمودار سرعت - زمان خط راست مایل با شیب منفی است.

اکنون مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

$$l = \left| \frac{0+8}{2} \times 2 \right| + \left| \frac{8+0}{2} \times 4.5 \right| + \left| \frac{0-7}{2} \times 3.5 \right| = 8 + 18 + \frac{24.5}{2} = 18 + \frac{58}{2} + \frac{10}{2}$$

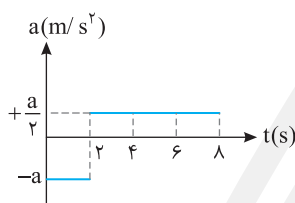
$$l = 18 + 29 = 47 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{47}{10} = 4.7 \text{ m/s}$$

تندی متوسط خواهد شد.

۵۵۲- گزینه ۳ متحرک از حال سکون ($v_0=0$) از مبدأ مکان ($x=0$) در مبدأ زمان ($t=0$) شروع به حرکت کرده و شتاب ابتدایی حرکت منفی است، بنابراین متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند تا سرعتش به $v_1 = -2a$ می‌رسد.

در $t=2s$ شتاب مثبت می‌شود اما سرعت همچنان منفی بوده و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه $t=6s$ سرعت متحرک $v_2 = \frac{a}{2}(6-2) + (-2a) = 0$ می‌شود. در این لحظه متحرک دارای بیشترین فاصله از مبدأ مکان است از این لحظه به بعد سرعت مثبت شده و متحرک به سوی مبدأ باز می‌گردد و فاصله متحرک از مبدأ کم می‌شود اما در $t=8s$ به مبدأ نمی‌رسد. بنابراین گزینه (۳) درست است.



۵۵۳- گزینه ۳ سرعت اولیه متحرک $v_0 = -10 \text{ m/s}$ است و ابتدا شتاب مثبت و متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است، تا لحظه‌ای که سرعت آن صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

سرعت اولیه متحرک $v_0 = -10 \text{ m/s}$ ، $v_1 = at + v_0 = 2 \times 10 + (-10) = 10 \text{ m/s}$

$$v_2 = a_2 \Delta t_2 + v_1 = 4 \times 5 + 10 = 30 \text{ m/s}, \quad v_3 = a_3 \Delta t_3 + v_2 = -2 \times 20 + 30 = -10 \text{ m/s}$$

لحظه‌هایی که سرعت صفر است را مشخص می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2t_1 + (-10) \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2(t_2 - 15) + 30 \Rightarrow 0 = -2t_2 + 30 + 30 \Rightarrow t_2 = 30 \text{ s}$$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه $t=10s$ متحرک به مکان اولیه باز می‌گردد ($S_1 = S_2$) یعنی در مبدأ است و از این لحظه ($t=10s$) تا لحظه $t_2 = 30s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و باید این جابه‌جایی را حساب کرد:

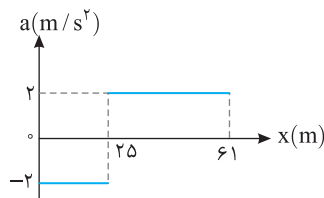
$$\Delta x = \frac{10+30}{2} \times 5 + \frac{30 \times 15}{2} \Rightarrow \Delta x = 100 + 225 = 325 \text{ m}$$

۵۵۴- گزینه ۲ سرعت متحرک را به کمک معادله مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$x = 25 \text{ m}: v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 100 = 2(-2)(25) \Rightarrow v_1^2 = 0 \Rightarrow v_1 = 0$$

اکنون سرعت را در مکان $x = 61 \text{ m}$ را به دست می‌آوریم:

$$x = 61 \text{ m}: v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(2)(61 - 25) \Rightarrow v^2 = 4 \times 36 \Rightarrow v = 2 \times 6 = 12 \text{ m/s}$$



۵۵۵- گزینه ۳ متحرک از حال سکون از مبدأ به راه افتاده است و در جهت مثبت محور در حرکت است و لحظه‌ای

تغییر جهت می‌دهد که سرعت صفر شود. سرعت در مکان $x = +8m$ را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم

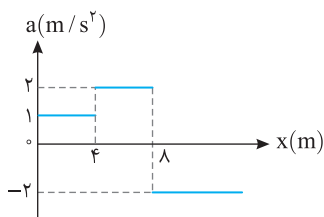
سرعت انتهای هر مرحله سرعت اولیه مرحله بعدی است. $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times 1 \times 4 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{2}m/s$

$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 - (2\sqrt{2})^2 = 2 \times 2 \times (8-4) \Rightarrow v_2^2 = 24 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{6}m/s$

اکنون متحرک در مکان $x = +8m$ دارای سرعت $2\sqrt{6}m/s$ است و باید بررسی کنیم در چه مکانی با شتاب

$v_3^2 - v_2^2 = 2a_p(x_p - x_2) \Rightarrow 0 - 24 = 2(-2)(x_p - 8) \Rightarrow x_p = 14m$ سرعت صفر می‌شود.

در مکان $x = 14m$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و در خلاف جهت شروع به حرکت می‌کند.



۵۵۶- گزینه ۱ با استفاده از معادله مستقل از زمان سرعت در $x = 20m$ را به دست می‌آوریم: $v_p^2 - v_1^2 = 2a_1\Delta x \Rightarrow v_p^2 - 9 = 4 \times 0 \Rightarrow v_p^2 = 49 \Rightarrow v_p = 7m/s$

در قسمت بعدی حرکت متحرک با سرعت ابتدایی که همان سرعت نهایی قسمت قبل است و شتاب $2m/s^2$ به حرکت خود به اندازه $\Delta x = 8m$ ادامه می‌دهد.

$v_p^2 - 49 = 2a_p\Delta x_p \Rightarrow v_p^2 - 49 = 2 \times 2 \times 8 \Rightarrow v_p^2 = 81 \Rightarrow v_p = 9m/s$

در قسمت آخر حرکت شتاب $-5m/s^2$ و سرعت ابتدایی آن همان سرعت نهایی قسمت قبل است. در این بازه متحرک تا زمان تغییر جهت $v = 0$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

$0 - 81 = 2 \times (-5)(x - 28) \Rightarrow 81/1 = x - 28 \Rightarrow x = 36/1m$

۵۵۷- گزینه ۱ با توجه به شکل در t_1 شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ افقی است یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر می‌شود، هم‌چنین قبل از t_1 شیب

خط مثبت پس سرعت مثبت و بعد از t_1 شیب خط منفی پس سرعت منفی است، بنابراین گزینه (۱) درست است.

۵۵۸- گزینه ۱ با توجه به شکل نمودار $v-t$ ، شیب نمودار مثبت است، در نتیجه شتاب مثبت و جهت تقعر منحنی مکان- زمان باید رو به بالا باشد. پس گزینه

(۱) درست است.

۵۵۹- گزینه ۳ اتوبوس از ایستگاهی شروع به حرکت کرده و در ایستگاه بعد متوقف می‌شود پس در $t = 0$ و $t = t_1$ سرعت صفر می‌باشد. هم‌چنین شیب خط

مماس بر نمودار $x-t$ بعد از $t = 0$ و قبل از $t = t_1$ مثبت می‌باشد بنابراین سرعت در بازه $t = 0$ تا $t = t_1$ مثبت می‌باشد و گزینه (۳) درست است.

۵۶۰- گزینه ۱ دقت کنید در ابتدا سرعت منفی است پس شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان باید منفی باشد و نمودار مکان- زمان نیز قطعاً منحنی است و

نمی‌تواند خط راست باشد. از طرفی در دو لحظه نمودار سرعت- زمان محور زمان را قطع کرده و سرعت صفر شده است. بنابراین گزینه (۳) اشتباه است و چون قبل از اولین

صفر شدن سرعت، علامت آن منفی و بعد از آن مثبت است لذا تقعر منحنی ابتدا رو به بالا باشد به همین دلیل گزینه (۴) هم نمی‌تواند صحیح باشد و پاسخ گزینه (۱) است.

۵۶۱- گزینه ۳ دهانه نمودار $x-t$ که معرف شتاب است در طول مسیر تغییر کرده پس شیب خط در نمودار $v-t$ که مشخص‌کننده شتاب حرکت است

نمی‌تواند ثابت باشد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ قبل از t_1 و بعد از t_1 مثبت است پس سرعت در طول مسیر

مثبت است، فقط در t_1 شیب خط مماس یا همان سرعت صفر می‌شود بنابراین گزینه (۳) درست است. در گزینه (۴) قبل از t_1 سرعت منفی است که نادرست می‌باشد.

۵۶۲- گزینه ۲ در لحظه t و $3t$ سرعت صفر است از طرفی نمودار سرعت- زمان خط راست است و نمودار مکان- زمان باید منحنی باشد پس گزینه (۳) و (۴)

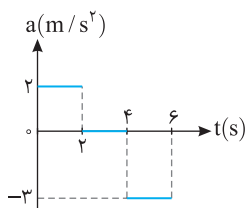
نادرست است. ابتدا سرعت مثبت است پس شیب خط مماس بر نمودار باید مثبت باشد، بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینه (۲) درست است.

۵۶۳- گزینه ۴ شتاب را در هر قسمت به دست می‌آوریم. $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{-4-5}{4} = -2/25m/s^2$, $a_2 = \frac{0-(-4)}{1} = +4m/s^2$

در این صورت گزینه (۴) درست است.

۵۶۴- گزینه ۲ در لحظات t_1 و t_3 خط مماس افقی است پس شیب خط در این دو لحظه صفر می‌شود پس سرعت در t_1 و t_3 صفر است. هم‌چنین در بازه

صفر تا t_1 و t_1 تا t_3 شیب خط مماس مثبت بوده پس در این دو بازه سرعت مثبت می‌باشد و در بازه t_1 تا t_3 سرعت منفی است.



۵۶۵- گزینه ۳ در بازه صفر تا $2s$ متحرک با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعتش به

پس می‌رسد در بازه $2s$ تا $4s$ شتاب صفر و حرکت یکنواخت با سرعت ثابت $4m/s$ است، پس

از آن شتاب $-3m/s^2$ است و سرعت متحرک در $t = 6s$ خواهد شد:

$v = at + v_0 \Rightarrow -3 \times (6-4) + 4 = -2m/s$

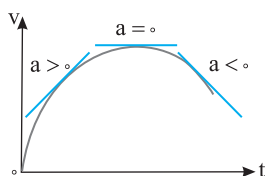
بنابراین نمودار گزینه (۳) درست است.

۵۶۶- گزینه ۲ نمودار شتاب- زمان خط راست است، بنابراین نمودار سرعت- زمان سهمی می‌باشد.

ابتدا شتاب مثبت بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان مثبت است، سپس شتاب صفر می‌شود و سرانجام

شتاب منفی بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان باید منفی شود. بنابراین نمودار سرعت- زمان مطابق

شکل روبه‌رو یعنی گزینه (۲) است.



متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین نمودار مکان- زمان در مبدأ زمان باید به محور زمان مماس شود، از طرفی شتاب ابتدا منفی بوده و متحرک در جهت منفی محور با حرکت تندشونده تا لحظه $t=1\text{s}$ حرکت می‌کند، از این لحظه تا لحظه $t=2\text{s}$ سرعت منفی اما شتاب مثبت و حرکت کندشونده بوده و در این لحظه ($t=2\text{s}$) متحرک متوقف می‌شود. سپس از $t=2\text{s}$ حرکت تندشونده است. این داده‌ها با نمودار شکل گزینه (۲) هماهنگی دارد.

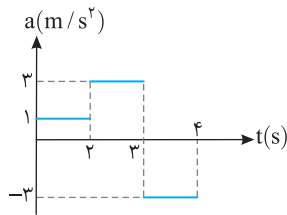
۵۶۸- گزینه ۲

ابتدا با توجه به نمودار داده شده بازه زمانی که متحرک 2m را طی می‌کند، حساب می‌کنیم.

$$v_1^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2\text{m/s}, \quad \Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t_1 \Rightarrow 2 = \frac{0 + v_1}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 2\text{s}$$

از 2m تا $5/5\text{m}$ متحرک با شتاب 3m/s^2 از سرعت $v_1 = 2\text{m/s}$ به سرعت v_2 خواهد رسید بنابراین:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax \Rightarrow v_2^2 - 4 = 2 \times 1 \Rightarrow v_2 = 5\text{m/s}, \quad \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 1\text{s}$$



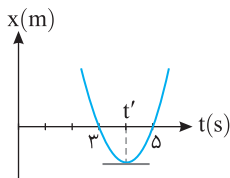
از $5/5\text{m}$ تا 9m متحرک با شتاب -3 از سرعت v_2 به سرعت v_3 خواهد رسید بنابراین:

$$v_3^2 - v_2^2 = 2ax \Rightarrow v_3^2 - 25 = -2 \times 1 \Rightarrow v_3 = 2\text{m/s}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t \Rightarrow 4 = \frac{5 + 2}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1\text{s}$$

بنابراین نمودار $a-t$ به صورت روبه‌رو خواهد بود.

۵۶۹- گزینه ۳ در لحظه $t_1 = 2\text{s}$ و $t_2 = 6\text{s}$ جابه‌جایی متحرک را به دست می‌آوریم:

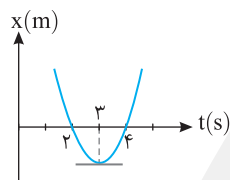


$$x(2) = 2^2 - 8(2) + 15 = 3\text{m}, \quad x(6) = 6^2 - 8(6) + 15 = 3\text{m}$$

بنابراین جابه‌جایی در این بازه صفر شده و سرعت متوسط در این بازه صفر است. در این صورت سرعت لحظه‌ای خواسته شده نیز باید صفر شود، یعنی شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد. می‌دانیم در تابع درجه دوم در رأس سهمی

$$t' = -\frac{b}{2a} = 4\text{s}$$

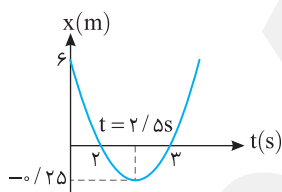
نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. نمودار $x-t$ 3 - گزینه ۳



$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3\text{s}$$

در تمام حرکت‌ها قبل از تغییر جهت یا بعد از تغییر جهت تندی متوسط و سرعت متوسط با هم برابرند پس گزینه (۳) درست است.

نمودار $x-t$ متحرک را رسم می‌کنیم تا به وسیله آن مسافت پیموده شده در ثانیه سوم را حساب کنیم.



$$x=0 \Rightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Rightarrow t=2\text{s}, t=3\text{s}$$

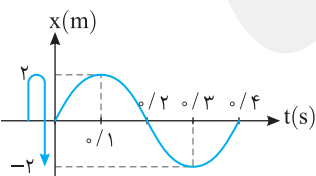
$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{+5}{2} = 2.5\text{s}$$

رأس سهمی نیز خواهد شد:

$$x = (2/5)^2 - 5(2/5) + 6 = 0.2\text{m}$$

$$l = 0.2 + 0.2 = 0.4\text{m}, \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0.4}{1} = 0.4\text{m/s}$$

ثانیه سوم یعنی $t=2\text{s}$ تا $t=3\text{s}$ بنابراین:



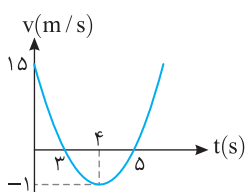
نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم مطابق شکل در بازه $t=0$ تا $t=3$ مسافت طی شده برابر است

$$l = 2 + 2 + 2 = 6\text{m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6}{3} = 2\text{m/s}$$

با:

کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم. مختصات رأس سهمی و همچنین محل تلاقی نمودار



$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = 4\text{s} \Rightarrow v = 16 - 32 + 15 \Rightarrow v = -1\text{m/s}$$

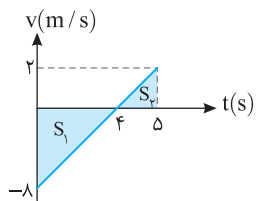
با محور زمان را به دست می‌آوریم:

$$v=0 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-5) = 0 \Rightarrow t=3\text{s}, t=5\text{s}$$

با توجه به نمودار در بازه صفر تا 3s سرعت از 15m/s تا صفر در حال کاهش است همچنین در بازه 4s تا 5s به مدت 1s اندازه سرعت از 1m/s به صفر کاهش می‌یابد، بنابراین جمعاً 4s حرکت کندشونده است.

۳-۵۷۴- گزینه

ابتدا معادله سرعت زمان را به دست می آوریم.



$$x = t^2 - 8t + 15 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v = 2t - 8$$

$$v = 2t - 8 \xrightarrow{v=0} t = 4 \text{ s}$$

$$v = 2 \times 5 - 8 = 2 \text{ m/s}$$

$$l = S_1 + S_2 = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 16 + 1 = 17 \text{ m}$$

نمودار سرعت زمان را رسم می کنیم.

سرعت در $t = 5 \text{ s}$ برابر است با:

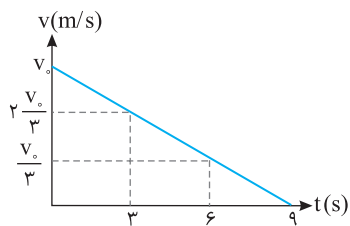
اکنون قدر مطلق سطحها را با هم جمع می کنیم.

۳-۵۷۵- گزینه

حرکت دارای شتاب ثابت است و در بازه های زمانی یکسان، تغییر سرعت، مقدار ثابتی است.

بنابراین وقتی در 9 s سرعت از v_0 به صفر می رسد، در بازه های یکسان 3 s ، تغییرات سرعت $\frac{1}{3}v_0$ بوده یعنی

سرعت در 3 s اول از v_0 به $\frac{2v_0}{3}$ و در 3 s دوم از $\frac{2v_0}{3}$ به $\frac{v_0}{3}$ و در 3 s سوم از $\frac{v_0}{3}$ به صفر می رسد.

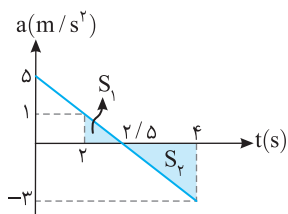


$$\begin{cases} 0 \rightarrow 3 \text{ s} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v_0 + \frac{2v_0}{3}}{2} \times 3 \\ 3 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s} \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{\frac{2v_0}{3} + \frac{v_0}{3}}{2} \times 3 \\ 6 \text{ s} \rightarrow 9 \text{ s} \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{\frac{v_0}{3} + 0}{2} \times 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{5v_0}{6}}{\frac{v_0}{2}} = \frac{5}{3}$$

۲-۵۷۶- گزینه

ابتدا نمودار $a-t$ را رسم می کنیم و شتاب در $t = 4 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ را مشخص می کنیم.

تغییرات سرعت برابر مجموع مساحت های S_1 و S_2 است بنابراین:



$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta v = \frac{5 \times 1}{2} + \frac{-3 \times 1}{2} = \frac{5 - 3}{2} = 1 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

شتاب متوسط برابر است با:

۱-۵۷۷- گزینه

$v_x > 0$ باشد یعنی سرعت در جهت مثبت محور x ها و مکان متحرک نیز

مثبت باشد پس متحرک در حال دور شدن از مبدأ است همچنین می تواند سرعت خلاف جهت

محور x ها و مکان نیز منفی باشد که در این حالت نیز متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

بنابراین گزینه (۱) و (۴) می تواند درست باشد. همچنین $av > 0$ یعنی حرکت تندشونده است.

پس گزینه (۱) درست است.

۳-۵۷۸- گزینه

متحرک در t_1 متوقف شده بنابراین سرعت در این لحظه صفر است و شیب

خط مماس در نمودار $x-t$ در لحظه t_1 باید افقی باشد. متحرک با اینکه در t_1 متوقف شده اما

تغییر جهت نداده یعنی علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر نمی کند و متحرک در جهت مثبت محور

به حرکت خود ادامه می دهد بنابراین گزینه (۳) درست است و گزینه های (۱) و (۲) نادرست هستند.

در گزینه (۴) نیز سرعت اولیه منفی است بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۳-۵۷۹- گزینه

اندازه شتاب مثبت و در حال افزایش است پس شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ باید مثبت

و در حال افزایش باشد. همچنین متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت می کند بنابراین نمودار سرعت

زمان آن به شکل روبه رو است. با توجه به نمودار، سرعت در تمام لحظات t_1 تا t_3 ، از سرعت در تمام لحظات

دو بازه دیگر بیشتر است و سرعت متوسط از $t_1 = 2t$ تا $t_3 = 3t$ از بقیه بازه ها بزرگ تر است.

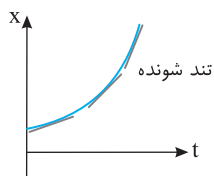
۳-۵۸۰- گزینه

با توجه به نمودار شتاب متحرک A در حال افزایش است از طرفی نمودار خط راست مایل است

بنابراین نمودار سرعت زمان آن نمی تواند خط باشد بلکه یک منحنی است که شیب خط مماس آن در حال افزایش است.

اما در مورد متحرک B باید شیب خط مماس بر نمودار B در حال کاهش باشد، از این رو نمودار A و B باید مطابق

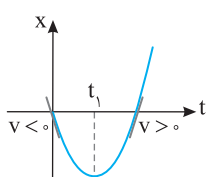
شکل روبه رو باشد که سطح زیر نمودار A از سطح زیر نمودار B کمتر است و سرعت متوسط A از B کمتر خواهد شد.



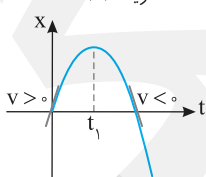
گزینه (۱)



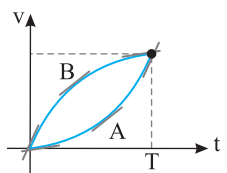
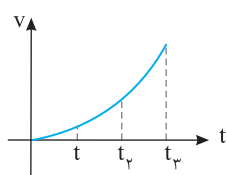
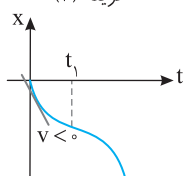
گزینه (۴)

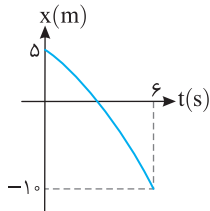
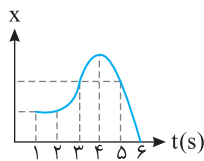


گزینه (۲)



گزینه (۱)





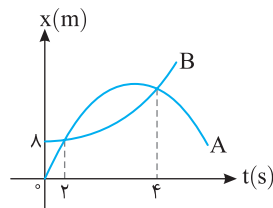
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=6s, x=-1m} -1 = \frac{1}{2}a \times 36 + 6v_0 + 5, \quad 18a + 6v_0 = -15 \Rightarrow 6a + 2v_0 = -5 \quad (2)$$

$$2 \times \begin{cases} 6a + 2v_0 = -5 \\ 6a + 2v_0 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + 4v_0 = -10 \\ 6a + 2v_0 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + 4v_0 = -10 \\ 12a + 2v_0 = -10 \end{cases} \Rightarrow 2v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$$

آنگون دستگاه دو معادله دو مجهول را حل می‌کنیم.

در لحظه $t=1s$ سرعت صفر است، بنابراین:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{0-v_0}{1} \Rightarrow v_0 = -2m/s, \quad x = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2(2 \times 3 - 1) + (-2) = 3m$$



دانه‌ه نمودار متحرک B رو به بالاست پس حرکت این متحرک دارای شتاب مثبت است. $a_B > 0$
دانه‌ه نمودار متحرک A رو به پایین است پس حرکت این متحرک دارای شتاب منفی است. $a_A < 0$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_{0B}t + \lambda, \quad x_A = -\frac{1}{2}at^2 + v_{0A}t$$

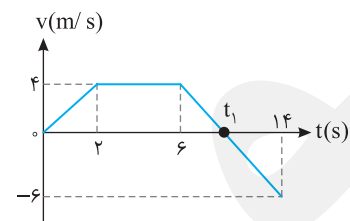
معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_B = x_A \Rightarrow \begin{cases} t=2s \Rightarrow 2a + 2v_{0B} + \lambda = -2a + 2v_{0A} \Rightarrow 4a + \lambda = 2(v_{0A} - v_{0B}) \Rightarrow 2a + 4 = v_{0A} - v_{0B} & (1) \\ t=4s \Rightarrow 8a + 4v_{0B} + \lambda = -8a + 4v_{0A} \Rightarrow 16a + \lambda = 4(v_{0A} - v_{0B}) & (2) \end{cases}$$

$$16a + \lambda = 8a + 16 \Rightarrow 8a = 8 \Rightarrow a = 1m/s^2$$

در رابطه (2) به جای $v_{0A} - v_{0B}$ از رابطه (1) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2a + 4 = v_{0A} - v_{0B} \xrightarrow{a=1m/s^2} v_{0A} - v_{0B} = 6m/s$$



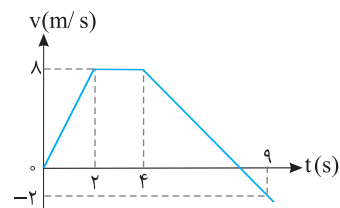
ابتدا شتاب حرکت در بازه $t=6s$ تا $t=14s$ را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{-6-4}{14-6} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}m/s^2$$

حال محل برخورد نمودار با محور زمان را که در آن سرعت صفر است به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -\frac{5}{4}t + 4 \Rightarrow t = \frac{16}{5} = 3.2s$$

در این صورت $t_1 = 6 + 3.2 = 9.2s$ است و در مدت صفر تا $9/2s$ متحرک در جهت مثبت محور و در بازه $9/2s$ تا $14s$ یعنی $4/8s$ در خلاف جهت محور در حال حرکت است.



متحرک از مکان $x_0 = -36m$ شروع به حرکت کرده است و برای این که متحرک از مبدأ مکان بگذرد باید جابه‌جایی برابر $+36m$ انجام دهد. سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است.

$$\text{ابتدا سطح زیر منحنی را در مدت } 4s \text{ به دست می‌آوریم:} \quad 0 \rightarrow 4s \Rightarrow \Delta x = \frac{4+2}{2} \times 4 = 24m$$

بنابراین لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد، بعد از $t=4s$ رخ می‌دهد و از لحظه $t=4s$ باید متحرک $36 - 24 = 12m$ جابه‌جا شود تا به مبدأ برسد. شتاب را در بازه $4s$ تا $9s$ به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{-2-8}{9-4} = -2m/s^2, \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=6s \end{cases}$$

لحظه گذر مبدأ برای اولین بار برابر $6s$ است. لحظه $6+4=10s$ مربوط به لحظه‌ای است که متحرک متوقف شده و در برگشت برای دومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

۵۸۱- گزینه ۲ در بازه ۱s تا ۲s متحرک ساکن است، پس سرعت صفر است.

در بازه ۲s تا ۳s حرکت با شتاب ثابت و مثبت است، پس نمودار سرعت- زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویه حاده می‌سازد.

در بازه ۳s تا ۵s چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت- زمان. علامت شتاب را نشان می‌دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت- زمان منفی باشد و با محور زمان زاویه منفرجه بسازد. در بازه ۵s تا ۶s حرکت با سرعت ثابت است.

۵۸۲- گزینه ۳ شیب خط مماس در لحظه $t=4s$ برابر -10 واحد SI است بنابراین سرعت در این لحظه

$$v = -10m/s \quad \text{است. به کمک معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -10 = a \times 4 + v_0 \Rightarrow 4a + v_0 = -10 \quad (1)$$

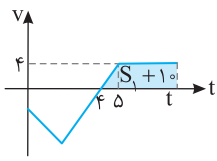
یک معادله با دو مجهول داریم، باید یک معادله دیگر با همین مجهول‌ها نوشته تا بتوانیم مقدار a و v_0 را به دست آوریم. معادله مکان زمان را نوشته و داده‌های نمودار را در آن قرار می‌دهیم.

۵۸۳- گزینه ۱

۵۸۴- گزینه ۲

۵۸۵- گزینه ۲

۵۸۶- گزینه ۲



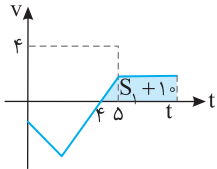
۵۸۷- گزینه ۳ اگر مساحت S_1 با مساحت S_2 برابر باشد آن گاه $\Delta x = 0$ است و متحرک به مکان $x = -5m$ برمی‌گردد و برای آنکه متحرک به مکان $+5m$ برود یعنی باید 10 متر جابه‌جا شود (متحرک در $t = 4s$ تغییر جهت می‌دهد و دوباره به مکان $x = -5$ برمی‌گردد و به حرکت خود در جهت محور x ادامه می‌دهد تا به نقطه $x = 5$ برسد). بنابراین مساحت زیر نمودار در قسمت بالای محور t باید برابر $S_1 + 10$ باشد. با توجه به ثابت ماندن شیب خط داریم:

$$a = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{0 - (-4)}{4 - 2} = \frac{v' - 0}{5 - 4} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

مساحت زیر نمودار در قسمت پایین محور t برابر است با:

$$S_1 = \frac{2(2+4)}{2} + \frac{2 \times 4}{2} = 10 + 4 = 14 \text{ m}$$

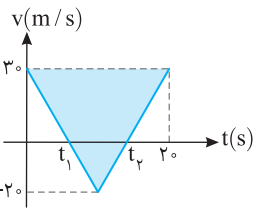
$$S_1 + 10 = \frac{4((t-4) + (t-5))}{2} \Rightarrow 24 = \frac{4(2t-9)}{2} \Rightarrow 12 = 2t-9 \Rightarrow t = 10.5 \text{ s}$$



۵۸۸- گزینه ۴ با توجه به شکل و تشابه دو مثلث رنگی بازه t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم.

$$\frac{20}{t_2 - t_1} = \frac{30 + 20}{20} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{40}{5} = 8 \text{ s}$$

مسافت طی شده در بازه t_1 تا t_2 برابر مساحت زیر نمودار در این بازه است و آن را حساب می‌کنیم. $\Delta x = \frac{20 \times 8}{2} = 80 \text{ m}$



۵۸۹- گزینه ۳ ابتدا معادله حرکت هر جسم را می‌نویسیم:

$$x_B = 8t - 15, \quad a_A = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{4 - 2}{3} = 2 \text{ m/s}^2, \quad x_A = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_A = t^2 + 2t + 15$$

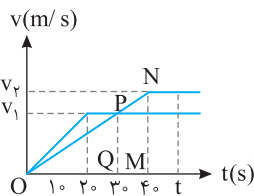
$$x_A - x_B = t^2 + 2t + 15 - 8t + 15$$

فاصله بین دو متحرک برابر خواهد شد با:

$$x_A - x_B = t^2 - 6t + 30 = t^2 - 6t + 9 + 21 \Rightarrow x_A - x_B = (t - 3)^2 + 21$$

$$(x_A - x_B)_{\min} = 21 \text{ m}$$

مقدار این عبارت وقتی کمترین است که $t = 3 \text{ s}$ باشد، از این‌رو:

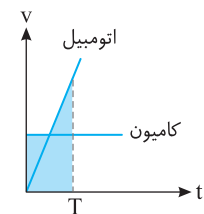


۵۹۰- گزینه ۴ با توجه به تشابه مثلث‌های OPQ و ONM می‌توان نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_2}{3} = \frac{4}{3}$$

در لحظه t که دو متحرک به هم می‌رسند، باید سطح زیر نمودارها برابر شود.

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{t + t - 20}{2} v_1 = \frac{t + t - 40}{2} v_2 \Rightarrow (2t - 20)v_1 = (2t - 40)v_2 \Rightarrow 2t - 20 = \frac{4}{3}(2t - 40) \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$



۵۹۱- گزینه ۴ برای آن که اتومبیل بتواند به کامیون برسد باید سرعتش از کامیون بیشتر شود. از طرفی باید سطح بین نمودار سرعت-زمان با محور زمان (جابه‌جایی) برای اتومبیل و کامیون یکسان باشد. بنابراین گزینه (۴) پاسخ درست است.

۵۹۲- گزینه ۲ سرعت متحرک A ثابت و برابر 20 m/s است پس در مدتی که سرعت متحرک B بیشتر از

20 m/s است، متحرک B در حال دور شدن از A می‌باشد و پس از این مدت متحرک A سرعت بیشتری داشته باشد.

و ممکن است از متحرک B سبقت بگیرد. از $t = 0$ تا $t = 15 \text{ s}$ شیب خط حرکت ثابت می‌ماند: $t' = 10 \text{ s}$

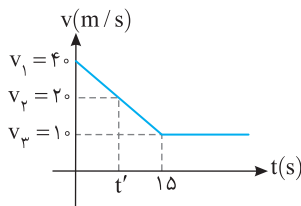
در این مدت متحرک A به اندازه $\Delta x_A = v_A t = 200 \text{ m}$ و متحرک B به اندازه $\Delta x_B = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = 300 \text{ m}$

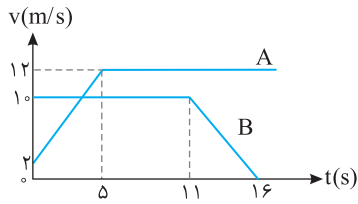
بنابراین در این مدت متحرک B، 100 m جلو می‌افتد از $t = 10 \text{ s}$ متحرک A به B نزدیک می‌شود و از آن جلو می‌افتد.

اکنون جابه‌جایی دو متحرک از $t' = 0$ تا 25 s را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_A = 20 \times 25 = 500 \text{ m} \\ \Delta x_B = \frac{40 + 10}{2} \times 15 + 10 \times 10 = 475 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 500 - 475 = 25 \text{ m}$$

یعنی در انتهای زمان A تنها 25 متر از B فاصله می‌گیرد و بیشترین فاصله این دو 100 m می‌باشد.





۵۹۳- گزینه ۳ ابتدا بررسی می‌کنیم که در لحظه‌های کلیدی مانند $t=5s$ و $t=11s$ دو متحرک در کنار یکدیگر هستند یا خیر؟ سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی است و هر دو متحرک از مکان $x=0$ به حرکت درآمده‌اند، بنابراین سطح زیر نمودار در این حالت بیانگر مکان هر متحرک نیز هست.

$$t=5s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 = 35m \\ x_B = 10 \times 5 = 50m \end{cases}$$

با توجه به عددهای به دست آمده متحرک B، در لحظه $t=5s$ ، ۱۵ متر جلوتر از متحرک A است. $t=11s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 + 12 \times (11-5) = 107m \\ x_B = 10 \times 11 = 110m \end{cases}$

در لحظه $t=11s$ همچنان متحرک B، ۳ متر از متحرک A جلوتر است و با توجه به سرعت متحرک A در این لحظه ($v_A = 12m/s$) متحرک A پس از $t=11s$ می‌تواند به متحرک B برسد. معادله حرکت دو متحرک را پس از $t=11s$ برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = 12(t-11) + 107, \quad x_B = \frac{1}{2} \left(\frac{0-10}{16-11} \right) (t-11)^2 + 10(t-11) + 110$$

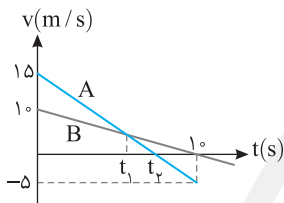
$$12(t-11) + 107 = -\frac{1}{2}(t-11)^2 + 10(t-11) + 110 \Rightarrow (t-11)^2 + 2(t-11) - 3 = 0 \Rightarrow [(t-11)+3][(t-11)-1] = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=9s & \text{غ ق} \\ t=12s & \text{جواب} \end{cases}$$

۵۹۴- گزینه ۱ زمان رسیدن دو خودرو به هم را به دست می‌آوریم. برای این منظور، معادله مکان- زمان هر دو را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 + v_{0A} t + x_{0A} = v_B t + x_{0B}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 + 0 = 17t - 42 \Rightarrow t^2 - 17t + 42 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-14) = 0 \Rightarrow t=3s, t=14s$$

با توجه به این که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و این که مکان اولیه B منفی است، گزینه (۱) درست است.



۵۹۵- گزینه ۴ هر دو متحرک در جهت مثبت محور x ها با سرعت اولیه $v_{0A} = +15m/s$ و $v_{0B} = +10m/s$ شروع به حرکت کرده‌اند و فاصله A از B در حال زیاد شدن است تا لحظه (t_1) که سرعت دو متحرک برابر می‌شود.

از این لحظه به بعد سرعت متحرک B از متحرک A بیشتر می‌شود و متحرک B به متحرک A نزدیک می‌شود. در لحظه t_2 متحرک A تغییر جهت داده و به سوی متحرک B برمی‌گردد بنابراین در لحظه t_1 فاصله دو متحرک از هم بیشینه است t_1 را حساب می‌کنیم. ابتدا شتاب حرکت دو متحرک را به دست می‌آوریم و در لحظه t_1 سرعت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم.

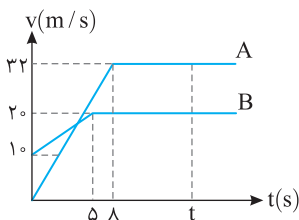
$$a_A = \frac{-5-15}{10} = -2m/s^2, \quad a_B = \frac{-5-10}{15} = -1m/s^2, \quad v_A = v_B \Rightarrow -2t_1 + 15 = -t_1 + 10 \Rightarrow t_1 = 5s$$

مکان دو متحرک را در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} (-2) (5)^2 + 15 \times 5 = 50m \\ x_B = \frac{1}{2} (-1) (5)^2 + 10 \times 5 = 37.5m \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 12.5m$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow f = \frac{32-0}{t} \Rightarrow t_A = 8s \Rightarrow 2 = \frac{2-10}{t} \Rightarrow t_B = 5s$$

۵۹۶- گزینه ۴ زمان رسیدن دو متحرک به سرعت ثابت را به دست می‌آوریم:



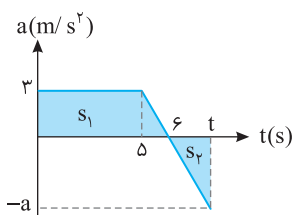
نمودار سرعت- زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند سطح زیر نمودار آن‌ها یکی است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow \frac{t+t-8}{2} \times 32 = \frac{2+10}{2} \times 5 + 20 \times (t-5) \Rightarrow (2t-8) \times 16 = 75 + 20t - 100 \Rightarrow 32t - 128 = 20t - 25 \Rightarrow 12t = 103 \Rightarrow t = \frac{103}{12} s$$

۵۹۷- گزینه ۳ هر دو از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین حرکت هر دو تندشونده بوده و متحرک A که دارای شتاب مثبت است در جهت مثبت

محور شروع به حرکت کرده و متحرک B که دارای شتاب منفی است در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است.

۵۹۸- گزینه ۲ سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس سرعت اولیه $v_0 = 0$ است. برای آن که متحرک مجدداً متوقف شود باید تغییر سرعت یعنی سطح زیر نمودار صفر شود.



$$\Delta v = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow \frac{5+6}{2} \times 3 = \frac{a \times (6-5)}{2} \Rightarrow a(t-6) = 33 \quad (1)$$

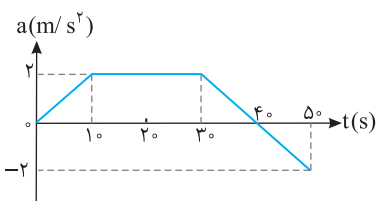
$$\frac{3}{a} = \frac{6-5}{t-6} \Rightarrow a = 3(t-6) \quad (2)$$

از طرفی طبق تشابه مثلث‌ها:

$$3(t-6)(t-6) = 33$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (t-6)(t-6) = 11 \Rightarrow (t-6)^2 = 11 \Rightarrow t-6 = \sqrt{11} \Rightarrow t = 6 + \sqrt{11} \text{ s}$$



۵۹۹- گزینه ۳ متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده است. بنابراین جهت حرکت آن در جهت مثبت محور Xها بوده و حرکتش تندشونده است و تا لحظه‌ای که شتاب مثبت است، سرعت در حال افزایش است. بنابراین تا لحظه $t = 4 \text{ s}$ متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و بر سرعتش اضافه می‌شود و در این لحظه سرعت بیشترین مقدار است. اما پس از این لحظه همچنان سرعت مثبت است و شتاب منفی شده و حرکت تا لحظه $t = 5 \text{ s}$ کندشونده است.

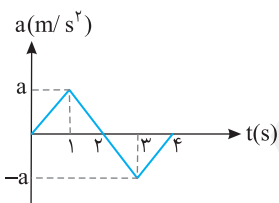
۶۰۰- گزینه ۱ در ابتدا با توجه به فرض پرسش، سرعت منفی و برابر $v_0 = -8 \text{ m/s}$ است، از طرفی سطح زیر نمودار شتاب- زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

$$0 \rightarrow 2 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 3 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v - v_0} 3 = v - (-8) \Rightarrow v = -5 \text{ m/s}$$

$$2 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 3 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v' - v} 3 = v' - (-5) \Rightarrow v' = -2 \text{ m/s}$$

$$4 \text{ s} \rightarrow 5 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = (-2 \times 1) \times \frac{1}{2} = -1 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v'' - v'} -1 = v'' - (-2) \Rightarrow v'' = -3 \text{ m/s}$$

بنابراین اندازه سرعت اولیه از بقیه لحظه‌های بیان شده بیشتر است.

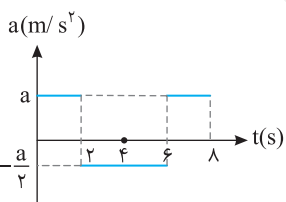


۶۰۱- گزینه ۱ متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده، پس ابتدا در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. در مدت ۲ ثانیه اول بر سرعتش افزوده می‌شود زیرا شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. سپس در بازه ۲ تا ۴ ثانیه شتاب منفی، اما سرعت همچنان مثبت بوده و حرکت در جهت مثبت محور کندشونده است تا لحظه $t = 4 \text{ s}$ که متحرک متوقف می‌شود. حال به سرعت‌های به دست آمده توجه کنید:

$$t = 1 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 1}{2} \xrightarrow{\Delta v = v - v_0} v_1 = \frac{a}{2}, \quad t = 2 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 1}{2} = \frac{a}{2} \xrightarrow{v_2 - v_1 = \frac{a}{2}} v_2 = a$$

$$t = 3 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = \frac{-a \times 1}{2} = -\frac{a}{2} \xrightarrow{v_3 - v_2 = -\frac{a}{2}} v_3 = \frac{a}{2}, \quad t = 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta v = S = -\frac{a}{2} \xrightarrow{v_4 - v_3 = -\frac{a}{2}} v_4 = 0$$

کاملاً مشخص است که در هر لحظه در بازه صفر تا ۴ s سرعت مثبت است. بنابراین گزینه (۱) درست است.



۶۰۲- گزینه ۴ هرگاه متحرک از حال سکون از $x = 0$ شروع به حرکت کند، سرعت، شتاب و مکان هم علامت هستند. در بازه صفر تا ۲ s متحرک با شتاب مثبت در جهت مثبت در حال دور شدن از مبدأ بوده و مکان در حال افزایش است. در $t = 2 \text{ s}$ شتاب منفی می‌شود اما همچنان سرعت مثبت است و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. در بازه صفر تا ۲ s تغییر سرعت $\Delta v = 2a$ و در بازه ۲ s تا ۴ s تغییر سرعت $\Delta v = -\frac{a}{2}(4-2) = -a$ می‌شود و سرعت در لحظه $t = 4 \text{ s}$ صفر می‌شود، اما مجدداً در بازه ۴ s تا ۶ s شتاب مثبت بوده و متحرک در همان جهت مثبت به حرکت خود ادامه می‌دهد و مکان باز زیاد شده و در $t = 8 \text{ s}$ فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظات بیشتر است.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

۶۰۳- گزینه ۲ ابتدا سرعت لازم برای آنکه انرژی جنبشی جسم 250 J شود را به دست می‌آوریم

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 2t + 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

زمان لازم برای آنکه سرعت جسم با شتاب ثابت 2 m/s^2 از صفر به 10 m/s برسد برابر است با:

۶۰۴- گزینه ۳ جابه‌جایی جسم تا $x=10\text{m}$ برای $\Delta x=10-0=10\text{m}$ می‌باشد و شتاب آن برابر 2m/s^2 است.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ax \xrightarrow{v_i=0} v_f^2 = 2 \times 2 \times 10 \Rightarrow v_f^2 = 40 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 40 = 80 \text{ J}$$

انرژی جنبشی برابر است با:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_1=4\text{kg}, m_2=8\text{kg}} 4a_1 = 8a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{1} a_2$$

۶۰۵- گزینه ۲ نیروی وارد بر دو جسم برابر است از این رو:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t \\ v_2 = a_2 t \end{cases} \xrightarrow{a_1 = \frac{2}{1} a_2} v_1 = \frac{2}{1} v_2$$

سرعت دو جسم پس از t ثانیه خواهد شد:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{4 \times (\frac{2}{1} v_2)^2}{8 v_2^2} = \frac{4}{4} = 1$$

اکنون نسبت انرژی‌های جنبشی را به دست می‌آوریم:

۶۰۶- گزینه ۴ برای به دست آوردن انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2} m v^2$ باید v را به دست آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = at \Rightarrow K = \frac{1}{2} m (at)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m a^2 t^2, \quad v_f^2 - v_i^2 = 2ax \xrightarrow{v_i=0} v_f^2 = 2ax \Rightarrow K = \frac{1}{2} m (2ax) \Rightarrow K = max$$

۶۰۷- گزینه ۱ جسم با نیروی ثابت در حال حرکت است و با توجه به قانون دوم نیوتون ($F=ma$) اگر نیرو ثابت باشد، پس شتاب نیز ثابت خواهد بود. در

حرکت با شتاب ثابت از رابطه $x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$ جابه‌جایی در ثانیه t ام را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} x_{(t=2)} = \frac{3}{2} a \Rightarrow W_{(2)} = Fx_{(2)} = \frac{3}{2} Fa \Rightarrow \frac{W_{(2)}}{W_{(4)}} = \frac{\frac{3}{2} Fa}{\frac{6}{2} Fa} = \frac{3}{6} \\ x_{(t=4)} = \frac{6}{2} a \Rightarrow W_{(4)} = Fx_{(4)} = \frac{6}{2} Fa \end{cases}$$

۶۰۸- گزینه ۲ شتاب حرکت $a = 0.2\text{m/s}^2$ است و آسانسور از حال سکون ($v_0 = 0$) به مدت Δs در حرکت است. بنابراین سرعت در $t = \Delta s$ را به دست

می‌آوریم و با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی برابری را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 0.2 \times 2 + 0 \Rightarrow v = 0.4 \text{ m/s}, \quad W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 400 \times (v^2 - v_0^2) \Rightarrow W_t = 200 \text{ J}$$

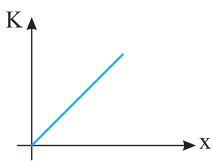
$$v_f^2 - v_i^2 = 2ax \xrightarrow{v_i=0} v_f^2 = 2ax$$

۶۰۹- گزینه ۳ با توجه به معادله مستقل از زمان داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m (2ax) \Rightarrow K = max$$

انرژی جنبشی جسم برابر است با:

با توجه به معادله $K-x$ به دست آمده معادله خطی است.



۶۱۰- گزینه ۳ با توجه به درجه دوم بودن معادله مکان - زمان، حرکت متحرک حرکت با شتاب ثابت است.

$$x = t^2 + 4t + 8 \Rightarrow \frac{1}{2} a = 1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = 4 \text{ m/s} \xrightarrow{v = at + v_0} v = 2t + 4$$

سرعت در بازه ثانیه دوم یعنی از $t_1 = 1\text{s}$ تا $t_2 = 2\text{s}$ ، بنابراین سرعت را در این لحظه‌ها حساب می‌کنیم.

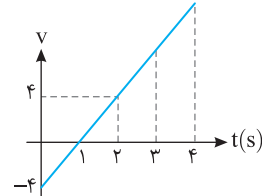
$$t_1 = 1\text{s} \Rightarrow v_1 = 2 + 4 = 6 \text{ m/s}, \quad t_2 = 2\text{s} \Rightarrow v_2 = 2(2) + 4 = 8 \text{ m/s}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = (64 - 36) = 28 \text{ J}$$

بنابراین قضیه کار و انرژی:

۶۱۱- گزینه ۴ با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله حرکت با شتاب ثابت، مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

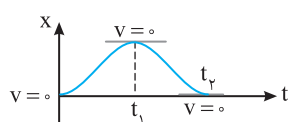
$$x = 2t^2 - 4t + 8 \Rightarrow \frac{1}{2} a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = -4 \text{ m/s} \xrightarrow{v = at + v_0} v = 4t - 4$$



با رسم نمودار سرعت - زمان می‌بینیم که در بازه صفر تا 1s سرعت در حال کاهش و در حال صفر شدن است. در بازه 1s تا

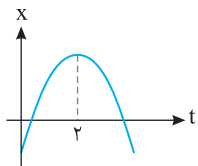
2s سرعت از صفر به 4m/s می‌رسد و در این دو بازه تغییر انرژی جنبشی یکسان است. در بازه 2s تا 4s حرکت

تندشونده است و در بازه 3s تا 4s چون سرعت بیشتر است، جابه‌جایی بیشتر و کار نیروی برابری نیز بیشتر است.

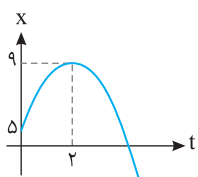


۶۱۲- گزینه ۴ هرگاه سرعت جسم در حال افزایش و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش باشد، کار نیروی برآیند مثبت است و در صورت کاهش سرعت و انرژی جنبشی، کار نیروی برآیند منفی است. با توجه به شیب خط مماس بر نمودار در بازه صفر تا t_1 ، ابتدا سرعت افزایش و سپس کاهش می‌یابد تا در لحظه t_1 سرعت صفر می‌شود و در بازه t_1 تا t_2 نیز مجدداً سرعت زیاد و سرانجام کم می‌شود.

۶۱۳- گزینه ۳ از صفر تا t_1 اندازه سرعت در حال کاهش و انرژی جنبشی ذره در حال کم شدن است و کار برآیند نیروهای وارد بر ذره منفی است. از t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال افزایش و انرژی جنبشی ذره در حال زیاد شدن است و کار برآیند نیروهای وارد بر ذره مثبت است.



۶۱۴- گزینه ۳ نمودار $x-t$ سهمی است چون حرکت با شتاب ثابت می‌باشد و در سهمی نمودار نسبت به خط قائم گذرنده از رأس سهمی ($t=2$) متقارن می‌باشد و می‌دانیم که سرعت برابر شیب خط مماس است، چون اندازه شیب خط مماس در $t=0$ و $t=4$ س باهم برابر می‌باشد، اندازه سرعت یا تندى آنها یکی بوده و انرژی جنبشی در $t=0$ و $t=4$ س باهم برابر است.

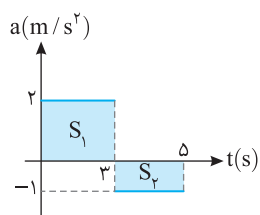


۶۱۵- گزینه ۴ حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $x-t$ به صورت سهمی خواهد بود:

$$x = at^2 + bt + c \Rightarrow \begin{cases} t=0, x=\delta \rightarrow \delta = c \\ t=2, x=9 \rightarrow 9 = 4a + 2b + \delta \Rightarrow 4a + 2b = 4 \\ t=2, \text{ رأس سهمی} \rightarrow t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 4 \end{cases}$$

بنابراین معادله مکان - زمان به صورت $x = -t^2 + 4t + \delta$ است و $a = -2 \text{ m/s}^2$ و $v_0 = 4 \text{ m/s}$ می‌باشد.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 4 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \rightarrow v_1 = 0 \\ t=4s \rightarrow v_2 = -4 \text{ m/s} \end{cases} \xrightarrow{W_t = \Delta K} W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$



۶۱۶- گزینه ۳ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد.

$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow v_2 - v_1 = 6 + (-2) \xrightarrow{v_1=0} v_2 = 4 \text{ m/s}$$

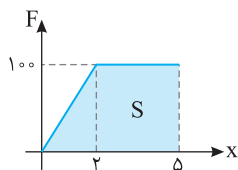
جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - 0) \Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$

$$W = S = \frac{100 \times (3 + 5)}{2} = 400 \text{ J}$$

۶۱۷- گزینه ۱ مساحت زیر نمودار $F-x$ برابر کار انجام شده می‌باشد

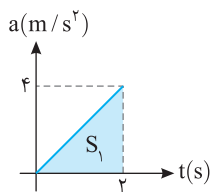


به کمک قضیه کار و انرژی سرعت در مکان $x = 5 \text{ m}$ خواهد شد:

$$W = \Delta K \Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 400 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - 0) \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2} = 10 \text{ m/s}^2$$

شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.



۶۱۸- گزینه ۳ با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ معادله شتاب - زمان را می‌نویسیم:

$$fa = \lambda t \Rightarrow a = \lambda t$$

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است. بنابراین نمودار $a-t$ را رسم می‌کنیم و تا لحظه $t=2$ س مساحت زیر نمودار آن را حساب کرده و با توجه به اینکه $v_0 = 0$ است، خواهیم داشت:

$$\Delta v = \frac{f \times 2}{2} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v - v_0 = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s} \xrightarrow{W = \Delta K} W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2 - 0) = 32 \text{ J}$$

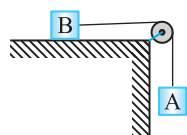
۶۱۹- گزینه ۳ پس از ۲س سرعت A از صفر به 2 m/s با شتاب ثابت رسیده است ابتدا مقدار جابه‌جایی جسم A که

در راستای قائم است را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta y = \frac{0 + 2}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta y = 2 \text{ m}$$

با پایین آمدن جسم A به اندازه ۲ متر جسم A مقداری انرژی پتانسیل از دست داده که به انرژی جنبشی دستگاه تبدیل می‌شود.

$$K_A + K_B = m_A g \Delta y \Rightarrow 16 = m_A \times 10 \times 2 \Rightarrow m_A = 0.8 \text{ kg}$$



توان متوسط برابر است با: **۱-۶۲۰- گزینه ۱**

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \frac{d}{t} \xrightarrow{v_{av} = \frac{d}{t}} \bar{P} = Fv_{av}$$

چون نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به رابطه $F=ma$ شتاب حرکت ثابت می‌باشد بنابراین $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

$$\bar{P} = Fv_{av} \Rightarrow \bar{P} = F \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_1 = 0} \bar{P} = F \frac{v_2}{2} = \frac{1}{2} Fv_2$$

با توجه به رابطه توان داریم: **۲-۶۲۱- گزینه ۲**

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{Fd}{t} \Rightarrow P = Fv_{av} \quad (1)$$

نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ شتاب نیز ثابت است.

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_1 = 0} v_{av} = \frac{v_2}{2} \quad (2)$$

$$P = Fv_{av} \Rightarrow P = F \frac{v_2}{2} \Rightarrow 10 = 20 \times \frac{v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

۴-۶۲۲- گزینه ۴ با توجه به معادله سرعت - زمان داده شده ($v = \Delta t + 2$)، شتاب حرکت $\Delta m/s^2$ و سرعت اولیه 2 m/s است. سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهد شد: **B**

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + 2 \Rightarrow v_{av} = 7 \text{ m/s}$$

$$F = ma \Rightarrow F = 3 \times 5 = 15 \text{ N}$$

$$P_{av} = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = Fv_{av} \Rightarrow P_{av} = 15 \times 7 = 105 \text{ W}$$

نیروی وارد بر جسم برابر است با:

توان متوسط را به دست می‌آوریم:

به کمک معادله مستقل از زمان سرعت در جابه‌جایی 2 m و 4 m به دست می‌آوریم: **۲-۶۲۳- گزینه ۲**

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 = 2 \times 2 \times (2 - 0) \Rightarrow v_1^2 = 8 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - 8 = 2 \times 2 \times (4 - 2) = 8 \Rightarrow v_2^2 = 16 \Rightarrow v_2 = 4 \text{ m/s}$$

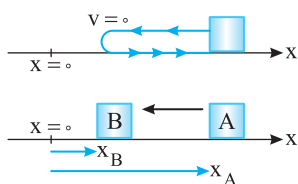
از رابطه مستقل از شتاب، زمان این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 2 = \frac{2\sqrt{2} + 4}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{\sqrt{2} + 2} \Rightarrow \Delta t = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{2} \Rightarrow \Delta t = 2 - \sqrt{2} = 2 - 1/4 = 0.75 \text{ s}$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = P \frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \times 2(16 - 8)}{0.75} = \frac{8}{0.75} = \frac{8 \times 4}{3} = \frac{32}{3} \text{ W}$$

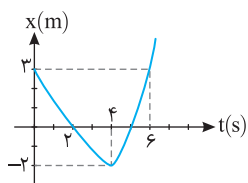
توان را حساب می‌کنیم:

پاسخ آزمون ۱



۱- گزینه ۴ مطابق شکل روبه‌رو ممکن است متحرک در X های مثبت در حال حرکت باشد و در همان جا تغییر جهت دهد و علامت بردار هم‌چنان مثبت باشد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

در شکل روبه‌رو متحرک از نقطه A به نقطه B رفته، جابه‌جایی منفی است اما بردار مکان مثبت است و گزینه (۲) نادرست است. سرعت متوسط، برابر است با $\bar{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بنابراین بردار سرعت متوسط هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است نه بردار مکان، در نتیجه گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.



۲- گزینه ۲ با توجه به نمودار جابه‌جایی متحرک در بازه ۲ تا ۶ ثانیه برابر $\Delta x = 3m$ و مسافت طی شده $l = 2 + 2 + 3 = 7m$ است. از این‌رو:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0.75 m/s \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{7}{4} = 1.75 m/s$$

۳- گزینه ۱ دقت کنید که سرعت متحرک در جابه‌جایی $-x$ برابر $-30 m/s$ است. حال با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow v_{av} = \frac{3x + (-x)}{\frac{3x}{60} + \frac{-x}{60}} = \frac{2x}{\frac{2x}{60}} = 24 m/s$$

۴- گزینه ۱ سرعت متوسط جابه‌جایی در یکای زمان است و جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. بنابراین:

$$|\Delta \vec{r}| = AC = \sqrt{(15-3)^2 + (11-2)^2} \Rightarrow |\Delta \vec{r}| = 15 m, \quad \bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{15}{3+7} = 1.5 m/s$$

۵- گزینه ۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = 2t, \quad x_B = -3t + 100$$

$$|x_A - x_B| = 20 \Rightarrow |2t + 3t - 100| = 20 \Rightarrow \begin{cases} 5t - 100 = 20 \Rightarrow t = 24 s \\ 5t - 100 = -20 \Rightarrow t = 16 s \end{cases}$$

اکنون دو رابطه را از هم کم می‌کنیم و برابر ۲۰ قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow \Delta x_B = 16 \times 3 = 48 m$$

در مسأله گفته شده برای اولین بار، پس $t = 16 s$ را انتخاب می‌کنیم. در این صورت:

حل به کمک سرعت نسبی: دو متحرک به سوی هم در حرکت هستند و سرعت نسبی آن‌ها $v_{نسبی} = 3 + 2 = 5 m/s$ خواهد بود. وقتی فاصله آن‌ها ۲۰ متر می‌شود،

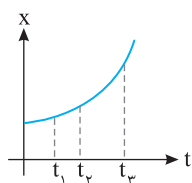
$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{20}{5} = 4 s \xrightarrow{\Delta x = v_B t} \Delta x = 16 \times 3 = 48 m$$

یعنی جابه‌جایی دو متحرک جمعاً $100 - 20 = 80 m$ است:

۶- گزینه ۳ در صورت پرسش بیان شده که نمودار سهمی است. پس حرکت دارای شتاب ثابت بوده و سرعت

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ متوسط در هر بازه زمانی برابر میانگین سرعت‌ها در ابتدا و انتهای بازه است.}$$

اکنون به نمودار توجه کنید. شیب نمودار در لحظه t_1 و t_2 و t_3 در حال افزایش است. بنابراین:



$$v_3 > v_2 > v_1 > v_0$$

$$t_2 \rightarrow t_3$$

$$t_1 \rightarrow t_2$$

$$0 \rightarrow t_1$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{2 \rightarrow 3} &= \frac{v_3 + v_2}{2} \\ \bar{v}_{1 \rightarrow 2} &= \frac{v_2 + v_1}{2} \\ \bar{v}_{0 \rightarrow 1} &= \frac{v_1 + v_0}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{v}_{2 \rightarrow 3} > \bar{v}_{1 \rightarrow 2} > \bar{v}_{0 \rightarrow 1}$$

۷- گزینه ۳ شناگر در مدت $t = \frac{50}{5} = 10 s$ ، طول استخر را طی کرده و در مدت $14 - 10 = 4 s$ در مسیر برگشت است و در مدت $5 \times 4 = 20 m$ باز

می‌گردد. بنابراین جابه‌جایی شناگر در مدت ۱۴s برابر ۳۰m است و اندازه‌ی سرعت متوسط حرکت او در ۱۴s برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7} m/s$$

۸- گزینه ۲ شتاب حرکت $a = +4 \text{ m/s}^2$ ، سرعت اولیه 3 m/s و مکان اولیه 8 m است.

معادله‌ی سرعت - زمان و لحظه‌ی تغییر جهت حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = 4t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{4} \text{ s}$$

بنابراین متحرک ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و در لحظه‌ی $t = \frac{3}{4} \text{ s}$ متوقف شده و در جهت مثبت محور حرکت می‌کند سپس از مبدأ می‌گذرد پس بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۹- گزینه ۲ راه حل اول: استفاده از معادله مستقل از شتاب است.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow 9 = \frac{0+v_0}{2} \times 1/5 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s}$$

بنابراین شتاب خواهد شد:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-12}{1/5} \Rightarrow a = -12 \text{ m/s}^2$$

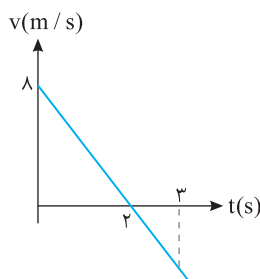
راه حل دوم: کافی است متحرکی را فرض کنیم که از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در آمده است و در مدت $1/5 \text{ s}$ جابه‌جایی 9 m متر را طی کرده است.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} a (1/5)^2 \Rightarrow a = 12 \text{ m/s}^2$$

۱۰- گزینه ۳ کافی است معادله‌ی حرکت را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم کنیم:

$$\begin{cases} 3x = \frac{1}{2} at'^2 \\ x = \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \Rightarrow 3 = \frac{t'^2}{t^2} \Rightarrow t' = \sqrt{3}t$$

۱۱- گزینه ۱ راه حل اول: با استفاده از معادله مکان - زمان، سرعت - زمان و شتاب - زمان را به دست آورده.



$$\begin{cases} x = -2t^2 + 8t + 10 \\ x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 8 \xrightarrow{v=0} t = 2 \text{ s}$$

سرعت در بازه زمانی صفر تا 2 s مثبت و در بازه 2 s تا 3 s منفی است، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده ($av < 0$) و سپس حرکت تندشونده ($av > 0$) است.

راه حل دوم: کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. مشخص است که در بازه صفر تا 2 s سرعت کاهش یافته و صفر شده سپس از 2 s تا 3 s بزرگی سرعت افزایش می‌یابد و گزینه (۱) درست است.

۱۲- گزینه ۳ راه حل اول: ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم. سرعت در لحظه $t = 6 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-v_0}{9} \Rightarrow a = \frac{-v_0}{9}$$

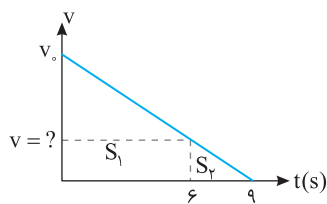
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -\frac{v_0}{9} \times 6 + v_0 \Rightarrow v = \frac{v_0}{3}$$

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$$

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\frac{v_0}{3} + v_0}{2} \times 6 = \frac{4v_0}{3} \times 3 = 4v_0 \\ d_2 = \frac{0 + \frac{v_0}{3}}{2} \times 3 = \frac{v_0}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 8$$

به کمک معادله مستقل از شتاب مسئله به راحتی قابل حل است.

راه حل دوم: استفاده از نمودار سرعت - زمان.



$$\frac{3}{9} = \frac{v}{v_0} \Rightarrow v = \frac{v_0}{3}$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها:

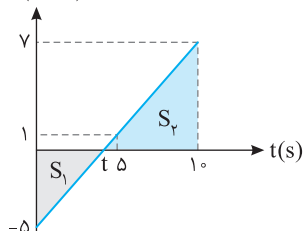
سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. از این‌رو:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{v_0 + \frac{v_0}{3}}{2} \times 6}{\frac{\frac{v_0}{3} + 0}{2} \times 3} = 8$$

۱۳- گزینه ۳ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است. در ثانیه دوم حرکت یعنی در بازه بین $t=1s$ و $t=2s$ سرعت متوسط $8m/s$ است پس سرعت در لحظه $t=1/2s$ برابر $8m/s$ خواهد بود. با همین استدلال سرعت در لحظه $3/5s$ برابر $16m/s$ است از این رو شتاب خواهد شد:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{16 - 8}{3/5 - 1/5} = 4m/s^2$$

$a(m/s^2)$



۱۴- گزینه ۱ سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت است. نمودار شتاب - زمان را رسم می کنیم.

$$a = 1/2t - 5 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow a = -5m/s^2 \\ t=2.5 \Rightarrow a = 0 \\ t=5s \Rightarrow a = 1m/s^2 \\ t=10s \Rightarrow a = 7m/s^2 \end{cases}$$

سطح S_1 و S_2 را حساب می کنیم:

$$\Delta v = S_1 + S_2 = \frac{-5 \times 2.5}{2} + \frac{7 \times (10 - 2.5)}{2} \Rightarrow \Delta v = \frac{-12.5}{2} + \frac{24.5}{2} \Rightarrow \Delta v = \frac{12}{2} = 6m/s \Rightarrow v - v_0 = 6 \Rightarrow v = 6m/s$$

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t_1^2 \Rightarrow x_1 = t_1^2$$

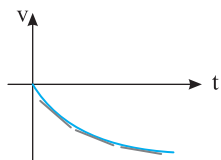
$$x_2 = vt_2 \Rightarrow x_2 = 5(t_2 - 5)$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t_1^2 = 5t_2 - 25 \Rightarrow t_1^2 - 5t_2 + 25 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 100 < 0$$

دو متحرک به هم نمی رسند.

۱۶- گزینه ۲ شتاب حرکت A از شتاب حرکت B بیشتر است و هر دو از حال سکون به راه افتاده اند از این رو سرعت A رفته رفته از سرعت B بیشتر می شود. بعد از آنکه شتاب B بیشتر می شود با فرض آنکه $a_B > a_A$ باشد، سرعت B رفته رفته افزایش می یابد.

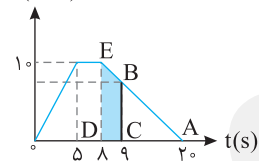
اما در ابتدا از A جلو افتاده است و برای آن که B بتواند به A برسد باید سرعتش از سرعت A بیشتر شود. یعنی در لحظه سبقت B از A قطعاً $v_B > v_A$ است.



۱۷- گزینه ۲ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. با توجه به نمودار مقدار سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و شیب خط مماس در حال کاهش و شتاب متغیر و در حال کاهش است.

۱۸- گزینه ۳ باید مساحت سطح رنگی را به دست آورید. قاعده ی بزرگ این دوزنقه ۱۰ است. باید قاعده ی کوچک آن را به کمک تشابه به دست آورد.

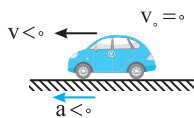
$v(m/s)$

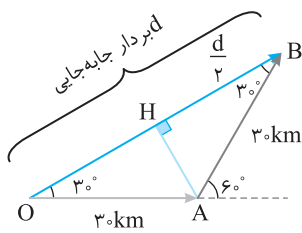


$$\begin{aligned} \Delta ABC \sim \Delta ADE \\ \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{12}{11} = \frac{10}{BC} \Rightarrow BC = \frac{110}{12} \\ S = \frac{10 + \frac{110}{12}}{2} \times 1 = \frac{230}{24} = \frac{115}{12} m \end{aligned}$$

۱۹- گزینه ۴ در بازه زمانی صفر تا t_1 شیب نمودار سرعت - زمان مثبت و شتاب متحرک ثابت و مثبت است. در بازه t_1 تا t_2 ، سرعت ثابت، شتاب صفر و نمودار شتاب بر محور زمان منطبق می باشد. در بازه t_2 تا t_3 شیب نمودار سرعت - زمان منفی و شتاب ثابت و منفی است. بنابراین، گزینه (۴) پاسخ درست است. دقت کنید که اندازه شتاب در بازه t_1 تا t_2 با اندازه شتاب در بازه t_2 تا t_3 برابر است.

۲۰- گزینه ۳ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. در بازه زمانی صفر تا $2s$ در جهت منفی محور، با شتاب منفی بر سرعتش افزوده می شود. دقت کنید شتاب منفی به معنی حرکت کندشونده نیست. اگر مطابق شکل، متحرک از مبدأ و خلاف جهت محور، شروع به حرکت کند، با شتاب منفی دارای حرکت تندشونده است زیرا بردار سرعت و شتاب هم جهت است. در لحظه $t=2s$ ، شتاب تغییر جهت (علامت) داده است یعنی شتاب مثبت است اما همچنان سرعت منفی است و حرکت بعد از $t=2s$ کندشونده است، پس بیشترین سرعت در $t=2s$ است.





۱- گزینه ۲ با توجه به شکل روبه‌رو خط عمود AH را رسم می‌کنیم در مثلث AHB می‌توان نوشت:

$$\cos 30^\circ = \frac{HB}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow d = 3 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$$

۲- گزینه ۲ در هر نقطه از مسیر بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است.

۳- گزینه ۳ ابتدا زمان‌های طی شدن مسافت‌ها را به دست می‌آوریم:

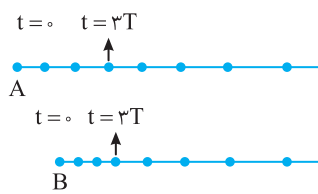
$$t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{4}{4} \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s} \quad , \quad t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{3}{3} \Rightarrow t_2 = 1 \text{ s} \quad , \quad t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_3} \Rightarrow t_3 = \frac{-5}{-1} \Rightarrow t_3 = 5 \text{ s}$$

جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. جابه‌جایی متحرک برابر $4 + 3 - 5 = 2 \text{ m}$ است. در این صورت سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{2}{1+1+5} \Rightarrow v_{av} = 2/6 \text{ m/s}$$

۴- گزینه ۴ در حرکت یکنواخت روی خط راست، v مقدار ثابتی است. بنابراین نمودار (c) درست است. از طرفی معادله مکان - زمان این حرکت تابع درجه

یک از زمان است. بنابراین نمودار مکان - زمان این حرکت خط راست مایل است و نمودار a می‌تواند درست باشد (با فرض $x_0 = 0$). در نتیجه گزینه (۴) درست است.



۵- گزینه ۴ با توجه به شکل مسیر، متحرک از A از مکان عقب‌تر از B شروع به حرکت کرده و سرعت ابتدایی A

بیشتر از سرعت B است ($v_A > v_B$) زیرا در مدت $3T$ مسیر طولانی‌تری را طی کرده است. جابه‌جایی هر دو در مدت

$3T$ با تندی ثابت انجام شده زیرا مسافت طی شده در بازه‌های T یکسان است. در ادامه مسیر شتاب B بیشتر از A

می‌باشد و بر تندی B مقدار بیشتری اضافه می‌شود زیرا جابه‌جایی‌ها در بازه‌های $3T$ و $7T$ برای B بزرگ‌تر از A بوده و

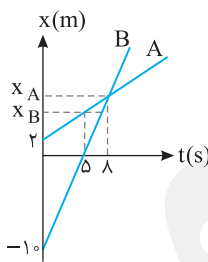
در $7T$ دو متحرک کنار یکدیگرند. در این صورت در بازه صفر تا $3T$ نمودار A و B خط راست مایل بوده که شیب خط

A بیشتر از شیب خط B است.

۶- گزینه ۱ با توجه به صورت سؤال باید در مدت $4S$ اول در هر ثانیه جابه‌جایی از ثانیه قبل بیشتر باشد سپس در مدت $3S$ جابه‌جایی‌ها یکسان بوده و سرانجام

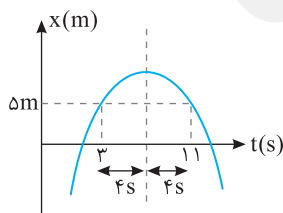
با همان شتاب در مدت $4S$ می‌ایستد و در این بازه $4S$ باید مسیرش متقارن با $4S$ اول باشد.

۷- گزینه ۱ با توجه به شکل به کمک تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:



$$\frac{x_A}{10} = \frac{6-5}{5-0} \Rightarrow x_A = 6 \text{ m}$$

$$\frac{x_A - x_B}{x_B - 2} = \frac{6-5}{5-0} \Rightarrow \frac{6-x_B}{x_B-2} = \frac{1}{5} \Rightarrow 30-5x_B = x_B-6 \Rightarrow 36 = 6x_B \Rightarrow x_B = 6 \text{ m}$$



۸- گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت معادله مکان - زمان تابع درجه ۲ است ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$) و

نمودار سهمی است و خط گذرنده از رأس سهمی خط تقارن سهمی است.

در $t = 7S$ مکان بیشینه است یعنی $t = 7S$ رأس سهمی است و در فاصله‌های زمانی یکسان از $t = 7S$ مکان‌ها یکسان

است. پس در $t = 3S$ و $t = 11S$ مکان $+5m$ است (به شکل سهمی دقت کنید).

۹- گزینه ۲ کافی است لحظه گذر از مکان $x_0 = -3 \text{ m}$ با تندی $v_0 = 1/5 \text{ m/s}$ را مبدأ زمان ($t=0$) بگیریم و سپس به کمک معادله حرکت مسئله را حل کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + 1/5 \times 4 + (-3) = 16 + 6 - 3 \Rightarrow x = 19 \text{ m}$$

۱۰- گزینه ۴ جابه‌جایی در ثانیه اول برابر است با:

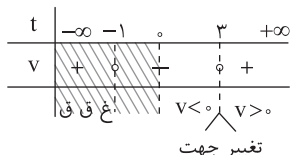
$$\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a + v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} a + v_0 = \Delta \Rightarrow a + 2v_0 = 10 \quad (1)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه دوم را از رابطه جابه‌جایی در مدت n ثانیه به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{n}{2} a (2t-n) + nv_0 \Rightarrow 18 = \frac{2}{2} a (2 \times 2 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 18 = 2a + 2v_0 \quad (2)$$

دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم.

$$\lambda = \Delta a \Rightarrow a = 1/6 \text{ m/s}^2$$



۱۱- گزینه ۳ وقتی متحرک در جهت منفی محور در حرکت است، تندی آن نیز منفی است، بنابراین باید معادله سرعت- زمان را تعیین علامت کرد. برای این منظور ابتدا ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم.

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = -1, t = 3$$

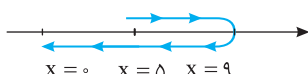
به کمک جدول روبه‌رو علامت سرعت را مشخص می‌کنیم. بنابراین در بازه صفر تا ۳s سرعت منفی است.

۱۲- گزینه ۴ راه‌حل اول: مسافت طی شده یعنی طول کل مسیری که متحرک در ۵ ثانیه طی می‌کند. پس باید بررسی کرد که متحرک متوقف می‌شود و جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد یا خیر؟ برای این منظور ابتدا معادله سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$v = -2t + 4 \xrightarrow{v=0} -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

پس در لحظه $t = 2s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. حال مکان تغییر جهت را نیز به دست می‌آوریم:

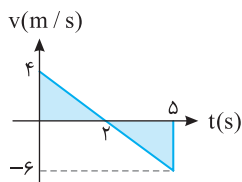
$$x = -t^2 + 4t + 5 \xrightarrow{t=2s} x = -4 + 8 + 5 = 9m$$



در لحظه $t = 0$ متحرک در مکان $+5m$ ، در لحظه $t = 2s$ در مکان $+9m$ و در لحظه $t = 5s$ در مکان $x = 0$ است. پس در کل، مسافت طی شده برابر است با:

$$4 + 9 = 13m$$

راه‌حل دوم: می‌توانیم نمودار سرعت- زمان $v = -2t + 4$ را در مدت ۵s رسم کرده و قدرمطلق سطح‌های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.



$$\text{مسافت طی شده} = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{-6 \times 3}{2} \right| = 13m$$

۱۳- گزینه ۳ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با تندی اولیه $\frac{v}{2}$ و متحرک دوم دارای حرکت با تندی ثابت v است، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v' + v}{2} \Delta t \\ \Delta x_2 &= v \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v \Delta t = \frac{v' + v}{2} \Delta t \Rightarrow v' = \frac{3v}{2}$$

۱۴- گزینه ۱ معادله حرکت دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} t^2$$

$$x_B = vt + x_0 \Rightarrow x_B = 15t - 100$$

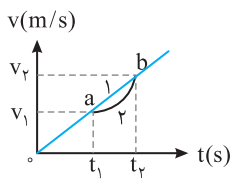
$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2} t^2 = 15t - 100$$

$$t^2 - 30t + 200 = 0 \Rightarrow (t-10)(t-20) = 0 \begin{cases} t = 10s \\ t = 20s \end{cases}$$

۱۵- گزینه ۴ بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) بگذرد.

$$t^2 + t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \text{ بدون جواب}$$

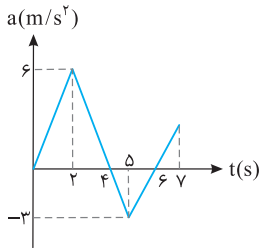
بنابراین این متحرک از مبدأ نمی‌گذرد و گزینه (۴) درست است.



۱۶- گزینه ۲ چون نمودار منحنی است، پس حرکت با شتاب متغیر می‌باشد. بنابراین $v_{av} \neq \frac{v_1 + v_2}{2}$ خواهد بود.

زیرا فقط در حرکت با شتاب ثابت $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ و نمودار سرعت-زمان خط راست است. از طرفی سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر تغییر مکان متحرک است و سطح زیر نمودار یک حرکت فرضی با شتاب ثابت مانند نمودار (۱) کمتر است، پس سرعت متوسط در نمودار (۲) از سرعت متوسط در نمودار (۱) کمتر خواهد بود.

$$S_2 < S_1 \Rightarrow \Delta x_2 < \Delta x_1 \Rightarrow v_{av,2} < v_{av,1} \Rightarrow v_{av} < \frac{v_1 + v_2}{2}$$



۱۷- گزینه ۴ متحرکی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند جهت حرکت و بردار شتابش یکی است. یعنی این متحرک که در ابتدا شتابش مثبت بوده در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده تا لحظه $t=4s$ که شتاب مثبت و تندی مثبت است در حال دور شدن از مبدأ است. در $t=4s$ تندی اش $\Delta v = S = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ m/s}$ است. از این لحظه به بعد شتاب منفی می‌شود و از تندی می‌کاهد اما تندی را به صفر نمی‌رساند زیرا در بازه $4s$ تا $6s$ تغییر تندی

مثبت است در حال دور شدن از مبدأ است. در $t=6s$ تندی اش $\Delta v = S = \frac{-3 \times 2}{2} = -3 \text{ m/s}$ بوده در لحظه $t=6s$ تندی همچنان مثبت است $(v_6 = 12 + (-3) = 9 \text{ m/s})$ و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه $t=6s$ شتاب مجدداً مثبت شده و بر تندی در جهت مثبت محور می‌افزاید و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است. بنابراین در $t=7s$ متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد.

۱۸- گزینه ۲ شیب خط قاطع نمودار $x-t$ برابر تندی متوسط است از این رو:

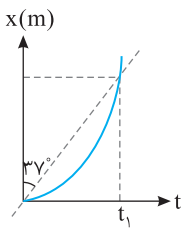
$$v_{av} = \tan \alpha = \tan 53^\circ \Rightarrow v_{av} = \frac{4/6}{3/6} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$$

از طرفی نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است از این رو:

در لحظه $t=0$ نمودار بر محور زمان مماس بوده و سرعت اولیه صفر است. بنابراین:

$$\frac{4}{3} = \frac{v + 0}{2} \Rightarrow v = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$



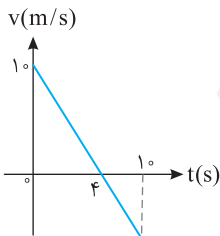
۱۹- گزینه ۲ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 10}{5} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

مکان را حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2} (-2/5) (100) + 10 \times 10 + 2 \Rightarrow x = -125 + 100 + 2 \Rightarrow x = -23 \text{ m}$$



۲۰- گزینه ۲ تندی در لحظه‌های $t=0$ و $t=3s$ و $t=6s$ و $t=9s$ را به دست آورده و نمودار سرعت-زمان را

رسم می‌کنیم:

$$t=0 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

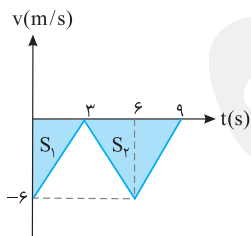
$$t=3s \Rightarrow v = a t_1 + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + (-6) = 0$$

$$t=6s \Rightarrow v = (-2 \times 3) + 0 = -6 \text{ m/s}$$

$$t=9s \Rightarrow v = (2 \times 3) + (-6) = 0$$

$$d = |S_1| + |S_2| \Rightarrow d = \left| \frac{(-6) \times 3}{2} \right| + \left| \frac{6 \times (-6)}{2} \right| \Rightarrow d = 9 + 18 = 27 \text{ m}$$

مسافت طی شده برابر است با:



فصل دوم

دینامیک



برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

دینامیک

فصل ۲

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینه ۳ بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند (تعادل ایستا)، اگر در حال حرکت است، به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی).

۲- گزینه ۳ با توجه به قانون اول جسم درون واگن قطار تمایل دارد حرکت خود را حفظ کند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی که شخص درون واگن قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای قطار جا می‌ماند. یعنی هنگامی که قطار ترمز می‌کند شخص با همان سرعت قبلی در حال حرکت می‌باشد، پس به سمت جلو منحرف می‌شود و هنگامی که حرکت قطار تندشونده باشد، شخص با همان سرعت کم در حال حرکت است پس شخص به سمت عقب منحرف می‌شود. در پاسخ این تست‌ها همواره به زندگی روزمره خود دقت کنید. اگر در اتوبوس ایستاده باشید و اتوبوس ناگهان ترمز کند رو به جلو منحرف می‌شود و اگر از حال سکون ناگهان به راه بیفتد به سمت عقب منحرف می‌شوید.

۳- گزینه ۱ آزمایش گالیله بیانگر قانون اول نیوتون می‌باشد که هرگاه جسمی در حال حرکت با سرعت ثابت باشد و به آن نیروی خالصی وارد نشود به حرکت با همان سرعت ادامه خواهد داد.

۴- گزینه ۲ هنگام ضربه زدن به انتهای دسته، دسته متوقف می‌شود. اما طبق قانون اول سر چکش هم چنان به حرکت به سمت پایین خود ادامه می‌دهد، پس این کار سبب سفت شدن سر چکش می‌شود.

۵- گزینه ۴ قانون اول نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. در واقع تمایل اجسام به حفظ وضع موجود، موضوع قانون اول نیوتون است.

در پاسخ به این پرسش باید به مفهوم لختی و جرم بپردازیم. جسم بنا به قانون اول نیوتون در مقابل تغییر سرعت از خود مقاومت نشان می‌دهد، یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند. به این مقاومت، لختی گویند.

اگر نخ پایی را به سرعت بکشیم، لختی وزنه مانع حرکت کردن وزنه شده و نخ از پایین وزنه پاره می‌شود. اما اگر نخ پایی را به آرامی پایین بکشیم، نیروی F و وزن وزنه با هم جمع شده و نخ از قسمت بین وزنه و سقف یعنی از قسمت بالایی پاره می‌شود.

۶- گزینه ۲ اتومبیل B ساکن است و می‌خواهد حالت خود را حفظ کند هنگامی که A ناگهان شروع به حرکت کند مقاومت اتومبیل B در مقابل تغییر حالت (لختی B) سبب پاره شدن سیم بکسل می‌شود.

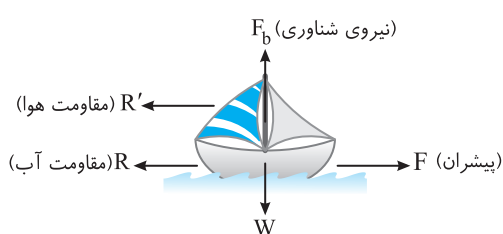
۷- گزینه ۴ تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لختی جسم می‌گوییم. در واقع وقتی خودرو با سرعت v روی خط راست در حرکت است، شما نیز روی خط راست با سرعت v در حرکت هستید. وقتی خودرو دور می‌زند، شما بنابر قانون اول نیوتون تمایل دارید بر مسیر مستقیم حرکت کنید و به سمت خارج پیچ متمایل می‌شوید. قانون اول نیوتون را اصل اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

۸- گزینه ۲ اگر در خودرو نشسته باشید و خودرو با تندی ثابت دور میدانی به سمت چپ بچرخد شما به سمت خارج پیچ (به سمت راست) منحرف می‌شوید که این پدیده شاهی بر قانون اول نیوتون است.

۹- گزینه ۴ قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو، شتابی می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ وقتی بر جسم نیروی خارجی خالصی وارد شود، بنابه قانون دوم نیوتون $(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m})$ ، جسم شتاب می‌گیرد.

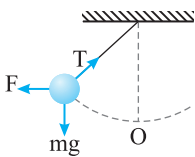
۱۰- گزینه ۴ با توجه به قانون دوم نیوتون اگر به جسمی که با شتاب ثابت در حرکت است، نیروی خالص و ثابتی وارد شود، سرعت جسم در این حالت تغییر می‌کند. همچنین هنگامی که نیروی خالص غیر ثابت باشد، شتاب جسم تغییر می‌کند. گاهی هم نیروی وارد بر جسم برای به حرکت درآوردن جسم نیست مانند فشردن یک سیب بین دو دست، پس نیروی وارد بر یک جسم می‌تواند باعث هر سه گزینه شود.

۱۱- گزینه ۴ برابند نیروهای وارد بر جسم، تنها شتاب حرکت را مشخص می‌کند و در مورد جهت حرکت جسم به تنهایی اطلاعاتی نمی‌دهد. مثلاً اگر حرکت روی خط راست بوده و حرکت تندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم هم جهت هستند و اگر حرکت کندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم در خلاف جهت هم هستند. اگر مسیر خمیده باشد، نیروی وارد بر جسم و سرعت جسم با هم زاویه می‌سازند، بنابراین گزینه (۴) درست است.



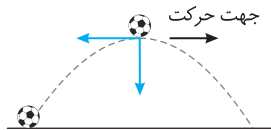
۱۲- گزینه ۴ اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که منشأ این نیرو فشار مایع است و همین نیرو است که کشتی‌ها را بر سطح آب شناور نگه می‌دارد توضیحات بیشتر درباره این نیرو در بخش ششم همین فصل با عنوان «نیروی شناوری» آمده است. منظور از نیروی پیشران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی که باد بر بادبان‌ها وارد می‌کند یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی کشتی می‌شود.

۱۳- گزینه ۲ در حرکت در راستای قائم همواره یک نیروی وزن به سمت پایین به جسم وارد می‌شود، پس در این حرکت هیچ‌گاه نیروها متوازن نخواهند شد. اما در نقطه اوج تندی لحظه‌ای جسم صفر می‌شود پس در این حالت جسم به حال سکون لحظه‌ای می‌رسد اما دارای تعادل نیست.



۱۴- گزینه ۳ در حالت عادی نیروهای T و mg شتابی به سمت O ایجاد می‌کنند. پس نیروی F لازم است تا اثر mg و T را خنثی کند.

۱۵- گزینه ۴ چگونگی حرکت جسم پس از وارد آمدن نیرو، به سرعت اولیه جسم و زاویه‌ای که نیرو با راستای سرعت اولیه می‌سازد، بستگی دارد. اگر جسم ساکن باشد و بر آن یک نیرو وارد شود، جسم در راستای نیرو شروع به حرکت می‌کند و اگر نیرو تغییر جهت ندهد، حرکت جسم روی خط راست است. بنابراین گزینه (۱) درست است.



اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مثلاً گلوله‌ای که در شرایط خلأ مطابق شکل، پرتاب شود، نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی و رو به پایین است، اما مسیر حرکت خمیده است. بنابراین گزینه (۲) درست است. اگر نیرو بر مسیر حرکت در هر نقطه عمود باشد (همان‌طور که در فصل حرکت‌شناسی بیان شد)، بزرگی سرعت جسم ثابت می‌ماند، زیرا نیرو در راستای سرعت که مماس بر مسیر است، مؤلفه‌ای ندارد و در نتیجه بزرگی سرعت ثابت می‌ماند. بنابراین گزینه (۳) نیز درست است.



۱۶- گزینه ۱ جسم در حال سقوط آزاد است و به آن نیروی وزن mg وارد می‌شود برای آن که حرکت آن کندشونده شود و متوقف گردد باید نیروی F رو به بالا بر آن وارد شود که این نیرو باید از W بزرگ‌تر باشد و باعث توقف جسم شود.

نیروی گرانش: بین دو جرم، یک نیروی رابیشی وجود دارد که به آن نیروی گرانش گویند. قانون جهانی گرانش: نیروی گرانش بین دو جسم با حاصل ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

میدان گرانش: در اطراف هر جسم خاصیتی وجود دارد که بر اجسام دیگر نیرو وارد می‌کند. این میدان را میدان گرانش می‌گویند. میدان گرانش کمیت برداری است و برابر با نیروی گرانش وارد بر یکای جرم است.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

میدان گرانش یک جسم به جرم M و در فاصله r از آن برابر است با:

میدان گرانش در سطح سیاره برابر است با:

که در آن M جرم سیاره و R شعاع سیاره است.

۱۷- گزینه ۴ بنابر قانون سوم نیوتون، هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی -F را وارد می‌کند. بنابراین نقطه اثر نیروهای کنش و واکنش متفاوت است، به همین علت بررسی برآیند آن‌ها اصولاً مفهوم فیزیکی ندارد.

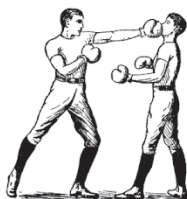
دقت کنید در گزینه (۳) بیان شده است که برآیند نیروی کنش و واکنش صفر نیست درحالی که این دو نیرو، برآیند ندارند که صفر و یا غیرصفر باشد.

۱۸- گزینه ۳ اندازه نیروی کنش و واکنش یکسان است و گزاره (الف) درست است.

نیروهای کنش و واکنش در خلاف جهت هم بوده و جهت آن‌ها یکسان نیست پس گزاره (ب) نادرست است. نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم نوع‌اند، جنس نیروهای کنش و واکنش یکسان است و گزاره (ب) درست است.



۱۹- گزینه ۴ نیروی وزن نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند پس واکنش آن نیرویی است که جسم بر مرکز کره زمین وارد می‌کند. یادتان باشد که بنا به قانون سوم نیوتون، اگر جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز به جسم A نیروی -F را وارد می‌کند.



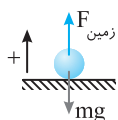
۲۰- گزینه ۳ بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بین دو جسم یکسان و در خلاف جهت یکدیگر است.

پرسش

در واقع این پرسش شماست که همواره در کلاس بیان می‌کنید که اگر نیروها یکسان است پس چرا صورت شما در اثر ضربه مشت تاپسون از هم می‌پاشد، اما دست او آسیب نمی‌بیند؟

پاسخ

اما صورت شما تحمل این نیرو را ندارد و به شدت آسیب می‌بیند. اما دست مشت شده تاپسون با استقامت بالا تحمل این نیرو را دارد.

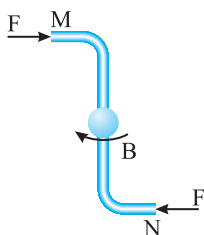


۲۱- گزینه ۲ هنگام برخورد توپ با زمین ابتدا توپ با سرعت v به سمت پایین به زمین برخورد می کند تا به طول لحظه ای متوقف شود یعنی در این حالت حرکت متحرک کندشونده است و شتاب خلاف جهت هم اند پس جهت شتاب به سمت بالا است. می دانیم شتاب در جهت نیروی برآیند قرار دارد پس نیروی برآیند وارد بر جسم به سمت بالا می باشد.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a > 0} F_{\text{net}} > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} - mg > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} > mg$$

هنگام بلند شدن توپ از زمین سرعت از $v = 0$ به سرعت v' به سمت بالا خواهد رسید، پس حرکت تندشونده و جهت شتاب و سرعت یکسان است، پس شتاب به سمت بالا و برآیند نیروها مجدداً به سمت بالا است که مشابه محاسبات بالا $F_{\text{زمین}} > mg$ است.

۲۲- گزینه ۴ به جمله‌ها و عبارتهای تست دقت کنید. «در تماس توپ با زمین» نه قبل و نه بعد از تماس توپ با زمین و «نیروی وارد بر توپ» نه نیروی وارد بر سطح، بنابراین از لحظه شروع تماس توپ با زمین بر توپ نیرویی رو به بالا وارد شده و آنرا از حرکت می اندازد و سپس این نیروی رو به بالا، توپ را مجدداً رو به بالا هل می دهد.



۲۳- گزینه ۴ طبق قانون سوم نیوتون واکنش نیروی وارد بر آب به فواره وارد می شود یعنی در دهانه M مطابق شکل به آب نیرو به جهت چپ برای خروج آب وارد می شود پس آب نیز نیرویی به سمت راست به فواره وارد می کند. هم چنین در دهانه N به آب به سمت راست نیرو وارد می شود پس آب نیز به سمت چپ به فواره نیرو وارد می کند. مطابق شکل جهت نیروهای وارد به فواره و جهت چرخش آن نشان داده شده است.

۲۴- گزینه ۱ با توجه به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی F بر عامل به وجود آورنده اش وارد می شود، بنابراین گزینه (۱) درست است. بررسی سایر گزینه‌ها:

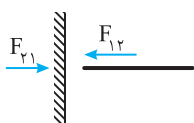
در گزینه (۲): واکنش W به مرکز کره زمین وارد می شود.

در گزینه (۳): واکنش N بر سطح تکیه گاه (عامل به وجود آورنده اش) وارد می شود.

در گزینه (۴): واکنش f بر عامل حرکت جسم (مثلاً دست ما) و واکنش f بر سطح تماس به طور متقابل وارد می شود.

۲۵- گزینه ۴ گزینه (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.

۲۶- گزینه ۳ واکنش هر نیرو بر عامل به وجود آورنده اش وارد می شود چون دست بر طناب نیرو وارد کرده است، طناب هم بر دست نیرو وارد می کند.

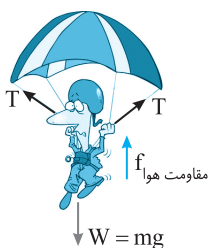


البته در نقطه تماس طناب با دیوار هم نیروهای کنش و واکنش داریم. $F_{۱۲}$ نیرویی است که دیوار به طناب وارد می کند و $F_{۲۱}$ واکنش آن است که طناب بر دیوار وارد می کند.

۲۷- گزینه ۲ قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی $-F$ را وارد می کند. بنابه قانون سوم نیوتون، نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد می شوند و بررسی برآیند آن‌ها مفهوم فیزیکی ندارد.

هنگام پرتاب موشک، موشک بر گازهای خروجی اش نیرویی رو به عقب (رو به پایین) وارد می کند. بنابه قانون سوم نیوتون گازهای خروجی به موشک نیرویی رو به جلو (رو به بالا) وارد می کنند که سبب حرکت موشک می شود.

۲۸- گزینه ۲ مطابق شکل نیروهای وارد بر چترباز را مشخص می کنیم.



واکنش mg به کره زمین، کشش T به طناب‌های چتر نجات و مقاومت هوا به هوا وارد می شود.

۲۹- گزینه ۳ مطابق شکل شخص درون قایق نشسته و از طرف کره زمین نیروی وزن بر شخص وارد می شود که واکنش آن توسط شخص بر کره زمین وارد می شود. از طرفی کف قایق بر شخص نیروی F_N رو به بالا وارد می کند که واکنش آن توسط شخص بر کف قایق رو به پایین وارد می شود. نیرویی که شخص بر پارو و پارو بر شخص وارد می کند نیز نیروی کنش و واکنش یکدیگرند، بنابراین واکنش نیروهای وارد به شخص به قایق و پارو و زمین وارد می شود.



۳۰- گزینه ۱ دستگاه در حال حرکت است و وزنه M_1 رو به پایین حرکت می کند. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر M_1 رو به پایین است و $T < M_1 g$ می باشد. در واقع نخ بر M_1 ، نیرویی کمتر از $M_1 g$ وارد می کند، بنابه قانون سوم نیوتون، M_1 نیز نیرویی برابر T ، که کوچکتر از $M_1 g$ است بر نخ وارد می کند. با استدلال بالا گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست است.

در مورد گزینه (۴) باید گفت که وزنه M_1 بر وزنه M_2 نیرویی وارد نمی کند. پس گزینه (۱) درست است.

قانون دوم نیوتون را برای هر جسم به طور جداگانه نوشته و طرفین روابط را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 \\ F = m_2 a_2 \end{cases} \xrightarrow{F=F} m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow 6a_1 = 9a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$$

رابطه $F=ma$ را یک بار برای حالت اول و بار دیگر برای حالت دوم می‌نویسیم و سپس طرفین را با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} F = m \times 2 \quad (1) \\ F = (m+5) \times 1 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow 2m = 1/8m + 9 \Rightarrow m = 4 \text{ kg} \xrightarrow{\text{در (1) قرار می‌دهیم}} F = m \times 2 \Rightarrow F = 90 \text{ N}$$

به مثال زیر توجه شود:

مثال: یک جعبه خالی تحت اثر نیروی F شتابی برابر $2/\Delta m/s^2$ دارد. اگر یک قطعه آجر داخل جعبه قرار دهیم و به جعبه همان نیروی F وارد شود، شتابی برابر $1/\Delta m/s^2$ می‌گیرد. جرم آجر چند برابر جرم جعبه است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1) \qquad \frac{2}{2} \quad (2) \qquad 3 \quad (3) \qquad 3 \quad (4)$$

پاسخ: قانون دوم را در دو حالت می‌نویسیم، اگر m_1 جرم جعبه و m_2 جرم آجر باشد:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 \\ F = (m_1 + m_2) a_2 \end{cases} \xrightarrow{F=F} m_1 a_1 = (m_1 + m_2) a_2 \Rightarrow m_1 \times \frac{2}{3} = (m_1 + m_2) \times \frac{1}{2} \Rightarrow 2m_1 = 3m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$$

$$F_{\text{پیشران}} = m_1 a \Rightarrow F_{\text{پیشران}} = \Delta(200) \times 2 = 2000 \text{ N}$$

با توجه به شتاب و جرم واگن‌ها نیروی پیشران لوکوموتیو را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{پیشران}} = m_2 a' \Rightarrow 2000 = 4(200) a' \Rightarrow a' = 2/\Delta m/s^2$$

در حالت دوم یک واگن از لوکوموتیو جدا شده پس داریم:

$$\text{بنابراین شتاب از } a = 2m/s^2 \text{ به } a' = 2/\Delta m/s^2 \text{ رسیده است:} \quad \frac{\Delta a}{a} \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات} = \frac{2/\Delta - 2}{2} \times 100 = 0/25 \times 100 = 25\%$$

به نیروی وارد بر جسم 20% افزوده شده پس نیروی وارد بر جسم به $F_2 = 1/2 F_1$ رسیده است.

$$F_2 = 1/2 F_1 \Rightarrow m a_2 = 1/2 m a_1 \Rightarrow a_2 = 1/2 a_1$$

با توجه به شتابی که نیروی F به جسم m_1 و m_2 می‌دهد داریم:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 \Rightarrow F = 1 \cdot m_1 \\ F = m_2 a_2 \Rightarrow F = 6 m_2 \end{cases} \Rightarrow 1 \cdot m_1 = 6 m_2 \Rightarrow m_1 = 6 m_2$$

حال شتاب داده شده به جسمی به جرم $m_1 - m_2$ و $m_1 + m_2$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F = (m_1 - m_2) a' \Rightarrow F = (6m_2 - m_2) a' \Rightarrow F = 5a' \Rightarrow a' = \frac{F}{5} \\ F = (m_1 + m_2) a'' \Rightarrow F = (6m_2 + m_2) a'' \Rightarrow F = 7a'' \Rightarrow a'' = \frac{F}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{a'}{a''} = \frac{7}{5}$$

$$\vec{F}_x = -\frac{\vec{F}_1}{2} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

ابتدا بردار نیروی F_x را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{i} - 4\vec{j} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

برایند نیروها خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$$

اندازه نیروی وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

نیروی برایند وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (13 + \beta)\vec{i} + (\Delta + \alpha)\vec{j}, \quad \vec{F}_T = m\vec{a} \Rightarrow (13 + \beta)\vec{i} + (\Delta + \alpha)\vec{j} = 3(2\vec{i} + 4\vec{j}) \Rightarrow (13 + \beta)\vec{i} + (\Delta + \alpha)\vec{j} = 6\vec{i} + 12\vec{j}$$

$$\begin{cases} 13 + \beta = 6 \Rightarrow \beta = -7 \\ \Delta + \alpha = 12 \Rightarrow \alpha = 7 \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = -1$$

بنابراین:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_T = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

حرکت جسم سرعت ثابت است، بنابراین شتاب حرکت برابر صفر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (20\vec{i} - 50\vec{j}) + (10\vec{i} + 20\vec{j}) + (-10\vec{j}) = 30\vec{i} - 40\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 50 \text{ N}$$

ابتدا برایند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{50}{5} = 10 \text{ m/s}^2$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

۴۰- گزینه ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}_T = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_T = \Delta(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_T = -20\vec{i} + 15\vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} + 15\vec{j} = -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow F_3 = \sqrt{16^2 + 12^2} = 4\sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow F_3 = 4 \times 5 = 20\text{N}$$


۴۱- گزینه ۴ بیشترین نیرو زمانی است که دو بردار هم جهت هم باشند:

$$F_{\max} = F_1 + F_2 = 10\text{N} \quad , \quad F_{\max} = ma \Rightarrow 10 = 4a \Rightarrow a_{\max} = 2.5\text{m/s}^2$$


$$F_{\min} = F_2 - F_1 = 6 - 4 = 2\text{N} \quad , \quad F_{\min} = ma \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a_{\min} = 0.5\text{m/s}^2$$

بنابراین شتاب حرکت در بازه: $0.5 \leq a \leq 2.5$

۴۲- گزینه ۴ با توجه به قانون دوم نیوتون:



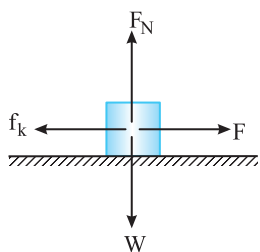
$$F_1 = Ma_1 \xrightarrow{a_1 = 1\text{m/s}^2} F_1 = M$$



$$F_2 = Ma_2 \xrightarrow{a_2 = 3\text{m/s}^2} F_2 = 3M$$

اگر دو نیرو عمود بر هم به جسمی وارد شود نیروی خالص خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{M^2 + 9M^2} = \sqrt{10}M \quad , \quad F_{\text{net}} = 2Ma \Rightarrow \sqrt{10}M = 2Ma \Rightarrow a = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{m/s}^2$$



۴۳- گزینه ۴ سرعت جسم ثابت است. بنابراین برابری نیروهای وارد بر جسم در حالت اول صفر است و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:

$$f_k = F \xrightarrow{F = 5\text{N}} f_k = 5\text{N}$$

وقتی نیروی $F = 6\text{N}$ می‌شود، بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 6 - 5 = 1 \cdot a \Rightarrow a = 1\text{m/s}^2$$

۴۴- گزینه ۲ ابتدا بردار نیروها را برحسب بردارهای یکه می‌نویسیم:

$$\vec{F} = -1\vec{i} - 4\vec{j}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec{F} = m\vec{a}$ داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -1\vec{i} - 4\vec{j} = 0.4\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 10\vec{j}$$

۴۵- گزینه ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec{F} = m\vec{a}$ ، نیرو و شتاب هم جهت هستند پس زاویه‌ای که نیروی خالص با راستای قائم می‌سازد با زاویه‌ای که شتاب با این راستا می‌سازد، یکسان است:

$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} = \frac{6}{10} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

۴۶- گزینه ۲ اگر برابری نیروهای وارد بر جسم را F_{net} بگیریم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{\text{net}} > F_1 \\ F_{\text{net}} > F_2 \end{cases}$$

بنابراین اگر یکی از نیروها حذف شود تنها یک نیرو باقی می‌ماند که با توجه به اینکه مقدار این نیرو از F_{net} کمتر است پس شتاب جسم از 4m/s^2 کمتر خواهد شد.

$$\begin{cases} |\vec{F}_1| = 6\text{N} \\ |\vec{F}_2| = 8\text{N} \\ |\vec{F}_3| = 12\text{N} \end{cases} \xrightarrow{\text{نیرو متوازن}} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \quad (1)$$

هنگامی که نیروی \vec{F}_1 حذف می‌شود به جسم تنها دو نیروی \vec{F}_2 و \vec{F}_3 وارد خواهد شد:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}_2 + \vec{F}_3| = m|\vec{a}| \xrightarrow{\text{با توجه به رابطه (1)}} 6 = 4a \Rightarrow a = 1.5\text{m/s}^2$$

۴۸- گزینه ۴ وقتی جسم در تعادل است برابری نیروهای ۵، ۷، و ۱۰ نیوتونی صفر است. وقتی به نیروی ۷ نیوتونی، ۳ نیوتون اضافه شود، یعنی برابری نیروها برابر

$$F = ma \Rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = 1.5\text{m/s}^2$$

۳N می‌شود. بنابراین:

۴۹- گزینه ۳ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow 800 = 400a \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2 \xrightarrow{v = at + v_0} 15 = 2t + 0 \Rightarrow t = 7.5\text{s}$$

۵۰- گزینه ۱ ابتدا شتاب ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$v_p = at + v_1 \Rightarrow a = -5\text{m/s}^2 \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma} F_{\text{ترمز}} = ma \Rightarrow 4 \times 10^3 \times 5 = 20 \times 10^3 = 20000\text{N}$$

۵۱- گزینه ۱ نیروی وارد بر جسم ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. جسم از حال سکون $v_0 = 0$ در مدت t سرعتش به v رسیده است. چون شتاب ثابت است پس تغییر سرعت در بازه‌های زمانی یکسان t ثابت است، بنابراین همین مدت طول می‌کشد تا سرعت از v به $2v$ برسد.

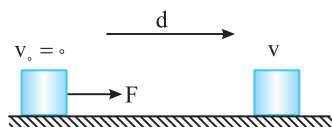
۵۲- گزینه ۳ ابتدا با توجه به مسافت طی شده و تندی نهایی شتاب حرکت را به دست می‌آوریم: $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow 100 - 0 = 2a \times (10) \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$ چون نیرو ثابت است، با توجه به رابطه $F = ma$ شتاب نیز همان $a = 5 \text{ m/s}^2$ خواهد شد. بنابراین:

۵۳- گزینه ۴ پس از قطع نیروی F ، جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد. شتاب توقف جسم را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25 = 2a(4) \Rightarrow a = -\frac{25}{8} \text{ m/s}^2 \quad \frac{F_{\text{net}} = ma}{F_{\text{net}} = f_k} \rightarrow f_k = 4 \times \left(-\frac{25}{8}\right) \Rightarrow f_k = -12.5 \text{ N}$$

قبل از قطع نیروی F ، سرعت جسم ثابت است، بنابراین برابری نیروهای وارد بر جسم صفر بوده و بزرگی نیروی F برابر با بزرگی نیروی f_k است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۵۴- گزینه ۱ بنا به قانون دوم نیوتون: $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$
 به کمک رابطه مستقل از زمان، v را به دست می‌آوریم: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2\left(\frac{F}{m}\right)d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}$



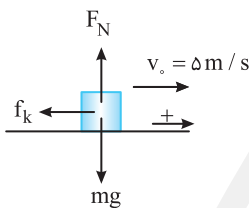
۵۵- گزینه ۳ برای کامیون و خودرو هر دو تندی در مسافت d باید از v به صفر برسد. یعنی در معادله مستقل از زمان $0 - v^2 = 2ad$ برای هر دو متحرک یکسان است پس شتاب توقف هر دو نیز با هم برابر می‌باشد:

$$\begin{cases} F_{\text{خودرو}} = m_{\text{خودرو}} a \\ F_{\text{کامیون}} = m_{\text{کامیون}} a \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{\text{کامیون}}}{F_{\text{خودرو}}} = \frac{m_{\text{کامیون}}}{m_{\text{خودرو}}} = \frac{1}{5} \Rightarrow F_{\text{کامیون}} = \frac{3}{5} F$$

۵۶- گزینه ۲ نیروی مقاومت متوسط چوب باعث توقف چکش می‌شود. ابتدا شتاب توقف را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a(5 \times 10^{-3}) \Rightarrow a = -1600 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{F} = ma = 0.25(-1600) = -400 \text{ N}$$



۵۷- گزینه ۴ نیروی وارد بر جسم که مانع حرکت می‌شود و به جسم شتاب کندشونده می‌دهد، نیروی اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون: $F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -0.5 = 0.2a \Rightarrow a = -2.5 \text{ m/s}^2$
 اکنون جابه‌جایی را در ثانیه اول به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(-2.5)(1) + 5(1) = 3.75 \text{ m}$$

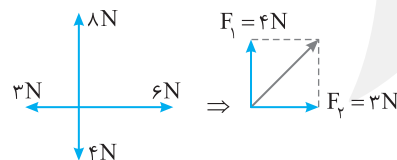
۵۸- گزینه ۴ چون نیروها ثابت هستند، پس شتابها ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2\Delta x}{t^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow F_1 = m_1 \frac{2\Delta x}{t_1^2} \Rightarrow \frac{F_1}{m_1} = \frac{2\Delta x}{t_1^2} \\ F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow F_2 = m_2 \frac{2\Delta x}{t_2^2} \Rightarrow \frac{F_2}{m_2} = \frac{2\Delta x}{t_2^2} \end{cases}$$

۵۹- گزینه ۱ برای آنکه نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد باید بر آن صفر شود. $F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{F_{\text{net}}=0} a=0 \xrightarrow{a=-16\pi^2 \sin 4\pi t} 0 = -16\pi^2 \sin 4\pi t \Rightarrow 4\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{4} \quad k=1, 2, \dots$

بنابراین اولین لحظه بعد از $t=0$ برابر است با $t = \frac{1}{4} \text{ s}$.

۶۰- گزینه ۲ ابتدا برابری نیروها را مشخص می‌کنیم: $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ N}$
 حال با توجه به نیروی برابری، شتاب جسم را به دست می‌آوریم: $F_T = ma \Rightarrow 5 = 2a \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$
 جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده از این رو: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2.5 \times 5 + 0 \Rightarrow v = 12.5 \text{ m/s}$



اگر جسم از حال سکون شروع به حرکت کند، جهت حرکت (سرعت) در جهت شتاب است و می‌دانیم جهت شتاب نیز در جهت برابری نیروها قرار دارد بنابراین جهت سرعت، \nearrow است.

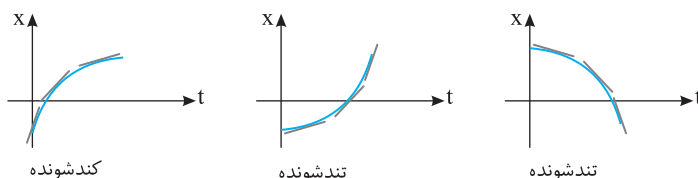
۶۱- گزینه ۳ دقت کنید که معادله مکان - زمان متحرک درجه دوم می‌باشد یعنی حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. از این رو نیروی F ثابت می‌باشد شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma} F = 4 \times 2 = 8 \text{ N}$$

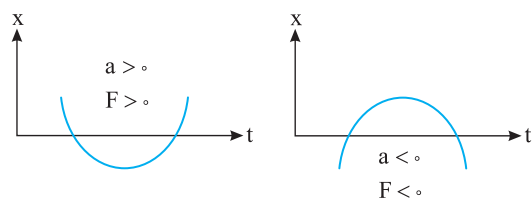
۶۲- گزینه ۲ نمودار $x-t$ به صورت خطی می باشد بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت و شتاب صفر است، با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ ، برآیند نیروها صفر می باشد و نیروها متوازن هستند. (A)

۶۳- گزینه ۱ شیب نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب متحرک که مطابق نمودار شتاب ثابت است پس طبق $F = ma$ نیرو ثابت است. دقت کنید که در لحظه قطع نمودار علامت (یا جهت) سرعت عوض شده است ولی شتاب تغییر نکرده است. (B)

۶۴- گزینه ۴ بر طبق قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم جهت هستند. اگر نیرو خلاف جهت سرعت باشد، شتاب و سرعت نیز خلاف جهت خواهند بود و حرکت متحرک کندشونده است. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه ای است و در حرکت کندشونده شیب خط مماس باید در حال کاهش باشد بنابراین گزینه (۴) درست است. (B)

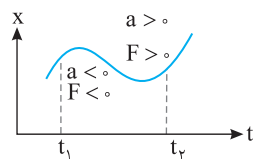


در گزینه (۳) نمودار $x-t$ خط راست مایل است یعنی شتاب صفر است، در حالی که جسم تحت تأثیر نیرو است و نمی تواند شتاب صفر باشد و گزینه (۳) نادرست است.



۶۵- گزینه ۱ بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ ، همواره نیرو و شتاب حاصل از آن هم جهت هستند. از طرفی دهانه منحنی مکان - زمان بیان گر علامت شتاب (مشتق دوم مکان) است. اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به بالا باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم مثبت است. (A)

و اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است.



اکنون به نمودار مکان - زمان تست دقت کنید. ابتدا دهانه رو به پایین بوده و نیرو منفی می باشد و سپس دهانه رو به بالا بوده و نیرو مثبت می شود بنابراین نیروی وارد بر جسم یک بار تغییر جهت داده است.

۶۶- گزینه ۲ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می آوریم: (B)

$$F = ma \Rightarrow 12 = 4a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

در لحظه $t = 2\text{s}$ سرعت متحرک صفر می شود (خط مماس بر نمودار $x-t$ به صورت افقی می باشد).

$$x_T = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_T = \frac{1}{2} \times 3 \times (2)^2 - 6(2) + 4 \Rightarrow x_T = -2 \text{ m}$$

حال با توجه به تبدی اولیه مکان. x را به دست می آوریم:

۶۷- گزینه ۴ سرعت جسم را در لحظه $t = 1/5 \text{ s}$ با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می آوریم: (B)

$$F = ma \Rightarrow F = m \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow{t=1/5\text{s}} 24 = 3 \times \frac{v - 0}{1/5} \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$

در بازه زمانی $1/5 \text{ s}$ تا 3 s نیرو صفر است پس شتاب صفر است و سرعت همچنان 12 m/s است.

۶۸- گزینه ۱ در بازه زمانی صفر تا 3 ثانیه شتاب ثابت است، پس نیرو ثابت و برابر است با: (B)

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{t} = 2 \times \frac{3 - (-6)}{3} = 6 \text{ N}$$

در بازه زمانی 3 تا 5 ثانیه حرکت یکنواخت پس نیرو صفر است. در بازه زمانی 5 تا 7 ثانیه نیز شتاب ثابت پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F = ma = 2 \times \frac{0 - 3}{7 - 5} = -2 \text{ N}$$

۶۹- گزینه ۲ با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص A به B وارد می کند برابر نیرویی است که شخص B به A وارد می کند. بنابراین می توانیم بنویسیم: (A)

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{|F_{AB}| = |F_{BA}|, m_A > m_B} a_B > a_A$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

پس شتاب B از شتاب A بیشتر است. بنابراین شخص B زودتر از شخص A به وسط طناب می رسد.

۷۰- گزینه ۳ نیرویی که شخص اول بر دوم وارد می کند به شخص دوم شتابی در جهت محور x ها می دهد: (A)

$$\vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow 100 \vec{i} = 50 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = 2 \vec{i}$$

بنا به قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط شخص دوم بر شخص اول در خلاف جهت محور x ها وارد می شود و به شخص اول شتابی در خلاف جهت محور x ها

$$\vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow -100 \vec{i} = 75 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = -\frac{4}{3} \vec{i}$$

خواهد داد:

۷۱- گزینه ۳ با توجه به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی که ذره m با بار الکتریکی q به ذره ۲m با بار الکتریکی ۳q وارد می کند برابر نیرویی است که بار ۳q به بار q وارد کرده است. بنابراین:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$$



$$\begin{cases} (1) \text{ جسم} \Rightarrow F = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2 \\ (2) \text{ جسم} \Rightarrow F = 2ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{2m} \end{cases}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

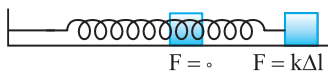
۷۲- گزینه ۴ قانون اول بیان می کند هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود اگر جسم ساکن است، ساکن می ماند و اگر در حال حرکت است، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد، یعنی جسم در دو حالت سکون و سرعت ثابت در تعادل به سر می برد و این موضوع بیانگر آن است که جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۷۳- گزینه ۱ در قانون اول نیوتون بیان می شود که اگر جسم در حال حرکت است برای ادامه حرکت نیاز به نیرو ندارد و اگر بر آن نیرو وارد نشود، جسم به حرکت خود ادامه می دهد و برای ادامه حرکتش به ارائه دلیل نیازی نیست، اما اگر حرکتش تغییر کند، باید برای این تغییر به دنبال علت بود و گزینه (۱) درست است.

بنابر قانون دوم نیوتون، نیرو با آهنگ تغییر سرعت متناسب است نه با خود تغییر سرعت $(\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t})$ و گزینه (۲) نادرست است. بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد شده، بنابراین نمی توان گفت یکدیگر را خنثی نمی کنند و گزینه (۳) نیز نادرست است.

۷۴- گزینه ۱ طبق قانون اول اجسام تمایل دارند که وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. بنابراین می توان گفت هنگامی جسم درون کامیون قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه ای کامیون جا می ماند. یعنی اگر کامیون ترمز کند (حرکت کندشونده) آونگ طبق سرعت قبلی به حرکت خود ادامه می دهد، پس به جلو پرتاب می شود و اگر کامیون تندشونده به سمت جلو حرکت کند آونگ با همان سرعت کمتر قبلی در حال حرکت است، پس از حرکت کامیون عقب می ماند و به سمت عقب پرتاب می شود.

۷۵- گزینه ۳ گزینه (۱): اگر جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، سرعت گلوله در اوج، صفر است و جسم به طور لحظه ای در حال سکون است، اما شتاب حرکت برابر g است، پس گزینه (۱) نادرست است. / گزینه (۲): هرگاه قطاری با سرعت ثابت یک مسیر خمیده را دور بزند، چون جهت بردار سرعت در حال تغییر است، حرکت شتابدار است و برآیند نیروی وارد بر جسم صفر نیست. در این صورت گزینه (۲) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً را به کار برده است.



گزینه (۳): به وزنه و فنر روبه رو دقت کنید اگر وزنه را به راست بکشیم و رها کنیم، هرچه وزنه به محل اولیه (تعادلش) نزدیک می شود تغییر طول فنر کمتر شده و نیروی کشسانی فنر کمتر می شود، در حالی که تا رسیدن وزنه به محل تعادل، سرعت آن در حال افزایش است، بنابراین گزینه (۳) درست است.



در مورد گزینه (۴): اگر گلوله ای را در شرایط خلأ تحت زاویه α مطابق شکل پرتاب کنیم، نیروی وارد بر جسم در تمام مسیر ثابت و برابر mg است. اما حرکت روی مسیر خمیده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً در آن به کار رفته است.

$$v = \alpha Ft \Rightarrow [m/s] = \alpha [kg \cdot m/s^2] [s] \Rightarrow \alpha = \left[\frac{1}{kg} \right]$$

۷۶- گزینه ۳ باید یکاها در دو طرف یک رابطه فیزیکی یکسان باشند، بنابراین:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 & (1) \\ F = m_2 a_2 & (2) \end{cases} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow m_1 = \frac{a_2}{a_1} m_2$$

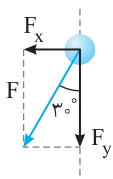
۷۷- گزینه ۲ با توجه به شتاب جسم های m_1 و m_2 داریم:

$$m_1 + m_2 = \frac{a_2}{a_1} m_2 + m_2 = \frac{a_2 + a_1}{a_1} m_2$$

جرم $m_1 + m_2$ را برحسب m_2 به دست می آوریم:

$$F = (m_1 + m_2) a \Rightarrow F = \frac{a_2 + a_1}{a_1} m_2 \times a' \xrightarrow{(2)} m_2 a_2 = \frac{a_2 + a_1}{a_1} m_2 \times a' \Rightarrow a' = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$$

اکنون شتاب حرکت $m_1 + m_2$ را به دست می آوریم:



$$\begin{aligned} F_y &= F \cos 30^\circ \Rightarrow m a_y = F \cos 30^\circ \Rightarrow \frac{a_y}{a_x} = \sqrt{3} \\ F_x &= F \sin 30^\circ \Rightarrow m a_x = F \sin 30^\circ \end{aligned}$$

۷۸- گزینه ۱ با توجه به صورت سؤال داریم:

$$|\vec{F}_{net}| = 2F$$

۷۹- گزینه ۱ هنگامی که دو نیرو موازی و هم جهت هستند:

هنگامی که بر هم عمود هستند:

$$F'_{net} = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 2F \cos 45^\circ \Rightarrow F'_{net} = \sqrt{2} F, \quad \frac{F'_{net}}{a} = \frac{M}{\frac{F_{net}}{6}} \Rightarrow a' = \frac{\sqrt{2} F}{2F} \Rightarrow a' = \sqrt{2} \frac{F}{M} = \sqrt{2} \frac{3\sqrt{2} m/s^2}{M}$$

۸۰- گزینه ۳ جسم در تعادل است و برآیند چهار نیروی ۱۰N، ۱۵N، ۲۰N و ۸N صفر است. از این رو هر نیرو هم اندازه برآیند سه نیروی دیگر است. با حذف نیروی ۱۵N، سه نیروی ۱۰N، ۲۰N و ۸N باقی می‌مانند که برآیند آن‌ها ۱۵N است. بنابراین:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 7.5 = \frac{\Delta v}{2} \Rightarrow \Delta v = 15 \text{ m/s}$$

۸۱- گزینه ۲ طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ است. پس شتاب در قسمت اول حرکت برابر $a_1 = \frac{1}{m}$ و در قسمت دوم حرکت $a_2 = -\frac{1}{m}$ است. برای

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times \frac{1}{m} \times 2 \Rightarrow v_1^2 = \frac{4}{m}$$

قسمت اول حرکت به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x \Rightarrow 100 - \frac{4}{m} = 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) \times 100 \Rightarrow 100 - \frac{4}{m} = -\frac{200}{m} \Rightarrow 100 = \frac{200}{m} \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

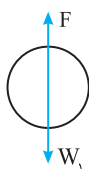
برای قسمت دوم حرکت نیز می‌توان نوشت:

۸۲- گزینه ۳ بنا به قانون سوم هنگام شلیک، نیرویی که گلوله و ارابه توپ بر هم وارد می‌کنند برابر و در خلاف جهت هم است، از این رو:

$$F_1 = -F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = -m_2 a_2 \Rightarrow m_1 \left(\frac{v_1}{t}\right) = -m_2 \left(\frac{v_2}{t}\right) \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2 \Rightarrow |0.5 \times 2000| = |-80 \times v_2| \Rightarrow v_2 = 12.5 \text{ m/s}$$

۸۳- گزینه ۱ mg نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند و واکنش آن توسط جسم بر کره زمین وارد می‌شود از این رو گزاره (الف) نادرست است. در شکل T_1 نیروی کشش نخ است که بر m_2 وارد می‌شود در نتیجه واکنش T_2 نیرویی است که m_2 بر نخ وارد می‌کند. بنابراین گزاره (ب) نادرست است. در شکل T_3 نیروی کششی است که نخ بر دیوار وارد می‌کند، واکنش آن توسط دیوار بر نخ وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است. T_4 بر m_2 و T_5 بر دیوار وارد می‌شوند و نمی‌توانند واکنش هم باشند و گزاره (ت) نادرست است.

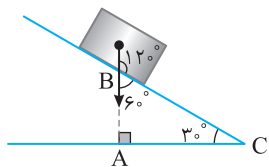
۸۴- گزینه ۲ اکنون باید به ذهن خود فشار آورید تا قانون سوم را بهتر درک کنید.



بر جسم دو نیرو، یکی توسط کره زمین رو به پایین (W_2) و دیگری توسط مایع رو به بالا وارد می‌شود نیرویی که مایع به جسم وارد می‌کند از وزن جسم کمتر است زیرا جسم با شتاب ثابت رو به پایین در حرکت است. بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم به مایع وارد می‌کند برابر نیرویی است که مایع به جسم وارد می‌کند که این نیرو از وزن جسم کمتر ($F < W_2$) است از این رو عددی که نیروسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$W_2 = W_1 + F \xrightarrow{F < W_2} W_2 < W_1 + W_2 \Rightarrow W_1 + W_2 > W_2$$

۸۵- گزینه ۲ نیروی وزن وارد بر جسم همواره در امتداد قائم به سمت پایین می‌باشد بنابراین مثلث ABC قائم‌الزاویه است. در این صورت اندازه \hat{B} ، زاویه بین نیروی وزن و امتداد سطح شیبدار مطابق شکل 60° است.



۸۶- گزینه ۴ جرم از ویژگی‌های ذاتی جسم بوده و در مکان‌های مختلف تغییر نمی‌کند بنابراین اختلاف جرم ثابت می‌ماند.

۸۷- گزینه ۲ اختلاف وزن دو جسم برابر است با $W_A - W_B = (m_A - m_B)g$ بنابراین:

$$(W_A - W_B)_{\text{زمین}} = (m_A - m_B)g = 4 \Rightarrow m_A - m_B = \frac{4}{g}, \quad (W_A - W_B)_{\text{سیاره}} = (m_A - m_B)g_{\text{سیاره}} = \frac{4}{g} \times g_{\text{سیاره}} = \frac{4}{g} \times \frac{3}{4}g = 3 \text{ N}$$

۸۸- گزینه ۴ جرم جسم ثابت است بنابراین تغییر وزن مربوط به شتاب گرانش است از این رو:

$$W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}} = mg_{\text{مریخ}} - mg_{\text{ماه}} \Rightarrow \Delta W = 3/6m - 1/6m = 2m$$

$$\frac{W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}}}{W_{\text{ماه}}} \times 100 = \frac{2m}{1/6m} \times 100 = 125\%$$

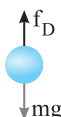
درصد تغییرات برابر است با:

بنابراین نیروی وزن ۱۲۵٪ افزایش می‌یابد.

۸۹- گزینه ۲ ابتدا از تعریف چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) جرم جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{(20)^3} \Rightarrow m = \rho \times 8 \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow m = 4 \times 10^4 \text{ g} \Rightarrow m = 40 \text{ kg} \xrightarrow{W = mg} W = 40 \times 10 = 4 \times 10^2 \text{ N}$$

۹۰- گزینه ۲ با توجه به مثال ۲-۵ صفحه ۳۵ کتاب درسی شتاب سقوط جسم را حساب می‌کنیم:



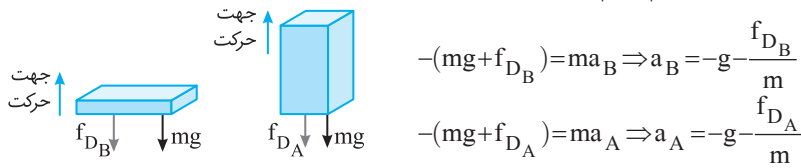
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 225 - 0 = 2a \times 20 \Rightarrow a = 5/625 < g$$

شتاب سقوط از g کمتر شده است پس حداقل یک نیرو خلاف جهت به جسم وارد شده است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۹۱- گزینه ۳ نیروی مقاومت هوا همواره خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌شود بنابراین نیروی مقاومت به سمت جنوب غربی است.

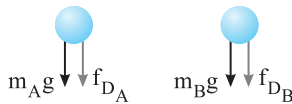
۹۲- گزینه ۲ هر چه مساحت سطح جلوی جسم بیشتر باشد برخورد مولکول‌های هوا با جسم بیشتر می‌شود پس نیروی مقاومت بیشتری به جسم وارد شده و سرعت رسیدن آن به زمین کمتر است. بنابراین کمترین تندی برای زمانی است که مکعب را از وجه 8×4 به سمت پایین رها کنیم.

۹۳- گزینه ۲ مساحت سطح جلوی جسم $A_B = 2a \times a = 2a^2$ و $A_A = \frac{2}{3} a \times \frac{2}{3} a = \frac{4}{9} a^2$ است بنابراین نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر از A است.



نیروی مقاومت f_{DB} بیشتر از f_{DA} است، بنابراین شتاب کندشونده جسم B بیشتر از جسم A بوده و زودتر متوقف می‌شود.

۹۴- گزینه ۲ هر چه تندی جسم بیشتر نیروی مقاومت بیشتر است بنابراین:

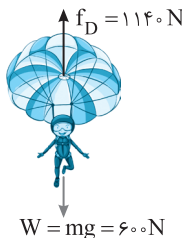


$$v_A > v_B \Rightarrow f_A > f_B$$

$$|m_A g + f_{DA}| = m |a_A| \Rightarrow |a_A| = |g + \frac{f_{DA}}{m}|$$

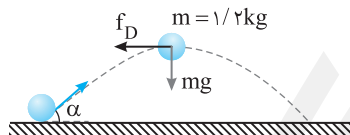
$$|m_B g + f_{DB}| = m |a_B| \Rightarrow |a_B| = |g + \frac{f_{DB}}{m}|$$

بنابراین $|a_A| > |a_B|$ است.



۹۵- گزینه ۴ با توجه به شکل در این حالت نیروی مقاومت هوا بیشتر از نیروی وزن چتر باز بوده و شتاب رو به بالا (در جهت مقاومت) به جسم وارد می‌شود بنابراین شتاب حرکت خلاف جهت حرکت (جهت سرعت) است و حرکت چتر باز در این لحظه کندشونده می‌باشد.

$$f_D - mg = ma \Rightarrow 1140 - 600 = 60a \Rightarrow a = 9 \text{ m/s}^2$$



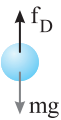
۹۶- گزینه ۱ در نقطه بیشینه مطابق شکل دو نیروی وزن (رو به پایین) و مقاومت هوا (خلاف جهت حرکت) به جسم وارد می‌شوند.

$$|\vec{F}_{net}| = |m\vec{a}| \Rightarrow F_{net} = \sqrt{f_D^2 + mg^2} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (1/2)^2} = 1/2 \times 5 \Rightarrow f_D = 9 \text{ N}$$

$$f_D^2 + 1/4 = 25 \Rightarrow f_D = 9 \text{ N}$$

۹۷- گزینه ۴ هنگامی که جسم در خلأ پرتاب می‌شود تنها نیروی وزن رو به پایین به آن وارد می‌شود $-mg = ma \Rightarrow a = -g$ بنابراین با شتاب g از تندی جسم کاسته می‌شود تا گلوله متوقف شود. اما در هوا علاوه بر نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت یعنی رو به پایین به جسم وارد می‌شود

در هوا سریع‌تر (زمان کمتر) و در ارتفاع کمتری به نقطه اوج می‌رسد. $-mg - f_D = ma \Rightarrow a = -g - \frac{f_D}{m}$ پس تندی جسم با شتابی بیشتر از g کاهش می‌یابد. هم چنین می‌دانیم در نقطه اوج تندی جسم به صفر می‌رسد بنابراین گلوله $t' < t$, $H' < H$



۹۸- گزینه ۲ هنگامی که چتر باز سقوط می‌کند، تندی آن افزایش می‌یابد. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوای

وارد بر چتر باز نیز افزایش می‌یابد. بنابراین نیروهای وارد بر چتر باز متغیر است و در نتیجه شتاب آن نیز متغیر است.

هنگامی که جسم به تندی حدی خود می‌رسد نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن هم اندازه می‌شوند و چون در خلاف جهت هم هستند برآیند نیروهای وارد بر چتر باز صفر می‌شود و حرکت با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند.

۹۹- گزینه ۲ وقتی یک چتر باز بلافاصله بعد از سقوط چترش را باز می‌کند، ابتدا تندی اش افزایش می‌یابد پس در ابتدا حرکت تندشونده است در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چتر باز هم اندازه شود، در این هنگام نیروی خالص صفر شده و چتر باز با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۱۰۰- گزینه ۳ ابتدا که چتر باز بدون چتر باز در حال سقوط است بر تندی اش اضافه می‌شود پس ابتدا حرکت تندشونده می‌باشد. هنگامی که چتر خود را باز می‌کند به دلیل اینکه تندی سقوط زیاد است، مقاومت هوای زیادی به چتر باز وارد شده و حرکت آن کندشونده می‌شود با کم شدن تندی، مقاومت هوا کاسته شده تا اینکه نیروی وزن و مقاومت هوا با هم برابر شوند بعد از آن چتر باز با سرعت ثابت به حرکت خود تا رسیدن به زمین ادامه می‌دهد.

۱۰۱- گزینه ۴ چتر باز بلافاصله چتر خود را باز کرده است، بنابراین ابتدای تندی جسم افزایش می‌یابد. با افزایش تندی مقاومت هوا نیز زیاد شده تا وقتی که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود بعد از این لحظه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۱۰۲- گزینه ۴ چتر باز بعد از مدتی چتر خود را باز کرده بنابراین تندی چتر باز هنگام باز کردن چتر زیاد می‌باشد و با باز شدن چتر از تندی چتر باز کاسته خواهد شد. بنابراین ابتدا مقاومت زیادی به چتر باز وارد می‌شود و حرکت آن کندشونده می‌شود. با کاهش تندی چتر باز مقاومت هوای وارد بر چتر باز نیز کاسته می‌شود تا اینکه نیروهای وارد بر چتر باز متوازن شود یعنی نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر شوند. از این پس متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد تا به زمین برسد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

$$f = mg \Rightarrow mg = 150 \cdot v \Rightarrow 600 = 150 \cdot v \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا باهم برابر می‌شوند:

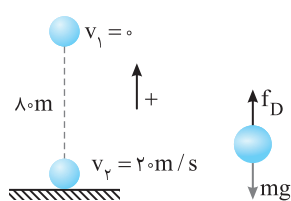
۱۰۳- گزینه ۳

با توجه به نمودار نیز از لحظه $t = 1.5 \text{ s}$ به بعد نیروی مقاومت هوا ثابت شده پس از $t = 1.5 \text{ s}$ به بعد قطره به تندی حدی خود رسیده است و

$$mg = f_D = 0.2 \text{ N} \Rightarrow m = 0.02 \text{ kg} \Rightarrow m = 2 \text{ g}$$

نیروی وزن و مقاومت آن باهم برابر است.

۱۰۴- گزینه ۱



ابتدا با توجه به مثال ۲-۵ صفحه ۳۵ کتاب درسی و به کمک رابطه مستقل از زمان شتاب حرکت جسم را

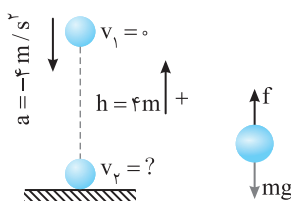
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 400 = 2a \times (-10) \Rightarrow a = -20 \text{ m/s}^2$$

به دست می‌آوریم:

شتاب $a = -20 \text{ m/s}^2$ یعنی شتاب به سمت پایین است بنابراین نیروهای وارد بر جسم به صورت:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - f = 2 \times 20 / 5 \Rightarrow f_D = 15 \text{ N}$$

۱۰۵- گزینه ۳



$$mg - f = ma \Rightarrow 20 - 12 = 2a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

جهت شتاب در جهت نیروی خالص یعنی رو به پایین است، بنابراین:

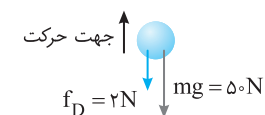
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v_2^2 = 2(-4)(-4) \Rightarrow v_2 = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۱۰۶- گزینه ۳

ابتدا با توجه به نیروهای وارد بر جسم شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

هنگام پرتاب توپ به سمت بالا نیروی مقاومت هوا که مخالف جهت حرکت است، به سمت پایین

است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -50 - 2 = 5a \Rightarrow a = -10/4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 10/4 \text{ m/s}^2$$

در مسیر برگشت، جهت حرکت رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.

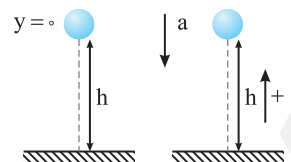
$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -50 + 2 = 5a' \Rightarrow a' = -9/6 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a'| = 9/6 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{|a|}{|a'|} = \frac{10/4}{9/6} = \frac{13}{12}$$

بنابراین:

۱۰۸- گزینه ۲

ابتدا با توجه به نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا شتاب را به دست می‌آوریم:



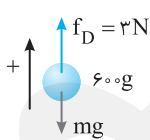
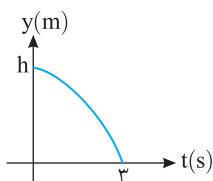
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f = ma \Rightarrow a = g - \frac{f}{m}$$

حال با توجه به روابط شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -h = \frac{1}{2}(-g - \frac{f}{m})t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}(g - \frac{f}{m})t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2hm}{mg - f} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2hm}{mg - f}}$$

۱۰۹- گزینه ۲

ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را به دست می‌آوریم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma \Rightarrow -60 + 3 = 6a \Rightarrow -3 = 6a \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

حال با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

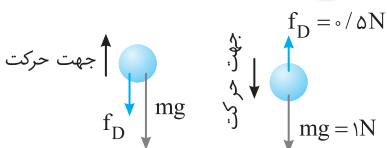
$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 0.5 \times 9 \Rightarrow h = 2.25 \text{ m}$$

۱۱۰- گزینه ۳

هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت با توجه به ثابت بودن نیروها (نیروی وزن و

مقاومت هوا) شتاب حرکت ثابت است. به کمک قانون دوم نیوتون در مسیر رفت که نیروی وزن و مقاومت هوا

هم‌جهت اند f_D را حساب می‌کنیم.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma \Rightarrow -1 - 0.5 = -1a \Rightarrow f_D = 0.5 \text{ N}$$

اکنون در مسیر برگشت با توجه به این که نیروی وزن و نیروی f_D خلاف جهت هستند، شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma' \Rightarrow -1 + 0.5 = -1a' \Rightarrow a' = -0.5 \text{ m/s}^2$$

۱۱۱- گزینه ۳

در هر دو مسیر رفت و برگشت دو نیروی ثابت وزن و مقاومت هوا به جسم وارد می‌شود بنابراین شیب خط نمودار $v-t$ که معرف شتاب است در هر دو

مسیر ثابت است. در مسیر رفت نیروی وزن به سمت پایین و مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت به سمت پایین است. بنابراین دو نیرو هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شوند. اما

در مسیر برگشت نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت هوا خلاف جهت حرکت به سمت بالا می‌باشد بنابراین دو نیرو خلاف جهت هم بوده و از هم کم می‌شوند. شتاب در

مسیر رفت از شتاب در مسیر برگشت بیشتر است بنابراین شیب خط در قسمت اول مسیر تندتر است و گزینه (۲) و (۳) می‌تواند درست باشد. حال چون جهت به سمت بالا

جهت مثبت گرفته شده در مسیر رفت که متحرک به سمت بالا حرکت می‌کند سرعت مثبت (سرعت در قسمت اول نمودار مثبت است) بنابراین گزینه (۳) درست است.

۱۱۲- گزینه ۱ شتاب حرکت هر جسم را به دست می آوریم:

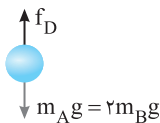
$$\text{جسم A: } m_A g - f_{D_A} = m_A a_A \xrightarrow{f_{D_A} = \frac{1}{3} m_A g} m_A g - \frac{1}{3} m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = \frac{2}{3} g$$

$$\text{جسم B: } m_B g - f_{D_B} = m_B a_B \xrightarrow{f_{D_B} = \frac{1}{6} m_B g} m_B g - \frac{1}{6} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{5}{6} g$$

باتوجه به رابطه مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h \Rightarrow v_A = \sqrt{a_A h} = \sqrt{\frac{2}{3} g h} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ v_B^2 = 2a_B h \Rightarrow v_B = \sqrt{a_B h} = \sqrt{\frac{5}{6} g h} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

۱۱۳- گزینه ۱ ابتدا شتاب حرکت دو گوی را با هم مقایسه می کنیم:



$$F_{net} = m_A a \Rightarrow 2m_B g - f = 2m_B a \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{2m_B}$$

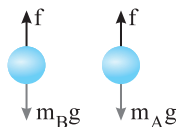
$$F_{net} = m_B a \Rightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B}$$

بنابراین شتاب A بیشتر است.

با توجه به رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$ و اینکه $v_0 = 0$ است:

پس A که شتاب بیشتری دارد با تندی بیشتری به زمین می رسد.

۱۱۴- گزینه ۳ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتابها را به دست می آوریم



$$F_{خالص} = ma \rightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B}$$

$$m_A g - f = m_A a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{m_A}$$

چون $m_A = m_B$ پس $a_A = a_B$ است.

حال باتوجه به رابطه شتاب ثابت $\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$ و اینکه تندی اولیه هر دو صفر است داریم:

$$\begin{cases} \Delta y_A = \frac{1}{2} a_A t_A^2 \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2\Delta y_A}{a_A}} \\ \Delta y_B = \frac{1}{2} a_B t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2\Delta y_B}{a_B}} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{\Delta y_A a_B}{\Delta y_B a_A}} \xrightarrow{\substack{h_A = 2h_B \\ a_A = a_B}} \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{2h_B}{h_B}} = \sqrt{2}$$

۱۱۵- گزینه ۴ هرگاه جسمی درون ظرف آب قرار می گیرد. افزایش حجم ظرف آب برابر حجم جسم است.

$$V_{\text{جسم}} = 26 - 21/5 = 4/5 \text{ mlit} = 4/5 \text{ cm}^3$$

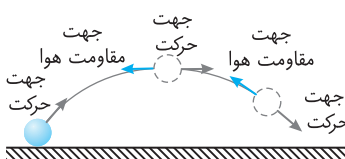
$$\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{4/5} > 1 \Rightarrow m_{\text{جسم}} > 4/5 g$$

جسم درون آب ته نشین شده پس:

$$m_{\text{جسم}} g > 4/5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow m_{\text{جسم}} g > 4/5 \times 10^{-2} \Rightarrow W_{\text{جسم}} = 4/5 \times 10^{-2} \text{ N}$$

بنابراین جرم جسم از $4/5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ بیشتر می باشد:

تنها گزینه بزرگتر از $4/5 \times 10^{-2} \text{ N}$ گزینه (۴) است.



۱۱۶- گزینه ۲ با گذشت زمان تا رسیدن به نقطه اوج تندی جسم در حال کاهش و پس از اوج تندی در حال

افزایش است پس اندازه مقاومت هوا نیز ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است و گزاره (الف) نادرست است. در هر لحظه مقاومت هوا خلاف جهت حرکت است و چون جهت حرکت در حال تغییر است پس جهت مقاومت هوا نیز تغییر می کند، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. اندازه نیروی وزن همواره برابر mg و جهت آن همواره در امتداد قائم به سمت پایین است پس گزاره (پ) درست است.

۱۱۷- گزینه ۴ چتر باز بلافاصله بعد از پرش آزاد چتر خود را باز کرده پس حرکت چتر باز ابتدا تندشونده است تا به تندی حدی برسد و سپس ادامه حرکت را با

$$f_D = mg = 700 \text{ N} \Rightarrow f_D = 140v = 700 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

همین تندی طی می کند. در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا باهم برابر می شوند:

بنابراین در این حرکت بیشینه تندی چتر باز همان 5 m/s می باشد و تندی نمی تواند از 5 m/s بیشتر شود.

۱۱۸- گزینه ۳

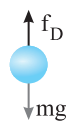
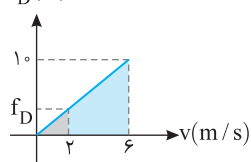
آخرین سرعتی که جسم در طول مسیر به آن رسیده است ۶m/s است که همان تندی حدى است و در این تندی نیروی وزن و مقاومت جسم

$$f = mg \Rightarrow 10 = m \times 10 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

با هم برابر است، بنابراین:

حال برای به دست آوردن شتاب در تندی ۲m/s ابتدا نیروی مقاومت در این لحظه را به دست می آوریم.

$f_D(N)$



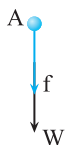
$$\frac{f_D}{2} = \frac{10}{6} \Rightarrow f_D = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \text{ N}$$

با توجه به تشابه در دو مثلث قائم الزاویه داریم:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 10 - \frac{10}{3} = 1 \times a \Rightarrow a = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

۱۱۹- گزینه ۱

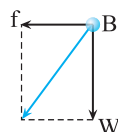
نیروهای وارد بر هر گلوله شامل نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا را رسم می کنیم. نیروهای وارد بر گلوله A:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_A = \frac{f+W}{m}$$



نیروهای وارد بر گلوله C: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_C = \frac{W-f}{m}$



نیروهای وارد بر گلوله B: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_B = \frac{\sqrt{f^2 + W^2}}{m}$

کاملاً مشخص است که شتاب جسم A از شتاب جسم های B و C بزرگتر است.

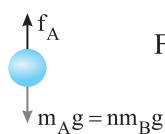
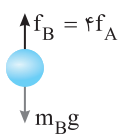
۱۲۰- گزینه ۴

نیروی مقاومت ثابت فرض شده پس نیروهای وارد بر جسم ثابت و شتاب جسم ثابت است. حال با توجه به رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$ و اینکه

$$v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y} \xrightarrow{v_A = v_B} a_A = a_B$$

$v_0 = 0$ است، داریم:

بنابراین برای اینکه دو گوی با تندی یکسان به زمین برسند باید شتاب حرکتها با هم برابر باشد. شتابها را به کمک قانون دوم به دست آورده و با هم برابر قرار می دهیم:

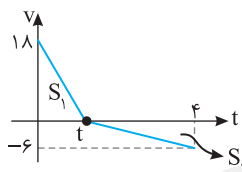


$$F_{\text{خالص}} = ma \rightarrow \begin{cases} m_B g - 4f_A = m_B a \Rightarrow a_B = g - \frac{4f_A}{m_B} \\ n m_B g - f_A = n m_B a \Rightarrow a_A = g - \frac{f_A}{n m_B} \end{cases}$$

$$a_B = a_A \Rightarrow g - \frac{4f_A}{m_B} = g - \frac{f_A}{n m_B} \Rightarrow n = \frac{1}{4}$$

۱۲۱- گزینه ۲

اندازه جابه جایی متحرک در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است و می دانیم جابه جایی برابر



است با مساحت زیر نمودار $v-t$ بنابراین:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{18 \times t}{2} = \frac{6(t-t)}{2} \Rightarrow 3t = 4 - t \Rightarrow 4t = 4 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-18}{1} = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شیب خط در نمودار $v-t$ برابر شتاب است.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -mg - f_D = m(-18) \Rightarrow -2 - f_D = -3/6 \Rightarrow f_D = 1/6 \text{ N}$$

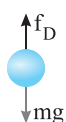
البته می توان در مسیر برگشت نیز f_D را با توجه به معادلات مسیر برگشت به دست آورد:

$$a = -\frac{6}{3} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$-mg + f_D = ma \Rightarrow -2 + f_D = -0/4 \Rightarrow |f_D| = 1/6 \text{ N}$$

۱۲۲- گزینه ۴

ابتدا شتاب حرکت چتر باز پس از باز شدن چتر را به دست می آوریم:

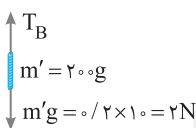
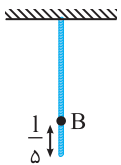
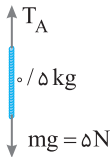
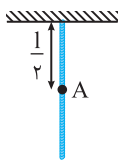
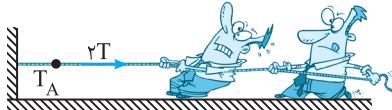
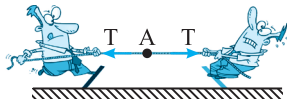
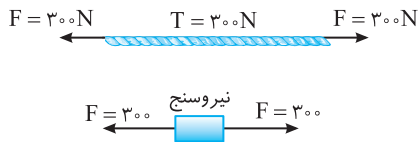


$$mg - f_D = ma$$

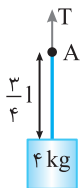
$$800 - 1000 = 800a \Rightarrow a = -\frac{200}{800} = -2/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون جابه جایی برای رسیدن سرعت از ۴۰m/s تا ۵m/s را به دست می آوریم.

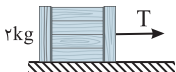
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 25 - 1600 = 2(-2/5)\Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{1575}{5} = 315 \text{ m}$$



$$T_A = mg \Rightarrow T_A = 40 \text{ N}$$

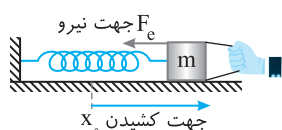


$$T_A = m_{\text{جسم}} g + \frac{3}{4} m_{\text{طناب}} g \Rightarrow T_A = 40 + 3/75 = 43/75 \text{ N}$$



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T = 2 \times 2 = 4 \text{ N}$$

۱۲۷- گزینه ۲
کشش در نقطه A برابر است با نیرویی که باید به مجموعه در نقطه A وارد شود تا ساکن باقی بماند. در واقع کشش در نقطه A برابر وزن قسمت زیر نقطه A است.



۱۲۸- گزینه ۱
کشش طناب در طناب همگن و سبک در تمام نقاط آن ثابت است

۱۲۹- گزینه ۳
نیروی کشسانی فنر با تغییر طول فنر رابطه خطی دارد نه با طول فنر مثلاً اگر طول اولیه فنری ۱۵ cm باشد یک بار طول آن را ۱۷ cm و بار دیگر ۳۴ cm کنیم، با اینکه طول فنر دو برابر شده (از ۱۷ cm به ۳۴ cm) رسیده اما نیروی کشسانی دو برابر نمی شود ($F_2 = k \times \frac{34-15}{100}$, $F_1 = k \times \frac{17-15}{100}$)، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. ثابت فنر از ویژگی های ساختمانی فنر است و به جرم متصل آن بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. جهت نیروی فنر همواره خلاف جهت تغییر طول فنر است. به شکل روبه رو دقت کنید: بنابراین گزینه (۳) درست است.

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 250 \times 0/4 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

۱۳۰- گزینه ۳
عامل حرکت رو به جلوی A فنر است، بنابراین فنر فشرده شده است. بنابراین نیروها از دو طرف به سمت فنر هستند.

۱۳۱- گزینه ۳
نیرویی که فنر به هر دست شخص وارد می کند برابر نیروی کشسانی فنر است.

۱۲۳- گزینه ۳
نیروی کشش نخ، نیرویی است که در صورت پاره شدن نخ باید در محل پارگی اعمال شود، تا نخ به صورت قبل از پاره شدن باقی بماند. (به عبارت دیگر نیرویی است که نیروسنج نشان می دهد به طوری که نیروسنج در یک نقطه دلخواه طناب را قطع می کند و میان آن قرار گیرد (مطابق شکل)) هرگاه بر دو سر طناب، ریسمان یا فنر سبکی نیروهای برابر وارد شود، نیروی کشش با هر یک از نیروهای اعمال شده برابر است. هنگامی که به دو سر طناب نیروی ۳۰۰ N وارد می شود، نیروی کشش ۳۰۰ N است که در این مسأله از بیشینه نیروی قابل تحمل طناب (۴۰۰ N) کمتر است و طناب پاره نمی شود.

۱۲۴- گزینه ۲
اگر هر کدام یک سر آن طناب را بکشند (مانند آنچه در درسنامه گفته شد) نیروی کشش طناب برابر نیرویی است که هر یک وارد می کنند.

$$T_A = T$$

اما اگر یک سر آن را به دیوار بسته و دو نفری از یک طرف بکشند داریم:

$$T_A = 2T$$

$$T_A = mg \Rightarrow T_A = 5 \text{ N}$$

۱۲۵- گزینه ۱
ابتدا کشش در نقطه A را محاسبه می کنیم:

$$T_B = m'g \Rightarrow T_B = 2 \text{ N}$$

$$T_A - T_B = 5 - 2 = 3 \text{ N}$$

حال کشش در نقطه B را محاسبه می کنیم:

روش دیگر: در واقع اختلاف کشش نخ در نقاط A و B برابر وزن طناب در قسمت AB است. از این رو:

$$AB = l - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) = l - \left(\frac{7}{10}\right) = \frac{3}{10}l \Rightarrow m_{AB} = \frac{3}{10} \times 1$$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{3}{10} \text{ kg} \Rightarrow W_{AB} = m_{AB} \times g = \frac{3}{10} \times 10 = 3 \text{ N}$$

۱۲۶- گزینه ۴
چون جرم ریسمان ناچیز است کشش در تمام نقاط ریسمان یکسان است، از این رو خواهیم داشت:

۱۲۷- گزینه ۲

۱۲۸- گزینه ۱

۱۲۹- گزینه ۳

۱۳۰- گزینه ۳

۱۳۱- گزینه ۳

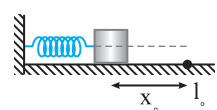
$$\vec{F}_e = -k\vec{x} \Rightarrow \vec{F}_e = -12 \times \frac{15}{100} \vec{i} \Rightarrow \vec{F}_e = -18 \vec{i}$$

نیروی که در این لحظه به جسم وارد می‌شود برابر است با:

۴- ۱۳۲ گزینه

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -18 \vec{i} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -9 \vec{i}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون:



با توجه به قانون هوک به جعبه نیروی $F_e = kx$ وارد می‌شود که x برابر تغییر طول متر از طول اولیه (طبیعی) آن است. بنابراین تا لحظه عبور از l_0 نیرو F_e به سمت راست به جعبه وارد می‌شود. بنابراین سرعت جسم تا لحظه عبور از l_0 افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است.

۱- ۱۳۳ گزینه

اگر به جای طناب، فنر هم قرار دهیم باید جرم m را تحمل کند یعنی نیروی وارد بر فنر نیز 30 N است.

۲- ۱۳۴ گزینه

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = 750 \cdot x \Rightarrow x = \frac{1}{25} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون و قانون هوک تغییر طول را به دست می‌آوریم:

۳- ۱۳۵ گزینه



$$F = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow 350 \cdot x = 2 \times 1/75 \Rightarrow 350 \cdot x = 2/75 \Rightarrow x = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی کشسانی فنر است:

۴- ۱۳۶ گزینه

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 15 \text{ cm}, F = mg \Rightarrow k(\frac{15}{100} - x_0) = 0/1 \times 10 \Rightarrow k(\frac{15}{100} - x_0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{15}{100} k - kx_0 & (1) \\ x_2 = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ cm}, F = m'g \Rightarrow k(\frac{20}{100} - x_0) = 0/5 \times 10 \Rightarrow 5 = \frac{20}{100} k - kx_0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 5 - 1 = \frac{20}{100} k - kx_0 - (\frac{15}{100} k - kx_0) \Rightarrow 4 = \frac{5k}{100} \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

روش دیگر: به ازای افزایش $500 - 100 = 400 \text{ g}$ بر جرم وزنه طول فنر به اندازه $x = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ cm}$ افزایش یافته از این رو:

$$F_e = k\Delta L \Rightarrow 0/4 \times 10 = k(0/5) \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

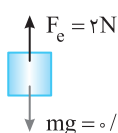
در دو حالت برابند نیروها صفر بوده و نیروی کشسانی فنر برابر وزن کفه و جسم درون آن است.

۴- ۱۳۷ گزینه

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow (m + m_1)g = k(\Delta L) \Rightarrow (m + 0/1) \times g = k(\frac{6}{100}), (m + m_2)g = k(\Delta L)' \Rightarrow (m + 0/2) \times g = k(\frac{10}{100})$$

$$\frac{m + 0/1}{m + 0/2} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10m + 1 = 6m + 1/2 \Rightarrow 4m = 0/2 \Rightarrow m = \frac{0/2}{4} \text{ kg} = \frac{200}{4} \text{ g} \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow 0/4 \times 10 - 200 \times \frac{1}{100} = 0/4 a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

شتاب در جهت نیروی برابند است و در این سؤال چون در لحظه مورد نظر $mg > F_e$ پس شتاب در جهت mg به سمت پایین است.

۳- ۱۳۸ گزینه

$$F_e = kx \Rightarrow 10 = k \times \frac{5}{100} \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$$

با توجه به نمودار با تغییر طول از 40 cm به 45 cm نیروی فنر 10 N می‌شود. بنابراین:

۳- ۱۳۹ گزینه

با توجه به رابطه $F = k(l - l_0) = kl - kl_0$ و نمودار F بر حسب l متوجه می‌شویم که شیب خط نمودار معرف ثابت فنر است بنابراین:

۱- ۱۴۰ گزینه

$$k_A > k_B > k_C$$

$$ma = kx \Rightarrow a = \frac{k}{m} x$$

با توجه به معادله $F = kx$ که x فاصله از طول اولیه فنر است و قانون دوم نیوتون $F = ma$ داریم:

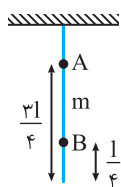
۱- ۱۴۱ گزینه

بنابراین این نمودار اندازه شتاب جسم بر حسب بزرگی تغییر طول فنر یک تابع خطی است و در لحظه رها شدن جعبه ($x = x_0$)، شتاب بیشینه و در طول طبیعی فنر ($x = 0$)، شتاب صفر است بنابراین گزینه (۱) پاسخ می‌باشد.

در این رابطه x_0 طول اولیه است بنابراین:

۲- ۱۴۲ گزینه

$$F = k(x - x_0) \Rightarrow F_e = kx - kx_0 \xrightarrow{F_e = 100x - 20} \begin{cases} k = 100 \text{ N/m} \\ kx_0 = 20 \Rightarrow 100x_0 = 20 \Rightarrow x_0 = 0/2 \text{ m} \end{cases}$$



با فاصله گرفتن از انتهای آزاد، هر نقطه از طناب باید وزن بیشتری را تحمل کند. به طور مثال در نقاط A و B :

$$T_B = \frac{mg}{4}, T_A = \frac{3mg}{4}$$

کشش طناب برابر است با:

۳- ۱۴۳ گزینه

یعنی کشش طناب با فاصله از انتهای آزاد رابطه مستقیم و خطی دارد.

۱۴۴- گزینه ۱ طناب همگن و بدون جرم است، پس کشش در تمام نقاط آن یکسان می‌باشد.

۱۴۵- گزینه ۲ هنگامی که نیروسنج بدون جرم فرض شود، نیروی کشسانی در طول فنر هر دو نیروسنج یکسان و برابر ۱۰N است، پس هر نیروسنج ۱۰N را نشان می‌دهد.

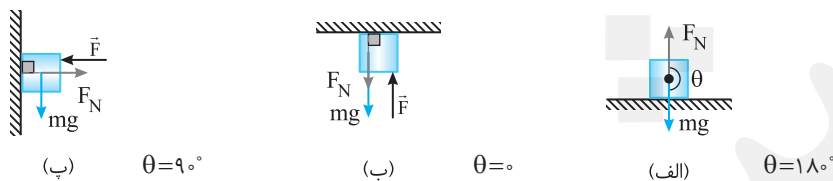
۱۴۶- گزینه ۳ هنگام باز شدن فنر نیرویی که فنر به دو طرف خود وارد می‌کند با هم برابر است، بنابراین نیروی وارد بر هر دو گوی یکسان می‌باشد.

$$F = m_A a_A \Rightarrow F = 2a_A \quad a_A = \frac{1}{3}a_B \rightarrow 2 \times \frac{a_B}{3} = m_B a_B \Rightarrow m_B = \frac{2}{3} \text{ kg} \approx 666 \text{ g}$$

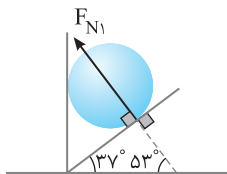
$$F = m_B a_B \Rightarrow F = m_B a_B$$

۱۴۷- گزینه ۴ نیروی عمودی سطح نیرویی است که بر تکیه‌گاه عمود است، بنابراین گزینه (۴) این نیرو را به درستی نشان داده است.

۱۴۸- گزینه ۴ نیروی عمودی سطح و نیروی وزن را در هر سه شکل مشخص می‌کنیم (دقت کنید که نیروی عمودی سطح همواره بر تکیه‌گاه عمود می‌باشد). بنابراین در هر سه شکل θ به درستی بیان شده است.



۱۴۹- گزینه ۲ نیروی عمودی سطح همواره بر دیواری که جسم بر آن تکیه دارد عمود می‌باشد. بنابراین زاویه‌ای که این نیرو با سطح افقی می‌سازد 53° است.



۱۵۰- گزینه ۱ نیروها در راستای قائم متوازن می‌باشند. بنابراین:

$$F_y + F_N = mg \Rightarrow F_N = mg - F_y$$

۱۵۱- گزینه ۳ با توجه به نیروی F، به جسم در راستای y علاوه بر نیروی وزن و نیروی عمودی سطح، نیرویی دیگر به سمت بالا وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N + F_y = 30 \Rightarrow F_N < 30 \text{ N}$$

در واقع مؤلفه قائم نیروی F سبب کاهش نیروی عمودی سطح شده است.

۱۵۲- گزینه ۳ نیروی‌های وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + mg = F_{N_1}$$

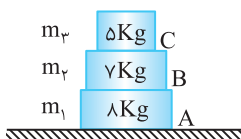
$$\Rightarrow F_{N_1} = 10 + 2 \times 10 \Rightarrow F_{N_1} = 30 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + F_{N_y} = mg$$

$$\Rightarrow F_{N_y} = mg - F = 20 - 10 \Rightarrow F_{N_y} = 10 \text{ N}$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_y}} = \frac{30}{10} = 3$$

بنابراین:

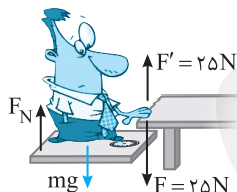
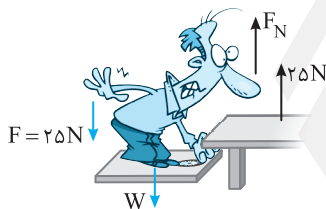
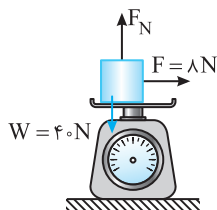
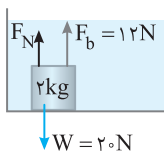
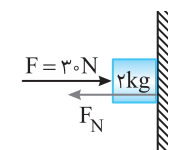
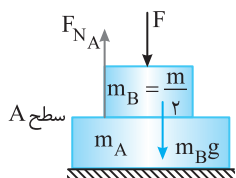
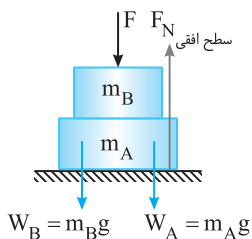


۱۵۳- گزینه ۳ نیروی عمودی هر سطح در شکل برابر وزن کل اجسام واقع بر آن سطح است، یعنی:

$$F_{N_A} = W_1 + W_2 + W_3 = 80 + 70 + 50 = 200 \text{ N}$$

$$F_{N_B} = W_2 + W_3 = 70 + 50 = 120 \text{ N}$$

$$F_{N_C} = W_3 = 50 \text{ N}$$



نیروی که سطح افقی بر جسم A وارد می کند برابر است با:

$$F_{y\text{خالص}} = 0 \Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + W_B + W_A \Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + \frac{m}{2}g + mg \Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + \frac{3}{2}mg$$

نیروی که سطح A بر جسم B وارد می کند برابر است با:

$$F_{y\text{خالص}} = 0 \Rightarrow F_{N_A} = m_B g + F = \frac{1}{2}mg + F$$

$$F + \frac{3}{2}mg = mg + 2F \Rightarrow F = \frac{mg}{2}$$

با توجه به صورت تست داریم:

جسم بر دیوار تکیه داده شده است پس بر ایند نیروها در راستای افقی صفر است و نیروهای خلاف جهت با هم برابر هستند.

$$F_N = F = 30\text{ N}$$

به جسم نیروهای وزن، شناوری و عمودی سطح وارد می شود.

$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_N + 12 = 20 \Rightarrow F_N = 8\text{ N}$$

نیروها در راستای قائم متوازن است و نیروسنج مقدار F_N را نشان می دهد.

$$F_N = mg \Rightarrow F_N = 40\text{ N}$$

با توجه به قانون سوم نیوتون شخص نیروی 25 N به سمت بالا به میز وارد می کند پس میز

نیروی 25 N به سمت پایین به شخص وارد خواهد کرد بنابراین:

$$F_N = mg + F \Rightarrow F_N = 75 + 25 \Rightarrow F_N = 100\text{ N}$$

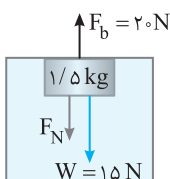
شخص نیروی 25 N به سمت پایین به میز وارد کرده پس میز نیروی 25 N نیوتونی به سمت بالا

به شخص وارد خواهد کرد.

$$mg = F' + F_N \Rightarrow 75 = 25 + F_N \Rightarrow F_N = 50\text{ N}$$

ترازو همواره جرم ظرف و مایع درون آن را نشان می دهد و به شکل قرارگیری جسم درون ظرف بستگی ندارد بنابراین هر دو ترازو یک عدد را نشان

خواهند داد و اختلاف عددهای نشان داده شده صفر است.

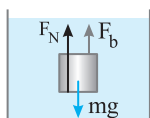


هرگاه جسم در شاره ای قرار گیرد به اندازه وزن شاره جابه جاشده به آن نیرویی رو به بالا وارد

می شود که به آن نیروی شناوری (F_b) می گویند. نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل روبه رو است:

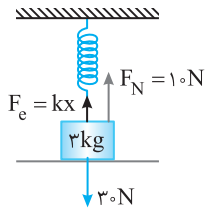
$$F_N + W = F_b \Rightarrow F_N + 15 = 20 \Rightarrow F_N = 5\text{ N}$$

نیروی که دیواره به جسم وارد می کند $F_N = 5\text{ N}$ است که برابر نیرویی است که جسم به دیواره رو به بالا وارد می کند.

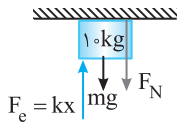


نیروهای وارد بر جسم عبارت است از:

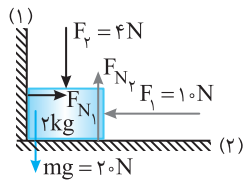
$$F_N + F_b = mg \Rightarrow F_N = 20 - 10 = 10\text{ N}$$



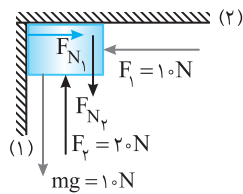
۱۶۳- گزینه ۱ اگر به جسم ۳kg نیروی خارجی دیگری وارد نشود، چون جسم در حال تعادل می باشد پس نیروهای آن متوازن است و $F_N = mg = 30\text{N}$ است. اما در این سؤال نیروی عمودی سطح 10N است، بنابراین نیروی کشسانی فنر به سمت بالا می باشد، یعنی فنر در حال کشیدگی است. حال نیروهای وارد به جسم 3kg را رسم می کنیم.
 $F_e + F_N = mg \Rightarrow F_e = 30 - 10 \Rightarrow F_e = 20\text{N} \Rightarrow kx = 20\text{N} \Rightarrow 200 \times x = 20 \Rightarrow x = 0.1\text{m}$
 بنابراین فنر 10cm کشیده شده است.



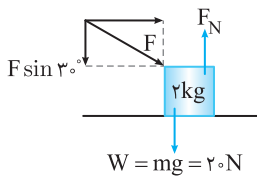
۱۶۴- گزینه ۳ جسم در حال تعادل است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می باشد:
 $mg + F_N = F_e \Rightarrow 10 + 5 = 30 \times x \Rightarrow x = \frac{1}{2}\text{m} \Rightarrow x = 50\text{cm}$



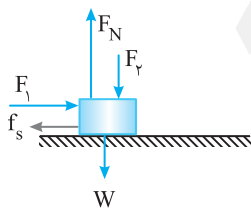
۱۶۵- گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم متوازن است، پس اندازه نیروهای در خلاف جهت باید با هم برابر باشند.
 $F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1} \Rightarrow F_{N_1} = 10\text{N}$
 $F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_f + mg = F_{N_2} \Rightarrow F_{N_2} = 24\text{N}$
 $F_{N_{net}} = \sqrt{F_{N_1}^2 + F_{N_2}^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = 2\sqrt{5^2 + 12^2} = 2\sqrt{25 + 144} = 2\sqrt{169} = 26\text{N}$



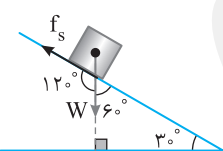
۱۶۶- گزینه ۱ با توجه به متوازن بودن نیروها داریم:
 $F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1} \Rightarrow F_{N_1} = 10\text{N}$
 $F_{y_{net}} = F_{N_2} + mg = F_f \Rightarrow F_{N_2} + 10 = 20 \Rightarrow F_{N_2} = 10\text{N}$
 $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \frac{10}{10} = 1$
 در این صورت:



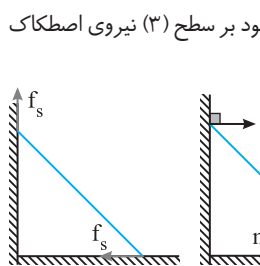
۱۶۷- گزینه ۲ به کمک تجزیه نیروها که در فیزیک (۱) در سال دهم خوانده اید مسئله را حل می کنیم.
 ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی F را تجزیه می کنیم.
 $F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_N = F \sin 30^\circ + W \Rightarrow F_N = 10 \times \frac{1}{2} + 20 = 25\text{N}$



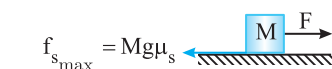
۱۶۸- گزینه ۴ جسم ساکن است و در راستای افقی به آن نیرویی وارد نمی شود، پس نیروی اصطکاک آن صفر است.
 ۱۶۹- گزینه ۲ با افزایش F_f نیروی عمودی سطح افزایش می یابد.
 $F_{net_y} = 0 \Rightarrow \uparrow F_N = F_f \uparrow + W$



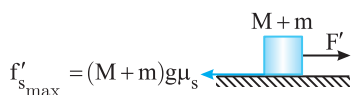
افزایش نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک آستانه حرکت یعنی نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $\uparrow f_{s_{max}} = \mu_s F_N$ را افزایش می یابد. اما چون جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و تغییر نمی کند. از طرفی نیروی اصطکاک ایستایی برابر F_f بوده و آن نیز تغییر نمی کند. بنابراین الف و پ درست هستند.
 ۱۷۰- گزینه ۳ نیروی اصطکاک همواره مماس بر مسیر حرکت است و در خلاف جهت لغزش است، هم چنین نیروی وزن نیز قائم به سمت پایین است. از این رو مطابق شکل زاویه بین نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی وزن 12° می شود.



۱۷۱- گزینه ۱ نیروهای وارد بر جسم به ترتیب (۱) نیروی وزن در امتداد قائم رو به پایین (۲) نیروی عمودی سطح در امتداد عمود بر سطح (۳) نیروی اصطکاک که با حرکت جسم رو به پایین مخالف است.
 ۱۷۲- گزینه ۲ نیروی اصطکاک خلاف جهت لغزش به جسم وارد می شود. اگر نردبان بخواهد بلغزد به سمت پایین خواهد لغزد پس روی دیوار قائم روبرو به پایین می لغزد و باید اصطکاک به سمت بالا به آن وارد شود و روی سطح افقی نیز به سمت راست می لغزد پس نیروی اصطکاک به سمت چپ به آن وارد می شود. نیروی عمودی سطح نیز همواره بر سطح عمود است.



۱۷۳- گزینه ۲ هنگامی که یک جسم ساکن است نیروی در جهت جابه جایی را که به جسم وارد می کنیم باید افزایش دهیم تا این نیرو برابر نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه جسم شود. در این صورت با یک ضربه کوچک به آن، جسم شروع به حرکت می کند.

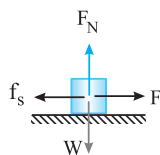


نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s\max} = \mu_s N$ می‌باشد و دقت کنید که μ_s به جرم جسم بستگی ندارد.

$$F = f_{s\max} \Rightarrow F = \mu_s Mg \quad , \quad F' = f'_{s\max} \Rightarrow F' = \mu_s (M+m)g$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{\mu_s (M+m)g}{\mu_s Mg} = \frac{M+m}{M}$$

بنابراین:

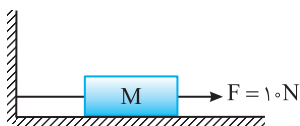


ابتدا اصطکاک ایستایی جسم در آستانه حرکت را به دست می‌آوریم: **۳ - گزینه ۱۷۴**

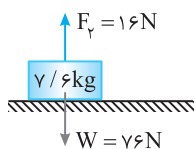
$$f_{s\max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s\max} = 0.4 \times 5 \times 10 = 20 \text{ N}$$

چون نیروی افقی $F = 15 \text{ N}$ از اصطکاک ایستایی بیشینه، کمتر است، جسم روی سطح افقی ساکن می‌ماند و برایند نیروهای وارد بر جسم در این حالت صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_s = F = 15 \text{ N}$$



نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح 15 N است، بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت از 15 N نیز بیشتر است. بنابراین نیروی افقی $F = 10 \text{ N}$ نمی‌تواند این جسم ساکن را به حرکت درآورد و باعث کشیدگی نخ شود، به همین علت نیروی کشش نخ صفر است. **۱ - گزینه ۱۷۵**



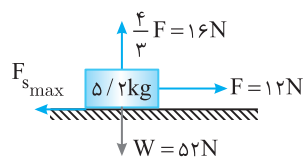
با توجه به نیروی F_1 ، نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$mg - F_1 = N \Rightarrow 76 - 16 = N \Rightarrow N = 60 \text{ N}$$

اگر $F_1 = 12 \text{ N}$ باشد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد بنابراین:



$$F_1 = f_{s\max} \Rightarrow \mu_s N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 60 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{5}$$

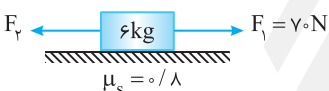


هنگامی که $F = 12 \text{ N}$ می‌شود، در این حالت جسم شروع به حرکت می‌کند یعنی $F = f_{s\max}$

$$F_{y\text{net}} = 0 \Rightarrow N + 16 = 52 \Rightarrow N = 36 \text{ N}$$

بنابراین **۲ - گزینه ۱۷۷**

$$F = f_{s\max} \Rightarrow F = \mu_s N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 36 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$



اگر $F_1 > F_1$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار خواهد داشت: **۴ - گزینه ۱۷۸**

$$f_{s\max} = \mu_s N = 0.8 \times 60 = 48 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک آستانه حرکت خواهد شد:

$$F_1 - F_1 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow 70 - F_1 - 48 = 0 \Rightarrow F_1 = 22 \text{ N}$$

بنابراین:

اگر $F_1 < F_1$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار خواهد داشت بنابراین:

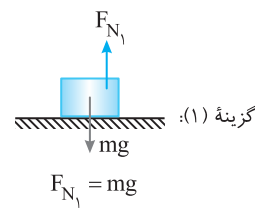
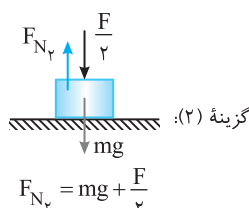
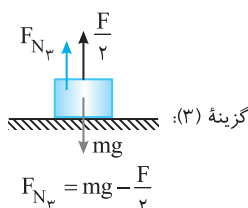
$$F_1 - F_1 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow F_1 - 70 - 48 = 0 \Rightarrow F_1 = 118 \text{ N}$$

در دو حالت، جسم به حرکت درآمده است و اصطکاک بین جسم و سطح $f_k = \mu_k mg$ است، بنابراین اصطکاک در دو حالت یکسان بوده و **۳ - گزینه ۱۷۹**

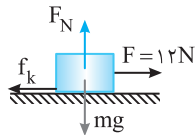
گزینه (۳) درست است. **۳ - گزینه ۱۸۰**

وقتی جسم با سرعت ثابت در حرکت است، نیروی افقی F با نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح برابر است. وقتی جرم جسم دو برابر می‌شود، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شده، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دو برابر می‌شود. بنابراین نیروی لازم برای حرکت جسم با سرعت ثابت نیز دو برابر $(2F)$ می‌شود. اما ضریب اصطکاک بین جسم و سطح به ویژگی‌های سطح تماس دو جسم بستگی دارد و تغییر نمی‌کند.

جسم‌ها در حال حرکت هستند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آن‌ها برابر $f_k = \mu_k N$ می‌باشد و با توجه به صورت مسئله μ_k در تمام سطوح یکسان است پس نیروی اصطکاک جسمی بیشتر است که نیروی عمودی سطح بیشتری بر آن وارد می‌شود. بنابراین نیروی عمودی هر سطح را حساب می‌کنیم. **۲ - گزینه ۱۸۱**

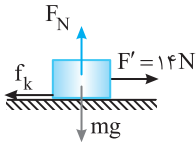


بنابراین F_{N_2} از همه بیشتر بوده و نیروی اصطکاک جنبشی در گزینه (۲) از سایر گزینه‌ها بیشتر می‌باشد.



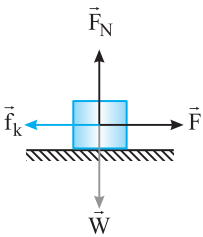
در هر دو حالت با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F - f_k = ma_1 \Rightarrow 12 - f_k = 0/4m \\ F' - f_k = ma_2 \Rightarrow 14 - f_k = 0/8m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (12 - f_k = 0/4m) \times 2 \downarrow + \\ 14 - f_k = 0/8m \end{cases} \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}, \quad m = 5 \text{ kg}$$



نیروی اصطکاک $f_k = \mu_k F_N$ می‌باشد: $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 10 \Rightarrow \mu_k (50) = 10 \Rightarrow \mu_k = 0/2$

۱۸۳- گزینه ۳

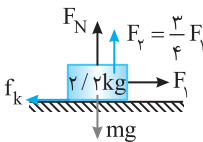


$$\begin{cases} F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} \\ 2F - f_k = ma' \Rightarrow a' = \frac{2F - f_k}{m} \end{cases} \Rightarrow a' > 2a$$

برای سادگی یک مثال عددی می‌زنیم. فرض کنید $F = 5 \text{ N}$, $f_k = 2 \text{ N}$ و جرم m برابر 1 kg است. در این صورت:

$$a = \frac{5 - 2}{1} = 3 \text{ m/s}^2, \quad a' = \frac{2 \times 5 - 2}{1} = 8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 8 > 2 \times 3$$

۱۸۴- گزینه ۳



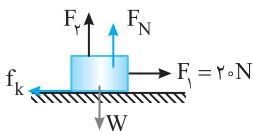
جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروها متوازن می‌باشند. چه در راستای محور افقی چه در راستای محور قائم از این رو:

$$F_1 = f_k \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N \Rightarrow F_1 = \mu_k (mg - F_v)$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \times (22 - \frac{3}{4} F_1) \Rightarrow F_1 = 11 - \frac{3}{8} F_1 \Rightarrow F_1 = 8 \text{ N}$$

با توجه به $F_v = \frac{3}{4} F_1$ اندازه F_v برابر $F_v = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \text{ N}$ است.

۱۸۵- گزینه ۲



در دو حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - \mu_k (40 - F_v) = ma \Rightarrow 20 - 0/2(40 - F_v) = ma \quad (1)$$

$$F_1 - f'_k = ma' \Rightarrow 20 - \mu_k (40 - 2F_v) = m(\frac{5}{4} a) \Rightarrow 20 - 0/2(40 - 2F_v) = m(\frac{5}{4} a) \quad (2)$$

دو رابطه بالا را برهم تقسیم می‌کنیم:

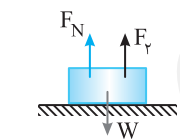
$$\frac{20 - 8 + 0/2F_v}{20 - 8 + 0/4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{12 + 0/2F_v}{12 + 0/4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow 60 + F_v = 48 + 1/6F_v \Rightarrow 12 = 0/6F_v \Rightarrow F_v = 20 \text{ N}$$

۱۸۶- گزینه ۲



ابتدا مقدار F را به دست می‌آوریم، سرعت ثابت است. از این رو $F_{net} = 0$ بوده و می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = 0 \Rightarrow 0/8F = f_k$$



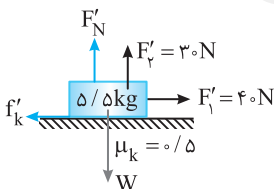
نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v \Rightarrow F_N = mg - F_v \Rightarrow F_N = 55 - 0/6F$$

$$0/8F = \mu_k F_N \Rightarrow 0/8F = 0/5 \times (55 - 0/6F) = 27/5 - 0/3F \Rightarrow 1/11F = 27/5 \Rightarrow F = 29 \text{ N}$$

بنابراین $F_1 = 0/8F = 29 \text{ N}$ و $F_v = 0/6F = 15 \text{ N}$ می‌باشد و نیروی اصطکاک در حالت اول برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0/5(55 - 15) \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$$



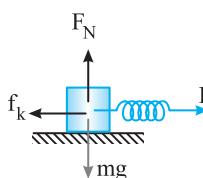
$$F'_N = W - F'_v \Rightarrow F'_N = 55 - 30 = 25 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح در حالت دوم خواهد شد:

$$f'_k = \mu_k F'_N = 0/5 \times 25 = 12/5 \text{ N}$$

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{12/5}{20} = \frac{125}{200} = \frac{5}{8}$$

۱۸۷- گزینه ۲



برایند نیروها را مساوی ma قرار می‌دهیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$k\Delta l - \mu_k mg = ma \Rightarrow 80\Delta l - 0/25 \times 40 = 4 \times 1/5 \Rightarrow \Delta l = 20 \text{ cm}$$

۱۸۸-گزینه ۲ در حالت اول خواهیم داشت:

$$F = W \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow k\left(\frac{f}{100}\right) = mg \quad (1)$$

در حالت دوم که جسم با سرعت ثابت در حرکت است می توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu_k W \Rightarrow k\left(\frac{2}{100}\right) = 0.2Mg \quad (2)$$

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) داریم:

$$\frac{2}{100} = \frac{m}{0.2M} \Rightarrow \frac{M}{m} = 2/5$$

۱۸۹-گزینه ۴ ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می آوریم:

$$f_k = \mu_k mg \Rightarrow f_k = \frac{1}{4} \times 40 = 10 \text{ N}$$

نیروی افقی وارد بر جسم ۴۰N است. هنگامی که جسم شروع به حرکت می کند، تا زمانی که $F > f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می شود و وقتی $F = f_k = 10 \text{ N}$ سرعت جسم ثابت می ماند و اگر $F < f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می کند. بنابراین نیروی F را می توان از ۴۰N تا ۱۰N کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد. بنابراین $\Delta F = 40 - 10 = 30 \text{ N}$

۱۹۰-گزینه ۱ به جعبه به سمت غرب نیرو وارد می شود و نیروی اصطکاک به سمت شرق است. البته اگر جعبه به حرکت در آمده باشد، نیروی اصطکاک، جنبشی است و اگر جعبه ساکن باشد نیروی اصطکاک، ایستایی است که به سمت شرق است.

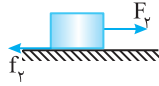
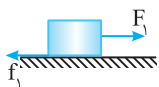
شخص جعبه را به غرب هل می دهد، بنابر قانون سوم نیوتون جعبه به شخص نیروی F' را رو به شرق وارد می کند، برای آن که شخص لیز نخورد باید اصطکاک که زمین بر شخص وارد می کند رو به غرب باشد.

۱۹۱-گزینه ۴ هنگامی که بین لاستیک و جاده اصطکاک وجود نداشته باشد، اتومبیل تغییر مکان نمی دهد. به طور مثال روی یخ، چرخ خودرو بکس باد می کند (یعنی درجا می چرخد) و خودرو جلو نمی رود.

۱۹۲-گزینه ۲ ابتدا نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s \max}$) را به دست می آوریم. اگر نیروی F از این اصطکاک کمتر باشد جسم ساکن می ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است و اگر نیروی F از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر باشد نیروی اصطکاک برابر نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) می شود.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 40 = 10 \text{ N}$$

جسم ساکن می ماند

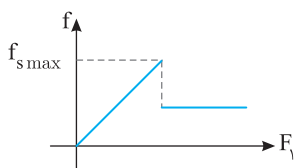


جسم ساکن می ماند

$$F_1, F_2 < f_{s \max} \begin{cases} \text{برای نیروی } F_1 \rightarrow f_{s1} = F_1 = 4 \text{ N} \\ \text{برای نیروی } F_2 \rightarrow f_{s2} = F_2 = 8 \text{ N} \end{cases}$$

$$f_s = f_k = F_N \mu_k = mg \mu_k = 40 \times 0.2 = 8 \text{ N}$$

نیروی F_2 از $f_{s \max}$ بیشتر می باشد بنابراین اصطکاک جنبشی است:



۱۹۳-گزینه ۴ ابتدا جسم ساکن است پس نیروی اصطکاک آن با سطح افقی برابر f_s است. هر چه نیروی F_1 را افزایش دهیم، نیروی اصطکاک زیاد می شود تا جسم به آستانه حرکت $f_{s \max} = \mu_s F_N$ برسد و سپس با افزایش F_1 جسم حرکت می کند و اصطکاک آن با سطح برابر $f_k = \mu_k F_N$ می شود. هم چنین می دانیم که معمولاً $\mu_k < \mu_s$ است.

۱۹۴-گزینه ۳ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می کنیم.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s \max} = 0.4 \times 5 \times 10 = 20 \text{ N}$$

برایند دو نیروی $F_1 = 40 \text{ N}$ و $F_2 = 58 \text{ N}$ برابر $58 - 40 = 18 \text{ N}$ است، بنابراین متحرک از حال سکون به حرکت در نمی آید و نیروی اصطکاک ایستایی برابر $f_s = 18 \text{ N}$ است.

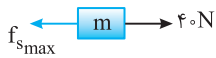


۱۹۵- گزینه ۴ در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.18 \times (\Delta F) = 0.9F$ است. پس نیروی افقی F از $f_{s \max}$ بیشتر است

$$f_k \leq f_{s \max} \Rightarrow f_k \leq 0.9F$$

و جسم شروع به حرکت می‌کند. بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی است و می‌دانیم:

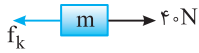
بنابراین اصطکاک جنبشی می‌تواند مقادیرهای کمتر $0.9F$ باشد و گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.



$$F_{net} = 0 \Rightarrow 40 - f_{s \max} = 0$$

۱۹۶- گزینه ۳ در آستانه حرکت:

$$\Rightarrow f_{s \max} = 40 \Rightarrow \mu_s mg = 40 \Rightarrow 0.4 \times m \times 10 = 40 \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$



$$F_{net} = ma \Rightarrow 40 - f_k = 10 \times a \Rightarrow 40 - \mu_k mg = 10 \times a \Rightarrow 40 - (0.2 \times 10 \times 10) = 10 \times a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

بعد از حرکت: نیرویی که سبب شتاب گرفتن شخص می‌شود، نیروی اصطکاک بین کفش او و سطح پیست است.

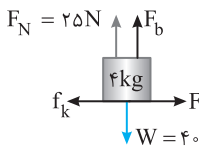
$$F_{net} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.95 \times 10 = 9.5 \text{ m/s}^2$$

۱۹۸- گزینه ۲ جسم هنگامی شروع به حرکت می‌کند که حداقل مقدار F برابر نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s \max}$) باشد:

$$F = f_{s \max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

$$F(t) = 8 \Rightarrow t^2 + t - 4 = 8 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 3, t = -4$$

۱۹۹- گزینه ۲ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است بنابراین:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow 10 = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = 0.4 F_N \Rightarrow F_N = 25 \text{ N}$$

هرگاه جسم در شاره‌ای قرار گیرد بر آن نیرویی به نام نیروی شناوری F_b رو به بالا وارد می‌شود. حال با تحلیل نیروها در

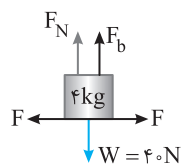
$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_b = 40 - 25 \Rightarrow F_b = 15 \text{ N}$$

راستای قائم داریم:

$$F > f_{s \max} \Rightarrow 10 > \mu_s F_N \Rightarrow 10 > 0.4 F_N \Rightarrow F_N < 25 \text{ N}$$

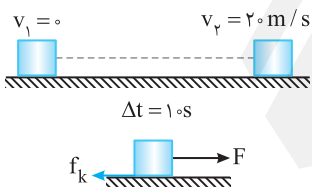
۲۰۰- گزینه ۴ برای آنکه جسم شروع به حرکت کند، $F > f_{s \max}$ باشد.

نیروهای در راستای قائم جسم را می‌نویسیم:



$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_N = W - F_b$$

$$F_N < 25 \Rightarrow W - F_b < 25 \Rightarrow 40 - F_b < 25 \Rightarrow F_b > 15 \text{ N}$$



۲۰۱- گزینه ۴ در مدت 10 s سرعت اتومبیل از صفر به 20 m/s رسیده است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 20 = 1 \times a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

$$F - 0.2 \times 15000 = 1500 \times 2 \Rightarrow F = 33000 \text{ N}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times m \times 10 = 2N$$

۲۰۲- گزینه ۱ نیرویی که باعث توقف جسم می‌شود نیروی اصطکاک است.

$$-f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 15^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x \approx 56 \text{ m}$$

اکنون به کمک معادله مستقل از زمان جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

۲۰۳- گزینه ۳ در بازه تأخیر واکنش (0.5 s)، اتومبیل با سرعت ثابت در حرکت است و نیروی خالص وارد بر اتومبیل صفر است. در مدت 0.5 s متحرک با

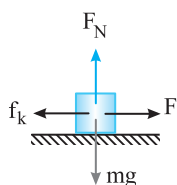
$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

سرعت ثابت $20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$ در حرکت است و جابه‌جایی مقابل را طی می‌کند.

در این صورت راننده در فاصله 10 m تری از مانع ترمز می‌کند و پس از جابه‌جایی 10 m در کنار مانع می‌ایستد.

$$F = ma \Rightarrow |F| = 1500 \times 20 = 30000 \text{ N}$$

نیروی خالص وارد بر اتومبیل خواهد شد.



$$F - f_k = ma$$

۲۰۴- گزینه ۴ ابتدا شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

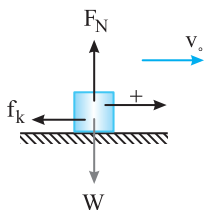
$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - \mu_k mg}{m}$$

اکنون به کمک رابطه مستقل از زمان v را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \frac{F - \mu_k mg}{m} d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(F - \mu_k mg)d}{m}}$$

نیروی که مانع حرکت جسم می شود اصطکاک است.

۱- ۲۰۵- گزینه



$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$v^2 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2a}$$

بنابراین شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد. از طرفی:

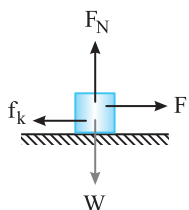
بنابراین مسافت طی شده در دو حالت یکی است و جرم در آن بی تأثیر است.

نتیجه: هر گاه تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت جسم برابر $a = \mu_k g$ خواهد بود.

با توجه به معادله سرعت - زمان $v = 4t + 3$ ، شتاب حرکت 4 m/s^2 است. $(v = v_0 + at)$

۲- ۲۰۶- گزینه

بنابراین:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 18 - f_k = 4 \times 4 \Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

ابتدا شتاب حرکت جسم را با توجه به نیروهای وارد بر جسم به دست می آوریم:

۱- ۲۰۷- گزینه

$$F - f_k = ma \Rightarrow 8 - f_k = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

بنابراین حرکت جسم با شتاب ثابت می باشد و معادله مکان - زمان آن درجه ۲ (۲) می باشد که ضریب t^2 آن نصف شتاب است.

در پرتاب جسم روی سطح افقی، نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.

۲- ۲۰۸- گزینه

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

حال با توجه به ثابت بودن شتاب از رابطه $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$ ، سرعت اولیه را به دست می آوریم دقت کنید که در

$$4 = \frac{0+v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

$t = 2 \text{ s}$ سرعت صفر است.

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{-4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

شتاب برابر است با:

$$a = -\mu_k g \Rightarrow -2 = -\mu_k (10) \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

در این صورت:

هرگاه جسمی را روی سطحی افقی پرتاب کنیم نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک

۱- ۲۰۹- گزینه

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

وارد می شود.

بنابراین شتاب حرکت به جرم و سرعت جسم بستگی ندارد و شتاب حرکت دو جسم با هم برابر است.

شتاب حرکت وزنه های A و B را به دست می آوریم.

۴- ۲۱۰- گزینه

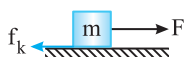
$$F_{net} = ma \begin{cases} \mu_{kA} m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = \mu_{kA} g \\ \mu_{kB} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \mu_{kB} g \end{cases} \xrightarrow{\mu_{kA} = 2\mu_{kB}} \frac{a_A}{a_B} = 2$$

سرعت اولیه هر دو یکسان است. به کمک معادله مستقل از زمان مسأله را حل می کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{v^2}{-2a} \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم ابتدا بر جسم دو نیروی F و f_k در امتداد افقی وارد می شود.

۳- ۲۱۱- گزینه



$$F - f_k = ma \quad (1)$$



$$|f_k| = \frac{m|a|}{2} \quad (2)$$

پس از حذف نیروی F، تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.

$$F - \frac{m|a|}{2} = ma \Rightarrow F = \frac{3}{2} ma$$

با توجه به رابطه های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{f_k}{F} = \frac{\frac{m|a|}{2}}{\frac{3}{2} ma} = \frac{1}{3} \Rightarrow f_k = \frac{F}{3}$$

بنابراین:

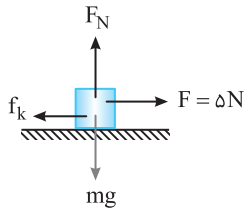
۲۱۲- گزینه ۱ ابتدا چون جسم در اثر اعمال نیروی F در راستای افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند. طبق قانون دوم نیوتون برابند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین نیروی F برابر نیروی اصطکاک (f_k) است. بعد از حذف نیروی F تنها نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک (f_k) است و جسم در اثر این نیرو حرکت کندشونده‌ای را انجام می‌دهد.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$-10 = \Delta a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_i^2 = 2(-2) \times 9 \Rightarrow v_i^2 = 36 \Rightarrow v_i = 6 \text{ m/s}, \quad v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 6 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

حالت طبق فرمول مستقل از زمان داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow f_k = 9 \text{ N}$$

$$-f_k = ma \Rightarrow -9 = 2a \Rightarrow a = -\frac{9}{2} \text{ m/s}^2$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2\left(-\frac{9}{2}\right)(9) \Rightarrow v_0^2 = 81 \Rightarrow v_0 = 9 \text{ m/s}$$

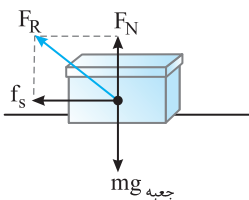
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -\frac{9}{2}t + 9 \Rightarrow t = \frac{2}{1} \text{ s}$$

۲۱۳- گزینه ۴ سرعت جسم ثابت است بنابراین برابند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

شتاب توقف را به دست می‌آوریم نیروی موثر اصطکاک جنبشی است.

سرعت v را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

بنابراین داریم:



۲۱۴- گزینه ۳ با توجه به این که جعبه نسبت به کف تریلی در حال حرکت، ساکن است، هنگام ترمز نیرویی که جعبه را از حرکت باز می‌دارد نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. با رسم نیروهای وارد بر جعبه و با توجه به این که تریلی با شتاب 4 m/s^2 ترمز می‌کند، داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - mg_{\text{جعبه}} = 0 \Rightarrow F_N = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

$$F_{net,x} = ma_{\text{جعبه}} \Rightarrow -f_s = 2 \times (-4) = -8 \Rightarrow f_s = 8 \text{ N}$$

با توجه به این که کف تریلی، دو نیروی F_N و f_s را بر جعبه وارد می‌کند، برابند این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

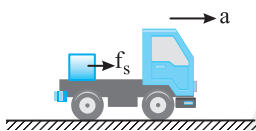
$$F_R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{20^2 + 8^2} = 4\sqrt{5^2 + 2^2} = 4\sqrt{29} \text{ N}$$

۲۱۵- گزینه ۲ عامل حرکت بار به همراه تریلی، نیروی اصطکاک بین کف تریلی و بار است که به بار شتاب می‌دهد.

$$F_{net} = Ma \Rightarrow \mu_s Mg = Ma' \Rightarrow a' = \mu_s g$$

اما بنا به فرض سؤال، شتاب حرکت تریلی $a > \mu_s g$ است. بنابراین $a > a'$ بوده و بار نسبت به جاده با شتاب کمتری در جهت حرکت تریلی جابه‌جا می‌شود. اما بار نسبت به تریلی رو به عقب حرکت می‌کند.

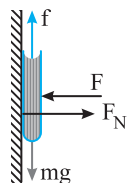
۲۱۶- گزینه ۴ عامل توقف صندوق اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد.



$$f_{s,max} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.25 \times 10 = 2.5 \text{ m/s}^2$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 225 = 2(-2.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{225}{5} = 45 \text{ m}$$

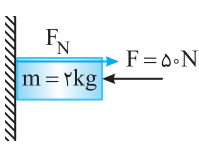
شتاب توقف کامیون حداکثر باید 2.5 m/s^2 باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد از این رو:



۲۱۷- گزینه ۲ دقت کنید در طول کاهش نیروی F کتاب ساکن باقی مانده است پس نیروهای وارد بر جسم باید متوازن

$$f = mg$$

باقی بماند یعنی نیروی اصطکاک همچنان برابر نیروی وزن است.



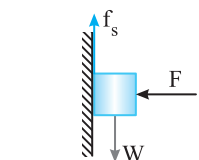
۲۱۸- گزینه ۲ ابتدا نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F - F_N = 0 \Rightarrow F = F_N = 50 \text{ N} \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

عامل حرکت به سمت پایین جسم نیروی وزن $mg = 20 \text{ N}$ است که از $f_{s,max}$ کمتر می‌باشد پس جسم در

$$f_s = mg = 20 \text{ N}$$

جای خود ساکن باقی می‌ماند و با توجه به متوازن بودن نیروها داریم.

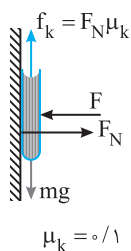


۲۱۹- گزینه ۱ می‌خواهیم جسم به سمت پایین شروع به حرکت نکند، از طرفی F نیز کمینه باشد، یعنی جسم در آستانه حرکت باشد، در این صورت نیروی اصطکاک آستانه حرکت با وزن جسم برابر است.

$$W = f_{s,max} \Rightarrow W = \mu_s F_N \Rightarrow W = \mu_s F \Rightarrow F = \frac{W}{\mu_s}$$

۲۲۰- گزینه ۱

نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.



جسم در راستای افقی حرکت نمی کند. بنابراین $F = N = 4$ است. در راستای قائم با توجه به قانون دوم نیوتون و نیروهای وارد بر جسم داریم:

$$mg = 0/1 \times 10 = 10 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0/1 \times 4 = 0/4 \text{ N}$$

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0/4 = 0/1 a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

۲۲۱- گزینه ۳

در حالت اول، جسم در آستانه حرکت روبه پایین است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow W = f_{s \text{ max}} = f_1 = \mu_s F_N = \mu_s F_1 \quad (1)$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow W = f_k = f_2 = \mu_k F_N = \mu_k F_2 \quad (2)$$

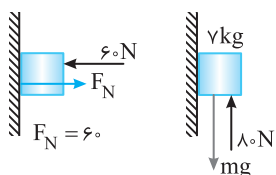
$$f_1 = f_2 \Rightarrow \mu_s F_1 = \mu_k F_2 \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

در حالت دوم جسم با سرعت ثابت به پایین می لغزد:

با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

۲۲۲- گزینه ۱

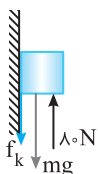
ابتدا باید وضعیت حرکت جسم را بررسی کنیم. نیروی اصطکاک در آستانه حرکت جسم را



$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N = 0/5 \times 60 = 30 \text{ N}$$

نیروی وزن جسم $W = mg = 70 \text{ N}$ است و نیرویی که جسم را رو به بالا می راند 80 N است برآیند این دو نیرو $80 - 70 = 10 \text{ N}$ است. اما اصطکاک ایستایی بیشینه $f_{s \text{ max}} = 30 \text{ N}$ بوده که از 10 N بیشتر است. یعنی جسم روی سطح دیوار ساکن می ماند. در این حالت اصطکاک بین جسم و دیوار اصطکاک ایستایی بوده و برابر است با:

$$F_{y \text{ net}} = 0 \Rightarrow F_2 - W - f_s = 0 \Rightarrow 80 - 70 = f_s \Rightarrow f_s = 10 \text{ N}$$

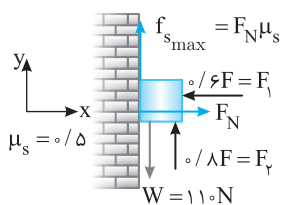


۲۲۳- گزینه ۴

وقتی کمینه مقدار F را می خواهیم یعنی $0/8F$ نیز حداقل باشد، یعنی نیرو به سمت بالا آنقدر کم باشد تا جسم روی دیوار در آستانه لغزیدن به سمت پایین باشد.

نیروی عمودی سطح خواهد شد:

در امتداد قائم خواهیم داشت:



$$F_x = 0 \Rightarrow F_N = 0/6F$$

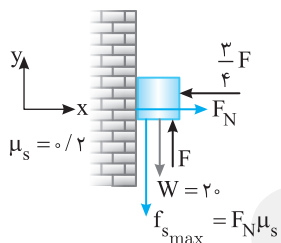
$$F_y = 0 \Rightarrow W = 0/8F + f_{s \text{ max}} \Rightarrow 110 = 0/8F + (0/6F)(0/5)$$

$$110 = 1/1F \Rightarrow F = 110 \text{ N}$$

۲۲۴- گزینه ۳

بیشینه مقدار F یعنی مقدار این نیرو آنقدر زیاد باشد تا جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد پس

به سمت پایین به $f_{s \text{ max}}$ می شود.



$$F_x = 0 \Rightarrow F_N = 3/4F$$

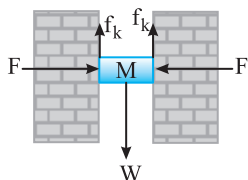
$$F_y = 0 \Rightarrow F = W + f_{s \text{ max}} \Rightarrow F = 20 + 3/4F \times 0/2$$

$$F = 20 + 3/4F \Rightarrow 1/4F = 20 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

۲۲۵- گزینه ۱

جسم M وقتی به پایین می لغزد با سطح دو دیواره اصطکاک دارد و از هر دیواره نیروی اصطکاک به

جسم وارد می شود. بنا به قانون دوم نیوتون:



$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow Mg - 2f_k = Ma \quad , \quad 30 - 2f_k = 3 \times 2 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = F} 12 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0/6$$

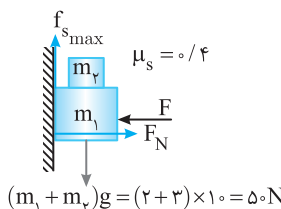
۲۲۶- گزینه ۳

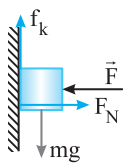
کمینه نیروی F زمانی است که وزنها در آستانه حرکت به سمت پایین باشند:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$f_{s \text{ max}} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \mu_s F_N = (m_1 + m_2)g$$

$$\Rightarrow \mu_s F = (m_1 + m_2)g \Rightarrow 0/4 F = 50 \Rightarrow F = 50/0/4 = 125 \text{ N}$$





۲۲۷- گزینه ۳ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است. $mg = f_k$

اگر نیروی F دو برابر شود نیروی عمودی سطح دو برابر می‌شود، جسم باز هم در حال حرکت است، پس نیروی اصطکاک جنبشی $f'_k = 2f_k \Rightarrow f'_k = 2mg$ بین جسم و سطح دو برابر می‌شود.

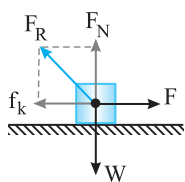
پس با شتاب $a = -10 \text{ m/s}^2$ از سرعت جسم کاسته می‌شود. $F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow mg - 2mg = ma \Rightarrow a = -g$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = -5(4) + (4 \times 2) = -6 \text{ m}$$

۲۲۸- گزینه ۱ جسم ابتدا با تندی ثابت در حال حرکت است، بنابراین $f_k = mg = 20 \text{ N}$ است. می‌دانیم که $f_k = \mu_k F_N = \mu_k F$ پس اگر F را $\frac{3}{2}$ برابر کنیم

نیروی f_k هم $\frac{3}{2}$ برابر و برابر با $f'_k = 30 \text{ N}$ می‌شود پس: $mg - f'_k = ma \Rightarrow 20 - 30 = 2a \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$

بنابراین با افزایش F ، با شتاب -5 m/s^2 از سرعت جسم کاسته می‌شود: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 0 - 100 = -10\Delta y \Rightarrow \Delta y = 10 \text{ m}$



$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_k = F = 60 \text{ N}$$

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = W = 80 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F^2 + W^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{10000} = 100 \text{ N}$$

۲۳۰- گزینه ۲ سطح بر جسم نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می‌کند، بنابراین واکنش این نیروها هم اندازه آن‌ها و خلاف جهتشان توسط جسم بر سطح وارد خواهد شد بنابراین:

$$f_s = mg \xrightarrow{\text{واکنش}} f'_s = mg$$

$$F_N = F \xrightarrow{\text{واکنش}} F'_N = F$$

با دو برابر شدن F ، نیروی عمودی سطح دو برابر خواهد شد، بنابراین $F'_{N_y} = 2F \Rightarrow F'_{N_y} = 2F'_{N_1}$

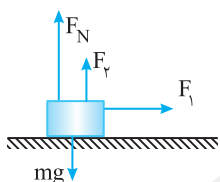
اول و دوم به ترتیب برابر است با:

$$(1) \Rightarrow \sqrt{f'^2_{s1} + F'^2_{N_1}} = \sqrt{(mg)^2 + F^2}, \quad (2) \Rightarrow \sqrt{f'^2_{s2} + F'^2_{N_2}} = \sqrt{(mg)^2 + 4F^2}$$

که مقدار دوم از دو برابر حالت اول مقداری کمتر می‌باشد.

۲۳۱- گزینه ۱ یک پاک‌کن را در کف دستتان قرار دهید و زاویه کف دست را از حالت افقی به طور آهسته زیاد کنید. تمایل جسم به حرکت بیشتر می‌شود، بنابراین نیروی

وارد بر جسم که می‌خواهد جسم را به حرکت در آورد با افزایش زاویه کف دست بیشتر می‌شود و چون پاک‌کن حرکت نکرده، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش می‌یابد.



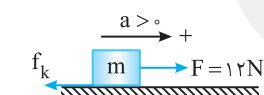
۲۳۲- گزینه ۳ با تجزیه نیروی F به دو نیروی عمود بر هم، نیروهای وارد بر جسم به صورت روبه‌رو خواهد شد. اندازه

نیروی خالص در محور y ها صفر می‌باشد: $F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N = mg - F_y$ است. بنابراین $F_N < mg$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k < \mu_k mg$$

۲۳۳- گزینه ۴ وقتی وزنه را داخل جعبه قرار می‌دهیم، نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد، پس نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد. باز هم جسم در حالت حرکت

است اما نیروی مخالف در جهت حرکت این بار بیشتر از حالت قبلی می‌باشد. در مسأله گفته شده حرکت جسم شتابدار است و اندازه شتاب آن 0.4 است. بنابراین باید

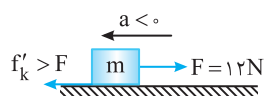


$$F - f_k = ma \Rightarrow 12 - \mu_k mg = 0.4m \Rightarrow 12 - 50\mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

$$F - f'_k = m'a' \Rightarrow 12 - \mu_k(m+m')g = -0.4(M+m')$$

$$12 - (5+m') \times 10 \times 0.2 = -0.4(5+m') \Rightarrow 12 - 10 - 2m' = -2 - 0.4m'$$

$$4 = 1/6 m' \Rightarrow m' = \frac{4}{1/6} = 24 \text{ kg}$$

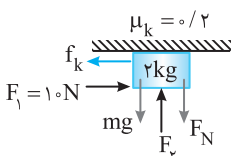


۲۳۴- گزینه ۳ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌باشند.

$$\text{در راستای افقی: } F_1 = f_k \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N \quad (1)$$

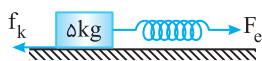
$$\text{در راستای قائم: } F_N + mg = F_y \Rightarrow F_N = F_y - mg \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow F_1 = \mu_k (F_y - mg) \Rightarrow 10 = 0.2(F_y - 20) \Rightarrow F_y = 70 \text{ N}$$



نمونه واقعی این حرکت کشیدن ماله توسط گچ کار روی سقف است.

نیروی کشسانی فنر برابر است با:



$$F_c = k\Delta l = 80 \times \frac{5}{100} = 40 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

اصطکاک بین جسم و سطح:

تا زمانی که $F_c \geq f_k$ تندی جسم کاهش نمی‌یابد، بنابراین باید نیروی کشسانی از 40 N به 10 N برسد. یعنی:

$$F'_c = k\Delta l' \Rightarrow 10 = 80 \Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 1/8 \text{ cm}$$

بنابراین طول فنر می‌تواند از 5 cm کشیدگی به $1/8 \text{ cm}$ کشیدگی برسد یعنی طول فنر می‌تواند $5 - 1/8 = 3/8 \text{ cm}$ کاهش یابد بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد.



۲۳۶- گزینه ۳ با توجه به رابطه $v = 2t + 3$ و رابطه تندی - زمان در حرکت با شتاب ثابت $v = at + v_0$. شتاب حرکت

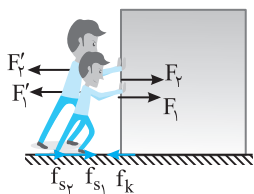
$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow F_{\text{خالص}} = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow F - f_k = 4 \quad (1)$$

بعد از 3 s تندی جسم $v_1 = 2(3) + 3 = 9 \text{ m/s}$ می‌شود و با قطع نیروی F تنها نیروی f_k خلاف جهت به جسم وارد می‌شود و شتاب توقف جسم خواهد شد:

$$v_1 = at + v_1 \Rightarrow 0 = 6a + 9 \Rightarrow a = -1/2 \text{ m/s}^2, F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow f_k = ma \Rightarrow f_k = 2(-1/2) = -1 \text{ N}$$

بنابراین نیروی $f_k = 3 \text{ N}$ است. اکنون به کمک رابطه (۱) نیروی F را به دست می‌آوریم:

$$(1) \Rightarrow F - f = 4 \Rightarrow F - 3 = 4 \Rightarrow F = 7 \text{ N}$$



۲۳۷- گزینه ۲ دو نفر به ترتیب نیروهای F_1 و F_2 را به بسته وارد می‌کنند. بنا به قانون سوم نیوتون، بسته نیروهای F'_1

$$\left. \begin{aligned} F_1 + F_2 &= f_k \\ F'_1 + F'_2 &= f_{s1} + f_{s2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_{s1} + f_{s2} = f_k$$

و F'_1 را که برابر F_1 و F_2 است به دو نفر وارد می‌کند. از طرفی:

$$\mu_s (m_1 g + m_2 g) = \mu_k M g \Rightarrow \mu_s (40 + 60) = 0.2 \times 200 \Rightarrow \mu_s = 0.4$$

در قسمت اول مسیر نیروی اصطکاک کمتر از F می‌باشد بنابراین:

$$F - f_1 = ma \xrightarrow{f_1 < F} a_1 > 0$$

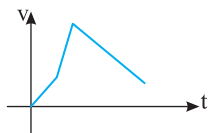
$$F = ma \Rightarrow a_2 > 0 \text{ و } a_3 > a_1$$

در قسمت دوم مسیر نیروی اصطکاک، صفر است بنابراین:

$$F - f_3 = ma \xrightarrow{f_3 > F} a_3 < 0$$

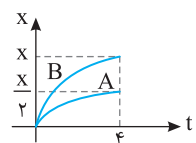
در قسمت سوم مسیر نیروی اصطکاک بیشتر از F می‌باشد بنابراین:

شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب است پس شیب خط در مسیر (۱) و (۲) مثبت است. البته شیب خط در قسمت ۲ تندتر (بزرگ‌تر) می‌باشد و در قسمت (۳) شیب منفی است.



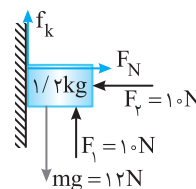
۲۳۹- گزینه ۲ هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می‌شود نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است

بنابراین نیروی وارد بر جسم ثابت و شتاب حرکت ثابت می‌باشد.



$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \begin{cases} \xrightarrow{B} x = \frac{0 + v_B}{2} \times 4 \Rightarrow v_B = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 2 \\ \xrightarrow{A} x = \frac{0 + v_A}{2} \times 4 \Rightarrow v_A = \frac{x}{2} \end{cases}$$

در حالت اول تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:



$$\text{در راستای افقی: } F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 10 \text{ N}$$

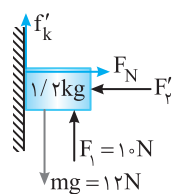
$$\text{در راستای قائم: } mg - F_1 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 12 - 10 = 2 \Rightarrow \mu_k N = 2 \Rightarrow 10 \mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

اگر جسم با شتاب 1 m/s^2 بخواهد به سمت پایین حرکت کند باید نیروی F_1 کاهش بیابد تا از مقدار اصطکاک کاسته شود:

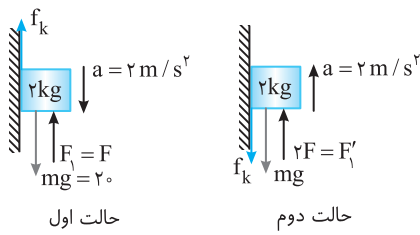
$$\left\{ \begin{aligned} \text{در راستای افقی: } F_N &= F'_1 \\ \text{در راستای قائم: } mg - F_1 - f'_k &= ma \end{aligned} \right. \Rightarrow 12 - 10 - f'_k = 1/2 \times (1) = f'_k = 0.8 \text{ N}$$

$$f'_k = \mu_k F'_N = \mu_k F'_1 \Rightarrow 0.8 = 0.2 F'_1 \Rightarrow F'_1 = 4 \text{ N}$$

پس نیروی F_1 از 10 N به 4 N رسیده:



$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{-6}{10} \times 100 = -60\% \text{ کاهش}$$



۲۴۱- گزینه ۳ در حالت اول شتاب $2m/s^2$ روبه پایین است. اگر با دو برابر شدن F_1 باز اندازه

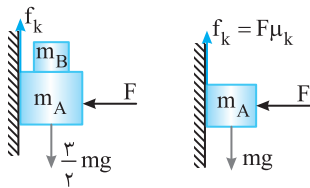
شتاب $2m/s^2$ باشد باید جهت شتاب تغییر کرده باشد. یعنی در حالت دوم شتاب $2m/s^2$ روبه بالا می‌باشد. هم‌چنین چون F_2 تغییر نکرده پس اندازه نیروی اصطکاک جسم با سطح ثابت می‌ماند اما جهت نیروی اصطکاک رو به پایین خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 20 - F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - F - f_k = 4 \Rightarrow F + f_k = 16 \quad (1)$$

$$F_{net} = 2F - 20 - f_k = ma \Rightarrow 2F - 20 - f_k = 4 \Rightarrow 2F - f_k = 24 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 3F = 40 \Rightarrow F = \frac{40}{3} \text{ N}$$

۲۴۲- گزینه ۴ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن است.



$$(m_A + m_B)g = f_k \Rightarrow f_k = \frac{3m}{4}g \Rightarrow f_k = \frac{3mg}{4}$$

اگر جسم m_B را برداریم نیروی وزن که عامل حرکت به سمت پایین است برابر $m_A g = mg$ می‌شود. اما چون F تغییر نکرده است، نیروی اصطکاک همچنان $f_k = \frac{3}{4}mg$ است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - \frac{3}{4}mg = ma \Rightarrow a = -\frac{1}{4}g = -\frac{1}{4} \times 10 = -2.5 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2.5t + 4 \Rightarrow t = 1.6 \text{ s}$$

پس با شتاب 2.5 m/s^2 از تندی جسم کاسته می‌شود:

۲۴۳- گزینه ۳ تا لحظه‌ای که برآیند نیروها رو به پایین باشد یعنی $W \geq f_k$ از تندی جسم کاسته نمی‌شود.

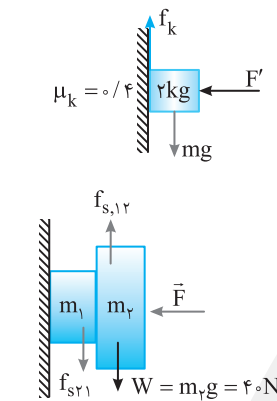
$$f_k = mg \Rightarrow \mu_k F_N = 20 \Rightarrow 0.4 \times F' = 20 \Rightarrow F' = 50 \text{ N}$$

$$mg \geq f_k \Rightarrow 20 \geq 4F' \Rightarrow F' \leq 50 \text{ N} \Rightarrow F'_{max} = 50 \text{ N}$$

پس نیروی F را می‌توان از 10 N به 50 N رساند، یعنی نیروی F را می‌توان حداکثر به اندازه 40 N افزایش داد.

۲۴۴- گزینه ۴ نیروی وزن جسم 4 کیلوگرمی رو به پایین بوده و نیروی اصطکاک که وزن m_1 بر m_2 وارد می‌کند، نیروی وزن را خنثی می‌کند، رو به بالا و برابر $f_s = W = 40 \text{ N}$ است.

در نتیجه نیرویی که m_1 بر m_2 وارد می‌کند، 40 N و رو به پایین است.

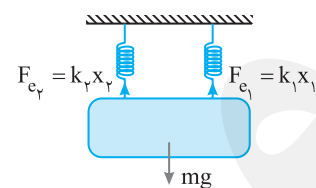


۲۴۵- گزینه ۱ عامل حرکت جسم B، اصطکاک بین A و B است. نیروی F به مجموعه $(m_A + m_B)$ شتاب a می‌دهد. در حالی که نیروی اصطکاک به جرم

$$\left. \begin{aligned} F &= (m_A + m_B)a \\ f &= m_B a \end{aligned} \right\} \Rightarrow f < F$$

m_B شتاب a می‌دهد.

پس اصطکاک بین دو جسم همواره از F کوچکتر است.



۲۴۶- گزینه ۲ جسم در حال سکون است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن می‌باشد. چون فنرها مشابه‌اند پس

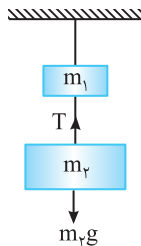
$$F_{net} = 0 \Rightarrow k_1 x_1 + k_2 x_2 = mg \Rightarrow 2000 x_1 + 2000 x_2 = 1200$$

کشش آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{فنرها مشابه}} \begin{aligned} 4000x &= 1200 \Rightarrow x = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm} \\ x_1 &= x_2 = x \end{aligned}$$

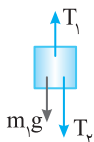
۲۴۷- گزینه ۳ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$T - m_2 g = 0 \Rightarrow T = m_2 g \Rightarrow T = 30 \text{ N}$$

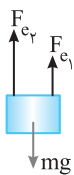


۲۴۸- گزینه ۲ برآیند نیروهای وارد بر m_1 باید صفر باشد.

$$T_1 = T_2 + m_1 g \Rightarrow T_1 - T_2 = m_1 g \Rightarrow T_1 - T_2 = 20 \text{ N}$$



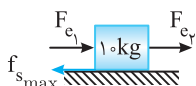
۲۴۹- گزینه ۳ فنر k_1 کشیده شده سپس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی روبه بالا به جسم وارد می‌شود. هم‌چنین k_2 نیز فشرده شده پس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی روبه بالا به جسم وارد می‌شود:



$$F_{e_1} = k_1 \Delta x_1 = 5 \times 4 = 20 \text{ N} \quad , \quad F_{e_2} = k_2 \Delta x_2 = 2000 \times \frac{2}{100} = 40 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = F_{e_1} + F_{e_2} \Rightarrow mg = 60 \text{ N} \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

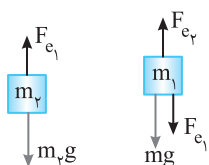
۲۵۰- گزینه ۳ نیروی وارد از طرف فنر همواره خلاف جهت تغییر طول می‌باشد بنابراین F_{e_1} و F_{e_2} هر دو به سمت راست وارد می‌شوند. جسم در آستانه حرکت به سمت راست است از این رو:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{e_1} + F_{e_2} = f_{s\text{max}} \Rightarrow k_1 \Delta x_1 + k_2 \Delta x_2 = f_{s\text{max}}$$

$$2000 \times \frac{2}{100} + 4000 \times \frac{4}{100} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} 20 = \mu_s \times 100 \Rightarrow \mu_s = 0.2$$

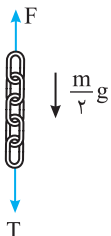
۲۵۱- گزینه ۲ جسم m_2 توسط کشش فنر (۱) در حال تعادل است.



به جسم m_1 نیروی وزن و هم‌چنین F_{e_1} به سمت پایین وارد می‌شود

$$F_{e_2} = mg + F_{e_1} = 50 + 50 \Rightarrow F_{e_2} = 100 \text{ N} \Rightarrow k \Delta x_2 = 100 \text{ N} \quad , \quad \frac{k \Delta x_2}{k \Delta x_1} = \frac{100}{50} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 2$$

البته می‌توان به راحتی گفت که فنر (۲) دو وزنه و فنر (۱) یک وزنه را تحمل می‌کند بنابراین افزایش طول فنر (۲) دو برابر افزایش طول فنر (۱) است.

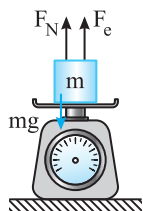


۲۵۲- گزینه ۲ وزن دو جسم روی وزنه، یعنی زنجیر و جسم جمعاً $50 + 40 = 90 \text{ N}$ است.

وقتی نیرو سنج 20 N را نشان می‌دهد، باید $F = 90 - 20 = 70 \text{ N}$ باشد. اما در وسط زنجیر:

$$F - \frac{m}{2}g - T = 0 \Rightarrow 70 - 5 - T = 0 \Rightarrow T = 65 \text{ N}$$

۲۵۳- گزینه ۳ ابتدا نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:



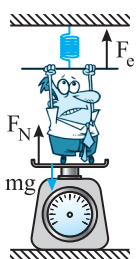
$$F_e = k \Delta l \Rightarrow F_e = 2000 \times \frac{2}{100} = 4 \text{ N}$$

فنر کشیده شده است و نیروی کشسانی فنر رو به بالا است بنابراین با توجه به ساکن بودن جسم می‌توان نوشت:

$$F_T = 0 \Rightarrow F_N + F_e = W \quad (1)$$

ترازو عدد 4 N را نشان می‌دهد، ترازوی فنری عمودی سطح را نشان می‌دهد پس $F_N = 4 \text{ N}$ است، از این‌رو داریم:

$$(1) \Rightarrow 4 + 4 = W \Rightarrow W = 8 \text{ N} \Rightarrow mg = 8 \Rightarrow m = 0.8 \text{ kg}$$



۲۵۴- گزینه ۱ شخص فنر را رو به پایین کشیده است بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.

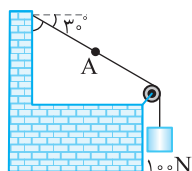
$$F_e = k \Delta x \Rightarrow F_e = 1500 \times 0.1 = 15 \text{ N}$$

وزن شخص برابر است با:

$$W = mg \Rightarrow W = 600 \text{ N}$$

ترازوی فنری عمودی سطح را نمایش می‌دهد از این‌رو:

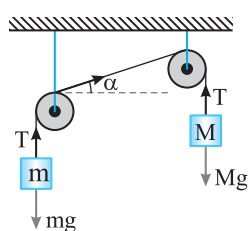
$$F_e + F_N = W \Rightarrow 15 + F_N = 600 \Rightarrow F_N = 585 \text{ N}$$



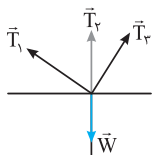
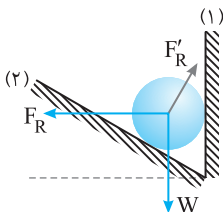
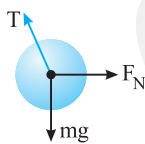
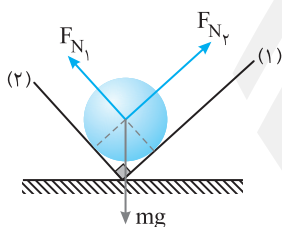
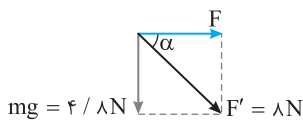
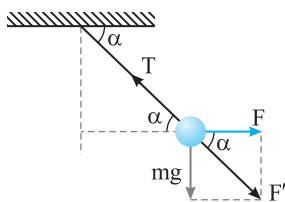
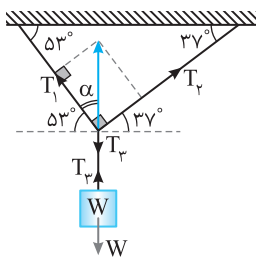
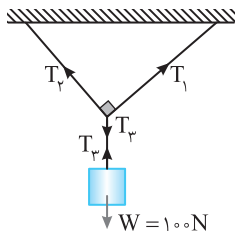
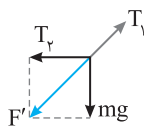
۲۵۵- گزینه ۲ نیروی کشش نخ برابر وزن است و در طول نخ همگن با جرم ناچیز مقدار ثابتی است.

$$T = mg = 100 \text{ N}$$

۲۵۶- گزینه ۴ دقت کنید که کشش در دو طرف قرقره ثابت می‌باشد و به زاویه بستگی ندارد.



$$\left. \begin{array}{l} T = Mg \\ T = mg \end{array} \right\} \Rightarrow Mg = mg \Rightarrow M = m$$



۲۵۷- گزینه ۴ سه نیروی T_1 و T_2 و وزن متوازن اند بنابراین برآیند T_2 و T_1 که عمود بر هم اند باید هم اندازه و خلاف جهت T_1 باشد. از این رو به کمک قضیه فیثاغورس می توان نوشت:

$$F' = T_1 \Rightarrow \sqrt{T_2^2 + (mg)^2} = T_1 \Rightarrow T_2^2 + (mg)^2 = T_1^2 \Rightarrow T_2^2 + 1600 = 2500 \Rightarrow T_2^2 = 900 \Rightarrow T_2 = 30 \text{ N}$$

۲۵۸- گزینه ۲ با توجه به شکل برای آنکه جسم در حال تعادل باشد باید $T_2 = W = 100 \text{ N}$ باشد. با توجه به متوازن بودن سه نیروی کشش T_1 و T_2 و T_3 باید برآیند دو نیروی عمود بر هم T_1 و T_2 برابر T_3 و در خلاف جهت آن باشد از این رو:

$$\sqrt{T_1^2 + T_2^2} = T_3 \xrightarrow{T_2 = \sqrt{3}T_1} \sqrt{T_1^2 + 3T_1^2} = T_3 \Rightarrow 2T_1 = T_3 \Rightarrow T_1 = 50 \text{ N}$$

۲۵۹- گزینه ۱ با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس کشش T_3 برابر W می باشد و باید برآیند T_1 و T_2 هم اندازه T_3 و خلاف جهت آن باشد. زاویه ای که T_1 و T_2 با راستای افقی می سازند با توجه به خطوط موازی و مورب به ترتیب 53° و 37° است:

$$\tan \alpha = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow[\alpha = 37^\circ]{\text{با توجه به شکل}} \tan 37^\circ = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

۲۶۰- گزینه ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم: با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس باید برآیند F و W با F' نمایش داده ایم هم اندازه T و در خلاف جهت آن باشد.

$$|F'| = 8 \text{ N}$$

هم چنین با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه بین F و F' نیز α می باشد.

$$\sin \alpha = \frac{4/8}{8} = 0.6$$

بنابراین $\alpha = 37^\circ$ است.

۲۶۱- گزینه ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می کنیم. F_{N1} و F_{N2} بر دیواره ها عمودند. با توجه به شکل زاویه بین F_{N1} و F_{N2} مانند زاویه بین دو دیوار 90° است. با توجه به اینکه جسم در حال تعادل می باشد پس سه نیروی F_{N1} ، F_{N2} و mg متوازن هستند پس برآیند دو نیروی عمود بر هم F_{N1} و F_{N2} باید هم اندازه و در خلاف جهت mg باشد:

$$\begin{cases} \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} = mg \\ F_{N2} = F \text{ و } F_{N1} = \frac{4}{3} F_{N2} = \frac{4}{3} F \end{cases} \Rightarrow \sqrt{F^2 + \frac{16}{9} F^2} = 4 \Rightarrow \frac{5}{3} F = 4 \Rightarrow F = 2.4 \text{ N}$$

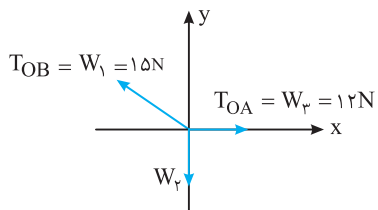
۲۶۲- گزینه ۳ ابتدا نیروهایی که به جسم وارد می شوند را رسم می کنیم، جسم در حال تعادل است پس نیروهای متوازن می باشند و باید برآیند نیروهای F_N و mg با T برابر و خلاف جهت آن باشد.

$$T = \sqrt{F_N^2 + (mg)^2} \Rightarrow T = \sqrt{900 + 1600} = 50 \text{ N}$$

۲۶۳- گزینه ۱ نیروهای وارد بر جسم متوازن می باشد بنابراین باید برآیند دو نیروی عمود بر هم F_R و W برابر F'_R و در خلاف جهت آن باشد. با توجه به معادله بالا تنها گزینه (۱) می تواند درست باشد.

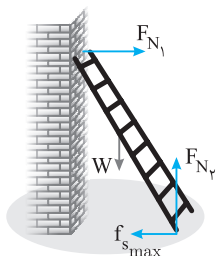
۲۶۴- گزینه ۲ چون جسم در تعادل است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{W} = 0 \Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |\vec{T}_3 + \vec{W}| \Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |260 - 90| = 170 \text{ N}$$



دستگاه در تعادل است، بنابراین برابری سه نیروی T_{OA} ، T_{OB} و W_2 باید صفر باشد، از طرفی کشش نخ OA برابر وزن W_2 و کشش نخ OB برابر وزن W_1 است. با توجه به شکل:

$$\begin{cases} T_{OB}^y = W_2^y + T_{OA}^y \\ T_{OB} = W_1 = 15N \Rightarrow 15^2 = W_2^y + 12^2 \Rightarrow W_2 = 9N \\ T_{OA} = W_2 = 12 \end{cases}$$



با توجه به شکل روبه‌رو برابری نیروها در امتداد قائم را برابر صفر قرار داده و نیروی F_{N_2} را حساب می‌کنیم.

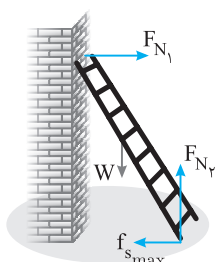
$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W \Rightarrow F_{N_2} = 200N$$

اکنون نیروی اصطکاکی که توسط سطح زمین بر نردبان وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = 0.5 \times 200 = 100N$$

$$\vec{F}_{R, \text{سطح زمین}} = -100\hat{i} + 200\hat{j}$$

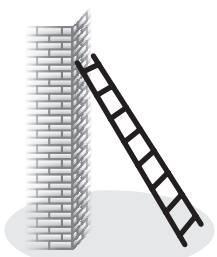
در این صورت نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند برابر است با:



از طرف دیوار تنها نیروی عمودی سطح و از طرف زمین دو نیروی اصطکاک و عمودی سطح بر نردبان وارد می‌شود.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow W = F_{N_2} \Rightarrow F_{N_2} = W$$

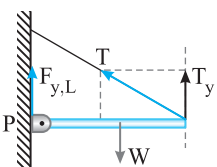
$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_{N_1} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s F_{N_2} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s W$$



نردبان در حال سکون است و بر آن سه نیرو وارد می‌شود. ۱- نیروی وزن، ۲- نیرویی از طرف سطح زمین، ۳- نیرویی از طرف دیوار.

برای این سه نیرو صفر است از این رو همواره برابری دو نیرو از آن‌ها قرینه نیروی سوم است یعنی:

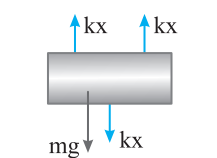
$$|\vec{W}| = |\vec{F}_{R, \text{زمین}} + \vec{F}_{R, \text{دیوار قائم}}| \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = 0$$



نیروهای وارد بر میله در راستای قائم به صورت روبه‌رو است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{y,L} + T_y = W \Rightarrow F_{y,L} = W - T_y$$

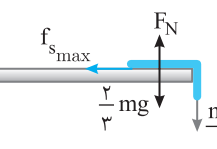
در واقع می‌توان این گونه استدلال کرد که نیروی وزن میله، توسط لولا و نخ تحمل می‌شود بنابراین نیرویی که لولا در نقطه P بر میله وارد می‌کند قطعاً از W کمتر است.



در فنر نیرو خلاف جهت تغییر طول فنر وارد می‌شود پس در فنرهای بالایی جهت نیرو به سمت بالا و در فنر پایینی جهت نیرو به سمت پایین است.

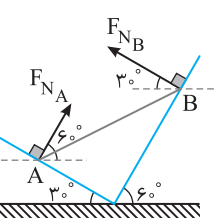
$$F_{net} = 0 \Rightarrow kx + kx = mg + kx$$

$$mg = 3000 \times \frac{1}{100} \Rightarrow m = 30kg$$

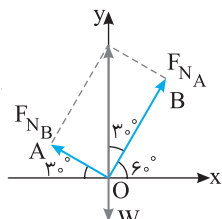


کل طناب $4/5m$ است که $1/5m$ آن یعنی $1/3$ طناب آویزان و $2/3$ طناب روی سطح میز باقی مانده است بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = \frac{mg}{3} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mg}{3} \Rightarrow \mu_s \times \frac{2mg}{3} = \frac{mg}{3} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2} = 0.5$$



شکل (۱)

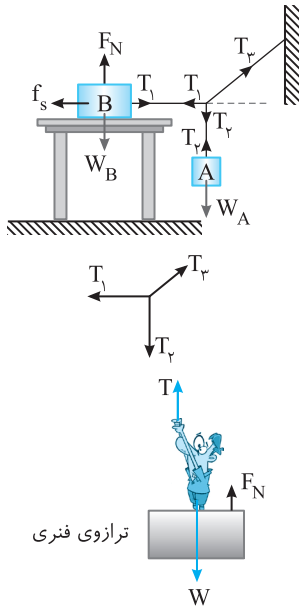


شکل (۲)

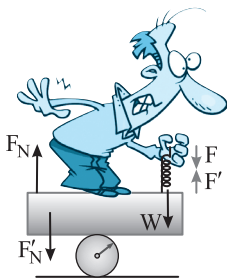
نیرویی که سطح بدون اصطکاک بر جسم وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح است. با توجه به شکل نیروها را رسم می‌کنیم (شکل (۱)). سپس هر سه نیرو را از یک نقطه رسم می‌کنیم (شکل (۲)). برابری F_{N_A} و F_{N_B} باید برابر W باشد.

$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F_{N_B}}{F_{N_A}} \Rightarrow F_{N_A} = \sqrt{3}F_{N_B}$$

در مثلث OAB می‌توان نوشت:



$F_N = W \Rightarrow F_N = 600\text{N}$



۲۷۳- گزینه ۲ جسم B باید ساکن بماند، بنابراین اصطکاک وارد بر آن f_s است و چون وزن جسم A بیشینه است،

اصطکاک آستانه حرکت $f_{s_{max}}$ می‌باشد.

$F_{net} = 0 \Rightarrow T_1 = f_{s_{max}} \Rightarrow T_1 = \mu_s F_{NB} \Rightarrow T_1 = 0.5 \times 600 = 300\text{N}$

همچنین T_1 برابر نیروی وزن A می‌باشد تا جسم A ساکن بماند.

$T_1 = W_A \Rightarrow T_1 = 225\text{N}$

بنابراین نیروهای T_1 و T_2 باید با هم متوازن باشند.

$T_2 = \sqrt{T_1^2 + T_1^2} = \sqrt{300^2 + 225^2} = 225\sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow T_2 = 225 \times 15 = 3375\text{N}$

۲۷۴- گزینه ۲ وزنه ۱۵ کیلوگرمی ساکن است، بنابراین نیروی کشش عدد 150N را نشان می‌دهد.

(B) $(T = mg \Rightarrow T = 150\text{N})$ شخص روی ترازوی فنری ایستاده است و مطابق شکل، سه نیرو بر او وارد می‌شود. کشش نخ

رو به بالا، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و وزن رو به پایین و شخص ساکن است، در نتیجه:

$F_{net} = 0 \Rightarrow T + F_N = W \Rightarrow 150 + F_N = 600 \Rightarrow F_N = 450\text{N}$

بنابراین ترازوی فنری 450N را نمایش می‌دهد.

۲۷۵- گزینه ۳ راه‌حل عادی: شخصی روی باسکول ایستاده و ساکن است. بنابراین باسکول وزن شخص را نشان می‌دهد.

راه‌حل پیچیده:

نیروهای وارد بر جسم:

۱- نیروی وزن که توسط کره زمین رو به پایین وارد می‌شود.

۲- نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف باسکول رو به بالا وارد می‌شود.

۳- نیروی واکنش فنر که بر دست شخص رو به پایین وارد می‌شود.

شخص ساکن است. از این رو:

نیروهای وارد بر باسکول:

۱- نیروی F'_N واکنش F_N توسط شخص رو به پایین بر کف باسکول وارد می‌شود.

۲- نیروی f' که برابر f بوده و توسط فنر رو به بالا بر کف باسکول وارد می‌شود.

نیروی که باسکول تحمل می‌کند و توسط باسکول نمایش داده می‌شود.

$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N = W + f \quad (1)$

$F = F_N - f \quad (2)$

$\xrightarrow{(1),(2)} F = (W + f) - f \Rightarrow F = W$

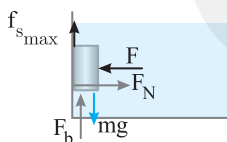
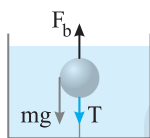
در این صورت:

و باسکول F را که با W برابر است یعنی 600N را نشان می‌دهد.

۲۷۶- گزینه ۲ با توجه به سکون جسم باید نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد بنابراین:

$F_b = mg + T$

بیشینه نیروی شناوری زمانی است که کشش نخ بیشینه باشد: $F_{b_{max}} = mg + T_{max} \Rightarrow F_{b_{max}} = 20 + 4 = 24\text{N}$



۲۷۷- گزینه ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با توجه به توازن نیروها داریم (دقت کنید حداقل نیرو

(C) یعنی آن قدر کم باشد که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد).

در راستای افقی: $F = F_N$

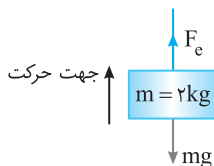
در راستای قائم: $F_b + f_{s_{max}} = mg \Rightarrow 10 + \mu_s F_N = 30$

$\mu_s F = 20 \Rightarrow 0.5 \times F = 20 \Rightarrow F = 40\text{N}$

۲۷۸- گزینه ۳ با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e - 20 = 4 \Rightarrow F_e = 24\text{N}$

$k\Delta x = 24\text{N} \Rightarrow 400\Delta x = 24 \Rightarrow \Delta x = 0.06\text{m} = 6\text{cm}$

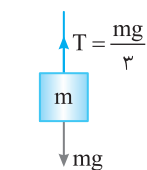


۲۷۹- گزینه ۱ اگر جسم با حرکت تندشونده رو به بالا در حرکت باشد و یا با حرکت کندشونده رو به پایین در حال حرکت باشد در این صورت $T > mg$ است.

(A) اگر جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد $T = mg$ است و اگر جسم با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند و یا با حرکت کندشونده رو به بالا در حرکت باشد در

این صورت $T < mg$ می‌باشد. از این رو گزینه (۱) درست است.

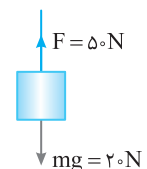
نیروی کشش نخ کمتر از نیروی وزن است پس جسم در حال حرکت تندشونده به سمت پایین و یا حرکت کندشونده رو به بالا است. در هر صورت $mg > T$ است از این رو:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma \xrightarrow{T = \frac{mg}{3}} \frac{2mg}{3} = ma \Rightarrow a = \frac{2g}{3}$$

۳- ۲۸۰- گزینه

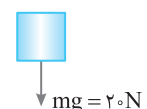
قبل از پاره شدن به جسم نیروی 50 N به سمت بالا و $mg = 20\text{ N}$ به سمت پایین وارد می‌شود.



$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 30 = 2a \Rightarrow a = 15\text{ m/s}^2$$

۳- ۲۸۱- گزینه

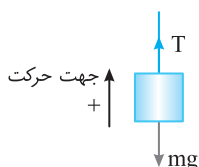
بعد از پاره شدن طناب، تنها به جسم نیروی وزن وارد می‌شود.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g \Rightarrow a = 10\text{ m/s}^2$$

حرکت کندشونده است پس $a = -2\text{ m/s}^2$ می‌باشد.

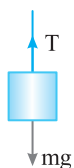
۴- ۲۸۲- گزینه



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 50 = 5 \times (-2) \Rightarrow T = 40\text{ N}$$

روش دیگر: جسم دارای حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروی رو به پایین وزن از نیروی کشش T بیشتر است که سبب کندشدن حرکت می‌شود. بنابراین نیروی کشش نخ را از وزن کم می‌کنیم و شتاب قطعاً مثبت اختیار می‌شود.

$$mg > T \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow 50 - T = 5 \times 2 \Rightarrow T = 40\text{ N}$$



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = 12m$$

ابتدا شتاب حرکت 2 m/s^2 است بنابراین:

۴- ۲۸۳- گزینه

اگر نیروی کشش طناب دو برابر شود $T' = 2T = 24m$ خواهد شد و داریم:

$$F_{net} = ma' \Rightarrow T' - mg = ma' \Rightarrow 24m - 10m = ma' \Rightarrow a' = 14\text{ m/s}^2$$

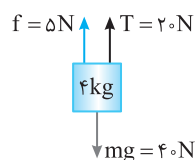
$$(a' - a) = 12\text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب از $a = 2\text{ m/s}^2$ به $a' = 14\text{ m/s}^2$ رسیده و افزایش یافته است:

جهت حرکت جسم و نوع حرکت مشخص نشده است از این رو دو حالت را بررسی می‌کنیم.

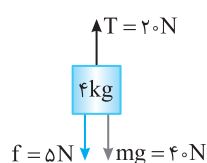
۴- ۲۸۴- گزینه

اگر جسم در حال حرکت رو به پایین باشد مقاومت هوا رو به بالا بر جسم وارد می‌شود بنابراین:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f = ma \Rightarrow 40 - 20 - 5 = 4a \Rightarrow 4a = 15 \Rightarrow a = 3.75\text{ m/s}^2$$

هم‌چنین اگر جسم در حال حرکت کندشونده رو به بالا باشد مقاومت هوا رو به پایین به جسم وارد می‌شود بنابراین:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg - f = ma \Rightarrow 20 - 40 - 5 = 4a \Rightarrow a = -6.25\text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 6.25\text{ m/s}^2$$

تازمانی که نیروی T از نیروی وزن W بیشتر است تندی در حال افزایش است. با کاهش T نیروی برآیند کاهش می‌یابد و تازمانی که

۴- ۲۸۵- گزینه

$T = mg = 40\text{ N}$ شود، سرعت در حال افزایش است و در لحظه $T = mg$ سرعت ثابت می‌ماند از این رو اگر نیروی T را از 80 N به 40 N کاهش دهیم تندی جسم

$$\Delta T = 80 - 40 = 40\text{ N}$$

کاهش نمی‌یابد:

هنگام بالا بردن جسم توسط این ریسمان $T_{max} > mg$ خواهد بود و هنگام پایین آوردن $T_{max} < m'g$ خواهد بود از این رو:

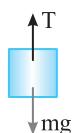
۱- ۲۸۶- گزینه

$$\begin{cases} T_{max} - mg = ma \Rightarrow T_{max} - 900 = 90a \\ m'g - T_{max} = m'a \Rightarrow 1100 - T_{max} = 110a \end{cases} \Rightarrow \frac{T_{max} - 900}{110} = \frac{9}{11}$$

$$11T_{max} - 9900 = 9900 - 9T_{max} \Rightarrow 20T_{max} = 2 \times 9900 \Rightarrow T_{max} = 990\text{ N}$$

$$T_{max} = m'g \Rightarrow 990 = m' \times 10 \Rightarrow m' = 99\text{ kg}$$

در حالتی که بار را یکنواخت بالا می‌برد:



ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{4} = 2.5\text{ m/s}^2$. اکنون به کمک قانون دوم نیوتون، T را

۱- ۲۸۷- گزینه

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 5 \Rightarrow T = 25\text{ N}$$

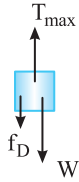
به دست می‌آوریم.

۲۸۸- گزینه ۲ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow \frac{mg}{\gamma} - mg = ma \Rightarrow a = -\frac{g}{\gamma} = -\frac{\Delta m}{s^2}$$

تندی جسم را هنگام رسیدن به زمین از رابطه مستقل از زمان به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times (\frac{\Delta}{s^2}) (10) \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$



۲۸۹- گزینه ۱ با توجه به شکل روبه‌رو، رابطه اساسی دینامیک ($F_{net} = ma$) را برای جسم می نویسیم:

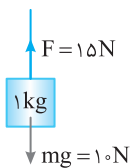
$$W = mg \Rightarrow \Delta = m \times 10 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

$$T_{max} - W - f_D = ma \Rightarrow 10 - 5 - 1 = 0.5a \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 8 (1)^2 \Rightarrow \Delta y = 4 \text{ m}$$

۲۹۰- گزینه ۲ معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت برابر $v = at + v_0$ است، بنابراین شتاب این حرکت 4 m/s^2 می باشد.

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 8 \Rightarrow T = 28 \text{ N}$$



۲۹۱- گزینه ۳ ابتدا جابه‌جایی در ۳s اول با حضور $F = 15 \text{ N}$ را محاسبه می کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 15 - 10 = a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 9 = 22.5 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3 \times 5 \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

حال تندی جسم در پایان این ۳s را به دست می آوریم:

بنا به قانون اول نیوتون پس از حذف نیروی F جسم به واسطه سرعت و انرژی جنبشی که دارد به حرکت خود ادامه می دهد تا متوقف شود و تمام انرژی جنبشی آن به

$$\Delta K = \Delta U = \frac{1}{2} mv^2 = mg\Delta y \Rightarrow \frac{1}{2} \times 225 = 10 \Delta y_2 \Rightarrow \Delta y_2 = 11.25 \text{ m}$$

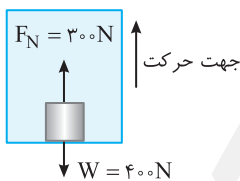
انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می شود بنابراین پایداری انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 22.5 + 11.25 = 33.75 \text{ m}$$

بنابراین ارتفاع بالا رفتن جسم برابر است با:

$$F_{net} = Ma \Rightarrow F_{net} = 50 \times 2 = 100 \text{ N}$$

۲۹۲- گزینه ۱ دقت کنید که در صورت سؤال، برآیند نیروهای وارد بر شخص خواسته شده است.



۲۹۳- گزینه ۳ نیروی عمودی که بر جسم از طرف کف آسانسور وارد می شود 300 N است. بنا به قانون سوم نیوتون

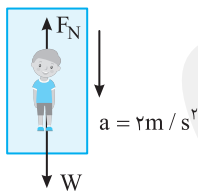
نیروی که جسم نیز بر کف آسانسور وارد می کند، 300 N است. اما چگونه این حالت ممکن است؟ کافی است آسانسور با حرکت کندشونده رو به بالا حرکت کند، در این صورت $F_N < W$ خواهد بود.

۲۹۴- گزینه ۴ بر شخص درون آسانسور دو نیروی وزن W و عمودی سطح F_N وارد می شود. نیروی F_N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می شود، پس بنا بر قانون

سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیروی برابر F_N رو به پایین وارد می کند که به آن وزن ظاهری گویند. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $F_N = W$ است. اگر با حرکت تندشونده

بالا برود، $F_N > W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $F_N < W$ است. بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می کند می تواند برابر، کمتر یا بیشتر از وزن ظاهری باشد.

۲۹۵- گزینه ۴ حرکت تندشونده رو به پایین است از این رو $F_N < W$ خواهد بود:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$800 - F_N = 80 \times 2 \Rightarrow F_N = 640 \text{ N}$$

شخص نیز نیرویی برابر 640 N به آسانسور وارد می کند.

۲۹۶- گزینه ۱ ابتدا شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به دست می آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

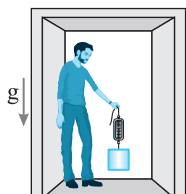
برآیند نیروها رو به پایین است، پس شتاب حاصل از آن هم رو به پایین است.

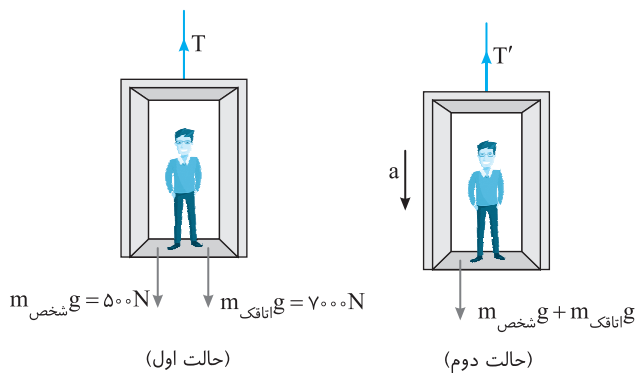


۲۹۷- گزینه ۴ با توجه به نیروهای وارد بر جسم

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=g} mg - F = m(g) \Rightarrow F = 0$$

بنابراین نیروسنج صفر را نشان می دهد. این وضعیت را حالت بی وزنی گویند. در حالت بی وزنی تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن بوده و شتاب جسم برابر شتاب گرانش g است. این وضعیت با حالتی که جسم دور از اجرام آسمانی بوده و گرانش وارد بر آن صفر است متفاوت است.





۳-۲۹۸ گزینه ۳ در حالت اول آسانسور با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است.

$$T = m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتاقک}}g = 7500\text{N}$$

در حالت دوم می‌خواهیم آسانسور با شتاب 2m/s^2 کندشونده رو به پایین حرکت کند بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow T' - W \rightarrow T' - m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتاقک}}g = m_{\text{کل}}a$$

$$T' - 7500 = 750 \times 2 \Rightarrow T' = 9000\text{N}$$

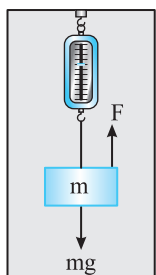
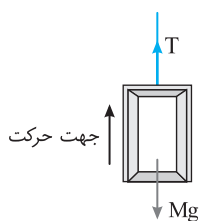
بنابراین کشش کابل باید به اندازه $T' - T = 9000 - 7500 = 1500\text{N}$ افزایش یابد.

۴-۲۹۹ گزینه ۴ در حالت اول آسانسور در حال بالا رفتن است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow T - Mg = Ma \Rightarrow T = M(a + g)$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow Mg - T' = Ma \Rightarrow T' = M(g - a)$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{M(a + g)}{M(g - a)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a + g}{g - a} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5a + 5g = g - a \Rightarrow 6a = -4g \Rightarrow a = -\frac{2}{3}g$$

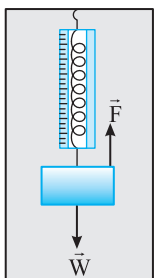


۲-۳۰۰ گزینه ۲ بر جسمی که درون آسانسور به انتهای نیروسنج وصل است دو نیروی وزن و نیروی کشسانی F وارد می‌شود.

هنگامی که آسانسور رو به بالا تندشونده حرکت می‌کند $F > W$ است و هنگامی که آسانسور رو به پایین کندشونده حرکت می‌کند همچنان نیروی F که رو به بالا است از نیروی وزن W که رو به پایین است بزرگتر است ($F > W$) و در هر دو حالت نیروی F یکسان و برابر است با:

$$F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a) \Rightarrow F_1 = F_2$$

بنابراین $F_1 - F_2$ برابر صفر است.



۲-۳۰۱ گزینه ۲ منظور از وزن ظاهری، عددی است که نیروسنج نشان می‌دهد که برابر نیروی کشسانی فنر نیروسنج است.

$$F > W \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = mg + ma \quad (1)$$

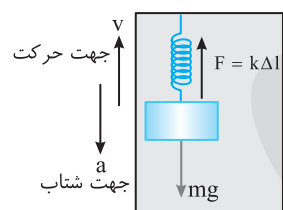
هنگامی که آسانسور تندشونده بالا می‌رود:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F' = mg \quad (2)$$

و هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت پایین می‌آید:

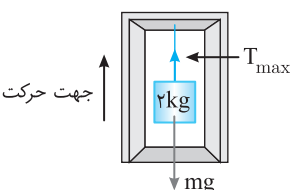
با توجه به رابطه (۱) و (۲):

$$F - F' = 1 \Rightarrow mg + ma - mg = 1 \Rightarrow m(0/4) = 1 \Rightarrow m = 2/5\text{kg}$$



۲-۳۰۲ گزینه ۲ جسم رو به بالا دارای حرکت کندشونده است بنابراین نیروی کشسانی فنر وارد بر وزنه از نیروی وزن جسم کمتر است.

$$F_e < W \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow 200 - F = 20 \times 2/5 \Rightarrow F = 150\text{N}$$



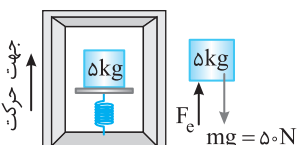
۴-۳۰۳ گزینه ۴ بیشینه شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که کشش طناب بیشینه باشد.

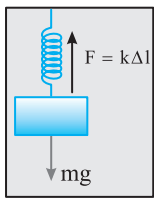
$$T_{\text{max}} - mg = ma_{\text{max}} \Rightarrow 25 - 20 = 2a_{\text{max}} \Rightarrow a_{\text{max}} = 2/5\text{m/s}^2$$

۴-۳۰۴ گزینه ۴ آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروهای رو به پایین یعنی وزن از نیروی رو به بالا یعنی F_e بیشتر است.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow 50 - F_e = 10 \Rightarrow F_e = 40\text{N}$$

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow 40 = k\Delta x \Rightarrow 40 = 200\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5}\text{m} = 20\text{cm}$$





۳۰۵- گزینه ۲ هنگام بالا رفتن آسانسور با شتاب تندشونده خواهیم داشت:

$$F_1 > mg \Rightarrow F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 - mg = m \times 2 \Rightarrow F_1 = 12m \quad (1)$$

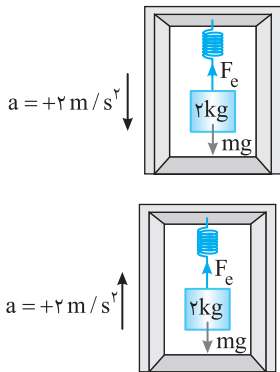
هنگام پایین آمدن آسانسور با شتاب تندشونده می توان نوشت:

$$F_2 < mg \Rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow mg - F_2 = m \times 2 \Rightarrow F_2 = 8m \quad (2)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

اکنون نسبت به $\frac{F_2}{F_1}$ را به دست می آوریم:

البته بدون حل با توجه به اینکه $F_1 > mg$ و $F_2 < mg$ است و تنها نسبت کوچکتر از ۱، در گزینه (۲) است می توان گزینه درست را به دست آورد.



۳۰۶- گزینه ۴ در هر دو حالت آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده پس حرکت جسم در هر دو حالت

تندشونده و در حالت اول $W > F_e$ است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = 16N \Rightarrow k\Delta x_1 = 16N$$

$$k\left(\frac{14}{100} - x_0\right) = 16 \quad (1)$$

در حالت دوم $W < F_e$ است از این رو:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = 24N \Rightarrow k\Delta x_2 = 24N$$

$$k\left(\frac{16}{100} - x_0\right) = 24N \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{\frac{16}{100} - x_0}{\frac{16}{100} - x_0} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{32}{100} - 2x_0 = \frac{42}{100} - 3x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{10}{100}m = 10cm$$

حال با جای گذاری $x_0 = 10cm$ در رابطه (۱) داریم: $k\left(\frac{14}{100} - \frac{10}{100}\right) = 16 \Rightarrow k \times \frac{4}{100} = 16 \Rightarrow k = 400N/m$

۳۰۷- گزینه ۳ درون آسانسور قرار دارند، پس شتاب m_1 و m_2 نیز برابر $2m/s^2$ رو به بالا می باشد.

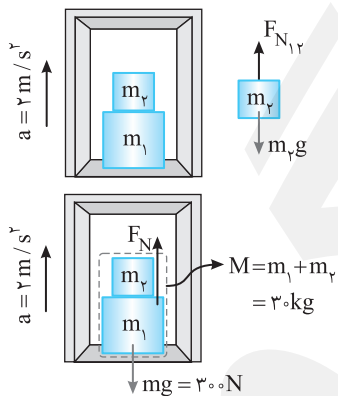
$$F_{N_{12}} - m_2g = m_2a \Rightarrow F_{N_{12}} = m_2a + m_2g \Rightarrow F_{N_{12}} = 120N$$

حال دو جسم را یک جسم در نظر می گیریم تا نیرویی که از طرف سطح به مجموعه وارد می شود را حساب کنیم:

$$F_N - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F_N - 300 = 60 \Rightarrow F_N = 360N$$

بنابراین:

$$\frac{F_{N_{12}}}{F_N} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$



۳۰۸- گزینه ۱ ابتدا شتاب توقف را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 36 = 2a(6) \Rightarrow a = -3/6 m/s^2$$

نیروهای وارد بر m_2 را بررسی می کنیم و آسانسور در حال حرکت کندشونده است بنابراین $F_{N_{12}} > m_2g$ است از این رو:

$$F_{N_{12}} - m_2g = m_2a \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + (3 \times 3/6) \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + 10/2 = 40/2N$$

دقت کنید نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر کرده ایم از این رو شتاب را با علامت مثبت در رابطه قرار داده ایم.

بنا به قانون سوم نیوتون m_2 بین بر m_1 نیروی $40/2N$ وارد می کند.

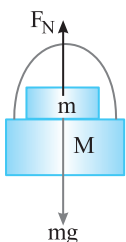
۳۰۹- گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم m را رسم می کنیم. دو نیرو بر جسم m وارد می شود، یکی نیروی وزن

توسط کره زمین، دیگری نیروی عمودی تکیه گاه که توسط M بر جسم m رو به بالا وارد می شود.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

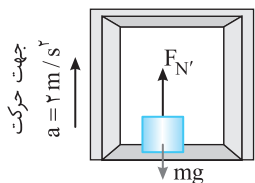
$$F_N = 0.5(10 - 2) \Rightarrow F_N = 0.4N$$

در واقع جرم m مانند جسمی است که در آسانسور قرار دارد.



در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است: $F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = \mu_k mg \Rightarrow 10 = \mu_k 40 \Rightarrow \mu_k = 0.25$$



در حالت دوم آسانسور با شتاب 2 m/s^2 به سمت بالا حرکت می کند بنابراین در راستای قائم داریم:

$$F'_N - mg = ma \Rightarrow F'_N - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F'_N = 48 \text{ N}$$

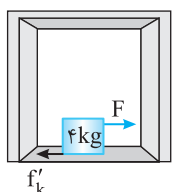
در این حالت نیروی اصطکاک برابر خواهد شد با:

$$f_k = \mu_k F'_N = 12 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 12 = 4a \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

که علامت منفی نشان دهنده کندشونده بودن حرکت جسم است.

$$v^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2(-0.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m}$$



ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطه سرعت- مکان (مستقل از زمان) به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (4)^2 = 2(a)(\Delta) \Rightarrow a = -1/6 \text{ m/s}^2$$

آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است. پس نیروهای رو به پایین از نیروهای رو به بالا بزرگ ترند. در نتیجه:

$$F_N < W \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 600 - F_N = 60 \times 1/6 \Rightarrow F_N = 600 - 96 \Rightarrow F_N = 504 \text{ N}$$

در قسمت به کار گیری قانون دوم نیوتون در حل مسأله جهت رو به پایین (جهت نیروی برابند) را مثبت فرض کرده ایم به همین علت شتاب را با علامت مثبت جای گذاری کرده ایم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{8} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

جهت مثبت را رو به بالا اختیار می کنیم. در قسمت حرکت، شتاب برابر است با

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T_1 - 7000 = 350 \Rightarrow T_1 = 7350 \text{ N}$$

بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T_2 = mg \Rightarrow T_2 = 7000 \text{ N}$$

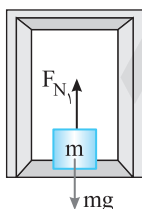
در قسمت دوم حرکت سرعت ثابت است پس $a = 0$ است:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T_3 - mg = ma \Rightarrow T_3 - 7000 = -700 \Rightarrow T_3 = 6300 \text{ N}$$

در قسمت سوم شتاب حرکت برابر $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ m/s}^2$ است:

$$T_1 - T_3 = 7350 - 6300 = 1050 \text{ N}$$

بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه کشش کامل برابر است با:



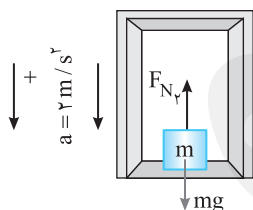
هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت می کند نیروی عمودی سطح و نیروی وزن باهم برابرند پس در

$$F_{\text{net}} = ma_1 \xrightarrow{a_1=0} F_{N1} = mg = 600 \text{ N}$$

بازه ۲s تا ۶s داریم:

اما کمترین مقدار F_N وقتی است که جسم تندشونده رو به پایین به حرکت درمی آید.

در بازه صفر تا ۲s آسانسور با شتاب تندشونده رو به پایین در حال حرکت است و می دانیم در نمودار $v-t$ شیب نمودار برابر شتاب است



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N2} = ma_2 \Rightarrow 600 - F_{N2} = 120 \Rightarrow F_{N2} = 480 \text{ N}$$

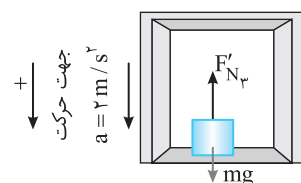
بیشترین مقدار F_N وقتی است که آسانسور در حال متوقف شدن است.

در بازه ۶s تا ۱۰s شتاب حرکت برابر $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{10-6} = -1 \text{ m/s}^2$ بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N3} = ma_3 \Rightarrow 600 - F_{N3} = -60 \Rightarrow F_{N3} = 660 \text{ N}$$

بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه نیرو از طرف سطح برابر است با:

$$F_{N3} - F_{N2} = 660 - 480 = 180 \text{ N}$$



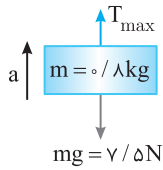
وزن ظاهری یعنی نیروی عمودی تکیه گاه وارد بر فضا نورد، بنابراین:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 75 \times 10 = 75 \times 8 \Rightarrow F_N = 6750 \text{ N}$$

وقتی شخص شروع به بالا رفتن می کند، در لحظاتی، یک دست خود را رها کرده و با دست دیگر خود را بالا می کشد و سپس دست رها شده خود

را به طناب می گیرد و دست دیگر خود را رها می کند و با تکرار این عمل بالا می رود. بنابراین دائماً حرکت شخص تندشونده و کندشونده می شود و کشش نخ در لحظاتی

بزرگ تر از W و در لحظاتی کوچک تر از W می باشد و با قاطعیت نمی توان اظهار نظر کرد.



۳۱۶- گزینه ۲ کشش طناب زمانی بیشترین مقدار است که جسم تندشونده به سمت بالا بیاید یا کندشونده به سمت پایین در حال حرکت باشد یعنی $T > mg$ باشد. (B)

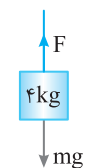
$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} - mg = ma, \quad 10 - 8 = 0.8a \Rightarrow a = \frac{2}{0.8} = \frac{2.5}{0.8} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

یعنی شتاب حرکت تندشونده رو به بالا یا حرکت کندشونده رو به پایین نباید از 2.5 m/s^2 بیشتر باشد و گزینه (۲) پاسخ است، یعنی جسم با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده نمی‌تواند رو به بالا حرکت کند. حال برای اطمینان گزینه (۴) را نیز بررسی می‌کنیم. حرکت کندشونده رو به بالا یعنی $T < mg$ از این رو:

$$mg - T = ma \\ 8 - T = 0.8 \times 3 \Rightarrow T = 5.6 \text{ N} < 10 \text{ N}$$

بنابراین جسم می‌تواند با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت نیروی کشش نخ 5.6 N است که از بیشینه نیروی کشش $T = 10 \text{ N}$ کمتر است و نخ پاره نمی‌شود.

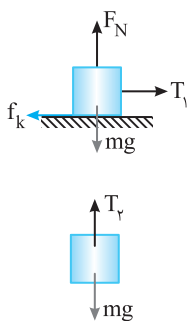
۳۱۷- گزینه ۳ اندازه شتاب $|a| = 2 \text{ m/s}^2$ است، بنابراین: (B)



$$F_{net} = m|a| \begin{cases} F > mg \rightarrow F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F_1 = 48 \text{ N} \\ F < mg \rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow 40 - F_2 = 4 \times (-2) \Rightarrow F_2 = 32 \text{ N} \end{cases} \\ |F_1 - F_2| = 48 - 32 = 16 \text{ N}$$

۳۱۸- گزینه ۱ برای آنکه اندازه شتاب تغییر نکند باید ابتدا در حال حرکت تندشونده رو به پایین (یا کند شونده رو به بالا) و سپس در حال حرکت تندشونده رو به بالا (یا کند شونده رو به پایین) باشد یعنی ابتدا $F_e < mg$ و سپس $F_e > mg$ باشد از این رو: (C)

$$\begin{cases} mg - F_e = ma \\ F_e' - mg = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = m(g - a) \\ F_e' = m(g + a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(0.4) = m(g - a) \\ k(0.6) = m(g + a) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{g - a}{g + a} \Rightarrow 2g + 2a = 3g - 3a \Rightarrow 5a = g \Rightarrow a = \frac{g}{5}$$



۳۱۹- گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و بنابر قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را برابر ma قرار می‌دهیم، در حالت اول: (C)

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_1 - f_k = ma \quad \begin{matrix} f_k = \mu_k F_N \\ f_k = 0.5 F_N \end{matrix} \rightarrow T_1 - 0.5 = 2/5 a \Rightarrow T_1 = 2/5 a + 0.5$$

در حالت دوم نیروی T_2 به سمت بالا و mg به سمت پایین است از این رو:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_2 - mg = ma \Rightarrow T_2 = 2/5 a + 2.5, \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{2/5 a + 2.5}{2/5 a + 0.5} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2.0}{2/5 a + 0.5}$$

با توجه به فرض مسأله $a < 6 \text{ m/s}^2$ داریم: (1)

$$a < 6 \Rightarrow 2/5 a < 1.2 \Rightarrow 2/5 a + 0.5 < 1.7 \Rightarrow \frac{2.0}{2/5 a + 0.5} > 1.18 \quad (1) \\ \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2.0}{2/5 a + 0.5} \xrightarrow{(1)} \frac{T_2}{T_1} > 1 + 1.18 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} > 2.18$$

۳۲۰- گزینه ۴ مفهوم عبارت (مسافران از کف آسانسور جدا نشوند) این است که نیروی عمودی سطح F_N (نیروی که سطح بر مسافران وارد می‌کند) در آن بازه زمانی صفر است. در این صورت تنها نیروی وزن بر آن‌ها وارد شده و شتاب $a = g$ است. (B)

$$F_N = 0 \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g, \quad v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10t + 8 \Rightarrow t = 0.8 \text{ s}$$

۳۲۱- گزینه ۲ در 10 m اول نیروی کشش کابل $T_1 = 7/8 \text{ kN} = 780 \text{ N}$ است بنابراین: (C)

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - W_{کابل} = m_{کابل} a \Rightarrow 7800 - 6500 = 650 a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

بنابراین در این بازه نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با: $F_{net} = ma \Rightarrow F_{N_1} - m_{شخص} g = m_{شخص} a \Rightarrow F_{N_1} - 500 = 100 \Rightarrow F_{N_1} = 600 \text{ N}$

از 20 m تا 25 m نیروی کشش طناب $T_2 = 3/9 \text{ kN} = 390 \text{ N}$ است. $T_2 < W$ بوده از این رو:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W_{کابل} - T_2 = m_{کابل} a' \Rightarrow 6500 - 3900 = 650 a' \Rightarrow a' = -4 \text{ m/s}^2$$

نیروی که سطح بر شخص وارد می‌کند خواهد شد: $F_{net} = ma \Rightarrow m_{شخص} g - F_{N_2} = m_{شخص} a' \Rightarrow 500 - F_{N_2} = 50 \times (-4) \Rightarrow F_{N_2} = 300 \text{ N}$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{600}{300} = 2$$

بنابراین:

۳۲۲- گزینه ۴

ابتدا نیروی عمودی سطح وارد شده به جسم را به دست می آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 50 = 20 \Rightarrow F_N = 70 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 70 = 14 \text{ N}$$

بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$-f_k = ma \Rightarrow a = -2/8 \text{ m/s}^2 \text{ . هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می شود تنها به آن نیروی اصطکاک وارد می شود.}$$

$$0 = -2/8t + 7 \Rightarrow t = \frac{7}{2/8} = \frac{7 \times 8}{2} = 28 \text{ s}$$

حال با توجه به رابطه $v = at + v_0$ زمان توقف را به دست می آوریم:

۳۲۳- گزینه ۳

نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. برآیند دو نیروی کشش 60 N که با هم زاویه 90° می سازند.

خواهد شد:

$$T_{\text{کل}} = \sqrt{T^2 + T^2} = \sqrt{2} T \Rightarrow T_{\text{کل}} = 60\sqrt{2} = 60 \times 1/4 \Rightarrow T_{\text{کل}} = 14 \text{ N}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{\text{کل}} - W = ma \Rightarrow 14 - m \times 10 = m \times 2 \Rightarrow m = \frac{14}{12} = 7/6 \text{ kg}$$

قانون دوم نیوتون را برای جسم می نویسیم.

۳۲۴- گزینه ۲

دو نیرو بر مهره وارد می شود اولی نیروی وزن و دومی نیروی اصطکاک است. بنا به قانون دوم خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - f_k = ma \Rightarrow 5 \times 10 - f_k = 5 \times 2 \Rightarrow f_k = 4 \text{ N}$$

میله بر مهره نیروی اصطکاک f_k را رو به بالا وارد می کند و بنابر قانون سوم نیوتون، مهره نیز بر میلۀ نیروی f_k را رو به پایین وارد می کند. چون میلۀ و پایه ساکن هستند، برآیند نیروی وارد بر آن ها صفر است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow W' + f_k - F_N = 0 \Rightarrow F_N = W' + f_k = 1/5 \times 10 + 4 = 14 \text{ N}$$

F_N عددی است که ترازو نشان می دهد.

۳۲۵- گزینه ۱

با توجه به رابطه $\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{v}$ داریم:

$$\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{v} \Rightarrow \Delta \vec{P} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Rightarrow \Delta \vec{P} = 2(-8\vec{i} - 4\vec{j}) \Rightarrow \Delta \vec{P} = -16\vec{i} - 8\vec{j}$$

۳۲۶- گزینه ۲

تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.

$$\left. \begin{aligned} \vec{P} &= m\vec{v} \\ \vec{P} &= 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} t &= 2 \text{ s} \\ m &= 4 \text{ kg} \end{aligned} \rightarrow 12\vec{i} + 16\vec{j} = 0/4\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s}$$

۳۲۷- گزینه ۴

با توجه به اینکه تندی جسم بیان شده پس جهت آن مشخص نیست

$$\left\{ \begin{aligned} v_1 &= \pm 3 \text{ m/s} \\ v_2 &= \pm 4 \text{ m/s} \end{aligned} \right. \Rightarrow |\Delta v| = 1 \text{ m/s یا } 7 \text{ m/s} \Rightarrow |\Delta P| = m|\Delta v| \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} |\Delta P| &= 2 \times 1 = 2 \text{ kgm/s} \\ |\Delta P| &= 2 \times 7 = 14 \text{ kgm/s} \end{aligned} \right.$$

تکانه برابر جرم در سرعت جسم می باشد. تندی جسم در جهت سرعت 4 m/s افزایش یافته بنابراین تکانه نیز 12 kg.m/s افزایش می یابد.

$$P = mv \Rightarrow P + 12 = m(v + 4) \Rightarrow P + 12 = mv + 4m \Rightarrow 12 = 4m \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

۳۲۹- گزینه ۲

انرژی جنبشی کمیت نرده ای است و با مجذور تندی متناسب است از این رو تغییر نمی کند.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 5 / 5 (25 - 25) = 0$$

$$|\Delta P| = |m \Delta v| = |5 / 5 (-5 - 5)| = 5 \text{ kgm/s}$$

تکانه کمیتی برداری است بنابراین:

۳۳۰- گزینه ۴

ابتدا تندی جسم پس از 5 s را به دست می آوریم، سپس به کمک تکانه جرم را حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = 2/5 \text{ m/s} \quad , \quad P = Mv \Rightarrow 10 = M \times 2/5 \Rightarrow M = 4 \text{ kg}$$

تکانه در جهت سرعت می باشد و می دانیم جهت تغییر سرعت و شتاب یکسان است و چون شتاب g رو به پایین می باشد بنابراین

۳۳۲- گزینه ۲

تغییر تکانه همواره در جهت تغییر سرعت می باشد و می دانیم جهت تغییر سرعت و شتاب یکسان است و چون شتاب g رو به پایین می باشد بنابراین

تغییر سرعت نیز رو به پایین است. در نتیجه تغییر تکانه نیز رو به پایین می باشد.

۳۳۳- گزینه ۲

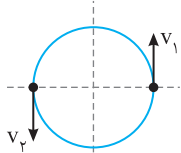
سرعت جسم در $t_1 = 0$ و $t_2 = 0/5 \text{ s}$ را به دست می آوریم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 2 \sin 5\pi \Rightarrow v_1 = 0$$

$$t_2 = 0/5 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 2 \sin 5\pi \left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow v_2 = 2 \sin \frac{5\pi}{5} \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = 2 \times 2 = 4 \text{ kgm/s}$$

بنابراین:



۲- هنگامی که جسم نصف محیط دایره را طی می کند سرعتش قرینه سرعت اولیه اش خواهد شد:

$$|\Delta v| = |v_2 - v_1| = |-v - v| = 2v \rightarrow \Delta P = m\Delta v \rightarrow \Delta P = 2mv$$

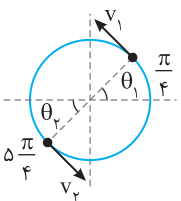
گزینه ۲

جسم در هر ۲s یک دور کامل یعنی ۲π روی دایره می چرخد.

$$\frac{t=2s}{t_1=\frac{1}{4}s} \quad \frac{2\pi}{\theta_1=?} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{t=2s}{t_2=\frac{5}{4}s} \quad \frac{2\pi}{\theta_2=?} \Rightarrow \theta_2 = \frac{5\pi}{4}$$

بنابراین مطابق شکل متحرک از θ_1 به θ_2 رسیده و سرعت متحرک در این دو مکان قرینه هم می باشد.



$$|\Delta v| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = |-4 - 4| = 8 \text{ m/s}$$

$$|\Delta P| = m|\Delta v| \Rightarrow |\Delta P| = 16 \text{ kgm/s}$$

با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\begin{cases} F_A = \frac{\Delta P_A}{\Delta t_A} \Rightarrow F_A = \frac{12}{0.5} = 24 \text{ N} \\ F_B = \frac{\Delta P_B}{\Delta t_B} \Rightarrow F_B = \frac{6}{0.2} = 30 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{24}{30} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۱

$$F = \frac{50 - 30}{10} = 2 \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow 2 = 5a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

ابتدا با توجه به $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ ، نیرو را محاسبه می کنیم:

گزینه ۲

با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\begin{cases} \Delta P_1 = Ft \xrightarrow{P_1 = P_1 - P_{01}} P_1 = Ft \\ \Delta P_2 = \frac{F}{3} (2t) \xrightarrow{P_2 = P_2 - P_{02}} P_2 = \frac{2}{3} Ft \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴

تکانه جسم ۴۰ درصد افزایش یافته پس $P_2 = 1/4 P_1$ است.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{P_2 - P_1}{4} \Rightarrow 1/4 P_2 - P_1 = (10 \times 4) \Rightarrow 0/4 P_2 = 40 \Rightarrow P_2 = 10 \text{ kg.m/s}$$

$$P_1 = mv_1 = 10 \text{ kg.m/s} \Rightarrow 2 \times v_1 = 10 \text{ kg.m/s} \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت جسم برابر است با:

$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} = \frac{4}{2/5} = 10 \text{ N}$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1 = 0$ است و با توجه به سؤال $P_2 = 4 \text{ kg.m/s}$ می باشد بنابراین:

گزینه ۳

حال Δt را به دست می آوریم.

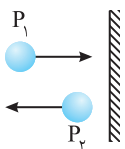
$$mv_2 = 40 \xrightarrow{m=0.8 \text{ kg}} v_2 = 50 \text{ m/s}, \Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 10 = 4 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2/5 \text{ s}$$

$$F_{net} = \frac{4}{2/5} \Rightarrow F_{net} = \frac{4}{2/5} = 10 \text{ N}$$

با توجه به صورت سؤال ابتدا میخ با سرعت ۱۵m/s در دیوار فرو می رود تا متوقف شود.

گزینه ۴

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} = \frac{0.8 \times 15}{3 \times 10^{-2}} = 400 \text{ N}$$



در واقع اندازه نیروی متوسطی که بر جسم وارد می شود با توجه به شکل خواهد شد:

$$|F_{av}| = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{|P_1| + |P_2|}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} > \frac{|P_1|}{\Delta t}, F_{net} > \frac{|P_2|}{\Delta t}$$

گزینه ۳

نیروی متوسطی که به جسم در مدت ۰/۲s وارد می شود را محاسبه می کنیم:

گزینه ۲

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{50(10-0)}{0.2} \Rightarrow F_{av} = 2500 \text{ N}$$

سرعت شخص نیز از $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$ به صفر رسیده است پس نیروی وارد بر شخص برابر است با:

گزینه ۲

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{60(15-0)}{0.3} \Rightarrow F_{av} = \frac{60 \times 15}{0.3} = 3000 \text{ N}$$

۳۴۵-گزینه ۴ شتاب حرکت هر یک را به دست می آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t}, \quad \text{کامیون: } |a_{av}| = \left| \frac{4-0}{0.2} \right| \Rightarrow |\bar{a}| = +\Delta m/s^2, \quad \text{اتومبیل: } |a'_{av}| = \left| \frac{4+8}{0.2} \right| \Rightarrow |a'_{av}| = 60 m/s^2$$

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow F_{av} = 100 \times 5 = 500 N$$

نیروی وارد بر راننده کامیون برابر است با:

$$F'_{av} = ma'_{av} \Rightarrow F'_{av} = 100 \times 60 = 6000 N$$

نیروی وارد بر راننده اتومبیل برابر است با:

$$\frac{F'}{F} = \frac{6000}{500} = 12$$

نسبت دو نیرو خواهد شد:

۳۴۶-گزینه ۳ تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است. بنا به قانون دوم نیوتون می توان نوشت:

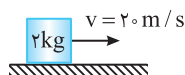
$$F = ma \Rightarrow F = m \left(\frac{v - v_0}{t} \right) \Rightarrow F = \frac{mv - mv_0}{t}, \quad F = \frac{P - mv_0}{t} \Rightarrow 3 = \frac{P - (2 \times 5)}{4} \Rightarrow P = 22 \text{ kg.m/s}$$

۳۴۷-گزینه ۲ هنگام تغییر جهت $v_y = 0$ می شود، هم چنین چون نیرو خلاف جهت وارد می شود پس $\vec{F} = -\Delta N$ می باشد

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -\Delta = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} \Rightarrow -\Delta = \frac{2(0 - 10)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

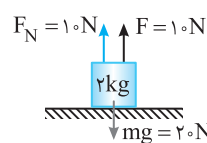
۳۴۸-گزینه ۳ با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow |F| = \left| \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} \right| \xrightarrow{P_2 = -\frac{1}{3}P_1} F = \left| \frac{-\frac{1}{3}P_1 - P_1}{\Delta t} \right| \Rightarrow |F| = \left| \frac{-\frac{4}{3}P_1}{\Delta t} \right| \xrightarrow{P_1 = 24 \text{ kg.m/s}} F = \frac{24 \times 2}{3} = 16 \text{ kg.m/s}$$



$$P_x = mv_x = 40 \text{ kg.m/s}$$

۳۴۹-گزینه ۱ تکانه در راستای افقی برابر است با:



$$P = P_x = 40 \text{ kg.m/s}$$

اگر نیروی F به جسم در راستای قائم وارد شود $F_{T,y} = 0$ می باشد پس تغییر تکانه ای در این راستا نداریم:

۳۵۰-گزینه ۱ با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t \Rightarrow \Delta \vec{P} = (16\vec{i} + 12\vec{j}) \cdot 0.5 \Rightarrow \Delta \vec{P} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 8\vec{i} + 6\vec{j} \Rightarrow \vec{P}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j} \Rightarrow |\vec{P}_2| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ kg.m/s}$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1 = 0$ است.

$$\vec{F}_{net} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{\Delta t} \xrightarrow{\text{جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده } P_1 = 0} \vec{F}_{net} = \frac{8\vec{i} - 12\vec{j}}{3} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

۳۵۱-گزینه ۱ با توجه به رابطه $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{net} \Rightarrow (7+a)\vec{i} + (10+b)\vec{j} = 2\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} 7+a=2 \Rightarrow a=-5 \\ 10+b=-4 \Rightarrow b=-14 \end{cases} \Rightarrow a+b = -5-14 = -19$$

نیروی برابند برابر است با:

۳۵۲-گزینه ۳ با توجه به رابطه نیروی خالص و تغییر تکانه داریم:

$$|\vec{F}_{net}| = \frac{|\Delta \vec{P}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \frac{|\Delta \vec{P}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \frac{30}{3} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 10 N$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (-1/5 + 7/5)\vec{i} + (2/5 + a)\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 6\vec{i} + (2/5 + a)\vec{j}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{6^2 + (2/5 + a)^2} = 10 \Rightarrow 36 + (2/5 + a)^2 = 100 \Rightarrow (2/5 + a)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} 2/5 + a = 8 \Rightarrow a = 5/5 N \\ 2/5 + a = -8 \Rightarrow a = -10/5 N \end{cases}$$

که تنها $a = 5/5$ در گزینه ها وجود دارد.

۳۵۳-گزینه ۳ با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} \times (\Delta t) = \Delta \vec{P} \Rightarrow \vec{F} \Delta t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Rightarrow \vec{F} \Delta t = \vec{P}_2 - m\vec{v}_1$$

$$(-5\vec{i} + 2\vec{j}) \times (3-1) = \vec{P}_2 - 2(5\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow -10\vec{i} + 4\vec{j} = \vec{P}_2 - 10\vec{i} - 6\vec{j} \Rightarrow \vec{P}_2 = 10\vec{j} \Rightarrow |P| = 10 \text{ kg.m/s}$$

۳۵۴-گزینه ۳ با توجه به رابطه انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ و تعریف تکانه $P = mv$ می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow 9 = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow P_2^2 = 9P_1^2 \Rightarrow P_2 = 3P_1$$

$$P_1 = mv_1 = 4 \times 10 = 40 \text{ kg.m/s}$$

$$P_2 = 3P_1 \xrightarrow{P_1 = 40 \text{ kg.m/s}} P_2 = 120 \text{ kg.m/s} \Rightarrow \Delta P = P_2 - P_1 = 120 - 40 \Rightarrow \Delta P = 80 \text{ kg.m/s}$$

۳۵۵- گزینه ۲ با توجه به رابطه $K = \frac{P^2}{2m}$ داریم:

حال تکانه اولیه را به دست می آوریم:

۳۵۶- گزینه ۴ با توجه به رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow K_{\text{دوگانه}} = K_{\text{گلوله}} \Rightarrow \frac{P^2}{2 \times 40} = \frac{P_{\text{گلوله}}^2}{2 \times 0.1} \Rightarrow P_{\text{گلوله}}^2 = 400 \times P_{\text{دوگانه}}^2 \Rightarrow P_{\text{گلوله}} = 20 \times P_{\text{دوگانه}}$$

۳۵۷- گزینه ۳ تکانه جسم برابر $P = mv$ و انرژی جنبشی آن $K = \frac{1}{2}mv^2$ است. بنابراین بین تکانه و انرژی جنبشی رابطه روبه رو برقرار است.

۳۵۸- گزینه ۲ اکنون به حل تست می پردازیم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{3m_A}{m_A} \Rightarrow K_B = 6J$$

۳۵۹- گزینه ۳ با توجه به رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی $K = \frac{P^2}{2m}$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} P &= mv \\ K &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

۳۶۰- گزینه ۴ با توجه به تعریف تکانه و انرژی جنبشی:

$$K_2 = \frac{25}{100} K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1, \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2} P_1$$

انرژی جنبشی ۷۵٪ کاهش یافته است. بنابراین:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 50\% P_1$$

۳۶۱- گزینه ۴ تکانه کمیت برداری است ($\vec{P} = m\vec{v}$). بنابراین جهت بردار تکانه می تواند تغییر کند در حالی که اندازه تکانه ثابت باشد مثلاً در حرکت یک خودرو

با سرعت $5m/s$ در دور یک میدان، بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانه در حال تغییر است، اما اندازه سرعت و هم چنین انرژی جنبشی این خودرو ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت است، بنابراین با تغییر تکانه قطعاً بردار سرعت تغییر کرده اما انرژی جنبشی ممکن است ثابت یا متغیر باشد.

۳۶۲- گزینه ۲ با توجه به تعریف تکانه $P = mv$ و انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ بین تکانه و انرژی جنبشی جسم رابطه زیر برقرار است.

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{P'^2}{P^2} \Rightarrow 4 = \frac{P'^2}{P^2} \Rightarrow P' = 2P \Rightarrow mv' = 2mv \Rightarrow v' = 2v$$

$$v' = 2v, v' = v + \Delta v \Rightarrow 2v = v + \Delta v \Rightarrow v = \Delta v \xrightarrow{P=mv} P = 2 \times 8 = 16 \text{ kg.m/s}$$

از طرفی بنا به فرض مسأله $v' = v + \Delta v$ است. پس:

۳۶۳- گزینه ۴ ابتدا اندازه تکانه در $t = 2s$ را به دست می آوریم:

$$\vec{P} = 3(2)\vec{i} + 8(2)\vec{j} = 6\vec{i} + 16\vec{j} \Rightarrow |\vec{P}| = \sqrt{6^2 + 16^2} = 20 \text{ kg} \frac{m}{s} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m} = \frac{400}{2 \times 5} = 40J$$

$$\Delta P = F_{av} \Delta t \xrightarrow{F_{av}=mg} \Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t=1s} \Delta P = mg$$

۳۶۴- گزینه ۴ با توجه به رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = mg \Rightarrow P_2 = mg + P_1$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

پس در هر ثانیه به اندازه mg به تکانه اضافه می شود و گزینه (۲) درست است، بنابراین گزینه (۴) پاسخ تست است.

۳۶۵- گزینه ۲ در سقوط جسم نیروی وارد بر جسم ثابت و برابر mg می باشد.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F \Delta t \xrightarrow{F=mg} \Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t=1, m=2kg} \Delta P = 2 \text{ kg.m/s}$$

۳۶۶- گزینه ۱ تغییر تکانه (ΔP) برابر است با:

$$\Delta P = P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1)$$

$$\Delta P = 5 \times 10^{-3} (23 - 14) \Rightarrow \Delta P = 5 \times 10^{-3} \times 9 \Rightarrow \Delta P = \frac{45}{1000} = \frac{9}{200} \text{ kg.m/s}$$

۳۶۷- گزینه ۲ تغییر تکانه برابر است با: $\Delta P = F \Delta t$ ، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است، از این رو: $\Delta P = mgt$

با توجه به رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ و اینکه در طول مسیر فقط نیروی وزن به جسم وارد شده داریم:

$$\Delta P = F_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \Rightarrow m \Delta v = mg \Delta t \Rightarrow \Delta v = 5.0 \text{ m/s}$$

نیروی متوسط وارد بر جسم برابر است با $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ بنابراین ابتدا تغییر تکانه از $t_1 = 2\text{s}$ تا $t_2 = 4\text{s}$ را به دست آوریم.

$$v = t^2 - 2t + 3 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\text{s} \Rightarrow v_1 = 4 - 4 + 3 \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s} \\ t_2 = 4\text{s} \Rightarrow v_2 = 16 - 8 + 3 \Rightarrow v_2 = 11 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = mv_2 - mv_1 = 2(v_2 - v_1) = 2(11 - 3) = 16 \text{ kg.m/s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{16}{2} = 8 \text{ N}$$

در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 2\text{s}$ ، تکانه جسم را به دست می‌آوریم، سپس به کمک $P = mv$ ، سرعت‌ها را در این دو لحظه محاسبه می‌کنیم.

$$t_1 = 0 \Rightarrow P = 0 - 8 = -8 \text{ kg.m/s} \xrightarrow{P=mv} -8 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = -2 \text{ m/s} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{6 - (-2)}{2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$t_2 = 2\text{s} \Rightarrow P = 2 \times 2 - 8 = -4 \text{ kg.m/s} \xrightarrow{P=mv} -4 = 4v_2 \Rightarrow v_2 = -1 \text{ m/s}$$

$$P = mv(t) = t^2 - 2t + 6 \Rightarrow v(t) = \frac{1}{m} t^2 - \frac{2}{m} t + \frac{6}{m}$$

تکانه برابر mv می‌باشد از این رو:

معادله v ، درجه دوم (سهمی) می‌باشد. می‌دانیم در رأس سهمی شیب خط مماس صفر و شیب خط مماس نمودار $v-t$ برابر شتاب است در نتیجه در رأس سهمی نمودار $v-t$ شتاب صفر می‌شود.

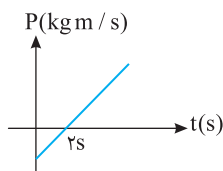
$$\text{رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ s}$$

معادله $x-t$ درجه دوم می‌باشد و ضریب t^2 برابر $\frac{1}{2}a$ و ضریب t برابر v_0 است. از این رو:

$$x = 2t^2 - 4t + 4 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -4 \text{ m/s}, x_0 = 4 \text{ m}$$

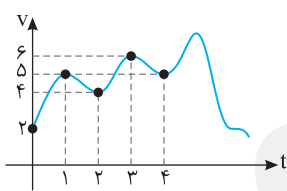
حال معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم و سرعت آن را در لحظه $t = 3\text{s}$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3\text{s}} v = 12 - 4 = 8 \text{ m/s}, P = mv \Rightarrow P = 0/2 \times 8 = 1/6 \text{ kg.m/s}$$



نمودار $P-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. می‌دانیم که $P = mv$ پس هنگامی که نمودار متحرک به سمت محور t یعنی $P = 0$ حرکت می‌کند بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می‌باشد و هنگامی که نمودار متحرک از محور t دور می‌شود یعنی بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. تکانه متحرک در $t = 2\text{s}$ ، صفر می‌شود پس در $t = 1/5\text{s}$ حرکت متحرک کندشونده و در $t = 2/5\text{s}$ حرکت تندشونده است.

تکانه ثابت یعنی سرعت حرکت ثابت می‌باشد. نمودار a مربوط به نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت است هم چنین نمودار C مربوط به حرکت با سرعت ثابت است بنابراین گزینه (۴) درست است.



دو ثانیه نخست $t = 0$ تا $t = 2\text{s}$ می‌باشد که در ثانیه‌های $t = 0$ و $t = 2\text{s}$ سرعت به ترتیب 2 m/s و 4 m/s است. دو ثانیه دوم $t = 2\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$ می‌باشد که در این ثانیه‌ها سرعت به ترتیب 4 m/s و 5 m/s است از این رو $\Delta P = m(\Delta v) \Rightarrow \Delta P_1 = m(4 - 2) = 2m, \Delta P_2 = m(5 - 4) = m$

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{2m}{m} = 2$$

بنابراین:

نمودار مکان - زمان خط راست می‌باشد بنابراین حرکت دارای سرعت ثابت است بنابراین تکانه تغییر نمی‌کند.

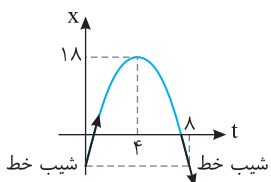
باید تغییر سرعت را در مدت 8s به دست آوریم. تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب زمان است.

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = -3 \times 2 + (2 \times 6) \Rightarrow \Delta v = 6 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta P = m \Delta v} \Delta P = 2 \times 6 = 12 \text{ kg.m/s} \text{ یا } (N.s)$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F \Delta t \Rightarrow \text{kg.m/s} \equiv N.s$$

در مورد یکای ΔP که در صورت مسأله بیان شده توضیح زیر را لازم می‌دانیم:

یعنی یکای kg.m/s هم ارز $N.s$ است.



نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن است مثلاً مکان 2s قبل از رأس با مکان 2s بعد از رأس با هم برابر می‌باشد. هم چنین شیب خط مماس نیز به همین شکل است یعنی قدرمطلق شیب خط 2s قبل از رأس با 2s بعد از رأس یکسان می‌باشد و تنها علامت شیب متفاوت است. می‌دانیم شیب خط مماس در نمودار $x-t$ سرعت را نمایش می‌دهد بنابراین با توجه به رأس سهمی ($t = 4\text{s}$) بزرگی سرعت در $t = 0$ و $t = 8\text{s}$ که نسبت به رأس تقارن دارند با هم برابر می‌باشد و اندازه تکانه $|P| = m|v|$ در $t = 0$ و $t = 8$ با هم برابر است.

۳-۳۷۸ گزینه ۳ حرکت شتاب ثابت می باشد $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ هم چنین می دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت لحظه ای است پس

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}a \times (6)^2 + 0 - 8 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}a \times 36 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

$v_0 = 0$ می باشد.

حال با توجه به معادله مستقل از زمان، سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ مکان را به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow{x=0} v^2 - 0 = 2 \times 1 [0 - (-8)] \Rightarrow v = \pm 4 \text{ m/s}$$

$$P = mv \Rightarrow P = 2 \times 4 = 8 \text{ kg.m/s}$$

شیب خط در مبدأ مکان مثبت است پس $v = +4 \text{ m/s}$ می باشد و تکانه خواهد شد:

۱-۳۷۹ گزینه ۱ هرگاه کمیت روی محور عرضها را در کمیت روی محور طولها را ضرب کنیم، اندازه کمیت حاصل، برابر سطح محصور بین نمودار و محور افقی است. از طرفی بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow Ft = mv - mv_0 \Rightarrow Ft = P - P_0 \Rightarrow Ft = \Delta P$$

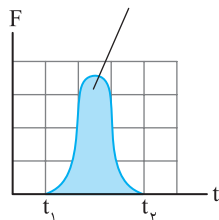
بنابراین تغییر تکانه برابر با سطح محصور بین نمودار $F-t$ با محور t است.

$$\Delta P = Ft = S = \frac{2 \times 20}{2} = 20 \text{ kg.m/s}$$

مقدار نیروی متوسط F_{av} به گونه ای است که مساحت مستطیل $(F_{av}\Delta t)$ برابر مساحت زیر نمودار $F-t$ باشد.

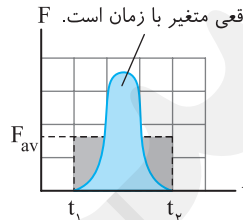
۱-۳۸۰ گزینه ۱ $S_1 + S_2 = 10 \times (2) \Rightarrow 8 + S_2 = 20 \Rightarrow S_2 = 12$

تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر

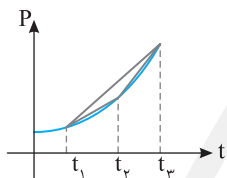


الف) نیروی خالص وارد بر یک جسم می تواند بر حسب زمان تغییر کند.

تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر



ب) مقدار نیروی متوسط (F_{av}) (خط چین افقی) به گونه ای است که مساحت مستطیل $(F_{av}\Delta t)$ برابر با مساحت سطح زیر منحنی شکل (الف) باشد.



۳-۳۸۱ گزینه ۳ شیب خط قاطع در نمودار تکانه - زمان برابر نیروی متوسط است و در بازه t_1 تا t_2 شیب

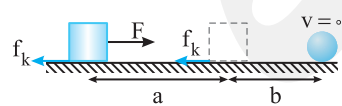
خط قاطع از بقیه بیشتر است.

۳-۳۸۲ گزینه ۳ راه حل اول: شتاب متوسط برابر است با $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ پس در $t = 4 \text{ s}$ ابتدا سرعتها را به دست می آوریم

$$P_1 = mv_1 \Rightarrow 3 = 2 \times v_1 \Rightarrow v_1 = 1.5 \text{ m/s}, \quad P_2 = mv_2 \Rightarrow 0 = 2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 0, \quad a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-1.5}{2} = -0.75 \text{ m/s}^2$$

راه حل دوم: شیب خط از 2 s تا 4 s برابر نیروی متوسط است $F_{av} = ma_{av} \Rightarrow -1.5 = 2 \times a_{av} \Rightarrow a_{av} = -0.75 \text{ m/s}^2$

۳-۳۸۳ گزینه ۳ مطابق شکل نیروی F در قسمت a به جسم وارد می شود پس از قطع F ، تکانه جسم کاهش



یافته و جسم متوقف شده است از این رو سطح دارای اصطکاک است و در قسمت b شکل، تنها نیروی اصطکاک به آن وارد می شود. با توجه به رابطه نیرو و تکانه در هر قسمت نیروی خالص را به دست می آوریم.

$$\text{قسمت } b: f_k = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{0 - 3}{2 - 1.5} = -6 \text{ N}$$

$$\text{قسمت } a: F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} = \frac{3 - 0}{1.5 - 0} = 2 \text{ N} \Rightarrow F_{net} = F - f_k \Rightarrow F = F_{net} + f_k \Rightarrow F = 2 + 6 = 8 \text{ N}$$

۲-۳۸۴ گزینه ۲ معادله تکانه با توجه به سهمی بودن آن نسبت به زمان به صورت $P = at^2 + bt + c$ می باشد و مختصات نقاط مشخص شده در نمودار باید در

$$t = 1 \text{ s}, P = 4 \text{ kg.m/s} \Rightarrow 4 = a + b + c \quad (1)$$

$$t = 3 \text{ s}, P = 0 \Rightarrow 0 = 9a + 3b + c \quad (2)$$

$$(2) - (1) \rightarrow 8a + 2b = -4$$

$$8a + 2(-2a) = -4 \Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -1 \rightarrow b = -2a \rightarrow b = 2$$

هم چنین $t = 1 \text{ s}$ رأس سهمی است یعنی $-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$

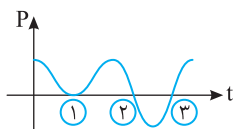
$$a + b + c = 4 \Rightarrow -1 + 2 + c = 4 \Rightarrow c = 3$$

با توجه به معادله (۱):

$$P = -t^2 + 2t + 3 \xrightarrow{t=0} P = 3 \text{ kg.m/s} \Rightarrow mv_0 = 3 \text{ kg.m/s} \Rightarrow v_0 = 1.5 \text{ m/s}$$

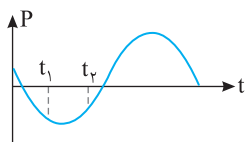
۳۸۵-گزینه ۲

تکانه یک جسم برابر $P=mv$ می‌باشد. بنابراین هرگاه تکانه برابر صفر باشد، سرعت صفر و اگر تکانه مثبت باشد سرعت مثبت و اگر تکانه منفی باشد سرعت منفی است. هم‌چنین می‌دانیم که متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر و علامت سرعت متحرک تغییر کند بنابراین در نقاط (۲) و (۳) جسم تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید در نقطه (۱) با اینکه سرعت صفر شده اما علامت سرعت تغییر نکرده است پس متحرک در این لحظه تغییر جهت نمی‌دهد.



۳۸۶-گزینه ۱

تکانه حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است. $(\vec{P} = m\vec{v})$ بنابراین، تغییرات تکانه عیناً شبیه تغییرات سرعت است. یعنی هر جا تکانه در حال کاهش است، سرعت در حال کاهش است و هر جا سرعت تغییر جهت دهد، تکانه تغییر جهت می‌دهد و ... در نتیجه در لحظه t_1 بزرگی تکانه در حال افزایش است و حرکت تندشونده است پس گزینه (۱) درست است. دقت کنید در بازه صفر تا t_1 بزرگی تکانه ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه (۴) نادرست است. در لحظه t_2 بزرگی تکانه در حال کاهش است و حرکت کندشونده است، پس گزینه (۲) نادرست است. بین t_1 و t_2 تکانه صفر نشده پس سرعت نیز صفر نشده و گزینه (۳) نادرست است.



۳۸۷-گزینه ۳

در بازه صفر تا t_1 نمودار $P-t$ خط راست مایل است بنابراین نیرو مقدار ثابتی است و در بازه t_1 تا t_2 تکانه ثابت بوده و نیروی وارد بر جسم صفر است. سرانجام در $t > t_2$ نمودار $P-t$ منحنی است یعنی شیب خط مماس بر نمودار در حال تغییر است که این توضیحات تنها با شکل (۳) همخوانی دارد.

۳۸۸-گزینه ۳

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص به زمین و زمین به شخص وارد می‌کند و زمان اثر این نیروها یکی است، از این رو:

$$F_1 = -F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = -m_2 a_2 \Rightarrow m_1 \frac{v_1 - 0}{t} = -m_2 \left(\frac{v_2 - 0}{t} \right) \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

بنابراین گزینه (۳) درست است. البته تکانه زمین خلاف جهت تکانه شخص است.

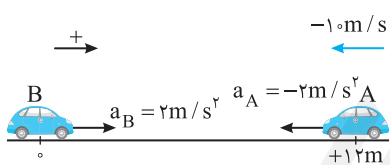
۳۸۹-گزینه ۲

از دید ناظر، قانون اول نیوتون در مورد جسم صادق بوده است از این رو نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از این رو:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad F=0 \Rightarrow \Delta P=0$$

۳۹۰-گزینه ۲

ابتدا معادله دو متحرک را می‌نویسیم. مکان B را مبدأ در نظر گرفته و سمت راست را



$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0,B} t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = t^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0,A} t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = -t^2 - 10t + 12$$

هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ می‌شود بنابراین:

$$t^2 = -t^2 - 10t + 12 \Rightarrow 2t^2 + 10t - 12 = 0 \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0 \Rightarrow (t+6)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \\ t=-6s \text{ (غ.ق.)} \end{cases}$$

حال سرعت متحرک‌ها را با استفاده از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} v_A = -2t - 10 \xrightarrow{t=1s} v_A = -12 \frac{m}{s} \\ v_B = 2t \xrightarrow{t=1s} v_B = 2 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_A = mv_A \Rightarrow P_A = -12m \\ P_B = mv_B \Rightarrow P_B = 2m \end{cases} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{2}{-12} = -\frac{1}{6}$$

۳۹۱-گزینه ۴

با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ بردار نیرو را محاسبه می‌کنیم

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{12\vec{i} + (2b-6)2\vec{j} - 0}{2-0} \Rightarrow \vec{F} = 6\vec{i} + (2b-6)\vec{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 10 = \sqrt{6^2 + (2b-6)^2} \Rightarrow 100 = 36 + (2b-6)^2 \Rightarrow (2b-6)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} 2b-6=8 \Rightarrow b=7 \\ 2b-6=-8 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

۳۹۲-گزینه ۲

دو جسم توسط طناب به هم متصل‌اند بنابراین تندی دو جسم یکسان می‌باشد پس:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A v}{m_B v} = \frac{v}{5} = 1/4$$

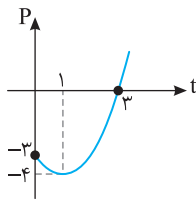
۳۹۳-گزینه ۱

نیروی کشسانی فنر وارد بر دو جسم برابر است و این نیرو بر هر دو در مدت زمان یکسانی وارد می‌شود.

$$F \Delta t = \Delta P \xrightarrow{F_1=F_2} \Delta P_1 = \Delta P_2 \xrightarrow{P_{1,1}=P_{1,2}=0} P_{f,1} = P_{f,2}$$

۳۹۴- گزینه ۱ با توجه به رابطه بین نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \Rightarrow m(\Delta v) = mg \Delta t \Rightarrow m(\Delta v) = m(10) \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1s$$



۳۹۵- گزینه ۴ ابتدا نمودار P-t را رسم می‌کنیم:

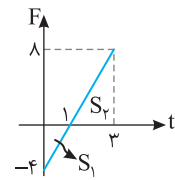
$$P = t^2 - 2t - 3 \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1s, P = 1 - 2 - 3 = -4 \text{ kg.m/s} \\ t = 0 \Rightarrow P = -3 \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

در بازه صفر تا ۱s اندازه تکانه از ۳kg.m/s تا ۴kg.m/s افزایش می‌یابد بنابراین سرعت در حال افزایش است و از ۱s تا ۳s اندازه تکانه از ۴kg.m/s به صفر می‌رسد و سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

۳۹۶- گزینه ۳ از ابتدا تکانه تا لحظه t=۲s را به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم.

از ۲s تا ۵s نیرویی بر جسم وارد نمی‌شود و تکانه تغییر نمی‌کند. از t=۵s به بعد جهت نیرو عوض می‌شود و تکانه کاهش می‌یابد و در لحظه‌ای که تکانه صفر شده و تغییر جهت می‌دهد متحرک نیز تغییر جهت خواهد داد، بنابراین در بازه ۵s تا لحظه تغییر جهت باید تغییر تکانه برابر $\Delta P = -2 \text{ kg.m/s}$ باشد.

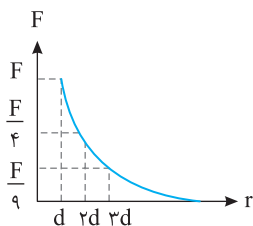
$$\Delta P = F \Delta t \Rightarrow -2 \delta = -\delta \Delta t \Rightarrow \Delta t = \delta s \quad , \quad t = \delta + \delta = 10s \quad \text{بنابراین لحظه تغییر جهت خواهد شد:}$$



۳۹۷- گزینه ۲ می‌دانیم مساحت زیر نمودار F-t برابر تغییر تکانه می‌باشد بنابراین نمودار F-t را رسم کرده و مساحت زیر نمودار آن را حساب می‌کنیم:

$$F = 4t - 4 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow F = -4N \quad , \quad t = 1s \Rightarrow F = 0 \quad , \quad t = 3s \Rightarrow F = 4 \times 3 - 4 = 8N$$

$$\Delta P = S_1 + S_2 = -\frac{4 \times 1}{2} + \frac{8 \times 2}{2} = 6 \text{ kg.m/s} \Rightarrow P - P_0 = 6 \xrightarrow{P_0 = 0} P = 6 \text{ kg m/s}$$



۳۹۸- گزینه ۳ با توجه به قانون گرانش عمومی $F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ بیشترین نیروی گرانشی بین دو ذره با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد، یعنی اگر در فاصله d نیرو F باشد در فاصله ۲d نیرو $\frac{F}{4}$ و در فاصله ۳d نیرو $\frac{F}{9}$ است.

۳۹۹- گزینه ۲ ماهواره خارج از زمین قرار دارد و بیشترین نیروی گرانشی بر ماهواره در سطح زمین بر آن وارد می‌شود. هر چه فاصله ماهواره بیشتر شود، نیروی گرانشی با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۴۰۰- گزینه ۳ نیروی گرانشی که دو جسم برهم وارد می‌کنند از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست می‌آید. با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F_1 = G \frac{mm}{r^2} \quad , \quad F_2 = F_1 - \frac{25}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{75}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{3}{4} F_1 \Rightarrow G \frac{(m+x)(m-x)}{r^2} = \frac{3}{4} G \frac{m \times m}{r^2} \Rightarrow m^2 - x^2 = \frac{3}{4} m^2 \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

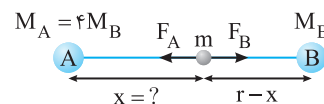
۴۰۱- گزینه ۲ نیروی گرانش، نیرویی است که بین دو جسم و به واسطه جرم آن‌ها وجود دارد. نیروی گرانش وارد بر جسم m در سطح زمین:

$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

$$F' = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} \quad , \quad \frac{F'}{F} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \Rightarrow h = 4R_e$$

نیروی گرانش وارد بر جسم m در ارتفاع h:

۴۰۲- گزینه ۴ با توجه به شکل برای این که نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر باشد، باید نیروهای گرانش وارد بر آن از طرف سیاره A و از طرف سیاره B برابر و در خلاف جهت هم باشند.



$$F_A = F_B \Rightarrow G \frac{M_A m}{x^2} = G \frac{M_B m}{(r-x)^2} \xrightarrow{M_A = 4M_B} \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{r-x} \Rightarrow 2r - 2x = x \Rightarrow x = \frac{2}{3} r$$

۴۰۳- گزینه ۳ میدان گرانش در نقطه‌ای اطراف یک سیاره از رابطه زیر به دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله نقطه مورد نظر از مرکز زمین است.

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

بنابراین میدان گرانش زمین با جرم زمین و وارون مجذور فاصله نقطه از مرکز زمین، متناسب است.

جرم یک جسم در همه مکان‌ها یکسان است.

۴۰۴- گزینه ۱

شتاب گرانشی (گرانی) سیاره خواهد شد:

۴۰۵- گزینه ۳

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ g_e = G \frac{M_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{R_e}{R}\right)^2 \Rightarrow \frac{g}{g_e} = 1$$

با توجه به فرض سؤال:

۴۰۶- گزینه ۱

$$g_e = 6g_m \Rightarrow G \frac{M_e}{R_e^2} = 6G \frac{M_m}{R_m^2} \Rightarrow \frac{R_e^2}{R_m^2} = \frac{1}{6} \frac{M_e}{M_m} \xrightarrow{M_e = 80M_m} \frac{R_e^2}{R_m^2} = \frac{80}{6} \Rightarrow \frac{R_e}{R_m} = \sqrt{\frac{40}{3}} \approx 3.6$$

میدان گرانش، در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله نقطه مورد نظر تا مرکز سیاره است.

۴۰۷- گزینه ۱

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{G \frac{M_e}{R_e^2}}{G \frac{M_m}{R_m^2}} = \frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m} \xrightarrow{R_e = 2R_m} \frac{R_m^2}{(2R_m)^2} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = 4$$

شتاب گرانش، همان میدان گرانش \vec{g} است. شتاب گرانش در سطح یک سیاره از رابطه $g = G \frac{M}{R^2}$ می‌آید، که در آن M جرم سیاره و R شعاع سیاره است.

۴۰۸- گزینه ۳

$$V_p = 27V_e \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R_p^3 \rho = 27 \left(\frac{4}{3}\pi R_e^3 \rho\right) \Rightarrow R_p = 3R_e, \quad g_p = G \frac{M_p}{R_p^2} = G \frac{4M_e}{(3R_e)^2} = \frac{4}{9}G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow g_p = \frac{4}{9}g_e$$

با توجه به فرض مسأله:

۴۰۹- گزینه ۴

با توجه به شتاب گرانش در فاصله h از سطح زمین:

$$\begin{cases} g_1 = G \frac{M_e}{(R_e + 2R_e)^2} \\ g_2 = \frac{1}{9}g_1 \end{cases} \Rightarrow G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{9}G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow h = 8R_e$$

زمین کره کامل نیست و شعاع استوایی آن از شعاع قطبی‌اش بیشتر است و میدان گرانشی در استوا از میدان گرانشی در قطب کمتر است.

۴۱۰- گزینه ۲

برای یافتن g در خارج از سیاره، بنابر رابطه $g = (G \frac{M}{r^2})$ (فاصله از مرکز سیاره است)، هرچه r بزرگ‌تر باشد، g کوچک‌تر است.

۴۱۱- گزینه ۳

بنابراین نقطه C پاسخ این پرسش نیست. اگر با همان رابطه و با فرض آن که تمام جرم سیاره در مرکز آن (O) است، به بررسی مسأله پردازیم، به خطا خواهیم رفت و میدان گرانش در نقطه A بزرگ‌تر از میدان گرانش در نقطه B خواهد شد. این را بدانید که همواره بزرگی میدان گرانشی در سطح آن از بقیه نقاط بیشتر است و نقطه B پاسخ این پرسش است.

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

حال با یک ساده‌نگری عمومی برای نقاط درون سیاره، یک رابطه بسیار تقریبی به دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$g = \frac{4}{3}\pi R \frac{GM}{V} = \frac{4}{3}\pi R \pi G \frac{M}{V} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi R \pi G \bar{\rho}$$

اگر صورت و مخروط را در مقدار ثابت $\frac{4}{3}\pi R$ (با فرض کره کامل بودن سیاره) ضرب کنیم، داریم:

بر مبنای رابطه بالا و با فرض ثابت بودن چگالی، هر چه R (فاصله از مرکز سیاره) کمتر باشد، g کوچک‌تر است و در نقطه O ، g برابر صفر است.

$$F = ma \Rightarrow 9 = 3a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

۴۱۲- گزینه ۲

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس سرعت در $t = 3\text{s}$ و $t = 2\text{s}$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3t, \quad t = 2\text{s} \rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}, \quad t = 3\text{s} \rightarrow v_2 = 9 \text{ m/s}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} = 2.25$$

اکنون انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ را در دو حالت به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

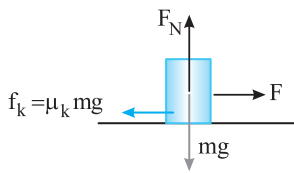
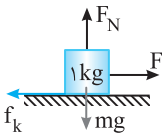
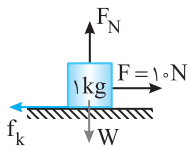
ابتدا تندى جسم در $t = 5\text{s}$ را به دست می‌آوریم:

۴۱۳- گزینه ۱

چون به جسم نیروی ثابت وارد می‌شود بنا به قانون دوم نیوتون ($F = ma$) شتاب نیز ثابت است: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{5} = 0.8 \text{ m/s}^2$, $F = ma \Rightarrow F = 5 \times 0.8 \Rightarrow F = 4 \text{ N}$

$$F=ma \Rightarrow f=\Delta a \Rightarrow a=0.1 \text{ m/s}^2$$

$$d=\Delta x = \frac{1}{2} a (t-1) + v_0 = \frac{1}{2} (0.1) (2 \times 2 - 1) = 0.1 \text{ m} \xrightarrow{W=Fd} W = f \times d = 0.1 \text{ J}$$



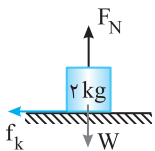
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = K_f - K_i \Rightarrow (F - f_k)x = K \Rightarrow K = (F - \mu_k mg)x$$

نیرو در خلاف جهت حرکت است و حرکت جسم کندشونده است. جسم متوقف شده و دوباره در خلاف جهت اولیه حرکت کرده است. پس از گذشت

$$F=ma = m \frac{v-v_0}{t} = 1 \times \frac{-5-5}{2} = -5 \text{ N}$$

۲۲۵ از آغاز اعمال نیرو، باید سرعت -5 m/s شده باشد تا انرژی جنبشی با مقدار اولیه برابر باشد، بنابراین:

علامت منفی بیانگر این است که نیرو در خلاف جهت حرکت ابتدایی جسم است.



۳ -۴۲۰ گزینۀ پس از پرتاب روی سطح نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و باعث کاهش سرعت جسم می‌شود. شتاب

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -0.2 \times 20 = 2a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم: سرعت جسم در لحظه $t=0$ برابر 8 m/s و در لحظه $t=2\text{s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2\text{s}} v = -2 \times 2 + 8 = 4 \text{ m/s}$$

$$E_f - E_i = K_f - K_i = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = (16 - 64) = -48 \text{ J}$$

در این صورت کاهش انرژی مکانیکی برابر است با:

$$P = mv \Rightarrow 10 = 2v \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

۴ -۴۲۱ گزینۀ ابتدا سرعت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{5+0}{2} \times 1/2 \Rightarrow \Delta x = 0.75 \text{ m}$$

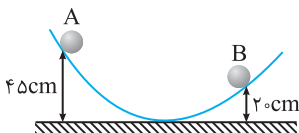
به کمک فرمول مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم (چون نیروها ثابت هستند شتاب جسم نیز ثابت است):

$$W_{F_{\text{net}}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow Fd + W_f = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 10 \times 3 + W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 \Rightarrow W_f = -5 \text{ J}$$

بنابر قضیه کار و انرژی:

کار نیروی اصطکاک در این حرکت به گرما تبدیل شده است، بنابراین گرمای تولیدشده 5 J است.

۲ -۴۲۲ گزینۀ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow 10 \times \frac{40}{100} = 10 \times \frac{20}{100} + \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow 4 = 2 + \frac{1}{2} v_B^2$$

$$2 = \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 4 \Rightarrow v_B = 2 \text{ m/s}$$

$$P = mv = 2 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \text{ kg.m/s}$$

تکانه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 4\sqrt{9+16} = 20 \text{ N}$$

۱ -۴۲۳ گزینۀ ابتدا برابری نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 20 = 5a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 (2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}$$

جابه‌جایی در ثانیه سوم برابر است با:

$$W_t = F_{\text{net}} d = 20 \times 10 = 200 \text{ J}$$

کار نیروی خالص خواهد شد:

دقت کنید که جسم ساکن در جهت نیروی برآیند به حرکت درمی آید. پس $\theta = 0^\circ$ است. نیروی برآیند را به دست می آوریم:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = 5N, \quad a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 1.6^2 = 3.2 \text{ m}, \quad W_F = Fd \cos \theta = 5 \times 3.2 \times \cos 0 = 16 \text{ J}$$

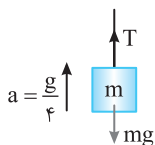
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 2 \times 8 = 16 \text{ N}$$

ابتدا نیروی برآیند را به دست می آوریم: **گزینه ۱-۴۲۴**

کار نیروی برآیند برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t = W_g + W_{f_D} \Rightarrow F_{\text{net}} d = mgd \cos 0 + W_{f_D} \Rightarrow 16 \times 3.2 = 20 \times 1.0 \times 3.2 + W_{f_D} \Rightarrow W_{f_D} = -4 \text{ J}$$

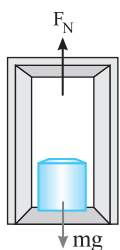
ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش طناب را به دست می آوریم: **گزینه ۴-۴۲۶**



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = \frac{mg}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{4} mg$$

$$\begin{cases} W_T = Td \cos 0 = \frac{5}{4} mgd \\ W_{mg} = mgd \cos 180^\circ = -mgd \end{cases} \Rightarrow \frac{W_T}{W_{mg}} = \frac{\frac{5}{4} mgd}{-mgd} = -\frac{5}{4}$$

ابتدا نیروی عمودی تکیه گاه را به دست می آوریم: **گزینه ۴-۴۲۷**



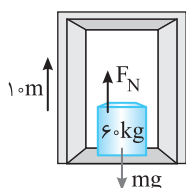
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 20 = 4 \Rightarrow F_N = 24 \text{ N}$$

سپس جابه جایی را در مدت نیم ثانیه حساب می کنیم:

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 24 \times \frac{1}{4} \times \cos 0 = 6 \text{ J}$$

ابتدا با توجه به قانون دوم F_N را به دست می آوریم: **گزینه ۱-۴۲۸**



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 60 - F_N = 120 \Rightarrow F_N = 180 \text{ N}$$

کار نیروی عمودی سطح برابر است:

$$W_{F_N} = F_N d \cos 0 = 180 \times 1.0 = 180 \text{ J}$$

در قسمت اول حرکت (Δs آغازین) شتاب حرکت برابر است با: **گزینه ۳-۴۲۹**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = 60 + 120 = 180 \text{ N}$$

$$d = S_1 = 25 \text{ m}$$

$$W_{F_N} = F_N d \cos 0 = 180 \times 25 \times 1 = 4500 \text{ J}$$

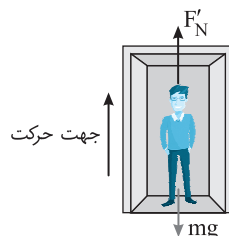
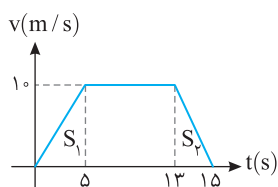
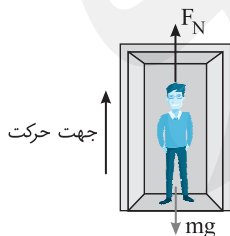
نیروی عمودی سطح در این حالت را حساب می کنیم:

هم چنین جابه جایی برابر مساحت زیر نمودار $v-t$ می باشد:

کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

در Δs آخر حرکت شتاب برابر است با $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ m/s}^2$ و با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F'_N - mg = ma \Rightarrow F'_N - 60 = -30 \Rightarrow F'_N = 30 \text{ N} \\ W_{F'_N} = F'_N d_2 \cos 0 \xrightarrow{d_2 = S_2} W_{F'_N} = 30 \times \frac{2 \times 10}{2} = 300 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \frac{W_{F_N}}{W_{F'_N}} = \frac{4500}{300} = 15$$



نیروهای وارد بر M_1 را رسم می کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که M_2 بر M_1 وارد می کند را حساب می کنیم. **گزینه ۲-۴۳۰**

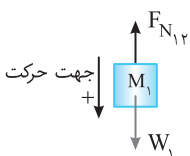
$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow M_1 g - F_{N_{12}} = M_1 a \Rightarrow 2 - F_{N_{12}} = 0/2 \times 2 \Rightarrow F_{N_{12}} = 1/6 \text{ N}$$

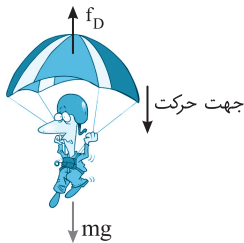
$$d = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \Rightarrow d = 9 \text{ m}$$

$$W = F_{N_{12}} d \cos 180^\circ \Rightarrow W = 1/6 \times 9 \times (-1) = -14/4 \text{ J}$$

جابه جایی دستگاه در مدت ۳ ثانیه را به دست می آوریم:

کار نیروی $F_{N_{12}}$ برابر است با:



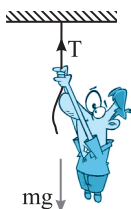


در تندی حدى، سرعت ثابت بوده و بر ايند نيروهاى وارد بر چتر باز صفر است، از اين رو:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = f_D \Rightarrow f_D = 800 \text{ N}$$

در هر متر سقوط كار نيروى مقاومت هوا برابر است با:

$$W_{f_D} = f_D d \cos 180^\circ = -800 \text{ J}$$



با توجه به قانون دوم نيوتون كشش T را به دست مي آوريم:

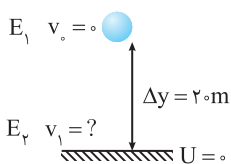
$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 500 = 100 \Rightarrow T = 600 \text{ N}$$

حال جابه جايي آن در مدت 4s را به دست مي آوريم

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \Rightarrow \Delta y = 16 \text{ m}$$

$$W = T d = 600 \times 16 = 9600 \text{ J}$$

كار نيرويى كه طناب به شخص وارد مي كند برابر است با:



ابتدا تندی گلوله هنگام رسيدن به توده شني را به كمك پايستگي انرژي مكانيكي به دست مي آوريم:

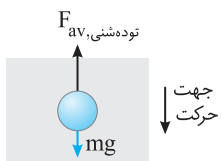
$$E_p = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = mg \Delta y \Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = 10 \times 20 \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

بنابراين در مدت 0.1s سرعت گلوله از 20m/s به صفر در توده شني مي رسد.

$v_1 = 20 \text{ m/s}$
 $v_2 = 0$
 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$

$$|F_{av}| = \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| \Rightarrow F_{av} = \frac{|0.2(0 - 20)|}{0.1} = 40 \text{ N}$$

با توجه به سؤال قبل:



$$F_{av} = -40 \text{ N}$$

$$mg - F_{av, \text{توده شني}} = -40 \Rightarrow 2 - F_{av, \text{توده شني}} = -40 \Rightarrow F_{av, \text{توده شني}} = 42 \text{ N}$$

شتاب حرکت روی سطح افقی را به دست می آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.2 \times 10 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

سرعت جسم را در لحظه گذر از B به دست می آوریم.

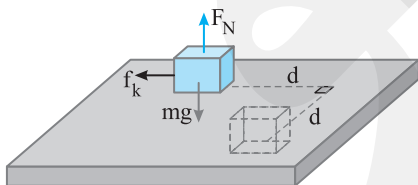
$$v = at + v_0 \Rightarrow v_B = -2 \times 3 + 10 = 4 \text{ m/s}$$

اکنون به كمك پايستگي انرژي مكانيكي ارتفاعی كه جسم از سطح بالا مي رود را حساب مي كنيم:

$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgh \Rightarrow v_B^2 = 2gh \Rightarrow 16 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.8 \text{ m}$$

ابتدا نيروى عمودى سطح و نيروى اصطكاك در هر دو مسير را حساب کرده و با توجه

به جابه جايي كار نيروى اصطكاكها را حساب مي كنيم.



$$F_{net, y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$f_{k_1} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_1}} = f_{k_1} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

$$f_{k_2} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_2}} = f_{k_2} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

$$W_{f_k} = W_{f_{k_1}} + W_{f_{k_2}} = -\mu_k mgd - \mu_k mgd = -2\mu_k mgd$$

كار نيروى اصطكاك برابر است با طول مسير ضرب در بزرگي نيروى اصطكاك.

$$W_f = -f_k (2\pi R) = -2\mu_k mg\pi R$$

نيروى F خلاف جهت حرکت به جسم وارد می شود و سرعت جسم در حال کاهش می باشد پس گزینه (3) و یا گزینه (4) درست است. هم چنین

$$v_p = at + v_0 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m (at + v_0)^2$$

چون نيروها ثابت اند شتاب حرکت ثابت می باشد.

با توجه به معادله بالا باید K بر حسب t به صورت سهمی (تابع درجه دوم) باشد.

با توجه به معادله $v = at + v_0$ و معادله داده شده، شتاب جسم برابر 4 m/s^2 و سرعت اولیه برابر 1 m/s است.

۱- گزینه ۴۳۹

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F = 2 \times 4 \Rightarrow F = 8 \text{ N}, \quad P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} \Rightarrow \bar{P} = F v_{\text{av}}$$

$$F = ma \Rightarrow F = 1200 \times 4 = 4800 \text{ N}, \quad v_{\text{av}} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + 1 = 7 \text{ m/s}, \quad \bar{P} = 8 \times 7 = 56 \text{ W}$$

۲- گزینه ۴۴۰

نیروی خالص با توجه به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 4 \times (2-1)^2 + 0 = 2 \text{ m}$$

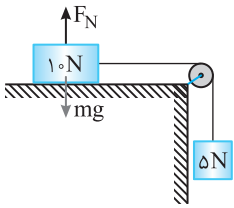
حال جابه‌جایی را با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1)^2 + v_0 (2t-1)$ به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fx}{t} = \frac{4800 \times 6}{2-1} = 28800 \text{ W} = 28.8 \text{ kW}$$

توان را حساب می‌کنیم:

۱- گزینه ۴۴۱

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای دستگاه می‌توان نوشت:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow mgd + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow 10 + W_{f_k} = 8$$

$$W_{f_k} = -2 \text{ J} \Rightarrow f_k d \cos 180^\circ = -2 \text{ J} \Rightarrow f_k = 1 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 1 = \mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0.1 \text{ N}$$

۱- گزینه ۴۴۲

با حرکت جسم 4 kg به اندازه 10 cm انرژی پتانسیلی معادل $mgh = 4 \times 10 \times 0.1 = 4 \text{ J}$ آزاد می‌شود که 3 J آن در فنر ذخیره شده و 1 J آن

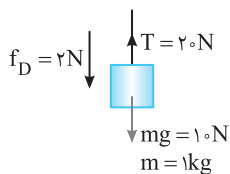
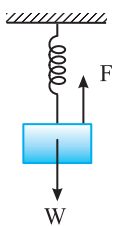
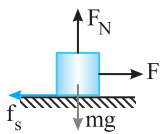
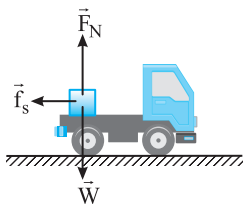
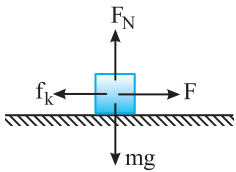
$$W_f = f_k \cos \pi \Rightarrow -1 = f_k (0.1)(-1) \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$$

صرف غلبه بر کار نیروی اصطکاک بین m_p و سطح می‌شود. از این رو:

$$f_k = \mu_k m_p g \Rightarrow 10 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

ضریب اصطکاک برابر خواهد شد با:

پاسخ آزمون ۱



۱- گزینه ۳ واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود و نه شاخه پس گزاره (الف) نادرست است.

پس از جدا شدن سبب از شاخه نیروی وزن از طرف زمین و نیروی مقاومت هوا از طرف ذرات هوا به سبب وارد می‌شود. پس گزاره (ب) درست است.

قبل از جدا شدن سبب از درخت، سبب در حال تعادل (سکون) قرار دارد پس نیروهای وارد بر سبب متوازن هستند و گزاره (پ) درست است.

۲- گزینه ۳ جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta l = \mu_k mg$$

$$k\left(\frac{\Delta}{100}\right) = 0.2 \times 2 \times 10 \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

۳- گزینه ۱ سرعت کامیون هنگام ترمز $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ است. هنگامی که کامیون ترمز می‌کند، بار درون کامیون،

بنابراین قانون اول نیوتون، تمایل دارد با سرعت کامیون در لحظه ترمز به حرکت خود ادامه دهد و نیروی اصطکاک ایستایی بین کف کامیون و بار مانع حرکت بار به سمت جلو است و برای آن که بار نلغزد باید شتاب توقف کامیون و شتاب توقف بار، با هم برابر باشد.

بیشینه شتابی که نیروی f_s می‌تواند برای توقف، به بار بدهد برابر است با: $-f_s = ma \Rightarrow -\mu_s mg = ma \Rightarrow a = -\mu_s g$

باید شتاب توقف کامیون نیز برابر $a = -\mu_s g$ باشد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-\mu_s g)\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_s g} = \frac{400}{2 \times 0.4 \times 10} \Rightarrow \Delta x = 50 \text{ m}$$

$$f_s = F = \Delta N, \quad F_N = mg = 50 \text{ N}$$

نیروی که سطح بر جسم وارد می‌کند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است که این دو نیرو بر هم عمودند.

$$F_R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{50^2 + 50^2} > 50 \text{ N}$$

۵- گزینه ۳ هرگاه فنر کشیده و یا فشرده شود و طول آن به اندازه $\Delta l = l - l_0$ تغییر کند (l_0 طول طبیعی فنر است)،

نیرویی در فنر ایجاد می‌شود که می‌خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند، این نیرو را نیروی کشسانی فنر می‌گویند و اندازه آن برابر با $F = k\Delta l$ است که در آن k ثابت فنر است.

جسم ساکن است و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس داریم:

$$F = W \Rightarrow k\Delta l = W$$

$$\text{در حالت اول: } k(0.1 - l_0) = 20$$

$$\text{در حالت دوم: } k(0.11 - l_0) = 40$$

$$0.1k - kl_0 = 20 \Rightarrow 0.1k + kl_0 = 40 \Rightarrow 0.1k = 20 \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$$

دو رابطه بالا را از هم کم می‌کنیم:

۶- گزینه ۲ دقت کنید گلوله در هوا پرتاب شده است و مقاومت هوا را نمی‌توان نادیده گرفت. از این رو:

$$\begin{cases} \text{هنگام بالا رفتن، نیروی مقاومت هوا به طرف پایین است} \\ mg + f = ma_1 \Rightarrow |a_1| > |a_2| \\ \text{هنگام پایین آمدن، نیروی مقاومت هوا رو به بالاست} \\ mg - f = ma_2 \end{cases}$$

در هر نقطه، اندازه سرعت هنگام پایین آمدن کمتر از هنگام بالا رفتن است (اصطکاک در مسیر رفت و برگشت باعث کاهش انرژی جنبشی جسم می‌شود). پس مدت زمان بازگشت طولانی‌تر است.

۷- گزینه ۲ با توجه به نیروهای وارد بر جسم و قانون دوم نیوتون شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 20 - 10 - 2 = 1 \times a \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

حال با توجه به معادله شتاب - زمان و اینکه در ۱s آغازین حرکت، متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4 \text{ m}$$

۸- گزینه ۴ جهت حرکت جسم رو به بالا است. اما نوع حرکت مشخص نیست اگر حرکت تندشونده باشد $F > W$ است، اگر حرکت کندشونده باشد

$F < W$ است و اگر جسم با حرکت کندشونده با شتاب g رو به بالا حرکت کند، نیروی $F = 0$ خواهد بود.

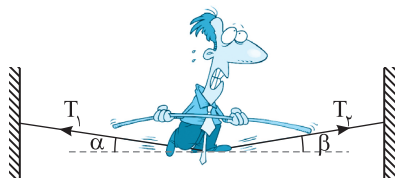
۹- گزینه ۳ با توجه به شکل روبه‌رو:



$$2F = 98N \Rightarrow F = 49N$$

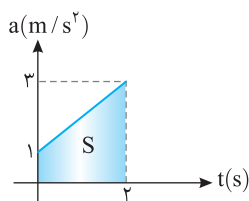
۱۰- گزینه ۱

به جسم سه نیروی T_1 و T_2 و mg وارد می‌شود برای آنکه جسم در حال تعادل باشد باید نیروهای وارد بر آن متوازن باشد. $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0$. بنابراین براین دو نیروی $\vec{T}_1 + \vec{T}_2$ باید هم اندازه mg و خلاف جهت آن باشد.



۱۱- گزینه ۱

راه حل اول: با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ ، ابتدا معادله شتاب - زمان را می‌نویسیم.



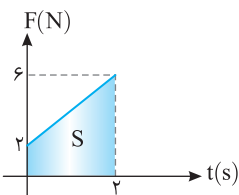
$$ma = 2t + 2 \Rightarrow 2a = 2t + 2 \Rightarrow a = t + 1$$

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است، بنابراین:

$$S = \frac{2(1+3)}{2} = 4 \Rightarrow \Delta v = 4 \text{ m/s} \xrightarrow{v_0=0} v - 0 = 4 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

از حال سکون شروع به حرکت کرده

راه حل دوم: مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر تغییر تکانه است.



$$S = \frac{2(2+6)}{2} = 4 \Rightarrow \Delta P = 4 \text{ kgm/s}$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1 = 0$ است:

$$t = 2 \text{ s} \text{ در لحظه } \Rightarrow P = 4 \text{ kgm/s} \xrightarrow{P=mv} 2v = 4 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

۱۲- گزینه ۱

تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$P = mv$$

$$F = ma \Rightarrow F = m \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow F = \frac{mv - mv_0}{t} \Rightarrow F = \frac{P - mv_0}{t}$$

نیروی $1N$ در خلاف جهت حرکت بر گلوله وارد می‌شود، اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم در این صورت:

$$-1 = \frac{P - (0.2 \times 10)}{0.5} \Rightarrow -0.5 = P - 2 \Rightarrow P = -0.3 \text{ kg.m/s}$$

۱۳- گزینه ۱

سرعت اولیه جسم 2 m/s است، بنابراین تکانه اولیه جسم خواهد شد:

$$P_0 = mv_0 \Rightarrow P_0 = 0.2 \times 2 = 0.4 \text{ kg m/s} \quad (1)$$

$$P_0 = 4x_0 + 3 \quad (2)$$

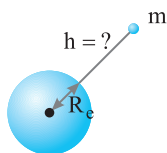
از طرفی در $t=0$ با توجه به معادله تکانه - مکان خواهیم داشت:

$$4x_0 + 3 = 0.4 \Rightarrow x_0 = -0.65 \text{ m}$$

اکنون با استفاده از رابطه (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

۱۴- گزینه ۲

به نیرویی که دو جسم به واسطه جرم‌هایشان برهم وارد می‌کنند، نیروی گرانش گویند.



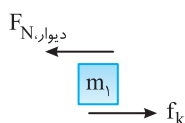
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

با توجه به فرض تست:

$$F' = \frac{4}{9} F \Rightarrow G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} = \frac{4}{9} G \frac{M_e m}{R_e^2} \Rightarrow \frac{1}{(R_e + h)^2} = \frac{4}{9} \frac{1}{R_e^2} \Rightarrow 2R_e + 2h = 3R_e \Rightarrow h = \frac{R_e}{2}$$

۱۵- گزینه ۳

نیرویی که عامل حرکت m_1 است، نیروی اصطکاک جنبشی بین m_1 و m_2 است و نیرویی که مانع حرکت m_1 می‌شود، نیرویی است که توسط دیوار بر آن وارد می‌شود. این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند و m_1 ساکن می‌ماند. بنابراین:



$$F_{N, \text{دیوار}} = f_k = \mu_k m_1 g \Rightarrow F_{N, \text{دیوار}} = 0.4 \times 10 \times 10 = 40 \text{ N}$$

در این صورت نیرویی که m_1 بر دیوار وارد می‌کند برابر 40 N است.

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینه ۳ دو جرم مانند زمین و ماه، بدون تماس، بر هم نیروی گرانشی وارد می‌کنند.

۲- گزینه ۱ بنا به تعریف تکانه $\vec{P} = m\vec{v}$ ، اگر تکانه طبق نمودار با زمان دارای رابطه خطی باشد، سرعت متحرک نیز دارای رابطه خطی بوده به همین دلیل سرعت در حال افزایش و شتاب جسم ثابت است ($v = at + v_0$).

۳- گزینه ۴ چون نیرو در خلاف جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شود، ابتدا جسم متوقف شده و سپس تحت تأثیر همان نیرو در خلاف جهت محور، سرعت می‌گیرد. اگر ابتدا تکانه $P_1 = 5 \times 3 = 15 \text{ kg m/s}$ باشد، آن‌گاه $P_2 = -15 \text{ kg m/s}$ خواهد بود.

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -6 = \frac{-15 - 15}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{-30}{-6} = 5 \text{ s}$$

۴- گزینه ۳ نیروی وزن یک جسم در سطح یک سیاره، همان نیروی گرانشی است که از طرف سیاره به جسم وارد می‌شود. بنابراین:

$$\begin{cases} F_A = G \frac{M_A m}{R_A^2} \\ F_B = G \frac{M_B m}{R_B^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2 \Rightarrow 12 = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2 \quad (1)$$

بناباه فرض مسأله:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{M_A}{V_A}}{\frac{M_B}{V_B}} \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^3 \quad (2)$$

$$\frac{6}{12} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 2$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱):

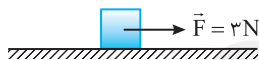
$$F_{\text{net}} = Ma \\ \mu_k Mg = Ma \Rightarrow a = \mu_k g$$

۵- گزینه ۱ نیروی اصطکاک عامل توقف جسم است.

* پس شتاب توقف حاصل از نیروی اصطکاک جنبشی برابر $a = \mu_k g$ است.

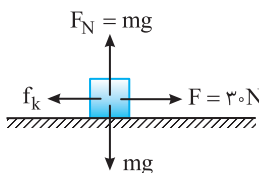
شتاب توقف، به جرم جسم بستگی ندارد و $\frac{v^2}{2a} = x$ توقف در هر دو مورد یکی است.

۶- گزینه ۲ در این نوع مسائل ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی و یا نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت را به دست می‌آوریم، سپس نیروی وارد بر جسم را با آن‌ها مقایسه می‌کنیم.



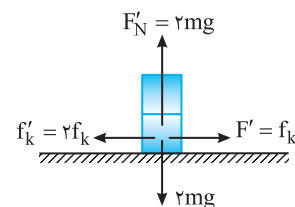
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = 0.2 \times 20 = 4 \text{ N} > 3 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک جنبشی از نیروی 3 N بیشتر است، به همین دلیل جسم ساکن می‌ماند و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح برابر 3 N است.



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_k = F = 3 \text{ N}$$

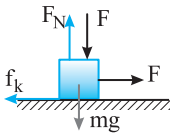
مطابق شکل روبه‌رو وقتی قطعه چوب دیگری روی اولی قرار می‌گیرد، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شده و نیروی اصطکاک بین سطح و جسم نیز دو برابر می‌شود.



$$W' = 2W \Rightarrow F'_N = 2N \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} f'_k = 2f_k$$

در این صورت برای به حرکت درآوردن مجموعه با سرعت ثابت باید نیروی افقی برابر $F' = 2F = 6 \text{ N}$ بر مجموعه وارد شود.

۷- گزینه ۲ جسم با سرعت ثابت در حرکت است و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:



در ابتدا متحرک با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k \xrightarrow{F_N = F + mg} F = \mu_k (F + mg)$$

با افزایش F ، F_N نیز افزایش می‌یابد اما افزایش f_k بیشتر است زیرا در رابطه f_k باید مقدار F_N در μ که کمتر از ۱ است ضرب شود پس گزینه (۱) درست است.

۸- گزینه ۱

(A)

نیروی مقاومت هوا تابع سطح جلو جسم و اندازه سرعت جسم است. یعنی هر چه سرعت جسم بیشتر یا سطح جلوی جسم بزرگ‌تر باشد در هر

ثانیه تعداد مولکول هوای بیشتری با جسم برخورد کرده و مقاومت هوا بیشتر می‌شود بنابراین گزینه (۱) درست است.

۹- گزینه ۱

(A)

چون حرکت رو به بالا و کندشونده است.

۱۰- گزینه ۲

(A)



$$F < W \Rightarrow mg - F = ma \Rightarrow 200 - F = 20 \times 2/5 \Rightarrow F = 150 \text{ N}$$

$$W = 200 \text{ N}$$

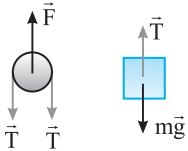
هنگامی که جسم تندشونده رو به بالا در حرکت است نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) از نیروی وزن وارد بر جسم بیشتر است ($F_N > W$). هرگاه

جسم با همان شتاب دارای حرکت کندشونده رو به پایین باشد مجدداً $F_N > W$ خواهد بود. یعنی حرکت تندشونده رو به بالا و حرکت کندشونده رو به پایین از نظر

برایند نیروها و شتاب حرکت معادل هم هستند و در هر دو حرکت جهت شتاب و برابند نیروها رو به بالا است.

۱۱- گزینه ۴

(A)



$$F = 2T \Rightarrow 45 = 2T \Rightarrow T = 22.5 \text{ N}$$

$$T - mg = ma \Rightarrow 22.5 - 20 = 2a \Rightarrow a = 1/2 \text{ m/s}^2$$

۱۲- گزینه ۱

(B)

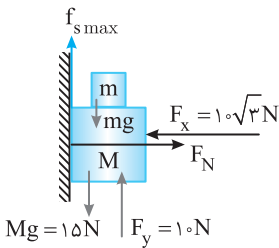
با قراردادن m روی جسم M و افزایش آن نیروی وزن به سمت پایین افزایش می‌یابد سپس با افزایش

m مجموعه در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرند و نیروی اصطکاک ایستایی آستانه حرکت خلاف جهت حرکت به

سمت بالا به M وارد می‌شود.

۱۳- گزینه ۳

(B)



$$F_{net} = \begin{cases} F_x = F_N = 10\sqrt{3} \text{ , } f_{s\max} = \mu_s F_N = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10\sqrt{3} = 10 \text{ N} \\ F_y + f_{s\max} = Mg + mg \Rightarrow 20 = 15 + mg \Rightarrow mg = 5 \text{ N} \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg} = 500 \text{ g} \end{cases}$$

با توجه به شکل کشش نخ T_1 و T_2 برابر است با:

$$T_1 = 20 \text{ N} \text{ , } T_2 = 15 \text{ N}$$

$\alpha + \beta = 90^\circ$ است پس زاویه بین T_1 و T_2 برابر 90° می‌باشد.

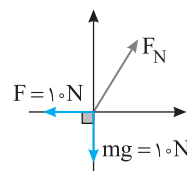
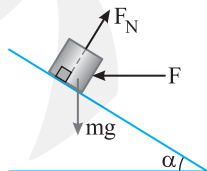
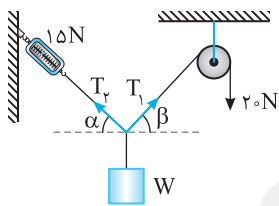
برای اینکه جسم در حال تعادل باشد باید برابند T_1 و T_2 برابر با W و در خلاف جهت باشد.

$$W = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25 \text{ N}$$

نیروهای وارد بر جسم به صورت زیر است.

۱۵- گزینه ۲

(B)



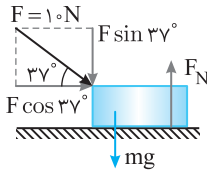
$$F_N = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = 10\sqrt{2}$$

با توجه به در حال تعادل بودن جسم باید برابند mg و F برابر F_N باشد.

کاربرد ریاضی در فیزیک

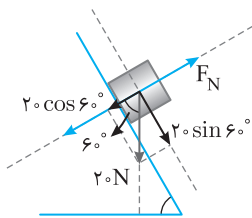
ضمیمه ۱

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای



۱- گزینه ۳ ابتدا با توجه به آنچه در دهم خواندید نیرو را تجزیه می‌کنیم:

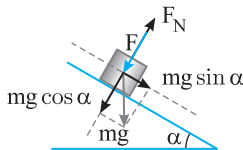
$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F \sin 37^\circ + mg = F_N \Rightarrow F_N = 10 \times 0.6 + 10 = 16 \text{ N}$$



۲- گزینه ۲ نیروها در راستای عمود بر سطح متوازن می‌باشد. بنابراین:

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_N = mg \cos 60^\circ \Rightarrow F_N = 20 \cos 60^\circ \Rightarrow F_N = 10 \text{ N}$$

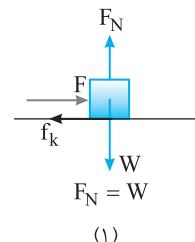
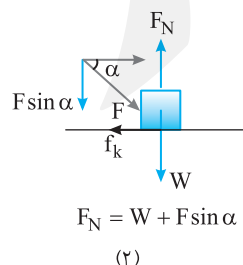
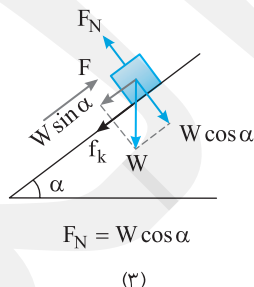
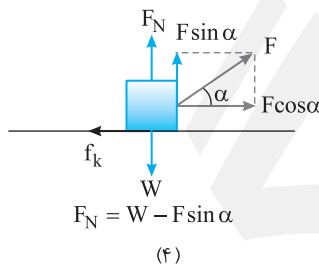
۳- گزینه ۳ روی سطح شیب‌دار نیروی عمودی تکیه‌گاه $F_N = mg \cos \alpha$ است و با افزایش α ، $\cos \alpha$ کاهش می‌یابد.



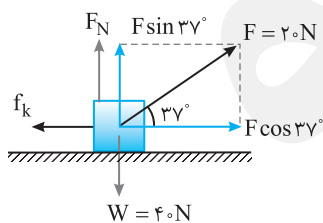
۴- گزینه ۳ نیروها را در راستای عمود بر سطح شیب‌دار می‌نویسیم:

$$F_N = F + mg \cos \alpha \xrightarrow{F_N = mg} mg = F + mg \cos \alpha \Rightarrow F = mg(1 - \cos \alpha)$$

۵- گزینه ۲ نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) است و هر چه نیروی عمودی تکیه‌گاه بیشتر باشد، اصطکاک بیشتر است.



با توجه به شکل‌های بالا، نیروی اصطکاک در شکل گزینه (۲) از بقیه بیشتر است.



$$F_{net} = Ma$$

$$F \cos 37^\circ - f_k = Ma \quad (1)$$

$$F_N = W - F \sin 37^\circ \Rightarrow F_N = 40 - (20 \times 0.6) = 28 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 28 \mu_k$$

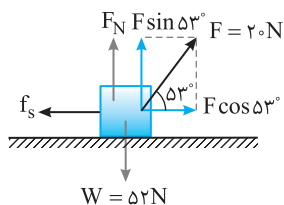
۶- گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

اما نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

و نیروی اصطکاک برابر است با:

حال به کمک رابطه (۱)، ضریب اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$20 \times 0.8 - 28 \mu_k = 4 \times 2 / 25 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{5} = 0.2$$

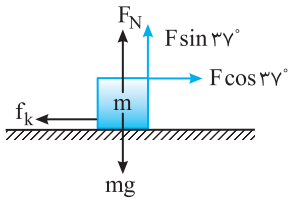


۷- گزینه ۲ جسم وقتی که نیروی $F = 20 \text{ N}$ شده است شروع به حرکت می‌کند. بنابراین اصطکاک ایستایی

در آستانه حرکت $f_{s_{max}} = F \cos 53^\circ$ است.

$$f_{s_{max}} = F \cos 53^\circ$$

$$\mu_s (W - F \sin 53^\circ) = F \cos 53^\circ \Rightarrow \mu_s (52 - 20 \times 0.8) = 20 \times 0.6 \Rightarrow \mu_s = \frac{12}{36} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$



جسم در حال حرکت افقی است پس برآیند نیروها در راستای قائم صفر است:

۸- گزینه ۲

$$F_N + F \sin 37^\circ = mg \Rightarrow F_N = 55 - 0.6F$$

$$f_k = \mu_k F_N = \frac{1}{4}(55 - 0.6F) \quad (1)$$

نیروی اصطکاک برابر است با:

سرعت ثابت است، از این رو:

$$F \cos 37^\circ = f_k \Rightarrow 0.8F = f_k \Rightarrow 0.8F = \frac{1}{4}(55 - 0.6F) \Rightarrow 1/1 F = 27/5 \Rightarrow F = 25 \text{ N} \xrightarrow{(1)} f_k = \frac{1}{4}(55 - 0.6 \times 25) = 20 \text{ N}$$

در حالت دوم نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

$$F'_N + 2F \sin 37^\circ = mg \Rightarrow F'_N = 55 - 1/2 F \Rightarrow F'_N = 55 - 1/2 \times 25 \Rightarrow F'_N = 55 - 12.5 = 42.5 \text{ N} \Rightarrow f'_k = \mu_k F'_N = \frac{1}{4} \times 42.5 = 10.625 \text{ N}$$

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{10.625}{20} = \frac{125}{200} = \frac{5}{8}$$

پس نسبت نیروهای اصطکاک برابر است با:

نیروی F را تجزیه می‌کنیم، در آستانه حرکت خواهیم داشت:

۹- گزینه ۲

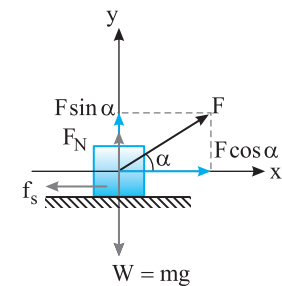
$$F \cos \alpha = f_{s \max} \Rightarrow F \cos \alpha = \mu_s F_N \Rightarrow F \cos \alpha = \mu_s (W - F \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow F \cos \alpha = \frac{3}{4} W - \frac{3}{4} F \sin \alpha \Rightarrow F (\cos \alpha + \frac{3}{4} \sin \alpha) = \frac{3}{4} W$$

سمت راست رابطه مقدار ثابتی است بنابراین اگر بخواهیم F کمینه باشد باید عبارت $(\cos \alpha + \frac{3}{4} \sin \alpha)$ بیشینه باشد.

در درس ریاضی در مبحث کاربرد مشتق خواهید دید برای آن که بیشینه و کمینه بودن یک تابع را مشخص کنیم مشتق آن را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم. از این رو مشتق عبارت فوق را به دست می‌آوریم:

$$-\sin \alpha + \frac{3}{4} \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{4} \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$$



حداقل نیروی F که باعث بلند شدن جسم از سطح می‌شود هنگامی رخ می‌دهد که مؤلفه قائم F نیروی وزن را خنثی کند و نیروی عمودی

۱۰- گزینه ۱

$$F \sin \alpha = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{\sin \alpha}$$

تکیه‌گاه صفر شود.

قانون سینوس‌ها: هرگاه برآیند ۳ نیرو صفر شود بین اندازه‌های آن‌ها و سینوس زاویه

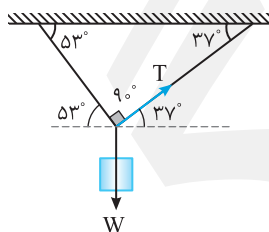
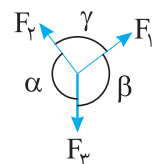
۱۱- گزینه ۲

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

بین آن‌ها رابطه زیر برقرار است:

به کمک قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:

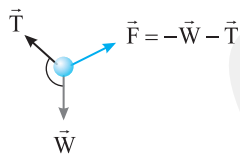
$$\frac{T}{\sin(90^\circ + 53^\circ)} = \frac{W}{\sin 90^\circ} \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{W}{0.6} \Rightarrow W = 10 \text{ N}$$



مطابق شکل روبه‌رو بر گلوله نیروی وزن رو به پایین و نیروی کشش نخ در امتداد نخ وارد می‌شود که با

۱۲- گزینه ۳

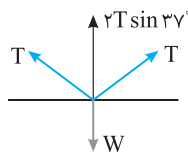
هم زاویه می‌سازند و نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کرده و گلوله در تعادل بمانند. از این رو حداقل یک نیروی دیگر مانند F لازم است تا هم‌اندازه و در خلاف جهت برآیند T و W باشد تا آن‌ها را خنثی کند، بنابراین حداقل سه نیرو بر جسم وارد می‌شود.



۱۳- گزینه ۱



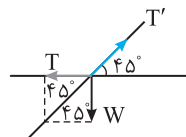
گزینه (۲): $T = W$



گزینه (۱): $F_{net y} = 0 \Rightarrow 2T \sin 37^\circ = W \Rightarrow T = \frac{W}{1/2}$

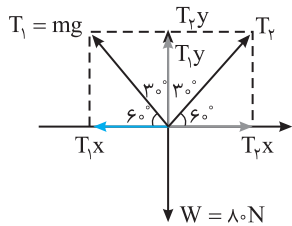


گزینه (۴): در طول نخ کشش یکسان است. $T = W$



گزینه (۳): $\tan 45^\circ = \frac{T}{W} \Rightarrow T = W$

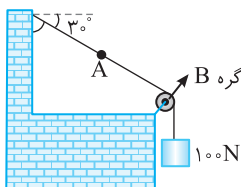
در شکل گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴)، $T = W$ است، بنابراین کمترین مقدار کشش نخ در شکل گزینه (۱) است.



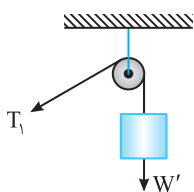
۱۴- گزینه ۴ چون دستگاه در تعادل است کشش نخ که از روی قرقه می‌گذرد برابر $T_1 = Mg$ است. از طرفی $\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$\begin{cases} F_{net_x} = 0 \Rightarrow T_1 \cos 60^\circ = T_2 \cos 60^\circ \Rightarrow T_1 = T_2 \\ F_{net_y} = 0 \Rightarrow T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 60^\circ = 80 \Rightarrow 2T_1 \sin 60^\circ = 80 \Rightarrow T_1 = \frac{80}{\sqrt{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ N} \end{cases}$$

$$T_1 = Mg \Rightarrow \frac{80\sqrt{3}}{3} = 1 \cdot M \Rightarrow M = \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ kg}$$



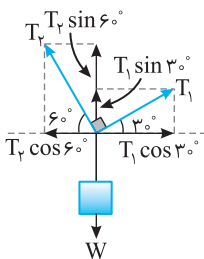
۱۵- گزینه ۲ نیروی کشش نخ برابر وزن است و در طول نخ همگن با جرم ناچیز مقدار ثابتی است. $T = mg = 100 \text{ N}$



۱۶- گزینه ۱ با توجه به این که وزنه‌ها در حال تعادلند، داریم:

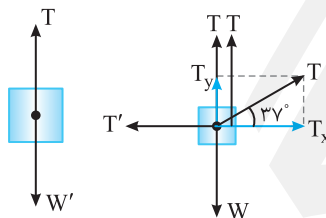
$$W' : T_1 - W' = 0 \Rightarrow T_1 = W' \Rightarrow T_1 = 2 \text{ N}$$

هنگامی که اجسام در حال تعادلند، برآیند نیروهای وارد بر آنها صفر است.



$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow T_1 \cos 30^\circ - T_2 \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} W' - \frac{1}{2} T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = \sqrt{3} W'$$

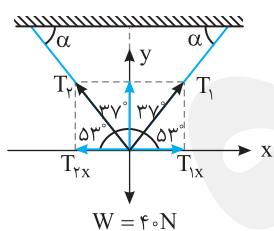
$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 60^\circ - W = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} W' + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} W' = W \Rightarrow 2W' = W \Rightarrow \frac{W}{W'} = 2 \Rightarrow \frac{W}{2} = 2 \Rightarrow W = 4 \text{ N}$$



۱۷- گزینه ۳ با توجه به شکل برای W' می‌توان نوشت:

$$W' = T$$

$$W = T + T + T \sin 37^\circ \Rightarrow W = 2/6 T, \quad \frac{W}{W'} = \frac{2/6 T}{T} = 2/6$$

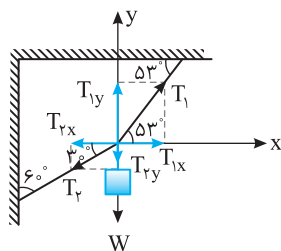


۱۸- گزینه ۲ جسم در تعادل است. پس:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_{net_x} \Rightarrow T_1 \cos 53^\circ = T_2 \cos 53^\circ \Rightarrow T_1 = T_2 \\ F_{net_y} \Rightarrow 2T_1 \sin 53^\circ = W \Rightarrow 2T_1 \sin 53^\circ = W \end{cases}$$

$$T_1 = \frac{W}{2 \sin 53^\circ} = \frac{40}{2 \times 4/5} = 25 \text{ N}$$

۱۹- گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در حال تعادل است:



$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow T_{1x} = T_{2x} \Rightarrow T_1 \cos 53^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

$$T_1 \times 4/5 = T_2 \times 3/4 \Rightarrow T_2 = \frac{16}{15} T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{60}{15} T_1$$

کشش T_1 بزرگ‌تر از T_2 است بنابراین کشش T_1 می‌تواند ۸۵ N باشد، اگر کشش T_2 برابر ۸۵ N شود، کشش

$$T_2 = \frac{60}{15} \times 85 \Rightarrow T_2 = 60 \text{ N}$$

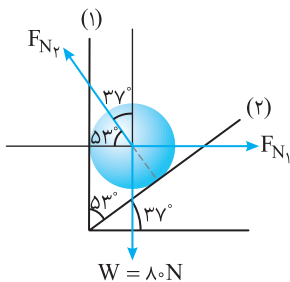
از T_1 ۸۵ N بیشتر و نخ پاره می‌شود. بنابراین:

برآیند نیروها روی محور yها نیز صفر است از این‌رو:

$$T_1 \sin 53^\circ - W - T_2 \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow 85 \times 4/5 - 60 \times 1/2 = W \Rightarrow W = 38 \text{ N}$$

با توجه به شکل روبه‌رو و رسم نیروها، مسأله به کمک قانون سینوس‌ها به راحتی قابل حل است.

۲۰- گزینه ۳

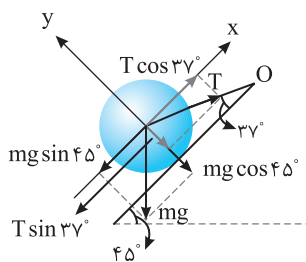


$$\frac{W}{\sin(90^\circ + 37^\circ)} = \frac{F_{N1}}{\sin(90^\circ + 53^\circ)} \Rightarrow \frac{\lambda \cdot N}{\cos 37^\circ} = \frac{F_{N1}}{\cos 53^\circ} \Rightarrow \frac{\lambda \cdot N}{0.8} = \frac{F_{N1}}{0.6} \Rightarrow F_{N1} = 6 \cdot N$$

نیروهای وارد بر کره را رسم کرده و روی محورهای X و Y مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. جسم در

۲۱- گزینه ۳

تعداد است و باید برابری نیروهای وارد بر جسم صفر شود.



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{net_x} = 0 \Rightarrow mg \sin 45^\circ = T \cos 37^\circ$$

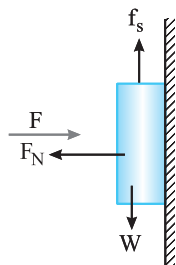
$$40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = T \times \frac{4}{5} \Rightarrow T = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

شکل مسأله را رسم می‌کنیم. جسم ساکن و در تعادل است. بنابراین:

۲۲- گزینه ۴

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow W = f_s \Rightarrow f_s = 120 \text{ N}$$

از طرفی نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی F است و می‌توان نوشت:

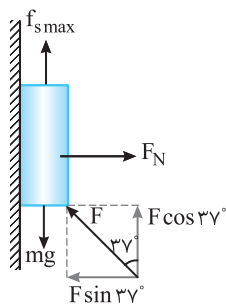


$$f_s = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} 120 = \frac{1}{4} \times F \Rightarrow F = 480 \text{ N}$$

حداقل نیروی F وقتی است که جسم بخواهد به پایین بلغزد در این صورت اصطکاک ایستایی رو

۲۳- گزینه ۴

به بالا است.



$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = f_{s \max} + F \cos 37^\circ$$

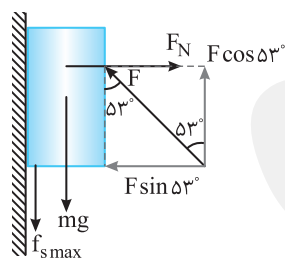
$$\xrightarrow{F_N = F \sin 37^\circ} mg = \mu_s F \sin 37^\circ + F \cos 37^\circ$$

$$110 = 0.5 \times F \times \frac{3}{4} + F \left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow F = \frac{110}{1.1} = 100 \text{ N}$$

بیشترین مقدار F در حالتی است که جسم در آستانه حرکت رو به بالا قرار گیرد. در این حالت نیروی

۲۴- گزینه ۲

وزن mg و نیروی اصطکاک ایستایی آستانه حرکت (fs max) رو به پایین‌اند. با توجه به شکل:



$$F_N = F \sin 53^\circ, \quad F \cos 53^\circ = mg + f_{s \max}$$

$$F \cos 53^\circ = mg + \mu_s F_N \Rightarrow F \cos 53^\circ = mg + \mu_s F \sin 53^\circ$$

$$\frac{4}{5} F = 20 + \frac{3}{5} F \Rightarrow F = \frac{20}{\frac{1}{5}} = 100 \text{ N}$$

فصل سوم

نوسان و امواج



برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش
و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

فصل ۳ نوسان و امواج

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینه ۴ هر سه حرکت دوره‌ای است زیرا در زمان‌های یکسان چرخه تکرار می‌شود.

۲- گزینه ۱ حرکت هماهنگ ساده یک حرکت رفت و برگشت روی خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر است که هیچ‌یک از حرکت‌های بیان شده این ویژگی را ندارد.

۳- گزینه ۳ نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای و یا غیر دوره‌ای باشند و گزینه (۱) نادرست است. معادله حرکت هماهنگ ساده می‌تواند به صورت‌های مختلف از جمله $x = A \cos \omega t$ یا $x = A \sin \omega t$ باشد و گزینه (۲) نادرست است. به نوسان‌های سینوسی حرکت هماهنگ ساده گویند که معادله حرکت آن‌ها کسینوسی یا سینوسی است که به‌طور عمومی آن‌ها را تابع سینوسی گویند و گزینه (۳) درست است. در نتیجه قطعاً گزینه (۴) نادرست است.

۴- گزینه ۴ شکل (ب) و (ت) نمودارهای سینوسی و کسینوسی هستند که به آن‌ها به‌طور عمومی تابع سینوسی می‌گویند و مربوط به حرکت هماهنگ ساده هستند.

۵- گزینه ۳ در حرکت هماهنگ ساده، یک نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

۶- گزینه ۳ هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی وارد بر آن صفر است. بنابراین هنگامی که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۷- گزینه ۳ در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۸- گزینه ۲ سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x = +A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.

۹- گزینه ۴ در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر از دامنه به سوی مرکز نوسان در حرکت است، سرعتش در حال افزایش است، در این صورت ممکن است سرعت نوسانگر مثبت و یا منفی باشد.

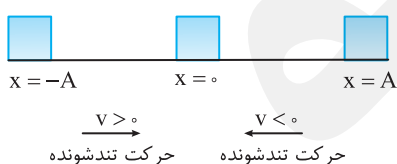
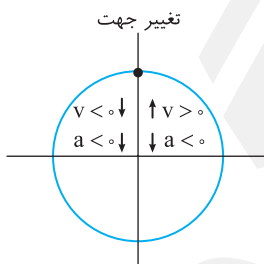
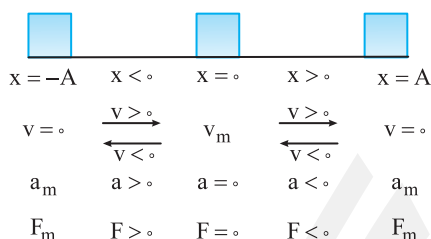
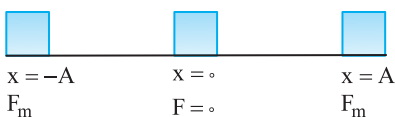
۱۰- گزینه ۲ در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم علامت نیستند و هرگاه شتاب مثبت است، مکان الزاماً منفی است.

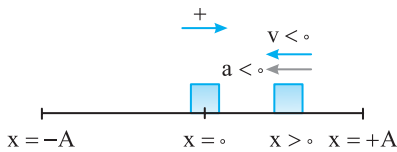
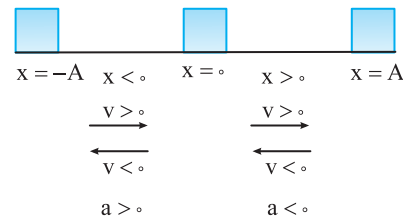
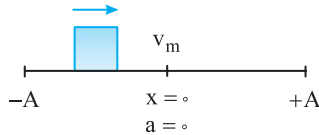
۱۱- گزینه ۴ حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است.

هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب عوض می‌شود و در مرکز نوسان شتاب صفر و در دو انتهای مسیر شتاب بیشینه است.

۱۲- گزینه ۲ دو انتهای مسیر نوسان ($x = \pm A$) را که در آن‌جا تندی نوسانگر صفر می‌شود و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را نقطه بازگشت می‌گویند. در این نقاط تندی صفر است اما شتاب نوسانگر بیشینه است زیرا نیروی خالص برگرداننده وارد بر نوسانگر در این نقاط بیشینه است.

۱۳- گزینه ۴ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینه (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم جهت هستند، پس گزینه (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود، در حالی که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.





۱۴- گزینه ۳ در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر به مبدأ نزدیک می‌شود، تندی در حال افزایش است اما به دلیل کاهش نیروی خالص وارد بر نوسانگر شتاب کاهش می‌یابد و گزینه (۳) درست است.

۱۵- گزینه ۴ در حرکت هماهنگ ساده، شتاب نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است و هنگامی که نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار دارد شتاب منفی و هنگامی که نوسانگر در مکان‌های منفی قرار دارد شتاب مثبت است. اما علامت شتاب و سرعت با هم رابطه‌ای ندارند. یعنی وقتی شتاب مثبت است، سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد.

۱۶- گزینه ۳ مکان مثبت است و مطابق شکل برای آن که حرکت تندشونده باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان باشد بنابراین سرعت منفی و چون حرکت تندشونده است شتاب نیز منفی است البته می‌دانیم که مکان و شتاب هم علامت نیستند و هرگاه مکان مثبت است قطعاً شتاب منفی است.

۱۷- گزینه ۴ جسم در حال حرکت به سمت نقطه بازگشت و تندی آن در حال کاهش است پس، حرکت آن کندشونده و نیروی وارد بر آن در خلاف جهت محور X ها است زیرا در حرکت هماهنگ ساده علامت نیروی خالص همواره خلاف علامت مکان است.

۱۸- گزینه ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب، و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در هر دوره شتاب و نیرو، دو بار صفر می‌شود.

۱۹- گزینه ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازه $\frac{T}{2}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.

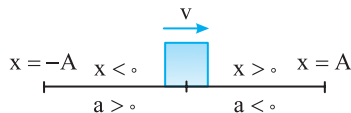
۲۰- گزینه ۲ در هر دوره نوسانگر دو بار از $x = +\frac{A}{2}$ عبور می‌کند در واقع در هر دوره متحرک دو بار از هر نقطه بین $-A$ تا A می‌گذرد.

۲۱- گزینه ۲ نوسانگر دو بار در $x = +\frac{A}{2}$ و دو بار در $x = -\frac{A}{2}$ در هر دوره قرار می‌گیرد پس در هر دوره ۴ بار فاصله نوسانگر از $x = 0$ برابر $\frac{A}{2}$ می‌شود.

۲۲- گزینه ۳ تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطه تعادل بیشینه یعنی v است از این رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل روبه رو در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{3}$ می‌شود.

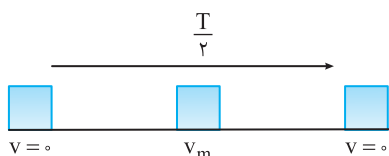
۲۳- گزینه ۴ نتیجه: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{1}{n} v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

۲۴- گزینه ۴ در گذر از مبدأ (نقطه تعادل) بردار مکان تغییر علامت می‌دهد اما بردار سرعت تغییر جهت نداد در صورتی که شتاب تغییر جهت می‌دهد.



۲۴- گزینه ۱ با یک تناسب ساده مسأله قابل حل است.

$$\frac{N=40}{\text{نوسان ۱}} \quad \left| \begin{array}{l} t=20s \\ T=? \end{array} \right. \Rightarrow T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{20}{40} = 0.5s$$



۲۵- گزینه ۳ هرگاه نوسانگر در انتهای مسیر باشد سرعت آن صفر است. در بازه زمانی $\frac{T}{2}$ نوسانگر به

$$\frac{T}{2} = 0.1 \Rightarrow T = 0.2s$$

انتهای دیگر مسیر می‌رسد و سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0.2} \Rightarrow f = 5Hz$$

۲۶- گزینه ۳ نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد، بنابراین 200 بار گذر از مرکز نوسان به معنای 100 دوره است. در مدت 5 ثانیه 100 دوره اتفاق

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0.05} \Rightarrow f = 20Hz$$

افتاده است. در این صورت یک دوره برابر با $\frac{5}{100} = 0.05$ ثانیه خواهد بود.

۲۷- گزینه ۳ نوسانگر در هر نوسان کامل، 2 بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. با توجه به این که نوسانگر در طول یک دقیقه 120 بار طول پاره‌خط را طی کرده،

بنابراین تعداد نوسانات در یک دقیقه برابر با 60 است. در نتیجه دوره نوسان برابر با $1s$ ($T = \frac{60}{N} = \frac{60}{60}$) است. در مدت $4s$ نوسانگر 4 نوسان انجام می‌دهد. بنابراین

8 بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. در نتیجه مسافت طی شده برابر با $8 \times 2 = 16cm$ است.

$$N_1 = \frac{t}{T_1} \Rightarrow N_1 = \frac{6}{1/5} = 4$$

۲۸- گزینه ۲ تعداد نوسان‌های اولی را به دست می‌آوریم:

$$N_2 = \frac{t}{T_2} \Rightarrow 3 = \frac{6}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2s$$

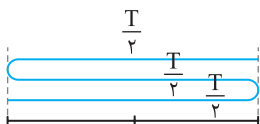
تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_2 = 4 - 1 = 3$ است و دوره آن برابر است با:

۲۹- گزینه ۴ با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای و دوره:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow \omega = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{1}{4} T_B, \quad T = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{T_B}{T_A} = 4 \Rightarrow f_A = 4f_B$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.5s$$

۳۰- گزینه ۳ ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:



نوسانگر با گذشت هر $\frac{T}{2}$ به نقطه بازگشت می‌رسد.

$$\Delta t_1 = \frac{0.5}{2} = 0.25s, \quad \Delta t_2 = 2 \times \frac{0.5}{2} = 0.5s, \quad \Delta t_3 = 3 \times \frac{0.5}{2} = 0.75s, \quad \Delta t_4 = 4 \times \frac{0.5}{2} = 1s$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳۱- گزینه ۲ دوره نوسان 36% کاهش یافته بنابراین دوره جدید برابر است با:

$$T_2 = T_1 - \frac{36}{100} T_1 = \frac{64}{100} T_1 = \frac{16}{25} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{16}{25} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{\Delta f}{f_1} \times 100 = \frac{25}{16} \frac{f_1 - f_1}{f_1} \times 100 = \frac{9}{16} \times 100 = 56.25\%$$

حال درصد تغییرات برابر است با:

بنابراین بسامد 56.25% افزایش یافته است.

برای بسامد زاویه‌ای ($\omega = 2\pi f$) نیز داریم:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_1} \times 100 = \frac{2\pi f_2 - 2\pi f_1}{2\pi f_1} \times 100 = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \times 100 = 56.25\%$$

۳۲- گزینه ۲ دامنه $A = 0.05m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f = 40\pi rad/s$ است بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = 0.05 \cos 40\pi t$$

۳۳- گزینه ۲ طول پاره‌خط مسیر $20cm$ است از این رو دامنه حرکت یعنی بیشینه فاصله از نقطه تعادل $A = 10cm$ می‌شود. هر دو بار طی پاره‌خط برابر یک

نوسان است بنابراین نوسانگر در مدت $10s$ ، $N = \frac{20}{2} = 10$ نوسان انجام می‌دهد و دوره برابر است با:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{10}{10} \Rightarrow T = 1s, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega = 2\pi rad/s$$

$$x = 0.1 \cos 20\pi t$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

۳۴- گزینه ۱ دوره حرکت را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow t = NT \Rightarrow t = 5 \times 0.4 = 2 \text{ s}$$

نوسانگر در ۰.۴/س یک نوسان انجام می دهد و ۵۰ نوسان را در مدت:

۳۵- گزینه ۱ کافی است زمان داده شده را در معادله حرکت جای گذاری کنیم. البته باید مثلثات نیز بلد باشیم.

$$x = 0.2 \cos 2\pi t \xrightarrow{t=1.5} x = 0.2 \cos \frac{2\pi}{6} = 0.2 \cos \left(\frac{18\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} \right) \Rightarrow x = 0.2 \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow x = 0.2 \cos \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow x = -0.2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = -0.1 \text{ m} = -1 \text{ cm}$$

۳۶- گزینه ۱ نوسانگر در لحظه t در دامنه (x=A) قرار دارد پس می توان لحظه t را زمان شروع حرکت نوسانگر در نظر گرفت و معادله نوسانگر نیز برابر

$$x = A \cos \omega t' \quad \text{قرار دارد که } t' \text{ زمان پس از } t \text{ است. حال با قرار دادن } t' = \frac{2T}{3} \text{ مکان نوسانگر در لحظه } t' \text{ را به دست می آوریم:}$$

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{2T}{3} \Rightarrow x = A \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{A}{2}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \xrightarrow{t_2=2t_1} \omega t_2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = +\frac{A}{2}$$

۳۷- گزینه ۲ با توجه به فرض مسأله:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 0 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times 2 \Rightarrow \cos \frac{4\pi}{T} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 8 \text{ s}$$

۳۸- گزینه ۲ در لحظه t=2s مکان متحرک x=0 شده است از این رو:

روش دیگر: نوسانگر ابتدا در مکان +A بوده و پس از 2s به مکان x=0 می رود زمان حرکت از A تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است. بنابراین:

$$\frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8 \text{ s}$$

۳۹- گزینه ۴ ذره در هر دوره ۱۶cm مسافت طی کرده بنابراین دامنه برابر است با:

$$4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

مکان ذره در t=0.5s برابر $x = +2\sqrt{3} \text{ cm}$ است از این رو:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{100} = 0.04 \cos \omega \left(\frac{5}{100} \right) \Rightarrow \cos \frac{5}{100} \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{5}{100} \omega = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$x = 0.04 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

معادله حرکت خواهد شد:

$$-\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\omega t = \frac{2\pi}{3}, \omega t = \frac{4\pi}{3} \right)$$

۴۰- گزینه ۳ کافی است در معادله حرکت، مکان $x = -\frac{A}{2}$ را قرار دهیم.

$$\omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{3}$$

در صورت سؤال کمترین زمان پس از t=0 خواسته شده است از این رو:

۴۱- گزینه ۳ طول پاره خط ۴cm است بنابراین دامنه مطابق شکل برابر ۲cm است:

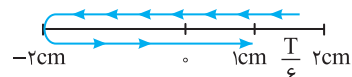


$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos \left(\frac{5\pi}{6} t \right)$$

حال زمانهایی که نوسانگر از x=1cm عبور می کند را به دست می آوریم:

$$0.1 = 0.2 \cos \left(\frac{5\pi}{6} t \right) \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{6} t = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{5} \text{ s}, \frac{5\pi}{6} t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{2}{5} \text{ s}$$

بنابراین پس از 2s برای دومین بار از x=1cm عبور می کند.



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} = 2.4 \text{ s}$$

حل به کمک بازه های زمانی شناخته شده:

$$\Delta t = T - \frac{T}{6} = \frac{5T}{6} \quad T = \frac{12}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{5 \times 12}{6 \times 5} = 2 \text{ s}$$

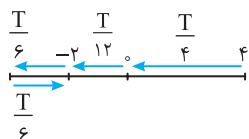
با توجه به شکل زمان حرکت خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{25} \text{ s}$$

۴۲- گزینه ۴ دامنه حرکت ۴cm و دوره برابر است با:

$$x = 0 \text{ تا } x = \frac{T}{4}, x = 0 \text{ تا } A = 4 \text{ cm}$$

با توجه به بازه های زمانی شناخته شده از $x = 0$ تا $x = -\frac{A}{2} = -2 \text{ cm}$ طول می کشد.



$$\Delta t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{75} \text{ s} \quad \text{بار دوم: } \Delta t_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \xrightarrow{T=\frac{1}{25} \text{ s}} \Delta t_2 = \frac{2}{75} \text{ s}$$

$$x = -A \Rightarrow \cos 10\pi t = -1 \Rightarrow 10\pi t = \pi \Rightarrow t = 0.1 \text{ s}$$

در نقاط بازگشت یعنی در مکان‌های $x = \pm A$ سرعت صفر می‌شود. بنابراین:

۲ - گزینه ۴۳

نقاط بازگشت مکان‌های $x = \pm A$ هستند از این‌رو:

۴ - گزینه ۴۴

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm 1 \Rightarrow \omega t = k\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = k\pi \Rightarrow t = k \frac{T}{2}$$

هنگام گذر متحرک از مرکز ($x = 0$) تندی ذره بیشینه می‌شود.

۲ - گزینه ۴۵

$$x = 0 \Rightarrow \cos \omega t = 0 \Rightarrow \omega t = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{k}{2} T + \frac{T}{4} \Rightarrow t = (2k+1) \frac{T}{4}$$

که k عدد صحیح می‌باشد. یعنی زمان باید مضرب فرد $\frac{T}{4}$ باشد.

$$t_1 = 2T = 8 \frac{T}{4} \Rightarrow t_1 \text{ مضرب فرد نیست.}$$

اکنون زمان‌های داده شده را بررسی می‌کنیم.

$$t_2 = 3/5 T = 1.4 \times \frac{T}{4} \Rightarrow t_2 \text{ مضرب زوج } \frac{T}{4} \text{ است.} \quad t_3 = 5/25 T \Rightarrow t_3 = 2 \times \frac{T}{4} \Rightarrow t_3 \text{ مضرب فرد } \frac{T}{4} \text{ است.}$$

بنابراین در t_3 تندی بیشینه است.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) = \omega \times 1 = \omega$$

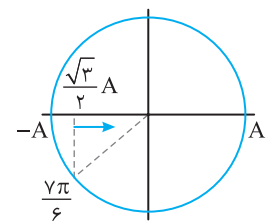
تغییر شناسه تابع کسینوس برابر است با:

۴ - گزینه ۴۶

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \omega \left(\frac{1}{12}\right) = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \omega = 12\pi, \quad \omega = 2\pi f = 12\pi \Rightarrow f = 6 \text{ Hz}$$

تغییر شناسه تابع کسینوس برابر است با:

۱ - گزینه ۴۷



مکان نظیر این کمان را مشخص می‌کنیم مطابق شکل کمان در ربع سوم است و نوسانگر دارای

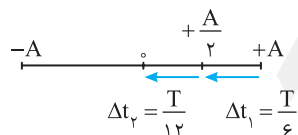
۳ - گزینه ۴۸

مکان منفی، سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است و حرکت نوسانگر تندشونده است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ - گزینه ۴۹

حرکت هماهنگ ساده حرکت سینوسی است که مکان آن به صورت تابعی کسینوسی یا سینوسی از زمان بیان می‌شود بنابراین گزینه (۳) حرکت

هماهنگ ساده نمی‌باشد.



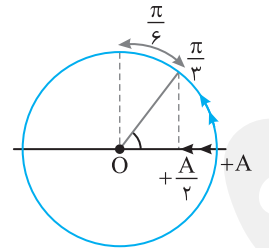
$$\Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2$$

روش دیگر: استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوسی) و دایره مثلثاتی (مرجع) است. از $+A$ تا $+A/2$ فاز

حرکت $\frac{\pi}{3}$ رادیان و از $+A/2$ تا $x = 0$ فاز حرکت $\frac{\pi}{6}$ تغییر می‌کند. از این‌رو:

۳ - گزینه ۵۰

با توجه به بازه زمانی شناخته شده خواهیم داشت:

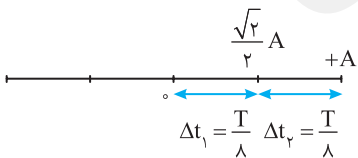


$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6} \\ \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2$$

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده

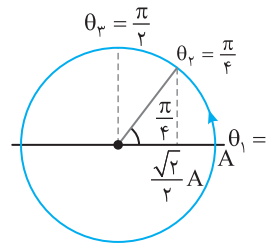
۲ - گزینه ۵۱

بنابراین:



$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

روش دایره مثلثاتی (مرجع): زمان از $+A$ تا $+A/2$ و از $+A/2$ تا $x = 0$ را حساب می‌کنیم.

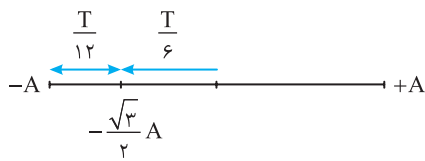


$$x = +A \Rightarrow \theta = 0, \quad x = 0 \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{2}, \quad x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{4}$$

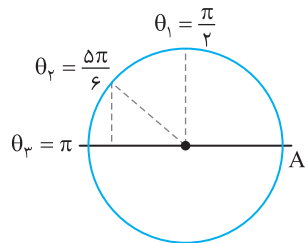
$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{4} - 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{8}$$

$$\omega t_3 - \omega t_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{8}$$

۵۲- گزینه ۳ روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



$$\Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}} = 2$$



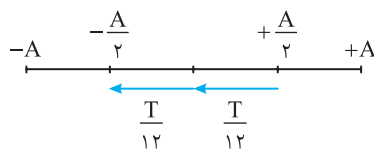
روش مثلثاتی (دایره مرجع):

کمان‌های مثلثاتی معادل $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و $x = 0$

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \pi - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}} = 2$$

۵۳- گزینه ۱ کمترین زمان یعنی نوسانگر بدون تغییر جهت از $+\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ رفته است و با



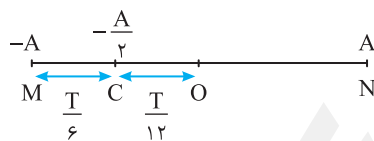
توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت.

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{0}{1} = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 0.6s$$

روش دایره مثلثاتی: حل به عهده دانش‌آموز

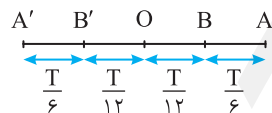
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.2}{1.2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

۵۴- گزینه ۳ مشخص می‌کنیم $0.2s$ چه کسری از دوره $(T = 1/2s)$ است.



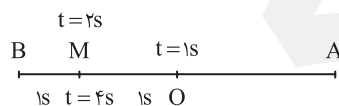
با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از دامنه $(-A)$ تا نصف $(-\frac{A}{2})$ برابر $\frac{T}{6}$ است یعنی

نقطه C وسط O و M است بنابراین $MC = OC$.



۵۵- گزینه ۱ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$t_{B \rightarrow O} = \frac{T}{12} = \frac{1}{300} \Rightarrow T = \frac{4}{100} s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 25 Hz$$



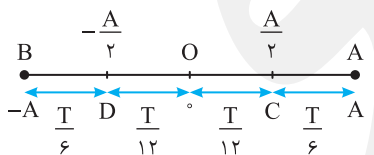
۵۶- گزینه ۳ نوسانگر از O تا M را در مدت $(2-1=1s)$ و از M تا B را نیز در مدت $(\frac{4}{2}-2=1s)$

طی کرده است. یعنی از O تا B را در مدت $(1+1=2s)$ طی کرده است بنابراین دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8s$$

۵۷- گزینه ۱ راه حل اول: سریع‌ترین راه حل استفاده از بازه‌های زمانی است که در درسنامه گفتیم

به‌خاطر بسپارید:



$$D \text{ تا } C: t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1$$

$$B \text{ تا } D: t_2 = \frac{T}{6}$$

راه حل دوم: معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ می‌باشد. در نقطه C متحرک در فاصله

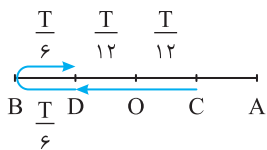
$\frac{A}{2}$ از مرکز تعادل ($x = 0$) قرار دارد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos \omega t_C \Rightarrow \cos \omega t_C = \frac{1}{2} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} t_C = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_C = \frac{T}{6}$$

بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{6}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

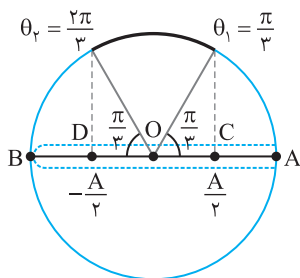
$$t_{C \rightarrow O} = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$$

به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز $\frac{T}{12}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{6}$ خواهد بود از این رو:



$$t_{C \rightarrow D} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6}, t_{D \rightarrow B} = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_{C \rightarrow D}}{t_{D \rightarrow B}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{6}} = 1$$

راه حل سوم: استفاده از دایره مثلثاتی کمان متناظر $\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ را روی دایره مشخص می کنیم. اکنون می توان نوشت:



$$\omega t_D - \omega t_C = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\omega t_B - \omega t_D = \pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega(t_2) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{6}$$

دقت کنید تغییر شناسه تابع کسینوسی با زمان رابطه خطی دارد. یعنی شناسه تابع کسینوسی در زمان های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در مسأله بالا در جابه جایی از $+\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ بوده و در جابه جایی از

$-\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ است، بنابراین این دو جابه جایی در مدت زمان یکسان طی می شود.

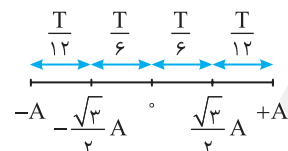
۵۸- گزینه ۳ راه حل اول: اگر معادله حرکت نوسانگر را $x = A \cos \omega t$ بگیریم مدت زمانی که طول می کشد بدون تغییر جهت نوسانگر از $+A$ به

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$$

مدت زمانی که نوسانگر از $+A$ به $-A$ می رسد برابر $\frac{T}{2}$ است، بنابراین مدت زمانی که نوسانگر از $+\frac{\sqrt{3}}{2} A$ به $-A$ می رسد برابر $\frac{T}{2} - t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{12} = \frac{5T}{12}$

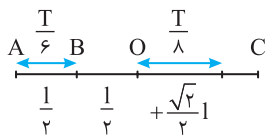
$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{5T/12}{T/12} = 5$$

می باشد، پس $\Delta t_1 = t_1 = \frac{T}{12}$ است و $\Delta t_2 = \frac{5T}{12}$ می باشد.



$$\Delta t_1 = \frac{T}{12}, \Delta t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 5$$

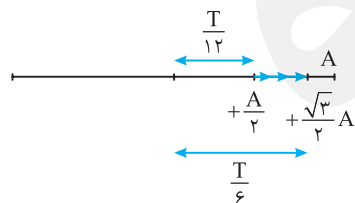
راه حل دوم: با توجه به بازه های زمانی شناخته شده داریم:



$$\frac{T}{6} = \epsilon \Rightarrow T = 3\epsilon s$$

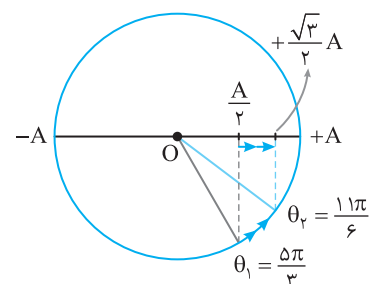
$$\frac{T}{8} = \frac{3\epsilon}{8} = \epsilon / \delta s$$

زمان حرکت از O تا $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$ برابر است با:



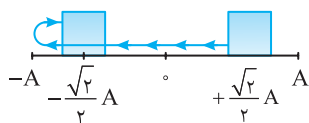
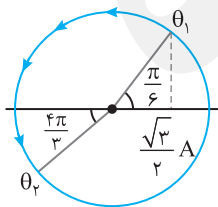
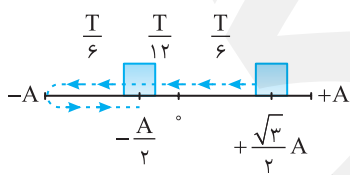
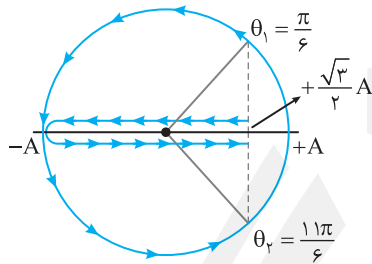
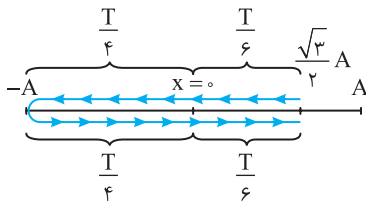
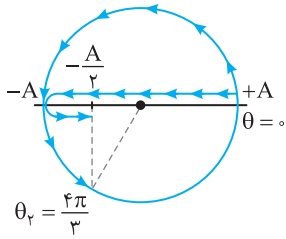
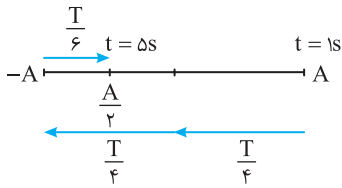
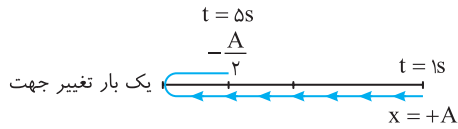
$$\Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$$

۶۰- گزینه ۴ راه حل اول: روش استفاده از بازه های زمانی شناخته شده



راه حل دوم: روش دایره مثلثاتی: روی محور کسینوس ها مکان ها را مشخص کرده و کمان مربوط به هر مکان را مشخص می کنیم مطابق شکل نوسانگر از $+\frac{A}{2}$ به $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$ رفته یعنی کمان از $\frac{5\pi}{3}$ به $\frac{11\pi}{6}$ تغییر کرده

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{11\pi}{6} - \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$



۶۱- گزینه ۲ مسیر حرکت را رسم می کنیم.

با مقایسه بازه های زمانی روی مسیر با بازه های شناخته شده مسیر زمان را به دست می آوریم:

$$\Delta - 1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow 4 = \frac{2T}{3} \Rightarrow T = 6s$$

حل به کمک دایره مثلثاتی (دایره مرجع): روی دایره، کمان نظیر هر مکان را مشخص می کنیم. کمان مکان $-\frac{A}{2}$ در ربع سوم است زیرا نوسانگر یک بار تغییر جهت داده است.

$$\omega(t_2 - t_1) = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(\Delta - 1) = \frac{4\pi}{3} - 0 \Rightarrow T = 6s$$

۶۲- گزینه ۱ مسیر حرکت را رسم می کنیم و بازه های زمانی مسیر را با بازه های شناخته شده

مقایسه می کنیم. نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ به سمت مرکز رفته سپس در نقطه بازگشت $x = -A$ تغییر جهت می دهد و به مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می رسد.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \xrightarrow{\Delta t = 1s} 1 = \frac{(2+3+3+2)}{12}T \Rightarrow T = 1/2s$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی (دایره مرجع):

کمان های نظیر $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ را با توجه به یک بار تغییر جهت روی دایره مثلثاتی مشخص می کنیم.

$$\omega(t_2 - t_1) = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times (1) = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = 1/2s$$

۶۳- گزینه ۳ در لحظه اول $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ و سرعت منفی پس نوسانگر در حال حرکت به سمت

نقطه تعادل می باشد و در لحظه دوم نیز مکان $x = -\frac{A}{2}$ می باشد و چون حرکت تندشونده است پس نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل است.

با توجه به بازه های شناخته شده داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} + 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{7T}{12}$$

حل با کمک دایره مثلثاتی: معادله مکان زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ است پس در لحظه t_1

کمان متناظر با $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ برابر $\frac{\pi}{6}$ است و چون در لحظه دوم t_2 برای دومین بار از $-\frac{A}{2}$ عبور

کردیم پس $A_2 = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ کمان متناظر با مکان در لحظه t_2 است.

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(\Delta t) = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{7}{12}T$$

۶۴- گزینه ۱ روش اول: استفاده از بازه های زمان شناخته شده:

$$\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{T}{2}$$

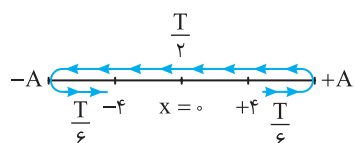
روش دوم: در لحظه t_1 مکان متحرک $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت منفی است پس جهت حرکت خلاف جهت محور X ها می باشد و در لحظه t_2 مکان متحرک در قسمت منفی قرار دارد اما جهت

حرکت به واسطه مثبت بودن سرعت در جهت محور X ها می باشد. بنابراین در لحظه t_1 نوسانگر اولین بار به $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ رسیده و در t_2 برای دومین بار از $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ عبور می کند.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{8} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t_2 \Rightarrow \omega t_2 = \pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{8} \end{cases}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{5T}{8} - \frac{T}{8} = \frac{4T}{8} = \frac{T}{2}$$

بنابراین:

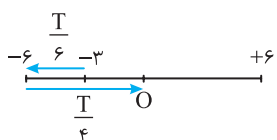


۶۵- گزینه ۱ دامنه برابر $\frac{16}{3} = 8 \text{ cm}$ است. با توجه به صورت مسأله مسیر حرکت را رسم کرده و زمان حرکت را با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{T + 2T + T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{6} \Rightarrow T = \frac{6}{5} \Delta t = \frac{6}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{5} \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ Hz}$$

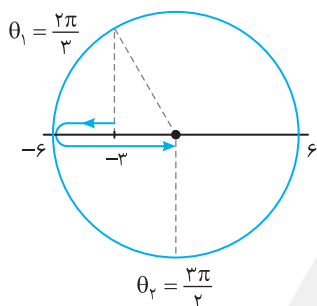
بسامد برابر است با:



۶۶- گزینه ۴ طول پاره‌خط 12 cm و دامنه برابر $A = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$ است. ذره 20 بار طول پاره‌خط را طی کرده از این رو 10 نوسان را در مدت 5 s انجام داده است و دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

ذره مکان -3 cm و شتاب آن در حال افزایش است بنابراین ذره مطابق شکل در لحظه t_1 به سوی انتهای مسیر در حرکت و در لحظه t_2 که بردار مکان تغییر جهت می‌دهد از نقطه O می‌گذرد بنابراین بازه زمانی بین t_1 و t_2 برابر است با:

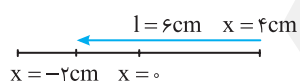
$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{12} \text{ s}$$


حل به کمک استفاده از دایره مثلثاتی: کمان نظیر مکان $x = -3 \text{ cm}$ و مکان $x = 0$ که در آنجا بردار مکان تغییر علامت می‌دهد و شتاب در حال افزایش است را مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} (t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{1}{6} \text{ s}$$

شتاب در حال افزایش است، $\Delta t = \frac{1}{6} \text{ s}$

۶۷- گزینه ۱ دامنه حرکت $A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$ است متحرک از $+4 \text{ cm}$ شروع به حرکت کرده پس از 2 ثانیه، 6 سانتی‌متر مسافت طی کرده یعنی به مکان $x = -2 \text{ cm}$ رسیده است.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2 = 2 \cos \omega (2) \Rightarrow \cos \omega (2) = -1 \Rightarrow \omega (2) = \pi \Rightarrow \omega = \frac{1}{2} \text{ rad/s}$$

$$x = 0 = 2 \cos \frac{1}{2} \pi t$$

معادله حرکت خواهد شد:

۶۸- گزینه ۲ کافی است مکان نوسانگر را در لحظه $t = 0$ و $t = 1/5 \text{ s}$ به دست آورده از هم کم کنیم:

$$x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0.2 \text{ m} \\ t_2 = 1/5 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{3}{5} \pi \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_2 - x_1 = 0 - 0.2 \Rightarrow \Delta x = -0.2 \text{ m}$$

۶۹- گزینه ۴ روش استفاده مستقیم از معادله حرکت:

$$t = 0 \Rightarrow x = 0.2 \text{ m}, \quad t = 1/5 \text{ s} \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{3\pi}{5} \Rightarrow x = 0$$

گام اول: در ابتدا و انتهای بازه مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

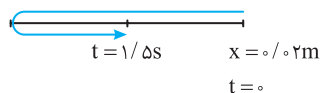
گام دوم: لحظه تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که نوسانگر در نقطه بازگشت است را به دست می‌آوریم:

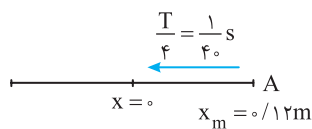
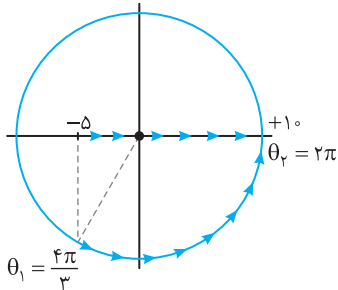
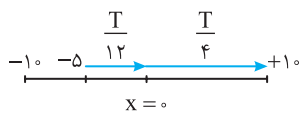
$$x = \pm A \Rightarrow \pm A = A \cos \pi t \Rightarrow \cos \pi t = \pm 1 \Rightarrow \pi t = k\pi \Rightarrow t = k$$

$$k = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ نوسان}, \quad k = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ s} \Rightarrow \text{لحظه تغییر جهت}, \quad k = 2 \Rightarrow t = 2 \text{ s} > 1/5 \text{ s}$$

بنابراین در بازه خواسته شده در لحظه $t = 1 \text{ s}$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

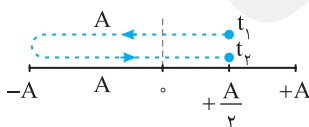
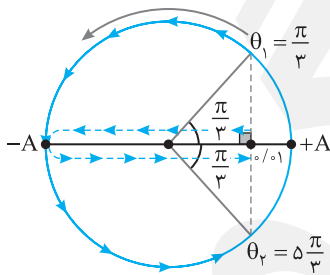
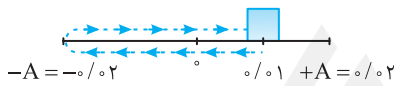
البته اگر مسیر حرکت را رسم کنیم مکان تغییر جهت مشخص می‌شود. مسافت طی شده را به راحتی به دست می‌آوریم و نیازی به گام دوم نبود.





$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{4}{10} \text{ s}$$

$$x_1 = 0.2 \cos \Delta\pi \times \frac{1}{15} \Rightarrow x_1 = 0.1 \text{ m}, \quad x_2 = 0.2 \cos \Delta\pi \times \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = 0.1 \text{ m}$$



۷۰- گزینه ۱ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از -5 cm تا $+1 \text{ cm}$ خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T+3T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{0.15}{3} = 0.05 \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{[1.0 - (-0.5)] \times 10^{-2}}{0.05} \Rightarrow v_{av} = 3 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط برابر است با:

روش مثلثاتی: کمان متناظر با مکان $x = 1.0 \text{ cm}$ و $x = -5 \text{ cm}$ را مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = 2\pi - \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = 0.05 \text{ s} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.15}{0.05} = 3 \text{ m/s}$$

$$A = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$$

۷۱- گزینه ۲ دامنه برابر است با:

$$x = 0 \text{ مکان } +A \text{ یعنی ذره از مکان } +A \text{ به مکان } x = 0 \text{ دوره برابر } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} \text{ s} \text{ بوده و } \Delta t = \frac{1}{4} \text{ برابر دوره است.}$$

$$s_{av} = \frac{0.12}{\frac{1}{4}} = 48 \text{ m/s}$$

رفته است و تندی متوسط خواهد شد:

۷۲- گزینه ۲ راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم:

با توجه به زمان‌های داده شده مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

در این صورت متحرک دو بار از مکان $x = 0.1 \text{ m}$ گذشته است که هر دو بار در بازه زمانی کوچک‌تر از

یک دوره $T = \frac{4}{10} \text{ s}$ صورت گرفته و مسیر مطابق شکل مقابل است:

$$l = 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.1 = 0.6 \text{ m} \Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0.6}{\frac{4}{15}} = \frac{0.9}{4} = \frac{9}{40} \text{ m/s}$$

راه حل دوم: ابتدا کمان‌های متناظر با t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم

$$\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{3}, \quad \theta_2 = \omega t_2 = \frac{5\pi}{3}$$

بنابراین متحرک از 0.1 m شروع به حرکت به سمت مرکز کرده و با یک بار تغییر جهت مجدد به 0.1 m خواهد رسید:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0.6}{\frac{4}{15}} = \frac{9}{40} \text{ m/s}$$

۷۳- گزینه ۳ در t_1 حرکت متحرک تندشونده است بنابراین نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز

تعدادل می‌باشد. بنابراین در t_1 نوسانگر به سمت مرکز در حال حرکت است و در t_2 نوسانگر به سمت دامنه

(+A) حرکت می‌کند. مدت زمان حرکت از $+A$ تا $x = 0$ برابر $\frac{T}{12}$ و از $x = 0$ تا دامنه $-A$ برابر $\frac{T}{4}$

است. بازه زمانی حرکت نوسانگر در این مسیر رفت و برگشت از $+A$ تا $+A$ برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3} \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{\omega}} \Delta t = \frac{4\pi}{3\omega}$$

همچنین در این مدت مسافت طی شده برابر است با:

$$l = \frac{A}{2} + A + A + \frac{A}{2} = 3A, \quad s_{av} = \frac{l}{t_2 - t_1} = \frac{3A}{\frac{4\pi}{3\omega}} \Rightarrow s_{av} = \frac{9A\omega}{4\pi}$$

۷۴- گزینه ۴ جابه‌جایی نوسانگر برابر است با:

$$\Delta x = +A - \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)A}{\sqrt{2}} \Rightarrow |\Delta x| = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)A = \frac{\sqrt{2}-1}{2} A$$

زمان حرکت از $+A$ تا $\frac{A}{\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{8}$ و از $+A$ تا $-\frac{A}{\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین زمان حرکت از $\frac{A}{\sqrt{2}}$ تا $-\frac{A}{\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{24}$ است. بزرگی سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{\frac{\sqrt{2}-1}{2} A}{\frac{T}{24}} \Rightarrow |v_{av}| = 12(\sqrt{2}-1) \frac{A}{T}$$

روش مثلثاتی: زمان حرکت از $\frac{A}{\sqrt{2}}$ تا $-\frac{A}{\sqrt{2}}$ را به کمک دایره مثلثاتی به دست می‌آوریم:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{24}$$

باقی راه حل شبیه روش قبلی است.

۷۵- گزینه ۱ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=2s$ تا $t=3s$ ، با توجه به دوره $T=4s$ مشخص است که اگر $\Delta t=1s$ باشد این مقدار ربع دوره است و نوسانگر در این مدت از مکان $+A$ به مکان $x=0$ می‌رود در واقع در لحظه $t=1s$ ذره در مکان $x=0$ و در لحظه $t=2s$ در مکان $x=-A$ و در لحظه $t=3s$ در مکان $x=0$ است. بنابراین مسافت طی شده در ثانیه سوم برابر $l=A=0.4m$ و در بازه $t=1s$ تا $t=3s$ برابر $l'=2A=0.8m$ است. از این‌رو:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad \frac{s_{av}}{s'_{av}} = 1$$

$$s'_{av} = \frac{l'}{\Delta t'} = \frac{0.8}{2} = 0.4 \text{ m/s}$$

۷۶- گزینه ۴ در t_1 سرعت نوسانگر مثبت است پس نوسانگر در لحظه t_1 در نقطه P قرار داشته و در حال حرکت به سمت $+A$ می‌باشد و در لحظه t_2 نیز چون سرعت مثبت است پس نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز (جهت مثبت محور x) می‌باشد.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} A - \frac{\sqrt{3}}{2} A = -\sqrt{3} A$$

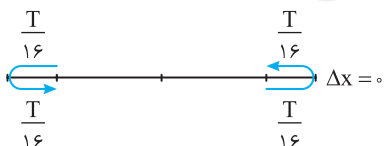
حال با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده Δt را نیز به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{2T}{3}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{3} A}{\frac{2T}{3}} = -\frac{3\sqrt{3} A}{2T}$$

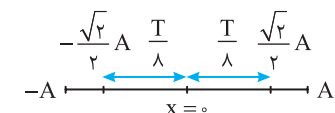
بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

۷۷- گزینه ۱ کمینه جابه‌جایی وقتی است که متحرک از یک نقطه از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت جابه‌جایی صفر می‌شود.



۷۸- گزینه ۴ زمان بیان شده $(\frac{T}{4})$ را به دو بازه یکسان $(\frac{T}{8})$ در دو طرف نقطه تعادل تقسیم می‌کنیم زیرا در این ناحیه سرعت بیشتر از انتهای مسیر بوده و جابه‌جایی بیشتر است. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، در مدت $\frac{T}{8}$ نوسانگر از مرکز به $\frac{\sqrt{2}}{2} A$ می‌رود از این‌رو:

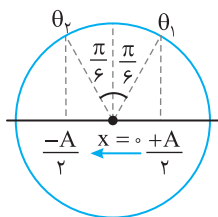
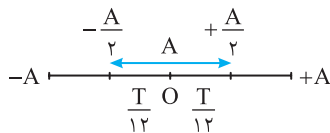
$$\Delta x = \frac{\sqrt{2}}{2} A + \frac{\sqrt{2}}{2} A = \sqrt{2} A \Rightarrow \Delta x = \sqrt{2} \times \frac{A}{2} \Rightarrow \Delta x = \sqrt{2} cm$$



۷۹- گزینه ۲ بیشینه سرعت متوسط وقتی است که در بازه ۰.۲s / بیشترین جابه‌جایی طی شود، از این رو باید این جابه‌جایی در دو طرف مرکز نوسان که تندی از بقیه نقاط بیشتر است صورت گیرد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5^\circ}{3} \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.12 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.2}{0.12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0.6}{0.2} = 3 \text{ m/s}$$

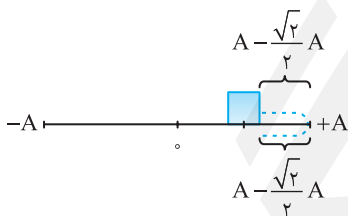
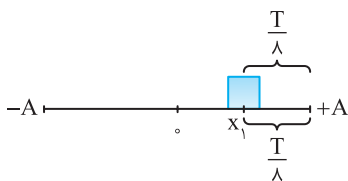
روش دایره مثلثاتی: در مدت ۰.۲s تغییر شناسه تابع کسینوسی (تغییر فاز) برابر است با:

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5^\circ\pi}{3} \times 0.2 = \Delta\theta = \frac{\pi}{3}$$

pi/3 باید به دو قسمت مساوی در دو طرف مبدأ تقسیم شود.

در این صورت $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ و $x_1 = +\frac{A}{2}$ و $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$ و $x_2 = -\frac{A}{2}$ خواهد بود و جابه‌جایی در مدت ۰.۲s برابر $+A = 0.6 \text{ m}$ می‌شود.

$$v_{av} = \frac{0.6}{0.2} = 3 \text{ m/s}$$



۸۰- گزینه ۲ کمترین اندازه سرعت متوسط برای زمانی است که نوسانگر از نقطه‌ای از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت سرعت متوسط برابر صفر می‌شود.

کمترین تندی متوسط هنگامی است که نوسان اطراف نقطه بازگشت ($v=0$) اتفاق افتد زیرا در این ناحیه سرعت کم و زمان طولانی‌تر از بقیه مسیر است، بنابراین نصف زمان نوسان را قبل از رسیدن به نقطه بازگشت در نظر گرفته و نیم دیگر زمان را بعد از گذر از نقطه بازگشت در نظر می‌گیریم.

$$x_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

$$l = 2(A - \frac{\sqrt{2}}{2} A) \Rightarrow s_{av} = \frac{A(2 - \sqrt{2})}{\frac{T}{4}} = \frac{4A(2 - \sqrt{2})}{T}$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

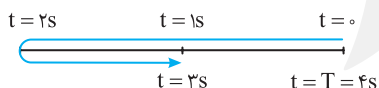
۸۱- گزینه ۴ در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x = \pm A$ ، نوسانگر تغییر جهت می‌دهد.

$$x = 0.4 \cos \frac{\pi}{2} t \xrightarrow{x = \pm A} \pm 0.4 = 0.4 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} t = \pm 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t = k\pi \Rightarrow t = 2k \begin{cases} k=0 \rightarrow t=0 \\ k=1 \rightarrow t=2\text{s} \\ k=2 \rightarrow t=4\text{s} \end{cases}$$

بازه بیان شده $(t = \frac{1}{3} \text{ s}$ تا $t = \frac{15}{4} \text{ s})$ بین صفر تا ۴s است و یک‌بار تغییر جهت رخ می‌دهد.

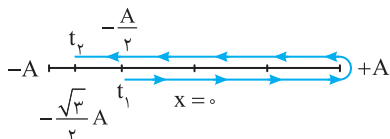
اما راه‌حل ساده‌تری وجود دارد. دوره را به دست می‌آوریم و مسیر را رسم می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$



بازه زمانی $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ تا $t = \frac{15}{4} \text{ s}$ بین صفر و ۴s است و در $t = 2\text{s}$ یک‌بار تغییر جهت رخ می‌دهد.

۸۲- گزینه ۱ با توجه به صورت مسأله، مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. متحرک در مکان $-\frac{A}{2}$ دارای



حرکت تند شونده است یعنی در حال حرکت به سوی نقطه تعادل است و برای رسیدن به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$

باید به انتهای مسیر برود ($+A$) و برگردد بنابراین نوسانگر در مکان $+A$ یک‌بار تغییر جهت می‌دهد و چون دوبار از مرکز نوسان می‌گذرد دو بار شتاب تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۱) درست است. یادمان باشد با هر بار گذر نوسانگر از مرکز نوسان، شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.

۸۳- گزینه ۳ شتاب در دو انتهای مسیر یعنی $x = \pm A$ ، بیشینه است. اکنون بررسی می‌کنیم در بازه $t = \frac{1}{12} s$ تا $t = \frac{1}{12} s$ چند بار مکان‌ها برابر $\pm A$ می‌شود.

$$x = A \cos \varphi \cdot \pi t \Rightarrow \pm A = A \cos \varphi \cdot \pi t \Rightarrow \cos \varphi \cdot \pi t = \pm 1 \Rightarrow \varphi \cdot \pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{\varphi}$$

بنابراین: بار دوم $k=2 \Rightarrow t = \frac{2}{\varphi} = \frac{6}{12} s$ ، بار اول $k=1 \Rightarrow t = \frac{1}{\varphi} = \frac{3}{12} s$ ، $k=0 \Rightarrow t=0$

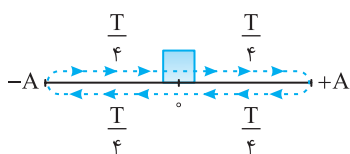
قابل قبول نیست $k=4 \Rightarrow t = \frac{4}{\varphi} = \frac{12}{12} s > \frac{1}{12} s$ ، بار سوم $k=3 \Rightarrow t = \frac{3}{\varphi} = \frac{9}{12} s$

۸۴- گزینه ۲ هر بار که ذره از نقطه تعادل (مبدأ) می‌گذرد، نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. از این رو:

$$x=0 \Rightarrow \cos 1 \cdot \pi t = 0 \Rightarrow 1 \cdot \pi t = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{k}{1} + \frac{1}{2}$$

$k=0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} s < \frac{1}{15} s$ غ ق ق $k=1 \Rightarrow t = \frac{3}{2} s > \frac{1}{15} s$ قابل قبول $k=2 \Rightarrow t = \frac{5}{2} s > \frac{1}{15} s$

در لحظه $t = \frac{1}{4} s$ نوسانگر در مرکز نوسان است و از آن عبور نکرده و نیرو تغییر علامت نمی‌دهد.



۸۵- گزینه ۱ در نقطه تعادل ($x=0$) تندی ذره بیشینه است و پس از یک دوره ($\Delta t = T$) از این لحظه مطابق شکل نوسانگر یک‌بار از نقطه تعادل که شتاب در آن صفر و تغییر جهت می‌دهد عبور می‌کند.

۸۶- گزینه ۳ هنگام گذر نوسانگر از مبدأ مکان ($x=0$) بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

$$x = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \xrightarrow{x=0} 0 = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \frac{\pi}{3} t = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{2} s \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{9}{2} s \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{15}{2} s \end{cases}$$

بنابراین $t = \frac{3}{2} s$ و $t = \frac{9}{2} s$ در بازه $1 s \leq t \leq 5 s$ قرار دارد و در این دو لحظه متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۸۷- گزینه ۲ تکانه برابر $\vec{P} = m\vec{v}$ است پس تکانه هم جهت با سرعت بوده و می‌دانیم سرعت در نقاط بازگشت تغییر علامت می‌دهد ($x = \pm A$) بنابراین تکانه نیز در $x = \pm A$ تغییر علامت خواهد داد:

$$\pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm 1 \Rightarrow \omega t = k\pi, \quad 1 \cdot \pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{1}$$

می‌توان به جای k ، مقدار ۱ و ۲ قرار داد که در بازه $\frac{1}{15} s$ تا $\frac{1}{4} s$ است، بنابراین نوسانگر در این بازه زمانی دوبار به نقاط بازگشت خود می‌رسد و تکانه تغییر جهت می‌دهد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2 \cdot \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{10} s$$

۸۸- گزینه ۲ ابتدا دوره را به دست می‌آوریم.

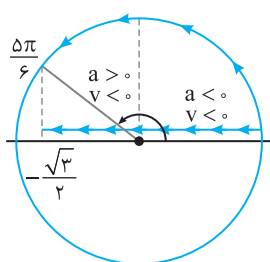
بازه $t=0$ تا $t = \frac{1}{24} s$ قطعاً از یک دوره $T = \frac{1}{10} s$ کمتر است.

با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازه $+A$ تا صفر و $-A$ تا صفر شتاب و سرعت هم جهت است.

اکنون مکان متحرک را در $t = \frac{1}{24} s$ حساب می‌کنیم.

$$x = 0.04 \cos 20\pi t \Rightarrow x = 0.04 \cos 20\pi \times \frac{1}{24} = 0.04 \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 0.04 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$$

از $t=0$ تا $t = \frac{1}{24} s$ نوسانگر از $x=0$ به $x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌رود و در بازه زمانی حرکت از $+A$ تا $x=0$ بردار شتاب و سرعت هم جهت‌اند: $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{40} s$

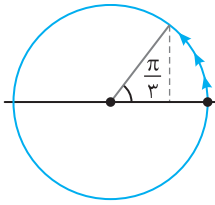
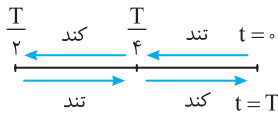


حل به کمک دایره مثلثاتی (دایره مرجع): فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظه $t = \frac{1}{24} s$ را حساب می‌کنیم.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \theta = 20\pi \times \frac{1}{24} = \frac{5\pi}{6}$$

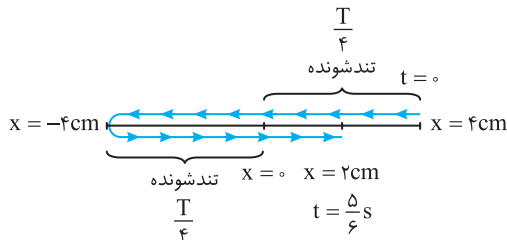
در تغییر از صفر تا $\frac{\pi}{4}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم علامت است در واقع به مدت $\frac{T}{4}$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{40} s$$



$t=0 \Rightarrow x=0.4m=4cm$

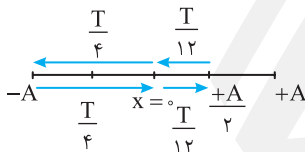
$t=\frac{5}{6}s \Rightarrow x=0.4 \cos(2\pi \times \frac{5}{6}) = 0.4 \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x=0.4 \times \frac{1}{2} = 0.2m \Rightarrow x=2cm$



اکنون مسیر را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل در دو بازه $\frac{T}{4}$ یعنی $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است.

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=1s$

بنابراین در مدت $\frac{T}{2} = \frac{1}{2}s$ حرکت تندشونده است. اما پرسشی مطرح است ما از کجا متوجه شدیم که متحرک در $t = \frac{5}{6}s$ برای بار دوم به مکان $+2cm$ می‌رسد. برای پاسخ به این پرسش باید به شناسه تابع کسینوسی (فاز) دقت کنید که با قرار دادن $t = \frac{5}{6}s$ مقدار آن $\frac{5\pi}{3} = 2\pi - \frac{\pi}{3}$ شده است که کمانی در ربع چهارم است. بنابراین مسیر رسم شده کاملاً درست است.



۹۱- گزینه ۴ ابتدا با توجه به $t = \frac{2}{3}s$ مکان x_1 را به دست می‌آوریم:

$x_1 = A \cos \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2}$

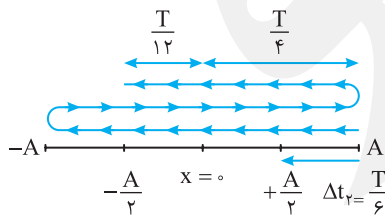
بنابراین در لحظه $t = \frac{2}{3}s$ نوسانگر برای اولین بار از $+\frac{A}{2}$ به سمت مرکز عبور می‌کند و کمینه زمان عبور

مجدد از $+\frac{A}{2}$ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده و شکل روبه‌رو خواهد شد:

$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3}T$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}s$

دوره را به دست می‌آوریم و در Δt جایگذاری می‌کنیم.

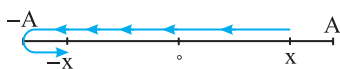


۹۲- گزینه ۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است و

زمان حرکت از $+A$ با دو بار تغییر جهت و رسیدن به $-\frac{A}{2}$ خواهد شد:

$\Delta t_1 = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{16T}{12} = \frac{4}{3}T$ نسبت را به دست می‌آوریم $\rightarrow \frac{\frac{4}{3}T}{\frac{2}{3}T} = 8$

۹۳- گزینه ۴ فرض کنیم که نوسانگر از مکان x در جهت منفی محور در حرکت است و پس از مدتی



برای اولین بار به مکان $-x$ می‌رسد. در این حالت سرعت نوسانگر همچنان منفی است. اما در صورت مسأله بیان شده که سرعت‌ها هم علامت نیستند، پس متحرک در برگشت از $-A$ به $-x$ می‌رسد. یعنی مسیری

مطابق شکل طی می‌کند که این مسیر در مدت $\frac{T}{2}$ طی می‌شود.

۹۴- گزینه ۲ با توجه به فرض مسأله مکان‌ها در لحظه t_1 و $t_2 = 2t_1$ برابر است از این‌رو:

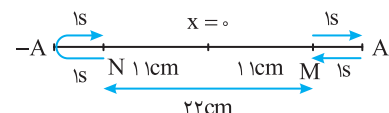
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow A \cos \omega t_1 = A \cos \omega (2t_1) \Rightarrow \cos \omega t_1 = \cos 2\omega t_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega t_1 = 2\pi - 2\omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow 3 \times \frac{2\pi}{T} t_1 = 2\pi \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3} \\ \omega t_1 = 2\omega t_1 - 2\pi \Rightarrow \omega t_1 = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = 2\pi \Rightarrow t_1 = T \end{cases}$$

۹۵- گزینه ۳ در t_1 و $2t_1$ مکان نوسانگر یکسان می‌باشد بنابراین: $A \cos(\omega t_1) = A \cos(2\omega t_1) \Rightarrow \omega t_1 = 2\pi - 2\omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow \omega t_1 = \frac{2\pi}{3}$

اکنون به کمک معادله حرکت A را حساب می‌کنیم.

$$x = A \cos \omega t_1 \Rightarrow -4 = A \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -4 = A(-\frac{1}{2}) \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$



۹۶- گزینه ۱ با توجه به صورت مسأله فاصله M تا N ، 2 cm و سرعت در این نقاط برابر است.

یعنی مکان نوسانگر نسبت به مبدأ یکسان است در نتیجه فاصله M و N از مبدأ 1 cm خواهد شد بنابراین از M تا مرکز نوسان 1 s و از مرکز نوسان تا N نیز 1 s طول می‌کشد.

از طرفی دو بار عبور متوالی از N که روی شکل مشخص است دو ثانیه طول می‌کشد یعنی از N تا $-A$ یک ثانیه. به دلیل تقارن از M تا A نیز 1 s طول می‌کشد.

بنابراین از A تا $-A$ جمعاً $1+1+1+1=4 \text{ s}$ طول می‌کشد که این 4 s برابر $\frac{T}{2}$ می‌باشد. از این‌رو:

در لحظه $t=1 \text{ s}$ نوسانگر از A به M می‌رود یعنی مکانش در $t=1 \text{ s}$ برابر $x=1 \text{ cm}$ است. اکنون دامنه را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 1 = A \cos \frac{2\pi}{4} \times 1 \Rightarrow A = 1\sqrt{2} \text{ cm}$$

۹۷- گزینه ۴ معادله حرکت هماهنگ ساده یک تابع کسینوسی یا سینوسی است.

$$x = A \sin \omega t \cos \omega t \xrightarrow{\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha} x = \frac{A}{2} \sin 2\omega t$$

بررسی گزینه (۱):

معادله حرکت هماهنگ ساده است.

$$x = 2A \cos^2 \omega t - A \Rightarrow x = A(2 \cos^2 \omega t - 1) \Rightarrow x = A \cos 2\omega t$$

بررسی گزینه (۳):

این نیز معادله حرکت هماهنگ ساده است.

$$x = 1 - 2 \sin^2 \omega t \Rightarrow x = \cos 2\omega t \xrightarrow{x=A} \frac{1}{2} = \cos 2\omega t \Rightarrow 2\omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۹۸- گزینه ۳ معادله رابطه صورت $x = A \cos \omega t$ درمی‌آوریم:

۹۹- گزینه ۱ وزنه بین 5 cm و 7 cm در حال نوسان است و حالت تعادل (مرکز نوسان) وقتی است که طول فنر $\frac{5+7}{2} = 6 \text{ cm}$ می‌باشد. متحرک

(نوسانگر) در 6 cm در فاصله $2 \text{ cm} = 6 - 4$ مرکز نوسان قرار دارد و در 6 cm در فاصله $3 \text{ cm} = 6 - 3$ مرکز قرار دارد و می‌دانیم که تندی متحرک در مرکز نوسان بیشینه است و با دور شدن از مرکز نوسان تندی کاهش می‌یابد. از این‌رو تندی s_1 بزرگ‌تر از تندی s_2 است. ($s_1 > s_2$)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

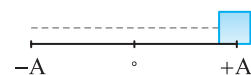
دوره را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = \frac{6}{5} - \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}$$

بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{5} \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{6}{5} \text{ s}$ برابر است با:

این بازه زمانی 1 s است که برابر نصف دوره این حرکت است و در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت طی شده متحرک برابر $2A$ می‌شود.

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.04}{1} = 0.08 \text{ m/s} = 8 \text{ cm/s}$$

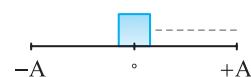


$$s_{av} = \frac{2A\omega}{\pi} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} s_{av} = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{2\pi}{T}\right) \Rightarrow s_{av} = \frac{4A}{T}$$

۱۰۰- گزینه ۲ با توجه به رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ خواهیم داشت:

در بازه صفر تا $\frac{T}{2}$ یعنی در مدت نصف دوره نوسانگر از $-A$ تا $+A$ حرکت می‌کند: $s_{av} = \frac{2A}{T} = \frac{4A}{T}$ و گزینه (۱) درست است.

در بازه صفر تا T یعنی در مدت یک دوره نوسانگر مسافت $4A$ را طی می‌کند پس تندی متوسط برابر است با: $s_{av} = \frac{4A}{T}$ و گزینه (۲) درست است.



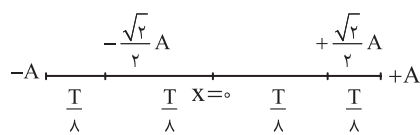
همچنین در بازه $\frac{3T}{4}$ تا T نوسانگر از مکان $x_1 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right) = 0$ تا $x_2 = +A$ جابه‌جا می‌شود. $s_{av} = \frac{A}{T - \frac{3T}{4}} = \frac{4A}{T}$

پس در هر سه گزینه تندی متوسط برابر $\frac{4A}{T} = \frac{2A\omega}{\pi}$ است.

بیشینه جابه‌جایی در یک بازه زمانی معین همواره در دو طرف نقطه تعادل یعنی جایی که تندی بیشینه است رخ می‌دهد. بنابراین $\Delta t = \frac{1}{6} s$ را به

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 3\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{3} s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{8}$$



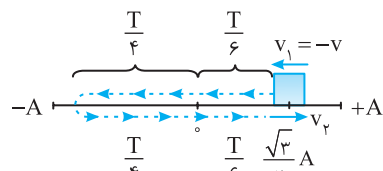
با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر را رسم می‌کنیم. $\frac{T}{8}$ مدت زمان حرکت از مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$

به مکان $x=0$ است. بنابراین جابه‌جایی بیشینه خواهد شد:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} A + \frac{\sqrt{2}}{2} A = \sqrt{2} A = \sqrt{2} \times \frac{5}{10} m = 5\sqrt{2} cm$$

متحرک در لحظه t_1 در مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2} A$ بوده و شتابش در حال کاهش است. از این رو، نوسانگر دارای سرعت منفی و در حال حرکت به سوی

مرکز نوسان است. بنابراین سرعت در t_1 را که با v_1 نشان می‌دهیم برابر است با $v_1 = -v$ و در لحظه t_2 نوسانگر برای اولین بار مجدداً از مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$



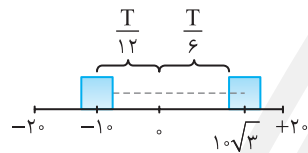
می‌گذرد و مطابق شکل دارای سرعت مثبت است یعنی $v_2 = v$ است.

$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{6}\right) + 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{T}{3} + \frac{T}{3} = \frac{2T}{3} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - (-v)}{\frac{2T}{3}} = \frac{12v}{6T}$$

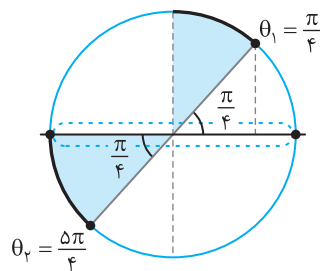
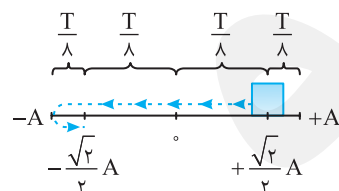
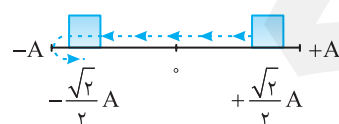
نوسانگر از مکان $x_1 = -10 cm$ تا $x_2 = +10\sqrt{3} cm$ جابه‌جا می‌شود پس جابه‌جایی برابر $\Delta x = x_2 - x_1 = (10\sqrt{3} + 10) cm$ و می‌دانیم

سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است پس بیشینه سرعت متوسط هنگامی رخ می‌دهد که جابه‌جایی $(10\sqrt{3} + 10) cm$ در کمترین بازه زمانی اتفاق بیفتد یعنی از

$-10 cm$ تا $10\sqrt{3} cm$ نوسانگر تغییر جهت ندهد که با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده این بازه برابر $\frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{T}{4}$ است بنابراین:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\frac{T}{12} + \frac{T}{6}} = \frac{(10\sqrt{3} + 10)}{\frac{T}{4}} = \frac{10\sqrt{3} + 10}{0.06} cm/s = \frac{10\sqrt{3} + 10}{6} m/s = \frac{5\sqrt{3} + 5}{3} m/s$$



$$\frac{\pi}{2} - \theta_1 = \omega \Delta t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \Delta \pi t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t_1 = 0.05 s, \quad \theta_2 - \pi = \omega \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \Delta \pi t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = 0.05 s$$

پس به مدت $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 0.1 s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.

۱۰۲- گزینه ۲

دو بازه زمانی $\frac{1}{12} s$ تقسیم می‌کنیم. دوره را به دست می‌آوریم:

معین می‌کنیم که $\frac{1}{12} s$ چه کسری از دوره است.

۱۰۳- گزینه ۲

۱۰۴- گزینه ۱

۱۰۵- گزینه ۲

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 s$$

راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم:

بازه $t = 0.05 s$ تا $t = 0.25 s$ در یک دوره قرار می‌گیرد. مکان متحرک در لحظه‌های داده شده را به دست

آورده و مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. $x_1 = A \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} A$, $x_2 = A \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$

تکانه برابر $\vec{P} = m\vec{v}$ است پس تکانه و سرعت هم جهت‌اند و می‌دانیم که نیرو نیز با شتاب هم جهت است $(\vec{F} = m\vec{a})$ بنابراین در لحظاتی که تکانه و نیرو هم جهت هستند، سرعت و شتاب نیز هم جهت بوده و

حرکت تندشونده است. می‌دانیم هنگامی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل است اندازه سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است. حال با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

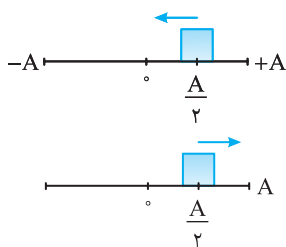
از $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$ تا مرکز تعادل و از $-A$ تا $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ حرکت تندشونده است. بنابراین $t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{T}{4} = 0.1 s$

راه حل دوم: در $t = 0.05 s$ کمان دایره مثلثاتی متناظر با $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{4}$ و در $t = 0.25 s$ کمان دایره

مثلثاتی متناظر با $\theta_2 = \omega t_2 = \frac{5\pi}{4}$ است و در دایره مثلثاتی زیر در دو کمان θ_1 تا π و π تا θ_2

نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل $x = 0$ یا $\frac{3\pi}{4}$ است و تندی آن در حال افزایش

است پس در این بازه حرکت تندشونده است و داریم:



۱۰۶- گزینه ۴ هر دو متحرک در فاصله $\frac{A}{2}$ از نقطه تعادل قرار دارند و یکی از نوسانگرها در حال حرکت به سمت

نقطه تعادل بوده و نوسانگر دیگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر است بنابراین:

$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t_1 \xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت مرکز}} \cos \omega t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t_2 \xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت انتهای مسیر}} \cos \omega t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\Delta\theta = \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین اختلاف شناسه تابع کسینوسی و اختلاف فاز خواهد شد:

۱۰۷- گزینه ۱ زمانی دو نوسانگر به هم می‌رسند که دارای مکان‌های یکسانی باشند. ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و این دو معادله را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x_1=x_2} A \cos \frac{2\pi}{T_1} t = A \cos \frac{2\pi}{T_2} t \xrightarrow{T_1=2s, T_2=6s} \cos \frac{2\pi}{2} t = \cos \frac{2\pi t}{6} \Rightarrow \cos \pi t = \cos \frac{\pi}{3} t$$

$$\frac{\cos \alpha = \cos \beta}{\alpha = 2k\pi \pm \beta} \rightarrow \pi t = 2\pi - \frac{\pi}{3} t \Rightarrow t = 2 - \frac{t}{3} \Rightarrow \frac{4t}{3} = 2 \Rightarrow t = \frac{6}{4} = 1.5s$$

حال با جای گذاری $t=1.5s$ در x_1 یا x_2 مکان نوسانگرها را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = A \cos \pi t \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 0$$

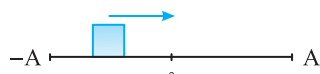
۱۰۸- گزینه ۱ در معادله حرکت، x برابر مکان یعنی فاصله از مبدأ است از این رو خواهیم داشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=1s} A - b = A \cos \omega \Rightarrow \cos \omega = \frac{A-b}{A}, \quad x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=2s} A - b - c = A \cos 2\omega \Rightarrow \cos 2\omega = \frac{A-b-c}{A}$$

$$\cos 2\omega = 2 \cos^2 \omega - 1 \Rightarrow \frac{A-b-c}{A} = 2 \left(\frac{A-b}{A} \right)^2 - 1 \Rightarrow \frac{A-b-c}{A} = \frac{2A^2 - 4Ab + 2b^2 - A^2}{A^2}$$

$$\Rightarrow A^2 - Ab - Ac = A^2 - 4Ab + 2b^2 \Rightarrow 3Ab - Ac = 2b^2 \Rightarrow A = \frac{2b^2}{3b-c}$$

۱۰۹- گزینه ۴ در t_1 مکان متحرک منفی و در حال حرکت به سمت نقطه تعادل می‌باشد بنابراین سرعت و شتاب مثبت است.



و چون «سرعت - تکانه» و «شتاب - نیرو» هم علامتند پس نیرو و تکانه نیز مثبت می‌باشند.

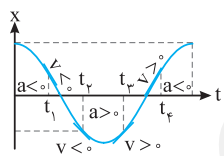
البته به کمک آنچه در فصل حرکت‌شناسی درباره نمودار مکان - زمان فرا گرفته‌اید نیز می‌توان این مسأله را حل کرد.

۱۱۰- گزینه ۱ در حل این نوع مسائل تمام بحث‌های حرکت هماهنگ ساده را فراموش کنید و تنها به حرکت‌شناسی و ویژگی‌های نمودار مکان زمان دقت کنید.

۱- شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان علامت سرعت را نشان می‌دهد.

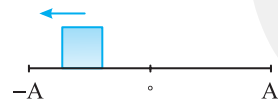
۲- جهت تقعر نمودار مکان - زمان علامت شتاب را نشان می‌دهد. در لحظه t_1 دهانه نمودار مکان - زمان رو به بالاست و شتاب مثبت و در جهت محور x ها است و

شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 مثبت است بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور x هاست.



۱۱۱- گزینه ۲ در لحظه t_2 شتاب مثبت و سرعت منفی است بنابراین حرکت کندشونده است و گزینه (۲)

درست است.



۱۱۲- گزینه ۴ با توجه به نمودار متحرک در مکان منفی قرار دارد و در حال حرکت به سمت $x=-A$ می‌باشد.

پس مکان متحرک و جهت حرکت آن به صورت گزینه (۴) خواهد شد.

۱۱۳- گزینه ۳ با توجه به نمودار در لحظه t_1 متحرک در مکان مثبت و در حال حرکت به سمت $+A$ می‌باشد. پس مسیر حرکت گزینه (۱) یا گزینه (۳) می‌باشد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = a \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{7T}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{14\pi}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

پس گزینه (۳) درست می‌باشد.

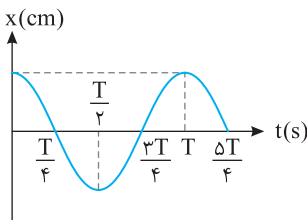
۱۱۴- گزینه ۳ با توجه به معادله حرکت $x = 0.2 \cos \frac{2\pi}{5} t$ دامنه برابر $A = 2cm$ می‌شود و دوره خواهد شد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 5s$$

۱۱۵- گزینه ۳ با توجه به نمودار دوره برابر $T = 2s$ است و بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$ می‌باشد. شناسه تابع کسینوسی ωt می‌باشد و تغییرات

$$\Delta\theta = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) \xrightarrow{\text{در هر ثانیه}} \Delta\theta = \omega = \pi$$

آن برابر است با:



$$\frac{\Delta T}{4} = \Delta \Rightarrow T = 4s$$

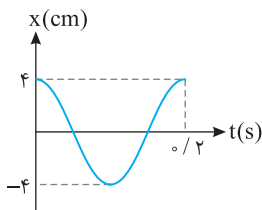
۱۱۶- گزینه ۳ ابتدا با توجه به نمودار دوره را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow 4 = \frac{6}{n} \Rightarrow n = 1.5$$

در مدت یک دقیقه تعداد دور کاملی که نوسانگر طی می کند برابر است با:

بنابراین در این مدت نوسانگر ۱۵ چرخه طی می کند و می دانیم در هر نوسان مسافت طی شده برابر $4A$ می باشد. از این رو:

$$l = n(4A) \Rightarrow l = 1.5(20) = 30 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$



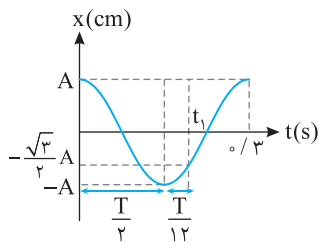
۱۱۷- گزینه ۲ با توجه به نمودار $A = 4 \text{ cm}$ و $T = 0.2 \text{ s}$ است.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow x = 0.4 \cos \frac{2\pi}{0.2} t \Rightarrow x = 0.4 \cos 10\pi t$$

۱۱۸- گزینه ۴ با توجه به نمودار دامنه $A = 5 \text{ cm}$ است. هم چنین در $t = 0.3 \text{ s}$ متحرک برای اولین بار از $x = -2/5 \text{ cm}$ عبور کرده است.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2/5 = 5 \cos 0.3\omega \Rightarrow \cos 0.3\omega = -1/5 \Rightarrow 0.3\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{20\pi}{9}$$

بنابراین معادله حرکت نوسانگر در SI به صورت $x = 0.5 \cos \frac{20\pi}{9} t$ می باشد.



۱۱۹- گزینه ۱ با توجه به نمودار دوره برابر $T = 0.3 \text{ s}$ می باشد و از لحظه صفر تا t بازه زمانی خواهد شد:

$$t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} \xrightarrow{T=0.3} t_1 = \frac{7 \times 0.3}{12} \Rightarrow t_1 = \frac{7}{40} \text{ s}$$

۱۲۰- گزینه ۳ به کمک بازه های زمانی شناخته شده و با توجه به اینکه دامنه $A = 2 \text{ cm}$ است و در لحظه $t = 0.2 \text{ s}$ مکان نوسانگر $x = \sqrt{3} \text{ cm} = \frac{\sqrt{3}}{2} A$ می باشد یعنی

نوسانگر در مدت 0.2 s از A به $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ می رود که بازه زمانی این جا به جایی برابر $\frac{T}{12}$ است. از این رو: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2/4} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{1} \text{ rad/s}$

معادله حرکت خواهد شد:

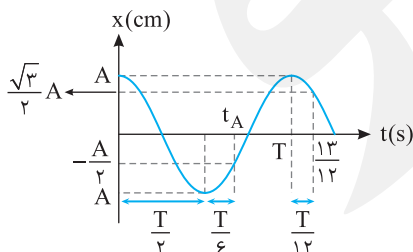
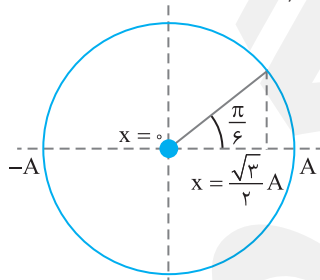
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{4\pi}{1} t \xrightarrow{t=1} x = 0.2 \cos 4\pi \Rightarrow x = 0.2 \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{10} \text{ m} \Rightarrow x = -\sqrt{3} \text{ cm}$$

قسمت اول تست را می توانستیم به وسیله دایره مثلثاتی نیز حل کنیم. در $t = 0.2 \text{ s}$ نوسانگر در ربع اول قرار داشته و

مکان آن $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ می باشد پس کمان متناظر مکان نوسانگر $\theta = \frac{\pi}{6}$ است. با توجه به نمودار از $\theta_0 = 0$ تا $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$

مدت 0.2 s طی می شود پس:

$$\theta_1 - \theta_0 = \omega t_1 - \omega t_0 = \omega(\Delta t) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \times \frac{2}{10} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{3\pi}{4}$$



۱۲۱- گزینه ۲ روی شکل بازه های زمانی مورد نیاز را مشخص می کنیم. بازه صفر تا $\frac{13}{12} \text{ s}$ برابر

$$\Delta t = T + \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{13}{12} = \frac{13T}{12} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

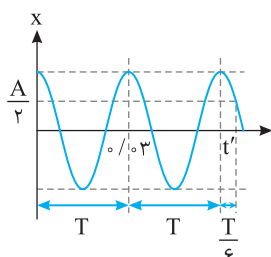
است با:

$$t_A = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow t_A = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3} \text{ s}$$

بازه صفر تا t_A خواهد شد:

۱۲۲- گزینه ۳ با توجه به نمودار دوره برابر $T = 0.3 \text{ s}$ است. به کمک بازه های زمانی شناخته شده

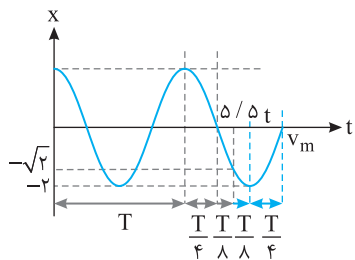
مسئله به راحتی حل می شود.



$$t' = 2T + \frac{T}{6} \Rightarrow t' = 2 \times 0.3 + \frac{0.3}{6} \Rightarrow t' = 0.6 + \frac{0.1}{2} \Rightarrow t' = 0.65 \text{ s} = 6/10 \times 10^{-2} \text{ s}$$

۱۲۳- گزینه ۴

راه حل اول: حل به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده



$$T + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \Delta t \Rightarrow \frac{\lambda + \lambda + \lambda}{\lambda} T = \Delta t \Rightarrow T = 4s$$

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times 4}{4} = 3s = \Delta t$$

از $\Delta t = 5s$ تا v_m خواهد شد:

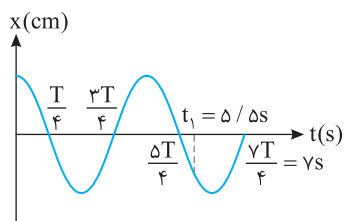
راه حل دوم: حل به کمک معادله مکان - زمان: با توجه به نمودار در $t = \Delta t = 5s$ نوسانگر برای سومین بار از

$x = -\sqrt{2} \text{ cm}$ عبور می‌کند.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\sqrt{2} = 2 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t = (2k-1)\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega t = \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \frac{5\pi}{4} \text{ یا } \frac{7\pi}{4}$$

$$\omega \times \Delta t = \frac{11\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4s$$

با توجه به توضیح بالا $\omega t_1 = \frac{11\pi}{4}$ می‌باشد:



مطابق نمودار روبه‌رو در لحظه $\frac{3T}{4} = v_s$ تندی بیشینه است. از این‌رو از $\Delta t = 5s$ تا v_s طول می‌کشد تا تندی

بیشینه شود. یعنی:

$$\Delta t = 5 - \Delta t = 1s$$

۱۲۴- گزینه ۲

دقت کنید با توجه به اینکه دامنه $A = 2 \text{ cm}$ است مکان‌های $+\sqrt{3} \text{ cm}$ و $-\sqrt{3} \text{ cm}$ به ترتیب برابر $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$ و $x = -\frac{\sqrt{3}}{2} A$ خواهد بود بنابراین بازه زمانی $0.26s$ برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{4T + 3T + 2T}{12} = \frac{9T}{12} = \frac{3T}{4} \Rightarrow 0.26 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = 0.48s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.48} = \omega = \frac{25}{6} \pi \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{25\pi}{6} t$$

حل به کمک دایره مثلثاتی:

با رسم یک دایره مثلثاتی، کمان معادل مکان‌های $+\sqrt{3} \text{ cm}$ و $-\sqrt{3} \text{ cm}$ را مشخص می‌کنیم. سپس به کمک شناسه تابع کسینوسی مسأله را حل می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \omega(\Delta t) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \left(\frac{26}{100} \right) = \frac{4\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{25\pi}{6} \text{ rad/s}$$

$$x = 0.2 \cos \frac{25\pi}{6} t$$

معادله حرکت خواهد شد:

۱۲۵- گزینه ۱

کافی است روی نمودار بازه‌های زمانی شناخته شده از t_1 تا t_2 را مشخص کرده با هم

جمع کنیم.

$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{4T}{6}$$

۱۲۶- گزینه ۳

با توجه به بازه‌های روی نمودار و با توجه به فرض مسأله $t_2 - t_1 = 2/3s$ خواهیم داشت:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{2T + 3T + 2T}{12} = \frac{7T}{12} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{7T}{12} \Rightarrow T = \frac{4}{7} s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{7\pi}{2} t$$

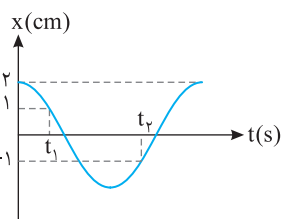
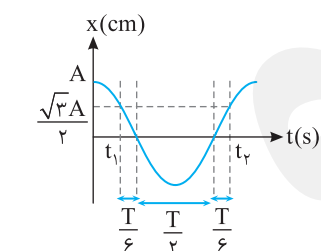
معادله حرکت را می‌نویسیم:

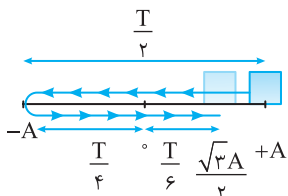
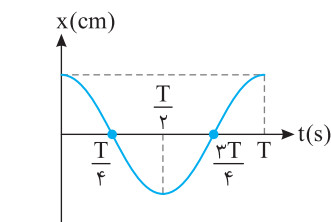
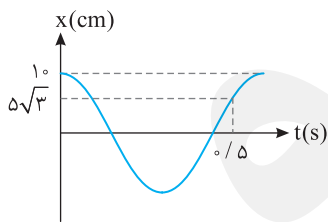
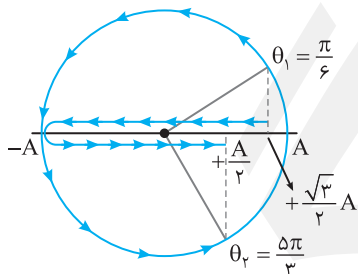
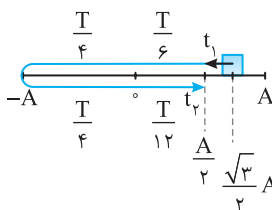
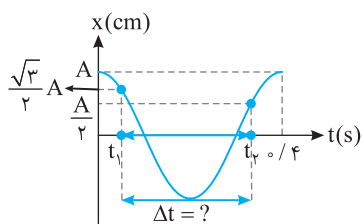
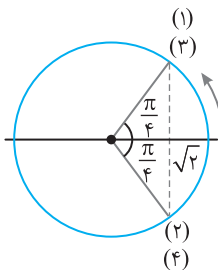
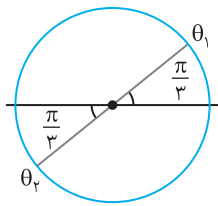
اکنون مشخص می‌کنیم در چه لحظه‌ای نوسانگر برای چهارمین بار از مکان $+\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌گذرد.

$$+\sqrt{2} = 2 \cos \frac{7\pi}{2} t \Rightarrow \cos \frac{7\pi}{2} t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{7\pi}{2} t = (2k\pi \pm \frac{\pi}{4}) \text{ بار اول: } \frac{7\pi}{2} t = \frac{\pi}{4}, \text{ دوم: } \frac{7\pi}{2} t = 2\pi - \frac{\pi}{4}, \text{ سوم: } \frac{7\pi}{2} t = 2\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{7\pi}{2} t = 4\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{7\pi}{2} t = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t = 9s$$

و بار چهارم:





روش استفاده از دایره مثلثاتی: کمان متناظر با مکان در t_1 و t_2 برابر است با:

$$\sqrt{3} = r \cos \theta_1 \xrightarrow{\text{در ربع اول}} \theta_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$-1 = r \cos \theta_2 \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \theta_2 = \pi + \frac{\pi}{3}$$

با توجه به دایره مثلثاتی داریم: $\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) = \pi$, $\omega(r/4) = \pi \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{12}$

حال زمانی که نوسانگر برای چهارمین بار از $\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم: نوسانگر در نوسان اولش دو بار از $+\sqrt{2}$ می‌گذرد و چهارمین بار در نوسان دوم رخ می‌دهد یعنی:

$$\omega t' = 2\pi + (2\pi - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{5\pi}{12} \times t' = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t' = 9 \text{ s}$$

۱۲۷- گزینه ۴ هنگام حرکت نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ مطابق نمودار برای اولین بار متحرک در لحظه t_1 از $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد اما در مسأله بیان شده بیشینه زمان در مدت یک دوره، بنابراین بار دومی که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد مورد نظر است. با توجه به بازه‌های زمانی روی شکل می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T + 3T + 3T + T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{9T}{12} \xrightarrow{t=0/\text{s}} \Delta t = 0.75 \text{ s}$$

استفاده از دایره مثلثاتی:

کمان معادل مکان‌های $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و $+\frac{A}{2}$ را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1) = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{9\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 5\pi \Delta t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \Delta t = 0.75 \text{ s}$$

۱۲۸- گزینه ۱ راه حل اول: با توجه به شکل در $t = 0.5 \text{ s}$ نوسانگر برای دومین بار از مکان $+\delta\sqrt{3}$ عبور کرده است و ωt در ربع چهارم مثلثاتی است.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \delta\sqrt{3} = 10 \cos \omega t \Rightarrow \omega t = 2\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega t = \frac{11\pi}{6}$$

$$\omega \times 0.5 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{11\pi}{3} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = \frac{11\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6}{11} \text{ s}$$

به A و $-A$ نقطه بازگشت گویند. پس با توجه به نمودار روبه‌رو در مدت $\frac{T}{2}$ پس از $t = 0$ به نقطه بازگشت می‌رسیم:

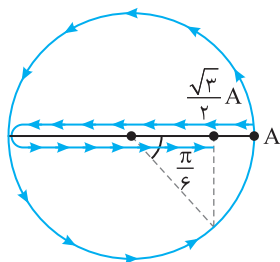
$$\frac{T}{2} = \frac{6}{22} \text{ s} = \frac{3}{11} \text{ s}$$

راه حل دوم: (راه حل مورد علاقه ما) با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نیز می‌توانیم تست را حل کنیم:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} = 0.5 \Rightarrow T = \frac{6}{11} \text{ s}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{6}{22} = \frac{3}{11} \text{ s}$$

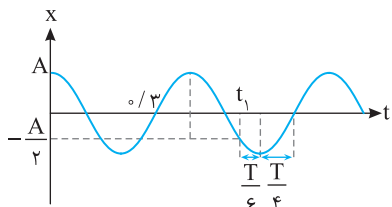
متحرک پس از $\frac{T}{2}$ به نقطه بازگشت خود می‌رسد:



راه حل سوم: حال با توجه به دایره مثلثاتی، کمان متناظر بر مکان $5\sqrt{3}$ در $t=0/\Delta s$ مطابق شکل روبه رو می باشد، بنابراین از $t_1=0$ تا $t_2=0/\Delta s$ کمان دایره مثلثاتی از $\theta_1=0$ به $\theta_2=\frac{11\pi}{6}$ رسیده است:

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{11\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{6}{11} s$$

ادامه حل شبیه روش های قبلی است.

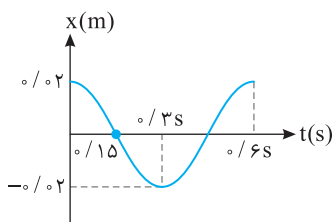


$$\frac{3T}{4} = 0/3 \Rightarrow T = 0/4 s$$

ابتدا دوره را به دست می آوریم: **گزینه ۱۲۹-۳**

از لحظه t_1 تا لحظه ای که اولین بار بردار مکان تغییر جهت می دهد یعنی از مکان $x=0$ می گذرد خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{5 \times 0/4}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{6} s$$

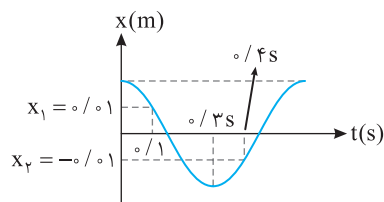


با توجه به نمودار دوره را حساب می کنیم $T=0/6 s$ ، بنابراین معادله حرکت نوسانگر به صورت زیر است: **گزینه ۱۳۰-۴**

$$x = 0/2 \cos \omega t \Rightarrow x = 0/2 \cos \frac{2\pi}{0/6} t \Rightarrow x = 0/2 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

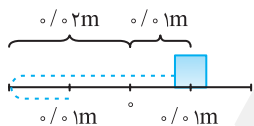
حال با جای گذاری $t_1=0/1 s$ و $t_2=0/4 s$ مکان نوسانگر در این دو لحظه را به دست می آوریم.

$$x_1 = 0/2 \cos\left(\frac{10\pi}{3} \times 0/1\right) \Rightarrow x_1 = 0/1 m \quad , \quad x_2 = 0/2 \cos\left(\frac{10\pi}{3} \times 0/4\right) \Rightarrow x_2 = -0/1 m$$



و دقت کنید که $t_2=0/4 s$ از $T=0/3 s$ بزرگتر می باشد و $t_1=0/1 s$ نیز از $0/15 s$ کمتر است پس مکان نوسانگر روی نمودار در این دو لحظه به صورت روبه رو است:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -0/2 m \quad , \quad l = 0/1 + 0/2 + 0/1 = 0/4 m \quad , \quad \frac{1}{|\Delta x|} = \frac{0/4}{0/2} = 2$$



مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه های زمانی شناخته شده، مدت زمان حرکت از M تا N را به دست می آوریم. **گزینه ۱۳۱-۱**

$$l = 2 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times \sqrt{3} = 6 + 1 \times \sqrt{3} cm \Rightarrow l = 6 + 1 \times 1/7 = 77 cm$$

مسافت طی شده:

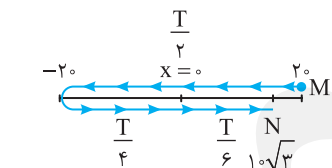
$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11 \times 12}{12} = 11 s$$

زمان سپری شده:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{77}{11} = 7 cm/s$$

تندی متوسط برابر است با:

با توجه به نمودار در $t=0/\Delta s$ برای اولین بار متحرک به مکان $-1 cm$ می رسد: **گزینه ۱۳۲-۱**

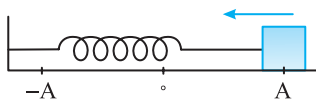


$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -1 = 2 \cos \omega \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \cos \frac{\omega}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{2} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{3} rad/s$$

$$x_2 = A \cos \omega t \Rightarrow x_2 = 2 \cos\left(\frac{4\pi}{3} \times 1/2\right) \Rightarrow x_2 = 2 \cos \frac{2\pi}{3} = 1 cm$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1 - (-1)}{1/25 - 0/5} = \frac{2}{\frac{100}{100} - \frac{20}{100}} = \frac{2}{\frac{80}{100}} = \frac{2}{0.8} = \frac{5}{4} cm/s$$

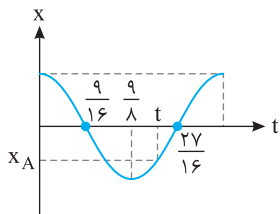
بنابراین سرعت متوسط برابر است با:



متحرک از $x=+A$ رها شده پس در لحظه $t=0$ سرعت متحرک صفر می باشد و پس از رها شدن مطابق شکل نوسانگر در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت می کند و سرعت متحرک ابتدا منفی است بنابراین گزینه (۴) می تواند پاسخ تست باشد. **گزینه ۱۳۳-۴**

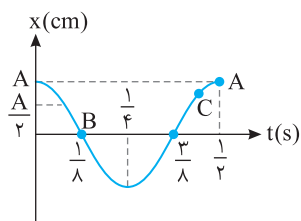
۱۳۴- گزینه ۱ ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار $x-t$ به دست آورده و سپس به صورت تقریبی مشخص می کنیم که در $t=1/3$ س نوسانگر در چه مکانی قرار می گیرد. با توجه به نمودار در $t=0/75$ س نوسانگر برای اولین بار به $x=-\frac{A}{2}$ رسیده است.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{-A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{9}{4} \text{ s} = 2/25 \text{ s}$$



بنابراین نمودار به صورت روبه رو می باشد:

بنابراین مکان تقریبی نوسانگر در $t=1/3$ س در x_A می باشد، پس شتاب نوسانگر با توجه به منفی بودن مکان مثبت است و چون نوسانگر از مکان های منفی به سمت $x=0$ در حرکت است پس جهت حرکت مثبت بوده و سرعت مثبت می باشد.



۱۳۵- گزینه ۲ ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار به دست می آوریم. در $t=1/12$ س نوسانگر برای

اولین بار از $\frac{A}{2}$ عبور کرده است:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos \omega t$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{t=1/12} \omega \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = 4\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

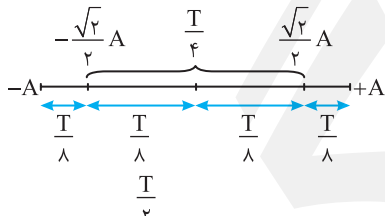
اکنون در لحظه های t_1 و t_2 مکان نوسانگر را مشخص می کنیم. هرچه مکان به مبدأ (حالت تعادل) نزدیک تر باشد تندی بیشتر است. در $t_1=1/3$ س نوسانگر در

مکان A بوده تندی صفر است و در $t_2=1/8$ س نوسانگر در نقطه B در حال گذر از مرکز نوسان است و تندی اش بیشینه است. بنابراین در $t_2=5/12$ س تندی بین صفر

و v_m است. پس $s_1 < s_2 < s_3$

۱۳۶- گزینه ۳ سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین هنگامی بیشینه است که جابه جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه جایی بیشینه در یک بازه معین در دو طرف نقطه تعادل رخ می دهد زیرا در نقطه تعادل سرعت بیشینه است. بنابراین بازه $\frac{T}{4}$ را به دو بازه یکسان $\frac{T}{8}$ در دو طرف نقطه تعادل تقسیم می کنیم. با توجه به

بازه های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است. یعنی در بازه $\frac{T}{4}$ بیشترین اندازه جابه جایی برابر است با:



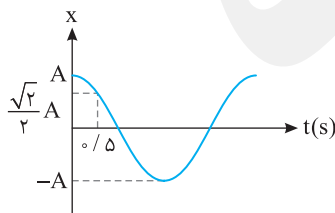
$$|\Delta x| = \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} A - \frac{\sqrt{2}}{2} A \right| = \sqrt{2} A \Rightarrow |\Delta x| = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

اکنون دوره را به دست می آوریم:

اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{2}}{2/3} = 3\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{3\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{50} \text{ m/s}$$



۱۳۷- گزینه ۱ با توجه به نمودار $x-t$ ، در لحظه $t=0/5$ س نوسانگر برای اولین بار از $x=\frac{\sqrt{2}}{2} A$ عبور می کند.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \xrightarrow{t=0/5} \omega = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

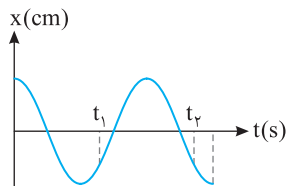
با توجه به اینکه در t_1 و t_2 دو بار پشت هم نوسانگر از $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ عبور کرده پس دو حالت داریم.

$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{2} = \frac{5}{2}$$

حالت اول:

نسبت به دست آمده با فرض مسأله سازگاری $(\frac{t_2}{t_1} = 2/2)$ ندارد و قابل قبول نیست.



$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{\Delta\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{\Delta}{2} \text{ s}$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{11\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{2} \text{ s}$$

حالت دوم:

بنابراین حالت دوم درست می‌باشد و $t_1 = 2/5 \text{ s}$ است.

۱۳۸- گزینه ۳ همانطور که در ریاضی خواندید $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$ می‌باشد. بنابراین:

$$x = 0.02 \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} t) \Rightarrow x = 0.02 \cos(\frac{\pi}{10} t)$$

بنابراین $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{10}$ بوده و $T = 20 \text{ s}$ می‌باشد.

۱۳۹- گزینه ۳ دوره نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید که در آن m جرم وزنه متصل به فنر و k ثابت فنر است. در این صورت دوره با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{0.5}{k} \Rightarrow k = 8 \text{ N/m}$$

۱۴۰- گزینه ۱ به کمک رابطه دوره سامانه جرم - فنر، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{90}} = 2\pi \times \frac{0.2}{3} = 0.4 \text{ s}$$

۱۴۱- گزینه ۲ با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ دوره را به دست می‌آوریم:

$$0.4 = \frac{4 \times 60}{N} \Rightarrow N = 600$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ تعداد نوسان کامل در مدت ۴ دقیقه را حساب می‌کنیم.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۱۴۲- گزینه ۴ در حرکت هماهنگ ساده جرم - فنر دوره $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است و بسامد $f = \frac{1}{T}$ می‌باشد. بنابراین:

۱۴۳- گزینه ۳ دوره حرکت هماهنگ ساده از ویژگی‌های طبیعی نوسانگر است. مثلاً دوره دستگاه جرم - فنر به ثابت فنر (k) و جرم وزنه متصل به فنر (m) بستگی دارد ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$). دوره به دامنه بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۳) درست است.

۱۴۴- گزینه ۱ اثر وزن تنها در جابه‌جایی محل تعادل نسبت به حالت افقی ظاهر می‌شود و در دوره نوسان وزنه - فنر ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$) نقشی ندارد.

۱۴۵- گزینه ۲ دوره نوسان دستگاه جرم - فنر ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$) به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی دارد که هیچ کدام تغییر نکرده است، بنابراین دوره همچنان ۴ s است.

۱۴۶- گزینه ۴ دوره حرکت دستگاه جرم - فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$\begin{cases} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = 2 \Rightarrow m_A = 4m_B$$

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

۱۴۷- گزینه ۴ دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T'}{2} = \sqrt{\frac{4m}{m}} \Rightarrow T' = 4 \text{ s}$$

دامنه نوسان در دوره تأثیری ندارد، اما دوره با جذر جرم نسبت مستقیم دارد.

$$N' = \frac{t'}{T'} \Rightarrow N' = \frac{3 \times 60}{4} \Rightarrow N' = 45 \text{ نوسان}$$

تعداد نوسانات در مدت ۳ دقیقه برابر است با:

۱۴۸- گزینه ۳ با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ در دو حالت گفته شده داریم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_1 + \frac{50}{100} T_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}} \Rightarrow \frac{T_1}{1.5 T_1} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow 4m = 3m + 6 \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T_1 = \frac{5^\circ}{400} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{8} s, T_2 = \frac{6^\circ}{400} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{200} s$$

دوره نوسان دستگاه جرم - فنر را در دو حالت به دست می آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{3}{200} = \sqrt{\frac{m_2}{\frac{1}{8}}} \Rightarrow \frac{3}{200} = \sqrt{\frac{m_2}{\frac{1}{8}}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{44} \Rightarrow m_2 = \frac{1}{44} m_1$$

با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta m}{m_1} \times 100 = \frac{m_2 - m_1}{m_1} \times 100 = \frac{1/44 m_1 - m_1}{m_1} = 44\%$$

درصد تغییرات خواهد شد:

جرم ۴۴٪ افزایش یافته است.

۱۵۰-گزینه ۲ در انتهای مسیر یعنی وقتی که وزنه در دامنه حرکتش است، $\frac{3}{4}$ جرم آن را جدا کرده ایم، بنابراین بیشینه کشیدگی فنر تغییر نمی کند و دامنه همان

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m}{m/44}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

مقدار اولیه خواهد بود $A_2/A_1 = 1$. اما بسامد با دوره رابطه وارون دارد از این رو:

۱۵۱-گزینه ۱ با توجه به معادله حرکت مشخص می شود که بسامد زاویه ای دستگاه 50π رادیان است. از آن جا که بسامد زاویه ای دستگاه جرم - فنر $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$50\pi = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 2500 \times \pi^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{2500 \pi^2} \Rightarrow m = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

است، بنابراین:

۱۵۲-گزینه ۳ تغییر شناسه تابع کسینوسی (فاز حرکت) برابر است با: $\omega \times 0.8 = \pi \Rightarrow \omega = \frac{25}{2} \pi \text{ rad/s}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{25}{2} \pi = \sqrt{\frac{k}{0.8}} \Rightarrow \frac{625}{4} \pi^2 = \frac{k}{0.8} \Rightarrow k = 1250 \text{ N/m}$$

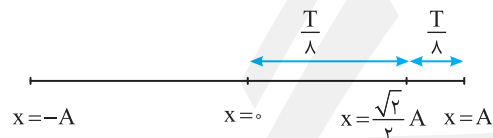
۱۵۳-گزینه ۲ راه حل اول: با توجه به معادله مکان زمان داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{25}{2} \pi \times \frac{t}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 1/6 \text{ s}$$

$$1/6 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow k = \frac{2\pi^2}{0.64} \Rightarrow k = \frac{20}{0.64} = 31.25 \text{ N/m}$$

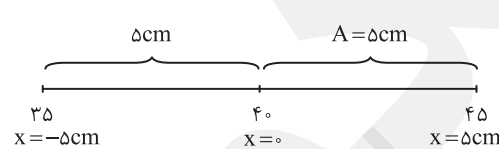
حال با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

راه حل دوم: قسمت اول سؤال را می توانستیم به کمک بازه های زمانی شناخته شده به دست آوریم.



$$\frac{T}{8} = 0.2 \Rightarrow T = 1/6 \text{ s}$$

بقیه مراحل شبیه راه حل اول است.



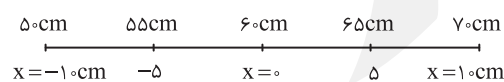
۱۵۴-گزینه ۱ طول مسیر حرکت $45 - 35 = 10 \text{ cm}$ و دامنه حرکت $A = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

است. بسامد زاویه ای خواهد شد:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{1/6}} = \sqrt{\frac{4000}{16}} \Rightarrow \omega = \frac{20}{4} \times \sqrt{10} = 5\sqrt{10} \xrightarrow{\sqrt{10} = \pi} \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

معادله حرکت را نوشته و مکان را در لحظه های $t_1 = 0$ و $t_2 = 15 \text{ s}$ به دست می آوریم:

$$x = 0.5 \cos 5\pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = +0.5 \text{ m} \\ t_2 = 15 \text{ s} \Rightarrow x_2 = -0.5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.5 - 0.5}{15 - 0} \Rightarrow v_{av} = \frac{-1}{15} \text{ m/s}$$

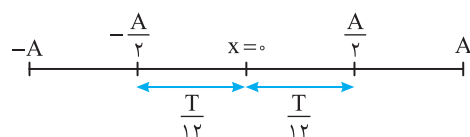


۱۵۵-گزینه ۴ طول مسیر حرکت مطابق شکل برابر $70 - 50 = 20 \text{ cm}$ است از این رو دامنه حرکت $A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$ می شود و نقطه تعادل در 60 cm طول فنر خواهد بود.

بازه تغییر طول از 55 cm تا 65 cm یعنی مکان نوسانگر از 5 cm تا 5 cm تغییر کند.

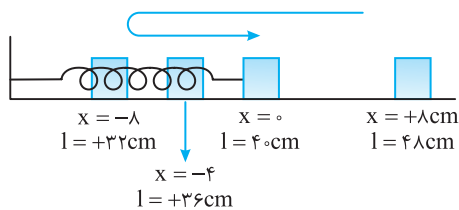
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{5 \times 10^{-2}}{500}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{50} \text{ s} = \frac{3}{50} = 0.06 \text{ s}$$

دوره را به دست می آوریم:



به کمک بازه های زمانی شناخته شده زمان حرکت از -5 cm تا $+5 \text{ cm}$ خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.06}{6} = 0.01 \text{ s}$$



مقدار انحراف از حالت تعادل و رها شدن وزنه برابر دامنه نوسان است:

$$A = 48 - 40 = 8 \text{ cm}$$

وقتی طول فنر ۳۶ cm است یعنی مکان نوسانگر $x = -4 \text{ cm}$ خواهد بود.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{250}{0.1}} = 50 \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه‌ای سامانه را به دست می‌آوریم:

زمان گذر وزنه از مکان $x = -4 \text{ cm}$ برای دومین بار را به کمک معادله حرکت هماهنگ ساده به دست می‌آوریم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -4 = 8 \cos 50t \Rightarrow \cos 50t = -\frac{1}{2}$$

$$t = \frac{4\pi}{150} \rightarrow t = \frac{4}{150} \text{ s}$$

برای بار اول $50t = \frac{2\pi}{3}$ و برای دومین بار $50t = \frac{4\pi}{3}$ است از این رو $t = \frac{4\pi}{150} \text{ s}$ جواب مسأله است.

$$kx = mg \Rightarrow k \times \frac{2}{100} = 20 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/kg}$$

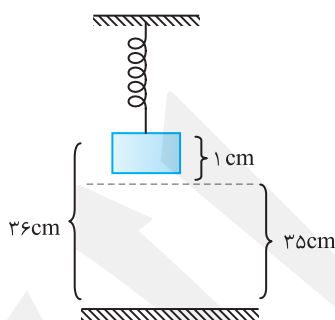
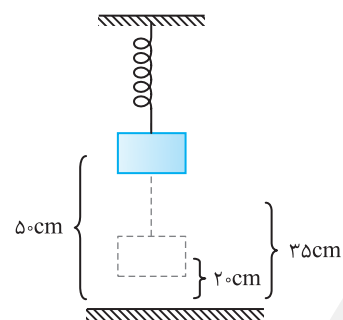
پس از آویزان کردن فنر ۲ cm کشیده شده تا به تعادل برسد.

در حالت دوم به فنر وزنه‌ای ۱۰ N وصل کرده‌ایم در واقع جرم برابر ۱ kg می‌باشد. ($mg = 10 \text{ N} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{1000}} = 2\pi \sqrt{10^{-3}} = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{1000}} = \frac{2}{\sqrt{1000}} \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2000}} \Rightarrow T = 2(\sqrt{10}) \sqrt{\frac{1}{2000}} \Rightarrow T = 1 \text{ s}, \quad T = \frac{t}{N} \Rightarrow 1 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

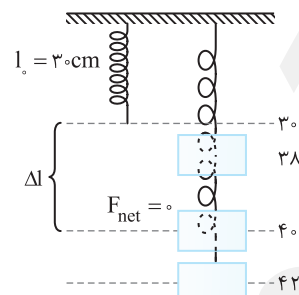
ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:



متحرک بین ۲۰ cm و ۵۰ cm از زمین نوسان

می‌کند پس مرکز نوسان $\frac{50+20}{2} = 35 \text{ cm}$ از زمین است. در واقع

در ۳۶ cm زمین نوسانگر در ۱ cm مرکز تعادل قرار داشته و از آنجا که شتاب و نیرو همواره به سمت مرکز تعادل می‌باشد پس شتاب به سمت پایین است، اما جهت حرکت با مشخص بودن مکان نوسانگر از مرکز تعادل مشخص نمی‌باشد و می‌تواند نوسانگر به سمت بالا یا پایین در حرکت باشد.



یک نوسانگر ساده همواره در دو طرف نقطه تعادل خود نوسان می‌کند، پس تعادل وزنه در محل

$$\Delta l = 40 - 30 = 10 \text{ cm}, \quad F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow k \Delta l = mg \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\Delta l}{g} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$$

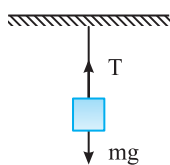
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{1000}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

۴۰ cm خواهد بود.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1000}{k}} \Rightarrow 4 = 4\pi \sqrt{\frac{1000}{k}} \Rightarrow k = 10^4 \text{ N/m}$$

$$mg = kx \Rightarrow 1000 = 10^4 x \Rightarrow x = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

حال اگر مسافری به جرم ۱۰۰ kg در ماشین بنشیند:



$$mg = T \Rightarrow mg = 2N \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.2}{1000}} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

با وصل کردن وزنه به فنر، دوره نوسان وزنه خواهد شد:

زمان	دور
۰.۲ s	۱ دور $N = 150$
۳۰	$N = ?$

تعداد نوسان‌های وزنه در مدت ۳۰ s برابر است با:

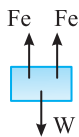
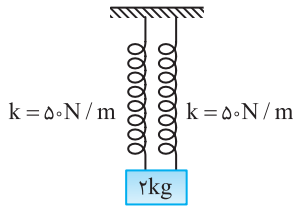
در هر دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$ طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده در مدت ۱۵۰ دور خواهد شد:

$$l = 150 \times \frac{20}{100} = 30 \text{ m}, \quad s_{\text{av}} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{30}{30} = 1 \text{ m/s}$$

جسم به دو فنر مشابه با ثابت 400 N/m متصل است پس می‌توانیم در نظر بگیریم (مدل‌سازی کنیم) جسم به فنری با ثابت 800 N/m وصل است:

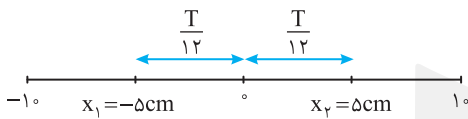
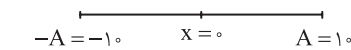
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{t}{2} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{3} \text{ s}$$



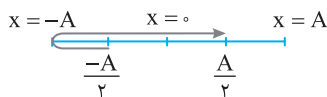
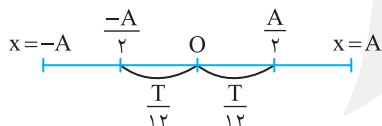
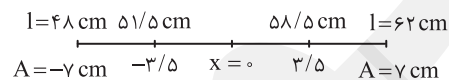
$$k' = 4k \Rightarrow k' = 4 \times 500 \text{ N/m} = 2000 \text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2000}{2}} = \sqrt{1000} = 31.6 \text{ rad/s}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

$$2A = I_{\max} - I_{\min} \Rightarrow 2A = 62 - 48 = 14 \Rightarrow A = 7 \text{ cm}$$



۱۶۳- گزینه ۴

با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ داریم:

برای درک این مدل‌سازی به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در شکل روبه‌رو افزایش طول هر فنر چند سانتی‌متر است؟

پاسخ: نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم و نیروی خالص را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$2F_e = W \Rightarrow 2k\Delta l = mg \Rightarrow 1000\Delta l = 20 \Rightarrow \Delta l = \frac{20}{1000} = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

به قسمت $2k$ دقت کنید مانند این است که وزنه به یک فنر با ثابت $k' = 2k$ متصل است. در واقع وقتی n فنر با ثابت k را

به‌طور موازی بین دیوار و وزنه متصل کنیم، می‌توان فنرها را با یک ثابت $k' = nk$ در نظر گرفت.

۱۶۴- گزینه ۲ ثابت فنر معادل این چهار فنر خواهد شد:

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

۱۶۵- گزینه ۲ طول پاره‌خط مسیر نوسان برابر $2A$ است از این‌رو:

$$A = \frac{\text{طول مسیر}}{2} \Rightarrow A = \frac{60 - 40}{2} = 10 \text{ cm}$$

تغییر طول فنر در اطراف $x = 0$ (نقطه تعادل) در زمان کوتاه‌تری نسبت به مکان‌های دیگر انجام

می‌شود زیرا در اطراف این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است، بنابراین تغییر طول به اندازه 10 cm

در بین $x = +5 \text{ cm}$ تا $x = -5 \text{ cm}$ و بالعکس در زمان کوتاه‌تری نسبت به تغییر طول به اندازه

$$\Delta t = 2 \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

$$\Delta t = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{6} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2}{800}}}{6} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s}$$

۱۶۶- گزینه ۴ دوره نوسان دستگاه برابر است با:

دامنه نوسان برابر نصف طول مسیر است:

مطابق شکل وقتی طول فنر از $51/5 \text{ cm}$ به $58/5 \text{ cm}$ می‌رسد، در واقع وزنه باید از مکان

$$\frac{-A}{2} = -3/5 \text{ cm}$$

برای نخستین بار به مکان $3/5 \text{ cm}$ برود و چون جهت حرکت بیان نشده دو

حالت ممکن است رخ دهد:

$$\text{حالت اول: وزنه بدون تغییر جهت از مکان } -3/5 \text{ cm} \text{ به مکان } 3/5 \text{ cm} \text{ برود.}$$

در این صورت زمان جابه‌جایی برابر خواهد بود با:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

حالت دوم: آن است که وزنه از مکان $-3/5 \text{ cm}$ به دامنه $-A$ یعنی به انتهای مسیر رفته و

در بازگشت به مکان $3/5 \text{ cm}$ برود. در این صورت زمان جابه‌جایی برابر نصف دوره است.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ s}$$

بنابراین هر دو مقدار $\frac{\pi}{3} \text{ s}$ و $\frac{\pi}{5} \text{ s}$ می‌توانند جواب باشند.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow (m_A + m_B)g = k\Delta l \Rightarrow (0.1 + 0.3) \times 10 = k(0.3 - 0.2) \Rightarrow k = 40 \text{ N/m}$$

ابتدا ثابت فنر را به دست می آوریم:

۱۶۷- گزینه ۳

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \Rightarrow T_A = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{40}} \Rightarrow T_A = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

بعد از جدایی وزنه B، وزنه A حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت، بنابراین:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{20} = 0.3 \text{ s}$$

ابتدا دوره دستگاه با جرم m و ثابت k را به دست می آوریم:

۱۶۸- گزینه ۱

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \times \sqrt{\frac{k}{k'}} \xrightarrow{k'=3k} \frac{T'}{3} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{T'}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow T' = 1 \text{ s} \Rightarrow f' = 1 \text{ Hz} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}} \end{cases}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$|ma| = kx \Rightarrow |a| = \frac{k}{m} x \Rightarrow |a| = \frac{40}{0.1} \times (0.2) = 80 \text{ m/s}^2$$

با برابر قرار دادن $F = kx$ و $F = ma$ خواهیم داشت:

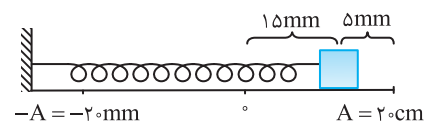
۱۶۹- گزینه ۳

نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان خود عبور می کند، بنابراین نوسانگر در هر دقیقه $\frac{30}{2} = 15$ نوسان کامل دارد، همچنین فاصله دو انتهای

۱۷۰- گزینه ۴

مسیر از هم برابر ۴cm داده شده پس دامنه حرکت برابر $A = 2\text{cm}$ است.

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ \text{محل} \Rightarrow T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{15} = 0.4 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = \frac{\pi}{0.2} \text{ rad/s}$$



با توجه به شکل روبه رو اکنون شتاب را در مکان $x = 15\text{mm} = 1/5\text{cm}$ حساب می کنیم.

$$x = 15\text{mm} = 1/5\text{cm}$$

$$|a| = |\omega^2 x| \Rightarrow a = \frac{\pi^2}{4} \times 1/5 = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ cm/s}^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0.1}} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

ابتدا بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

۱۷۱- گزینه ۱

چون وزنه از فاصله ۵cm حالت تعادل رها شده است، دامنه نوسانگر ۵cm است. فاصله نوسانگر از حالت تعادل وقتی پس از رها شدن ۲cm بالا رفته، برابر با

$$ma = |kx| \Rightarrow a = \frac{k}{m} x \Rightarrow a = 40 \times 0.02 = 0.8 \text{ m/s}^2$$

است. شتاب در مکان $x = 3\text{cm}$ برابر است با:

رابطه $a + 4x = 0$ را به صورت $a = -4x$ نوشته و آن را با معادله شتاب مکان $a = -\omega^2 x$ مقایسه می کنیم، بنابراین در معادله $|a| = 4x$

۱۷۲- گزینه ۱

$$\omega = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 2 \Rightarrow T = \pi \text{ s}$$

$\omega^2 = 4$ است، بنابراین:

$$|a| = \omega^2 x$$

با کمک معادله شتاب - مکان شتاب در مکان های A، B و C را حساب می کنیم:

۱۷۳- گزینه ۳

$$|a_A| = \omega^2 \frac{1}{3}, \quad |a_B| = \omega^2 \frac{2}{3}, \quad |a_C| = \omega^2 1 \Rightarrow |a_C| = \frac{3}{2} |a_B| = 3 |a_A|$$

$$T = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ s} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

در هر 0.4 ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می دهد، پس:

۱۷۴- گزینه ۳

$$a_{max} = A\omega^2 = A \times 100\pi^2 \Rightarrow A \times 100 = 200 \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2\text{cm}$$

با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$MN = 2A = 4\text{cm}$$

چون M و N دو سر پاره خط نوسان هستند پس طول MN برابر است با:

با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ و قانون هوک $F = -kx$ خواهیم داشت:

۱۷۵- گزینه ۴

$$\begin{cases} F_{max} = ma_m \Rightarrow ma_m = kA \Rightarrow a_m = \frac{k}{m} A \Rightarrow 2 = \frac{10}{m} \times \frac{1}{10} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \text{ kg} = 0.5 \text{ g} \\ |F| = kx \end{cases}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون و قانون هوک می توان نوشت:

۱۷۶- گزینه ۲

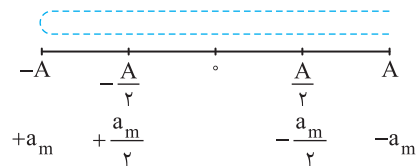
$$\begin{cases} F = ma \\ F = -kx \end{cases} \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m} x \xrightarrow{\omega^2 = \frac{k}{m}} a = -\omega^2 (0.2 \cos \pi t)$$

$$t = \frac{1}{3} \text{ s} \Rightarrow a = -\pi^2 (0.2) \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = -10 \times 0.2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = -10 \text{ cm/s}^2$$

$$\omega t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\pi} \times t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \text{ s}$$

$$x = 0.02 \cos \omega(t + \frac{T}{6}) \Rightarrow x = 0.02 \cos 2(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow x = 0.02 \cos \frac{4\pi}{3} = -0.01 \text{ m}$$

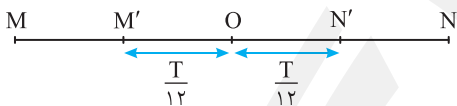
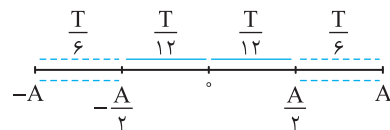
$$|a| = |\omega^2 x| = 4 \times 0.01 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \text{ m/s}^2$$



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm \frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{پاسخها در یک دوره}} \omega t = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6}, \frac{T}{3}, \frac{2T}{3}, \frac{5T}{6}$$

$$\begin{cases} |a| = \omega^2 x & a = \frac{a_m}{2} \rightarrow x = \frac{A}{2} \\ |a_m| = A\omega^2 \end{cases}$$



$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

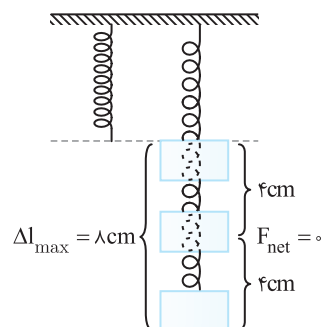
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$|a| = +\omega^2 x \Rightarrow |a| = \pi^2 \times 1/5 \Rightarrow |a| = 1.5 \text{ cm/s}^2$$

$$T = \frac{1}{2} \text{ s} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} \omega = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$F_{\text{max}} = mA\omega^2 \xrightarrow{m = 0.5 \text{ kg}} F_{\text{max}} = 0.5 \times 5 \times 16\pi^2 \Rightarrow F_{\text{max}} = 4 \text{ N}$$



۱۷۷- گزینه ۳ شناسه تابع کسینوسی برابر ωt است.

۱۷۸- گزینه ۱ اندازه شتاب برابر $|a| = \omega^2 |x|$ است پس هنگامی که مکان در دامنه قرار دارد شتاب بیشینه $(a_{\text{max}} = \omega^2 A)$ و هنگامی که نوسانگر در فاصله $\frac{A}{2}$ از نقطه تعادل قرار دارد شتاب برابر $|a| = \omega^2 \frac{A}{2}$ بوده که نصف شتاب بیشینه است:

۱۷۹- گزینه ۲ زمانی که شتاب نوسانگر نصف شتاب بیشینه می شود باید مکان نوسانگر نیز نصف دامنه خود باشد.

۱۸۰- گزینه ۳ طول مسیر نوسان ۶ cm است بنابراین دامنه $A = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$ خواهد شد و مکان نقاط M' و N' به ترتیب $x_{M'} = -1/5 = -\frac{A}{2}$ و $x_{N'} = +1/5 = +\frac{A}{2}$ است. با توجه به بازه های شناخته شده $\Delta t = \frac{T}{6}$ است و در دو جابه جایی بعدی با توجه به بازه شناخته شده $\Delta t = 2 \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$ است.

۱۸۱- گزینه ۱ ابتدا بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

۱۸۲- گزینه ۲ اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به دست می آوریم.

بسامد زاویه ای برابر است با:

بزرگی شتاب خواهد شد:

وقتی مکان مثبت است، شتاب منفی است از این رو $a = -1.5 \text{ cm/s}^2$

۱۸۱- گزینه ۱ ابتدا بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

طول پاره خط مسیر ۱۰ cm است بنابراین دامنه خواهد شد:

اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به دست می آوریم.

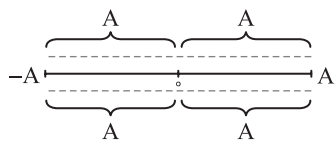
۱۸۲- گزینه ۲ ابتدا ثابت فنر را حساب می کنیم.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta l \Rightarrow 5 = k \frac{4}{100} \Rightarrow k = \frac{5 \times 100}{4} = 125 \text{ N/m}$$

بیشترین نیروی وارد بر وزنه توسط فنر در پایین ترین نقطه مسیر اعمال می شود که با توجه به شکل، در این حالت $\Delta l = 8 \text{ cm}$ است.

$$F_{\text{max}} = k\Delta l_{\text{max}} = 125 \times \frac{8}{100} = 10 \text{ N}$$

در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام شده بنابراین: **۱۸۳- گزینه ۲**



$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm}$$

$$|F_{\max}| = mA\omega^2$$

$$|F_{\max}| = \frac{2}{1000} \times \frac{4}{100} \times (4\pi)^2 \Rightarrow |F_{\max}| = 0.128 \text{ N}$$

در هر دوره مسافت طی شده برابر ۴A است:

بیشینه نیرو نوسانگر برابر است با:

با توجه به معادله داده شده $A = 0.01 \text{ m}$ و $\omega = 20 \text{ rad/s}$ است. **۱۸۴- گزینه ۲**

$$F_{\max} = mA\omega^2 \Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.01 \times (20)^2 \Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.01 \times 400 = 0.2 \text{ N}$$

نیروی وارد بر نوسانگر برابر kx است و بیشینه این نیرو برابر kA می باشد. چون فنر تغییر نکرده پس k ثابت است و دامنه برابر است با:

$$kA_1 = kA_2 \Rightarrow A_1 = A_2 = 0.01 \text{ m}$$

۱۸۵- گزینه ۲

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\sqrt{\frac{k}{m_1}}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\Delta\pi}{2} \text{ rad/s}$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$x = A_2 \cos \omega_2 t \Rightarrow x = 0.1 \cos \frac{\Delta\pi}{2} t \Rightarrow x = 0.1 \cos \frac{\Delta\pi}{2} t$$

معادله حرکت در حالت دوم خواهد شد:

برای به دست آوردن شتاب متوسط باید تغییرات سرعت را به دست آوریم ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$). برای به دست آوردن سرعت، ابتدا مکان نوسانگر در $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 2 \text{ s}$ را بررسی می کنیم. اگر نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشت $x = \pm A$ (نقاط بازگشت) سرعت متحرک صفر و اگر در مرکز نوسان $x = 0$ قرار داشت، اندازه سرعت بیشینه است ($|v| = A\omega$). **۱۸۶- گزینه ۳**

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 1\right) = 0 \xrightarrow{\text{مرکز نوسان}} |v_1| = A\omega = 0.2 \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{10} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = \pi \text{ cm/s}$$

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 2\right) = -0.2 \xrightarrow{\text{در نقاط بازگشت}} v_2 = 0$$

$$|\bar{a}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \left| \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \right| = \frac{\pi}{2-1} = \pi \text{ cm/s}^2$$

اندازه شتاب متوسط برابر است با:

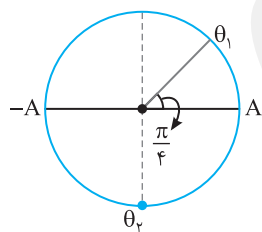
با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ و قانون هوک $F = -kx$ می توان نوشت: **۱۸۷- گزینه ۱**

$$ma = -kx \Rightarrow ma = -kA \cos \omega t \Rightarrow a = -\frac{k}{m} A \cos \omega t \Rightarrow a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

$$A\omega^2 = 100\pi^2 \Rightarrow A \times (\Delta\pi)^2 = 100\pi^2 \Rightarrow A \times 2500\pi^2 = 100\pi^2 \Rightarrow A = \frac{1}{25} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

بنابراین با توجه به معادله شتاب - زمان مسأله خواهیم داشت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$



$$\theta_1 = \omega t_1 = 50\pi \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\theta_2 = \omega t_2 = 50\pi \times \frac{3}{100} = \frac{3\pi}{2}$$

می دانیم که با حرکت به سمت دامنه ها حرکت کندشونده است پس در حرکت از θ_1 تا θ_2 تنها در بازه $\frac{\pi}{2}$ تا π

($x=0$ تا $x=-A$) حرکت کندشونده است که این بازه برابر $\frac{T}{4} = 0.1 \text{ s}$ است.

$$v_{\max} = \Delta \sqrt{\frac{2}{0.5}} = 100 \text{ cm/s}$$

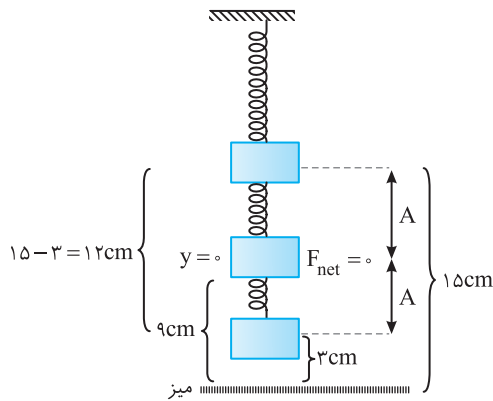
با توجه به رابطه $v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم: **۱۸۸- گزینه ۲**

$$2A = 52 - 42 = 10 \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

طول پاره خطی که نوسانگر در آن نوسان می کند برابر ۲A است. **۱۸۹- گزینه ۲**

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = A\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{100} \times \sqrt{\frac{160}{0.1}} = 2 \text{ m/s}$$

بیشینه تندی برابر است با:



۱۹۰- گزینه ۲ ابتدا دوره را به دست می آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{4}} \Rightarrow T = \pi \text{ s}$$

دامنه برابر است با:

$$A = \frac{15-3}{2} = 6 \text{ cm}$$

در فاصله ۹ cm از میز، وزنه در نقطه تعادل قرار دارد، شتاب صفر و سرعت بیشینه است.

$$a = 0, \quad v = A\omega = A \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = 0.12 \text{ m/s}$$

۱۹۱- گزینه ۴ به کمک رابطه سرعت بیشینه، در دو حالت v_m را به دست آورده و مقادیرهای به دست آمده را از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} v_m = A\omega = 4 \times \frac{2\pi}{\pi} = 8 \text{ cm/s} \\ v'_m = A'\omega = 9 \times \frac{2\pi}{\pi} = 18 \text{ cm/s} \end{cases} \Rightarrow 18 - 8 = 10 \text{ cm/s} = 0.1 \text{ m/s}$$

۱۹۲- گزینه ۲ با برابر قرار دادن $F = -kx$ و $F = ma$ خواهیم داشت: $|a| = -\omega^2 x \Rightarrow \lambda = +\omega^2 (r) \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

$$A\omega = 5 \times 2 = 10 \text{ cm/s}$$

بیشینه تندی نوسانگر برابر است با:

دقت کنید چون واحد دامنه A سانتی متر است پس تندی بر حسب cm/s به دست آمده است.

۱۹۳- گزینه ۳ جرم وزنه ۵۰ درصد افزایش یافته بنابراین:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\sqrt{\frac{k}{m_1}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{v_{2,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} \Rightarrow \frac{v_{2,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \frac{a_{2,\max}}{a_{1,\max}} = \frac{A\omega_2^2}{A\omega_1^2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

۱۹۴- گزینه ۲ در لحظه t که فنر نه کشیده و نه فشرده است، وزنه در نقطه تعادل خود قرار دارد و در نقطه تعادل نیرو و شتاب صفر اما تندی بیشینه است.

$$a, F = 0, \quad v_{\max} = A\omega = 12 \text{ m/s}$$

$$v_{\max} = A \times 15 = 12 \Rightarrow A = \frac{12}{15} = 0.8 \text{ m}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.8 \cos(15t)$$

بسامد زاویه ای از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 15 \text{ rad/s}$ به دست می آید.

بنابراین معادله مکان - زمان وزنه به صورت:

۱۹۵- گزینه ۲ ابتدا با توجه به معادله نوسانگر A، دوره نوسانگر A و B را به دست می آوریم:

$$\omega_A = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T_A} = \pi \Rightarrow T_A = 2 \text{ s} \xrightarrow[\text{با توجه به فرض مسأله}]{T_B = T_A + 2} T_B = 2 + 2 = 4 \text{ s} \xrightarrow{\omega_B = 2\pi/T_B} \omega_B = \frac{\pi}{2} \text{ s}$$

$$A_A \omega_A = 2 A_B \omega_B \Rightarrow A_A \times \pi = 2 A_B \times \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_A = A_B = 0.1 \text{ m}$$

تندی بیشینه A دو برابر تندی بیشینه B است، بنابراین:

$$x = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow x = 0.1 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

در نتیجه معادله مکان - زمان نوسانگر B به صورت روبه رو است:

۱۹۶- گزینه ۱ تکانه برابر $P = mv$ است بنابراین تکانه بیشینه برابر است با:

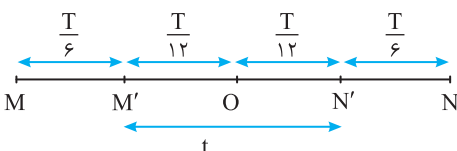
$$P = mv_m \Rightarrow P = mA\omega \Rightarrow 2 \times 0.1 \times \frac{2\pi}{1} = 1.6 \text{ gm/s} \Rightarrow 2 \times 2 \times 0.1 \times A = 1.6 \Rightarrow A = 0.4 \text{ m} \Rightarrow 2A = 0.8 \text{ m}$$

دقت کنید که واحد تکانه g.m/s است پس m را نیز با واحد گرم قرار دادیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{v_m = 3\pi \text{ m/s}} 3\pi = 3\omega \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

۱۹۷- گزینه ۳ تندی بیشینه برابر $A\omega$ است:

با استفاده از بازه های زمانی شناخته شده مسأله قابل حل است.



$$t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \xrightarrow{T=2\text{s}} t = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

از N' تا M' برابر است با:

۱۹۸- گزینه ۱

معادله نیرو- مکان داده شده $F = -16\pi^2 x$ را با معادله نیرو- مکان حرکت هماهنگ ساده $F = -m\omega^2 x$ مقایسه می‌کنیم.

$$m\omega^2 = 16\pi^2 \xrightarrow{m=1\text{kg}} \omega^2 = 16\pi^2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{1}{2} \text{ cm} = 0.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

دامنه نصف پاره‌خط مسیر است.

$$v_m = A\omega = v_m = 0.5 \times 10^{-2} \times 4\pi \Rightarrow v_m = 2\pi \text{ m/s}$$

بیشینه تندی خواهد شد:

$$\left. \begin{aligned} x = \pm A \\ v = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = 250 \cdot z^2 - 250 \cdot 0 \cdot A^2 \Rightarrow z = A$$

۱۹۹- گزینه ۲ در نقاط بازگشت $x = \pm A$ سرعت صفر است بنابراین:

در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان نوسانگر $x = 0$ باشد تندی نوسانگر بیشینه است.

$$x = 0 \Rightarrow \frac{25}{\pi^2} v_m^2 = 1 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$$

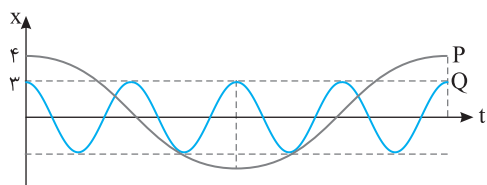
۲۰۰- گزینه ۴ با توجه به معادله سرعت- مکان $\frac{25}{\pi^2} v^2 + 250 \cdot x^2 = 1$ می‌توان نوشت:

$$v = 0 \Rightarrow 250 \cdot A^2 = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{250}} \text{ m} = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) تندی صفر است:

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{5} = 0.02 \left(\frac{2\pi}{T} \right) \Rightarrow T = 0.2 \text{ s} = \frac{2}{10} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

در این صورت نمودار گزینه (۴) درست است.



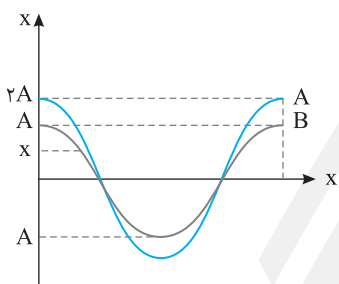
۲۰۱- گزینه ۱

با توجه به شکل دوره P چهار برابر دوره Q است.

$$T_P = 4T_Q \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega_P = \frac{1}{4} \omega_Q$$

$$\frac{v_{\max P}}{v_{\max Q}} = \frac{A_P \omega_P}{A_Q \omega_Q} = \frac{4 \times \frac{1}{4} \omega_Q}{3 \times \omega_Q} = \frac{1}{3}$$

نسبت تندی بیشینه P و Q خواهد شد:



۲۰۲- گزینه ۳

با توجه به نمودار دوره و بسامد حرکت هر دو نوسانگر برابر است:

$$T_A = T_B \Rightarrow f_A = f_B \Rightarrow \omega_A = \omega_B$$

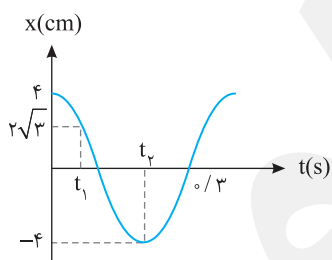
$$\begin{cases} v_{mA} = A_A \omega_A \\ v_{mB} = A_B \omega_B \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{mA}}{v_{mB}} = \frac{2A}{A} = 2$$

تندی بیشینه $v_m = A\omega$ است از این‌رو:

بنابراین تندی بیشینه آن‌ها برابر نیست.

شتاب در حرکت هماهنگ ساده $|a| = \omega^2 x$ است. در مکان x با توجه به یکسان بودن بسامد زاویه‌ای،

شتاب برابر است. بنابراین دو کمیت بسامد و شتاب در مکان x برای دو نوسانگر یکسان است.



۲۰۳- گزینه ۱

در لحظه $t = 0$ و $t = t_1$ نوسانگر در نقطه بازگشت خود قرار دارد بنابراین

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{t_2 \text{ در } v=0} \xrightarrow{t_1 \text{ در } v=0} a_{av} = 0 = 0$$

سرعت در این دو لحظه برابر صفر است.

$$\frac{2T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 0.5 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ rad/s}$$

با توجه به نمودار:

$$|a| = +\omega^2 x \Rightarrow |a| = +25\pi^2 \times \frac{2\sqrt{3}}{4} = +5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

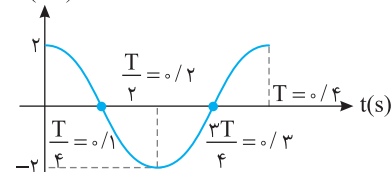
شتاب در لحظه t_1 برابر است با:

۲۰۴- گزینه ۴ در این تست در معادله شتاب- مکان یک علامت منفی مشاهده می‌کنید که علت آن همان قانون هوک $F = -kx$ است که در درسی بیان شده است و با توجه به قانون هوک معادله شتاب- مکان نوسانگر به صورت $a = -\omega^2 x$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} a = -25\pi^2 x \\ a = -\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow \omega^2 = 25\pi^2 \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 5\pi \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

x (cm)

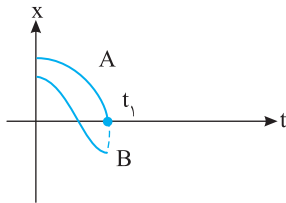
تندی بیشینه نوسانگر برابر A ω است.



$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 1 \text{ m/s}} 1 \cdot \pi = A \times 5\pi \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

* قانون هوک در کتاب درسی بیان نشده است با آنکه علت اصلی حرکت هماهنگ ساده است.

۲۰۵- گزینه ۲ در لحظه t_1 با توجه به نمودار، مدت زمانی که از نوسان‌های نوسانگر A و B گذشته برابر است با:

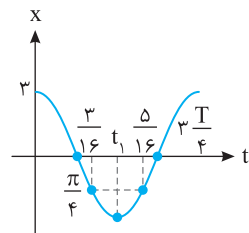


$$\begin{cases} t_1 = \frac{T_A}{4} \\ t_1 = \frac{T_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{4} = \frac{T_B}{2} \Rightarrow T_A = 2T_B \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega_B = 2\omega_A$$

معادله نیرو - مکان $|F| = m\omega^2 x$ می‌باشد بنابراین بیشینه نیرو برابر است با:

$$\frac{|F_{\max A}|}{|F_{\max B}|} = \frac{(m\omega^2 A)_A}{(m\omega^2 A)_B} = \frac{m_A \times \omega_A^2 \times A_A}{m_B \times \omega_B^2 \times A_B} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

۲۰۶- گزینه ۴ با توجه به تقارن نمودار در دو طرف لحظه t_1 که نوسانگر در مکان -A قرار دارد می‌توان نتیجه گرفت t_1 در وسط $\frac{3}{16}$ و $\frac{5}{16}$ است، از این رو:



$$t_1 = \frac{3 + 5}{16} \times \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

لحظه $t = \frac{3}{8}$ s برابر است با:

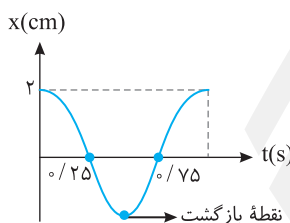
$$\frac{t}{T} = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{8} T$$

با توجه به نمودار در لحظه $\frac{3}{8} T$ نوسانگر در مکان $x=0$ و دارای تندی بیشینه است در نتیجه:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.3 \times \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v_m = 0.12\pi \text{ m/s} \Rightarrow v_m = 12\pi \text{ cm/s}$$

۲۰۷- گزینه ۲ با توجه به رابطه $a = -kx$ است و فرض مسأله که k یک مقدار ثابت است، شتاب متحرک ثابت است درحالی که می‌دانیم حرکت هماهنگ ساده حرکت با شتاب متغیر است پس حرکت هماهنگ ساده نیست.

۲۰۸- گزینه ۲ با توجه به نمودار $\frac{T}{4} = 0.25$ s است پس دوره حرکت $T = 1$ s می‌باشد و در مدت $\frac{T}{2} = 0.5$ s ابتدایی متحرک از $x = A$ به $x = -A$ می‌رسد پس ابتدا نوسانگر به مرکز نوسان ($x=0$) که تندی بیشینه دارد نزدیک شده و حرکت آن تندشونده است و پس از آن از مرکز نوسان در حال دور شدن بوده و حرکت آن کندشونده است از این رو گزاره (الف) نادرست است.



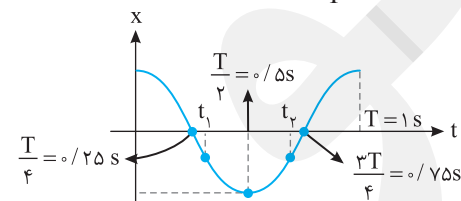
در بازه $t = \frac{T}{4} = 0.25$ s تا $t = \frac{3T}{4} = 0.75$ s مطابق شکل روبه‌رو یک‌بار متحرک به نقطه بازگشت خود رسیده است و گزاره (ب) درست است.

بیشینه تندی نوسانگر برابر $A\omega$ است.

گزاره (پ) درست است.

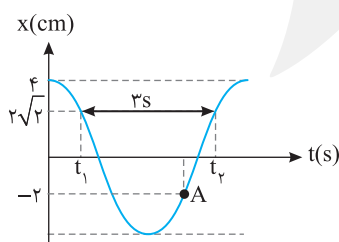
$$\omega^2 = 4\pi^2 \Rightarrow \omega = 2\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{1} = 2\pi \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

۲۰۹- گزینه ۴ با توجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:



بنابراین نمودار $x-t$ نوسانگر به صورت روبه‌رو است. در t_1 نوسانگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر $(\frac{T}{4} < t_1 < \frac{T}{2})$ است پس حرکت متحرک کندشونده است در t_2 نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز تعادل $(\frac{T}{2} < t_2 < \frac{3T}{4})$ است پس حرکت متحرک تندشونده است.

۲۱۰- گزینه ۱ ابتدا با توجه به بازه زمانی ۳ s، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. در t_1 نوسانگر برای نخستین بار از $2\sqrt{2}$ عبور کرده و در t_2 نیز نوسانگر برای دومین بار از $2\sqrt{2}$ عبور می‌کند.



$$x = A \cos \omega t \begin{cases} \cos \omega t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \\ \cos \omega t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{t_2 - t_1 = 3 \text{ s}} \omega(3) = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

تفاضل شناسه‌های تابع کسینوسی برابر است با:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow a = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times (-2) = \frac{\pi^2}{2} \text{ cm/s}^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \pi^2 \text{ cm/s}^2$$

شتاب نوسانگر برابر است با:

۲۱۱- گزینه ۱ شتاب تکرار شونده یعنی شتاب نوسانی و بیشترین این شتاب در نقاط بازگشت خواهد بود و اندازه آن $a_m = A\omega^2$ است. در صورت سؤال بیشینه شتاب قابل تحمل $16g$ بیان شده است از این رو:

$$a_m = 16g \Rightarrow A\omega^2 = 16g \Rightarrow \frac{f}{100} \omega^2 = 16g \Rightarrow \omega^2 = 4000 \Rightarrow (2\pi f)^2 = 4000 \Rightarrow 2\pi f = 20\sqrt{10} \Rightarrow 2\sqrt{10} \cdot f = 20\sqrt{10} \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

۲۱۲- گزینه ۲ دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است که در آن l طول آونگ و g میدان گرانش در محل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.25}{\pi^2}} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

۲۱۳- گزینه ۴ دوره آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، بنابراین $T^2 \propto l$ است.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \Rightarrow T = 2/3 \text{ s}$$

۲۱۴- گزینه ۱ ابتدا دوره آونگ را به دست می آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 0.16 \text{ m} \Rightarrow l = 16 \text{ cm}$$

اکنون طول آونگ را حساب می کنیم.

۲۱۵- گزینه ۲ ابتدا با توجه به اینکه در مدت 1 min آونگ $N = 30$ نوسان کامل انجام داده، دوره حرکت را به دست می آوریم: $T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{l}{g} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{l}{10} \Rightarrow g = 10/\pi^2 \approx 1 \text{ m/s}^2$$

دوره آونگ برابر است با:

۲۱۶- گزینه ۳ یک نوسان کامل برابر است با طی دوبار طول مسیر از A تا B بنابراین آونگ در هر دقیقه، ۳۰ نوسان کامل انجام می دهد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} = 2 \text{ s}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 1 \text{ m} \Rightarrow l = 100 \text{ cm}$$

۲۱۷- گزینه ۱ دوره نوسان آونگ به جرم و دامنه آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \xrightarrow{l'=4l} \frac{T'}{T} = 2 \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{1}{2}$$

۲۱۸- گزینه ۲ دوره آونگ ساده به جرم آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\frac{64}{25}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{5}$$

۲۱۹- گزینه ۴ با توجه به رابطه دوره آونگ می توان نوشت:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{l'}{l} \Rightarrow l' = \frac{l}{9}, \Delta l = l - l' = l - \frac{l}{9} = \frac{8}{9}l \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \end{cases}$$

تست: دوره آونگ ساده‌ای یک ثانیه است. چند درصد به طول آونگ اضافه کنیم تا به دوره آن $2/10$ ثانیه اضافه شود؟

۴۴ (۴) ۲۴ (۳) ۱۱ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: دوره آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ به دست می آید، از طرفی $T_2 = T_1 + 0.2T_1 = 1.2T_1$ است.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{1.2}{1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow (1.2)^2 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow 1.44 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow l_2 = 1.44l_1, \Delta l = l_2 - l_1 = 1.44l_1 - l_1 = 0.44l_1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = 44\%$$

نتیجه می گیریم که باید طول آونگ ۴۴ درصد افزایش یابد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲۲۰- گزینه ۴ در حالت اول در مدت t ، ۴ نوسان کامل و در حالت دوم در همان مدت t ، ۵ نوسان کامل انجام داده است بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{T = \frac{t}{N}} \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{4+1}{4} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow l_2 = \frac{16}{25}l_1$$

$$\frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100 = \frac{-\frac{9}{25}l_1}{l_1} \times 100 = -36\%$$

حال درصد تغییرات طول را به دست می آوریم:

که علامت منفی نشان دهنده کاهش می باشد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

۲۲۱- گزینه ۴ با توجه به رابطه دوره آونگ داریم:

با توجه به رابطه بالا بسامد به جرم آونگی بستگی ندارد.

طول نخ ۱۶ برابر شده پس بسامد حالت ثانویه (با توجه به اینکه طول آونگ در مخراج رابطه است) کمتر خواهد شد.

$$f_1 - f_2 = \frac{1}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{g}{L}} - \sqrt{\frac{g}{16L}} \right) \xrightarrow{f_1 - f_2 = 60} \frac{1}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{g}{L}} - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{g}{L}} \right) = 60 \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{4} \sqrt{\frac{g}{L}} \right) = 60 \Rightarrow \frac{f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}}{\frac{3}{4} f_1 = 60} \Rightarrow f_1 = 80 \text{ Hz}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow \sqrt{L_1} = \frac{3\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow L_1 = \frac{9g}{4\pi^2}$$

۲۲۲- گزینه ۳ با توجه به رابطه دوره آونگ $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ می توان گفت:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow \sqrt{L_2} = \frac{4\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow L_2 = \frac{16g}{4\pi^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_1 + L_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{9g}{4\pi^2} + \frac{16g}{4\pi^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{25g}{4\pi^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{25}{4\pi^2}} = 2\pi \times \frac{5}{2\pi} = 5 \text{ s}$$

حال رابطه دوره آونگ را برای آونگ با طول $L_1 + L_2$ می نویسیم:

$$T_2 = 3T_1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 3(2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}) \Rightarrow L_2 = 9L_1$$

۲۲۳- گزینه ۴ با توجه به سؤال دوره یکی از آونگها سه برابر دیگری است:

$$L_2 + L_1 = 10L_1 = 100 \Rightarrow L_1 = 10 \text{ cm}$$

با توجه به فرض مسأله مجموع L_1 و L_2 برابر طول نخ اولیه یعنی ۱۰۰ cm می شود.

$$L_2 = 9L_1 \Rightarrow L_2 = 90 \text{ cm}$$

آونگی دوره بزرگتری دارد که طول بیشتری داشته باشد.

۲۲۴- گزینه ۴ با توجه به معادله حرکت نوسانگر $x = A \cos \omega t$ ، بسامد زاویه ای آونگ برابر $\omega = \frac{\pi}{3}$ و دامنه آن $A = 0.04 \text{ m}$ می باشد.

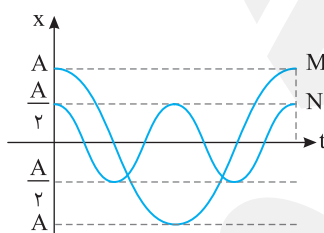
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{9} = \frac{g}{l} \Rightarrow l = 9 \text{ m}$$

۲۲۵- گزینه ۱ بسامد زاویه ای آونگ به دامنه و جرم آن بستگی ندارد از این رو:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\frac{l_1}{\frac{1}{4}l_1}} \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow \omega_2 = 10\pi \text{ rad/s}, A = 2 \times 0.02 = 0.04 \text{ m}$$

$$x = 0.04 \cos(10\pi t)$$

اکنون می توان معادله حرکت را نوشت



۲۲۶- گزینه ۳ دوره حرکت آونگ به دامنه بستگی ندارد از طرفی با توجه به نمودارها مشخص است که در مدت

نشان داده شده روی نمودار آونگ M یک نوسان کامل و آونگ N دو نوسان کامل انجام داده است از این رو:

$$T_M = 2T_N \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_M}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{l_N}{g}}) \Rightarrow l_M = 4l_N$$

۲۲۷- گزینه ۱ اگر ساعت را از تهران به استوا ببریم با توجه به اینکه در استوا شتاب گرانش از بقیه نقاط سطح کره زمین کمتر است، دوره نوسان آونگ افزایش

می یابد $(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ و ساعت کندتر کار کرده و عقب می ماند. بنابراین گزاره (الف) درست است.

با افزایش دما، طول آونگ فلزی افزایش می یابد و دوره آونگ افزایش یافته و ساعت عقب می ماند بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

$$l_2 = l_1(1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow l_2 = l_1(1 + 1/1 \times 10^{-5} \times 40) \Rightarrow l_2 = l_1(1 + 4/10000) = 1.00044 l_1$$

۲۲۸- گزینه ۱

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1.00044 l_1}{l_1}} = (1 + 0.00044)^{1/2} \Rightarrow T_2 \approx 2(1 + \frac{1}{2} \times 0.00044) \Rightarrow T_2 = 2.00044 \text{ s}, \Delta T = T_2 - T_1 = 2.00044 - 2 = 0.00044 \text{ s}$$

۲۲۹- گزینه ۳ میدان گرانش در استوا کمترین مقدار و در قطبها بیشترین مقدار است، زیرا شعاع استوایی زمین از شعاع قطبی آن بیشتر است. در واقع زمین کره

کامل نیست و هرچه از استوا به سمت قطبها برویم، g در حال افزایش است. بنابراین دوره آونگ $(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ کمی کوچکتر می شود.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{10}{g_2}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{10}{g_2} \Rightarrow g_2 = 6.4 \text{ m/s}^2$$

۲۳۰- گزینه ۲ دوره آونگ برابر است با:

۲۳۱- گزینه ۳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و در سطح کره ماه دوره آونگ طولانی تر می شود.

$$\frac{T_f}{T_z} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_m}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_z}}} = \sqrt{\frac{g_z}{g_m}} \Rightarrow \frac{T_f}{T_z} = \sqrt{\frac{g_z}{\frac{1}{6}g_z}} = \sqrt{6}$$

«م» به نشانه ماه و «ز» به نشانه زمین است.

چرخش عقربه های ساعت آونگ دار به کمک نوسان آونگ صورت می گیرد. دوره چرخش عقربه ساعت شمار در سطح زمین ۱۲ ساعت است. بنابراین دوره چرخش عقربه ساعت شمار در سطح کره ماه برابر است با:

$$12 \times \sqrt{6} = 12 \times 2.45 = 29.4 \text{ h}$$

۲۳۲- گزینه ۲ با توجه به رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ که r فاصله از مرکز زمین است داریم:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{G \frac{M}{(2r)^2}}{G \frac{M}{r^2}} \Rightarrow g_2 = \frac{g_1}{4} \xrightarrow{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{9L_1}{4g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow T_2 = 1.5T_1$$

۲۳۳- گزینه ۴ وقتی حالت بی وزنی وجود دارد، اگر آونگ ساعت را منحرف کنیم به جای اول باز نمی گردد یعنی اصولاً آونگ نوسان نمی کند در نتیجه ساعت آونگ دار نیز که عقربه هایش در اثر نوسان آونگ حرکت می کنند، کار نخواهد کرد.

۲۳۴- گزینه ۱ دوره حرکت آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ و دوره نوسان دستگاه جرم- فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. در این صورت دوره آونگ به شتاب گرانش (g) بستگی

دارد اما دوره نوسان دستگاه جرم- فنر به شتاب گرانش (g) بستگی ندارد. بنابراین با دور شدن از سطح زمین و کاهش شتاب گرانش ($g = G \frac{M}{r^2}$) دوره حرکت آونگ افزایش می یابد اما دوره حرکت دستگاه جرم- فنر ثابت می ماند.

۲۳۵- گزینه ۳ با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ($T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$) می توان گفت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{l_B}{l_A}} = \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

با توجه به این که نسبت دوره نوسان آونگ B به دوره نوسان آونگ A برابر با $\frac{1}{\sqrt{2}}$ است. در مدتی که آونگ B، ۳ نوسان انجام می دهد، آونگ A، ۲ نوسان انجام می دهد. بنابراین در مدتی که آونگ B، ۹ نوسان انجام می دهد، آونگ A، ۶ نوسان کامل انجام می دهد.

۲۳۶- گزینه ۴ دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A، آونگ B، ۳ نوسان می کند. در این صورت:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_A = \frac{t}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_B}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5} \\ T_B = \frac{t}{N_B} \\ T_A = 2\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{l_A}{l_B}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{l_A}{l_B}} \Rightarrow \frac{l_A}{l_B} = \frac{9}{25} \Rightarrow l_B = \frac{25}{9} l_A$$

با توجه به فرض مسئله ($l_B - l_A = 48 \text{ cm}$) اکنون می توان l_A را به دست آورد.

$$\frac{25}{9} l_A - l_A = 48 \Rightarrow \frac{16 l_A}{9} = 48 \Rightarrow l_A = 27 \text{ cm}$$

۲۳۷- گزینه ۴ آونگی که طولش بیشتر است، دوره نوسانش ($T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$) طولانی تر و بسامد آن کمتر است. بسامد آونگ بلندتر را f_1 و دیگری را f_2 می نامیم در این صورت:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} T_1$$

می نامیم در این صورت:

$$N_2 = N_1 + 3$$

آونگی که طول کوتاه تری دارد و بسامدش بیشتر است ($f_2 > f_1$) بعد از ۵۴s، سه نوسان از آونگ دیگر جلو می افتد:

$$\Rightarrow \frac{54}{T_2} = \frac{54}{T_1} + 3 \Rightarrow \frac{54 T_1 - 54 T_2}{T_1 T_2} = 3 \Rightarrow 18(T_1 - T_2) = T_1 T_2 \xrightarrow{T_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} T_1} 18(T_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} T_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} T_1^2 \Rightarrow 18(\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1}) = \frac{1}{\sqrt{2}} T_1^2 \Rightarrow T_1 = \frac{1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}} = 2 \text{ s}$$

۲۳۸- گزینه ۳ با توجه به فرض سؤال می توان نوشت:

$$N_B = N_A + 1 \Rightarrow \frac{t}{T_B} = \frac{t}{T_A} + 1 \xrightarrow{t=144s} \frac{144}{T_B} = \frac{144}{1/8} + 1 \Rightarrow \frac{144}{T_B} = 80 + 1 \Rightarrow T_B = \frac{144}{90} = 1/6s$$

۲۳۹- گزینه ۲ راه حل اول: ساعت آونگ داری که درست کار می کند و دوره آونگ آن T است، با گذشت زمان حقیقی T ، گذشت زمانی برابر با T را نشان می دهد. اما هنگامی که دوره از T به T' تبدیل می شود، با گذشت زمان حقیقی T' ، باز هم ساعت گذشت زمانی برابر با T را نشان می دهد. در این صورت دوره جدید آونگ، متناظر با زمان حقیقی است که بر ساعت می گذرد و دوره اولیه که آونگ با آن درست کار می کرد، متناظر با زمانی است که ساعت اشتباه نشان می دهد.

$$T' = T - 0/2 = 2 - 0/2 \Rightarrow T' = 1/8s, \quad \frac{2}{1/8} = \frac{t'}{24} \Rightarrow t' = \frac{160}{3}h$$

$$\Delta t = t' - t = \frac{160}{3} - 24 = \frac{16}{3}h = 160min$$

ساعت جلو می افتد.

راه حل دوم: می توان این گونه استدلال کرد که در $1/8s$ زمان حقیقی، ساعت $2 - 1/8 = 0/2s$ زمان را بیشتر (جلوتر) نشان می دهد، پس در $24h$ زمان حقیقی چه مقدار ساعت جلو می افتد.

$1/8s$	$0/2s$
$24h$	x

$$\Rightarrow x = \frac{16}{3}h = 160min$$

مقدار ساعت جلو می افتد.

۲۴۰- گزینه ۲ ابتدا میدان گرانش در سطح سیاره ($g_p = G \frac{M_p}{R_p^2}$) را با میدان گرانش در سطح زمین ($g_e = G \frac{M_e}{R_e^2}$) مقایسه می کنیم:

$$\rho_p = 3\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = 3\frac{M_e}{V_e} \xrightarrow{M_p = 4M_e} V_e = 8V_p \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi R^3} R_e = 2R_p, \quad \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_p^2} = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow g_p = 16g_e$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T_p = \frac{1}{2}s$$

دوره آونگ را در سطح سیاره به دست می آوریم.

دوره آونگ ساعت کوتاه شده است، بنابراین ساعت تندتر کار می کند و جلو می افتد. ساعت هر $0/5s$ را به اشتباه $2s$ نشان می دهد یعنی در هر $0/5s$ ، ساعت $1/5s$ جلو می افتد. در مدت یک شبانه روز یعنی 24 ساعت:

$$\frac{0/5s}{24h} \mid \frac{1/5s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 72h$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1 = \pi^2 \left(\frac{l}{g}\right) \Rightarrow l = 1m$$

۲۴۱- گزینه ۲ طول آونگ را در حالت اول به دست می آوریم:

بنابراین طول آونگ جدید برابر است با $l' = 1.00 - 1.9 = 81cm$ و دوره آونگ جدید ساعت برابر خواهد شد با:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{0.81}{\pi^2}} \Rightarrow T' = 1/8s$$

در مدت $1/8s$ ساعت به اندازه $2 - 1/8 = 0/2s$ جلو می افتد، پس در مدت یک شبانه روز ($86400s$) مقدار مدتی که جلو می افتد برابر است با:

$$\frac{1/8}{86400} \mid \frac{0/2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 9600s = 40 \text{ دقیقه و } 2 \text{ ساعت}$$

۲۴۲- گزینه ۳ تمام روابطی که برای سامانه جرم - فنر به دست آورده ایم درباره آونگ نیز صادق است از جمله بیشینه شتاب برابر $a_{max} = A\omega^2$ می باشد.

$$\frac{2}{1.00} = 5 \times 10^{-3} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2rad/s$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \frac{g}{l} = 4 \Rightarrow l = 2/5m \Rightarrow l = 2/5m$$

هم چنین می دانیم بسامد زاویه ای برابر $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ است از این رو:

۲۴۳- گزینه ۴ ابتدا با استفاده از سرعت بیشینه و شتاب بیشینه، ω را حساب می کنیم:

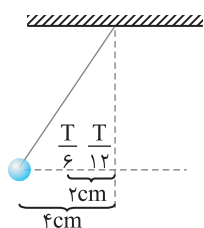
$$a_m = A\omega^2, v_m = A\omega \Rightarrow a_m = v_m\omega \Rightarrow \frac{2}{1.0} = \frac{\sqrt{2}}{1.0} \omega \Rightarrow \omega = \sqrt{2}rad/s, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{1.0}{l}} \Rightarrow l = 5m$$

۲۴۴- گزینه ۳ ابتدا بسامد زاویه ای آونگ را به دست می آوریم. بیشینه نیروی وارد بر آونگ برابر خواهد شد با:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \omega = \sqrt{1.0} rad/s, \quad F_{max} = mA\omega^2 \Rightarrow F_{max} = 0/2 \times 0/01 \times 10 = 0/02N$$

۲۴۵- گزینه ۴ بیشینه شتاب نوسانگر برابر $|a| = A\omega^2$ می باشد. در این سؤال در هر دو حالت دامنه ها با هم برابر است.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{g_2}{g_1} \Rightarrow \frac{G \frac{M}{4R_e^2}}{G \frac{M}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{4}$$



۲۴۶- گزینه ۴ دامنه حرکت آونگ $A=4\text{cm}$ است وقتی که آونگ در 2cm از مبدأ است و به سوی مرکز نوسان می‌رود با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده این مدت برابر $\frac{T}{12}$ است. از این رو:

$$\frac{T}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 3\text{s}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{9}{4}\text{m}$$

بنابراین طول نخ برابر $225\text{cm} = \frac{9}{4} \times 100$ می‌باشد.

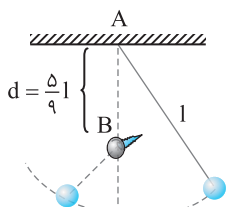
$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow l = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$$

۲۴۷- گزینه ۱ گلوله را از ارتفاع l (طول آونگ) رها کرده‌ایم. زمان رسیدن گلوله به حالت اولیه خواهد شد:

زمان برگشت آونگ از انتهای مسیر به حالت قائم $\frac{1}{4}$ دوره آن است.

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 l}{4g}}, \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{\pi^2 l}{4g}}}{\sqrt{\frac{\pi^2 l}{4g}}} = \sqrt{\frac{1}{1}} = 1 \rightarrow \frac{t_1}{t_2} \approx \sqrt{0.8} \approx 0.9 < 1$$

بنابراین آونگ اول زودتر به حالت اولیه برمی‌گردد.

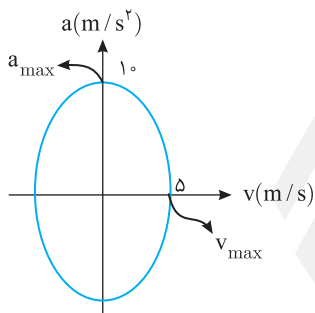


۲۴۸- گزینه ۳ دوره این آونگ برابر جمع نصف دوره آونگی به طول l و نصف دوره آونگی به طول $\frac{4}{9}l$ است.

$$T' = \frac{1}{2}(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{4}{9}l}) \Rightarrow T' = \frac{1}{2} \times 2\pi(\sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{l}{g}}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T' = \frac{5}{6}T$$

$$T' = T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

چون قطار دارای حرکت یکنواخت است، مانند این است که آونگ از سقف یک اتاق آویزان و در حال نوسان است:



$$\begin{cases} a_{\max} = 1 \xrightarrow{a_{\max} = A\omega^2} A\omega^2 = 1 \Rightarrow \omega = 2\text{rad/s} \\ v_{\max} = \Delta \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} A\omega = \Delta \end{cases}$$

بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{10}{l}} \Rightarrow l = \frac{10}{4} = 2.5\text{m} \Rightarrow l = 250\text{cm}$$

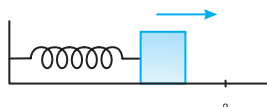
۲۵۱- گزینه ۱ تمام روابطی که در بررسی سامانه جرم - فنر به دست آورده شده در حرکت آونگ ساده نیز صادق است از جمله رابطه بین شتاب نوسانگر با مکان آن یعنی $a = -\omega^2 x$ ، در این صورت ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10}\text{ rad/s}$$

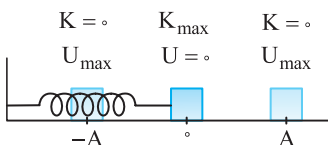
طول مسیر 6cm است بنابراین دامنه حرکت $A = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$ است و وقتی آونگ در فاصله 1cm از انتهای مسیرش است، مکان آن $x = 2\text{cm}$ خواهد بود. بنابراین:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = +(10)(2 \times 10^{-2}) = 0.2\text{m/s}^2$$

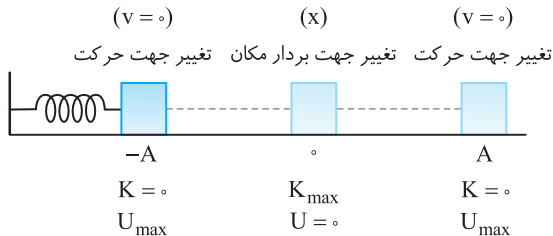
۲۵۲- گزینه ۳ می‌دانیم تندی در مرکز نوسان (نقطه تعادل) بیشینه است. پس اگر نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل باشد حرکت آن تندشونده است. در نقطه تعادل شتاب و نیرو صفر می‌باشد و با نزدیک شدن به نقطه تعادل شتاب کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است و می‌دانیم در طول مسیر انرژی مکانیکی ثابت و برابر $\frac{1}{2}kA^2$ می‌باشد. پس گزینه (۲) و (۴) نادرست است. در دو انتهای مسیر $(x = \pm A)$ فنر بیشینه تغییر طول را دارد، پس در دامنه‌ها انرژی پتانسیل بیشینه است و در مرکز نوسان که فنر نه کشیده و نه فشرده شده انرژی پتانسیل صفر است. بنابراین در حرکت به سمت مرکز تعادل انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.



۲۵۳- گزینه ۴ با توجه به شکل روبه‌رو در مرکز تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی صفر است. پس گزینه (۱) نادرست است. بنابر قانون پایستگی انرژی $E = U + K$ همواره ثابت است. پس گزینه (۲) و (۳) نادرست است و گزینه (۴) درست است.



$x = -A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$x = A$
$v = 0$	$\frac{v > 0}{v < 0}$	v_m	$\frac{v > 0}{v < 0}$	$v = 0$
a_m	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	a_m
F_m	$F > 0$	$F = 0$	$F < 0$	F_m



۲۵۴- گزینه ۱ مطابق شکل روبه‌رو در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل، مکان، شتاب و نیرو بیشینه است.

۲۵۵- گزینه ۲ در دو انتهای مسیر حرکت نوسانگر تغییر جهت می‌دهد پس هنگام تغییر جهت حرکت در انتهای مسیر $x = \pm A$ انرژی پتانسیل بیشینه است و می‌دانیم هنگام گذر از $x = 0$ بردار مکان نوسانگر تغییر جهت می‌دهد و می‌دانیم در $x = 0$ انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲۵۶- گزینه ۱ انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطه $E = 2\pi^2 mA^2 f^2$ به دست می‌آید که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و f بسامد است، در نتیجه انرژی مکانیکی با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

۲۵۷- گزینه ۱ انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$ است که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times (2 \times 10^{-3}) \times \left(\frac{10}{\pi} \times 10^{-2}\right)^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

۲۵۸- گزینه ۱ سرعت نوسانگر در لحظه عبور از وضع تعادل به بیشینه مقدار خود می‌رسد. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \\ v_m &= A\omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{1}{2} mv_m^2 \Rightarrow v_m^2 = \frac{2E}{m} \Rightarrow v_m = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۲۵۹- گزینه ۴ مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.

$$E = K + U \Rightarrow E = 0.12 + 0.06 \Rightarrow E = 0.18 \text{ J}$$

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \Rightarrow 0.18 = \frac{1}{2} \times m \times (4 \times 10^{-2})^2 (150)^2 \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m = 10 \text{ g}$$

در این صورت می‌توان نوشت:

۲۶۰- گزینه ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است و در تمام لحظه‌ها مقدار ثابتی است.

$$E = U + K \Rightarrow 0.24 = 0.2 + K \Rightarrow K = 0.04 \text{ J} \xrightarrow{K = \frac{1}{2} mv^2} 0.04 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \Rightarrow v = 0.2 \text{ m/s}$$

۲۶۱- گزینه ۱ انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه مورد نظر برابر است با:

$$K = E - U = 20 - 15 \Rightarrow K = 5 \text{ mJ} = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 10^{-1} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s} \Rightarrow v = 10\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

سرعت نوسانگر خواهد شد:

۲۶۲- گزینه ۲ انرژی جنبشی نوسانگر در مبدأ نوسان بیشینه است و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$K_m = U_m = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow K_m = 50 \times 16 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} = 0.08 \text{ J}$$

تست: دامنه حرکت نوسانگر وزنه - فنر ۵cm است. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم و ثابت فنر ۲۰۰N/m باشد، انرژی کل نوسانگر چند ژول است؟

سراسری تجربی- ۸۷

۵۰ (۴)

۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

$$E = U_m = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (5 \times 10^{-2})^2 = 100 \times 25 \times 10^{-4} = 25 \times 10^{-2} = 0.25 \text{ J}$$

انرژی کل نوسانگر یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۲۶۳- گزینه ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

ثابت فنر (k) و دامنه (A) ثابت مانده است، پس انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند.

۲۶۴- گزینه ۳ زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{1}{4}$ دوره و دامنه نصف طول پاره خط مسیر است.

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}, \quad A = \frac{r_0}{2} = 10 \text{ cm}$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه است و K_m برابر انرژی مکانیکی است از این رو:

$$K_m = E \Rightarrow K_m = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.1)^2 \times (2\pi)^2 \Rightarrow K = 0.2 J = 20 \text{ mJ}$$

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times (\Delta \times 10^{-2})^2 \Rightarrow E = 10 \times 25 \times 10^{-4} = 250 \text{ mJ}$$

ابتدا انرژی مکانیکی و تندی در مرکز نوسان را به دست می آوریم:

$$(x=0 \text{ در }) v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow v_{\max} = \Delta \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{20}{0.1}} = \Delta \times 10^{-1} \text{ m/s} = 50 \text{ cm/s}$$

حال انرژی جنبشی در لحظه ای که تندی نوسانگر 10 m/s کمتر از تندی در مرکز نوسان است را به دست می آوریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.1 \times ((50 - 10) \times 10^{-2})^2 = 0.1 \times 1600 \times 10^{-4} \text{ J} = 16 \text{ mJ}, \quad E = K + U \Rightarrow 25 = 16 + U \Rightarrow U = 9 \text{ mJ}$$

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.1)^2 = 0.5 \text{ J}$$

ابتدا با توجه به داده های سؤال انرژی مکانیکی را به دست می آوریم:

با توجه به صورت مسأله در یک لحظه انرژی جنبشی نوسانگر 0.1 J بیشتر از انرژی پتانسیل است و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است از این رو:

$$\begin{cases} K - U = 0.1 \text{ J} \\ E = K + U = 0.5 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow 2K = 0.6 \Rightarrow K = 0.3 \text{ J}, \quad U = 0.2 \text{ J} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$$

۲۶۷- گزینه ۱ با برداشتن وزنه C، جرم کاهش می یابد به همین دلیل دوره $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ کاهش می یابد. اما درباره انرژی مکانیکی باید بگوییم در انتهای مسیر

تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی پتانسیل $E = U_m = \frac{1}{2} kA^2$ است که با برداشتن وزنه C، دامنه و ثابت فنر هیچگونه تغییر نمی کند بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می ماند و گزینه (۱) درست است.

۲۶۸- گزینه ۱ انرژی پتانسیل ۸ برابر انرژی جنبشی می باشد بنابراین $U = 8K$ و انرژی مکانیکی $E = U + K = 9K$ است.

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2} mv^2}{\frac{1}{2} mv_m^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{v^2}{v_m^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{v}{v_m} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{v_m} = \frac{1}{3} \Rightarrow v_m = 6 \text{ m/s}$$

۲۶۹- گزینه ۲ انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$K_m = 4K \Rightarrow \frac{1}{2} mv_m^2 = 4 \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) \Rightarrow v_m = 2v \Rightarrow v = \frac{v_m}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}$$

بنابراین:

۲۷۰- گزینه ۱ انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E = K + U \xrightarrow[\begin{smallmatrix} U=2J \\ E=K_m \end{smallmatrix}]{\quad} K_m = K + 2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2} mv_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{1}{4} \Rightarrow K = \frac{1}{4} K_m \quad (2)$$

از طرفی $v = \frac{1}{2} v_m$ است، بنابراین:

$$K_m = \frac{1}{4} K_m + 2 \Rightarrow \frac{3}{4} K_m = 2 \Rightarrow K_m = \frac{8}{3} \text{ J}$$

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود:

۲۷۱- گزینه ۴ انرژی پتانسیل در $x=A$ بیشینه و برابر انرژی مکانیکی است.

$$E = U_m = 0.36 \text{ J} \xrightarrow{E=K_m} K_m = 0.36 \text{ J}$$

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2} mv_m^2 \end{cases} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_m \end{smallmatrix}]{\quad} \frac{K}{K_m} = \frac{3}{4} \Rightarrow K = 0.27 \text{ J}$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

$$k = \frac{E}{n} \quad (۲) \quad E = K_m \quad (۱) \quad k = \frac{E}{n}$$

$$K = \frac{E}{n} \quad (۳) \quad K = \frac{E}{n} \quad (۴)$$

نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی برابر $\frac{1}{n}$ است و می‌دانیم که انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی است. بنابراین:

$$\frac{K}{E} = \frac{K}{K_{max}} = \frac{1}{n} \Rightarrow K = \frac{K_{max}}{n}$$

حال با توجه به نمودار $K-x$ و مسیر حرکت که روی محور افقی آن را مشخص کرده‌ایم، ۴ بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n}$ برابر انرژی مکانیکی (انرژی جنبشی بیشینه) می‌شود.

نکته: در یک حرکت هماهنگ ساده در یک دوره چهار بار تندی $\frac{1}{n}$ تندی بیشینه، شتاب $\frac{1}{n}$ شتاب بیشینه و انرژی پتانسیل $\frac{1}{n}$ انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.

در یک حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. هرگاه انرژی پتانسیل صفر باشد، انرژی جنبشی بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی است ($E = K_m$) و هرگاه انرژی جنبشی صفر باشد، انرژی پتانسیل بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی ($E = U_m$) است، یعنی $K_m = U_m = E$ است. با توجه به رابطه $K = K_m \cos^2 \omega t$ مقدار بیشینه انرژی جنبشی K_m است، بنابراین بیشینه انرژی پتانسیل نیز K_m است.

بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر بیشینه انرژی پتانسیل آن است. $K_{max} = U_{max} = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} k (0.05)^2 \Rightarrow k = 48 \text{ N/m}$

انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = K + K = 2K \xrightarrow{E=K_m} K_m = 2K \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow v_m = \sqrt{2} v$$

$$\xrightarrow{v_m = A\omega} v = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.02 \times 20) \Rightarrow v = \frac{0.4}{2} \sqrt{2} \text{ m/s} \Rightarrow v = 0.2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

با توجه به رابطه $F = -200x$ مشخص می‌شود که ثابت فنر $k = 200 \text{ N/m}$ است. مسافتی که در مدت یک دوره نوسانگر طی کرده است $4A = 20 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$

انرژی مکانیکی را حساب می‌کنیم.

بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است از این رو:

وقتی انرژی جنبشی $\frac{1}{5}$ انرژی مکانیکی است انرژی پتانسیل خواهد شد. $K = \frac{1}{5} E \Rightarrow K = \frac{1}{5} \times 0.25 \Rightarrow K = 0.05 \text{ J}$, $E = K + U \Rightarrow 0.25 = 0.05 + U \Rightarrow U = 0.2 \text{ J}$

با توجه به رابطه $F = -180x$ و مقایسه آن با $F = -kx$ مشخص است که $k = 180 \text{ N/m}$ است از این رو:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{180}{0.2}} = 30 \text{ rad/s}$$

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m (A\omega)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 225 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times A^2 \times 900 = 225 \times 10^{-3} \Rightarrow A^2 = 2/5 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 0.05 \text{ m}$$

حال معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

در $x = A$ انرژی جنبشی صفر و در نقطه تعادل K_m و در $x = -A$ انرژی جنبشی صفر است و از $x = -A$ به $x = A$ همین رفتار تکرار می‌شود. یعنی دوره تکرار تغییرات انرژی جنبشی نصف دوره حرکت هماهنگ ساده است و این مطلب در مورد انرژی پتانسیل نیز صدق می‌کند.

اکنون دوره را به دست آورده نصف می‌کنیم.

راه حل اول: در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) انرژی پتانسیل بیشینه است، بنابراین بررسی می‌کنیم

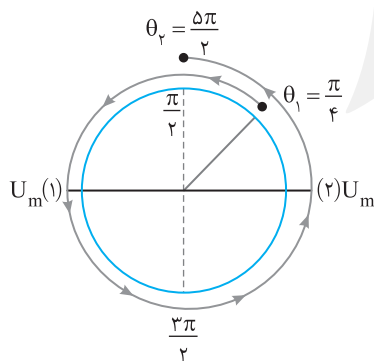
$$x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow x = \pm 0.2 \text{ m} \Rightarrow \cos \pi t = \pm 1 \Rightarrow \pi t = k\pi \Rightarrow t = k$$

$$t = k \Rightarrow k = 0 \Rightarrow t = 0, k = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ s}, k = 2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}, k = 3 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

بازه زمانی داده شده 0.25 s تا $2/5 \text{ s}$ که $t = 2 \text{ s}$ و $t = 1 \text{ s}$ در این بازه است بنابراین دوبار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.

راه حل دوم: در لحظه‌های $t_1 = 0.25 \text{ s}$ و $t_2 = 2/5 \text{ s}$ کمان ωt (فاز) را به دست می‌آوریم و روی دایره مرجع در جهت مثلثاتی می‌چرخیم در عبور از $\theta = 0$ و $\theta = \pi$ انرژی پتانسیل بیشینه است و تعداد گذر از این نقاط را می‌شماریم که با توجه به دایره مرجع ۲ بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.

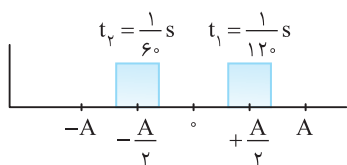
$$\theta_1 = \omega t_1 \Rightarrow \theta_1 = \pi(0.25) = \frac{\pi}{4}, \quad \theta_2 = \pi(2/5) = \frac{\pi}{2}$$



راه حل اول: انرژی جنبشی برابر $\frac{1}{2}mv^2$ می باشد بنابراین هنگامی که حرکت تندی شده است انرژی جنبشی در حال افزایش می باشد.

۲- ۲۸۰- گزینه

$$x_1 = A \cos 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2}, \quad x_2 = A \cos 4\pi \times \frac{1}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{A}{2}$$



بنابراین در مدت $t_1 = \frac{1}{12} s$ تا $t_2 = \frac{1}{6} s$ نوسانگر از $\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ می رسد. از $x = \frac{A}{2}$ تا $x = 0$ تندی نوسانگر در حال افزایش می باشد پس انرژی جنبشی در این بازه افزایش می یابد. با توجه به شکل بازه زمانی حرکت از $+\frac{A}{2}$ تا $x = 0$ نصف زمان حرکت نوسانگر از $+\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ است. زمان حرکت از $+\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ برابر است با:

$$\Delta t = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{24}$$

راه حل دوم: کمان (فاز) را در لحظه های $t_1 = \frac{1}{12} s$ و $t_2 = \frac{1}{6} s$ روی دایره مثلثاتی (مرجع) مشخص می کنیم.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 4\pi \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{3} \\ \theta_2 = 4\pi \times \frac{1}{6} = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

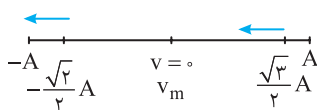
با توجه به دایره مرجع در مدتی که کمان (فاز) از $\frac{\pi}{3}$ به $\frac{2\pi}{3}$ تغییر می کند انرژی جنبشی در حال افزایش است.

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = 4\pi t \Rightarrow t = \frac{1}{24} s$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A, \quad x = A \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

۱- ۲۸۱- گزینه

مکان نوسانگر را در دو حالت مشخص می کنیم:



روی مسیر مطابق شکل مشخص است که نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سوی مرکز نوسان بوده و سرعت و انرژی جنبشی در حال افزایش و پس از گذر از نقطه تعادل، سرعت و انرژی جنبشی در حال کاهش است.

۱- ۲۸۲- گزینه

انرژی جنبشی هنگامی صفر می شود که نوسانگر در نقطه بازگشت یعنی $x = \pm A$ باشد از این رو:

$$K = 0 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \theta \Rightarrow \sin^2 \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0 \text{ or } \pi \Rightarrow x = \pm A$$

۳- ۲۸۳- گزینه

بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است. بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$K_m = E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (1), \quad F_m = m A \omega^2 \quad (2) \Rightarrow \frac{K_m}{F_m} = \frac{1}{2} A \Rightarrow \frac{K_m}{12} = \frac{1}{2} \times 0.08 \Rightarrow K_m = 0.48 J = 480 mJ$$

۳- ۲۸۴- گزینه

طول پاره خط برابر 10 cm است پس دامنه حرکت $\frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$ است و انرژی مکانیکی که در طول مسیر ثابت است و برابر

$$x = \pm A \quad E = \frac{1}{2} k A^2 = 25 \times 10^{-3} J = 25 mJ$$

که انتهای مسیر است، تندی متحرک صفر است پس انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه می باشد.

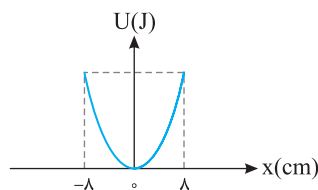
۴- ۲۸۵- گزینه

با توجه به رابطه $E = U_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ داریم:

$$0.08 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} \times (0.04)^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} s$$

۱- ۲۸۶- گزینه

با توجه به این که نوسانگر در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می دهد، بنابراین نوسانگر در هر ثانیه دو نوسان انجام می دهد. در نتیجه دوره نوسان برابر با $\frac{1}{2} s$ است. همچنین با توجه به نمودار می توان گفت که دامنه نوسان برابر با 8 cm است. حال با توجه به رابطه بسامد زاویه ای $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، ω را محاسبه کرده و با استفاده

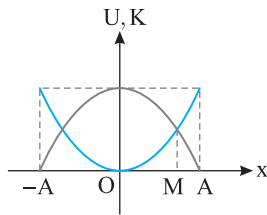


از رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ انرژی مکانیکی به راحتی قابل محاسبه است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \text{ rad/s}, \quad E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 \times 10^{-2})^2 \times (4\pi)^2 = 64 \times 10^{-4} \times 144 = 9216 \times 10^{-4} J$$

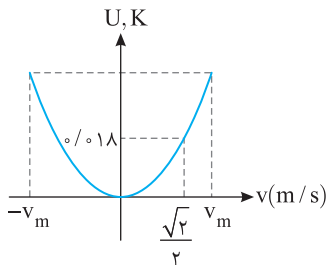
$$K_m = E = 9216 \times 10^{-4} J$$

بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. بنابراین:



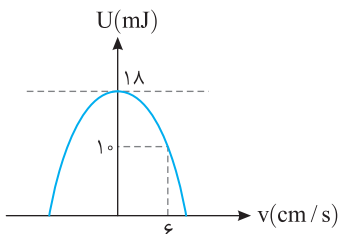
۲۸۷- گزینه ۳ در نقطه M انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر است از این رو:

$$E = U + K \Rightarrow E = K + K \Rightarrow E = 2K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}v_m$$



۲۸۸- گزینه ۲ انرژی مکانیکی برابر انرژی جنبشی بیشینه است از این رو:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{v^2}{v_m^2} \Rightarrow \frac{0.18}{0.36} = \frac{v^2}{v_m^2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2}v_m \Rightarrow K_m = 0.36J \Rightarrow E = 0.36J$$



۲۸۹- گزینه ۱ با توجه به نمودار در تندی $v = 6 \text{ cm/s}$ انرژی پتانسیل برابر 10 J است. پس در این تندی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = E - U \Rightarrow K = 18 - 10 = 8 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{1}{2}m(6 \times 10^{-2})^2 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow m = \frac{160}{36} \text{ kg}$$

$$E = U_{\text{max}} = 18 \text{ mJ}$$

بیشینه انرژی جنبشی و بیشینه انرژی پتانسیل با هم برابر می‌باشد.

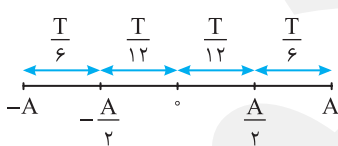
$$\begin{cases} K_{\text{max}} = 18 \text{ mJ} \\ K = 8 \text{ mJ} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_{\text{max}}}{K} = \left(\frac{v_{\text{max}}}{v}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{v_{\text{max}}}{v} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{v_{\text{max}}}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_{\text{max}} = 9 \text{ cm/s}$$

حال با توجه به $v_{\text{max}} = A\omega$ داریم:

$$9 \times 10^{-2} = A \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow A \times \sqrt{\frac{1000}{\frac{160}{36}}} = 9 \times 10^{-2} \Rightarrow A \times \frac{60}{4} = 9 \times 10^{-2} \Rightarrow A = 0.6 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.6 \text{ cm} \Rightarrow \text{طول پاره خط } 1/2 \text{ cm}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{E=U_m} 18 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^3 \times A^2 \Rightarrow A = 6 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.6 \text{ cm} \Rightarrow \text{طول پاره خط} = 1/2 \text{ cm}$$

راحل بسیار ساده:



۲۹۰- گزینه ۴ طول پاره‌خط برابر 2 cm است بنابراین دامنه برابر $A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$ است. نوسانگر در

مدت 0.5 s به $\frac{A}{2}$ می‌رسد که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم: $\frac{T}{6} = 0.5 \Rightarrow T = 3 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$

انرژی مکانیکی همواره ثابت و برابر $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است.

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.9 \times (10)^2 \times \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 0.9 \times 100 \times \frac{4\pi^2}{9} = 0.2J = 20 \text{ mJ}$$

دقت کنید که تندی همواره مثبت است و گزینه (۳) نادرست است.

$$E = K + U \Rightarrow E = 0.7 + 0.3 = 1 \text{ J}$$

۲۹۱- گزینه ۱ مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{m\omega^2=k} E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}(k)\left(\frac{2}{2}\right)^2 \Rightarrow k = \frac{2}{0.4} = 50 \text{ N/m}$$

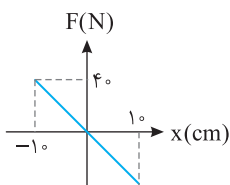
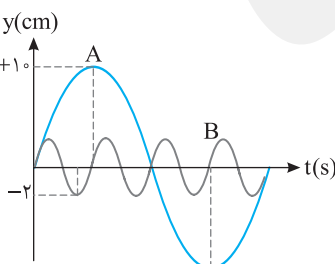
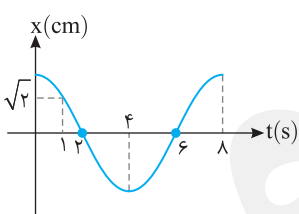
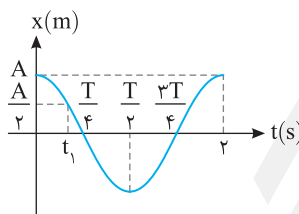
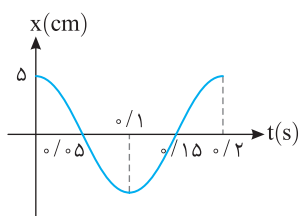
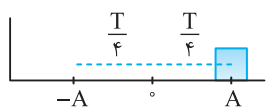
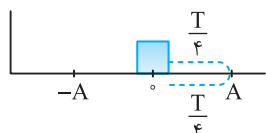
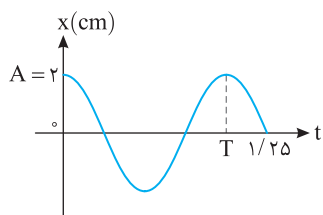
انرژی مکانیکی از رابطه مقابل به دست می‌آید.

۲۹۲- گزینه ۴ در حرکت به سمت انتهای مسیر انرژی پتانسیل نوسانگر رو به افزایش است یعنی از t_1 تا t_2 و یا از t_3 تا t_4 می‌دانیم که علامت شتاب

نوسانگر مخالف علامت مکان نوسانگر می‌باشد و چون شتاب منفی مدنظر می‌باشد پس باید مکان مثبت باشد یعنی از t_3 تا t_4 هم شتاب منفی و هم انرژی پتانسیل

در حال افزایش است.*

* هم علامت نبودن شتاب و مکان در کتاب درسی به طور مشخص بیان نشده است.



$$\frac{\Delta T}{T} = 1/25 \Rightarrow T = 1s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

۲۹۳- گزینه ۴ با توجه به نمودار داریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (\pi \times 10^{-2})^2$$

انرژی مکانیکی برابر است با:

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times \pi^2 \times 10^{-4} = 8\pi^2 \times 10^{-5} J = 8\pi^2 \times 10^{-2} mJ = 0.8\pi^2 mJ$$

۲۹۴- گزینه ۳ نیم دوره برابر $\frac{T}{2}$ است. اگر نوسانگر در ابتدای بازه زمانی در نقطه تعادل خود باشد پس از نیم دوره مجدداً به نقطه تعادل خود می‌رسد که در این صورت $\Delta x = 0$ است.

اگر نوسانگر در ابتدا بازه زمانی در انتهای مسیر خود ($x = +A$) باشد پس از نیم دوره به $x = -A$ می‌رسد که در این صورت $|\Delta x| = 2A$ است که بیشینه جابه‌جایی می‌باشد. بنابراین $\Delta x = 10 cm = 2A$ است.

$$\begin{cases} A = \Delta x = \Delta x \times 10^{-2} m \Rightarrow E = \frac{1}{2} m (v_m)^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ m = 0.1 kg \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1/25 \times 10^{-2} \times \pi^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 25 \times 10^{-4} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10^2 \pi^2 \Rightarrow \omega = 10 \pi \text{ rad/s}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 10 \pi \Rightarrow T = 0.2s$$

با توجه به رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \pi$ دوره را به دست می‌آوریم:

بنابراین نمودار مکان - زمان به صورت روبه‌رو می‌باشد:

۲۹۵- گزینه ۲ با توجه به نمودار $T = 2s$ می‌باشد و t_1 اولین لحظه‌ای است که متحرک به مکان $x = \frac{A}{2}$ رسیده است:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}, \frac{A}{2} = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos \pi t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3} s$$

در انتهای مسیر $x = \pm A$. انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌باشد بنابراین پس از t_1 در $t = \frac{T}{4}$ انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌شود.

$$\frac{T}{4} - t_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} s$$

۲۹۶- گزینه ۴ با توجه به نمودار $x-t$ در $t = 1s$ برای اولین بار مکان نوسانگر برابر $x = \sqrt{2}$ می‌شود:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \sqrt{2} = 2 \cos \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{t=1s} \cos \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 8s$$

بنابراین نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد و می‌دانیم که در نقطه تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. پس در $t = 6s$ برای دومین بار انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.

$$A_A = 10 cm, A_B = 2 cm, T_A = 4 T_B \Rightarrow \omega_A = \frac{1}{4} \omega_B$$

۲۹۷- گزینه ۱ با توجه به شکل:

انرژی مکانیکی را از رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ برای دو نوسانگر A و B به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A A_A^2 \omega_A^2}{\frac{1}{2} m_B A_B^2 \omega_B^2} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{\omega_A^2}{(\omega_B)^2} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{5}{16}$$

۲۹۸- گزینه ۱ در دو انتهای مسیر، انرژی پتانسیل بیشینه است. با توجه به نمودار، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$|F| = |kx| \Rightarrow 40 = |k(-0.1)| \Rightarrow k = 400 N/m, U_{max} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times (0.1)^2 = 2 J$$

بیشینه نیرو برابر است با $F_{\max} = ma_{\max} = mA\omega^2$ و می دانیم انرژی مکانیکی برابر $E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$ است. بنابراین:

$$E = \frac{1}{2} F_{\max} A \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 5 \times 0.02 = 0.05 \text{ J} = 50 \text{ mJ}$$

هنگامی که تندی نوسانگر $\frac{1}{4}$ تندی در مرکز نوسان (تندی بیشینه) است می توان نوشت: $\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m v_m^2} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow K = \frac{E}{4} \Rightarrow K = \frac{50}{4} \text{ mJ} = 12.5 \text{ mJ}$

$$E = U + K \Rightarrow U = E - K \Rightarrow U = 50 - 12.5 = 37.5 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی پتانسیل برابر است با:

$$U - K = 37.5 - 12.5 = 25 \text{ mJ}$$

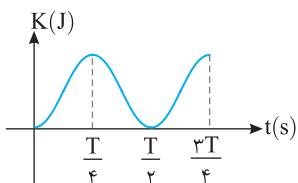
با توجه به رابطه انرژی مکانیکی دستگاه جرم- فنر ($E = \frac{1}{2} kA^2$) می توان گفت:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{1}{2} k_A \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} k_A \times 10^{-2} \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m} \\ E_B = \frac{1}{2} k_B \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} k_B \times 10^{-2} \Rightarrow k_B = 2000 \text{ N/m} \end{cases}$$

هنگامی که دو فنر A و B را به صورت موازی به هم متصل می کنیم، ثابت فنر معادل برابر با $k_T = k_1 + k_2 = 3000 \text{ N/m}$ می باشد. حال، رابطه انرژی مکانیکی

$$E = \frac{1}{2} k_T A^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times (10 \times 10^{-2})^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times 10^{-2} = 15 \text{ J}$$

دستگاه وزنه- فنر را برای این حالت می نویسیم:



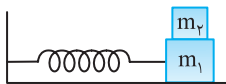
انرژی جنبشی در نقطه تعادل ($x=0$) بیشینه و در دو انتهای مسیر صفر است. با توجه به نمودار،

انرژی جنبشی اولیه صفر است در واقع جسم از انتهای مسیر رها شده است.

با توجه به شکل پس از $t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4}$ نوسانگر برای دومین بار به نقطه تعادل خود رسیده که با توجه به نمودار

$$\frac{3T}{4} = 0.75 \Rightarrow T = 1.0 \text{ s}$$

است. $t = 0.75 \text{ s}$

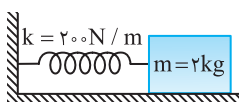


در انتهای مسیر ($x = \pm A$) اگر وزنه m_2 را از روی وزنه m_1 برداریم، انرژی مکانیکی که برابر

انرژی پتانسیل بیشینه در آن نقطه است ($E = U_m = \frac{1}{2} kA^2$) تغییر نمی کند. اما اگر در مسیر نوسان وزنه را برداریم

انرژی جنبشی نوسانگر ($\frac{1}{2} m v^2$) که بخشی از انرژی مکانیکی است، کاهش می یابد بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر

کم می شود. در نتیجه گزینه (۴) درست است.



با توجه به این که برای جابه جا کردن جسم ۴ J کار انجام شده است و این کار به انرژی مکانیکی جسم

تبدیل می شود، بنابراین انرژی مکانیکی جسم برابر با ۴ ژول است. با توجه به رابطه انرژی مکانیکی ($E = \frac{1}{2} kA^2$) داریم:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 200 \times A^2 \Rightarrow 100 A^2 = 4 \Rightarrow A^2 = 0.04 \Rightarrow A = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

دوره حرکت، تنها به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد و از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ محاسبه می شود. بنابراین: $T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{200}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{100}} = 2\pi \times \frac{1}{10} = 0.2\pi \text{ s}$

در یک تابع کسینوسی ضرب کسینوس مقدار بیشینه تابع است. از این رو با توجه به $U = 100 \cos^2 \omega t$ ، خواهیم داشت:

$$U_m = 100 \text{ J} \xrightarrow{\frac{E=U+K}{E=U_m}} 100 = U + 36 \Rightarrow U = 64 \text{ J}$$

هرگاه بر جسمی که می تواند با دوره یا بسامد خاصی (دوره طبیعی) نوسان کند، یک نیروی دوره ای با همان دوره وارد شود، جسم شروع به نوسان

می کند و دامنه نوسان تا مقدار بیشینه ای افزایش می یابد و از آن پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می یابد. این پدیده را تشدید می گویند.

در حالتی هم که بسامد نیروی اعمال شده با بسامد نوسانگر برابر نباشد، انرژی به نوسانگر منتقل می شود و نوسانگر را به حرکت درمی آورد اما بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می شود. با توجه به گفته های بالا گزینه (۲) درست است.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{900}{0.1}} = 15 \text{ Hz}$$

ابتدا بسامد طبیعی سامانه جرم و فنر را به دست می آوریم:

بنابراین این سامانه با بسامد $f_d = f_0$ به تشدید درآمده و بیشترین دامنه را خواهد داشت و با بسامدهای بزرگتر یا کوچکتر از ۱۵ Hz دامنه کوچکتر از دامنه

با بسامد $f_d = 15 \text{ Hz}$ می باشد.

۳-۷- گزینه ۳ هنگامی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی دو سامانه با هم برابر باشند:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200}{0.5}} = \frac{20}{2\pi} \text{ Hz} \quad , \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = 20 \text{ rad/s}$$

بنابراین شناسه تابع کسینوس معادله مکان - زمان سامانه (۲) برابر است با $\omega t = 20t$ پس گزینه (۳) درست است.

$$f_{\text{فرم}} = f_{\text{آونگ}} \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{l}$$

۳-۸- گزینه ۱ هنگامی بین دو سامانه تشدید رخ می‌دهد که بسامد دو سامانه با هم برابر باشند:

با توجه به رابطه بالا اگر طول آونگ را نصف کنیم $\frac{g}{l}$ دو برابر می‌شود پس باید k را نیز دو برابر کنیم تا تساوی بالا برقرار بماند و تشدید رخ دهد.

۳-۹- گزینه ۴ با به نوسان درآوردن آونگ (۱)، انرژی به همه آونگ‌ها منتقل می‌شود و آونگ‌های (۲)، (۳) و (۵) به جنبش در می‌آیند اما برای آونگ ۴ تشدید رخ می‌دهد زیرا بسامد طبیعی آونگ (۴) با آونگ (۱) برابر است و در اثر تشدید دامنه نوسان آونگ (۴) از بقیه بیشتر است و سهم بیشتری از انرژی را دریافت می‌کند.

۳-۱۰- گزینه ۳ چون طول آونگ‌های A و B با هم برابر است، پس دوره آن‌ها یکسان است و پدیده تشدید رخ می‌دهد. (دوره آونگ به جرم و جنس آونگ بستگی ندارد).

۳-۱۱- گزینه ۲ طول آونگ‌های (۱) و (۴) با هم برابر می‌باشد و بسامد طبیعی آونگ‌های (۱) و (۴) $(f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}})$ با هم برابر می‌باشند در نتیجه با نوسان آونگ

(۱)، برای آونگ (۴) تشدید رخ می‌دهد.

با افزایش دما، طول آونگ‌های (۲) و (۳) و (۴) افزایش می‌یابد و با افزایش دما ممکن است طول آونگ (۳) با آونگ (۱) برابر شده و با نوسان آونگ (۱)، آونگ (۳) شروع به تشدید می‌کند اما با افزایش طول آونگ (۴) بسامد آن دیگر با بسامد آونگ (۱) برابر نیست و برای آن تشدید رخ نمی‌دهد.

طول آونگ (۲) که در هر دو حالت از طول آونگ (۱) بیشتر است و تشدید برای آونگ (۲) رخ نمی‌دهد.

۳-۱۲- گزینه ۳ بسامد زاویه‌ای (ω) در گستره 1 rad/s تا 2 rad/s می‌باشد و با توجه به $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ خواهیم داشت:

$$1 \leq \sqrt{\frac{g}{L}} \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{g}{L} \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{L}{g} \leq 1 \xrightarrow{g=10} 2/5 \leq L \leq 10$$

بنابراین اگر طول آونگ در بازه $2/5 \text{ m}$ تا 10 m باشد در این بازه بسامد زاویه‌ای، آونگ تشدید می‌کند یعنی آونگ‌های به طول‌های $2/8 \text{ m}$ ، $3/6 \text{ m}$ و $8/2 \text{ m}$ دچار تشدید می‌شوند.

۳-۱۳- گزینه ۴ با توجه به متن کتاب برای اینکه نوسان نامیرا باشد باید یک نیروی دوره‌ای مناسب که دامنه را عوض نکند در انتهای مسیر به آونگ وارد شود و چون آونگ را به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم، این نیرو باید در انتهای راست مسیر وارد شود، بنابراین هر T ثانیه یک بار این نیرو وارد می‌شود.

$$t = nT = n \times 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2n\pi \sqrt{\frac{24/5 \times 10^{-2}}{9/8}} \Rightarrow t = 2n\sqrt{10} \times \sqrt{2/5 \times 10^{-2}} \Rightarrow t = n \Rightarrow t = 1, 2, 3, \dots$$

۳-۱۴- گزینه ۳ هنگامی که بسامد نیروی خارجی با بسامد طبیعی آونگ برابر باشد، دامنه نوسان آونگ بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود، پس در دوره‌های متوالی دامنه

افزایش می‌یابد. اما دوره آونگ برابر است با $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ که L طول آونگ و g شتاب گرانش است و مقدار T تغییر نمی‌کند.

۳-۱۵- گزینه ۱ وقتی سامانه (۳) با به نوسان درآمدن سامانه (۱)، به نوسان در می‌آید یعنی:

$$\omega_1 = \omega_3 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k_1}{m_3}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{k_1}{\frac{m}{2}} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2}k \quad , \quad \omega_2 = \omega_4 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{k_2}{m_4}} \Rightarrow \frac{k}{\frac{m}{4}} = \frac{k_2}{\frac{m}{2}} \Rightarrow k_2 = 4k$$

با تعویض جرم سامانه (۳) $(m_3 = \frac{m}{2})$ با جرم سامانه (۱)، $(m_1 = m)$ بسامد زاویه‌ای سامانه‌ها به ترتیب خواهد شد:

$$\left. \begin{aligned} \omega'_1 &= \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \omega_1 \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{k}{\frac{m}{4}}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega'_3 &= \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{1}{2}k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega'_1 = \omega_2 \quad , \quad \omega_4 = \sqrt{\frac{k_2}{4m}} = \sqrt{\frac{4k}{4m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_4 = \omega'_3$$

بنابراین در این حالت با نوسان سامانه (۱) برای سامانه‌های (۲) و (۴) تشدید رخ می‌دهد.

$$f_{\text{ی}} = f_{\text{ر}}$$

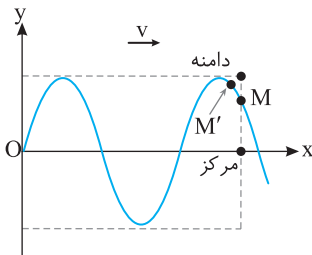
تشدید هنگامی رخ می‌دهد که دو نوسانگر هم‌بسامد باشند:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \times \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{4}} \times \sqrt{\frac{g}{\frac{1}{2}g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

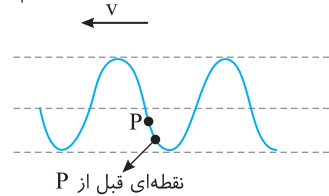
در سیاره دیگر خواهیم داشت:

$$\frac{f}{f'} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}}} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow k' = 2k$$

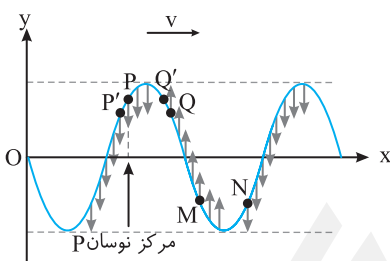
در این صورت باید بسامد سامانه جرم - فنر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر شود.



۳۱۷- گزینه ۴ در انتشار موج سینوسی در یک محیط، تمام ذره‌های محیط دارای حرکت هماهنگ ساده‌اند و هر ذره حرکت ذره قبل از خود را در راستای پیشروی موج تکرار می‌کند. به ذره قبل از M (یعنی M') روی شکل نگاه کنید، بالاتر از نقطه M است، بنابراین نقطه M رو به بالا در حرکت است و از مرکز نوسانش به سوی دامنه در حرکت است. هرگاه یک نوسانگر ساده از مرکز به سوی دامنه برود حرکتش کندشونده است، پس نقطه M دارای حرکت کندشونده و رو به بالا است.

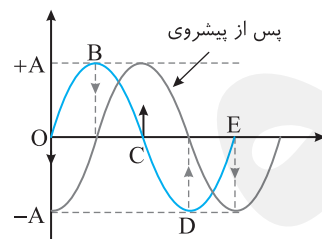


۳۱۸- گزینه ۴ پیشروی موج از راست به چپ است. در انتشار موج، هر ذره حرکت ذره قبل از خود در راستای پیشروی موج را تکرار می‌کند. با توجه به شکل، ذره قبل از P پایین‌تر از P است بنابراین P رو به پایین حرکت می‌کند. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و P در حال حرکت به سوی انتهای مسیرش است، بنابراین دارای حرکت کندشونده است.

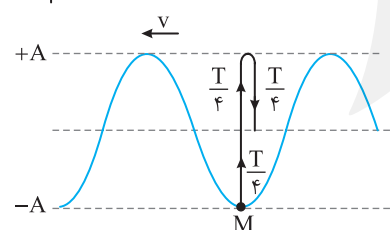


۳۱۹- گزینه ۱ در انتشار موج در یک محیط، هر ذره حرکت ذره قبل از خود را تکرار می‌کند و ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است. هرگاه ذره به سوی انتهای مسیرش در حرکت باشد حرکت آن کندشونده و هرگاه به سوی مرکز نوسانش در حرکت باشد حرکت آن تندشونده است. با توجه به شکل نقطه P' قبل از نقطه P پایین‌تر از P این از این‌رو: ذره P در حال حرکت رو به پایین به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است. نقطه Q' نقطه قبل از Q بوده و بالاتر از Q است از این‌رو: ذره Q در حال حرکت رو به بالا به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است. برای نقاط M و N با همین استدلال می‌توان گفت: ذره M در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است. ذره N در حال حرکت رو به پایین به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

۳۲۰- گزینه ۲ با توجه به شکل سؤال، چون در نقطه A و همچنین نقطه B، نقطه قبل از A و B بالاتر قرار دارد و هر نقطه حرکت نقطه قبل از خود را تکرار می‌کند، پس A و B رو به بالا در حرکت بوده و دارای سرعت مثبت هستند. اما نقطه B به مرکز نوسان (حالت تعادل) نزدیک‌تر است و دارای تندی بیشتری است.



۳۲۱- گزینه ۳ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و پس از گذشت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنه یا از دامنه به مرکز می‌رود. پس نقطه O پس از $\frac{T}{4}$ به -A و نقطه B به مرکز و C به +A و D به مرکز و E به -A می‌رود و شکل پس از پیشروی حاصل می‌شود.



۳۲۲- گزینه ۱ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. مطابق شکل M در مکان -A است و پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز می‌رود، $\frac{T}{4}$ بعد به +A رفته و در $\frac{T}{4}$ آخر به مرکز بر می‌گردد، بنابراین پس از $\frac{3T}{4}$ در مرکز نوسان است.

۳۲۳- گزینه ۳ موج با تندی ثابت در یک محیط منتشر می‌شود.

۳۲۴- گزینه ۲ تندی انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار موج بستگی دارد و در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌های آن یکسان است، تندی انتشار موج مقدار ثابتی است.

تندی انتشار موج به ویژگی‌های چشمه موج مانند بسامد، دوره، شدت، انرژی و ... بستگی ندارد.

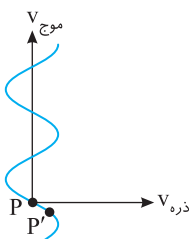
تندی انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین نمودار آن بر حسب زمان یک خط راست افقی است.

۲- گزینه ۳۲۵

با توجه به موج v ، موج در امتداد قائم در حال پیشروی است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

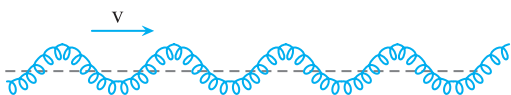
۳- گزینه ۳۲۶

گزینه (۳) و (۴) امتداد پیشروی موج در امتداد قائم است و ذرات محیط در امتداد افقی به چپ و راست می‌روند. با توجه به اینکه نقطه P' که قبلاً از نقطه P قرار دارد و در سمت راست P است پس P به سمت راست می‌رود و گزینه (۳) درست اما گزینه (۴) نادرست است.



۲- گزینه ۳۲۷ امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- امواج مکانیکی عرضی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است، مانند امواج منتشر شده در یک طناب و یا یک فنر.



امواج عرضی دارای برآمدگی و فرورفتگی هستند.

امواج مکانیکی عرضی تنها در جامدات منتشر می‌شوند.

۲- امواج مکانیکی طولی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق است.

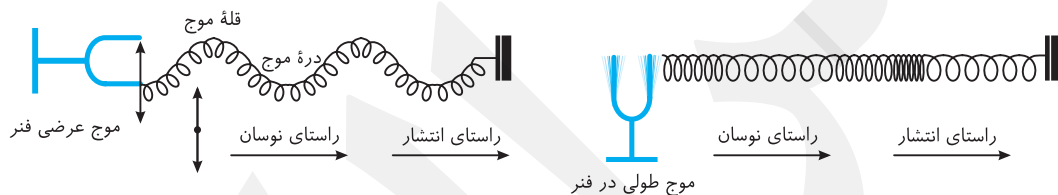
در امواج مکانیکی طولی، نوسان‌ها به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی در محیط منتشر می‌شوند.

امواج مکانیکی طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز پیشروی می‌کنند.



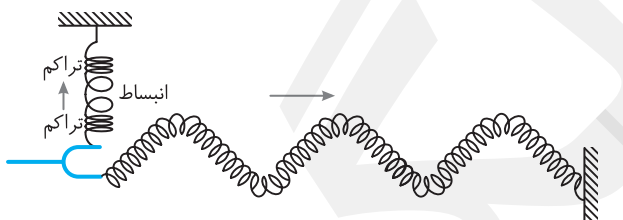
با توجه به تعاریف بیان شده گزینه (۲) دست است.

۳- گزینه ۳۲۸ در یک فنر می‌توان موج عرضی و همچنین موج طولی منتشر کرد.



با توجه به شکل سؤال، نوسان ایجاد شده در فنر A در راستای محور قائم و راستای پیشروی موج نیز در همان راستا است. بنابراین موج منتشر شده در A طولی است. اما با بالا و پایین رفتن شاخه‌های دیپازون، نوسان ذره‌های فنر B در راستای قائم و پیشروی موج در راستای افقی است بنابراین در فنر B موج عرضی است.

۳- گزینه ۳۲۹



تندی انتشار موج در یک طناب برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم ($\mu = \frac{m}{l}$) می‌باشد. بنابراین تندی انتشار موج در طناب با جذر چگالی خطی جرم طناب نسبت وارون دارد.

۱- گزینه ۳۳۰

تندی انتشار موج در تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است. که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم ($\mu = \frac{m}{l}$) است.

۱- گزینه ۳۳۱

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{0.16}{0.8} = 0.2 \text{ kg/m}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{20}{0.2}} = 10 \text{ m/s}$$

وقتی از این تار، طولی برابر $\frac{1}{3}$ انتخاب شود، جرم آن نیز $\frac{m}{3}$ است و چگالی خطی جرم تغییر نمی‌کند. با توجه به فرض پرسش، نیروی کشش نیز یکسان است. بنابراین v تغییر نمی‌کند. ($v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$)

۱- گزینه ۳۳۲

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}$$

۴- گزینه ۳۳۳

تندی پیشروی موج را به دست می‌آوریم.

اکنون به کمک رابطه تندی طناب، چگالی خطی جرم را حساب می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{20}{\mu}} \Rightarrow 25 = \frac{20}{\mu} \Rightarrow \mu = 1 \text{ kg/m} \Rightarrow \mu = \frac{1 \text{ kg}}{100 \text{ cm}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \Rightarrow \mu = 10 \text{ g/cm}$$

بنابراین هر سانتی‌متر آن ۱۰g جرم دارد.

$$\mu = \frac{m}{l} \xrightarrow{m=\rho V} \mu = \frac{\rho V}{l} \xrightarrow{V=Al} \mu = \frac{\rho Al}{l} \Rightarrow \mu = \rho A$$

۱- ۳۳۴- گزینه ۱: تندی انتشار موج در یک سیم برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{4}{6/4 \times 10^{-3} \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

بنابراین تندی انتشار موج در سیم برابر خواهد شد با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0.8}{0.2} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۲- ۳۳۵- گزینه ۲: ابتدا تندی انتشار موج در سیم را به دست می آوریم:

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{\rho V}{l} = \frac{\rho Al}{l} = \rho A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

تندی انتشار موج در یک سیم برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow 4 = \frac{2}{10^{-3}} \sqrt{\frac{F}{3 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 9/6 \text{ N}$$

از طرفی سطح مقطع سیم برابر $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است که در آن D قطر سیم می باشد. بنابراین:

۱- ۳۳۶- گزینه ۱: با توجه به رابطه تندی انتشار موج در طناب با چگالی و سطح مقطع طناب، می توان نوشت:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}} = \sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}} \xrightarrow{A_1 = A_2} \frac{20}{\rho_1} = \frac{15}{\rho_2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$\mu = \frac{m}{l}, \mu' = \frac{0.8m}{0.1} = 0.64 \frac{m}{l} = 0.64 \mu \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}} = \sqrt{\frac{\mu}{0.64\mu}} = \frac{1}{0.8} = \frac{5}{4}$$

۳- ۳۳۷- گزینه ۳: طبق داده های مسأله داریم:

۳- ۳۳۸- گزینه ۳: با توجه به رابطه $v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$ می توان نوشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{1/25 D_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 0.8 \Rightarrow v_1 = 0.8 v_2, \quad \frac{v_1 - v_2}{v_2} \times 100 = \frac{0.8 v_2 - v_2}{v_2} \times 100 = -20\%$$

بنابراین تندی انتشار موج عرضی در طناب اول، ۲۰ درصد از تندی انتشار موج در طناب دوم کمتر است.

۱- ۳۳۹- گزینه ۱: با توجه به رابطه تندی انتشار موج در تار $v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$ می توان نوشت:

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{F_B}}{\sqrt{F_A}} \times \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \frac{D_A}{D_B} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F}{4F}} \times \sqrt{\frac{4\rho_B}{\rho_B}} \times \frac{2}{D} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{2}{2}$$

۲- ۳۴۰- گزینه ۲: رابطه تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می نویسیم و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{cases} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{20}{160} = \sqrt{\frac{F'}{128}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{F'}{128}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{F'}{128} \Rightarrow F' = 200 \text{ N}$$

$$\Delta F = F' - F = 200 - 128 = 72 \text{ N}$$

۳- ۳۴۱- گزینه ۳: $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ ، وقتی ریسمان را دولا می کنیم سطح مقطع آن دو برابر و تندی موج در آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر می شود.

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{\frac{A}{2A}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

البته می دانیم بسامد نقشی در تندی موج ندارد.

۳- ۳۴۲- گزینه ۳: با عبور سیم از دستگاه، جرم سیم تغییر نکرده و با توجه به ثابت ماندن چگالی داریم:

$$\begin{cases} \rho = \rho' \\ m = m' \end{cases} \Rightarrow V = V' \Rightarrow Al = A'l \xrightarrow{l' = 1/4 l} Al = A' \times (1/4 l) \Rightarrow \frac{A}{A'} = 1/4$$

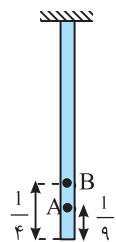
$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F}{\rho A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{1/4} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1/2 \Rightarrow v' = 1/2 v$$

حال با توجه به رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ داریم:

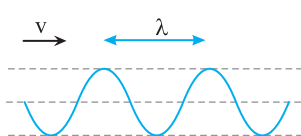
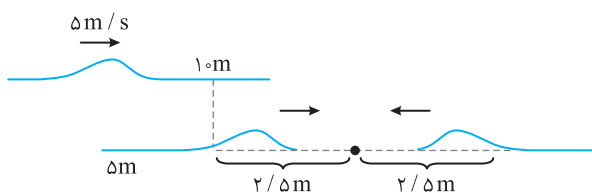
بنابراین تندی ۲۰ درصد افزایش می یابد.

۳- ۳۴۳- گزینه ۳: با توجه به رابطه تندی موج در تار می توان نوشت: $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{4F_1}{F_1} \times \frac{A_1}{0.64 A_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{0.8} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2/5$

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \sqrt{\frac{m'g}{mg}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{1}{2}$$



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{\Delta}{\frac{2}{10}}} \Rightarrow v = \Delta \text{ m/s}$$



$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{mg}{4}}} = \frac{2}{3}$$

$$F_B = \frac{mg}{4} \text{ : نیروی کشش در نقطه B برابر است با:}$$

$$F_A = \frac{mg}{9} \text{ : نیروی کشش در نقطه A برابر است با:}$$

نیروی کشش سیم برابر وزن و وزنه متصل به آن است.

۲ - ۳۴۴ گزینه

۴ - ۳۴۵ گزینه

۲ - ۳۴۶ گزینه

تندی انتشار موج در طناب مقدار ثابتی بوده و برابر است با:

وقتی آشفتگی اول در طناب ایجاد می‌شود در مدت ۱s با تندی $\Delta \text{ m/s}$ به اندازه $\Delta \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. با ایجاد آشفتگی دوم در سر دیگر طناب هر آشفتگی جابه‌جایی $\frac{2}{5}$ متر را طی کرده تا به هم می‌رسند، بنابراین آشفتگی اول $\frac{7}{5}$ متر و آشفتگی دوم $\frac{2}{5}$ متر پیشروی کرده است.

فاصله دو نقطه هم‌فاز متوالی را که موج در مدت یک دوره طی می‌کند طول موج گویند:

$$\lambda = vT$$

بنابراین در مدت نیم‌دوره نوسان هر ذره از محیط، موج مسافتی را به اندازه نصف طول موج می‌پیماید.

طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$\lambda = vT \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{1}{\Delta} = \frac{v}{100} \Rightarrow v = \Delta \cdot \frac{100}{1} = \Delta \cdot 100 \text{ m/s}, \quad \Delta x = v \Delta t \Rightarrow 10 = \Delta \cdot (\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\Delta} \text{ s}$$

فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر نصف طول موج است از این رو $\frac{\lambda}{2} = 15 \text{ cm}$ و $\lambda = 30 \text{ cm}$ می‌باشد. دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow \frac{30}{100} = \Delta T \Rightarrow T = \frac{1}{2\Delta} \text{ s}$$

هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا تندی یک نوسانگر برای نخستین بار از صفر به بیشینه مقدار برسد برابر $\frac{T}{4}$ است. از این رو:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{8\Delta} \text{ s}$$

در هر نوسان، ذره چهار برابر دامنه (۴A) مسافتی طی می‌کند در این صورت مسافت طی شده در هر نوسان $4 \times 2 = 8 \text{ cm}$ است پس تعداد

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{0.2}{2} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

نوسان‌ها در مدت 0.2 s ، دو نوسان کامل (۲) است از این رو دوره خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{1/5}{0.1} = 15 \text{ m/s}$$

اکنون تندی پیشروی موج را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 15 \times 0.2 \Rightarrow \Delta x = 3 \text{ m}$$

پیشروی موج در مدت 0.2 s خواهد شد:

تندی موج از ویژگی‌های محیط است، بنابراین تندی انتشار دو موج در محیط یکسان است و بسامد با طول موج نسبت وارون دارد.

$$v = f \lambda \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{12}{3 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

۱ - ۳۵۱ گزینه

تندی پیشروی موج را حساب می‌کنیم:

۳ - ۳۵۲ گزینه

در این صورت طول موج خواهد شد:

بسامد چشمه تغییر نکرده است، بنابراین:

۲ - ۳۵۳ گزینه

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f' = f} \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{4F}{F}} = 2$$

۳۵۴- گزینه ۲ نیروی کشش تار $F = F_0 - \Delta F = 0.49F$ شده است و تندی انتشار موج در تار خواهد شد: $v' = 0.7v$ $\Rightarrow v' = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{0.49F}{F}} \Rightarrow v' = 0.7v$ (B)

طول موج برابر است با: $\lambda = \frac{v}{f}, \lambda' = \frac{v'}{f'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} \times \frac{f}{f'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = 0.7 \times \frac{5}{10} \Rightarrow \lambda' = 0.35\lambda$

در این صورت فاصله قله از دره مجاورش خواهد شد: $\frac{\lambda'}{2} = 0.175\lambda$

۳۵۵- گزینه ۱ ابتدا دوره تناوب نوسان ساز که در اینجا یک سامانه جرم - فنر فرض شده است به دست می آوریم. (B)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}$$

تندی پیشروی موج در طناب را حساب می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{200}{20 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

طول موج خواهد شد: $\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 100 \times \frac{\pi}{5} = 20\pi \text{ m}$ فاصله بین یک قله و دره مجاورش $\lambda/2$ است. $\frac{\lambda}{2} = \frac{20\pi}{2} = 10\pi \text{ m}$

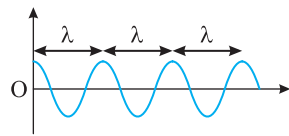
۳۵۶- گزینه ۳ بیشینه تندی ذرات طناب در نوسان برابر $v' = A\omega$ و تندی پیشروی موج $v = f\lambda$ است در این صورت: (A)

$$\frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A\omega} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A(2\pi f)} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{\lambda}{2\pi A}$$

۳۵۷- گزینه ۲ فاصله دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است، بنابراین $\lambda = 1\text{m}$ است. (B)

اختلاف زمانی دو ضربه متوالی موج برابر دوره است، پس دوره برابر $T = 2\text{s}$ خواهد بود. به این ترتیب تندی انتشار موج را به دست می آوریم.

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{1}{2} \text{ m/s}, \Delta x = v\Delta t \Rightarrow 120 = \frac{1}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta t = 240 \text{ s} = 4 \text{ min}$$

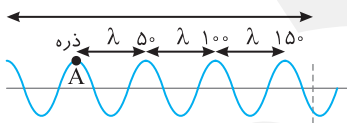


۳۵۸- گزینه ۳ با توجه به شکل گزینه (۳) که فاصله صفر تا M ، $\frac{6}{2}\lambda = 3\lambda$ است درست می باشد. (B)

۳۵۹- گزینه ۲ اگر بخواهیم نقاط A و B دو سستیغ متوالی شوند باید فاصله آنها از هم برابر یک طول موج شود یعنی طول موج باید در این حالت $\lambda' = 75\text{cm}$ (B)

$$\frac{f'}{f} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v}{v'} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{50}{75} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{2}{3}$$

شود ابتدا طول موج 50cm بوده است از این رو:



۳۶۰- گزینه ۳ در انتشار موج وقتی ذره A در دامنه مثبت است مطابق شکل تمام ذره هایی که فاصله آنها (B)

از A مضرب صحیحی از طول موج است هم زمان در دامنه مثبت قرار دارند.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

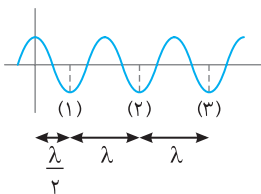
ابتدا طول موج را به دست می آوریم.

بنابراین نقاطی که در فاصله 50cm ، 100cm و 150cm از A قرار دارند هم زمان با ذره A در دامنه مثبت قرار دارند، بنابراین سه ذره در بین A و B قرار دارد.

۳۶۱- گزینه ۱ نزدیک ترین فاصله دو نقطه که هم زمان یکی دامنه مثبت و دیگری در دامنه منفی باشد یعنی یکی سستیغ و دیگری پاستیغ باشد $\frac{\lambda}{2}$ است. طول موج (B)

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{20} = 0.2 \text{ m} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 0.1 \text{ m}$$

را به دست می آوریم:



$$5 \frac{\lambda}{2} = 14 \Rightarrow \lambda = \frac{28}{5} = 5.6 \text{ cm}$$

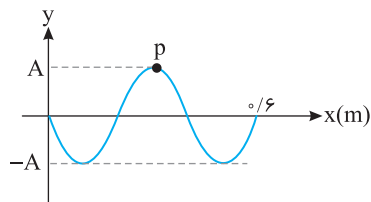
۳۶۲- گزینه ۲ با توجه به شکل روبه رو می توان نوشت: (B)

$$\omega = 40\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

دوره را به دست می آوریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.056}{\frac{1}{20}} \Rightarrow v = 1.12 \text{ m/s}$$

۳۶۳- گزینه ۲ دقت کنید که OM روی محور زمان است و زمان یک نوسان کامل برابر دوره است. (A)



$$3 \frac{\lambda}{2} = 0.6 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

طول موج را به دست می‌آوریم:

ذره‌ای در فاصله 30 cm از چشمه، نقطه‌ای مانند P است که در $t=0$ بعد آن $+A$ است و این نقطه شبیه نوسانگر ساده‌ای است که از داستان مثبت شروع به حرکت کرده و نمودار مکان زمان آن یک نمودار کسینوسی است که گزینه (۴) تنها گزینه‌ای است که این موضوع را نشان می‌دهد.

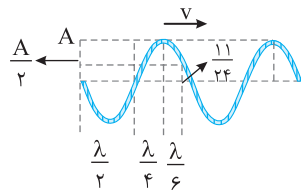
$$\frac{v\lambda}{4} = 14 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}, \quad \frac{\Delta T}{4} = 0.4 \Rightarrow T = \frac{1.6}{50} \text{ s} \xrightarrow{v = \frac{\lambda}{T}} v = \frac{4}{\frac{1.6}{50}} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

طول موج و دوره خواهد شد:

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{f \times 10^{-2}}{10 \times 10^{-2}} = f \times 10^{-2} \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 25 = \sqrt{\frac{F}{4 \times 10^{-2}}} \Rightarrow 625 = \frac{F}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow F = 25 \text{ N}$$

نیروی کشش را به دست می‌آوریم:



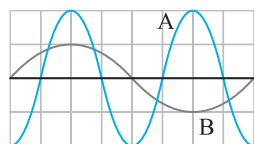
با توجه به شکل و بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{6} = 11 \Rightarrow \frac{6\lambda + 3\lambda + 2\lambda}{12} = \frac{11}{24} \Rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m}$$

$$v = f\lambda = 50 \times 0.5 = 25 \text{ m/s}$$

تندی انتشار موج برابر است با:

با توجه به شکل فاصله دو ستیغ در موج A (λ_A) برابر فاصله ستیغ از پستیغ در موج



B ($\frac{\lambda_B}{2}$) است. بنابراین $\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2}$ و ارتفاع ستیغ A دو برابر B است. بنابراین $A_A = 2A_B$ است.

تندی انتشار موج در یک محیط به جنس و ویژگی‌های محیط بستگی دارد و تندی دو موج یکسان است اما با توجه به شکل طول موج B دو برابر طول موج A است از این رو:

$$\lambda_B = 2\lambda_A \xrightarrow{T = \frac{\lambda}{v}} T_B = 2T_A \Rightarrow T_A = \frac{T_B}{2}$$

با توجه به شکل داریم:

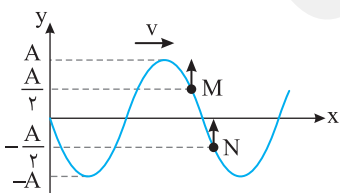
$$\lambda_A = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \xrightarrow{v = \lambda/T} 30 = \frac{0.3}{T_A} \Rightarrow T_A = 0.01 \text{ s}$$

$$\frac{3}{4} \lambda_B = \lambda_A \Rightarrow \frac{3}{4} \lambda_B = 30 \Rightarrow \lambda_B = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \xrightarrow{v = \lambda T} 30 = \frac{0.4}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{4}{300} \text{ s}$$

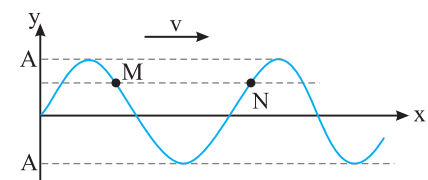
حال با توجه به این که $T = \frac{t}{n}$ ، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت 20 s به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \frac{20}{0.01} = \frac{2000}{n_A} \Rightarrow n_A = 2000 \\ \frac{20}{\frac{4}{300}} = \frac{20}{n_B} \Rightarrow n_B = 1500 \end{cases} \Rightarrow n_A - n_B = 500 \text{ نوسان}$$

مکان دو ذره M و N از محیط نسبت به مرکز نوسان نشان یکسان و قرینه است. پس تندی در آن نقطه‌ها برابر بوده و در نتیجه گزینه (۲) درست می‌باشد. M در حال حرکت کندشونده و رو به بالا و N در حال حرکت کندشونده رو به پایین است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست می‌باشند. M و N بین دو قله متوالی قرار دارند و فاصله آن‌ها از هم کمتر از λ است و گزینه (۴) نادرست است.



هر دو نقطه M و N در حال حرکت رو به بالا هستند و سرعت آن‌ها در یک جهت و هم علامت است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. فاصله نقاط M و N از مرکز نوسان یکسان است از این رو بزرگی شتاب این دو نوسانگر (نقاط M و N) یکی خواهد بود و گزینه (۳) درست است. M در حال حرکت رو به بالا به طرف دامنه است و نقطه N در حال حرکت رو به بالا به طرف مرکز نوسان است بنابراین M و N هم‌زمان از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینه (۴) نادرست است. با همین استدلال گزینه (۲) نیز نادرست است.

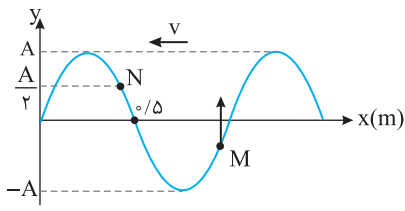


نقطه M در حال حرکت رو به بالا و نقطه N در حال حرکت رو به پایین است، بنابراین در یک لحظه از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینه (۱) نادرست است.

حرکت M رو به بالا و در حال دور شدن از حالت تعادلش بوده و کندشونده است و N دقیقاً برعکس آن و دارای حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

جهت حرکت هر دو، قرینه هم (M رو به بالا و N رو به پایین) است و در یک مکان دو نوسانگر دارای تندی یکسان هستند اما سرعت آن‌ها قرینه است و گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۳۷۳- گزینه ۲ بسامد تمام نقاط محیط یکسان است و دامنه نقاط مختلف برای یک موج عرضی که در یک بُعد در حال انتشار است، با صرف نظر از اتلاف انرژی نیز برای تمام نقاط یکسان است. با توجه به جهت پیشروی موج N در حال حرکت رو به پایین با حرکت کندشونده است اما M در حال حرکت رو به بالا با حرکت تندشونده است بنابراین در لحظه‌های مختلف مکان و سرعت آن‌ها یکسان نیست و گزینه (۱) و (۳) نادرست است.

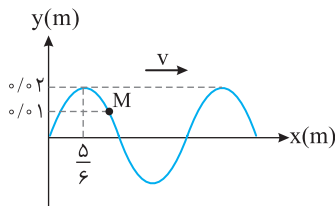


۳۷۴- گزینه ۴ در انتشار موج در یک محیط، نقطه‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند و هر نقطه حرکت نقطه قبل از خود را در جهت پیشروی موج تکرار می‌کند.

وقتی به نقطه M می‌نگریم، نقطه سمت راستش بالاتر از M است و با توجه به صورت پرسش، نقطه M در حال بالا رفتن است، بنابراین موج باید از راست به چپ یعنی در خلاف جهت محور x ها در حال پیشروی باشد. طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{2} = \Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$$

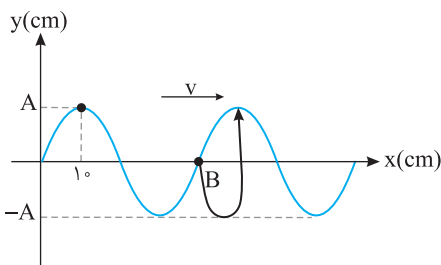
۳۷۵- گزینه ۲ با توجه به شکل طول موج و سپس دوره را حساب می‌کنیم.



$$\frac{\lambda}{6} = \Delta x \Rightarrow \lambda = \frac{2 \times 0.2}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \text{ m}, \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1/3}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{9} \text{ s}$$

تعداد نوسانات در هر ثانیه یعنی بسامد در این صورت:

$$f = \frac{1}{T} = 9 \text{ Hz}$$



$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

۳۷۶- گزینه ۴ با توجه به نقش موج:

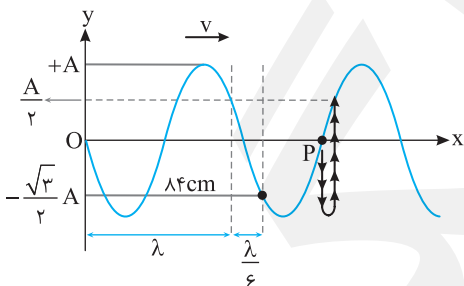
$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{10} = 0.04 \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

با توجه به نقش موج ذره قبل از B، از B پایین‌تر است پس B رو به پایین در حرکت بوده، ابتدا به مکان $y = -A$ می‌رود و سپس به مکان $y = +A$ خواهد رفت که این جابه‌جایی به اندازه $\Delta t = \frac{3T}{4}$ طول می‌کشد.

$$\Delta t = \frac{3T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 0.04 \Rightarrow \Delta t = 0.03 \text{ s}$$

۳۷۷- گزینه ۱ با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت.

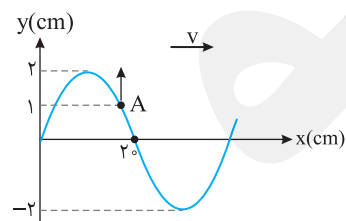


$$\lambda + \frac{\lambda}{6} = 84 \Rightarrow \frac{7\lambda}{6} = 84 \Rightarrow \lambda = 72 \text{ cm}, \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.72}{5} \Rightarrow T = 1/44 \times 10^{-2} \text{ s}$$

اکنون به مسیر حرکت P دقت کنید. در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنه $-A$ می‌رود و پس از $\frac{T}{4}$ دیگر به تعادلش بازمی‌گردد و از محل تعادل در مدت $\frac{T}{12}$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود از این رو:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{7T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{7}{12} \times 1/44 \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta t = 8/44 \times 10^{-3} \text{ s}$$

۳۷۸- گزینه ۱ طول موج و دوره را حساب می‌کنیم:



$$\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{10} \Rightarrow T = \frac{4}{100} \text{ s}$$

مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{150} \text{ s}$ چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/150}{4/100} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$

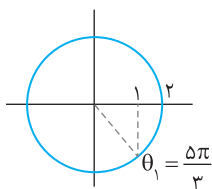
راه‌حل اول: ذره A از مکان $x = 1 \text{ cm}$ در حال حرکت رو به بالاست با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده

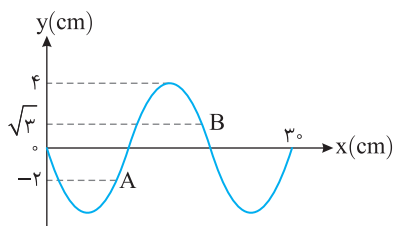
ذره A در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان $+\frac{A}{2}$ به $+A$ می‌رسد یعنی $x = 2 \text{ cm}$ می‌شود.

راه‌حل دوم: این بار مجدداً مکان ذره A را به کمک رسم دایره مثلثاتی به دست می‌آوریم. ابتدا کمان معادل مکان راروی دایره مشخص می‌کنیم.

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = \omega(\Delta t) = \frac{2\pi}{T}(\Delta t) \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{150} \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = \frac{2\pi}{225} \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 + \frac{2\pi}{225}$$

معادل مکانی 2π ، $x = +A = 2 \text{ cm}$ است.

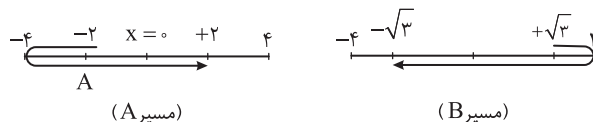




۲ طول موج برابر است با:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ cm} \quad v = \lambda/T \Rightarrow T = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

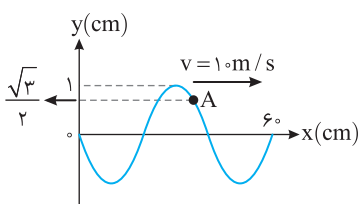
بازه زمانی $\frac{1}{8} \text{ s}$ نصف دوره ($T = \frac{1}{4} \text{ s}$) است و در مدت نصف دوره مسیر ذره A و ذره B مطابق شکل‌های زیر است.



$$\Delta y_A = 2 + 2 = 4$$

$$|\Delta y_B| = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

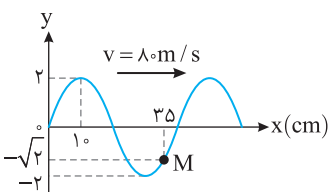
۳ با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$3 \frac{\lambda}{2} = 6 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.04}{1} = 0.04 \text{ s} \quad \omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.04} = 50\pi \text{ rad/s}$$

شتاب نقطه A با توجه به مکان آن $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ خواهد شد:

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = (50\pi)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \Rightarrow |a| = 2500\pi^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \Rightarrow |a| = 125\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$



$$\frac{\lambda}{4} = 1 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

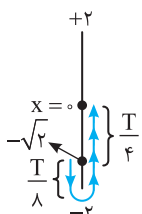
۱ با توجه به شکل:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{4}{0.04} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \text{ s}$$

دوره خواهد شد:

با توجه به جهت پیشروی موج در حال حرکت به سمت دامنه منفی است بنابراین به کمک رسم مسیر حرکت M تا گذر از مرکز تعادل (جایی که سرعت بیشینه است) و بازه‌های زمانی شناخته شده زمان را به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{4} \times \frac{1}{100} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{200} \text{ s}$$



$$\frac{\lambda}{2} = 2 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

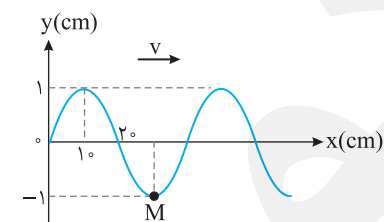
۴ با توجه به نقش موج:

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.04}{1} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s} \quad \omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.04} \Rightarrow \omega = 50\pi \text{ rad/s}$$

نقطه M دارای حرکت هماهنگ ساده است و در لحظه $t=0$ در مکان $-A$ قرار دارد و در حال حرکت رو به بالا است. دقت کنید $\frac{t}{T} = \frac{0.25}{0.04} = \frac{1}{4}$ است یعنی بازه زمانی 0.25 s برابر $\frac{T}{4}$ است و در این مدت نقطه

M از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رسد و دارای تندی بیشینه مثبت است.

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.04 \times 50\pi = 2\pi \text{ m/s} = 20\pi \text{ cm/s}$$

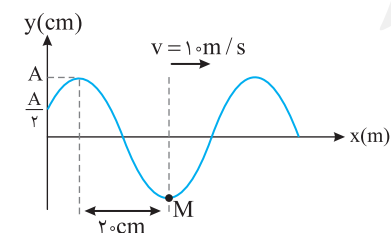


۲ طول موج و سپس دوره را به دست می‌آوریم.

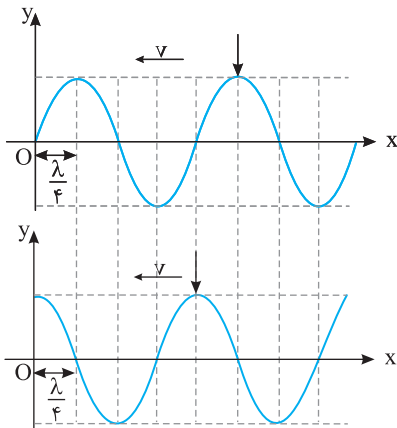
$$\frac{\lambda}{2} = 2 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \quad T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.04}{1} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0.04}{4} = 0.01 \text{ s}$$

مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{100} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

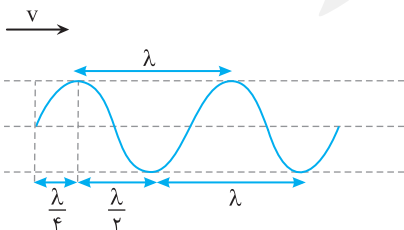
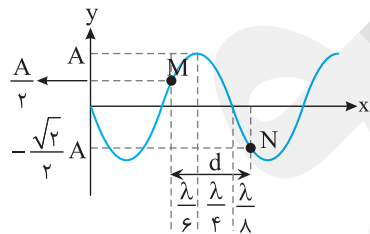
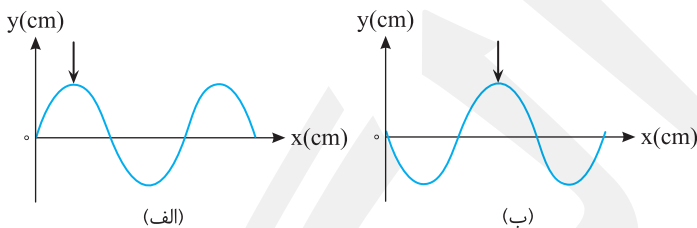
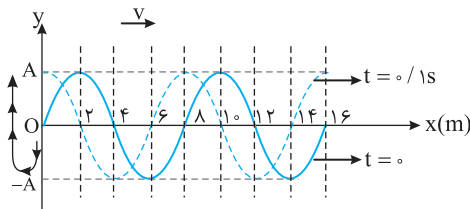
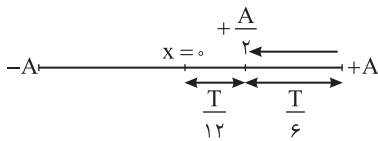


با توجه به شکل در مدت $\frac{T}{4}$ ، M از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رود و حرکتش تندشونده است.



نقش موج در لحظه t

نقش موج در لحظه t + T/4



۳۸۴- گزینه ۳ در مدت $\frac{T}{4}$ ، موج به اندازه $\frac{\lambda}{4}$ پیشروی می کند.

یعنی برآمدگی و فرورفتگی های موج نسبت به حالت اول با توجه به جهت پیشروی موج $\frac{\lambda}{4}$ جابه جا می شوند.

در مدت $T/4$ نقطه O از حالت تعادلش به دامنه $+A$ می رود و نقطه M از دامنه $+A$ به مرکز می رود و نقش موج شکل روبه رو به دست می آید. تنها گزینه (۳) این گونه است.

۳۸۵- گزینه ۲ به نقطه O نگاه کنید نقطه O در حال حرکت رو به پایین است و در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان $+A$ به مکان $\frac{+A}{2}$ می رود. بنابراین گزینه (۲) درست است. در گزینه (۱) پس از $\frac{T}{6}$ نقطه O در حال حرکت رو به بالاست اما در گزینه (۲) نقطه O در حال حرکت رو به پایین است و گزینه (۲) درست می باشد.

۳۸۶- گزینه ۱ با توجه به جهت سرعت انتشار موج نقطه O در حال پایین رفتن است و مطابق شکل $0.1s$ معادل $\frac{3}{4}T$ می باشد از این رو دوره خواهد شد:

$$\frac{3}{4}T = 0.1 \Rightarrow T = \frac{4}{30} s \Rightarrow f = \frac{30}{4} = 7.5 Hz$$

$$v = f \lambda \Rightarrow v = 7.5 \times 8 = 60 m/s$$

با توجه به شکل $\lambda = 8m$ است ازین رو:

۳۸۷- گزینه ۳ برای نمایش یک نقطه از موج که در حال پیشروی در یک محیط است، آن را با یک فلش مشخص می کنند. در شکل (الف)، نقطه مورد نظر در فاصله $\frac{\lambda}{4}$ از مبدأ قرار دارد و در بازه $\Delta t = t_2 - t_1$ به فاصله $\frac{3\lambda}{4}$ از مبدأ رسیده است (شکل ب). در این مدت موج $\frac{3\lambda}{4}$ پیشروی می کند و $\frac{\lambda}{4}$ را موج در $\frac{T}{4}$ طی خواهد کرد.

از این رو می توان نوشت:

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{50} s \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{100} s = 10^{-2} s$$

۳۸۸- گزینه ۴ با توجه به بازه های مکانی شناخته شده مسافت طی شده را بر حسب طول موج به دست می آوریم.

$$d = \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{8} = \frac{4\lambda + 6\lambda + 3\lambda}{24} \Rightarrow d = \frac{13}{24}\lambda$$

نکته مهم این است که موج، مسافت λ را در مدت یک دوره (T) طی می کند بنابراین مسافت $\frac{13\lambda}{24}$ را

$$\text{در مدت } T \text{ طی می کند از این رو: } n = \frac{t}{T} \rightarrow n = \frac{1/6 \times 60}{0.48} = 200$$

۳۸۹- گزینه ۲ در موج عرضی، راستای نوسان ذره های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است و در شکل ظاهری موج عرضی، برآمدگی و فرورفتگی قابل مشاهده است.

در موج عرضی فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج (λ) بوده و فاصله بین یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. در این پرسش، کافی است طول موج را به دست آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{0.5}{2/5} \Rightarrow \lambda = 0.125 m = 12.5 cm$$

فاصله جبهه‌های موج برآمده از یکدیگر λ و فاصله برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. از این رو با توجه به شکل:

۳۹۰- گزینه ۴

$$\Delta \frac{\lambda}{2} = \frac{0}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = 0.24 \text{ m}$$

$$v = f\lambda \Rightarrow 0.6 = f \times 0.24 \Rightarrow f = 2.5 \text{ Hz}$$

در این صورت بسامد خواهد شد:

در شکل B، فاصله جبهه‌های موج بیشتر است بنابراین طول موج در تحت موج B از طول موج در تحت موج A بلندتر است. چشمه‌های موج

۳۹۱- گزینه ۲

$$\begin{cases} \lambda_B > \lambda_A \Rightarrow v_B > v_A \\ f_B = f_A \end{cases}$$

مشابه بوده یعنی بسامد یکسان است از این رو:

تندی امواج در سطح آب به عمق آب بستگی دارد و در عمق بیشتر تندی امواج بیشتر است، بنابراین عمق تحت موج B از عمق تحت موج A بیشتر است.

۳۹۲- گزینه ۱

انرژی امواج مکانیکی با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است.

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است، بنابراین با دو برابر شدن A و نصف شدن بسامد

۳۹۳- گزینه ۲

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی تغییر نمی‌کند (دقت کنید با دو برابر شدن دوره بسامد نصف می‌شود).

با توجه به شکل مسأله، دامنه نوسان ذرات محیط در موج A برابر ۲ cm و دامنه نوسان ذرات در موج B برابر $2\sqrt{2}$ cm است. همچنین،

۳۹۴- گزینه ۲

$$\frac{1}{2} \lambda_A = \frac{3}{4} \lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{2}{3}, \quad \frac{A_B}{A_A} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

می‌توان گفت نصف طول موج A برابر $\frac{3}{4}$ طول موج B است. بنابراین:

با توجه به این که هر دو موج در طناب واحدی منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار هر دو موج یکسان می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_A = \lambda_A f_A \\ v_B = \lambda_B f_B \end{cases} \xrightarrow{v_A = v_B} \lambda_A f_A = \lambda_B f_B \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{3}{2}, \quad \frac{E_B}{E_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

اگر A قله است باید B دره باشد. با توجه به شکل موج که رسم کرده‌ایم، فاصله A تا B

۳۹۵- گزینه ۴

می‌تواند $\frac{\lambda}{2}$ ، $\frac{3\lambda}{2}$ و $\frac{5\lambda}{2}$... باشد. از این رو:

$$\frac{\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 90 \text{ cm}, \quad \frac{3\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm}, \quad \frac{5\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 18 \text{ cm}, \dots$$

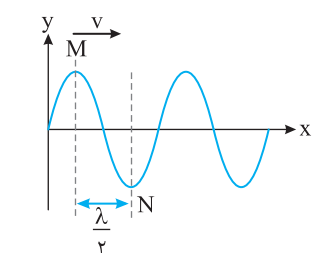
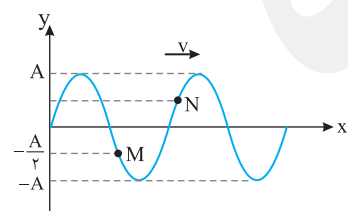
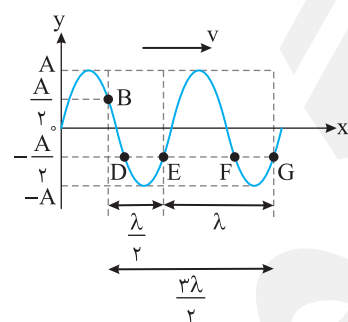
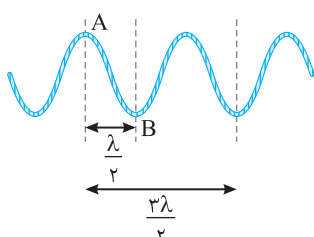
با توجه به جهت پیشروی موج نقطه B در حال حرکت رو به بالا است و نقاط D و F هم در

۳۹۶- گزینه ۳

حال حرکت رو به بالا هستند وقتی B به دامنه +A می‌رسد، قطعاً آن‌ها به دامنه -A نمی‌رسند اما نقاط E و G

هر دو در حال حرکت رو به پایین هستند و در بازه زمانی که B از $+\frac{A}{2}$ به $+\frac{A}{4}$ می‌رود قطعاً نقاط E و G نیز از

$-\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{4}$ می‌روند و گزینه (۳) درست است.



اگر به نقش موج دقت کنید فاصله یک قله از دره $\frac{\lambda}{2}$ است و وقتی M در حال حرکت به سوی

۳۹۷- گزینه ۲

پایین است نقطه N در حال حرکت رو به بالاست و وقتی M از مرکز نوسانش می‌گذرد N نیز از مرکز نوسان می‌گذرد.

اکنون به نقش موج مسأله نگاه کنید. M و N، از هم فاصله دارند و M در حال حرکت رو به بالا و N نیز در

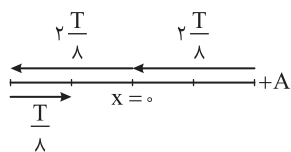
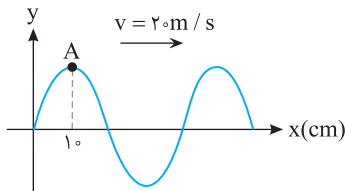
حال حرکت رو به پایین است و همان‌گونه که گفتیم باید با هم از مرکز نوسان بگذرند بنابراین اگر M در $-\frac{A}{2}$

به سوی مرکز در حرکت است باید N در $+\frac{A}{4}$ به سوی مرکز در حرکت باشد و گزینه (۲) درست است.

$$\frac{\lambda}{v} = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{v^2}{f} = 4 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{4}{4} = 1 \text{ Hz}, \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \times 1 = 2\pi$$

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow 32 = A(2\pi)^2 \Rightarrow A = \frac{32}{4\pi^2} \approx 0.8 \text{ m} \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$



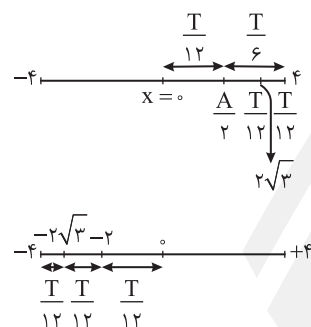
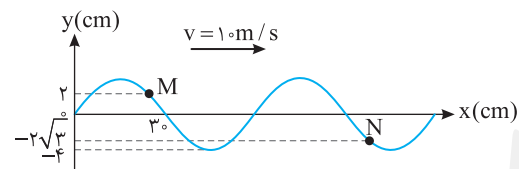
$$\frac{\lambda}{v} = 1.0 \Rightarrow \lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad \lambda = vT \Rightarrow 0.04 = 2.0 T \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$$

هر نقطه از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادلش جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta x}{vT} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

ابتدا مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{100} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

ذره A در مدت $\frac{T}{4} = \frac{2T}{8}$ یکبار از مرکز نوسان می‌گذرد و در مدت $\frac{3T}{8}$ باقی مانده دیگر از مبدأ گذر نمی‌کند بنابراین گزینه (۱) درست است.



$$\frac{\lambda}{v} = 3.0 \Rightarrow \lambda = 6.0 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}, \quad T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.06}{1.0} = 0.06 \text{ s}$$

مشخص می‌کنیم مدت زمان $\frac{1}{200} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

با توجه به جهت پیشروی موج ذره M از مکان $x = 2 \text{ cm}$ در جهت رو به بالا در حرکت است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نقطه M بعد از $\frac{T}{12}$ به مکان $2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌رسد اما نقطه N در مدت $\frac{T}{12}$ از مکان $-2\sqrt{3} \text{ cm}$ به مکان -2 cm می‌رسد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\left| \frac{a_M}{a_N} \right| = \left| \frac{\omega^2 y_M}{\omega^2 y_N} \right| = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

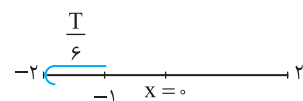
طول موج را به دست می‌آوریم.

$$3 \frac{\lambda}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{9} \text{ m} \xrightarrow{T = \lambda/v} T = \frac{8}{9 \times 10} \Rightarrow T = \frac{8}{90} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{135}{\frac{8}{90}} = \frac{2 \times 90}{135 \times \frac{8}{90}} = \frac{2 \times 2}{3 \times 8} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

اکنون مشخص می‌کنیم که $\frac{2}{135} \text{ s}$ چه کسری از یک دوره است.

راه حل اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته و با توجه به اینکه ذره A در حال حرکت به سوی دامنه منفی است، مسیر حرکت A را در مدت $\frac{T}{6}$ رسم کرده و مکان آن را به دست می‌آوریم.



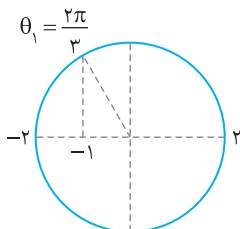
با توجه به شکل ذره A در $t = \frac{2}{135} \text{ s}$ به مکان $x = -2$ می‌رسد.

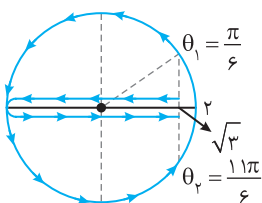
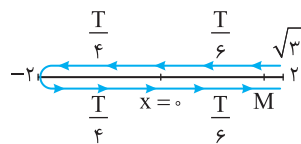
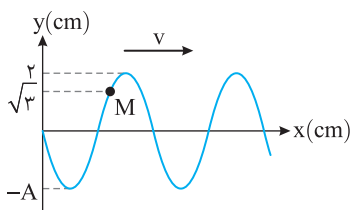
راه حل دوم: استفاده از دایره مثلثاتی برای حرکت هماهنگ ساده ذره A

$$\theta_r - \theta_1 = \omega t_r - \omega t_1 \Rightarrow \theta_r - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{2}{135} \right) \Rightarrow \theta_r - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{2}{135} \Rightarrow \theta_r - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi \times 90}{3 \times 2 \times 135}$$

$$\Rightarrow \theta_r - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta_r = \pi$$

بنابراین ذره A به مکان -2 cm می‌رسد.





دوره را حساب می‌کنیم و سپس مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{24} s$ چه کسری از دوره است.

۴۰۲- گزینه ۳

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{20} s, \quad \frac{\Delta t}{T} = \frac{24}{1} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{6} T$$

راه حل اول: با توجه به جهت پیشروی موج ذره M در حال حرکت رو به پایین است اکنون مسیر حرکت آن را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مکان ذره را پس از $\frac{5}{6} T$ مشخص کرده و مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت معین می‌کنیم. ذره M پس از $\frac{T}{6}$ به مرکز می‌رسد و پس از $\frac{T}{2}$ به مرکز برمی‌گردد و $\frac{T}{6}$ بعد به M می‌رسد که جمعاً $\frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{6}$ می‌شود و M به مکان اولیه بازمی‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

راه حل دوم: اکنون به کمک دایره مثلثاتی مجدداً قسمت آخر مسأله را حل می‌کنیم.

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \theta_2 - \frac{\pi}{6} = 2\pi \times (20) \left(\frac{1}{24}\right) \Rightarrow \theta_2 = \frac{11\pi}{6}$$

کمان $\frac{11\pi}{6}$ معادل مکان $\sqrt{3}r$ است و ذره به جای اول بازمی‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

۴۰۳- گزینه ۲

موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد، همگام و عمود بر هم تشکیل شده است.

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند یعنی در هر لحظه یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است.

۴۰۴- گزینه ۲

از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینه (۲) درست است.

موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، همگام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند، این امواج حامل انرژی بوده و حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند. این امواج عرضی هستند و سرعت آن‌ها در خلأ با هم برابر است، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) جزء ویژگی‌های مشترک امواج الکترومغناطیسی و گزینه (۳) جزء این ویژگی‌ها نیست.

۴۰۵- گزینه ۳

موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد و عمود بر هم تشکیل شده بنابراین گزینه (۱) و (۳) درست است. تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ منتشر می‌شوند و گزینه (۲) درست است. طول موج میدان الکتریکی و مغناطیسی تمام امواج الکترومغناطیسی با هم برابرند و گزینه (۴) نادرست است.

۴۰۶- گزینه ۴

موج‌های الکترومغناطیسی در تمام محیط‌ها حتی در خلأ منتشر می‌شوند. برای مثال، نور مرئی از آب و شیشه می‌گذرد و امواج X و γ از آهن می‌گذرند.

۴۰۷- گزینه ۴

در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر راستای انتشار موج عمودند.

۴۰۸- گزینه ۳

بنا به نظریهٔ ماکسول، تغییر هر کدام از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با زمان، میدان دیگری را ایجاد می‌کند.

۴۰۹- گزینه ۲

گزینه (۱) طبق نظریهٔ فاراده درست است، نه ماکسول. در گزینه (۲) باید بیان می‌شد که بار دارای حرکت شتابدار است. گزینه (۳) بنابر قانون لنز درست است، نه ماکسول. گزینه (۴) بیان مستقیم ماکسول است. پس گزینه (۴) درست است.

۴۱۰- گزینه ۴

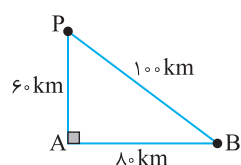
با توجه به رابطه $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ، از جنس سرعت است.

۴۱۱- گزینه ۳

سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است.

۴۱۲- گزینه ۱

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \epsilon_0 \mu_0 = c^{-2} \Rightarrow k = -2$$



فاصله ایستگاه رادیویی B را از گیرنده P حساب می‌کنیم: $PB^2 = 60^2 + 80^2 \Rightarrow PB = 100 \text{ km}$

۴۱۳- گزینه ۱

$$\delta = PB - PA = 100 - 60 = 40 \text{ km}$$

اختلاف راه A و B از P را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\delta}{v} = \frac{40 \times 10^3}{3 \times 10^8} = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \text{ s}$$

اختلاف زمانی رسیدن سیگنال به P برابر است با:

۴۱۴- گزینه ۳ در یک موج الکترومغناطیسی، نوسان‌های میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی دارای بسامد یکسان بوده و سرعت انتشار آنها یکی است، در نتیجه طول موج آنها نیز برابر است.

۴۱۵- گزینه ۴ با توجه به رابطه بین طول موج، بسامد و سرعت انتشار موج می‌توان نوشت:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{0.6 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۴۱۶- گزینه ۱ حرکت موج یک حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است.

$$\Delta x = vt \Rightarrow 300 \times 10^3 = 3 \times 10^8 t \Rightarrow t = 10^{-3} \text{ s}$$

۴۱۷- گزینه ۲ با توجه به رابطه تندی، طول موج و دوره خواهیم داشت:

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{3 \times 10^5 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 10^{-12} \text{ s}$$

۴۱۸- گزینه ۱ طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = 4 \times 6 / 5 = 26 \text{ cm}, \quad f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{26 \times 10^{-2}} \Rightarrow f \approx 12 \times 10^8 \text{ Hz} \Rightarrow f = 1200 \text{ MHz}$$

۴۱۹- گزینه ۳ طول موج پرتو A، ۱۲۰ نانومتر از طول موج پرتو B، کمتر است.

$$\lambda_B = \lambda_A + 120$$

بسامد A، ۱/۲۵ برابر بسامد B است.

$$f_A = f_B + 0.25 f_B \Rightarrow f_A = 1.25 f_B$$

در یک محیط، طول موج با بسامد نسبت وارون دارد.

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \Rightarrow 1.25 = \frac{\lambda_A + 120}{\lambda_A} \Rightarrow 1.25 \lambda_A = \lambda_A + 120 \Rightarrow 0.25 \lambda_A = 120 \Rightarrow \lambda_A = 480 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_A = 0.48 \mu\text{m}$$

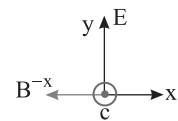
$$\lambda_B = \lambda_A + 120 \Rightarrow \lambda_B = 600 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_B = 0.6 \mu\text{m}$$

۴۲۰- گزینه ۳ میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و هم‌گام هستند. بنابراین هنگامی که میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز بیشینه است.

قاعده دست راست برای موج الکترومغناطیسی: چهار انگشت: جهت میدان الکتریکی، انگشت شست: راستای پیشروی موج، کف دست: جهت میدان مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست، میدان مغناطیسی برونسو است.

۴۲۱- گزینه ۳ چهار انگشت دست راست خود را رو به بالا بگیرید (در جهت میدان الکتریکی) به گونه‌ای که انگشت شما در راستای انتشار موج (به سمت شرق (سمت راست بدنتان)) باشد در این حالت کف دست شما در راستای میدان مغناطیسی (رو به پشت سر شما) خواهد بود.

۴۲۲- گزینه ۲ با توجه به قاعده دست راست برای امواج الکترومغناطیسی جهت پیشروی موج در جهت مثبت محور Z است.



۴۲۳- گزینه ۱ با توجه به قانون دست راست برای موج الکترومغناطیسی باید انگشت شست در جهت پیشروی موج یعنی خلاف جهت محور Xها باشد به گونه‌ای که کف دست در جهت B یعنی محور Zها باشد در این حالت چهار انگشت باز دست راست به سمت Yهای منفی است یعنی جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور Yهاست.

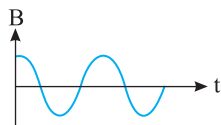
۴۲۴- گزینه ۲ طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{4} = 0.5 \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

بسامد میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 1.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۴۲۵- گزینه ۲ در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌گام بوده و طول موج و دوره یکسانی دارند.



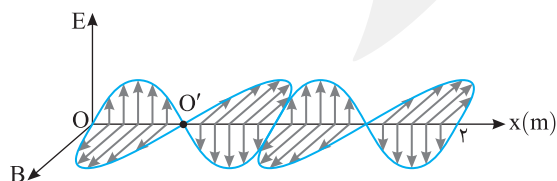
۴۲۶- گزینه ۲ طول موج برابر است با:

$$2\lambda = 200 \Rightarrow \lambda = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{10^5} = 3 \times 10^3 \text{ Hz}$$

۴۲۷- گزینه ۴ با توجه به نمودار طول موج خواهد شد:



$$2\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

بسامد موج را حساب می‌کنیم:

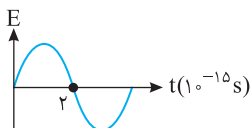
$$v = f\lambda \Rightarrow 3 \times 10^8 = f \times 1 \Rightarrow f = 3 \times 10^8 \text{ Hz}$$

۴۲۸- گزینه ۲ طول موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^6} \Rightarrow \lambda = 150 \text{ m}$$

فاصله O تا O' برابر $\frac{\lambda}{2}$ است از این‌رو:

$$OO' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow OO' = \frac{150}{2} \Rightarrow OO' = 75 \text{ m}$$

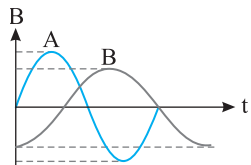


طول موج میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است. با توجه به نمودار:

$$\frac{T}{2} = 2 \times 10^{-15} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-15} \text{ s}$$

$$\lambda = cT \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-15} = 12 \times 10^{-7} \text{ m} = 1200 \text{ nm}$$

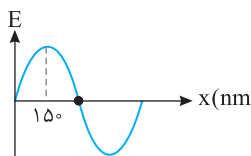
۳-۴۲۹ گزینه (A)



با توجه به شکل، رابطه زیر بین دوره موج الکترومغناطیسی B و دوره موج الکترومغناطیسی A برقرار است:

$$T_A = \frac{3}{4} T_B \xrightarrow{\lambda = cT} \lambda_A = \frac{3}{4} \lambda_B$$

۱-۴۳۰ گزینه (B)



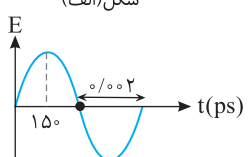
شکل (الف)

با توجه به شکل (الف) می توان طول موج را به دست آورد:

$$\frac{\lambda}{4} = 150 \Rightarrow \lambda = 600 \text{ nm}$$

۱-۴۳۱ گزینه (A)

و با توجه به شکل (ب)، دوره به دست می آید:



شکل (ب)

$$\frac{T}{2} = 0.002 \Rightarrow T = 0.004 \text{ ps}$$

بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.004 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = \frac{6 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-15}} \Rightarrow v = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

۳-۴۳۲ گزینه (A)

نیروی که میدان الکتریکی بر بار وارد می کند برابر $F = qE$ است از این رو:

$$F_{\max} = qE_{\max} \Rightarrow F = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3}{2} \times 10^8 \pi = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{3}{4} \times 10^8 \text{ Hz}$$

۱-۴۳۳ گزینه (B)

بسامد و طول موج را به دست می آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{3}{4} \times 10^8} = 4 \text{ m}$$

با توجه به شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی درباره طیف امواج الکترومغناطیسی این طول موج در ناحیه رادیویی است.

۴-۴۳۴ گزینه (A)

نحوه تولید و آشکارسازی پرتوهای الکترومغناطیسی با هم متفاوت است.

۱-۴۳۵ گزینه (A)

سرعت تمام پرتوهای الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است.

۱-۴۳۶ گزینه (A)

امواج الکترومغناطیسی از قوانین یکسانی پیروی کرده و سرعت انتشار آنها در خلأ یکسان است.

۳-۴۳۷ گزینه (A)

در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، میکروموج فروسرخ، نور مرئی، پرتو فرابنفش، پرتو X و پرتو γ) از راست به چپ بسامد افزایش و طول

موج کاهش می یابد.

۴-۴۳۸ گزینه (A)

گزینه های (۱)، (۲) و (۳) ویژگی های مشترک تمام امواج الکترومغناطیسی می باشند، اما تنها نور مرئی توسط چشم قابل دیدن است.

۳-۴۳۹ گزینه (A)

امواج الکترومغناطیسی حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی شوند.

۳-۴۴۰ گزینه (A)

با توجه به شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی فیزیک ۳، میکروموج ها در اجاق برای آشپزی کاربرد دارند.

۱-۴۴۱ گزینه (A)

با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در صفحه ۶۸ کتاب درسی فیزیک ۳، امواج رادیویی در پخش تلویزیونی و رادیویی، یعنی در سیستم های

مخابراتی کاربرد دارد.

۲-۴۴۲ گزینه (A)

گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش طول موج و افزایش بسامد به قرار زیر است:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو گاما

بنابراین ناحیه O مربوط به اشعه ایکس و ناحیه Q مربوط به نور مرئی است.

۱-۴۴۳ گزینه (A)

در نور مرئی (قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی، بنفش) از راست به چپ، بسامد زیاد می شود.

رادیویی ← میکروموج ← فرسرخ ← مرئی ← فرابنفش ← X ← γ
ELF-AM-FM

طیف امواج الکترومغناطیسی به صورت روبه‌رو است: ۲ - گزینه ۴۴۴

که از راست به چپ بسامد کاهش و طول موج افزایش می‌یابد.

۴ - گزینه ۴۴۵ در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← میکروموج ← فرسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو X ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیشترین بسامد را دارد.

۲ - گزینه ۴۴۶ بنا بر نظریهٔ ماکسول، هرگاه ذرهٔ باردار دارای حرکت شتابدار شود از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند.

۴ - گزینه ۴۴۷ ذرهٔ باردار که دارای حرکت شتابدار است، موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. هنگام تخلیهٔ خازن، یک میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد می‌شود که می‌تواند به‌طور لحظه‌ای موج الکترومغناطیسی گسیل کند. همچنین جریان متناوب با بسامد بالا نیز به‌دلیل تغییر دائمی میدان مغناطیسی آن با زمان می‌تواند موج الکترومغناطیسی ایجاد کند. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

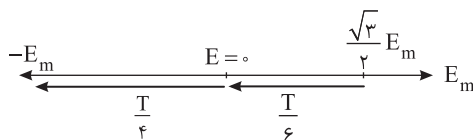
۳ - گزینه ۴۴۸ در برخورد الکترون با یک صفحهٔ فلزی، هنگام کاهش سرعت برای توقف، حرکت الکترون شتابدار است که بنا به نظریهٔ ماکسول، ذرات باردار شتابدار از خود تابش گسیل می‌کنند.

۴ - گزینه ۴۴۹ طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{\nu} = \frac{0.4 \mu\text{m}}{2} \Rightarrow \lambda = 0.8 \mu\text{m}$$

$$T = \frac{\lambda}{\nu} \Rightarrow T = \frac{0.8 \times 10^{-6}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = \frac{8}{3} \times 10^{-15} \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم.



اکنون به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده و با توجه به اینکه میدان نقطهٔ M در حال صفر شدن (حرکت رو به پایین) است مسأله را حل می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5T}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{8}{3} \times 10^{-15} = \frac{10}{9} \times 10^{-15} \text{ s}$$

۱ - گزینه ۴۵۰ در مدت ۰/۳۶ پیکوثانیه، موج به اندازهٔ $82 - 10 = 72 \mu\text{m}$ پیشروی کرده

است. بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط شفاف برابر است با:

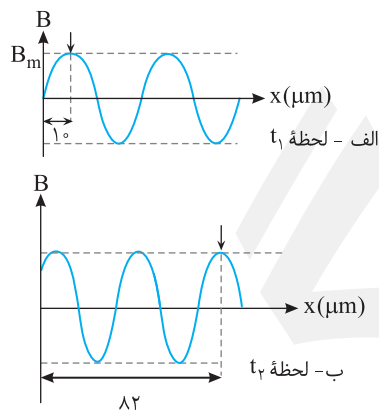
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{72 \times 10^{-6}}{0.36 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

با توجه به شکل الف، طول موج برابر است با:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \mu\text{m}$$

اکنون می‌توان بسامد نور را به‌دست آورد:

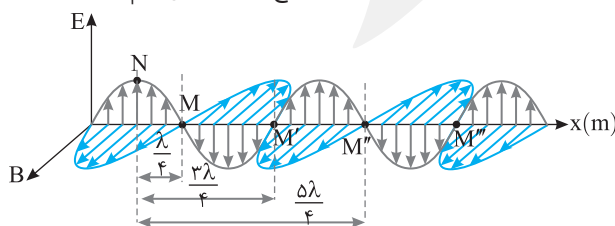
$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{2 \times 10^8}{40 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{12} \text{ Hz}$$



۳ - گزینه ۴۵۱ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و هم‌گام هستند. از این رو در هر نقطه شناسهٔ تابع کسینوسی این میدان‌ها یکسان است.

۲ - گزینه ۴۵۲ میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی هم‌گام هستند یعنی با هم بیشینه و با هم صفر می‌شوند. در نقطه N میدان الکتریکی بیشینه است پس در نقطه N میدان مغناطیسی نیز بیشینه است. در صورت مسأله بیان شده در همان لحظه میدان مغناطیسی نقطهٔ M صفر است. در این صورت اگر

نقطهٔ N را روی نقش موج شکل مقابل مشخص کنیم نقطهٔ M باید $\frac{\lambda}{4}$ ، $\frac{3\lambda}{4}$ ، $\frac{5\lambda}{4}$ و ... با N فاصله داشته باشد. اکنون طول موج را حساب می‌کنیم.



$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 3 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{4} = \frac{3}{4} \text{ m} \\ \frac{3\lambda}{4} = \frac{9}{4} \text{ m} \\ \frac{5\lambda}{4} = \frac{15}{4} \text{ m} \\ \vdots \end{cases}$$

که در گزینه‌ها $\frac{9}{4} \text{ m}$ وجود دارد.

$$F_E = qE_{\max} = 10^{-3} \times 3000 = 3N$$

بیشینه نیرویی که میدان الکتریکی بر بار وارد می کند برابر است با:

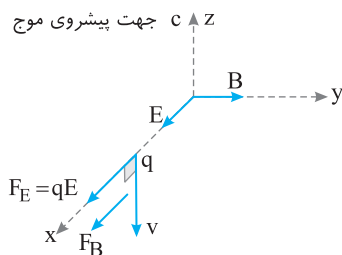
۳-گزینه ۴۵۳

بیشینه نیرویی که میدان مغناطیسی می تواند بر بار وارد کند هنگامی است که میدان مغناطیسی موج بر راستای سرعت بار الکتریکی عمود باشد که در این مسأله این گونه است. زیرا میدان مغناطیسی به راستای پیشروی موج که بار در امتداد آن در حرکت است، عمود است.

$$F_B = qvB = 10^{-3} \times 4 \times 10^6 \times 10^{-5} = 0.04N$$

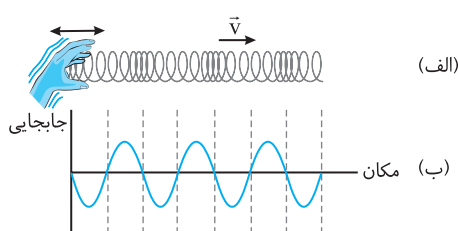
این دو نیرو باید با هم جمع برداری شوند، یعنی جهت آن ها مهم است حال فرض کنید که جهت پیشروی موج در جهت مثبت محور Zها و جهت میدان الکتریکی در لحظه معین در جهت مثبت محور Xها است. در این صورت جهت میدان مغناطیسی در آن لحظه در جهت مثبت محور Yها خواهد بود (بنا بر قاعده دست راست). اگر جهت حرکت بار الکتریکی خلاف جهت پیشروی موج باشد، آن گاه چون نیروی میدان الکتریکی همواره در جهت میدان است، نیروی میدان مغناطیسی عمود بر میدان و جهت حرکت بار (v) است. در این حالت F_B و F_E هم جهت شده و با هم جمع می شوند و نیروی وارد بر بار، بیشینه می گردد. هنگامی که این دو نیرو هم جهت باشند، بیشترین نیرو بر بار الکتریکی وارد می شود.

$$F_t = F_E + F_B = 3.04N$$



۴-گزینه ۴۵۴ با توجه به شکل (الف) و (ب) گزینه (۲) و (۳) درست است.

۴-گزینه ۴۵۴



زمان رسیدن به فاصله 1620 km را برای موجی که با تندی 9 km/s در حرکت است حساب می کنیم:

۲-گزینه ۴۵۵

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1620}{9} = 180 \text{ s} \Rightarrow t_1 = 3 \text{ min}$$

موج دیگر ۳ دقیقه دیرتر به این فاصله رسیده است بنابراین این موج عرضی بوده و زمان رسیدن آن $3+3=6 \text{ min}$ است و تندی آن خواهد شد.

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{1620}{6 \times 60} \Rightarrow v = 4.5 \text{ km/s}$$

۳-گزینه ۴۵۶

تندی امواج عرضی در جامدات از تندی امواج طولی در جامدات کمتر است و زمان رسیدن موج عرضی به عقرب از زمان رسیدن موج طولی به عقرب بیشتر است.

عقرب بیشتر است.

$$\Delta t = t_T - t_L \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v_T} - \frac{d}{v_L} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_L - v_T}{v_L v_T} d \Rightarrow d = \frac{v_L v_T}{v_L - v_T} \Delta t$$

ابتدا طول موج و سپس تندی هر موج را به دست می آوریم.

۴-گزینه ۴۵۷

شکل (۱): $\frac{\lambda}{4} = 1.5 \Rightarrow \lambda = 6.0 \text{ m}$, $v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 60 = 6 \text{ km/s}$

شکل (۲): $\frac{\lambda}{4} = 3.0 \Rightarrow \lambda = 12.0 \text{ m}$, $v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 120 = 12 \text{ km/s}$

موج شکل (۱) دارای تندی کمتری است بنابراین نمودار شکل (۱) مربوط به موج عرضی S است و نمودار شکل (۲) مربوط به موج طولی P است.

$$t_S - t_P = 120 \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{6} - \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \Delta x = 1440 \text{ km}$$

۳-گزینه ۴۵۸

موج صوتی یک موج مکانیکی و طولی است که به صورت لایه ها تراکمی و انبساطی منتشر می شود. بنابراین گزینه های (۱)، (۲) و (۴) درست است اما در مورد گزینه (۳) عموماً در محیط های غلیظتر سرعت بیشتر است و در این مورد استثنایی وجود دارد.

به طور مثال سرعت صوت در گاز هیدروژن از سرعت صوت در متیل الکل (25°C) بیشتر است. به جدول صفحه ۷۱ کتاب درسی رجوع کنید.

۴-گزینه ۴۵۹

صوت موج است و در انتشار موج، ذره های محیط در مسیر حرکت موج، در جای خود مرتعش می شوند. از طرفی صوت، موج طولی است و به صورت لایه های تراکمی و انبساطی در هوا منتشر می شود، بنابراین گزینه (۲) و (۳) درست است و جواب گزینه (۴) می باشد.

۲-گزینه ۴۶۰

امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی و طولی هستند و امواج فرابنفش از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و تندی آن ها برابر تندی انتشار نور است و از تندی صوت بسیار بزرگ تر است. البته هر دو موج بوده و انرژی را منتقل می کنند.

۱-گزینه ۴۶۱

در مدلسازی صوت درون لوله، قسمت متراکم هوا به قسمت فشرده فنر و قسمت منبسط هوا به قسمت باز فنر مدلسازی می شود و هم چنین هنگامی هوای اطراف دیافراگم بلندگو متراکم می شود که دیافراگم باز شده باشد، پس گزینه (۱) درست است.

هنگامی هوای اطراف دیافراگم بلندگو متراکم می شود که دیافراگم باز شده باشد، پس گزینه (۱) درست است.

۴۶۲- گزینه ۴ دوره ۰/۴S است و پس از ۰/۲S یعنی نیم دوره دیافراگم از حالت برآمدگی سمت راست به حالت فرورفتگی در سمت چپ می‌رود و یک لایه انبساطی تولید می‌کند و در این مدت یک لایه تراکم و یک لایه انبساطی ایجاد شده است بنابراین گزینه (۴) درست است.

۴۶۳- گزینه ۲ امواج الکترومغناطیسی که تلفن همراه با آن کار می‌کند از شیشه و خلأ درون جعبه می‌گذرند بنابراین تماس برقراری می‌شود اما صدا موج مکانیکی است و از خلأ نمی‌گذرد و صدای زنگ تلفن شنیده نمی‌شود.

۴۶۴- گزینه ۳ امواج صوتی از نوع امواج طولی هستند و سرعت انتشار صوت معمولاً در جامدها از مایع‌ها بیشتر است.

۴۶۵- گزینه ۳ سرعت انتشار صوت در آب از سرعت انتشار صوت در هوا بیشتر است و هنگام گذر صوت از هوا به آب، بسامد ثابت می‌ماند، اما با زیاد شدن سرعت انتشار صوت، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

۴۶۶- گزینه ۴ در هر سه محیط چون چشمه صوت یکسان است بنابراین بسامد صوت در سه حالت (هوا، یخ و آب) یکسان می‌باشد و تندی صوت در حالت جامد (یخ) بیشتر از تندی در هوا است و با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج ابتدا افزایش می‌یابد و با عبور صوت از یخ به آب چون تندی در مایع کمتر از جامد است با کاهش تندی طول موج کاهش می‌یابد.

۴۶۷- گزینه ۱ بسامد صوت در محیط‌های مختلف یکسان است، بنابراین:

از طرفی سرعت صوت در آهن از سرعت صوت در آب بیشتر و سرعت صوت در آب از سرعت صوت در اکسیژن بیشتر است. $v_1 > v_3 > v_2 \Rightarrow \lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$

۴۶۸- گزینه ۴ سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی صوت بستگی ندارد، بنابراین سرعت انتشار این دو صوت در محیط برابر است.

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{v}{f_1} \\ \lambda_2 = \frac{v}{f_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$$

۴۶۹- گزینه ۱ چشمه تولید موج یکسان است بنابراین بسامد صوت در آب و هوا با هم یکسان می‌باشد.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f \Rightarrow \frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \Delta \Rightarrow v_{\text{آب}} = \Delta v_{\text{هوا}}$$

۴۷۰- گزینه ۴ سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی موج مانند بسامد، دوره، انرژی موج و... بستگی ندارد از این رو سرعت انتشار موج‌های صوتی A و B در یک محیط با هم برابرند. بنابراین:

$$\begin{cases} \lambda_A = \frac{v}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{4}{3} \\ \lambda_B = \frac{v}{f_B} \end{cases}$$

۴۷۱- گزینه ۴ تندی موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد و چون هر دو صوت در یک محیط منتشر می‌شوند $v' = v$ است. هم چنین طول موج برابر است با:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{f'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{f}{f'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{f}{2f} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\lambda' \\ \lambda' = \frac{v}{f'} \end{cases}$$

۴۷۲- گزینه ۴ با توجه به تعریف طول موج:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{3/3 \times 10^{-3}} = 100000 \text{ Hz}$$

۴۷۳- گزینه ۲ با توجه به معادله کاهه $\omega = 2\pi f = 1/2 \times 10^7 \pi$ بنابراین بسامد دستگاه برابر $6 \times 10^6 \text{ Hz}$ است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1500}{6 \times 10^6} = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ mm} = 0/25 \text{ mm}$$

۴۷۴- گزینه ۱ شخص دو صوت یکی را از راه فلز و دیگری را از راه هوا می‌شنود و چون سرعت صوت در فلز بیشتر است پس صوت حاصل از فلز را سریع‌تر می‌شنود.

$$\Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v_{\text{هوا}}} - \frac{L}{v_{\text{فلز}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_{\text{فلز}} - v_{\text{هوا}}}{v_{\text{هوا}} v_{\text{فلز}}} L$$

۴۷۵- گزینه ۴ علت شنیدن دو صدای مختلف، تفاوت تندی صوت در فلز و هوا است، یک صوت توسط فلز و با تندی بیشتر و صوت دیگر توسط هوا و با تندی کمتر زمان انتشار صوت توسط هوا $t_1 = 0/4 \text{ s} \Rightarrow t_1 = 350 \times t_1 \Rightarrow t_1 = 0/4 \text{ s}$

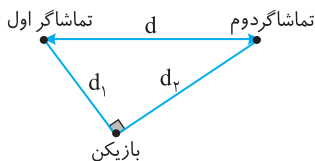
زمان عبور صوت از فلز: $t_2 = 0/4 - 0/32 = 0/08 \text{ s}$

$$\Delta x = v_2 t_2 \Rightarrow 140 = v_2 \times (0/08) \Rightarrow v_2 = 1750 \text{ m/s}$$

۴۷۶- گزینه ۲ سرعت نور $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است و این سرعت به حدی زیاد است که فاصله ابر تا سطح زمین را در زمان بسیار کوتاهی که قابل حس نیست

$$d = vt = 340 \times 20 = 6800 \text{ m} = 7 \text{ km}$$

طی می کند، اما سرعت صوت در هوا حدود 340 m/s است، به همین دلیل فاصله ابر تا سطح زمین برابر است با:



۴۷۷- گزینه ۱ با توجه به شکل رسم شده، d را به دست می آوریم: $d_1 = vt_1 = 360 \times 0.75 = 270 \text{ m}$

$$d_2 = vt_2 = 360 \times 1 = 360 \text{ m}$$

$$d = \sqrt{270^2 + 360^2} = 450 \text{ m}$$

۴۷۸- گزینه ۳ سرعت انتشار از خصوصیات محیط است. اما بسامد، هنگام انتشار در یک محیط و یا گذر از یک محیط به محیط دیگر، ثابت است.

۴۷۹- گزینه ۱ ابتدا تندی صوت در تار را از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می آوریم.

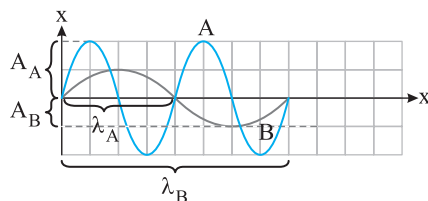
$$v = \sqrt{\frac{100}{\frac{2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-1}}}} = \sqrt{4 \times 10^4} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

بسامد موج عرضی ایجاد شده در تار و بسامد صوت حاصل از نوسان تار در هوا یکسان است، از این رو:

$$\left. \begin{aligned} f_{\text{صوت}} = f_{\text{تار}} = f \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{صوت}}}{\lambda_{\text{تار}}} = \frac{v_{\text{صوت}}}{v_{\text{تار}}} = \frac{320}{200} = \frac{\lambda}{5} = 1/6$$

۴۸۰- گزینه ۲ نمودار داده شده نمودار جابه جایی - مکان است که محور افقی آن نشان دهنده طول

موج و محور قائم آن دامنه را نشان می دهد. بنابراین:



$$\lambda_B = 2\lambda_A, A_A = 2A_B$$

بنابراین گزاره (الف) ($A_A = 2A_B$) و گزاره (ت) ($\lambda_B = 2\lambda_A$) درست است.

اما درباره تندی و بسامد خواهیم داشت. دو موج در یک محیط منتشر شده اند در این صورت تندی انتشار دو موج یکسان است.

$$\lambda = \frac{v}{f_A} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow f_A = 2f_B$$

بنابراین گزاره های (ب) و (پ) نادرست هستند.

۴۸۱- گزینه ۲ با توجه به معادله نوسان چشمه $\omega = 2\pi f = 1700\pi$ است و در نمودار فاصله قله از مکان داده شده برابر $\frac{\lambda}{4}$ است.

$$2\pi f = 1700\pi \Rightarrow f = 850 \text{ Hz}, \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} = \frac{2}{5} \text{ m} = 40 \text{ cm}, \Delta x = \frac{\lambda}{4} = 10 \text{ cm}$$

۴۸۲- گزینه ۱ بنا به تعریف مقدار انرژی صوتی را که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می گذرد شدت صوت می نامند.

۴۸۳- گزینه ۲ شدت صوت برابر مقدار انرژی ای است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می گذرد. $I = \frac{E}{A \cdot t} = \frac{P}{A}$ (W/m^2)

در رابطه بالا A سطحی است که صوت در آن توزیع می شود. صوت به صورت امواج کروی در محیط منتشر می شود و سطح جبهه های کروی صوت با مجذور فاصله

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

نسبت مستقیم دارد ($A = 4\pi r^2$)، بنابراین شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

۴۸۴- گزینه ۳ به مقدار انرژی صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت در واحد زمان شدت صوت گویند.

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \xrightarrow{P = \frac{E}{t}} I = \frac{P}{A} \Rightarrow \text{شدت صوت برابر } \text{W/m}^2 \text{ است}$$

۴۸۵- گزینه ۴ شدت صوت برابر مقدار انرژی ای است که در یکای زمان از یک سطح عمود بر راستای پیشروی موج می گذرد.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد ($I \propto \frac{1}{r^2}$)، بنابراین گزینه های (۱) و (۲) نادرست هستند. شدت صوت برابر $I = \frac{E}{A \cdot t}$ است و به انرژی امواج

صوتی بستگی دارد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد. به عنوان نمونه لوله آگروز اتومبیل شدت صوت صدای موتور را با جذب انرژی صوتی کاهش می دهد. همچنین هنگام

انتشار صوت در هوا صداهایی که دارای بسامد بالا هستند، بیشتر جذب می شوند، پس شدت صوت به محیط بستگی دارد.

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow I = \frac{6}{4 \times 3 \times 10^6} = 5 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2 = 5 \mu\text{W/m}^2$$

با توجه به تعریف شدت صوت: **گزینه ۱ - ۴۸۶**

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow I = \frac{1/5 \times 10^{-11}}{3 \times 10^{-2} \times 5} \Rightarrow I = 10^{-8} \text{ W/m}^2 = 0.01 \mu\text{W/m}^2$$

بنابر تعریف شدت صوت: **گزینه ۳ - ۴۸۷**

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \xrightarrow{P = \frac{E}{t}} I = \frac{P}{A}$$

شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای انتشار موج می‌گذرد. **گزینه ۲ - ۴۸۸**

از طرفی، جبهه‌های موج صوتی، کره‌ی هستند و مساحت این جبهه‌های صوت $A = 4\pi r^2$ است که r برابر فاصله از چشمه صوت است.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{4\pi \times 10^{-3}}{4\pi r^2} \Rightarrow r = 1 \text{ m}$$

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. **گزینه ۱ - ۴۸۹**

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{5} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow r' = r\sqrt{5} \xrightarrow{\sqrt{5} = 2/2} r' = 4/4 \text{ m}, \Delta r = r' - r = 4/4 - 2 = 2/4 \text{ m}$$

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = (25 \times 4)^2 = 10^4$$

شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم و با مجذور فاصله، نسبت وارون دارد. **گزینه ۲ - ۴۹۰**

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{d^2}{(d+3)^2} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{d}{d+3} \Rightarrow 2d+6=3d \Rightarrow d=6 \text{ m}$$

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. **گزینه ۳ - ۴۹۱**

شدت صوت با مربع فاصله از منبع صوت نسبت وارون دارد بنابراین: **گزینه ۴ - ۴۹۲**

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{1} = \left(\frac{d}{d+10}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{1} = \left(\frac{d}{d+10}\right) \Rightarrow \frac{d}{d+10} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3d = d+10 \Rightarrow d = 5 \text{ m}$$

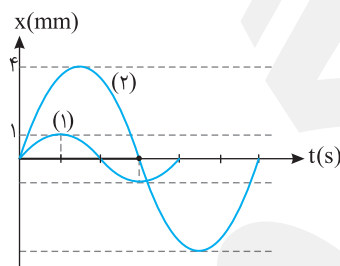
$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{1} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{1} = \left(\frac{d}{d'}\right) \Rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{1}{5} \Rightarrow d' = 5d \Rightarrow d' = 5 \times 5 = 25 \text{ m}$$

اگر در فاصله d' از چشمه صوت شدت صوت $I' = \frac{I}{25}$ شود داریم:

طبق متن کتاب $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ نزدیک به حد پایین گستره شنوایی است و حداقل شدت صوت برای شنیده شدن یک صوت **گزینه ۳ - ۴۹۳**

$$I = \frac{\bar{P}}{A} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{\pi/5 \times 10^{-3}}{4\pi \times R^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{10^{-3}}{10 \times R^2} \Rightarrow R^2 = 10^{-8} \Rightarrow R = 10^{-4} \text{ m}$$

10^{-12} W/m^2 می‌باشد.



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{4} T_1 \Rightarrow f_2 = \frac{4}{3} f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{3}{4} f_2$$

شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از این رو:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 4$$

ابتدا با توجه به تراز شدت صوت، شدت صوت تولیدی را به دست می‌آوریم: **گزینه ۱ - ۴۹۵**

$$10 \log \frac{I}{I_0} = 60 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6 \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{\bar{P}}{A} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{\bar{P}}{4\pi \times r^2} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{\bar{P}}{4\pi \times 25} \Rightarrow \bar{P} = 10^{-4} \pi \text{ W} = 0.00314 \text{ W}$$

شدت صوت برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

شدت صوت را در محل پرده گوش شخص به دست می‌آوریم: **گزینه ۳ - ۴۹۶**

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow E = I A t \Rightarrow E = 10^{-7} \times 6 \times 10^{-6} \times 50 = 3 \times 10^{-10} \text{ J} = 3 \times 10^{-4} \mu\text{J}$$

انرژی در مدت ۵۰ ثانیه برابر است با:

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow I = \frac{8 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-4} \times 2} = 2 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

ابتدا شدت صوت در محل میکروفون را به دست می‌آوریم: **گزینه ۴ - ۴۹۷**

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{2 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow \beta = 10 \log (2 \times 10^4) \Rightarrow \beta = 10 [\log 2 + \log 10^4] = 10 (0.3 + 4) = 43 \text{ dB}$$

اکنون تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم: **گزینه ۴ - ۴۹۷**

۴-۴۹۸ گزینه ۴ با توجه به رابطه تراز شدت صوت خواهیم داشت: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{3/2 \times 10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \log 3/2 \times 10^9 = 10(\log 3 + \log 10^9)$

$$\beta = 10(\log 2^5 + \log 10^8) = 10(\Delta \log 2 + 8) = 10(\Delta \times 0.3 + 8) = 95 \text{ dB}$$

۴-۴۹۹ گزینه ۳ بنا بر تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{I_0}$

$$\Delta \times 0.3 = \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \Delta \log 2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 2^{\Delta} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 2^{\Delta} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 32$$

۵۰۰- گزینه ۱ تراز شدت صوت برحسب دسی بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 26 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}, \quad 2.6 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۲، $\log 10^2$ و به جای عدد ۰/۶، $2 \log 2$ را جای گذاری می کنیم:

$$\log 10^2 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log (2^2 \times 10^2) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2^2 \times 10^2 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

۵۰۱- گزینه ۱ رابطه تراز شدت صوت را می نویسیم: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 66 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$

به جای عدد ۶/۶ مقدار $2 \log 2 + \log 10^6$ را قرار می دهیم: $\log 10^6 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$

دقت کنید در حل این تست نباید به جای عدد ۶/۶ مقدار $2 \log 2 + \log 10^6$ یا $22 \times \log 2$ را قرار داد زیرا خواهیم داشت: $22 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 2^{22} \times 10^{-12}$

که در گزینه ها نیست و نیز در روش اول ما دو بار از تقریب $\log 2 = 0.3$ استفاده کرده ایم در حالی که در روش دوم ۲۲ بار این تقریب به کار برده شده پس جواب در حالت اول به مقدار واقعی نزدیک تر است.

۵۰۲- گزینه ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی بل بنا بر تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 37 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3.7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3.7 + 0.7 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۳، $\log 10^3$ و به جای عدد ۰/۷، $\log 5$ را قرار می دهیم. $\log 5 + \log 10^3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log (5 \times 10^3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 5 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$

۵۰۳- گزینه ۳ ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به دست می آوریم: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 9 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$

امواج صوتی به صورت امواج کروی در محیط منتشر می شوند و سطح جبهه های کروی صوت $A = 4\pi r^2$ است که r فاصله از چشمه صوت است.

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{120}{4 \times \pi \times r^2} \Rightarrow r^2 = 10^4 \Rightarrow r = 100 \text{ m}$$

۵۰۴- گزینه ۴ تراز شدت صوت برحسب دسی بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{6}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 2^2, \quad \beta_B - \beta_A = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

۵۰۵- گزینه ۲ امواج صوتی در یک فضای باز به صورت جبهه های کروی در محیط منتشر می شوند و سطح این جبهه ها $A = 4\pi r^2$ است که در آن r فاصله از

چشمه صوت است. شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. $I_r = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \frac{1}{100}$

تراز شدت صوت بنا به تعریف برابر $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ می باشد.

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{100} = 10 \log 10^{-2} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = -20 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت ۲۰dB کاهش می یابد.

۳-۵۰۶- گزینه ۳ با توجه به تعریف تراز شدت صوت می توان نوشت:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$54 - 40 = 10 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 14 = 10 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 1/4 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 2 - 0/6 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \log 10^2 - 2 \log 2 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{4} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow r_2 = 5r_1 \xrightarrow{r_2 - r_1 = 36} \rightarrow 5r_1 - r_1 = 36 \Rightarrow r_1 = 9m$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 12 = 10 \cdot \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1/2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 4 \times 0/3 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

۲-۵۰۷- گزینه ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\Rightarrow 4 \log 2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 2^4 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 2^2 = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 2^2 = \frac{\lambda}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2m$$

بنابراین باید $2 - 8 = 6m$ به چشمه نزدیک شود.

۱-۵۰۸- گزینه ۱ در دو مکان تراز شدت صوت به ترتیب برابر $80dB$ و $120dB$ است. بنابراین:

$$10 \cdot (\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0}) = 120 - 80 = 40 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4, \quad \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10^4 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 10^2 \Rightarrow \frac{20}{r_2} = 100 \Rightarrow r_2 = 20cm$$

۲-۵۰۹- گزینه ۲ هنگامی که بیان می شود، «صدا به زحمت شنیده می شود» به این مفهوم است که تراز شدت صوت صفر شود و شدت صوت برابر شدت صوت

آستانه شنوایی $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ شود.

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 40 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^4 \Rightarrow I = 10^{-8} W/m^2$$

ابتدا شدت صوت را در فاصله ۲ متری چشمه به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{10^{-8}}{10^{-12}} = \left(\frac{2}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 10^4 = \frac{4}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = 20m$$

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

۳-۵۱۰- گزینه ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log 2\sqrt{10} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot (\log 2 + \log \sqrt{10}) = 10 \cdot (0/3 + 0/5) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 4dB$$

تراز شدت صوت ۸ دسی بل افزایش می یابد.

۳-۵۱۱- گزینه ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$47 - 27 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

۱-۵۱۲- گزینه ۱ تراز شدت صوت برحسب دسی بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$36 - 30 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 0/6 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \times 0/3 = 2 \log 2 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$$

$$\beta_r - \beta_1 = 0/3 \Rightarrow \log \frac{I_r}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} = 0/3 \Rightarrow \log \frac{I_r}{I_1} = \log 2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = 2$$

اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با: **گزینه ۱-۵۱۳**

با توجه به تعریف تراز شدت صوت: **گزینه ۱-۵۱۴**

$$\beta_1 - \beta_r = 10 \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow 12 = 10 \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow 1/2 = \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow 4 \log 2 = \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow \log 2^4 = \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow \log 16 = \log \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow \frac{I_1}{I_r} = 16$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 10 \log \frac{16}{1} = 10 \log 16 = 20 \text{ dB}$$

بنابر تعریف شدت صوت خواهیم داشت: **گزینه ۴-۵۱۵**

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 10 (\log 10 - \log 2) \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 (1 - 0.3) = 7 \text{ dB}$$

با توجه به فرض پرسش هنگامی که $I' = 2I$ شده است، تراز شدت صوت ۳ برابر شده است.

گزینه ۴-۵۱۶

$$\beta' = 3\beta \Rightarrow \log \frac{I'}{I_0} = 3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{2I}{I_0} = \log \left(\frac{I}{I_0}\right)^3 \Rightarrow \frac{2I}{I_0} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت می توان نوشت:

گزینه ۱-۵۱۷

$$\beta_r = 5\beta_1 \Rightarrow \log \frac{I_r}{I_0} = 5 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \log \frac{16I_1}{I_0} = \log \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^5 \Rightarrow \frac{16I_1}{I_0} = \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^5 \Rightarrow 16 = \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^4 \Rightarrow I_1 = 2I_0 \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\begin{cases} \beta_A - \beta_B = 5 \\ \beta_C - \beta_A = 15 \end{cases} \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 5 + 15 = 20$$

با توجه به فرض مسئله می توان نوشت:

گزینه ۴-۵۱۸

اکنون به کمک تعریف تراز شدت صوت، مسئله را پاسخ می دهیم.

$$\beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} = 10^2 = 100$$

$$\beta' = 1/3\beta \Rightarrow \log \frac{I'}{I_0} = 1/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{8I}{I_0} = 1/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 8 + \log \frac{I}{I_0} = 1/3 \log \frac{I}{I_0}$$

با توجه به فرض مسئله می توان نوشت:

گزینه ۳-۵۱۹

$$\Rightarrow 3 \log 2 = 0/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 3 \times 0.3 = 0/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 3, \beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \times 3 = 30 \text{ dB}$$

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - 45 = 10 \log \frac{\Delta I_1}{I_1} \Rightarrow \beta_r - 45 = 10 \log \frac{1}{2} \Rightarrow \beta_r - 45 = 10 \log 0.5 = 10 \log 10^{-0.3} = -3 \text{ dB}$$

وقتی از ۵ بلندگو استفاده می شود، شدت صوت ۵ برابر می شود، بنابراین:

گزینه ۴-۵۲۰

$$\beta_r - 45 = 10 (\log 10 - \log 2) \Rightarrow \beta_r - 45 = 10 (1 - 0.3) \Rightarrow \beta_r = 52 \text{ dB} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 7 \text{ dB}$$

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 = (2.5)(2)^2 = 100$$

شدت صوت، با مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

گزینه ۳-۵۲۱

تراز شدت صوت به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ تعریف می شود.

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log 100 = 10 \log 10^2 \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 20 \text{ dB}$$

بنابراین شدت صوت ۲۰ دسی بل افزایش می یابد.

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

گزینه ۲-۵۲۲

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 10 \log \frac{\left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2}{\left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{6A_1}{A_1}\right)^2 = 10 \log 36 = 16 \text{ dB}$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{36}{1} = 10 (\log 36 - \log 1) = 10 (\log 2^2 \cdot 3^2 - \log 1) = 10 (2 \log 2 + 2 \log 3) = 10 (2 \times 0.3 + 2 \times 0.48) = 10 (0.6 + 0.96) = 10 \times 1.56 = 15.6 \text{ dB} \approx 16 \text{ dB}$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت خواهیم داشت:

گزینه ۴-۵۲۳

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 10 \log \left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A_r = 4A_1} \beta_r - \beta_1 = 10 \log 16 = 4 \log 2 = 4 \times 0.3 = 12 \text{ dB}$$

$$1/3\beta_1 - \beta_1 = 12 \Rightarrow 0/3\beta_1 = 12 \Rightarrow \beta_1 = \frac{12}{0.3} = 40 \text{ dB}$$

با توجه به فرض مسئله $\beta_r = 1/3\beta_1$ می توان نوشت:

$$\beta_r = 1/3\beta_1 = 1/3 \times 40 = 13.3 \text{ dB}$$

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده «در این حالت تراز شدت صوت»، بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{f_2=2f_1, A_2=2A_1} \frac{I_2}{I_1} = 16$$

ابتدا مشخص می کنیم که شدت صوت چند برابر شده است. **گزینه ۳ - ۵۲۴**

با توجه به صورت مسأله می توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\beta_2=2\beta_1} 2\beta_1 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=16} 1/2\beta_1 = 10 \log 16 \Rightarrow 1/2\beta_1 = 10 \log 2^4$$

$$\Rightarrow 1/2\beta_1 = 10 \times 4 \log 2 \Rightarrow 1/2\beta_1 = 10 \times 4 \times 0.3 \Rightarrow \beta_1 = 10 \text{ dB}$$

$$\beta_2 = 2\beta_1 \Rightarrow \beta_2 = 2 \times 10 \Rightarrow \beta_2 = 20 \text{ dB}$$

در این صورت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

شدت صوت به دامنه، بسامد و فاصله از چشمه بستگی دارد: **گزینه ۱ - ۵۲۵**

در حالت دوم، دامنه چهار برابر و فاصله نصف شده است. هم چنین چون شرایط محیط ثابت مانده بنابراین تندی موج صوت در هر دو حالت یکسان و برای چهار برابر

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 = 2^2$$

شدن طول موج طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ باید بسامد $\frac{1}{4}$ شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta' = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \beta' - \beta = 10 (\log \frac{I_2}{I_1} - \log \frac{I_1}{I_1}) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 \Rightarrow \Delta\beta = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB} \\ \beta = 10 \log \frac{I_1}{I_1} \end{array} \right.$$

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10 \log \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = 10 \log 3^2 \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20 \log 3 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ dB}$$

گزینه ۴ - ۵۲۶

$$\beta_A - \beta_B > 10 \text{ dB}$$

چون جذب انرژی در هوا قابل ملاحظه است، بنابراین تراز شدت صوت در نقطه B، کاهش بیشتری خواهد داشت. در نتیجه:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به دست می آوریم: **گزینه ۲ - ۵۲۷**

$$I = \frac{P'}{A} \Rightarrow I = \frac{P'}{4\pi R^2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P'}{4 \times 3 \times (20)^2} \Rightarrow P' = 48000 \times 10^{-4} \times 10^3 \text{ W} \Rightarrow P' = 480 \text{ mW}$$

توان در محل شنونده را حساب می کنیم:

$$\Delta P = 480 - 500 = -20 \text{ میلی وات} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{20}{500} = \frac{4}{100} = 0.4\%$$

توان جذب شده توسط محیط برابر است با:

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad \text{گزینه ۳ - ۵۲۸}$$

را شدت صوت مرجع می نامند که نزدیک به حد پایین گستره شنیداری انسان است. گزاره (ب) نادرست می باشد و دو گزاره دیگر درست هستند.

گزینه ۲ - ۵۲۹ بلندی صوت یک ویژگی صوت است که به شدت صوت و حساسیت گوش بستگی دارد و ارتفاع صوت یک ویژگی صوت است که به بسامد صوت و حساسیت گوش بستگی دارد.

گزینه ۱ - ۵۳۰ ارتفاع به بسامد بستگی دارد که با دور شدن از چشمه ثابت می ماند و بلندی به شدت صوت بستگی دارد که با دور شدن از چشمه شدت کاهش می یابد.

گزینه ۲ - ۵۳۱ ارتفاع و بلندی صوت علاوه بر صوت تولیدی به ادراک شنیداری نیز بستگی دارد به همین دلیل مقدار آن ها را نمی توان با آشکارساز اندازه گیری کرد.

گزینه ۱ - ۵۳۲ بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره ۲۰۰۰ Hz تا ۵۰۰۰ Hz است. در حالی که گوش انسان قادر به شنیدن تن های صدای ۲۰ Hz تا ۲۰۰۰۰ Hz است.

گزینه ۲ - ۵۳۳ ارتفاع صوت به بسامد بستگی دارد که چون چشمه یکسان است بنابراین ارتفاع صوت رسیده به هر دو شخص یکسان می باشد. با توجه به رابطه $I = \frac{P}{A}$ شدت صوت با سه برابر شدن مساحت سطح، $\frac{1}{3}$ می شود ($I_2 = 3I_1$) و صوتی که شخص B می شنود ضعیف تر است.

گزینه ۴ - ۵۳۴ برای تقویت صوت از بلندگو استفاده می شود و بلندگو با افزایش دامنه ارتعاش صوت، انرژی صوت (و همچنین شدت صوت) را افزایش می دهد.

گزینه ۳ - ۵۳۵ با توجه به شکل، دوره صوت های تولیدی در نتیجه بسامد آن ها با هم برابر است، بنابراین ارتفاع دو صوت با هم یکسان است و چون دامنه دو صوت یکسان نیست پس انرژی دو صوت و در نتیجه شدت صوت ها متفاوت است بنابراین بلندی دو صوت متفاوت است.

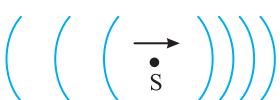
گزینه ۳ - ۵۳۶ با توجه به شکل طول موج صوت حاصل از دیپازون A بلندتر از طول موج صوت حاصل از دیپازون B است. با توجه به ثابت بودن تندی صوت و بنا بر رابطه $f = \frac{v}{\lambda}$ می توان نتیجه گرفت که $f_B > f_A$ است و ارتفاع صوت B بیشتر از ارتفاع صوت A است.

بلندی شنیده شده از دو صوت یکسان بوده، بلندی به شدت صوت بستگی دارد. بنابراین $I_1 = I_2$ است، هم چنین می دانیم که شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$I_2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1 = 1 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 1 \Rightarrow d_2 = 4d_1$$

گوش یک انسان با شنوایی معمولی بسامدهای بین ۲۰Hz و ۲۰۰۰۰Hz را می شنود. اکنون طول موج این بسامدها را به دست می آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{20} \Rightarrow \lambda = 16m, \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{20000} \Rightarrow \lambda = 1/6 \times 10^{-2} m$$



هرگاه چشمه موج در حرکت باشد جبهه های موج در جلوی چشمه به هم نزدیک می شوند و طول موج کاهش می یابد و در پشت چشمه، جبهه ها از هم فاصله می گیرند و طول موج افزایش می یابد یعنی طول موج با حرکت چشمه تغییر می کند، بنابراین با ثابت بودن تندی انتشار موج در محیط بسامد نیز تغییر می کند.

هرگاه چشمه موج ساکن باشد. طول موج در جلو و عقب آن یکسان است. از این رو $\lambda_r = \lambda_l$ خواهد بود اما هنگام نزدیک شدن شنونده به چشمه ساکن بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه بیشتر است ($f_r > f_s$) و هنگام دور شدن از چشمه بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه کمتر است ($f_l < f_s$). بنابراین بسامد دریافتی شنونده هنگام نزدیک شدن (f_r) از بسامد دریافتی شنونده هنگام دور شدن (f_l) بیشتر است.

وقتی طول موج دریافتی با طول موج گسیل شده از چشمه صوت برابر است که چشمه ساکن باشد و گزینه (۱) و (۲) نادرست است. اما در مسأله $f_0 > f_s$ خواسته شده است و باید شنونده در حال نزدیک شدن به چشمه باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج تغییر نمی کند و به حرکت ناظر بستگی ندارد.

با توجه به حرکت چشمه به سمت شخص فاصله جبهه های موج در جلوی چشمه از هم کم می شود، پس طول موج صوت کاهش می یابد ($\lambda \downarrow$). هم چنین شرایط محیطی یکسان است پس تندی صوت در حالت سکون و یا حرکت چشمه یکسان از نظر شنونده ثابت است.

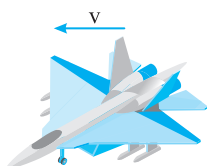
چون فاصله چشمه از شخص در حال کاهش است بنابراین شدت صوت ($I \propto 1/d^2$) در حال افزایش می باشد.

ارتفاع صوت به بسامد صوت و بلندی صوت به شدت صوت بستگی دارد. بسامد و شدت صوت در حال افزایش است بنابراین بلندی و ارتفاع صوت در حال افزایش است.

$$\downarrow \lambda = \frac{v_{\text{ثابت}}}{f} \Rightarrow f \uparrow$$

بسامد افزایش می یابد $f \uparrow$

بسامد افزایش می یابد $f \uparrow$

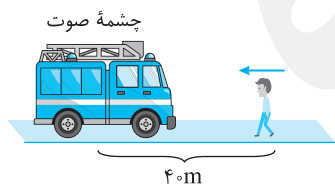


با توجه به جهت حرکت چشمه به سمت چپ، جبهه های موج در سمت راست دارای فاصله بیشتر و در سمت چپ جلوی چشمه دارای فاصله کمتر هستند. از طرفی هرگاه تندی چشمه از تندی صوت بیشتر می شود، جبهه هایی که زودتر تولید شده اند از جبهه هایی که بعداً ایجاد شده اند عقب می ماند و شکل جبهه های موج مانند گزینه (۱) خواهد بود.

بسامد افزایش می یابد $f \uparrow$

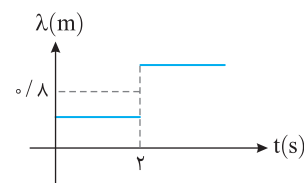
در واقع همان طول موج های چشمه های S_1 و S_2 می باشند و چون در طرف X_1 و X_2 فاصله بین جبهه های موج بیشتر از طرف دیگر است می فهمیم که X_1 و X_2 باید در عقب چشمه باشند، بنابراین چشمه S_2 به سمت راست و چشمه S_1 به سمت چپ می رود و چون $X_2 > X_1$ است تندی چشمه S_2 بیشتر است.

هنگام نزدیک شدن شخص به چشمه صوت طول موج تغییری نمی کند در واقع در این حالت فاصله جبهه های موج ثابت می ماند.



ابتدا زمان رسیدن چشمه به شنونده را حساب می کنیم.

سپس طول موج صوت چشمه را وقتی که چشمه ساکن است، به دست می آوریم.



$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow 20 = \frac{40}{t} \Rightarrow t = 2s$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{4000} \Rightarrow \lambda = 0.08m$$

در هنگام نزدیک شدن چشمه به شنونده، طول موج در جلوی چشمه از $\lambda = 0.08m$ کمتر است و هنگام دور شدن چشمه که شنونده در پشت چشمه قرار دارد طول موج از $0.08m$ بزرگتر است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۵۴۸- گزینه ۳ شخص A درون آمبولانس است و به همراه چشمه صوت با یک تندی در حرکت است و نسبت به چشمه صوت ساکن است بنابراین اثر دوپلر برای او رخ نمی‌دهد. (۱) اما شخص B در جلوی چشمه بوده و چشمه صوت در حال نزدیک شدن به او است در این حالت طول موج‌های جلوی چشمه کوتاه‌تر و بسامد دریافتی شخص B بیشتر از f_s خواهد بود و گزینه (۳) درست است.

۵۴۹- گزینه ۲ ابتدا بسامد و طول موج را به دست می‌آوریم. $\lambda = \frac{330}{400} \Rightarrow \lambda = 0.825 \text{ m}$ ، $\omega = 2\pi f \Rightarrow 2400 = 2 \times 3 \times f \Rightarrow f = 400 \text{ Hz} \Rightarrow f_s = 400 \text{ Hz}$ ، چشمه ساکن است و شنونده در حال حرکت است بنابراین طول موج ثابت است و طول موج‌های دریافتی توسط شخص $\lambda = 0.825 \text{ m}$ است اما با نزدیک شدن شخص به چشمه، بسامد صوت دریافتی توسط شخص افزایش می‌یابد یعنی $f_o > f_s$ می‌شود بنابراین گزینه (۲) می‌تواند درست باشد.

۵۵۰- گزینه ۳ هنگام سقوط دائماً بر سرعت شخص در حال سقوط افزوده می‌شود به همین دلیل بسامد دریافتی توسط شخص کنار استخر به علت پدیده دوپلر افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع صوت دریافتی بیشتر می‌شود.

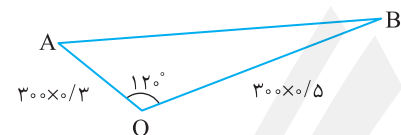
۵۵۱- گزینه ۳ این یک سؤال علمی تخیلی است زیرا باید گوش حساسی داشته باشید تا بتوانید در آن مدت کوتاه تغییر ارتفاع را حس کنید. اما پاسخ چیست؟ ارتفاع در حال کاهش است یعنی بسامد در حال کاهش است بنابراین تندی آمبولانس در حال کاهش است که سبب می‌گردد بسامد دریافتی توسط شما کاهش یابد و سپس ممکن است تندی آن ثابت و یا ساکن شود که در این صورت بسامد دریافتی ثابت می‌ماند بنابراین گزینه (۳) درست است.

۵۵۲- گزینه ۴ چشمه در حال دور شدن از ناظر است و بسامد دریافتی توسط ناظر از بسامد چشمه کمتر است اما تا لحظه t_1 سرعت چشمه در حال افزایش است. به همین دلیل بسامد دریافتی در حال کاهش است و بعد از t_1 چشمه با تندی ثابت در حال دور شدن از ناظر است بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر ثابت می‌ماند، اما همچنان $f_o < f_s$ است.

۵۵۳- گزینه ۴ در مدت $\frac{T}{2}$ ذره M نیم‌نوسان انجام داده و به جای خود باز می‌گردد و موج نیز به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ پیشروی می‌کند یعنی محل انبساط و تراکم عوض می‌شود. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۵۵۴- گزینه ۴ صدای انفجار، یک بار توسط آب و بار دیگر توسط هوا به گوش شخص می‌رسد، بنابراین: $\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow 154 \times t_1 = 350(t_1 + 1/7) \Rightarrow 4/7 t_1 = t_1 + 1/7 \Rightarrow t_1 = 0.5$ ، $t_2 = 1/7 + 0.5 = 2/7 \text{ s}$ ، $\Delta x = vt = 350 \times 2/7 = 100 \text{ m}$

۵۵۵- گزینه ۱ ابتدا فاصله بازیکن از هر تماشاچی را حساب می‌کنیم: $d_1 = vt_1 \Rightarrow d_1 = 300 \times 0.3 = 90 \text{ m}$ ، $d_2 = vt_2 \Rightarrow d_2 = 300 \times 0.5 = 150 \text{ m}$ با توجه به شکل روبه‌رو، فاصله دو تماشاگر از هم (AB) را به دست می‌آوریم:



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2(OA)(OB) \cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 90^2 + 150^2 - 2(90)(150)(-\frac{1}{2}) = 90^2 + 150^2 + (90 \times 150)$$

$$AB^2 = 30^2(3^2 + 5^2 + 3 \times 5) = 30^2(49) \Rightarrow AB = 30 \times 7 = 210 \text{ m}$$

۵۵۶- گزینه ۴ شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است. در همه گزینه‌ها حاصل ضرب مجذور دامنه و مجذور بسامد یکسان است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۵۵۷- گزینه ۱ شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد: $\frac{I_1}{I_2} = (\frac{r_2}{r_1})^2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = (\frac{1}{10\sqrt{2}})^2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{200} \Rightarrow I_1 = 200 \times I_2$

اکنون مقادیر I_1 و I_2 را جایگزین می‌کنیم: $10^{\beta_1 - 12} = 200 \times 5 \times 10^{2\beta_2 - 19} \Rightarrow 10^{\beta_1 - 12} = 10^{2\beta_2 - 16} \Rightarrow \beta_1 - 12 = 2\beta_2 - 16 \Rightarrow \beta_1 = 4 \text{ dB}$ ، $I_1 = 10^{\beta_1 - 12} \Rightarrow I_1 = 10^{-8} \text{ W/m}^2$

۵۵۸- گزینه ۴ تراز شدت صوت بر حسب دسی بل برابر است با: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 159 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15.9 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15 + 0.9 = \log \frac{I}{I_0}$

به جای عدد ۱۵، مقدار 10^{15} و به جای عدد ۰/۹ مقدار $10^{\log 2}$ را قرار می‌دهیم: $\log 10^{15} + 3 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 2^3 \times 10^{15} \Rightarrow I = 8000 \text{ W/m}^2$

۵۵۹- گزینه ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 28 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2.8 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \times 0.7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4(1 - 0.3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4(\log 10 - \log 2) = \log \frac{I}{10^{-12}}$

$\Rightarrow 4 \log \frac{10}{2} = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 5^4 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 625 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$ خسته نباشید البته حل این تست بیشتر کاربرد ریاضی در حل فیزیک است.

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{5}\right)^2 \Rightarrow I' = 125 \text{ W/m}^2$$

۳ - ۵۶۰ - گزینه

$$\frac{5}{100} \times 125 = 62.5 \text{ W/m}^2$$

چون ۵٪ انرژی جذب هوا شده است:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10\pi \times 10^{-6}}{4\pi(0.5)^2} = 10^{-5} \text{ W/m}^2, \quad I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow 10^{-5} = \frac{E}{10 \times 10^{-4} \times 60} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-7} \text{ J}$$

با توجه به تعریف شدت صوت:

۳ - ۵۶۱ - گزینه

آستانه شنوایی، کمترین شدت صوتی است که برای یک بسامد معین گوش می‌تواند بشنود.

۱ - ۵۶۲ - گزینه

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow 10^{-8} = \frac{100}{4\pi r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{100}{4} \Rightarrow r = \frac{100}{2} = 50 \text{ m}$$



صوت در نیمکره جلوی بلندگو گسیل شده است، پس سطحی که روی آن انرژی توزیع می‌شود،

۳ - ۵۶۳ - گزینه

نیمکره بوده و مساحت آن $(A = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2)$ است.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1/5}{2 \times 3 \times 50^2} = 10^{-4} \text{ W/m}^2, \quad \beta = \log \frac{I}{I_0} = \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = \log 10^8 \Rightarrow \beta = 8 \text{ dB}$$

بسامد چشمه ۴۴ درصد افزایش یافته بنابراین:

۴ - ۵۶۴ - گزینه

$$f_2 = f_1 + \frac{44}{100} f_1 = 1.44 f_1$$

$$d_2 = d_1 + \frac{20}{100} d_1 = 1.2 d_1$$

فاصله از چشمه نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد بنابراین:

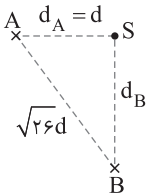
$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = (1.44)^2 \times \left(\frac{1}{1.2}\right)^2 = 1.44$$

تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 1.44 = 10 \log \frac{144}{100} = 10 (\log 144 - \log 100) = 10 (\log 2^4 \times 3^2 - 2) = 2 \text{ dB}$$

ابتدا فاصله نقطه B از چشمه را حساب می‌کنیم:

۴ - ۵۶۵ - گزینه



$$d_B^2 + d_A^2 = 2d^2 \xrightarrow{d_A=d} d_B^2 = 2d^2 \xrightarrow{\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2} \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{25}$$

اختلاف تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{1}{25} = 10 \log 5^{-2} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = -20 \log 5$$

$$\log 2 \times 5 = 1 \Rightarrow \log 2 + \log 5 = 1 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \log 5 = 0.7$$

اکنون $\log 5$ را حساب می‌کنیم.

$$\beta_B - \beta_A = -20 \times (0.7) = -14 \text{ dB}$$

پس تراز شدت صوت ۱۴dB کاهش می‌یابد.

وقتی چشمه ساکن است طول موج ثابت می‌ماند.

۳ - ۵۶۶ - گزینه

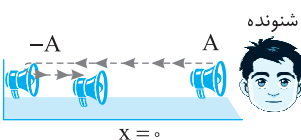
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{0.2}{20}} \Rightarrow T = 0.6 \text{ s}$$

دوره نوسان سامانه جرم - فنر را به دست می‌آوریم.

۱ - ۵۶۷ - گزینه

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} T$$

بررسی می‌کنیم که $\Delta t = 0.4 \text{ s}$ چه کسری از دوره است.



مدت زمان $\frac{2}{3} T$ از $\frac{1}{2} T$ بیشتر و از $\frac{3}{4} T$ کمتر است. از این رو در لحظه $t = 0.4 \text{ s}$ بلندگو از مکان +A به مکان -A

رفته و از مکان -A، به سوی حالت تعادل در حرکت است و چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_0 > f_s$ است و از طرفی

سرعتش در حال افزایش است و f_0 نیز در حال افزایش است.

۵۶۸- گزینه ۳ شخص کنار صخره ساکن است و بسامدی که دریافت می کند از بسامد چشمه بیشتر است زیرا چشمه در حال نزدیک شدن به اوست ($f_{O_1} > f_s$).

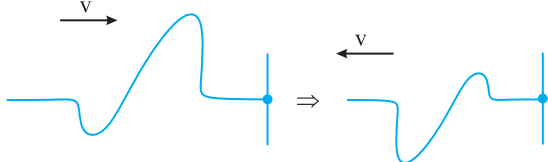
صوت با بسامد f_{O_1} به صخره برخورد کرده و به سوی راننده برمی گردد. در این حالت صخره شبیه یک چشمه ساکن رفتار می کند که امواجی با بسامد f_{O_1} به سوی شنونده متحرک می فرستد. از این رو شنونده متحرک که در حال نزدیک شدن به چشمه است بسامد دریافتی اش (f_{O_2}) از f_{O_1} بیشتر است بنابراین:

$$f_s < f_{O_1} < f_{O_2}$$

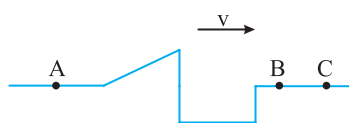


۵۶۹- گزینه ۳ در بازتاب تپ، تپ بازتابیده وارونگی دارد و هم چنین تپ قرینه می شود:

تپ فرودی بر انتهای ثابت بازتاب از انتهای ثابت



۵۷۰- گزینه ۲ تپ بازتابیده دچار وارونگی می شود، هم چنین تپ بازتابیده قرینه تپ اولیه است.



۵۷۱- گزینه ۳ نقطه B شبیه انتهای ثابت عمل کرده و تپ از آن بازتابیده می شود و تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارونگی دارد. قسمت مستطیل شکل تپ ابتدا به نقطه B می رسد، بنابراین در بازتاب نیز، ابتدا برمی گردد و در سمت چپ تپ قرار می گیرد. با این توضیحات، گزینه (۳) تپ بازتابیده است.

۵۷۲- گزینه ۴ آنتن بشقابی و اجاق خورشیدی با بازتاب امواج الکترومغناطیسی روی کانون کار می کنند. سونوگرافی و سونار با استفاده از مکان یابی پژواکی (بازتاب موج صوت) کار می کنند.

۵۷۳- گزینه ۴ هنگام بازتاب شرایط محیطی موج تغییر نمی کند بنابراین تندی ثابت است، هم چنین می دانیم که بسامد موج به چشمه موج بستگی دارد بنابراین پس از بازتاب بسامد ثابت می ماند و با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و ثابت ماندن تندی و بسامد، طول موج نیز ثابت می ماند. هم چنین بازتاب موج همواره از قانون بازتاب عمومی پیروی می کند.

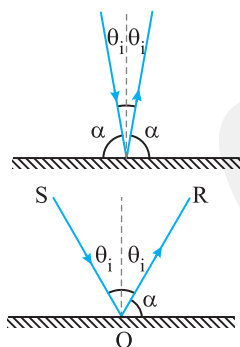
۵۷۴- گزینه ۲ موج صوت نیز از قانون بازتاب عمومی پیروی می کند بنابراین هنگامی بلندی صوت شنیده شده بیشینه است که $\theta_i = \theta_r$ باشد

$$\theta_i + \theta_r = 120^\circ \Rightarrow \theta_i = 60^\circ$$

زاویه بین لوله متصل به دهانه (۱) خط AA' برابر $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ می باشد.

۵۷۵- گزینه ۴ برای آن که بیشینه بلندی به دهانه دوم برسد باید زاویه تابش موج صوتی و بازتابش با هم برابر باشند، بنابراین باید دهانه (۱)، 15° ساعتگرد بچرخد و یا دهانه (۲) 15° ساعتگرد بچرخد.

۵۷۶- گزینه ۳ سرعت انتشار صوت از ویژگی های محیط است که تغییر نمی کند و گزینه (۱) نادرست است. بسامد صوت از ویژگی های چشمه صوت بوده و در بازتاب موج (صوت) از مانع تغییری نمی کند و گزینه (۲) نادرست است. با ثابت ماندن v و f ، طول موج نیز ثابت می ماند بنابراین گزینه (۴) نادرست است. اما با کاهش انرژی صوت، دامنه صوت کاهش می یابد زیرا انرژی موج با مجذور دامنه آن متناسب است بنابراین گزینه (۳) درست است.



$$\theta_i + \theta_i = \frac{1}{4} \alpha \Rightarrow \alpha = 8\theta_i$$

۵۷۷- گزینه ۱ با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:

$$\alpha + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow 8\theta_i + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 10^\circ$$

۵۷۸- گزینه ۲ با توجه به صورت مسأله، پرتو بازتابش (OR) نیمساز زاویه بین پرتو تابش (SO) و سطح آینه است:

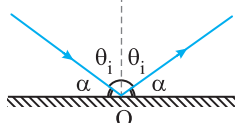
در نتیجه زاویه α و $2\theta_i$ با هم برابرند.

$$\begin{cases} \alpha = 2\theta_i \\ \theta_i + \alpha = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow 3\theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 30^\circ$$

۵۷۹- گزینه ۱ زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابیده $2\theta_i$ و زاویه بین پرتو تابش و سطح آینه α است. با توجه به

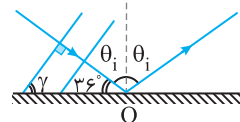
$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}(2\theta_i) \\ \alpha + \theta_i = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \theta_i = 54^\circ \text{ و } \alpha = 36^\circ$$

فرض مسأله و شکل زیر می توان نوشت:

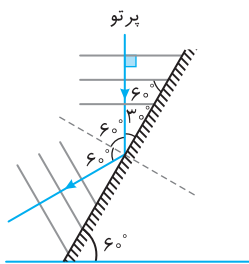


همانطور که می دانید پرتو نور بر جبهه های موج عمود می باشد بنابراین:

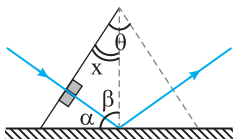
$$\gamma = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) \Rightarrow \gamma = 54^\circ$$



۵۸۰- گزینه ۱ با توجه به صورت مسأله جبهه‌های موج موازی افق هستند و بنا به خاصیت خطوط موازی و مورب، جبهه‌های موج با سطح صیقلی زاویه 60° می‌سازند از این رو زاویه تابش نیز 60° می‌شود و زاویه بازتاب نیز 60° خواهد بود.

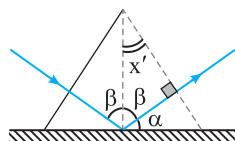


۵۸۱- گزینه ۲ جبهه‌های موج بر پرتوی موج عمود است:



$$\begin{cases} \beta + x = 90^\circ \\ \alpha + \beta = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x = \alpha$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه تابش و بازتاب با هم یکسان و برابر β است:

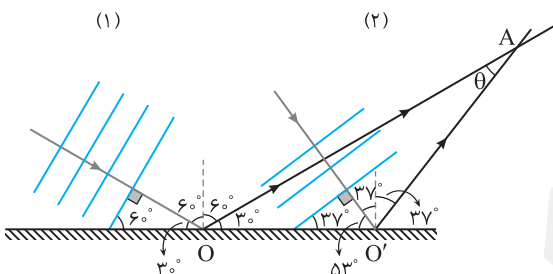


$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \beta + x' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x' = \alpha$$

$$\theta = x + x' = 2\alpha$$

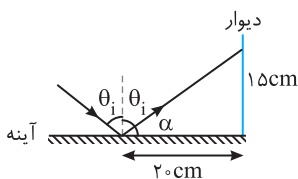
بنابراین:

۵۸۲- گزینه ۲ پرتوهای هر جبهه را رسم می‌کنیم. زاویه بین هر جبهه و سطح آینه برابر زاویه تابش هر پرتو می‌باشد. زاویه تابش در نقطه O ، 60° و در نقطه O' ، 37° است. بنابراین با توجه به مثلث $OO'A$ زاویه بین دو پرتو خواهد شد.



$$\theta = 180 - (30 + 53 + 74) = 23^\circ$$

۵۸۳- گزینه ۱ با توجه به شکل رویه‌رو می‌توان نوشت:



$$\tan \alpha = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ \xrightarrow{\theta_i + \alpha = 90^\circ} \theta_i = 53^\circ$$

۵۸۴- گزینه ۱ با استفاده از روابط مثلثاتی:

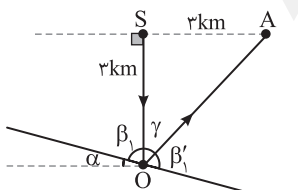
$$\tan \gamma = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

$$\beta_1 = \beta'_1 = \frac{180 - 45}{2} = 67.5^\circ$$

$$\alpha + \beta_1 = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 67.5^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 22.5^\circ$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی $\theta_i = \theta_r = \frac{45^\circ}{2}$ بنابراین:

در حالت دوم با توجه به رابطه رابطه مثلثاتی داریم:



$$\tan \gamma' = \frac{4}{3} \Rightarrow \gamma' = 53^\circ$$

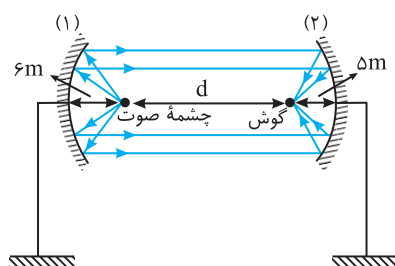
$$\beta_2 = \beta'_2 = \frac{180 - 53}{2} = 63.5^\circ$$

$$\alpha' + \beta_2 = 90^\circ \Rightarrow \alpha' = 26.5^\circ$$

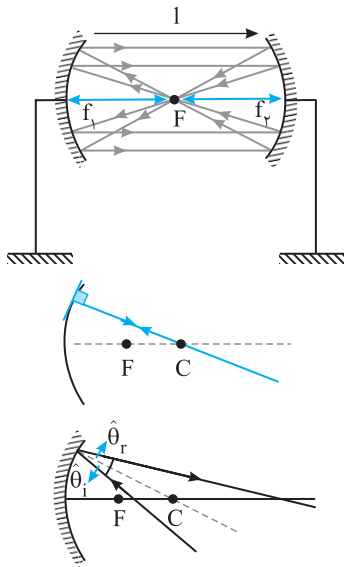
با توجه به قانون بازتاب عمومی در این حالت

بنابراین باید تیغه را $26.5^\circ - 22.5^\circ = 4^\circ$ بچرخانیم.

۵۸۵- گزینه ۲ صوت تولیدی چون از کانون گذشته بنابراین بازتاب این پرتو از سطح کاو (۱) موازی با محور می‌باشد و اگر پرتو موازی با محور به سطح کاو (۲) برخورد کند پس از بازتاب پرتو از این سطح از کانون سطح (۲) عبور می‌کند بنابراین شخص باید در کانون آینه دوم قرار بگیرد تا صدا با بیشترین بلندی را بشنود:



$$d = 20 - (5 + 6) \Rightarrow d = 9m$$



۵۸۶- گزینه ۱ تمام موج صوت تولید شده توسط شخص پس از بازتاب از هر دو سطح باید در همان نقطه تولید صوت متمرکز شود تا شخص صوت پژواک را با بیشترین بلندی بشنود. همان طور که می دانیم اگر در کانون صوت تولید کنیم صوت تولیدی پس از بازتاب از سطح کاو، موازی با محور بازمی گردد و با توجه به سؤال صوت بازتاب پس از برخورد به سطح دوم نیز باید در محل تشکیل صوت متمرکز شود، از طرفی اگر موجی موازی با محور بر سطحی برخورد کند موج بازگشتی از کانون عبور می کند پس شخص در فاصله کانونی هر دو سطح قرار دارد.
 $l = f_1 + f_2$

۵۸۷- گزینه ۱ مطابق شکل پرتو موج رادیویی تابیده شده بر سطح کاو را رسم می کنیم. این پرتو از مرکز این سطح می گذرد و در امتداد شعاع بوده بنابراین بر سطح کاو عمود است هرگاه پرتو عمود بر سطح بتابد بازتاب آن روی خود پرتو خواهد بود یعنی بازتاب از مرکز سطح کاو می گذرد.

۵۸۸- گزینه ۴ مطابق شکل ابتدا شعاع وارد بر سطح در نقطه برخورد پرتو با سطح را رسم می کنیم. این خط همان خط عمود است حال با توجه به قانون عمومی بازتاب پرتوی بازتابش را رسم می کنیم.

۵۸۹- گزینه ۱ صوت در مدت $\frac{100}{25}$ ، $\frac{100}{25}$ متر فاصله بین وال با مانع را رفته و بازگشته بنابراین:

$$v_{\text{صوت در آب}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{100 + 100}{\frac{1}{25}} = \frac{200}{\frac{1}{25}} \Rightarrow v = 1000 \text{ m/s}$$

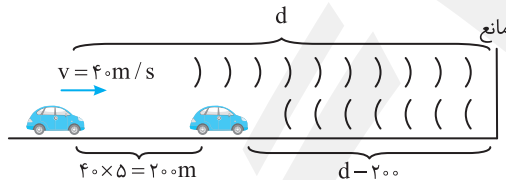
$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1000}{100 \times 10^3} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 40 \times 10^3 \times 8 \times 10^3 \times 10^{-3} \Rightarrow v = 320 \text{ m/s}$$

$$d = vt = 320 \times \frac{1}{2} = 160 \text{ m}$$

۵۹۰- گزینه ۲ تندی صوت در محیط را به دست می آوریم:
 زمان رفت صوت $\frac{1}{25} = \frac{1}{25}$ است، از این رو:
 ۵۹۱- گزینه ۲ تب ارسالی مسیر رفت و برگشت بین ایستگاه زمینی و ماهواره را طی می کند بنابراین، اگر فاصله ایستگاه تا ماهواره را d در نظر بگیریم مسافتی که موج الکترومغناطیسی طی می کند برابر است با:

$$c = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow c\Delta t = 2d \Rightarrow d = \frac{3 \times 10^8 \times \frac{1}{24}}{2} = \frac{3}{6} \times 10^7 \text{ m} = \frac{3}{6} \times 10^4 \text{ km}$$



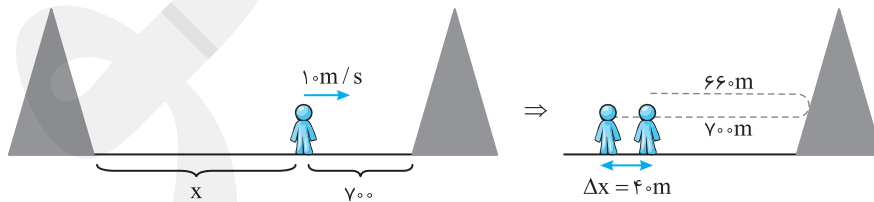
۵۹۲- گزینه ۴ با شلیک تیر، صوت حاصل از آن با تندی 340 m/s به مدت 5 s در حال انتشار بوده است و در این مدت اتومبیل به اندازه $40 \times 5 = 200 \text{ m}$ به مانع نزدیک شده است بنابراین:

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \Delta t \Rightarrow 2d - 200 = 340 \times 5 \Rightarrow 2d = 1900 \Rightarrow d = 950 \text{ m}$$

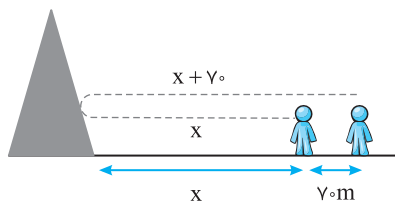
$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{2 \times 16}{320} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

۵۹۳- گزینه ۲ اختلاف زمانی در رفت و برگشت برابر خواهد شد با:

۵۹۴- گزینه ۴ مطابق شکل شخص بین دو صخره قائم قرار دارد و پس از شلیک به سمت کوه نزدیک تر حرکت می کند، صوت پس از طی مسیر بین کوه و شخص به شخص می رسد.
 $\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$



$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{700 + 660}{4} \Rightarrow v = 340 \text{ m/s}$$



$$v_s \text{ شخص در مدت } \Delta x' = v\Delta t' \Rightarrow \Delta x' = 70 \text{ m}$$

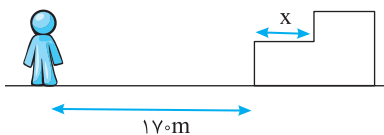
$$v = \frac{x + (x + 70)}{\Delta t'} \Rightarrow 340 = \frac{2x + 70}{4} \Rightarrow 2x + 70 = 1360 \Rightarrow x = 645 \text{ m}$$

بنابراین فاصله دو صخره از هم $x + 700 = 1385 \text{ m}$ می باشد.

۵۹۵- گزینه ۳ برای تشخیص دو صوت باید فاصله زمانی آنها از هم حداقل $\frac{1}{18}$ باشد. از این رو:

$$t_{\text{هوای}} - t_{\text{فلز}} \geq \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{v_{\text{هوای}}} - \frac{1}{v_{\text{فلز}}} \geq \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{300} - \frac{1}{1800} \geq \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{6-1}{1800} \geq \frac{1}{18} \Rightarrow 5 \geq 180 \Rightarrow 1 \geq \frac{180}{5} \Rightarrow 1 \geq 36 \text{m}$$

۵۹۶- گزینه ۱ اگر فاصله دو پژواک رسیده کمتر از $\frac{1}{18}$ دو پژواک از هم قابل تشخیص نخواهد بود.



$$t_1 = \frac{17 + 17}{v_{\text{هوای}}}, \quad t_2 = \frac{17 + 17 + x + x}{v_{\text{هوای}}}$$

$$\Delta t < \frac{1}{18} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2x}{v_{\text{هوای}}} < \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x}{340} < \frac{1}{18} \Rightarrow 2x < \frac{340}{18} \Rightarrow 2x < 34 \Rightarrow x < 17 \text{m}$$

۵۹۷- گزینه ۳ اختلاف پژواک اول و دوم به دلیل مسیر اضافی رفت و برگشت $2d$ است.

$$\Delta t = \frac{2d}{v} \Rightarrow \frac{2d}{5} = \frac{2d}{v} \Rightarrow v = 4d \quad (1)$$

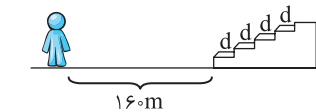
پژواک سوم پس از طی مسیر $2(d' + 2d)$ بعد از $2s$ به گوش شخص رسیده است از این رو:

$$t_3 = \frac{1}{v} \Rightarrow t_3 = \frac{2d' + 4d}{v} \quad (1) \rightarrow 2 = \frac{2d' + 4d}{4d} \Rightarrow 2 = \frac{2 \times 16 + 4d}{4d}$$

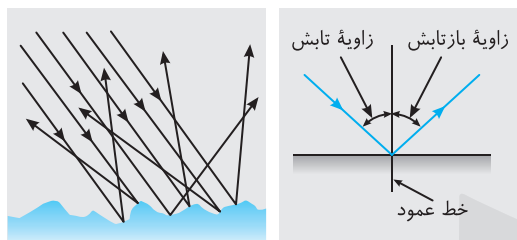
$$\Rightarrow 8d = 32 + 4d \Rightarrow 4d = 32 \Rightarrow d = 8 \text{m}$$

$$v = 4d \Rightarrow v = 4 \times 8 = 32 \text{m/s}$$

اکنون سرعت صوت در هوا را به دست می آوریم:



۵۹۸- گزینه ۴ نور روی سطوح هموار و ناهموار از قانون بازتاب عمومی پیروی می کند.



بنابراین گزینه (۴) درست است.

۵۹۹- گزینه ۳ طول موج نور مرئی در حدود $0.5 \mu\text{m}$ است و اگر از دید میکروسکوپی سطحی که به آن نور تابیده شده دارای ناهمواری های بزرگتر از $1 \mu\text{m}$ باشد این

سطحها برای نور مرئی ناهموار محسوب می شوند و بازتاب نور از سطح آنها پخشنده یا نامنظم است و اگر ناهمواری های سطح از $1 \mu\text{m}$ بسیار کوچکتر باشد آن سطح برای نور مرئی هموار خواهد بود و بازتاب از این سطح آینه ای و منظم است، بنابراین بازتاب نور مرئی از سطح a و b و c پخشنده یا نامنظم است و بازتاب از سطح d آینه ای و منظم است.

۶۰۰- گزینه ۲ نور از سطح دیوار بازتاب می شود و گزینه (۳) و (۴) نادرست است. چون سطح دیوار از دید میکروسکوپی ناهموار می باشد نور لیزر از سطح دیوار به صورت پخشنده و در همه جهات بازتاب می شود و باعث می شود همه دانش آموزان نقطه رنگی حاصل از باریکه را ببینند.

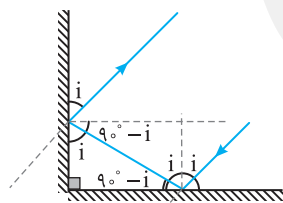
۶۰۱- گزینه ۱ طول موج پرتوها را به دست آورده و با ابعاد ناهمواری ها مقایسه می کنیم. اگر ابعاد ناهمواری ها بزرگتر طول موج باشد، پخشندگی رخ می دهد و

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda_{UV} = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{15}} = 2 \times 10^{-7} \text{m} \Rightarrow \lambda_{UV} = 200 \text{nm} < 1 \text{nm}$$

بازتاب پخشنده خواهد بود. اگر کوچکتر از طول موج باشد، بازتاب آینه ای خواهد بود.

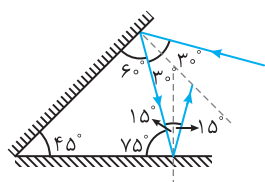
$$\lambda_{ELF} = \frac{3 \times 10^8}{100} \Rightarrow \lambda_{ELF} = 3 \times 10^6 \text{m} > 1 \text{nm}$$

۶۰۲- گزینه ۲ اگر زاویه بین دو آینه 90° باشد با هر زاویه ای پرتو تابش را بتابانیم، پرتو تابش و پرتو بازتاب خروجی با هم موازی اند.



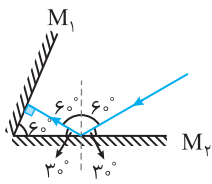
۶۰۳- گزینه ۱ مطابق شکل و با استفاده از قانون بازتاب عمومی داریم:

بنابراین پرتو تابیده به آینه دوم 75° است پس زاویه تابش برابر $15^\circ = 90^\circ - 75^\circ = \theta_i$ است.

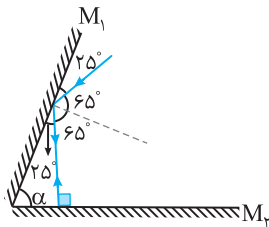


$$\theta_i = \theta_r = 15^\circ$$

۱-۶۰۴-گزینه ۱ با توجه به شکل، پرتو بر سطح آینه M_1 عمود می‌تابد و زاویه تابش صفر درجه است.

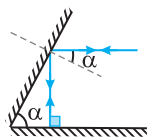


۲-۶۰۵-گزینه ۳ برای آن که پرتو روی خودش برگردد، باید عمود بر سطح آینه M_2 بتابد. با توجه به

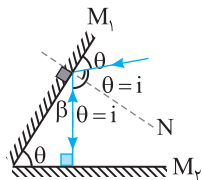


شکل، خواهیم داشت: $\alpha = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

تذکر: هرگاه دو آینه با هم زاویه حاده (α) بسازند چنانچه پرتو با زاویه تابش α بر یکی از آینه بتابد پس از بازتاب متوالی بر روی خودش بازمی‌گردد.



۳-۶۰۶-گزینه ۳ پرتو بر آینه M_2 عمود است زیرا روی خودش بازتاب کرده است. خط N بر آینه

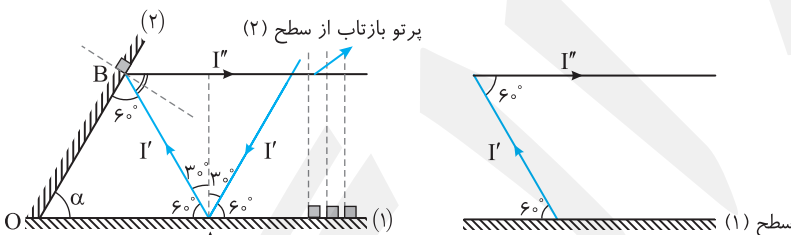


عمود است. در واقع دو ضلع زاویه i بر دو ضلع زاویه θ عمود است، بنابراین با زاویه θ برابر است ($i = \theta$).

$$\begin{cases} \theta + \beta = 90^\circ \\ 2\theta + \beta = 180^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

در این صورت:

۳-۶۰۷-گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله جبهه‌های



بازتاب از سطح (۲) عمود بر سطح (۱) هستند، بنابراین

مطابق شکل پرتو بازتاب از سطح (۲) موازی سطح (۱)

است و با توجه به خاصیت خطوط موازی مورب زاویه بین

پرتو تابش I' و پرتو بازتاب I'' سطح (۲)، 60° خواهد

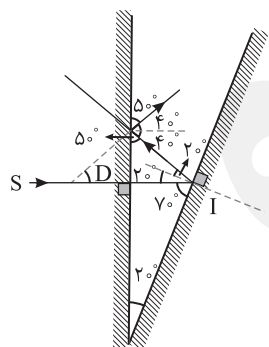
شد. بنابراین زاویه تابش بر سطح (۲)، $30^\circ = \frac{60^\circ}{2}$ است و

زاویه‌ای که پرتو I' با سطح آینه‌ای (۲) می‌سازد نیز 60°

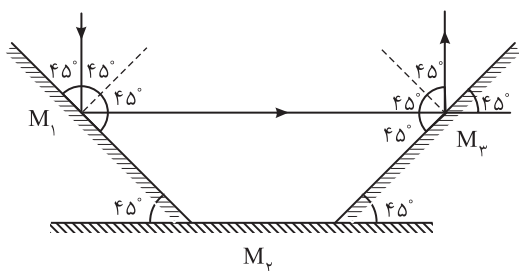
خواهد شد و در مثلث OAB زاویه α نیز 60° می‌شود.

۲-۶۰۸-گزینه ۲ با توجه به شکل، $D = 4^\circ$ است.

برای به دست آوردن D (زاویه انحراف) کافی است زاویه بین دو آینه متقاطع را دو برابر کنیم.

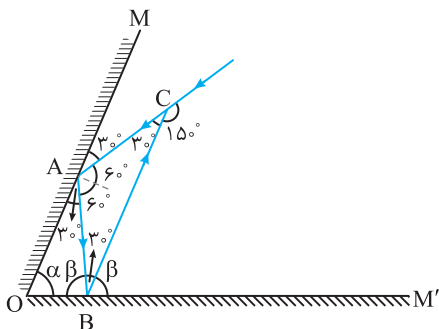


۱-۶۰۹-گزینه ۱ با توجه به قانون بازتابش شکل زیر را رسم می‌کنیم:



پرتو بازتاب از آینه M_3 به موازات پرتو تابش به آینه M_1 و در خلاف جهت آن بوده، یعنی

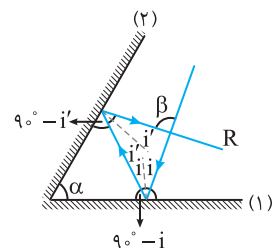
180° از مسیرش منحرف شده است.



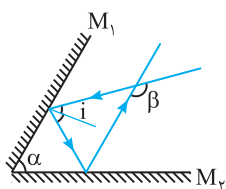
۶۱۰- گزینه ۳ با توجه به شکل روبه‌رو زاویه تابش بر آینه M ، 6° است. در مثلث ABC زاویه مجاور 15° ، نیز $C=30^\circ$ است. بنابراین زاویه بین پرتوی تابش و بازتابش بر آینه M' برابر است با:
 $180 - (2 \times 60 + 30) = 30^\circ$
 اکنون زاویه بین پرتوی تابش بر آینه M' با سطح آینه را به‌دست می‌آوریم:

$2\beta = 180 - 30 = 150^\circ \Rightarrow \beta = 75^\circ$
 در این صورت در مثلث OAB می‌توان نوشت: $\alpha + \beta + 30 = 180 \Rightarrow \alpha + 75 + 30 = 180 \Rightarrow \alpha = 75^\circ$
 نکته: در آینه‌های متقاطع همواره زاویه انحراف بین پرتوی تابش اولیه و پرتوی بازتاب از روی آینه دوم دو برابر زاویه بین دو آینه است و به زاویه تابش اولیه بستگی ندارد.

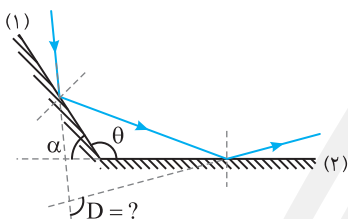
با دانستن این نکته می‌توان نوشت:
 $\alpha = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$



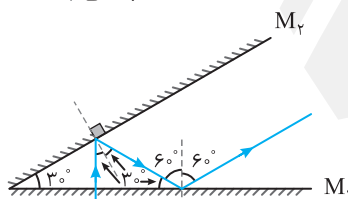
۶۱۱- گزینه ۲ β زاویه خارجی است:
 از طرفی داریم:
 $\beta = 2i + 2i' = 2(i + i')$ (۱)
 $\alpha + 90 - i' + 90 - i = 180 \Rightarrow \alpha = i' + i$ (۲)
 با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:
 $\beta = 2\alpha$



۶۱۲- گزینه ۱ در آینه‌های متقاطع زاویه انحراف یعنی زاویه بین امتداد پرتو اولیه با امتداد پرتو بازتاب از آینه دوم به زاویه تابش بستگی ندارد و $\beta = 2\alpha$ است (اگر α حاده باشد) بنابراین با تغییر i ، β تغییر نمی‌کند. فرض این است که پرتو بعد از بازتاب از آینه M_1 به آینه M_2 بتابد.



۶۱۳- گزینه ۲ هرگاه پرتو به آینه‌های متقاطع شکل روبه‌رو بتابد، زاویه انحراف یعنی زاویه بین راستای پرتو تابش بر آینه (۱) و پرتو بازتابش از آینه (۲) برابر است با:
 $D = 360 - 2\theta$
 $D = 360 - 2(180 - \alpha) \Rightarrow D = 360 - 2 \times 180 + 2\alpha \Rightarrow D = 2\alpha$



۶۱۴- گزینه ۲ تعداد دفعات بازتاب تا لحظه‌ای رخ می‌دهد که پرتو بازتاب با یکی از آینه‌ها موازی شود و یا زاویه بین پرتو و یکی از آینه‌ها از زاویه بین دو آینه کوچک‌تر شود. با این توضیحات و مطابق شکل گزینه (۲) درست است.



۶۱۵- گزینه ۲ تپ عبوری همانند تپ اولیه اما با ابعاد کوچک‌تر می‌باشد و تپ بازتابیده وارونه و همچنین قرینه تپ اولیه است. بنابراین گزینه (۲) درست است.
 هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از یک سیم به سیم دیگر)، بسامد ثابت می‌ماند:
 ۶۱۶- گزینه ۱

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \Rightarrow \frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2$$

۶۱۷- گزینه ۳ در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌ها یکسان باشد، سرعت انتشار موج ثابت است، اما در این پرسش، شرایط فیزیکی محیط از A تا B در حال تغییر است، بنابراین سرعت انتشار موج از A تا B در حال تغییر بوده و طول موج نیز از A تا B در حال تغییر خواهد بود.

سرعت انتشار موج در سیم $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ بوده و با جذر چگالی سیم نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}} \quad \rho_A > \rho_B \rightarrow v_A < v_B \quad \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{v_A}{v_B} \rightarrow \lambda_A < \lambda_B$$

۶۱۸- گزینه ۱ سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ است. (B)

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A_B}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A_A}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 9$$

اکنون به حل مسأله می‌پردازیم:

۶۱۹- گزینه ۱ در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می‌کند. در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد. (A)

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

از طرفی سرعت انتشار موج در طناب $(v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}})$ با قطر (شعاع) سطح مقطع طناب نسبت وارون دارد. بنابراین: $\lambda_2 = 2 \text{ cm}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow \lambda_2 = 2 \text{ cm}$$

۶۲۰- گزینه ۲ در گذر موج از یک طناب به طناب دیگر بسامد ثابت می‌ماند اما سرعت و طول موج تغییر می‌کند. (A)

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2}$$

۶۲۱- گزینه ۱ تندی موج ۶۰٪ کاهش یافته، در واقع: (A)

$$v_2 = v_1 - \frac{60}{100} v_1 \Rightarrow v_2 = 0.4 v_1$$

با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و این که در شکست بسامد تغییر نمی‌کند، داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = 0.4 \xrightarrow{\text{فاصله دو ستیغ متوالی برابر طول موج است}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0.4 \Rightarrow \lambda_2 = 4 \text{ cm}$$

۶۲۲- گزینه ۲ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از هوا به آب)، بسامد ثابت می‌ماند. بنابراین: (A)

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{2.5} = \frac{154}{35} \Rightarrow \lambda_2 = 1.1 \text{ m}$$

$$f_1 = f_2 = 60 \text{ Hz}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{0.5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 0.25 \text{ m}$$

۶۲۳- گزینه ۳ بسامد از ویژگی‌های چشمه است و تغییر نمی‌کند. (A)

۶۲۴- گزینه ۱ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر، دوره و بسامد موج ثابت و سرعت انتشار، طول موج، امتداد و شدت موج (نور) تغییر می‌کنند. (A)

۶۲۵- گزینه ۳ رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد و هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط دیگر، بسامد و رنگ نور ثابت می‌ماند. (A)

۶۲۶- گزینه ۴ وقتی موج الکترومغناطیسی از هوا وارد آب شود، سرعت آن کاهش $(v = \frac{c}{n})$ و طول موج آن نیز کاهش $(\lambda' = \frac{\lambda}{n})$ می‌یابد و بسامد آن ثابت می‌ماند $(f' = f)$. (A)

۶۲۷- گزینه ۱ بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = 2\pi f$ است و می‌دانیم بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند، بنابراین بسامد زاویه‌ای موج الکترومغناطیسی در شیشه و خلأ یکسان می‌باشد. (A)

۶۲۸- گزینه ۲ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامد آن ثابت می‌ماند اما طول موج و سرعت انتشار نور تغییر می‌کند و رابطه زیر برقرار است: (A)

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{0.45} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 0.4 \mu\text{m}$$

۶۲۹- گزینه ۲ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، سرعت و طول موج آن به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند اما بسامد آن ثابت می‌ماند، این پدیده را شکست نور گویند. (A)

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2/25 \times 10^8}{3 \times 10^8} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2}$$

۶۳۰- گزینه ۳ نور یک لامپ تکفام قرمز در آب و هوا یکسان دیده می‌شود و نور قرمز در آب و در هوا دارای بسامد مشخص است. اما طول موج نور قرمز در هوا و آب به دلیل پدیده شکست یکسان نیست بنابراین رنگ نور که توسط چشم دیده می‌شود به بسامد آن بستگی دارد. (A)

۶۳۱- گزینه ۴ وقتی نور از هوا وارد محیط شفافی به ضریب شکست n می‌شود، طول موج و سرعت نور $\frac{1}{n}$ می‌شود. (A)

۴-۶۳۲ گزینه ۴ سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود،

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} n} \Rightarrow v = \frac{3}{4\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

بسامد آن ثابت می‌ماند، اما سرعت و طول موج آن تغییر می‌کند.

۴-۶۳۳ گزینه ۴ سرعت صوت در آب از سرعت صوت در هوا بیشتر است. از این رو: λ بیشتر می‌شود \rightarrow با تغییر محیط بسامد ثابت می‌ماند. افزایش یافته v

اما در مورد امواج الکترومغناطیسی با توجه به قانون شکست اسنل هرچه محیط غلیظ‌تر باشد، ضریب شکست بیشتر شده و سرعت کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} v_2 = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \text{سرعت کاهش می‌یابد} \\ \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{با تغییر محیط بسامد ثابت مانده} \\ \lambda \text{ کمتر می‌شود} \rightarrow v \text{ کاهش یافته} \end{cases}$$

۱-۶۳۴ گزینه ۱ نسبت سرعت نور در دو محیط شفاف با وارون نسبت ضریب شکست دو محیط برابر است.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow n = \frac{c}{v} \Rightarrow n = \frac{3 \times 10^8}{2/5 \times 10^8} \Rightarrow n = 1/2$$

۲-۶۳۵ گزینه ۲ با توجه به قانون شکست عمومی و قانون شکست اسنل

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{6} \Rightarrow v_2 = 2/5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

بسامد به چشم نور بستگی دارد و با تغییر محیط تغییر نمی‌کند.

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = 1/2 \times 10^{15} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

همچنین با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و ثابت ماندن f بنابراین تغییرات λ و v یکسان می‌باشد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{6 \times 10^{-9}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \lambda_2 = 5 \times 10^{-9} \text{ nm}$$

۴-۶۳۶ گزینه ۴ رابطه سرعت نور با ضریب شکست را در دو حالت می‌نویسیم و سپس در هم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} n_{\text{ش}} = \frac{v_{\text{ش}}}{v} = \frac{9}{v} \\ n_{\text{ش}} \times v_{\text{ش}} = \frac{9}{v} \times v_{\text{ش}} = \frac{9}{v} \times \frac{v}{n_{\text{ش}}} = \frac{9}{n_{\text{ش}}} \\ n_{\text{ش}} = \frac{v_{\text{ش}}}{v} = \frac{9}{v} \\ n_{\text{ش}} \times v_{\text{ش}} = \frac{9}{v} \times v_{\text{ش}} = \frac{9}{v} \times \frac{v}{n_{\text{ش}}} = \frac{9}{n_{\text{ش}}} \end{cases}$$

۱-۶۳۷ گزینه ۱ بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند و نسبت بسامد در هوا با نسبت بسامد در محیط شفاف دیگر تفاوتی ندارد به همین علت نسبت بسامدها در هوا را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f_A = \frac{v}{\lambda_A} \Rightarrow \frac{f_A}{\lambda_A} = \frac{f_B}{\lambda_B} = \frac{400}{200} \Rightarrow \frac{f_A}{\lambda_A} = 2 \\ f_B = \frac{v}{\lambda_B} \end{cases}$$

۱-۶۳۸ گزینه ۱ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{4} \lambda_1$$

طول موج در آب از طول موج در هوا کمتر شده بنابراین طول موج کاهش یافته است.

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 100 \Rightarrow \lambda_1 - 100 = \frac{3}{4} \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{4} = 100 \Rightarrow \lambda_1 = 400 \text{ nm}$$

که این طول موج در ناحیه نور مرئی قرار دارد. بسامد موج با تغییر محیط ثابت می‌ماند. $f = 7/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 400 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 7/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳-۶۳۹ گزینه ۳ اندازه سرعت ۴۰٪ افزایش یافته بنابراین:

$$v_{\text{هوا}} = v + \frac{40}{100} v = 1/4 v$$

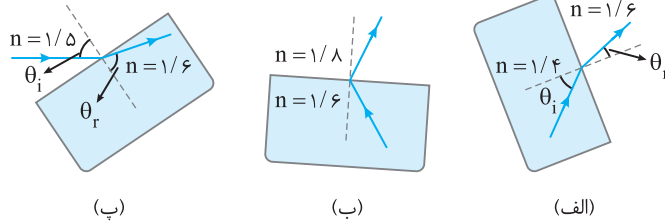
با توجه به قانون شکست اسنل:

$$\begin{cases} \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \\ \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_{\text{هوا}}}{v} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{شیشه}}} = \frac{1}{4} \Rightarrow n_{\text{شیشه}} = 1/4 = \frac{v}{5} \end{cases}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_1 - 36}{100} v_1 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$$

۶۴- گزینه ۲ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

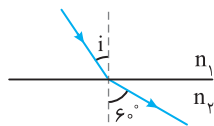
۶۴۱- گزینه ۲ برای هر سه شکل خط عمود را رسم می‌کنیم.



در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیشتر است. بنابراین پرتو شکست به خط عمود باید نزدیک شود و شکل (الف) درست است.

شکل (ب) کاملاً نادرست است، زیرا زاویه تابش و شکست باید در دو طرف خط عمود تشکیل شود. در حالی که در این شکل هر دو پرتو در یک طرف خط عمود رسم شده‌اند.

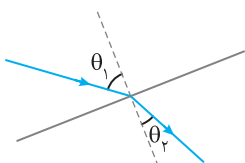
در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بزرگ‌تر است و باید پرتو به خط عمود نزدیک شود. اما پرتو از خط عمود دور شده که این شکل نادرست است.



۶۴۲- گزینه ۴ با توجه به شکل روبه‌رو زاویه شکست از زاویه تابش بیشتر است و پرتو در گذر از مرز دو محیط از

خط عمود دور شده پس محیط دوم از محیط اول رقیق‌تر است و $n_1 > n_2$ بوده و سرعت نور در محیط اول کمتر از محیط

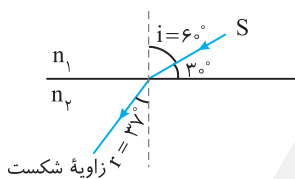
دوم است ($v_1 < v_2$). در این صورت گزینه (۴) پاسخ درست است.



۶۴۳- گزینه ۲ با توجه به شکل و رسم خط عمود بر سطح با عبور موج الکترومغناطیسی پرتو به خط عمود نزدیک

شده بنابراین سرعت در محیط دوم کمتر از سرعت در محیط اول است اما بسامد ثابت می‌ماند و طول موج نیز کاهش می‌یابد:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad v_2 < v_1 \rightarrow \lambda_2 < \lambda_1$$



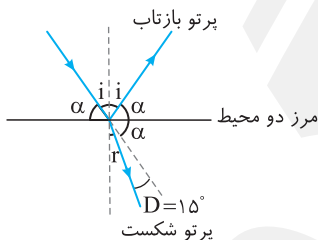
۶۴۴- گزینه ۱ هرگاه پرتو نور به طور مایل از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود،

مسیر آن به طور ناگهانی تغییر می‌کند و علت آن، تغییر ناگهانی سرعت نور است. در محیط‌های غلیظ سرعت نور کمتر

است. پس اگر هنگام گذر نور از محیط شفاف به محیط شفاف دیگر پرتو به خط عمود نزدیک شود، محیط دوم غلیظ‌تر

بوده و سرعت نور در این محیط از سرعت نور در محیط اول کمتر است.

$$r < i \Rightarrow n_2 > n_1 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow v_2 < v_1$$



$$2\alpha + 15 = 125 \Rightarrow \alpha = 55^\circ$$

$$i + \alpha = 90^\circ \Rightarrow i + 55^\circ = 90^\circ \Rightarrow i = 35^\circ$$

$$r = i - D \Rightarrow r = 35^\circ - 15^\circ \Rightarrow r = 20^\circ$$

۶۴۵- گزینه ۱ با توجه به شکل روبه‌رو، زاویه تابش 45° و زاویه شکست 30° است، بنابراین ضریب شکست

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

محیط برابر است با:

اکنون می‌توان طول موج پرتو مورد نظر را در محیط شفاف جدید به دست آورد:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow \lambda' = \frac{700}{\sqrt{2}} \Rightarrow \lambda' = 350\sqrt{2} \text{ nm} \Rightarrow \lambda' = \frac{7\sqrt{2}}{2} \mu\text{m}$$

۶۴۶- گزینه ۲ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1}$$

با توجه به اینکه نسبت $\frac{n_2}{n_1}$ ثابت است پس با افزایش θ_i که منجر به افزایش $\sin \theta_i$ می‌شود باید $\sin \theta_r$ نیز افزایش یابد تا این نسبت تغییر نکند. در

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{2}{1} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

حالت اول که زاویه تابش صفر بوده بازتابش نیز صفر است و هنگامی که زاویه تابش 90° می‌شود. داریم:

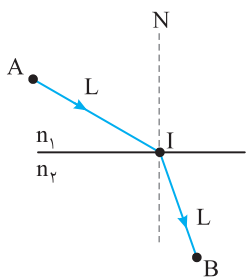
$$0 < \theta_r < 30^\circ$$

بنابراین تغییرات θ_r در محدوده $0 < \theta_r < 30^\circ$ می‌باشد.

گزینه ۶۴۸- ۲

سرعت نور در یک محیط معین مقدار ثابتی است پس حرکت نور، حرکت یکنواخت روی خط راست است. در این صورت:

$$d = vt \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{\frac{v_2 = n_1}{v_1 = n_2}} \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{12}{d_1} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow d_1 = 16 \text{ cm}$$



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow v_2 = \frac{n_1}{n_2} v_1$$

سرعت نور در محیط دوم برابر است با:

$$t_1 = \frac{L}{v_1}$$

زمان حرکت نور از A تا I برابر است با:

$$t_2 = \frac{L}{v_2} = \frac{L}{\frac{n_1}{n_2} v_1} = \frac{n_2}{n_1} \frac{L}{v_1}$$

و از I تا B برابر است با:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_1} + \frac{n_2}{n_1} \frac{L}{v_1} \Rightarrow t = \frac{L}{v_1} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right)$$

بنابراین زمان رسیدن از A تا B برابر می‌شود با:

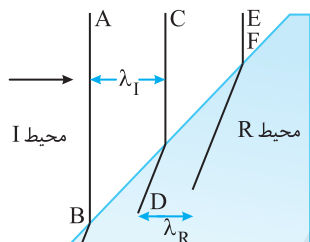
گزینه ۶۵۰- ۳ در بازتاب طول موج، ثابت می‌ماند پس باید در بازتاب فاصله جبهه‌های موج ثابت بماند. بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است. در شکست نور و ورود به

محیط غلیظ‌تر ($\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$) طول موج کاهش می‌یابد، بنابراین باید فاصله جبهه‌های موج در ورود به شیشه از هم کم شود که در گزینه (۳) جبهه‌های موج این‌گونه رسم شده‌اند.

گزینه ۶۵۱- ۱ با توجه به شکل با ورود جبهه‌های موج به محیط دوم فاصله جبهه‌های موج کمتر شده است، بنابراین در محیط دوم طول موج کمتر از طول موج

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{\lambda_2 < \lambda_1} n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} > 1$$

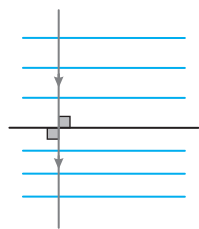
در محیط اول است ($\lambda_1 > \lambda_2$). از این رو با توجه به رابطه اسنل خواهیم داشت:



گزینه ۶۵۲- ۱ جبهه‌های موج شکسته شده در محیط R را رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود جبهه‌های موج به هم

نزدیک شده‌اند، بنابراین طول موج در محیط R کمتر از طول موج در محیط I است. از این رو:

$$\lambda_I > \lambda_R \Rightarrow v_I > v_R$$



گزینه ۶۵۳- ۳ هنگامی که پرتو عمود بر سطح بتابد بدون انحراف موج از مرز عبور می‌کند و از طرفی می‌دانیم

که پرتو بر جبهه‌های موج نیز عمود است، بنابراین باید جبهه‌های موج موازی با سطح باشد. از طرفی $\lambda = \frac{v}{f}$ و اینکه

با تغییر محیط بسامد ثابت می‌ماند پس با ورود به محیط دوم با کم شدن v ، طول موج (فاصله موج‌های تخت) نیز از هم کم می‌شود.

گزینه ۶۵۴- ۱

مطابق شکل تعدادی از جبهه‌های موج تخت به همراه پرتو نور تابیده شده را رسم کرده‌ایم:

$$\theta_i = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

نکته: زاویه تابش با زاویه بین جبهه موج با مرز بین دو محیط برابر است.

گزینه ۶۵۵- ۳

پرتو موج همواره بر جبهه‌های موج عمود می‌باشد. با توجه به این نکته ابتدا زاویه تابش را

به دست می‌آوریم:

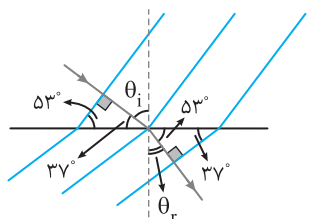
$$\hat{\theta}_i = 90^\circ - 37^\circ \Rightarrow \hat{\theta}_i = 53^\circ, \quad \hat{\theta}_r = 90^\circ - 53^\circ \Rightarrow \hat{\theta}_r = 37^\circ$$

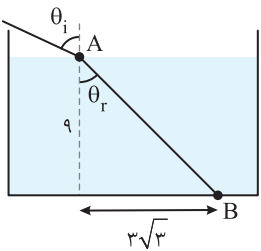
$$\frac{\sin \hat{\theta}_i}{\sin \hat{\theta}_r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4}{3}$$

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1} \times 100 \Rightarrow \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} \times 100 = -25\%$$

$$\text{بنابراین } \lambda_2 = \frac{3}{4} \lambda_1$$





۶۵۶- گزینه ۳ ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی زاویه شکست (θ_r) را به دست می آوریم:

$$\tan \theta_r = \frac{3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \tan \theta_r = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_i = 45^\circ$$

۶۵۷- گزینه ۲ با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه پرتو تابش به آینه و بازتاب از آن با هم برابر است. بنابراین در مثلث ABC می توان نوشت:

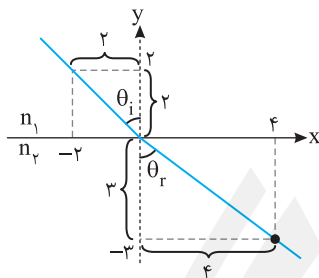
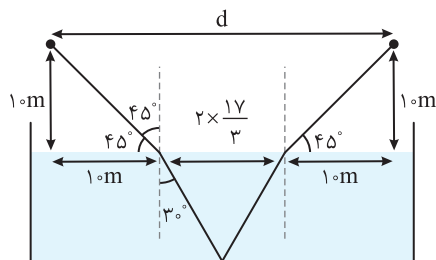
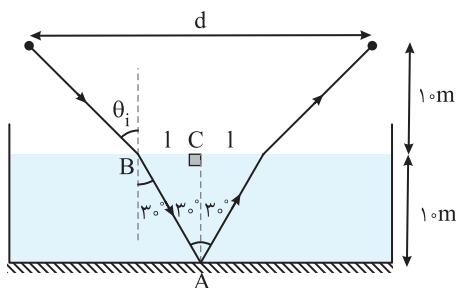
$$\Delta ABC \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{1}{1} \Rightarrow l = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{3} \text{ m} \Rightarrow l = \frac{1\sqrt{2}}{3} \text{ m}$$

همچنین می توان θ_i را با توجه به قانون شکست اسنل به دست آورد:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_i = 45^\circ$$

در این صورت با توجه به شکل مقدار d خواهد شد:

$$d = 1 + 2 \times \frac{1\sqrt{2}}{3} + 1 = \frac{9\sqrt{2}}{3} \text{ m}$$



۶۵۸- گزینه ۱ ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی θ_i و θ_r را به دست می آوریم:

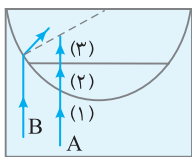
$$\tan \theta_i = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_i = 53^\circ, \quad \tan \theta_r = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_r = 53^\circ$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$$

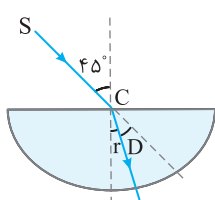
بنابراین:

۶۵۹- گزینه ۴ با توجه به نمودار می توان نوشت:

$$\cot 60^\circ = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow n_B < n_A$$



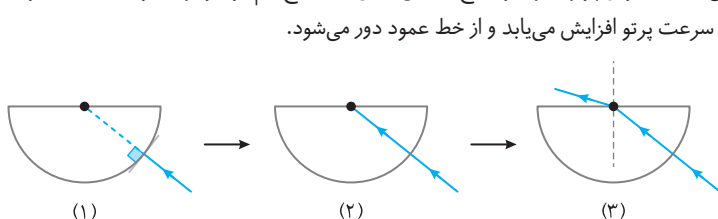
۶۶۰- گزینه ۳ هرگاه نور از یک محیط شفاف به طور مایل وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیری که به طور ناگهانی تغییر می کند، این پدیده را شکست نور می گویند. اگر پرتو از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، به خط عمود نزدیک می شود و اگر از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، از خط عمود دور می شود و اگر عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، بدون انحراف وارد محیط دوم می شود. در شکل داده شده پرتو A بر سطح جدایی (۱) و (۲) عمود نیست، اما بدون انحراف از این سطح گذشته است؛ پس $n_1 = n_2$ است. پرتو B هنگام گذر از محیط (۱) به محیط (۳) به خط عمود نزدیک شده است. پس ضریب شکست محیط (۳) از ضریب شکست محیط (۱) و (۲) بزرگ تر است ($n_3 > n_1 = n_2$).



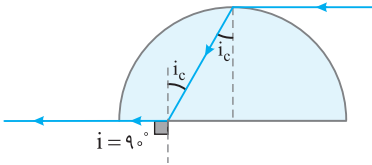
$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r = 45^\circ$$

پرتو با زاویه شکست 30° وارد استوانه می شود و چون از مرکز گذشته و در امتداد شعاع استوانه است بر وجه خمیده استوانه عمود بوده و منحرف نمی شود. پس امتداد پرتو خروجی با امتداد پرتو SC زاویه D را می سازد.

۶۶۲- گزینه ۲ پرتو ورودی به نیم کره مطابق شکل در راستای شعاع می باشد، بنابراین پرتو عمود بر سطح (مطابق شکل) به سطح نیم کره برخورد کرده و بدون انحراف وارد نیم کره می شود. هنگام خروج از نیم کره، پرتو وارد هوا خواهد شد پس سرعت پرتو افزایش می یابد و از خط عمود دور می شود.

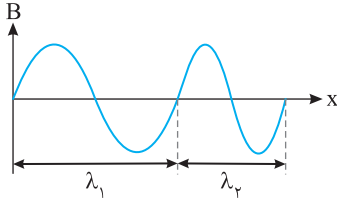


۶۶۳- گزینه ۲ هرگاه پرتو نور از محیط رقیق، مماس بر سطح جدایی دو محیط بتابد، با زاویه حد وارد محیط غلیظ می‌شود و وقتی با زاویه حد به سطح جدایی دو محیط رقیق و غلیظ بتابد، با زاویه $i = 90^\circ$ وارد محیط رقیق می‌شود.



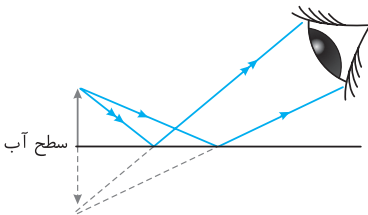
۶۶۴- گزینه ۴ با توجه به نمودار $E-x$ ، $\lambda = 0.2 \text{ km}$ ، $\frac{\lambda}{f} = 0.2 \text{ km}$ است. از این رو: $\lambda = 0.2 \text{ km}$

با توجه به نمودار $B-t$ ، $T = 4 \mu\text{s}$ است. تندی نور برابر است با: $n = \frac{c}{v} \Rightarrow n = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^8} = \frac{3}{2}$ ، $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{0.2 \times 10^3}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow v = 0.2 \times 10^9 \Rightarrow v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$



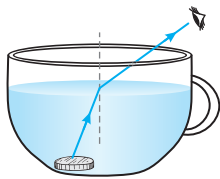
۶۶۵- گزینه ۲ با توجه به شکل با ورود به محیط دوم طول موج کاهش یافته است.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \lambda_2 < \lambda_1 \rightarrow v_2 < v_1$$

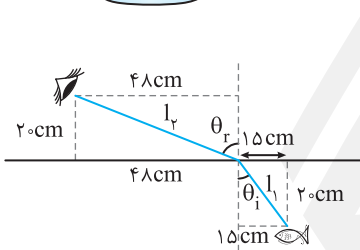


۶۶۶- گزینه ۱ برای ناظری که بیرون از آب به سطح آب استخر نگاه می‌کند، سطح آب شبیه به یک آینه تخت عمل می‌کند و تصویر میله در آب برابر طول میله است.

۶۶۷- گزینه ۱ هرگاه ناظر در محیط غلیظ به اجسام در محیط رقیق نگاه کند، آن‌ها را از محل واقعی نسبت به خود دورتر می‌بیند و هرگاه ناظر در محیط رقیق به اجسام در محیط غلیظ نگاه کند، آن‌ها را از محل واقعی نسبت به خود نزدیک‌تر می‌بیند. پس ناظر A، ناظر B را دورتر و ناظر B ناظر A را نزدیک‌تر می‌بیند و در این صورت $H_1 > H_2$ است.



۶۶۸- گزینه ۳ برای آنکه شخص بتواند در همان مکان، سکه ببیند باید پرتوهای نور شکست بیشتری پیدا کنند. بنابراین با افزودن شکر و نمک به آب و حل شدن آن در آب ضریب شکست افزایش یافته، پرتو ورودی از مایع به هوا بیشتر منحرف می‌شود و احتمال دیده شدن سکه وجود دارد. بنابراین هم گزاره (ب) و هم گزاره (پ) درست است.



۶۶۹- گزینه ۴ با توجه به قانون شکست اسنل داریم: $\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1}$ حال با توجه به اندازه‌های داده شده $\sin \theta_r$ و $\sin \theta_i$ را حساب می‌کنیم:

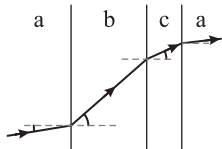
$$l_1 = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}, \quad l_2 = \sqrt{20^2 + 48^2} = 52 \text{ cm}$$

$$\sin \theta_r = \frac{48}{52} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}, \quad \sin \theta_i = \frac{15}{25} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{3}{5}$$

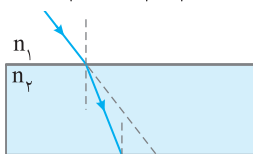
$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{13} \Rightarrow \frac{13}{20} = \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{20}{13}$$

۶۷۰- گزینه ۱ در هر محیطی که زاویه بین پرتو با خط عمود کمتر باشد در آن محیط تندی نور کمتر است. بنابراین:

$$v_b > v_c > v_a$$



۶۷۱- گزینه ۳ با توجه به شکل روبه‌رو مسیر (۳) پاسخ درست است. زیرا هنگام ورود پرتو از محیط n_1 به n_2 چون $n_2 > n_1$ است پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود و هنگام خروج از محیط (۲) چون $n_2 > n_1$ است پرتو از خط عمود دور می‌شود تا موازی امتداد اولیه شود.



۶۷۲- گزینه ۱ روی مرز هوا و n_1 :

$$\sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

$$\sqrt{2} \sin r = \sqrt{3} \sin r'$$

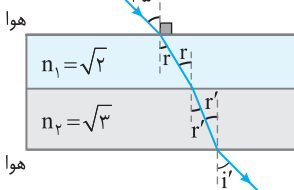
$$\sqrt{3} \sin r' = \sin i'$$

$$\sin 45^\circ = \sin i' \Rightarrow i' = 45^\circ$$

روی مرز n_1 و n_2 :

روی مرز n_2 و هوا:

با مقایسه سه رابطه می‌توان نوشت:



۶۷۳- گزینه ۳ دقت کنید که نور از شیشه که محیط غلیظ تری نسبت به هوا است، وارد هوا می‌شود. پس ابتدا پرتو از خط عمود دور می‌شود و وقتی از هوا وارد شیشه می‌شود به خط عمود نزدیک می‌شود، که مسیر (۱) یعنی گزینه (۳) این ویژگی را دارد.

$$\sin 40^\circ < \sin 50^\circ < \sin 60^\circ$$

$$n_1 \sin 60^\circ = n_2 \sin 40^\circ \Rightarrow n_2 > n_1$$

$$n_2 \sin 40^\circ = n_3 \sin 50^\circ \Rightarrow n_2 > n_3$$

$$n_1 \sin 60^\circ = n_3 \sin 50^\circ \Rightarrow n_3 > n_1$$

$$n_2 > n_3 > n_1$$

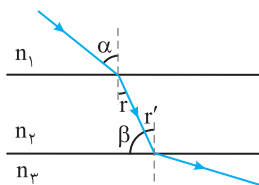
۶۷۴- گزینه ۱ قانون اسنل را برای مرز جدایی هر دو محیط می‌نویسیم:

با توجه به رابطه‌های نوشته شده می‌توان نوشت:

بنابراین:

۶۷۵- گزینه ۳ با توجه به شکل داریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 20^\circ} \\ \frac{v_2}{v_3} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 60^\circ} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_3} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



۶۷۶- گزینه ۴ با توجه به شکل:

$$\begin{cases} r = r' \\ r' = 90^\circ - \beta \end{cases} \Rightarrow r = 90^\circ - \beta$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \xrightarrow{\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

۶۷۷- گزینه ۴ ابتدا زاویه شکست (r) را به دست می‌آوریم:

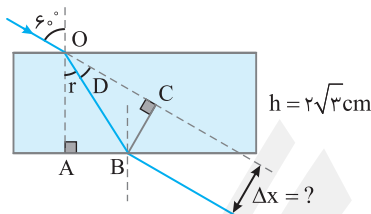
$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{2}{\sin r} \Rightarrow r = 30^\circ$$

زاویه انحراف $D = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

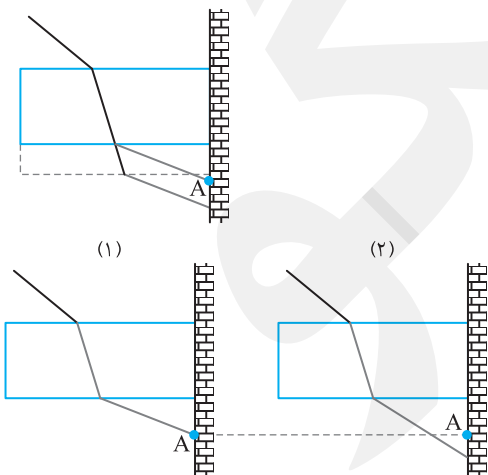
در مثلث OAB می‌توان نوشت:

$$\cos r = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow OB = 4 \text{ cm}$$

در مثلث OBC می‌توان نوشت:

$$\sin D = \frac{BC}{OB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2 \text{ cm}$$


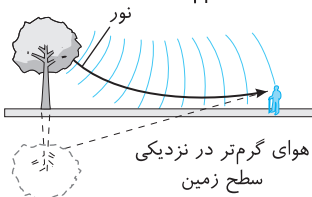
۶۷۸- گزینه ۲ اگر ضخامت تیغه را بیشتر کنیم با توجه به مسیر پرتو در شکل روبه‌رو نور آبی پس از خروج از منشور در نقطه پایین‌تر از A قرار می‌گیرد.



هرچه ضریب شکست تیغه بیشتر باشد، پرتو شکست بیشتر به خط عمود نزدیک می‌شود پس از خروجی نیز پایین‌تر از A قرار می‌گیرد. اگر از نور با طول موج کوتاه‌تر استفاده شود ضریب شکست برای آن نور بیشتر می‌شود، بنابراین اگر به جای نور آبی از نور قرمز استفاده کنیم ضریب شکست محیط تیغه کاهش می‌یابد.

۶۷۹- گزینه ۲ سراب در روزهای گرم که چگالی هوای اطراف زمین کمتر شده و بنابراین ضریب شکست هوا در سطح زمین کاهش می‌یابد، اتفاق می‌افتد. همچنین چون هوای اطراف زمین دقیق‌تر است. تندی نور در این ناحیه بیشتر است، بنابراین گزاره (الف) درست و گزاره (پ) نادرست است.

همچنین جبهه‌های موج که به سمت پایین می‌آیند، با ضریب شکست‌ها کوچک‌تر روبه‌رو شده و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد که مطابق شکل این امر سبب خم شدن پرتو به سمت بالا می‌شود و گزاره (ب) درست است.



۶۸۰- گزینه ۱ با افزایش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش دما چگالی هوا رقیق‌تر می‌شود پس ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

۶۸۱- گزینه ۳ در روزهای گرم هوای سطح زمین نسبتاً داغ است. از طرفی، چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست نیز می‌شود. با توجه به $\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2}$ فاصله جبهه‌های موج در نزدیکی سطح زمین از هم باید بیشتر باشد.

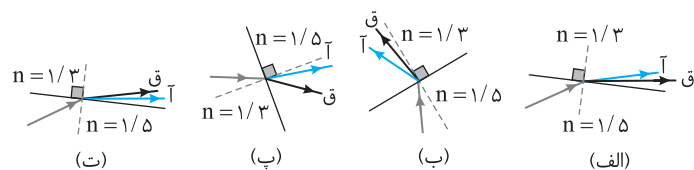
۶۸۲- گزینه ۳ شخص به طور مستقیم درخت را در ناحیه A می‌بیند و در اثر سراب تصویر درخت را در ناحیه B می‌بیند.

۶۸۳- گزینه ۱ ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. طول موج قرمز در نور مرئی دارای بلندترین طول موج و کمترین ضریب شکست است از این‌رو کمتر از رنگ‌های دیگر منحرف می‌شود. اما درباره تندی پرتوها:

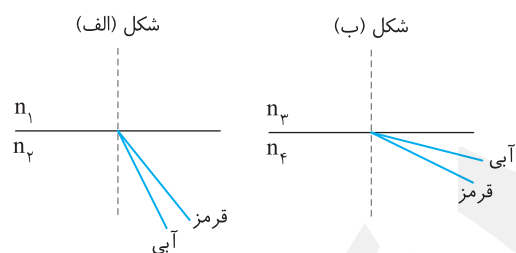
پرتو فرابنفش دارای کمترین طول موج و بیشترین ضریب شکست است، بنابراین تندی پرتو بنفش از همه کمتر است.

۶۸۴- گزینه ۳ پرتو از هوا وارد شیشه شده از این‌رو پرتوهای شکست به خط عمود نزدیک‌تر می‌شوند. از طرفی ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است بنابراین پرتو قرمز کمتر منحرف می‌شود از این‌رو گزینه (۳) درست است.

۶۸۵- گزینه ۱ خط عمود بر سطح مشترک دو محیط را در هر شکل رسم می‌کنیم. در شکل (ب) پرتوهای تابش و شکست در یک طرف خط عمود قرار دارند که چنین چیزی ممکن نیست.



در شکل (پ)، پرتو آبی به خط عمود نزدیک و پرتو قرمز از خط عمود دور شده است در حالی که چون پرتوها از محیط با ضریب شکست کمتر وارد محیط با ضریب شکست بیشتر شده‌اند باید هر دو پرتو آبی و قرمز با زوایای شکست متفاوت به خط عمود نزدیک شوند و شکل (پ) نادرست است. در مورد شکل (الف) و (ت) پرتویی از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شده است و پرتوها از خط عمود باید دور شوند و پرتو قرمز باید کمتر منحرف شود. از این‌رو شکل (الف) نادرست و شکل (ت) درست است. بنابراین تنها شکل (ت) درست است.



۶۸۶- گزینه ۴ ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای

طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است یعنی پرتو آبی که طول موجش از پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بیشتر منحرف می‌شود.

در شکل (الف) پرتو آبی به خط عمود نزدیک‌تر از پرتو قرمز است و چون پرتو آبی بیشتر منحرف شده است باید $n_2 > n_1$ باشد.

در شکل (ب) پرتو آبی هنگام شکست از خط عمود دورتر است و قرمز به خط عمود نزدیک‌تر و چون آبی بیشتر شکسته است پس $n_2 > n_1$ است.

۶۸۷- گزینه ۳ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ برابر است. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست بوده و از طرفی بنا به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، گزینه (۳) درست است.

۶۸۸- گزینه ۳ سرعت امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های شفاف غیر از خلأ با هم برابر نیست و پرتو با طول موج بزرگ‌تر، در محیط شفاف دارای سرعت بیشتری است.

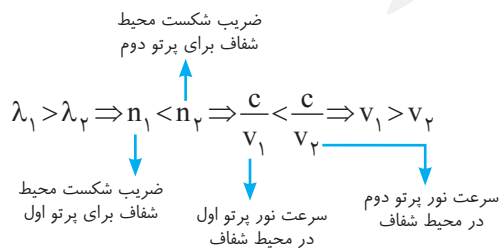
۶۸۹- گزینه ۲ تغییر ناگهانی سرعت نور وقتی از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود، سبب پدیده شکست می‌گردد. در واقع ضریب شکست دو محیط شفاف

نسبت به هم با نسبت سرعت نور در دو محیط رابطه وارون دارد.

در فیزیک موج می‌خوانید که هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد f ثابت می‌ماند و خواهیم داشت:

در رابطه (۳)، v_1 سرعت پرتو در محیط اول و v_2 سرعت همان پرتو در محیط دوم است. λ_1 طول موج پرتو در محیط اول و λ_2 طول موج همان پرتو در محیط دوم است. از طرفی آزمایش نشان می‌دهد که ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های مختلف، متفاوت است. هرچه طول موج کوتاه‌تر باشد، انحراف پرتو بیشتر است و ضریب شکست محیط برای پرتوهای با طول موج کوتاه، بیشتر است.

در این مسأله با دو طول موج λ_1 و λ_2 سر و کار داریم که λ_1 طول موج پرتو اول در خلأ و λ_2 طول موج پرتو دوم در خلأ است. (با λ_1 و λ_2 رابطه (۳) که مربوط به یک پرتو در دو محیط است اشتباه نکنید.)



۳- ۶۹۰- گزینه ۳ ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. بنابراین: $\lambda_G > \lambda_U > \lambda_V \Rightarrow \frac{c}{V_G} < \frac{c}{V_U} < \frac{c}{V_V} \Rightarrow V_G > V_U > V_V$

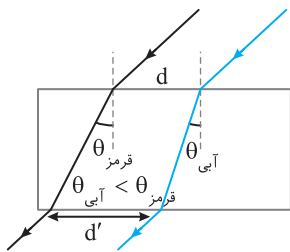
۲- ۶۹۱- گزینه ۲ ضریب شکست یک محیط برای طول موج‌های مختلف موج‌های الکترومغناطیسی، متفاوت و برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است و این پرتوها هنگام گذر از منشور کمتر منحرف می‌شوند. پرتو B از دو پرتو دیگر کمتر منحرف شده است. بنابراین طول موج پرتو B از بقیه بیشتر و بسامد آن از بقیه کمتر است.

۴- ۶۹۲- گزینه ۴ به کمک داده‌های روی نمودار تندی پرتوهای قرمز و آبی را به دست می‌آوریم: $v_{\text{آبی}} = \frac{c}{n_{\text{آبی}}} = \frac{c}{1.53}$ ، $v_{\text{قرمز}} = \frac{c}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{c}{1.51}$

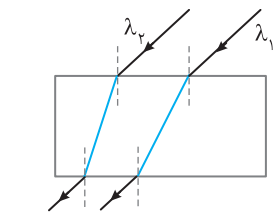
مدت زمانی که نورها طی می‌کنند تا از تیغه به ضخامت d خارج شوند برابر است با $\frac{d}{v}$. بنابراین:

$$\begin{cases} t_{\text{قرمز}} = \frac{d}{v_{\text{قرمز}}} \Rightarrow t_{\text{قرمز}} = 1.51 \frac{d}{c} \\ t_{\text{آبی}} = \frac{d}{v_{\text{آبی}}} \Rightarrow t_{\text{آبی}} = 1.53 \frac{d}{c} \end{cases} \Rightarrow t_{\text{آبی}} - t_{\text{قرمز}} = 0.02 \frac{d}{c} = \frac{2d}{100c} = \frac{d}{50c}$$

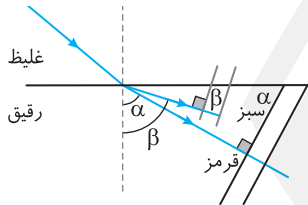
در واقع نور قرمز $\frac{d}{50c}$ ثانیه زودتر از نور آبی از تیغه خارج می‌شود.



۳- ۶۹۳- گزینه ۳ هرچه طول موج کوچک‌تر باشد ضریب شکست محیط برای آن پرتو بیشتر می‌شود. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است به همین دلیل نور آبی بیشتر در تیغه دچار شکست می‌شود. بنابراین مطابق شکل، فاصله دو پرتو از هم بیشتر می‌شود. $d' > d$

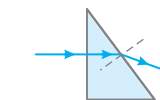


۳- ۶۹۴- گزینه ۳ پرتوها پس از خروج از تیغه به هم نزدیک شده‌اند و مطابق شکل باید پرتو λ_1 از پرتو λ_2 کمتر منحرف شده باشد، یعنی ضریب شکست تیغه برای λ_1 کمتر از ضریب شکست تیغه برای λ_2 بوده است و با توجه به اینکه ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است باید $\lambda_1 > \lambda_2$ (و یا $\lambda_2 < \lambda_1$) باشد.



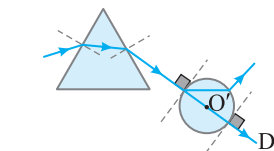
۳- ۶۹۵- گزینه ۳ با ورود موج به محیط دوم نور پاشیده می‌شود و چون طول موج نور سبز کمتر از طول موج نور قرمز است پس نور سبز بیشتر می‌شکند.

در واقع زاویه شکست نور قرمز از زاویه شکست نور سبز کمتر است زاویه‌ای که جبهه موج با مرز مشترک دو محیط می‌سازد برابر زاویه پرتو مربوط به همان موج با خط عمود است. بنابراین زاویه بین جبهه‌های موج قرمز با مرز مشترک یعنی α از زاویه بین جبهه‌های موج سبز با مرز مشترک یعنی β کمتر است.



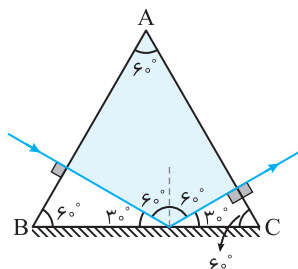
۴- ۶۹۶- گزینه ۴ هرگاه پرتو نور از هوا وارد منشور شیشه‌ای شود، به سمت قاعده منشور منحرف می‌گردد. زیرا در وجه دوم نور از شیشه به هوا وارد شده و پرتو از خط عمود دور می‌شود.

۴- ۶۹۷- گزینه ۴ روی وجه اول پرتو منحرف نمی‌شود، زیرا پرتو بر این وجه عمود تابیده است؛ پس پرتو D نادرست است. در وجه دوم باید پرتو منحرف شود، زیرا بر این وجه عمود نمی‌تابد؛ پس پرتو B نادرست است. اما پرتو A و پرتو C می‌توانند درست باشند. اگر $n_2 > n_1$ پرتو به سمت قاعده منشور منحرف می‌شود (پرتو C)، و اگر $n_2 < n_1$ پرتو به سمت رأس منشور منحرف می‌شود (پرتو A).



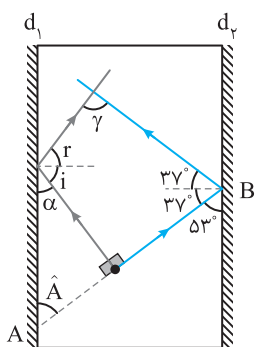
۴- ۶۹۸- گزینه ۴ هرگاه پرتو از خلأ به یک منشور بتابد مطابق شکل، به سمت قاعده منشور منحرف می‌شود. در نتیجه مسیرهای A و B نادرست هستند.

وقتی پرتو به کره شیشه‌ای به گونه‌ای بتابد که امتداد آن از مرکز کره بگذرد یعنی پرتو در امتداد قطر کره باشد، پرتو بر سطح کره عمود بوده و بدون انحراف از کره می‌گذرد. بنابراین مسیر D درست است.



۱- ۶۹۹- گزینه ۱ نور عمود بر وجه AB تابیده و بدون انحراف وارد منشور می‌شود و طبق قانون عمومی بازتاب پس از تابیده شدن به آینه با زاویه 60° نسبت به خط قائم به طرف وجه AC می‌تابد بنابراین پرتو با زاویه 90° به AC برخورد کرده و بدون انحراف از AC خارج می‌شود در نتیجه زاویه بین پرتو خروجی و وجه AC، 90° است.

۱-۷۰۰ گزینة ۱



نور تابیده شده و بازتاب آن‌ها که از قانون بازتاب عمومی پیروی می‌کند را رسم می‌کنیم

$$\begin{cases} d_1 \parallel d_2 \\ AB \text{ مورب} \end{cases} \Rightarrow A = 53^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$i = r = 90^\circ - \alpha \Rightarrow i = r = 53^\circ$$

بنابراین γ یک زاویه چهارضلعی است که زوایای دیگر آن $2 \times 37^\circ = 74^\circ$ ، 90° و $i + r = 106^\circ$ می‌باشد

$$\gamma = 360^\circ - (90 + 74 + 106) \Rightarrow \gamma = 90^\circ$$



۴-۷۰۱ گزینة ۴

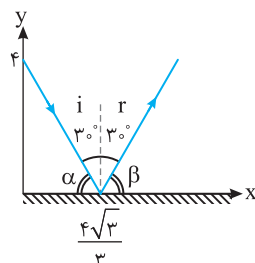
زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابش دو برابر زاویه تابش است. $2\alpha = 15^\circ \Rightarrow \alpha = 7.5^\circ$

برای آنکه پرتوی روی خودش بازتاب کند باید پرتو بر سطح آینه عمود باشد. در این حالت زاویه تابش و بازتابش

صفر بوده و پرتو روی خودش بازتاب می‌یابد. بنابراین آینه را باید 7.5° پادساعتگرد بچرخانیم.

۴-۷۰۲ گزینة ۴

ابتدا خط $y = \sqrt{3}x + 4$ را رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ خط $+4$ و طول از مبدأ آن



$$\tan \alpha = \frac{4}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

است. بنابراین: $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$$i = r = 30^\circ$$

با رسم پرتو بازتاب و با توجه به قانون عمومی بازتاب خواهیم داشت:

بنابراین شیب خطی که پرتو بازتاب بر آن منطبق است برابر $\tan \beta = \sqrt{3}$ و خط از نقطه $(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0)$ نیز عبور

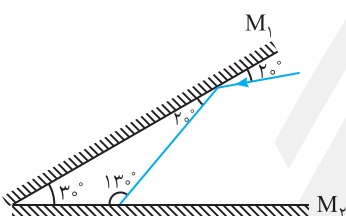
$$y - 0 = \sqrt{3}(x - \frac{4\sqrt{3}}{3}) \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 4$$

می‌کند. در این صورت:

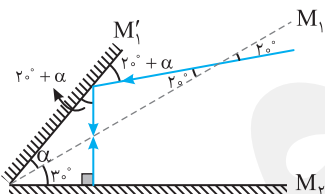
۳-۷۰۳ گزینة ۳

زاویه تابش صفر یعنی پرتو بازتاب و تابش روی هم بیفتند. یعنی پرتو با سطح آینه زاویه

90° می‌سازد، بنابراین باید زاویه پرتو با سطح آینه M_1 افزایش پیدا کند. در نتیجه آینه M_1 باید پادساعتگرد بچرخد.



با توجه به شکل:

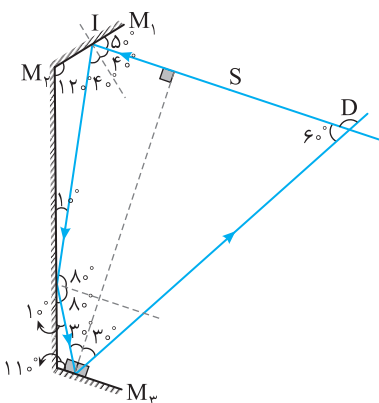


$$20^\circ + \alpha + 30^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

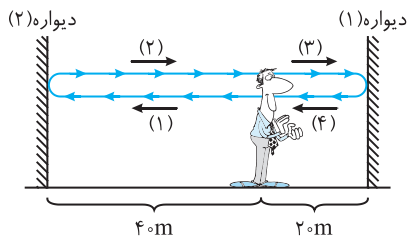
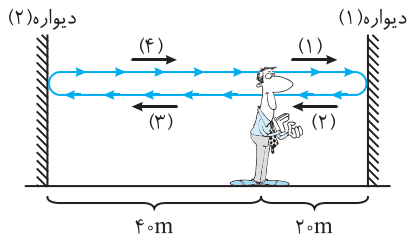
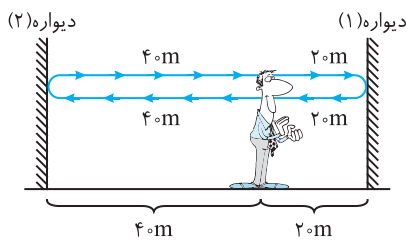
۲-۷۰۴ گزینة ۲

با توجه به شکل زیر زاویه انحراف 12° خواهد شد. (دقت کنید که پرتو SI و آینه M_3

موازی هستند، پس خطی که عمود بر M_3 هست، بر SI نیز عمود است.)



$$D = 12^\circ$$



صوت تولید شده ابتدا به دیوار (۱) رسیده و پس از بازتاب به گوش شخص می‌رسد و پژواک دوم ناشی از پژواک از دیوار (۲) می‌باشد

$$\begin{cases} d_1 = 20 + 20 = 40 \text{ m} \\ v_1 = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t_1 = \frac{d_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{40}{320} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$\begin{cases} d_2 = 40 + 40 = 80 \text{ m} \\ v_2 = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t_2 = \frac{d_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{80}{320} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ s}$$

بنابراین پس از یکبار بازتاب از دیوارها پس از ۰/۱۲۵s و ۰/۲۵s دو پژواک به ما می‌رسد. صوت برخورد کرده به دیواره (۱) می‌تواند به دیواره (۲) برخورد کند و سپس به گوش شخص برسد:

$$\begin{cases} d'_1 = 2(20) + 2(40) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_1 = \frac{d'_1}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$

$$\begin{cases} d'_2 = 2(40) + 2(20) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_2 = \frac{d'_2}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$

دقت کنید اگر صوت پس از بازتاب از دیواره (۱) و (۲) به ما برسد در هر دو حالت چه ابتدا به دیواره (۱) برخورد کند و یا ابتدا به دیواره (۲) برخورد کند پس از ۰/۳۷۵s به گوش شخص می‌رسد. بنابراین پس از ۰/۳۷۵s شخص یک پژواک می‌شنود مابقی پژواک‌ها پس از ۰/۴s به گوش شخص خواهد رسید. بنابراین جمعاً ۳ پژواک را می‌شنود.

صدا اول مستقیماً از محل شلیک در امتداد AB به شنونده می‌رسد که این مدت برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{100}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = 2/5 \text{ s}$$

صدای دوم در اثر بازتاب صوت از دیوار به گوش شخص می‌رسد. مدت زمان رسیدن این صدا از چشمه به شخص خواهد شد:

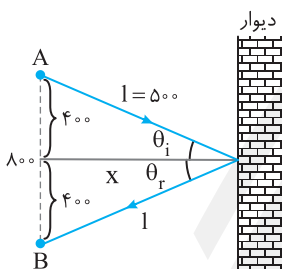
$$\Delta t' = 2/5 + 0.625 = 3/125 \text{ s}$$

با توجه به قانون عمومی بازتاب صوت به صورت شکل روبه‌رو از دیوار بازتاب می‌کند. بنابراین:

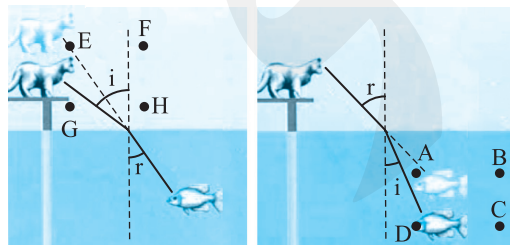
$$v = \frac{2l}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{2l}{3/125} \Rightarrow 2l = 1000 \Rightarrow l = 500 \text{ m}$$

در این صورت فاصله هر شخص از دیوار خواهد شد:

$$500^2 = 400^2 + x^2 \Rightarrow x = 300 \text{ m}$$



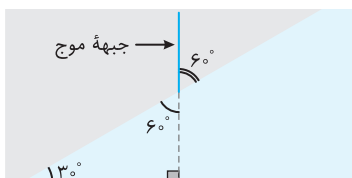
هرگاه یک بیننده از یک محیط با ضریب شکست n به محیط دیگر با ضریب شکست n' نگاه کند. اجسام را در محل خود نمی‌بیند. اگر ناظر در محیط رقیق (عقاب در هوا) به محیط غلیظ (ماهی در آب) بنگرد آن را به خود نزدیک‌تر و بزرگ‌تر می‌بیند. اگر ناظر در محیط غلیظ (ماهی در آب) به محیط رقیق (عقاب در هوا) بنگرد، آن را از خود دورتر و کوچک‌تر می‌بیند.



تصویری که گربه یا ماهی از هم می‌بینند بالاتر یا پایین‌تر از خود جسم می‌باشد. چون ماهی از محیط غلیظ گربه را می‌بیند آن را بالاتر دیده بنابراین ماهی، گربه را در E می‌بیند و گربه، ماهی را که در محیط غلیظ قرار دارد در ناحیه A می‌بیند.

زاویه بین جبهه موج و مرز برابر است با زاویه بین پرتو موج و خط عمود. بنابراین زاویه شکست برابر ۳۰° است. همچنین زاویه جبهه موج تابش با مرز را به دست می‌آوریم: بنابراین زاویه بین پرتوی تابش با خط عمود نیز ۶۰° است:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

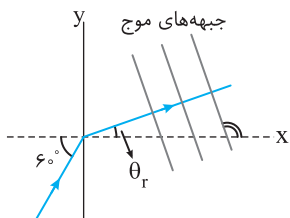


$$v_1 = \frac{c}{n} = \frac{c}{1/5}, v_2 = \frac{c}{n'} = \frac{c}{1/7}, v_3 = \frac{c}{n''} = \frac{c}{1/6}$$

پرتو یکبار از بین دو لایه با ضریب شکست‌های n و n' رد می‌شود و بار دیگر از لایه با ضریب شکست n'' و همان‌طور که می‌دانید $t = \frac{x}{v}$ ، بنابراین:

$$t_1 = \frac{L}{v_1} \Rightarrow t_1 = 1/5 \frac{L}{c}, t_2 = \frac{L}{v_2} \Rightarrow t_2 = 1/7 \frac{L}{c} \Rightarrow \Delta t = t_1 + t_2 \Rightarrow \Delta t = 3/2 \frac{L}{c}, t_3 = \frac{2L}{v_3} \Rightarrow t_3 = 3/2 \frac{L}{c}$$

بنابراین اختلاف زمان صفر است.

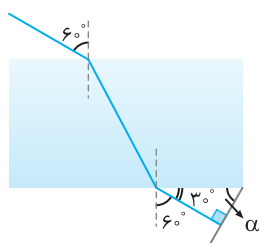


۷۱۱- گزینه ۴ ابتدا با توجه به قانون شکست اسنل زاویه شکست را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

همان‌طور که می‌دانیم جبهه‌های موج بر پرتو عمودند، بنابراین جبهه‌های شکست بر پرتو شکست عمود بوده و جبهه‌های نور شکست با محور x زاویه 12° می‌سازد، از این رو:

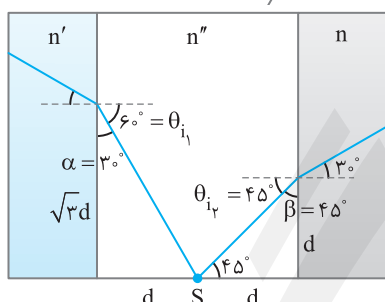
$$\text{شیب جبهه‌های موج شکست} = \tan 12^\circ = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}, \text{ شیب جبهه‌های موج شکست} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$



۷۱۲- گزینه ۱ اگر بخواهیم پس از بازتاب نور روی خودش بازگردد باید نور عمود بر آینه

بتابد و همچنین می‌دانیم چون نور ورودی به تیغه و خروجی از تیغه در یک محیط قرار می‌گیرند، بنابراین نور ورودی و خروجی با هم موازی‌اند.

$$\alpha = 18^\circ - (9^\circ + 3^\circ) \Rightarrow \alpha = 6^\circ$$



۷۱۳- گزینه ۱ ابتدا با توجه به روابط مثلثات، زاویه تابش S بر دو وجه را به دست می‌آوریم:

$$\tan \alpha = \frac{d}{\sqrt{3}d} \Rightarrow \alpha = 30^\circ, \tan \beta = \frac{d}{d} \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

$$\begin{cases} \frac{\sin \theta_{i1}}{\sin 30^\circ} = \frac{n'}{n''} \Rightarrow n' = \sqrt{3}n'' \\ \frac{\sin \theta_{i2}}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{n''} \Rightarrow n = \sqrt{2}n'' \end{cases} \Rightarrow \frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

۷۱۴- گزینه ۴ ابتدا با توجه به قانون شکست اسنل زاویه شکست پرتو اولیه و زاویه تابش

پرتو از درون تیغه برای خروج از تیغه را به دست می‌آوریم:

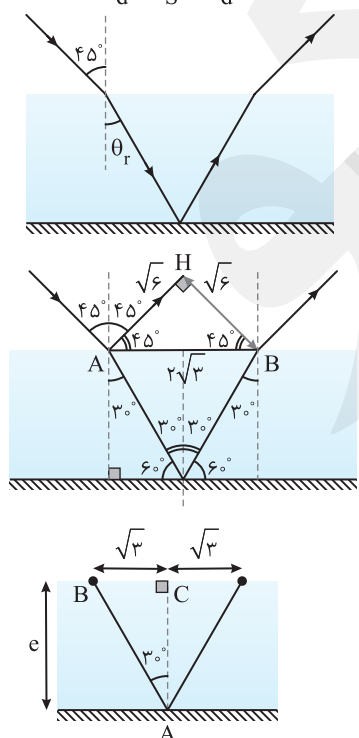
$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{n_{\text{تیغه}}}{n_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

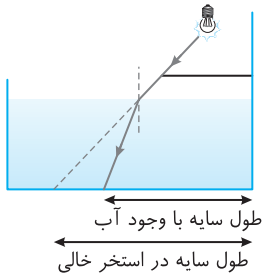
حال با توجه به هندسه مابقی زوایا را به دست می‌آوریم، دقت کنید نور تابیده و بازتابیده از آینه طبق قانون بازتاب عمومی با هم برابر می‌باشند. فاصله بین دو پرتو (۱) و (۲) خط عمود BH است و مثلث ABH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین خواهد بود. از این رو $AH = HB = \sqrt{6} \text{ cm}$ و خواهیم داشت:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow AB^2 = 6 + 6 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

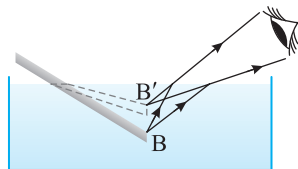
بنابراین فاصله بین پرتوی ورودی به تیغه با پرتوی خروجی از تیغه از هم $2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌باشد.

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{e} \Rightarrow e = 3$$

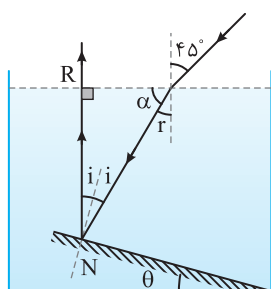




۷۱۵- گزینه ۱ هنگامی که پرتو به سطح آب می‌تابد و وارد آب می‌شود، به خط عمود نزدیک می‌شود و طول سایه کوتاه‌تر می‌شود. (A)



۷۱۶- گزینه ۳ با توجه به شکل، هنگامی که پرتوهای نور از آب وارد هوا می‌شوند، بیننده لبه چوب را بالاتر از محل واقعی و نزدیک‌تر به سطح آب می‌بیند و طول قسمت درون آب کوتاه‌تر از مقدار واقعی دیده می‌شود. (A)



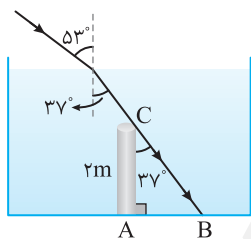
۷۱۷- گزینه ۱ ابتدا زاویه شکست در آب را به دست می‌آوریم: (C)

$$n = \frac{\sin i'}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin i'}{\sin r} \Rightarrow r = 30^\circ$$

پس زاویه α روی شکل برابر $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است و زاویه تابش بر آینه برابر خواهد بود با:

$$r_i = 90^\circ - 60^\circ \Rightarrow i = 15^\circ$$

با توجه به شکل $\theta = i = 15^\circ$ است، زیرا خط N بر سطح آینه عمود است و پرتو بازتابش R بر سطح افقی عمود است، یعنی دو ضلع زاویه بازتابش (i) بر دو ضلع زاویه θ عمود است. هرگاه دو ضلع یک زاویه بر دو ضلع زاویه دیگر عمود باشند، آن دو زاویه برابر یا مکمل هم هستند. در این جا هر دو ضلع بوده پس برابرند.



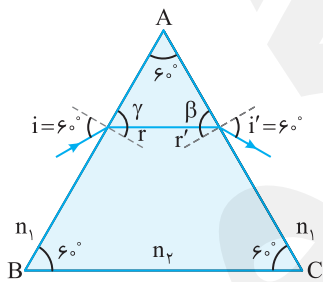
۷۱۸- گزینه ۱ ابتدا زاویه ورود پرتوها به درون استخر (زاویه شکست) را به دست می‌آوریم: (B)

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sin r = 0.6 \Rightarrow r = 37^\circ$$

با توجه به شکل از مثلث ABC طول AB (طول سایه) را به دست می‌آوریم:

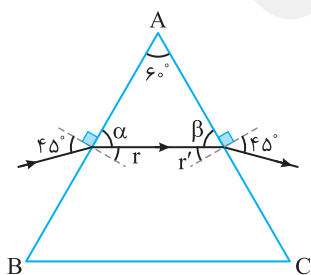
$$\tan 37^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 1.5 \text{ m}$$

۷۱۹- گزینه ۲ با توجه به شکل روبه‌رو زاویه γ و β برابر و مساوی 60° خواهند بود. (B)



$$\begin{cases} AB: n_1 \sin i = n_2 \sin r \\ AC: n_1 \sin i' = n_2 \sin r' \end{cases} \xrightarrow{i=i'} r = r' \Rightarrow \gamma = \beta = 60^\circ$$

بنابراین زاویه‌های r و r' هرکدام برابر 30° می‌شوند: $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n \times \frac{1}{2} \Rightarrow n = \sqrt{3}$
نکته: هرگاه زاویه ورودی و زاویه خروجی برابر باشد، پرتو درون منشور با قاعده آن موازی است. ($i = i' \Rightarrow r = r'$)



۷۲۰- گزینه ۲ چون زاویه ورودی و خروجی برابرند ($i = i' = 45^\circ$)، زاویه‌های شکست داخلی یعنی r و r' هم برابرند. با توجه به شکل: (A)

$$\begin{cases} \alpha + r = 90^\circ \\ \beta + r' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta + r + r' = 180^\circ \quad (1)$$

برابرند. با توجه به شکل:

$$\alpha + \beta + A = 180^\circ$$

از طرفی داریم:

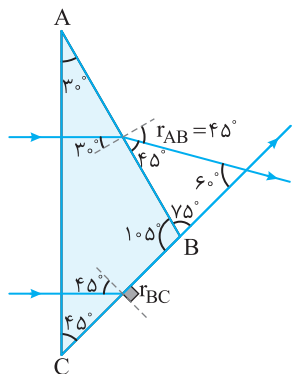
از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود: $A = r + r'$ یعنی مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر با زاویه رأس منشور است.

$$A = r + r' \xrightarrow{r=r'} 60^\circ = 2r \Rightarrow r = 30^\circ$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

نکته: در منشور مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر زاویه رأس منشور است. $A = r + r'$

۷۲۱- گزینه ۳ ابتدا زاویه شکست پرتوها را در وجه AB و BC به دست می آوریم:



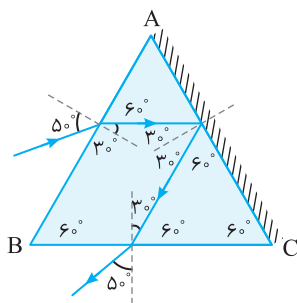
$$\text{در وجه AB: } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 30^\circ = 1 \times \sin r_{AB} \Rightarrow r_{AB} = 45^\circ$$

$$\text{در وجه BC: } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 1 \times \sin r_{BC} \Rightarrow r_{BC} = 9^\circ$$

پس با توجه به شکل، زاویه بین پرتوهای خروجی 60° است.

۷۲۲- گزینه ۳ زاویه شکست در وجه AB برابر با $50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ است.

با توجه به شکل پرتو پس از بازتاب از آینه با زاویه تابش 30° به وجه BC می تابد و با زاویه 50° خارج می شود.



۷۲۳- گزینه ۲ ابتدا در منشور اول تغییر زاویه پرتو را بررسی می کنیم، در ورود پرتو عمود بر سطح منشور خورده

پس بدون انحراف پرتو وارد منشور می شود. با توجه به شکل روبه رو زاویه تابش بر وجه AB برابر 45° بوده و با توجه به فرض مسأله پرتوی خروجی از وجه BC باید موازی AC باشد، بنابراین زاویه خروجی از وجه BC، $\theta'_r = 45^\circ$ خواهد بود. اکنون زاویه θ'_i که بر وجه BC می تابد را حساب می کنیم.

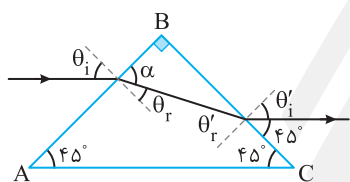
$$\frac{\sin \theta'_i}{\sin \theta'_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta'_i}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta'_i = 1 \Rightarrow \theta'_i = 90^\circ$$

با توجه به زوایای روی شکل می توان نوشت:

$$\begin{cases} \alpha + \theta_r = 90^\circ \\ \alpha' + \theta'_r = 90^\circ \Rightarrow \theta'_r + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow 30^\circ + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow \theta_r = 60^\circ \\ \alpha + \alpha' = 90^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{n_1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{n_1} \Rightarrow n_1 = \sqrt{3}$$

در این صورت می توان نوشت:



۷۲۴- گزینه ۱ با توجه به قانون اسنل داریم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sin 53^\circ} \xrightarrow{n_1=1} n_2 = \frac{1}{\sin 53^\circ}$$

$$\frac{\lambda_{\text{محیط شفاف}}}{\lambda_{\text{خلأ}}^{\text{خلأ}}} = \frac{n_{\text{خلأ}}}{n_{\text{محیط شفاف}}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \lambda_{\text{محیط شفاف}} = \frac{\lambda}{n}$$

$$\lambda_{\text{خلأ}} = cT \xrightarrow{c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}} \lambda_{\text{خلأ}} = \frac{T}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\lambda_{\text{محیط شفاف}} = \frac{\lambda}{n} \times \frac{T}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{4T}{5\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

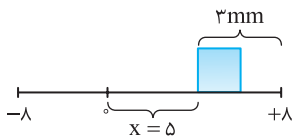
طول موجها در دو محیط با ضریب شکست رابطه عکس دارند:

حال طول موج در خلأ را با توجه به سرعت آن در خلأ به دست می آوریم:

بنابراین طول موج در محیط برابر است با:

- ۱- گزینه ۲ در دو انتهای مسیر حرکت هماهنگ ساده، سرعت صفر و شتاب (و نیرو) بیشینه و در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب (و نیرو) صفر است. از طرفی، شتاب و مکان هم علامت نیستند. در نقطه M شتاب منفی و در نقطه N شتاب مثبت است. در این صورت جمله‌های (الف) و (ب) درست و جمله‌های (پ) و (ت) نادرست است.
- ۲- گزینه ۳ هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان (نقطه تعادل) جهت نیروی وارد بر نوسانگر و جهت شتاب عوض می‌شود. در هر دوره نوسانگر دو بار از نقطه تعادل عبور می‌کند، بنابراین در مدت $30^\circ = 60^\circ = \frac{1}{2}T$ دور کامل طی کرده است که با توجه به $T = \frac{t}{N}$ دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{30^\circ}{60^\circ} \Delta s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ rad/s}$$



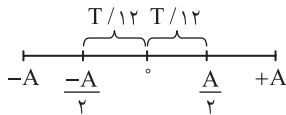
اندازه شتاب خواهد شد:

$$F = kx = m|a| \Rightarrow |a| = \frac{k}{m}x \Rightarrow |a| = \omega^2 x \quad x = 3 - 2 = 1 \text{ mm}$$

$$|a| = (4\pi)^2 \times 1 \times 10^{-3} \Rightarrow |a| = 16 \times \pi^2 \times (1 \times 10^{-3}) \xrightarrow{\pi = \sqrt{10}} |a| = 0.16 \text{ m/s}^2$$

- ۳- گزینه ۱ بیشینه سرعت متوسط در جابه‌جایی اطراف نقطه تعادل است که تندی در آن نقطه بیشینه می‌باشد بنابراین نوسانگر باید از $-\frac{A}{2}$ تا $+\frac{A}{2}$ جابه‌جا شود که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{T}{2}} = \frac{6A}{T}$$



$$v_{max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{max} = 2\pi \frac{A}{T} \Rightarrow \frac{v_{av}}{v_{max}} = \frac{\frac{6A}{T}}{2\pi \frac{A}{T}} = \frac{3}{\pi}$$

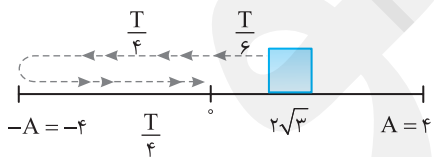
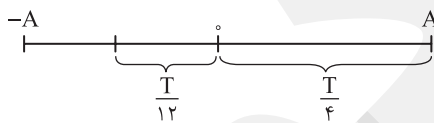
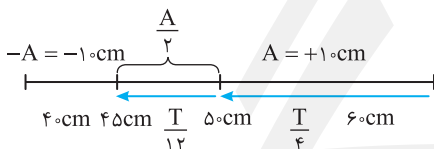
تندی در مرکز نوسانگر برابر است با:

- ۴- گزینه ۲ ابتدا با توجه به ثابت فنر و جرم جسم، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{100}} \Rightarrow T = 2\pi \times \frac{2}{10\sqrt{10}} \xrightarrow{\sqrt{10} = \pi} T = 0.4 \text{ s}$$

وزنه را از حالتی که طول فنر ۶۰ سانتی می‌شود رها کردیم بنابراین دامنه نوسانگر برابر ۱۰ cm می‌باشد تا گذر از طول ۴۵ cm فنر در واقع نوسانگر از دامنه $A = +10 \text{ cm}$ به مکان $-\frac{A}{2} = -5 \text{ cm}$ می‌رود. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{4T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12} = \frac{5 \times 0.4}{12} = \frac{2}{3} \text{ s}$$



- ۵- گزینه ۲ هرگاه حرکت نوسانگر به سمت نقطه تعادل باشد حرکت تندشونده می‌باشد بنابراین در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ و تندشونده است نوسانگر به سمت مرکز در حال حرکت می‌باشد، همچنین در گذر از $x = 0$ شتاب حرکت صفر می‌شود بنابراین متحرک از $x = -A$ تا $x = -A$ رفته و سپس از $x = 0$ تا $x = 0$ آمده تا دوباره شتاب صفر شود که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

$$\Delta t = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ rad/s}$ می‌باشد و معادله حرکت خواهد شد: $x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4 \text{ cm}} x = 0.4 \cos(5\pi t)$

$$x = 0 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{4} \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{4} \text{ m/s}$$

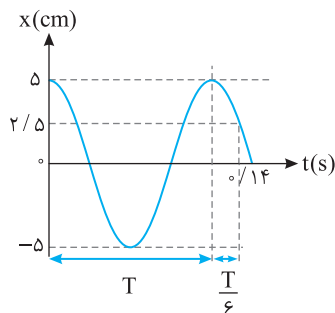
- ۶- گزینه ۱ در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان می‌گذرد، سرعت بیشینه است:

$$v = 0 \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} A^2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} A^2 \Rightarrow A^2 = 1 \Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

در دو انتهای مسیر یعنی هرگاه $x = \pm A$ است، سرعت صفر می‌باشد:

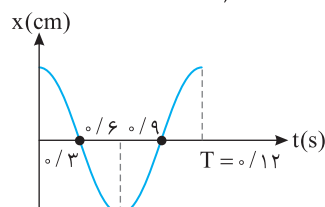
$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 1 \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

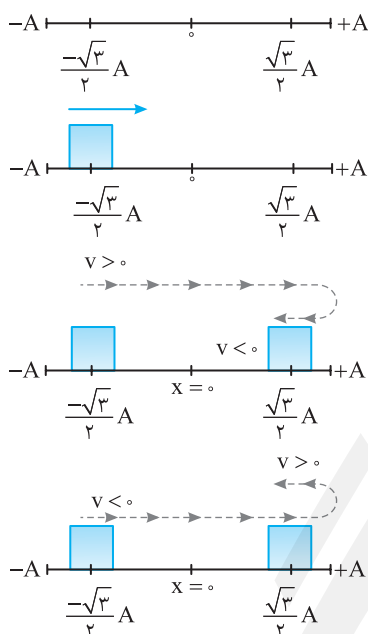


۷- گزینه ۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\Delta t = T + \frac{T}{6} = \frac{7T}{6} \Rightarrow 0.14 = \frac{7T}{6} \Rightarrow T = 0.12 \text{ s}$$



بنابراین نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. در بازه‌ای که نوسانگر تغییر جهت نداده باشد تندی متوسط و سرعت متوسط با هم برابر می‌باشد. یعنی در بازه‌های $t_1 = 0/6 \text{ s}$ تا $t_2 = 0/12 \text{ s}$ و $t_3 = 0/6 \text{ s}$ تا $t_4 = 0/6 \text{ s}$ تندی متوسط با سرعت متوسط برابر است و گزینه (۲) در بازه $t = 0/6 \text{ s}$ تا $t = 0/6 \text{ s}$ پاسخ تست است.



۸- گزینه ۳ اندازه شتاب نوسانگر در مکان‌های $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} A$ برابر شتاب بیشینه خود می‌باشد. چون جابه‌جایی صفر نمی‌تواند باشد پس نمی‌توان حرکت را از $+\frac{\sqrt{3}}{2} A$ تا $+\frac{\sqrt{3}}{2} A$ و یا از $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ تا $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ در نظر گرفت و چون در ابتدا سرعت مثبت است، حتماً نوسان از $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ شروع شده و چون در انتهای مسیر سرعت منفی است پس از $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ گذشته به A رفته و دوباره به $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ رسیده است.

$$\begin{cases} l = (2A - \frac{\sqrt{3}}{2}A) + (\frac{\sqrt{3}}{2}A) \Rightarrow l = 2A \\ d = \frac{\sqrt{3}}{2}A + \frac{\sqrt{3}}{2}A = \sqrt{3}A \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{2A}{\sqrt{3}A} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

توجه کنید که اگر مطابق شکل نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2} A$ با سرعت مثبت به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ با سرعت منفی برود تفاوتی در حل مسئله ایجاد نمی‌شود.

۹- گزینه ۳ در حرکت هماهنگ ساده در دو انتهای مسیر که سرعت صفر است ($v=0$)، نیرو بیشینه می‌باشد و در مرکز نوسان که نیرو صفر است ($F=0$)، سرعت بیشینه می‌باشد. در این صورت:

$$F^r = 100 - 10v^r \Rightarrow \begin{cases} v=0: F_{\max}^r = 100 \Rightarrow F_{\max} = 10 \text{ N} \\ F=0: 0 = 100 - 10v_{\max}^r \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{10} \text{ m/s} \end{cases}$$

با توجه به رابطه بیشینه نیرو و دامنه و بیشینه سرعت با دامنه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\max} = mA\omega^r \\ v_{\max} = A\omega^r \end{cases} \Rightarrow F_{\max} = \frac{mAv_{\max}^r}{A} \Rightarrow F_{\max} = \frac{mv_{\max}^r}{A} \Rightarrow 10 = \frac{10 \times 10}{A} \Rightarrow A = 0.1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

$$mg = F_e \Rightarrow 4000 = k \times \frac{F}{100} \Rightarrow k = 10^5 \text{ N/m}$$

۱۰- گزینه ۱ هنگامی که سرنشینان درون ماشین قرار گرفتند فنرها فشرده شده‌اند بنابراین:

هنگامی که اتومبیل دارای سرنشین می‌باشد، دوره تناوب کمک فنرهای اتومبیل برابر است با:

$$\begin{cases} \text{جرم اتومبیل} \\ \text{جرم سرنشینان} \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m+m'}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m+400}{10^5}} \Rightarrow 1 = 2\pi \sqrt{\frac{m+400}{10^5}} \Rightarrow m+400 = 2500 \Rightarrow m = 2100 \text{ kg}$$

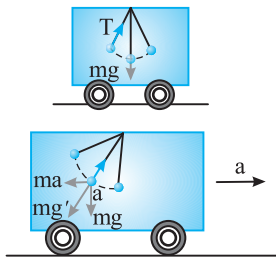
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2100}{10^5}} = \frac{2\pi \sqrt{21}}{10 \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{21}}{5} \text{ s}$$

حال اگر اتومبیل خالی باشد، روی فنرها تنها جرم ماشین قرار دارد:

$$T_{\text{تنگ}} = 2T_{\text{فتر}} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \times 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{l}{10} = 4 \times \frac{10}{450} \Rightarrow \frac{l}{10} = 9 \times \frac{1}{900} \Rightarrow l = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\omega^r = \pi^r \Rightarrow \omega = \pi \Rightarrow \sqrt{\frac{g}{l}} = \pi \Rightarrow \frac{10}{g=10} = 1 \Rightarrow l = 1 \text{ m}$$

۱۲- گزینه ۲ معادله شتاب مکان به صورت $|a| = \omega^2 x$ است:



۱۳- گزینه ۲ به فصل دینامیک برمی گردیم. اگر قطار ساکن و یا دارای حرکت یکنواخت باشد، از دید ناظر درون واگن، دو نیروی کشش نخ T و نیروی وزن mg بر آونگ وارد می شود که دوره ی نوسان آونگ برابر با $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ است. اما وقتی قطار با شتاب ثابت a در حرکت است، از دید ناظر درون قطار، آونگ از راستای قائم منحرف می گردد و به حال تعادل می ایستد. ناظر درون قطار برای توجیه انحراف از امتداد قائم، باید یک نیرو برابر با ma در خلاف جهت حرکت قطار (که آن را نیروی اینرسی می گوئیم) در نظر بگیرد. برآیند mg و ma نیروی mg' خواهد بود. چون mg و ma برهم عمودند، $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$ است و g' عمل g را در این حالت انجام می دهد. در این صورت $T' < T$ است. $T' = 2\pi\sqrt{l/g'} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{l/\sqrt{g^2 + a^2}}$

$$g = \frac{f}{3} R \pi G \bar{\rho} \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{R_p \bar{\rho}_p}{R_e \bar{\rho}_e} = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow g_p = 6g_e$$

۱۴- گزینه ۲ با توجه به رابطه میدان گرانش در سطح سیاره می توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow T_p = \frac{\sqrt{6}}{3} s$$

اکنون دوره آونگ را در سیاره جدید به دست می آوریم:

۱۵- گزینه ۱ بیشینه انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی و $\frac{1}{2}mv_m^2$ است $(E = U_m = K_m)$. وقتی سرعت $-\sqrt{2} \text{ cm/s}$ است.

$$E = U + K \xrightarrow{E=U_m} U_m = \frac{U_m}{2} + K \Rightarrow K = \frac{U_m}{2}$$

بنابراین انرژی جنبشی در این حالت خواهد شد: $U = \frac{U_m}{2}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv_m^2\right) \xrightarrow{v=-\sqrt{2}} \frac{1}{2} = \frac{v_m^2}{4} \Rightarrow v_m = 2 \text{ cm/s}$$

با توجه به نمودار

هنگامی انرژی جنبشی $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی یا همان بیشینه انرژی جنبشی است که سرعت نوسانگر نصف سرعت بیشینه باشد:

$$\frac{K'}{K_{\max}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv'^2}{\frac{1}{2}mv_m^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow v' = \frac{v_m}{2} = 1 \text{ cm/s}$$

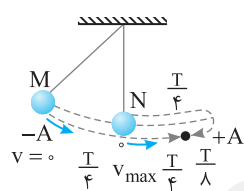
۱۶- گزینه ۳ بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن $(U_{\max} = E = 100 \text{ J})$ است. انرژی مکانیکی نوسانگر همواره ثابت است $(E = 100 \text{ J})$

$$E = U + K \Rightarrow 100 = U + 36 \Rightarrow U = 64 \text{ J}, \quad 64 = 100 \cos^2(\pi t) \Rightarrow \cos \pi t = 0.8 \Rightarrow \pi t = \frac{\pi}{5} \Rightarrow t = 0.2 \text{ s}$$

در این صورت:

۱۷- گزینه ۴ با توجه به فرض مسأله و این که تندی در مبدأ بیشینه است:

$$E = U + K \xrightarrow{U=8K} E = K + 8K \xrightarrow{E=K_m} K_m = 9K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 9\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v = \pm \frac{v_m}{3}$$



۱۸- گزینه ۳ دو آونگ هم طول هستند و با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ دوره دو نوسانگر یکسان است. اگر آونگها

در یک جهت در حال نوسان باشند دو نوسانگر به این صورت می باشد: «در مدت $\frac{T}{4}$ آونگ M به نقطه تعادل و آونگ N به

نقطه A می رسد و پس از این مدت جهت حرکت آونگ N تغییر کرده و دو آونگ به هم نزدیک می شوند و چون دوره حرکت

$$\text{هر دو آونگ یکسان است بنابراین دو آونگ پس از مدت } \Delta t \text{ از کنار هم می گذرند: } \Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{3T}{8}$$

۱۹- گزینه ۴ با توجه به رابطه تکانه و انرژی جنبشی و اینکه بیشینه انرژی جنبشی آنها با هم برابر است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = \frac{P_{\max}^2}{2m} \xrightarrow{K_2=K_1} \frac{P_2^2}{2m_2} = \frac{P_1^2}{2m_1} \xrightarrow{P_2=2P_1} \frac{4P_1^2}{m_2} = \frac{P_1^2}{m_1} \Rightarrow m_2 = 4m_1$$

$$K_{\max_1} = K_{\max_2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_{1\max}^2 = \frac{1}{2}m_2v_{2\max}^2 \xrightarrow{m_2=4m_1} m_1v_{1\max}^2 = 4m_1v_{2\max}^2 \Rightarrow v_{1\max} = 2v_{2\max}$$

$$A_1\omega_1 = 2A_2\omega_2 \xrightarrow{A_1=A_2} \omega_1 = 2\omega_2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T_1} = 2\frac{2\pi}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2$$

اندازه بیشینه سرعت نوسانگر $v_m = A\omega$ است از این رو:

۲۰- گزینه ۴ هنگامی نوسانگر وادارنده باعث تشدید مابقی نوسانگرها می شود که بسامد آن با بسامد دیگر نوسانگرها برابر باشد:

$$f_1 = f \Rightarrow \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow l = l_1$$

بنابراین برای تشدید باید طول آونگها برابر طول آونگ وادارنده باشد، پس برای آونگ ۳ و آونگ ۷، مستقل از جرم آنها تشدید رخ می دهد.

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینه ۲ هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده، هرگاه ذره در انتهای مسیرش و مکان بیشینه باشد، شتاب بیشینه است.

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 4 \times 1/2 \Rightarrow v = 4 \lambda \text{ m/s}$$

۲- گزینه ۳ تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = \frac{2}{100} (2\pi \times 40) \Rightarrow v_m = 1/6 \pi \text{ m/s}$$

بیشینه تندی ارتعاش ذرات محیط برابر است با:

۳- گزینه ۳ موج طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

تندی انتشار موج در سیم $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ با جذر نیروی کشش نسبت مستقیم دارد بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

موج عرضی و موج طولی هر دو می‌توانند در فضا منتشر شوند و گزینه (۳) درست است.

در موج عرضی راستای نوسان ذرات محیط بر راستای پیشروی موج عمود است بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۴- گزینه ۴ تندی انتشار موج ثابت است و توان متوسط انتقال انرژی با مجذور دامنه و مجذور بسامد متناسب است از این رو:

$$\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = 4 \times 4 = 16$$

۵- گزینه ۲ فاصله دو برآمدگی (ستیخ) متوالی یعنی λ که برابر 8 cm است و در حالت دوم فاصله یک ستیخ از پاستیخ مجاورش $\lambda' = 8 \text{ cm}$ است. نسبت

$$\frac{v'}{v} = \frac{f' \lambda'}{f \lambda} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{2f \times 16}{f \times 8} = 4$$

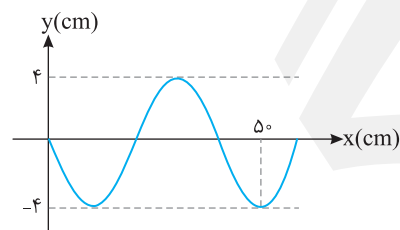
تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow 4 = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 16$$

از طرفی تندی با جذر نیروی کشش نسبت مستقیم دارد:

۶- گزینه ۴ سرعت موج در یک تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن نیروی کشش و μ جرم یکای طول تار است:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{110}{100} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow (1/1)^2 = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1/21, \quad \Delta F = F_2 - F_1 = 1/21 F_1 - F_1 = -20/21 F_1 \Rightarrow \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = 21\%$$



$$\Delta \frac{\lambda}{4} = 5^\circ \Rightarrow \lambda = 4^\circ \text{ cm}$$

۷- گزینه ۲ با توجه به نقش موج طول موج به دست می‌آید:

نسبت v_m به v را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_m}{v} = \frac{A\omega}{f\lambda} = \frac{A(2\pi f)}{f\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = 2\pi \frac{A}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = 2\pi \left(\frac{4}{4^\circ}\right) \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{\pi}{5}$$

۸- گزینه ۲ راه حل اول: ذره M در هر ثانیه ۱۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، یعنی بسامد موج ۱۰ هرتز است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2}{10} = 2 \text{ m}$$

در این صورت طول موج برابر است با:

$$d = \frac{\lambda}{12} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ m}$$

با توجه به نمودار، فاصله MN برابر است با:

البته می‌توان گفت چون دو نقطه M و N دارای مکان و سرعت قرینه هستند قطعاً فاصله آنها از هم $\lambda/2$ است.

$$d = vt \Rightarrow 1 = 2 \times t \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

راه حل دوم: فاصله MN برابر $\frac{\lambda}{2}$ است که موج این فاصله را در $\frac{T}{2}$ طی می‌کند پس:

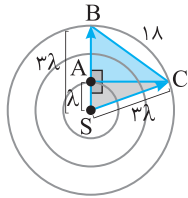
$$t = \frac{T}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

۹- گزینه ۱ گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش بسامد به قرار زیر است:

گاما ← ایکس ← فرابنفش ← بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز ← فروسرخ ← رادیویی

۱-۱ گزینۀ ۳ بسامد نور در خلأ با طول موج نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\begin{cases} f_B - f_A = 100 \text{ MHz} \\ f_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow f_B - \frac{5}{6} f_B = 100 \Rightarrow \frac{f_B}{6} = 100 \Rightarrow f_B = 600 \text{ MHz}$$



۱۱- گزینۀ ۲ پرتویی از چشمه S به C رسم می‌کنیم. طول SC برابر ۳λ خواهد بود. در مثلث ABC و ASC که قائم‌الزاویه هستند طول AC را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta ABC: AC^2 &= BC^2 - AB^2 \xrightarrow{\substack{AB=2\lambda \\ BC=3\lambda}} AC = \sqrt{1\lambda^2 - 4\lambda^2} \\ \Delta ASC: AC^2 &= SC^2 - AS^2 \xrightarrow{AS=\lambda} AC = \sqrt{9\lambda^2 - \lambda^2} \Rightarrow 1\lambda^2 - 4\lambda^2 = 8\lambda^2 \Rightarrow \lambda = 3\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

۱۲- گزینۀ ۴ تندی نور تنها در خلأ برای تمام طول‌موج‌های الکترومغناطیسی ثابت و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است، بنابراین گزینۀ (۴) نادرست است.

۱۳- گزینۀ ۳ در لحظه $t = 7.5 \text{ ns}$ ، میدان مغناطیسی B را به دست می‌آوریم:

$$\vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^9 \times 7.5 \times 10^{-9}) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2} B_m \vec{j}$$

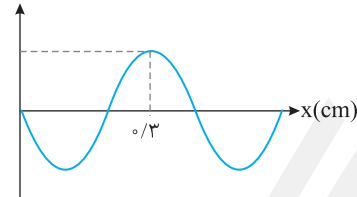
در این لحظه میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور yها است و موج در حال پیشروی در جهت مثبت محور Z است و بنا به قاعده دست راست جهت میدان الکتریکی مطابق شکل در جهت مثبت محور X خواهد بود. اکنون بسامد و طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \pi \times 10^9 = 2\pi f \Rightarrow f = 5 \times 10^8 \text{ Hz}, \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^8} \Rightarrow \lambda = 0.6 \text{ m}$$

این پرتو در ناحیه امواج رادیویی است. بنابراین گزینۀ (۳) درست است.

۱۴- گزینۀ ۳ با توجه به نمودار:

جابه‌جایی



$$3 \frac{\lambda}{4} = 0.3 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{10}{0.4} = 25 \text{ Hz}$$

نقش موج به تنهایی نمی‌تواند نوع موج را مشخص کند. نمودار $y-x$ در لحظه معین t یک نمودار سینوسی شبیه نقش موج مسأله است و از روی آن نمی‌توان به نوع موج پی برد. مگر در متن مسأله به قله موج یا برآمدگی موج اشاره شود که در این مسأله بیان نشده است.

۱۵- گزینۀ ۳ بسامد موج در دو فنر با بسامد دیاپازون برابر است. دامنه نوسان نیز همان دامنه نوسان تیغه دیاپازون است. اما تندی موج‌های طولی در جامدات از تندی موج‌های عرضی بیشتر است بنابراین تندی در فنر (۲) که موج آن طولی است از تندی موج در فنر (۱) که موج آن عرضی است بیشتر است بنابراین طول موج در فنر (۲) نیز بزرگ‌تر است و گزینۀ (۳) درست است.

۱۶- گزینۀ ۱ موج صوتی یک موج مکانیکی طولی است و گزاره (الف) درست است. تندی صوت در گاز هیدروژن از تندی صوت در متیل الکل که مایع است و غلیظ‌تر است، بیشتر می‌باشد و گزاره (ب) نادرست است. درک ما از شدت صوت، بلندی صوت نامیده می‌شود و گزاره (پ) نادرست است. در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و گزاره (ت) نادرست است. با ورود صوت به آب تندی صوت و طول موج افزایش می‌یابد پس (ث) نیز درست است.

$$v = f\lambda \Rightarrow 1400 = f \times 0.5 \Rightarrow f = 2800 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{350}{2800} = 0.125 \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

۱۷- گزینۀ ۴ برای آب:

برای هوا:

۱۸- گزینۀ ۲ ابتدا با توجه به تراز شدت صوت داده شده، شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$10 \log \frac{I}{I_0} = 92 \text{ dB} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{10^{-12}} = 100 \text{ dB} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 10 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^{10} \Rightarrow I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

شدت صوت برابر است با آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند، بنابراین:

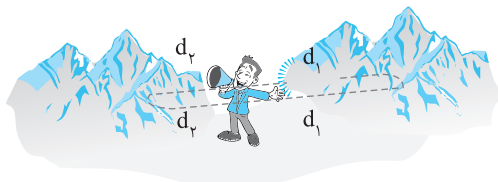
$$\begin{cases} I = \frac{\bar{P}}{A} \Rightarrow I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \\ t = 70 \text{ سال} = 70 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \approx 10^9 \text{ s} \Rightarrow E = 10^{-2} \times 10^{-4} \times 10^9 = 10^3 \text{ J} \\ A = \pi r^2 = 3/14 \times (0.75 \times 10^{-2})^2 \approx 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{cases}$$

۱۹- گزینه ۳ آستانه دردناکی ۱۲۰dB است.

$$\beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow 120 - 100 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow 2 = \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow \frac{I_p}{I_1} = \frac{10^2}{1} = 100$$

باید شدت صوت ۱۰۰ برابر شود. بنابراین ۱۰۰ کودک باید با هم جیغ بکشند تا شما به آستانه دردناکی برسید.

۲۰- گزینه ۲ این پدیده دوپلر است که در آن چشمه صوت به سمت چپ حرکت می کند. فاصله جبهه های موج هم فاز در جلوی آن کم و در پشت سر آن زیاد شده است.



۲۱- گزینه ۴ مطابق شکل پس از فریاد زدن شخص، پژواک صوت آن پس از طی مسافت

۲d_۱ از صخره به گوش می رسد و پس از ۲d_۲ از صخره دورتر پژواک دوم صوت به گوشش

خواهد رسید. زمان رسیدن پژواک اول، ۱/۵s و زمان رسیدن پژواک دوم ۱/۵+۱=۲/۵s

خواهد بود. تندی صوت را به دست می آوریم

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{240 + 240}{1/5} \Rightarrow v = 320 \text{ m/s}$$

اکنون فاصله d_۲ را به دست می آوریم: $d_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow d_2 = 320 \times \frac{2}{5} \Rightarrow d_2 = 400 \text{ m}$

فاصله دو صخره از هم می شود: $400 + 240 = 640 \text{ m}$

۲۲- گزینه ۴ در مثلث OAB خواهیم داشت: $\gamma_1 + \gamma_2 + 45 = 180^\circ$ (I)

از طرفی: $\gamma_1 + \alpha = 90^\circ$ (۱)

$\gamma_2 + \beta = 90^\circ$ (۲)

دو طرف رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می کنیم: $\gamma_1 + \gamma_2 + \alpha + \beta = 180^\circ$ (II)

از رابطه (I) و (II) نتیجه می شود که: $\alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 90^\circ$

در مثلث ABC خواهیم داشت: $2\alpha + 2\beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow 90 + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ$

۲۳- گزینه ۲ با توجه به رابطه اسنل خواهیم داشت:

$$n_p \sin \theta_p = n_f \sin \theta_f \Rightarrow n_p \sin 37^\circ = n_f \sin 53^\circ$$

$$n_p \times \frac{4}{5} = n_f \times \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{n_p}{n_f} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{v_f}{v_p} = \frac{n_p}{n_f} = \frac{4}{15}$$

نسبت تندی ها خواهد شد:

۲۴- گزینه ۳ با توجه به قانون اسنل ($n = \frac{\sin i}{\sin r}$) می توان نوشت:

$$\begin{cases} n_A = \frac{3/4}{4/5} = 15/16 \\ n_B = \frac{3/4}{3/4} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{15/16}{1} = \frac{15}{16}$$

۲۵- گزینه ۴ با افزایش دما چگالی هوا کاهش می یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست می شود و در نتیجه سبب سراب می شود. همچنین با افزایش

طول موج ضریب شکست شیشه کاهش می یابد که این امر سبب پاشندگی نور می شود.

فصل چهارم

آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای



برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش
و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

فصل ۴ آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینه ۱ برای رخ دادن اثر فوتوالکتریک باید از نور با بسامد مناسب استفاده شود یعنی رخ دادن این پدیده به بسامد نور فرودی بستگی دارد. (B)

۲- گزینه ۴ از دیدگاه فیزیک کلاسیک، موج الکترومغناطیسی (تابش) فرودی بر سطح فلز دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده و میدان الکتریکی بر الکترون سطح فلز نیروی الکتریکی ($F=qE \Rightarrow F=eE$) را وارد می‌کند و چنانچه این نیرو به اندازه کافی قوی باشد الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر موج فرودی بر فلز نتواند الکترون را جدا کند، می‌توان بدون تغییر بسامد نور تنها با افزایش شدت نور سبب افزایش میدان الکتریکی تابش فرودی شده تا الکترون از سطح فلز جدا شود. در واقع فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند که رخ دادن پدیده فوتوالکتریک را می‌توان با هر بسامدی انجام داد و تنها باید شدت نور مناسب انتخاب شود، بنابراین گزینه (۴) درست است. (A)

۳- گزینه ۴ با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌های فرودی پرتو فرابنفش بر کلاهی الکتروسکوپ افزایش می‌یابد و سبب می‌گردد که آهنگ خروج الکترون‌ها از سطح کلاهی افزایش یابد یعنی کاهش انحراف ورقه‌ها بیشتر و در زمان کوتاه‌تری رخ می‌دهد. (A)

۴- گزینه ۲ هنگامی که نور با بسامد بیشتر به کلاهی برخورد کند فوتون‌های نور دارای انرژی بیشتری است ($E=hf$) بنابراین این فوتون‌ها باعث جدا شدن الکترون از سطح الکتروسکوپ شده و زاویه بین ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش می‌یابد. (A)

۵- گزینه ۲ هنگام تاباندن نور با بسامد مناسب ($f > f_0$) در پدیده فوتوالکتریک الکترون به طور آبی از فلز جدا می‌شود و گزینه (۲) درست است. افزایش بسامد نور بر تعداد فوتوالکتریک‌ها تأثیری ندارد اما سبب افزایش انرژی جنبشی آن‌ها می‌شود، بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست است. (A)

۶- گزینه ۳ یکی از نتیجه‌های نظریه الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است ($I \propto E^2$) بنابراین با n برابر شدن دامنه میدان الکتریکی شدت نور تابشی n^2 برابر می‌شود. (A)

۷- گزینه ۳ موج‌های الکترومغناطیسی از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند. موج‌های الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده اما بدون بار الکتریکی هستند و سرعت همه آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و سرعت آن‌ها در خلأ به بسامد آن‌ها بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۳) درست است. (A)

۸- گزینه ۳ انرژی فوتون $E=hf$ است که با بسامد نسبت مستقیم دارد. (A)

۹- گزینه ۳ بسامد و در نتیجه انرژی فوتون از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، تغییر نمی‌کند. (A)

۱۰- گزینه ۲ نور نارنجی دارای بیشترین طول موج در چهار گزینه است، بنابراین فوتون‌های آن دارای کمترین انرژی هستند. (A)

۱۱- گزینه ۳ انرژی فوتون برابر است با: $E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 4/14 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 2/484 eV$ (A)

۱۲- گزینه ۴ انرژی پرتوهای نور برابر است با: $E = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 120 = n \times 6/6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{6/6 \times 10^{-7}} \Rightarrow n = 4 \times 10^{19} \Rightarrow n = 4 \times 10^{20}$ (A)

۱۳- گزینه ۴ رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{E_X}{E} = \frac{\lambda_X}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_X E} = \frac{hc}{\lambda E} \Rightarrow \frac{\lambda_X}{\lambda} = \frac{E}{E_X} = \frac{20}{0.4 \times 10^{-6}} = 20$ (A)

۱۴- گزینه ۳ انرژی کل $E = nhf$ را با $E = Pt$ مساوی قرار می‌دهیم: $nhf = Pt \Rightarrow n \times 2 = \frac{100 \times 16}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 5 \times 10^{21}$ (A)

۱۵- گزینه ۲ $E_B = 3E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = 3 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_A = 3\lambda_B \\ \lambda_A - \lambda_B = 4 \end{cases} \Rightarrow \lambda_A = 6nm, \lambda_B = 2nm$ (B)

۱-۶ گزینه ۱ انرژی فوتون در گذر از یک محیط شفاف و ورود به محیط شفاف دیگر تغییر نمی‌کند.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{0.33 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۱-۷ گزینه ۱ توان برابر است با: $P = \frac{E}{t} = \frac{E = nhf}{t} \rightarrow Pt = nhf \Rightarrow 4/8 \times 10^4 \times 1 = n(4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19}) \times 75 \times 10^6 \Rightarrow n = 10^3$

۱-۸ گزینه ۱ شدت تابشی خورشید برابر است با انرژی که در هر ثانیه به هر متر مربع از زمین می‌رسد بنابراین انرژی فرودی بر هر متر مربع خواهد شد: $E = 300 \times 1 \times 1 = 300 \text{ J}$

$$E = nhf \Rightarrow E = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 300 = n \times 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \Rightarrow 300 = n \times 3.3 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{300}{3.3 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = \frac{3}{3.3} \times 10^{21} \Rightarrow n = 9.09 \times 10^{20}$$

۱-۹ گزینه ۲ شدت تابش چراغ 10 W/m^2 است یعنی به هر 1 m^2 میز در هر ثانیه 10 J انرژی داده می‌شود. سطح میز برابر $1 \times 2 = 2 \text{ m}^2$ است و زمان انتقال انرژی $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ می‌باشد. بنابراین کل انرژی فرودی بر میز در مدت 1 h خواهد شد: $E = 10 \times 2 \times 3600 = 72000 \text{ J} = 72 \times 10^3 \text{ J}$

بنابراین به میز $72 \times 10^3 \text{ J}$ انرژی می‌رسد و این انرژی صرف گرم کردن میز می‌شود. $Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 72 \times 10^3 = 5 \times 900 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ \text{ C}$

۲-۲۰ گزینه ۳ بسامد آستانه کمترین بسامدی است که می‌تواند الکترون‌های سطح یک فلز معین را از آن جدا کند و بستگی به جنس فلز دارد و به بسامد پرتوهای فرودی بر فلز بستگی ندارد.

۲-۲۱ گزینه ۳ کمترین مقدار انرژی برای جدا شدن الکترون از سطح فلز، به جنس فلز بستگی دارد. بنابراین بلندترین طول موجی که سبب جدا شدن این الکترون می‌شود به جنس فلز بستگی دارد.

۲-۲۲ گزینه ۲ بنابر نظریه اینشتین در پدیده فوتوالکتریک، هر الکترون تنها با یک فوتون بر هم کنش دارد. هر چه طول موج نور فرودی کمتر (بسامد نور فرودی بیشتر) باشد، انرژی فوتون فرودی بر فلز بیشتر شده، در این صورت بخشی از این انرژی صرف جدا کردن الکترون از فلز شده و بقیه آن به انرژی جنبشی فوتوالکتریک تبدیل می‌شود بنابراین انرژی جنبشی الکترون افزایش می‌یابد.

۲-۲۳ گزینه ۲ اگر فوتون نور تک‌رنگی نتواند پدیده فوتوالکتریک را انجام دهد افزایش شدت نور آن تنها تعداد فوتون‌های آن پرتو را افزایش داده و بر انرژی یک فوتون تأثیری نداشته و افزایش شدت نور باعث جدا شدن الکترون از سطح فلز نمی‌شود. بنابراین برای آن که پدیده رخ دهد باید انرژی فوتون نور فرودی بر فلز را افزایش دهیم. برای این منظور باید بسامد پرتو را افزایش و یا طول موج پرتو را کاهش دهیم و یا این که از فلزی استفاده کنیم الکترون‌های آن برای جدا شدن به انرژی کمتری نیاز داشته باشند، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲-۲۴ گزینه ۲ با افزایش شدت نور، انرژی فوتون‌ها که برابر hf است ثابت می‌ماند بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها که برابر تفاضل انرژی فوتون از انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح فلزات ($K = hf - E$) است پس انرژی جنبشی ثابت مانده و تندی تغییر نمی‌کند، اما با افزایش شدت نور تعداد فوتون‌های تابیده شده بر فلز افزایش یافته و تعداد فوتوالکتریک‌های جدا شده از فلز افزایش می‌یابد، زیرا هر فوتون با یک فوتوالکتریک بر هم کنش دارد و با زیاد شدن فوتون‌ها به تعداد بیشتری الکترون انرژی داده می‌شود که باعث جدا شدن آن‌ها از سطح فلز می‌شود.

۲-۲۵ گزینه ۴ هر فوتون نوری که به یک فلز می‌تابد قسمتی از انرژی آن صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز و مابقی انرژی فوتون باعث افزایش انرژی جنبشی الکترون می‌شود. می‌دانیم انرژی هر فوتون برابر hf است بنابراین هر چه f بیشتر باشد، انرژی فوتون افزایش یافته و انرژی جنبشی فوتوالکتریک بیشتر می‌شود. نور بنفش دارای بالاترین بسامد نور در بین نورهای مرئی می‌باشد و پس با انتخاب نور لامپ سبز یا آبی انرژی فوتون کاهش می‌یابد و انرژی جنبشی و تندی فوتوالکتریک‌ها تغییر نمی‌کند و گزینه (۱) و (۳) نادرست است. اگر از چند لامپ بنفش استفاده شود تنها شدت نور بیشتر شده و تأثیری بر انرژی فوتون ندارد، بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها و تندی آن تغییر نمی‌کند و گزینه (۲) نادرست است. اما با ثابت ماندن بسامد و انرژی فوتون، اگر از فلزی که بسامد آستانه کمتری دارد استفاده شود، انرژی کمتری برای جدا شدن الکترون لازم است و بخش بیشتری از انرژی فوتون به انرژی جنبشی الکترون تبدیل شده و انرژی جنبشی فوتوالکتریک و تندی آن افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲-۲۶ گزینه ۴ بنابه نظریه اینشتین هرگاه بسامد نور فرودی بر فلز f برابر یا بیشتر از بسامد آستانه f_0 برای فلز باشد پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد، بنابراین: $f = f_0 \Rightarrow f = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$, $E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 1.5 \times 10^{15} = 4 \text{ eV}$

۲-۲۷ گزینه ۲ طول موج مربوط به بسامد آستانه فلز را به دست می‌آوریم. $\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-7} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$

طول موج پرتو فرودی بر فلز باید از 200 nm کمتر باشد تا بسامد آن از بسامد آستانه فلز بیشتر بوده و پدیده فوتوالکتریک رخ دهد.

۲-۲۸ گزینه ۴ اگر انرژی فوتون تابیده به فلز برابر یا بیشتر از 8 eV باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$hf \geq \lambda \Rightarrow h \frac{c}{\lambda} \geq \lambda \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} \geq \lambda \Rightarrow \lambda \leq 155 \text{ nm}$$

هر سه گزینه 120 nm ، 155 nm و 142 nm می‌تواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود.

۲۹- گزینه ۴

باید انرژی فوتون فرودی بر فلز را به دست آورده و با حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها مقایسه کنیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{60 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 2/0 \text{ eV}$$

بنابراین این فوتون انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از هیچ‌یک از سه فلز را ندارد.

۳۰- گزینه ۱ در پدیده فوتوالکتریک اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد، الکترون از فلز جدا می‌شود و بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود، بنابراین:

$$K = 6/4 - 2/0 = 3/2 \text{ eV}$$

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{270 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 4/6 \text{ eV}$$

انرژی فوتون‌های پرتو نور را به دست می‌آوریم:

$$4/6 - 2 = 2/6 \text{ eV}$$

بنابه نظریه اینشتین از این مقدار انرژی فوتون، ۲ eV صرف جدا شدن الکترون شده و بقیه به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود.

۳۲- گزینه ۲ انرژی لازم برای جدا شدن الکترون برابر ۱/۲ eV است و اگر فوتون دارای انرژی بیشتر از ۱/۲ eV را به سطح فلز بتابد انرژی جنبشی فوتوالکترتون افزایش می‌یابد. هرچه طول موج پرتو نور (λ) کمتر باشد، انرژی فوتون $\frac{hc}{\lambda}$ بزرگ‌تر شده و انرژی جنبشی فوتوالکترتون بیشتر می‌شود بنابراین بیشترین انرژی جنبشی

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{0/4 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 3 \text{ eV}$$

زمانی است که از $\lambda = 0/4 \mu\text{m} = 0/4 \times 10^{-6}$ استفاده می‌کنیم. انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$K = 3 - 1/2 = 1/2 \text{ eV}$$

بنابراین اگر فوتون با انرژی ۳ eV به سطح فلز بتابد انرژی جنبشی فوتو الکترون خواهد شد:

۳۳- گزینه ۲ قسمتی از انرژی که هر فوتون به الکترون می‌دهد، صرف جدا شدن الکترون از سطح فلز می‌شود و مابقی آن به فوتوالکترتون انرژی جنبشی می‌دهد.

$$E = \frac{hc}{\lambda} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 4 \text{ eV}$$

انرژی فوتون را حساب می‌کنیم:

$$4 - 0/5 = 3/5 \text{ eV}$$

انرژی جنبشی فوتوالکترتون هنگام جدا شدن ۰/۵ eV است بنابراین انرژی که صرف جدا شدن الکترون شده است، برابر است با:

انرژی فوتونی که سبب گردد انرژی جنبشی این الکترون هنگام جدا شدن ۱/۵ eV شود باید $3/5 + 1/5 = 4/5 \text{ eV}$ باشد، بنابراین طول موج این پرتو خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 4/5 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2/4 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 240 \text{ nm}$$

۳۴- گزینه ۱ الکترون با پرتوهای با طول موج ۳۲۰ nm و کمتر از سطح فلز جدا می‌شود بنابراین کمینه انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح این فلز برابر

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{320 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 3/75 \text{ eV}$$

است با:

اگر این الکترون هنگام جدا شدن دارای انرژی جنبشی ۰/۲۵ eV باشد بنابر نظریه اینشتین انرژی فوتون فرودی بر فلز برابر مجموع انرژی لازم برای جدا کردن الکترون و انرژی جنبشی الکترون یعنی $3/75 + 0/25 = 4/6 \text{ eV}$ خواهد بود، بنابراین طول موج فرودی بر فلز خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 4/6 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0/3 \mu\text{m}$$

۳۵- گزینه ۱ اگر فوتونی با انرژی hf به الکترون بتابانیم قسمتی از انرژی صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز و مابقی آن به صورت انرژی جنبشی در فوتوالکترتون

درمی‌آید در این‌جا انرژی لازم برای جدا شدن الکترون تغییر نکرده است از این رو وقتی بیان می‌شود که انرژی جنبشی فوتوالکترتون‌ها ۴ eV افزایش یافته در واقع مفهوم

آن این است که انرژی فوتون فرودی بر فلز ۴ eV افزایش یافته است:

$$hf' - hf = 4 \Rightarrow h(f' - f) = 4 \Rightarrow 4 \times 10^{-15}(f' - f) = 4 \Rightarrow f' - f = 10^{15} \text{ Hz}$$

بنابراین بسامد نور فرودی 10^{15} هرتز افزایش می‌یابد.

۳۶- گزینه ۱ کمترین انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح فلز برابر ۴/۲ eV است و اگر انرژی بیشتر از ۴/۲ به الکترون برسد، اضافه انرژی به انرژی

$$K = E - 4/2 \Rightarrow K = hf - 4/2 \Rightarrow K = \frac{hc}{\lambda} - 4/2, \quad K = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 4/2 \Rightarrow K = 6 - 4/2 \Rightarrow K = 1/8 \text{ eV}$$

جنبشی تبدیل می‌شود.

حال انرژی را به ژول تبدیل واحد می‌کنیم:

$$1/8 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2/88 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad \frac{1}{2} m v^2 = 2/88 \times 10^{-19} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2 = 2/88 \times 10^{-19} \Rightarrow v^2 = 0/64 \times 10^{12} \Rightarrow v = 8 \times 10^5 \text{ m/s}$$

۳۷- گزینه ۳ جنس دو فلز یکسان نیست، در نتیجه کمینه انرژی لازم برای جدا کردن فوتوالکترتون‌ها از فلز آن‌ها متفاوت است. در صورت مسأله بیان شده که انرژی

جنبشی فوتوالکترتون‌ها یکسان است بنابراین باید انرژی فوتون‌های فرودی بر دو فلز متفاوت باشد.

۳۸- گزینه ۱ هرگاه فوتونی با انرژی hf با الکترون سطح فلز بر هم کنش کند، مقداری از انرژی صرف جدا شدن الکترون می‌شود و مابقی به الکترون انرژی

جنبشی می‌دهد. اگر انرژی لازم برای جدا کردن الکترون را با E نشان دهیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) K = hf - E \\ (2) K' = mh f - E \end{array} \right. \xrightarrow{\text{فرض مسأله } K' = 4K} 4K = mh f - E$$

حال با جای گذاری K از معادله (۱) در معادله (۲) داریم:

$$4hf - 4E = mhf - E \Rightarrow 4hf - 3E = mhf \Rightarrow m = \frac{4hf}{hf} - \frac{3E}{hf} \Rightarrow m = 4 - \frac{3E}{hf}$$
 همان طور که مشخص است m از 4 کوچک تر است.

۳۹- گزینه ۱ با افزایش شدت نور ($E = nhf$) تعداد فوتون ها زیاد می شود و آهنگ خروج الکترون ها افزایش می یابد و با افزایش بسامد، انرژی هر فوتون افزایش یافته، انرژی فوتوالکترون ها افزایش می یابد.

۴۰- گزینه ۲ بعضی از الکترون ها محکم تر و بعضی از الکترون ها شل تر به سطح فلز چسبیده اند و برای جدا شدن، انرژی متفاوتی لازم دارند. الکترونی که محکم تر به سطح چسبیده است، هنگام جدا شدن، انرژی جنبشی کمتری خواهد داشت.

۴۱- گزینه ۲ ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می آوریم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{6/6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

تعداد فوتون ها با توان 15 W برابر است با:

$$E_{\text{کل}} = Pt \xrightarrow{E_{\text{کل}} = nh \frac{c}{\lambda}} n \times 3 \times 10^{-19} = 15 \times 1 \Rightarrow n = 5 \times 10^{19} \text{ فوتون}$$

این تعداد فوتون از سطح کره ای به شعاع 10 متر می گذرد پس تعداد فوتون های گذرنده از مردمک چشم خواهد شد:

$4\pi R^2$ مساحت کره	5×10^{19}	$4\pi \times 10^2$	5×10^{19}
πr^2 مساحت مردمک	N	$\pi \times (1 \times 10^{-3})^2$	N

$$\Rightarrow N = \frac{5 \times 10^{19}}{4} = 1/25 \times 10^{19} \Rightarrow N = 1/25 \times 10^{19}$$

۴۲- گزینه ۲ با توجه به نظریه اینشتین، انرژی فوتونی که این الکترون را جدا کرده است برابر مجموع انرژی لازم برای جدا کردن الکترون و انرژی جنبشی الکترون هنگام جدا شدن است.

$$E = 2/8 + 4/2 = 7 \text{ eV}$$

اگر انرژی فوتون دو برابر یعنی 14 eV شود آنگاه انرژی جنبش همان الکترون هنگام جدا شدن برابر است با:

$$14 - 4/2 = 9/2 \text{ eV}$$

۴۳- گزینه ۳ در پدیده فوتوالکتریک، هر فوتون با یک الکترون برهم کنش دارد. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون ها افزایش می یابد اما انرژی هر فوتون ثابت می ماند، بنابراین بیشینه انرژی فوتوالکترون ها و سرعت آن ها ثابت است.

۴۴- گزینه ۳ هرگاه فوتونی با انرژی hf به الکترونی بر سطح فلز برسد قسمتی از این انرژی صرف جدا شدن الکترون از سطح فلز می شود و مابقی به الکترون انرژی جنبشی می دهد. کمترین انرژی برای جدا کردن الکترون از سطح فلز زمانی است که بسامد نور تابیده شده برابر با بسامد آستانه باشد یعنی hf_0 ، بنابراین انرژی این

$$E = hf_0 = 4 \text{ eV} \Rightarrow 4 \times 10^{-19} \times f_0 = 4 \Rightarrow f_0 = 10^{18} \text{ Hz}$$
 فوتون خواهد شد:

با تاباندن پرتویی با طول موج λ ، الکترون از فلز جدا شده است، که برای جدا شدن آن 4 eV انرژی لازم است و انرژی جنبشی که الکترون به دست آورده 8 eV است یعنی انرژی فوتون نور تابیده بر فلز بنا بر نظریه اینشتین برابر $8 + 4 = 12 \text{ eV}$ می شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 10^{-7} \text{ m} = 100 \text{ nm}$$

۴۵- گزینه ۱ مرتبه بزرگی شدت تابش برابر $10^3 \text{ W/m}^2 \approx 1360 \text{ W/m}^2$ که 25% درصد آن به زمین می رسد.

شدت تابش برابر است با انرژی که در مدت 1 s به 1 m^2 از جسم می رسد. با توجه به مساحت سطح زمین که برابر $110 \times 75 \approx 10^4 \text{ m}^2$ است، در مدت 10 ساعت که برابر $10 \times 3600 \approx 36000 \text{ s}$ می باشد انرژی رسیده به زمین چمن برابر است با:

$$E = 10^3 \text{ W/m}^2 \times 10^4 \text{ m}^2 \times 36000 \text{ s} = 3.6 \times 10^{11} \text{ J}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 4 \times 10^{-19} \text{ eV} \cdot \text{s} = 4 \times 10^{-19} \times 1/6 \times 10^{-19} \approx 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ nhf = 10^{10} \text{ J} \Rightarrow nh \frac{c}{\lambda} = 10^{10} \Rightarrow n \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{590 \times 10^{-9}} = 10^{10} \xrightarrow{590 \sim 10^3; 3 \sim 10^0} n \times 10^{-34} \times \frac{10^8}{10^{-6}} = 10^{10} \Rightarrow n = 10^{30} \end{array} \right.$$

۴۶- گزینه ۲ اگر انرژی فوتونی که بر فلز می تابد برابر hf باشد، مقدار hf_0 از انرژی فوتون صرف جدا شدن الکترون و بقیه آن تبدیل به انرژی جنبشی فوتوالکترون می شود. از طرفی با توجه به سؤال تندی بیشینه در حالت دوم 2 برابر حالت اول است و می دانیم که $K = \frac{1}{2} mv^2$ می باشد پس انرژی جنبشی در حالت

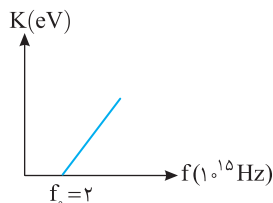
دوم 4 برابر حالت اول است:

$$\left. \begin{array}{l} K_{\text{max}} = hf - hf_0 \Rightarrow 4K_{\text{max}} = 4hf - 4hf_0 \\ 4K_{\text{max}} = hf - \frac{hf_0}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow hf - \frac{hf_0}{2} = 4hf - 4hf_0 \Rightarrow \frac{3}{2} hf_0 = 3hf \Rightarrow f = \frac{1}{6} f_0$$

۴۷- گزینه ۲ ابتدا انرژی فوتون را به دست می آوریم.

$$E = hf = 4/1 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{15} = 8/2 \text{ eV}$$

اگر این فوتون به سست ترین الکترون برخورد کند به آن انرژی جنبشی برابر $8/2 - 6 = 2/2 \text{ eV}$ می دهد. اما اگر این فوتون با الکترون هایی که به سطح فلز وابستگی بیشتری دارند برهم کنش داشته باشد، انرژی جنبشی آن ها هنگام جدا شدن از $2/2 \text{ eV}$ کمتر خواهد شد که در گزینه (۲) انرژی جنبشی الکترون از $2/2 \text{ eV}$ کمتر است.



با توجه به نمودار کمترین انرژی برای جدا کردن الکترون برابر $hf_0 = h \times 2 \times 10^{15}$ می‌باشد.

$$E_1 = hf_0 \Rightarrow E_1 = 4/1 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} = 8/2 \text{ eV}$$

با بسامد 3×10^{15} قسمتی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون و مابقی به فوتوالکترون انرژی جنبشی می‌دهد

$$K = hf - 8/2 \Rightarrow K = 4/1 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{15} - 8/2 = 4/1 \text{ eV}$$

۴۸- گزینه ۱

(B)

۴۹- گزینه ۲ اجسام در هر دمایی تابش گرمایی دارند که در دماهای معمولی این تابش در محدوده امواج فرسرخ می‌باشد و با افزایش دما، تابش در محدوده نورهای مرئی قرار می‌گیرد بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) درست است. گازهای رقیق و کم‌فشار به دلیل برهم‌کنش ضعیف دارای طیف خطی می‌باشند، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

۴۹- گزینه ۲

(A)

۵۰- گزینه ۲ در جامدها برهم‌کنش بین اتم‌ها قوی بوده بنابراین تابش گرمایی آن‌ها طیف پیوسته تشکیل می‌دهد.

۵۰- گزینه ۲

(A)

۵۱- گزینه ۲ گازها و بخار عنصرها وقتی که تحریک می‌شوند دارای طیف نشری خطی هستند.

۵۱- گزینه ۲

(A)

۵۲- گزینه ۳ رنگ نور گسیل‌شده و طیف خطی ایجاد شده از تخلیه الکتریکی درون یک لامپ به نوع گاز درون لامپ بستگی دارد بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست است. در تمام طیف‌های تشکیل شده از برانگیختگی گاز درون لامپ طیف خطی می‌باشد و گزاره (پ) نادرست است.

۵۲- گزینه ۳

(A)

۵۳- گزینه ۳ $n' = 3$ است، بنابراین الکترون‌ها از ترازهای بالاتر به تراز $n' = 3$ می‌آیند. خطوط این طیف مربوط به رشته پاشن و طول موج‌های گسیل‌شده در ناحیه فرسرخ است.

۵۳- گزینه ۳

(A)

۵۴- گزینه ۴ در رابطه داده شده، الکترون در تراز $n = 3$ قرار دارد و می‌تواند به تراز $n' = 2$ برود، سپس به تراز $n' = 1$ برود و یا مستقیماً از $n = 3$ به $n' = 1$ پرش کند، بنابراین یک فوتون در ناحیه مرئی بالمر و دو فوتون در ناحیه فرابنفش رشته لیمان را ممکن است گسیل کند.

۵۴- گزینه ۴

(B)

۵۵- گزینه ۳ الکترون در تراز $n = 2$ قرار دارد و تنها زمانی موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به تراز $n' = 1$ برود در این صورت بلندترین طول موج گسیلی رشته لیمان را در ناحیه فرابنفش گسیل می‌کند.

۵۵- گزینه ۳

(A)

۵۶- گزینه ۱ وقتی در رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ ، $n' = 2$ باشد، سری طول موج‌های گسیلی مربوط به سری بالمر بوده که دارای چهار طول موج گسیلی مرئی و یک طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است.

۵۶- گزینه ۱

(A)

۵۷- گزینه ۳ مقصد الکترون تراز $n' = 4$ است بنابراین، طول موج‌های گسیلی مربوط به رشته براکت بوده و در ناحیه فرسرخ طیف موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارند.

۵۷- گزینه ۳

(A)

۵۸- گزینه ۳ رشته براکت یعنی $m = n_L = 4$ با توجه به رابطه مسأله $n_U = m + 2 = 6$ است. اکنون به کمک رابطه بالمر-ریدبرگ مسأله را حل می‌کنیم.

۵۸- گزینه ۳

(B)

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \frac{9-4}{144} \Rightarrow \lambda = 2880 \text{ nm} = 2/88 \mu\text{m}$$

۵۹- گزینه ۱ در رشته بالمر پرتوهای فرابنفش و مرئی وجود دارند.

۵۹- گزینه ۱

(A)

۶۰- گزینه ۱ در طیف اتمی هیدروژن در سری‌های پاشن، براکت و پفوند تمام طول موج‌های گسیل‌شده در ناحیه فرسرخ بوده و در سری لیمان تمام طول موج‌ها در ناحیه فرابنفش و در سری بالمر، فرابنفش و مرئی هستند.

۶۰- گزینه ۱

(A)

۶۱- گزینه ۳ الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n = 1$ رفته است. هرگاه مقصد الکترون تراز $n = 1$ باشد، آن رشته، رشته لیمان است و طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش طیف موج‌های الکترومغناطیسی می‌باشد.

۶۱- گزینه ۳

(A)

۶۲- گزینه ۳ برای گسیل پرتو فرابنفش باید الکترون از مدارهای بالاتر به $n' = 1$ (سری لیمان) برود و یا اینکه در سری بالمر از $n = 7$ به $n' = 2$ برود که در گزینه (۳) این‌گونه است.

۶۲- گزینه ۳

(A)

۶۳- گزینه ۳ با توجه به رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ داریم:

$$\frac{1}{1200} = 10^{-2} \times \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1200} = 10^{-2} \times \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} = \frac{4-3}{36} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow n = 6$$

با توجه به اینکه گذار مربوط به رشته پاشن است $n' = 3$ می‌باشد. از این رو:

۶۴- گزینه ۱

(A)

۶۴- گزینه ۱ مقصد الکترون تراز $n' = 2$ بوده، بنابراین این طول موج مربوط به رشته بالمر است، اکنون به کمک رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن، n را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = 10^{-1} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{720} = \frac{180-1}{720} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

۶۵- گزینه ۴ هنگامی که بیان می‌شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون تراز انرژی $n'=2$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{3600}{5} \Rightarrow \lambda = 720 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 720 \times 10^{-9} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

۶۶- گزینه ۴ با توجه به رابطه ریذبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{450} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{450} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{450} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{450 - 4}{4 \times 450} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{446}{1800} \Rightarrow n^2 = \frac{1800}{446} \Rightarrow n = 2$$

در رشته بالمر $n'=2$ است، بنابراین:

۶۷- گزینه ۱ در رشته پفوند بسامدها از پاشن، بالمر و لیمان کمتر است.

۶۸- گزینه ۲ بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن مربوط به سری بالمر است، هنگامی که الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R} = \frac{7}{2}$$

۶۹- گزینه ۳ پراثری‌ترین فوتون دارای کوتاه‌ترین طول موج بوده و الکترون در اتم هیدروژن وقتی از دورترین تراز به تراز $n'=2$ برود این فوتون را گسیل می‌کند (وقتی بیان می‌شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون تراز $n'=2$ است). اکنون به کمک رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 400 \text{ nm}$$

۷۰- گزینه ۴ در گزینه (۲)، الکترون از تراز $n_1=3$ به تراز $n_2=1$ می‌رود و در گزینه (۳)، الکترون از تراز $n_1=2$ به تراز $n_2=1$ می‌رود بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار گزینه (۲) بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر است. از طرفی کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر از بلندترین طول موج سری لیمان بلندتر است، بنابراین طول موج گسیلی در گذار از $n_1=7$ به $n_2=2$ در سری بالمر قطعاً از گذار از $n_1=3$ به $n_2=1$ در سری لیمان بلندتر است، از این رو پاسخ گزینه (۴) است.

۷۱- گزینه ۴ کم انرژی‌ترین فوتون بالمر دارای بلندترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=3$ به $n=2$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{5}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R}$$

پراثری‌ترین فوتون براکت دارای کوتاه‌ترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=\infty$ به $n=4$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{16}{R} \quad , \quad \frac{E_{\text{بالمر}}}{E_{\text{براکت}}} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{h \frac{c}{\lambda'}} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{16}{\frac{36}{5}} = \frac{20}{9}$$

۷۲- گزینه ۱ رشته بالمر یعنی $n_L=2$ از این‌رو:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی یعنی الکترون از بالاترین تراز $n=\infty$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}$$

بلندترین طول موج گسیلی یعنی الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{36}{5R} - \frac{4}{R} = \frac{16}{5R}$$

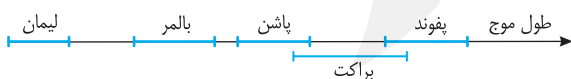
گستره طول موج سری بالمر خواهد شد:

۷۳- گزینه ۱ گسیل نور مرئی توسط اتم هیدروژن در سری بالمر ($n'=2$) اتفاق می‌افتد و کوتاه‌ترین طول موج نور مرئی وقتی است که الکترون از تراز $n=6$ به

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{9-1}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{8R} = \frac{9}{2R} \text{ nm}$$

تراز $n'=2$ برود، بنابراین با توجه به رابطه بالمر - ریذبرگ خواهیم داشت:

۷۴- گزینه ۴ با توجه به نمودار طول موج گسیلی روبه‌رو، گزینه (۴) درست است.



۷۵- گزینه ۴ با توجه به الگوی اتمی رادرفورد، الکترون در حال گردش به گرد هسته، چون دارای حرکت شتابدار است از خود تابش گسیل کرده و با از دست دادن تدریجی انرژی، بر هسته سقوط می‌کند.

۷۶- گزینه ۴ دقیقاً نتیجه‌ای است که از آزمایش رادرفورد گرفته شده و رادرفورد الگوی خود را بر آن اساس بنا کرده است، بنابراین گزینه (۱) و (۲) درست است. پایداری اتم توسط الگوی اتمی رادرفورد قابل توجیه نیست و گزینه (۳) نادرست است.

۷۷- گزینه ۱ آزمایش رادرفورد وجود هسته در ناحیه مرکزی اتم با بار مثبت را مشخص کرد که اطراف آن را الکترون‌ها با بار منفی، در فاصله زیاد احاطه کرده‌اند. وجود بارهای مثبت و منفی در اتم قبل از آزمایش رادرفورد شناخته شده بود.

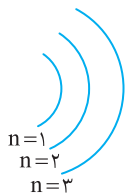
۷۸- گزینه ۲ در مدل اتمی رادرفورد با توجه به فیزیک کلاسیک با چرخش الکترون، توسط الکترون امواج الکترومغناطیسی تولید می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون یکسان است. با تولید این موج الکترومغناطیسی انرژی الکترون کاسته شده در نتیجه شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کاسته شده و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر می‌شود، بنابراین بسامد موج الکترومغناطیسی نیز زیاد شده و موج الکترومغناطیسی دارای طول موج‌های کوتاه‌تر می‌شود.

۷۹- گزینه ۳ این آزمایش ورقه طلا به وسیله پرتو α می‌باشد که تعداد کمی از پرتوهای α با زاویه بیش از 90° باز می‌گردد که رادرفورد برخلاف مدل تامسون به این نتیجه رسید که در اتم مراکز بسیار چگال و بار مثبت وجود دارد، بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست و گزاره (پ) نادرست است.

۸۰- گزینه ۳ در مدل اتمی رادرفورد بنا بر فیزیک کلاسیک حرکت الکترون به دور هسته یک حرکت شتابدار می‌باشد که سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود، چون منبع تولید امواج الکترومغناطیسی حرکت شتابدار ذره باردار می‌باشد. همچنین همواره بسامد چشمه و بسامد موج با هم برابر است پس بسامد امواج الکترومغناطیسی با بسامد چشمه که بسامد حرکت الکترون است برابر است.

۸۱- گزینه ۳ در الگوی اتمی تامسون و الگوی اتمی رادرفورد نمی‌توان خطی و منحصر به فرد بودن طیف عنصرها را توجیه کرد. در الگوی اتمی بور با فرض گسسته بودن انرژی الکترون در ترازهای انرژی و این که الکترون در این ترازها تابش گسیل نمی‌کند و تنها زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌رود، می‌توان خطی بودن طیف را توجیه کرد از طرفی چون هر اتم دارای ترازهای انرژی ویژه خود است بنابراین بنا بر الگوی اتمی بور هر عنصر تابش منحصر به خود را خواهد داشت.

۸۲- گزینه ۲ با توجه به الگوی اتمی بور اگر شعاع اولین مدار حرکت الکترون به گرد هسته اتم هیدروژن را با a_0 نمایش دهیم، شعاع بقیه مدارها برابر $r_n = n^2 a_0$ می‌شود که در آن n شماره مدار است.



$$\begin{aligned} n=1 &\Rightarrow r_1 = a_0 && \Rightarrow r_2 - r_1 = 3a_0 \\ n=2 &\Rightarrow r_2 = 4a_0 && \Rightarrow r_3 - r_2 = 5a_0 \\ n=3 &\Rightarrow r_3 = 9a_0 && \Rightarrow r_4 - r_3 = 7a_0 \\ n=4 &\Rightarrow r_4 = 16a_0 \end{aligned}$$

بنابراین در الگوی اتمی بور با افزایش شماره مدار فاصله مدارها از هم افزایش می‌یابد.

۸۳- گزینه ۱ با توجه به الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ بوده که در آن $E_R = 13.6 \text{ eV}$ است.

$$\begin{aligned} n=4 & \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\Rightarrow E_1 = -E_R \\ n=2 &\Rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{4} \\ n=3 &\Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9} \end{aligned} \right. \\ E_2 - E_1 &= -\frac{E_R}{4} - (-E_R) = \frac{3}{4} E_R \\ E_3 - E_2 &= -\frac{E_R}{9} - (-\frac{E_R}{4}) = \frac{5}{36} E_R \end{aligned} \Rightarrow E_3 - E_2 < E_2 - E_1$$

با افزایش شماره تراز، اختلاف انرژی ترازها از یکدیگر کاهش می‌یابد.

۸۴- گزینه ۱ با توجه به رابطه $E = -\frac{ke^2}{2r}$ ، انرژی الکترون $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

۸۵- گزینه ۳ با توجه به الگوی اتمی بور در مورد شعاع مدار چرخش الکترون:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow r_3 = 9a_0 \Rightarrow r_3 - r_1 = 8a_0$$

۸۶- گزینه ۲ انرژی الکترون در تراز $n=1$ و $n=5$ را به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -E_R \\ n=5 \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25} \end{cases} \Rightarrow E_5 - E_1 = -\frac{E_R}{25} - (-E_R) \Rightarrow E_5 - E_1 = \frac{24}{25} E_R = 0.96 E_R$$

۸۷- گزینه ۲ با توجه به الگوی اتمی بور: $r_n = n^2 a_0 \xrightarrow{n=3} r_3 = 9a_0 \Rightarrow r_3 = 9r_1$ ، $E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=3} E_3 = -\frac{E_R}{9} \Rightarrow E_3 = \frac{1}{9} E_1$

۸۸- گزینه ۴ ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع مدار چرخش الکترون چند برابر می‌شود:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \frac{r_3}{r_1} = \frac{3^2}{1^2} \Rightarrow \frac{r_3}{r_1} = \frac{9}{1}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_3}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

نیروی الکتریکی با مجذور فاصله نسبت وارون دارد از این رو:

۸۹- گزینه ۳ انرژی ترازها را به دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_4 - E_2 = -\frac{E_R}{16} + \frac{E_R}{4} = -\frac{3}{16} E_R = -0.1875 E_R = -2.55 \text{ eV}$$

۹۰- گزینه ۲ با مقایسه رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ و رابطه بور $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ مشخص می‌شود که $R = \frac{E_R}{hc}$ است.

۹۱- گزینه ۳ با توجه به رابطه انرژی فوتون با طول موج می توان نوشت:

$$\begin{cases} E = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

با مقایسه رابطه به دست آمده با رابطه بالمر - ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ خواهیم داشت:

$$R = \frac{A}{hc} \Rightarrow A = Rhc$$

۹۲- گزینه ۲ کم انرژی ترین فوتون در رشته براکت هنگامی گسیل می شود که الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=4$ پرش کند. بنا بر الگوی اتمی بور انرژی

الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ بوده و هرگاه الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین تر برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می کند از این رو

انرژی فوتون گسیلی خواهد شد:

$$E_5 - E_4 = -\frac{E_R}{25} - \left(-\frac{E_R}{16} \right) = \frac{(25-16)}{400} E_R = \frac{9}{400} E_R$$

۹۳- گزینه ۱ انرژی هر تراز برابر $E = -\frac{E_R}{n^2}$ است:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1^2} \\ E_4 = \frac{-E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_4 - E_1 = \frac{15}{16} E_R, \quad \begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1} \\ E_4 = \frac{-E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow \Delta E' = E_4 - E_1 = \frac{3}{4} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{15}{16} E_R}{\frac{3}{4} E_R} = \frac{5}{4} = 1/25$$

۹۴- گزینه ۴ بنا بر الگوی اتمی بور، الکترون وقتی فوتون گسیل می کند که از یک تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین تر پرش کند. الکترون در تراز $n=4$ است و هنگامی

که به تراز $n'=1$ پرش کند، پراثری ترین فوتون خود را گسیل می کند. $E = E_n - E_{n'} = -\frac{E_R}{n^2} - \left(-\frac{E_R}{n'^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow E = E_R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow E = \frac{15}{16} E_R$

۹۵- گزینه ۱ هنگامی که الکترون از تراز بالا به تراز پایین تر منتقل شود، انرژی به صورت فوتون گسیل می کند که چون بلندترین طول موج گسیلی یعنی سؤال کمترین

انرژی فوتون رامی خواهد بود از تراز بالای $n_U = 4$ به تراز پایین $n_L = 3$ منتقل شود. $hf = E_U - E_L \Rightarrow hf = \frac{-E_R}{16} - \left(\frac{-E_R}{9} \right) \Rightarrow hf = \frac{7}{144} E_R$

اما الکترون با جذب فوتون به تراز بالاتر می رود و هرچه طول موج کوتاه تر باشد، انرژی فوتون بیشتر می شود و الکترون به تراز بالاتر منتقل خواهد شد. بیشترین انرژی فوتون جذب شده هنگامی است که الکترون با جذب آن به تراز ∞ برود و یونش آن اتفاق بیفتد، از این رو:

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow hf = \frac{-E_R}{\infty^2} - \left(\frac{-E_R}{4^2} \right) \Rightarrow hf = \frac{E_R}{16}, \quad \text{نسبت دو انرژی: } \frac{\frac{7}{144} E_R}{\frac{E_R}{16}} = \frac{7 \times 16}{144} = \frac{7}{9}$$

۹۶- گزینه ۱ بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن شعاع مدار الکترون برابر است با:

$$r_n = n^2 r_1 \Rightarrow 16 r_1 = n^2 r_1 \Rightarrow n = 4$$

طول موج گسیل شده از پرش الکترون از هر تراز n به تراز پایه $n=1$ مربوط به سری لیمان است.

۹۷- گزینه ۳ با توجه به الگوی اتمی بور خواهیم داشت:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = -E_R \\ E_4 = -\frac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) \Rightarrow \Delta E = \frac{15}{16} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{E_R} = \frac{15}{16} \approx 94\%$$

الکترون با دریافت انرژی از تراز $n_1 = 1$ به تراز $n_2 = 4$ می رود و انرژی آن افزایش می یابد.

۹۸- گزینه ۳ انرژی الکترون در تراز $n=2$ برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{4}$$

به این مقدار ۸۴٪ انرژی افزوده شده است.

$$E_{n'} = -\frac{E_R}{4} + \frac{84}{100} \times \frac{E_R}{4} = \frac{-16}{100} \frac{E_R}{4} = \frac{-E_R}{25} \Rightarrow n' = 5$$

۹۹- گزینه ۱ انرژی الکترون در تراز $n'=5$ برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25}$$

انرژی الکترون از $n=5$ به اندازه $96\% E_R$ افزایش یافته است از این رو:

$$E_5 - E_n = 96\% E_R \Rightarrow -\frac{E_R}{25} - \left(-\frac{E_R}{n^2} \right) = \frac{96}{100} E_R \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = \frac{96}{100} E_R + \frac{E_R}{25} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = E_R \Rightarrow n = 1$$

انرژی الکترون در هر تراز بنا به مدل اتمی بور خواهد شد.

۱۰۰- گزینه ۲

(B)

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_f = -\frac{E_R}{16} \\ E_v = -\frac{E_R}{4} \end{cases} \Rightarrow E_v - E_f = -\frac{E_R}{4} - \left(-\frac{E_R}{16}\right) \Rightarrow \Delta E_{v \rightarrow f} = \frac{-3}{16} E_R$$

$$\text{درصد تغییرات: } \frac{\Delta E_{v \rightarrow f}}{E_f} \times 100 = \frac{\frac{-3}{16} E_R}{-\frac{E_R}{16}} = 3 \times 100 = 300\%$$

الکترون با از دست دادن انرژی از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ می‌رود و انرژی آن کاهش می‌یابد.

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow \frac{3E_R}{36} = \frac{-E_R}{n^2} - \frac{-E_R}{9} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = \frac{E_R}{36} \Rightarrow n=6$$

الکترون با جذب انرژی به تراز بالاتر می‌رود

۱۰۱- گزینه ۱

(B)

در تراز $n=3$ شعاع مدار برابر $a_3 = 3^2 a_0 = 9a_0$ است و در تراز $n=6$ شعاع مدار به صورت $a_6 = 6^2 a_0 = 36a_0$ می‌باشد، بنابراین شعاع مدار $a_6 = \frac{36a_0}{9a_0} = 4$ برابر می‌شود.

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow \frac{3E_R}{36} = \frac{-E_R}{n^2} - \frac{-E_R}{9} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = \frac{E_R}{36} \Rightarrow n=6$$

۱۰۲- گزینه ۴

(B)

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_n = \frac{13/6}{25} \Rightarrow E_n = 0.544 \text{ eV}$$

بنابراین تراز $n+1=5$ است و انرژی الکترون در این تراز برابر است با:

$$E_n - E_{n+1} = 0.85 - 0.544 = 0.306 \text{ eV}$$

چون الکترون انرژی گسیل کرده بنابراین الکترون از تراز $n=4$ به تراز پایین‌تر آمده است.

۱۰۳- گزینه ۲

(B)

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow \frac{3}{16} E_R = \frac{-E_R}{16} - E_L \Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{16} - \frac{3E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-4E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{4}$$

با توجه به رابطه ریذبرگ:

۱۰۴- گزینه ۱

(B)

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{112/5} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} = \frac{100}{112/5} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n'=1 \\ n=3 \end{cases}$$

ابتدا طول موج پرتو گسیل شده را حساب می‌کنیم:

۱۰۵- گزینه ۳

(B)

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} \approx \frac{3}{562} \times 10^{-4} = \frac{1}{200} \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-7} \times 10^{-4} = 500 \text{ nm}$$

λ در محدوده نور مرئی به دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=2$ صدق می‌کند که تنها در گزینه (۳)، $n'=2$ بیان شده است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -\frac{1}{16} E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n=4$$

با توجه به الگوی اتمی بور:

۱۰۶- گزینه ۲

(A)

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{15}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow n'=1$$

با توجه به رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن:

$$\frac{-13/6}{n_1^2} = -0.85 \Rightarrow n_1^2 = 16 \Rightarrow n_1 = 4$$

انرژی الکترون در هر تراز برابر $-\frac{E_R}{n^2}$ است:

۱۰۷- گزینه ۲

(B)

$$\frac{-13/6}{n_2^2} = -3/4 \Rightarrow n_2^2 = 4 \Rightarrow n_2 = 2$$

شعاع مدار الکترون در این ترازا خواهد شد:

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} n_1=4 \rightarrow r_1 = 16a_0 \\ n_2=2 \rightarrow r_2 = 4a_0 \end{cases}$$

$$\text{درصد تغییرات شعاع} = \frac{\Delta r}{r_1} \times 100 = \frac{4a_0 - 16a_0}{16a_0} \times 100 = \frac{-12a_0}{16a_0} \times 100 = -75\%$$

بنابراین شعاع ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

۱۰۸- گزینه ۲ راه حل اول: در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیه نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج ۶۵۶nm، سبز با طول موج ۴۸۶nm، آبی با طول موج ۴۳۴nm و بنفش با طول موج ۴۱۰nm که همگی مربوط به سری طول موج‌های بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=2$ می‌رود. طول موج ۶۶۰nm از بقیه طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می‌باشد به همین دلیل الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ می‌رود.

راه حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می‌کنیم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4/136 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 1/88 eV$$

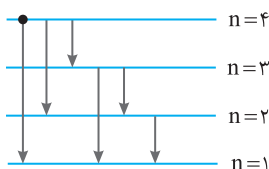
که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=3$ و $n'=2$ یکسان است:

$$E_3 - E_2 = -1/51 - (-3/39) \Rightarrow E_3 - E_2 = 1/88 eV$$

۱۰۹- گزینه ۴ اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیه گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.

۱۱۰- گزینه ۳ با توجه به شکل، مبدأ الکترون تراز $n=5$ و مقصد آن تراز $n=2$ بوده بنابراین الکترون طول موج مرئی رشته بالمر را گسیل می‌کند.

۱۱۱- گزینه ۲ نور مرئی مربوط به رشته بالمر است که در آن $n'=2$ بوده و الکترون از ترازهای بالاتر به تراز ۲ برمی‌گردد. بلندترین طول موج وقتی گسیل می‌شود که الکترون از یک تراز بالاتر به تراز مجاور پایین برمی‌گردد. بنابراین گذار الکترون از تراز ۳ به تراز ۲ است.



۱۱۲- گزینه ۳ راه حل اول: با توجه به شکل روبه‌رو، ۶ نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل کند.

ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=1$ را می‌شماریم:

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=2$ را می‌شماریم:

سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=3$ را می‌شماریم:

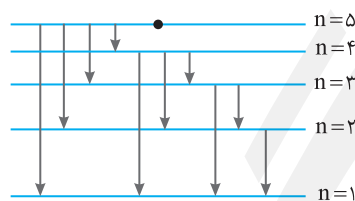
راه حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۴ را با هم جمع کنیم:

$$3+2+1=6$$

۱۱۳- گزینه ۳ تراز که در آن انرژی بستگی الکترون (انرژی یونش) $85 eV$ است، تراز چهارم است که تعداد گذارهای ممکن در آن شش گذار است.

$$4 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3$$

۱۱۴- گزینه ۲ با توجه به رابطه ریبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{5^2} \right)$ ، تراز مبدأ الکترون $n=5$ بوده که از این تراز



۴ نوع فوتون با $\Delta n=1$

۳ نوع فوتون با $\Delta n=2$

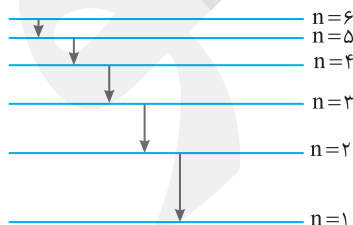
۲ نوع فوتون با $\Delta n=3$

۱ نوع فوتون با $\Delta n=4$

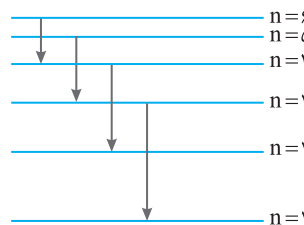
$$4+3+2+1=10$$

راه حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۵ را با هم جمع کنیم:

۱۱۵- گزینه ۴ با توجه به ترازهای کشیده شده و اینکه انتقال تراز $\Delta n=1$ یا $\Delta n=2$ مجاز است. تعداد گذارها برابر است با:



گذرها با $\Delta n=1$: ۵ فوتون مختلف



گذرها با $\Delta n=2$: ۴ فوتون مختلف

بنابراین تعداد فوتون‌ها با انرژی مختلف برابر $5+4=9$ می‌باشد.

۱۱۶- گزینه ۱ انرژی بستگی الکترون برابر مقدار انرژی است که برای خارج کردن الکترون از اتم باید به الکترون داده شود که به آن انرژی یونش نیز می‌گویند.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=2} E_2 = -\frac{13/6}{2^2} \Rightarrow E_2 = -3/4 eV$$

بنابراین انرژی بستگی الکترون $3/4 eV$ است.

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{15} \Rightarrow E = 12 \text{ eV}$$

$$-13/5 + 12 = -1/5 \text{ eV}$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_1 = -13/5 \text{ eV}, \quad \frac{E_n}{E_1} = \frac{-1/5}{-13/5} \Rightarrow 9 = \frac{1}{n^2} \Rightarrow n = 3$$

۱۱۷- گزینه ۳ ابتدا انرژی فوتون‌های نور را به دست می‌آوریم:

انرژی الکترون با دریافت این فوتون خواهد شد:

اکنون باید مشخص کنیم که الکترون به کدام تراز انرژی می‌رود:

در این صورت الکترون به تراز $n = 3$ می‌رود و در بازگشت ۳ نوع فوتون می‌تواند گسیل کند.

۱۱۸- گزینه ۴ برای یونیزه شدن باید الکترون از حالت پایه $n = 1$ به حالت $n = \infty$ برود. فوتونی که در این حالت دریافت می‌کند برابر فوتونی است که هنگام گذر از $n = \infty$ به $n = 1$ آزاد می‌کند. در واقع طول موج جذبی یا طول موج گسیلی برابر است. از این رو:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.1 \times 10^7 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

۱۱۹- گزینه ۳ بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن که الکترون از تراز $n = 1$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n = 2$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیه فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=1} E_1 = -13/5 \text{ eV}$$

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 13/5 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda \approx 882 \times 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \lambda \approx 882 \text{ nm}$$

انرژی فوتون باید برابر $13/5 \text{ eV}$ باشد از این رو:

بنابراین طول موج در ناحیه فرابنفش است.

۱۲۰- گزینه ۳ انرژی الکترون در مدارهای مختلف اتم هیدروژن برابر است با $-\frac{E_R}{n^2}$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_R = \frac{21/76 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 13/5 \text{ eV}, \quad E_{n'} - E_n = \frac{16/32 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2 \text{ eV}, \quad \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow n' = 1, n = 2$$

۱۲۱- گزینه ۲ نور گسیل شده از یک قطعه تنگستن گداخته دارای طیف پیوسته است اما وقتی این نور از گاز نئون می‌گذرد و در طیف‌نما تشکیل می‌شود، رنگین‌مانی با یک سری خطوط تاریک دیده می‌شود که به این طیف، طیف جذبی خطی عنصر (گاز نئون) می‌گویند.

۱۲۲- گزینه ۴ هرگاه جسم جامدی ملتهب شود و از خود نور گسیل کند، چنانچه نور آن را به یک منشور بتابانیم، یک رنگین‌مان خواهیم دید که تمام طول موج بدون فاصله در کنار هم قرار دارند که به آن طیف نشری (گسیلی) پیوسته گویند. اگر این آزمایش را برای هر جسم جامد مانند آهن با رنگ تیره، طلا با رنگ زرد، شیشه بدون رنگ و ... تکرار کنیم، نتیجه یکسان است، بنابراین با استفاده از طیف نشری (گسیلی) پیوسته نمی‌توان به نوع عنصر پی برد. اما هرگاه بخار عنصر و یا عنصر در حالت گازی را تحریک کنیم (آن را گرم کنیم، یا از آن جریان الکتریکی بگذرانیم و یا آن را به پلتاز بالا متصل کنیم) از خود موج‌های الکترومغناطیسی و نور گسیل می‌کند، اگر این نور را به یک منشور بتابانیم برخلاف جسم جامد، در طیف بخار عنصر، خط‌های روشن و گسسته دیده می‌شود که آن را طیف گسیلی (نشری) خطی عنصر گویند. که برای هر عنصر منحصر به فرد بوده و در شناسایی عنصر کاربرد دارد. از طرفی اگر به یک بخار عنصر یا گاز نور سفید بتابانیم و نور عبوری از بخار عنصر را به یک طیف‌نما بتابانیم، رنگین‌مان هفت‌رنگ نور سفید دیده می‌شود که در آن چند خط تاریک وجود دارد که این خط‌های تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط عنصر جذب شده است. به طیف نور سفید با خط‌های تاریک، طیف جذبی خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصر به فرد است. این طیف نیز در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

۱۲۳- گزینه ۳ در شکل اول، تابش حاصل از برانگیختگی یک گاز کم فشار گاز هیدروژن توسط منشور طیف‌نمایی شده، که این طیف گسیلی خطی است.

در شکل دوم، تابش حاصل از دمای بالای رشته تنگستن لامپ که یک جامد بوده و دارای برهم کنش قوی است طیف گسیلی پیوسته تشکیل می‌شود.

در شکل سوم، نور حاصل از تنگستن از بین گازهای هیدروژن عبور کرده و برخی از خط‌ها توسط این گاز جذب می‌شوند و طیف آن جذبی خطی است.

۱۲۴- گزینه ۳ در سال ۱۸۱۴ فرانسه‌ای برای اولین بار در طیف نور خورشید، خطوط تاریکی را مشاهده کرد. امروزه می‌دانیم طول موج‌هایی از نور خورشید هنگام عبور نور از جو خورشید و جو زمین جذب می‌شوند که در طیف خورشید، این خط‌های تاریک جذبی را ایجاد می‌کنند. به کمک این خط‌های تاریک و مقایسه آن‌ها با طیف جذبی خطی عنصرهای شناخته شده، می‌توان به عنصرهای موجود در اتمسفر زمین و اتمسفر خورشید پی برد.

۱۲۵- گزینه ۲ خطوط فرانسه‌ای در طیف خورشید بیانگر طول موج‌های جذب شده توسط عناصر موجود در جو خورشید و زمین است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

هر عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که اگر به اندازه کافی تحریک شود آن‌ها را گسیل می‌کند، بنابراین گزینه (۲) درست است. طیف گازهای رقیق طیف اتمی عنصر است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. گسیل نور توسط اتم در اثر گذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱۲۶- گزینه ۲ مدل بور نه تنها در مورد اتم هیدروژن بلکه در مورد اتم‌های هیدروژن گونه مانند اتم لیتیم که دو الکترون خود را از دست داده و دارای یک الکترون است با تجربه سازگاری خوبی دارد و گزاره (الف) نادرست است. این مدل انرژی یونش، پایداری اتم و طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن را با موفقیت توجیه می‌کند و گزاره (ب) و (ت) درست است. این مدل قادر به توجیه تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی و همچنین اتم‌های دارای چند الکترون موفق نیست و گزاره (پ) نادرست است. بنابراین دو گزاره (ب) و (ت) درست هستند.

۱۲۷- گزینه ۱ لیزر باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم انرژی است.

۱۲۸- گزینه ۳ هرگاه الکترون در تراز E_U قرار داشته باشد چنانچه فوتونی با انرژی $E_U - E_L$ به اتم بنابانیم، در اثر گسیل القایی الکترون به تراز E_L می‌رود.

۱۲۹- گزینه ۳ در لیزر انرژی فوتونی که سبب گسیل القایی می‌شود با اختلاف انرژی تراز پایه و تراز برانگیخته برابر است.

۱۳۰- گزینه ۲ در واقع اتم در حالت اول برانگیخته است که با گسیل خودبه‌خودی یک فوتون که انرژی‌اش با اختلاف انرژی دو تراز برابر است به حالت پایه می‌رود.

۱۳۱- گزینه ۴ نور لیزر از جنس نور مرئی است. در نور مرئی لامپ فوتون‌ها به انرژی‌های متفاوت در تمام جهات گسیل می‌شوند اما در نور مرئی لیزر، نور از فوتون‌های کاملاً مشابه که در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل شده است.

۱۳۲- گزینه ۲ شکل (الف) گسیل فوتون و یا گسیل خودبه‌خودی را نشان می‌دهد. شکل (ب) جذب فوتون توسط الکترون و گذار به تراز بالاتر را نشان می‌دهد. شکل (پ) وارونی جمعیت در عمل لیزر کردن را نشان می‌دهد. شکل (ت) گسیل القایی که اساس کار لیزر است نشان داده شده است.

۱۳۳- گزینه ۱

$$\begin{cases} E = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow n \frac{hc}{\lambda} = Pt \Rightarrow n = \frac{4/5 \times 660 \times 10^{-9}}{6/6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \Rightarrow n = 1/5 \times 10^{19} \\ E = Pt \end{cases}$$

۱۳۴- گزینه ۴ نیروی رپایش بین هسته و الکترون طبق رابطه $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ ، با مجذور فاصله رابطه عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{F_3}{F_4} = \left(\frac{r_4}{r_3}\right)^2 = \left(\frac{a_0}{4a_0}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

۱۳۵- گزینه ۴ در دماهای پایین گسیل هیدروژن در ناحیه فرورسرخ (رشته پفوند) و در دماهای بالا در ناحیه فرابنفش (رشته لیمان) خواهد بود.

۱۳۶- گزینه ۱ در الگوی اتمی بور، با افزایش شماره مدار و دور شدن از هسته، فاصله مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته بیشتر می‌شود.

۱۳۷- گزینه ۲ با افزایش شماره تراز اختلاف انرژی ترازاها کاهش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

۱۳۸- گزینه ۲ رشته پاشن به معنی گذار الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=3$ است و بلندترین آن هنگامی است که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ پرش کند. در این صورت:

$$\frac{r_3}{r_4} = \frac{3^2 a_0}{4^2 a_0} = \frac{9}{16}, \quad \frac{E_3}{E_4} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

۱۳۹- گزینه ۲ با توجه به شکل مسأله الکترون با جذب انرژی یک فوتون از تراز E_4 به تراز E_3 رفته است. بنابراین:

$$E_n - E_{n'} = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{25-4}{100} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \times \frac{21}{100} \Rightarrow \lambda = \frac{1240 \times 100}{13/6 \times 21} \Rightarrow \lambda \approx 4334 \text{ nm}$$

۱۴۰- گزینه ۲ در تمام موج‌ها، بسامد موج و بسامد چشمه با هم برابر است، بنابراین بسامد تابش الکترومغناطیس با بسامد حرکت الکترون که سبب گسیل موج شده است یکسان و برابر $f = \frac{1}{T}$ می‌باشد. هم‌چنین می‌دانیم با گذشت زمان با توجه به فیزیک کلاسیک، الکترون به هسته نزدیک شده و بسامد تابش افزایش می‌یابد.

۱۴۱- گزینه ۲ طول موج 1125 \AA برابر $112/5$ نانومتر و از طول موج پرتوهای بنفش نور مرئی (400 nm) کوتاه‌تر است بنابراین مربوط به ناحیه فرابنفش می‌باشد. در اتم هیدروژن گسیل فرابنفش در رشته بالمر از $n=7$ به $n'=2$ صورت می‌گیرد و همچنین در رشته لیمان پرتوهای گسیلی فرابنفش هستند. به همین علت باید گزینه‌های (۲) و (۴) را مورد ارزیابی قرار دهیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right), \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{8}{9} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{900}{8} = 112/5 \text{ nm} = 1125 \text{ \AA}$$

۱۴۲- گزینه ۱ در سری پاشن، براکت و پفوند، نور گسیلی در ناحیه فرورسرخ است که انرژی فوتون‌های آن از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر که فرابنفش است کمتر بوده و پدیده فوتوالکتریک صورت نمی‌گیرد. اما در سری لیمان فوتون‌های گسیلی در ناحیه فرابنفش بوده از طرفی بلندترین طول موج سری لیمان از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر، کوتاه‌تر بوده و انرژی فوتون‌های آن بیشتر است و ممکن است پدیده فوتوالکتریک رخ بدهد.

۱۴۳- گزینه ۱ طول موج‌های رشته بالمر در ناحیه مرئی و فرابنفش بوده اما طول موج‌های رشته پفوند و پاشن و براکت در ناحیه فرورسرخ است و انرژی فوتون‌های آن از انرژی فوتون‌های رشته بالمر کمتر بوده و چنانچه کوتاه‌ترین طول موج رشته بالمر نتواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود فوتون‌های رشته پفوند، پاشن و براکت نیز قادر به انجام این پدیده نخواهد بود اما فوتون‌های سری لیمان در ناحیه فرابنفش است و در این سری انرژی فوتون‌ها از تمام فوتون‌های سری بالمر بیشتر بوده و ممکن است کوتاه‌ترین طول موج (یعنی پر انرژی‌ترین فوتون‌های) سری لیمان بتواند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند.

این یک اتم فرضی بوده و الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی $E_p = -2eV$ است.

۱۴۴- گزینه ۳

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{80 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 1.5 eV$$

ابتدا انرژی فوتون تابیده شده به اتم را حساب می‌کنیم:

$$E_{n'} = -2 + 1.5 = -0.5 eV$$

حال فرض می‌کنیم که الکترون این فوتون را جذب می‌کند، در این صورت انرژی الکترون برابر خواهد شد با:

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow \frac{-0.5}{-2} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow n' = 4$$

اکنون باید بررسی کنیم آیا تراز با انرژی $-0.5 eV$ برای این الکترون وجود دارد یا نه؟

برای n' یک عدد طبیعی به دست آمده، بنابراین تراز $n' = 4$ دارای انرژی $-0.5 eV$ بوده و الکترون با دریافت انرژی از تراز $n = 2$ به تراز $n' = 4$ می‌رود.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{0.72 \times 10^{-6}} = \frac{5}{3} eV$$

در حل این نوع پرسش‌ها ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

۱۴۵- گزینه ۱

$$E_{n'} = -2 + \frac{5}{3} \Rightarrow E_{n'} = -\frac{1}{3} eV$$

حال فرض می‌کنیم این فوتون توسط الکترون جذب شود. انرژی الکترون پس از جذب فوتون برابر می‌شود با:

اکنون بررسی می‌کنیم، آیا تراز با این انرژی وجود دارد یا نه؟

بنابراین الکترون با دریافت انرژی فوتون از تراز $n = 2$ به تراز $n' = 3$ برانگیخته می‌شود.

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{3}}{-2} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow n' = 3$$

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 2.25 \times 10^{15} \Rightarrow E = 9 eV$$

ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

۱۴۶- گزینه ۳

اگر الکترون این فوتون را جذب کند انرژی آن برابر $3 + 9 = +6 eV$ می‌شود در حالی که در ترازهای اتمی، انرژی الکترون منفی بوده، بنابراین فوتون برای رفتن به ترازهای بالاتر این فوتون را جذب نمی‌کند و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است. فرض می‌کنیم که الکترون با گسیل یک فوتون با انرژی $9 eV$ به تراز پایین‌تر برود در این صورت انرژی الکترون در تراز پایین‌تر برابر $3 - 9 = -6 eV$ خواهد شد. اکنون باید بررسی کرد که انرژی الکترون در تراز $n' = 1$ چند الکترون - ولت است:

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{1^2}{2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{-2} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_1 = -0.5 eV$$

در این صورت الکترون تحت تأثیر فوتون، گسیل القایی انجام داده و به تراز پایه $n' = 1$ می‌رود.

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow E = 2.4 eV$$

ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

۱۴۷- گزینه ۲

اگر الکترون این فوتون را جذب کند، انرژی آن برابر $-1.5 + 2.4 = 0.9 eV$ می‌گردد می‌دانیم انرژی الکترون در ترازهای اتمی منفی است و الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند و به ترازهای بالاتر اتمی نمی‌رود، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. اگر الکترون تحت تأثیر این فوتون، گسیل القایی انجام دهد، با گسیل یک فوتون با انرژی $2.4 eV$ به تراز پایین‌تر می‌رود و انرژی الکترون برابر $-1.5 - 2.4 = -3.9 eV$ می‌شود. اکنون باید مشخص کرد که تراز با این انرژی وجود دارد یا نه:

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow \frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow \frac{-3.9}{-2} = \frac{n^2}{n'^2} \Rightarrow n' = 3$$

کاملاً مشخص است که n' عدد طبیعی نیست بنابراین گسیل القایی رخ نمی‌دهد و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. در نتیجه با تاباندن این فوتون اتفاقی رخ نمی‌دهد.

۱۴۸- گزینه ۴

گذار ۱ و ۳، گذار از ترازهای بالاتر به تراز $n' = 3$ است که مربوط به سری پاشن است که در این سری، طول موج‌ها در ناحیه فرورسرخ هستند. گذار ۲، گذار از تراز $n = 5$ به تراز $n' = 4$ یعنی مربوط به سری براكات است که در این سری نیز طول موج در ناحیه فرورسرخ است و بسامد از بقیه گذارها کمتر است. بنابراین جمله «الف» و «پ» درست است. گذار ۴ مربوط به سری لیمان است که در ناحیه فرابنفش است. بنابراین جمله «ب» نیز درست می‌باشد. در گذار ۱، الکترون از $n = 5$ به $n' = 3$ می‌رود و در گذار ۳ الکترون از $n = 4$ به $n' = 3$ می‌رود. بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار ۱ از انرژی فوتون گسیلی در گذار ۳ بیشتر است و طول موج در آن کمتر است و جمله «ت» نادرست است. بنابراین جمعاً ۳ جمله درست می‌باشد.

۱۴۹- گزینه ۲

با گذار از تراز $n_1 = 5$ به $n_p = 2$ ، یک فوتون گسیل می‌شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز است:

$$E_{\text{فوتون}} = E_1 - E_p = -\frac{E_R}{5^2} - \left(-\frac{E_R}{2^2}\right) = -\frac{13/6}{25} + \frac{13/6}{4} = -0.544 + 0.325 = -0.219 eV$$

البته اگر به گزینه‌ها دقت کنید نیاز به محاسبه عددی نیست. زیرا تنها در گذار از $n = 5$ به $n' = 2$ نور مرئی گسیل می‌شود و اگر الکترون از ۵ به ۴ و از ۴ به ۳ و از ۳ به ۲ برود دو فوتون فرورسرخ و یک فوتون مرئی گسیل می‌کند بنابراین گزینه (۱)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱۵۰- گزینه ۳ انرژی ترازهای اتم هیدروژن برابر $\frac{-E_R}{n^2}$ است که n شماره تراز است.

$$\left\{ \begin{array}{l} m-1 \text{ در تراز } \Rightarrow E = \frac{-E_R}{(m-1)^2} \\ m \text{ در تراز } \Rightarrow E' = \frac{-E_R}{m^2} \\ m+1 \text{ در تراز } \Rightarrow E'' = \frac{-E_R}{(m+1)^2} \end{array} \right. \Rightarrow E_1 = |E - E'| = \left| \frac{-E_R}{(m-1)^2} - \left(\frac{-E_R}{m^2} \right) \right| = \left| \frac{E_R}{m^2} - \frac{E_R}{(m-1)^2} \right|$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{E_R |(m-1)^2 - m^2|}{m^2 (m-1)^2} \Rightarrow E_1 = \frac{E_R (2m-1)}{m^2 (m-1)^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{E_R (2m-1)}{m^2 (m-1)^2}}{\frac{E_R (2m+1)}{m^2 (m+1)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{(2m-1)(m+1)^2}{(2m+1)(m-1)^2}$$

$$\Rightarrow E_2 = |E' - E''| = \frac{E_R (2m+1)}{m^2 (m+1)^2}$$

۱۵۱- گزینه ۳ با توجه به رابطه انرژی جنبشی با تکانه می توان نوشت:

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow 1/8 \times 1/6 \times 10^{-19} = \frac{P^2}{2 \times 9 \times 10^{-31}} \Rightarrow P^2 = 1.8 \times 1.8 \times 1.6 \times 10^{-52} \Rightarrow P = 1.8 \times 4 \times 10^{-26} \Rightarrow P = 7.2 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s}$$

۱۵۲- گزینه ۴ برای یک عنصر با نماد شیمیایی X، نماد هسته به صورت ${}^A_Z X_N$ است که Z عدد اتمی (تعداد پروتون)، N تعداد نوترون و A عدد جرمی است، اما مشخص کردن N ضروری نیست و با توجه به رابطه $A = Z + N$ می توان با مشخص بودن عدد جرمی و عدد اتمی تعداد نوترون را به دست آورد. همچنین می توان برای خلاصه نشان دادن نماد شیمیایی عدد اتمی (Z) را نیز نشان نداد چون نماد شیمیایی عنصر نشان دهنده مقدار Z نیز می باشد، برای مثال با نوشتن AI می فهمیم که این عنصر آلومینیوم می باشد که عدد اتمی آن همواره ۱۳ است، بنابراین هر سه شکل نوشته شده در گزینه ها درست اند اما نماد گزینه های (۲) و (۳) خلاصه تر است.

۱۵۳- گزینه ۳ برای نمایش یک عنصر از نماد ${}^A_Z X$ استفاده می شود که Z عدد اتمی عنصر و برابر با تعداد پروتون ها است و A عدد جرمی که برابر با مجموع پروتون ها و نوترون های درون هسته می باشد.

۱۵۴- گزینه ۲ تعداد نوکلئون ها همان عدد جرمی است.

۱۵۵- گزینه ۲ ابعاد هسته اتم حدود 10^{-15} m (یک فمتومتر یا یک فرمی) و ابعاد اتم حدود 10^{-10} متر (یک آنگستروم) است.

۱۵۶- گزینه ۴ در واکنش های هسته ای، با تبدیل جرم به انرژی سروکار داریم که مقدار این جرم بسیار کوچک است به همین دلیل در فیزیک هسته ای به جای یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی استفاده می شود که عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ و جرم هر اتم کربن ۱۲ را برابر $12/0000000 \text{ u}$ در نظر می گیرند.

۱۵۷- گزینه ۳ جرم هر مول کربن یعنی $6/022 \times 10^{23}$ اتم کربن، ۱۲g است، بنابراین:

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} \times \left(\frac{12}{1000} \right) \left(\frac{1}{6/022 \times 10^{23}} \right) = 1/66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

این تست را با مراجعه به گزینه ها نیز می توان پاسخ داد: گزینه (۴) عدد بسیار بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۱) نیز برای یکای جرم اتمی عدد بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۲) نیز بار الکتریکی الکترون و از طرفی ضریب تبدیل یکای انرژی الکترون - ولت به ژول است.

۱۵۸- گزینه ۴ نیروی هسته ای یک نیروی ربایشی بین نوکلئون های مجاور هسته است. این نیرو کوتاه برد بوده و نسبت به نیروی الکتریکی رانشی پروتون ها بسیار قوی تر است به همین علت آن را نیروی هسته ای قوی گویند.

۱۵۹- گزینه ۴ نیروی هسته ای مستقل از بار ذره است، در واقع نیروی هسته ای بین دو پروتون و یک پروتون - یک نوترون با هم برابر است.

۱۶۰- گزینه ۴ نیروی هسته ای در مقایسه با نیروی کولنی نیروی بسیار قوی تر است اما برد نیروی هسته ای کوتاه است و در ابعاد هسته اتم (10^{-15} m) عمل می کند.

۱۶۱- گزینه ۱ نیروهای هسته ای بین نوکلئون ها نسبت به نیروی دافعه کولنی بین پروتون ها در هسته بسیار قوی تر بوده، از این رو آن را نیروی هسته ای قوی گویند. اما نیروی هسته ای کوتاه برد است و در هسته های سنگین که تعداد پروتون ها و نوترون ها زیاد شده و ابعاد هسته بزرگ می شود، نیروی دافعه کولنی نقش پررنگ تری خواهد داشت.

۱۶۲- گزینه ۳ نیروی هسته ای، قوی اما کوتاه برد است. به همین علت وقتی هسته سنگین و ابعاد آن بزرگ است، نیروی هسته ای بین نوکلئون های دور از هم بسیار ناچیز اما نیروی دافعه کولنی بین پروتون ها همچنان باقی و قابل ملاحظه است که سبب ناپایداری هسته های سنگین می شود، به همین علت ابعاد هسته های پایدار دارای یک حد است.

۱۶۳- گزینه ۲ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. ایزوتوپ‌ها به دلیل داشتن ساختار ترازهای الکترونی یکسان دارای خواص شیمیایی یکسان و خاصیت‌های هسته‌ای متفاوت هستند. بار هسته آن‌ها یکسان و تعداد نوکلئون‌هایشان متفاوت است، از این رو انرژی بستگی هسته‌شان متفاوت است و گزینه (۲) نادرست است.

۱۶۴- گزینه ۲ عنصر $Z=59$ و $Z=61$ ایزوتوپ هم بوده و دارای عدد اتمی (یعنی تعداد الکترون‌ها) یکسان هستند و رفتار شیمیایی آن‌ها یکسان است. اما رفتار هسته‌ای آن‌ها به دلیل تفاوت نوترون‌هایشان (عدد جرمی آن‌ها) متفاوت است.

۱۶۵- گزینه ۳ ویژگی‌های هر اتم را تعداد الکترون‌های آن اتم مشخص می‌کند اما ویژگی‌های هسته را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن تعیین می‌کند، بنابراین تعداد هسته‌های متفاوت موجود در طبیعت بسیار بیشتر از تعداد اتم‌های متفاوت است.

۱۶۶- گزینه ۲ عنصر دارای ۱۷ ایزوتوپ است اگر هر ایزوتوپ با ایزوتوپ قبلی یک نوترون تفاوت داشته باشد. سبک‌ترین ایزوتوپ خواهد شد:
 $\frac{A}{Z}X, \frac{A-1}{Z}X, \frac{A-2}{Z}X \dots, \frac{A-16}{Z}X$

بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ $\frac{A-16}{Z}X$ است. اما اگر اختلاف نوترون‌ها برای دو ایزوتوپ پشت سر هم از یک بیشتر شود سبک‌ترین ایزوتوپ عدد جرمی آن از $A-16$ کمتر می‌شود. بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ نمی‌تواند $A-15$ باشد.

۱۶۷- گزینه ۱ در هسته عناصر در جدول تناوبی، عناصر تا $Z=30$ را عناصر سبک گویند که در آن‌ها $\frac{N}{Z} \approx 1$ و هسته‌های سنگین به عنصرهایی مانند اورانیوم، رادیم و غیره در انتهای جدول می‌گویند که نسبت $\frac{N}{Z}$ آن‌ها حدود $1/5$ است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۱۶۸- گزینه ۲ وقتی تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، اگر هسته بخواهد پایدار بماند باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد. البته هر چه هسته سنگین‌تر می‌شود افزایش تعداد نوترون‌ها از افزایش تعداد پروتون‌ها بیشتر است و نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

۱۶۹- گزینه ۳ محدوده عدد اتمی عنصرهای موجود در طبیعت از $Z=1$ برای هیدروژن تا $Z=92$ برای اورانیوم می‌باشد و گزینه (۱) درست است. سنگین‌ترین عنصر پایدار بیسموت است ($Z=83$) و هسته‌های بعد از آن ناپایدار هستند و گزینه (۲) درست است.

از عناصر ناپایدار با $Z > 83$ تنها توریم ($Z=90$) و اورانیوم ($Z=92$) در طبیعت یافت می‌شوند و گزینه (۳) نادرست است.

هر چه هسته بزرگ‌تر می‌شود (Z افزایش می‌یابد) تعداد نوترون‌ها به گونه‌ای افزایش می‌یابد که نسبت $\frac{N}{Z}$ زیاد می‌شود و گزینه (۴) درست است.

۱۷۰- گزینه ۲ بیسموت با عدد اتمی ۸۳ سنگین‌ترین هسته پایدار است. اما عنصری که دارای بیشترین عدد اتمی، بیشترین نوترون و سنگین‌ترین هسته است ایزوتوپ ${}^{238}_{92}\text{U}$ می‌باشد.

۱۷۱- گزینه ۳ ویژگی‌های هر اتم توسط تعداد الکترون‌های آن مشخص می‌شود و گزاره (الف) درست است. ویژگی‌های هسته هر اتم را تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های آن مشخص می‌کند و گزاره (ب) نادرست است.

در نمودار $Z-N$ خط عمود بر نیمساز مشخص کننده عناصر با عدد جرمی یکسان است و گزاره (پ) درست است.

در نمودار $Z-N$ ، ایزوتوپ‌های یک عنصر بر خط عمود بر محور Z واقع شده‌اند که نشان دهنده عدد اتمی یکسان این عناصر است و گزاره (ت) درست است. در نتیجه ۳ گزاره از ۴ گزاره درست است.

۱۷۲- گزینه ۱ می‌دانیم تعداد پروتون‌های دو ایزوتوپ یکسان و تعداد نوترون‌های آن‌ها مختلف است. بنابراین با توجه به نمودار دو عنصر B و E ایزوتوپ هم هستند.

۱۷۳- گزینه ۳ B و D دارای عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت هستند و ایزوتوپ یکدیگرند. بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

A و B دارای تعداد نوترون‌های برابرند اما عدد اتمی متفاوت دارند، بنابراین ممکن نیست که عدد جرمی آن‌ها $(A=Z+N)$ یکسان باشد و گزینه (۱) نادرست است. اگر به A و E دقت کنید تعداد نوترون‌های E ، چهار واحد از تعداد نوترون‌های A بیشتر است اما تعداد پروتون‌های A ، چهار واحد از تعداد پروتون‌های E کمتر است در این صورت عدد جرمی آن‌ها $(A=Z+N)$ با هم برابر است و گزینه (۳) درست است.

عنصر D یک نوترون و دو پروتون از عنصر E بیشتر دارد، بنابراین $A_D > A_E$ و گزینه (۴) نادرست است.

۱۷۴- گزینه ۱ عنصر B روی نیمساز قرار دارد و عدد اتمی آن با عدد نوترونی آن برابر است. از این رو:

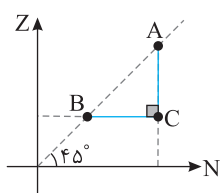
$$B: \begin{cases} Z=N \\ Z+N=4 \end{cases} \Rightarrow Z=N=2$$

با توجه به نمودار عنصر C و عنصر B دارای عدد اتمی یکسان هستند و ایزوتوپ‌های یک عنصر می‌باشند و بنابراین عدد اتمی عنصر C نیز برابر ۲۰ است. عدد نوترونی (تعداد نوترون‌ها) عنصر C برابر عدد نوترونی عنصر A است و چون عنصر A روی خط $Z=N$

$$A: \begin{cases} Z=N \\ Z=25 \end{cases} \Rightarrow Z=N=25$$

قرار گرفته، داریم:

بنابراین عنصر C به صورت ${}^{45}_{20}\text{C}$ معرفی می‌شود.



۱۷۵- گزینه ۱ نیروهای هسته‌ای کوتاه برد هستند و گزینه (۲) نادرست است. جرم هسته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است و گزینه (۳) نادرست است. هر چه هسته عناصر سنگین‌تر می‌شود، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد و برای هسته‌های مختلف یکسان نیست و گزینه (۴) نادرست است.

۱۷۶- گزینه ۴ جرم اتمی درج شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است که با توجه به درصد فراوانی آن‌ها حساب می‌شود. با توجه به شکل از ${}^3_0\text{B}$ اتم ۶ بور ${}^1_0\text{B}$ و ${}^{11}_5\text{B}$ اتم ۲۴ آن است بنابراین:

۱۷۷- گزینه ۲ حجمی که هر نوترون اشغال می‌کند برابر است با:

گنجایش قوطی کبریت برابر است با:
تعداد نوترون‌هایی که در این قوطی جای می‌گیرند برابر است با:

بنابراین 10^{+4} نوترون در این قوطی جای می‌گیرند و می‌دانیم جرم هر نوترون برابر 10^{-27}kg است.

۱۷۸- گزینه ۴ در یک هسته اتم کربن تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به صورت $Z=6$ و $N=A-Z=6$ است. بنابراین حجم اشغالی یک هسته کربن برابر است با:

گنجایش توپ تنیس برابر است با:

۱۷۹- گزینه ۳ جرم هر اتم از مجموع جرم ذره‌های تشکیل دهنده آن کمتر است، همچنین جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های آن کمتر است، بنابراین جرم هسته هلیوم که دارای دو پروتون و دو نوترون است از مجموع جرم دو نوترون و دو پروتون کمتر است.

۱۸۰- گزینه ۳ جرم هسته اتم از جرم نوکلئون‌های آن کمتر است. این کاستی جرم به انرژی بستگی هسته تبدیل می‌شود.

۱۸۱- گزینه ۳ آزمایش نشان می‌دهد، جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است. طبقه رابطه اینشتین ($E=\Delta mc^2$) هنگام تشکیل هسته، این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود که آن را انرژی بستگی می‌نامند.

۱۸۲- گزینه ۱ اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد، جرم هسته اتم از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است. در واقع برای تشکیل هسته، مقداری انرژی لازم است که از تبدیل بخش کوچکی از جرم نوکلئون‌ها به انرژی تأمین می‌شود که به آن انرژی بستگی هسته گویند. $B=\Delta Mc^2 \Rightarrow B=[(NM_n + ZM_p) - M_x]c^2$ بنابراین هرچه اختلاف مجموع جرم نوکلئون‌ها با جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر بوده و هسته پایدارتر است.

۱۸۳- گزینه ۳ در یک هسته پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته از جرم هسته بیشتر است.

۱۸۴- گزینه ۴ هنگام تشکیل هسته بخشی از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل می‌شود و با یک کاستی جرم هسته روبه‌رو هستیم و $M > M_x$ است. دقت کنید که در صورت مسئله $N \neq 1$ در نظر گرفته شده است.

۱۸۵- گزینه ۳ هرگاه خواهیم نوکلئون‌های یک هسته را از هم جدا کنیم باید به آن انرژی بدهیم. بنابراین هنگام تشکیل یک هسته پایدار، انرژی آزاد می‌شود.

۱۸۶- گزینه ۳ شکل (الف)، واپاشی یک هسته به نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌اش را با دریافت انرژی نشان می‌دهد و شکل (ب)، تشکیل هسته و آزاد شدن انرژی در اثر کاستی جرم را نشان می‌دهد. بنابراین (الف) و (ب) درست است اما (پ) مفهومی ندارد.

۱۸۷- گزینه ۴ کاستی جرم هسته برابر تفاضل مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته و جرم هسته است از این رو گزینه (۴) درست است.

۱۸۸- گزینه ۱ با توجه به رابطه اینشتین خواهیم داشت:

۱۸۹- گزینه ۲ بنا بر نظریه اینشتین، جرم و انرژی صورت‌های مختلف یک کمیت فیزیکی هستند و رابطه $E=mc^2$ بین آن‌ها برقرار است که در آن c سرعت نور است.

۱۹۰- گزینه ۱ با توجه به رابطه $E=mc^2$ داریم:

نکته: این تبدیل باید به خاطر سپرده شود که انرژی معادل جرم $1u$ برابر است با: $931/5\text{MeV}$

$$\begin{cases} E=1u \times c^2 = 1/66 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 1/49 \times 10^{-10} \text{J} \\ \Rightarrow E = 1/49 \times 10^{-10} \times 6/25 \times 10^{12} = 931/5 \text{MeV} \\ 1\text{J} = 6/25 \times 10^{18} \text{eV} = 6/25 \times 10^{12} \text{MeV} \end{cases}$$

۱۹۱- گزینه ۱

ابتدا با استفاده از رابطه اینشتین، انرژی حاصل از تبدیل ۱ میلی‌گرم جرم به انرژی را به دست می‌آوریم:

$$m = 1 \text{ mg} = 1 \times 10^{-3} \text{ g} = 1 \times 10^{-6} \text{ kg}, E = mc^2 = (1 \times 10^{-6}) \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^6 \text{ J} = 9 \times 10^7 \text{ kJ}$$

حال مقدار نفت مورد نیاز برای تولید $9 \times 10^7 \text{ kJ}$ انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{نفت} & \quad \text{انرژی} \\ 1 \text{ g} & \quad 50 \text{ kJ} \\ m' & \quad 9 \times 10^7 \text{ kJ} \end{aligned} \Rightarrow m' = \frac{9 \times 10^7}{50} = 1.8 \times 10^6 \text{ g}$$

۱۹۲- گزینه ۴

انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی برابر است با:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 4 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 3.6 \times 10^{13} \text{ J}$$

هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مقدار انرژی زیر را مصرف می‌کند:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = 100 \times 20 \times 3600 \Rightarrow E = 7.2 \times 10^6 \text{ J}$$

بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر است با:

$$n = \frac{3.6 \times 10^{13}}{7.2 \times 10^6} \Rightarrow n = 5 \times 10^6 = 5000000$$

۱۹۳- گزینه ۱

ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به دست می‌آوریم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 9 \times 10^{13} \text{ J}$$

اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صد متر بالا برد به دست می‌آوریم:

$$E = mgh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = m \times 10 \times 100 \Rightarrow m = 9 \times 10^{11} \text{ kg} \Rightarrow m = 9 \times 10^6 \text{ تن} \Rightarrow m = 9 \text{ میلیون تن}$$

۱۹۴- گزینه ۱

کافی است انرژی بستگی هسته را بر $931/5$ تقسیم کنیم:

$$\frac{310/5}{931/5} = \frac{1}{3} \approx 0.33u$$

۱۹۵- گزینه ۳

انرژی بستگی برابر است با جرم کاستی هسته (Δm) ضرب در مجذور سرعت نور (c^2)، بنابراین:

$$\frac{(\Delta mc^2)_{\text{کربن}}}{(\Delta mc^2)_{\text{دوتریم}}} = \frac{\Delta m_{\text{کربن}}}{\Delta m_{\text{دوتریم}}} = \frac{0.009}{0.015} = \frac{9}{15} = 0.6$$

۱۹۶- گزینه ۲

کاستی جرم هسته را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 3/0.245 - 3/0.136 &= 0.109 \\ 0.109 \times 931/5 &\approx 10.15 \text{ MeV} \end{aligned}$$

انرژی بستگی هسته خواهد شد:

۱۹۷- گزینه ۲

ترتیب دارای سه نوکلئون است از این رو انرژی بستگی هسته به ازای هر نوکلئون خواهد شد:

$$\frac{10.15}{3} = 3.38 \text{ MeV}$$

۱۹۸- گزینه ۱

تفاوت جرم هسته و نوکلئون‌ها به انرژی تبدیل می‌شود. تفاوت جرم را بر حسب kg به دست می‌آوریم:

$$\Delta m = 0.002 \times 1.66 \times 10^{-27} = 3.32 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$E = \Delta mc^2 \Rightarrow E = 3.32 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 2.988 \times 10^{-13} \text{ J}$$

تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M = M_{\text{Ra}} - (M_{\text{Rn}} + M_{\text{He}}) \Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - (219/0.09 + 4/0.03) \Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - 223/0.12 = 0.006u$$

$$E = 0.006 \times 931/5 = 5.589 \text{ MeV} = 5.589 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 = 8.9424 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۲۰۰- گزینه ۳

هسته مانند اتم دارای ترازهای انرژی کوانتیده است و نوکلئون درون هسته نمی‌تواند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند و گزاره (الف) درست است.

اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون در هسته از مرتبه MeV و ترازهای انرژی الکترون در اتم از مرتبه eV است بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب انرژی در هسته به ترازهای انرژی بالا بروند و هسته برانگیخته شود، بنابراین گزاره (پ) درست است.

اختلاف انرژی ترازهای هسته از مرتبه MeV و گزاره (ت) نادرست است.

۲۰۱- گزینه ۳

بدون حل کاملاً مشخص است که پرتو گسیل شده از هسته قطعاً گاما است و گزینه (۳) درست است. اکنون به حل آن می‌پردازیم.

$$E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 4 \times 10^{-16} \times 1.6 \times 10^{-19} = 6/4 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \quad , \quad \lambda = 3 \times 10^{-13} \text{ m} = 3 \times 10^{-4} \text{ nm}$$

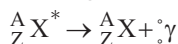
طول موج فرابنفش حدود 400 nm و طول موج فرورسرخ و رادیویی از 700 nm بیشتر است بنابراین این طول موج مربوط به پرتو گاما است.

۲۰۲- گزینه ۴

هنگامی که از یک هسته ذره α گسیل می‌شود، از عدد اتمی آن ۲ واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود.

۲۰۳- گزینه ۲

پرتو گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و هنگامی که یک هسته برانگیخته با گسیل پرتو گاما به هسته حالت پایه تبدیل می‌شود، عدد جرمی و عدد اتمی آن تغییر نمی‌کند.



۲۰۴- گزینه ۴

آلفا، بتا و پوزیترون ذره و گاما و ایکس موج الکترومغناطیسی هستند.

۲۰۵- گزینه ۳ در واپاشی بتای منفی (${}_{-1}^0e$)، عدد جرمی بدون تغییر می ماند و به عدد اتمی یک واحد افزوده می شود.

در واقع یک نوترون در هسته عنصر پرتوزا واپاشیده شده و به یک پروتون و یک الکترون (بتای منفی) تبدیل می شود که بتا از هسته خارج می گردد. بنابراین مجموع نوکلئونها ($A=Z+N$) ثابت می ماند، اما به تعداد پروتونهای هسته یک واحد افزوده می شود.

۲۰۶- گزینه ۳ در گسیل پوزیترون، یک پروتون به یک پوزیترون و یک نوترون تبدیل می شود و بار هسته به اندازه $e=1/6 \times 10^{-19} C$ کاهش می یابد و گزینه (۱) نادرست است.

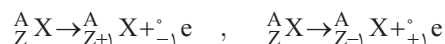
در گسیل الکترون، یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می شود و بار هسته $1/6 \times 10^{-19} C$ افزایش می یابد و گزینه (۲) نادرست است. در گسیل α دو پروتون از هسته جدا شده و بار هسته $2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-19} C$ کاهش می یابد و گزینه (۳) درست است با توضیحات داده شده گزینه (۴) نادرست است.

۲۰۷- گزینه ۲ گسیل الکترونزا و پوزیترون به ترتیب به عدد اتمی عنصر یک واحد اضافه و کم می شود. در گسیل α ، دو واحد از عدد اتمی کاسته می شود و در تابش گاما تنها انرژی آزاد شده و عدد اتمی تغییری نمی کند. بنابراین بیشترین تغییر عدد اتمی مربوط به گسیل α و کمترین تغییر عدد اتمی برای گسیل γ می باشد.

۲۰۸- گزینه ۴ با توجه به واپاشیهای زیر گزاره های (الف) و (ب) درست هستند.



با توجه به واپاشیهای زیر، عدد جرمی در هر دو واپاشی بدون تغییر است و در واپاشی الکترونزا عدد اتمی یک واحد افزایش می یابد. گزاره های (پ) و (ت) درست هستند.



۲۰۹- گزینه ۴ پرتوهای α در عمق $10^{-4} mm$ و ذرات بتا تا عمق $10^{-2} mm$ و پرتو گاما تا عمق $10^0 mm$ سرب نفوذ می کنند بنابراین گزینه (۱) درست است. در واپاشی α (4_2He) دو نوترون و دو پروتون از هسته کاسته می شود، بنابراین گزینه (۲) درست است.

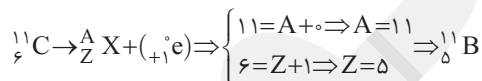
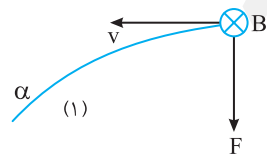
ذره های α دارای بار مثبت بوده و ذرات سنگین شامل ۲ نوترون و دو پروتون هستند بنابراین گزینه (۳) درست است. برد ذره های α کوتاه بوده و بعد از جدایی از هسته پس از طی مسافتی کوتاه در هوا (در حدود ۱ یا ۲cm) و یا با عبور از لایه ای نازک از مواد جذب می شود و اگر این ذرها از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدیدی به بافت های بدن می شود. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۲۱۰- گزینه ۲ نوترون چون بدون بار است از مسیر خود منحرف نمی شود. α دارای بار مثبت است، بنابراین با توجه به قاعده دست راست به سمت بالا منحرف می شود. بتا دارای بار منفی است پس با توجه به قاعده دست راست به سمت پایین منحرف می شود.

۲۱۱- گزینه ۱ پرتو γ خنثی است، بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف نخواهد شد پس پرتو شماره (۲) γ است. با توجه به این که پرتوهای α و β باردار هستند بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف خواهند شد.

سرعت هر دو پرتو با هم برابر است (فرض سؤال) و میدان مغناطیسی نیز برای هر دو یکسان خواهد بود، اما با توجه به این که جنس α از جنس هسته 4_2He است. بنابراین α دارای بار مثبت و β دارای بار منفی است و نیروی وارد بر α دو برابر نیروی وارد بر β است ($F_\alpha = 2F_\beta$).

اما جرم پرتو α خیلی بیشتر از β است به این دلیل که α از دو پروتون و دو نوترون ساخته شده در حالی که β از یک الکترون تشکیل می شود و طبق قانون دوم نیوتون $F=ma$ چون جرم α خیلی بیشتر از β می باشد شتاب آن کمتر بوده و این پرتو کمتر منحرف می شود، پس پرتو (۱)، α و پرتو (۳)، β است. حال با توجه به جهت حرکت β و قاعده دست راست جهت میدان را به دست می آوریم.



۲۱۳- گزینه ۳ با توجه به پایستگی تعداد نوکلئونها و پایستگی بار در واکنش های هسته ای می توان نوشت:



در این صورت به عنصر هلیم 4_2He تبدیل می شود.

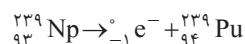
۲۱۴- گزینه ۴ معادله واپاشی ایزوتوپ ${}^{15}_8O$ را می نویسیم.

که با توجه به ${}^0_{+1}\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی X به صورت ${}^{15}_7X$ می شود و مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۷ مربوط به ایزوتوپ های نیتروژن است.

معادله واپاشی ${}^{18}_9F$ را می نویسیم.

که با توجه به ${}^0_{-1}\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی Y به صورت ${}^{18}_{10}Y$ می شود مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۱۰ مربوط به ایزوتوپ های نئون است.

۲۱۵- گزینه ۴ با توجه به پایستگی عدد جرمی و بار گزینه (۴) درست است:

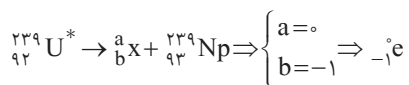


۲۱۶- گزینه ۱ ذره α هسته هلیم است و دارای دو نوترون و دو پروتون است. هرگاه هسته عنصر پرتوزا، α گسیل کند از تعداد پروتونها و نوترونهای آن هر کدام

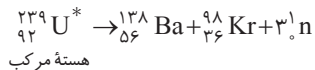
دو واحد کم می شود. تعداد پروتونها و نوترونهای ${}^{238}_{92}U$ به ترتیب $Z=92$ و $N=238-92=146$ است، بنابراین: $N'=146-2=144$ ، $Z'=92-2=90$

۲۱۷- گزینه ۱ هنگامی که هسته یک الکترون (ذره بتای منفی) گسیل می‌کند در واقع یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل شده است و از تعداد نوترون‌ها یکی کاسته شده و بر تعداد پروتون‌ها یکی افزوده می‌شود، بنابراین تعداد پروتون $28 = 27 + 1$ عدد می‌شود. تعداد نوترون در ابتدا $N = 60 - 27 = 33$ بوده و اکنون $32 = 33 - 1$ خواهد بود.

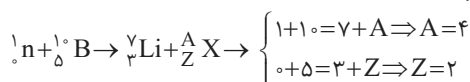
۲۱۸- گزینه ۱ طبق قوانین پایستگی داریم:



۲۱۹- گزینه ۱ در واکنش شکاف هسته‌ای تعداد سه ذره نوترون گسیل می‌شود.

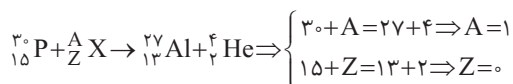


۲۲۰- گزینه ۱ با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:



بنابراین X ، ذره آلفا است.

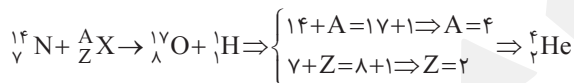
۲۲۱- گزینه ۳ برای واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:



در این صورت X ذره نوترون ${}_0^1\text{n}$ است.

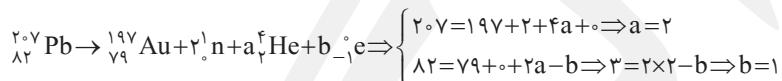
۲۲۲- گزینه ۳ هرگاه یک هسته، پرتو گاما گسیل کند، عدد اتمی و عدد جرمی آن تغییر نمی‌کند.

۲۲۳- گزینه ۱ طبق قوانین پایستگی داریم:



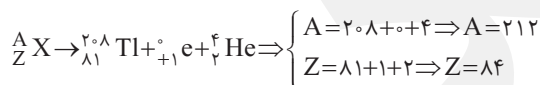
می‌بینید که با بمباران هسته‌های نیتروژن با ذره‌های آلفا (${}_2^4\text{He}$) می‌توان یکی از ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن را ایجاد کرد.

۲۲۴- گزینه ۱

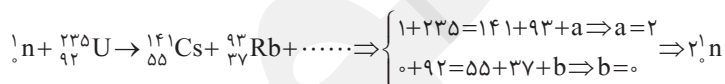


دو ذره آلفا و یک ذره بتای منفی گسیل شده است.

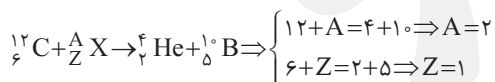
۲۲۵- گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله:



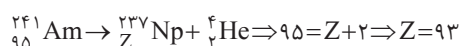
۲۲۶- گزینه ۲



۲۲۷- گزینه ۲



بنابراین هسته ایزوتوپ ${}_2^4\text{He}$ یعنی دوتریم، واکنش را کامل می‌کند.

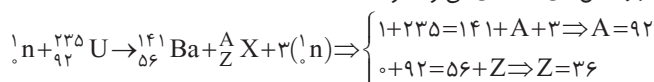


۲۲۸- گزینه ۴

$$N = A - Z \Rightarrow N = 237 - 93 \Rightarrow N = 144$$

بنابراین تعداد نوترون‌های نپتونیم برابر خواهد شد با:

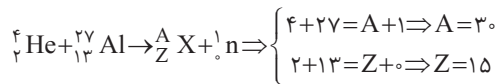
۲۲۹- گزینه ۲ با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:



$$A = Z + N \Rightarrow 92 = 36 + N \Rightarrow N = 56$$

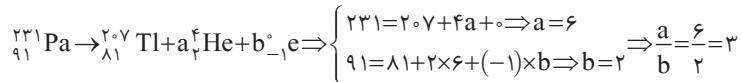
اما تعداد نوترون‌ها برابر است با:

۲۳- گزینه ۳ با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

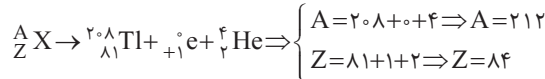


۲۳۱- گزینه ۲ تنها در گزینه (۲) مجموع جبری عدد اتمی و مجموع جبری عدد جرمی در دو طرف واکنش برابر است.

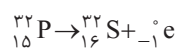
۲۳۲- گزینه ۳ با توجه به قانون‌های پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:



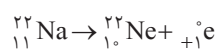
۲۳۳- گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله:



۲۳۴- گزینه ۴ ایزوتوپ فسفر با گسیل بتای منفی، باید در جدول تناوبی به عنصر خانه بعدی تبدیل شود، فسفر در گروه ۵ و آلومینیم در گروه ۳ و گوگرد در گروه ۶ جدول تناوبی است و آرگون نیز گاز نجیب بوده، پس فسفر به گوگرد تبدیل می‌شود.



۲۳۵- گزینه ۳ سدیم عنصر شماره ۱۱ جدول و Ne عنصر شماره ۱۰ جدول است، بنابراین عدد اتمی یک واحد کاهش یافته و عدد جرمی بدون تغییر است، پس



$$239 = 4m + 207 \Rightarrow m = 8$$

$$92 = 8 \times 2 + n + 82 \Rightarrow n = -6$$

۲۳۶- گزینه ۱ تعداد ذرات آلفا برابر است با:

با توجه به اینکه مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است از این‌رو:

بنابراین β الکترون است و تعداد بتای منفی گسیل شده $n=6$ است.



$$93 = 2m - n + 88 \Rightarrow 2m - n = 5 \quad (1)$$

$$237 = 4m + 225 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3 \quad (2)$$

$$m = 3, n = 1$$

۲۳۷- گزینه ۳ ذره α از جنس هسته ${}^4_2\text{He}$ می‌باشد.

عدد اتمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

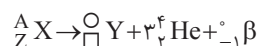
عدد جرمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲):

$$\text{بنابراین } \frac{m}{n} = 3 \text{ است.}$$

۲۳۸- گزینه ۳ راه‌حل اول: به ازای گسیل هر ذره آلفا، دو نوترون از هسته کاسته می‌شود بنابراین به ازای گسیل سه ذره آلفا، ۶ نوترون از هسته کاسته خواهد شد. از طرفی

در گسیل بتای منفی (الکترون) یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل شده و از تعداد نوترون‌های هسته یکی کم می‌شود بنابراین جمعاً $6+1=7$ نوترون از هسته کاسته می‌شود.



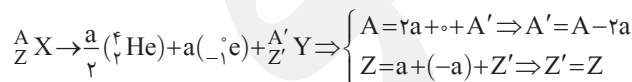
راه‌حل دوم: اگر عنصر را به صورت $\frac{A}{Z}\text{X}$ در نظر بگیریم واکنش به صورت:

مجموع عدد اتمی‌ها و عدد جرمی‌ها دو طرف باید یکسان باشند.

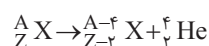
$$Z = \square + 3 \times 2 - 1 \Rightarrow \square = Z - 5, \quad A = 0 + 3 \times 4 + 0 \Rightarrow 0 = A - 12$$

تعداد نوترون‌های اولیه برابر $A-Z$ و تعداد نوترون‌های عنصر حاصل برابر $(A-12) - (Z-5) = A-Z-7$ است پس تعداد نوترون‌ها ۷ واحد کم می‌شود.

۲۳۹- گزینه ۳



بنابراین عدد جرمی کاهش می‌یابد و عدد اتمی ثابت می‌ماند.



۲۴۰- گزینه ۲ معادله واپاشی آلفا برای عنصر دلخواه $\frac{A}{Z}\text{X}$ به صورت روبه‌رو است.

$$\frac{Z-2}{Z} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3Z - 6 = 2Z \Rightarrow Z = 6$$

عدد اتمی عنصر حاصل $(Z-2)$ ، $\frac{2}{3}$ برابر عدد اتمی عنصر اولیه (Z) است:

$$\frac{A-4}{A} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7A - 28 = 5A \Rightarrow A = 14$$

عدد جرمی عنصر حاصل $(A-4)$ ، $\frac{5}{7}$ برابر عدد جرمی عنصر اولیه (A) است.

$$N = A - Z = 14 - 6 = 8$$

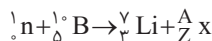
تعداد نوترون‌های عنصر اولیه به صورت:

$$N' = (A-4) - (Z-2) = 10 - 4 = 6$$

تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به صورت:

$$\frac{N'}{N} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

بنابراین نسبت تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به تعداد نوترون‌های عنصر اولیه به صورت:



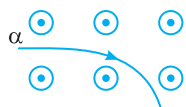
ابتدا نوع پرتو X را مشخص می‌کنیم.

۲۴۱- گزینه ۳

(B)

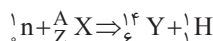
مجموع عدد اتمی‌های سمت راست = مجموع عدد اتمی‌های سمت چپ

مجموع عدد جرمی‌های سمت راست = مجموع عدد جرمی‌های سمت چپ



بنابراین پرتو ${}^4_2\alpha$ همان پرتو α است که دارای بار مثبت است و درون میدان برونسو شکل با توجه به قاعده دست راست به صورت روبه‌رو

منحرف می‌شود.



۲۴۲- گزینه ۱ با توجه به طر حواره معادله واپاشی را می‌نویسیم:

مجموع عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش با هم برابر است، بنابراین:

$$1 + A = 1 + A \Rightarrow A = 1 + A \Rightarrow A = 14, 0 + Z = 6 + 1 \Rightarrow Z = 7, N = A - Z = 14 - 7 = 7 \Rightarrow \frac{N}{Z} = 1$$

۲۴۳- گزینه ۱ ذره گسیل شده از هسته یک ذره بتای منفی (الکترون) است. بنابراین عدد اتمی (تعداد پروتون‌های هسته) یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌های آن

یک واحد کاهش می‌یابد.



۲۴۴- گزینه ۱ معادله واپاشی به صورت روبه‌رو است:

$$6 = Z + 3 \Rightarrow Z = 3, 11 = A + 0 \Rightarrow A = 11 \Rightarrow N = A - Z = 8$$

مجموع عدد اتمی و عدد جرمی‌ها در دو طرف واکنش با هم برابر است.

۲۴۵- گزینه ۳ در واپاشی بتا یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و یک بتا تبدیل می‌شود بنابراین تعداد پروتون‌ها به $11 + 1 = 12$ رسیده و تعداد

نوترون‌ها به $12 - 13 = 1$ می‌رسد. در این صورت هسته دختر $\begin{pmatrix} 12Z \\ 12N \end{pmatrix}$ است.

۲۴۶- گزینه ۳ یکی از کاربردهای گسترده واپاشی α در آشکارسازهای دود است که در آن مقدار اندکی از ماده پرتوزا که ذرات α گسیل می‌کند در وسط

صفحه‌ای که بار مثبت دارد (که در اینجا صفحه A است زیرا به پایانه مثبت باتری متصل می‌باشد) می‌گذراند (باتوجه به این که پرتوهای α مثبت هستند باید در صفحه مثبت قرار بگیرد تا از این صفحه به سمت صفحه منفی حرکت کنند) در طی گسیل پرتوی α ، به مولکول‌های هوا برخورد کرده و مولکول‌های هوا را یونیده می‌کند و یون‌های مثبت و منفی ایجاد می‌شود، این یون‌ها بین دو صفحه A و B توسط صفحه‌های ناهمنام خود جذب می‌شوند در نتیجه در مدار جریان برقرار می‌شود. هنگامی که دود در هوا باشد دود موجود بین صفحات جریان را کاهش می‌دهد زیرا یون‌هایی که به ذرات دود برخورد می‌کنند معمولاً خنثی می‌شوند و این باعث می‌شود که آمپرسنج عدد کوچک‌تری نمایش می‌دهد.

۲۴۷- گزینه ۳ بنا بر قانون پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} 137 = 137 + A_X \Rightarrow A_X = 0 \\ 55 = 56 + Z_X \Rightarrow Z_X = -1 \end{cases} \Rightarrow {}^0_{-1}X = {}^0_{-1}e$$

بنابراین X، بتای منفی است. اختلاف جرم را بر حسب kg به دست می‌آوریم و در رابطه اینشتین جای گذاری می‌کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0.001 \times 1.67 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 1.5 \times 10^{-14} \text{ J} = 1.5 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۲۴۸- گزینه ۳ نیمه عمر یک عنصر پرتوزا به جنس هسته آن بستگی دارد و با فشار، دما یا زمان تغییر نمی‌کند.

۲۴۹- گزینه ۳ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند. زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند.

ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند. ایزوتوپ‌ها دارای خاصیت‌های شیمیایی یکسان و انرژی بستگی هسته‌ای و خواص هسته‌ای متفاوت هستند.

۲۵۰- گزینه ۱ عنصرهایی که عدد اتمی آن‌ها از ۸۳ بزرگ‌تر است، به‌طور طبیعی ناپایدار هستند.

۲۵۱- گزینه ۲ نیمه عمر یک عنصر پرتوزا، تنها تابع نوع هسته واپاشیده است و عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن

ندارند و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

در اثر پرتوزایی بتا، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد $({}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e)$ بنابراین گزینه (۲) درست است.

هر چه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، یعنی برای جدا کردن نوکلئون از هسته، انرژی بیشتری لازم است و هسته پایدارتر است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. آلفا هسته هلیوم بوده و دارای دو پروتون و دو نوترون است. هرگاه هسته پرتوزا، آلفا گسیل کند، عدد اتمی آن دو واحد و عدد جرمی آن ۴ واحد کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^3} = \frac{1}{8} N_0 \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 12.5\%$$

با توجه به تعریف نیمه عمر عنصر پرتوزا خواهیم داشت: **گزینه ۴**

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} = 6.25\%$$

در مدت ۴ نیمه عمر خواهیم داشت: **گزینه ۳**

بنا بر تعریف نیمه عمر: **گزینه ۴**

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^3} \Rightarrow N = \frac{N_0}{8} = 6.25\% N_0 \Rightarrow \Delta N = N_0 - 6.25\% N_0 \Rightarrow \Delta N = 93.75\% N_0$$

تعداد هسته های واپاشیده

با توجه به تعریف نیمه عمر یک ماده پرتوزا: **گزینه ۱**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جرم باقی مانده: } M \xrightarrow{t} \frac{M}{2} \xrightarrow{t} \frac{M}{4} \xrightarrow{t} \frac{M}{8} \\ \text{جرم واپاشیده: } \frac{7}{8} M \\ \text{جرم واپاشیده: } M - \frac{M}{8} = \frac{7}{8} M \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی مانده}} = \frac{\frac{7}{8} M}{\frac{M}{8}} = 7$$

۸۷/۵ درصد از هسته های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته های اولیه باقی مانده است. **گزینه ۴**

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{12.5}{100} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{24}{3} = 8h$$

در مدت ۲۴h، سه نیمه عمر طی شده است.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{128} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^7 = 2^n \Rightarrow n = 7, \quad t = nT \Rightarrow t = 7 \times 2 = 14h$$

با توجه به رابطه نیمه عمر: **گزینه ۳**

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 1/5 = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = 5 \Rightarrow n = 3, \quad T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{18}{3} = 6$$

با توجه به رابطه نیمه عمر می توان نوشت: **گزینه ۲**

با توجه به تعریف نیمه عمر: **گزینه ۱**

$$M \xrightarrow{10h} \frac{M}{2} \xrightarrow{10h} \frac{M}{4} \xrightarrow{10h} \frac{M}{8} \xrightarrow{10h} \frac{M}{16}$$

جرم باقی مانده

$$\frac{M}{16} = M - 15 \Rightarrow \frac{15M}{16} = 15 \Rightarrow M = 16g$$

جرم عنصر پرتوزای باقی مانده = جرم اولیه - جرم واپاشیده

$$m \xrightarrow{5 \text{ روز}} \frac{m}{2} \xrightarrow{5 \text{ روز}} \frac{m}{4} \xrightarrow{5 \text{ روز}} \frac{m}{8} \xrightarrow{5 \text{ روز}} \frac{m}{16}$$

باقی مانده

راه حل اول: استفاده از تعریف: **گزینه ۳**

$$m - \frac{m}{16} = \frac{15}{16} m = 75g \Rightarrow m = 80g$$

بنابراین $\frac{15}{16}$ مقدار اولیه واپاشیده شده است.

$$\frac{5}{2} = 2.5g$$

در مدت ۲۰ شبانه روز، از ۸۰g، ۷۵g گرم واپاشیده شده است یعنی ۵ گرم باقی مانده است و پس از گذشت یک نیمه عمر دیگر یعنی گذشت ۵ شبانه روز دیگر، $2.5g$

از آن باقی می ماند.

راه حل دوم: استفاده از رابطه های نیمه عمر است. در این رابطه ها n تعداد نیمه عمرها و M، جرم ماده پرتوزای اولیه و m جرم ماده پرتوزای باقی مانده است.

$$n = \frac{t}{T_1} \Rightarrow n = \frac{20}{5} = 4$$

$$m = \frac{M}{2^n} \Rightarrow M - 75 = \frac{M}{2^4} \Rightarrow M - 75 = \frac{M}{16} \Rightarrow M = 80g, \quad m = \frac{M}{2^n} \Rightarrow 2.5 = \frac{80}{2^n} \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

$$n = \frac{t}{T_1} \Rightarrow 5 = \frac{t}{5} \Rightarrow t = 25$$

شبانه روز

$$\frac{m_0 - m}{m} = 15 \Rightarrow 15m = m_0 - m \Rightarrow m_0 = 16m \Rightarrow m = \frac{m_0}{16}$$

جرم باقی مانده $15 \times$ جرم واپاشیده شده

با توجه به فرض مسأله: **گزینه ۴**

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{16} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 4, \quad n = \frac{t}{T} \Rightarrow t = nT \Rightarrow t = 4 \times 16 \Rightarrow t = 64$$

روز

اکنون می توان زمان مورد نظر را حساب کرد:

تعداد هسته‌های فعال A و B با هم برابر شده است.

۲- ۲۶۲- گزینه

$$N_A = N_B \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^{nA}} = \frac{N_{0B}}{2^{nB}} \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^{100}} = \frac{N_{0B}}{2^{150}} \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^6} = \frac{N_{0B}}{2^4} \Rightarrow \frac{N_{0A}}{N_{0B}} = 2^2 = 4$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{12/5}{100} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی‌مانده است، بنابراین:

۲- ۲۶۳- گزینه

۳ نیمه‌عمر ۹ سال شده است، پس یک نیمه‌عمر $\frac{9}{3} = 3$ سال است.

با توجه به تعریف نیمه‌عمر:

۴- ۲۶۴- گزینه

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{32}, \quad \text{هسته‌های واپاشیده} = N_0 - \frac{N_0}{32} = \frac{31}{32} N_0 \approx 97\% N_0$$

با توجه به تعریف نیمه‌عمر، ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را به دست می‌آوریم:

۳- ۲۶۵- گزینه

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 0.125 = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{m_0}{0.125} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{t}{28} \Rightarrow t = 84 \text{ سال}$$

زمان سپری شده:

با توجه به رابطه نیمه‌عمر:

۲- ۲۶۶- گزینه

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 200 = \frac{1600}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3, \quad n = \frac{t}{T} \Rightarrow 3 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 18 \text{ h}$$

با توجه به فرض‌های مسأله می‌توان نوشت:

۴- ۲۶۷- گزینه

$$N_A = 4N_B \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^{nA}} = 4 \frac{N_{0B}}{2^{nB}} \xrightarrow{N_{0A} = N_{0B}} \frac{2^{nB}}{2^{nA}} = 4 \Rightarrow 2^{nB-nA} = 2^2 \Rightarrow n_B - n_A = 2$$

ابتدا نیمه‌عمر را به دست می‌آوریم:

۳- ۲۶۸- گزینه

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 3, \quad T_{1/2} = \frac{t}{n} = \frac{3000}{3} = 1000 \text{ y}$$

از ۳۰۰۰ سال تا ۶۰۰۰ سال نیز تعداد نیمه‌عمر $n = 3$ خواهد بود و تعداد هسته‌های واپاشیده خواهد شد:

$$\frac{N_0}{8} \xrightarrow{T_{1/2}=1000} \frac{N_0}{16} \xrightarrow{T_{1/2}=1000} \frac{N_0}{32} \xrightarrow{T_{1/2}=1000} \frac{N_0}{64}$$

$$\frac{N_0}{8} - \frac{N_0}{64} = \frac{8N_0 - N_0}{64} = \frac{7N_0}{64}$$

بنابراین تعداد هسته‌های واپاشیده در این مدت برابر است با:

در مدت زمانی ۳۰۰ ساعت تا ۴۵۰ ساعت، جرم فعال از m_1 به $\frac{m_1}{8}$ رسیده است از این‌رو:

۳- ۲۶۹- گزینه

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_1}{8} = \frac{m_1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{450 - 300}{3} \Rightarrow T = 50 \text{ h}$$

نیمه‌عمر خواهد شد:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{450}{50} \Rightarrow n = 9, \quad m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow m = \frac{m_0}{2^9} \Rightarrow m = \frac{m_0}{512}$$

اکنون مقدار عنصر فعال باقیمانده پس از گذشت ۴۵۰ ساعت را به دست می‌آوریم:

$$m_0 - m_x = m_0 - \frac{m_0}{512} = \frac{511}{512} m_0$$

مقدار ماده واپاشیده برابر است با:

نسبت جرم واپاشیده به جرم باقی‌مانده برابر است با:

۴- ۲۷۰- گزینه

$$\frac{m_0 - m}{m} = 15 \Rightarrow 15m = m_0 - m \Rightarrow m = \frac{m_0}{16}$$

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{16} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 4$$

تعداد نیمه‌عمرها را به دست می‌آوریم:

$$T_{1/2} = \frac{t}{n} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{48}{4} \Rightarrow T_{1/2} = 12 \text{ روز}$$

بنابراین زمان نیمه‌عمر خواهد شد:

وقتی تعداد هسته‌های پرتوزای فعال با تعداد هسته‌های واپاشیده برابر می‌شود، یعنی یک نیمه‌عمر از مدت واپاشی گذشته است. به راه‌حل زیر دقت کنید.

$$\frac{N_y}{N_x} = \frac{N_0 - N}{N} = 1 \Rightarrow N_0 = 2N \Rightarrow N = \frac{N_0}{2} \Rightarrow n = 1$$

$$\frac{N'_y}{N'_x} = \frac{N_0 - N'}{N'} = 15 \Rightarrow N_0 = 16N' \Rightarrow N' = \frac{N_0}{16} \Rightarrow \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{16} \Rightarrow n = 4$$

اکنون زمان لازم برای آن که این نسبت ۱۵ شود را به دست می‌آوریم.

بنابراین از آغاز واپاشی ۴ نیمه‌عمر و از زمانی که $\frac{N_y}{N_x} = 1$ است سه نیمه‌عمر یعنی $3 \times 20 = 60$ روز می‌گذرد.

تعداد ذره‌های تولید شده Y برابر تعداد ذره‌های واپاشیده X است از این رو: **گزینه ۳**

$$N_X + \gamma N_X = N_{0X} \Rightarrow N_X = \frac{N_{0X}}{1 + \gamma}$$

با توجه به فرض مسأله N_Y ، هفت برابر N_X است.

$$2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

در این صورت تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$t = 1/4 \times 10^9 \times 3 = 3/4 \times 10^9 \text{ سال} = 4/2 \times 10^9 \text{ سال} = 2 \times 10^9 \text{ سال}$$

بنابراین عمر قطعه سنگ برابر می‌شود با سه نیمه‌عمر:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 250 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow 2^n = 4 \Rightarrow n = 2$$

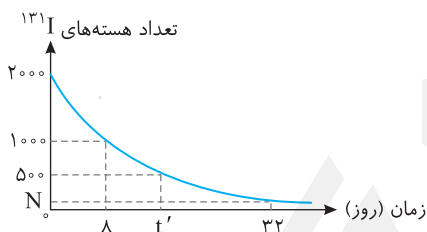
در مدت ۴ روز داریم: **گزینه ۲**

$$1000 \xrightarrow{\text{روز 2}} 500 \xrightarrow{\text{روز 2}} 250 \rightarrow \dots$$

پس در مدت ۴ روز ۲ نیمه‌عمر گذشته و داریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow 2^n = 2^{0.5} = \sqrt{2} = 1.414, N_1 = \frac{N_0}{\sqrt{2}} = \frac{1000}{1.414} = 707$$

پس نیمه‌عمر ماده ۲ روز می‌باشد:



راه‌حل اول: با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است.

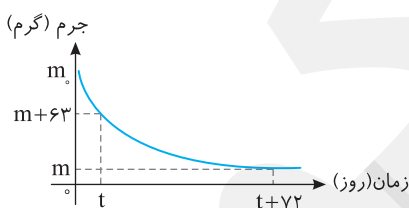
بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' برابر دو نیمه‌عمر بوده و $2 \times 8 = 16$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$$2000 \xrightarrow{\text{روز 8}} 1000 \xrightarrow{\text{روز 8}} 500 \xrightarrow{\text{روز 8}} 250 \xrightarrow{\text{روز 8}} N = 125$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{32}{8} = 4, N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{2000}{2^4} \Rightarrow N = \frac{2000}{16} \Rightarrow N = 125$$

راه‌حل دوم:

(در مورد t' مانند راه‌حل قبل عمل می‌کنیم.)



$$m_0 \xrightarrow{t} m + 63 \xrightarrow{72} m$$

با توجه به نمودار داریم:

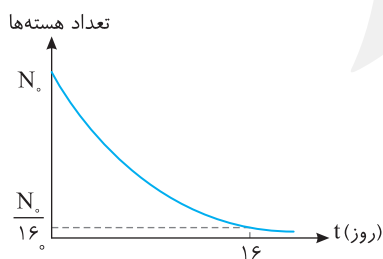
۷۲ روز معادل $\frac{72}{24} = 3$ نیمه‌عمر است و در این مدت ۶۳ گرم واپاشیده شده است:

$$m = \frac{m + 63}{2^3} \Rightarrow 8m = m + 63 \Rightarrow m = 9g$$

از $t + 72$ تا $t + 120$ روز، ۴۸ روز می‌گذرد که معادل دو نیمه‌عمر است، از این رو:

$$9g \xrightarrow{T_{1/2} = 24d} 4.5g \xrightarrow{24d} 2.25g$$

با توجه به رابطه $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ داریم: **گزینه ۳**



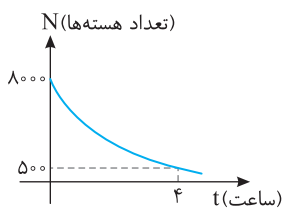
$$\frac{N_0}{16} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4 \xrightarrow{\frac{n}{2}} 4 = \frac{16}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 4 \text{ روز}$$

$$n' = \frac{t'}{T_{1/2}} = \frac{8}{4} = 2$$

حال تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از ۸ روز برابر است با:

بنابراین پس از ۸ روز، $\frac{1}{2}$ هسته فعال باقی‌مانده که همان ۲۵٪ می‌باشد.

۲۷۷- گزینه ۲ با توجه به رابطه $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ که در آن $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ است داریم:



$$5000 = 8000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 1, n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 1 = \frac{4}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4 \text{ h}$$

بنابراین نیمه‌عمر برابر ۱h می‌باشد: $n = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow n = \frac{3}{1} = 3, N' = 8000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow N' = 1000$

بنابراین از ۸۰۰۰ هسته بعد از ۳ ساعت ۱۰۰۰ هسته باقی‌مانده است یعنی ۷۰۰۰ هسته واپاشی شده است. $\frac{7000}{8000} \times 100 = 87.5\%$

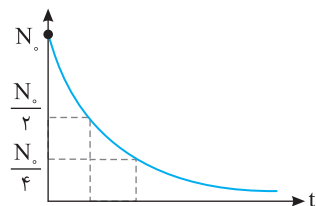
۲۷۸- گزینه ۱ با توجه به تعداد هسته‌های اولیه $N_0 = 32$ و تعداد هسته‌ها در لحظه t_1 ، $N_1 = 8$ ، و به همین ترتیب t_2 را به دست می‌آوریم.

$$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow 8 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow n_1 = 2, n_1 = \frac{t_1}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t_1 = 2T_{\frac{1}{2}}$$

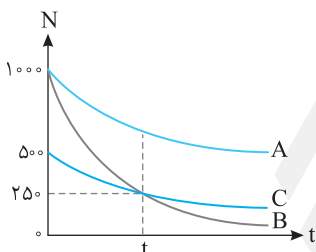
$$N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow 4 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow n_2 = 3, n_2 = \frac{t_2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t_2 = 3T_{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{3T_{\frac{1}{2}}}{2T_{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$$

۲۷۹- گزینه ۲ با توجه به نمودار روبه‌رو هرچه نیمه‌عمر کوتاه‌تر باشد تعداد هسته‌های فعال در زمان کوتاه‌تری واپاشیده شده و تعداد هسته‌های باقیمانده فعال به سرعت کاهش می‌یابد.



بنابراین گزینه (۲) درست می‌باشد. چون عنصر B زودتر هسته‌های کم شده، پس نیمه‌عمر آن کوتاه‌تر است.



۲۸۰- گزینه ۴ با توجه به نمودار نیمه‌عمر A از بقیه بیشتر است زیرا در مدتی (مدت t) که تعداد هسته‌های A به $\frac{500}{250} = \frac{1}{2}$ رسیده است تعداد هسته‌های C به $\frac{1000}{250} = \frac{1}{4}$ و تعداد هسته‌های B به $\frac{1000}{250} = \frac{1}{2}$ رسیده است و این مدت دو نیمه‌عمر برای B و یک نیمه‌عمر برای C است در نتیجه: $T_A > T_C > T_B$

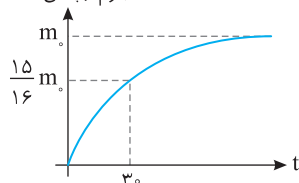
۲۸۱- گزینه ۳ با توجه به نمودار، نیمه‌عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه‌عمر عنصر A است: $N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{1000}{2^3} = 125$ هسته

برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو: $N_B = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 125 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow n = 3$

نیمه‌عمر عنصر B خواهد شد: $T = \frac{t}{n} = \frac{3}{3} = 1$ روز

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{32} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 5, T = \frac{t}{n} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow t = 5 \text{ روز}$$

۲۸۲- گزینه ۳ با توجه به نمودار جرم کل برابر m_0 است و پس از ۳۰ سال $\frac{15}{16} m_0$ واپاشی شده و $\frac{1}{16} m_0$ باقی می‌ماند



$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} m_0 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$$

می‌ماند بنابراین تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{30}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 7.5 \text{ سال}$$

نیمه‌عمر برابر است با:

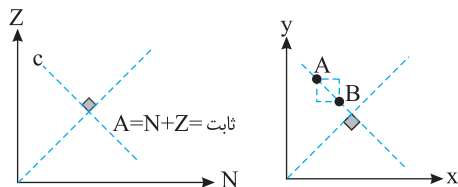
اکنون زمانی که $N = \frac{1}{32} N_0$ می‌شود را به دست می‌آوریم: $\frac{1}{32} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 5, n' = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 5 = \frac{t'}{7.5} \Rightarrow t' = 37.5 \text{ سال}$

۳ - ۲۸۳ گزینه: هر پروتون دارای بار +e است، بنابراین تعداد پروتون‌ها برابر است با: $Z = \frac{Q}{e}$ (A)

۳ - ۲۸۴ گزینه: با گسیل پوزیترون، از عدد اتمی یک واحد کاسته می‌شود و عدد نوترونی یک واحد افزایش می‌یابد، بنابراین هسته در جهت (۳) منتقل می‌شود. (B)

۴ - ۲۸۵ گزینه: با گسیل بتا، عدد اتمی، یک واحد افزایش و عدد نوترونی، یک واحد کاهش می‌یابد، بنابراین در سوی فلش (۱) منتقل می‌شود. (B)

۴ - ۲۸۶ گزینه: با گسیل آلفا، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام دو واحد کاهش می‌یابند، بنابراین در سوی فلش (۴) منتقل می‌شود. (B)



۳ - ۲۸۷ گزینه: با توجه به نمودار عنصرهای روی خط C (خط عمود بر نیمساز) دارای عدد جرمی $A = Z + N$ یکسان هستند. در صفحه XOY، جمع مختصات (x+y) تمام نقطه‌های روی خط عمود بر نیمساز عدد ثابتی است. به‌طور مثال اگر از A به B برویم به همان اندازه که x زیاد می‌شود، y کم شده و x+y ثابت می‌ماند. (A)

۲ - ۲۸۸ گزینه: انرژی بستگی هسته برابر است با: (B)

$$B = \Delta mc^2 \Rightarrow B = [(Zm_p + Nm_n) - m_x] c^2 \Rightarrow \frac{4}{5} \times 10^{-10} = [(14 \times 1.67 \times 10^{-27} + 14 \times 1.68 \times 10^{-27}) - m_x] (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4/5 \times 10^{-10}}{9 \times 10^{16}} = 14 \times 3 / 35 \times 10^{-27} - m_x \Rightarrow m_x = 14 \times 3 / 35 \times 10^{-27} - 5 \times 10^{-27} \Rightarrow m_x = 4/9 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

۲ - ۲۸۹ گزینه: ابتدا جرم هستهٔ تریتم را با کم کردن جرم الکترون از جرم اتم تریتم به دست می‌آوریم: (A)

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_x \Rightarrow \Delta m = 100.73u + 2 \times 100.86u - 3/0.136u \Rightarrow \Delta m = 100.73u + 2/0.172u - 3/0.136u$$

$$\Delta m = 3/0.245u - 3/0.136u = 0/0.109u$$

$$B = 0/0.109 \times 931/5 = 10/15 \text{ MeV}$$

انرژی بستگی تریتم برابر است با:

$$\frac{B}{A} = \frac{10/15}{3} = 3/383 \text{ MeV}$$

۲ - ۲۹۰ گزینه: کافی است انرژی بستگی را به تعداد نوکلئون‌ها تقسیم کرد. (A)

۴ - ۲۹۱ گزینه: ابتدا اختلاف جرم را در دو سوی واکنش ${}^2_6\text{C} \rightarrow {}^3_4\text{He} + {}^1_2\text{He}$ به دست می‌آوریم، سپس Δm را که برحسب یکای جرم اتمی است در عدد ۹۳۱/۵ ضرب می‌کنیم تا انرژی برحسب MeV به دست آید: (B)

$$\Delta m = 3 \times 4/0.026u - 12/0.000u = 0/0.078u, E = 0/0.078 \times 931/5 \approx 7/27 \text{ MeV}$$

در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$\begin{cases} 235 + 1 = 140 + 94 + 1 + x \Rightarrow x = 1 \\ 92 + 0 = 54 + 38 + 0 + y \Rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow {}^1_0\text{n}$$

۴ - ۲۹۳ گزینه: واپاشی نوترون به صورت ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e}$ است. (D)

$$\Delta M = M_n - (M_p + M_e) = 1/0.0866 - (1/0.0728 + 0/0.000549), \Delta M = 0/0.0831u$$

در واقع پروتون که از الکترون خیلی سنگین‌تر است ساکن یا تقریباً ساکن می‌ماند، بنابراین بیشینه انرژی جنبشی ذره‌های بتا برابر است با:

$$E = 0/0.0831 \times 931/5 = 0/774 \text{ MeV}$$

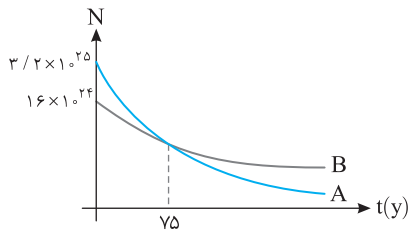
۴ - ۲۹۴ گزینه: در واکنش گزینه (۱) مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش یکسان نیست (۲+۵ ≠ ۶+۰)، بنابراین این واکنش ممنوع است. در واکنش گزینه (۲) مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان نیست (۱+۲۷ ≠ ۲۷+۴)، بنابراین این واکنش نیز ممنوع است. (A)

۳ - ۲۹۵ گزینه: اگر یک ذره آلفا گسیل کند از عدد نوترونی و همچنین عدد اتمی آن دو واحد کاسته می‌شود. از طرفی هنگام گسیل بتا از تعداد نوترون یک واحد کاسته و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود، در نتیجه با گسیل یک آلفا و یک بتای منفی جمعاً ۳ واحد از عدد نوترونی و یک واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود. (C)

۲ - ۲۹۶ گزینه: برای هر یک از دو عنصر هسته‌های فعال P و Q را حساب می‌کنیم: (A)

$$\begin{cases} N_{0P} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0P}}{2} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0P}}{4} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0P}}{8} \\ N_{0Q} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0Q}}{2} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0Q}}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_P}{N_Q} = \frac{8}{2} = 4$$

۲ - ۲۹۷ گزینه: با توجه به شکل مسأله، نیمه‌عمر B از همه کوتاه‌تر و سرعت واپاشی آن از بقیه بیشتر است. (B)



۲- ۲۹۸- گزینه ۲ با توجه به نمودار ۷۵ سال برای هسته‌های B برابر $(n = \frac{75}{25} = 3)$ سه نیمه‌عمر است

$$N_B = \frac{N_0 B}{2^n} \Rightarrow N_B = \frac{1.6 \times 10^{24}}{2^3} = 2 \times 10^{23}$$

و تعداد هسته‌های B بعد از ۷۵ سال خواهد شد:

با توجه به نمودار پس از ۷۵ سال تعداد هسته‌های فعال A و B یکسان است از این رو:

$$N_A = N_B = 2 \times 10^{23}, N_A = \frac{N_0 A}{2^n} \Rightarrow 2 \times 10^{23} = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

$$T_{1/2 A} = \frac{t}{n} = \frac{75}{4} = 18.75 \text{ y}$$

نیمه‌عمر عنصر A خواهد شد:

اکنون تعداد هسته‌های فعال A را بعد از ۱۱۲/۵ سال به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{112/5}{4} = \frac{45}{4} = 6, N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N_A = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^6} \Rightarrow N_A = \frac{3 \times 10^{24}}{64} \Rightarrow N_A = 5 \times 10^{23}$$

۱- ۲۹۹- گزینه ۱ این پدیده برخورد ماده و ضد ماده است که در آن تمام جرم به انرژی تبدیل می‌شود. با توجه به رابطه اینشتین، انرژی هر فوتون خواهد شد:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = (9 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 8.1 \times 10^{-15} \text{ J} = \frac{8.1 \times 10^{-15}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 50000 \text{ eV} = 50 \text{ keV}$$

۳- ۳۰۰- گزینه ۳ با تبدیل ۱g ماده به انرژی، انرژی آزاد شده برابر:

$$E = mc^2 = 1 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \approx 10^{13} \text{ J}$$

بنزین لازم برای طی مسافت ۱۰۰۰km بین تهران تا اهواز را با استفاده از تناسب زیر به دست می‌آوریم.

$$1000 \text{ kg} \approx 10 \text{ lit}$$

هر lit بنزین $J \approx 40 \text{ kJ} \approx 4 \times 10^7$ انرژی آزاد می‌کند بنابراین انرژی لازم برای هر ۱۰۰۰km برابر $10^6 = 100 \times 10^4$ می‌باشد. تعداد دفعات طی کردن مسافت تهران تا اهواز

و بالعکس با تبدیل ۱g به انرژی برابر با $10^7 = \frac{10^{13}}{10^6}$ است.

۱- گزینه ۱ با توجه به رابطه پیشنهادی اینشتین برای انرژی فوتون $E=hf$ گزینه (۱) درست است.

۲- گزینه ۳ انرژی هر فوتون را به دست آورده و انرژی داده شده را بر آن تقسیم می‌کنیم:

$$n = \frac{E_{\text{کل}}}{hf} \Rightarrow n = \frac{6/63 \times 10^{-1}}{6/63 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{15}} = \frac{10^{18}}{5} \Rightarrow n = 2 \times 10^{17}$$

۳- گزینه ۳ برای رخ دادن پدیده فوتوالکتریک باید بسامد نور تابیده شده به بسامد آستانه $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ برسد با توجه به اینکه با λ پدیده فوتوالکتریک رخ نداده

پس $\lambda_0 < \lambda$ است، بنابراین برای رخ دادن پدیده باید طول موج کاهش یابد و گزینه (۴) نادرست است. همچنین می‌دانیم که رخ دادن پدیده به مدت زمان تابش و شدت نور بستگی ندارد بنابراین گزینه (۱) و (۲) نیز نادرست است. می‌دانیم بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد بنابراین با تغییر فلز ممکن است بسامد آستانه کاهش یافته و با همان طول موج اولیه، پدیده فوتوالکتریک رخ دهد.

۴- گزینه ۱ بسامد آستانه، کمترین بسامدی است که پدیده فوتوالکتریک در آن رخ می‌دهد، همچنین می‌دانیم انرژی هر فوتون که به الکترون‌های سطح می‌رسد برابر آستانه hf می‌باشد، بنابراین در بسامد آستانه فلز فوتون با کمینه انرژی می‌رسد. $f_{\text{آستانه}} = 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow f_{\text{آستانه}} = 4 \times 10^{-15} \times f_{\text{آستانه}} \Rightarrow f_{\text{آستانه}} = 4 \times 10^{-15} \times f_{\text{آستانه}}$

۵- گزینه ۳ با تابیده شدن نور به سطح فلز، به هر الکترون انرژی یک فوتون (hf) می‌رسد که قسمتی از آن صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز می‌شود و مابقی آن به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد:

بنابراین انرژی جنبشی به بسامد نور تابیده بستگی دارد و نه شدت نور و گزینه (۱) درست است، اما اگر بسامد نور مثلاً ۴ برابر شود، انرژی جنبشی کمتر از ۴ برابر افزایش می‌یابد زیرا از hf مقدار انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز کم می‌شود پس گزینه (۳) نادرست است. بسامد آستانه کمترین بسامدی است که پدیده فوتوالکتریک در آن رخ می‌دهد که این بسامد به جنس فلز بستگی دارد بنابراین گزینه (۲) درست است. رخ دادن یا ندادن پدیده فوتوالکتریک به بسامد نور فرودی بستگی دارد، اگر بسامد نور فرودی بیشتر یا مساوی بسامد آستانه باشد پدیده رخ می‌دهد بنابراین گزینه (۴) درست است.

۶- گزینه ۱ در تابش اتم هیدروژن، پرتوهای وابسته به رشته‌های پفوند، برکت و پاشن در ناحیه فرسرخ است.

۷- گزینه ۳ بلندترین طول موج وقتی جذب می‌شود که الکترون از تراز ۱ به تراز ۲ برود. در این صورت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{400} \Rightarrow \lambda = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

دقت کنید رابطه ریذبرگ و بالمر برای طول موج‌های گسیلی است. می‌دانیم یک عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که می‌تواند گسیل کند. از این رو به جای گذار از تراز ۱ به ۲ و طول موج جذب، گذار از تراز ۲ به ۱ و طول موج گسیل را به دست آورده‌ایم.

۸- گزینه ۱ انرژی الکترون در حالت $n=1$ و $n=2$ را به دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم تا انرژی فوتونی که باید توسط الکترون جذب شود تا از تراز $n=1$ به تراز بالاتر $n=2$ برود به دست آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -13/6 \text{ eV} \\ n=2 \Rightarrow E_2 = -13/24 = -3/4 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_2 - E_1 = -3/4 - (-13/6) = 10/24 \text{ eV}$$

۹- گزینه ۱ با استفاده از رابطه ریذبرگ، n را به دست می‌آوریم و در ضمن چون $n'=2$ است، بنابراین گسیل در رشته بالمر است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{R=10^7 \text{ nm}^{-1}} \frac{1}{\lambda=720 \text{ nm}, n'=2} \rightarrow \frac{1}{720} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n=3$$

۱۰- گزینه ۴ با توجه به رابطه بالمر- ریذبرگ:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{15}{16} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n=4 \text{ و } n'=1$$

۱۱- گزینه ۱ با توجه به انرژی الکترون در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

۱۱- گزینه ۱ اکنون به کمک رابطه بالمر- ریذبرگ n' را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9} \Rightarrow n'=1$$

۱۲- گزینه ۲ انرژی فوتون با طول موج نسبت وارون دارد، در این صورت:

$$\frac{E_{Lmax}}{E_{Bmax}} = \frac{\frac{hc}{\lambda_L}}{\frac{hc}{\lambda_B}} \rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \rightarrow \frac{E_{Lmax}}{E_{Bmax}} = \frac{\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right)}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right)} = 16$$

۱۳- گزینه ۳ هرگاه الکترون در ترازهای انرژی بالاتر باشد، انرژی کمتری برای جدا شدن از اتم لازم است. یعنی انرژی یونش کاهش می‌یابد و گزینه (۱) نادرست است. در برخورد فوتون به اتم چنانچه انرژی فوتون با اختلاف انرژی دو تراز برابر باشد و در تراز با انرژی پایین‌تر الکترونی برای رفتن به تراز بالاتر باشد ممکن است الکترون گذار انجام دهد. بنابراین گزینه (۲) نادرست است. در حالی که گسیل القایی رخ می‌دهد برخورد فوتون با اتم باعث گذار الکترون به تراز پایین‌تر می‌شود و گزینه (۳) درست است. در مدل اتمی بور با افزایش شعاع مدار الکترون، انرژی ترازها نیز افزایش می‌یابد و گزینه (۴) نادرست است.

۱۴- گزینه ۲ بازده خواهد شد:

$$Ra = \frac{W_o}{W_i} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{9 \times 10^{-3}}{20} \times 100 \Rightarrow Ra = 45 \times 10^{-3} \%$$

۱۵- گزینه ۳ می‌دانیم با گذار از تراز بالای اتم هیدروژن به تراز پایین، الکترون یک فوتون گسیل می‌کنیم که انرژی این فوتون برابر است با:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n_U^2} - \left(\frac{-E_R}{n_L^2} \right) = hf$$

$$hf = \frac{E_R}{n_L^2} - \frac{E_R}{n_U^2} \Rightarrow hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$R = \frac{E_R}{hc} \Rightarrow \frac{E_R}{R} = hc$$

همچنین رشته خط‌های طیف گسیلی به طور تجربی برابر $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ می‌باشد، بنابراین:

۱۶- گزینه ۱ در آزمایش رادرفورد تعداد کمی از پرتوهای α که از جنس هسته هلیوم دو بار مثبت است بیش از 90° منحرف می‌شود که از این آزمایش رادرفورد به این نتیجه رسید که در اتم مرکزی‌هایی بسیار چگال وجود دارد و از رانش ذرات مثبت α توسط این مرکزها به این نتیجه رسید این مرکزهای چگال دارای بار مثبت هستند.

۱۷- گزینه ۴ در رشته طول موج‌های طیف اتم هیدروژن، در رشته لیمان، همه طول موج‌های گسیلی در ناحیه فرابنفش قرار دارند.

۱۸- گزینه ۴ با توجه به رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ همواره n و n' عدد طبیعی بوده و $n > n'$ است، در صورت پرسش $n=1$ بوده و الکترون در تراز پایه است، بنابراین تابش گسیل نمی‌کند و گزینه (۴) درست است.

۱۹- گزینه ۱ انرژی الکترون در الگوی اتمی بور در اتم هیدروژن برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -0.85 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4 \\ -3/4 = -\frac{13.6}{n'^2} \Rightarrow n'^2 = 4 \Rightarrow n' = 2 \end{cases}$$

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_f = 16 a_0 \Rightarrow \frac{r_f}{r_f} = \frac{1}{4} \\ r_r = 4 a_0 \Rightarrow \frac{r_r}{r_f} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

شعاع مدار الکترون به گرد هسته بنا به مدل اتمی بور برابر خواهد بود:

۲۰- گزینه ۱ انرژی فوتون فرودی بر فلز را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{0.2 \times 10^{-6}} = 6/21 \text{ eV}$$

از این انرژی فوتون، مقداری صرف جدا شدن الکترون و بقیه به انرژی جنبشی فوتوالکترون ($3/21 \text{ eV}$) تبدیل شده است از این رو انرژی لازم برای جدا شدن الکترون خواهد شد:

$$E = hf \Rightarrow E = 4/14 \times 10^{-15} \times 8 \times 10^{14} = 3/312 \text{ eV}$$

اکنون انرژی فوتون با بسامد $8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ را به دست می‌آوریم:

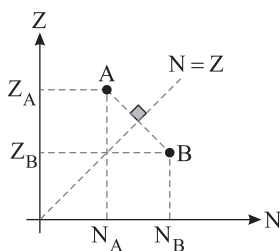
بنابراین اگر این فوتون به فلز بتابد مقدار 3 eV آن صرف جدا شدن الکترون شده و بقیه آن یعنی $3/312 - 3 = 0/312 \text{ eV}$ به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود.

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینه ۴ هرچه هسته سنگین تر شود یعنی عدد اتمی افزایش یابد نسبت $\frac{N}{Z}$ بیشتر می شود و گزینه (۱) درست است. نیروی هسته‌ای بین دو نوکلئون وجود دارد، دو نوکلئون می‌توانند هر دو پروتون یا هر دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون باشد یعنی نیروی هسته‌ای به نوع نوکلئون بستگی ندارد و گزینه (۲) درست است. هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگتر از $Z=83$ که متعلق به بیسموت ${}_{83}^{209}\text{Bi}$ است، ناپایدارند و گزینه (۳) درست است. رفتار شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل داشتن عدد اتمی یکسان و ساختار ترازهای انرژی اتمی یکسان، شبیه به هم است و گزینه (۴) نادرست است.

۲- گزینه ۴ در واکنش‌های شیمیایی مانند ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-f}_{Z-1} Y + {}^f_1 \alpha + i \beta$ همواره مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است و همچنین مجموع عدد اتمی با هم یکسان بوده که این بیانی از قانون پایستگی بار الکتریکی است و گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند اما در بحث انرژی بستگی هسته متوجه شدیم که جرم در واکنش‌های هسته‌ای پایسته نمی‌ماند و گزینه (۱) نادرست است.

۳- گزینه ۳ با توجه به بردارهای نیروی رسم شده در شکل، نیروی هسته‌ای بین دو نوترون و یا دو پروتون و یا یک نوترون و یک پروتون وجود دارد یعنی از دید نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نیست بنابراین گزاره (الف) را می‌توان نتیجه گرفت. از طرفی در شکل نشان داده شده است که هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های مجاورش نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی هسته‌ای را کوتاه‌برد نشان می‌دهد و گزاره (ب) نیز درست است. این طرح‌واره در مورد واپاشیدن هسته چیزی به ما ارائه نمی‌دهد و گزاره (پ) نادرست است.



۴- گزینه ۱ خط چین $N=Z$ (چون مقدار محور قائم و مقدار محور افقی با هم برابرند). پس شیب خط برابر ۱ است بنابراین خط رسم شده بین A و B چون بر خط $N=Z$ عمود است دارای شیب -۱ می‌باشد.

$$\text{شیب خط } AB = \frac{Z_A - Z_B}{N_A - N_B} = -1$$

$$Z_A - Z_B = N_B - N_A \Rightarrow N_A + Z_A = N_B + Z_B$$

بنابراین عدد جرمی‌های دو اتم A و B با هم برابر می‌باشد.

۵- گزینه ۳ از تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها هر کدام یک واحد کاسته شده است. بنابراین ذره گسیل شده هسته دوتریم ${}^2_1\text{D}$ خواهد بود.

نیمه عمر عنصر پرتوزا: زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد. $(T_{1/2})$

برای تعداد نیمه‌عمرهای عدد صحیح، تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده را می‌توانیم از رابطه‌های زیر به دست آوریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n}, \quad n = \frac{t}{T_{1/2}}$$

N_0 تعداد هسته‌های اولیه، N تعداد هسته‌های باقی‌مانده، $T_{1/2}$ نیمه عمر، t مدت زمان سپری شده و n تعداد نیمه عمرهای سپری شده است.

نیمه عمر یک عنصر پرتوزا به دما، فشار یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بستگی ندارد و تنها تابع نوع هسته است.

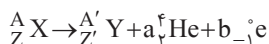
۶- گزینه ۱ اندازه گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها (ZM_p) و جرم نوترون‌ها (NM_n) تشکیل دهنده‌اش اندکی کمتر است، البته جرم اتم با توجه به کوچک بودن جرم الکترون‌های مدارهای اتم نیز از جرم مجموع نوکلئون‌ها کمتر است و هرچه این کاستی جرم هسته بیشتر باشد نشان‌دهنده بزرگی انرژی بستگی هسته است.

۷- گزینه ۱ با توجه به تعریف انرژی بستگی هسته، این مقدار تغییر جرم به انرژی تبدیل شده است و بنا به رابطه اینشتین خواهیم داشت:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0.00217 \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 2.014 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۸- گزینه ۴ هسته ${}^{231}_{91}\text{Pa}$ دارای ۹۱ پروتون و $231 - 91 = 140$ نوترون است. وقتی این هسته آلفا گسیل می‌کند از تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها هر کدام دو واحد کم می‌شود و تعداد پروتون‌ها ۸۹ و نوترون‌ها ۱۳۸ می‌شود.

۹- گزینه ۴ در واکنش هسته‌ای، مجموع بار الکتریکی و مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است.



با توجه به فرض سؤال، از عدد جرمی ۴ واحد کم شده ($A' = A - 4$) و عدد اتمی ثابت مانده است ($Z = Z'$) بنابراین:

$$A = A' + 4a \xrightarrow{A' = A - 4} A = A - 4 + 4a \Rightarrow a = 1 \text{ ذره آلفا } , \quad Z = Z' + 2a - b \xrightarrow{Z = Z'} 0 = 2 - b \Rightarrow b = 2 \text{ بتا}$$

۱۰- گزینه ۳ با توجه به رابطه بین جرم و انرژی می‌توان نوشت:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 2 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 1.8 \times 10^7 \text{ J}$$

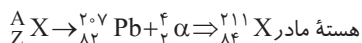
هر ۱ kWh برابر $3.6 \times 10^6 \text{ J}$ است، از این رو:

$$E = \frac{1.8 \times 10^7}{3.6 \times 10^6} \Rightarrow E = 5 \times 10^4 \text{ kWh}$$

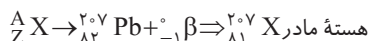
۱۱- گزینه ۲ در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$${}_{95}^{243}\text{X} \rightarrow {}_{91}^{223}\text{Y} + a {}_2^4\text{He} + b {}_{-1}^0\text{e} \Rightarrow \begin{cases} 4a = 20 \Rightarrow a = 5 \\ 2a - b = 4 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

۱۲- گزینه ۴ در واپاشی آلفا، از عدد اتمی ۲ واحد و از عدد جرمی ۴ واحد کاسته می‌شود در این صورت:



در واپاشی بتا، عدد جرمی ثابت و به عدد اتمی یک واحد اضافه می‌شود.



۱۳- گزینه ۴ با توجه به رابطه واپاشی هسته‌های رادیواکتیو خواهیم داشت:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N = \frac{N_0}{32}, \Delta N = N_0 - N = \frac{31N_0}{32} \Rightarrow \Delta N \approx 97\% N_0$$

۱۴- گزینه ۲ با توجه به رابطه تعداد هسته‌ها فعال با نیمه عمر خواهیم داشت:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N=1/56\%N_0} \frac{1/56N_0}{100} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{64} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6, t = nT \Rightarrow t = 6 \times 5730 \Rightarrow t = 34380 \text{ s}$$

با توجه به صورت سؤال که سن تقریبی را خواسته است، ۱/۵۶٪ را معادل $\frac{1}{64}$ گرفته‌ایم.

۱۵- گزینه ۳ تعداد هسته‌های موجود A و B در هر مرحله از واپاشیدن برابر تعداد هسته‌های اولیه عنصر پرتوزای A است، بنابراین:

$$N_{0A} : \text{تعداد هسته‌های اولیه A}$$

$$N_{0A} = (N_{MA} + N_{MB})$$

$$N_{MB} : \text{تعداد هسته‌های B در نقطه M}$$

$$N_{0A} = (N_{MA} + 15N_{MA}) \Rightarrow N_{0A} = 16N_{MA} \Rightarrow N_{MA} = \frac{1}{16} N_{0A}$$

$$N_{MA} : \text{تعداد هسته‌های A در نقطه M}$$

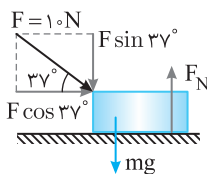
$$4 \times 1/2 \times 10^9 = 4/8 \times 10^9 \text{ سال یا سال میلیارد سال } 4/8$$

یعنی بعد از گذشتن ۴ نیمه عمر به حالت M می‌رسد.

کاربرد مشتق در حرکت شناسی

ضمیمه ۲

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱- گزینه ۴ مشتق مکان نسبت به زمان برابر سرعت لحظه‌ای است $v = x'$ و علامت سرعت به تنهایی درباره نوع حرکت چیزی را مشخص نمی‌کند. $x' > 0$ تنها نشان می‌دهد که متحرک در جهت مثبت محور در حال پیشروی است و ممکن است مقدار سرعت ثابت باشد و یا سرعت در حال کاهش (حرکت کندشونده) و یا در حال افزایش (حرکت تندشونده) باشد.

فراموش نکنیم که برای مشخص شدن کندشونده و تندشونده بودن حرکت باید علامت سرعت و علامت شتاب هر دو مشخص باشند. اگر بردار سرعت و شتاب هم علامت باشند ($av > 0$) حرکت تندشونده و اگر بردار سرعت و شتاب هم علامت نباشند ($av < 0$) حرکت کندشونده است.

۲- گزینه ۱ متحرکی که روی خط راست (محور X ها) در حرکت است، برای تغییر جهت ابتدا باید سرعتش صفر شود. از این رو ابتدا معادله سرعت- زمان را به کمک مشتق گیری از معادله مکان- زمان به دست آورده، لحظه صفر شدن سرعت و تغییر جهت را حساب می‌کنیم:

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 3 \xrightarrow{v=0} 3t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1s$$

$$x = t^3 - 3t + 1 \Rightarrow x = 1 - 3 + 1 \Rightarrow x = -1m$$

۳- گزینه ۲ بازه زمانی ثانیه دوم یعنی از $t = 1s$ تا $t = 2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 3 \xrightarrow{v=0} 3t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

بنابراین در بازه مورد نظر تغییر جهت رخ نمی‌دهد و مسافت طی شده با جابه‌جایی متحرک یکسان است:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1 - 3 + 1 = -1m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 8 - 3 \times 2 + 1 = +3m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = 3 - (-1) = 4m$$

۴- گزینه ۴ بازه زمانی دو ثانیه اول یعنی از $t = 0$ تا $t = 2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه، سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 3 \xrightarrow{v=0} 3t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

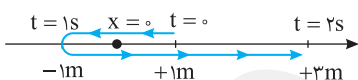
$$x = (1)^3 - 3 \times (1) + 1 \Rightarrow x = -1m$$

بنابراین متحرک در لحظه $t = 1s$ و مکان $x = -1m$ تغییر جهت داده است.

$$t = 0 \Rightarrow x = +1m$$

$$t = 2s \Rightarrow x = 8 - 6 + 1 = +3m$$

اکنون مکان متحرک در ابتدا و انتهای بازه مورد نظر را به دست می‌آوریم:



پس متحرک از مکان $+1m$ به مکان $-1m$ رفته و سپس به مکان $x = +3m$ برگشته است و مسافت طی شده برابر است با: $2 + 4 = 6m$

۵- گزینه ۲ مسافت طی شده در ثانیه دوم، یعنی مسافت طی شده در بازه زمانی $t = 1s$ تا $t = 2s$. بنابراین در معادله حرکت $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ را قرار می‌دهیم و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$x = 2t^3 + 3t : \begin{cases} t = 1s \Rightarrow x_1 = 5m \\ t = 2s \Rightarrow x_2 = 22m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 22 - 5 = 17m$$

دقت کنید اگر معادله سرعت- زمان این متحرک را به دست آوریم سرعت صفر نمی‌شود و متحرک در هیچ لحظه‌ای پس از $t = 0$ تغییر جهت نمی‌دهد و مسافت طی شده همان جابه‌جایی است.

$$v = x' \Rightarrow v = 6t^2 + 3 \Rightarrow v \neq 0$$

۶- گزینه ۴ ابتدا معادله سرعت- زمان را به دست می‌آوریم. در مدتی که متحرک دارای سرعت منفی می‌باشد، متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است.

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 6 \Rightarrow 3t^2 - 6 = 0 \Rightarrow t^2 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{2}$$

اکنون سرعت را تعیین علامت می‌کنیم؛ با توجه به جدول روبه‌رو، متحرک در بازه $t = 0$ تا $t = \sqrt{2}$ در جهت منفی محور در حال حرکت است.

t	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
v		-	+

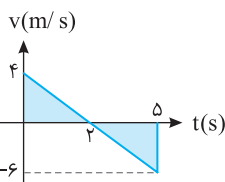
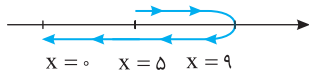
تغییر جهت

۷- گزینه ۴ **راه حل اول:** مسافت طی شده یعنی طول کل مسیری که متحرک در ۵ ثانیه طی می کند. پس باید بررسی کرد که متحرک متوقف می شود و جهت

حرکت خود را تغییر می دهد یا خیر؟ برای این منظور ابتدا معادله سرعت- زمان را به دست می آوریم: $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{v=0} -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$

پس در لحظه $t = 2s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد. حال مکان تغییر جهت را نیز به دست می آوریم:

$$x = -t^2 + 4t + 5 \xrightarrow{t=2s} x = -4 + 8 + 5 = 9m$$



در لحظه $t = 0$ متحرک در مکان $+5m$ ، در لحظه $t = 2s$ در مکان $+9m$ و در لحظه $t = 5s$ در مکان $x = 0$ است. پس در کل، مسافت طی شده برابر است با:

راه حل دوم: می توانیم نمودار سرعت- زمان $v = -2t + 4$ را در مدت $5s$ رسم کرده و قدرمطلق سطح های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.

$$\text{مسافت طی شده} = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{-6 \times 3}{2} \right| = 13m$$

۸- گزینه ۴ ابتدا معادله سرعت- زمان را به دست آورده و آن را تعیین علامت می کنیم. در بازه زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است و در بازه زمانی که سرعت مثبت است، متحرک در جهت مثبت محور در حرکت است.

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 + 4t = 0 \Rightarrow t = 0, \quad t = -\frac{4}{3}s$$

در تمام مدت حرکت متحرک پس از لحظه $t = 0$ ، همواره سرعت مثبت و همواره حرکت در جهت مثبت محور x ها است.

۹- گزینه ۴ در حرکت کندشونده، سرعت متحرک در حال کاهش است و بردار شتاب و بردار سرعت در خلاف جهت هم هستند. معادله سرعت- زمان و معادله شتاب- زمان را به دست آورده و آن ها را تعیین علامت می کنیم:

t	0	$+\infty$
v	-	
a	-	
av	+	

$$v = x' \Rightarrow v = -3t^2 - 4t \xrightarrow{v=0} \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{4}{3}s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$a = v \Rightarrow a = -6t - 4 \xrightarrow{a=0} t = -\frac{2}{3}s \text{ غ ق ق}$$

با توجه به جدول تعیین علامت، هرگز حرکت این متحرک کندشونده نخواهد بود.

۱۰- گزینه ۲ متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، لحظه ای تغییر جهت می دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد.

$$v = x' \Rightarrow v = t^2 + 3t - 4$$

$$v = 0 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \\ t = -4s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

در لحظه $t = 1s$ متحرک تغییر جهت می دهد.

۱۱- گزینه ۱ متحرک لحظه ای تغییر جهت می دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد.

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 6t + 3 \xrightarrow{v=0} 3(t^2 - 2t + 1) = 0 \Rightarrow 3(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

با آن که در لحظه $t = 1s$ سرعت صفر می شود اما تغییر علامت نمی دهد و سرعت $3(t-1)^2$ همواره مثبت است بنابراین متحرک در هیچ لحظه ای تغییر جهت نمی دهد.

۱۲- گزینه ۴ می دانیم سرعت لحظه ای، مشتق مکان نسبت به زمان است، بنابراین باید از خود بیرسیم از چه عبارتی مشتق بگیریم تا $-6t^2$ به دست آید که قطعاً $-2t^3$ به ذهن ما می رسد و با گرفتن مشتق از $3t^2$ عبارت $6t$ به دست می آید، از این رو معادله مکان- زمان متحرک خواهد شد:

$$x = -2t^3 + 3t^2 + x_0$$

$$-2 = 2 \times (1)^3 + 3 \times (1)^2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -3m$$

با توجه به فرض پرسش در $t = 1s$ ، $x = -2m$ می باشد:

$$x = -2t^3 + 3t^2 - 3$$

البته بدون حل نیز می توان گزینه (۴) را انتخاب کرد، زیرا معادله سرعت- زمان تابع درجه ۲ است و قطعاً معادله مکان- زمان تابع درجه ۳ است.

۱۳- گزینه ۴ هرگاه در یک پرسش، که معادله مکان- زمان در آن مشخص است در مورد مسافت طی شده سؤال شود، ابتدا باید مشخص گردد که در بازه زمانی مورد نظر، متحرک تغییر جهت می دهد یا نه؟ برای این منظور باید تعیین کرد در چه لحظه ای و در چه مکانی سرعت صفر می شود.

$$v = x' \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{v=0} -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$$x = -(2)^2 + 4 \times 2 - 4 = 0$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -4m$$

حال مکان متحرک را در ابتدا و انتهای بازه زمانی به دست می آوریم:



$$t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = -16 + 16 - 4 = -4m$$

$$d = 4 + 4 = 8m$$

با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:

$$v = x' \Rightarrow v = 3t^2 - 12t + 9$$

$$a = v' \Rightarrow a = 6t - 12$$

$$a = 0 \Rightarrow 6t - 12 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

ابتدا معادله سرعت- زمان و معادله شتاب- زمان را به کمک مشتق گیری به دست می آوریم.

برای تغییر جهت بردار شتاب باید ابتدا شتاب صفر شود و سپس تغییر علامت دهد. از این رو شتاب را برابر صفر قرار می دهیم. معادله شتاب تابع درجه یک است که در دو طرف ریشه اش تغییر علامت می دهد بنابراین در $t = 2s$ بردار شتاب تغییر جهت می دهد. گزینه (۱) درست است. برای بررسی تغییر جهت بردار سرعت، معادله سرعت را برابر صفر قرار می دهیم.

$$3t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \\ t = 3s \end{cases}$$

در معادله درجه ۲ در دو طرف ریشه تغییر علامت وجود دارد پس سرعت در لحظه های $t = 1s$ و $t = 3s$ تغییر علامت می دهد و گزینه (۲) درست است. در لحظه $t = 4s$ سرعت و شتاب را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} v &= 3(4)^2 - 12(4) + 9 \Rightarrow v = 48 - 48 + 9 = 9 > 0 \\ a &= 6(4) - 12 = 12 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow av > 0$$

بنابراین گزینه (۳) نیز درست است.

۱۵- گزینه ۴ ابتدا معادله شتاب- زمان را با مشتق گیری از معادله سرعت- زمان به دست می آوریم.

$$a = v' \Rightarrow a = -16t$$

کاملاً مشخص است که با گذشت زمان، بزرگی شتاب در حال افزایش است و گزینه (۱) نادرست است، همچنین گزینه (۳) سرعت را تعیین علامت می کنیم.

$$v = 0 \Rightarrow 200 - 8t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5s, t = -5s \quad \text{غ.ق.}$$

علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت ضریب t^2 بوده و مطابق جدول روبه رو در بازه صفر تا $+5s$ سرعت مثبت اما شتاب $(a = -16t)$ منفی بوده و حرکت کندشونده است بنابراین گزینه (۲) نادرست است. همچنین در بازه صفر تا $+5s$ علامت سرعت مثبت بوده و حرکت در جهت محور x ها است و برای $t > 5s$ علامت سرعت منفی شده و در خلاف جهت محور x ها بوده بنابراین گزینه (۴) درست است.

t	$-\infty$	-5	0	$+5$	$+\infty$
v	+	+	+	+	-
a	-	-	-	-	-

۱۶- گزینه ۲ معادله سرعت- زمان و معادله شتاب- زمان را به کمک مشتق گیری به دست می آوریم.

$$v = x' \Rightarrow v = 6t - 3t^2 \xrightarrow{a = \frac{dv}{dt}} a = 6 - 6t$$

ریشه معادله شتاب- زمان را به دست می آوریم زیرا در لحظه ای که شتاب صفر می شود و تغییر علامت می دهد جهت بردار شتاب عوض می شود.

$$a = 0 \Rightarrow 6 - 6t = 0 \Rightarrow t = 1s$$

تابع درجه یک بوده و علامت آن در دو طرف ریشه تغییر می کند، پس جهت بردار شتاب در لحظه $t = 1s$ عوض می شود و گزینه (۱) نادرست است. ریشه معادله سرعت- زمان را به دست می آوریم.

t	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
v	+	+	+	+	-
a	-	-	+	-	-
av	-	-	+	-	+

$$v = 0 \Rightarrow 6t - 3t^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2s \end{cases}$$

پس در بازه صفر تا $2s$ علامت سرعت عوض نمی شود و جهت حرکت جسم تغییر نمی کند بنابراین گزینه (۲) درست و گزینه (۳) نادرست است. هر چند که حل مسأله تمام شده، گزینه (۴) را نیز بررسی می کنیم. هر دو معادله سرعت و شتاب را تعیین علامت می کنیم با توجه به جدول گزینه (۴) نادرست است.