فصل اول

حرکت بر خط راست

برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

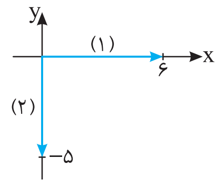
فصل ۱ حرکت بر خط راست

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۲ A بردار مکان برداری است که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کنند. جهت حرکت همان جهت سرعت است، بنابراین جهت حرکت به صورت ← می‌باشد.

۲- گزینهٔ ۳ A بردار مکان برابر است با برداری که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کند.

$\vec{d}_1=6\vec{i}\ ,\ \vec{d}_2=-5\vec{j}$



۳- گزینهٔ ۴ B بردار مکان متحرک برابر است با برداری که مبدأ مکان را به مکان جسم وصل می‌کند.

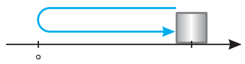
$x(3)=3^2-4(3)+4=+1\Rightarrow \vec{x}=\vec{i}$

بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد و مکان تغییر علامت دهد:

t		۲	
x	+		+

$x=t^2-4t+4\Rightarrow 0=t^2-4t+4\Rightarrow (t-2)^2=0\Rightarrow t=2s$

با اینکه مکان متحرک صفر می‌شود اما علامت آن تغییر نمی‌کند پس متحرک تغییر علامت نمی‌دهد در واقع حرکت متحرک مشابه روبه‌رو است.



۴- گزینهٔ ۴ A مبدأ حرکت مکان اولیه است یعنی مکان جسم در $t=0$، به عبارت بهتر مکانی که از آنجا متحرک شروع به حرکت کرده است، بنابراین:

$x(0)=0^3-3(0)+1\Rightarrow x(0)=1\,m\ ,\ x(2)=2^3-3(2)+1\Rightarrow x(2)=3m\ ,\ \Delta x=x(2)-x(0)=3-1=2m$

چند متری مبدأ مکان یعنی مکان متحرک، از این رو:

$x=t^3-3t+1\xrightarrow{t=2s}x=8-6+1=3m$

۵- گزینهٔ ۱ B بردار مکان زمانی منفی است که مکان متحرک در قسمت منفی محور xها قرار داشته باشد.

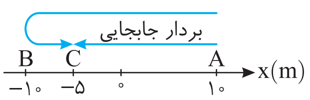
$x=t^2+t-12\Rightarrow 0=t^2+t-12\Rightarrow (t+4)(t-3)=0\Rightarrow t=3s$ ریشهٔ معادله

t	۰		۳	
x		−		+

بنابراین در بازهٔ صفر تا ۳s متحرک در قسمت منفی قرار دارد. پس از $t_1=2s$ تا $t_2=4s$، بردار مکان متحرک ۱ s (از $t_1=2s$ تا $t_3=3s$) منفی است.

۶- گزینهٔ ۱ A مسیر حرکت جسم به صورت روبه‌رو می‌باشد، بردار جابه‌جایی برابر است با برداری که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند.

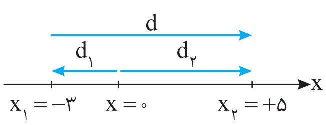
$|\vec{d}|=x_C-x_A\Rightarrow|\vec{d}|=|-5-10|=15m$



مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکت است یعنی متحرک از $A=10m$ تا $B=-10m$ و سپس از $B=-10m$ به $C=-5m$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$l=|d_{AB}|+|d_{BC}|=25m\ ,\ \frac{l}{d}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}$

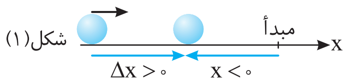
۷- گزینهٔ ۲ A وقتی متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. در این مسأله یعنی ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود و گزارهٔ (الف) نادرست است. بردار جابه‌جایی در جهت مثبت و بردار مکان ابتدا منفی و سپس مثبت است و بردار جابه‌جایی و بردار مکان در طول مسیر همواره هم‌جهت نیستند و گزارهٔ (ب) نادرست است. مسافت طی‌شده و جابه‌جایی مطابق شکل هم‌اندازه هستند و گزارهٔ (پ) درست است.

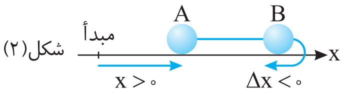


۸- گزینهٔ ۲ A جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر است. زمانی این اتفاق می‌افتد که جسم بدون تغییر جهت روی خط راست در حرکت باشد.

۹- گزینهٔ ۳ B اگر متحرک در یک جهت در حال حرکت از A به B برود $\frac{d}{l}=\pm1$ خواهد شد. علامت مثبت برای هنگامی است که متحرک در جهت مثبت محور از A به B برود، l و d مثبت هستند. علامت منفی برای زمانی است که متحرک در جهت منفی محور از A به B برود. d منفی و l مثبت است. اگر متحرک تغییر جهت داده باشد آن‌گاه $\frac{|d|}{l}<1$ خواهد بود. l همواره مثبت است. اگر جابه‌جایی در جهت مثبت محور xها باشد $\frac{d}{l}>0$ و اگر جابه‌جایی در جهت منفی محور xها باشد $\frac{d}{l}<0$ است. بنابراین $-1\le\frac{d}{l}\le1$ خواهد بود و گزینهٔ (۳) درست است.

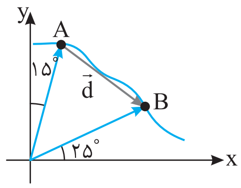
۱۰- گزینهٔ ۳ (A) مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی جابه‌جایی است. در این حرکت جابه‌جایی برابر $d=۲-(-۱)=۳m$ است و باید $l\geq ۳$ باشد، بنابراین تنها گزینهٔ (۳) برای مسافت قابل قبول است.



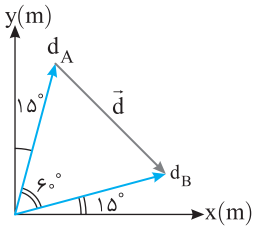


۱۱- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به شکل روبه‌رو متحرک در جهت مثبت محور جابه‌جا شده اما مکان‌های آن منفی است و گزینهٔ (۱) درست است.

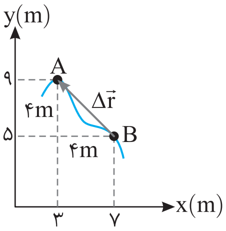
ممکن است متحرک در مکان مثبت در جهت مثبت جابه‌جا شده سپس تغییر جهت داده باشد و در جهت منفی جابه‌جا شود اما از مبدأ نگذرد و بردار مکان با آن‌که تغییر می‌کند اما تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.
اگر متحرک در یک جهت از مبدأ بگذرد بردار مکان تغییر جهت می‌دهد اما جهت حرکت تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۳) درست است. در شکل (۲) در نقطهٔ B متحرک تغییر جهت داده است اما بردار مکان هم‌چنان مثبت است و تغییر جهت نداده است.
بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست و پاسخ تست است. (نادرستی آن نیز با توجه به شکل دوم کاملاً مشخص است.)



۱۲- گزینهٔ ۱ (A) بردار مکان برداری است که مبدأ مختصات را به مکان جسم وصل می‌کند. مطابق شکل در جابه‌جایی از A تا B بردار مکان به صورت روبه‌رو می‌باشد بنابراین زاویهٔ اولیه بردار مکان با محور xها برابر $\theta_۱=۹۰-۱۵=۷۵^\circ$ و زاویهٔ نهایی آن $\theta_۲=۲۵^\circ$ است یعنی بردار مکان ۵۰° ساعتگرد چرخیده است.

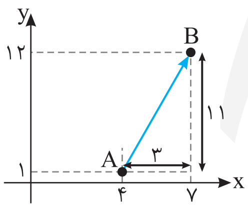


۱۳- گزینهٔ ۱ (B) بردار جابه‌جایی، برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند. چون طول بردارهای مکان d_A و d_B یکی است مثلث متساوی‌الساقین است و چون زاویه رأس آن ۶۰° است، پس مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است و اندازهٔ بردار جابه‌جایی $d=۲۰m$ است.



۱۴- گزینهٔ ۲ (A) از نقطهٔ A به نقطهٔ B برداری رسم کرده سپس به کمک قضیهٔ فیثاغورس اندازهٔ بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

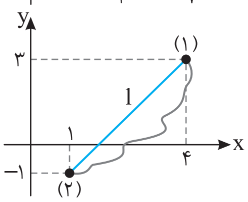
$$\overrightarrow{AB}=\sqrt{(۷-۳)^۲+(۹-۵)^۲}=۴\sqrt{۲}m$$



۱۵- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به مختصات در صفحهٔ xoy داریم:

$$\vec{d}=(۳,۱۱)$$

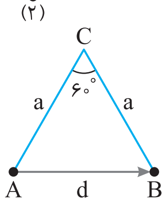
$$|d|=\sqrt{۳^۲+۱۱^۲}=\sqrt{۱۳۰}m$$ با توجه به فیثاغورس



۱۶- گزینهٔ ۴ (A) جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

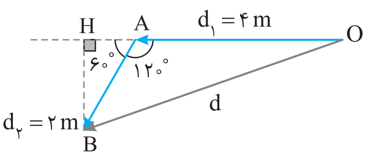
$$d=\sqrt{(۴-۱)^۲+(۳+۱)^۲}=۵m$$

چون مسیر حرکت مشخص نیست مسافت قابل به دست آوردن نمی‌باشد. مثلاً در شکل روبه‌رو دو مسیر مختلف نشان داده شده است، در واقع $l\geq ۵$ است و گزینهٔ (۴) درست است.



۱۷- گزینهٔ ۱ (A) بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای مسیر متصل می‌کند. با توجه به شکل مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و $|d|=a$ است. مسافت برابر طول مسیر طی شده می‌باشد بنابراین:

$$l=a+a=۲a$$



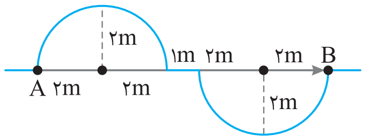
۱۸- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا یک شکل ساده از مسأله رسم می‌کنیم. جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. مطابق شکل عمودی از B به H بر خط OA رسم می‌کنیم. در مثلث AHB ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است از این رو $AH=\frac{۲}{۲}=۱m$ و ضلع BH خواهد شد:

$$\cos ۳۰^\circ=\frac{BH}{AB}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{BH}{۲}\Rightarrow BH=\sqrt{۳}m$$

اکنون در مثلث OHB، طول وتر (d) را به دست می‌آوریم:

$$d^۲=BH^۲+OH^۲=(\sqrt{۳})^۲+(۴+۱)^۲\Rightarrow d^۲=۳+۲۵=۲۸\Rightarrow d=۲\sqrt{۷}m$$

مسافت طی‌شده برابر مجموع طول مسیر ۴ متری و طول مسیر ۲ متری یعنی $۶m$ است.



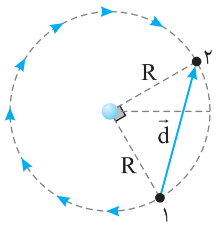
۱۹- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی برابر است با برداری که ابتدای مسیر (A) را به انتهای مسیر (B) وصل می‌کند.

$$d=۲+۲+۱+۲+۲=۹m$$

مسافت برابر است با مسیر پیموده شده:

$$l=(۱)\text{نیم‌دایره}+۱\,m+(۲)\text{نیم‌دایره}\xrightarrow{\pi r=۶:\text{محیط نیم‌دایره}}l=۶+۱+۶=۱۳m$$

بنابراین $\frac{l}{d}=\frac{۱۳}{۹}$.



۲۰- گزینهٔ ۲ دقت کنید که در صورت مسأله بیان شده که ماه در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان (۲) می‌رود و مسافت طی‌شده $\frac{۳}{۴}$ محیط دایرهٔ مسیر حرکت است. $l=\frac{۳}{۴}(۲\pi R)\Rightarrow l=\frac{۳}{۲}\pi R$

بردار جابه‌جایی از مکان (۱) به مکان (۲) رسم می‌شود و با توجه به شکل و اندازهٔ آن بنا به رابطهٔ فیثاغورس برابر است با:

$$d=\sqrt{R^۲+R^۲}=\sqrt{۲}R$$

در این صورت:

$$\frac{l}{d}=\frac{\frac{۳}{۲}\pi R}{\sqrt{۲}R}=\frac{۳\pi}{۲\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}\pi}{۴}$$

۲۱- گزینهٔ ۲ سرعت متوسط یک کمیت برداری می‌باشد که جهت آن در جهت بردار جابه‌جایی است.

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۲۲- گزینهٔ ۱ سرعت متوسط برابر با $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ بنابراین:

در سطر اول:

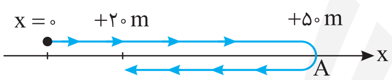
$$\begin{cases}x_۱=-۲\\x_۲=۶/۴\end{cases}\Rightarrow\Delta x=x_۲-x_۱=۸/۴m\ ,\ v_{av}=\frac{۸/۴}{۴}=۲/۱\,m/s$$

در سطر دوم: با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$-۲/۸=\frac{\Delta x}{۲}\Rightarrow\Delta x=-۵/۶m\Rightarrow x_۲-x_۱=-۵/۶\Rightarrow -۲/۵-x_۱=-۵/۶\Rightarrow\vec{x}_۱=۳/۱\,\vec{i}$$

در سطر سوم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۳/۳=\frac{۸/۶-۲}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=۲s$$

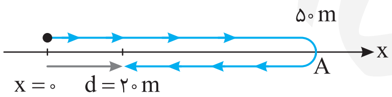


۲۳- گزینهٔ ۲ مسافت طی‌شده برابر است با:

$$l=۵۰+۳۰=۸۰m$$

تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۸۰}{۲۰}=۴m/s$$



۲۴- گزینهٔ ۱ جابه‌جایی متحرک در مدت $۲۰s$ از مبدأ تا مکان $+۲۰m$ بوده است از این رو:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۲۰}\Rightarrow v_{av}=۱\,m/s$$

۲۵- گزینهٔ ۴ مسیر حرکت مشخص نیست، از این رو مسافت طی‌شده قابل محاسبه نیست و نمی‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

۲۶- گزینهٔ ۲ با توجه به تعریف سرعت متوسط:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۶-(+۴)}{۶-۲}=-۲/۵m/s$$

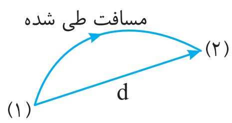
تذکر: سرعت متوسط به مسیر بستگی ندارد و تنها تابعی از مکان ابتدایی و انتهایی متحرک است.

۲۷- گزینهٔ ۲ اندازهٔ سرعت متوسط داده شده است یعنی سرعت متوسط می‌تواند $+۳/۵m/s$ یا $-۳/۵m/s$ باشد.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}v_{av}=\frac{x_۲-(-۱/۶)}{۴}\Rightarrow\frac{x_۲+۱/۶}{۴}=۳/۵\Rightarrow x_۲=۱۲/۴m\\v_{av}=\frac{x_۲-(-۱/۶)}{۴}\Rightarrow\frac{x_۲+۱/۶}{۴}=-۳/۵\Rightarrow x_۲=-۱۵/۶m\end{cases}$$

۲۸- گزینهٔ ۳ تندی متوسط برابر مسافت پیموده شده تقسیم بر زمانِ طی این مسافت و کمیتی نرده‌ای است. (مسافت طی‌شده در یکای زمان) $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$

و سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان و کمیتی برداری است. $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$



در حرکت بر خط راست بدون تغییر جهت (حرکت یکنواخت روی خط راست) مسافت طی‌شده و اندازهٔ جابه‌جایی برابر بوده و تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط برابر است. در مسیرهای خمیده مثل شکل روبه‌رو همواره مسافت طی‌شده از اندازهٔ جابه‌جایی بزرگ‌تر است. از این رو: $s_{av}>|\vec{v}_{av}|$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) در حالت‌های خاصی درست هستند و عبارت قطعاً نادرست در مورد آن‌ها صدق نمی‌کند. اما عبارت گزینهٔ (۳) قطعاً نادرست است، زیرا هرگز اندازهٔ سرعت متوسط نمی‌تواند از تندی متوسط بیشتر شود.

در یک مسیر بسته مثلاً در یک مسیر رفت و برگشت به محل شروع حرکت، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر است. هرچند تندی متوسط صفر نیست و گزینهٔ (۴) درست است.

۲۹- گزینهٔ ۴ فرض کنید متحرک در مدت $۲s$ از مکان $۲\vec{i}$ به مکان $۱۰\vec{i}$ رفته حال حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم:

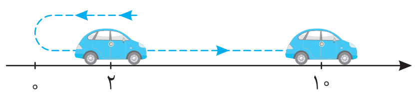
Ⓐ ۱) در این حالت مانند گزینهٔ (۱) جهت حرکت متحرک در طول مسیر مثبت بوده است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۸}{۲}=۴m/s$$

۲) فرض کنید در مدت $۲s$ از مکان $۲\vec{i}$ ابتدا به مکان $۱۲\vec{i}$ رفته و سپس از $۱۲\vec{i}$ به $۱۰\vec{i}$ بازگشته بنابراین ابتدا جهت حرکت مثبت و سپس این جهت منفی است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۸}{۲}=۴m/s$$

۳) فرض کنید در مدت $۲s$ از مکان $۲\vec{i}$ ابتدا به مبدأ مکان رفته و سپس از مبدأ به $۱۰\vec{i}$ برود، بنابراین ابتدا جهت حرکت منفی و سپس این جهت مثبت است:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۸}{۲}=۴m/s$$

بنابراین هر سه گزینه می‌تواند حرکت ما را شامل شود و گزینهٔ (۴) درست است.

۳۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ اگر جهت حرکت مثبت باشد جهت جابه‌جایی و سرعت متوسط نیز مثبت خواهد بود اما عکس این جمله نادرست است یعنی اگر سرعت متوسط متحرک مثبت باشد ممکن است متحرک ابتدا در جهت منفی و سپس در جهت مثبت حرکت کرده باشد و یا ابتدا در جهت مثبت و سپس در جهت منفی حرکت کرده است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است و گزارهٔ (ب) نادرست است. با توجه به رابطهٔ $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ جهت سرعت و جابه‌جایی یکسان است بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

۳۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت صفر است از این رو سرعت متوسط صفر است.

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}\xrightarrow{\vec{d}=۰}\vec{v}_{av}=۰$$

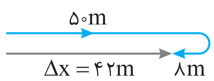
۳۲- گزینهٔ ۳ Ⓐ اگر طول مسیر l باشد، زمان رفت و زمان برگشت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_۱=\frac{l}{v_{av_۱}}=\frac{l}{۹۰}\quad,\quad \Delta t_۲=\frac{l}{v_{av_۲}}=\frac{l}{۶۰}$$

$$s_{av}=\frac{l+l}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۲l}{\frac{l}{۹۰}+\frac{l}{۶۰}}=\frac{۲l}{\frac{۲l+۳l}{۱۸۰}}\Rightarrow s_{av}=\frac{۳۶۰}{۵}\Rightarrow s_{av}=۷۲km/h$$

۳۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t=\frac{\Delta x}{v_{av}}\Rightarrow t_۱=\frac{۵۰}{۵}\Rightarrow t_۱=۱۰s$$



زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t_۲=\frac{۵۰}{۲}=۲۵s$$

بنابراین در لحظهٔ $t=۱۴s$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت متوسط $۲m/s$ در مدت $۴s$، مسافت ۸ متر برگشته است. بنابراین جابه‌جایی شناگر $۵۰-۸=۴۲m$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۴۲}{۱۴}=\frac{۶}{۲}=۳m/s$$

۳۴- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به صورت مسأله زمان حرکت با تندی $v_۱=۱۰m/s$ برابر $\Delta t_۱=\frac{t}{۲}$ و با تندی $v_۲=۴۰m/s$ نیز برابر $\Delta t_۲=\frac{t}{۲}$ است از این رو:

$$s_{av}=\frac{l_۱+l_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\Rightarrow s_{av}=\frac{۱۰\frac{t}{۲}+۴۰\frac{t}{۲}}{\frac{t}{۲}+\frac{t}{۲}}\Rightarrow s_{av}=\frac{۱۰+۴۰}{۲}=۲۵m/s$$

۳۵- گزینهٔ ۴ Ⓐ طول مسیر حرکت برابر است با:

$$l=s_{av_۱}t_۱+s_{av_۲}t_۲=۶۰\times۲+۹۰\times۲/۵=۱۲۰+۲۲۵\Rightarrow l=۳۴۵km$$

تندی متوسط در کل مسیر برابر خواهد شد با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{۳۴۵}{۲+۰/۵+۲/۵}=\frac{۳۴۵}{۵}\Rightarrow s_{av}=۶۹km/h$$

۳۶- گزینهٔ ۲ Ⓐ جابه‌جایی در مدت $t_۱$ و $t_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$d_۱=v_{av_۱}t_۱=۲۰t_۱\,,\quad d_۲=v_{av_۲}t_۲=۴۰t_۲$$

با توجه به تعریف تندی متوسط:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow ۲۸=\frac{۲۰t_۱+۴۰t_۲}{t_۱+t_۲}\Rightarrow ۲۸t_۱+۲۸t_۲=۲۰t_۱+۴۰t_۲\Rightarrow ۸t_۱=۱۲t_۲\Rightarrow\frac{t_۱}{t_۲}=\frac{۱۲}{۸}=\frac{۳}{۲}$$

۳۷- گزینهٔ ۴ در مدت $۸s$ جابه‌جایی صورت گرفته برابر $۱۵\times۸=۱۲۰m$ است و متحرک در یک جهت جابه‌جا شده است. بنابراین سرعت متوسط آن در مدت $۳s$ نمی‌تواند از $v_{av}=\frac{۱۲۰}{۳}=۴۰m/s$ بیشتر باشد و تمام مقدارهای کمتر $۴۰m/s$ می‌تواند درست باشد. از این‌رو گزینهٔ (۴) درست است.

۳۸- گزینهٔ ۴ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است، بنابراین:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳+\Delta x_۴}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳+\Delta t_۴}\Rightarrow v_{av}=\frac{v_۱\Delta t_۱+v_۲\Delta t_۲+v_۳\Delta t_۳+v_۴\Delta t_۴}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳+\Delta t_۴}$$

$$v_{av}=\frac{۸\times\frac{۱}{۶۰}+۲۴\times\frac{۲}{۶۰}+۴۰\times\frac{۱}{۶۰}+۴۸\times\frac{۲}{۶۰}}{\frac{۶}{۶۰}}=\frac{۸+۴۸+۴۰+۲\times۴۸}{۶}=\frac{۴\times۴۸}{۶}=۳۲km/h$$

۳۹- گزینهٔ ۲ ابتدا در هر قسمت از مسیر، زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_۱=\frac{۲}{۳}x\ ,\ \Delta t_۱=\frac{\Delta x_۱}{v_{av_۱}}\Rightarrow\Delta t_۱=\frac{\frac{۲}{۳}x}{۲۸}\Rightarrow\Delta t_۱=\frac{x}{۴۲}\quad,\quad\Delta x_۲=\frac{۱}{۷}x\ ,\ \Delta t_۲=\frac{\Delta x_۲}{v_{av_۲}}\Rightarrow\Delta t_۲=\frac{\frac{x}{۷}}{۶}\Rightarrow\Delta t_۲=\frac{x}{۴۲}$$

$$\Delta x_۳=x-\frac{۲x}{۳}-\frac{۱}{۷}x=\frac{۴x}{۲۱}\ ,\ \Delta t_۳=\frac{\Delta x_۳}{v_{av_۳}}\Rightarrow\Delta t_۳=\frac{\frac{۴x}{۲۱}}{۸}\Rightarrow\Delta t_۳=\frac{x}{۴۲}$$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را به دست آورد:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳}\Rightarrow v_{av}=\frac{x}{\frac{x}{۴۲}+\frac{x}{۴۲}+\frac{x}{۴۲}}\Rightarrow v_{av}=۱۴m/s$$

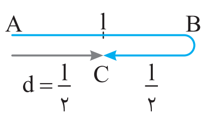
۴۰- گزینهٔ ۳ با توجه به این‌که جابه‌جایی‌ها روی خط راست در یک سو است، می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳}\Rightarrow v_{av}=\frac{x+۲x+۳x}{\frac{x}{v}+\frac{۲x}{۲v}+\frac{۳x}{۳v}}=\frac{۶x}{\frac{۳x}{v}}=۲v$$

۴۱- گزینهٔ ۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{\frac{x}{۲}+\frac{x}{۲}}{\frac{x}{۲s_۱}+\frac{x}{۲s_۲}}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲s_۱s_۲}{s_۱+s_۲}\Rightarrow۴۸=\frac{۲\times۴۰\times v}{۴۰+v}\Rightarrow۲۴۰+۶v=۱۰v\Rightarrow v=۶۰m/s$$

۴۲- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل



$$\begin{cases}s_{av}=\dfrac{l+\frac{l}{۲}}{\Delta t}\\[2ex]|v_{av}|=\dfrac{\frac{l}{۲}}{\Delta t}\end{cases}\Rightarrow\frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=۳\Rightarrow\frac{۳}{v_{av}}=۳\Rightarrow v_{av}=۱m/s$$

۴۳- گزینهٔ ۱ ابتدا تندی متوسط در نیمهٔ دوم مسیر را حساب می‌کنیم:

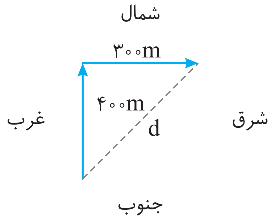
$$s_{av_۲}=\frac{\frac{l}{۲}}{\Delta t_۲}\Rightarrow s_{av_۲}=\frac{۴\frac{\Delta t_۲}{۲}+۱۶\frac{\Delta t_۲}{۲}}{\Delta t_۲}=\frac{۴+۱۶}{۲}=۱۰m/s$$

اکنون تندی متوسط در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{l}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\xrightarrow[\Delta t_۲=\frac{\frac{l}{۲}}{۱۰}=\frac{l}{۲۰}]{\Delta t_۱=\frac{\frac{l}{۲}}{۳۰}=\frac{l}{۶۰}}s_{av}=\frac{۱}{\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۲۰}}=\frac{۶۰}{۴}=۱۵m/s$$

البته می‌توانستیم در قسمت دوم از رابطهٔ $v_{av}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}$ استفاده کنیم. دقت کنید در اینجا تندی متوسط و سرعت متوسط یکی است زیرا متحرک روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کرده است.

۴۴- گزینهٔ ۱ Ⓑ متحرک با سرعت ثابت $۱۶m/s$، $۴۰۰m$ به سمت شمال رفته است.



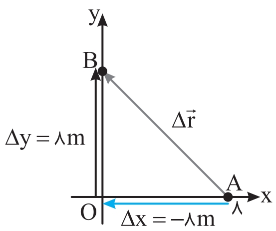
$$v=v_{av}=\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱}\Rightarrow ۱۶=\frac{۴۰۰}{\Delta t_۱}\Rightarrow \Delta t_۱=۲۵s$$

متحرک در طی $۲۵s$ بعد با سرعت ثابت $۱۲m/s$ به سمت شرق رفته است.

$$v=v_{av}=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}\Rightarrow ۱۲=\frac{\Delta x_۲}{۲۵}\Rightarrow \Delta x_۲=۳۰۰m \quad , \quad |d|=\sqrt{۳۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۵۰۰m$$

$$v_{av}=\frac{|d|}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۵۰۰}{۲۵+۲۵}=۱۰m/s$$

۴۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ متحرک در امتداد محور x از نقطهٔ $+۸$ به صفر رفته است، پس -۸ متر جابه‌جا شده است.



$$v_{av,x}=\frac{-۸}{۵}=-۱/۶m/s$$

دقت کنید که مسأله سرعت متوسط در امتداد محور xها را از شما می‌خواهد.

۴۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به فاصلهٔ بین دو نقطه که در ریاضی سال یازدهم فراگرفته‌اید ابتدا مسافت طی‌شده را به دست می‌آوریم.

$$l=AB=\sqrt{(y_B-y_A)^۲+(x_B-x_A)^۲}\Rightarrow l=\sqrt{(-۳-۶)^۲+(۸+۴)^۲}=\sqrt{۸۱+۱۴۴}\Rightarrow l=۱۵m \ , \ s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۵-۳}=۷/۵m/s$$

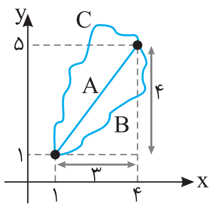
۴۷- گزینهٔ ۴ Ⓐ همان‌طور که می‌دانید فاصلهٔ دو نقطهٔ (x_A,y_A) و (x_B,y_B) از رابطهٔ $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}$ به دست می‌آید. پس:

$$|d|=\sqrt{(۷-۳)^۲+(۴-۱)^۲}=۵m \quad , \quad |\vec{v}_{av}|=\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}=\frac{۵}{۵}\Rightarrow |\vec{v}_{av}|=۱m/s$$

سؤال: آیا در این تست مانند تست قبل می‌توانستیم تندی متوسط را به دست آوریم؟

پاسخ: قطعاً نه، زیرا در تست قبلی مسیر حرکت خط راست بود اما مسیر حرکت در این تست مشخص نیست.

۴۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ مسیر حرکت مشخص نیست، متحرک بین دو نقطهٔ $(۱,۱)$ تا $(۴,۵)$ جابه‌جا شده، در شکل چند مسیر مختلف بین این دو نقطه مشخص شده است که کوتاه‌ترین فاصله مسیر (A) است:

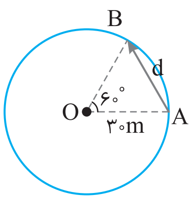


$$l_A=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m$$

بنابراین:

$$s_{av}\geq\frac{l_A}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}\geq\frac{۵}{۵}\Rightarrow s_{av}\geq ۱m/s$$

۴۹- گزینهٔ ۴ Ⓐ ابتدا با توجه به شکل بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم. مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. بنابراین $AB=۳۰m$ خواهد بود.

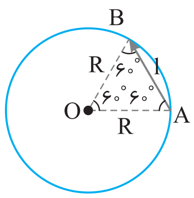


$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{طول وتر AB}}{\text{زمان}}\Rightarrow v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۵-۲}=۱۰m/s$$

۵۰- گزینهٔ ۲ Ⓐ از A تا B در جهت ساعتگرد $\frac{۳}{۴}$ دایره طی شده پس مسافت طی شده برابر است با:

$$l=\frac{۳}{۴}(۲\pi r)\Rightarrow l=\frac{۳}{۴}\times(۲\pi\times ۳۰)=۴۵\pi\ m \ , \ s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۴۵\pi}{۳}=۱۵\pi\ m/s$$

۵۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ ابتدا زمان حرکت از A تا B را حساب می‌کنیم



$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\xrightarrow{l=\frac{۱}{۶}(۲\pi R)}۴=\frac{\frac{۱}{۶}(۲\pi R)}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\pi R}{۱۲}$$

جابه‌جایی از A تا B با توجه به شکل برابر $d=R$ است. در این صورت

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{R}{\frac{\pi R}{۱۲}}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۲}{\pi}m/s$$

۵۲- گزینهٔ ۴ Ⓐ مکان جسم در لحظه‌های $t_۱=۰/۵s$ و $t_۲=۱/۵s$ را به دست می‌آوریم:

$$t_۱=۰/۵s\Rightarrow x_۱=۰/۲۵-۱+۱\Rightarrow x_۱=۰/۲۵m \quad , \quad t_۲=۱/۵s\Rightarrow x_۲=۲/۲۵-۳+۱\Rightarrow x_۲=۰/۲۵m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow v_{av}=\frac{۰/۲۵-۰/۲۵}{۱/۵-۰/۵}\Rightarrow v_{av}=۰$$

۵۳- گزینۀ ۱ (A) ثانیۀ دوم حرکت یعنی بازۀ زمانی بین $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۲s$ در این صورت:

$$\begin{cases} t_۱=۱s \Rightarrow x_۱=۱-۲+۱=۰ \\ t_۲=۲s \Rightarrow x_۲=۸-۴+۱=۵m \end{cases} \Rightarrow v_{av}=\frac{۵-۰}{۲-۱}=۵m/s$$

ثانیۀ سوم حرکت یعنی بازۀ زمانی بین $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۳s$ از این رو:

$$\begin{cases} t_۱=۲s \Rightarrow x_۱=۸-۴+۱=۵m \\ t_۲=۳s \Rightarrow x_۲=۲۷-۶+۱=۲۲m \end{cases} \Rightarrow v'_{av}=\frac{۲۲-۵}{۳-۲}=۱۷m/s$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$v'_{av}-v_{av}=۱۷-۵=۱۲m/s$$

۵۴- گزینۀ ۴ (B) به این عبارت‌ها دقت کنید:

۳ ثانیۀ اول: $t=۰$ تا $t=۳s$ ، ۳ ثانیۀ دوم: $t=۳s$ تا $t=۶s$

۲ ثانیۀ اول: $t=۰$ تا $t=۲s$ ، ۲ ثانیۀ دوم: $t=۲s$ تا $t=۴s$ ، ۲ ثانیۀ سوم: $t=۴s$ تا $t=۶s$

در این صورت سرعت متوسط در ۳ ثانیۀ دوم یعنی سرعت متوسط در بازۀ $t=۳s$ تا $t=۶s$:

$$\begin{cases} t_۱=۳s \Rightarrow x_۱=۹+۹+۳=۲۱m \\ t_۲=۶s \Rightarrow x_۲=۳۶+۱۸+۳=۵۷m \end{cases} \Rightarrow v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۵۷-۲۱}{۶-۳}=\frac{۳۶}{۳}=۱۲m/s$$

سرعت متوسط در ۲ ثانیۀ سوم یعنی سرعت متوسط در بازۀ $t=۴s$ تا $t=۶s$:

$$\begin{cases} t=۴s \Rightarrow x_۱=۱۶+۱۲+۳=۳۱m \\ t=۶s \Rightarrow x_۲=۳۶+۱۸+۳=۵۷m \end{cases} \Rightarrow v'_{av}=\frac{۵۷-۳۱}{۶-۴}=\frac{۲۶}{۲}=۱۳m/s$$

بنابراین:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{۱۲}{۱۳}$$

۵۵- گزینۀ ۳ (B) هنگامی سرعت متوسط صفر می‌شود که جابه‌جایی صفر باشد در $t_۱=۰$ مکان جسم $x=۱۲m$ است پس در $t_۲=t'$ نیز باید متحرک در همین مکان باشد، بنابراین:

$$۱۲=۳t^۲-۱۵t+۱۲ \Rightarrow ۳t^۲-۱۵t=۰ \Rightarrow ۳t(t-۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۰ \\ t=۵s \end{cases}$$

بنابراین $t'=۵s$ است.

۵۶- گزینۀ ۲ (A) در لحظۀ تغییر بردار مکان متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ می‌گذرد، بنابراین:

$$۰=t^۲-t-۶ \Rightarrow (t-۳)(t+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۳s & ✓ \\ t=-۲s & \text{غ ق ق} \end{cases} , \quad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av}=\frac{۰+۶}{۳}=۲m/s$$

۵۷- گزینۀ ۲ (A) سرعت متوسط برابر است با $v_{av}=\frac{d}{\Delta t}$

$$t=۰ \Rightarrow x_۱=\alpha \ , \ t=۳s \Rightarrow x_۲=\alpha+۲۷\beta \ , \ v_{av}=\frac{\alpha+۲۷\beta-\alpha}{۳-۰}=۱۸ \Rightarrow \frac{۲۷\beta}{۳}=۹\beta=۱۸ \Rightarrow \beta=۲$$

مکان متحرک در لحظۀ $t=۲s$ برابر $۲۴m$ است بنابراین:

$$x=\alpha+\beta t^۳ \Rightarrow ۲۴=\alpha+\beta(۲)^۳ \xrightarrow{\beta=۲} ۲۴=\alpha+۱۶ \Rightarrow \alpha=۸$$

۵۸- گزینۀ ۴ (A) ابتدا مکان متحرک در لحظه‌های $t_۱=\frac{۱}{۶}s$ و $t_۲=\frac{۴}{۳}s$ را به دست می‌آوریم:

$$t_۱=\frac{۱}{۳}s \Rightarrow x_۱=۰/۰۲\cos\frac{۱۰\pi}{۶} \Rightarrow x_۱=۰/۰۲\cos\frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow x_۱=۰/۰۲\cos(۲\pi-\frac{\pi}{۳}) \Rightarrow x_۱=+۰/۰۲\cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x_۱=+۰/۰۱m$$

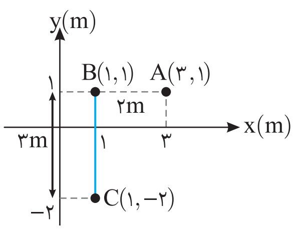
$$t_۲=\frac{۴}{۳}s \Rightarrow x_۲=۰/۰۲\cos\frac{۴۰\pi}{۳} \Rightarrow x_۲=۰/۰۲\cos(۱۲\pi+\pi+\frac{\pi}{۳}) \Rightarrow x_۲=-۰/۰۲\cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x_۲=-۰/۰۱m$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۰/۰۱-۰/۰۱}{\frac{۴}{۳}-\frac{۱}{۶}}=\frac{-۰/۰۲}{\frac{۸-۱}{۶}} \Rightarrow v_{av}=-\frac{۰/۱۲}{۷} \Rightarrow v_{av}=-\frac{۱۲}{۷۰۰}=-\frac{۳}{۱۷۵}m/s$$

۵۹- گزینۀ ۳ (A) در یک لحظه دو متحرک در یک مکان قرار دارند و مبدأ را هرجا در نظر بگیریم مکان دو متحرک یکسان است.

۶۰- گزینۀ ۱ (A) محل نقاط A و B و C را مطابق شکل مشخص می‌کنیم. مسافت طی‌شده خواهد شد:



$$l=AC+CB=۲+۳=۵m$$

۶۱- گزینۀ ۱ (A) بردار جابه‌جایی برابر است با برداری که نقطۀ ابتدایی را به نقطۀ پایانی مسیر وصل می‌کند پس نقطۀ B مهم نیست.

$$AC=d=\sqrt{(x_C-x_A)^۲+(y_C-y_A)^۲} \Rightarrow |d|=\sqrt{۱^۲+۱^۲}=\sqrt{۲}\ m$$

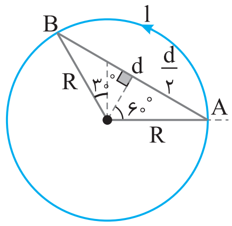
۶۲- گزینهٔ ۴ مسافت طی‌شده برابر طول کمان AB بوده که $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره است. $l=\frac{۱}{۳}(۲\pi R)\Rightarrow l=\frac{۲}{۳}\pi R$

با توجه به شکل:

$$\sin ۶۰^\circ=\frac{\frac{d}{۲}}{R}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{d}{۲R}\Rightarrow d=\sqrt{۳}R$$

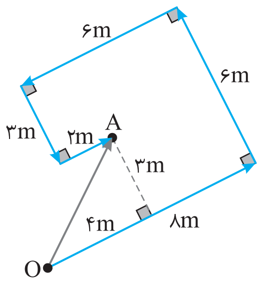
در این صورت:

$$\frac{l}{d}=\frac{\frac{۲}{۳}\pi R}{\sqrt{۳}R}=\frac{۲\sqrt{۳}\pi}{۹}$$

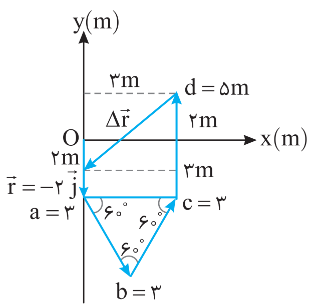


۶۳- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. با توجه به شکل جابه‌جایی برابر طول OA است.

$$OA=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m$$

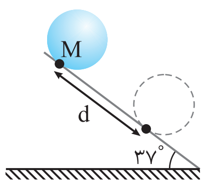


۶۴- گزینهٔ ۳ برای آن‌که ذره به مکان $\vec{r}=-۲\vec{j}$ برسد باید پس از جابه‌جایی d مطابق شکل روبه‌رو جابه‌جایی $\Delta\vec{r}$ را انجام دهد. با توجه به شکل ذره باید در خلاف محور xها ۳ متر و در خلاف جهت محور yها $۲+۲=۴m$ جابه‌جا شود یعنی $\Delta\vec{r}=-۳\vec{i}-۴\vec{j}$ باید باشد.



۶۵- گزینهٔ ۴ پس از یک دور چرخش استوانه به اندازهٔ محیط دایرهٔ سطح مقطع آن پایین می‌آید.

$$d=۲\pi r=۲\times۳\times۵=۳۰cm$$



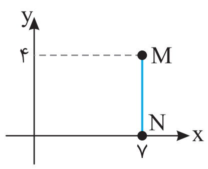
۶۶- گزینهٔ ۲ دقت کنید $\vec{d}_۱$، $\vec{d}_۲$ و $\vec{d}_۳$ بردارهای جابه‌جایی هستند که متحرک پیموده است، بنابراین جابه‌جایی کل برایند این جابه‌جایی‌هاست.

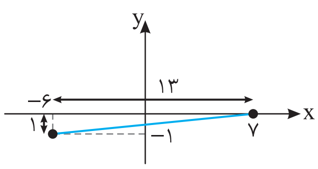
$$\Delta\vec{r}=\vec{d}_۱+\vec{d}_۲+\vec{d}_۳=۱۲\vec{i}+۹\vec{j}\quad,\quad|\Delta\vec{r}|=\sqrt{۱۴۴+۸۱}=\sqrt{۲۲۵}=۱۵m\quad,\quad v_{av}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۳+۵+۴}=\frac{۱۵}{۱۲}=۱/۲۵\,m/s$$

۶۷- گزینهٔ ۱ ابتدا مسافت طی شده در هر بازه را به دست می‌آوریم:

$$l_{MN}=۴m$$

$$l_{NP}=\sqrt{(۱۳)^۲+۱^۲}=\sqrt{۱۷۰}\ m$$





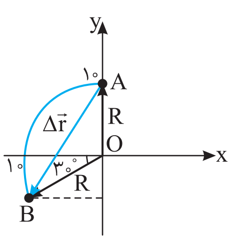
$$s_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{۴+\sqrt{۱۷۰}}{۲+۵}\Rightarrow s_{av}=\frac{۴+\sqrt{۱۷۰}}{۷}$$

۶۸- گزینهٔ ۴ شکل مسأله را رسم می‌کنیم وقتی متحرک از مکان $A(۰,۱۰)$، ۱۲۰° پادساعتگرد می‌چرخد به نقطهٔ B می‌رسد. جابه‌جایی از A تا B را مطابق شکل به دست می‌آوریم.

$$AB=|\Delta\vec{r}|=۲R\sin\frac{\theta}{۲}\quad,\quad\theta=۹۰^\circ+۳۰^\circ=۱۲۰^\circ\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۲\times۱۰\times\sin۶۰^\circ=۱۰\sqrt{۳}m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲}=۵\sqrt{۳}m/s$$

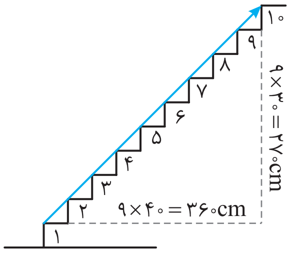


۶۹- گزینهٔ ۳ B

با توجه به شکل، جابه‌جایی متحرک برابر است با:

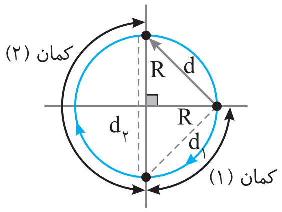
$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(۲۷۰)^{۲}+(۳۶۰)^{۲}}=\sqrt{۹^{۲}\times(۳۰^{۲}+۴۰^{۲})}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۴۵۰\text{cm}=۴/۵\text{m}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{۴۵۰}{۴۵}=۱۰\,\text{cm/s}=۰/۱\,\text{m/s}$$



۷۰- گزینهٔ ۲ C

با توجه به شکل متحرک کمان (۱) را با سرعت متوسط $۵\sqrt{۲}\text{m/s}$ و کمان (۲) را با سرعت متوسط ۴m/s طی کرده است. حال زمان کل حرکت را به دست می‌آوریم:



$$d_{۱}=\sqrt{R^{۲}+R^{۲}}=R\sqrt{۲}\xrightarrow{v_{av}=\frac{d_۱}{\Delta t_۱}}\Delta t_{۱}=\frac{d_{۱}}{v_{av}}=\frac{R\sqrt{۲}}{۵\sqrt{۲}}=\frac{R}{۵}s$$

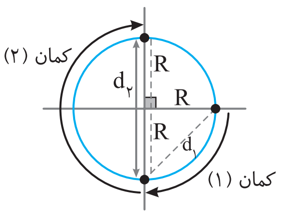
$$d_{۲}=R+R=۲R\xrightarrow{v_{av}=\frac{d_۲}{\Delta t_۲}}\Delta t_{۲}=\frac{d_{۲}}{v_{av}}=\frac{۲R}{۴}=\frac{R}{۲}s$$

بنابراین کل زمان طی شده برابر است با $\Delta t_{کل}=\frac{R}{۵}+\frac{R}{۲}=\frac{۷}{۱۰}R$ و جابه‌جایی از ابتدا تا انتهای مسیر برابر d است، بنابراین:

$$d=\sqrt{R^{۲}+R^{۲}}=R\sqrt{۲}\;,\;\overline{v}_{av,کل}=\frac{d}{\Delta t_{کل}}=\frac{R\sqrt{۲}}{\frac{۷}{۱۰}R}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۷}$$

۷۱- گزینهٔ ۳ C

با توجه به شکل کمان اول با سرعت متوسط $۵\sqrt{۲}\text{m/s}$ و کمان دوم با سرعت متوسط ۴m/s طی شده با توجه به جابه‌جایی در هر کمان، مدت زمان طی شده در هر بازه را به دست می‌آوریم.



$$d_{۱}=\sqrt{R^{۲}+R^{۲}}=R\sqrt{۲}\xrightarrow{v_{av}=\frac{d_۱}{\Delta t_۱}}\Delta t_{۱}=\frac{d_{۱}}{v_{av}}=\frac{R\sqrt{۲}}{۵\sqrt{۲}}=\frac{R}{۵}s$$

$$d_{۲}=R+R=۲R\xrightarrow{v_{av}=\frac{d_۲}{\Delta t_۲}}\Delta t_{۲}=\frac{d_{۲}}{v_{av}}=\frac{۲R}{۴}=\frac{R}{۲}s$$

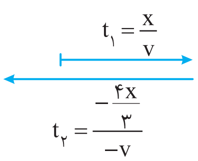
بنابراین کل زمان طی شده برابر است با $\Delta t_{کل}=\frac{R}{۵}+\frac{R}{۲}=\frac{۷}{۱۰}R$ و مسافت طی شده برابر $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره می‌باشد.

$$l=\frac{۳}{۴}(۲\pi R)=\frac{۹}{۲}R\;,\;s_{av}=\frac{l}{\Delta t_{کل}}=\frac{\frac{۹}{۲}R}{\frac{۷}{۱۰}R}=\frac{۴۵}{۷}\text{m/s}$$

۷۲- گزینهٔ ۴ A

ابتدا باید زمان حرکت را به دست آورد.

$$t=t_{۱}+t_{۲}\Rightarrow t=\frac{x}{v}+\frac{۴x}{۳v}=\frac{۷x}{۳v}$$



سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-\frac{x}{۳}}{\frac{۷x}{۳v}}\Rightarrow v_{av}=-\frac{s}{۷}\Rightarrow\frac{v_{av}}{s}=-\frac{۱}{۷}$$

۷۳- گزینهٔ ۴ C

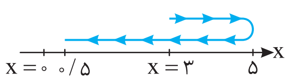
سرعت متوسط، نسبت کل جابه‌جایی بر زمان جابه‌جایی است. اگر طول مسیر x باشد، آن‌گاه:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_{۱}+\Delta x_{۲}+\Delta x_{۳}+...}{\Delta t_{۱}+\Delta t_{۲}+\Delta t_{۳}+...}=\frac{x}{\frac{\Delta x_{۱}}{v_{۱}}+\frac{\Delta x_{۲}}{v_{۲}}+\frac{\Delta x_{۳}}{v_{۳}}+...}\Rightarrow v_{av}=\frac{x}{\frac{\frac{x}{۲}}{v}+\frac{\frac{x}{۴}}{\frac{v}{۲}}+\frac{\frac{x}{۸}}{\frac{v}{۴}}+...}=\frac{x}{\frac{x}{۲v}+\frac{x}{۲v}+\frac{x}{۲v}+...}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲v}{۱+۱+۱+...}$$

جمع تعداد بی‌نهایت عدد یک در مخرج برابر بی‌نهایت است و تقسیم یک عدد معین بر بی‌نهایت برابر صفر است. $v_{av}=\frac{۲v}{\infty}=۰$

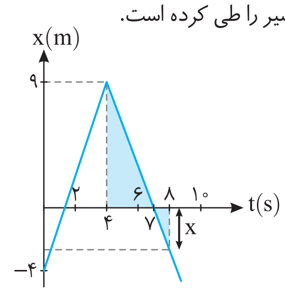
۷۴- گزینهٔ ۴ A

بـا توجـه به نمودار متحرک در بازهٔ $t=۱s$ تا $t=۲s$ از مکان $۳m$ به مکان $+۵m$ می‌رود سـپس در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۵s$ از مکان $+۵m$ به مکان $+۰/۵\,m$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با:



$$l=۲+۴/۵=۶/۵m$$

۷۵- گزینهٔ ۱ جابه‌جایی متحرک صفر اسـت زیرا متحرک از مبدأ $(x=0)$ حرکت کرده اسـت و پس از $5s$ مجدداً به مبدأ $(x=0)$ برمی‌گردد. اما مسـافت طی شده برابر ۸۰ متر است زیرا متحرک از مبدأ به مکان $+40m$ رفته و سپس به مبدأ برگشته است، پس جمعاً $40+40=80m$ مسیر را طی کرده است.



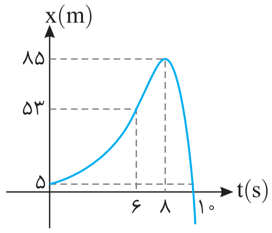
۷۶- گزینهٔ ۱ دو مثلث رنگی در شکل با هم متشابه‌اند از این‌رو:

$$\frac{9}{x}=\frac{3}{1}\Rightarrow x=3m$$

البته x زیر محور زمان بوده و منفی است.

در این صورت جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا $8s$ برابر است با:

$$\Delta x=-3-(-4)=1m$$



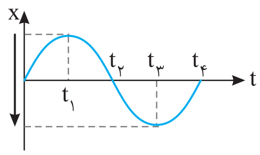
۷۷- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار از $t=8s$ تا $t=10s$ جابه‌جایی و مسـافت را به دسـت می‌آوریم. چون در این بازه جهت حرکت تغییر نمی‌کند پس جابه‌جایی و مسافت با هم برابر می‌باشند.

$$d=l=85-5\Rightarrow d=l=80m$$

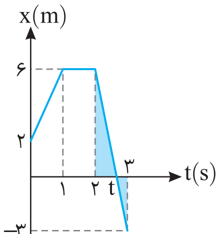
حال از $t=6s$ تا $t=10s$ جابه‌جایی و مسافت را محاسبه می‌کنیم:

$$d=53-5=48m$$
$$l=(85-53)+(85-5)=112m$$

۷۸- گزینهٔ ۲ در لحظهٔ t_2 متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد.



۷۹- گزینهٔ ۳ در بازهٔ t_1 تا t_3 متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت است (زیرا مقدار آن از مثبت به منفی تغییر کرده است).

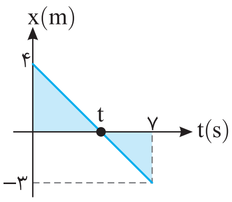


۸۰- گزینهٔ ۲ دو مثلث رنگی در شکل متشابه هستند، بنابراین نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{6}{3}=\frac{t-2}{3-t}\Rightarrow 18-6t=3t-6\Rightarrow 24=9t\Rightarrow t=\frac{8}{3}s$$

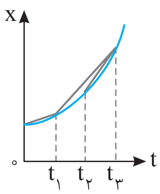
از بازهٔ $t=2s$ تا $t=\frac{8}{3}s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ $(x=0)$ است بنابراین:

$$\Delta t=\frac{8}{3}-2=\frac{2}{3}s$$

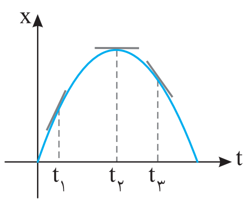


۸۱- گزینهٔ ۳ در حرکت متحرک هنگامی که مکان متحرک منفی باشـد بردار مکان منفی و اگر مکان متحرک مثبت باشد بردار مکان مثبت است. بنابراین هنگام عبور از مبدأ مکان $(x=0)$ بردار مکان تغییر علامت می‌دهد. از تشابه مثلث، t را به دست می‌آوریم:

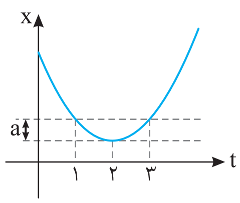
$$\frac{t}{4}=\frac{7-t}{3}\Rightarrow 3t=28-4t\Rightarrow 7t=28\Rightarrow t=4s$$



۸۲- گزینهٔ ۳ با توجه به این‌که سـرعت متوسـط در بین دو نقطه، برابر شـیب خط قاطع نمودار بین آن دو نقطه، در نمودار مکان - زمان است، از آن‌جایی که شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظهٔ t_2 تا t_3 بیشتر است، سرعت متوسط در این بازه بیشتر است.



۸۳- گزینهٔ ۱ قدرمطلق شـیب خط مماس در هر نقطه برابر تندی لحظه‌ای می‌باشـد. با توجه به شکل در t_1 شیب از بقیه لحظه‌ها تندتر است.



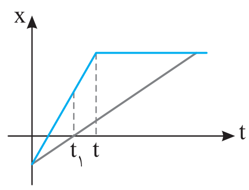
۸۴- گزینهٔ ۴ تندی متوسـط برابر اسـت با مسافت طی شـده در یکای زمان. از طرفی سهمی (نمودار معادلهٔ درجه دوم) نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن می‌باشد. بنابراین $x_{t=1}$ با $x_{t=3}$ با هم برابر است، با توجه به نمودار:

$$t=3s \text{ تا } t=1s \text{ در بازهٔ}: s_{av}=\frac{2a}{2}=a$$

در بازهٔ $t=1s$ تا $t=2s$ و در بازهٔ $t=2s$ تا $t=3s$ نیز خواهیم داشت.

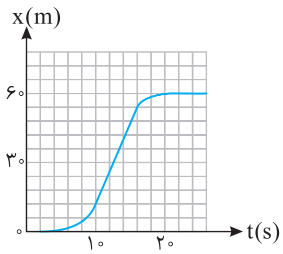
$$t=1s \text{ تا } t=2s\Rightarrow s_{av}=\frac{a}{1}=a \quad , \quad t=3s \text{ تا } t=2s \text{ در بازهٔ}: v_{av}=\frac{a}{1}=a$$

بنابراین در هر سه بازه، تندی یکسان است.



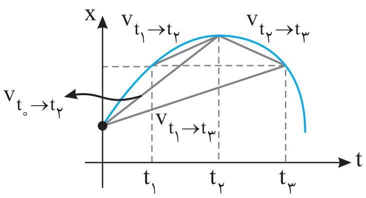
۸۵- گزینهٔ ۱ Ⓑ در بازهٔ صفر تا t سرعت متوسط و سرعت در هر لحظه یکسان و برابر شیب خط است اما از لحظهٔ t به بعد شیب خط قاطع نسبت به شیب خط بین صفر تا t در حال کاهش است، از این‌رو $v_{t_1} \ge v_{av}$.

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.



۸۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ در نمودار $x-t$ ، سرعت برابر با شیب خط مماس در هر لحظه است. پس در نمودار هرچه شیب تندتر باشد، در آن نقطه سرعت بیشتر است. با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه شیب نمودار که به صورت خطی نیز هست از سایر بازه‌ها بیشتر و برابر است با:

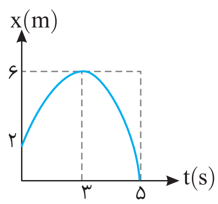
$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{54-12}{16-10}=\frac{42}{6}\Rightarrow v=7m/s$$



۸۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو لحظه می‌باشد که در بازهٔ t_2 تا t_3 شیب این خط منفی است.

۸۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ متحرک در یک جهت در حرکت بوده است و مسافت طی شده و جابه‌جایی در بازهٔ $3s$ تا $7s$ یکسان و برابر $16-5=11m$ است از این‌رو:

$$s_{av}=v_{av}=\frac{16-5}{7-3}=\frac{11}{4}=2/75m/s$$

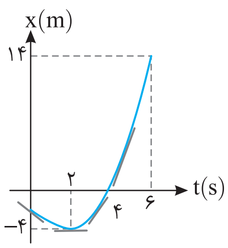


۸۹- گزینهٔ ۲ Ⓐ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{0-2}{5-0}\Rightarrow v_{av}=-0/4m/s$$

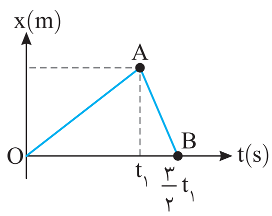
تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{t_2-t_1}=\frac{4+6}{5}=2m/s$$



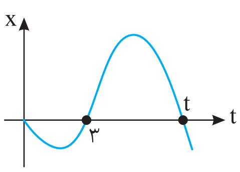
۹۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به شیب خط‌های مماس رسم شده بر نمودار از $t=2s$ تا $t=6s$ شیب خط مماس در حال افزایش است یعنی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. در این بازه مسافت طی شده برابر $l=18m$ می‌باشد.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{18}{4}=4/5m/s$$



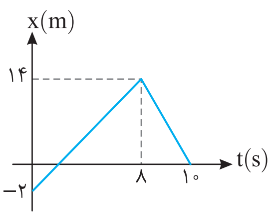
۹۱- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به تعریف سرعت متوسط:

$$\frac{v_{av_{OA}}}{v_{av_{AB}}}=\frac{\dfrac{x_A-0}{t_1}}{\dfrac{0-x_A}{\frac{3}{2}t_1-t_1}}=-\frac{1}{2}$$



۹۲- گزینهٔ ۱ Ⓐ بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور می‌کند. در $t=3s$ نیز مکان صفر است. بنابراین $\Delta x=0$ می‌باشد.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0}{t-3}=0$$

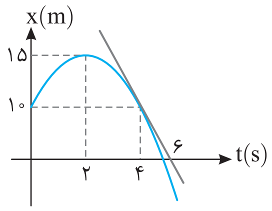


۹۳- گزینهٔ ۱ Ⓐ هرگاه نمودار مکان - زمان خط راست مایل باشد، شیب خط برابر سرعت لحظه‌ای است و مقدار سرعت لحظه‌ای برابر تندی لحظه‌ای است. از این‌رو در $t=4s$ و $t=9s$ تندی لحظه‌ای را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم:

$$v_{t=4s}=\frac{14-(-2)}{8-0}=2m/s\Rightarrow s_{t=4s}=2m/s \quad , \quad v_{t=9s}=\frac{0-14}{10-8}=-7\frac{m}{s}\Rightarrow s_{t=9s}=7m/s$$

در این صورت:

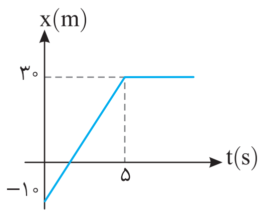
$$\frac{s_{t=4s}}{s_{t=9s}}=\frac{2}{7}$$



۹۴- گزینهٔ ۲ در لحظهٔ $t=۲s$ شیب خط مماس، افقی می‌باشد. یعنی شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که معرف سرعت لحظه‌ای است صفر می‌باشد. در لحظهٔ $t=۴s$ شیب خط مماس رسم شده است:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-۱۰}{۶-۴}=-۵m/s$$

۹۵- گزینهٔ ۴ در لحظهٔ $t_۲$ شیب خط مماس، خط افقی می‌باشد یعنی در این لحظه سرعت برابر صفر است. بنابراین بازه‌ای را باید انتخاب کنیم که جابه‌جایی در آن بازه صفر باشد تا سرعت متوسط مانند سرعت لحظه‌ای در $t_۲$ صفر شود که با توجه به نمودار از $t_۱$ تا $t_۳$ و $t_۳$ تا $t_۵$ جابه‌جایی صفر می‌شود که در گزینه‌ها بازهٔ $t_۱$ تا $t_۳$ را داریم.

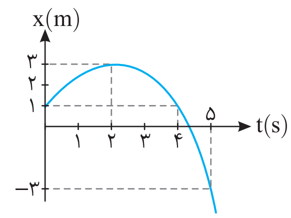


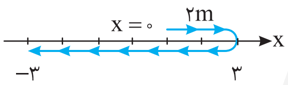
۹۶- گزینهٔ ۲ در بازهٔ $t=۰$ تا $t=۵s$ نمودار $x-t$ به صورت خط راست می‌باشد یعنی در این بازه شیب خط در هر نقطه یکسان و برابر سرعت از $t=۰$ تا $t=۵s$ می‌باشد.

$$v_{t=۴s}=\frac{۳۰-(-۱۰)}{۵}=۸m/s$$

$$\text{سرعت متوسط از } t=۰ \text{ تا } t=۶s \Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۰-(-۱۰)}{۶}=\frac{۴۰}{۶}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲۰}{۳}m/s$$

$$\frac{v_{av}}{v_{t=۴s}}=\frac{\frac{۲۰}{۳}}{۸}=\frac{۲۰}{۲۴}=\frac{۵}{۶}$$





۹۷- گزینهٔ ۴ در بازهٔ صفر تا $۴s$ متحرک از مکان $x=۱m$ به مکان $x=۱m$ جابه‌جا شده و جابه‌جایی آن صفر است بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

در بازهٔ صفر تا $۵s$ مسافت طی شده متحرک برابر است با:

$$l=۲+۶=۸m$$

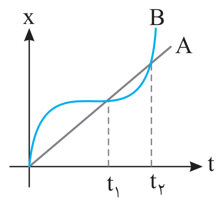
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۸}{۵}=۱/۶m/s$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

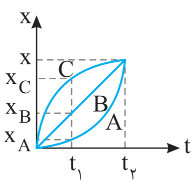
شیب خط مماس در $t=۵s$ از شیب خط مماس در $t=۴s$ بیشتر است پس تندی لحظه‌ای (اندازهٔ سرعت لحظه‌ای) در $t=۵s$ از $t=۴s$ بزرگ‌تر است.

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

در بازهٔ $۲s$ تا $۵s$ متحرک در خلاف جهت محور جابه‌جا شده یعنی در این مدت $(۳s)$ سرعت متوسط منفی است بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است. (همچنین شیب خط مماس بر نمودار نیز از $t=۲s$ به بعد منفی شده است، یعنی در مدت بیشتر از ۱ ثانیه سرعت منفی است.)

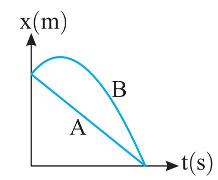


۹۸- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل در بازه‌های صفر تا $t_۱$ و $t_۱$ تا $t_۲$ و صفر تا $t_۲$ جابه‌جایی دو متحرک برابر و سرعت متوسط آن‌ها در این بازه‌های زمانی (نه هر بازه‌ای) با هم برابر است.

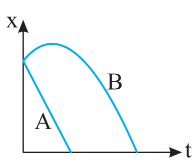


۹۹- گزینهٔ ۳ در بازهٔ زمانی داده شده جابه‌جایی‌ها به صورت $\Delta x_A>\Delta x_B>\Delta x_C$ است، بنابراین:

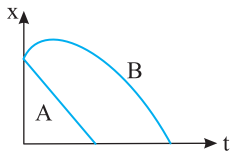
$$v_{av_A}>v_{av_B}>v_{av_C}$$



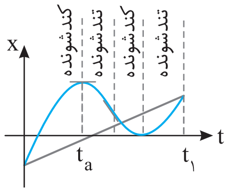
۱۰۰- گزینهٔ ۴ جابه‌جایی دو متحرک در مدت زمان یکسان، برابر است بنابراین $v_{av_A}=v_{av_B}$ می‌باشد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. اما مسافت طی شده A از مسافت طی شده B در همان بازهٔ زمانی کمتر است بنابراین تندی متوسط A از تندی متوسط B کمتر است.



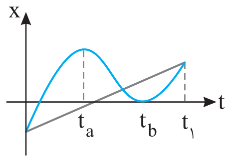
۱۰۱- گزینهٔ ۴ در مورد تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد زیرا متحرک B دارای مسافت طی شده بیشتری، در زمان طولانی‌تری است. به همین دلیل ممکن است تندی متوسط A با تندی متوسط B برابر یا از آن کمتر و یا بیشتر باشد.



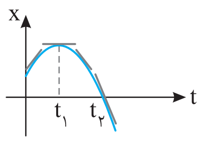
۱۰۲- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل، جابه‌جایی دو متحرک یکسان، اما زمان حرکت متحرک B بیشتر است از این‌رو سرعت متوسط متحرک B از سرعت متوسط متحرک A کمتر می‌باشد و گزینهٔ (۱) درست است.



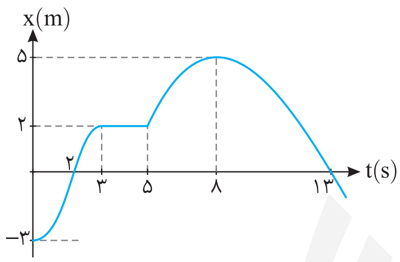
۱۰۳- گزینهٔ ۴ با توجه به شیب خط‌های مماس که نشان‌دهندهٔ سرعت لحظه‌ای می‌باشد، نوع حرکت‌ها در بازه‌های مشخص‌شده در شکل نشان داده شده است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرستند.



در نقاط بیشینه و کمینه t_a و t_b سرعت صفر و در دو طرف این لحظه‌ها علامت سرعت تغییر می‌کند. بنابراین در این دو لحظه جهت حرکت تغییر می‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است. سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو لحظه است و با توجه به شکل روبه‌رو شیب این خط مثبت و گزینه (۴) درست است.



۱۰۴- گزینهٔ ۴ در هنگام گذر از مبدأ مکان $(x=۰)$ یعنی در لحظهٔ $t_۲$ شیب خط منفی است، پس سرعت منفی می‌باشد و گزینهٔ (۱) درست است. در بیشینه و کمینه نمودار $x-t$ به شرط تغییر علامت سرعت، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در این حرکت نیز در $t_۱$ جهت حرکت تغییر کرده است و گزینهٔ (۲) درست است. ابتدا شیب خط مماس در حال کم شدن است تا به صفر برسد پس ابتدا حرکت کندشونده می‌باشد و سپس شیب خط در حال زیاد شدن است. پس بعد از $t_۱$ حرکت تندشونده می‌شود و گزینهٔ (۳) نیز درست است.

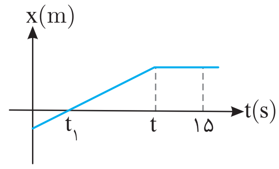


۱۰۵- گزینهٔ ۴ در لحظهٔ $t=۲s$ متحرک دارای سرعت است زیرا شیب خط مماس در این نقطه موازی محور زمان نیست و گزینهٔ (۱) نادرست است.

متحرک در بازهٔ ۳s تا ۵s ساکن است اما تغییر جهت نمی‌دهد و تنها در لحظهٔ $t=۸s$ یعنی یک‌بار تغییر جهت می‌دهد و گزینهٔ (۲) نادرست است.

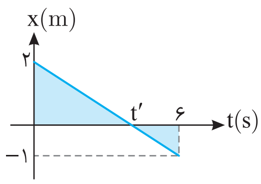
متحرک از ابتدا $t=۰$ تا $t=۳s$ در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و در بازهٔ ۳s تا ۵s ساکن و مجدداً در بازهٔ ۵s تا ۸s در جهت مثبت حرکت می‌کند یعنی جمعاً ۶s در حال حرکت در جهت مثبت محور است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

متحرک در بازهٔ ۰ تا ۲s از مکان $-۳m$ به مکان $x=۰$ می‌رود و در بازهٔ ۸s تا ۱۳s نیز از مکان $x=۵$ به سوی $x=۰$ می‌رود یعنی جمعاً ۷s در حال نزدیک شدن به مبدأ است.



۱۰۶- گزینهٔ ۱ در مدت ۱۵s متحرک ابتدا تا لحظهٔ t در یک جهت در حرکت بوده است و جابه‌جایی و مسافت با هم برابر است و از t تا ۱۵s، جسم ساکن است. بنابراین در مدت ۱۵s جابه‌جایی با مسافت برابر است.

در بازهٔ صفر تا $t_۱$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ و سپس تا لحظهٔ t در حال دور شدن از مبدأ است و بعد از t ساکن است و گزینهٔ (۲) نادرست است. در بازهٔ صفر تا t متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و گزینهٔ (۳) نادرست است.



۱۰۷- گزینهٔ ۱ جهت حرکت را علامت سرعت مشخص می‌کند. اگر سرعت مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است و اگر سرعت منفی باشد متحرک در جهت منفی محور x ها در حال حرکت است. با توجه به نمودار، سرعت در تمام طول مسیر منفی است. پس از $t=۰$ تا $t=۶s$ متحرک خلاف جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است. حال زمان‌هایی را که مکان متحرک منفی است $(x<۰)$ که از t' تا $t=۶s$ می‌شود، به دست می‌آوریم. با توجه به تشابه دو مثلث مشخص شده داریم:

$$\frac{۲}{t'}=\frac{۱}{۶-t'}\Rightarrow ۱۲-۲t'=t'\Rightarrow t'=۴s$$

بنابراین در مدت $\Delta t=۶-t'=۶-۴=۲s$ مکان متحرک منفی است.

۱۰۸- گزینهٔ ۱ نمودار سهمی می‌باشد پس معادلهٔ حرکت به صورت $x=at^۲+bt+c$ می‌باشد.

$$\begin{cases}t=۰\\ x=۳۰m\end{cases}\Rightarrow ۳۰=a(۰)^۲+b(۰)+c\Rightarrow ۳۰=c\ ,\ \begin{cases}t=۱s\\ x=۵۰m\end{cases}\Rightarrow ۵۰=a(۱)^۲+b(۱)+۳۰\Rightarrow ۲۰=a+b\ ,\ \begin{cases}t=۶s\\ x=۰\end{cases}\Rightarrow ۰=a(۶)^۲+b(۶)+۳۰\Rightarrow -۳۰=۳۶a+۶b$$

با توجه به دو معادله آخر داریم:

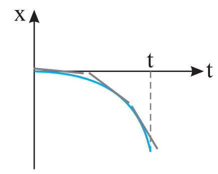
$$\begin{cases}(a+b=۲۰)\times -۶\\ ۳۶a+۶b=-۳۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۶a-۶b=-۱۲۰\\ ۳۶a+۶b=-۳۰\end{cases} +$$

$$۳۰a=-۱۵۰\Rightarrow a=-۵\Rightarrow b=۲۵$$

بنابراین معادلهٔ حرکت به صورت $x=-۵t^۲+۲۵t+۳۰$ است و می‌دانیم در رأس سهمی متحرک تغییر جهت داده، پس:

$$t=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow t=\frac{-۲۵}{-۱۰}=۲/۵s$$

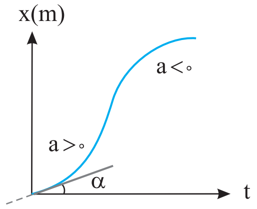
۱۰۹- گزینهٔ ۴ A با توجه به شکل روبه‌رو در لحظهٔ $t=0$ نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس بوده و شیب خط مماس یعنی سرعت لحظه‌ای، صفر است و گزینهٔ (۱) درست است.



اگر به مماس‌ها رسم شده دقت کنید شیب خط مماس در حال افزایش است، یعنی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینهٔ (۲) درست است

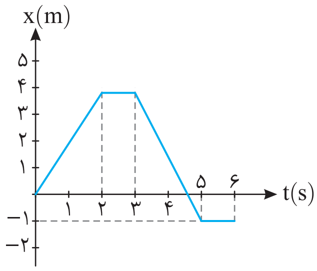
از شروع حرکت، متحرک از مبدأ در جهت منفی محور در حال دور شدن از مبدأ است بنابراین گزینهٔ (۲) درست است و پاسخ گزینهٔ (۴) است.

۱۱۰- گزینهٔ ۱ A با توجه به شکل روبه‌رو سرعت اولیه مخالف صفر است، زیرا در لحظهٔ $t=0$ خط مماس بر نمودار با محور زمان زاویهٔ α می‌سازد $(v_0=\tan\alpha)$. ابتدا سرعت مثبت و شیب خط نیز مثبت و در حال افزایش حرکت تندشونده است. اما در ادامه شیب خط در حال کاهش است، سرعت (شیب خط) مثبت و در نتیجه حرکت کندشونده است.



۱۱۱- گزینهٔ ۳ B شیب خط مماس در لحظهٔ t_1 بر نمودار افقی است. پس در این لحظه سرعت صفر می‌شود. هم‌چنین علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر کرده پس جهت حرکت نیز در این لحظه تغییر می‌کند. دقت کنید در این لحظه متحرک به مبدأ مکان می‌رسد امّا علامت مکان تغییر نمی‌کند. پس بردار مکان تغییر جهت نداده است. قبل از t_1 شیب خط مماس کم می‌شود تا در t شیب خط مماس صفر می‌شود. پس قبل از t_1 حرکت کندشونده بوده و بعد از t_1 شیب خط مماس زیاد می‌شود یعنی حرکت تندشونده شده است. پس در t_1 نوع حرکت تغییر کرده است.

۱۱۲- گزینهٔ ۲ B متحرک در بازهٔ صفر تا ۲s، چهار متر مسافت طی می‌کند، در بازهٔ ۲s تا ۳s ساکن بوده و در بازهٔ ۳s تا ۵s از مکان ۴m به مکان $-1m$ رفته و مسافت ۵m را می‌پیماید و از لحظهٔ $t=5s$ ساکن می‌ماند.



بنابراین مسافت طی شده از صفر تا ۶s جمعاً $l=4+5=9m$ است و تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{9}{6}=1/5m/s$$

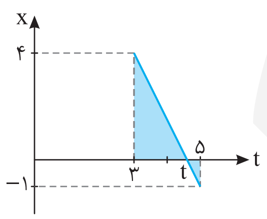
بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

بردار جابه‌جایی برابر $\vec{d}=-\vec{i}$ است و سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا ۶s خواهد شد:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{-\vec{i}}{6}=-\frac{1}{6}\vec{i}$$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ می‌گذرد برای به دست آوردن لحظهٔ تغییر جهت از ریاضی تشابه مثلث استفاده می‌کنیم. دو مثلث هاشورخورده متشابه است، نسبت تشابه را برای دو مثلث می‌نویسیم:

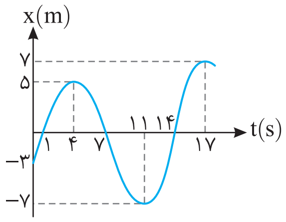


بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

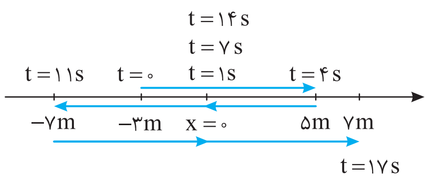
$$\frac{t-3}{5-t}=\frac{4}{1}\Rightarrow t-3=20-4t\Rightarrow 5t=23\Rightarrow t=4/6s$$

متحرک از لحظهٔ ۳s تا لحظهٔ ۵s یعنی به مدت ۲s در خلاف جهت محور در حرکت است و گزارهٔ (ت) درست است.

۱۱۳- گزینهٔ ۲ A در لحظهٔ $t=4s$ و $t=11s$ و $t=17s$ تندی متحرک صفر شده و سوی حرکت آن تغییر کرده است. بنابراین گزاره (الف) درست است. هرگاه متحرک از مبدأ مکان بگذرد، جهت بردار مکان در آن لحظه تغییر می‌کند. در $t=1s$، $t=7s$ و $t=14s$ متحرک از مبدأ گذر کرده است بنابراین سه بار بردار مکان تغییر جهت داده است و گزارهٔ (ب) نادرست است. با توجه به نمودار، مسیر حرکت متحرک در بازهٔ صفر تا ۱۷s به شکل زیر است.



مطابق شکل مسیر، از $t=0$ تا $t=4s$ متحرک در جهت مثبت محور از مکان $-3m$ به مکان $+5m$ می‌رود سپس در بازهٔ $t=4s$ تا $t=11s$ از مکان $+5m$ تا مکان $-7m$ در جهت منفی محور در حرکت است و سرانجام در بازهٔ $t=11s$ تا $t=17s$ یعنی به مدت ۶s در جهت مثبت محور از مکان $-7m$ به مکان $+7m$ می‌رود یعنی ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.



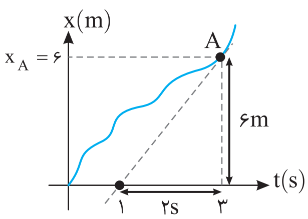
در این صورت جمعاً ۱۰s در جهت مثبت محور در حرکت بوده است و گزارهٔ (پ) درست است اما در بازهٔ $t=11s$ تا $t=14s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است و گزارهٔ (ت) نادرست است.

۱۱۴- گزینهٔ ۲ B ابتدا با توجه به سرعت متوسط از لحظهٔ $t=0$ تا $t=3s$ داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 2=\frac{x_A-0}{3}\Rightarrow x_A=6m$$

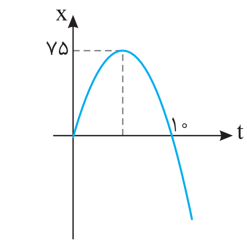
سرعت در نقطهٔ A برابر شیب خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A می‌باشد.

$$v=\frac{6-0}{3-1}=3m/s$$



۱۱۵- گزینهٔ ۳ با توجه به اینکه نمودار مکان- زمان سهمی است و معادلهٔ حرکت به صورت $x=at^2+bt+c$ است.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow x=a(0)^2+b(0)+c \Rightarrow 0=c$$



$$\begin{cases} t=10 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow x=a(10)^2+b(10)+c \Rightarrow 0=100a+10b \quad (1)$$

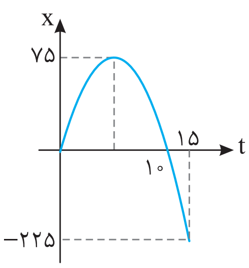
با توجه به نمودار در رأس سهمی $(t=\frac{-b}{2a})$ مکان متحرک $x=75m$ می‌باشد:

$$\begin{cases} t=-\frac{b}{2a} \\ x=75m \end{cases} \Rightarrow x=a(-\frac{b}{2a})^2+b(-\frac{b}{2a}) \Rightarrow 75=\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a} \Rightarrow 75=-\frac{b^2}{4a} \Rightarrow a=-\frac{b^2}{300} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow 0=100(-\frac{b^2}{300})+10b \Rightarrow 0=\frac{-b^2}{3}+10b \Rightarrow 0=b(-b+30) \Rightarrow b=0\ ,\ b=30$$

به‌ازای $b=0$، a نیز صفر می‌شود و در این صورت معادله حرکت سهمی نمی‌شود، پس $b=0$ قابل قبول نیست.

$$x=at^2+bt \xrightarrow[a=-\frac{900}{300}=-3]{b=30} x=-3t^2+30t$$



حال مکان جسم در $t=15s$ را به دست می‌آوریم:

$$x=-3(15)^2+30(15) \Rightarrow x=-225m$$

حال با توجه به نمودار مسافت طی‌شده را به دست می‌آوریم:

$$l=75+75+|-225|=375m$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{375}{15}=25m/s$$

۱۱۶- گزینهٔ ۱ شکل نمودار به صورت سهمی است یعنی $x=at^2+bt+c$.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=-18 \end{cases} \Rightarrow x=a(0)^2+b(0)+c \Rightarrow -18=c\ ,\quad \begin{cases} t=4 \\ x=-50 \end{cases} \Rightarrow x=a(4)^2+b(4)-18 \Rightarrow -50=16a+4b-18 \Rightarrow -32=16a+4b \quad (1)$$

نقطهٔ $t=4s$ رأس سهمی می‌باشد و می‌دانیم رأس سهمی $t=-\frac{b}{2a}$ است. پس:

$$t=-\frac{b}{2a} \Rightarrow 4=-\frac{b}{2a} \Rightarrow b=-8a \quad (2)$$

$$(1),\ (2) \Rightarrow 16a+4(-8a)=-32 \Rightarrow -16a=-32 \Rightarrow a=2\ ,\ b=-16$$

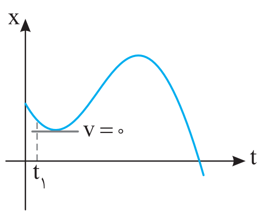
پس معادله حرکت به صورت $x=2t^2-16t-18$ است. زمانی بردار مکان تغییر جهت می‌کند که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور می‌کند:

$$2t^2-16t-18=0 \Rightarrow t^2-8-9=0 \Rightarrow (t-9)(t+1)=0 \Rightarrow t=9s\ ,\ t=-1s\ (\text{غ.ق.})$$

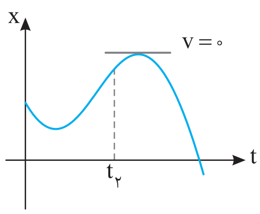
بنابراین در $t=9s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. زمانی متحرک تغییر جهت می‌دهد که سرعت متحرک صفر شود و علامت سرعت قبل و بعد از آن تغییر کند که همان رأس سهمی می‌باشد.

$$\Delta t=t_2-t_1=9-4=5s$$

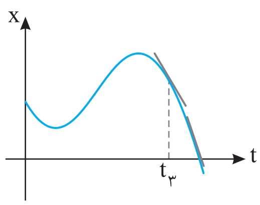
۱۱۷- گزینهٔ ۳ در حرکت تندشونده بزرگی سرعت در حال افزایش است. مطابق شکل بعد از t_1 در لحظهٔ نشان داده شده سرعت صفر می‌شود. پس در لحظهٔ t_1 حرکت کندشونده است.

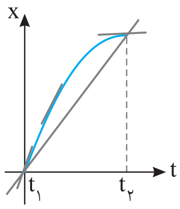


مطابق شکل بعد از t_2 در لحظهٔ نشان داده شده سرعت صفر می‌شود. پس در لحظهٔ t_2 حرکت کندشونده است.

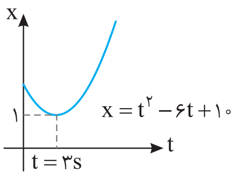


مطابق شکل بعد از t_3 شیب خط مماس بر نمودار در حال افزایش است. یعنی اندازه سرعت افزایش می‌یابد. پس حرکت در این لحظه تندشونده است.





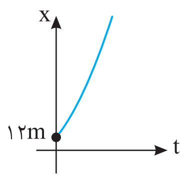
۱۱۸- گزینهٔ ۴ (C) با توجه به شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که معرف سرعت لحظه‌ای است و شیب خط بین دو لحظهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ که معرف سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ است. مشخص است که ابتدا شیب خط مماس (سرعت لحظه‌ای) از شیب خط واصل بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ (سـرعت متوسـط) بیشتـر است و کم کم شـیب خط مماس کمتر از شیب خط واصل بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ می‌شود.



۱۱۹- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم:

$$\Delta=b^۲-۴ac=۳۶-۴۰=-۴\Rightarrow\Delta<۰\quad,\quad \text{رأس سهمی}\ t=-\frac{b}{۲a}=۳s$$

با توجه به نمودار کمترین فاصله از $x=۰$ در $t=۳s$ می‌باشد که $x=۱m$ است.



۱۲۰- گزینهٔ ۱ (B) معادلهٔ حرکت به صورت $x=(t+۳)(t+۴)$ می‌باشد، هر دو ریشهٔ این معادله منفی است و می‌دانیم که زمان نمی‌توان منفی باشد پس نمودار $x-t$ تقریباً مشابه شکل مقابل می‌باشد. پس کمترین فاصله از مبدأ در $t=۰$ رخ می‌دهد.

۱۲۱- گزینهٔ ۳ (A) چون اندازهٔ سرعت ثابت و در یک جهت است، از این‌رو سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر می‌باشد و اندازهٔ سرعت متوسط با تندی لحظه‌ای برابر است.

۱۲۲- گزینهٔ ۳ (A) مکان اولیهٔ متحرک $x=-۲۰m$ و سرعت آن $۸m/s$ است بنابراین:

$$x=vt+x_۰\Rightarrow x=۸t-۲۰$$

۱۲۳- گزینهٔ ۱ (A) سرعت متحرک برابر است با:

$$\Delta x=-(۱۹+۱۵)=-۳۴\quad,\quad v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۳۴}{۱۷}=-۲m/s$$

و مکان اولیهٔ آن $+۱۹m$ است از این‌رو:

$$x=-۲t+۱۹$$

۱۲۴- گزینهٔ ۲ (A) **راه‌حل اول:** متحرک ابتدا به مبدأ و سپس به مکان $-۶m$ رسیده است از این‌رو مکان اولیهٔ آن مثبت اما سرعت آن منفی است و گزینهٔ (۲) این‌گونه است.

راه‌حل دوم: در معادلهٔ حرکت، زمان‌ها و مکان‌های معادل آن‌ها را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}t=۲s\,,\,x=۰\xrightarrow{x=vt+x_۰}۰=۲v+x_۰\\ t=۴s\,,\,x=-۶m\Rightarrow -۶=۴v+x_۰\end{cases}\Rightarrow -۶=۲v\Rightarrow v=-۳m/s$$

مکان اولیه را به دست می‌آوریم:

$$۰=۲v+x_۰\Rightarrow ۰=۲(-۳)+x_۰\Rightarrow x_۰=+۶m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=-۳t+۶$$

۱۲۵- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت روی خط راست داریم:

$$x=vt+x_۰\Rightarrow ۱=v\times ۲+۵\Rightarrow v=-۲\,m/s$$

$$x=-۲t+۵\xrightarrow{x=۳}۳=-۲t+۵\Rightarrow t=۱s$$

۱۲۶- گزینهٔ ۴ (A) معادلهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow -۶=۲v+x_۰\\ t_۲=۸s\Rightarrow ۵۴=۸v+x_۰\end{cases}\Rightarrow ۶۰=۶v\Rightarrow v=۱۰m/s\ ,\ x_۰=-۲۶m\ ,\ x=۱۰t-۲۶$$

سرعت متحرک مثبت و مکان اولیهٔ آن $-۲۶m$ است، بنابراین متحرک هرگز از مکان $-۳۰m$ نمی‌گذرد.

۱۲۷- گزینهٔ ۳ (A) معادلهٔ حرکت را با جای‌گذاری زمان‌ها و مکان‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$x=vt+x_۰\begin{cases}\xrightarrow{t_۱=۰s}-۸=x_۰\Rightarrow x_۰=-۸m\\ \xrightarrow{t_۲=۴s}۱۲=v\times۴+(-۸)\Rightarrow v=۵m/s\end{cases}\Rightarrow x=۵t-۸$$

اکنون زمان تغییر جهت بردار مکان یعنی زمان گذر از مبدأ مکان $(x=۰)$ را به دست می‌آوریم.

$$۰=۵t-۸\Rightarrow t=۱/۶s$$

۱۲۸- گزینهٔ ۳ (A) چون سرعت متحرک $۲m/s$ است، پس در هر ثانیه $۲m$ جابه‌جا می‌شود.

۱۲۹- گزینهٔ ۴ (A) معادله حرکت درجه اول است یعنی معادله حرکت مربوط به حرکت با سرعت ثابت می‌باشد.

$$\begin{cases}x=۲t+۵\\ x=vt+v_۰\end{cases}\Rightarrow v=۲m/s$$

بنابراین سرعت در هر لحظه برابر $۲m/s$ است و گزینهٔ (۱) درست است.

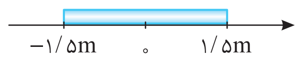
سرعت ثابت و حرکت روی خط راست است بنابراین تندی متوسط و سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه باهم برابر می‌باشد و گزینهٔ (۲) درست است.

بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند $(x=۰)$

$$x=۲t+۵\xrightarrow{x=۰}۰=۲t+۵\Rightarrow t=-۲/۵\ \text{غ ق ق}$$

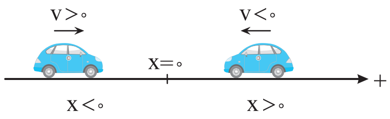
پس بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد.

۱۳۰- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به شکل از مکان $x=-۱/۵m$ تا $x_۲=۱/۵m$ فاصلهٔ متحرک از مبدأ کمتر از $۱/۵m$ می‌باشد بنابراین:

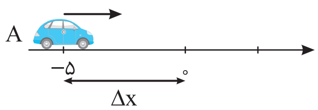


$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{۱/۵-(-۱/۵)}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۱/۵s$$

۱۳۱- گزینهٔ ۲ (A) مطابق شکل وقتی متحرک به مبدأ نزدیک می‌شود حاصل‌ضرب xv منفی خواهد بود.

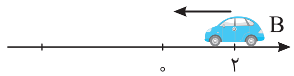


۱۳۲- گزینهٔ ۲ (B) متحرک A از مکان $x=-۵m$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است پس در جهت مثبت در حال حرکت می‌باشد.



$$v_A=v_{av_A}=\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}\Rightarrow v_A=\frac{۵}{۳}m/s$$

متحرک B از مکان مثبت در حال نزدیک شدن به مبدأ می‌باشد پس در جهت منفی در حال حرکت می‌باشد.



$$v_B=v_{av_B}=\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}\Rightarrow v_B=\frac{-۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}m/s$$

بنابراین:

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{-۱}{۲}}=-\frac{۱۰}{۳}$$

۱۳۳- گزینهٔ ۴ (B) لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظهٔ گذر از مبدأ مختصات. در صورت مسأله فاصله از مبدأ داده شده است و مشخص نیست مکان ذره منفی است یا مثبت.

اگر دو نقطه در یک طرف مبدأ مختصات باشند آن‌گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{|۵-۶|}{۵-۳}=\frac{۱}{۲}m/s$$

در این صورت زمان رسیدن ذره از فاصلهٔ ۶ متری مبدأ با سرعت $\frac{۱}{۲}m/s$ به مبدأ برابر خواهد شد با:

$$\Delta t=\frac{۶}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow \Delta t=۱۲s$$

و زمان گذر از مبدأ برابر $t=۱۲+۳=۱۵s$ است و اگر نقاط در دو طرف مبدأ باشند آن‌گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{|۵+۶|}{۵-۳}=\frac{۱۱}{۲}m/s$$

و زمان رسیدن ذره به مبدأ $\Delta t=\frac{۶}{\frac{۱۱}{۲}}\Rightarrow \Delta t=\frac{۱۲}{۱۱}s$ خواهد شد و زمان گذر از مبدأ برابر است با:

$$t=\frac{۱۲}{۱۱}+۳\Rightarrow t=\frac{۴۵}{۱۱}s$$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۳۴- گزینهٔ ۳ (A) حرکت با سرعت ثابت است، پس در هر ثانیه جابه‌جایی متحرک مقدار ثابتی است، از این‌رو جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم و ثانیهٔ پنجم یکسان است و نسبت جابه‌جایی‌ها برابر یک است.

۱۳۵- گزینهٔ ۴ (A) سرعت ثابت است در بازه‌های زمانی یکسان جابه‌جایی‌ها برابر است. جابه‌جایی در مدت $۲s$ قطعاً نصف جابه‌جایی در مدت $۴s$ است. از این رو جابه‌جایی دو ثانیهٔ سوم نصف جابه‌جایی $n=۴$ ثانیهٔ پنجم است.

۱۳۶- گزینهٔ ۲ (A) حرکت با سرعت ثابت می‌باشد، بنابراین سرعت متوسط در هر بازه برابر سرعت جسم می‌باشد، در مدت $t=۳s$ تا $t=۱۹s$ متحرک از $x=۲۵m$ به $x=۴۹m$ منتقل شده است بنابراین:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۴۹-۲۵}{۱۹-۳}=\frac{۲۴}{۱۶}\Rightarrow v=۱/۵m/s$$

حال در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۶s$ نیز سرعت همان $۲m/s$ است:

$$۱/۵=\frac{۳۴-۲۵}{t_۱-۳}\Rightarrow ۹=۱/۵t_۱-۴/۵\Rightarrow t_۱=۹$$

در بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۱۷s$ متحرک از مکان $x=۲۵m$ به $x_۱=?m$ رسیده بنابراین:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۱/۵=\frac{x_۱-۲۵}{۱۷-۳}\Rightarrow x_۱=۴۶m$$

۱۳۷- گزینهٔ ۳ (A)

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_۱=\frac{۱۵۰}{۸۰}\times ۶۰=۱۱۲/۵\,min\\ \Delta t_۲=\frac{۱۵۰}{۱۲۰}\times ۶۰=۷۵\,min\end{cases}\Rightarrow ۱۱۲/۵-۷۵=۳۷/۵\,min$$

۱۳۸- گزینهٔ ۳ (A) در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، معادلهٔ جابه‌جایی - زمان به صورت زیر است:

$$\Delta x=v\Delta t\xrightarrow{\Delta x_۱=\Delta x_۲}v_۰\times ۸=(v_۰+۳)\times ۵\Rightarrow ۸v_۰=۵v_۰+۱۵\Rightarrow v_۰=۵m/s$$

۱۳۹- گزینهٔ ۲ زمان رکاب زدن دوچرخه‌سوار را به دست می‌آوریم:

$t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t=\frac{۹۰}{۲۴}=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵h$

زمان رفع خستگی‌ها برابر است با:

$۴/۵-۳/۷۵=۰/۷۵h=۴۵\,min$

۱۴۰- گزینهٔ ۲

$\Delta x=v\Delta t=\frac{۱۰۸}{۳/۶}\times۱=۳۰\,m$

این تست ساده بیان می‌کند که هنگام رانندگی با سرعت $۱۰۸\,km/h$، در هر ثانیه ۳۰ متر جلو می‌روید و اگر مانعی در ۳۰ متری مقابل شما باشد، با همان سرعت به آن برخورد می‌کنید.

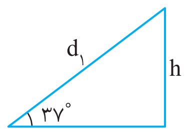
۱۴۱- گزینهٔ ۳ ابتدا زمان رسیدن صدای بوق به دانش‌آموز را به دست می‌آوریم:

$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow ۶۰=۳۰۰\,\Delta t\Rightarrow\Delta t=۰/۲s$

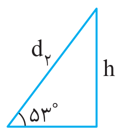
حال باید مشخص کرد در این مدت خودرو چند متر جلو آمده است.

$v=۷۲km/h=۲۰m/s\quad,\quad \Delta x=v\Delta t\Rightarrow\Delta x=۲۰\times۰/۲=۴m\Rightarrow۶۰-۴=۵۶m$

۱۴۲- گزینهٔ ۳ این سؤال بیشتر جنبهٔ ریاضی دارد. طول مسیر (جابه‌جایی) جسم روی دو سطح شیب‌دار تا ارتفاع یکسان h را به دست می‌آوریم.



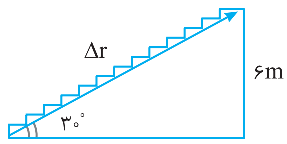
$$\begin{cases}\sin۳۷^\circ=\frac{h}{d_۱}\Rightarrow d_۱=\frac{h}{\sin۳۷^\circ}\\ \sin۵۳^\circ=\frac{h}{d_۲}\Rightarrow d_۲=\frac{h}{\sin۵۳^\circ}\end{cases}\Rightarrow\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{\sin۵۳^\circ}{\sin۳۷^\circ}=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}$$



از طرفی خواهیم داشت:

$$\begin{cases}d_۱=v_۱t_۱\\ d_۲=v_۲t_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{۵t}{v\frac{t}{۲}}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۱۰}{v}\Rightarrow v=۷/۵m/s$$

۱۴۳- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل، جابه‌جایی بین دو طبقه، به کمک پله برقی برابر است با:

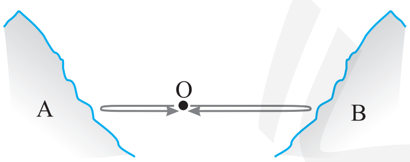


$\sin۳۰^\circ=\frac{۶}{\Delta r}\Rightarrow\Delta r=۱۲m$

در این صورت بازهٔ زمانی پیمودن این جابه‌جایی با سرعت $۶m/s$ برابر است با:

$\Delta r=v\Delta t\Rightarrow۱۲=۰/۶\Delta t\Rightarrow\Delta t=۲۰s$

۱۴۴- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل روبه‌رو، صدا از چشمهٔ صوت (محل شلیک گلوله) به رشته‌کوه A رفته و پژواک آن از کوه A به محل شلیک باز می‌گردد و همچنین صدا از چشمهٔ صوت به رشته‌کوه B رفته و پژواک آن از کوه B به محل شلیک باز می‌گردد. مسیر رفت‌وبرگشت به کوه B بزرگ‌تر، پس زمان آن نیز به اندازهٔ 3s بیشتر است. بنابراین هنگام رفت از O تا B زمان 1/5s طولانی‌تر از زمان رفت از O تا A است.



$OB-OA=v(t_B-t_A)\Rightarrow OB-OA=۳۴۰(۱/۵)m$

۱۴۵- گزینهٔ ۲ لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند:

$x_۱=x_۲\Rightarrow۲t-۴=۳t-۱۲\Rightarrow t=۸s\quad,\quad x=۲t-۴=۲\times۸-۴=۱۲m$

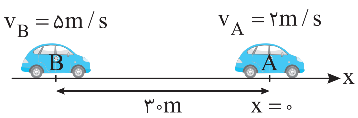
۱۴۶- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، بنابراین:

$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow۲۱t_A=(v-۳۰)t_B$

با توجه به فرض مسأله $\frac{t_A}{t_B}=\frac{۳}{۷}$ از این‌رو:

$۲۱\times(\frac{۳}{۷}t_B)=(v-۳۰)t_B\Rightarrow۹=v-۳۰\Rightarrow v=۳۹m/s$

۱۴۷- گزینهٔ ۱ محل حرکت متحرک A را مبدأ درنظر می‌گیریم، معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:



مکان اولیه متحرک A $(x_{۰_A}=۰)$ و مکان اولیه متحرک B $(x_{۰_B}=-۳۰m)$ است.

$$\begin{cases}x_A=۲t\\ x_B=۵t-۳۰\end{cases}\xrightarrow{x_A=x_B}۲t=۵t-۳۰\Rightarrow۳t=۳۰\Rightarrow t=۱۰s$$

مکان رسیدن دو متحرک نسبت به محل آغاز حرکت A خواهد شد:

$x=۲\times۱۰=۲۰m$

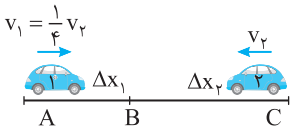
روش نسبی: برای زمان رسیدن دو متحرک به هم می‌توان فرض کرد یکی از متحرک‌ها مثلاً متحرک A ساکن بوده و متحرک B با سرعت $۵-۲=۳m/s$ پس از طی مسافت ۳۰ متر به آن می‌رسد.

$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow۳۰=۳\Delta t\Rightarrow\Delta t=۱۰s$

۱۴۸- گزینهٔ ۴ وقتی دو خودرو به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است. متحرک دوم یک ساعت پس از متحرک اول شروع به حرکت کرده بنابراین اگر زمان حرکت متحرک اول را t در نظر بگیریم زمان حرکت متحرک دوم 1h - خواهد شد:

$\Delta x_۱=\Delta x_۲\Rightarrow v_۱\Delta t_۱=v_۲\Delta t_۲\Rightarrow۶۰\Delta t_۱=۸۰(\Delta t_۱-۱)\Rightarrow۶۰\Delta t_۱=۸۰\Delta t_۱-۸۰\Rightarrow\Delta t_۱=۴h$

۱۴۹- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:**



$$\begin{cases}\Delta x_2=v_2t\\ \Delta x_1=v_1t\end{cases}\Rightarrow \Delta x_1+\Delta x_2=(v_1+v_2)t\Rightarrow 900=(\frac{1}{4}v_2+v_2)\times 4$$

$$\Rightarrow 900=(\frac{5}{4}v_2)\times 4\Rightarrow v_2=\frac{900}{5}=180\,km/h$$

راه‌حل دوم: در این روش معادلهٔ حرکت دو متحرک را نسبت به یک مبدأ اختیاری مثلاً نقطهٔ A می‌نویسیم:

جهت حرکت v_1 را مثبت می‌گیریم.

$$x=vt+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_1=v_1t+0\Rightarrow x_1=\frac{1}{4}v_2t\\ x_2=-v_2t+900\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{4}v_2\times 4=-v_2\times 4+900\Rightarrow 5v_2=900\Rightarrow v_2=180\,km/h$$

راه‌حل سوم: با استفاده از سرعت نسبی می‌توان گفت که اگر دو متحرک به سوی هم بیایند می‌توان فرض کرد یکی ساکن است و دیگری با سرعت v_1+v_2 به آن نزدیک می‌شود. پس خواهیم داشت:

$$\Delta x=(v_1+v_2)t\Rightarrow 900=(\frac{1}{4}v_2+v_2)\times 4\Rightarrow v_2=180\,km/h$$

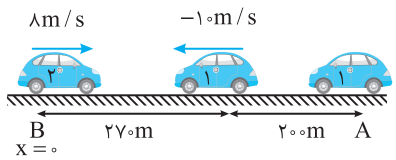
۱۵۰- گزینهٔ ۱ با قرار دادن $x=+8m$ در معادلهٔ حرکت Q، زمان رسیدن آن را به این مکان به دست می‌آوریم:

$$x_Q=4t-24\Rightarrow 8=4t-24\Rightarrow t=\frac{32}{4}\Rightarrow t=8s$$

اکنون با قرار دادن $t=8s$ و $x=8m$ در معادلهٔ حرکت P، سرعت v را به دست می‌آوریم:

$$x_P=vt+12\Rightarrow 8=v(8)+12\Rightarrow v=-0/5m/s$$

۱۵۱- گزینهٔ ۱ خودروی اول با سرعت $10m/s$ پس از ۲۰ ثانیه، ۲۰۰ متر به جلو می‌رود و فاصلهٔ دو خودرو از هم $470-200=270m$ می‌شود. اکنون معادلهٔ حرکت دو متحرک را از این لحظه به بعد نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:

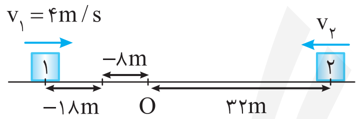


$$x_2=x_1\Rightarrow 8t=-10t+270\Rightarrow 18t=270\Rightarrow t=15s$$

بنابراین متحرک (۲)، ۱۵ ثانیه در حرکت بوده است تا به متحرک (۱) برسد و اندازهٔ جابه‌جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x=vt\Rightarrow\Delta x=8\times 15=120m$$

۱۵۲- گزینهٔ ۳ با توجه به فرض مسأله متحرک (۱) با حرکت از نقطهٔ $-18m$ در $-8m$ به متحرک (۲) می‌رسد، از این‌رو زمان این حرکت برابر است:

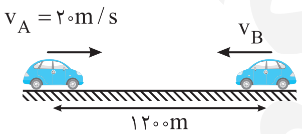


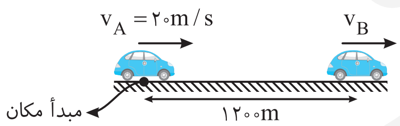
$$\Delta x=vt\Rightarrow 10=4t\Rightarrow t=2/5s$$

متحرک (۲) برای رسیدن به نقطهٔ C به اندازهٔ $32+8=40m$ جابه‌جا می‌شود. در این صورت:

$$|\Delta x|=|v|\Delta t\Rightarrow 40=v_2\times 2/5\Rightarrow v_2=16m/s$$

۱۵۳- گزینهٔ ۲ اگر دو متحرک به سمت یکدیگر در حال حرکت باشند با توجه به صورت سؤال بعد از $80s$ به هم می‌رسند، در این مدت متحرک A با سرعت ثابت $20m/s$ به اندازهٔ $\Delta x=vt=1600m$ می‌پیماید که بیشتر از فاصلهٔ اولیه بین دو متحرک است. بنابراین این دو متحرک باید قبل از $t=80s$ هم را دیده باشند، پس دو متحرک در حال نزدیک شدن به‌هم نیستند و در یک جهت در حال حرکت می‌باشند.





$$x_A=vt=20t\xrightarrow{t=80s}x_A=1600m$$

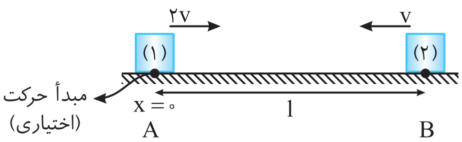
$$x_B=v_Bt+1200\xrightarrow{t=80s}x_B=80v_B+1200$$

$x_A=x_B$ در $t=80s$ دو متحرک به‌هم می‌رسند

$$1600=80v_B+1200\Rightarrow 400=80v_B\Rightarrow v_B=5m/s$$

۱۵۴- گزینهٔ ۱ ابتدا معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

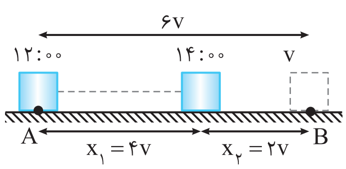
لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک $x_1=x_2$:



$$\begin{cases}x_1=2vt\\ x_2=-vt+l\end{cases}\Rightarrow 2vt=-vt+l\Rightarrow l=3vt$$

$$\xrightarrow[\Delta t=2h]{t=12:00\ \text{تا}\ 14:00}l=3vt\xrightarrow{\Delta t=2h}l=6v$$

$$x_1=2vt\xrightarrow[\text{مکان رسیدن دو متحرک به‌هم}]{\Delta t=2h}x=4v$$

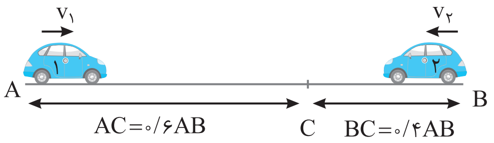


با توجه به شکل از محل رسیدن دو متحرک به‌هم تا زمانی که متحرک (۱) به مکان B می‌رسد متحرک باید $\Delta x=2v$ جابجا شود:

$$\Delta x=2vt\Rightarrow 2v=2vt\Rightarrow t=1h$$

بنابراین یک ساعت بعد از ساعت ۱۴:۰۰ متحرک به نقطهٔ B می‌رسد یعنی در ساعت ۱۵:۰۰

۱۵۵- گزینهٔ ۴ Ⓑ در بازهٔ زمانی t که دو متحرک در نقطهٔ C به هم می‌رسند، متحرک (۱) مسیر $AC=0/6AB$ و متحرک (۲) مسیر $BC=0/4AB$ را طی کرده‌اند.



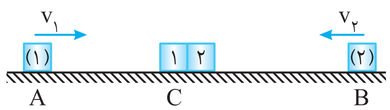
بنابراین سرعت متحرک (۱)، $\frac{3}{2}$ سرعت متحرک (۲) است.

$$\begin{cases} AC=v_1t \Rightarrow 0/6AB=v_1t \\ BC=v_2t \Rightarrow 0/4AB=v_2t \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{3}{2}$$

از طرفی متحرک (۱) در ادامهٔ مسیرش، جابه‌جایی BC را در ۴۰ ثانیه طی کرده است:

$$\begin{cases} BC=v_1t_1 \\ AC=v_2t_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{BC}{AC}=\frac{v_1}{v_2}\times\frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{40}{t_2} \Rightarrow t_2=90s$$

۱۵۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ متحرک (۲) پس $4\,min$ از C به A رسیده است.



$$CA=v_2t_2 \Rightarrow CA=4v_2 \quad (1)$$

متحرک (۱) پس $16\,min$ از C به B می‌رسد، بنابراین:

$$CB=16v_1 \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) به دست می‌آوریم:

$$\frac{CB}{CA}=4\frac{v_1}{v_2} \quad (3)$$

از طرفی دو متحرک در نقطهٔ C به هم می‌رسند بنابراین:

$$\frac{CB}{CA}=\frac{16v_1}{4v_2} \quad , \quad CB=v_2t \quad , \quad CA=v_1t \Rightarrow \frac{CB}{CA}=\frac{v_2}{v_1} \quad (4)$$

سمت چپ رابطه‌های (۳) و (۴) برابرند، بنابراین سمت راست آن‌ها نیز با هم برابر است:

$$\frac{4v_1}{v_2}=\frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{2}$$

۱۵۷- گزینهٔ ۱ Ⓐ جابه‌جایی دو متحرک برابر است. از این‌رو:

$$\Delta x_1=\Delta x_2 \Rightarrow 30t_1=40t_2 \xrightarrow{t_2=t_1-50} 30t_1=40(t_1-50) \Rightarrow 30t_1=40t_1-2000 \Rightarrow t_1=200s$$

فاصلهٔ مبدأ تا مقصد برابر است با:

$$\Delta x=v_1t_1=30\times200=6000m$$

۱۵۸- گزینهٔ ۳ Ⓐ **راه‌حل اول:** معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته از هم کم کرده و برابر $3/6km$ قرار می‌دهیم:

$$x=vt\begin{cases} x_1=72t \\ x_2=108t \end{cases} \xrightarrow{x_2-x_1=3/6} 108t-72t=3/6 \Rightarrow 36t=3/6 \Rightarrow t=0/1h \Rightarrow t=0/1\times60=6\,min$$

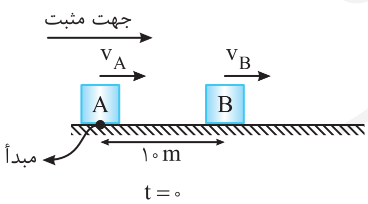
راه‌حل دوم: هر دو با هم حرکت کرده‌اند، در هر ساعت متحرک (۱) $72km$ و متحرک (۲) $108km$ طی می‌کند یعنی متحرک (۲) $108-72=36km$ از اولی جلو می‌افتد، مانند این است که متحرک اول را ساکن فرض کنیم و متحرک دوم با سرعت $108-72=36km/h$ از آن دور شود، در واقع از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x=v_{\text{نسبی}}t \Rightarrow 3/6=(108-72)t \Rightarrow t=0/1h=6\,min$$

۱۵۹- گزینهٔ ۱ Ⓑ بیشینهٔ فاصله وقتی است که متحرک تندرو به مقصد رسیده باشد.

$$\Delta x_2=v_2\Delta t \Rightarrow 400=8\Delta t \Rightarrow \Delta t=50s \quad , \quad \Delta x_1=v_1\Delta t \Rightarrow \Delta x_1=5\times50=250m \Rightarrow 400-250=150m$$

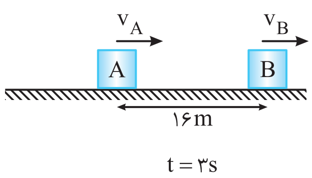
۱۶۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ **راه‌حل اول:** اگر مکان A را مبدأ حرکت و سمت راست را جهت مثبت اختیار کنیم داریم:



$$t=0 \Rightarrow \begin{cases} x_A=v_At \Rightarrow x=0 \\ x_B=v_Bt+10 \Rightarrow x_B=10 \end{cases}$$

$$t=3s \Rightarrow \begin{cases} x_A=3v_A \\ x_B=3v_B+10 \end{cases} \xrightarrow{x_B-x_A=16m} 3v_B+10-3v_A=16 \Rightarrow v_B-v_A=2m/s$$

فرض کنید در لحظهٔ t' فاصلهٔ دو متحرک $x_B-x_A=30m$ می‌شود بنابراین:



$$\begin{cases} x_A=v_At' \\ x_B=v_Bt'+10 \end{cases} \Rightarrow x_B-x_A=30 \Rightarrow v_Bt'-v_At'+10=30 \Rightarrow t'(v_B-v_A)=20$$

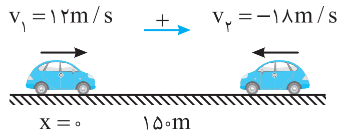
$$\xrightarrow{v_B-v_A=2} t'=10s$$

راه‌حل دوم: در ابتدا فاصلهٔ دو متحرک از هم $10m$ است و در مدت $3s$ فاصلهٔ آن‌ها از هم $16-10=6m$ بیشتر شده است یعنی در هر $1s$، فاصله ۲ متر افزایش می‌یابد. بنابراین وقتی فاصلهٔ دو متحرک $30-10=20m$ بیشتر می‌شود، این افزایش در مدت $\frac{20}{2}=10s$ اتفاق می‌افتد.

$1s$	$2m$ افزایش فاصله
Δt	$20m$

$\Rightarrow \Delta t=10s$

۱۶۱- گزینهٔ ۲ فاصلهٔ دو خودرو از هم $150\,m$ است، بنابراین برای آنکه فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۸۰ متر شود، ابتدا باید دو خودرو به هم رسیده و از کنار هم بگذرند، از هم دور شوند تا فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۸۰ متر شود. معادلهٔ حرکت دو خودرو را نوشته و از هم کم می‌کنیم.



$$\begin{cases} x_1=12t \\ x_2=-18t+150 \end{cases} \xrightarrow{|x_1-x_2|=180} 12t+18t-150=180 \Rightarrow 30t=330 \Rightarrow t=11s$$

اگر تفاضل را برابر ۱۸۰− قرار دهیم خواهیم داشت: $12t+18t-150=-180 \Rightarrow 30t=-30 \Rightarrow t=-1s$ غ.ق.ق

روش دیگر: می‌توان فرض کرد متحرک (۲) ساکن است و متحرک (۱) با سرعت $12+18=30m/s$ از فاصلهٔ ۱۵۰ متری به آن نزدیک و سپس ۱۸۰ متر از آن دور می‌شود یعنی متحرک (۱) جمعاً $150+180=330m$ را با سرعت $30m/s$ طی می‌کند. $\Delta x=vt \Rightarrow 330=30t \Rightarrow t=11s$

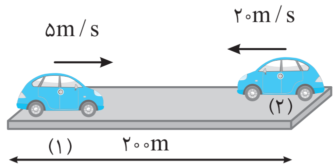
۱۶۲- گزینهٔ ۴ یک‌بار هنگام نزدیک شدن دو متحرک به هم، فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۰۰ متر و بار دیگر بعد از رسیدن به هم و دور شدن از هم، فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۰۰ متر است. وقتی هنگام نزدیک شدن فاصلهٔ آن‌ها ۱۰۰ متر است، دو متحرک در مجموع باید مسافت $300-100=200m$ را طی کرده باشند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1|=v_1t \\ |\Delta x_2|=v_2t \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_1|+|\Delta x_2|=(v_1+v_2)t \Rightarrow 200=50t \Rightarrow t=4s$$

و هنگامی که از کنار هم می‌گذرند و مجدداً فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۰۰ متر است، باید دو متحرک در مجموع مسافت $300+100=400m$ را بپیمایند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1|=v_1t \\ |\Delta x_2|=v_2t \end{cases} \Rightarrow (v_1+v_2)t=400 \Rightarrow 50t=400 \Rightarrow t=8s$$

۱۶۳- گزینهٔ ۳ مکان اولیه متحرک با سرعت $10m/s$ را به عنوان مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر می‌گیریم. در این صورت معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:



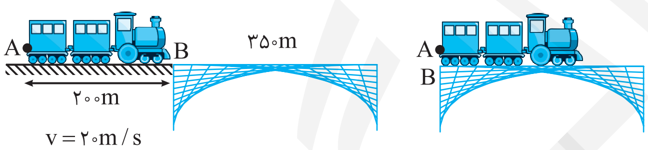
$$\begin{cases} x_1=5t \\ x_2=-20t+200 \end{cases}$$

فاصلهٔ دو متحرک از هم کمتر از $50m$ باشد یعنی: $|x_1-x_2|\le 50 \Rightarrow |25t-200|\le 50$

$$\Rightarrow -50\le 25t-200\le 50 \Rightarrow 150\le 25t\le 250 \Rightarrow 6s\le t\le 10s$$

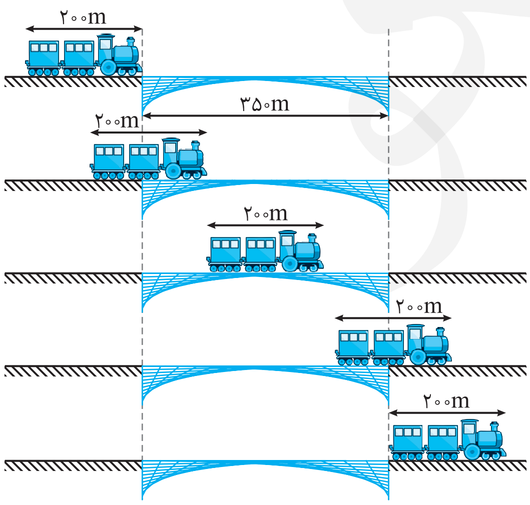
بنابراین در بازهٔ $t=6s$ تا $t=10s$ فاصلهٔ دو متحرک از هم کمتر از ۵۰ متر است یعنی در مدت $\Delta t=10-6=4s$ فاصلهٔ دو متحرک از هم کمتر از ۵۰ است.

۱۶۴- گزینهٔ ۲ هنگامی که انتهای قطار به ابتدای پل برسد قطار به طور کامل روی پل قرار گرفته یعنی هنگامی که نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد. یعنی قطار باید $200m$ جابه‌جا شود.



$$\Delta x=vt \Rightarrow 200=20t \Rightarrow t=10s$$

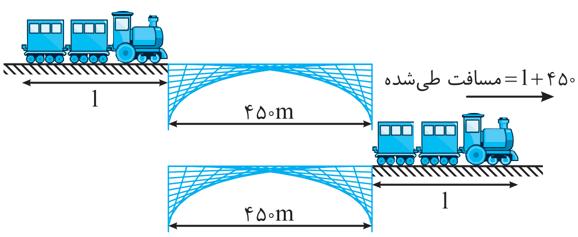
۱۶۵- گزینهٔ ۴ در تمام شکل‌های روبه‌رو به غیر از شکل ابتدایی و نهایی قطار یا قسمتی از قطار روی پل قرار دارد بنابراین باید مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل بگذرد را به دست آوریم:



$$\Delta x=200+350=550m$$

$$\Delta x=vt \Rightarrow 550=20t \Rightarrow t=27/5s$$

۱۶۶- گزینهٔ ۴ مسافتی که باید قطار طی کند در هر دو حالت یکسان و برابر است با: $l+450=$ مسافت طی‌شده



بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 450+l=20v \\ 450+l=15(v+15) \end{cases}$$

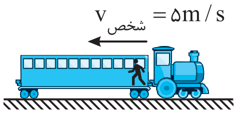
$$\Rightarrow 20v=15v+225 \Rightarrow 5v=225 \Rightarrow v=45m/s$$

حال با قرار دادن $v=45m/s$ در یکی از معادله‌ها داریم:

$$450+l=20v \Rightarrow 450+l=20(45) \Rightarrow 450+l=900 \Rightarrow l=450m$$

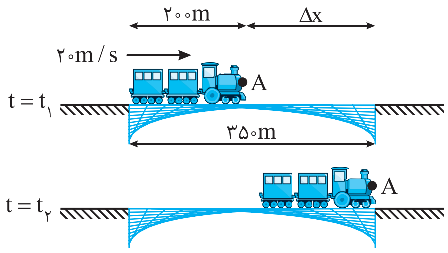
۱۶۷- گزینهٔ ۱ شخص می‌خواهد از ابتدای قطار تا انتهای آن جابه‌جا شود، یعنی شخص با سرعت ثابت $۵m/s$ می‌خواهد جابه‌جایی ۲۵۰ متری انجام دهد، بنابراین:

$$\Delta x=vt \Rightarrow ۲۵۰=۵t \Rightarrow t=۵۰s$$



۱۶۸- گزینهٔ ۳ مطابق شکل‌های نشان داده شده از لحظهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ قطار به طور کامل روی پل قرار دارد در این مدت نقطهٔ A در جلوی قطار با سرعت $۲۰m/s$ به اندازهٔ $\Delta x=۳۵۰-۲۰۰=۱۵۰m$ پیشروی می‌کند.

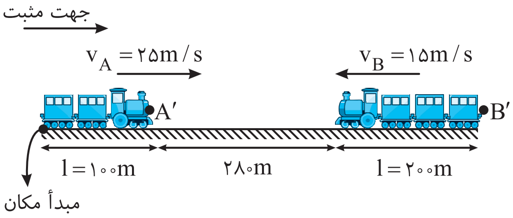
$$\Delta x=v\Delta t \Rightarrow ۱۵۰=۲۰\Delta t \Rightarrow \Delta t=۷/۵s$$



۱۶۹- گزینهٔ ۲ برای اینکه قطار A به انتهای قطار B برسد باید نقطهٔ A' و B' یکدیگر را ببینند معادلهٔ A' و B' را می‌نویسیم:

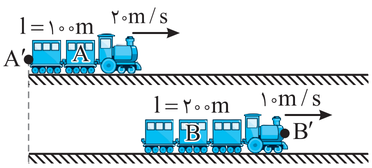
$$\begin{cases} x_{A'}=۲۵t+۱۰۰ \\ x_{B'}=-۱۵t+۵۸۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_{A'}=x_{B'}} ۲۵t+۱۰۰=-۱۵t+۵۸۰ \Rightarrow ۴۰t=۴۸۰ \Rightarrow t=۱۲s$$

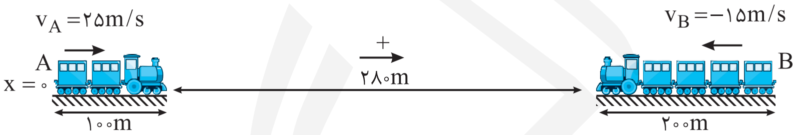


۱۷۰- گزینهٔ ۲ هنگامی دو قطار به طور کامل از هم عبور می‌کنند که نقطهٔ A' از قطار A به نقطهٔ B' از نقطهٔ B برسد بنابراین معادلهٔ نقاط A' و B' را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_{A'}=۲۰t \\ x_{B'}=۱۰t+۳۰۰ \end{cases} \xrightarrow{x_{A'}=x_{B'}} ۲۰t=۱۰t+۳۰۰ \Rightarrow ۱۰t=۳۰۰ \Rightarrow t=۳۰s$$



۱۷۱- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** مطابق شکل زیر وقتی دو قطار به طورکامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای هر دو قطار یعنی نقاط A و B از کنار هم بگذرند. معادلهٔ حرکت این دو نقطه را می‌نویسیم و معادله‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم.



$$\begin{cases} x_A=v_At+x_۰ \Rightarrow x_A=۲۵t \\ x_B=v_Bt+x_۰ \Rightarrow x_B=-۱۵t+۵۸۰ \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} ۲۵t=-۱۵t+۵۸۰ \Rightarrow t=۱۴/۵s$$

راه‌حل دوم: استفاده از حرکت نسبی است.

هرگاه دو متحرک به سوی هم با سرعت‌های ثابت در حرکت باشند می‌توان یکی از آن‌ها را ساکن و دیگری را با سرعتی معادل جمع اندازه‌های سرعت‌های آن دو در حال نزدیک شدن به اولی فرض کرد.

$$v_{نسبی}=v_۱+v_۲$$

$$\Delta x=v_{نسبی}t \Rightarrow ۵۸۰=(۲۵+۱۵)t \Rightarrow t=۱۴/۵s$$

۱۷۲- گزینهٔ ۴ تغییر مکان متحرک $\Delta x=x_۲-x_۱=۱۸-(-۱۲)=۳۰m$ است. نمودار $x-t$ متحرک به صورت خط راست است پس حرکت با سرعت ثابت است و سرعت در $t=۳s$ با سرعت متوسط در بازهٔ دلخواه صفر تا $۷/۵s$ برابر است.

$$v=v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۷/۵}=۴m/s$$

۱۷۳- گزینهٔ ۲ عرض از مبدأ $+۱$ و شیب خط -۲ است که نمودار گزینهٔ (۲) دارای این ویژگی‌هاست.

۱۷۴- گزینهٔ ۱ معادلهٔ مکان - زمان جسم به صورت $x=۵t-۱۰$ است و معادلهٔ جابه‌جایی - زمان آن خواهد شد: $\Delta x=۵t$، بنابراین نمودار جابه‌جایی - زمان، خط راستی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.

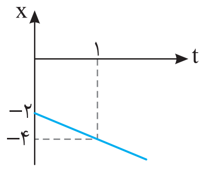
۱۷۵- گزینهٔ ۳ شیب خط نمودار مکان- زمان بیانگر سرعت متحرک است.

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-۴}{۲-۰}=-۲m/s$$

مکان اولیهٔ متحرک نیز برابر است با:

$$x_۰=۴m \quad , \quad x=vt+x_۰ \Rightarrow x=-۲t+۴$$

۱۷۶- گزینهٔ ۳ Ⓐ



با توجه به شکل مکان اولیه جسم در فاصلهٔ $۲m$ از مبدأ محور xها و در قسمت منفی این محور است، بنابراین $x_{۰}=-۲m$ است. جهت حرکت و جهت سرعت یکی است و با توجه به شکل جهت حرکت منفی است پس سرعت متحرک نیز $v=-۲m/s$ می‌باشد.

$$x=vt+x_{۰}\Rightarrow x=-۲t-۲$$

۱۷۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ

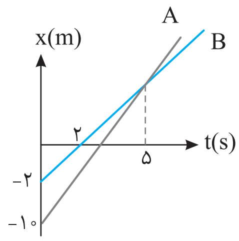
متحرک در مدت $۳s$ خلاف جهت محور x با سرعت ثابت مسافت $۶m$ یعنی جابه‌جایی $\Delta x=-۶m$ را پیموده است بنابراین:

$$v=v_{av}=\frac{\Delta x_{۰}}{\Delta t}=-۲m/s$$

بنابراین معادلهٔ حرکت به صورت $x=-۲t+x_{۰}$ می‌باشد و چون متحرک تغییر جهت داده پس متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ عبور می‌کند.

بنابراین نمودار $x-t$ شیب منفی دارد و از محور افقی $(x=۰)$ گذر می‌کند که با این شرایط تنها گزینهٔ (۳) درست می‌باشد.

۱۷۸- گزینهٔ ۱ Ⓑ



نمودار $x-t$ هر دو متحرک خط راست مایل است، بنابراین حرکت هر دو یکنواخت است. ابتدا سرعت متحرک B را با توجه شکل به دست می‌آوریم:

$$v_B=\frac{۰-(-۲)}{۲-۰}=۱m/s$$

معادلهٔ حرکت B برابر خواهد شد با:

$$x_B=v_Bt+x_{۰B}\Rightarrow x_B=t-۲$$

مکان متحرک B در لحظهٔ $t=۵s$ را به دست می‌آوریم:

$$x_B=۵-۲=۳m$$

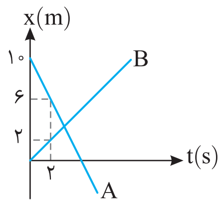
در $t=۵s$ مکان متحرک A نیز $x_A=+۳m$ است. به کمک معادلهٔ حرکت A، سرعت A را حساب می‌کنیم:

$$x_A=v_At+x_{۰A}\Rightarrow ۳=v_A\times ۵+(-۱۰)\Rightarrow v_A=۲/۶m/s$$

در لحظهٔ $t=۲s$ متحرک B از مبدأ می‌گذرد و در این لحظه متحرک A در مکان $-۴/۸m$ خواهد بود:

$$x_A=۲/۶t-۱۰\xrightarrow{t=۲s}x_A=-۴/۸\,m$$

۱۷۹- گزینهٔ ۴ Ⓐ



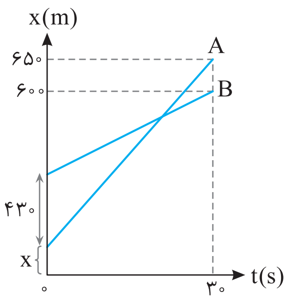
نمودار $x-t$ دو متحرک به صورت خط راست می‌باشد پس حرکت دو متحرک با سرعت ثابت است.

$$v=v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}v_A=\frac{۶-۱۰}{۲}=-۲m/s\\ v_B=\frac{۲-۰}{۲}=۱m/s\end{cases}$$

مکان اولیه دو متحرک نیز $x_{۰A}=۱۰m$ و $x_{۰B}=۰$ می‌باشد.

$$x=vt+x_{۰}\Rightarrow\begin{cases}x_A=-۲t+۱۰\\ x_B=t\end{cases}\xrightarrow{x_A=x_B}t=-۲t+۱۰\Rightarrow t=\frac{۱۰}{۳}s$$

۱۸۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ



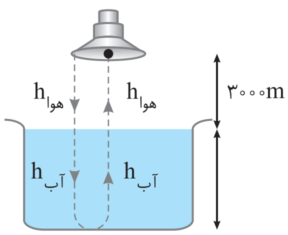
سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است، از این‌رو با توجه به نمودار داریم:

$$v_A=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}\ ,\ v_B=\frac{۶۰۰-(۴۳۰+x)}{۳۰}$$

تفاضل سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A-v_B=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}-\frac{۱۷۰-x}{۳۰}=\frac{۴۸۰}{۳۰}\Rightarrow v_A-v_B=۱۶m/s$$

۱۸۱- گزینهٔ ۱ Ⓑ



سرعت صوت در هوا ثابت و برابر $۳۰۰m/s$ می‌باشد و مسافتی که صوت در هوا طی می‌کند برابر $۲h=۶۰۰۰m$ می‌باشد بنابراین:

$$x=vt\Rightarrow ۲h_{هوا}=v_{هوا}\times t_{هوا}\Rightarrow ۶۰۰۰=۳۰۰\times t_{هوا}\Rightarrow t_{هوا}=۲۰s$$

صوت $۲۰s$ در هوا در حال پیشروی است و بنابراین مدت $۴۰-۲۰=۲۰s$ نیز در آب طی کرده است از این رو:

$$۲h_{آب}=۱۲۰۰\times ۲۰\Rightarrow ۲h_{آب}=۲۴۰۰۰\Rightarrow h_{آب}=۱۲۰۰۰m=۱۲km$$

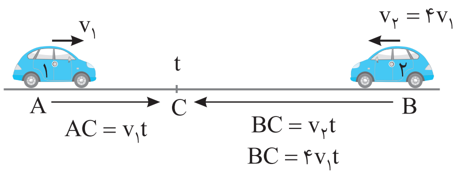
۱۸۲- گزینهٔ ۱ Ⓒ

وقتی بوق به صدا در می‌آید، صوت حاصل از آن مسیر ۱۶۰۰ متری تا صخره را با سرعت ثابت $۳۲۰m/s$ طی می‌کند که زمان طی این مسیر برابر است با $t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t=\frac{۱۶۰۰}{۳۲۰}\Rightarrow t=۵s$، در این $۵s$، خودرو به اندازهٔ $۸۰\times ۵=۴۰۰m$ به جلو می‌آید و هنگام بازتاب صوت از صخره، فاصلهٔ بین خودرو و صخره $۱۶۰۰-۴۰۰=۱۲۰۰$ متر بوده و مدت زمانی که طول می‌کشد تا پژواک به خودرو برسد خواهد شد:

$$\Delta x=(v_۱+v_۲)t'\Rightarrow ۱۲۰۰=(۳۲۰+۸۰)t'\Rightarrow t'=۳s$$

بنابراین راننده صدای بوق را پس از $۵+۳=۸s$ می‌شنوند.

۱۸۳- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** در شکل روبه‌رو وقتی متحرک (۱) مسیر AC را طی می‌کند، متحرک (۲) مسیر BC را طی کرده و پس از t ثانیه در نقطهٔ C از کنار هم می‌گذرند. سرعت متحرک (۲)، ۴ برابر سرعت متحرک (۱) است، بنابراین مسیر BC، چهار برابر مسیر AC می‌باشد. متحرک (۱) وقتی AC را با سرعت v_1 در مدت t طی می‌کند، مسیر AB را که پنج برابر AC است، در $۵t$ طی می‌کند.



راه‌حل دوم: ابتدا معادلهٔ حرکت دو متحرک را نسبت به نقطهٔ A می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x_1=v_1t\\ x_2=-v_2t+AB\end{cases}\Rightarrow v_1t=-v_2t+AB\Rightarrow AB=v_1t+(۴v_1t)\Rightarrow AB=۵v_1t$$

زمان به هم رسیدن دو متحرک برابر می‌شود با:

$$t=\frac{AB}{۵v_1}$$

از طرفی زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B برابر است با:

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t_1=\frac{AB}{v_1}$$

اکنون می‌توان t_1 را برحسب t به دست آورد:

$$\frac{t_1}{t}=\frac{\frac{AB}{v_1}}{\frac{AB}{۵v_1}}\Rightarrow\frac{t_1}{t}=۵\Rightarrow t_1=۵t$$

۱۸۴- گزینهٔ ۳ زمان حرکت A از نقطهٔ P تا Q برابر $۴+۴=۸s$ است، بنابراین فاصلهٔ PQ به سادگی به دست می‌آید:

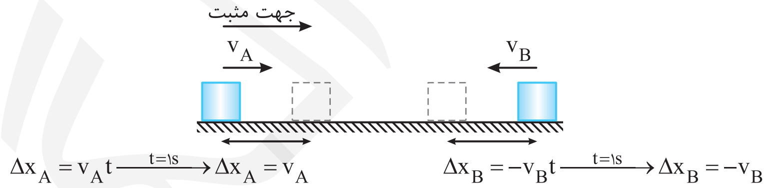
$$PQ=v_At\Rightarrow PQ=۵\times۸=۴۰m$$

متحرک B مسیر OQ را که برابر $۱۸+۴۰=۵۸m$ می‌باشد در مدت ۴s طی کرده است، بنابراین سرعت B برابر است با:

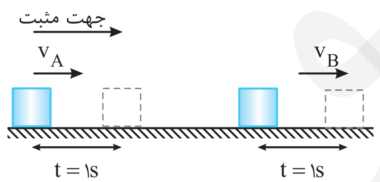
$$v_B=\frac{۵۸}{۴}=۱۴/۵m/s$$

۱۸۵- گزینهٔ ۲ **فرض اول:** دو جسم با سرعت ثابت به سمت هم حرکت می‌کنند و در هر ۱۰s، ۱۶ متر به‌هم نزدیک می‌شوند، یعنی در هر ثانیه ۱/۶m به‌هم نزدیک‌تر می‌شوند با توجه به شکل در هر ثانیه متحرک A به اندازهٔ v_A در جهت مثبت و متحرک B، به اندازهٔ v_B خلاف جهت مثبت به‌هم نزدیک می‌شوند بنابراین:

در یک ثانیه : $\Delta x_{AB}=v_A-(-v_B)=۱/۶\Rightarrow v_A+v_B=۱/۶m/s \qquad (۱)$



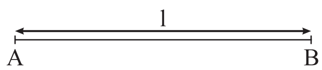
فرض دوم: دو جسم با سرعت ثابت در یک جهت حرکت می‌کنند. متحرک A به اندازهٔ v_A و متحرک B به اندازهٔ v_B در هر ثانیه جابه‌جا می‌شوند و چون در هر ۵s فاصلهٔ دو متحرک ۳ متر اضافه می‌شود باید سرعت $v_B>v_A$ باشد. پس این دو متحرک در هر ثانیه ۰/۶ متر از هم دورتر خواهند شد:



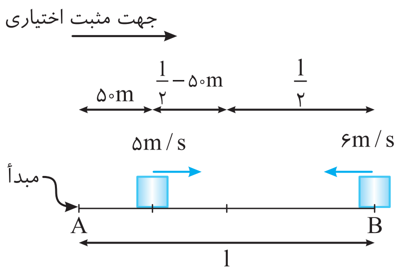
$$\Delta x_{AB}=v_A-v_B\Rightarrow v_B-v_A=۰/۶ \qquad (۲)$$

$$\text{(۱) و (۲) دو رابطه}\Rightarrow\begin{cases}v_A+v_B=۱/۶\\ v_B-v_A=۰/۶\end{cases}\Rightarrow ۲v_B=۲/۲\Rightarrow\begin{cases}v_B=۱/۱\,m/s\\ v_A=۰/۵\,m/s\end{cases}$$

۱۸۶- گزینهٔ ۲ متحرک اول با سرعت ثابت ۵m/s، ۱۰s زودتر به حرکت افتاده است و در این مدت به اندازهٔ $\Delta x=vt=۵۰m$ حرکت کرده است. پس از این ۱۰s هر دو متحرک به سوی هم حرکت می‌کنند و با توجه صورت سؤال دو متحرک در وسط AB به‌هم می‌رسند بنابراین داریم:

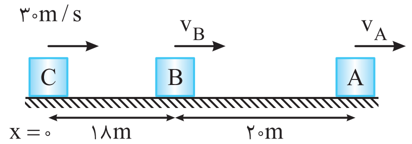


$$\begin{cases}x_A=۵t+۵۰\\ x_B=-۶t+l\end{cases}\xrightarrow[\text{به‌هم می‌رسند}]{x=\frac{l}{۲}\ \text{در}}\begin{cases}\frac{l}{۲}=۵t+۵۰\Rightarrow\frac{l}{۲}-۵۰=۵t\Rightarrow\frac{l}{۱۰}-۱۰=t & (۱)\\ \frac{l}{۲}=-۶t+l\Rightarrow\frac{l}{۲}-l=-۶t\Rightarrow\frac{l}{۱۲}=t & (۲)\end{cases}$$



$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{l}{۱۰}-۱۰=\frac{l}{۱۲}\Rightarrow\frac{l}{۱۰}-\frac{l}{۱۲}=۱۰\Rightarrow\frac{۲l}{۱۲۰}=۱۰\Rightarrow l=۶۰۰m$$

۱۸۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ اگر مکان C را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر بگیریم، داریم:



$$x_C=۳۰t \ , \ x_B=v_Bt+۱۸ \ , \ x_A=v_At+۳۸$$

در لحظهٔ $t=۳s$ متحرک‌های B و C به هم رسیده‌اند بنابراین:

$$\begin{cases} x_C=۳۰(۳) \\ x_B=۳v_B+۱۸ \end{cases} \xrightarrow{x_C=x_B} ۹۰=۳v_B+۱۸ \Rightarrow ۳v_B=۷۲ \Rightarrow v_B=۲۴m/s$$

دو ثانیه پس از $t=۳s$ یعنی در لحظهٔ $t=۵s$ متحرک‌های A و C به هم رسیده‌اند بنابراین:

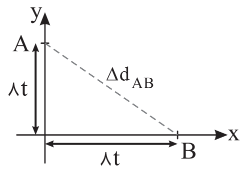
$$\begin{cases} x_C=۳۰(۵) \\ x_A=۵v_A+۳۸ \end{cases} \xrightarrow{x_C=x_A} ۱۵۰=۵v_A+۳۸ \Rightarrow ۵v_A=۱۱۲ \Rightarrow v_A=۲۲/۴m/s$$

حال با توجه به سرعت‌ها و معادلهٔ حرکت A و B داریم.

$$\begin{cases} x_B=۲۴t+۱۸ \\ x_A=۲۲/۴t+۳۸ \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} ۲۴t+۱۸=۲۲/۴t+۳۸ \Rightarrow ۱/۶t=۲۰ \Rightarrow t=\frac{۲۰۰}{۱۶}=۱۲/۵s$$

پس در لحظهٔ $t=۱۲/۵s$ متحرک B به A می‌رسد یعنی $\Delta t=۱۲/۵-۵=۷/۵$ ثانیه بعد از سبقت C از A این اتفاق می‌افتد.

۱۸۸- گزینهٔ ۲ Ⓑ دو متحرک با سـرعت ثابت در حال حرکتند پس در مدت t ثانیه هر کدام به اندازهٔ $d=vt \Rightarrow d=۸t$ از مبدأ دور می‌شوند بنابراین فاصلهٔ A و B از هم برابر است با

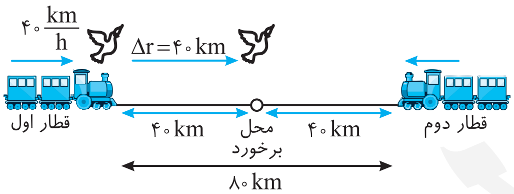


$$\sqrt{(۸t)^۲+(۸t)^۲}=۳۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۸t\sqrt{۲}=۳۲\sqrt{۲} \Rightarrow t=۴s$$

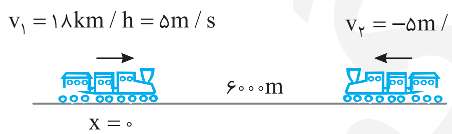
۱۸۹- گزینهٔ ۲ Ⓑ پـس از 1h هـر قطـار ۴۰km به دیگری نزدیک می‌شـود. یعنی پس از 1h دو قطـار به هم برخورد می‌کنند. در این مدت پرنده با سـرعت ثابت ۶۰km/h در حال پرواز بوده است و مسافت طی شده برابر است با:

$$d=|v|t=۶۰\times۱=۶۰\ km$$

۱۹۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ سرعت هر قطار ۴۰km/h است و پس از 1h هر قطار ۴۰km حرکت کرده است که جمعاً ۸۰km می‌شود و دو قطار به هم برخورد می‌کنند. در این صورت پرنده از محل ابتدایی خود به اندازهٔ ۴۰km جابه‌جا شده است. توجه شود که تفاوت این سؤال با سؤال قبلی در مفهوم مسافت طی شده و جابه‌جایی می‌باشد.



۱۹۱- گزینهٔ ۳ Ⓒ اگر مدت زمان حرکت زمان قطار اول t باشد، مدت زمان حرکت قطار قبلی که از ایستگاه دیگر حرکت کرده $t+۳۰۰$، قطار قبل از آن $t+۲\times۳۰۰$ و قطـار nام قبـل از آن $t+n\times۳۰۰$ خواهـد بود و مدت زمان حرکت قطاری که بعد از آن حرکت کرده $t-۳۰۰$ و قطار بعد از آن $t-۲\times۳۰۰$ و قطار nام بعد از آن که از ایستگاه دیگر حرکت کرده $t-n\times۳۰۰$ خواهد بود. معادلهٔ حرکت مسافر و قطارهایی که از ایستگاه دیگر از روبه‌رو می‌آیند را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} x_۱=۵t \\ x_۲=-۵(t\pm n\times۳۰۰)+۶۰۰۰ \end{cases} \xrightarrow{x_۱=x_۲} ۵t=-۵t\mp۱۵۰۰n+۶۰۰۰$$

$$۱۰t=۶۰۰۰\mp۱۵۰۰n \Rightarrow \begin{cases} t=۶۰۰-۱۵۰n \\ t'=۶۰۰+۱۵۰n \end{cases}$$

زمان حرکت قطار تا رسیدن به مقصد $t=\frac{۶۰۰۰}{۵}=۱۲۰۰s$ است. اکنون اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را به جای n قرار می‌دهیم و t و t′ را حساب می‌کنیم تا زمانی که مقدار آن‌ها از ۱۲۰۰s کمتر باشد زمان به دست آمده قابل قبول است.

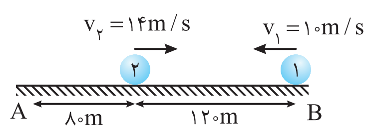
$$n=۱ \Rightarrow t=۶۰۰-۱۵۰=۴۵۰s \ (۱) \ , \ t'=۶۰۰+۱۵۰=۷۵۰s \ (۲)$$
$$n=۲ \Rightarrow t=۶۰۰-۳۰۰=۳۰۰s \ (۳) \ , \ t'=۶۰۰+۳۰۰=۹۰۰s \ (۴)$$
$$n=۳ \Rightarrow t=۶۰۰-۴۵۰=۱۵۰s \ (۵) \ , \ t'=۶۰۰+۴۵۰=۱۰۵۰s \ (۶)$$
$$n=۴ \Rightarrow t=۶۰۰-۶۰۰=۰ \ , \ t'=۱۲۰۰s \ (۷)$$

بنابراین در مسیر حرکت مسافر ۷ قطار را خواهد دید.

۱۹۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ وقتی متحرک (۱) به سـمت B می‌رود در مسـیر خود برای اولین بار با متحرک (۲) ملاقات می‌کند پس در مسـیر برگشـت برای بار دوم به متحرک (۲) می‌رسد. ابتدا زمانی که متحرک (۱) تا انتهای مسیر می‌رود را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_۱=v_۱t \Rightarrow ۲۰۰=۱۰t_۱ \Rightarrow t_۱=۲۰s$$

در مـدت ایـن ۲۰s متحرک (۲) بـه اندازهٔ $v_Bt=۲۸۰m$ مسـافت طی کرده یعنـی یکبار به انتهای مسیر رسـیده و سپس به اندازهٔ ۸۰m بازگشته است بنابراین متحرک‌ها پس از ۲۰s در وضعیت روبه‌رو قرار دارند. (و در مدت این ۲۰s یک بار همدیگر را ملاقات کرده‌اند.)

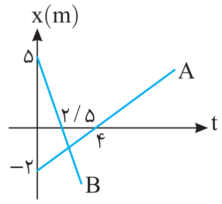


حال اگر محل فعلی متحرک (۱) را مبدأ بگیریم و سمت راست را جهت مثبت در نظر داشته باشیم، داریم:

$$\begin{cases} x_۱=-۱۰t \\ x_۲=۱۴t-۱۲۰ \end{cases} \xrightarrow{x_۱=x_۲} -۱۰t=۱۴t-۱۲۰ \Rightarrow ۲۴t=۱۲۰ \Rightarrow t_۲=۵s$$

ملاقات دوم پس از $۲۰+۵=۲۵$ صورت می‌گیرد.

۱۹۳- گزینهٔ ۲ Ⓒ سرعت حرکت هر متحرک را به دست می‌آوریم:



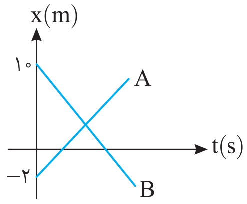
$$v_A=\frac{۰-(-۲)}{۴-۰}\Rightarrow v_A=۰/۵m/s \quad , \quad v_B=\frac{۰-۵}{۲/۵-۰}\Rightarrow v_B=-۲m/s$$

معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم: $x_A=۰/۵t-۲ \quad , \quad x_B=-۲t+۵$

با توجه به صورت مسأله: $|x_A-x_B|<۶\Rightarrow|۰/۵t-۲+۲t-۵|<۶\Rightarrow|۲/۵t-۷|<۶$

$$\Rightarrow -۶<۲/۵t-۷<۶\Rightarrow ۱<۲/۵t<۱۳\Rightarrow ۰/۴<t<۵/۲$$

۱۹۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ بزرگی سـرعت دو متحرک یکسان می‌باشد یعنی $|v_A|=|v_B|$ اسـت. با توجه به نمودار شیب خط نمودار $x-t$ متحرک B منفی و شیب خط نمودار $x-t$ متحرک A مثبت است بنابراین $v_A=+v$ و $v_B=-v$ است:



$$x_A=v_At+x_۰ \xrightarrow{x_{۰A}=-۲m} x_A=vt-۲$$

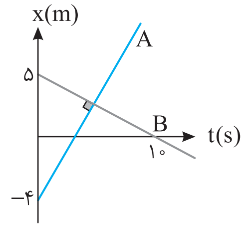
$$x_B=v_Bt+x_۰ \xrightarrow{x_{۰B}=۱۰m} x_B=-vt+۱۰$$

با توجه به نمودار دو متحرک از لحظه‌ای که شروع به حرکت می‌کنند تا لحظه‌ای که به هم می‌رسند در حال نزدیک شدن به هم هستند و از طرفی در صورت سؤال گفته شده ۶s در حال نزدیک شدن به هم هستند، پس دو متحرک در $t=۶s$ به هم می‌رسند.

$$\begin{cases} x_A=۶v-۲ \\ x_B=-۶v+۱۰ \end{cases} \Rightarrow ۶v-۲=-۶v+۱۰\Rightarrow ۱۲v=۱۲\Rightarrow v=۱m/s$$

بنابرایـن معادلـهٔ متحـرک A به صورت $x_A=t-۲$ می‌باشـد و می‌دانیم هنگام گـذر متحرک از مبدأ مـکان $x=۰$ بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد. $x=۰\Rightarrow ۰=t-۲\Rightarrow t=۲s$

۱۹۵- گزینهٔ ۴ Ⓑ شـیب نمودار مکان-زمان برابر سـرعت متحرک است. از سـویی دو نمودار A و B بر هم عمودند، از این‌رو $m_Am_B=-۱$ خواهد بود. با توجه به نمودار، شیب خط B را به دست می‌آوریم: $m_B=\frac{۰-۵}{۱۰}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow v_B=-\frac{۱}{۲}m/s$



شیب نمودار A برابر خواهد شد با: $m_A=-\frac{۱}{m_B}\Rightarrow m_A=۲\Rightarrow v_A=۲m/s$

معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A=۲t-۴ \\ x_B=-\frac{۱}{۲}t+۵ \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} ۲t-۴=-\frac{۱}{۲}t+۵\Rightarrow \frac{۵}{۲}t=۹\Rightarrow t=۳/۶s$$

مکان به هم رسیدن دو متحرک برابر خواهد شد با: $x=۲t-۴\Rightarrow x=۷/۲-۴=۳/۲m$

۱۹۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ این نوع پرسش‌ها به مبحث جمع سرعت‌ها مربوط است.

وقتی شناگر در جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر جمع اندازهٔ سرعت‌ها می‌شود (v_S+v_W) و هنگامی که در خلاف جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر تفاضل اندازهٔ سرعت‌ها می‌شود (v_S-v_W)، بنابراین: $\Delta x=v\Delta t$

$$\begin{cases} ۹۰۰=(v_S+v_W)(۹۰)\Rightarrow v_S+v_W=۱۰ \\ ۹۰۰=(v_S-v_W)(۱۵۰)\Rightarrow v_S-v_W=۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{v_S+v_W}{v_S-v_W}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow ۳v_S+۳v_W=۵v_S-۵v_W\Rightarrow ۸v_W=۲v_S\Rightarrow \frac{v_S}{v_W}=۴$$

۱۹۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ این تست به جمع سرعت‌ها مربوط می‌شود. وقتی سرعت‌ها در یک جهت هستند با هم جمع و وقتی خلاف جهت هم هستند از هم کم می‌شوند.
$v_W=$ سرعت آب $\quad v_B=$ سرعت قایق

$$\begin{cases} \Delta x=(v_B+v_W)\Delta t_۱\Rightarrow \Delta x=(v_B+v_W)\times ۱۰ \\ \Delta x=(v_B-v_W)\Delta t_۲\Rightarrow \Delta x=(v_B-v_W)\times ۳۰ \end{cases} \Rightarrow v_B+v_W=(v_B-v_W)\times ۳\Rightarrow v_B+v_W=۳v_B-۳v_W\Rightarrow -۲v_B=-۴v_W\Rightarrow v_B=۲v_W$$

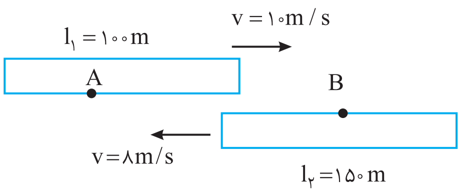
$$\Delta x=(v_B+v_W)\Delta t\Rightarrow \Delta x=(۲v_W+v_W)\times ۱۰=۳۰v_W\Rightarrow \Delta x=۳۰v_W$$

جابه‌جایی Δx توسط جریان آب که همان سرعت گروه نجات است در مدت ۳۰min طی می‌شود:

$$\begin{cases} \Delta x=۳۰v_W \\ \Delta x=v_W\Delta t \end{cases} \Rightarrow \Delta t=۳۰\,min$$

۱۹۸- گزینهٔ ۴ Ⓑ این تست در واقع به جمع سرعت‌ها مربوط می‌شود.

$$v=v_۱+v_۲\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t_۱}+\frac{\Delta x}{\Delta t_۲}\Rightarrow \frac{۱}{\Delta t}=\frac{۱}{۱}+\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow t=\frac{۳}{۴}min=۴۵s$$



۱۹۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ ناظر A مطابق شکل، قطار ۱۵۰ متری را می‌بینند که در مدت $t_۱$ از مقابل او با سرعت $v=v_۱+v_۲=۱۰+۸=۱۸m/s$ می‌گذرد.

$$t_۱=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t_۱=\frac{۱۵۰}{۱۸}$$

ناظر B مطابق شکل، قطار ۱۰۰ متری را می‌بینند که در مدت $t_۲$ از مقابل او با سرعت $v=v_۱+v_۲=۱۸\,m/s$ می‌گذرد.

$$t_۲=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t_۲=\frac{۱۰۰}{۱۸}s$$

بنابراین:

$$\frac{t_۱}{t_۲}=\frac{\frac{۱۵۰}{۱۸}}{\frac{۱۰۰}{۱۸}}\Rightarrow\frac{t_۱}{t_۲}=۱/۵s$$

۲۰۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ شتاب متوسط، تغییر بردار سرعت در یکای زمان است.

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow a_{av}=\frac{۹-۵}{۳-۱}=۲m/s^۲$$

۲۰۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ تندی حرکت در لحظهٔ $t_۱=۲s$ برابر $s_۱=۵m/s$ اســت، بنابراین ســرعت $v_۱=\pm۵m/s$ است و در لحظهٔ $t_۲=۳s$ تندی برابر $s_۲=۹m/s$ است پس $v_۲=\pm۹m/s$ است:

$$|a_{av}|=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=\frac{|v_۲-v_۱|}{\Delta t}\xrightarrow{v_۱=+۵m/s,v_۲=+۹m/s}a_{av}=\frac{۹-۵}{۲}=+۲m/s^۲$$

$$|a_{av}|=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=\frac{|v_۲-v_۱|}{\Delta t}\xrightarrow{v_۱=+۵m/s,v_۲=-۹m/s}a_{av}=|\frac{-۹-۵}{۲}|=+۷m/s^۲$$

$$|a_{av}|=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=\frac{|v_۲-v_۱|}{\Delta t}\xrightarrow{v_۱=-۵m/s,v_۲=۹m/s}a_{av}=\frac{۹-(-۵)}{۲}=+۷m/s^۲$$

$$|a_{av}|=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=\frac{|v_۲-v_۱|}{\Delta t}\xrightarrow{v_۱=-۵m/s,v_۲=-۹m/s}a_{av}=|\frac{-۹-(-۵)}{۲}|=۲m/s^۲$$

۲۰۲- گزینهٔ ۱ Ⓐ شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت v_f-v_i می‌باشد بنابراین:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}=\frac{۵-۲}{۲+۳}=\frac{۳}{۵}=۰/۶m/s^۲$$

۲۰۳- گزینهٔ ۳ Ⓐ اندازهٔ شــتاب متوســط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ و بازهٔ $t_۱$ تا $t_۳$ با هم برابر اســت، از این‌رو در بازهٔ اول که شتاب متوسط منفی است $(a_{av}=\frac{-۱۵-۱۰}{t_۲-۱}<۰)$، باید قدر مطلق آن را با شتاب مثبت در بازهٔ $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۷s$ برابر قرار داد.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow-\frac{-۱۵-(۱۰)}{t_۲-۱}=\frac{۴۰-۱۰}{۷-۱}\Rightarrow\frac{۲۵}{t_۲-۱}=\frac{۳۰}{۶}\Rightarrow t_۲-۱=۵\Rightarrow t_۲=۶s$$

۲۰۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ ثانیهٔ سوم بازهٔ زمانی بین $t=۲s$ و $t=۳s$ است در این صورت:

$$t_۱=۲s\Rightarrow v_۱=۲\times۴-۱=۷m/s,\ t_۲=۳s\Rightarrow v_۲=۲\times۹-۱=۱۷m/s\quad,\quad a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۷-۷}{۳-۲}=۱۰m/s^۲$$

۲۰۵- گزینهٔ ۱ Ⓑ سرعت در لحظه‌های $t=\frac{۱}{۸}s$ و $t=\frac{۳}{۸}s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_۱=۲\sin(۴\pi\times\frac{۱}{۸})+۰/۵=۲\sin(\frac{\pi}{۲})+۰/۵\Rightarrow v_۱=۲\times۱+۰/۵\Rightarrow v_۱=۲/۵m/s$$

$$v_۲=۲\sin(۴\pi\times\frac{۳}{۸})+۰/۵=۲\sin(\frac{۳\pi}{۲})+۰/۵\Rightarrow v_۲=۲\times(-۱)+۰/۵\Rightarrow v_۲=-۱/۵m/s$$

بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}=\frac{-۱/۵-۲/۵}{\frac{۳}{۸}-\frac{۱}{۸}}=\frac{-۴}{\frac{۱}{۴}}=-۱۶m/s^۲$$

۲۰۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ در لحظهٔ $t_۱$ سرعت برابر $v_۱=\frac{۳t_۱^۲}{۲}$ و در لحظهٔ $t_۲$ سرعت برابر $v_۲=\frac{۳t_۲^۲}{۲}$ می‌باشد، بنابراین

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}=\frac{\frac{۳}{۲}(t_۲^۲-t_۱^۲)}{t_۲-t_۱}\Rightarrow a_{av}=\frac{۳}{۲}\frac{(t_۲-t_۱)(t_۲+t_۱)}{(t_۲-t_۱)}=\frac{۳}{۲}(t_۲+t_۱)$$

۲۰۷- گزینهٔ ۱ معادلهٔ $x-t$ درجهٔ اول می‌باشد. متحرک دارای سرعت ثابت است و شتاب حرکت صفر است.
Ⓐ

۲۰۸- گزینهٔ ۲ متحرک از مکان $x_۱=۲m$ به مکان $x_۲=-۲m$ رفته است. حال به کمک معادلهٔ سرعت - مکان سرعت متحرک را در این دو مکان به دست می‌آوریم:
Ⓑ

$$v_۱=۴(۲)+۲=۱۰ m/s \quad , \quad v_۲=۴(-۲)+۲=-۶ m/s$$

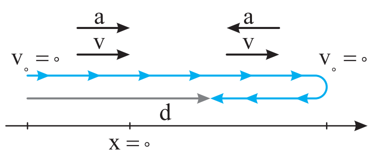
شتاب متوسط در این مدت برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}=\frac{-۶-۱۰}{۲}=-۸ m/s^۲$$

۲۰۹- گزینهٔ ۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$ بردار سرعت متوسط در جهت بردار جابه‌جایی است و گزینهٔ (۱) درست است.
Ⓐ

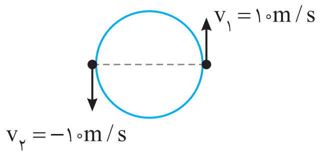
سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت بر مسیر مماس است و گزینهٔ (۲) درست است. در حرکت روی خط راست الزاماً شتاب و سرعت همواره در امتداد مسیر و بنابراین هم‌راستا هستند و گزینهٔ (۳) درست است. اگر متحرکی با حرکت کندشونده در جهت مثبت محور در حرکت باشد، شتاب متوسط منفی است؛ پس جابه‌جایی مثبت و سرعت متوسط مثبت و شتاب متوسط منفی است بنابراین سرعت و شتاب همواره هم‌جهت نیستند و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲۱۰- گزینهٔ ۱ در حرکت بر خط راست اگر متحرک تغییر جهت دهد، مطابق شکل روبه‌رو مسافت و جابه‌جایی هم‌اندازه نیستند و گزینهٔ (۴) نادرست است.
Ⓐ



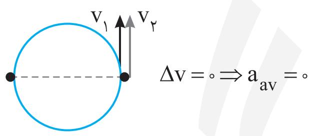
فرض کنید متحرکی از حال سکون روی خط راست حرکت کرده باشد، حرکت آن تندشونده است و سرعت و شتاب و جابه‌جایی هم‌جهت هستند اما اگر متحرک بخواهد تغییر جهت دهد، برای توقف و برگشت، باید حرکت کندشونده شود بنابراین شتاب و سرعت هم‌راستا هستند اما هم‌جهت نیستند و شتاب و جابه‌جایی نیز هم‌جهت نیستند. در نتیجه جهت بردار شتاب تغییر کرده و گزینهٔ (۳) نادرست است. هم‌چنین شتاب و جابه‌جایی همواره هم‌جهت نیستند و گزینهٔ (۲) نادرست است. اما سرعت و شتاب همواره هم‌راستا هستند و گزینهٔ (۱) درست است.

۲۱۱- گزینهٔ ۳ تندی ذره ثابت است اما ذره روی مسیر خمیده در حرکت است و جهت بردار آن در حال تغییر است. مدتی که ذره یک دور می‌چرخد، ۱۶s است بنابراین پس از ۸s نیم دور می‌چرخد. مطابق شکل اگر بردار $v_۱$ را $+۱۰ m/s$ بگیریم، بردار $v_۲$، $-۱۰ m/s$ است. از این رو اندازهٔ شتاب متوسط خواهد شد:
Ⓑ



$$|a_{av}|=\frac{|v_۲-v_۱|}{t_۲-t_۱}=\frac{|-۱۰-۱۰|}{۸}=\frac{۲۰}{۸}\Rightarrow |a_{av}|=۲/۵ m/s$$

۲۱۲- گزینهٔ ۱ ذره در هر ۲۰s، چهار بار محیط دایره‌ای را طی می‌کند، پس در بازهٔ زمانی معادل $\frac{۲۰}{۴}=۵s$ یکبار محیط دایره را طی می‌کند. در نتیجه در بازهٔ زمانی معادل ۵s ذره به جای اولیهٔ خود بازگشته و $\vec{v}_۱=\vec{v}_۲$ و بردارهای سرعت ابتدایی و نهایی با هم برابر می‌شوند و شتاب متوسط صفر خواهد شد.
Ⓐ



۲۱۳- گزینهٔ ۲ هنگامی حرکت تندشونده است که شتاب و سرعت هم‌جهت باشند و زمانی حرکت کندشونده است که شتاب و سرعت خلاف جهت هم باشند بنابراین شکل (ب) و (پ) حرکت کندشونده را نشان می‌دهد.
Ⓐ

۲۱۴- گزینهٔ ۴ در ابتدا سرعت و شتاب خلاف جهت هم‌اند پس حرکت ابتدا کندشونده می‌باشد و بعد از مدتی متحرک متوقف می‌شود پس در این حالت گزینهٔ (۱) درست است. اگر پس از توقف متحرک در جهت شتاب مجدداً شروع به حرکت کند بعد از حرکت کندشونده در ابتدای حرکت، به صورت تندشونده شروع به حرکت می‌کند پس در این حالت گزینهٔ (۳) درست است.
Ⓒ

۲۱۵- گزینهٔ ۳ در حرکت کندشونده، ممکن است شتاب مثبت باشد، کافی است متحرک در جهت منفی محور در حرکت باشد. بنابراین گزینه (۳) نادرست بوده و جواب تست است.
Ⓐ

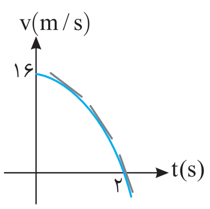
۲۱۶- گزینهٔ ۲ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر با شتاب لحظه‌ای است، هم‌چنین شیب خط هنگامی برابر صفر است که خط مماس موازی با محور افقی باشد. در نمودار تابع درجهٔ دوم (سهمی) خط مماس در رأس سهمی افقی و شیب آن صفر است، در این نقطه شتاب صفر می‌شود، بنابراین مختصات طول رأس سهمی (t) را حساب می‌کنیم.
Ⓑ

$$v=t^۲-۸t+۱۲\ ,\ t=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow t=\frac{۸}{۲}=۴s$$

(در ریاضیات پیشرفته‌تر این مسأله به راحتی توسط مشتق‌گیری حل می‌شود.)

۲۱۷- گزینهٔ ۲ ابتدا نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:
Ⓑ

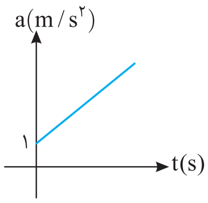
$$v=۱۶-۴t^۲\Rightarrow v=۴(۴-t^۲)$$



با توجه به شیب خط مماس بر نمودار، در کل مسیر این شیب منفی است، پس شتاب متحرک در طول مسیر در خلاف جهت محور x ها است، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

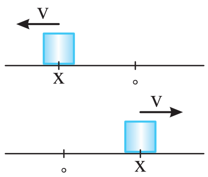
با توجه به نمودار از صفر تا ۲s سرعت متحرک مثبت است یعنی متحرک در جهت مثبت محور x در حرکت است و پس از $t=۲s$ سرعت متحرک منفی می‌شود یعنی متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند و به حرکت خود ادامه می دهد. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

با توجه به نمودار ابتدا بزرگی سرعت کاهش می‌یابد و سرعت به صفر می‌رسد و بعد از $t=۲s$ بزرگی سرعت افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. با توجه به نمودار در $t=۲s$ نوع حرکت از کندشونده به تندشونده تغییر می‌کند بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.



۲۱۸- گزینهٔ ۱ Ⓑ نمودار شتاب - زمان $a=2t+1$ به صورت روبه‌رو است، شتاب همواره مثبت است و می‌دانیم شتاب، آهنگ تغییرات سرعت است، پس تغییرات سرعت (Δv) نیز مثبت است و چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس از $t=0$ با توجه به اینکه تغییرات سرعت مثبت است $\Delta v>0$ سرعتش در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

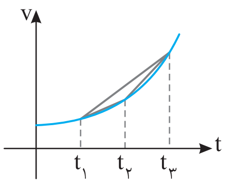
۲۱۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ شتاب کوچک‌تر از صفر می‌باشد. اگر سرعت منفی باشد حرکت تندشونده است و دیگر کندشونده نخواهد شد، بنابراین متحرک می‌تواند دارای حرکت تندشونده باشد. اگر سرعت مثبت باشد چون شتاب منفی است، حرکت کندشونده است و سبب توقف جسم می‌شود. البته ممکن است جسم پس از توقف با همین شتاب در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت تندشونده کند. در نتیجه تنها حالتی که نمی‌تواند رخ دهد گزینهٔ (۳) است.



۲۲۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ $vx>0$ است پس یا v و x هر دو منفی و یا v و x هر دو مثبت می‌باشند. بنابراین در هر دو حالت متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. شتاب متحرک مثبت است پس اگر سرعت منفی باشد حرکت کندشونده و اگر سرعت مثبت باشد حرکت تندشونده می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

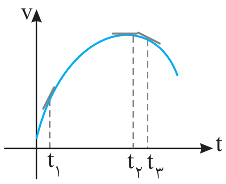
$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

۲۲۱- گزینهٔ ۴ Ⓐ شیب خط قاطع در لحظه‌های t_1 و t_2 روی نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط است.



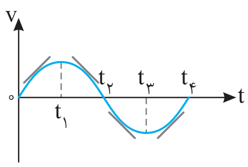
۲۲۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط در آن بازه می‌باشد. بنابراین شتاب در بازهٔ صفر تا t_1، t_1 تا t_2، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3، شتاب برابر شیب خط واصل مشخص شده در نمودار است.

با توجه به نمودار $v-t$، شیب خط از t_2 تا t_3 تندتر است، بنابراین شتاب متوسط در این بازه بزرگ‌تر است.

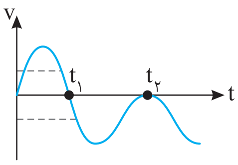


۲۲۳- گزینهٔ ۱ Ⓑ با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ است، پس هر چه شتاب بزرگ‌تر باشد نیرو هم بزرگ‌تر است و می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب در آن لحظه است.

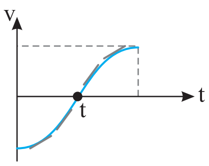
با توجه به شکل اندازهٔ شیب خط مماس در t_1 بزرگ‌تر از اندازهٔ شیب خط مماس در دو لحظهٔ دیگر است پس در t_1 نیروی بزرگ‌تری به جسم وارد می‌شود.



۲۲۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ شتاب لحظه‌ای متحرک برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. با توجه به شکل روبه‌رو و مماس‌های رسم شده کاملاً مشخص است که شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 مثبت است.



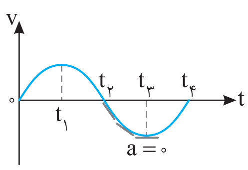
۲۲۵- گزینهٔ ۳ Ⓐ محل برخورد نمودار سرعت - زمان با محور زمان به مفهوم توقف جسم است. بنابراین در لحظه‌های t_1 و t_2 سرعت صفر است. اما متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت می‌دهد. زیرا سرعت آن قبل از t_1 مثبت و بعد از t_1 منفی است. یعنی سرعت تغییر علامت و متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظهٔ t_2 سرعت متحرک صفر شده اما تغییر علامت نداده و متحرک تغییر جهت نداده است. بنابراین سرعت دو بار صفر و متحرک یک بار تغییر جهت داده است.



۲۲۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ سرعت در لحظهٔ t صفر شده و تغییر علامت داده بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت داده است و گزارهٔ (الف) درست است. اندازهٔ سرعت از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ t در حال کاهش است و از لحظهٔ t به بعد اندازهٔ سرعت در حال افزایش است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

با توجه به شیب مماس‌های روی نمودار، شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. زیرا شیب خط مماس ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش است و گزارهٔ (پ) درست است. اما در تمام مدت شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت و شتاب مثبت است و گزارهٔ (ت) نادرست است. در نتیجه گزاره‌های (الف) و (پ) درست می‌باشند.

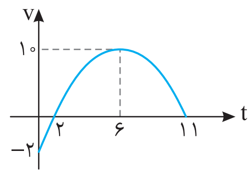
۲۲۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ در بازهٔ t_1 تا t_2 اندازهٔ سرعت در حال کاهش است و در t_2 سرعت صفر می‌شود، بنابراین حرکت کندشونده است اما شیب خط مماس بر نمودار در این بازه مثبت و شتاب مثبت است. (علامت سرعت در این بازه منفی و علامت شتاب مثبت است $(av<0)$ و حرکت کندشونده است.)



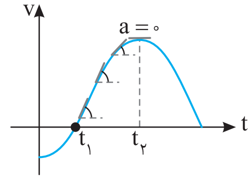
۲۲۸- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به نمودار $v-t$ در لحظهٔ t_2 سرعت صفر است و از این لحظه تا لحظهٔ t_3 اندازهٔ سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است و گزینهٔ (۱) درست است. اگر در بازهٔ t_2 تا t_3 بر نمودار خط مماس رسم کنیم شیب خط مماس منفی و شتاب منفی است و گزینهٔ (۲) درست است.

اما با رسم خط‌های مماس بر نمودار در بازهٔ t_2 تا t_3 مشاهده می‌شود که شیب خط مماس در حال کاهش است و در t_3 شیب خط مماس صفر می‌شود، بنابراین شتاب در حال کاهش و گزینهٔ (۳) نادرست است. سرعت در این بازه منفی است؛ نمودار زیر محور زمان قرار دارد و گزینهٔ (۴) درست است.

۲۲۹- گزینهٔ ۲ (A) در بازهٔ صفر تا ۲s اندازهٔ سرعت از ۲m/s به صفر می‌رسد؛ حرکت کندشونده است. هم‌چنین در بازهٔ ۶s تا ۱۱s سرعت از ۱۰m/s به صفر می‌رسد؛ حرکت کندشونده است. جمعاً ۲s+۵s=۷s حرکت کندشونده است و از ۲s تا ۶s سرعت از صفر به ۱۰m/s رسیده است؛ ۴s حرکت تندشونده است.



۲۳۰- گزینهٔ ۳ (A) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت تندشونده است که در این بازه شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است یعنی اندازهٔ شتاب در حال کاهش است.

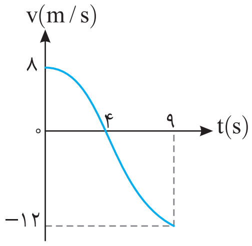


۲۳۱- گزینهٔ ۴ (A) در لحظات B و C که متحرک به‌طور لحظه‌ای ساکن است در لحظهٔ A بزرگی سرعت در حال کوچک‌تر شدن است بنابراین در این لحظه حرکت کندشونده است و در لحظهٔ D بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد پس حرکت در این لحظه تندشونده است.

۲۳۲- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به تعریف شتاب متوسط:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۳-۹}{۶-۰}=-۲\,m/s^۲$$

۲۳۳- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به نمودار سرعت – زمان در بازهٔ صفر تا ۴s، حرکت کندشونده است و سرعت از ۸ متر بر ثانیه به صفر متر بر ثانیه کاهش می‌یابد و در بازهٔ ۴s تا ۹s، حرکت تندشونده است و سرعت از صفر تا ۱۲m/s در خلاف جهت محور در حال افزایش است. از این رو:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}a_{av_{\text{تندشونده}}}=\frac{-۱۲-۰}{۹-۴}=-۲/۴\,m/s^۲\\ a_{av_{\text{کندشونده}}}=\frac{۰-۸}{۴-۰}=-۲\,m/s^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{a_{av_{\text{تندشونده}}}}{a_{av_{\text{کندشونده}}}}=\frac{۶}{۵}$$

۲۳۴- گزینهٔ ۴ (A) شتاب متوسط برابر است با:

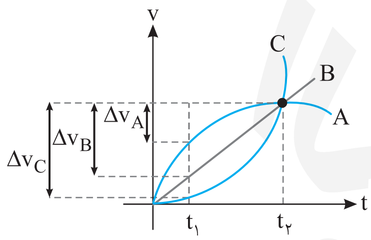
$$a_{av}=\frac{v-v_۰}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{-۳-۷}{۱۶}=-\frac{۵}{۸}\,m/s^۲$$

در لحظهٔ t=۱۱s شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان صفر شده و شتاب قبل از لحظه منفی و بعد از آن لحظه مثبت است. (به شیب خط مماس بر نمودار دقت کنید.) و در t=۱۱s شتاب تغییر جهت می‌دهد.

۲۳۵- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به شکل در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ تغییر سرعت متحرک A از متحرک B کمتر و تغییر سرعت متحرک B از تغییر سرعت متحرک C کمتر است.

$$\Delta v_A<\Delta v_B<\Delta v_A$$

و با توجه به تعریف شتاب متوسط:



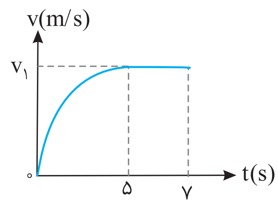
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av_A}<a_{av_B}<a_{av_C}$$

۲۳۶- گزینهٔ ۱ (B) در بازهٔ ۵s تا ۷s حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود.

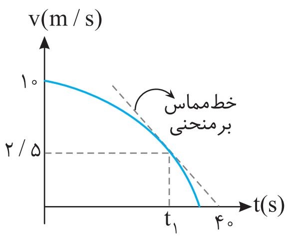
$$\Delta x=v_۱\Delta t\Rightarrow ۱۸=v_۱\times ۲\Rightarrow v_۱=۹\,m/s$$

شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{۹-۰}{۵}=۱/۸\,m/s^۲$$



۲۳۷- گزینهٔ ۱ (B) شیب خط مماس بر منحنی سرعت – زمان برابر شتاب لحظه‌ای است، بنابراین:



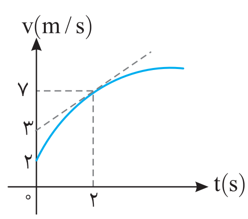
$$a_{av}=a\Rightarrow\frac{۲/۵-۱۰}{t_۱-۰}=-\frac{۲/۵-۰}{۴۰-t_۱}\Rightarrow\frac{-۷/۵}{t_۱}=\frac{-۲/۵}{۴۰-t_۱}\Rightarrow ۱۲۰-۳t_۱=t_۱\Rightarrow t_۱=۳۰s$$

۲۳۸- گزینهٔ ۱ (B) شتاب لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان می‌باشد، بنابراین برای شتاب لحظه‌ای در t=۲s شیب خط مماس را در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$a=\frac{۷-۳}{۲}=۲\,m/s^۲$$

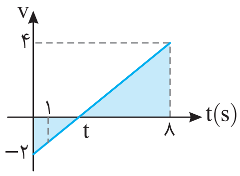
شتاب متوسط نیز در بازه صفر تا ۲s برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۷-۲}{۲}=۲/۵\,m/s^۲\ ,\ \frac{a}{a_{av}}=\frac{۲}{۲/۵}=۰/۸$$



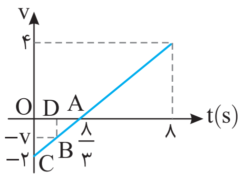
۲۳۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ نمودار سرعت – زمان خط راست و شیب آن منفی است در این صورت شتاب ثابت و منفی است.

۲۴۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ ابتدا با توجه به تشابه دو مثلث هاشورخورده t را به دست می‌آوریم



$$\frac{۲}{t}=\frac{۴}{۸-t}\Rightarrow ۸-t=۲t\Rightarrow t=\frac{۸}{۳}s$$

حال با توجه به تشابه دو مثلث OAC و DAB سرعت در $t=۱s$ را محاسبه می‌کنیم.

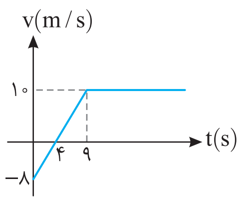


$$\frac{\frac{۲}{۳}}{|v|}=\frac{\frac{۸}{۳}}{۲}\Rightarrow |v|=\frac{۵}{۴}m/s$$

بنابراین سرعت $-\frac{۵}{۴}m/s$ و به دلیل منفی بودن سرعت متحرک خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

۲۴۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ هرگاه سرعت مثبت است متحرک در جهت محور x ها حرکت کرده و اگر سرعت منفی باشد متحرک خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. هم‌چنین اگر نمودار به محور افقی نزدیک شـود بزرگی سـرعت در حال کاهش می‌باشـد و حرکت کندشونده و اگر نمودار در حال دور شدن از این محور افقی باشد بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد و حرکت تندشونده است. بنابراین از $t_۱$ تا $t_۳$ متحرک خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است و از $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت تندشونده و از $t_۲$ تا $t_۳$ حرکت کندشونده است.

۲۴۲- گزینهٔ ۴ Ⓐ بـه توجـه به نمـودار در لحظهٔ $t=۳s$ بزرگی سـرعت متحـرک در حال کاهش اسـت و در $t=۴s$ متحرک متوقف می‌شود، بنابراین در $t=۳s$ حرکت کندشونده می‌باشد.



در $t=۴s$ جهت حرکت تغییر می‌کند (سرعت صفر است و علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه تغییر می‌کند) اما در این لحظه شتاب حرکت تغییر نمی‌کند، زیرا شیب خط سرعت زمان ثابت می‌ماند.

در $t=۹s$ به بعد بزرگی سرعت ثابت و برابر $۱۰m/s$ باقی می‌ماند. بنابراین حرکت نه تندشونده و نه کندشونده است.

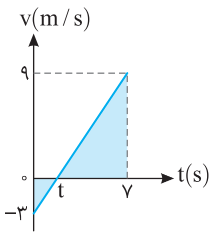
در $t=۷s$ بزرگی سرعت متحرک در حال افزایش می‌باشد و در $t=۹s$ سرعت متحرک به بیشینه مقدار خود یعنی $v=۱۰m/s$ می‌رسد بنابراین در این لحظه حرکت تندشونده می‌باشد.

۲۴۳- گزینهٔ ۴ Ⓑ نمودار سرعت– زمان دربارهٔ دور یا نزدیک شدن به مبدأ به ما اطلاعی نمی‌دهد، مگر آن‌که مکان اولیهٔ متحرک مشخص باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

۲۴۴- گزینهٔ ۳ Ⓐ شتاب بردار شیب خط نمودار سرعت – زمان است. از این رو:

$$a_{av_{OA}}=\frac{v_A-۰}{۴-۰}\ ,\ a_{av_{AB}}=\frac{۰-v_A}{۶-۴}\Rightarrow\frac{|a_{av_{OA}}|}{|a_{av_{OB}}|}=\frac{\frac{v_A}{۴}}{\frac{v_A}{۲}}=\frac{۱}{۲}$$

۲۴۵- گزینهٔ ۳ Ⓐ لحظهٔ تغییر جهت، لحظه‌ای اسـت که سـرعت صفر شـده و تغییر علامت می‌دهد نسـبت تشابه را برای دو مثلث رنگی می‌نویسیم.

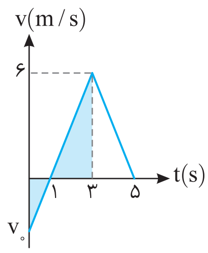


$$\frac{۹}{۳}=\frac{۷-t}{t}\Rightarrow ۳t=۷-t\Rightarrow t=\frac{۷}{۴}s$$

نمودار سرعت – زمان خط راست است و شیب آن ثابت است. از این رو شتاب حرکت در تمام بازه‌های زمانی ثابت و یکسان است.

$$a=a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۹-(-۳)}{۷}=\frac{۱۲}{۷}m/s^۲$$

۲۴۶- گزینهٔ ۲ Ⓐ نمودار سرعت – زمان خط راست است بنابراین شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای در هر قسمت یکسان است.



ابتدا سرعت اولیه را به کمک تشابه مثلث به دست می‌آوریم.

$$\frac{۶}{|v_۰|}=\frac{۳-۱}{۱}\Rightarrow v_۰=-۳m/s$$

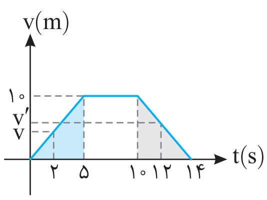
شتاب در لحظهٔ $t=۲/۵s$ با شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا $۳s$ برابر است.

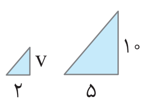
$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow a=a_{av}=\frac{۶-(-۳)}{۳-۰}=۳m/s^۲$$

شتاب متوسط در ثانیهٔ آخر با شتاب متوسط در بازهٔ $۳s$ تا $۵s$ برابر است. از این رو:

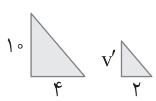
$$a'_{av}=\frac{۰-۶}{۵-۳}=-۳m/s^۲\Rightarrow\frac{a_{av}}{a'_{av}}=\frac{۳}{-۳}=-۱$$

۲۴۷- گزینهٔ ۱ Ⓑ سرعت در لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۲s$ را با توجه تشابه به مثلث به دست می‌آوریم.

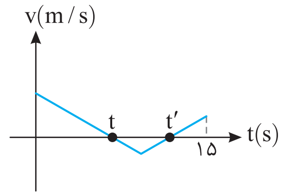




$$\frac{v}{۲}=\frac{۱۰}{۵}\Rightarrow v=۴m/s$$



$$\frac{v'}{۲}=\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow v'=۵m/s\ \ ,\ \ a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v'-v}{\Delta t}=\frac{۵-۴}{۱۲-۲}=\frac{۱}{۱۰}m/s^۲$$



۲۴۸- گزینهٔ ۳ (C) هرگاه سرعت مثبت باشد متحرک در جهت محور x ها در حرکت است و هرگاه سرعت منفی باشد متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. در بازهٔ ۰ تا t و t′ تا ۱۵s متحرک در جهت مثبت محور xها و در بازهٔ t تا t′ متحرک در خلاف جهت محور xها در حرکت بوده است.

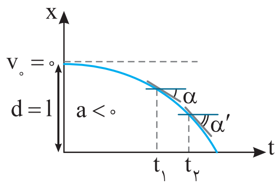
$t_۱=(t-۰)+(۱۵-t')=۱۵+(t-t')\Rightarrow t_۱=۱۵-t_۲\ ,\ t_۲=t'-t$

حال با توجه به نسبت داده شده در سؤال:

$\frac{t_۱}{t_۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۱۵-t_۲}{t_۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۳۰-۲t_۲=۳t_۲\Rightarrow t_۲=۶s$

مدت زمان بین دو لحظهٔ توقف همان $t'-t$ است که برابر با $t_۲$ یعنی ۶s می‌باشد.

۲۴۹- گزینهٔ ۱ (B) شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان می‌باشد و در بازهٔ صفر تا $t_۱$ تغییر سرعت دو متحرک یکی است.



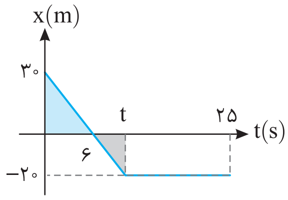
۲۵۰- گزینهٔ ۴ (A) متحرک روی محور xها در خلاف جهت محور از حال سکون $|v_۰=۰|$ شروع به حرکت کرده است، دقت کنید در لحظهٔ $t=۰$ خط مماس بر نمودار موازی محور xها است و شیب خط مماس صفر و در نتیجه سرعت اولیه صفر است. (گزینهٔ (۳) درست است.)

متحرک روی محور xها تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. (گزینهٔ (۱) درست است.)

دهانهٔ نمودار (تقعر نمودار) رو به پایین بوده و شتاب منفی است و گزینهٔ (۲) درست است. به شکل دقت کنید در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، شیب خط مماس بر نمودار بیشتر می‌شود بنابراین اندازهٔ سرعت در لحظهٔ $t_۲$ از اندازهٔ سرعت در لحظهٔ $t_۱$ بیشتر (منفی‌تر) است. در نتیجه:

$\Delta v=v_۲-v_۱\xrightarrow[v_۲<۰,\ v_۱<۰]{|v_۲|>|v_۱|}\Delta v<۰\Rightarrow a<۰$

هر دو لحظهٔ دلخواه دیگری را که در نظر بگیرید، به همین نتیجه می‌رسید که شتاب منفی است.



۲۵۱- گزینهٔ ۴ (B) سرعت در بازهٔ صفر تا t ثابت است، از این رو:

$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۰-۳۰}{۶}=-۵m/s$

اکنون t را به‌دست می‌آوریم.

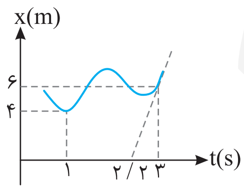
$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow -۵=\frac{-۲۰-۳۰}{t}\Rightarrow t=۱۰s$

سرعت متوسط در مدت ۲۵s خواهد شد:

$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۲۰-۳۰}{۲۵}=-۲m/s$

شتاب متوسط در مدت ۲۵s خواهد شد:

$a_{av}=\frac{۰-(-۵)}{۲۵}=۰/۲m/s^۲$



۲۵۲- گزینهٔ ۱ (B) در $t=۱s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان–زمان موازی محور زمان بوده و سرعت لحظه‌ای صفر است $(v_۱=۰)$. در $t=۳s$ شیب خط مماس برابر است با:

$v_۲=\frac{۶-۰}{۳-۲/۲}=\frac{۶}{۰/۸}=\frac{۶۰}{۸}=۷/۵m/s$

در این صورت شتاب متوسط برابر است با:

$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۷/۵-۰}{۳-۱}=\frac{۷/۵}{۲}\Rightarrow a_{av}=۳/۷۵m/s^۲$

۲۵۳- گزینهٔ ۲ (A) در لحظهٔ $t=۰$ و $t=۱۰s$ سرعت لحظه‌ای متحرک صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صفر است.

$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=۰\quad ,\quad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۰-(-۱۰)}{۱۰-۰}=۲m/s$

۲۵۴- گزینهٔ ۲ (B) بردار مکان متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ عبور می‌کند:

$x=t^۳-۳t^۲+۲t\Rightarrow ۰=t^۳-۳t^۲+۲t\Rightarrow ۰=t(t-۱)(t-۲)\Rightarrow t=۰,\ t=۱s\ ,t=۲s$

دقت کنید در $t=۰$ متحرک شروع به حرکت می‌کند پس در $t=۰$ از مبدأ مکان متحرک عبور نمی‌کند. بنابراین در لحظه‌های $t=۱s$ و $t=۲s$ تغییر بردار مکان رخ داده است، اکنون در این دو لحظهٔ سرعت را به کمک معادلهٔ سرعت - زمان داده شده حساب می‌کنیم:

$v_{t=۱s}=۳(۱)^۲-۶(۱)+۲\Rightarrow v_{t=۱}=-۱m/s\quad ,\quad v_{t=۲s}=۳(۲)^۲-۶(۲)+۲\Rightarrow v_{t=۲}=۲m/s\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۲-(-۱)}{۲-۱}=۳m/s^۲$

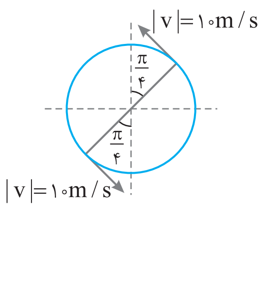
۲۵۵- گزینهٔ ۲ (B) متحرک در هر ۲s یک دور کامل می‌چرخد.

t=۲s	θ=۲π
$t_۲=\frac{۵}{۴}s$	$θ_۲=?$

$\Rightarrow θ_۲=\frac{۵π}{۴}$

t=۲s	θ=۲π
$t_۱=\frac{۱}{۴}s$	$θ_۱=?$

$\Rightarrow θ_۱=\frac{π}{۴}$



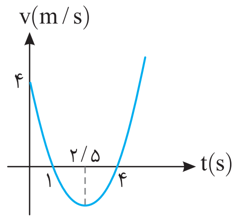
با توجه به شکل و اینکه سرعت در هر لحظه بر مسیر حرکت که دایره‌ای‌شکل است، مماس می‌باشد، مشخص می‌شود که دو سرعت خلاف جهت هم می‌باشند:

$a_{av}=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=|\frac{۱۰-(-۱۰)}{\frac{۵}{۴}-\frac{۱}{۴}}|=\frac{۲۰}{۱}=۲۰m/s^۲$

۲۵۶- گزینهٔ ۲ B

نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. $v=t^۲-۵t+۴ \Rightarrow v=(t-۱)(t-۴)$

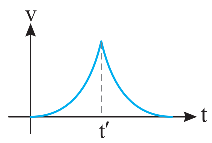
طول رأس سهمی: $t_{رأس}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۲}=۲/۵s$



با توجه به شکل از $t=۰$ تا $t=۱s$ بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می‌باشد.
از $t=۱s$ تا $t=۲/۵s$ بزرگی سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده می‌باشد.
از $t=۲/۵s$ تا $t=۴s$ بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می‌باشد.
از $t=۴s$ به بعد نیز بزرگی سرعت افزایش می‌یابد پس حرکت تندشونده است.
بنابراین از $t=۲s$ تا $t=۴s$ ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده است.

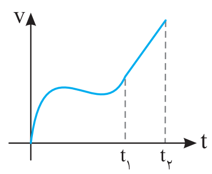
۲۵۷- گزینهٔ ۲ B

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در نهایت نیز متوقف شده است پس در ابتدا و انتهای حرکت سرعت صفر می‌باشد بنابراین گزینهٔ (۱) نمی‌تواند جواب باشد.
چون متحرک در جهت مثبت محور x ها در حرکت است پس سرعت باید مثبت باشد بنابراین گزینهٔ (۳) نیز نادرست است.
در لحظهٔ t' در نمودار گزینهٔ (۴) خط مماس قائم است پس شیب خط مماس در این نقطه که برابر شتاب می‌باشد ∞ است و این نامکن است بنابراین گزینهٔ (۴) نیز نادرست است اگرچه سرعت در ابتدا و انتها صفر می‌باشد.



۲۵۸- گزینهٔ ۲ B

با توجه به اینکه سرعت در تمام لحظات $t_۱$ تا $t_۲$ بیشتر از سرعت در تمام لحظات صفر تا $t_۱$ می‌باشد بنابراین سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بزرگ‌تر از سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا $t_۱$ است و نسبت آن‌ها از یک کمتر است.



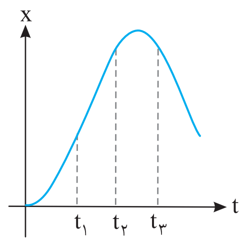
۲۵۹- گزینهٔ ۱ B

در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ نمودار خط راست بوده و سرعت ثابت و شتاب متوسط صفر است. بنابراین در لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ سرعت یکسان است و ما آن را برابر v می‌گیریم، در این صورت:

$$۰\to t_۱ \quad a_{av_۱}=\frac{v-۰}{t_۱}=\frac{v}{t} \ , \ t_۱\to t_۲ \quad a_{av_۲}=۰ \ , \ t_۲\to t_۳ \quad a_{av_۳}=\frac{v'-v}{t_۳-t_۲}=\left|\frac{v'-v}{t}\right|$$

با توجه به شکل در لحظهٔ $t_۲$ سرعت مثبت و در لحظهٔ $t_۳$ شیب خط مماس بر منحنی منفی بوده و سرعت منفی است.

$$|v'-v|>v \Rightarrow a_{av_۳}>a_{av_۱}$$



۲۶۰- گزینهٔ ۲ A

معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم و داده‌های مسأله را جای‌گذاری می کنیم.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow ۱۲=\frac{۱}{۲}a(۲)^۲+۳\times۲+۰ \Rightarrow a=۳m/s^۲$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x=\frac{۳}{۲}t^۲+۳t$$

۲۶۱- گزینهٔ ۳ A

با توجه به معادلهٔ جابه‌جایی - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow ۲۰=\frac{۱}{۲}\times۴\times(۲)^۲+v_۰\times۲ \Rightarrow v_۰=۶m/s$$

۲۶۲- گزینهٔ ۲ A

می‌توان لحظه‌ای که متحرک از مکان $-۲/۵m$ می‌گذرد را لحظه $t=۰$ در نظر گرفت در این صورت مکان اولیه $x_۰=-۲/۵m$ و سرعت گذر از مکان $-۲/۵m$ سرعت اولیه خواهد بود $(v_۰=۲/۵m/s)$ و کافی است معادله مکان زمان را بنویسیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times۲\times۳^۲+۲/۵\times۳-۲/۵ \Rightarrow x=۱۴m$$

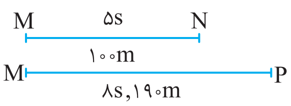
۲۶۳- گزینهٔ ۲ A

با توجه به معادله جابه‌جایی - زمان می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \begin{cases} \xrightarrow{t=۳s} ۱۵=\frac{۱}{۲}\times a\times۹+۳v_۰ \Rightarrow ۳۰=۹a+۶v_۰ \\ \xrightarrow[\Delta x=۱۵+۲۵]{t=۲+۳=۵s} ۴۰=\frac{۱}{۲}\times a\times۲۵+۵v_۰ \Rightarrow ۴۰=۱۲/۵a+۵v_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰=۳a+۲v_۰ \\ -۲ \quad ۸=۲/۵a+v_۰ \end{cases} \Rightarrow a=۳m/s^۲ , v_۰=۰/۵m/s$$

۲۶۴- گزینهٔ ۳ B

با توجه به شکل‌های روبه‌رو و به کمک معادلهٔ جابه‌جایی-زمان حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می‌کنیم.



$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰=\frac{۱}{۲}a(۲۵)+۵v_۰ \\ ۱۹۰=\frac{۱}{۲}a(۶۴)+۸v_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵a+۲v_۰=۴۰ \\ ۴a+v_۰=۲۳/۷۵ \end{cases} \Rightarrow -۳a=-۷/۵ \Rightarrow a=۲/۵m/s^۲$$

۲۶۵- گزینهٔ ۱ A

ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، زمان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow ۲۴=\frac{۱}{۲}\times۴\times t^۲+۲t \Rightarrow ۲t^۲+۲t=۲۴ \Rightarrow t^۲+t-۱۲=۰ \Rightarrow t=\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴۸}}{۲}=\frac{-۱\pm۷}{۲} \Rightarrow t=۳s$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۴}{۳}=۸m/s$$

۲۶۶- گزینهٔ ۴ با توجه به معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v=at+v_0 \begin{cases} \xrightarrow{t_1=2s} 5=2a+v_0 \\ \xrightarrow{t_2=6s} 12=6a+v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 7=4a \Rightarrow a=1/75 m/s^2 \\ 5=2\times 1/75+v_0 \Rightarrow v_0=1/5 m/s \end{matrix}$$

در این صورت سرعت در لحظه $t=3s$ خواهد شد:

$$v=1/75t+1/5 \Rightarrow v=1/75\times 3+1/5 \Rightarrow v=6/75 m/s$$

۲۶۷- گزینهٔ ۴ با توجه به معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:

$$v=at+v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1=at+v_0 \\ v_2=a(2t)+v_0=2at+v_0 \end{cases} \Rightarrow v_1<v_2<2v_1$$

برای سادگی عدد مثال بزنید، فرض کنید $at=3$ و $v_0=2$ است از این رو:

$$\begin{cases} v_1=3+2=5 \\ v_2=6+2=8 \end{cases} \Rightarrow 5<8<10$$

۲۶۸- گزینهٔ ۲ ابتدا سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 24=\frac{1}{2}\times 2\times 16+4v_0 \Rightarrow v_0=2m/s$$

اکنون می‌توان سرعت را در انتهای این بازه به دست آورد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2\times 4+2 \Rightarrow v=10m/s$$

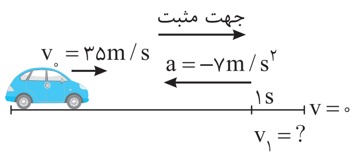
روش دیگر استفاده از رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه است:

$$\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt \Rightarrow 24=-\frac{1}{2}\times 2\times 16+4v \Rightarrow v=10m/s$$

۲۶۹- گزینهٔ ۴ با توجه به معادله مکان - زمان و معادله سرعت زمان خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times a\times 16+4v_0 \Rightarrow 2a+v_0=5 \\ v=at+v_0 \Rightarrow 3v_0=4a+v_0 \Rightarrow 2v_0=4a \Rightarrow a=\frac{v_0}{2} \end{cases} \Rightarrow 2(\frac{v_0}{2})+v_0=5 \Rightarrow v_0=\frac{5}{2} \Rightarrow v_0=2/5m/s$$

۲۷۰- گزینهٔ ۴ **روش اول:** مطابق شکل خودرو در یک ثانیهٔ آخر، سرعتش با شتاب $7m/s^2$ به صفر رسیده است از این‌رو:



$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=-7\times 1+v_1 \Rightarrow v_1=7m/s$$

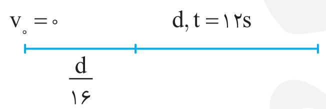
جابه‌جایی در یک ثانیهٔ خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{a=-7m/s^2, v_0=7m/s} \Delta x=\frac{1}{2}(-7)\times 1+7\times 1=3/5m$$

روش راحت‌تر: کافی است فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $7m/s^2$ به راه می‌افتد و جابه‌جایی آن را در $t=1s$ از شروع حرکتش به دست آوریم.

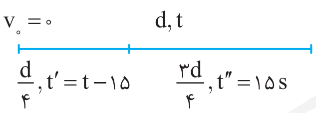
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times 7\times 1=3/5m$$

۲۷۱- گزینهٔ ۳ با توجه به معادلهٔ مکان زمان حرکت با شتاب ثابت:



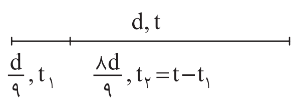
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} d=\frac{1}{2}at^2 \\ \frac{d}{16}=\frac{1}{2}at'^2 \end{cases} \Rightarrow 16=\frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t'=\frac{t}{4}=\frac{12}{4} \Rightarrow t'=3s$$

۲۷۲- گزینهٔ ۳ دقت کنید در حل این نوع مسائل قسمت اول مسیر که سرعت اولیه صفر است را با تمام مسیر مقایسه می‌کنیم و با توجه به معادلهٔ مکان زمان می‌نویسیم:



$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} d=\frac{1}{2}at^2 \\ \frac{d}{4}=\frac{1}{2}a(t-15)^2 \end{cases} \Rightarrow 4=\frac{t^2}{(t-15)^2} \Rightarrow 2=\frac{t}{t-15} \Rightarrow 2t-30=t \Rightarrow t=30s$$

۲۷۳- گزینهٔ ۳ به کمک معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت، تست را حل می‌کنیم:



$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{d}{9}=\frac{1}{2}at_1^2, d=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{d}{\frac{d}{9}}=\frac{\frac{1}{2}at^2}{\frac{1}{2}at_1^2} \Rightarrow 9=\frac{t^2}{t_1^2} \Rightarrow t_1=\frac{t}{3}$$

اما t_2 یعنی زمان طی بقیه مسیر خواهد شد:

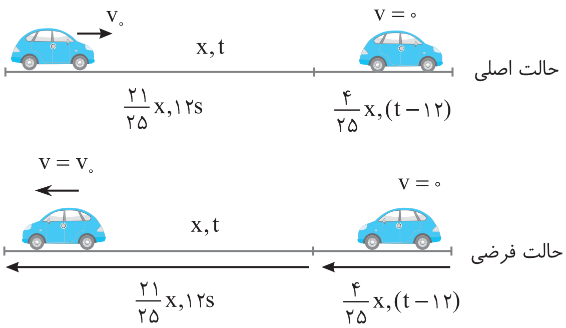
$$t_2=t-\frac{t}{3} \Rightarrow t_2=\frac{2t}{3}$$

و نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{\frac{2t}{3}}{\frac{t}{3}}=2$$

۲۷۴- گزینهٔ ۱ B

نکته: در حرکت کندشونده با شتاب ثابت روی خط راست که متحرک متوقف می‌شود، می‌توان حرکت را از مکان توقف یک حرکت تندشونده با همان شتاب فرض کرد.



اکنون با توجه به حالت فرضی پرسش را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2 \\ \frac{4x}{25}=\frac{1}{2}a(t-12)^2 \end{cases}\Rightarrow \frac{25}{4}=\frac{t^2}{(t-12)^2}\Rightarrow \frac{5}{2}=\frac{t}{t-12}\Rightarrow 5t-60=2t\Rightarrow t=20s$$

۲۷۵- گزینهٔ ۲ A

اگر مشتق‌گیری بلد بودید و می‌دانستید که مشتق معادلهٔ مکان – زمان برابر سرعت لحظه‌ای است مسأله را راحت حل می‌کردید اما اکنون باید معادلهٔ مکان – زمان داده شده را با معادلهٔ حرکت کلاسیک حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و معادلهٔ سرعت زمان را به‌دست آورد.

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \\ x=5t^2-3t+1 \end{cases}\xrightarrow{x_0=1m,\ v_0=-3m/s,\ \frac{1}{2}a=5\Rightarrow a=10m/s^2} v=10t-3$$

لحظه‌ای را که در آن سرعت $6m/s$ است، به دست می‌آوریم و زمان به‌دست آمده را در معادلهٔ مکان زمان قرار داده و مکان را حساب می‌کنیم.

$$6=10t-3\Rightarrow t=0/9s\Rightarrow x=5(0/9)^2-3(0/9)+1\Rightarrow x=2/35m$$

۲۷۶- گزینهٔ ۱ B

ابتدا با مقایسه معادله سرعت – زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت – زمان مسأله، شتاب و سرعت اولیه را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} v=at+v_0 \\ v=4t+3 \end{cases}\Rightarrow a=4m/s^2,\ v_0=3m/s$$

جابه‌جایی متحرک را در مدت $0/5s$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2}\Rightarrow \Delta x=2m$$

۲۷۷- گزینهٔ ۲ A

با مقایسه معادله سرعت – زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت – زمان مسأله، شتاب و سرعت اولیه مشخص می‌شود.

$$\begin{matrix} v=at+v_0 \\ v=3t-6 \end{matrix}\Rightarrow a=3m/s^2\ ,\ v_0=-6m/s$$

مکان را به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 3\times 9+3\times(-6)+2\Rightarrow x=13/5-18+2\Rightarrow x=-2/5m$$

۲۷۸- گزینهٔ ۱ A

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان $(x=0)$ به محل متحرک رسم می‌شود. بنابراین هنگام گذر از مبدأ، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x=0\Rightarrow t^2+t+1=0\Rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}$$

معادلهٔ بالا بدون پاسخ است و متحرک از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۲۷۹- گزینهٔ ۲ A

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان $(x=0)$ به محل متحرک رسم می‌شود و هرگاه متحرک از مبدأ می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x=0\Rightarrow t^2+3t-4=0\Rightarrow(t+4)(t-1)=0\Rightarrow t=1s\ ,\ t=-4s \text{ غ‌ق‌ق}$$

بردار مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۲۸۰- گزینهٔ ۳ A

بردار مکان، برداری است که، مکان متحرک را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد و هرگاه متحرک از مبدأ بگذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x=0\Rightarrow t^2-3t+2=0\Rightarrow(t-1)(t-2)=0\Rightarrow t=1s\ ,\ t=2s$$

بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید در معادله درجهٔ ۲، تابع در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد.

۲۸۱- گزینهٔ ۴ B

با توجه به معادلهٔ مکان – زمان خواهیم داشت:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow -10=\frac{1}{2}a(4)^2+4\times 4+(-2)\Rightarrow a=-3m/s^2$$

معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}\times -3\times t^2+4t+(-2)\Rightarrow x=-\frac{3}{2}t^2+4t-2$$

تغییر جهت بردار مکان هنگام گذر متحرک از مبدأ رخ می‌دهد.

$$x=0\Rightarrow -\frac{3}{2}t^2+4t-2=0\Rightarrow 3t^2-8t+4=0\Rightarrow t=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{3}=\frac{4\pm 2}{3}\Rightarrow t=2s\ ,\ t=\frac{2}{3}s$$

۲۸۲- گزینهٔ ۴ A

ابتدا با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان – زمان حرکت با شتاب ثابت، مقدار شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \\ x=t^2-6t+10 \end{cases}\Rightarrow x_0=+10m\ ,\ \frac{1}{2}a=1\Rightarrow a=2m/s^2\ ,\ v_0=-6m/s\xrightarrow{v=at+v_0}\Rightarrow v=2t-6$$

در حرکت با شتاب ثابت لحظه تغییر جهت حرکت لحظه صفر شدن سرعت است.

$$v=0\Rightarrow 2t-6=0\Rightarrow t=3s$$

پس در یک متری مبدأ تغییر جهت می‌دهد.

$$x=t^2-6t+10\xrightarrow{t=3s} x=(3)^2-6(3)+10=1m$$

۲۸۳- گزینهٔ ۴ ابتدا شتاب حرکت را از روی معادله حرکت به دست می‌آوریم: (A)

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow 2=\frac{1}{2}\times a\times 4+2\times(-4)+20 \Rightarrow a=-5m/s^2 \xrightarrow{v=at+v_0} v=-5t-4 \xrightarrow{v=0} t=0/8s$$

سرعت اولیه و شتاب منفی است و حرکت همواره تندشونده است و سرعت صفر نمی‌شود بنابراین متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۲۸۴- گزینهٔ ۴ معادلهٔ حرکت جسم درجهٔ دو می‌باشد پس حرکت شتاب ثابت است و داریم: (B)

$$\begin{cases} x=t^2-6t+5 \\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \end{cases} \Rightarrow a=2m/s^2, v_0=-6m/s \xrightarrow{v=at+v_0} v=2t-6$$

هنگامی که متحرک در خلاف محور x ها در حال حرکت است که سرعت متحرک منفی باشد:

$$v<0 \Rightarrow 2t-6<0 \Rightarrow t<3s$$

پس در بازهٔ $t=1s$ تا $t=5s$ در بازهٔ $1<t<3$ یا $2s$ متحرک در خلاف محور x ها در حال حرکت است.

۲۸۵- گزینهٔ ۴ ابتدا به کمک معادله مکان - زمان سرعت اولیه را به دست می‌آوریم. (B)

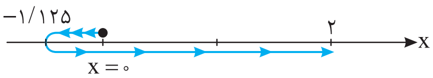
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow 2=\frac{1}{2}\times 4\times(2)^2+2v_0 \Rightarrow v_0=-3m/s$$

اکنون لحظه و مکان تغییر جهت متحرک را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=4t-3 \xrightarrow{v=0} t=\frac{3}{4}s \quad , \quad x=\frac{1}{2}\times 4\times(\frac{3}{4})^2-3(\frac{3}{4}) \Rightarrow x=\frac{9}{8}-\frac{9}{4}=-\frac{9}{8}m=-1/125m$$

با توجه به شکل مسافت طی‌شده خواهد شد.

$$l=1/125+1/125+2=4/25m$$



این مسائل را می‌توان به کمک نمودار نیز حل کرد که در بخش بعدی با آن آشنا خواهید شد.

۲۸۶- گزینهٔ ۱ ابتدا لحظهٔ تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود و علامت سرعت تغییر می‌کند را به دست می‌آوریم: (A)

$$\begin{cases} x=t^2-3t \\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \end{cases} \Rightarrow a=2m/s^2, v_0=-3m/s \xrightarrow{v=at+v_0} v=2t-3 \xrightarrow{v=0} 0=2t-3 \Rightarrow t=1/5s$$

لحظهٔ تغییر جهت $t=1/5s$ است. اما ثانیهٔ سوم یعنی $t=2s$ تا $t=3s$ و در این بازه متحرک تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین جابه‌جایی و مسافت در ثانیهٔ سوم با هم برابر است.

۲۸۷- گزینهٔ ۲ **راه‌حل اول:** با توجه به معادلهٔ مکان- زمان جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم یعنی جابه‌جایی در بازهٔ $t=2s$ تا $t=3s$ برابر است با: (B)

$$\Delta x=x_{t=3s}-x_{t=2s}=(3)^2-3(3)-(2^2-3(2))=9-9-4+6=2m$$

با مقایسهٔ معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت و معادله داده شده در مسأله، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \\ x=t^2-3t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a=1 \Rightarrow a=2m/s^2 \ , \ v_0=-3m/s$$

ثانیه دوم یعنی بازهٔ $t=1s$ تا $t=2s$. مکان در این دو لحظه را به دست می‌آوریم:

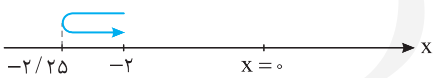
$$t=1s \Rightarrow x=1-3=-2m \quad , \quad t=2s \Rightarrow x=4-6=-2m$$

بررسی می‌کنیم که آیا متحرک در این بازه تغییر جهت داده است؟ از این رو معادلهٔ سرعت- زمان را می‌نویسیم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$v=2t-3 \xrightarrow{v=0} 2t-3=0 \Rightarrow t=1/5s \quad , \quad x=t^2-3t \Rightarrow x=(1/5)^2-3(1/5)=2/25-4/5=-2/25m$$

اکنون مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$l=0/25+0/25=0/5m$$

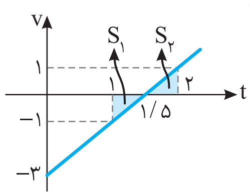


بنابراین:

$$\frac{l}{\Delta x}=\frac{0/5}{2}=\frac{1}{4}$$

راه‌حل دوم: در بخش‌های بعدی خواهید دید که مسافت طی شده برابر مجموع مساحت‌های زیر نمودار $v-t$ است. بنابراین ابتدا نمودار معادلهٔ $v=2t-3$ را رسم می‌کنیم.

در ثانیهٔ دوم یعنی بازهٔ $t=1s$ تا $t=2s$، سرعت این دو لحظه را روی نمودار مشخص کرده و مساحت مثلث‌های S_1 و S_2 را به دست می‌آوریم.



$$l=|S_1|+|S_2| \Rightarrow l=\frac{1\times 0/5}{2}+\frac{1\times 0/5}{2}=0/5m$$

۲۸۸- گزینهٔ ۳ ابتدا لحظهٔ تغییر جهت و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم. (B)

$$v=0 \Rightarrow -2t+8=0 \Rightarrow t=4s$$

مکان اولیه را به دلخواه مبدأ می‌گیریم.

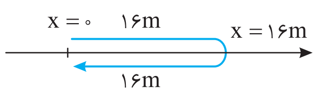
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}(-2)\times(4)^2+8\times 4=16m$$

در لحظهٔ $t=8s$ نیز مکان را به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}(-2)(8)^2+8\times 8=0$$

با توجه به نمودار روبه‌رو مسافت طی شده برابر است با:

$$d=16+16=32m$$



۲۸۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ معادلهٔ مکان – زمان متحرک درجه دوم می‌باشد، بنابراین شتاب در هر لحظه با شتاب متوسط در هر بازه برابر است.

۲۹۰- گزینهٔ ۱ Ⓐ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(4)-x(2)}{4-2}=\frac{2(16)-4(4)+5-(2(2)^2-4(2)+5)}{4-2}=\frac{16}{2}=8m/s$$

معادلهٔ سرعت- زمان را از روی معادلهٔ مکان- زمان به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x=2t^2-4t+5 \\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \end{cases} \Rightarrow a=4m/s^2,\ v_0=-4m/s \Rightarrow v=4t-4$$

در لحظهٔ $t=3$ سرعت برابر $v=4(3)-4 \Rightarrow v=8m/s$ است. بنابراین:

$$\frac{v_{av}}{v}=\frac{8}{8}=1$$

۲۹۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow 9=\frac{v+(-3)}{2} \Rightarrow v=21\ m/s$$

شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a=\frac{21-(-3)}{4}=6m/s^2$$

لحظهٔ تغییر جهت و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

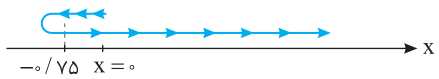
$$v=at+v_0 \Rightarrow v=6t-3 \Rightarrow 6t-3=0 \Rightarrow t=\frac{1}{2}s$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{1}{4}+(-3)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{3}{4}m \Rightarrow x=-0/75m$$

اکنون مکان در انتهای بازه یعنی $t=4s$ را به دست می‌آوریم.

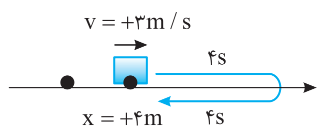
$$x=\frac{1}{2}\times 6\times(4)^2+(-3)(4) \Rightarrow x=36m$$

مسافت طی‌شده مطابق شکل خواهد شد:

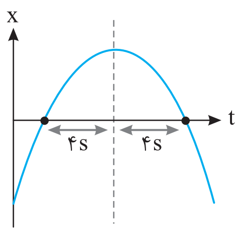


$$l=0/75+0/75+36=37/5m$$

۲۹۲- گزینهٔ ۱ Ⓑ حرکت دارای شتاب ثابت است و در مبدأ زمان از مکان $+4m$ با سرعت $+3m/s$ می‌گذرد.
متحرک در لحظهٔ $t=4s$ در بیشترین فاصله از مبدأ است یعنی متحرک در این نقطه متوقف شده و بر می‌گردد و پس از ۴ ثانیهٔ دیگر $(8-4=4s)$ مجدداً به محل ابتدایی حرکتش می‌رسد، یعنی مکانش $+4m$ می‌شود.



دقت کنید که معادلهٔ مکان–زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ $(x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0)$ بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصلهٔ زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.

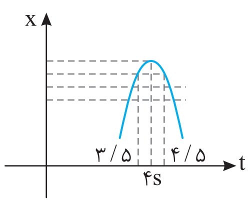


۲۹۳- گزینهٔ ۲ Ⓐ متحرک با سرعت اولیهٔ $v_0=+20m/s$ و شتاب $a=-10m/s^2$ از مبدأ شروع به حرکت کرده بنابراین در ابتدا دارای حرکت کندشونده است و پس از مدتی می‌ایستد و برمی‌گردد. لحظه و مکان صفر شدن حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v=-10t+20 \xrightarrow{v=0} t=2s \quad , \quad x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\times(-10)\times(2)^2+20\times 2+0 \Rightarrow x=-20+40=20m$$

بنابراین در بازهٔ صفر تا $3s$ در لحظهٔ $t=2s$ فاصلهٔ متحرک از مبدأ بیشترین مقدار یعنی $20m$ است.

۲۹۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ متحرک دارای شتاب ثابت است و نمودار مکان- زمان آن سهمی است. از طرفی در لحظهٔ $t=4s$ متحرک در بیشترین فاصلهٔ مثبت از مبدأ مکان است. یعنی متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است. به عبارت بهتر متحرک ابتدا در جهت محور x ها در حرکت بوده و در لحظهٔ $t=4s$ سرعتش در مکان مثبت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده است. لحظهٔ $t=4s$ رأس سهمی مکان- زمان است. بنابراین تمام لحظاتی که در فاصلهٔ برابر از محور سهمی هستند جابه‌جایی صفر است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



۲۹۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ معادلهٔ $x-t$ متحرک درجه دوم است پس حرکت با شتاب ثابت است:

$$\begin{cases} x=t^2-6t+5 \\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \end{cases} \Rightarrow a=2m/s^2,\ v_0=-6m/s \Rightarrow v=at+v_0 \Rightarrow v=2t-6$$

حال در لحظات $t=2s$ و $t=5s$ که شتاب ثابت و برابر $+2m/s^2$ است، سرعت را حساب می‌کنیم.

$$t=2s \Rightarrow v=2\times 2-6=-2m/s \quad , \quad t=5s \Rightarrow v=2\times 5-6=4m/s$$

در لحظهٔ $t=2s$ شتاب مثبت و سرعت منفی پس در این لحظه $av<0$ و حرکت کندشونده است.

در لحظهٔ $t=5s$ شتاب مثبت و سرعت مثبت پس در این لحظه $av>0$ و حرکت تندشونده است.

۲۹۶- گزینهٔ ۴ (A) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، هرگاه شتاب متحرک و سرعت اولیهٔ آن دارای علامت مخالف هم باشند، حرکت در ابتدا کندشونده و با گذشت زمان، در خلاف جهت حرکت اولیه دارای حرکت تندشونده است و چون سرعت اولیه منفی است ابتدا حرکت در جهت منفی محور و پس از توقف و بازگشت، حرکت در جهت مثبت محور است.

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \\ x=t^2-3t+5 \end{cases} \Rightarrow a=2m/s^2 \quad , \quad v_0=-3m/s$$

۲۹۷- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا به کمک معادلهٔ جابه‌جایی- زمان، سرعت را در ابتدای بازهٔ زمانی ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 6=\frac{1}{2}\times 2\times(2)^2+v_0\times(2) \Rightarrow v_0=1\,m/s$$

معادلهٔ سرعت- زمان به صورت $v=2t+1$ است. سرعت اولیه مثبت و شتاب نیز مثبت بوده و با گذشت زمان سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

۲۹۸- گزینهٔ ۴ (A) ابتدا به کمک معادلهٔ جابه‌جایی- زمان، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 16=\frac{1}{2}\times 3\times(4)^2+v_0\times(4) \Rightarrow v_0=-2m/s$

در ابتدا سرعت منفی و شتاب مثبت بوده و حرکت کندشونده است. با توجه به معادلهٔ سرعت- زمان $v=3t-2$، در لحظهٔ $t=\frac{2}{3}s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و با حرکت تندشونده به مسیرش ادامه می‌دهد.

۲۹۹- گزینهٔ ۲ (A) معادلهٔ $x=-5t^2+6t+12$ را با معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت یعنی $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}a=-5 \Rightarrow a=-10m/s^2 \quad , \quad v_0=6m/s \quad , \quad x_0=12m$$

سرعت اولیه $+6m/s$ است، پس متحرک ابتدا در جهت مثبت محور در حرکت است. سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده است.

نتیجه: در حرکت با شتاب ثابت هرگاه در معادلهٔ مکان - زمان ضریب t^2 و ضریب t هم‌علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر دارای علامت مخالف باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۳۰۰- گزینهٔ ۳ (A) معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم: $x=-t^2+10t-16 \quad , \quad a=-2m/s^2 \quad , \quad v_0=10m/s \quad , \quad v=-2t+10 \xrightarrow{v=0} t=5s$

در لحظهٔ $t=5s$ سرعت صفر می‌شود. تابع سرعت درجه یک است و در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد بنابراین برای $t<5s$، سرعت مثبت و در $t>5s$ سرعت منفی است؛ شتاب نیز منفی است، در نتیجه در بازهٔ $6s$ تا $7s$ حرکت تندشونده $(av>0)$ و سوی حرکت در سوی منفی محور x ها است.

۳۰۱- گزینهٔ ۲ (B) معادلهٔ مکان- زمان $x=t^2-4t+8$ را با معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ مقایسه می‌کنیم و شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و معادلهٔ سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$\left.\begin{array}{l} x=t^2-4t+8 \\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow a=2m/s^2, v_0=-4m/s, x_0=+8m$$

معادلهٔ سرعت- زمان برابر است با:

$$v=2t-4 \xrightarrow{v=0} 2t-4=0 \Rightarrow t=2s$$

با توجه به جدول روبه‌رو در بازهٔ صفر تا $2s$ متحرک در جهت منفی محور دارای حرکت کندشونده و در بازهٔ $t>2s$ در جهت مثبت محور دارای حرکت تندشونده است.

t	۰		۲		$+\infty$
v		−	۰	+	
a		+		+	
av		کندشونده	تغییر جهت	تندشونده	

۳۰۲- گزینهٔ ۱ (A) سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{1}{2}at+v_0 \Rightarrow 8=\frac{1}{2}a\times 2/5+0 \Rightarrow a=6/4m/s^2$$

سرعت در لحظهٔ $t=3s$ خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=6/4\times 3+0 \Rightarrow v=19/2m/s$$

۳۰۳- گزینهٔ ۲ (A) با جای‌گذاری داده‌های مسأله در معادلهٔ سرعت متوسط زمان داده شده، α را به دست می‌آوریم و سپس شتاب را حساب می‌کنیم:

$$v_{av}=\alpha t+5 \xrightarrow[v_{av}=11m/s]{t=5s} 11=5\alpha+5 \Rightarrow \alpha=1/2m/s^2, v_{av}=\frac{1}{2}at+v_0 \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}a \Rightarrow 1/2=\frac{1}{2}a \Rightarrow a=2/4m/s^2$$

۳۰۴- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به معادلهٔ $v=2t+v_0$ و معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v_{av}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow 8=\frac{2\times 3+v_0+v_0}{2} \Rightarrow 16=6+2v_0 \Rightarrow v_0=5m/s$$

۳۰۵- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به فرض مسأله:

$$v_{av}=1/5v_0 \Rightarrow \frac{1}{2}at+v_0=1/5v_0 \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2t+5=1/5\times 5 \Rightarrow t+5=7/5 \Rightarrow t=2/5s$$

۳۰۶- گزینهٔ ۳ (A) شتاب حرکت را به کمک معادلهٔ سرعت متوسط به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{1}{2}at+v_0\Rightarrow 6=\frac{1}{2}a\times 5+2\Rightarrow a=1/6\,m/s^2$$

مکان را در لحظهٔ $t=2s$ و $t=4s$ به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\begin{cases}\xrightarrow{t=2s} x=\frac{1}{2}\times 1/6\times 4+2\times 2+x_0=7/2+x_0\\ \xrightarrow{t=4s} x=\frac{1}{2}\times 1/6\times 16+2\times 4+x_0=20/8+x_0\end{cases}\Rightarrow \Delta x=13/6\,m$$

۳۰۷- گزینهٔ ۲ (A) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر $\frac{v+v_0}{2}$ است، بنابراین:

$$v_{av}=\frac{0+20}{2}=10\,m/s$$

۳۰۸- گزینهٔ ۳ (A) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v+v_0}{2}\Rightarrow \frac{2}{3}v=\frac{v+v_0}{2}\Rightarrow v_0=\frac{1}{3}v$$

بنابراین حرکت تندشونده است، زیرا سرعت از $\frac{1}{3}v$ به v رسیده است و سرعت اولیه برابر با $\frac{v}{3}$ می‌باشد.

۳۰۹- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}\Rightarrow 4=\frac{v+0}{2}\Rightarrow v=8\,m/s$$

بنابراین در t ثانیهٔ اول، سرعت از صفر به $8m/s$ رسیده و حرکت تندشونده است.

در t ثانیهٔ دوم:

$$v_{av}=\frac{v'+v}{2}\Rightarrow 6=\frac{v'+8}{2}\Rightarrow v'=4\,m/s$$

در این مرحله سرعت از $8m/s$ به $4m/s$ رسیده و حرکت کندشونده است.

در t ثانیهٔ سوم:

$$v_{av}=\frac{v''+v'}{2}\Rightarrow 6=\frac{v''+4}{2}\Rightarrow v''=8\,m/s$$

در این مرحله سرعت از $4m/s$ به $8m/s$ رسیده و حرکت تندشونده است.

۳۱۰- گزینهٔ ۲ (B) جهت حرکت را مثبت می‌گیریم در این صورت سرعت‌ها مثبت و شتاب نیز مثبت خواهد بود زیرا حرکت تندشونده است. سرعت متوسط در مدت $4s$ ابتدای حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{16}{4}\Rightarrow v_{av}=4\,m/s$$

از طرفی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا t برابر است با:

$$v=\frac{1}{2}at+v_0\Rightarrow 4=\frac{1}{2}a\times 4+v_0\Rightarrow 4-v_0=2a\Rightarrow v_0=4-2a$$

می‌دانیم شتاب مثبت است بنابراین عدد ۱ در گزینهٔ (۲) اگر در رابطهٔ بالا قرار گیرد v_0 مثبت می‌شود و حرکت تندشونده خواهد بود.

۳۱۱- گزینهٔ ۱ (A) نیازی به تبدیل یکای km/h به m/s نیست بلکه دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم، سپس مسأله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t=\frac{60+40}{2}\times\frac{15}{60}=\frac{100}{8}=12/5\,km=12500\,m$$

۳۱۲- گزینهٔ ۲ (A) به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب خواهیم داشت:

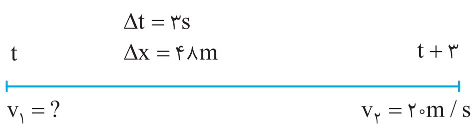
$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow 0/1=\frac{30+50}{2}t\Rightarrow t=\frac{1}{400}s$$

۳۱۳- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به معادلهٔ مستقل از شتاب:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 24=\frac{\frac{v}{2}+v}{2}\times 4\Rightarrow 24=\frac{\frac{3v}{2}}{2}\times 4\Rightarrow 24=3v\Rightarrow v=8\,m/s$$

۳۱۴- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به صورت مسأله و به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، مسأله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t\Rightarrow 48=\frac{20+v_1}{2}\times 3\Rightarrow v_1=12\,m/s$$

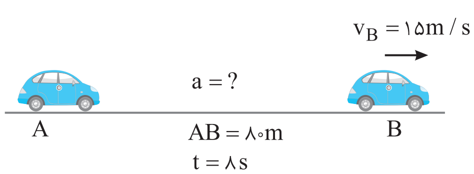


۳۱۵- گزینهٔ ۴ (A) ابتدا به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{2}\Delta t\Rightarrow 80=\frac{15+v_A}{2}\times 8\Rightarrow v_A=5\,m/s$$

اکنون می‌توان شتاب را به دست آورد:

$$a=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{15-5}{8}=\frac{5}{4}\,m/s^2$$



۳۱۶- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا سرعت را بر حسب m/s به دست می‌آوریم و سپس به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب خواهیم داشت:

$$v=54\frac{km}{h}=\frac{54}{3/6}=15\,m/s,\quad \Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 240=\frac{0+15}{2}\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{480}{15}=\frac{160}{5}\Rightarrow \Delta t=32s$$

۳۱۷- گزینهٔ ۱ ابتدا سرعت اولیه و شتاب حرکت را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ} \\ x=t^{۲}-۳t \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a=۱ \Rightarrow a=۲m/s^{۲}\ ,\ v_{\circ}=-۳m/s \xrightarrow{v=at+v_{\circ}} v=۲t-۳$$

لحظهٔ توقف را به دست می‌آوریم:

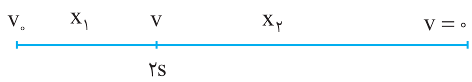
$$v=\circ \Rightarrow ۲t-۳=\circ \Rightarrow t=۱/۵s$$

در مدت $۱/۵s$ حرکت متحرک کندشونده است، مسافت طی شده در این مدت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{v+v_{\circ}}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta x=\frac{\circ+(-۳)}{۲}\times ۱/۵ \Rightarrow \Delta x=-۲/۲۵m \Rightarrow l=۲/۲۵m$$

۳۱۸- گزینهٔ ۲ شتاب حرکت برابر است با:

$$a=\frac{v-v_{\circ}}{t} \Rightarrow a=\frac{\circ-v_{\circ}}{۶} \Rightarrow a=\frac{-v_{\circ}}{۶}$$



سرعت را در لحظهٔ $t=۲s$ به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_{\circ} \Rightarrow v=\frac{-v_{\circ}}{۶}\times ۲+v_{\circ} \Rightarrow v=\frac{۲}{۳}v_{\circ}$$

اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌های $x_{۱}$ و $x_{۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v+v_{\circ}}{۲}\Delta t$$

$$\left.\begin{aligned} x_{۱}&=\frac{\frac{۲}{۳}v_{\circ}+v_{\circ}}{۲}\times ۲ \Rightarrow x_{۱}=\frac{۵}{۳}v_{\circ} \\ x_{۲}&=\frac{\circ+\frac{۲}{۳}v_{\circ}}{۲}\times ۴ \Rightarrow x_{۲}=\frac{۴}{۳}v_{\circ} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{x_{۲}}{x_{۱}}=\frac{۴}{۵}$$

۳۱۹- گزینهٔ ۳ با توجه به تعریف شتاب ثابت:

$$a=\frac{v-v_{\circ}}{t} \Rightarrow ۲=\frac{\frac{v}{۳}-v}{۸} \Rightarrow ۱۶=-\frac{۲}{۳}v \Rightarrow v=-۲۴m/s$$

اکنون جابه‌جایی را به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب (رابطهٔ طلایی) به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v+v_{\circ}}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta x=\frac{-۸+(-۲۴)}{۲}\times ۸ \Rightarrow \Delta x=-۱۲۸m$$

بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی ۱۲۸ متر است. در حل این تست شتاب را $+۲m/s$ در نظر گرفتیم و چون اندازهٔ سرعت در حال کاهش بوده، v منفی به دست آمد. شما می‌توانید شتاب را $-۲m/s^{۲}$ قرار دهید که در جواب نهایی یعنی اندازهٔ جابه‌جایی تغییری حاصل نخواهد شد.

۳۲۰- گزینهٔ ۱ معادلهٔ سرعت – زمان، تابع درجهٔ اول از زمان است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است:

$$\left.\begin{aligned} v&=at+v_{\circ} \\ v&=۲t-۴ \end{aligned}\right\} \Rightarrow a=۲m/s^{۲}\quad ,\quad v_{\circ}=-۴m/s$$

برای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط $v_{av}=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}$ است.

$$\begin{aligned} t_{۱}&=۱s \Rightarrow v_{۱}=-۲m/s \\ t_{۲}&=۲s \Rightarrow v_{۲}=\circ \end{aligned} \Rightarrow v_{av}=\frac{-۲+\circ}{۲} \Rightarrow v_{av}=-۱m/s$$

سرعت در لحظهٔ $t_{۱}=۱s$ و $t_{۲}=۲s$ را به دست آورده به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} t_{۱}&=۱s \Rightarrow v_{۱}=۲-۴=-۲m/s \\ t_{۲}&=۲s \Rightarrow v_{۲}=۲\times۲-۴=\circ \end{aligned} \Rightarrow \Delta x=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}\Delta t=\frac{\circ+(-۲)}{۲}\times ۱=-۱m$$

۳۲۱- گزینهٔ ۱ سرعت متحرک در $x_{۱}=۱\circ m$ برابر $v_{۱}=۴m/s$ و در مکان $x_{۲}=۱۹m$ سرعت آن $v_{۲}=\frac{۱۸}{۳/۶}=۵m/s$ است. بنابراین:

$$v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲}=۲a\Delta x \Rightarrow ۲۵-۱۶=۲a\times(۱۹-۱\circ) \Rightarrow a=\circ/۵m/s^{۲}$$

۳۲۲- گزینهٔ ۲ به کمک معادلهٔ سرعت – مکان (مستقل از زمان) شتاب را به دست می‌آوریم.

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲a\Delta x \Rightarrow ۸۱-\circ=۲a\times ۹ \Rightarrow a=۴/۵m/s^{۲}$$

سرعت متوسط در $۴s$ آغازین حرکت خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_{\circ} \Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{۲}\times ۴/۵\times ۴+\circ \Rightarrow v_{av}=۹m/s$$

۳۲۳- گزینهٔ ۴ آهنگ تغییر سرعت برابر شتاب است بنابراین $a=+۱m/s^{۲}$ می‌باشد.

$$v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲}=۲a\Delta x \Rightarrow v_{۲}^{۲}-\left(\frac{۱۸}{۳/۶}\right)^{۲}=۲\times۱\times\Delta x \Rightarrow v_{۲}^{۲}-۲۵=۶\circ\circ \Rightarrow v_{۲}^{۲}=۶۲۵ \Rightarrow v_{۲}=۲۵m/s$$

سرعت نهایی برابر است با:

$$v_{۲}=۲۵\times ۳/۶=۹\circ km/h$$

۳۲۴- گزینهٔ ۳ به کمک معادلهٔ مستقل از زمان (معادلهٔ سرعت–مکان) به راحتی این پرسش قابل حل است.

$$v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲}=۲a(x_{۲}-x_{۱}) \Rightarrow ۴۹-۲۵=۲\times۲\times(x_{۲}-۳) \Rightarrow x_{۲}=۹m$$

۳۲۵- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به معادلهٔ سرعت – مکان (مستقل از زمان) برای حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-v_0^2=2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}}=\frac{v_0^2}{2a}$$

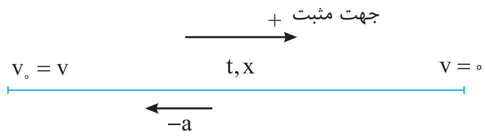
شتاب در دو حالت یکسان است از این رو:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=\frac{v_{02}^2}{v_{01}^2}=\frac{80^2}{40^2}\Rightarrow \frac{\Delta x_2}{50}=4\Rightarrow \Delta x_2=200\text{m}$$

۳۲۶- گزینهٔ ۱ (A) شتاب حرکت $1/6\text{m/s}^2$ است. به کمک معادلهٔ سرعت – زمان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-400=2(-1/6)\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{2000}{16}=125\text{m}$$

۳۲۷- گزینهٔ ۳ (A) وقتی متحرک، ترمز می‌کند و می‌ایستد، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف برابر خواهد شد با:



$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=-at+v \Rightarrow t=\frac{v}{a}$$

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-v^2=2(-a)x \Rightarrow x=\frac{v^2}{2a}$$

حال اگر سرعت اولیه $2v$ و شتاب $2a$ شود، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف برابر خواهد شد با:

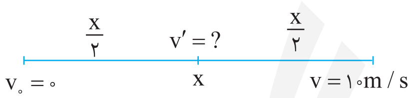
$$t'=\frac{2v}{(2a)}\Rightarrow t'=\frac{v}{a}\Rightarrow t'=t \;,\; \Delta x'=\frac{(2v)^2}{2(2a)}\Rightarrow \Delta x'=\frac{4v^2}{4a}\Rightarrow \Delta x'=\frac{v^2}{a}\Rightarrow \Delta x'=2x$$

۳۲۸- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به شکل روبه‌رو و معادلهٔ مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x$$

$$\left.\begin{matrix}(5v)^2-v^2=2ax\\(v')^2-(5v)^2=2ax\end{matrix}\right\}\Rightarrow 24v^2=v'^2-25v^2\Rightarrow v'^2=49v^2\Rightarrow v'=7v$$

۳۲۹- گزینهٔ ۲ (A) معادلهٔ مستقل از زمان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.



$$\begin{matrix}v'^2-v_0^2=2a(\frac{x}{2})\\v^2-v_0^2=2ax\end{matrix}\xrightarrow[v=10]{v_0=0}\frac{v'^2}{100}=\frac{1}{2}\Rightarrow v'=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 10\Rightarrow v'=5\sqrt{2}$$

۳۳۰- گزینهٔ ۳ (A) به کمک معادلهٔ سرعت – مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-400=2a\times 40\Rightarrow a=-5\text{m/s}^2$$

اکنون سرعت را در جابه‌جایی $\Delta x=30\text{m}$ به دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow v^2-400=2\times(-5)\times 30\Rightarrow v^2=100\Rightarrow v=10\text{m/s}$$

۳۳۱- گزینهٔ ۱ (A) جهت حرکت را مثبت می‌گیریم، در این‌صورت شتاب -4m/s^2 است به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب مسأله را حل می‌کنیم:

$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x \Rightarrow 0^2-10^2=2\times 4\times\Delta x \Rightarrow \Delta x=12/5\text{m}$$

گوزن در فاصلهٔ ۱۵ متری اتومبیل بوده و اتومبیل پس از $12/5\text{m}$ می‌ایستد. بنابراین فاصلهٔ گوزن تا اتومبیل در هنگام توقف $15-12/5=2/5\text{m}$ می‌باشد.

۳۳۲- گزینهٔ ۱ (B) در مدت زمان واکنش، یعنی مدت زمانی که طول می‌کشد تا راننده مانع را ببیند و ترمز کند، می‌توان حرکت را یکنواخت فرض کرد:

$$\Delta x_1=vt\Rightarrow \Delta x_1=\frac{90}{3/6}\times 0/4\Rightarrow \Delta x_1=10\text{m}$$

از لحظهٔ ترمز تا توقف کامل، جابه‌جایی اتومبیل برابر خواهد شد با:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-25^2=2(-5)\Delta x_2\Rightarrow \Delta x_2=62/5\text{m}$$

بنابراین اتومبیل از لحظهٔ مشاهدهٔ مانع تا توقف، جابه‌جایی $\Delta x_1+\Delta x_2$ را می‌پیماید:

$$62/5+10=72/5\text{m}$$

در نتیجه اتومبیل در فاصلهٔ $80-72/5=7/5\text{m}$ از مانع می‌ایستد.

۳۳۳- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا سرعت خودرو را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v=108\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\frac{1\text{h}}{3600\text{s}}\times\frac{1000\text{m}}{1\text{km}}=\frac{108}{3/6}=30\text{m/s}$$

در مدت t خودرو به اندازهٔ $\Delta x_1=30t$ جابه‌جا می‌شود، در این صورت در قسمت کندشونده (ترمز) خودرو باید جابه‌جایی $100-30t$ طی کند. معادلهٔ سرعت – مکان (مستقل از زمان) را می‌نویسیم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x_2\Rightarrow 0-30^2=2\times(-3)\times\Delta x_2\Rightarrow \Delta x_2=150\text{m}$$

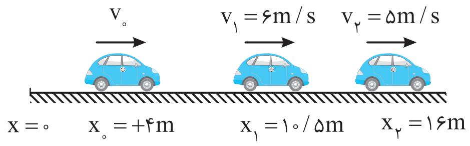
بنابراین:

$$\Delta x_1\le 200-150\Rightarrow 30t\le 50\Rightarrow t\le\frac{5}{3}\text{s}$$

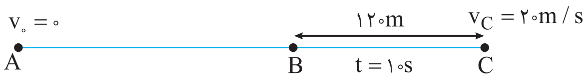
۳۳۴- گزینهٔ ۳ (A) به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم: $v_۲^۲-v_۱^۲=۲a(x_۲-x_۱)\Rightarrow ۲۵-۳۶=۲a(۱۶-۱۰/۵)\Rightarrow a=-۱\,m/s^۲$

اکنون سرعت اولیه را به دست می‌آوریم: $v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)\Rightarrow ۲۵-v_۰^۲=۲(-۱)(۱۶-۴)\Rightarrow v_۰^۲=۲۵+۲۴\Rightarrow v_۰=+۷\,m/s$

مسیر حرکت در واقع شکل روبه‌رو است:



۳۳۵- گزینهٔ ۲ (B) حرکت دارای شتاب ثابت است.



سرعت در نقطهٔ B را به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب به دست می‌آوریم: $\Delta x=\frac{v_C+v_B}{۲}\Delta t\Rightarrow ۱۲۰=\frac{۲۰+v_B}{۲}\times ۱۰\Rightarrow v_B=۴m/s$

شتاب را حساب می‌کنیم: $a=\frac{v_C-v_B}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۲۰-۴}{۱۰}\Rightarrow a=۱/۶m/s^۲$

اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، فاصلهٔ A تا B را به دست می‌آوریم: $v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۶-۰=۲\times ۱/۶\times\Delta x\Rightarrow\Delta x=۵m$

۳۳۶- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا به کمک معادلهٔ سرعت-مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)\Rightarrow ۳۶-۶۴=۲a(۱۸/۵-۱۵)\Rightarrow a=-۴m/s^۲$

بنابراین معادلهٔ مکان-زمان آن خواهد شد: $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}(-۴)t^۲+۸t+۱۵\Rightarrow x=-۲t^۲+۸t+۱۵$

۳۳۷- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا شتاب را به کمک معادلهٔ سرعت - مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۷^۲-۹^۲=۲a(۳۱-۵)\Rightarrow(۱۷+۹)(۱۷-۹)=۲\times a\times ۲۶\Rightarrow a=۴m/s^۲$

سرعت اولیه را به کمک معادلهٔ سرعت-زمان حساب می‌کنیم: $v=at+v_۰\Rightarrow ۹=۴\times۱+v_۰\Rightarrow v_۰=۵m/s$

اکنون مکان اولیهٔ متحرک را حساب می‌کنیم: $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow ۵=\frac{۱}{۲}\times۴\times۱+۵\times۱+x_۰\Rightarrow x_۰=-۲m$

معادله حرکت برابر است با: $x=\frac{۱}{۲}\times۴t^۲+۵t-۲\Rightarrow x=۲t^۲+۵t-۲$

۳۳۸- گزینهٔ ۲ (B) در این پرسش خاص می‌توان معادلهٔ سرعت - مکان داده شده را با معادلهٔ مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرد.

$$\left.\begin{array}{l} v=۵\sqrt{x}\Rightarrow v^۲=۲۵x \\ v^۲-v_۰^۲=۲ax \\ v_۰=۰ \end{array}\right\}\Rightarrow ۲a=۲۵\Rightarrow a=۱۲/۵m/s^۲$$

۳۳۹- گزینهٔ ۱ (A) معادلهٔ داده شده را با معادلهٔ سرعت - مکان (مستقل از زمان) مقایسه کرده و شتاب و سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v=\sqrt{۷x+۴۹}\Rightarrow v^۲-۴۹=+۷x\xrightarrow{v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x}v_۰^۲=۴۹\Rightarrow v_۰=\pm۷m/s\ ,\ ۲a=۷\Rightarrow a=+۳/۵m/s^۲$$

حرکت کندشونده است از این‌رو سرعت اولیه باید منفی باشد و جابه‌جایی در مدت ۴s آغازین خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta x=\frac{۱}{۲}(۳/۵)۱۶+(-۷)\times۴\Rightarrow\Delta x=۲۸-۲۸=۰$$

۳۴۰- گزینهٔ ۴ (B) بـرای آن‌که معادلهٔ $v=\frac{-\sqrt{-۲x}}{۴}$ صحیح باشـد باید زیر رادیکال مثبت باشـد. از این رو مقدارهای x باید منفـی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی باشد. از طرفی $v^۲=\frac{-x}{۸}$ بوده و در $x=۰$ ، $v=۰$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان در جهت منفی محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار x، سرعت نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است. البته می‌توان با مقایسهٔ این تابع با معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب را به دست آورد.

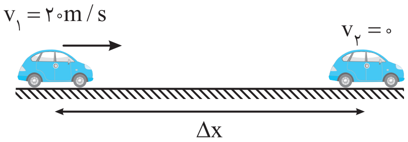
$$\left\{\begin{array}{l} v^۲=۲ax \\ v^۲=-\frac{x}{۸} \end{array}\right.\Rightarrow ۲a=-\frac{۱}{۸}\Rightarrow a=-\frac{۱}{۱۶}m/s^۲$$

۳۴۱- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به معادلهٔ سرعت - مکان (مستقل از زمان) $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x$ ، جابه‌جایی در هر سه حالت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{۶۴-۱۶}{۲a}=\frac{۲۴}{a}$$

۳۴۲- گزینهٔ ۲ (A) متحرک دارای شتاب ثابت است و در گزینهٔ (۱) و (۳) تغییر جهت نداده است اما در گزینهٔ (۲) سرعت ابتدا از $-4m/s$ به صفر رسیده و سپس از صفر به $8m/s$ می‌رسد، بنابراین مسافت طی‌شده در گزینهٔ (۱) و (۳) برابر و در گزینهٔ (۲) بیشتر از گزینه‌های (۱) و (۳) است.

۳۴۳- گزینهٔ ۳ (A) سرعت اولیه برابر $v_1=72km/h=\frac{72}{3.6}=20m/s$ است. به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب مسئله به‌راحتی قابل حل است.



$$\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t\Rightarrow\Delta x=\frac{20+0}{2}\times5\Rightarrow\Delta x=50m$$

۳۴۴- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به معادلهٔ مکان – زمان $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ و داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1+x_0\Rightarrow3=\frac{1}{2}a+v_0+x_0$$

$$x_2=\frac{1}{2}at_2^2+v_0t_2+x_0\Rightarrow11=\frac{9}{2}a+3v_0+x_0\quad\xrightarrow{\text{تفاضل دو معادله}}8=4a+2v_0$$

$$x_3=\frac{1}{2}at_3^2+v_0t_3+x_0\Rightarrow35=\frac{25}{2}a+5v_0+x_0\quad\xrightarrow{\text{تفاضل دو معادله}}24=8a+2v_0$$

حال با توجه به دو معادله $\begin{cases}8=4a+2v_0\\24=8a+2v_0\end{cases}$ مقدار a و v_0 را به دست می‌آوریم:

$$-16=-4a\Rightarrow a=4m/s^2\ ,\ v_0=-4m/s$$

معادلهٔ سرعت – زمان خواهد شد:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=4t-4$$

لحظهٔ تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. معادلهٔ سرعت – زمان $v=4t-4$ تابع درجهٔ یک است و در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد.

$$v=0\Rightarrow4t-4=0\Rightarrow t=1s$$

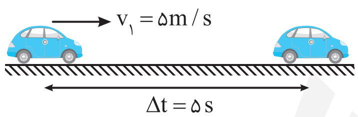
۳۴۵- گزینهٔ ۲ (B) با استفاده از فرمول مستقل از شتاب سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم، دقت کنید چون در مسیر تغییر جهت نداشتیم پس جابه‌جایی و مسافت با هم برابر می‌باشند.

$$\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t\Rightarrow210=\frac{v_1+35}{2}\times7\Rightarrow v_1=25m/s$$

شتاب حرکت خواهد شد:

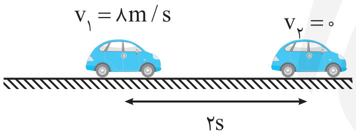
$$a=\frac{v_2-v_1}{t}\Rightarrow a=\frac{35-25}{7}\Rightarrow a=\frac{10}{7}m/s^2$$

به کمک معادلهٔ جابه‌جایی – زمان، جابه‌جایی در $5s$ اول حرکت را حساب می‌کنیم.



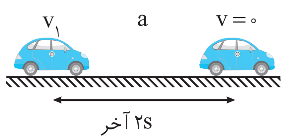
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}\times\frac{10}{7}(\frac{7}{2})^2+25\times\frac{7}{2}\Rightarrow\Delta x=96.25m$$

۳۴۶- گزینهٔ ۲ (A) متحرک ترمز کرده پس در انتهای مسیر متوقف خواهد شد بنابراین:



$$\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t\Rightarrow\Delta x=\frac{8+0}{2}\times2\Rightarrow\Delta x=8m$$

۳۴۷- گزینهٔ ۳ (B) **راه‌حل اول:** مطابق شکل در مدت $2s$ آخر حرکت سرعت از v_1 به صفر می‌رسد.

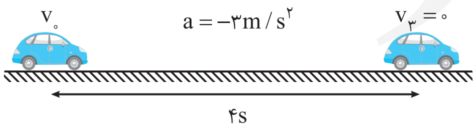


$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow6=\frac{0+v_1}{2}\times2\Rightarrow v_1=6m/s$$

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-6}{2}=-3m/s^2$$

سرعت لحظهٔ ترمز را به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow0=-3\times4+v_0\Rightarrow v_0=12m/s$$

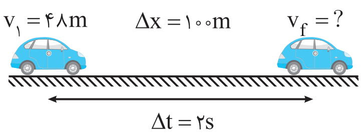


مسافت‌طی‌شده‌ازلحظهٔ‌ترمزتاتوقف‌برابراست‌با: $\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow\Delta x=\frac{0+12}{2}\times4\Rightarrow\Delta x=24m$

راه‌حل دوم: می‌توان فرض کرد که متحرک از حال سکون با همان شتاب به راه افتاده است:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow6=\frac{1}{2}a(2)^2\Rightarrow a=3m/s^2\quad,\quad\Delta x=\frac{1}{2}at_{\text{کل}}^2=\frac{1}{2}\times3\times4^2\Rightarrow\Delta x=24m$$

۳۴۸- گزینهٔ ۲ (B) $100m$ آخر با سرعت اولیه v_1 و در مدت $2s$ با شتاب $2m/s^2$ طی می‌شود.



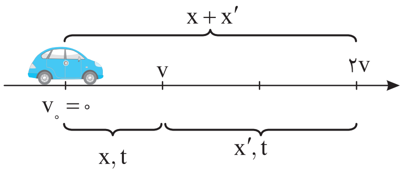
بنابراین: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_1t\Rightarrow100=\frac{1}{2}\times2\times2^2+2v_1\Rightarrow100=(2)^2+2v_1\Rightarrow v_1=48m$

$$\Delta x=\frac{v_1+v_f}{2}\Delta t\Rightarrow100=\frac{48+v_f}{2}\times2\Rightarrow v_f=52m/s$$

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $v_i=0$ و سرعت نهایی $v_f=52m/s$ می‌باشد:

$$v_{av}=\frac{v_i+v_f}{2}=\frac{0+52}{2}=26m/s$$

۳۴۹- گزینهٔ ۲ (A) حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین در بازهٔ زمانی یکسان، تغییر سرعت یکسان است یعنی در مدت t سرعت از صفر به v رسیده است. بنابراین مدتی که سرعت از v به ۲v می‌رسد $t'=t$ است.



با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان و شکل روبه‌رو:

$$\begin{cases} v^{۲}-۰=۲ax & (۱)\\ (۲v)^{۲}-۰=۲a(x+x') & (۲)\end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{۱}{۴}=\frac{x}{x+x'} \Rightarrow x'=۳x$$

۳۵۰- گزینهٔ ۳ (B) سرعت اتومبیل پس از ترمز در طی x متر، از v به $\frac{v}{۲}$ رسیده، بنابراین طبق معادلهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x\Rightarrow (\frac{v}{۲})^۲-v^۲=۲ax\Rightarrow \frac{-۳}{۴}v^۲=۲ax \quad (۱)$$

در کل مسیر ترمز گرفتن سرعت متحرک از v به صفر خواهد رسید:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰^۲-v^۲=۲ax'\Rightarrow -v^۲=۲ax' \quad (۲)$$

با تقسیم رابطه (۱) و (۲) دو برهم داریم:

$$\frac{(۱)}{(۲)}\Rightarrow \frac{\frac{-۳}{۴}v^۲}{-v^۲}=\frac{x}{x'}\Rightarrow x'=\frac{۴}{۳}x$$

۳۵۱- گزینهٔ ۳ (B) با شتاب ثابت پس از طی مسافت l سرعت متحرک از ۵m/s به ۱۵m/s می‌رسد، بنابراین:

$$v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۲۲۵-۲۵=۲al\Rightarrow al=۱۰۰$$

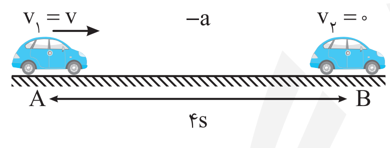
حال از A تا C متحرک با همان شتاب و با سرعت $v_A=۵m/s$ پس از مسافت $\frac{l}{۴}$ به نقطهٔ C رسیده بنابراین:

$$v_C^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v_C^۲-۲۵=۲a\frac{l}{۴}\Rightarrow v_C^۲-۲۵=\frac{al}{۲}\xrightarrow{al=۱۰۰} v_C^۲=۷۵\Rightarrow v_C=۵\sqrt{۳}m/s$$

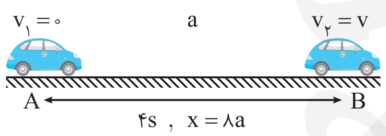
متحرک از D تا B مسافت $\frac{l}{۴}$ را با همان شتاب طی کرده و در نقطهٔ B سرعتش به ۱۵m/s می‌رسد:

$$v_B^۲-v_D^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۲۲۵-v_D^۲=۲a\frac{l}{۴}\xrightarrow{al=۱۰۰} ۲۲۵-v_D^۲=۵۰\Rightarrow v_D^۲=۱۷۵\Rightarrow v_D=۵\sqrt{۷}m/s$$

۳۵۲- گزینهٔ ۴ (B) متحرک با سرعت v و شتاب $-a$ ترمز گرفته تا پس از ۴s متوقف شود (شکل الف). حال اگر حرکت را برعکس در نظر بگیریم (شکل ب) متحرک پس از ۴s با شتاب a از سرعت صفر $(v_۱=۰)$ به سرعت $(v_۲=v)$ خواهد رسید، بنابراین: $x_{کل}=\frac{۱}{۲}a(۴)^۲+۰(۴)\Rightarrow x_{کل}=۸a$

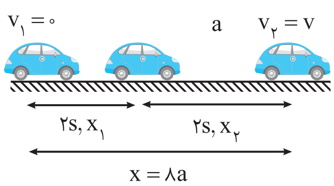


(شکل الف)



(شکل ب)

در دو ثانیهٔ آخر حرکت یعنی دو ثانیه اول حرکت برعکس یعنی از $v_۲=۰$ تا ۲s بعد از آن



$$x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+۰(t)\Rightarrow x_۱=۲a$$

بنابراین: $x_۲=x_{کل}-x_۱=۶a$ می‌باشد.

$$\frac{x_۱}{x_۲}=\frac{۲a}{۶a}=\frac{۱}{۳}$$

یادآوری می‌کنیم نمونهٔ این مسأله را در قسمت‌های قبل با روش‌های دیگر نیز حل کرده‌ایم.

۳۵۳- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ سرعت – زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v=at+v_۰\Rightarrow\begin{cases}۱۰=at+v_۰\\ ۲۲=(a+۱/۵)t+v_۰\end{cases}\xrightarrow{v_۰=۰}\begin{cases}۱۰=at\\ ۲۲=at+۱/۵t\end{cases}\Rightarrow ۲۲=۱۰+۱/۵t\Rightarrow t=\frac{۱۲}{۱/۵}=۸s$$

۳۵۴- گزینهٔ ۲ (A) سرعت متوسط در ۲s اول و ۰/۵s اول خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_۰\xrightarrow{t=۲s} v_{av}=a+v_۰$$

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}a(\frac{۱}{۲})+v_۰=\frac{۱}{۴}a+v_۰$$

با توجه به صورت سؤال اختلاف سرعت متوسط‌ها برابر ۳m/s می‌باشد:

$$V_{av_۱}-v_{av_۲}=۳\Rightarrow a+v_۰-(\frac{۱}{۴}a+v_۰)=۳\Rightarrow \frac{۳}{۴}a=۳\Rightarrow a=۴m/s^۲$$

شتاب ثابت است و شتاب متوسط در هر بازه‌ای برابر شتاب در هر لحظه است و جواب $۴m/s^۲$ است.

۳۵۵- گزینهٔ ۳ معادلهٔ مکان - زمان و سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم.

$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰} \Rightarrow x=-t^{۲}+۸t+x_{۰}$, $v=at+v_{۰} \Rightarrow v=-۲t+۸$

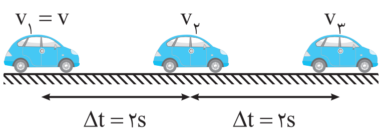
متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شود. $v=-۲t+۸ \xrightarrow{v=۰} ۰=-۲t+۸ \Rightarrow ۲t=۸ \Rightarrow t=۴s$

مکان را در ابتدای بازه $(t=۰)$، لحظهٔ تغییر جهت $(t=۴s)$ و انتهای بازه $(t=۶s)$ به دست می‌آوریم.

$t=۰ \Rightarrow x=x_{۰}$, $t=۴s \Rightarrow x=-۱۶+۳۲+x_{۰}=۱۶+x_{۰}$, $t=۶s \Rightarrow x=-۳۶+۴۸+x_{۰}=۱۲+x_{۰}$

در بازهٔ صفر تا $۴s$ متحرک در جهت مثبت از مکان $x_{۰}$ به مکان $۱۶+x_{۰}$ رفته یعنی مسافت ۱۶ متر را طی کرده و در بازه $۴s$ تا $۶s$ به مکان $۱۲+x_{۰}$ برگشته یعنی مسافت ۴ متر را طی کرده است بنابراین مسافت طی شده در مدت $۶s$ برابر است با: مسافت طی شده $l_{t=۰\,تا\,۶s}=۱۶+۴=۲۰m \Rightarrow s_{av}=\frac{۲۰}{۶}=\frac{۱۰}{۳}m/s$

۳۵۶- گزینهٔ ۳ ابتدا سرعت در $t=۲s$ و $t=۴s$ را به دست می‌آوریم:



$v_{۲}=at+v_{۱} \Rightarrow v_{۲}=۲\times۲+v_{۱}=۴+v$

$v_{۳}=at+v_{۱} \Rightarrow v_{۳}=۲\times۴+v_{۱}=۸+v$

در حرکت با شتاب ثابت $v_{av}=\frac{v_{۱}+v_{۲}}{۲}$ می‌باشد، بنابراین:

دو ثانیه اول: $t=۰$ تا $۲s$ در بازهٔ $v_{av}=\frac{v_{۱}+v_{۲}}{۲} \Rightarrow v_{av}=\frac{۴+۲v}{۲} \Rightarrow v_{av}=۲+v$

دو ثانیه دوم: $t=۲s$ تا $۴s$ در بازهٔ $v'_{av}=\frac{v_{۲}+v_{۳}}{۲} \Rightarrow v'_{av}\frac{۱۲+۲v}{۲} \Rightarrow v'_{av}=۶+v$

با توجه به صورت سؤال داریم: $v'_{av}=\frac{v_{av}}{۲} \Rightarrow v_{av}=۲v'_{av} \Rightarrow ۲+v=۱۲+۲v \Rightarrow v=-۱۰m/s$

۳۵۷- گزینهٔ ۲ بعد از این همه تست یاد گرفته‌ایم که در معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت ضریب $t^{۲}$ نصف شتاب $(\frac{۱}{۲}a)$ و ضریب t، سرعت اولیه است از این‌رو:

$x=۲t^{۲}-۱۶t+۵ \Rightarrow a=۴m/s^{۲}$, $v_{۰}=-۱۶m/s$

بنابراین معادلهٔ سرعت - زمان خواهد شد: $v=at+v_{۰} \Rightarrow v=۴t-۱۶ \xrightarrow{v=۰} ۰=۴t-۱۶ \Rightarrow t=۴s$

حال مکان متحرک را در لحظه تغییر جهت به دست می‌آوریم: $x'=۲(۴)^{۲}-۱۶(۴)+۵=-۲۷m$

بنابراین فاصلهٔ متحرک از $x=-۲m$ برابر است با: $|x'-x|=|-۲۷-(-۲)|=۲۵m$

۳۵۸- گزینهٔ ۲ حرکت با شتاب ثابت می‌باشد و سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا t ثانیه برابر است با: $v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_{۰} \xrightarrow{t=۲s} v_{av}=a+v_{۰}$

اما این رابطه برای سرعت متوسط در ثانیهٔ سوم جوابی ندارد، زیرا ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ بین ۲s تا ۳s از این رو سرعت را در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۳s$ به دست می‌آوریم

سپس از رابطهٔ $v_{av}=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}$، سرعت متوسط در ثانیهٔ سوم را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} t=۲ \Rightarrow v_{۱}=۲a+v_{۰} \\ t=۳ \Rightarrow v_{۲}=۳a+v_{۰} \end{cases} \Rightarrow v'_{av}=\frac{v_{۱}+v_{۲}}{۲} \Rightarrow v'_{av}=\frac{۵a+۲v_{۰}}{۲}=\frac{۵}{۲}a+v_{۰}$$

با توجه به صورت سؤال داریم: $v_{av}-v'_{av}=۶ \Rightarrow a+v_{۰}-\frac{۵}{۲}a-v_{۰}=۶ \Rightarrow a=-۴m/s^{۲}$

بنابراین شتاب یا آهنگ تغییر سرعت متحرک برابر $-۴m/s^{۲}$ می‌باشد.

۳۵۹- گزینهٔ ۱ متحرک در حال حرکت با شتاب ثابت است بنابراین معادلهٔ سرعت - مکان $v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲ax$ می‌باشد. حال معادلهٔ داده شده را مرتب می‌کنیم

$\frac{v^{۲}}{۳۶}-\frac{۲x}{۹}=۱ \Rightarrow \frac{v^{۲}}{۳۶}-\frac{۸x}{۳۶}=۱ \xrightarrow{\times۳۶} v^{۲}-۸x=۳۶ \Rightarrow v^{۲}-۳۶=۸x$

در مکان اولیه $x_{۰}=-\frac{۲۷}{۸}m$، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم: $v_{۰}^{۲}-۳۶=۸(-\frac{۲۷}{۸}) \Rightarrow v_{۰}^{۲}=۹ \Rightarrow v_{۰}=۳m/s$

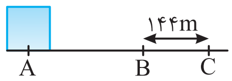
شتاب را حساب می‌کنیم: $v^{۲}-۳۶=۸x \xrightarrow{v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲ax} ۲a=۸ \Rightarrow a=۴m/s^{۲}$

معادلهٔ مکان - زمان متحرک به صورت $x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}$ می‌باشد، بنابراین: $x=\frac{۱}{۲}\times۴\times t^{۲}+۳t-\frac{۲۷}{۸} \Rightarrow x=۲t^{۲}+۳t-\frac{۲۷}{۸}$

هنگامی که متحرک از $x=۰$ عبور می‌کند بردار مکان متحرک تغییر جهت خواهد داد: $۲t^{۲}+۳t-\frac{۲۷}{۸}=۰ \Rightarrow t=\frac{۳}{۴}s, t=-\frac{۹}{۴}s$ غ‌ق‌ق

بنابراین در لحظهٔ $t=\frac{۳}{۴}s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۳۶۰- گزینهٔ ۱ (B) به کمک معادلهٔ جابه‌جایی زمان شتاب را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\Rightarrow ۱۴۴=\frac{۱}{۲}a\times(۴)^۲+۱۶\times۴\Rightarrow ۸۰=۸a\Rightarrow a=۱۰m/s^۲$$

اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان فاصلهٔ AB را حساب می کنیم:

$$v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۶^۲-\circ=۲\times۱۰(AB)\Rightarrow AB=۱۲/۸m$$

۳۶۱- گزینهٔ ۳ (B) حرکت دارای شتاب ثابت است و معادلهٔ داده شده در واقع رابطه‌ای بین سرعت و مکان، یعنی رابطهٔ مستقل از زمان است:

$$|v_x|=\sqrt{۴\Delta x+۳۶}\Rightarrow v_x^۲-۳۶=۴\Delta x\xrightarrow{v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x}v_\circ^۲=۳۶\Rightarrow v_\circ=۶m/s\ ,\ ۲a=۴\Rightarrow a=۲m/s^۲$$

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۲)^۲+۶\times۲\Rightarrow \Delta x=۱۶m$$

۳۶۲- گزینهٔ ۲ (A) به کمک معادلهٔ مکان- زمان جابه‌جایی در قسمت اول را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\quad ,\quad \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times(+۳)(۴)^۲+(-۲)\times(۴)=۲۴-۸=۱۶m$$

سرعت در انتهای قسمت اول را حساب می‌کنیم.

$$v_۱=a_۱t_۱+v_\circ\Rightarrow v_۱=۳\times۴+(-۲)=۱۰m/s$$

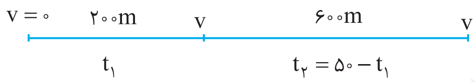
متحرک در قسمت دوم حرکت به مدت ۳s با شتاب $-۴m/s^۲$ و سرعت اولیهٔ ۱۰m/s حرکت کرده است از این‌رو:

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}\times(-۴)(۳)^۲+۱۰\times۳=-۱۸+۳۰=۱۲m$$

بنابراین جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$\Delta x_t=۱۶+۱۲=۲۸m$$

۳۶۳- گزینهٔ ۴ (A) بـا توجـه به صورت پرسـش، می‌توان برای سـادگی در فهم آن، شـکل روبه‌رو را رسم کرد.



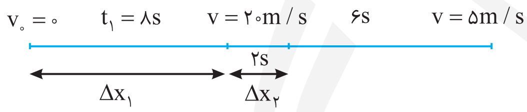
$$\Delta x_۱=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow ۲۰۰=\frac{v+\circ}{۲}t_۱\Rightarrow vt_۱=۴۰۰\qquad(۱)$$

$$\Delta x_۲=v\Delta t_۲\Rightarrow ۶۰۰=v(۵۰-t_۱)\Rightarrow ۶۰۰=۵۰v-vt_۱\qquad(۲)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۶۰۰=۵۰v-(۴۰۰)\Rightarrow v=۲۰m/s$$

۳۶۴- گزینهٔ ۴ (A) در قسمت اول مسیر جابه‌جایی برابر است با:



$$\Delta x_۱=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۲۰+\circ}{۲}\times۸\Rightarrow \Delta x_۱=۸۰m$$

در قسمت دوم مسیر که حرکت کندشونده است، ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}\Rightarrow a=\frac{۵-۲۰}{۶}\Rightarrow a=-\frac{۵}{۲}m/s^۲$$

جابه‌جایی در مدت ۲s را از لحظهٔ t=۸s تا t=۱۰s حساب می‌کنیم:

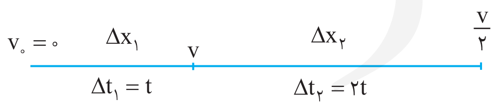
$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{۱}{۲}\times(-\frac{۵}{۲})\times۴+(۲۰\times۲)\Rightarrow \Delta x_۲=۳۵m$$

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{۸۰+۳۵}{۱۰}=۱۱/۵m/s$$

۳۶۵- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به شـکل روبه‌رو و معادلهٔ مسـتقل از شـتاب می‌توان پرسش را حل کرد.

$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t$$



$$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲\Rightarrow \Delta x=\frac{v+\circ}{۲}t+\frac{\frac{v}{۲}+v}{۲}\times۲t\Rightarrow \Delta x=\frac{v}{۲}t+\frac{۳}{۲}vt\Rightarrow \Delta x=۲vt$$

۳۶۶- گزینهٔ ۲ (B) در قسمت اول حرکت متحرک با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ به سرعت ۱۰m/s می‌رسد پس

$$v_۱=at+v_\circ\xrightarrow{v_\circ=\circ}۱۰=۲t_۱\Rightarrow t_۱=۵s\ ,\ \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at_۱^۲+v_\circ t_۱\xrightarrow{t_۱=۵s}\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۵)^۲\Rightarrow \Delta x_۱=۲۵m$$

در قسمت دوم متحرک ۳s با سرعت ثابت ۱۰m/s حرکت می‌کند:

$$\Delta x_۲=vt_۲\Rightarrow \Delta x_۲=۱۰(۳)\Rightarrow \Delta x_۲=۳۰m$$

در قسمت سوم متحرک با شتاب $a=-۲m/s^۲$ سرعتش از ۱۰m/s کاهش می‌یابد تا به صفر برسد

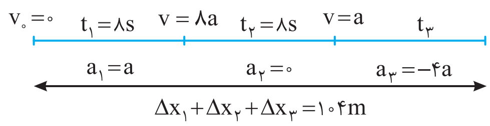
$$v=at_۳+v_\circ\Rightarrow \circ=-۲t+۱۰\Rightarrow t_۳=۵s$$

$$\Delta x_۳=\frac{۱}{۲}at_۳^۲+v_\circ t_۳\Rightarrow \Delta x_۳=\frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲+۱۰(۵)\Rightarrow \Delta x_۳=۲۵m$$

اکنون می‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳}=\frac{۲۵+۳۰+۲۵}{۵+۳+۵}=\frac{۸۰}{۱۳}m/s$$

۳۶۷- گزینهٔ ۱ با توجه به نمودار رسم شده در قسمت اول حرکت:



$v=at_1 \Rightarrow v=8a$

در قسمت سوم (آخر) حرکت: $v=a_3t_3+v_0 \Rightarrow 0=-4at_3+8a \Rightarrow t_3=2s$

اکنون مسأله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}a\times 64=32a \quad , \quad \Delta x_2=vt_2 \Rightarrow \Delta x_2=(8a)\times 8=64a \quad , \quad \Delta x_3=\frac{1}{2}(-4a)(2)^2+(8a)\times 2=8a$$

جمع جابه‌جایی‌ها برابر ۱۰۴ متر است. $\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3=104 \Rightarrow 32a+64a+8a=104 \Rightarrow a=1\,m/s^2$

۳۶۸- گزینهٔ ۲ متحرک از حال سکون $v_1=0$ حرکت کرده و پس از t_1 ثانیه به سرعت $v_2=v$ می‌رسد: $v_2=at+v_1 \Rightarrow v=2t_1$ (۱)

سپس متحرک پس از t_2 ثانیه با شتاب $a=-1\,m/s^2$ از سرعت $v_2=v$ به سرعت $v_3=0$ می‌رسد: $v_3=at+v_2 \Rightarrow -v=-t_2 \Rightarrow v=t_2$ (۲)

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} v=2t_1 \\ v=t_2 \end{cases} \Rightarrow t_2=2t_1$$

زمان کل حرکت $t_1+t_2=3t_1=15s$ است بنابراین $t_1=5s$ ، $t_2=10s$ و $v=2t_1=10\,m/s$ است. جابه‌جایی در هر بازه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_1=\frac{v_1+v_2}{2}t_1 \Rightarrow \Delta x_1=\frac{0+10}{2}\times 5=25m \\ \Delta x_2=\frac{v_2+v_3}{2}t_2 \Rightarrow \Delta x_2=\frac{10+0}{2}\times 10=50m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}}=\Delta x_1+\Delta x_2=75m$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t}=\frac{75}{15}=5\,m/s$$

۳۶۹- گزینهٔ ۴ ابتدا جابه‌جایی خودرو را در مدتی که با شتاب $3\,m/s^2$ و سرعت اولیهٔ $108\,km/h$ با حرکت کندشونده می‌ایستد، به دست می‌آوریم.

$$v_0=108\,km/h=108\times\frac{1000m}{3600s}=30\,m/s \quad , \quad v^2-v_0^2=2a\Delta x_2 \Rightarrow 0-900=2(-3)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2=150m$$

در بازه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند، جابه‌جایی خودرو برابر است با: $\Delta x_1=165-150=15m$

اکنون زمان‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم: $\Delta x_1=v_1\Delta t \Rightarrow 15=30t_1 \Rightarrow t_1=0/5s$

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 150=\frac{1}{2}(-3)(t_2^2)+30t_2 \Rightarrow 50=-\frac{1}{2}t_2^2+10t_2 \Rightarrow t_2^2-20t_2+100=0 \Rightarrow (t_2-10)^2=0 \Rightarrow t_2=10s$$

البته برای محاسبهٔ t_2 می‌توانستیم حرکت اتومبیل را از حال سکون تندشونده با شتاب $+3\,m/s^2$ در نظر بگیریم: $\Delta x_2=\frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow 150=\frac{1}{2}\times 3t_2^2 \Rightarrow t_2=10s$

در این صورت $\frac{t_2}{t_1}=\frac{10}{0/5}=20$.

۳۷۰- گزینهٔ ۳ اگر زمان واکنش را t بگیریم، مدت زمان حرکت کندشونده $4t$ است. سرعت متحرک در مدت حرکت کندشونده (در مدت $4t$) با شتاب $-4\,m/s^2$، از $20\,m/s$ به صفر می‌رسد، بنابراین

$v=at+v_0 \Rightarrow 0=-4t'+20 \Rightarrow t'=5s$

زمان واکنش راننده برابر است با: $t=\frac{t'}{4}=\frac{5}{4}=1/25s$

در این مدت اتومبیل با سرعت $20\,m/s$ در حرکت بوده است.

$$\begin{cases} d_{\text{واکنش}}=vt=20\times 1/25=25m \\ d_{\text{کندشونده}}=\frac{v+v_0}{2}t' \Rightarrow d_{\text{کندشونده}}=\frac{20+0}{2}\times 5=50m \end{cases} \Rightarrow d=d_{\text{کندشونده}}+d_{\text{واکنش}}=50+25=75m$$

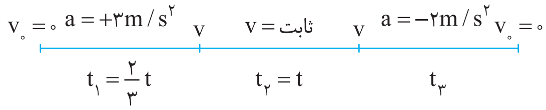
۳۷۱- گزینهٔ ۲ با توجه به فرض‌های پرسش، شکل روبه‌رو را رسم کرده و سپس به کمک معادلهٔ مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2-0=2a_1\Delta x_1 & \text{برای قسمت اول حرکت} \\ 0-v^2=2(-a_2)\Delta x_2 & \text{برای قسمت دوم حرکت} \end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$1=\frac{2a_1(4\Delta x_2)}{2a_2(\Delta x_2)} \Rightarrow a_2=4a_1$$

۳۷۲- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل روبه‌رو، برای هر قسمت سرعت در انتهای هر قسمت و جابه‌جایی در آن قسمت را بر حسب پارامتر t حساب می‌کنیم.



قسمت اول: $v=at+v_0\Rightarrow v=3\times\frac{2}{3}t\Rightarrow v=2t\quad(1)$, $\Delta x_1=\frac{v+v_0}{2}t_1\Rightarrow\Delta x_1=\frac{2t+0}{2}\times\frac{2t}{3}\Rightarrow\Delta x_1=\frac{2t^2}{3}$

قسمت دوم: $\Delta x_2=vt_2\Rightarrow\Delta x_2=2t(t)=2t^2$, قسمت سوم: $v=at+v_0\Rightarrow 0=-2t_3+v\Rightarrow t_3=\frac{v}{2}\xrightarrow{(1)}t_3=\frac{2t}{2}=t$

$$\Delta x_3=\frac{v+v_0}{2}t_3\Rightarrow\Delta x_3=\frac{0+v}{2}t\Rightarrow\Delta x_3=\frac{0+2t}{2}t=t^2$$

با توجه به صورت سؤال فاصلهٔ دو ایستگاه از هم ۳ کیلومتر است از این رو: $\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3=3000m$

$$\frac{2t^2}{3}+2t^2+t^2=3000\Rightarrow\frac{2t^2+6t^2+3t^2}{3}=3000\Rightarrow t^2=\frac{9000}{11}\Rightarrow t\approx 28s$$

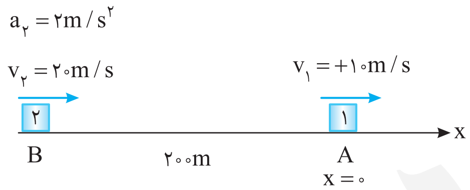
۳۷۳- گزینهٔ ۲ معادلهٔ حرکت خودرو با شتاب ثابت به صورت زیر است: $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow x_{\text{خودرو}}=t^2$

معادلهٔ حرکت کامیون به صورت زیر است: $36\frac{km}{h}\times\frac{10}{36}=10\frac{m}{s}\Rightarrow x=vt\Rightarrow x_{\text{کامیون}}=10t$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند $x_{\text{کامیون}}=x_{\text{خودرو}}$ می‌شود پس: $t^2=10t\Rightarrow t^2-10t=0\Rightarrow t(t-10)=0\Rightarrow t=10s$

جابه‌جایی کامیون و خودرو در $t=10s$ برابر است با: $\Delta x_{\text{خودرو}}=\Delta x_{\text{کامیون}}=100m$

۳۷۴- گزینهٔ ۲ معادله حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه A می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم



$$\begin{cases}x_1=vt\Rightarrow x_1=+10t\\ x_2=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_2=\frac{1}{2}\times 2t^2+20t-200\end{cases}\Rightarrow +10t=t^2+20t-200$$

$$t^2+10t-200=0\Rightarrow(t-10)(t+20)=0\Rightarrow t=10s$$

دقت کنید که باید متحرک (۱) جلوتر باشد زیرا اگر عقب‌تر از متحرک (۲) باشد هرگز دو متحرک به هم نمی‌رسند.

۳۷۵- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است از این رو: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$, $\Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow\frac{1}{2}(2)t_1^2=\frac{1}{2}(8)(t_1-4)^2\Rightarrow t_1=2(t_1-4)\Rightarrow t_1=8s$

زمان حرکت متحرک با شتاب کمتر برابر $8s$ است بنابراین سرعت آن هنگام رسیدن به مقصد برابر است با: $v=at+v_0\Rightarrow v=2\times 8=16m/s$

۳۷۶- گزینهٔ ۲ سرعت متحرک در هر لحظه را با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان به دست می‌آوریم:

$$v_1=a_1t_1+v_0\xrightarrow{\text{از حال سکون}}v_1=a_1t_1\quad,\quad v_2=a_2t_2+v_0\xrightarrow{\text{از حال سکون}}v_2=a_2t_2$$

در یک لحظه سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است، بنابراین: $\frac{v_1}{v_2}=\frac{a_1t_1}{a_2t_2}\xrightarrow[t_1=t_2]{\text{در یک لحظه}}\frac{v_1}{v_2}=\frac{a_1}{a_2}=2\Rightarrow a_1=2a_2$

تا انتهای مسیر هر دو متحرک جابه‌جایی یکسانی را انجام می‌دهند.

$$\begin{cases}v_{f_1}^2-v_0^2=2a_1x\\ v_{f_2}^2-v_0^2=2a_2x\end{cases}\xrightarrow{v_0=0}\begin{cases}v_{f_1}^2=2a_1x\Rightarrow v_{f_1}^2=4a_2x & (1)\\ v_{f_2}^2=2a_2x & (2)\end{cases}\Rightarrow\frac{(1)}{(2)}\Rightarrow\frac{v_{f_1}^2}{v_{f_2}^2}=2\Rightarrow\frac{v_{f_1}}{v_{f_2}}=\sqrt{2}\Rightarrow v_{f_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}v_{f_1}\Rightarrow v_{f_2}=10\sqrt{2}m/s$$

۳۷۷- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است. البته اگر زمان حرکت متحرک اول t_1 ثانیه باشد، زمان حرکت متحرک دوم که شتابش بیشتر است، برابر $t_2=t_1-4$ می‌باشد.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2+0\quad,\quad\Delta x_2=\frac{1}{2}(\frac{9}{4}a_1)t_2^2\Rightarrow\frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{1}{2}(\frac{9}{4}a_1)t_2^2\Rightarrow t_1=\frac{3}{2}t_2\xrightarrow{t_2=t_1-4}t_2=\frac{3}{2}t_2-4\Rightarrow t_2=8s$$

۳۷۸- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\ ,\ \Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow\frac{1}{2}a_At_A^2=\frac{1}{2}a_Bt_B^2\xrightarrow[\text{فرض مسأله}]{a_A=4a_B}4t_A^2=t_B^2\Rightarrow t_B=2t_A$$

اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}}=\frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}}=\frac{t_B}{t_A}=2$$

۳۷۹- گزینهٔ ۱ B
جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است.

$$\Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow\frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{1}{2}a_2t_2^2\xrightarrow{t_1=t_2+3}\frac{1}{2}\times2(t_2+3)^2=\frac{1}{2}\times8t_2^2\Rightarrow t_2+3=2t_2\Rightarrow t_2=3s$$

اکنون مقدار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:
$$\Delta x=\frac{1}{2}\times8\times(3)^2\Rightarrow x=36m$$

۳۸۰- گزینهٔ ۲ A
با مقایسه معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادلهٔ حرکت دو متحرک داده شده، معادله سرعت زمان را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\,,\,v=at+v_0\quad,\quad x_1=2t^2-3t+17\Rightarrow\frac{1}{2}a=2\Rightarrow a=4m/s^2\;,\;v_{0_1}=-3m/s\;,\;v_1=4t-3$$

$$x_2=t^2-\alpha t\Rightarrow\frac{1}{2}a=1\Rightarrow a=2m/s^2\;,\;v_{0_2}=-\alpha\;,\;v_2=2t-\alpha$$

با توجه به فرض مسأله:
$$v_1-v_2=8\Rightarrow4t-3-(2t-\alpha)=8\Rightarrow2t-3+\alpha=8\xrightarrow{t=3s}3+\alpha=8\Rightarrow\alpha=5$$

۳۸۱- گزینهٔ ۳ B
جهت حرکت را مثبت می‌گیریم، سرعت توپ با آهنگ $1\,m/s$ کم می‌شود بنابراین:

$$a=-1\,m/s^2\quad,\quad x_{\text{توپ}}=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow x_{\text{توپ}}=-\frac{1}{2}at^2+15t$$

موتور نیز از همان مکان با شتاب $a=2m/s^2$ شروع به حرکت $(v_0=0)$ می‌کند:
$$x_{\text{موتور}}=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow x_{\text{موتور}}=t^2$$

هنگامی که توپ و موتور به هم می‌رسند مکان آن‌ها یکسان است، بنابراین:

$$x_{\text{موتور}}=x_{\text{توپ}}\Rightarrow t^2=-\frac{1}{2}t^2+15t\Rightarrow\frac{3}{2}t^2-15t=0\Rightarrow3t^2-30t=0\Rightarrow3t(t-10)=0\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=10s\end{cases}$$

بنابراین پس از $10s$ موتورسوار و توپ به هم می‌رسند در این مدت موتورسوار $x_{\text{موتور}}=t^2=10^2=100m$ جابه‌جا شده است.

۳۸۲- گزینهٔ ۴ B
زمان حرکت متحرک A، ۵ ثانیه از زمان حرکت متحرک B در لحظه‌های گذر از کنار یکدیگر، کمتر است. $(t_B=t_A-5)$

معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. (نقطهٔ O را مبدأ در نظر می‌گیریم.)

$$x_A=\frac{1}{2}a_At^2+v_{0A}t\Rightarrow x_A=t_A^2\,,\,x_B=vt_B\Rightarrow x_B=30(t_A-5)$$

$$x_A=x_B\Rightarrow t_A^2=30t_A-150\Rightarrow t_A^2-30t_A+150=0\Rightarrow t_A=+15\pm\sqrt{225-150}\Rightarrow t_A=15\pm\sqrt{75}=15\pm5\sqrt{3}$$

با توجه به فرض پرسش $\sqrt{3}=1/7$:
$$t'_A=15-8/5\Rightarrow t'_A=6/5s\,,\,t''_A=15+8/5\Rightarrow t''_A=23/5s$$

۳۸۳- گزینهٔ ۱ A
با توجه به صورت پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow x_A=\frac{v_A}{2}t\quad,\quad x_B=v_Bt\Rightarrow x_B=10t\xrightarrow{x_A=x_B}\frac{v_A}{2}t=10t\Rightarrow v_A=20m/s$$

دوباره به حل این تست دقت کنید به جای معادلهٔ مکان زمان از فرمول طلایی استفاده شده است.

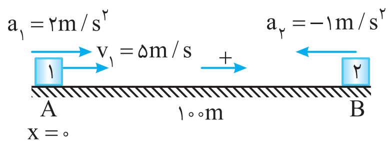
۳۸۴- گزینهٔ ۲ B
پس از جدا شدن واگن، قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و واگن با حرکت کندشونده متوقف می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_{\text{واگن}}=\frac{v+v_0}{2}\Delta t=\frac{v_0}{2}\Delta t\\\Delta x_{\text{قطار}}=v_0\Delta t\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\Delta x_{\text{واگن}}}{\Delta x_{\text{قطار}}}=\frac{\frac{v_0}{2}\Delta t}{v_0\Delta t}=\frac{1}{2}$$

۳۸۵- گزینهٔ ۲ A
زمان حرکت کامیون را به دست می‌آوریم:
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow9/9=\frac{1}{2}(2/2)t^2\Rightarrow t=3s$$

در این لحظه اتومبیل به کامیون می‌رسد و سرعت آن برابر است با:
$$v=at+v_0\Rightarrow v=3/5\times3\Rightarrow v=10/5m/s$$

۳۸۶- گزینهٔ ۴ B
استفاده از معادله حرکت:



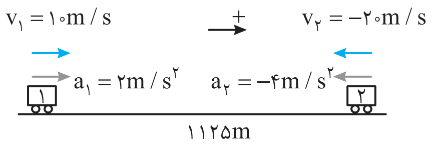
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow\frac{1}{2}\times2\times t^2+5t=\frac{1}{2}\times(-1)t^2+0+100$$

$$\Rightarrow\frac{3}{2}t^2+5t-100=0\Rightarrow3t^2+10t-200=0$$

$$t=\frac{-5\pm\sqrt{25+600}}{3}\Rightarrow t=\frac{-5\pm25}{3}\Rightarrow t=\frac{20}{3}s$$

اکنون فاصله محل ملاقات تا A را حساب می‌کنیم.
$$x=\frac{1}{2}\times2\times(\frac{400}{9})+5(\frac{20}{3})=\frac{400}{9}+\frac{300}{9}=\frac{700}{9}m$$

۳۸۷- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** با توجه به شکل رسم شده، معادلهٔ حرکت هر متحرک را می‌نویسیم. بـه دلخـواه خود، نقطهٔ A را مبدأ مختصات گرفته و جهت متحرک اول را جهت مثبت اختیار کرده‌ایم. در هر دو حرکت باید بردار سرعت و بردار شتاب هم‌جهت باشند زیرا هر دو حرکت تندشونده هستند.



$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{1}{2}\times 2t^2+10t \\ x_2=\frac{1}{2}(-4)t^2-20t+1125 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} t^2+10t=-2t^2-20t+1125 \Rightarrow 3t^2+30t-1125=0 \Rightarrow t^2+10t-375=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=-5\pm\sqrt{25+375}=-5\pm 20 \\ t=15s \quad , \quad t=-25s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

یادآوری: در معادلهٔ درجهٔ دو $y=ax^2+bx+c$ ، هرگاه b عدد زوج باشد $(b=2b')$ ، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد. که محاسبات عددی ساده‌تر شود زیرا اعداد کوچک‌تر هستند.

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

راه‌حل دوم: استفاده از سرعت نسبی و شتاب نسبی است.

چون سرعت‌های اولیه خلاف جهت هم هستند:

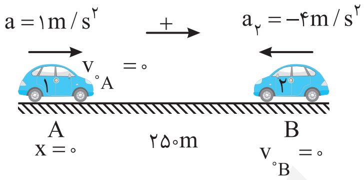
$$v_{\text{نسبی}}=v_1+v_2=10+20=30\ m/s$$

چون شتاب‌های دو متحرک خلاف جهت هم هستند:

$$a_{\text{نسبی}}=a_1+a_2=2+4=6\ m/s^2$$

$$\Delta x=\frac{1}{2}a_{\text{نسبی}}t^2+v_{0\text{نسبی}}t \Rightarrow 1125=\frac{1}{2}(6)t^2+30t \Rightarrow 3t^2+30t-1125=0 \Rightarrow t^2+10t-375=0 \Rightarrow t=15s$$

۳۸۸- گزینهٔ ۴ ابتدا معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم: $x_A=\frac{t^2}{2}$, $x_B=-2t^2+250$



هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A=x_B$ است. بنابراین:

$$x_A=x_B \Rightarrow \frac{t^2}{2}=-2t^2+250 \Rightarrow \frac{5t^2}{2}=250 \Rightarrow t^2=100s \Rightarrow t=10s$$

بنابراین دو متحرک پس از 10s به هم می‌رسند. حال مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک از A به B برسد را به دست می‌آوریم:

$$250=\frac{t'^2}{2} \Rightarrow t'^2=500 \Rightarrow t'=10\sqrt{5}=22s$$

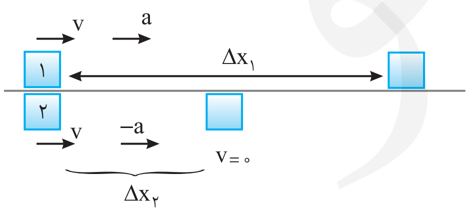
پس متحرک $t'-t=22-10=12s$ پس از به هم رسیدن متحرک (۱) و (۲) به مکان B می‌رسد.

۳۸۹- گزینهٔ ۱ پس از 3s سرعت متحرک اول برابر خواهد شد با:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2\times 3+0=6m/s$$

سرعت متحرک دوم در گذر از مبدأ مکان 15m/s است و شتاب هر دو متحرک برابر است از این‌رو متحرک دوم که سرعتش بیشتر است به متحرک اول نزدیک شده و از آن سبقت می‌گیرد و سپس از متحرک اول دور می‌شود.

۳۹۰- گزینهٔ ۲ ابتدا زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) از محل گذر دو متحرک تا محل توقف را به دست می‌آوریم:



$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=-at_2+v \Rightarrow t_2=\frac{v}{a}$$

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-v^2=2a\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2=\frac{v^2}{2a}$$

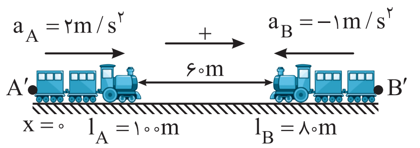
اکنون جابه‌جایی متحرک را با شتاب a در مدت t_2 به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}a(\frac{v}{a})^2+v(\frac{v}{a})=\frac{3}{2}\frac{v^2}{a}$$

حال می‌توان فاصلهٔ دو متحرک را به دست آورد:

$$\Delta x_1-\Delta x_2=\frac{3v^2}{2a}-\frac{v^2}{2a}=\frac{v^2}{a}$$

۳۹۱- گزینهٔ ۲ سمت راست را جهت مثبت می‌گیریم و هنگامی دو قطار به‌طور کامل از کنار هم عبـور می‌کننـد کـه انتهای قطار A بـه انتهای قطار B برسـد (یعنی نقطهٔ A′ به نقطهٔ B′ برسـد.) معادلهٔ مکان زمان نقطهٔ A′ و B′ را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم.

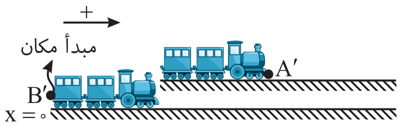


$$x_{A'}=\frac{1}{2}a_At^2 \Rightarrow x_{A'}=t^2 \quad , \quad x_{B'}=\frac{1}{2}a_Bt^2+d \Rightarrow x_{B'}=-\frac{t^2}{2}+240$$

$$x_{A'}=x_{B'} \Rightarrow t^2=-\frac{t^2}{2}+240 \Rightarrow \frac{3t^2}{2}=240 \Rightarrow t^2=160 \Rightarrow t=4\sqrt{10}s$$

۳۹۲- گزینهٔ ۲ B

هنگامی قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد که انتهای قطار B به ابتدای قطار A برسد. مطابق شکل برای نقاط A' و B' معادلهٔ حرکت می‌نویسیم:



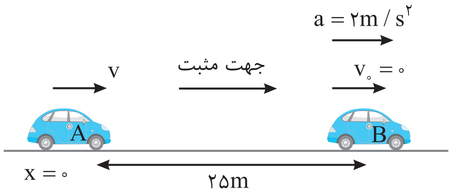
$$x_{A'}=vt+x_0 \xrightarrow{x_0=۲۵۰m} x_{A'}=۳۷/۵t+۲۵۰\ ,\ x_{B'}=\frac{۱}{۲}at^۲+v_0t\Rightarrow x_{B'}=۲/۵t^۲$$

$$x_{A'}=x_{B'}\Rightarrow ۳۷/۵t+۲۵۰=۲/۵t^۲\Rightarrow ۲/۵t^۲-۳۷/۵t-۲۵۰=۰$$

$$\Rightarrow t^۲-۱۵t-۱۰۰=۰\Rightarrow (t-۲۰)(t+۵)=۰\Rightarrow t=۲۰s$$

۳۹۳- گزینهٔ ۱ B

معادلهٔ حرکت دو متحرک را نسبت به محل ابتدایی خودروی A می‌نویسیم:



$$\begin{cases} x_A=vt+x_0\Rightarrow x_A=vt \\ x_B=\frac{۱}{۲}at^۲+v_0t+x_0\Rightarrow x_B=t^۲+۲۵ \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} vt=t^۲+۲۵\Rightarrow t^۲-vt+۲۵=۰$$

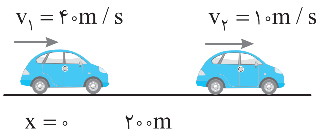
اگر معادلهٔ به دست آمده دارای جواب باشد، دو متحرک به هم می‌رسند. معادلهٔ درجه ۲ وقتی جواب دارد که $\Delta\geq ۰$ باشد از این‌رو:

$$\Delta\geq ۰\Rightarrow v^۲-۴\times ۲۵\geq ۰\Rightarrow v^۲\geq ۱۰۰\Rightarrow v\geq ۱۰m/s$$

بنابراین حداقل سرعت v باید $۱۰m/s$ باشد.

۳۹۴- گزینهٔ ۲ C

معادلهٔ حرکت هر دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.



$$x_۱=x_۲\Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲+۴۰t=۱۰t+۲۰۰\Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲+۳۰t-۲۰۰=۰$$

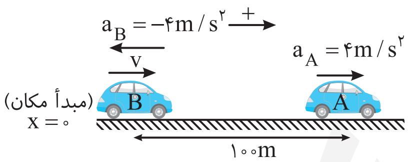
اگر این معادله جواب نداشته باشد برخوردی صورت نمی‌گیرد برای این منظور باید $\Delta<۰$ باشد.

$$\Delta<۰\Rightarrow ۹۰۰+۴۰۰a<۰\Rightarrow a<-\frac{۹}{۴}\Rightarrow |a|>\frac{۹}{۴}$$

بنابراین کمینه (حداقل) مقدار a برابر $\frac{۹}{۴}m/s^۲$ است.

۳۹۵- گزینهٔ ۳ B

معادلهٔ متحرک‌های A و B را می‌نویسیم، حرکت متحرک A تندشونده است پس شتاب در جهت حرکت می‌باشد امّا حرکت متحرک B کندشونده است پس شتاب خلاف جهت حرکت می‌باشد.



$$\begin{cases} x_A=\frac{۱}{۲}a_At^۲+v_{0A}t+x_0\Rightarrow x_A=۲t^۲+۱۰۰ \\ x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_{0B}t\Rightarrow x_B=-۲t^۲+vt \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} ۲t^۲+۱۰۰=-۲t^۲+vt\Rightarrow ۴t^۲-vt+۱۰۰=۰$$

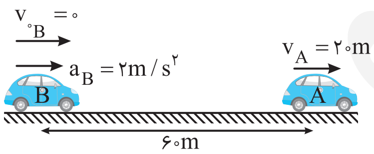
معادلهٔ بالا به ازای $\Delta\geq ۰$ جواب خواهد داشت:

$$(-v)^۲-۴(۴۰۰)\geq ۰\Rightarrow v^۲\geq ۱۶۰۰\Rightarrow v\geq ۴۰m/s$$

بنابراین کمینهٔ سرعت متحرک B در لحظهٔ نشان داده شده $v=۴۰m/s$ می‌باشد.

۳۹۶- گزینهٔ ۳ C

متحرک B، ۳s بعد از عبور متحرک A با سرعت ثابت $۲۰m/s$ شروع به حرکت می‌کند بنابراین فاصلهٔ دو متحرک در شروع حرکت متحرک B، $۶۰m$ (۳×۲۰) از هم می‌باشد.



تا زمانی که متحرک B به سرعت $۲۰m/s$ می‌رسد، در تمام لحظات سرعت متحرک A از متحرک B بیشتر است پس فاصلهٔ این دو از هم بیشتر می‌شود.

مدت زمانی که طول می‌کشد سرعت متحرک B به سرعت $۲۰m/s$ برسد برابر است با:

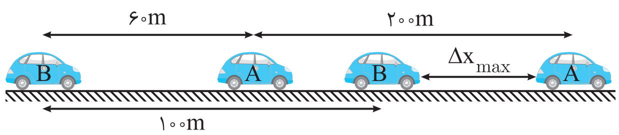
$$v=a_Bt+v_0\Rightarrow ۲۰=۲t\Rightarrow t=۱۰s$$

در این مدت جابه‌جایی A و B را به دست می‌آوریم:

$$x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_0t\Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^۲=۱۰۰m$$

$$x_A=vt\Rightarrow x_A=۲۰\times ۱۰=۲۰۰m$$

با توجه به جابه‌جایی‌ها داریم:



$$\Delta x_{max}=(۲۰۰-۱۰۰)+۶۰=۱۶۰m$$

۳۹۷- گزینهٔ ۱ A

راه‌حل اول: به کمک معادلهٔ مکان زمان، مکان جسم در لحظهٔ $t=۳s$ و $t=۴s$ را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_0t+x_0 \begin{cases} \xrightarrow{t=۳s} x=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۹=۴۵m \\ \xrightarrow{t=۴s} x=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱۶=۸۰m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۴)}=۸۰-۴۵=۳۵m$$

راه‌حل دوم: استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_0\Rightarrow \Delta x_{(۴)}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰(۲\times ۴-۱)=۳۵m$$

۳۹۸- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت.

$$v_{av}=\frac{1}{2}at+v_0\Rightarrow 12=\frac{1}{2}\times a\times 3+0\Rightarrow a=8\,m/s^2$$

جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم خواهد شد:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow \frac{1}{2}\times 8\times(2\times 3-1)+0=20\,m$$

۳۹۹- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی یک متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است در ثانیهٔ t ام حرکتش از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow \Delta x_{(1)}=\frac{1}{2}a(2\times 1-1)+0\Rightarrow 2.5=\frac{1}{2}a\Rightarrow a=5\,m/s^2$$

بنابراین جابه‌جایی آن در ثانیهٔ دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(2)}=\frac{1}{2}\times 5\times(2\times 2-1)+0\Rightarrow \Delta x_{(2)}=7.5\,m$$

۴۰۰- گزینهٔ ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow\begin{cases}t=5s\Rightarrow 56=\frac{1}{2}a(9)+v_0\\ t=6s\Rightarrow 59=\frac{1}{2}a(11)+v_0\end{cases}\xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}59-56=\frac{1}{2}a(11-9)\Rightarrow a=3\,m/s^2$$

اکنون با قرار دادن شتاب در یکی از معادله‌ها، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$56=\frac{1}{2}\times 3\times 9+v_0\Rightarrow v_0=42.5\,m/s$$

روش دیگر: در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به اندازهٔ شتاب با هم فرق دارند یعنی اگر در ثانیهٔ t و $t+1$ جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنیم شتاب به دست می‌آید. از این رو کافی است جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ششم را از هم کم کرده و شتاب را به دست آورد: $a=59-56=3\,m/s^2$

۴۰۱- گزینهٔ ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\Delta x_{(t)}-\Delta x_{(t-1)}=a$$

در این پرسش، جابه‌جایی در هر ثانیه، ۲/۵ متر بیشتر از ثانیهٔ قبل است، بنابراین شتاب حرکت $2.5\,m/s^2$ است.

۴۰۲- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\left|\Delta x_{(t)}-\Delta x_{(t-1)}\right|=a$$

جابه‌جایی متحرک در حرکت کندشونده‌اش در ثانیهٔ چهارم، یک متر از جابه‌جایی آن در ثانیهٔ ششم بیشتر بوده است، بنابراین شتاب حرکت برابر $\left(-\frac{1}{2}=-0.5\,m/s^2\right)$ می‌شود.

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-0.5\times 6+v_0\Rightarrow v_0=3\,m/s$$

راه‌حل دوم: به کمک رابطهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_{(4)}=\frac{1}{2}a(2\times 4-1)+v_0\\ \Delta x_{(6)}=\frac{1}{2}a(2\times 6-1)+v_0\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x_{(4)}-\Delta x_{(6)}=\frac{7}{2}a-\frac{11}{2}a\Rightarrow 1=\frac{-4}{2}a\Rightarrow a=-0.5\,m/s^2$$

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-0.5\times 6+v_0\Rightarrow v_0=3\,m/s$$

۴۰۳- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow 28=\frac{1}{2}\times 6(2\times 3-1)+v_0\Rightarrow v_0=13\,m/s$$

اکنون به کمک معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان را به دست می‌آوریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 6\times 25+13\times 5+4=75+65+4\Rightarrow x=144\,m$$

۴۰۴- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** استفاده از معادلهٔ مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}t=3s\Rightarrow 30=\frac{1}{2}a(9)+3v_0\Rightarrow 60=9a+6v_0\\ t=6s\Rightarrow 30+48=\frac{1}{2}a(6)^2+6v_0\Rightarrow 78=18a+6v_0\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$78-60=18a+6v_0-9a-6v_0\Rightarrow 18=9a\Rightarrow a=2\,m/s^2$$

راه‌حل دوم: استفاده از جابه‌جایی در مدت n ثانیه در حرکت با شتاب ثابت.

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0$$

در سه ثانیهٔ اول: $(n=3, t=3s)$

$$30=\frac{3}{2}a(2\times 3-3)+3v_0\Rightarrow 30=\frac{9}{2}a+3v_0\qquad(1)$$

در سه ثانیهٔ دوم: $(n=3, t=6s)$

$$48=\frac{3}{2}a(2\times 6-3)+3v_0\Rightarrow 48=\frac{27}{2}a+3v_0\qquad(2)$$

رابطهٔ (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$48-30=\frac{27}{2}a+3v_0-\frac{9}{2}a-3v_0\Rightarrow a=2\,m/s^2$$

راه‌حل سوم: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن (at^2) است، بنابراین می‌توان ۳۰ متر و ۴۸ متر را جمله‌های متوالی یک تصاعد در نظر گرفت:

$$48-30=a(3)^2 \Rightarrow a=2\,m/s^2$$

۴۰۵- گزینهٔ ۳ (A) جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی n ثانیه از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0$$

۳ ثانیهٔ دوم حرکت یعنی $t=6s$ و $n=3$، بنابراین:

$$54=\frac{3}{2}a(2\times6-3) \Rightarrow a=4\,m/s^2$$

سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{1}{2}at+v_0 \Rightarrow v_{av}=\frac{1}{2}\times4(3)+0 \Rightarrow v_{av}=6\,m/s$$

۴۰۶- گزینهٔ ۴ (B) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در بازهٔ زمانی n ثانیه از کل مدت حرکت t ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0$$

جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول یعنی $n=2s$ و $t=2s$:

$$54=\frac{2}{2}a(2\times2-2)+2v_0 \Rightarrow 54=2a+2v_0 \qquad (1)$$

جابه‌جایی در دو ثانیهٔ سوم یعنی $n=2s$ و $t=6s$:

$$38=\frac{2}{2}a(2\times6-2)+2v_0 \Rightarrow 38=10a+2v_0 \qquad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$54-38=2a+2v_0-10a-2v_0 \Rightarrow 16=-8a \Rightarrow a=-2\,m/s^2$$

اکنون v_0 را از رابطهٔ (۱) به دست می‌آوریم:

$$54=2a+2v_0 \Rightarrow 54=2\times(-2)+2v_0 \Rightarrow v_0=29\,m/s$$

مسافت طی شده تا توقف برابر است با:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-(29)^2=2\times(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x=210/25\,m$$

۴۰۷- گزینهٔ ۲ (B) **راه‌حل اول:** با توجه به معادلهٔ سرعت-زمان $v=-2t+4$، مشخص است که حرکت دارای شتاب ثابت $a=-2\,m/s^2$ و سرعت اولیهٔ $v_0=4\,m/s$ می‌باشد و معادلهٔ مکان-زمان آن به صورت روبه‌رو است:

$$x=\frac{1}{2}(-2)t^2+4t+x_0 \Rightarrow x=-t^2+4t+x_0$$

برای یافتن جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت یعنی بازهٔ زمانی بین $t=4s$ و $t=6s$ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} t_1=4s \Rightarrow x_1=-16+16+x_0 \Rightarrow x_1=x_0 \\ t_2=6s \Rightarrow x_2=-36+24+x_0 \Rightarrow x_2=-12+x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta x|=12\,m$$

راه‌حل دوم: استفادهٔ از رابطهٔ روبه‌رو:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0$$

در این رابطه ۲ ثانیهٔ سوم یعنی $n=2$ و $t=6s$ است.

$$\Delta x_{(n)}=\frac{2}{2}\times(-2)(2\times6-2)+2\times4=-20+8=-12\,m$$

پس بزرگی جابه‌جایی برابر $12m$ است.

۴۰۸- گزینهٔ ۴ (A) به کمک معادلهٔ مکان-زمان، پرسش را حل می‌کنیم: (دقت کنید فاصلهٔ متحرک از مبدأ در $t=2s$ یک متر است.)

اگر متحرک در $t=2s$ در $x=+1m$ باشد، آن‌گاه:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

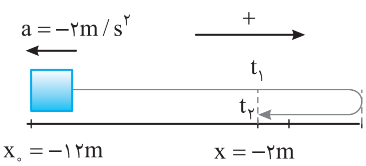
$$\left\{\begin{array}{l} t=2s \Rightarrow 1=\frac{1}{2}a\times(2)^2+0+x_0 \\ t=4s \Rightarrow 13=\frac{1}{2}a\times(4)^2+0+x_0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a+x_0=1 \\ 8a+x_0=13 \end{array}\right. \Rightarrow 6a=12 \Rightarrow a=2\,m/s^2 \Rightarrow x_0=-3\,m$$

اگر متحرک در $t=2s$ در $x=-1m$ باشد، آن‌گاه:

$$\left\{\begin{array}{l} t=2s \Rightarrow -1=\frac{1}{2}a(2)^2+0+x_0 \\ t=4s \Rightarrow 13=\frac{1}{2}a(4)^2+0+x_0 \end{array}\right. \Rightarrow 6a=14 \Rightarrow a=\frac{7}{3}\,m/s^2 \ ,\ x_0=-\frac{17}{3}\,m$$

۴۰۹- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به شکل، اختلاف زمانی دو بار گذر از مکان $x=-2m$ برابر $3s$ است.

$$(t_2-t_1=3s)$$



معادلهٔ مکان - زمان را نوشته، داده‌های مسأله را در آن قرار می‌دهیم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow -2=\frac{1}{2}\times-2\times t^2+v_0t-12 \Rightarrow t^2-v_0t+10=0$$

تفاضل دو ریشهٔ این معادله برابر ۳ است.

$$\Delta t=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \Delta t=\frac{\sqrt{v_0^2-40}}{1} \Rightarrow 3=\sqrt{v_0^2-40} \Rightarrow v_0^2=49 \Rightarrow v_0=7\,m/s$$

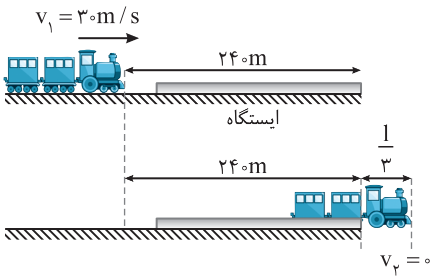
۴۱۰- گزینهٔ ۴ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t تشکیل تصاعد حسابی به قدر نسبت at^2 می‌دهند. از این رو:

$$45-27=at^2 \Rightarrow 18=2t^2 \Rightarrow t=3s$$

سرعت اولیه خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=(-2)(9)+v_0 \Rightarrow v_0=18m/s$$

۴۱۱- گزینهٔ ۱ فاصلهٔ ابتدای قطار تا انتهای ایستگاه ۲۴۰m است و هنگام توقف قطار، $\frac{l}{3}$ آن از ایستگاه عبور کرده یعنی کل مسافت طی‌شده توسط قطار $240+\frac{l}{3}$ می‌باشد، به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، مسافت طی شده توسط قطار در مدت توقف را به‌دست می‌آوریم:



$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-900=2\times(-1/5)\Delta x \Rightarrow \Delta x=300m$$

بنابراین قطار بعد از ۳۰۰m متوقف می‌شود، در این صورت:

$$\Delta x=240+\frac{l}{3} \Rightarrow 300=240+\frac{l}{3} \Rightarrow l=180m$$

برای آنکه طولی از قطار از انتهای ایستگاه عبور نکند باید قطار بعد از طی مسافت ۲۴۰m از سرعت ۳۰m/s به صفر برسد.

$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x \xrightarrow{v_1=30m/s,\, v_2=0,\, \Delta x=240m} -900=+2a\times240 \Rightarrow a=-1/875m/s^2 \Rightarrow a=-\frac{15}{8}m/s^2$$

۴۱۲- گزینهٔ ۳ وقتی متحرکی با شتاب $-a$ با حرکت کندشونده می‌ایستد، می‌توان فرض کرد در همان مدت با شتاب $+a$ از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یعنی می‌توان حرکت در ثانیهٔ آخر را از سکون بررسی کرد. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 3=\frac{1}{2}a\times1 \Rightarrow a=6m/s^2$$

حال برای ۳s اول مسیر کندشونده می‌نویسیم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 33=\frac{1}{2}(-6)\times(3)^2+3v_0 \Rightarrow v_0=20m/s$$

۴۱۳- گزینهٔ ۲ به جای حرکت کندشونده با شتاب a، یک حرکت تندشونده بدون سرعت اولیه ($v_0=0$) با شتاب a تصور می‌کنیم. سپس جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ دوم را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$x_1=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow x_1=2a \quad , \quad x_2=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_2=a(4)^2 \Rightarrow x_2=8a$$

بنابراین جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول برابر $\Delta x_1=2a$ می‌باشد و جابه‌جایی در دو ثانیهٔ دوم نیز برابر $\Delta x_2=x_2-x_1=8a-2a=6a$ است. طبق صورت سؤال هنگامی که شتاب $-a$ باشد در هر دو ثانیه یک متر کمتر از ۲ ثانیهٔ قبل جابه‌جا شده‌ایم، پس در این حالت که شتاب را $+a$ گرفته‌ایم در هر دو ثانیه یک متر بیشتر از ۲ ثانیهٔ قبل جابه‌جایی خواهیم داشت یعنی:

$$\Delta x_2-\Delta x_1=6a-2a=1 \Rightarrow 4a=1 \Rightarrow a=0/25m/s^2$$

بنابراین شتاب برابر $a=0/25m/s^2$ می‌باشد حال سرعت را حساب می‌کنیم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0,\,\Delta x=450m,\,a=0/25m/s^2} v^2=2\times0/25\times450 \Rightarrow v=15m/s$$

۴۱۴- گزینهٔ ۴ اگر بردار شتاب و بردار جابه‌جایی هم جهت باشند یعنی اگر شتاب و بردار جابه‌جایی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند آن‌گاه:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{\text{هر دو مثبت}} +6=\frac{1}{2}\times(+2)\times(2)^2+v_0\times(2) \Rightarrow v_0=+1m/s$$

معادلهٔ سرعت - زمان خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2t+1$$

در معادلهٔ $v=2t+1$، شتاب $+2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0=1m/s$ است و حرکت همواره تندشونده است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{\text{هر دو منفی}} -6=\frac{1}{2}(-2)\times(2)^2+v_0\times(2) \Rightarrow v_0=-1m/s$$

معادلهٔ سرعت زمان خواهد شد. $v=-2t-1$ و چون سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند حرکت همواره تندشونده است.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که بردار شتاب و بردار جابه‌جایی در این دو ثانیه هم جهت نباشد.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{a>0\ ,\ \Delta x<0} -6=\frac{1}{2}\times2\times(2)^2+v_0\times2 \Rightarrow v_0=-5m/s$$

در این صورت معادلهٔ سرعت زمان خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2t-5$$

بنابراین ابتدا سرعت و شتاب هم‌علامت نبوده حرکت کندشونده است اما پس از توقف جسم در $t=2/5s$، حرکت تندشونده می‌شود.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{a<0\ ,\ \Delta x>0} 6=\frac{1}{2}\times(-2)\times(2)^2+v_0\times2 \Rightarrow v_0=+5m/s$$

در این حالت نیز $v=-2t+5$ بوده و حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود.

۴۱۵- گزینهٔ ۴ معادله را به صورت معادلهٔ مکان - زمان ($x-t$) در می‌آوریم:

$$\frac{\sqrt{۶۵-۱۰x}}{۵}=۱-t\Rightarrow\sqrt{۶۵-۱۰x}=۵(۱-t)\Rightarrow ۶۵-۱۰x=۲۵(۱-t)^{۲}\Rightarrow ۶۵-۱۰x=۲۵+۲۵t^{۲}-۵۰t\Rightarrow ۱۰x=-۲۵t^{۲}+۵۰t+۴۰$$

$$x=-۲/۵t^{۲}+۵t+۴\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{۲}a=-۲/۵\Rightarrow a=-۵m/s^{۲}\\ v_{۰}=۵m/s\\ x_{۰}=+۴m\end{cases}$$

اکنون سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=-۵t+۵=۰\Rightarrow t=۱s$$

t		۰		۱	
v			+	۰	−
$a=-۵m/s^{۲}$			−		−
av			−		+
			کندشونده		تندشونده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۴۱۶- گزینهٔ ۲ الف) جابه‌جایی بین دو لحظهٔ $t=۰$ تا $t=۴s$ را به دست می‌آوریم.

$$t=۰\Rightarrow x=۰+۴(۰)+۵\Rightarrow x_{۱}=۵m\quad,\quad t=۴s\Rightarrow x=۴^{۲}+۴(۴)+۵\Rightarrow x_{۲}=۳۷m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۲}{۴}=۸m/s$$

این گزاره نادرست است.

ب) معادلهٔ مکان - زمان درجهٔ دوم است و حرکت با شتاب ثابت می‌باشد.

$$\begin{cases}x=t^{۲}+۴t+۵\\ x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}\end{cases}\Rightarrow a=۲m/s^{۲}\ ,\ v_{۰}=۴m/s\Rightarrow v=۲t+۴$$

بعد از $t=۰$ همواره یک مقدار مثبت به ۴ اضافه می‌شود پس کمترین سرعت در $t=۰$ و $۴m/s$ است و این گزاره درست است.

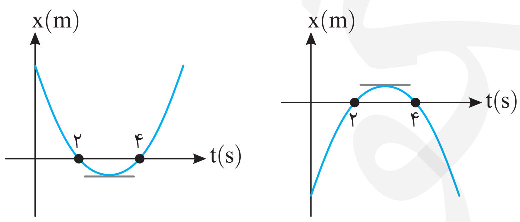
پ) با توجه به معادلهٔ سرعت که در بالا به دست آمده همواره سرعت مثبت است و شتاب نیز ثابت و مثبت می‌باشد پس حرکت تند شونده است و این گزاره درست است.

ت) زمانی بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $x=۰$ عبور می‌کند.

$t^{۲}+۴t+۵=۰\xrightarrow{\Delta<۰}$ معادله جواب ندارد

بنابراین متحرک هیچ‌گاه از مبدأ عبور نمی‌کند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

۴۱۷- گزینهٔ ۴ حرکت با شتاب ثابت می‌باشد بنابراین معادلهٔ حرکت تابع درجهٔ دوم $x=at^{۲}+bt+c$ می‌باشد و نمودار مکان - زمان سهمی است. می‌دانیم در لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک از مبدأ مکان $x=۰$ عبور کرده است، بنابراین شکل نمودار $x-t$ حرکت به صورت روبه‌رو خواهد بود.



در هنگام تغییر جهت حرکت، سرعت متحرک صفر می‌شود و در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان یعنی رأس سهمی سرعت صفر است.

همچنین سهمی نسبت به خط قائم عبوری از رأس سهمی متقارن است بنابراین لحظهٔ تغییر جهت $t_{\text{تغییر جهت}}=\frac{۲+۴}{۲}=۳s$ خواهد شد.

۴۱۸- گزینهٔ ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و در ثانیهٔ سوم حرکت یعنی در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۳s$ جابه‌جایی متحرک صفر است، در این بازه سرعت متحرک صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است. به دلیل تقارن حرکت با شتاب ثابت در دو طرف لحظهٔ تغییر جهت، باید لحظهٔ تغییر جهت $t=۲/۵s$ باشد و در مدت $۲/۵s$ سرعت متحرک از $۱۰m/s$ به صفر رسیده است و شتاب خواهد شد:

$$v=at+v_{۰}\Rightarrow ۰=a\times۲/۵+۱۰\Rightarrow a=-۴m/s^{۲}$$

در بازهٔ زمانی $t=۰s$ تا $t=۵s$ ابتدا از صفر تا $۲/۵s$ متحرک در حال رفت و از $۲/۵s$ تا $۵s$ همان مسیر را برمی‌گردد بنابراین کافی است مسافت طی شده در مدت صفر تا $۲/۵s$ را به‌دست آورده و دو برابر کنیم.

$$\Delta x=\frac{v+v_{۰}}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta x=\frac{۰+۱۰}{۲}\times۲/۵=۱۲/۵m\qquad,\qquad l=۱۲/۵+۱۲/۵=۲۵m$$

۴۱۹- گزینهٔ ۱ متحرک هنگامی به مبدأ نزدیک می‌شود که $vx<۰$ باشد، مکان و سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

$$\begin{cases}x=t^{۲}-۴t\\ x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}\end{cases}\Rightarrow a=۲m/s^{۲},\ v_{۰}=-۴m/s$$

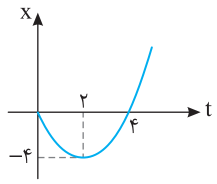
حرکت با شتاب ثابت می‌باشد پس $v=at+v_۰ \Rightarrow v=۲t-۴$ است، جدول تعیین علامت را برای x و v رسم می‌کنیم:

بنابراین در بازهٔ $۲\le t\le ۴$ متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است و سرعت متوسط در این بازه خواهد شد:

	t=۰		t=۲s		t=۴s	
$x=t^۲-۴t$	۰	−		−	۰	+
$v=۲t-۴$		−	۰	+		+
xv		+ دور شدن از مبدأ		− نزدیک شدن به مبدأ		+ دور شدن از مبدأ

$$\begin{cases} v=۲t-۴=۰ \xrightarrow{v=۰} t=۲s \\ x=t^۲-۴t=۰ \Rightarrow t=۰\,,\,t=۴s \end{cases}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{t=۴}-x_{t=۲}}{۴-۲}=\frac{۰-(۴-۸)}{۴-۲}=\frac{۴}{۲}\Rightarrow v_{av}=۲m/s$$

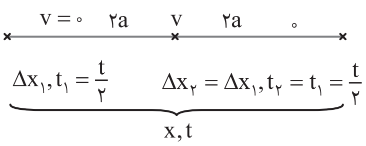


روش دیگر: نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم. کاملاً مشخص است که در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۴s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است و از مکان $-۴m$ به سمت صفر می‌رود.

$$x=t^۲-۴t\,,\,x=۰\Rightarrow t=۰\,,\,t=۴s$$

$$t=-\frac{b}{۲a}\Rightarrow t=۲s\Rightarrow x=-۴m \quad,\quad v_{av}=\frac{۰-(-۴)}{۴-۲}=۲m/s$$

۴۲۰- گزینهٔ ۲

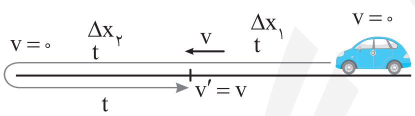


$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}(۲a)t_۱^۲\Rightarrow \Delta x_۱=at_۱^۲\Rightarrow \Delta x_۱=a(\frac{t}{۲})^۲=\frac{at^۲}{۴}$$

$$x=\Delta x_۱+\Delta x_۲=\frac{at^۲}{۴}+\frac{at^۲}{۴}=\frac{at^۲}{۲}\Rightarrow t^۲=\frac{۲x}{a}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{۲x}{a}}$$

در حل این تست، از این مطلب استفاده شده است که وقتی شتاب شروع حرکت تا رسیدن به سرعت v با شتاب حرکت کندشونده و رسیدن سرعت از v به صفر مساوی است، در این‌صورت زمان و جابه‌جایی در قسمت تندشونده (اول مسیر) با زمان و جابه‌جایی در قسمت کندشونده (قسمت دوم مسیر) برابر است.

۴۲۱- گزینهٔ ۳ در قسمت اول حرکت در مدت t سرعت از صفر به v رسیده سپس مطابق شکل در مدت ۲t سرعت به $-v$ می‌رسد یعنی ابتدا سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده تا سرعتش از صفر به $-v$ می‌رسد، از این‌رو:



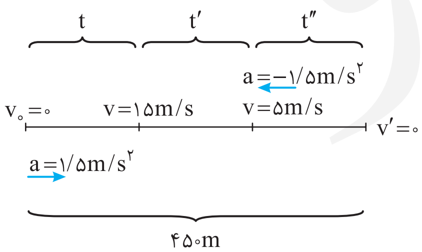
$$\Delta x_۱=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{v}{۲}t \quad,\quad \Delta x_۲=\frac{v_۲+v'}{۲}\Delta t_۲\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{v}{۲}t \quad,\quad \Delta x_۳=\frac{v_۳+v'}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta x_۳=\frac{-v}{۲}t$$

مسافت برابر است با مجموع بزرگی جابه‌جایی‌ها:

$$l=|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|+|\Delta x_۳|\Rightarrow l=\frac{v}{۲}t+\frac{v}{۲}t+\frac{v}{۲}t\Rightarrow l=\frac{۳v}{۲}t$$

۴۲۲- گزینهٔ ۴ ابتدا باید سرعت خودرو به $۱۵m/s$ برسد.

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۱۵=۱/۵t\Rightarrow t=۱۰s \quad,\quad \Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲=\frac{۱}{۲}\times ۱/۵\times ۱۰۰=۷۵m$$



سپس با سرعت $۱۵m/s$ با حرکت یکنواخت پیش می‌رود و سرانجام با شتاب $۱/۵m/s^۲$ می‌ایستد، بنابراین:

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=-۱/۵t''+۱۵\Rightarrow t''=۱۰s$$

$$\Delta x''=\frac{۱}{۲}a(t'')^۲+vt''\Rightarrow \Delta x''=۷۵\,m$$

در قسمت تندشونده و کندشونده جمعاً $۷۵+۷۵=۱۵۰m$ جابه‌جایی صورت گرفته است. تمام مسیر ۴۵۰ متر است، پس متحرک ۳۰۰ متر را با سرعت $۱۵m/s$ پیموده است. حال زمان حرکت با سرعت ثابت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x'=vt'\Rightarrow ۳۰۰=۱۵t'\Rightarrow t'=۲۰s$$

حداقل زمان حرکت $t_{کل}=۱۰+۲۰+۱۰=۴۰s$ است.

۴۲۳- گزینهٔ ۱ برای آن‌که ابتدا فاصلهٔ دو متحرک از هم کم شود، از آن‌جا که B دیرتر حرکت کرده است باید در آغاز حرکت متحرک B، سرعت این متحرک از سرعت متحرک A بیشتر باشد:

$$v_A=at+v_۰\xrightarrow{v_۰=۰}v_A=at \quad,\quad v_B>v_A\xrightarrow[t=۵s]{v_A=at}۱۵>۵a\Rightarrow a<۳m/s^۲$$

در این‌صورت ابتدا متحرک B به متحرک A نزدیک می‌شود اما رفته‌رفته سرعت A به دلیل شتاب‌دار بودن حرکتش افزایش یافته و سرعت A از سرعت B بیشتر شده و فاصلهٔ دو متحرک از هم زیاد می‌شود.

۴۲۴- گزینهٔ ۳ چون شخص با سرعت ثابت $۲m/s$ در حال دویدن است، در نتیجه از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم. اگر مبدأ مختصات را مکان شخص، وقتی که در فاصلهٔ ۴ متری از انتهای اتوبوس قرار دارد در نظر بگیریم، داریم:

$$x_p = vt + x_\circ \xrightarrow[x_\circ=\circ]{v=۲m/s} x_p = ۲t$$

اتوبوس هم با شتاب ثابت حرکت خود را آغاز می‌کند، بنابراین:

$$x_b = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[x_\circ=۴m]{a=۱m/s^۲,\ v_\circ=\circ} x_b = \frac{۱}{۲}\times۱\times t^۲ + \circ\times t + ۴ \Rightarrow x_b = \frac{t^۲}{۲}+۴$$

برای به دست آوردن حداقل فاصلهٔ شخص از اتوبوس، باید از معادلهٔ تفاضل مکان اتوبوس و شخص بهره ببریم:

$$\Delta x = \frac{t^۲}{۲} - ۲t + ۴$$

باتوجه‌به‌این‌که‌معادلهٔ‌به‌دست‌آمده‌تابع‌درجهٔ‌۲‌است‌مقدار‌کمینه‌تابع‌(یعنی‌رأس‌سهمی)‌خواهد‌شد:

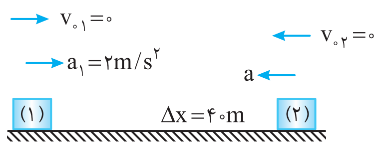
$$t = -\frac{b}{۲a} \Rightarrow t = -\left(\frac{-۲}{۲\times\frac{۱}{۲}}\right) \Rightarrow t = ۲s \ ,\ \Delta x_{min} = ۲+۴-۴ = ۲m$$

۴۲۵- گزینهٔ ۲ بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد، یعنی $x=\circ$ شود و همچنین بردار مکان تغییر علامت دهد. در این صورت باید ریشهٔ معادلهٔ مکان - زمان را به دست آورد:

$$x = \circ \Rightarrow t^۲ - ۶t + ۹ = \circ \Rightarrow (t-۳)^۲ = \circ \Rightarrow t = ۳s$$

اما متحرک در تمام مسیرش در قسمت مثبت محور در حرکت است و در لحظهٔ $t=۳s$ به مبدأ رسیده از آن عبور نکرده و برمی‌گردد. متحرک تغییر جهت می‌دهد، اما بردار مکان آن همواره مثبت است. پس، بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۴۲۶- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل می‌توان فرض کرد یکی از آن‌ها ساکن است و دیگری پس از طی مسیر $۴\circ m$ به اولی می‌رسد.



چون شتاب‌ها در خلاف جهت هم هستند:

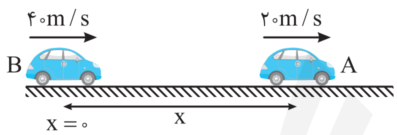
$$a_{نسبی} = a_۱ + a_۲ = ۲ + a$$

حال می‌توان روابط نسبی را به کار برد.

$$v^۲_{نسبی} - v^۲_{\circ نسبی} = ۲a_{نسبی}\Delta x$$

$$\Rightarrow ۲\circ^۲ - \circ = ۲(۲+a)\times۴\circ \Rightarrow ۴\circ\circ = ۸\circ(۲+a) \Rightarrow a = ۳m/s^۲$$

۴۲۷- گزینهٔ ۳ مکان اولیه متحرک B را مبدأ مکان در نظر می‌گیریم:



$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x \Rightarrow x_A = -t^۲ + ۲\circ t + x \xrightarrow{t=۶s} x_A = ۶۴ + x$$

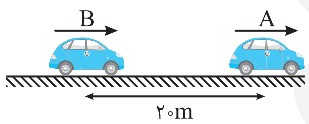
متحرک B به مدت $۱s$ با همان سرعت $۴\circ m/s$ به حرکت خود ادامه می‌دهد و سپس ترمز می‌گیرد بنابراین:

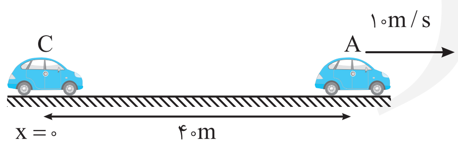
$$x_B = vt_{تاخیر} + \left(\frac{۱}{۲}at'^۲ + v_\circ t'\right) \Rightarrow x_B = ۴\circ\times۱ + \frac{-۱}{۲}\times۴\times t'^۲ + ۴\circ t' \xrightarrow{t'=۳s} x_B = ۱۴۲m$$

دو متحرک در کنار هم متوقف می‌شوند بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۶۴ + x = ۱۴۲ \Rightarrow x = ۷۸m$$

۴۲۸- گزینهٔ ۳ متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در هر ثانیه ۲ متر به متحرک A نزدیک می‌شود، بنابراین بعد از $۱\circ s$ فاصلهٔ $۲\circ m$ بین A و B را جبران خواهد کرد و در این لحظه متحرک C کنار آن‌هاست. معادلهٔ حرکت A و C را نوشته برابر قرار می‌دهیم.



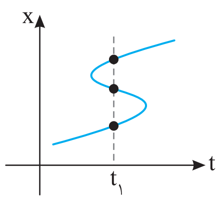


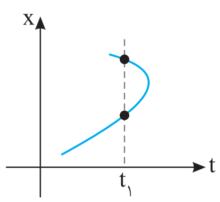
$$x_C = \frac{۱}{۲}at^۲ \xrightarrow{t=۱\circ s} x_۲ = ۵\circ a_C$$

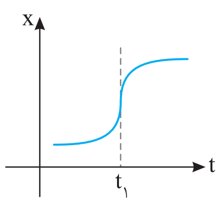
$$x_A = v_A t + x_\circ \Rightarrow x_A = ۱\circ t + ۴\circ \xrightarrow{t=۱\circ s} x_A = ۱۴\circ m$$

$$t=۱\circ s \text{ در لحظهٔ}: x_C = x_A \Rightarrow ۵\circ a_C = ۱۴\circ \Rightarrow a_C = ۲/۸ m/s^۲$$

۴۲۹- گزینهٔ ۳ متحرک نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان باشد، پس گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است.

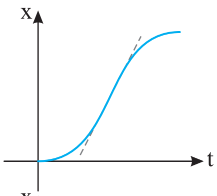




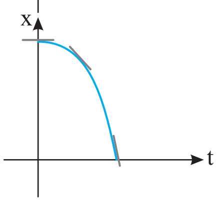


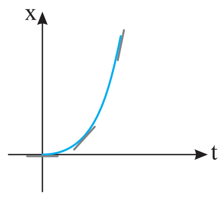
شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است، در لحظهٔ نشان داده شده خط مماس در نمودار گزینهٔ (۲) خط قائم است که شیب آن ∞ می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

۴۳۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ متحرک از حال سـکون حرکت کرده بنابراین نمودار مکان زمان در $t=۰$ باید بر محور زمان مماس باشـد، سـپس سـرعت ثابت مانده و باید نمودار مکان زمان خط راسـت مایلی باشـد که بر نمودار سـهمی قسمت اول مماس باشد هم‌چنین بر نمودار سهمی قسـمت کندشوندهٔ حرکت نیز باید مماس باشد تا سرعت در این لحظات با هم برابر شود بنابراین گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است.
به شکل روبه‌رو دقت کنید، شیب خط راست و شیب خط مماس بر دو منحنی یکسان است.

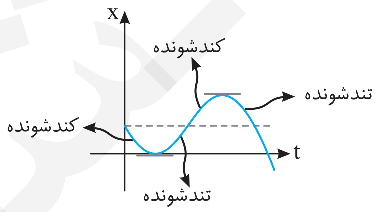


۴۳۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ متحرک از حال سـکون شـروع به حرکت کرده پس شـیب خط مماس در $t=۰$ خطی افقی است و گزینهٔ (۱) و (۲) هر دو درست هستند، در هر دو نمودار نیز حرکت تندشونده است.
(البته به‌طور کلی متحرک از حال سـکون به صورت تندشـونده شـروع به حرکت می‌کند و دو قید ذکر شده در سؤال هم‌ارز با یکدیگرند.)

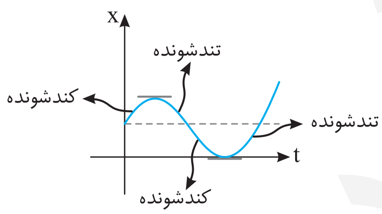




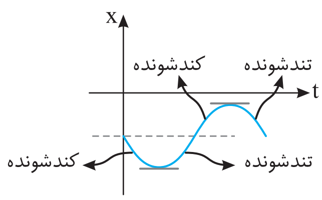
۴۳۲- گزینهٔ ۴ Ⓑ هرگاه متحرک تغییر جهت بدهد، سرعت آن صفر می‌شود و برای ادامهٔ حرکت باید نوع حرکت آن تغییر کند. یعنی قبل از صفر شدن سرعت، باید حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده باشد گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



گزینهٔ (۳)

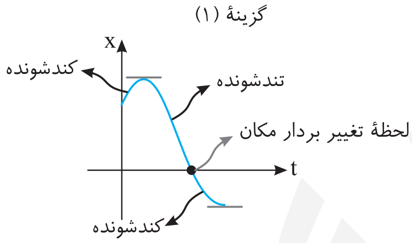


گزینهٔ (۲)



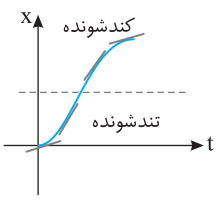
گزینهٔ (۱)

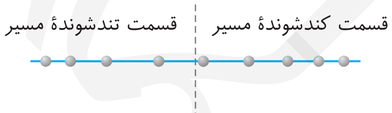
بنابراین در این سه گزینهٔ (۱)، (۲) و (۳) سه بار نوع حرکت تغییر می‌کند و گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.



گزینهٔ (۴)

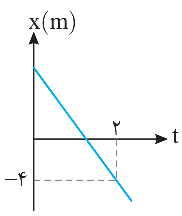
۴۳۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ بـا توجه به نمودار $x-t$ ابتدا حرکت تندشـونده و سـپس کندشـونده اسـت، بنابراین در قسـمت اول حرکـت در فاصله‌های زمانی یکسـان متحرک فاصله‌های بیشـتری طی می‌کند و در قسـمت دوم حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک فاصله‌های کمتری را طی می‌کند.





۴۳۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به شـکل شـیب خط منفی اسـت، بنابراین سـرعت متحرک منفی و برابر $-۳m/s$ است از این رو می‌توان نوشت:

$$v=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow -۳=\frac{-۴-x_۰}{۲}\Rightarrow -۶=-۴-x_۰\Rightarrow x_۰=۲m$$



۴۳۵- گزینهٔ ۴ Ⓐ نمودار مکان - زمان خط راسـت اسـت و سـرعت ثابت می‌باشد. سـرعت متحرک را به کمک داده‌های روی نمودار به دست می‌آوریم.

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{-۱۸-۳۰}{۵-۰}=\frac{-۴۸}{۵}\Rightarrow v=-۹/۶m/s$$

معادله حرکت خواهد شد:

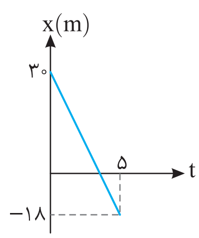
$$x=vt+x_۰\Rightarrow x=-۹/۶t+۳۰$$

در $t=۳s$ مکان خواهد شد:

$$x=-۹/۶\times ۳+۳۰=-۲۸/۸+۳۰\Rightarrow x=+۱/۲m$$

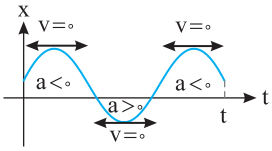
جابه‌جایی در مدت $۳s$ خواهد شد:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow \Delta x=-۹/۶\times ۳=-۲۸/۸m$$

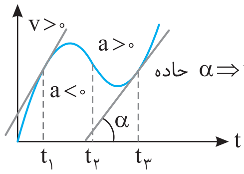


۴۳۶- گزینهٔ ۳ Ⓐ **راه‌حل اول:** چون نمودار مکان- زمان بخشـی از سـهمی اسـت، پس حرکت با شتاب ثابت اسـت. در لحظهٔ $t=۰$ منحنی بر محور t مماس نبوده، پس سرعت اولیه صفر نیست بلکه $v_۰>۰$ است. جهت تقعر منحنی رو به بالا است، پس شتاب مثبت است و چون سرعت اولیه مثبت است حرکت تندشونده است.

راه‌حل دوم: اگر بر منحنی چند مماس در لحظه‌های مختلف رسـم کنید، مشـاهده می‌کنید که با گذشـت زمان، شـیب این خط‌های مماس در حال افزایش اسـت، پس سرعت در حال زیاد شدن بوده و حرکت تندشونده است.



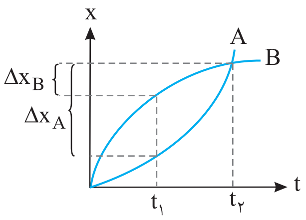
۴۳۷- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به شکل متحرک سه بار تغییر جهت داده و شتاب آن نیز دوبار تغییر جهت می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.



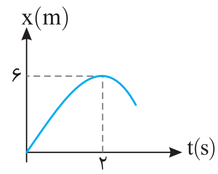
حاده $\alpha\Rightarrow \tan\alpha>0\Rightarrow v>0$

۴۳۸- گزینهٔ ۳ (A) در لحظهٔ t_1، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس سرعت مثبت است. اما جهت تقعر نمودار رو به پایین است، پس شتاب منفی است و در لحظهٔ t_1، $av<0$ است و حرکت کندشونده است. در لحظهٔ t_2، سرعت منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار منفی است (خط مماس در لحظهٔ t_2 با محور زمان زاویهٔ منفرجه می‌سازد.) اما در مورد علامت شتاب نمی‌توان اظهارنظر کرد یعنی جایی که جهت تقعر منحنی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، مشخص نیست پس نوع حرکت در لحظهٔ t_2 مشخص نیست. در لحظهٔ t_3 جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است.

$v_3>0\ ,\ a_3>0\Rightarrow$ در لحظهٔ t_3 حرکت تندشونده $(av>0)$



۴۳۹- گزینهٔ ۳ (B) در بازهٔ t_1 تا t_2 جابه‌جایی A از B بیشتر بوده و سرعت متوسط A از سرعت متوسط B بزرگ‌تر است. جهت تقعر نمودار A رو به بالا بوده پس شتاب آن مثبت است و اگر در بازهٔ t_1 تا t_2 بر منحنی A مماس رسم شود، شیب خط مماس مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت تندشونده $(av>0)$ است. اما جهت تقعر نمودار B رو به پایین بوده پس شتاب آن منفی است و شیب خط مماس بر نمودار B در بازهٔ t_1 تا t_2 مثبت بوده درنتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت B کندشونده $(av<0)$ است.



۴۴۰- گزینهٔ ۳ (A) سرعت در لحظهٔ $t=2s$ برابر صفر است. به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، ابتدا سرعت اولیه و سپس شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 6=\frac{0+v_0}{2}\times 2\Rightarrow v_0=6m/s$$

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-6}{2}=-3m/s^2$$

۴۴۱- گزینهٔ ۲ (A)

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 40=\frac{20+v_0}{2}\times 8\Rightarrow v_0=-10m/s\quad ,\quad a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{20-(-10)}{8}=3/75m/s^2$$

۴۴۲- گزینهٔ ۱ (B) در $t=2s$ سرعت صفر است از این‌رو:

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=a\times 2+v_0\Rightarrow v_0=-2a$$

نمودار مکان - زمان است و حرکت دارای شتاب ثابت است مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادلهٔ مکان زمان صدق کند از این‌رو:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\begin{cases}t=2s\Rightarrow -3=\frac{1}{2}a\times 4+(-2a)\times 2+x_0\Rightarrow -3=-2a+x_0 & (1)\\ t=5s\Rightarrow 15=\frac{1}{2}a\times 25+(-2a)\times 5+x_0\Rightarrow 15=2/5a+x_0 & (2)\end{cases}$$

$$18=4/5a\Rightarrow a=4m/s^2$$

در معادلهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

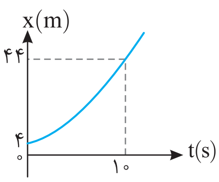
$$-3=-2\times 4+x_0\Rightarrow x_0=5m$$

راه‌حل پیشنهادی یک دانش‌آموز: در بازهٔ 2s تا 5s خواهیم داشت:

$$x=\frac{v+v_0}{2}t+x_0\Rightarrow 15=\frac{v+0}{2}\times 3-3\Rightarrow v=12m/s,\ a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{12-0}{5-2}=4m/s^2$$

به دلیل تقارن سهمی مکان در $t=0$ و $t=4s$ یکی است از این‌رو:

$$x=\frac{1}{2}at^2+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 4(4-2)^2-3\Rightarrow x=5m$$

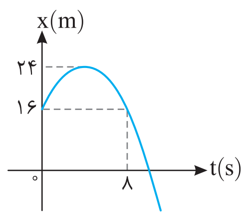


۴۴۳- گزینهٔ ۱ (B) نمودار سهمی است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است از طرفی شیب خط مماس در $t=0$ برابر ۲ است یعنی سرعت اولیه جسم برابر $v_0=2m/s$ است به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، سرعت در لحظهٔ $t=10s$ را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow 40=\frac{v+2}{2}\times 10\Rightarrow v=6m/s$$

حرکت دارای شتاب ثابت است و شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی یکسان است.

$$a_{av}=a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{6-2}{10}=0/4m/s$$



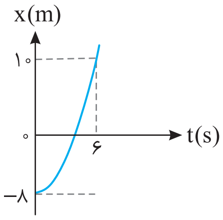
۴۴۴- گزینهٔ ۱ (B) نمودار مکان - زمان سهمی است و حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. در لحظهٔ $t=4s$ سرعت صفر می‌شود:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow (24-16)=\frac{0+v_0}{2}\times 4\Rightarrow v_0=4m/s$$

سرعت در لحظهٔ $t=8s$ به دلیل تقارن سهمی سرعت برابر $-4m/s$ است، از این‌رو: $|a_{av}|=|\frac{-4-4}{8}|=+1m/s$

سرعت متوسط صفر است، زیر متحرک در بازهٔ صفر تا 8s از مکان $+16m$ به همان مکان برگشته است.

$$\Delta x=0\Rightarrow v_{av}=0$$



۴۴۵- گزینهٔ ۳ ابتدا به کمک معادلهٔ مکان- زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم، با توجه به نمودار، سرعت اولیهٔ متحرک صفر است:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}\times a\times ۳۶+۰+(-۸)\Rightarrow a=۱\,m/s^۲$$

به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، سرعت را هنگام گذر متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ به دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)\Rightarrow v^۲-۰=۲\times ۱\times[۰-(-۸)]\Rightarrow v=۴\,m/s$$

۴۴۶- گزینهٔ ۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، بنابراین در لحظهٔ $t=۰$، سرعت $۶\,m/s$ و در لحظهٔ $t=۶s$، سرعت صفر است.

$$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta x=\frac{۰+۶}{۲}\times ۶\Rightarrow \Delta x=۱۸\,m$$

۴۴۷- گزینهٔ ۱ شیب خط قاطع نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی است، پس:

$$\bar{v}=\tan ۴۵^\circ \Rightarrow \bar{v}=۱\,m/s$$

نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است و سرعت متوسط برابر $\bar{v}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ بوده و در واقع سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی بوده و برابر سرعت در وسط بازهٔ زمانی است. بنابراین در لحظهٔ $t=\frac{t_۱}{۲}$ سرعت برابر است با: $v=۱\,m/s$

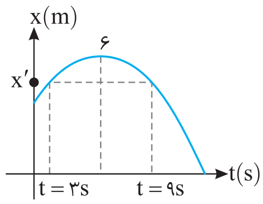
۴۴۸- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار، معادلهٔ مکان- زمان را در دو لحظهٔ $t_۱=۱۵\,s$ و $t_۲=۲۵\,s$ می‌نویسیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow -۲۵۰=\frac{۱}{۲}a(۶۲۵)+۴۰\times ۲۵+x_۰\Rightarrow ۳۱۲/۵a+x_۰=-۱۲۵۰ \quad (۱)$$

$$-۵۰=\frac{۱}{۲}a(۲۲۵)+۴۰\times ۱۵+x_۰\Rightarrow ۱۱۲/۵a+x_۰=-۶۵۰ \quad (۲)$$

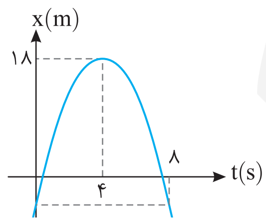
دو رابطهٔ (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$۲۰۰a=-۶۰۰\Rightarrow a=-۳\,m/s^۲$$

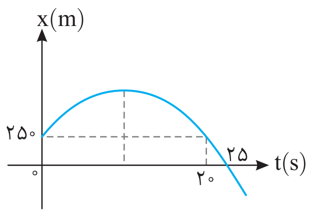


۴۴۹- گزینهٔ ۱ نمودار سهمی نسبت به رأس خود متقارن است بنابراین مکان متحرک در $t=۳s$ و $t=۹s$ که فاصلهٔ یکسانی از رأس سهمی $t=۶s$ دارند با هم برابر می‌باشند بنابراین $\Delta x=۰$ است.

$$\Delta x=x_{(۹)}-x_{(۳)}=x'-x'=۰$$



۴۵۰- گزینهٔ ۳ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد، بنابراین در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازهٔ شیب‌ها یکسان می‌باشد پس شیب خط مماس در $t=۰$ و $t=۸s$ هم‌اندازه و بزرگی سرعت در این دو لحظه یکسان است.



۴۵۱- گزینهٔ ۱ نمودار $x-t$ حرکت شتاب به صورت سهمی می‌باشد و می‌دانیم که سهمی نسبت به خط قائم گذر از رأس آن تقارن دارد. بنابراین:

$$t_{رأس}=\frac{۰+۲۰}{۲}=۱۰\,s$$

در رأس سهمی یعنی در نقطهٔ بیشینه نمودار مکان - زمان سرعت صفر است.

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=a\times ۱۰+v_۰\Rightarrow v_۰=-۱۰a \quad (۱)$$

در لحظهٔ $t=۲۵s$ مکان متحرک $x=۰$ است که باید در معادلهٔ مکان‌زمان حرکت با شتاب ثابت صدق کند.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \xrightarrow{(۱)} ۰=\frac{۱}{۲}a(۲۵)^۲+(-۱۰a)\times(۲۵)+۲۵۰\Rightarrow a=-۴\,m/s^۲\Rightarrow v_۰=-۱۰a=+۴۰\,m/s$$

در $t=۱۰s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد از این رو:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times(-۴)\times(۱۰)^۲+۴۰\times ۱۰+۲۵۰\Rightarrow x=۴۵۰\,m$$

۴۵۲- گزینهٔ ۳ شتاب مثبت است $a=۲m/s^۲$، بنابراین دهانه نمودار باید رو به بالا باشد، سرعت اولیه $+۳m/s$ است بنابراین شیب خط مماس بر نمودار در $t=۰$ باید مثبت باشد و مکان اولیه $x=+۴m$ است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۴۵۳- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل $x_۰=۱۵m$ و در لحظه‌های $t=۳s$ و $t=۵s$ متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ گذشته است.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow\begin{cases} t=۳s\Rightarrow ۰=\frac{۹}{۲}a+۳v_۰+۱۵ \\ t=۵s\Rightarrow ۰=\frac{۲۵}{۲}a+۵v_۰+۱۵\end{cases}\Rightarrow a=۲m/s^۲, v_۰=-۸m/s$$

در این صورت $x=t^۲-۸t+۱۵$ است.

۴۵۴- گزینهٔ ۴ A
نمودار مکان- زمان بخشی از یک سهمی می‌باشد، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است و به کمک رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت پرسش را حل می‌کنیم.

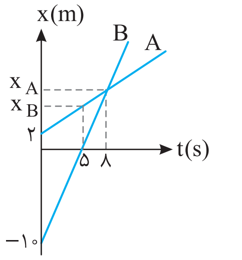
در نقطهٔ بیشینهٔ نمودار مکان- زمان، سرعت صفر است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t \Rightarrow 6=\frac{0+v_0}{2}\times 2 \Rightarrow v_0=6\,m/s\ ,\ a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-6}{2}=-3\,m/s^2$$

معادلهٔ سرعت- زمان خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=-3t+6$$

۴۵۵- گزینهٔ ۱ B
با توجه به شکل به کمک تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:

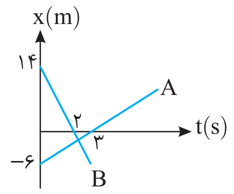


$$\frac{x_A}{10}=\frac{8-5}{5-0}\Rightarrow x_A=6m$$

$$\frac{x_A-x_B}{x_B-2}=\frac{8-5}{5-0}\Rightarrow \frac{6-x_B}{x_B-2}=\frac{3}{5}\Rightarrow 30-5x_B=3x_B-6\Rightarrow 36=8x_B\Rightarrow x_B=4.5\,m$$

۴۵۶- گزینهٔ ۲ A
سرعت حرکت هر یک را به دست می‌آوریم:

$$v_A=\frac{0-(-6)}{3-0}=2\,m/s\ \ ,\ \ v_B=\frac{0-14}{2-0}=-7\,m/s$$



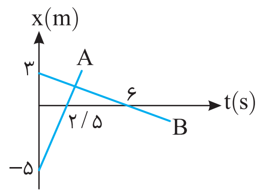
معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم با توجه نمودار حرکت‌ها با شتاب صفر است (با سرعت ثابت):

$$x_A=2t-6\ \ ,\ \ x_B=-7t+14$$

با توجه به فرض مسأله:

$$|x_B-x_A|=43\Rightarrow|-7t+14-2t+6|=43\Rightarrow\begin{cases}-9t+20=43\Rightarrow t=\frac{-23}{9}s\ (\text{غ.ق.ق})\\ -9t+20=-43\Rightarrow t=\frac{63}{9}=7s\end{cases}$$

۴۵۷- گزینهٔ ۴ B
سرعت حرکت هر متحرک را به دست می‌آوریم:



$$v_A=\frac{0-(-5)}{2.5-0}\Rightarrow v_A=2\,m/s\ \ ,\ \ v_B=\frac{0-3}{6-0}\Rightarrow v_B=-0.5\,m/s$$

معادلهٔ حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:

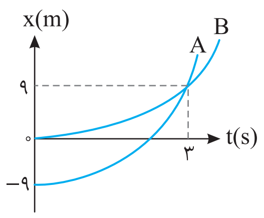
$$x_A=2t-5\ ,\ x_B=-0.5t+3$$

با توجه به صورت مسأله:

$$|x_A-x_B|=5\Rightarrow|2t-5+0.5t-3|=5\Rightarrow 2.5t-8=5\Rightarrow t=\frac{13}{2.5}\Rightarrow t=5.2s$$

$$2.5t-8=-5\Rightarrow t=\frac{3}{2.5}\Rightarrow t=1.2s$$

۴۵۸- گزینهٔ ۱ B
حرکت با شتاب ثابت است. به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب مسأله را حل می‌کنیم:



$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\ \ ,\ \ B:9=\frac{v_B+0}{2}\times3\Rightarrow v_B=6\,m/s\ \ ,\ \ A:9-(-9)=\frac{v_A+0}{2}\times3\Rightarrow v_A=12\,m/s$$

شتاب را برای هر متحرک به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a_A=\frac{12-0}{3}=4\,m/s^2\ \ ,\ \ a_B=\frac{6-0}{3}=2\,m/s^2$$

مکان هر متحرک را در $t=10s$ به دست می‌آوریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\ \Rightarrow\ \begin{cases}x_A=\frac{1}{2}\times4\times100+0+(-9)=191m\\ x_B=\frac{1}{2}\times2\times100+0+0=100m\end{cases}\Rightarrow\ x_A-x_B=91m$$

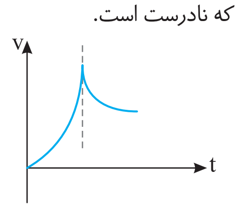
۴۵۹- گزینهٔ ۲ B
متحرک A دارای حرکت یکنواخت است و سرعت آن برابر است با:

$$v_A=\frac{75-0}{15-0}\Rightarrow v_A=5\,m/s$$

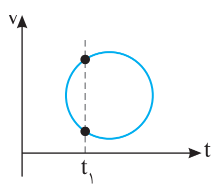
سرعت متحرک B باید برابر $5\,m/s$ شود. ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 75=\frac{1}{2}\times a\times15^2+0\Rightarrow a=\frac{2}{3}\,m/s^2\ \ ,\ \ v=at+v_0\Rightarrow 5=\frac{2}{3}t+0\Rightarrow t=7.5s$$

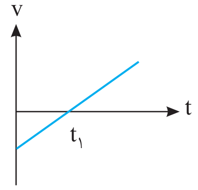
۴۶۰- گزینهٔ ۴ B
متحرک در یک زمان مشخص نمی‌تواند دو سرعت مختلف داشته باشد بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) نادرست است. نمودار $v-t$ یک نمودار پیوسته است یعنی نمی‌توان در یک لحظه از سرعت $+v$ به صفر رسید، پس گزینهٔ (۲) نیز نادرست است. در لحظهٔ مشخص شده در گزینهٔ (۱) شیب خط مماس نمودار $v-t$ که معرف شتاب است برابر ∞ می‌باشد که نادرست است.



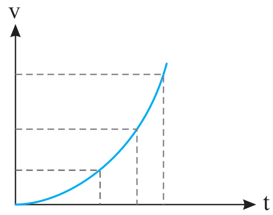
گزینهٔ (۱)



گزینهٔ (۳)

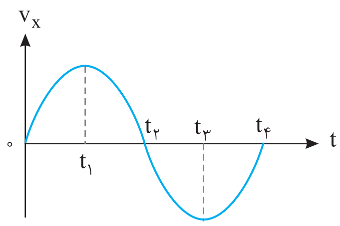


۴۶۱- گزینهٔ ۴ B تا لحظهٔ $t_۱$، سرعت متحرک در حال کاهش و در لحظهٔ $t_۱$، صفر می‌شود، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده بوده و پس از $t_۱$، حرکت تندشونده است.

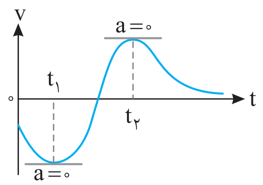


۴۶۲- گزینهٔ ۴ A نمودار سرعت-زمان است و در $t=۰$ سرعت صفر است. با زیاد شدن زمان، سرعت در حال افزایش است، پس حرکت تندشونده است. اما شتاب متغیر است زیرا اگر شتاب ثابت بود باید نمودار سرعت-زمان خط راست می‌شد.

۴۶۳- گزینهٔ ۱ B حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت در حال افزایش است. در نمودار گزینهٔ (۱) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت کندشونده است.
در نمودار گزینهٔ (۳) ابتدا سرعت در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.



۴۶۴- گزینهٔ ۱ B هرگاه سرعت متحرک کاهش یابد حرکت کندشونده است، با توجه به شکل در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت کاهش یافته و در لحظهٔ $t_۲$ صفر می‌شود، بنابراین در این بازه حرکت کندشونده است. از طرفی در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، نمودار بالای محور زمان است، بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور x ها است.



۴۶۵- گزینهٔ ۲ B شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان، شتاب لحظه‌ای را مشخص می‌کند. در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ مماس موازی محور زمان است و شیب آن صفر است، در این دو لحظه شتاب صفر شده و تغییر علامت نیز داده است. از این رو نیروی وارد بر جسم ۲ بار تغییر جهت داده است.

۴۶۶- گزینهٔ ۱ B شتاب متوسط برابر تغییرات سرعت در یکای زمان $(a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t})$ است که در بازهٔ ۰ تا t تغییرات سرعت از بقیهٔ بازه‌های بیان شده بیشتر است.

۴۶۷- گزینهٔ ۲ B نمودار $v-t$ سهمی شکل است پس $v=at^۲+bt+c$ می‌باشد و مختصات نقاط روی نمودار باید در معادله سرعت زمان صدق کند. در $t=۰$ سرعت $v=۶m/s$ است:

$$۶=۰+۰+c\Rightarrow c=۶$$

در $t=۱s$ سرعت $v=۰$ است:

$$۰=a+b+۶\Rightarrow a+b=-۶ \qquad (۱)$$

رأس سهمی برابر است با:

$$t_{\text{رأس}}=\frac{-b}{۲a}=۱\Rightarrow b=-۲a \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} a-۲a=-۶\Rightarrow a=۶,\ b=-۱۲$$

بنابراین رابطهٔ سرعت - زمان به‌صورت $v=۶t^۲-۱۲t+۶$ است.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{t=۲}-v_{t=۱}}{۲-۱}=\frac{۶(۴)-۱۲(۲)+۶-۰}{۱}=۶m/s^۲$$

۴۶۸- گزینهٔ ۲ B در ۶ ثانیهٔ اول حرکت با توجه به نمودار، شتاب ثابت است و شتاب متوسط متحرک و شتاب لحظه‌ای آن در بازهٔ صفر تا شش ثانیه یکی خواهد بود، به همین علت کافی است شتاب را در بازهٔ زمانی صفر تا ۴s به‌دست آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t-t_۰}=\frac{۰-۱۲}{۴-۰}=-۳m/s^۲\Rightarrow |a|=۳m/s^۲$$

۴۶۹- گزینهٔ ۴ B در نمودار $v-t$ شیب خط مماس در هر لحظه برابر شتاب لحظه‌ای است بنابراین:

$$a_{t=۳۰}=\frac{۰-v}{۴۰-۳۰}=\frac{-v}{۱۰}$$

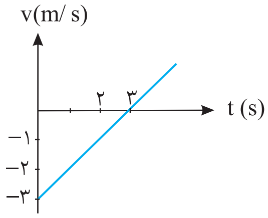
و شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av}=\frac{v_{t=۳۰}-v_{t=۰}}{\Delta t}=\frac{v-۱۰}{۳۰}$$

با توجه به‌صورت سؤال داریم:

$$a_{av}=a_{t=۳۰}\Rightarrow \frac{v-۱۰}{۳۰}=\frac{-v}{۱۰}\Rightarrow v-۱۰=-۳v\Rightarrow ۴v=۱۰\Rightarrow v=۲/۵m/s$$

۴۷۰- گزینهٔ ۳ شیب نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است. $a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-(-3)}{3-0}=1\,m/s^2$

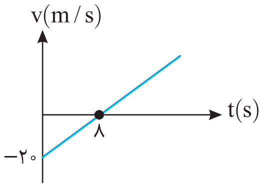


سرعت اولیهٔ متحرک $v_0=-3m/s$ می‌باشد.

بنابراین معادلهٔ حرکت آن در SI به‌صورت روبه‌رو است: $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}t^2-3t+x_0$

که در گزینه‌ها $x_0=0$ است و معادله به‌صورت $x=\frac{1}{2}t^2-3t$ خواهد بود.

۴۷۱- گزینهٔ ۳ ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

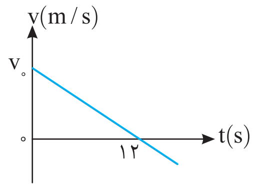


$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-(-20)}{8}\Rightarrow a=2.5m/s^2$$

اکنون مکان را به دست می‌آوریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times2.5\times400+(-20)\times20+0\Rightarrow x=100m$$

۴۷۲- گزینهٔ ۴ نمودار $v-t$ خط راست است. پس حرکت با شتاب ثابت بوده و در حرکت با شتاب ثابت $v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}$ است، بنابراین: $v_{av}=\frac{v_0+v}{2}=\frac{1}{3}v_0\Rightarrow v_0+v=\frac{2}{3}v_0\Rightarrow v=-\frac{1}{3}v_0$

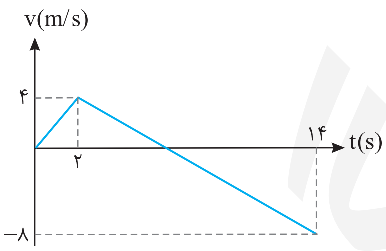


سرعت متحرک از $t=0$ تا $t=12s$ از v_0 به صفر می‌رسد. $v=at+v_0\Rightarrow -v_0=12a\Rightarrow a=\frac{-v_0}{12}$

حال زمانی که سرعت به $-\frac{1}{3}v_0$ می‌رسد را به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow -\frac{1}{3}v_0=\frac{-v_0}{12}t+v_0\Rightarrow\frac{-4}{3}v_0=\frac{-v_0}{12}t\Rightarrow t=16s$$

۴۷۳- گزینهٔ ۳ در بازهٔ زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت بوده است. ابتدا در بازهٔ $t=2s$ تا $t=14s$ شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:



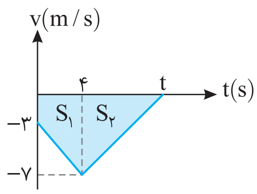
$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{-8-4}{14-2}=-1m/s^2$$

اکنون لحظهٔ صفر شدن سرعت را حساب می‌کنیم:

$$v_2=a(t_2-t_1)+v_0\Rightarrow 0=-1(t_2-2)+4\Rightarrow t_2=6s$$

بنابراین در بازهٔ بین ۶s تا ۱۴s یعنی به مدت ۸s، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است.

۴۷۴- گزینهٔ ۲ سطح بین نمودار سرعت زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است.

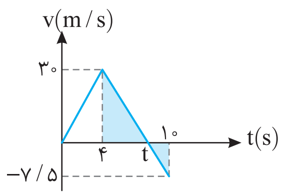


$$S=S_1+S_2=\frac{-3+(-7)}{2}\times4+\frac{-7\times(t-4)}{2}$$

$$-20+(-3.5)t+14=-27\Rightarrow -6-3.5t=-27\Rightarrow t=6s$$

دقت کنید که جابه‌جایی منفی $(-27m)$ است.

۴۷۵- گزینهٔ ۴ ابتدا با استفاده از تشابه دو مثلث هاشورخورده t را به دست می‌آوریم.

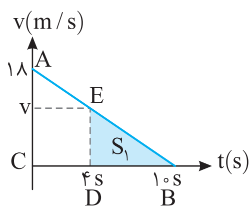


$$\frac{30}{7.5}=\frac{t-4}{10-t}\Rightarrow4=\frac{t-4}{10-t}\Rightarrow40-4t=t-4\Rightarrow44=5t\Rightarrow t=8.8s$$

اکنون قدر مطلق سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$l=\frac{8.8\times30}{2}+\frac{7.5\times(10-8.8)}{2}\Rightarrow l=136.5m$$

۴۷۶- گزینهٔ ۲ به کمک تشابه مثلث سرعت در لحظهٔ $t=4s$ را به دست می‌آوریم، سپس سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم.



$$\Delta ABC\sim\Delta EBD\Rightarrow\frac{18}{v}=\frac{10}{6}\Rightarrow v=10.8m/s,\ \Delta x=S_1=\frac{10.8\times6}{2}=32.4m$$

۴۷۷- گزینهٔ ۲ (B) شتاب حرکت در قسمت اول برابر است با:

$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow a_۱=\frac{۳◦-۱◦}{۱◦}=۲m/s^۲$

سرعت در لحظهٔ $t=۵s$ خواهد شد:

$v=at+v_◦\Rightarrow v'=۲\times۵+۱◦=۲◦m/s$

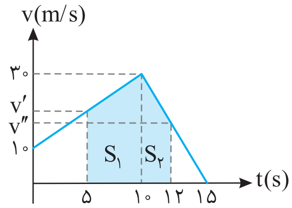
شتاب حرکت در قسمت دوم (۱۰s تا ۱۵s) برابر است با:

$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow a_۲=\frac{◦-۳◦}{۱۵-۱◦}\Rightarrow a_۲=-۶m/s^۲$

سرعت در لحظهٔ $t=۱۲s$ (لحظهٔ ۲s این قسمت) برابر خواهد شد با:

$v=at+v_◦\Rightarrow v''=-۶\times(۱۲-۱◦)+۳◦\Rightarrow v''=۱۸m/s$

مساحت سطح رنگی را به دست می‌آوریم: $\Delta x=S=S_۱+S_۲=\frac{۲◦+۳◦}{۲}\times۵+\frac{۱۸+۳◦}{۲}\times۲\Rightarrow \Delta x=۱۲۵+۴۸=۱۷۳m$



۴۷۸- گزینهٔ ۴ (A) ۲ ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t=۴s$ تا $t=۶s$. بنابراین سرعت در $t=۴s$ را به دست می‌آوریم. ابتدا شتاب را حساب می‌کنیم.

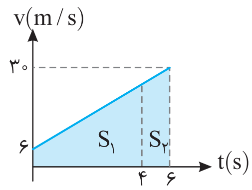
$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow a=\frac{۳◦-۶}{۶}=۴m/s^۲$

سرعت در $t=۴s$ خواهد شد:

$v=at+v_◦\Rightarrow v=۴\times۴+۶=۲۲m/s$

اکنون سطح زیر نمودار در بازهٔ صفر تا ۴s و بازهٔ ۴s تا ۶s را به دست می‌آوریم:

$\Delta x_۱=S_۱=\frac{۶+۲۲}{۲}\times۴=۵۶m\,,\,\Delta x_۲=S_۲=\frac{۳◦+۲۲}{۲}\times۲=۵۲m$



جابه‌جایی در ۴s آغازین حرکت ۴ متر بیشتر است.

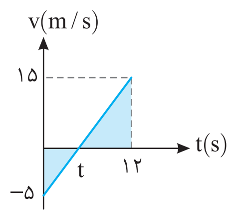
۴۷۹- گزینهٔ ۱ (A) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است، در این پرسش متحرک از حال سکون روی خط راست در جهت مثبت محور به مدت ۹ ثانیه حرکت کرده است، در این صورت مسافت طی شده همان جابه‌جایی متحرک می‌باشد.

$\Delta x=S\Rightarrow ۱۶۵=\frac{۹+۲}{۲}\times v\Rightarrow v=۳◦m/s$

اندازهٔ شتاب در قسمت کندشوندهٔ حرکت خواهد شد:

$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow |a|=|\frac{◦-۳◦}{۹-۵}|=۷/۵m/s^۲$

۴۸۰- گزینهٔ ۲ (A) در بازهٔ صفر تا ۱۲s شتاب مثبت است.



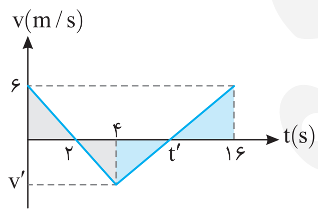
لحظهٔ t را به دست می‌آوریم.

$\frac{۱۵}{۵}=\frac{۱۲-t}{t}\Rightarrow ۳t=۱۲-t\Rightarrow t=۳s$

اکنون سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$l=\frac{۵\times۳}{۲}+\frac{۱۵\times۹}{۲}\Rightarrow l=۷/۵+۶۷/۵=۷۵m$

۴۸۱- گزینهٔ ۴ (B) متحرک در بازهٔ ۲s تا ۴s و t' تا $t=۱۶s$، حرکت تندشونده دارد. با توجه به تشابه دو مثلث نشان داده شده t' و v' را محاسبه می‌کنیم:

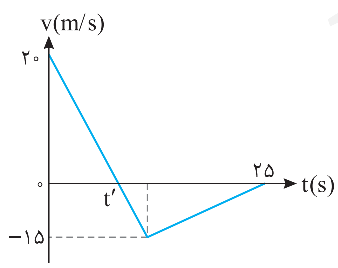


$\frac{۲}{۶}=\frac{۴-۲}{v'}\Rightarrow v'=-۶m/s,\frac{t'-۴}{۶}=\frac{۱۶-t'}{۶}\Rightarrow ۲t'=۲◦\Rightarrow t'=۱◦s$

حال مساحت زیر نمودار را در این دو بازه که حرکت تندشونده است، به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم.

$$\left\{\begin{array}{ll} t=۲s \text{ تا } t=۴s & |\Delta x|=\frac{۲\times۶}{۲}=۶m \\ t=۱◦s \text{ تا } t=۱۶s & |\Delta x'|=\frac{۶\times۶}{۲}=۱۸m \end{array}\right. \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}}=۶+۱۸=۲۴m$$

۴۸۲- گزینهٔ ۳ (A) در بازهٔ زمانی t' تا ۲۵s متحرک در خلاف جهت محور xها در حرکت بوده است. سرعت متوسط برابر $\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است که در آن Δx سطح محصور بین نمودار با محور زمان در بازهٔ t' تا ۲۵s است، از این رو:



$v_{av}=\frac{|S|}{\Delta t}=\frac{۱۵\times(۲۵-t')\times\frac{۱}{۲}}{۲۵-t'}\Rightarrow v_{av}=۷/۵m/s$

۴۸۳- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا به کمک بازهٔ $t=۴s$ تا $t=۶s$، سرعت را در لحظهٔ $t=۴s$ به‌دست می‌آوریم:

$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow -۷/۵=\frac{◦-v}{۶-۴}\Rightarrow v=۱۵m/s$

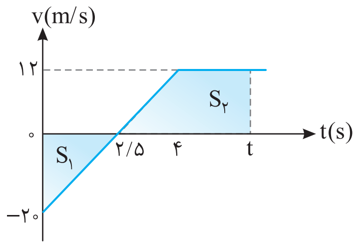
سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$a=\frac{v-v_◦}{t}\Rightarrow ۲/۵=\frac{۱۵-v_◦}{۴-◦}\Rightarrow v_◦=۵m/s$

اکنون جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم:

$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲=\frac{۱۵+۵}{۲}\times۴+\frac{۱۵\times۲}{۲}\Rightarrow \Delta x=۵۵\,m$

۴۸۴- گزینهٔ ۱ Ⓑ



شتاب حرکت را در قسمت اول به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}\Rightarrow a=\frac{۱۲-(-۲۰)}{۴}=۸m/s^۲$$

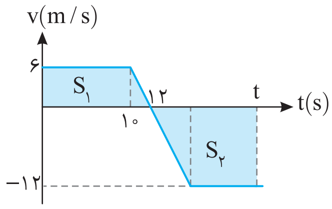
لحظهٔ توقف را حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_\circ\Rightarrow ۰=۸t+(-۲۰)\Rightarrow t=۲/۵s$$

در بازهٔ صفر تا ۲/۵s سطح زیر نمودار باید با سطح زیر نمودار از ۲/۵s تا t برابر شود تا t جابه‌جایی صفر شده و متحرک به محل آغاز حرکت برگردد.

$$S_۱=S_۲\Rightarrow\frac{-۲۰\times۲/۵}{۲}+\frac{(t-۲/۵)+(t-۴)}{۲}\times۱۲=۰\Rightarrow-۲۵+(۲t-۶/۵)\times۶=۰\Rightarrow-۲۵+۱۲t-۳۹=۰\Rightarrow۱۲t=۶۴\Rightarrow t=\frac{۶۴}{۱۲}=\frac{۱۶}{۳}s$$

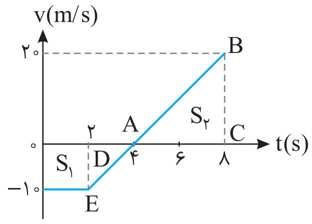
۴۸۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ



هنگامی که متحرک مجدداً از مبدأ حرکتش می‌گذرد، جابه‌جایی آن صفر است. از این رو باید لحظه‌ای را به دست آورد که سطح زیر نمودار برابر صفر شود در واقع باید در لحظهٔ فرضی t، سطح زیر نمودار $S_۱$ و $S_۲$ برابر و قرینه باشند بنابراین برای به‌دست آوردن مسافت طی شده کافی است سطح $S_۱$ را به‌دست آورده و دو برابر کرد.

$$l=۲S_۱=۲\times\frac{۱۰+۱۲}{۲}\times۶=۱۳۲m$$

۴۸۶- گزینهٔ ۲ Ⓒ



به کمک تشابه مثلث ABC و ADE سرعت در لحظهٔ t=۸s برابر ۲۰m/s می‌شود.

در بازهٔ صفر تا ۴s متحرک از مبدأ مکان (x=۰) در جهت منفی محور، در حال دور شدن از مبدأ است.

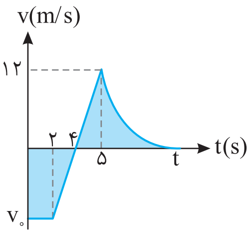
$$S_۱=\Delta x_۱=(\frac{۴+۲}{۲})(-۱۰)=-۳۰m$$

در لحظهٔ t=۴s، سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و به سوی مبدأ باز می‌گردد و در بازهٔ ۴s تا ۸s به اندازهٔ مقدار زیر در جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

$$\Delta x_۲=S_۲=\frac{۴\times۲۰}{۲}=۴۰m$$

پس متحرک در بازگشت از مبدأ گذشته و در t=۸s در مکان x=−۳۰+۴۰=۱۰m مبدأ است، پس در t=۴s فاصلهٔ متحرک از مبدأ از بقیهٔ لحظه‌ها بیشتر است.

۴۸۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ



شتاب در بازهٔ ۲s تا ۵s برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۲-۰}{۵-۴}=۱۲m/s^۲$$

سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

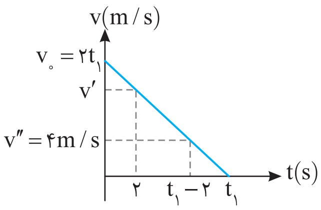
$$v=at+v_\circ\Rightarrow۱۲=۱۲\times(۵-۲)+v_\circ\Rightarrow v_\circ=-۲۴m/s$$

جابه‌جایی متحرک برابر سطح زیر نمودار است، از این رو:

$$\Delta x=S\Rightarrow(\frac{۴+۲}{۲})\times(-۲۴)+(\frac{۱۲\times۱}{۲})+۱۵=-۵۱m$$

$$\Delta x=x-x_\circ\Rightarrow-۵۱=x-(-۵)\Rightarrow x=-۵۶m$$

۴۸۸- گزینهٔ ۲ Ⓑ



نمودار v−t به‌صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. برای دو ثانیهٔ آخر به کمک فرمول طلایی می‌توان نوشت:

$$\Delta x_۲=\frac{v''}{۲}\times۲\Rightarrow v''=۴m/s$$

با توجه به قسمت آخر حرکت، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰-۴}{۲}=-۲m/s^۲$$

اکنون به کمک معادلهٔ جابه‌جایی زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\Rightarrow۳۶=\frac{۱}{۲}(-۲)\times(۲)^۲+v_\circ\times۲\Rightarrow v_\circ=۲۰m/s$$

به کمک معادلهٔ سرعت زمان، $t_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_\circ\Rightarrow۰=-۲t+۲۰\Rightarrow t=۱۰s$$

۴۸۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ

سرعت متوسط برابر است با: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S}{\Delta t}$ که سطح زیر نمودار در بازهٔ ۲t تا ۳t از بقیه بیشتر است.

۴۹۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ

سطح محصور بین نمودار سرعت− زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی است.

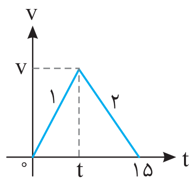
$$\Delta x=\frac{-۸\times۳}{۲}+\frac{۵+۲}{۲}\times۸=-۱۲+۲۸=۱۶m\quad,\quad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۶}{۸}=۲m/s$$

۴۹۱- گزینهٔ ۲ Ⓑ

سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک بوده از طرفی سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow۶=\frac{\Delta x}{۱۵}\Rightarrow\Delta x=۹۰m\quad,\quad\Delta x=S\Rightarrow۹۰=\frac{v\times۱۵}{۲}\Rightarrow v=۱۲m/s$$

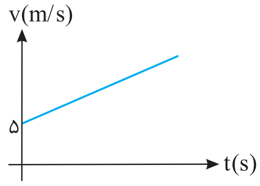
۴۹۲- گزینهٔ ۱ با توجه به فرض مسأله: $a_۱=۲|a_۲|\Rightarrow\frac{v-۰}{t}=۲\frac{v}{۱۵-t}\Rightarrow ۲t=۱۵-t\Rightarrow t=۵s$



سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی جسم است از این‌رو: $\Delta x=S\Rightarrow ۳۰۰=\frac{v\times ۱۵}{۲}\Rightarrow v=۴۰m/s$

شتاب قسمت تندشونده برابر است با: $a_۱=\frac{۴۰-۰}{۵}=۸m/s^۲$

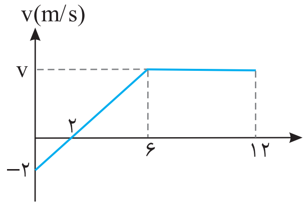
۴۹۳- گزینهٔ ۳ ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t_۱=۴s$ و $t_۲=۱۲s$ به‌دست می‌آوریم:



$v_۱=at_۱+v_۰\Rightarrow v_۱=۵\times۴+۵=۲۵m/s\quad,\quad v_۲=at_۲+v_۰\Rightarrow v_۲=۵\times۱۲+۵=۶۵m/s$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با: $\bar{v}=\frac{v_۲+v_۱}{۲}=\frac{۶۵+۲۵}{۲}=۴۵m/s$

۴۹۴- گزینهٔ ۱ تغییر مکان (جابه‌جایی) برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است. ابتدا شتاب را در بازهٔ زمانی صفر تا ۲s به‌دست می‌آوریم: $a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۰-(-۲)}{۲}\Rightarrow a=۱m/s^۲$



در بازهٔ زمانی صفر تا ۶s شتاب ثابت و برابر $۱m/s^۲$ است. $v=at+v_۰\Rightarrow v=۱\times۶+(-۲)\Rightarrow v=۴m/s$

$$\Delta x=S\Rightarrow\Delta x=\frac{-۲\times۲}{۲}+\frac{۱۰+۶}{۲}\times۴\Rightarrow\Delta x=-۲+۳۲=۳۰m$$

مسافت طی شده $=|S_۱|+|S_۲|+\cdots=|-۲|+|۳۲|=۳۴\,m$

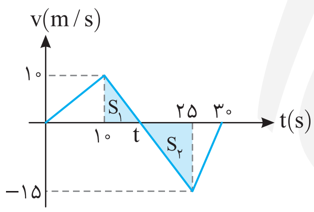
۴۹۵- گزینهٔ ۲ در بازهٔ ۱۰ تا ۲۵ ثانیه و ۱۰ تا t ثانیه شتاب ثابت است، از این‌رو شتاب را در دو قسمت مساوی قرار می‌دهیم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow\frac{-۱۵-۱۰}{۲۵-۱۰}=\frac{۰-۱۰}{t-۱۰}\Rightarrow t=۱۶s$$

در بازهٔ ۱۶s تا ۳۰s سرعت منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت بوده است. $|\Delta x|=|S|=\frac{(۳۰-۱۶)(۱۵)}{۲}=۱۰۵m$

بزرگی سرعت متوسط برابر خواهد شد با: $|v_{av}|=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۰۵}{۱۴}\Rightarrow|\bar{v}|=۷/۵m/s$

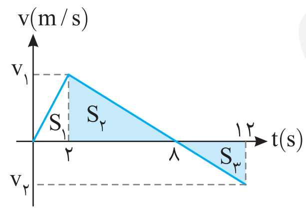
۴۹۶- گزینهٔ ۲ در بازهٔ $t=۱۰s$ تا $t=۲۵s$ شیب خط نمودار $v-t$ منفی است بنابراین در این بازه شتاب منفی می‌باشد. حال با توجه به تشابه دو مثلث رنگی t را حساب می‌کنیم.



$$\frac{۱۰}{t-۱۰}=\frac{۱۵}{۲۵-t}\Rightarrow ۵۰-۲t=۳t-۳۰\Rightarrow t=۱۶s$$

تندی متوسط برابر است با $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$ بنابراین: $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{S_۱+|S_۲|}{\Delta t}=\frac{۳۰+۶۷/۵}{۱۵}=\frac{۹۷/۵}{۱۵}=۶/۵m/s$

۴۹۷- گزینهٔ ۴ با توجه به اینکه از ۲s تا ۱۲s نمودار به صورت خط راست است، با توجه به تشابه دو مثلث داریم:



$$\frac{v_۱}{۸-۲}=\frac{v_۲}{۱۲-۸}\Rightarrow v_۱=\frac{۳}{۲}v_۲$$

از طرفی با توجه به فرض مسأله مسافت طی‌شده خواهد شد: $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow l=\frac{۱۰}{۳}\times۱۲=۴۰m$

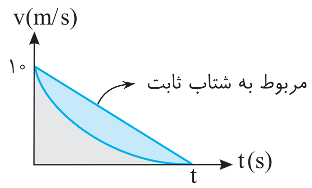
با توجه به مسافت طی شده که برابر قدر مطلق مساحت زیر نمودار است داریم:

$$l=|S_۱|+|S_۲|+|S_۳|=\frac{۲\times v_۱}{۲}+\frac{۶\times v_۱}{۲}+\frac{۴\times|v_۲|}{۲}=۴v_۱+۲|v_۲|\Rightarrow ۴۰=۴v_۱+۲|v_۲|\xrightarrow{v_۱=\frac{۳}{۲}v_۲}۸|v_۲|=۴۰\Rightarrow|v_۲|=۵m/s$$

بنابراین $v_۲=-۵m/s$ و $v_۱=\frac{۳}{۲}|v_۲|=۷/۵m/s$ می‌باشد. $|a|=|\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}|\Rightarrow|a|=\frac{۱۲/۵}{۱۰}=۱/۲۵m/s^۲$

در قسمت کندشونده که از ۲s تا ۸s می‌باشد نیز شتاب برابر $۱/۲۵m/s^۲$ است.

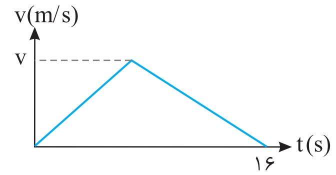
۴۹۸- گزینهٔ ۴ نمودار سرعت- زمان، خمیده است، بنابراین حرکت دارای شتاب متغیر است. از طرفی سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان بوده و جابه‌جایی نیز برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است.



این نمودار را با نمودار سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت که در آن $v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}$ است، مقایسه می‌کنیم. سطح زیر نمودار سرعت- زمان برای شتاب ثابت از سطح زیر نمودار سرعت- زمان برای شتاب متغیر بیشتر است.

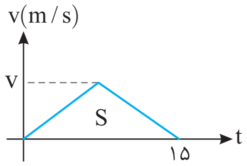
$$\Delta x_{\text{متغیر}}<\Delta x_{\text{ثابت}}\Rightarrow v_{av_{\text{متغیر}}}<v_{av_{\text{ثابت}}}\Rightarrow v_{av_{\text{متغیر}}}<\frac{۰+۱۰}{۲}\Rightarrow v_{av}<۵m/s$$

۴۹۹- گزینهٔ ۳ (B) نمودار سرعت- زمان خودرو را رسم می‌کنیم.
سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی جسم است.



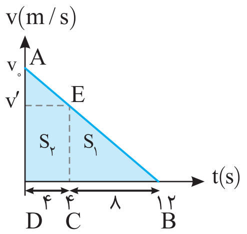
$$\Delta x=S\Rightarrow ۱۶۰=\frac{v\times ۱۶}{۲}\Rightarrow v=۲۰\,m/s$$

۵۰۰- گزینهٔ ۱ (A) نمودار سرعت زمان را رسم کنیم. سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است از این رو:



$$\Delta x=S\Rightarrow ۶۰=\frac{۱۵\times v}{۲}\Rightarrow v=۸m/s$$

۵۰۱- گزینهٔ ۱ (B) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کرده و سپس با توجه به شکل، سرعت در لحظه $t=۴s$ را به کمک تشابه به دست می‌آوریم.



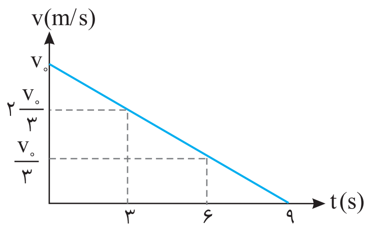
$$\Delta ABD\sim\Delta EBC\Rightarrow \frac{v_۰}{v'}=\frac{۱۲}{۸}\Rightarrow v'=\frac{۲}{۳}v_۰$$

اکنون سطح‌های $S_۱$ و $S_۲$ را به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$S_۱=\frac{\frac{۲}{۳}v_۰(۸)}{۲}=\frac{۸}{۳}v_۰$$

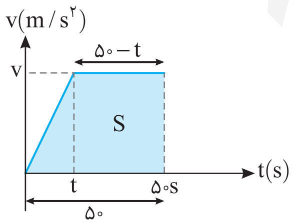
$$S_۲=\frac{(v_۰+\frac{۲}{۳}v_۰)\times ۴}{۲}=\frac{۱۰}{۳}v_۰\Rightarrow \frac{S_۱}{S_۲}=\frac{\frac{۸}{۳}v_۰}{\frac{۱۰}{۳}v_۰}=\frac{۴}{۵}$$

۵۰۲- گزینهٔ ۳ (B) حرکت دارای شتاب ثابت است و در بازه‌های زمانی یکسان، تغییر سرعت، مقدار ثابتی است.
بنابراین وقتی در ۹s سرعت از $v_۰$ به صفر می‌رسد، در بازه‌های یکسان ۳s، تغییرات سرعت $\frac{۱}{۳}v_۰$ بوده یعنی سرعت در ۳s اول از $v_۰$ به $\frac{۲v_۰}{۳}$ و در ۳s دوم از $\frac{۲v_۰}{۳}$ به $\frac{v_۰}{۳}$ و در ۳s سوم از $\frac{v_۰}{۳}$ به صفر می‌رسد.



$$۰\to ۳s\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{v_۰+\frac{۲v_۰}{۳}}{۲}\times ۳\ ,\ ۶s\to ۹s\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{\frac{v_۰}{۳}\times ۳}{۲}\Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲}=\frac{\frac{۵v_۰}{۲}}{\frac{v_۰}{۲}}=۵$$

۵۰۳- گزینهٔ ۴ (B) مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی می‌باشد بنابراین:



$$\Delta x_{کل}=۶۰۰+۲۰۰=۸۰۰m\Rightarrow \Delta x_{کل}=S=\frac{v(۵۰+(۵۰-t))}{۲}=۸۰۰$$

$$\Delta x_{کل}=S=\frac{۱۰۰v-vt}{۲}=۸۰۰\qquad(۱)$$

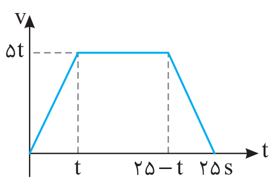
سطح زیر نمودار از صفر تا t برابر است با:

$$S_۱=\frac{vt}{۲}=۲۰۰\Rightarrow vt=۴۰۰m\qquad(۲)$$

اکنون در رابطهٔ (۱) از رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۱۰۰v-۴۰۰}{۲}=۸۰۰\Rightarrow ۱۰۰v-۴۰۰=۱۶۰۰\Rightarrow v=۲۰m/s$$

۵۰۴- گزینهٔ ۳ (B) نمودار $v-t$ حرکت این متحرک به‌صورت زیر است (در نمودار $v-t$ شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب حرکت است پس در قسمت اول و آخر حرکت شیب نمودار قرینه هم هستند و بازه‌های زمانی برابر دارند.)

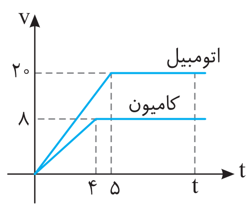


$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\text{برابر جابه‌جایی است}]{\text{مساحت زیر نمودار } v-t} v_{av}=\frac{S}{۲۵}=\frac{\frac{۵t(۲۵+۲۵-۲t)}{۲}}{۲۵}\Rightarrow\frac{۵t(۵۰-۲t)}{۵۰}=۲۰$$

$$\Rightarrow -۲t^۲+۵۰t=۲۰۰\Rightarrow t^۲-۲۵t+۱۰۰=۰\Rightarrow\begin{cases}t=+۵s\\ t=۲۰s\end{cases}$$

بنابراین مدت زمان حرکت یکنواخت برابر است با از $t=۵s$ تا $۲۵-t=۲۰s$ یعنی مدت حرکت یکنواخت ۱۵s بوده است.

۵۰۵- گزینهٔ ۱ (C) نمودار سرعت - زمان هر متحرک را رسم می‌کنیم:



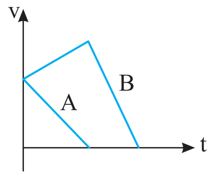
اتومبیل: $v=at+v_۰\Rightarrow v=۴\times ۵=۲۰m/s$ ، کامیون: $v=at+v_۰\Rightarrow v=۲\times ۴=۸m/s$

در لحظهٔ دلخواه t وقتی دو متحرک به‌هم می‌رسند باید سطح زیر نمودار سرعت - زمان اتومبیل با سطح زیر نمودار سرعت - زمان کامیون به‌اضافهٔ ۲۰۶ متر برابر باشد.

$$\frac{t+(t-۵)}{۲}\times ۲۰=\frac{t+(t-۴)}{۲}\times ۸+۲۰۶\Rightarrow ۲۰t-۵۰=۸t-۱۶+۲۰۶\Rightarrow ۱۲t=۲۴۰\Rightarrow t=۲۰s$$

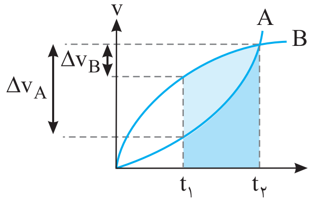
۵۰۶- گزینهٔ ۲ (B) پاسخ بسیار ساده است زیرا شتاب متوسط B با توجه به شکل در بازهٔ t_1 تا t_2 صفر است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۵۰۷- گزینهٔ ۱ (A) در کل حرکت دو متحرک A و B از $t=0$ تا لحظهٔ توقف تغییر سرعت (Δv) هر دو متحرک یکسان است امّا $\Delta t_A<\Delta t_B$ می‌باشد بنابراین:



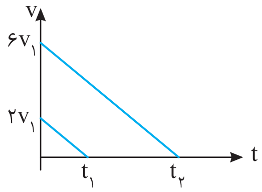
$$a_{av,A}=\frac{\Delta v}{\Delta t_A},\quad a_{av,B}=\frac{\Delta v}{\Delta t_B}\xrightarrow{\Delta t_A<\Delta t_B}a_{av,A}>a_{av,B}$$

۵۰۸- گزینهٔ ۲ (B) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برای متحرک A کمتر از متحرک B است، بنابراین سرعت متوسط A کمتر از سرعت متوسط B است.



در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 تغییر سرعت متحرک A از تغییر سرعت متحرک B بیشتر است، بنابراین شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بیشتر است.

۵۰۹- گزینهٔ ۳ (B) شتاب دو متحرک با هم یکسان است پس شیب خط دو متحرک باید یکسان باشد.



$$\frac{0-2v_1}{t_1}=\frac{0-6v_1}{t_2}\Rightarrow t_2=3t_1 \qquad (1)$$

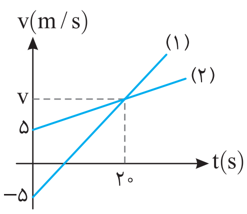
جابه‌جایی متحرک اول برابر مساحت زیر نمودار این متحرک است:

$$\Delta x_1=\frac{2v_1\times t_1}{2}=10\Rightarrow v_1t_1 \qquad (2)$$

اکنون سطح زیر نمودار دوم را به‌دست آورده و از رابطهٔ (۱) و (۲) در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\Delta x_2=\frac{6v_1\times t_2}{2}=\frac{6v_1\times 3t_1}{2}=9v_1t_1\Rightarrow \Delta x_2=90m$$

۵۱۰- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به نمودار، سرعت ابتدایی و انتهایی هر دو حرکت را داریم پس:



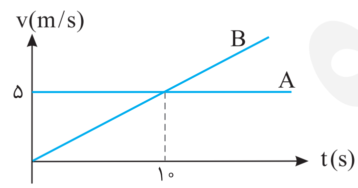
$$\Delta x_2=\frac{5+v}{2}\times 20=10(5+v)\ ,\ \Delta x_1=\frac{-5+v}{2}\times 20=10(-5+v)$$

فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$\Delta x_1-\Delta x_2=10(5+v)-10(-5+v)=50+10v+50-10v\Rightarrow \Delta x_1-\Delta x_2=100m$$

۵۱۱- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم.

حرکت متحرک A یکنواخت است. محل شروع حرکت را مبدأ مکان در نظر می‌گیریم.



$$x=vt+x_0\ ,\ x_A=5t$$

حرکت متحرک B دارای شتاب ثابت است.

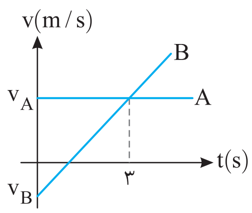
$$a_B=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a_B=\frac{5-0}{10}\Rightarrow a_B=\frac{1}{2}m/s^2$$

$$x_B=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_B=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times t^2+0+0\Rightarrow x_B=\frac{1}{4}t^2$$

اکنون لحظهٔ گذر دو متحرک از کنار هم را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow 5t=\frac{1}{4}t^2\Rightarrow t=20s$$

۵۱۲- گزینهٔ ۲ (A) سرعت متحرک A ثابت و متحرک B دارای شتاب ثابت است، می‌دانیم شیب خط نمودار v−t برابر شتاب است پس $a_B=\frac{v_A-v_B}{3}$ می‌باشد:

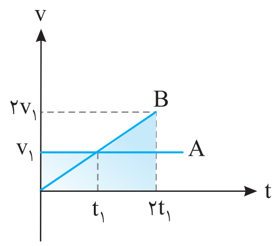


$$\Delta x_A=v_At_1\ ,\ \Delta x_B=\frac{1}{2}\left(\frac{v_A-v_B}{3}\right)t_1^2+v_Bt_1$$

دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند بنابراین هنگامی که $\Delta x_A=\Delta x_B$ باشد این دو متحرک مجدد به هم می‌رسند.

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_A-v_B}{3}\right)t_1^2+v_Bt_1=v_At_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_A-v_B}{3}\right)t_1^2=(v_A-v_B)t_1\Rightarrow t_1=6s$$



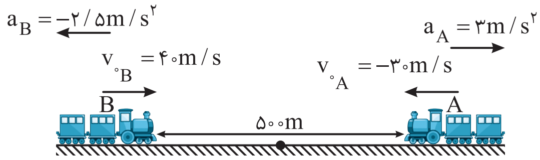
۵۱۳- گزینهٔ ۳ در بازهٔ زمانی صفر تا $۲t_۱$ جابه‌جایی دو متحرک را به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = S = v_۱(۲t_۱) = ۲v_۱t_۱$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها سرعت B در لحظهٔ $۲t_۱$ برابر $۲v_۱$ است.

$$\Delta x_B = S = \frac{(۲v_۱)(۲t_۱)}{۲} = ۲v_۱t_۱$$

بنابراین جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان برابر بوده و سرعت متوسط آن‌ها یکی است.



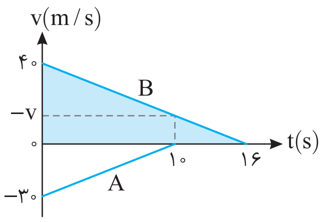
۵۱۴- گزینهٔ ۲ نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت می‌باشد. شتاب هر یک را حساب می‌کنیم:

$$a_B = \frac{۰-۴۰}{۱۶} = ۲/۵ m/s^۲ \ , \ a_A = \frac{۰-(-۳۰)}{۱۰} = ۳m/s^۲$$

محل قطار A را در $t=۰$ مبدأ اختیار کرده و معادلهٔ حرکت آن را می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{۱}{۲}\times ۳\times t^۲ - ۳۰t \xrightarrow{t=۱۰s} x_A = ۱۵۰-۳۰۰ \Rightarrow x_A = -۱۵۰m$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}\times(-۲/۵)t^۲ + ۴۰t - ۵۰۰ \xrightarrow{t=۱۰s} x_B = -۱۲۵+۴۰۰-۵۰۰ \Rightarrow x_B = -۲۲۵m \quad , \quad \Delta x = |x_A - x_B| = ۷۵m$$



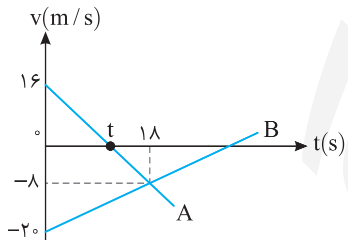
روش دیگر: در لحظهٔ $t=۱۰s$ متحرک A می‌ایستد. به کمک تشابه سرعت متحرک B را در لحظهٔ $t=۱۰s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{۴۰}{v} = \frac{۱۶}{۶} \Rightarrow v = ۱۵m/s$$

اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازهٔ صفر تا ۱۰s به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A = \frac{-۳۰\times۱۰}{۲} = -۱۵۰m \ , \ \Delta x_B = \frac{۴۰+۱۵}{۲}\times ۱۰ = ۲۷۵m$$

اکنون متحرک A، ۱۵۰m و متحرک B، ۲۷۵ متر به سمت هم حرکت کرده‌اند و در ابتدا فاصلهٔ آن‌ها از هم ۵۰۰m بوده بنابراین در این لحظه فاصلهٔ آن‌ها از هم $۵۰۰-(۱۵۰+۲۷۵) = ۷۵m$ خواهد شد.



۵۱۵- گزینهٔ ۲ در بازهٔ صفر تا t ثانیه حرکت A در جهت محور xها بوده است. ابتدا زمان t را به کمک تشابه مثلث به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱۶}{t} = \frac{۸}{۱۸-t} \Rightarrow ۳۶-۲t = t \Rightarrow t = ۱۲s$$

شتاب حرکت B را حساب می‌کنیم:

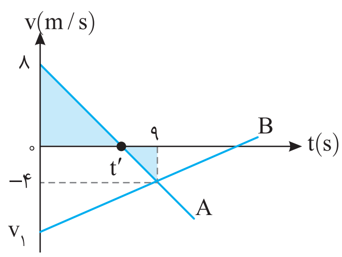
$$a = \frac{v-v_۰}{t} \Rightarrow a_B = \frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳} m/s^۲$$

جابه‌جایی B در مدت $t=۱۲s$ خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = \frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times(۱۲)^۲ + (-۲۰)\times ۱۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۴۸-۲۴۰ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۱۹۲m$$

بنابراین بزرگی جابه‌جایی B برابر ۱۹۲ متر است.



۵۱۶- گزینهٔ ۱ هنگامی که در نمودار $v-t$ متحرکی به محور زمان‌ها نزدیک می‌شود حرکت آن کندشونده است. مطابق نمودار از $t=۰$ تا $t=t'$ حرکت متحرک A کندشونده است. با استفاده از تشابه مثلث داریم:

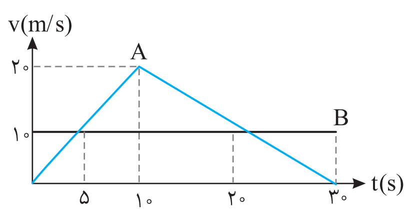
$$\frac{۹-t'}{۴} = \frac{t'}{۸} \Rightarrow ۱۸-۲t' = t' \Rightarrow t' = ۶s$$

بنابراین در بازهٔ $t=۰$ تا $t=۶$ حرکت متحرک A کندشونده است و در این بازه مسافت طی شده توسط متحرک B برابر ۹۶m می‌باشد، شتاب متحرک B را به‌دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{-۴-v_۱}{۹}$$

معادلهٔ مکان زمان را برای متحرک B می‌نویسیم. دقت کنید جابه‌جایی متحرک B در بازهٔ صفر تا ۶s که سرعت منفی است برابر $-۹۶m$ است.

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_Bt^۲ + v_۱t' \Rightarrow -۹۶ = \frac{۱}{۲}\left(\frac{-۴-v_۱}{۹}\right)\times ۳۶ + ۶v_۱ \Rightarrow -۹۶ = -۸-۲v_۱+۶v \Rightarrow -۸۸ = ۴v_۱ \Rightarrow v_۱ = -۲۲m/s$$



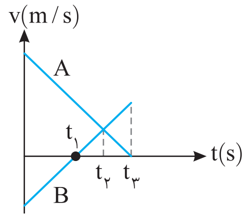
۵۱۷- گزینهٔ ۳ برای حل این پرسش در لحظه‌های بیان شده در گزینه‌ها، سطح زیر نمودارها را با هم مقایسه می‌کنیم. در هر لحظه‌ای که سطح زیر نمودارها یکی شود، دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.

$$t=۵s \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_A = S_A = \frac{۵\times۱۰}{۲} = ۲۵\,m \\ x_B = S_B = ۵\times ۱۰ = ۵۰\,m \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t=۱۰s\Rightarrow \left.\begin{matrix} x_A=S_A=\frac{۲۰\times۱۰}{۲}=۱۰۰\,m \\ x_B=S_B=۱۰\times۱۰=۱۰۰\,m \end{matrix}\right\}\Rightarrow x_A=x_B \quad , \quad t=۲۰s\Rightarrow \left.\begin{matrix} x_A=S_A=۱۰۰+\frac{۲۰+۱۰}{۲}\times۱۰=۲۵۰\,m \\ x_B=S_B=۱۰\times۲۰=۲۰۰\,m \end{matrix}\right\}\Rightarrow x_A\neq x_B$$

$$t=۳۰s\Rightarrow \left.\begin{matrix} x_A=S_A=\frac{۳۰\times۲۰}{۲}=۳۰۰\,m \\ x_B=S_B=۱۰\times۳۰=۳۰۰\,m \end{matrix}\right\}\Rightarrow x_A=x_B$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

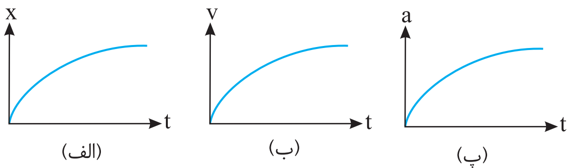


۵۱۸- گزینهٔ ۲ (B) دو متحرک A و B، A با سـرعت مثبت و B با سـرعت منفی هم‌زمان به راه می‌افتند و از هم دور می‌شـوند. در لحظهٔ t_1 متحرک B سـرعتش صفر شـده و تغییر جهت می‌دهد اما از لحظهٔ t_1 تا t_2 هم‌چنان سـرعت A بیشـتر اسـت و در حال دورشدن از B است. از لحظهٔ t_2 به بعد سرعت B از سرعت A در جهت مثبت محور بیشتر شده و دو متحرک به هم نزدیک می‌شوند بنابراین بیشترین فاصله A از B در لحظهٔ t_2 است.

۵۱۹- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به مخالف بودن جهت سـرعت و شـتاب حرکت کندشونده است. نمودار $v-t$ گزینهٔ (۲) تندشونده است و نمودارهای $x-t$ گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نیز تندشونده می‌باشند، پس گزینهٔ (۴) درست است.

۵۲۰- گزینهٔ ۳ (A) جسم از حال سکون در جهت مثبت محور xها شروع به حرکت کرده بنابراین در لحظهٔ شروع حرکت قطعاً شتاب مثبت است و گزینهٔ (۳) این‌گونه است.

۵۲۱- گزینهٔ ۴ (C) نمودار شتاب- زمان به تنهایی هیچ‌گونه اطلاعی در مورد چگونگی حرکت به ما نمی‌دهد. مگر آنکه سرعت اولیهٔ جسم مشخص باشد.



۵۲۲- گزینهٔ ۳ (B) اگر محور b محور مکان باشد، حرکت کندشونده است. (نمودار (الف))
اگر محور b محور سرعت باشد، حرکت قطعاً تندشونده است. (نمودار (ب))
اگر محور b محور شتاب باشد و سرعت اولیه صفر یا مثبت باشد، حرکت تندشونده است
و اگر سرعت اولیه منفی باشد، حرکت ابتدا کندشونده است. (نمودار (پ))
در صورت پرسش بیان شده b کدام کمیت می‌تواند باشد که پاسخ آن این است که می‌تواند سرعت و همچنین شتاب باشد.

۵۲۳- گزینهٔ ۳ (A) شتاب حرکت ثابت و مثبت، سرعت اولیه نیز مثبت است. بنابراین این حرکت همواره تندشونده است.

۵۲۴- گزینهٔ ۱ (A) متحرک از حال سـکون شـروع به حرکت کرده و تمام مدت t شـتاب آن مثبت اسـت و سـرعت افزایش می‌یابد، بنابراین حرکت در بازهٔ صفر تا t تندشونده است.

۵۲۵- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان که بیانگر تغییر سرعت متحرک است را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v=S\Rightarrow\Delta v=\frac{-۴\times۵}{۲}\Rightarrow\Delta v=-۱۰\,m/s$$

اکنون سرعت نهایی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v=v-v_0\Rightarrow -۱۰=v-۱۴\Rightarrow v=۴\,m/s$$

بنابراین در بازهٔ زمانی صفر تا $۵s$، سرعت متحرک از $+۱۴m/s$ به $+۴m/s$ کاهش یافته است.

۵۲۶- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا سطح زیر نمودار شتاب- زمان را که بیانگر تغییر سرعت است به دست می‌آوریم:

$$\Delta v=S\Rightarrow\Delta v=\frac{۷\times(-۳)}{۲}=-۱۰/۵\,m/s$$

بنابراین سرعت نهایی در لحظهٔ $t=۷s$ برابر است با:

$$\Delta v=v-v_0\Rightarrow -۱۰/۵=v-۴\Rightarrow v=-۶/۵\,m/s$$

در نتیجه ابتدا سرعت از $+۴m/s$ به صفر کاهش یافته و سپس از صفر به مقدار $۶/۵m/s$ در جهت منفی محور افزایش یافته است.

۵۲۷- گزینهٔ ۳ (B) متحرک از حال سکون $(v_0=0)$ شروع به حرکت کرده و در بازهٔ صفر تا t ثانیه تغییرات سرعت (مساحت زیر نمودار $a-t$) منفی است بنابراین اگر در لحظهٔ t سرعت را با v_1 نشان دهیم $v_1<0$ خواهد بود اما بزرگی سرعت از صفر به $|v_1|$ رسیده پس بزرگی سرعت افزایش یافته است بنابراین در بازهٔ صفر تا t حرکت تندشونده است، پس از t شتاب مثبت می‌شود و از این لحظه به بعد سرعت منفی و شتاب مثبت بوده پس حرکت در این بازه حرکت کندشونده است و پس از مدت t دیگر سرعت متحرک صفر می‌شود و بعد از این نیز شتاب همچنان مثبت است و متحرک در جهت شتاب با حرکت تندشونده مجدداً به راه می‌افتد پس متحرک در قسمت آخر حرکت، دارای حرکت تندشونده می‌باشد.

۵۲۸- گزینهٔ ۲ (B) برای آنکه بتوان تشخیص داد در یک لحظه حرکت تندشونده و یا کندشونده است، باید علامت سرعت و علامت شتاب را در آن لحظه تعیین کرد.

$$v=at+v_0 \xrightarrow{t=1s} v=-۳\times۱+۴\Rightarrow v=+۱\,m/s$$

در لحظهٔ $t=۱s$ سرعت مثبت $(+۱m/s)$ و شتاب منفی $(a=-۳m/s^2)$ بوده و حرکت کندشونده $(av<0)$ می‌باشد. سرعت در لحظهٔ $t=۲s$ را به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0=-۳\times۲+۴=-۲\,m/s$$

از لحظهٔ $t=۲s$ تا $t=۴s$، شتاب صفر است و در لحظهٔ $t=۴s$ سرعت برابر $-۲m/s$ است.

اکنون سرعت در لحظهٔ $t=۴/۵s$ را به دست می‌آوریم.

$$v=at+v_0\Rightarrow v=۲\times(۴/۵-۴)+(-۲)\Rightarrow v=-۱\,m/s$$

در لحظهٔ $t=۴/۵s$ سرعت منفی $(-۱m/s)$ و شتاب مثبت $(a=۲m/s^2)$ است بنابراین حرکت کندشونده $(av<0)$ است.

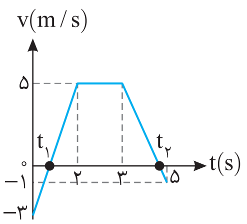
۵۲۹- گزینهٔ ۴ (A) نمودار شتاب - زمان نوع حرکت را مشخص نمی‌کند مگر آن‌که سرعت اولیه مشخص باشد.

۵۳۰- گزینهٔ ۳ (B) سرعت را در لحظهٔ $t=۲s$ به دست می‌آوریم.

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۴\times۲+(-۳)=۵m/s$$

سرعت از $-۳m/s$ به $۵m/s$ رسیده است بنابراین قطعاً در بازهٔ صفر تا $۲s$ یک بار سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. در بازهٔ $۲s$ تا $۳s$ شتاب صفر و سرعت هم‌چنان $۵m/s$ است. سرعت در لحظهٔ $t=۳s$، $۵m/s$، سرعت در لحظهٔ $t=۵s$ را به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=-۳\times۲+۵=-۱m/s$$



بنابراین در این بازه نیز متحرک یک‌بار تغییر جهت داده است، زیرا سرعت از $۵m/s$ به $-۱m/s$ رسیده و در یک لحظه در این بازه سرعت صفر شده و تغییر علامت داده است.

البته با رسم نمودار $v-t$ می‌توان تغییر جهت در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را مشاهده کرد.

۵۳۱- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا سرعت جسم را در لحظهٔ $t_۱=۲۰s$ و $t_۲=۳۵s$ حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازهٔ صفر تا $۱۰s$ حرکت دارای شتاب ثابت $-۲m/s^۲$ است از این‌رو:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=-۲\times۱۰+۰ \Rightarrow v=-۲۰m/s$$

در بازهٔ $۱۰s$ تا $۲۰s$ شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان $-۲۰m/s$ است. در بازهٔ $۲۰s$ تا $۳۵s$ حرکت دارای شتاب ثابت $۲m/s^۲$ است، در نتیجه:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۲(۳۵-۲۰)+(-۲۰) \Rightarrow v=۱۰m/s$$

سرعت از $-۲۰m/s$ به $۱۰m/s$ رسیده است در این‌صورت از $-۲۰m/s$ تا صفر، حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است و در لحظه‌ای بین $۲۰s$ تا $۳۵s$ که سرعت صفر شده (سرعت از منفی به مثبت تبدیل شده است)، متحرک تغییر جهت داده است و گزینهٔ (۳) درست است.

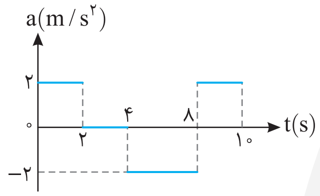
در مدتی که سرعت منفی است جهت حرکت در جهت منفی محور x و سپس که سرعت مثبت شده است، سرعت در جهت مثبت محور x است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

می‌توان لحظهٔ صفر شدن سرعت را به راحتی به دست آورد:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow ۰=۲t+(-۲۰) \Rightarrow t=۱۰s$$

یعنی در لحظهٔ $۲۰+۱۰=۳۰s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. که در حل این مسأله به دست آوردن زمان تغییر جهت لازم نبود.

۵۳۲- گزینهٔ ۴ (B) سرعت را در لحظه‌های روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آن‌ها نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم:

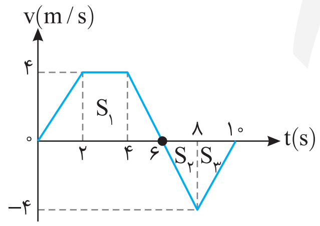


$$v=at+v_۰$$

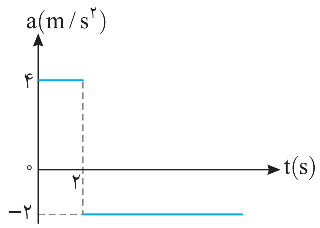
$$t=۲s \Rightarrow v_۱=۲\times۲=۴m/s \quad , \quad t=۴s \Rightarrow v_۱=۴m/s$$

$$t=۸s \Rightarrow v_۲=-۲\times۴+۴=-۴m/s \quad , \quad t=۱۰s \Rightarrow v_۳=۲\times۲+(-۴)=۰$$

در بازهٔ صفر تا $۶s$ سطح زیر نمودار مثبت بوده و مکان متحرک که از مبدأ شروع به حرکت کرده مثبت است. با مقایسهٔ سطح زیر نمودار از صفر تا $۶s$ و $۶s$ تا $۱۰s$ کاملاً مشخص است که متحرک در بازهٔ $۶s$ تا $۱۰s$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است امّا هم‌چنان مکان مثبت است و متحرک به مبدأ برنمی‌گردد پس در مدت $۱۰s$ مکان متحرک مثبت است.



۵۳۳- گزینهٔ ۲ (B) متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در مدت $۲s$ مکان آن برابر است با:



$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow x_۱=\frac{۱}{۲}\times۴\times۴+۰+۲ \Rightarrow x=۱۰m$$

سرعت در لحظهٔ $t=۲s$ برابر است با:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۴\times۲=۸m/s$$

در قسمت دوم سرعت اولیهٔ $۸m/s$ است و لحظهٔ تغییر بردار مکان هنگامی است که $x=۰$ می‌شود.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}(-۲)t^۲+۸t+۱۰ \Rightarrow t^۲-۸t-۱۰=۰$$

$$\Rightarrow t=۴\pm\sqrt{۱۶+۱۰} \Rightarrow t=۴\pm\sqrt{۲۶} \Rightarrow t\approx۴+۵\approx۹s$$

۵۳۴- گزینهٔ ۳ (A) مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت می‌باشد. با توجه به نمودار، مساحت زیر نمودار $a-t$، متحرک B بزرگ‌تر از مساحت زیر نمودار $a-t$ متحرک A می‌باشد بنابراین تغییرات سرعت B بیشتر از سرعت A است و در یک مدت زمان یکسان شتاب متوسط B بزرگ‌تر از شتاب متوسط A می‌باشد.

$$\Delta v_B>\Delta v_A \Rightarrow \frac{\Delta v_B}{\Delta t}>\frac{\Delta v_A}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}} a_{av_B}>a_{av_A}$$

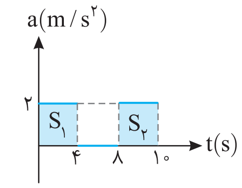
۵۳۵- گزینهٔ ۲ (A) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ شتاب در تمام لحظات از شتاب در لحظات مختلف بازهٔ صفر تا $t_۱$ بیشتر می‌باشد بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بزرگ‌تر از شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا $t_۱$ است.

۵۳۶- گزینهٔ ۱ (A) شتاب متوسط برابر است با $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ و می‌دانیم مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است. بنابراین:

$$۱/۲=\frac{۳t}{۸} \Rightarrow t=۳/۲s$$

۵۳۷- گزینهٔ ۳ Ⓒ

شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است و تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب- زمان است.



$\Delta v=۲\times۴+۲\times۲=۱۲m/s$

$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۲}{۱۰}\Rightarrow a_{av}=۱/۲m/s^۲$

۵۳۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ

ابتدا سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=۸s$ به دست می‌آوریم: $v=at+v_۰\Rightarrow v=-۵\times۸=-۴۰m/s$

این سرعت برای قسمت بعدی، در حکم سرعت اولیه است، حال بررسی می‌کنیم متحرک با شتاب $۱۰m/s^۲$ و سرعت اولیهٔ $-۴۰m/s$ در چه مدتی می‌ایستد:

$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۱۰\times t-۴۰\Rightarrow t=۴s$

بنابراین در لحظهٔ $t=۸+۴=۱۲s$، متحرک می‌ایستد.

۵۳۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ

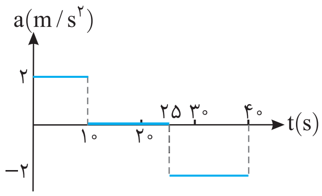
سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. در صورت پرسش بیان شده که بزرگی سرعت برابر بزرگی سرعت اولیه شود، یعنی تغییر سرعت صفر گردد، بنابراین:

$\Delta v=S=-۲\times۶+۳\times t'=۰\Rightarrow -۱۲=-۳t'\Rightarrow t'=۴s$

پس در لحظهٔ $۴+۶=۱۰s$، اندازهٔ سرعت برابر اندازهٔ سرعت اولیه می‌شود.

۵۴۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ

در حل این پرسش کافی است از معادلهٔ سرعت- زمان استفاده کنیم: $v=at+v_۰$



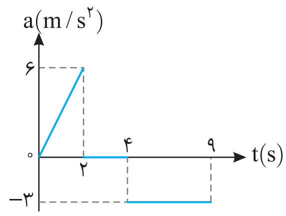
$۰\to۱۰s:\quad v=۲\times۱۰+۴\Rightarrow v=۲۴\,m/s$

$۱۰s\to۲۵s:\quad a=۰\Rightarrow v=۲۴m/s$

$۲۵s\to۳۰s:\quad v=-۲\times(۳۰-۲۵)+۲۴\Rightarrow v=۱۴m/s$

۵۴۱- گزینهٔ ۳ Ⓑ

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد. بنابراین:



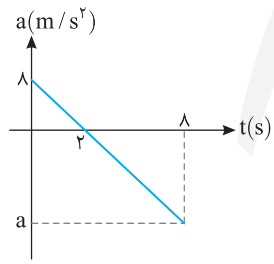
$\Delta v_{t=۰\,تا\,۲s}=\frac{۶\times۲}{۲}=۶m/s\Rightarrow \Delta v=v_۰\Rightarrow ۶=v-۳\Rightarrow v_{t=۲s}=۹m/s$

در بازهٔ $t=۲s$ تا $۴s$ شتاب صفر است پس سرعت تغییر نمی‌کند. از بازهٔ $۴s$ تا t' که سرعت برابر $-۳m/s$ می‌شود، حرکت با شتاب ثابت $-۳m/s^۲$ است از این‌رو:

$v=at+v_۰\Rightarrow -۳=-۳(t-۴)+۹\Rightarrow t=۸s$

۵۴۲- گزینهٔ ۲ Ⓑ

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است. ابتدا با توجه به تشابه مثلث شتاب در $t=۸s$ را به دست می‌آوریم:



$\frac{۸}{۲}=\frac{|a|}{۶}\Rightarrow |a|=۲۴m/s^۲$

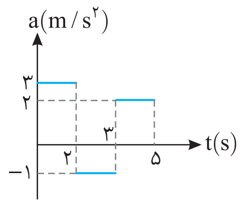
$\Delta v=S_۱+S_۲\Rightarrow \Delta v=۸+(\frac{-۲۴\times۶}{۲})=-۶۴m/s$

در $t=۸s$ جهت حرکت تغییر کرده بنابراین $v_{t=۸s}=۰$ است:

$\Delta v=v_{t=۸s}-v_{t=۰}=-۶۴\Rightarrow ۰-v_{t=۰}=-۶۴m/s\Rightarrow v_{t=۰}=۶۴m/s$

۵۴۳- گزینهٔ ۲ Ⓒ

در واقع نمودار شتاب- زمان، یک صورت مسأله است و اعداد روی آن داده‌های مسأله هستند. در هر بازه به کمک معادله‌های حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می‌کنیم و داده‌ها را از روی نمودار جای‌گذاری می‌کنیم.



$t=۰$ تا $t=۲s$: $\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times۳\times۴+(-۲)\times۲\Rightarrow \Delta x_۱=۲m$

سرعت در انتهای قسمت اول سرعت اولیهٔ قسمت دوم است: $v_۱=a_۱t_۱+v_۰=۳\times۲+(-۲)=۴m/s$

$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}\times(-۱)(۱)+۴(۱)=۳/۵m\,,\;v_۲=a_۲t_۲+v_۱=-۱\times۱+۴=۳m/s\,,\;\Delta x_۳=\frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲+۳\times۲=۱۰m$

جابه‌جایی کل برابر است با: $\Delta x_T=۲+۳/۵+۱۰=۱۵/۵m$

۵۴۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ

حرکت دارای شتاب ثابت است و معادلهٔ حرکت به صورت زیر است: $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=t^۲-۴t+۳$

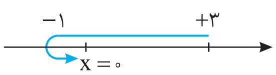
معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم تا مشخص کنیم در بازهٔ صفر تا $۳s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه:

$v=۲t-۴\xrightarrow{v=۰}t=۲s$

متحرک در $t=۲s$ تغییر جهت می‌دهد. حال مکان را در لحظهٔ $t=۲s$ و $t=۳s$ مشخص می‌کنیم.

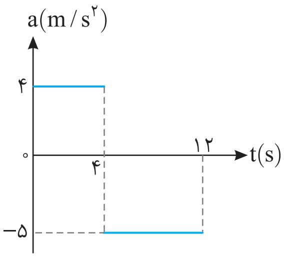
$t=۲s\Rightarrow x=۴-۸+۳\Rightarrow x=-۱m\quad,\quad t=۳s\Rightarrow x=۹-۱۲+۳\Rightarrow x=۰$

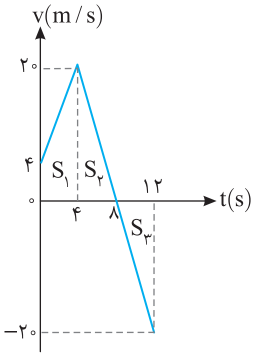
مسافت طی شده برابر است با:



$d=۳+۱+۱=۵m$

۵۴۵- گزینهٔ ۳ سرعت در $t=0$ برابر $v_0=4m/s$ است. سرعت در $t=4s$ و $t=12s$ را به دست می‌آوریم، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:





$t=4s \Rightarrow v=at+v_0 \Rightarrow v=4\times4+4=20m/s$

$t=12s \Rightarrow v=-5\times8+20 \Rightarrow v=-20m/s$

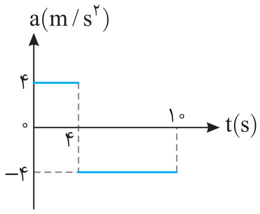
نمودار رسم شده در $t=8s$ محور زمان را قطع می‌کند. در این صورت:

$d=|S_1|+|S_2|+|S_3|$

$d=\frac{20+4}{2}\times4+\frac{20\times4}{2}+\frac{20\times4}{2}$

$d=48+40+40=128m$

۵۴۶- گزینهٔ ۳ حرکت از دو مرحلهٔ با شتاب ثابت تشکیل شده است.



v_0 ——— $v_1=at+v_0 \Rightarrow v_1=4\times4+v_0=16+v_0$ ———

Δx_1 Δx_2

$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}\times4\times16+4v_0 \Rightarrow \Delta x_1=32+4v_0$

سرعت انتهایی مرحلهٔ اول برابر سرعت اولیهٔ مرحلهٔ دوم حرکت است.

$\Delta x_2=\frac{1}{2}at^2+v_1t \Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}(-4)\times36+6v_1 \Rightarrow \Delta x_2=-72+6(16+v_0) \Rightarrow \Delta x_2=24+6v_0$

جابه‌جایی کل برابر ۱۵۶ متر است از این رو:
$\Delta x_t=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow 156=32+4v_0+24+6v_0 \Rightarrow v_0=10m/s$

۵۴۷- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا $4s$ برابر است با:
$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}\times(-2)(4)^2+4\times4 \Rightarrow \Delta x_1=0$

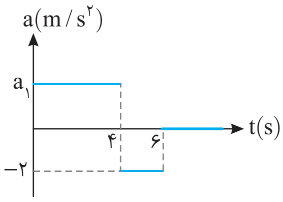
در انتهای این بازه سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:
$v=at+v_0 \Rightarrow v=-2\times4+4 \Rightarrow v=-4m/s$

بعد از $t=4s$ شتاب صفر و حرکت با سرعت ثابت $-4m/s$ است، جابه‌جایی در مدت $4s$ تا $10s$ را حساب می‌کنیم.

$\Delta x_2=vt \Rightarrow \Delta x_2=-4\times6 \Rightarrow \Delta x_2=-24\,m$

اکنون سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:
$v_{av}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow v_{av}=\frac{0+(-24)}{10} \Rightarrow v_{av}=-2.4m/s$

۵۴۸- گزینهٔ ۳ در بازهٔ $t>6s$ حرکت یکنواخت است $(a=0)$ پس سرعت در لحظهٔ $t=6s$ نیز برابر $12m/s$ است. به کمک معادلهٔ سرعت- زمان، سرعت در لحظهٔ $t=4s$ را به دست می‌آوریم:

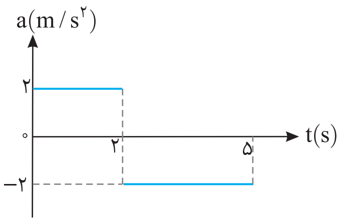


$v=at+v_1 \Rightarrow 12=-2\times2+v_1 \Rightarrow v_1=16m/s$

سرعت متوسط در $4s$ نخست برابر $8m/s$ است از این‌رو:
$v_{av}=\frac{v_1+v_0}{2} \Rightarrow 8=\frac{16+v_0}{2} \Rightarrow v_0=0$

و شتاب برابر خواهد شد با:
$a_1=\frac{v_1-v_0}{t}=\frac{16-0}{4}=4m/s^2$

۵۴۹- گزینهٔ ۲ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.



$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6.4=\frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x=32\,m$

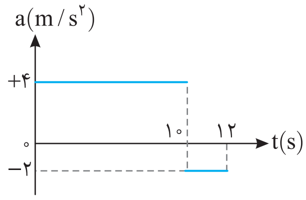
حرکت این متحرک از دو قسمت با دو شتاب مختلف تشکیل شده است و جابه‌جایی متحرک در مدت ۵ ثانیه برابر مجموع جابه‌جایی‌های آن در بازهٔ صفر تا $2s$ با شتاب $2m/s^2$ و بازهٔ $2s$ تا $5s$ با شتاب $-2m/s^2$ است.

$\Delta x_1=\frac{1}{2}a_1t^2+v_0t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}(2)(2)^2+2v_0 \Rightarrow \Delta x_1=4+2v_0$

$v_1=a_1t_1+v_0 \Rightarrow v_1=4+v_0$, $\Delta x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2+v_1t_2 \Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times(3)^2+(4+v_0)\times3$

$\Delta x_2=-9+12+3v_0 \Rightarrow \Delta x_2=3+3v_0$, $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow 32=4+2v_0+3+3v_0 \Rightarrow 25=5v_0 \Rightarrow v_0=5m/s$

دنبال راه‌حل ساده‌تری نگردید، وجود ندارد!



۵۵۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ جابه‌جایی را در بازه‌های زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه و همچنین ۱۰ تا ۱۲ ثانیه به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$0\to 10s:\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}\times4\times100+5\times10=250m$$

سرعت در لحظهٔ $t=10s$ را حساب می‌کنیم: $v_1=at+v_0\Rightarrow v_1=4\times10+5=45m/s$

این سرعت، سرعت اولیهٔ قسمت بعدی است، از این رو:

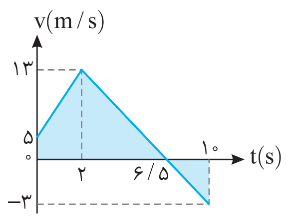
$$10s\to12s:\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_1t\Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times4+45\times2=86m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با: $\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{250+86}{12}=\frac{336}{12}=\frac{112}{4}\Rightarrow\bar{v}=28m/s$

۵۵۱- گزینهٔ ۳ Ⓑ برای رسم نمودار سرعت - زمان، سرعت در لحظه‌های روی نمودار شتاب - زمان و لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$v=at+v_0\xrightarrow{t=2s}v_1=4\times2+5=13m/s$$

$$v=at+v_0\xrightarrow{v=0}0=-2t+13\Rightarrow t=6/5s\quad,\quad v=at+v_0\xrightarrow{t=10s}v_2=-2\times8+13\Rightarrow v_2=-3m/s$$

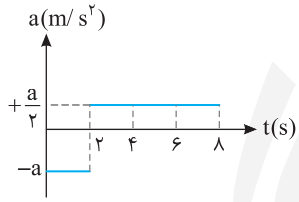


در بازهٔ صفر تا ۲s نمودار سرعت زمان خط راست مایلی با شیب مثبت و در بازهٔ ۲s تا ۱۰s نمودار سرعت - زمان خط راست مایل با شیب منفی است.

اکنون مسافت طی شده را به دست می‌آوریم. $l=\left|\frac{5+13}{2}\times2\right|+\left|\frac{13\times4/5}{2}\right|+\left|\frac{-3\times3/5}{2}\right|=18+\frac{58/5}{2}+\frac{10/5}{2}$

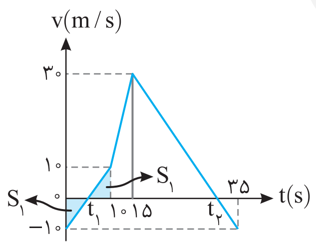
$$l=18+34/5\Rightarrow l=52/5m$$

تندی متوسط خواهد شد. $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{52/5}{10}=5/25m/s$



۵۵۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ متحرک از حال سکون $(v_0=0)$ از مبدأ مکان $(x=0)$ در مبدأ زمان $(t=0)$ شروع به حرکت کرده و شتاب ابتدایی حرکت منفی است، بنابراین متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند تا سرعتش به $v_1=-2a$ می‌رسد. در $t=2s$ شتاب مثبت می‌شود اما سرعت همچنان منفی بوده و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است در لحظهٔ $t=6s$ سرعت متحرک $v_2=\frac{a}{2}(6-2)+(-2a)=0$ می‌شود. در این لحظه متحرک دارای بیشترین فاصله از مبدأ مکان است از این لحظه به بعد سرعت مثبت شده و متحرک به سوی مبدأ باز می‌گردد و فاصلهٔ متحرک از مبدأ کم می‌شود اما در $t=8s$ به مبدأ نمی‌رسد. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۵۵۳- گزینهٔ ۳ Ⓒ سرعت اولیهٔ متحرک $v_0=-10m/s$ است و ابتدا شتاب مثبت و متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است، تا لحظه‌ای که سرعت آن صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



$$v_0=-10m/s\quad,\quad v_1=at+v_0=2\times10+(-10)=10m/s$$

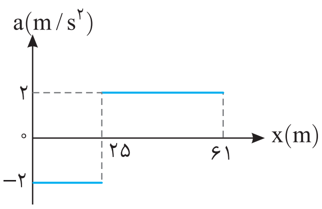
$$v_2=a_2\Delta t_2+v_1=4\times5+10=30m/s\quad,\quad v_3=a_3\Delta t_3+v_2=-2\times20+30=-10m/s$$

لحظه‌هایی که سرعت صفر است را مشخص می‌کنیم: $v=at+v_0\Rightarrow0=2t_1+(-10)\Rightarrow t_1=5s$

$$v=at+v_0\Rightarrow0=-2(t_2-15)+30\Rightarrow0=-2t_2+30+30\Rightarrow t_2=30s$$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظهٔ $t=10s$ متحرک به مکان اولیه باز می‌گردد $(S_1=S_2)$ یعنی در مبدأ است و از این لحظه $(t=10s)$ تا لحظهٔ $t_2=30s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و باید این جابه‌جایی را حساب کرد:

$$\Delta x=\frac{10+30}{2}\times5+\frac{30\times15}{2}\Rightarrow\Delta x=100+225=325m$$

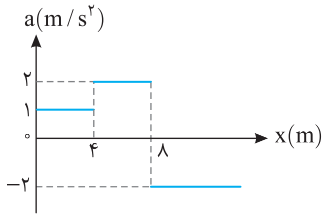


۵۵۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ سرعت متحرک را به کمک معادلهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$x=25m:v_1^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v_1^2-100=2(-2)(25)\Rightarrow v_1^2=0\Rightarrow v_1=0$$

اکنون سرعت را در مکان $x=61m$ به دست می‌آوریم:

$$x=61m:v^2-v_1^2=2a\Delta x\Rightarrow v^2-0=2(2)\times(61-25)\Rightarrow v^2=4\times36\Rightarrow v=2\times6=12m/s$$



۵۵۵- گزینهٔ ۳ متحرک از حال سکون از مبدأ به راه افتاده است و در جهت مثبت محور در حرکت است و لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت صفر شود. سرعت در مکان $x=+8m$ را به کمک رابطهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم سرعت انتهایی هر مرحله سرعت اولیهٔ مرحلهٔ بعدی است. $v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow v_1^2-0=2\times1\times4 \Rightarrow v_1=2\sqrt{2}m/s$

$$v_2^2-v_1^2=2a_2\Delta x_2 \Rightarrow v_2^2-(2\sqrt{2})^2=2\times2\times(8-4) \Rightarrow v_2^2=24 \Rightarrow v_2=2\sqrt{6}m/s$$

اکنون متحرک در مکان $x=+8m$ دارای سرعت $6\sqrt{2}m/s$ است و باید بررسی کنیم در چه مکانی با شتاب $-2m/s^2$، سرعت صفر می‌شود. $v_3^2-v_2^2=2a_3(x_3-x_2) \Rightarrow 0-24=2(-2)(x_3-8) \Rightarrow x_3=14m$

در مکان $x=14m$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و در خلاف جهت شروع به حرکت می‌کند.

۵۵۶- گزینهٔ ۱ با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان سرعت در $x=20m$ را به دست می‌آوریم: $v_2^2-v_1^2=2a_1\Delta x \Rightarrow v_2^2-9=40 \Rightarrow v_2^2=49 \Rightarrow v_2=7m/s$

در قسمت بعدی حرکت متحرک با سرعت ابتدایی که همان سرعت نهایی قسمت قبل است و شتاب $2m/s^2$ به حرکت خود به اندازهٔ $\Delta x=8m$ ادامه می‌دهد.

$$v_3^2-49=2a_2\Delta x_2 \Rightarrow v_3^2-49=2\times2\times8 \Rightarrow v_3^2=81 \Rightarrow v_3=9m/s$$

در قسمت آخر حرکت شتاب $-5m/s^2$ و سرعت ابتدایی آن همان سرعت نهایی قسمت قبل است. در این بازه متحرک تا زمان تغییر جهت $v=0$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

$$0-81=2\times(-5)(x-28) \Rightarrow 8/1=x-28 \Rightarrow x=36/1m$$

۵۵۷- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل در t_1 شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ افقی است یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر می‌شود، هم‌چنین قبل از t_1 شیب خط مثبت پس سرعت مثبت و بعد از t_1 شیب خط منفی پس سرعت منفی است، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۵۵۸- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل نمودار $v-t$، شیب نمودار مثبت است، در نتیجه شتاب مثبت و جهت تقعر منحنی مکان- زمان باید رو به بالا باشد، پس گزینهٔ (۱) درست است.

۵۵۹- گزینهٔ ۳ اتوبوس از ایستگاهی شروع به حرکت کرده و در ایستگاه بعد متوقف می‌شود پس در $t=0$ و $t=t_1$ سرعت صفر می‌باشد. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ بعد از $t=0$ و قبل از $t=t_1$ مثبت می‌باشد بنابراین سرعت در بازهٔ $t=0$ تا $t=t_1$ مثبت می‌باشد و گزینهٔ (۳) درست است.

۵۶۰- گزینهٔ ۱ دقت کنید در ابتدا سرعت منفی است پس شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان باید منفی باشد و نمودار مکان- زمان نیز قطعاً منحنی است و نمی‌تواند خط راست باشد. از طرفی در دو لحظه نمودار سرعت- زمان محور زمان را قطع کرده و سرعت صفر شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) اشتباه است و چون قبل از اولین صفر شدن سرعت، علامت آن منفی و بعد از آن مثبت است لذا تقعر منحنی ابتدا رو به بالا باشد به همین دلیل گزینهٔ (۴) هم نمی‌تواند صحیح باشد و پاسخ گزینهٔ (۱) است.

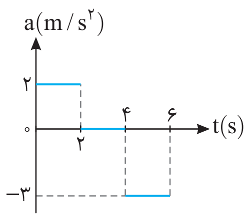
۵۶۱- گزینهٔ ۳ دهانهٔ نمودار $x-t$ که معرف شتاب است در طول مسیر تغییر کرده پس شیب خط در نمودار $v-t$ که مشخص‌کنندهٔ شتاب حرکت است نمی‌تواند ثابت باشد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ قبل از t_1 و بعد از t_1 مثبت است پس سرعت در طول مسیر مثبت است، فقط در t_1 شیب خط مماس یا همان سرعت صفر می‌شود بنابراین گزینهٔ (۳) درست است. در گزینهٔ (۴) قبل از t_1 سرعت منفی است که نادرست می‌باشد.

۵۶۲- گزینهٔ ۲ در لحظهٔ t و 3t سرعت صفر است از طرفی نمودار سرعت- زمان خط راست است و نمودار مکان- زمان باید منحنی باشد پس گزینهٔ (۳) و (۴) نادرست است. ابتدا سرعت مثبت است پس شیب خط مماس بر نمودار باید مثبت باشد، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست و گزینهٔ (۲) درست است.

۵۶۳- گزینهٔ ۴ شتاب را در هر قسمت به دست می‌آوریم. $a=\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1=\frac{-4-5}{4}=-2/25m/s^2 , a_2=\frac{0-(-4)}{1}=+4m/s^2$

در این صورت گزینهٔ (۴) درست است.

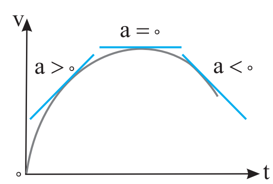
۵۶۴- گزینهٔ ۲ در لحظات t_1 و t_3 خط مماس افقی است پس شیب خط در این دو لحظه صفر می‌شود پس سرعت در t_1 و t_3 صفر است. هم‌چنین در بازهٔ صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 شیب خط مماس مثبت بوده پس در این دو بازه سرعت مثبت می‌باشد و در بازهٔ t_1 تا t_3 سرعت منفی است.



۵۶۵- گزینهٔ ۳ در بازهٔ صفر تا 2s متحرک با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعتش به $v=2\times2+0=4m/s$ می‌رسد در بازهٔ 2s تا 4s شتاب صفر و حرکت یکنواخت با سرعت ثابت $4m/s$ است، پس از آن شتاب $-3m/s^2$ است و سرعت متحرک در $t=6s$ خواهد شد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow -3\times(6-4)+4=-2m/s$$

بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) درست است.



۵۶۶- گزینهٔ ۲ نمودار شتاب- زمان خط راست است، بنابراین نمودار سرعت- زمان سهمی می‌باشد. ابتدا شتاب مثبت بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان مثبت است، سپس شتاب صفر می‌شود و سرانجام شتاب منفی بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان باید منفی شود. بنابراین نمودار سرعت- زمان مطابق شکل روبه‌رو یعنی گزینهٔ (۲) است.

۵۶۷- گزینهٔ ۲ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین نمودار مکان- زمان در مبدأ زمان باید به محور زمان مماس شود، از طرفی شتاب ابتدا منفی بوده و متحرک در جهت منفی محور با حرکت تندشونده تا لحظهٔ $t=۱۰s$ حرکت می‌کند، از این لحظه تا لحظهٔ $t=۲۰s$ سـرعت منفی اما شـتاب مثبت و حرکت کندشونده بوده و در این لحظه $(t=۲۰s)$ متحرک متوقف می‌شود. سپس از $t=۲۰s$ حرکت تندشونده است. این داده‌ها با نمودار شکل گزینهٔ (۲) هماهنگی دارد.

۵۶۸- گزینهٔ ۲ ابتدا با توجه به نمودار داده شده بازهٔ زمانی که متحرک ۲m را طی می‌کند، حساب می‌کنیم.

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲ax\Rightarrow v_۱^۲=۴\Rightarrow v_۱=۲m/s \quad , \quad \Delta x=\frac{v_۰+v_۱}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow ۲=\frac{۲}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow \Delta t_۱=۲s$$

از ۲m تا ۵/۵m متحرک با شتاب $۳m/s^۲$ از سرعت $v_۱=۲m/s$ به سرعت $v_۲$ خواهد رسید بنابراین:

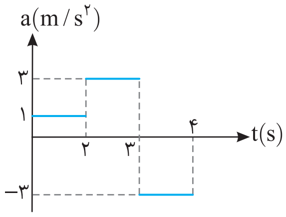
$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲ax\Rightarrow v_۲^۲-۴=۲۱\Rightarrow v_۲=۵m/s \quad , \quad \Delta x=\frac{v+v}{۲}\Delta t_۲\Rightarrow \Delta t_۲=۱s$$

از ۵/۵m تا ۹m متحرک با شتاب ۳− از سرعت $v_۲$ به سرعت $v_۳$ خواهد رسید بنابراین:

$$v_۳^۲-v_۲^۲=۲ax\Rightarrow v_۳^۲-۲۵=-۲۱\Rightarrow v_۳=۲m/s$$

$$\Delta x=\frac{v_۳+v_۲}{۲}\Delta t\Rightarrow ۳/۵=\frac{۵+۲}{۲}\times\Delta t_۳\Rightarrow \Delta t_۳=۱s$$

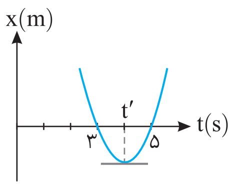
بنابراین نمودار $a-t$ به صورت روبه‌رو خواهد بود.



۵۶۹- گزینهٔ ۳ در لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۶s$ جابه‌جایی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x(۲)=۲^۲-۸(۲)+۱۵=۳m \quad , \quad x(۶)=۶^۲-۸(۶)+۱۵=۳m$$

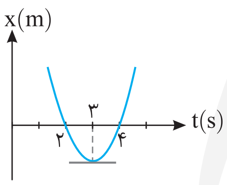
بنابراین جابه‌جایی در این بازه صفر شده و سرعت متوسط در این بازه صفر است. در این صورت سرعت لحظه‌ای خواسته شـده نیـز باید صفر شـود، یعنی شـیب خـط مماس بر نمـودار صفر باشـد. می‌دانیم در تابـع درجه دوم در رأس سـهمی $(t'=-\frac{b}{۲a})$ شیب خط مماس صفر می‌شود. $t'=\frac{۸}{۲}=۴s$



۵۷۰- گزینهٔ ۳ نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. $x=(t-۲)(t-۴)\xrightarrow{x=۰}t=۲s \ , \ t=۴s$

رأس سهمی که جهت حرکت تغییر می‌کند برابر است با $t=-\frac{b}{۲a}=\frac{۶}{۲}=۳s$.

در تمام حرکت‌ها قبل از تغییر جهت یا بعد از تغییر جهت تندی متوسـط و سـرعت متوسـط با هم برابرند پس گزینهٔ (۳) درست است.



۵۷۱- گزینهٔ ۳ نمودار $x-t$ متحرک را رسم می‌کنیم تا به وسیلهٔ آن مسافت پیموده شده در ثانیهٔ سوم را حساب کنیم.

$$x=۰\Rightarrow t^۲-۵t+۶=۰\Rightarrow(t-۲)(t-۳)=۰\Rightarrow t=۲s \ , \ t=۳s$$

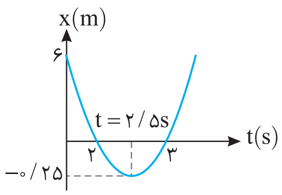
رأس سهمی نیز خواهد شد:

$$t=-\frac{b}{۲a}=\frac{+۵}{۲}=۲/۵s$$

$$x=(۲/۵)^۲-۵(۲/۵)+۶=۰/۲۵m$$

ثانیهٔ سوم یعنی $t=۲s$ تا $t=۳s$ بنابراین:

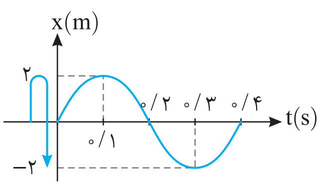
$$l=۰/۲۵+۰/۲۵=۰/۵ \ , \ s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۰/۵}{۱}=۰/۵m/s$$



۵۷۲- گزینهٔ ۳ نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم مطابق شکل در بازهٔ $t=۰$ تا $t=۰/۳s$ مسافت طی شده برابر است با:

$$l=۲+۲+۲=۶m$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۶}{۰/۳}=\frac{۶۰}{۳}=۲۰m/s$$

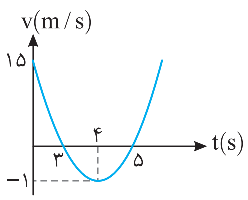


۵۷۳- گزینهٔ ۲ کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. مختصات رأس سهمی و همچنین محل تلاقی نمودار با محور زمان را به دست می‌آوریم:

رأس سهمی: $t=-\frac{b}{۲a}\Rightarrow t=۴s\Rightarrow v=۱۶-۳۲+۱۵\Rightarrow v=-۱m/s$

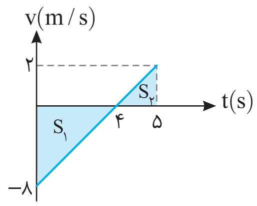
$$v=۰\Rightarrow t^۲-۸t+۱۵=۰\Rightarrow(t-۳)(t-۵)=۰\Rightarrow t=۳s \ , t=۵s$$

بـا توجـه بـه نمودار در بازهٔ صفر تا ۳s سـرعت از ۱۵m/s تا صفر در حال کاهش اسـت همچنین در بازهٔ ۴s تا ۵s به مدت ۱s اندازهٔ سرعت از ۱m/s به صفر کاهش می‌یابد، بنابراین جمعاً ۴s حرکت کندشونده است.



۵۷۴- گزینهٔ ۳ ابتدا معادلهٔ سرعت زمان را به دست می‌آوریم.

$$x=t^2-8t+15\Rightarrow\frac{1}{2}a=1\Rightarrow a=2m/s^2,\ v_\circ=-8m/s^2\Rightarrow v=2t-8$$



نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.

$$v=2t-8\xrightarrow{v=0}t=4s$$

سرعت در $t=5s$ برابر است با:

$$v=2\times5-8=2m/s$$

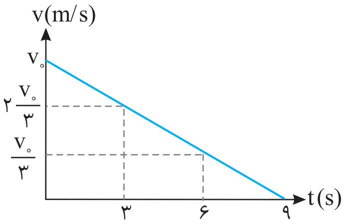
اکنون قدر مطلق سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$l=S_1+S_2=\frac{8\times4}{2}+\frac{2\times1}{2}=16+1=17m$$

۵۷۵- گزینهٔ ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و در بازه‌های زمانی یکسان، تغییر سرعت، مقدار ثابتی است.

بنابراین وقتی در $9s$ سرعت از $v_\circ$ به صفر می‌رسد، در بازه‌های یکسان $3s$، تغییرات سرعت $\frac{1}{3}v_\circ$ بوده یعنی

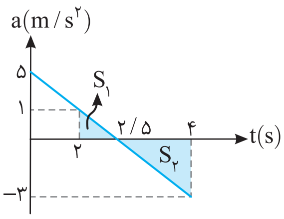
سرعت در $3s$ اول از $v_\circ$ به $\frac{2v_\circ}{3}$ و در $3s$ دوم از $\frac{2v_\circ}{3}$ به $\frac{v_\circ}{3}$ و در $3s$ سوم از $\frac{v_\circ}{3}$ به صفر می‌رسد.



$$\begin{cases}0\to3s\ \Rightarrow\ \Delta x_1=\dfrac{v_\circ+\frac{2v_\circ}{3}}{2}\times3\\[2ex] 6s\to9s\ \Rightarrow\ \Delta x_2=\dfrac{\frac{v_\circ}{3}\times3}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}=\frac{\frac{5v_\circ}{2}}{\frac{v_\circ}{2}}=5$$

۵۷۶- گزینهٔ ۲ ابتدا نمودار $a-t$ را رسم می‌کنیم و شتاب در $t=2s$ و $t=4s$ را مشخص می‌کنیم.

تغییرات سرعت برابر مجموع مساحت‌های S_1 و S_2 است بنابراین:

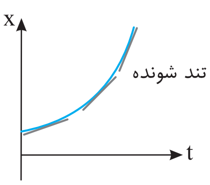


$$\Delta v=S_1+S_2\Rightarrow\Delta v=\frac{0/5\times1}{2}+\frac{-3\times1/5}{2}=0/25-2/25=-2m/s$$

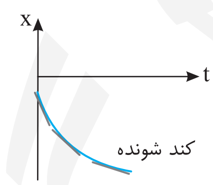
شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-2}{2}=-1m/s^2$$

۵۷۷- گزینهٔ ۱ $vx>0$ باشد یعنی سرعت در جهت مثبت محور xها و مکان متحرک نیز مثبت باشد پس متحرک در حال دور شدن از مبدأ است همچنین می‌تواند سرعت خلاف جهت محور x ها و مکان نیز منفی باشد که در این حالت نیز متحرک در حال دور شدن از مبدأ است بنابراین گزینهٔ (۱) و (۴) می‌توانند درست باشد. همچنین $av>0$ یعنی حرکت تندشونده است. پس گزینهٔ (۱) درست است.

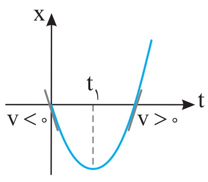


گزینهٔ (۱)

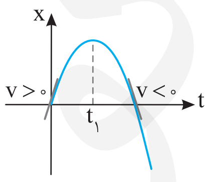


گزینهٔ (۴)

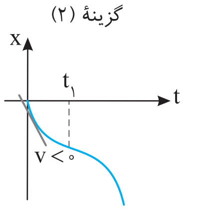
۵۷۸- گزینهٔ ۳ متحرک در t_1 متوقف شده بنابراین سرعت در این لحظه صفر است و شیب خط مماس در نمودار $x-t$ در لحظهٔ t_1 باید افقی باشد. متحرک با اینکه در t_1 متوقف شده اما تغییر جهت نداده یعنی علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر نمی‌کند و متحرک در جهت مثبت محور به حرکت خود ادامه می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۳) درست است و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. در گزینهٔ (۴) نیز سرعت اولیه منفی است بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.



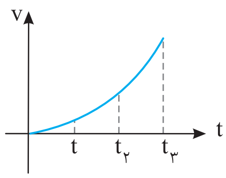
گزینهٔ (۲)



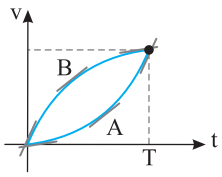
گزینهٔ (۱)



۵۷۹- گزینهٔ ۳ اندازهٔ شتاب مثبت و در حال افزایش است پس شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ باید مثبت و در حال افزایش باشد. همچنین متحرک از حال سکون $(v_\circ=0)$ شروع به حرکت می‌کند بنابراین نمودار سرعت – زمان آن به شکل روبه‌رو است. با توجه به نمودار، سرعت در تمام لحظات t_2 تا t_3، از سرعت در تمام لحظات دو بازهٔ دیگر بیشتر است و سرعت متوسط از $t_2=2t$ تا $t_3=3t$ از بقیه بازه‌ها بزرگ‌تر است.

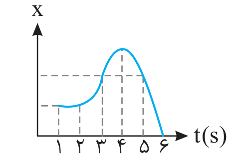


۵۸۰- گزینهٔ ۳ با توجه به نمودار شتاب متحرک A در حال افزایش است از طرفی نمودار خط راست مایل است بنابراین نمودار سرعت زمان آن نمی‌تواند خط باشد بلکه یک منحنی است که شیب خط مماس آن در حال افزایش است. اما در مورد متحرک B باید شیب خط مماس بر نمودار B در حال کاهش باشد، از این رو نمودار A و B باید مطابق شکل روبه‌رو باشد که سطح زیر نمودار A از سطح زیر نمودار B کمتر است و سرعت متوسط A از B کمتر خواهد شد.



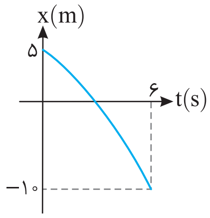
۵۸۱- گزینهٔ ۲ Ⓑ در بازهٔ ۱s تا ۲s متحرک ساکن است، پس سرعت صفر است.

در بازهٔ ۲s تا ۳s حرکت با شتاب ثابت و مثبت است، پس نمودار سرعت- زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویهٔ حاده می‌سازد.



در بازهٔ ۳s تا ۵s چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت- زمان، علامت شتاب را نشان می‌دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت- زمان منفی باشد و با محور زمان زاویهٔ منفرجه بسازد. در بازهٔ ۵s تا ۶s حرکت با سرعت ثابت است.

۵۸۲- گزینهٔ ۳ Ⓒ شیب خط مماس در لحظهٔ $t=۴s$ برابر -۱۰ واحد SI است بنابراین سرعت در این لحظه $v=-۱۰\,m/s$ است. به کمک معادلهٔ سرعت - زمان می‌توان نوشت:



$$v=at+v_0 \Rightarrow -۱۰=a\times ۴+v_0 \Rightarrow ۴a+v_0=-۱۰ \qquad (۱)$$

یک معادله با دو مجهول داریم، باید یک معادلهٔ دیگر با همین مجهول‌ها نوشته تا بتوانیم مقدار a و v_0 را به دست آوریم. معادلهٔ مکان زمان را نوشته و داده‌های نمودار را در آن قرار می‌دهیم.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_0t+x_0 \xrightarrow{t=۶s,\,x=-۱۰\,m} -۱۰=\frac{۱}{۲}a\times ۳۶+۶v_0+۵ \;,\; ۱۸a+۶v_0=-۱۵\Rightarrow ۶a+۲v_0=-۵ \qquad (۲)$$

اکنون دستگاه دو معادله دو مجهول را حل می‌کنیم.

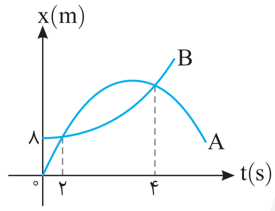
$$۲\times\begin{cases}۴a+v_0=-۱۰\\ ۶a+۲v_0=-۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۸a+۲v_0=-۲۰\\ ۶a+۲v_0=-۵\end{cases}$$
$$۲a=-۱۵\Rightarrow a=-۷/۵\,m/s^۲$$

۵۸۳- گزینهٔ ۱ Ⓑ در لحظهٔ $t=۱s$ سرعت صفر است، بنابراین:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow ۲=\frac{۰-v_0}{۱}\Rightarrow v_0=-۲\,m/s \quad,\quad x=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_0\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times۲(۲\times۳-۱)+(-۲)=۳m$$

۵۸۴- گزینهٔ ۲ Ⓒ دهانهٔ نمودار متحرک B رو به بالاست پس حرکت این متحرک دارای شتاب مثبت است. $a_B>۰$

دهانهٔ نمودار متحرک A رو به پایین است پس حرکت این متحرک دارای شتاب منفی است. $a_A<۰$



معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم: $x_B=\frac{۱}{۲}at^۲+v_{0B}t+۸ \;,\; x_A=-\frac{۱}{۲}at^۲+v_{0A}t$

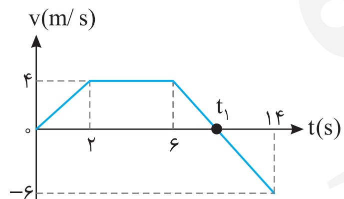
در دو لحظهٔ $t=۲s$ و $t=۴s$ مکان دو متحرک یکسان است.

$$x_B=x_A\Rightarrow\begin{cases}t=۲s\Rightarrow ۲a+۲v_{0B}+۸=-۲a+۲v_{0A}\Rightarrow ۴a+۸=۲(v_{0A}-v_{0B})\Rightarrow ۲a+۴=v_{0A}-v_{0B} & (۱)\\ t=۴s\Rightarrow ۸a+۴v_{0B}+۸=-۸a+۴v_{0A}\Rightarrow ۱۶a+۸=۴(v_{0A}-v_{0B}) & (۲)\end{cases}$$

در رابطهٔ (۲) به جای $v_{0A}-v_{0B}$ از رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم: $۱۶a+۸=۸a+۱۶\Rightarrow ۸a=۸\Rightarrow a=۱\,m/s^۲$

با جای‌گذاری $a=۱\,m/s^۲$ در معادلهٔ (۱)، اختلاف سرعت اولیهٔ دو متحرک را به دست می‌آوریم: $۲a+۴=v_{0A}-v_{0B}\xrightarrow{a=۱\,m/s^۲}v_{0A}-v_{0B}=۶m/s$

۵۸۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ ابتدا شتاب حرکت در بازهٔ $t=۶s$ تا $t=۱۴s$ را به دست می‌آوریم:



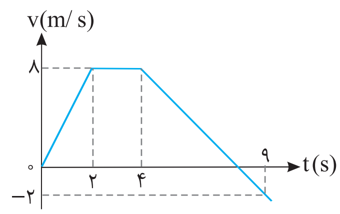
$$a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{-۶-۴}{۱۴-۶}=\frac{-۱۰}{۸}=-\frac{۵}{۴}\,m/s^۲$$

حال محل برخورد نمودار با محور زمان را که در آن سرعت صفر است به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow ۰=-\frac{۵}{۴}t+۴\Rightarrow t=\frac{۱۶}{۵}=۳/۲s$$

در این صورت $t_1=۶+۳/۲=۹/۲s$ است و در مدت صفر تا ۹/۲s متحرک در جهت مثبت محور و در بازهٔ ۹/۲s تا ۱۴s یعنی ۴/۸s در خلاف جهت محور در حال حرکت است.

۵۸۶- گزینهٔ ۲ Ⓒ متحرک از مکان $x_0=-۳۶m$ شروع به حرکت کرده است و برای این‌که متحرک از مبدأ مکان بگذرد باید جابه‌جایی برابر $+۳۶m$ انجام دهد. سطح محصور بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است.



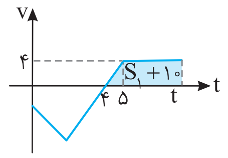
ابتدا سطح زیر منحنی را در مدت ۴s به دست می‌آوریم: $۰\to۴s\Rightarrow\Delta x=\frac{۴+۲}{۲}\times۸=۲۴\,m$

بنابراین لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ می‌گذرد، بعد از $t=۴s$ رخ می‌دهد و از لحظهٔ $t=۴s$ باید متحرک $۳۶-۲۴=۱۲m$ جابه‌جا شود تا به مبدأ برسد. شتاب را در بازهٔ ۴s تا ۹s به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-۲-۸}{۹-۴}=-۲m/s^۲ \quad,\quad \Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_0t\Rightarrow ۱۲=\frac{۱}{۲}(-۲)t^۲+۸t\Rightarrow t^۲-۸t+۱۲=۰\Rightarrow(t-۲)(t-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۲s\\ t=۶s\end{cases}$$

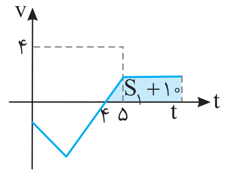
لحظهٔ گذر از مبدأ برای اولین بار $۲+۴=۶s$ است. لحظهٔ $۶+۴=۱۰s$ مربوط به لحظه‌ای است که متحرک متوقف شده و در برگشت برای دومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

۵۸۷- گزینهٔ ۳ (C) اگر مساحت $S_۱$ با مساحت $S_۲$ برابر باشد آن‌گاه $\Delta x=۰$ است و متحرک به مکان $x=-۵m$ برمی‌گردد و برای آنکه متحرک به مکان $+۵m$ برود یعنی باید ۱۰ متر جابه‌جا شود (متحرک در $t=۴s$ تغییر جهت می‌دهد و دوباره به مکان $x=-۵$ برمی‌گردد و به حرکت خود در جهت محور xها ادامه می‌دهد تا به نقطهٔ $x=۵$ برسد.) بنابراین مساحت زیر نمودار در قسمت بالای محور t باید برابر $S_۱+۱۰$ باشد. با توجه به ثابت ماندن شیب خط داریم:



$$a=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{\Delta v}{\Delta t}=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{۰-(-۸)}{۴-۲}=\frac{v'-۰}{۵-۴}\Rightarrow v'=۴m/s$$

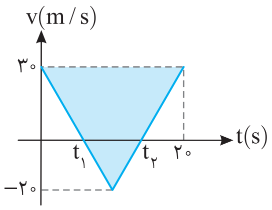
مساحت زیر نمودار در قسمت پایین محور t برابر است با:



$$S_۱=\frac{۲(۲+۸)}{۲}+\frac{۲\times۸}{۲}=۱۰+۸=۱۸m$$

$$S_۱+۱۰=\frac{۴((t-۴)+(t-۵))}{۲}\Rightarrow۲۸=\frac{۴(۲t-۹)}{۲}\Rightarrow۱۴=۲t-۹\Rightarrow t=\frac{۲۳}{۲}\Rightarrow t=۱۱/۵s$$

۵۸۸- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به شکل و تشابه دو مثلث رنگی بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ را به دست می‌آوریم.



$$\frac{۲۰}{t_۲-t_۱}=\frac{۳۰+۲۰}{۲۰}\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{۴۰۰}{۵۰}=۸s$$

مسافت طی شده در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ برابر مساحت زیر نمودار در این بازه است و آن را حساب می‌کنیم. $\Delta x=\frac{۲۰\times۸}{۲}=۸۰m$

۵۸۹- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا معادلهٔ حرکت هر جسم را می‌نویسیم:

$$x_B=۸t-۱۵\quad,\quad a_A=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a_A=\frac{۸-۲}{۳}=۲m/s^۲\quad,\quad x_A=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x_A=t^۲+۲t+۱۵$$

فاصلهٔ بین دو متحرک برابر خواهد شد با:

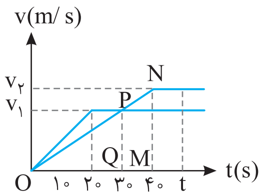
$$x_A-x_B=t^۲+۲t+۱۵-۸t+۱۵$$

$$x_A-x_B=t^۲-۶t+۳۰=t^۲-۶t+۹+۲۱\Rightarrow x_A-x_B=(t-۳)^۲+۲۱$$

مقدار این عبارت وقتی کمترین است که $t=۳s$ باشد، از این‌رو:

$$(x_A-x_B)_{min}=۲۱m$$

۵۹۰- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به تشابه مثلث‌های OPQ و ONM می‌توان نوشت:

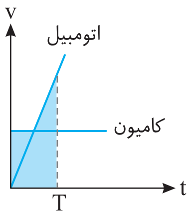


$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۴۰}{۳۰}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۴}{۳}$$

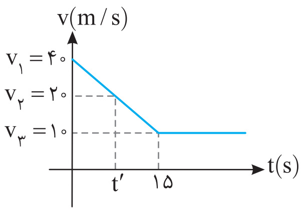
در لحظهٔ t که دو متحرک به هم می‌رسند، باید سطح زیر نمودارها برابر شود.

$$S_۱=S_۲\Rightarrow\frac{t+t-۲۰}{۲}v_۱=\frac{t+t-۴۰}{۲}v_۲\Rightarrow(۲t-۲۰)v_۱=(۲t-۴۰)\times\frac{۴}{۳}v_۱\Rightarrow۲t-۲۰=\frac{۴}{۳}(۲t-۴۰)\Rightarrow t=۵۰s$$

۵۹۱- گزینهٔ ۴ (A) برای آن‌که اتومبیل بتواند به کامیون برسد باید سرعتش از کامیون بیشتر شود. از طرفی باید سطح بین نمودار سرعت-زمان با محور زمان (جابه‌جایی) برای اتومبیل و کامیون یکسان باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.



۵۹۲- گزینهٔ ۲ (B) سرعت متحرک A ثابت و برابر $۲۰m/s$ است پس در مدتی که سرعت متحرک B بیشتر از $۲۰m/s$ است، متحرک B در حال دور شدن از A می‌باشد و پس از این مدت متحرک A سرعت بیشتری داشته باشد، و ممکن است از متحرک B سبقت بگیرد. از $t=۰$ تا $t=۱۵s$ شیب خط حرکت ثابت می‌ماند: $\frac{۴۰-۱۰}{۱۵-۰}=\frac{۴۰-۲۰}{t'-۰}\Rightarrow t'=۱۰s$

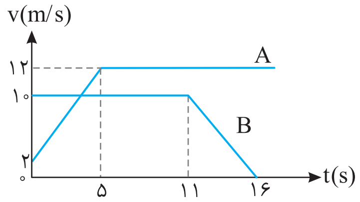


در این مدت متحرک A به اندازهٔ $\Delta x_A=v_At=۲۰۰m$ و متحرک B به اندازهٔ $\Delta x_B=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t=۳۰۰m$، جابه‌جا شده‌اند. بنابراین در این مدت متحرک B، $۱۰۰m$ جلو می‌افتد از $t=۱۰s$ متحرک A به B نزدیک می‌شود و از آن جلو می‌افتد. اکنون جابه‌جایی دو متحرک از $t'=۰$ تا $۲۵s$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Delta x_A=۲۰\times۲۵=۵۰۰m\\ \Delta x_B=\frac{۴۰+۱۰}{۲}\times۱۵+۱۰\times۱۰=۴۷۵m\end{cases}\Rightarrow۵۰۰-۴۷۵=۲۵m$$

یعنی در انتهای زمان A تنها ۲۵ متر از B فاصله می‌گیرد و بیشترین فاصلهٔ این دو $۱۰۰m$ می‌باشد.

۵۹۳- گزینهٔ ۳ ابتدا بررسی می‌کنیم که در لحظه‌های کلیدی مانند $t=۵s$ و $t=۱۱s$ دو متحرک در کنار یکدیگر هستند یا خیر؟ سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی است و هر دو متحرک از مکان $x=۰$ به حرکت درآمده‌اند، بنابراین سطح زیر نمودار در این حالت بیانگر مکان هر متحرک نیز هست.



$$t=۵s \Rightarrow \begin{cases} x_A=\frac{۲+۱۲}{۲}\times ۵=۳۵m \\ x_B=۱۰\times ۵=۵۰\,m \end{cases}$$

با توجه به عددهای به دست آمده متحرک B، در لحظهٔ $t=۵s$، ۱۵ متر جلوتر از متحرک A است.

$$t=۱۱s \Rightarrow \begin{cases} x_A=\frac{۲+۱۲}{۲}\times ۵+۱۲\times(۱۱-۵)=۱۰۷\,m \\ x_B=۱۰\times ۱۱=۱۱۰\,m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t=۱۱s$ همچنان متحرک B، ۳ متر از متحرک A جلوتر است و با توجه به سرعت متحرک A در این لحظه $(v_A=۱۲m/s)$ متحرک A پس از $t=۱۱s$ می‌تواند به متحرک B برسد. معادلهٔ حرکت دو متحرک را پس از $t=۱۱s$ برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=۱۲(t-۱۱)+۱۰۷ \quad , \quad x_B=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۰-۱۰}{۱۶-۱۱}\right)(t-۱۱)^۲+۱۰(t-۱۱)+۱۱۰$$

$$۱۲(t-۱۱)+۱۰۷=-(t-۱۱)^۲+۱۰(t-۱۱)+۱۱۰ \Rightarrow (t-۱۱)^۲+۲(t-۱۱)-۳=۰ \Rightarrow [(t-۱۱)+۳][(t-۱۱)-۱]=۰ \Rightarrow (t-۹)(t-۱۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۹s & \text{غ ق ق} \\ t=۱۲s & \text{جواب} \end{cases}$$

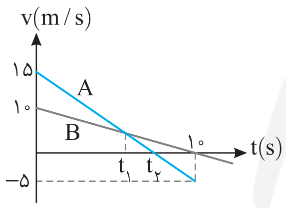
۵۹۴- گزینهٔ ۱ زمان رسیدن دو خودرو به هم را به دست می‌آوریم. برای این منظور، معادلهٔ مکان- زمان هر دو را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲+v_{۰A}t+x_{۰A}=v_B t+x_{۰B}$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲+۰+۰=۱۷t-۴۲ \Rightarrow t^۲-۱۷t+۴۲=۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۱۴)=۰ \Rightarrow t=۳s\,,\,t=۱۴s$$

با توجه به این‌که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و این که مکان اولیهٔ B منفی است، گزینهٔ (۱) درست است.

۵۹۵- گزینهٔ ۴ هر دو متحرک در جهت مثبت محور x ها با سرعت اولیه $v_{۰A}=+۱۵m/s$ و $v_{۰B}=+۱۰m/s$ شروع به حرکت کرده‌اند و فاصلهٔ A از B در حال زیاد شدن است تا لحظهٔ $(t_۱)$ که سرعت دو متحرک برابر می‌شود. از این لحظه به بعد سرعت متحرک B از سرعت متحرک A بیشتر می‌شود و متحرک B به متحرک A نزدیک می‌شود. در لحظهٔ $t_۲$ متحرک A تغییر جهت داده و به سوی متحرک B برمی‌گردد بنابراین در لحظهٔ $t_۱$ فاصلهٔ دو متحرک از هم بیشینه است. $t_۱$ را حساب می‌کنیم. ابتدا شتاب حرکت دو متحرک را به دست می‌آوریم و در لحظهٔ $t_۱$، سرعت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم.



$$a_A=\frac{-۵-۱۵}{۱۰}=-۲m/s^۲ \quad , \quad a_B=\frac{۰-۱۰}{۱۰}=-۱m/s^۲ \quad , \quad v_A=v_B \Rightarrow -۲t_۱+۱۵=-t_۱+۱۰ \Rightarrow t_۱=۵s$$

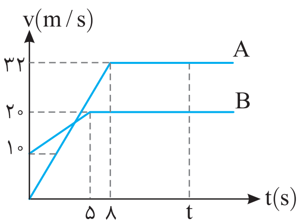
مکان دو متحرک را در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow \begin{cases} x_A=\frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲+۱۵\times ۵=۵۰m \\ x_B=\frac{۱}{۲}(-۱)(۵)^۲+۱۰\times ۵=۳۷/۵m \end{cases} \Rightarrow x_A-x_B=۱۲/۵m$$

۵۹۶- گزینهٔ ۴ زمان رسیدن دو متحرک به سرعت ثابت را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t} \Rightarrow ۴=\frac{۳۲-۰}{t} \Rightarrow t_A=۸s \Rightarrow ۲=\frac{۲۰-۱۰}{t} \Rightarrow t_B=۵s$$

نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند سطح زیر نمودار آن‌ها یکی است.

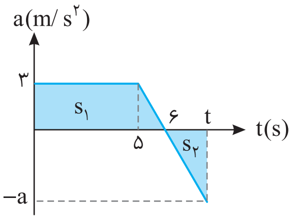


$$\Delta x_A=\Delta x_B \Rightarrow S_A=S_B \Rightarrow \frac{t+t-۸}{۲}\times ۳۲=\frac{۲۰+۱۰}{۲}\times ۵+۲۰\times(t-۵) \Rightarrow$$

$$(۲t-۸)\times ۱۶=۷۵+۲۰t-۱۰۰ \Rightarrow ۳۲t-۱۲۸=۲۰t-۲۵ \Rightarrow ۱۲t=۱۰۳ \Rightarrow t=\frac{۱۰۳}{۱۲}s$$

۵۹۷- گزینهٔ ۳ هر دو از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند. بنابراین حرکت هر دو تندشونده بوده و متحرک A که دارای شتاب مثبت است در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و متحرک B که دارای شتاب منفی است در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است.

۵۹۸- گزینهٔ ۲ (B) سطح محصور بین نمودار شتاب-زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس سرعت اولیه $v_\circ = \circ$ است. برای آن‌که متحرک مجدداً متوقف شود باید تغییر سرعت یعنی سطح زیر نمودار صفر شود.

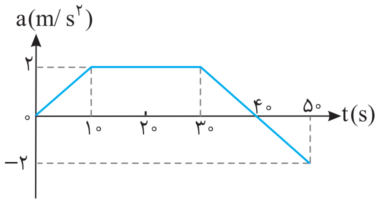


$$\Delta v=\circ \Rightarrow S_1+S_2=\circ \Rightarrow \frac{۵+۶}{۲}\times ۳=\frac{a\times (t-۶)}{۲}\Rightarrow a(t-۶)=۳۳ \qquad (۱)$$

از طرفی طبق تشابه مثلث‌ها:
$$\frac{۳}{a}=\frac{۶-۵}{t-۶}\Rightarrow a=۳(t-۶) \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:
$$۳(t-۶)(t-۶)=۳۳$$
$$\Rightarrow (t-۶)(t-۶)=۱۱ \Rightarrow (t-۶)^۲=۱۱ \Rightarrow t-۶=\sqrt{۱۱} \Rightarrow t=۶+\sqrt{۱۱}\,s$$

۵۹۹- گزینهٔ ۳ (B) متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده است، بنابراین جهت حرکت آن در جهت مثبت محور xها بوده و حرکتش تندشونده است و تا لحظه‌ای که شتاب مثبت است، سرعت در حال افزایش است. بنابراین تا لحظهٔ $t=۴\circ s$ متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و بر سرعتش اضافه می‌شود و در این لحظه سرعت بیشترین مقدار است. اما پس از این لحظه همچنان سرعت مثبت است و شتاب منفی شده و حرکت تا لحظهٔ $t=۵\circ s$ کندشونده است.



۶۰۰- گزینهٔ ۱ (B) در ابتدا با توجه به فرض پرسش، سرعت منفی و برابر $v_\circ=-۸ m/s$ است، از طرفی سطح زیر نمودار شتاب-زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

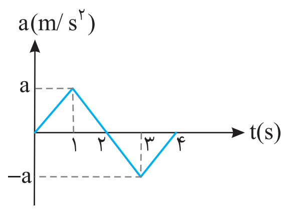
$$\circ \to ۲s \Rightarrow \Delta v=S=\frac{۲+۱}{۲}\times ۲=۳ m/s \xrightarrow{\Delta v=v-v_\circ} ۳=v-(-۸)\Rightarrow v=-۵ m/s$$

$$۲s \to ۴s \Rightarrow \Delta v=S=\frac{۲+۱}{۲}\times ۲=۳ m/s \xrightarrow{\Delta v=v'-v} ۳=v'-(-۵)\Rightarrow v'=-۲ m/s$$

$$۴s \to ۵s \Rightarrow \Delta v=S=(-۲\times ۱)\times \frac{۱}{۲}=-۱ m/s \xrightarrow{\Delta v=v''-v'} -۱=v''-(-۲)\Rightarrow v''=-۳ m/s$$

بنابراین اندازهٔ سرعت اولیه از بقیهٔ لحظه‌های بیان شده بیشتر است.

۶۰۱- گزینهٔ ۱ (B) متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده، پس ابتدا در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. در مدت ۲ ثانیهٔ اول بر سرعتش افزوده می‌شود زیرا شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. سپس در بازهٔ ۲ تا ۴ ثانیه شتاب منفی، اما سرعت همچنان مثبت بوده و حرکت در جهت مثبت محور کندشونده است تا لحظهٔ $t=۴s$ که متحرک متوقف می‌شود.



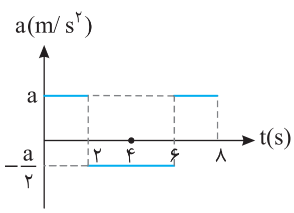
حال به سرعت‌های به دست آمده توجه کنید: $t=\circ \Rightarrow v_\circ=\circ$

$$t=۱s \Rightarrow \Delta v=S=\frac{a\times ۱}{۲} \xrightarrow{\Delta v=v-v_\circ} v_1=\frac{a}{۲} \quad , \quad t=۲s \Rightarrow \Delta v=S=\frac{a\times ۱}{۲}=\frac{a}{۲} \xrightarrow{v_2-v_1=\frac{a}{2}} v_2=a$$

$$t=۳s \Rightarrow \Delta v=S=\frac{-a\times ۱}{۲}=-\frac{a}{۲} \xrightarrow{v_3-v_2=-\frac{a}{2}} v_3=\frac{a}{۲} \quad , \quad t=۴s \Rightarrow \Delta v=\frac{a\times ۱}{۲}=S=-\frac{a}{۲} \xrightarrow{v_4-v_3=-\frac{a}{2}} v_4=\circ$$

کاملاً مشخص است که در هر لحظه در بازهٔ صفر تا $۴s$ سرعت مثبت است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۶۰۲- گزینهٔ ۴ (B) هرگاه متحرک از حال سکون از $x=\circ$ شروع به حرکت کند، سرعت، شتاب و مکان هم‌علامت هستند. در بازهٔ صفر تا $۲s$ متحرک با شتاب مثبت در جهت مثبت در حال دور شدن از مبدأ بوده و مکان در حال افزایش است. در $t=۲s$ شتاب منفی می‌شود اما همچنان سرعت مثبت است و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. در بازهٔ صفر تا $۲s$ تغییر سرعت $\Delta v=۲a$ و در بازهٔ $۲s$ تا $۶s$ تغییر سرعت $\Delta v=-\frac{a}{۲}(۶-۲)=-۲a$ می‌شود و سرعت در لحظهٔ $t=۶s$ صفر می‌شود، اما مجدداً در بازه $۶s$ تا $۸s$ شتاب مثبت بوده و متحرک در همان جهت مثبت به حرکت خود ادامه می‌دهد و مکان باز زیاد شده و در $t=۸s$ فاصلهٔ متحرک از مبدأ از بقیهٔ لحظات بیشتر است.



تذکر: در حل مسائل سقوط آزاد می‌توان جهت مثبت را رو به بالا و یا رو به پایین اختیار کرد. از این‌رو در حل مسائل گاهی جهت مثبت رو به بالا و گاهی رو به پایین اختیار شده است تا شما با هر دو حالت آشنا شوید و متوجه شوید که در حل مسئله تغییر ایجاد نمی‌شود.

۶۰۳- گزینهٔ ۳ (A) شتاب سقوط اجسام به جرم آن‌ها بستگی ندارد و شتاب سقوط هر دو جسم g است. هر دو جسم از یک ارتفاع رها شده‌اند. بنابراین سرعت برخورد آن‌ها به سطح زمین و زمان سقوط آن‌ها برابر است.

۶۰۴- گزینهٔ ۳ (A) جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم و معادلهٔ مکان - زمان را می‌نویسیم. دقت کنید که جابه‌جایی رو به پایین است، از این‌رو ارتفاع ۷۸/۴ را با علامت منفی در معادله قرار می‌دهیم.

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -78/4=-\frac{1}{2}\times 9/8t^2 \Rightarrow t=4s$$

۶۰۵- گزینهٔ ۲ (A) سرعت ابتدایی $(v_0=0)$ و انتهایی $(v=24m/s)$ و شتاب حرکت $(g=10m/s^2)$ را داریم، پس از معادلهٔ مستقل از زمان استفاده کرده و ارتفاع را به‌دست می‌آوریم. جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم.

$$v^2-v_0^2=2gh \Rightarrow 400=20h \Rightarrow h=20m$$

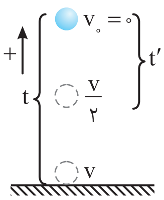
۶۰۶- گزینهٔ ۱ (A) جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y \Rightarrow (24)^2-0=2\times g\times 30 \Rightarrow g=\frac{24\times 24}{2\times 30} \Rightarrow g=9/6m/s^2$$

۶۰۷- گزینهٔ ۱ (A) شتاب یعنی تغییر سرعت در مدت $1s$، سقوط آزاد یک حرکت با شتاب ثابت g است، بنابراین با هم برابر است.

$$\frac{\Delta v_4}{\Delta v_1}=1$$

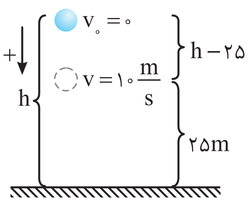
۶۰۸- گزینهٔ ۱ (A) جهت مثبت را رو به بالا فرض کرده‌ایم. مطابق شکل و با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان داریم:



$$\begin{cases} v=-gt+v_0 \Rightarrow v=-gt \\ \frac{v}{2}=-gt'+v_0 \Rightarrow \frac{v}{2}=-gt' \end{cases} \Rightarrow \frac{t}{t'}=2 \Rightarrow t'=\frac{t}{2}$$

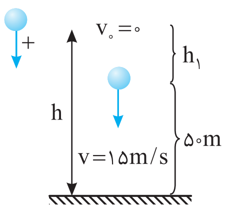
البته می‌توان استدلال کرد که چون حرکت با شتاب ثابت است و پس از t به سرعت v رسیده بنابراین بعد از $\frac{t}{2}$ به سرعت $\frac{v}{2}$ می‌رسد زیرا تغییرات سرعت در یک ثانیه مقدار ثابتی است.

۶۰۹- گزینهٔ ۱ (A) مطابق شکل گلوله پس از طی مسافت $h-25$ به سرعت $10m/s$ رسیده است جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم، بنابراین:



$$v^2=2g(h-25) \Rightarrow 100=20(h-25) \Rightarrow h=30m$$

۶۱۰- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا h_1 را به کمک معادلهٔ مستقل از زمان حساب می‌کنیم. h_1 را با $50m$ جمع کرده و ارتفاع جسم در لحظهٔ رها شدن از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$v^2-v_0^2=2gh_1 \Rightarrow 225=20h_1 \Rightarrow h_1=11/25m$$

$$h=50+11/25=61/25m$$

اکنون با داشتن ارتفاع محل رها شدن جسم، زمان رسیدن جسم به زمین را به‌دست می‌آوریم.

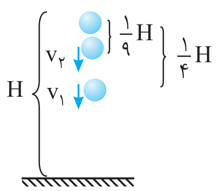
$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 61/25=5t^2 \Rightarrow t^2=12/25 \Rightarrow t=3/5s$$

به‌دست آوردن جذر ۱۲/۲۵ کار دشواری است، پس باید از گزینه‌ها کمک بگیرید. گزینهٔ (۱) جذر عدد ۴، گزینهٔ (۳) جذر عدد ۲۵ است و گزینهٔ (۴) نیز نمی‌تواند جذر عدد ۱۲/۲۵ باشد. زیرا ۳۶=۶×۶ بوده که از ۱۲/۲۵ بزرگ‌تر است.

۶۱۱- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان مسأله به راحتی قابل حل است. جهت مثبت را رو به پایین فرض کنید و دو بار از معادلهٔ مستقل از زمان یک‌بار برای h و بار دیگر برای $\frac{h}{9}$ استفاده کنید.

$$v^2=2g\Delta y \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} \Rightarrow \frac{v_2^2}{30^2}=\frac{h}{\frac{h}{9}} \Rightarrow v_2^2=30^2\times 9 \Rightarrow v_2=30\times 3=90m/s$$

۶۱۲- گزینهٔ ۱ (B) محل رها شدن را مبدأ مختصات و جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم. $v^2-v_0^2=2g\Delta y \Rightarrow v=\sqrt{2g\Delta y}$



دقت کنید که در رابطهٔ $v=\sqrt{2g\Delta y}$، Δy مقدار جابه‌جایی جسم است یعنی وقتی جسم از ارتفاع H رها می‌شود و به ارتفاع $\frac{8}{9}H$ می‌رسد، Δy برابر $\frac{H}{9}$ است.

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2g\frac{H}{4}}}{\sqrt{2g\frac{H}{9}}}=\frac{3}{2}$$

۶۱۳- گزینهٔ ۱ (A) گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است بنابراین زمان سقوط و سرعت برخورد گلوله به زمین برابر خواهد شد با:

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad , \quad v^2-v_0^2=2gy \Rightarrow v^2=2gh \Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

اگر ارتفاع رها شدن برابر $4h$ شود:

$$t'=\sqrt{\frac{2h'}{g}} \Rightarrow t'=\sqrt{\frac{2(4h)}{g}} \Rightarrow t'=2\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t'=2t$$

$$v'=\sqrt{2gh'} \Rightarrow v'=\sqrt{2g(4h)} \Rightarrow v'=2\sqrt{2gh} \Rightarrow v'=2v$$

(جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.)

۶۱۴- گزینهٔ ۲ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. جسم جابه‌جایی $\frac{h}{۲}$ اول مسیر را در مدت $۳\sqrt{۲}s$ انجام داده است، بنابراین به کمک معادلهٔ جابه‌جایی زمان ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم.

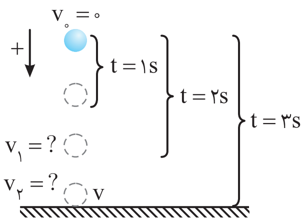
$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \frac{h}{۲}=۵(۳\sqrt{۲})^{۲}+۰\Rightarrow h=۱۸۰m$$

در فاصلهٔ ۴۵ متری سطح زمین، جابه‌جایی گلوله برابر $\Delta y=۱۸۰-۴۵$ است. به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، سرعت گلوله را حساب می‌کنیم.

$$v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲g\Delta y\Rightarrow v^{۲}-۰=۲\times۱۰(۱۸۰-۴۵)\Rightarrow v^{۲}=۲۷۰۰\Rightarrow v=۳۰\sqrt{۳}m/s$$

۶۱۵- گزینهٔ ۲ جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم. مسافت طی شده در ثانیهٔ اول یعنی از $t=۰$ تا $t=۱s$

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow d_{۱}=\frac{۱}{۲}g$$



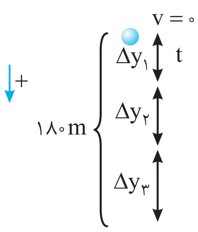
مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم یعنی مسافت طی شده در بازهٔ بین $t=۲s$ تا $t=۳s$ از این‌رو یک‌بار $t=۲s$ و بار دیگر $t=۳s$ مکان جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\Delta y_{۲}=\frac{۱}{۲}g(۲)^{۲}=۲g\\ \Delta y_{۳}=\frac{۱}{۲}g(۳)^{۲}=\frac{۹}{۲}g\end{cases}\Rightarrow d_{۲}=\frac{۹}{۲}g-۲g=\frac{۵}{۲}g\Rightarrow d_{۲}-d_{۱}=\frac{۵}{۲}g-\frac{۱}{۲}g=۲g$$

روش دیگر: با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_{۰}\Rightarrow \Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)\Rightarrow d_{۱}=\frac{۱}{۲}g(۲\times۱-۱)=\frac{۱}{۲}g \quad , \quad d_{۲}=\frac{۱}{۲}g(۲\times۳-۱)=\frac{۵}{۲}g\Rightarrow d_{۲}-d_{۱}=۲g$$

۶۱۶- گزینهٔ ۴ ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow -۱۸۰=-\frac{۱}{۲}\times۱۰t^{۲}\Rightarrow t=۶s$



بنا به فرض مسئله ۶s به سه بازهٔ زمانی یکسان تقسیم شده، بنابراین هر بازهٔ زمانی $t=\frac{۶}{۳}=۲s$ می‌باشد. در لحظه‌های $t=۲s$ ، $t=۴s$ و $t=۶s$ مکان گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow\begin{cases}t=۲s\Rightarrow y_{۱}=۵\times۴=۲۰m\Rightarrow \Delta y_{۱}=۲۰m\\ t=۴s\Rightarrow y_{۲}=۵\times۱۶=۸۰m\Rightarrow \Delta y_{۲}=۸۰-۲۰=۶۰m\\ t=۶s\Rightarrow y_{۳}=۵\times۳۶=۱۸۰m\Rightarrow \Delta y_{۳}=۱۸۰-۸۰=۱۰۰m\end{cases}$$

۶۱۷- گزینهٔ ۳ ابتدا زمان کل سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم (برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم.)

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۳۶۰=۵t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=۷۲\Rightarrow t=۶\sqrt{۲}s$$

این زمان به سه بازهٔ $۲\sqrt{۲}s$ تقسیم شده است.

بنابراین بازه‌های زمانی برابر است با: صفر تا $۲\sqrt{۲}$، $۲\sqrt{۲}$ تا $۴\sqrt{۲}$ و $۴\sqrt{۲}$ تا $۶\sqrt{۲}$.

جابه‌جایی از صفر تا $۲\sqrt{۲}$ را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y_{۱}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۱}=۴۰m$

با همین بازه مشخص است که پاسخ گزینهٔ (۳) می‌شود زیرا تنها گزینه‌ای که $\Delta y_{۱}$ در آن $۴۰m$ گزینهٔ (۳) است.

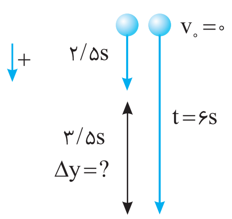
جابه‌جایی از صفر تا $۴\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۲}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۲}=۱۶۰m$

جابه‌جایی از $۲\sqrt{۲}$ تا $۴\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۲}-\Delta y_{۱}=۱۶۰-۴۰=۱۲۰m$

جابه‌جایی از صفر تا $۶\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۳}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۳}=۳۶۰m$

جابه‌جایی از $۴\sqrt{۲}$ تا $۶\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۳}-\Delta y_{۲}=۳۶۰-۱۶۰=۲۰۰m$

۶۱۸- گزینهٔ ۴ بازهٔ ۳/۵s آخر یعنی مدت زمان بین $t=۲/۵s$ تا $t=۶s$. از این‌رو سرعت در لحظهٔ $t=۲/۵s$ و $t=۶s$ را به‌دست می‌آوریم.



$$v=gt+v_{۰}\Rightarrow t_{۱}=۲/۵s\Rightarrow v_{۱}=۲۵m/s\Rightarrow t_{۲}=۶s\Rightarrow v_{۲}=۶۰m/s$$

جابه‌جایی در مدت ۳/۵s آخر برابر خواهد شد با: $\Delta y=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta y=\frac{۶۰+۲۵}{۲}\times۳/۵\Rightarrow \Delta y=۱۴۸/۷۵m$

همچنین می‌توان جابه‌جایی در مدت ۲/۵s و ۶s را از رابطهٔ $\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}$ به‌دست آورده از هم کم کرد.

۶۱۹- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_۰ \Rightarrow \Delta y_{(۳)}=۴/۹\,(۲\times۳-۱)=۴/۹\times۵=۲۴/۵m$$

۶۲۰- گزینهٔ ۲ **راه‌حل اول:** با توجه به رابطهٔ مکان- زمان می‌توان نوشت:

$$x=\frac{۱}{۲}gt^۲ \xrightarrow{t=۱s} \Delta x_۱=۵m$$

برای یافتن جابه‌جایی در ثانیهٔ دوم باید مکان در ثانیهٔ اول و مکان در ثانیهٔ دوم را به‌دست آورد و مکان‌ها را از هم کم کرد. بنابراین:

$$\begin{cases} t=۱s \Rightarrow x=۵\,m \\ t=۲s \Rightarrow x=۲۰\,m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۲۰-۵=۱۵\,m \quad , \quad \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

راه‌حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ t ام از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۱s \Rightarrow \Delta x_{(۱)}=۵\,m \\ t=۲s \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۱۵\,m \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

۶۲۱- گزینهٔ ۲ ابتدا مسافت طی‌شده در $\frac{۳}{۴}$ ثانیهٔ اول را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۱}{۲}gt^۲=۵\times\frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۴۵}{۱۶}m$$

مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم سقوط برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_۰ \Rightarrow \Delta y_{(۳)}=۵\times۵+۰=۲۵\,m$$

$$\frac{\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}}{\Delta y_{(۳)}}=\frac{\frac{۴۵}{۱۶}}{۲۵}=\frac{۹}{۸۰}$$

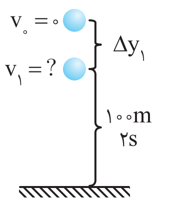
۶۲۲- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** در حرکت سقوط آزاد متحرک در ثانیهٔ اول ۵ متر و در ثانیهٔ دوم ۱۵ متر و ثانیهٔ سوم ۲۵ متر و ... را طی می‌کند.

۵m	۱۵m	۲۵m	۳۵m	۴۵m	۵۵m
ثانیهٔ اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم

(۴۵m + ۵۵m = ۱۰۰m)

بنابراین h برابر است با:

$$h=۵+۱۵+۲۵+۳۵+۴۵+۵۵=۱۸۰m$$



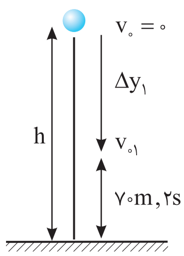
راه‌حل دوم: در مسیر حرکت در مدت $۲s$ متحرک با شتاب ثابت $g=۱۰m/s^۲$ جابه‌جایی ۱۰۰ متر را طی کرده است به همین دلیل می‌توان نوشت:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۱t \Rightarrow ۱۰۰=۵\times۴+v_۱\times۲ \Rightarrow v_۱=۴۰m/s$$

فاصلهٔ محل رها شدن تا رسیدن به سرعت $۴۰m/s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_۱^۲=۲g\Delta y_۱ \Rightarrow ۱۶۰۰=۲۰\Delta y_۱ \Rightarrow \Delta y_۱=۸۰m$$

$$h=۱۰۰+۸۰=۱۸۰m$$



۶۲۳- گزینهٔ ۲ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. با توجه به شکل، $v_{۰۱}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_{۰۱}t \Rightarrow ۷۰=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۴+v_{۰۱}\times۲ \Rightarrow v_{۰۱}=۲۵m/s$$

حال $\Delta y_۱$ را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{۰۱}^۲-v_۰^۲=۲g\Delta y_۱ \Rightarrow ۶۲۵-۰=۲۰\Delta y_۱ \Rightarrow \Delta y_۱=۳۱/۲۵\,m$$

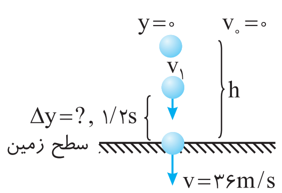
$$h=۷۰+۳۱/۲۵=۱۰۱/۲۵\,m$$

تذکر: آیا این تست از روش اول تست قبلی حل می‌شود؟ قطعاً خیر، بنابراین روش‌های اصلی حل کردن را فرا بگیرید.

۶۲۴- گزینهٔ ۲ حرکت دارای شتاب $g=۱۰m/s^۲$ است یعنی تغییرات سرعت در هر ثانیه برابر $۱۰m/s$ است. از این رو سرعت جسم $۱s$ قبل از $۳۲m/s$ باید برابر $۳۲-۱۰=۲۲m/s$ باشد.

روش دیگر: یک ثانیهٔ آخر را یک حرکت مستقل فرض می‌کنیم. برای سادگی جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.

$$v_۲=gt+v_۱ \Rightarrow ۳۲=۱۰\times۱+v_۱ \Rightarrow v_۱=۲۲m/s$$



۶۲۵- گزینهٔ ۳ جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم:

$$v=gt+v_۰ \Rightarrow ۳۶=۱۰(۱/۲)+v_۱ \Rightarrow v_۱=۲۴m/s$$

اکنون به کمک فرمول طلایی (رابطهٔ مستقل از شتاب)، می‌توان نوشت:

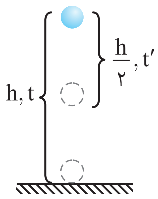
$$\Delta y=\frac{v+v_۱}{۲}\times\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{۳۶+۲۴}{۲}\times۱/۲=۳۶m$$

۶۲۶- گزینهٔ ۲ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم، سپس به کمک معادلهٔ جابه‌جایی مکان، ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\xrightarrow{v_0=0}\frac{h}{2}=5(3\sqrt{2})^2+0\Rightarrow h=180m$$

اکنون کافی است با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، سرعت را حساب کنیم: $v^2-v_0^2=2g\Delta y\Rightarrow v^2-0=2\times10(180-45)\Rightarrow v^2=2700\Rightarrow v=30\sqrt{3}m/s$

۶۲۷- گزینهٔ ۱ با توجه به معادلهٔ مکان - زمان در دو بازهٔ مشخص شده داریم:

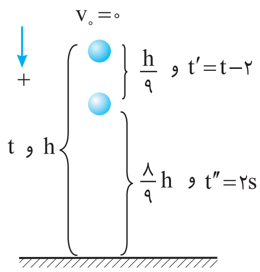


$$\begin{cases}h=-\frac{1}{2}gt^2\\ \frac{h}{2}=-\frac{1}{2}gt'^2\end{cases}\Rightarrow\left(\frac{t}{t'}\right)^2=2\Rightarrow t'=\frac{\sqrt{2}}{2}t$$

بنابراین زمان سپری شده در نیمهٔ دوم مسیر برابر است با: $t''=t-t'=t-\frac{\sqrt{2}}{2}t=\frac{2-\sqrt{2}}{2}t$

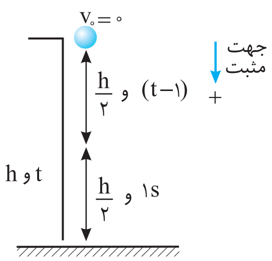
درنتیجه نسبت $\frac{t'}{t''}$ برابر است با: $\frac{t'}{t''}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}t}{\frac{2-\sqrt{2}}{2}t}=\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\times\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{4-2}=\frac{2\sqrt{2}+2}{2}=\sqrt{2}+1$

۶۲۸- گزینهٔ ۲ همواره در حل این مسائل، قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم. به روش حل دقت کنید و آن را به خاطر بسپارید.



$$\begin{cases}h=\frac{1}{2}gt^2\\ \frac{h}{9}=\frac{1}{2}g(t-2)^2\end{cases}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{9}}=\frac{t^2}{(t-2)^2}\Rightarrow9=\frac{t^2}{(t-2)^2}\Rightarrow3=\frac{t}{t-2}\Rightarrow3t-6=t\Rightarrow t=3s$$

۶۲۹- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** مسافتی که جسم در ثانیهٔ آخر طی می‌کند برابر تمام مسافت پیموده شدهٔ قبل از آن است، این عبارت به چه مفهوم است؟ دقت کنید یعنی اگر کل مسیر سقوط h باشد در ثانیهٔ آخر و تمام زمان قبل از آن جسم جابه‌جایی‌های یکسان $\frac{h}{2}$ را می‌پیماید.



بنابراین اگر کل ارتفاع سقوط h باشد و زمان کل سقوط t باشد، $\frac{h}{2}$ اول مسیر را در $(t-1)$ ثانیه و $\frac{h}{2}$ آخر مسیر را در $1s$ پیموده است.

$$\begin{cases}h=\frac{1}{2}gt^2\\ \frac{h}{2}=\frac{1}{2}g(t-1)^2\end{cases}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{2}}=\frac{t^2}{(t-1)^2}\Rightarrow2=\frac{t^2}{(t-1)^2}\Rightarrow\sqrt{2}=\frac{t}{t-1}\Rightarrow\sqrt{2}t-\sqrt{2}=t\Rightarrow(\sqrt{2}-1)t=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow t=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\Rightarrow t=2+\sqrt{2}s$$

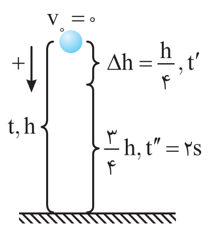
اکنون h را به‌دست می‌آوریم: $h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=\frac{1}{2}\times10(2+\sqrt{2})^2=5(4+4\sqrt{2}+2)\Rightarrow h=30+20\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}h\approx58m$

راه‌حل دوم: جابه‌جایی در ثانیهٔ آخر در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با: $\Delta y=\frac{1}{2}g(2t-1)+v_0\Rightarrow\frac{h}{2}=5(2t-1)+0\Rightarrow h=20t-10\Rightarrow t=\frac{h+10}{20}$

اکنون به کمک معادلهٔ مکان - زمان، h را به‌دست می‌آوریم: $h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=5\left(\frac{h+10}{20}\right)^2\Rightarrow h=5\left(\frac{h^2+20h+100}{400}\right)\Rightarrow80h=h^2+20h+100$

$$h^2-60h+100=0\Rightarrow h=30\pm\sqrt{900-100}=30\pm10\sqrt{8}\Rightarrow h\approx58m$$

۶۳۰- گزینهٔ ۱ با توجه به فرض مسأله اگر ارتفاع سقوط h باشد گلوله $\frac{h}{4}$ اول مسیر را در مدت t' و $\frac{3}{4}h$ بقیهٔ مسیر را در مدت $t''=2s$ طی می‌کند. در حل این نوع مسائل همواره شما باید به کمک معادلهٔ مکان - زمان، زمان کل مسیر را با زمان قسمت ابتدایی مسیر مقایسه کنید.

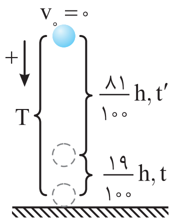


$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\begin{cases}h=\frac{1}{2}gt^2\\ \frac{h}{4}=\frac{1}{2}gt'^2\end{cases}\Rightarrow t'=\frac{t}{2}\ ,\ t''=t-t'\Rightarrow t''=t-\frac{t}{2}\Rightarrow2=\frac{t}{2}\Rightarrow t=4s$$

اکنون h را به‌دست می‌آوریم. $h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=\frac{1}{2}\times9/8\times4=19/6m$

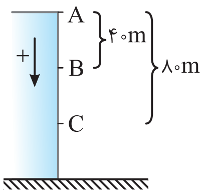
در حل مسأله برای سادگی جهت رو به پایین مثبت اختیار شده است.

۶۳۱- گزینهٔ ۱ (B) جهت مثبت را برای سادگی محاسبات رو به پایین درنظر می‌گیریم. اگر ارتفاع کل را h درنظر بگیریم متحرک در مدت t، جابه‌جایی $\frac{19}{100}h$ آخر مسیر را طی کرده است. زمان کل مسیر را با قسمت اول مسیر مقایسه می‌کنیم.



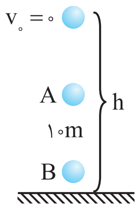
$$\begin{cases}\frac{81}{100}h=\frac{1}{2}gt'^2\\ h=\frac{1}{2}gT^2\end{cases}\Rightarrow\left(\frac{t'}{T}\right)^2=\frac{81}{100}\Rightarrow t'=0/9T\xrightarrow{t=T-t'}t=T-0/9T\Rightarrow t=\%10T$$

۶۳۲- گزینهٔ ۲ (A) جهت رو به پایین را برای سادگی در عددگذاری در روابط، مثبت می‌گیریم. با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان داریم:



$$\begin{cases}v_B^2=2g\Delta y_{AB}\Rightarrow v_B^2=2\times10\times40\Rightarrow v_B=20\sqrt{2}\,m/s\\ v_C^2=2g\Delta y_{AC}\Rightarrow v_C^2=2\times10\times80\Rightarrow v_C=40\,m/s\end{cases}\Rightarrow\frac{v_B}{v_C}=\frac{20\sqrt{2}}{40}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶۳۳- گزینهٔ ۳ (B) جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم. گلوله پس از $3s$ به A رسیده است. بنابراین سرعت آن در نقطهٔ A برابر است با:

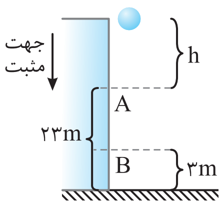


$$v=gt\Rightarrow v=10\times3=30\,m/s$$

زمانی که از A تا B می‌رود را از معادلهٔ جابه‌جایی زمان، حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow10=5t^2+30t\Rightarrow t^2+6t-2=0\Rightarrow t=\frac{-6\pm\sqrt{36+8}}{2}\Rightarrow t=\frac{-6+\sqrt{44}}{2}\approx\frac{-6+6/7}{2}=0/35s$$

۶۳۴- گزینهٔ ۳ (B) اگر گلوله فاصلهٔ بین O تا A را در مدت t ثانیه طی کند این گلوله فاصلهٔ O تا B را در $t+1$ ثانیه طی خواهد کرد بنابراین:



$$h=\frac{1}{2}gt^2\quad(1)\qquad,\qquad h+20=\frac{1}{2}g(t+1)^2\quad(2)$$

حال معادلهٔ (۲) را از معادلهٔ (۱) کم می‌کنیم.

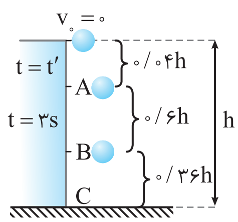
$$h+20-h=\frac{1}{2}g(t+1)^2-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow20=\frac{1}{2}g((t+1)^2-t^2)\Rightarrow20=5((t+1+t)(t+1-t))\Rightarrow4=(2t+1)(1)\Rightarrow t=1/5s$$

با جای‌گذاری $t=1/5s$ در معادلهٔ اول، $h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=11/25m$ می‌شود، بنابراین ارتفاع برج برابر $23+11/25=34/25m$ است.

۶۳۵- گزینهٔ ۱ (B) برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم:

با توجه به شکل معادلهٔ مکان - زمان را برای از O تا A و از O تا B می‌نویسیم:

$$\begin{cases}\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow0/04h=5t'^2\\ \Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow0/64h=5(t'+3)^2\end{cases}\Rightarrow\frac{4}{64}=\frac{t'^2}{(t'+3)^2}\Rightarrow\frac{t'}{t'+3}=\frac{1}{4}\Rightarrow t'=1\,s$$



با جای‌گذاری t'، h را به دست می‌آوریم:

$$OA=\frac{1}{2}gt'^2\Rightarrow0/04h=5(1)^2\Rightarrow h=125m$$

حال زمان کل حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow125=5t^2\Rightarrow t_{\text{کل}}=5s$$

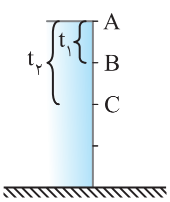
زمان از O تا B رسیدن برابر است با:

$$OB=0/04h+0/6h=0/64\times125=80m$$

$$\Delta y_{OB}=\frac{1}{2}gt^2\xrightarrow{h_{OB}=0/64h}80=5t^2\Rightarrow t_{OB}=4s$$

بنابراین از B تا C، $5-4=1s$ طول می‌کشد.

۶۳۶- گزینهٔ ۳ (B) مدت زمانی که گلوله از A به B می‌رسد برابر است با:



$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow-\frac{h}{4}=-\frac{1}{2}gt_1^2\Rightarrow\frac{h}{20}=t_1^2\Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{h}{20}}\qquad(1)$$

مدت زمانی که گلوله از A به C می‌رسد برابر است با:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow-\frac{h}{2}=-\frac{1}{2}gt_2^2\Rightarrow\frac{h}{10}=t_2^2\Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{h}{10}}$$

بنابراین:

$$\frac{t_2}{t_1}=\sqrt{2}\Rightarrow t_2=1/4t_1$$

مدت زمانی که گلوله از B به C می‌رسد برابر $t_{BC}=t_2-t_1=0/4t_1$

با توجه به فرض مسأله:

$$t_{AB}-t_{BC}=3s\Rightarrow t_1-0/4t_1=3s\Rightarrow0/6t_1=3s\Rightarrow t_1=5s$$

با جای‌گذاری $t_1=5s$ در معادلهٔ (۱) داریم:

$$t_1=\sqrt{\frac{h}{20}}\Rightarrow5=\sqrt{\frac{h}{20}}\Rightarrow25=\frac{h}{20}\Rightarrow h=500m$$

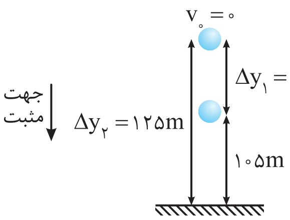
۶۳۷- گزینهٔ ۲ Ⓐ جهت رو به پایین را برای سادگی مثبت درنظر می‌گیریم زمان سقوط را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۱۲۲/۵=\frac{۱}{۲}\times ۹/۸t^{۲}\Rightarrow ۱۲۲/۵=۴/۹t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=۲۵\Rightarrow t=۵s$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۲۲/۵}{۵}=۲۴/۵m/s$$

۶۳۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ **راه‌حل اول:** زمان حرکت در ۱۰۵m آخر را به‌دست می‌آوریم:

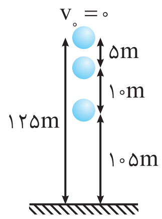


$$\Delta y_۱=\frac{۱}{۲}gt_۱^{۲}\Rightarrow ۲۰=۵t_۱^{۲}\Rightarrow t_۱=۲s$$

$$\Delta y_۲=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۱۲۵=۵t^{۲}\Rightarrow t=۵s$$

بنابراین مدت زمان طی مسافت ۱۰۵m آخر مسیر برابر $۵-۲=۳s$ است. سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{۱۰۵}{۳}=۳۵m/s$$



راه‌حل دوم: با توجه به روش دنباله جسم در ثانیهٔ اول حرکت ۵m و در ثانیهٔ دوم آن ۱۵m سقوط می‌کند بنابراین از ارتفاع ۱۲۵m در مدت دو ثانیهٔ اول ۲۰m و مابقی زمان یعنی $t-۲$ ثانیه ارتفاع $۱۲۵-۲۰=۱۰۵m$ را طی می‌کند:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow -۱۲۵=-۵t^{۲}\Rightarrow t=۵s$$

۱۰۵ متر آخر مسیر را در مدت $t'=t-۲=۳s$ طی کرده، بنابراین:

$$v_{av}=\frac{۱۰۵}{۳}=۳۵m/s$$

۶۳۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ زمان سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۴۴/۱=\frac{۱}{۲}\times ۹/۸\,t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=۹\Rightarrow t=۳s$$

سرعت را در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۳s$ به‌دست می‌آوریم:

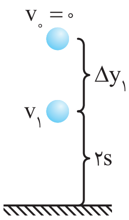
$$v=gt\Rightarrow\begin{cases}t=۲s\Rightarrow v_۱=۹/۸\times ۲=۱۹/۶m/s\\ t=۳s\Rightarrow v_۲=۹/۸\times ۳=۲۹/۴m/s\end{cases}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}=\frac{۱۹/۶+۲۹/۴}{۲}\Rightarrow v_{av}=۲۴/۵m/s$$

(در حل این پرسش جهت رو به پایین مثبت اختیار شده است.)

۶۴۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم. گلوله در مدت ۲s آخر به مقدار زیر جابه‌جا می‌شود.



$$\Delta y=v_{av}\Delta t \qquad \Delta y=۱۵\times ۲=۳۰m$$

اکنون سرعت را در ابتدای ۳۰m به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}+v_۱t\Rightarrow ۳۰=۵\times ۴+v_۱\times ۲\Rightarrow v_۱=۵m/s$$

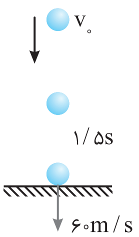
اکنون جابه‌جایی قسمت اول را حساب می‌کنیم:

$$v_۱^{۲}-v_۰^{۲}=۲g\Delta y_۱\Rightarrow ۲۵=۲۰\Delta y_۱\Rightarrow \Delta y_۱=۱/۲۵m$$

بنابراین h خواهد شد.

$$h=۳۰+۱/۲۵=۳۱/۲۵m$$

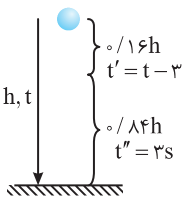
۶۴۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ سرعت جسم هنگام برخورد به زمین ۶۰m/s است در مدت ۱/۵s، تغییر سرعت $\Delta v=gt=۱/۵\times ۱۰=۱۵m/s$ بوده یعنی سرعت ۱/۵s قبل از برخورد $۶۰-۱۵=۴۵m/s$ است و سرعت متوسط خواهد شد:



$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۴۵+۶۰}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۰۵}{۲}\Rightarrow v_{av}=۵۲/۵m/s$$

دقت کنید که در حل این تست و ارتفاع ۱۰۰ متری و سرعت اولیه کاربردی ندارد یعنی می‌توانید فرض کنید جسم از ارتفاع بالاتری بدون سرعت اولیه رها شده است.

۶۴۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ جهت مثبت رو به پایین: با توجه به سؤال اگر ارتفاع رها شدن گلوله از سطح زمین را h درنظر بگیریم، ۸۴ درصد پایانی مسیر را در ۳s طی کرده است، زمان قسمت اول مسیر ۰/۱۶h را با زمان کل مسیر مقایسه می‌کنیم.



$$\begin{cases}۰/۱۶h=\frac{۱}{۲}g(t-۳)^{۲}\\ h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\end{cases}\Rightarrow ۰/۱۶=\frac{(t-۳)^{۲}}{t^{۲}}\Rightarrow ۰/۴=\frac{t-۳}{t}\Rightarrow ۰/۴t=t-۳\Rightarrow t=۵s$$

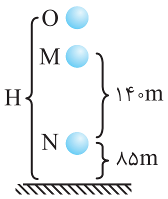
بنابراین زمان کل سقوط ۵s است، اکنون h را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow h=۵\times ۲۵=۱۲۵m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{۱۲۵}{۵}=۲۵m/s$$

۶۴۳- گزینهٔ ۴ Ⓒ جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم.



به کمک معادله مکان زمان، مدت سقوط از O تا M را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\begin{cases}\xrightarrow{OM} OM=\frac{1}{2}gt^2\\ \xrightarrow{ON=OM+140} OM+140=\frac{1}{2}g(t+2)^2\end{cases}$$

اگر دو معادله را از هم کم کنیم داریم:

$$140=\frac{1}{2}g((t+2)^2-t^2)\Rightarrow 140=5((t+2-t)(t+2+t))\Rightarrow 140=5(2(2t+2))\Rightarrow 2t+2=14\Rightarrow t=6s$$

با جای‌گذاری $t=6s$ در یکی از معادلات h را به‌دست می‌آوریم: $OM=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow OM=5\times 36\Rightarrow OM=180m$

با توجه به اطلاعات روی شکل $H=180+140+85=405m$ است، با توجه به H زمان کل سقوط را حساب می‌کنیم. $H=\frac{1}{2}gt\Rightarrow 405=5t^2\Rightarrow t^2=81\Rightarrow t=9s$

سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{405}{9}\Rightarrow v_{av}=45m/s$

۶۴۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم. حرکت سقوط آزاد یک حرکت با شتاب ثابت است و سرعت متوسط در هر بازه برابر است با:

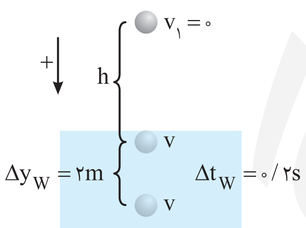
$$v_{av}=\frac{v_2+v_1}{2}$$

از طرفی اگر مدت حرکت از A تا B و از B تا C برابر t باشد خواهیم داشت. $v=at+v_0\Rightarrow v_B=10t+v_A\ ,\ v_C=10\times(2t)+v_A\Rightarrow v_C=20t+v_A$

$$\begin{cases}v_{av_{AB}}=\frac{v_A+v_B}{2}\Rightarrow 16=\frac{v_A+v_B}{2}\Rightarrow v_A+v_A+10t=32\Rightarrow 2v_A+10t=32 & (1)\\ v_{av_{BC}}=\frac{v_B+v_C}{2}\Rightarrow 24=\frac{v_A+10t+v_A+20t}{2}\Rightarrow 2v_A+30t=48 & (2)\end{cases}\xrightarrow{(1),(2)}\begin{cases}2v_A+10t=32\\ 2v_A+30t=48\end{cases}\Rightarrow 20t=16\Rightarrow t=0.8s$$

$t=0.8s$ را در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم: $2v_A+10\times 0.8=32\Rightarrow v_A=12m/s$

۶۴۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ حرکت گلوله در قسمت اول سقوط آزاد و پس از ورود به آب به‌صورت سرعت ثابت است بنابراین:

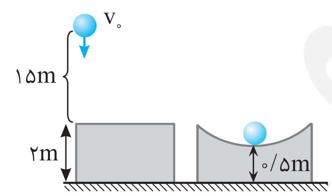


$$\xrightarrow{\text{سقوط آزاد}} v^2=2gh\Rightarrow v^2=2gh\qquad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{حرکت با سرعت ثابت}} \Delta y_W=vt\Rightarrow 2=v\times 0.2\Rightarrow v=10m/s\qquad (2)$$

با توجه به دو معادلهٔ (۱) و (۲) داریم: $v^2=2gh\xrightarrow{v=10\frac{m}{s}}100=20h\Rightarrow h=5m$

۶۴۶- گزینهٔ ۴ Ⓑ جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم، سرعت برخورد شخص به بالش را حساب می‌کنیم

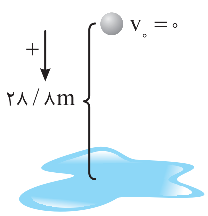


$$v^2-v_0^2=2gy\Rightarrow v^2-0=2g(15)\Rightarrow v^2=30g$$

بعد از برخورد به بالش جسم دارای حرکت کند شونده می‌شود تا می‌ایستد، شتاب در این قسمت خواهد شد:

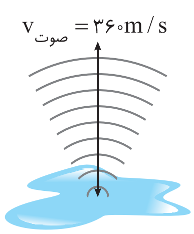
$$v^2-v_0^2=2a\Delta y\Rightarrow 0-30g=2a(1.5)\Rightarrow a=-10g$$

۶۴۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد تا سنگ به سطح آب برسد را حساب می‌کنیم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 28.8=5t^2\Rightarrow t=2.4s$$

صوت نیز بعد از برخورد باید مسافت $28.8m$ را با سرعت ثابت $360m/s$ طی کند تا به گوش شخص برسد.



$$\Delta y=vt'\Rightarrow t'=\frac{\Delta y}{v}=\frac{28.8}{360}=0.08s$$

بنابراین مدت زمانی بین رها کردن سنگ تا شنیدن صدا برابر است با:

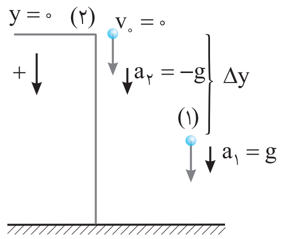
$$t+t'=2.4+0.08=2.48s$$

۶۴۸- گزینهٔ ۳ (B)

راه‌حل اول: معادلهٔ مکان- زمان دو گلوله را نوشته از هم کم می‌کنیم، گلولهٔ دوم t ثانیه بعد از گلولهٔ اول رها شده است.

$$y_1-y_2=\frac{1}{2}gt_1^2-\frac{1}{2}gt_2^2\Rightarrow y_1-y_2=\frac{1}{2}g[t_1^2-(t_1-t)^2]\Rightarrow \Delta y=y_1-y_2=\frac{1}{2}g(t_1^2-t_1^2+2t_1t-t^2)=\frac{1}{2}g(2t_1t-t^2)$$

در رابطهٔ بالا t اختلاف زمانی رهاشدن دو گلوله، مقدار ثابتی است. با گذشت زمان و زیاد شدن t_1، فاصلهٔ دو گلوله در حال افزایش می‌باشد.



راه‌حل دوم: حرکت دو متحرک نسبت به هم یکنواخت است، زیرا شتاب آن‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت بوده و شتاب نسبی آن‌ها صفر می‌باشد.

$$a_{\text{نسبی}}=|a_1-a_2|=|g-g|=0$$

وقتی گلولهٔ اول رها می‌شود و به سرعت v می‌رسد، گلولهٔ دوم آغاز به حرکت می‌کند و با گذشت زمان فاصلهٔ بین دو گلوله $\Delta y\uparrow=vt\uparrow$ زیاد می‌شود.

۶۴۹- گزینهٔ ۱ (B) مدت زمانی که طول می‌کشد گلولهٔ A به زمین برسد برابر است با:

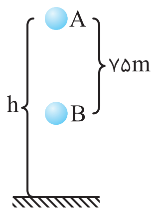
$$\Delta y_A=-\frac{1}{2}gt_A^2\Rightarrow -125=-5t_A^2\Rightarrow t_A=5s$$

زمانی که طول می‌کشد گلولهٔ B به زمین برسد برابر است با:

$$\Delta y_B=-\frac{1}{2}gt_B^2\Rightarrow -45=-5t_B^2\Rightarrow t_B=3s$$

بنابراین اگر گلولهٔ B با اختلاف زمانی بیشتر $5-3=2s$ $(t>2s)$ رها شود A زودتر به زمین می‌رسد.

۶۵۰- گزینهٔ ۲ (B) جهت مثبت را برای راحتی رو به پایین درنظر می‌گیریم.



$$\Delta y_A=\frac{1}{2}gt_A^2=5t_A^2 \quad , \quad \Delta y_B=\frac{1}{2}gt_B^2=5t_B^2$$

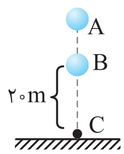
با توجه به فرض مسأله $t_B=t_A-3$ و $\Delta y_A-\Delta y_B=75m$ بنابراین:

$$5t_A^2-5(t_A-3)^2=75\Rightarrow 5t_A^2-5(t_A^2-6t_A+9)=75\Rightarrow 5t_A^2-5t_A^2+30t_A-45=75\Rightarrow t_A=4s$$

اکنون h را به‌دست می‌آوریم.

$$h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=5\times 4^2\Rightarrow h=80m$$

۶۵۱- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل، گلولهٔ دوم پس از $BC=20m$ سقوط به زمین می‌رسد. جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

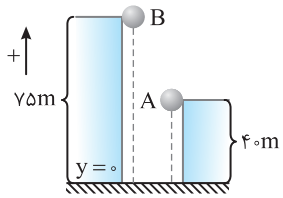


$y_B=\frac{1}{2}gt_2^2\Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10t_2^2\Rightarrow t_2=2s$ زمان سقوط گلولهٔ دوم

$t_1=t_2+1=3s$ زمان سقوط گلولهٔ اول

$$y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow y_A=\frac{1}{2}\times 10\times 3^2=45m \ ,\ y_B=20m\Rightarrow AB=45-20=25m$$

۶۵۲- گزینهٔ ۳ (A) زمین را به‌عنوان مبدأ حرکت درنظر گرفته و معادلهٔ حرکت هر دو گلوله را می‌نویسیم:



$$y_A=-\frac{1}{2}gt^2+40 \quad , \quad y_B=-\frac{1}{2}gt^2+75$$

در $t=2s$، فاصلهٔ گلوله‌ها از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$y_A=-5(2)^2+40=20m \quad , \quad y_B=-5(2)^2+75=55m$$

بنابراین فاصلهٔ دو گلوله از هم $55-20=35m$ است.

البته سؤال نیاز به حل عددی نداشته و از همان ابتدا مشخص می‌باشد که فاصلهٔ دو گلوله از هم $35m$ می‌باشد زیرا هر دو گلوله با هم رها شده و شتاب حرکت هردو $a=g$ می‌باشد پس سرعت این دو گلوله در زمان‌های مختلف با هم برابر است و فاصلهٔ آن‌ها نسبت به فاصلهٔ اولیه نه کم می‌شود و نه زیاد.

۶۵۳- گزینهٔ ۳ (B) کافی است معادلهٔ حرکت دو گلوله را نوشته و از هم کم کنیم:

$$\Delta y=y_1-y_2=\frac{1}{2}gt_1^2-\frac{1}{2}gt_2^2=\frac{1}{2}g(t_1)^2-\frac{1}{2}g(t_1-2.5)^2$$

$$\Rightarrow 68.75=5t_1^2-5(t_1^2-5t_1+6.25)\Rightarrow 68.75=5t_1^2-5t_1^2+25t_1-31.25\Rightarrow 25t_1=100\Rightarrow t_1=4s$$

۶۵۴- گزینهٔ ۱ (B) دو گلوله با فاصلهٔ زمانی و از یک نقطه رها شده‌اند بنابراین بیشترین فاصلهٔ بین دو گلوله زمانی اتفاق می‌افتد که گلولهٔ اول به زمین برسد. زمان رسیدن گلولهٔ اول به زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 80=\frac{1}{2}\times 10t^2\Rightarrow t=4s$$

در این لحظه فاصلهٔ دو گلوله از هم ۳۵ متر است یعنی گلولهٔ دوم $80-35=45m$ سقوط کرده است.

زمان سقوط متحرک (۲) را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 45=5t_2^2\Rightarrow t_2=3s$$

بنابراین گلولهٔ دوم $t=4-3=1s$ بعد رها شده است.

۶۵۵- گزینهٔ ۳ B
بیشترین فاصلهٔ دو گلوله وقتی است که گلولهٔ اول به زمین رسیده باشد، بنابراین ابتدا زمان سقوط گلولهٔ اول را به‌دست می‌آوریم. جهت مثبت را رو به پایین اختیار کرده‌ایم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 24/2=\frac{1}{2}\times 10t^2\Rightarrow t^2=4/84\Rightarrow t=2/2s$$

گلولهٔ دوم $0/7s$ دیرتر رها شده است و در لحظه‌ای که گلولهٔ اول به زمین رسیده است، گلولهٔ دوم به مقدار زیر سقوط کرده است.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\xrightarrow{t=2/2-0/7=1/5s}\Delta y_2=\frac{1}{2}\times 10(2/25)\Rightarrow \Delta y_2=\frac{22/5}{2}=11/25m$$

در این صورت بیشترین فاصلهٔ دو گلوله از هم خواهد شد:

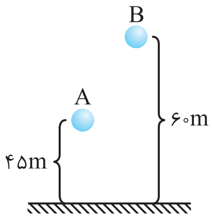
$$24/2-11/25=12/95m$$

۶۵۶- گزینهٔ ۳ B
محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم:

$$y_1-y_2=45\Rightarrow \frac{1}{2}gt^2-\frac{1}{2}g(t-1)^2=45\Rightarrow t=5s$$

$$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 10\times(5)^2=125m$$

۶۵۷- گزینهٔ ۳ B
گلولهٔ A از ارتفاع کمتر و زودتر رها شده است، بنابراین گلولهٔ A زودتر به زمین می‌رسد و بیشترین فاصلهٔ بین دو گلوله وقتی است که A به زمین رسیده است. زمان سقوط گلولهٔ A را حساب می‌کنیم.



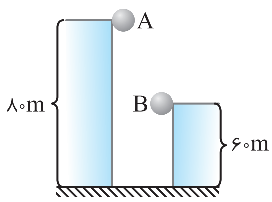
$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 45=\frac{1}{2}\times 10\times t^2\Rightarrow t=3s$$

در مدت $3s$ سقوط A، گلولهٔ B، $3-1=2s$ در حال سقوط است. مقدار سقوط B را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow \Delta y_B=\frac{1}{2}\times 10\times 4=20\,m$$

بنابراین وقتی A به زمین رسیده است، گلولهٔ B، $20m$ سقوط کرده و در ارتفاع $60-20=40m$ سطح زمین است و بیشترین فاصله بین A و B، $40m$ است.

۶۵۸- گزینهٔ ۱ C
فاصلهٔ بین گلولهٔ A تا B برابر $80-60=20m$ است. ابتدا حساب می‌کنیم که گلولهٔ A بعد از چند ثانیه به این مکان می‌رسد.



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 20=5t^2\Rightarrow t=2s$$

بعد از $2s$ گلولهٔ A با سرعت $v=gt=20m/s$ به روبه‌روی گلولهٔ B می‌رسد بعد از رها کردن گلولهٔ B، در ارتفاع‌های یکسان سرعت گلولهٔ A از سرعت گلولهٔ B بیشتر است $(v=gt, t_A>t_B)$ پس در طول زمان فاصلهٔ دو گلوله از هم بیشتر خواهد شد و بیشترین فاصلهٔ دو گلوله از هم بعد از رها شدن گلولهٔ B زمانی است که گلولهٔ A به زمین برسد. با توجه به معادلهٔ مکان - زمان، زمان رسیدن گلولهٔ A به زمین را به‌دست می‌آوریم:

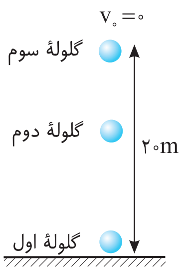
$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 80=5t^2\Rightarrow t=4s$$

گلولهٔ A بعد از $4s$ از رها شدن خود به زمین می‌رسد، در این مدت گلولهٔ B، $4-2=2s$ در حال سقوط است. مقدار سقوط B در مدت این $2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_B=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow \Delta y_B=5(2)^2=20m$$

هنگامی که گلولهٔ A به زمین رسیده گلولهٔ B، $20m$ جابه‌جا شده و در فاصلهٔ $40m$ از زمین است پس بیشترین فاصلهٔ دو گلوله از هم $40m$ می‌باشد.

۶۵۹- گزینهٔ ۲ B
ابتدا زمان رسیدن گلولهٔ اول به زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10\times t^2\Rightarrow t=2s$$

گلوله‌ها در بازه‌های زمانی یکسان رها شده‌اند، بنابراین وقتی پس از $2s$ گلولهٔ اول به زمین می‌رسد، گلولهٔ دوم ۱ ثانیه در حال سقوط است.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow \Delta y=\frac{1}{2}\times 10\times 1\Rightarrow \Delta y=5m$$

در نتیجه فاصلهٔ گلولهٔ دوم از سطح زمین $20-5=15m$ است.

۶۶۰- گزینهٔ ۴ A
جسم از حال سکون رها شده است، بنابراین شیب خط مماس بر نمودار $y-t$ که معرف سرعت است در $t=0$ باید افقی باشد. همچنین نمودار $y-t$ سهمی شکل است زیرا سقوط آزاد حرکت با شتاب ثابت می‌باشد.

۶۶۱- گزینهٔ ۲ A
با توجه به نمودار جسم با سرعت اولیه شروع به حرکت کرده است، بنابراین جسم رها نشده و گزینهٔ (۱) نادرست است. بزرگی سرعت ابتدا کاهش یافته درنتیجه می‌بایستی جسم به سمت بالا پرت شده باشد تا بعد از مدتی (در نقطهٔ اوج) به طور لحظه‌ای متوقف شود و جهت حرکت جسم تغییر (علامت سرعت تغییر می‌کند) کند و گزینهٔ (۲) درست است.

۶۶۲- گزینهٔ ۱ A
هر سه گلوله از یک ارتفاع رها شده پس شتاب حرکت هر سه برابر $-g$ است و در نمودار $v-t$ شیب خط برابر شتاب می‌باشد از این رو شیب خط نمودار $v-t$ هر سه گلوله با هم برابر می‌باشد و نمودار $v-t$ هر سه موازی هم است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۶۶۳- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به نمودار، گلولهٔ A را اول رها کرده‌ایم و هر لحظه فاصلهٔ آن از متحرک B بیشتر می‌شود. وقتی فاصلهٔ بین A و B بیشینه است که گلولهٔ A به زمین رسیده باشد و از آن لحظه به بعد گلولهٔ B به آن نزدیک می‌شود.

در $t=3s$ فاصله بین دو گلوله بیشینه است. ارتفاع h را که در مدت $3s$ گلولهٔ A طی کرده است به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h=5\times 9=45m$$

تا این لحظه گلولهٔ B $45-25=20m$ سقوط کرده است.

$$\Delta y_B=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10\times t_B^2\Rightarrow t_B=2s$$

اختلاف زمانی رها شدن دو گلوله خواهد شد:

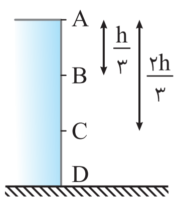
$$t'=t_A-t_B=3-2=1s$$

۶۶۴- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به فرمول مستقل از زمان خواهیم داشت:

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

$$\begin{cases} v'=\sqrt{2g'h'} \\ v=\sqrt{2gh} \end{cases}\Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{(n-1)g(nh)}{gh}}\Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{n^2-n}$$

۶۶۵- گزینهٔ ۴ (B) جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم. برای از A تا B و از A تا C داریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow\begin{cases} AB=\frac{h}{3}=\frac{1}{2}gt^2 \\ AC=\frac{2h}{3}=\frac{1}{2}g(t+1)^2 \end{cases}\xrightarrow{\div} 2=\frac{(t+1)^2}{t^2}\Rightarrow\frac{t+1}{t}=1.4\Rightarrow t+1=1.4t\Rightarrow t=2.5s$$

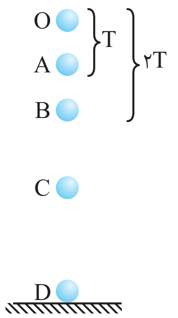
حال h را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{h}{3}=\frac{1}{2}g(2.5)^2\Rightarrow h=93.75m$$

به کمک معادلهٔ مستقل از زمان سرعت گلوله هنگام برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2=2g\Delta y\Rightarrow v^2=2\times 10\times 93.75=1875\Rightarrow v=25\sqrt{3}\approx 41$$

۶۶۶- گزینهٔ ۲ (C) اگر جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنیم، با توجه به معادله حرکت سقوط آزاد می‌توان نوشت:



$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow OA=-\frac{1}{2}gT^2 \quad , \quad OB=-\frac{1}{2}g(2T)^2=-2gT^2$$

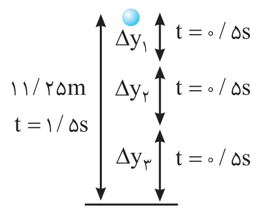
با توجه به فرض مسأله:

$$\begin{cases} AB=OB-OA \\ AB=-5.4m \end{cases}\Rightarrow -2gT^2-(-\frac{1}{2}gT^2)=-5.4\Rightarrow\frac{3}{2}gT^2=5.4\Rightarrow 15T^2=5.4\Rightarrow T^2=\frac{5.4}{15}\Rightarrow T^2=\frac{9}{25}\Rightarrow T=\frac{3}{5}s=0.6s$$

از لحظه رها شدن پس از $4T$ گلوله به زمین برخورد کرده است ازاین‌رو:

$$\Delta y=\frac{-1}{2}gt^2\Rightarrow -h=-\frac{1}{2}\times 10(4\times 0.6)^2\Rightarrow h=5\times(2.4)\times(2.4)=28.8m$$

۶۶۷- گزینهٔ ۲ (C) ابتدا زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 11.25=\frac{1}{2}\times 10t^2\Rightarrow t^2=2.25\Rightarrow t=1.5s$$

که بازهٔ زمانی $\frac{1.5}{3}=0.5s$ را باید بررسی کنیم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow\Delta y_1=\frac{1}{2}\times 10(0.5)^2=1.25m$$

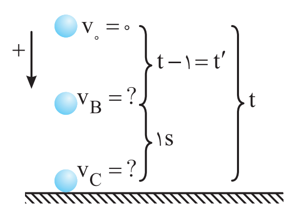
برای $0.5s$ دوم باید مکان را در لحظه‌های $0.5s$ و $1s$ به‌دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_2=\frac{1}{2}\times 10(1)^2-\frac{1}{2}\times 10(0.5)^2=3.75m$$

برای $0.5s$ سوم باید مکان را در لحظه $1.5s$ و $1s$ به‌دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_3=\frac{1}{2}\times 10(1.5)^2-\frac{1}{2}\times 10(1)^2=6.25m$$

۶۶۸- گزینهٔ ۴ (C) گلوله از ارتفاع h رها شده و می‌دانیم در سقوط آزاد سرعت متوسط را می‌توان از رابطه $v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}$ به‌دست آورد. حال سرعت در نقاط B و C را به‌دست می‌آوریم:



$$v_B=gt'+v_0\Rightarrow v_B=g(t-1) \quad , \quad v_C=gt+v_0\Rightarrow v_C=gt$$

بنابراین سرعت متوسط در ثانیه آخر حرکت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v_B+v_C}{2}=\frac{gt-g+gt}{2}=\frac{2gt-g}{2}$$

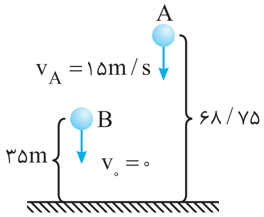
سرعت متوسط قبل از $1s$ آخر حرکت نیز برابر است با:

$$v'_{av}=\frac{v_B+v_0}{2}=\frac{gt-g}{2}$$

با توجه به فرض مسأله:

$$v_{av}=6v'_{av}\Rightarrow\frac{2gt-g}{2}=6\frac{gt-g}{2}\Rightarrow 2gt-g=6gt-6g\Rightarrow t=1.25s,\ v_C=gt=10\times(1.25)=12.5m/s$$

۶۶۹- گزینهٔ ۳ جهت رو به پایین را برای سادگی محاسبات مثبت می‌گیریم. ابتدا زمان سقوط دو گلوله را به‌دست می‌آوریم. (جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.)

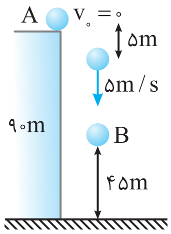


$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰ t_A^۲ \Rightarrow t_A = ۴s \quad , \quad ۴۵ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰ t_B^۲ \Rightarrow t_B = ۳s$$

گلولهٔ A، ۱/۵ ثانیه زودتر رها شده و در این مدت سرعتش به $v = gt = ۱۰\times ۱/۵ = ۱۵m/s$ رسیده و به اندازهٔ $\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ = ۵(۱/۵)^۲ = ۱۱/۲۵m$ سقوط کرده است بنابراین در لحظهٔ رها شدن B، A دارای سرعت بوده و در حال نزدیک شدن به B است. چون زمان حرکت A، ۴s و زمان حرکت B، ۳s بوده بنابراین از زمان رهاشدن A، B به مدت $۳+۱/۵=۴/۵s$ در حرکت است تا به زمین برسد. درحالی که A، ۴s در حرکت بوده است از این رو A ابتدا به B نزدیک شده و سپس از آن دور شده و $۰/۵s$ زودتر به زمین برخورد می‌کند.

۶۷۰- گزینهٔ ۴ اگر هنگام رها شدن B، گلولهٔ A هم‌چنان بالاتر از B باشد، ابتدا دو گلوله به هم نزدیک می‌شوند و اگر گلولهٔ A قبل از رسیدن به زمین از B جلو نزند در طول مسیر همواره فاصلهٔ دو گلوله از هم کم می‌شود. اگر گلولهٔ A از B قبل از رسیدن به زمین جلو زده باشد. بعد از جلو زدن چون سرعت A بیشتر از B است $(v=-gt)$ فاصلهٔ آن‌ها از هم زیاد می‌شود (یعنی ابتدا فاصله آن‌ها کم و سپس زیاد می‌شود) اگر پس از گذر گلولهٔ A از گلولهٔ B، گلولهٔ B رها شود یعنی گلولهٔ A پایین‌تر از B قرار داشته باشد با توجه به اینکه سرعت A در تمام لحظات از B بیشتر است پیوسته فاصلهٔ این دو گلوله از هم زیاد می‌شود، پس هر سه گزینه ممکن است.

۶۷۱- گزینهٔ ۱ گلولهٔ A از ارتفاع بیشتر و زودتر از گلولهٔ B رها می‌شود. زمان رسیدن گلولهٔ B به زمین را حساب می‌کنیم.



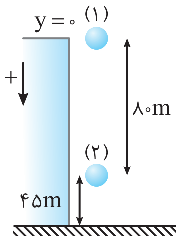
$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۴۵ = ۵t^۲ \Rightarrow t = ۳s$$

گلولهٔ A از ارتفاع ۹۰ متری رها شده و پس از ۱s سرعتش به $v = ۱۰\times ۱ = ۱۰m/s$ می‌رسد و $\Delta y = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱ = ۵m$ سقوط می‌کند. در این لحظه B رها شده و سرعت A از سرعت B بیشتر است و A در حال نزدیک شدن به B است، B پس از $۳+۱=۴s$ از رها شدن A به زمین می‌رسد. زمان سقوط A را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۹۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰ t_A^۲ \Rightarrow t_A = ۳\sqrt{۲} \approx ۳\times ۱/۴ = ۴/۲s$$

بنابراین وقتی B به زمین می‌رسد، A هنوز در حال سقوط و در حال نزدیک شدن به B است. درنتیجه بیشترین فاصلهٔ بین A و B همان ۴۵m ابتدای حرکت است.

۶۷۲- گزینهٔ ۲ گلولهٔ اول از ارتفاع ۱۲۵m به ۸۰m رسیده است یعنی ۴۵ متر سقوط می‌کند. مدت این سقوط را حساب می‌کنیم. برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین فرض می‌کنیم.



$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۴۵ = ۵t^۲ \Rightarrow t = ۳s$$

اکنون معادلهٔ حرکت دو گلوله را نسبت به مبدأ پرتاب گلولهٔ اول می‌نویسیم:

$$y_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \Rightarrow y_۱ = ۵t_۱^۲$$

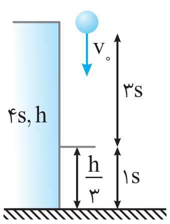
$$y_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ + ۸۰ \Rightarrow y_۲ = ۵t_۲^۲ + ۸۰$$

گلولهٔ دوم ۳s دیرتر رها شده است یعنی $t_۲ = t_۱ - ۳$ است.

$$y_۱ = y_۲ \Rightarrow ۵t_۱^۲ = ۵(t_۱ - ۳)^۲ + ۸۰ \Rightarrow ۵t_۱^۲ = ۵t_۱^۲ - ۳۰t_۱ + ۴۵ + ۸۰ \Rightarrow ۳۰t_۱ = ۱۲۵ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۲۵}{۳۰}s$$

۶۷۳- گزینهٔ ۴ به کمک معادلهٔ حرکت مسأله را حل می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ + v_\circ t$$

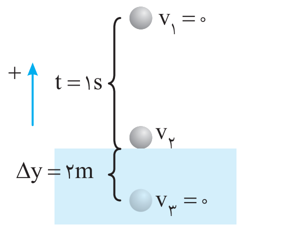


$$\begin{cases} h = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱۶ + ۴v_\circ & (۱) \\ \frac{۲h}{۳} = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۹ + ۳v_\circ & (۲) \end{cases} \xrightarrow{\text{با تقسیم رابطهٔ (۱) بر (۲)}} \frac{۳}{۲} = \frac{۸۰ + ۴v_\circ}{۴۵ + ۳v_\circ} \Rightarrow ۱۳۵ + ۹v_\circ = ۱۶۰ + ۸v_\circ \Rightarrow v_\circ = ۲۵m/s$$

در این صورت می‌توان h را به‌دست آورید:

$$h = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱۶ + ۴\times ۲۵ \Rightarrow h = ۱۸۰m$$

※ حل سؤالات سقوط آزاد با سرعت اولیه مشابه حل سؤالات شتاب ثابت از رابطهٔ $\Delta y = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t$ قابل حل می‌باشد و نیاز به اطلاعات اضافی نمی‌باشد.



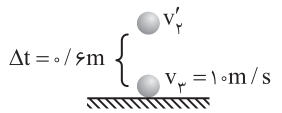
۶۷۴- گزینهٔ ۴ جسم در خلأ ۱s سقوط می‌کند و سرعتش به $v_۲$ می‌رسد، $v_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲=-gt \Rightarrow v_۲=-۱\circ m/s$$

گلوله با سرعت $-۱\circ m/s$ وارد آب شده و پس از ۲m پایین رفتن متوقف می‌شود. زمان طی شده در آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{v_۳+v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow -۲=\frac{\circ-۱\circ}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta t=\circ/۴s$$

بنابراین ۱s آخر حرکت $\circ/۶s$ آن در خلأ و $\circ/۴s$ آن درون آب است که مسافت طی شده در آب همان ۲m است. حال



سرعت $\circ/۶s$ آخر حرکت در خلأ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲=-gt+v'_۲ \Rightarrow -۱\circ=-۶+v'_۲ \Rightarrow v'_۲=-۴m/s$$

حال جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$v_۳^۲-v_۲'^۲=-۲g\Delta y \Rightarrow ۸۴=-۲\circ\Delta y \Rightarrow \Delta y=-۴/۲m$$

در یک ثانیه آخر داریم:

$$|-۲-۴/۲|=۶/۲m$$

۶۷۵- گزینهٔ ۲ ابتدا سرعت لازم برای آنکه انرژی جنبشی جسم ۲۵۰J شود را به دست می‌آوریم

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۲۵\circ=\frac{۱}{۲}\times ۵\times v^۲ \Rightarrow v=۱\circ m/s$$

زمان لازم برای آنکه سرعت جسم با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از صفر به $۱\circ m/s$ برسد برابر است با:

$$v=at+v_\circ \Rightarrow ۱\circ=۲t+\circ \Rightarrow t=۵s$$

۶۷۶- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی جسم تا $x=۱\circ m$ برای $\Delta x=۱\circ-\circ=۱\circ m$ می‌باشد و شتاب آن برابر $۲m/s^۲$ است.

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲ax \xrightarrow{v_۱=\circ} v_۲^۲=۲\times ۲\times ۱\circ \Rightarrow v_۲^۲=۴\circ\ m^۲/s^۲$$

انرژی جنبشی برابر است با:

$$K=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۴\circ=۸\circ J$$

۶۷۷- گزینهٔ ۲ نیروی وارد بر دو جسم برابر است از این رو:

$$F_۱=F_۲ \Rightarrow m_۱a_۱=m_۲a_۲ \xrightarrow{m_۱=۴kg,\ m_۲=۵kg} ۴a_۱=۵a_۲ \Rightarrow a_۱=\frac{۵}{۴}a_۲$$

سرعت دو جسم پس از t ثانیه خواهد شد:

$$\begin{cases} v_۱=a_۱t \\ v_۲=a_۲t \end{cases} \xrightarrow{a_۱=\frac{۵}{۴}a_۲} v_۱=\frac{۵}{۴}v_۲$$

اکنون نسبت انرژی‌های جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K_۱}{K_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲}{\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲}=\frac{۴}{۵}\times(\frac{۵}{۴})^۲=\frac{۵}{۴}$$

۶۷۸- گزینهٔ ۴ برای به دست آوردن انرژی جنبشی $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ باید v را به دست آوریم.

$$v=at+v_\circ \xrightarrow{v_\circ=\circ} v=at \Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m(at)^۲ \Rightarrow K=\frac{۱}{۲}ma^۲t^۲ \quad , \quad v^۲-v_\circ^۲=۲ax \xrightarrow{v_\circ=\circ} v^۲=۲ax \Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m(۲ax) \Rightarrow K=max$$

۶۷۹- گزینهٔ ۱ جسم با نیروی ثابت در حال حرکت است و با توجه به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ اگر نیرو ثابت باشد، پس شتاب نیز ثابت خواهد بود. در حرکت با شتاب ثابت از رابطهٔ $x=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_\circ$ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} x_{(t=۲)}=\frac{۳}{۲}a \Rightarrow W_{(۲)}=Fx_{(۲)}=\frac{۳}{۲}Fa \\ x_{(t=۴)}=\frac{۷}{۲}a \Rightarrow W_{(۴)}=Fx_{(۴)}=\frac{۷}{۲}Fa \end{cases} \Rightarrow \frac{W_{(۲)}}{W_{(۴)}}=\frac{\frac{۳}{۲}Fa}{\frac{۷}{۲}Fa}=\frac{۳}{۷}$$

۶۸۰- گزینهٔ ۲ شتاب حرکت $a=\circ/۲m/s^۲$ است و آسانسور از حال سکون $(v_\circ=\circ)$ به مدت ۵s در حرکت است. بنابراین سرعت در $t=۵s$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی برایند را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_\circ \Rightarrow v=۵(\circ/۲)+\circ \Rightarrow v=۱\ m/s \quad , \quad W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}\times ۴\circ\circ(v^۲-v_\circ^۲) \Rightarrow W_t=۲\circ\circ J$$

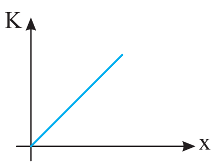
۶۸۱- گزینهٔ ۳ با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲ax \xrightarrow[\text{از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{v_\circ=\circ} v^۲=۲ax$$

انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m(۲ax) \Rightarrow K=max$$

با توجه به معادلهٔ $K-x$ به دست آمده معادله خطی است.



۶۸۲- گزینهٔ ۳ با توجه به درجه دوم بودن معادله مکان – زمان، حرکت متحرک حرکت با شتاب ثابت است.

$$x=t^{۲}+۴t+۵\Rightarrow \frac{۱}{۲}a=۱m/s^{۲}\Rightarrow a=۲m/s^{۲} \quad , \quad v_{۰}=۴m/s \xrightarrow{v=at+v_{۰}} v=۲t+۴$$

سرعت در بازهٔ ثانیه دوم یعنی از $t_{۱}=۱s$ تا $t_{۲}=۲s$، بنابراین سرعت را در این لحظه‌ها حساب می‌کنیم.

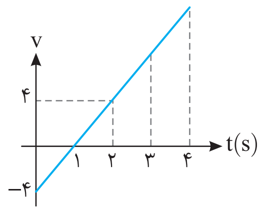
$$t_{۱}=۱s\Rightarrow v_{۱}=۲+۴=۶m/s \ , \ t_{۲}=۲s\Rightarrow v_{۲}=۲(۲)+۴=۸m/s$$

بنابه قضیهٔ کار و انرژی:

$$W_{t}=\Delta K\Rightarrow W_{t}=\frac{۱}{۲}\times۲(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})\Rightarrow W_{t}=(۶۴-۳۶)=۲۸J$$

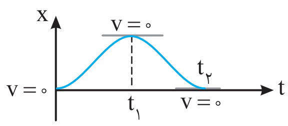
۶۸۳- گزینهٔ ۴ با مقایسه معادلهٔ حرکت داده‌شده با معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت، مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

$$x=۲t^{۲}-۴t+۸\Rightarrow \frac{۱}{۲}a=۲\Rightarrow a=۴m/s^{۲} \quad , \quad v_{۰}=-۴m/s \xrightarrow{v=at+v_{۰}} v=۴t-۴$$



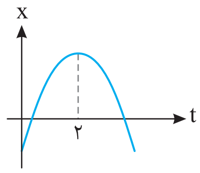
با رسم نمودار سرعت – زمان می‌بینیم که در بازهٔ صفر تا $1s$ سرعت در حال کاهش و در حال صفر شدن است. در بازهٔ $1s$ تا $2s$ سـرعت از صفر به $+4m/s$ می‌رسـد و در این دو بازه تغییر انرژی جنبشـی یکسـان است. در بازهٔ $2s$ تا $4s$ حرکت تندشونده است و در بازهٔ $3s$ تا $4s$ چون سرعت بیشتر است، جابه‌جایی بیشتر و کار نیروی برایند نیز بیشتر است.

۶۸۴- گزینهٔ ۴ هرگاه سـرعت جسـم در حال افزایش و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش باشد، کار نیروی برایند مثبت است و در صورت کاهش سرعت و انرژی جنبشی، کار نیروی برایند منفی است.



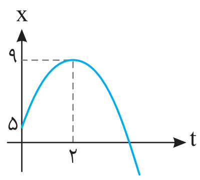
با توجه به شیب خط مماس بر نمودار در بازهٔ صفر تا $t_{۱}$، ابتدا سرعت افزایش و سپس کاهش می‌یابد تا در لحظهٔ $t_{۱}$ سرعت صفر می‌شود و در بازهٔ $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ نیز مجدداً سرعت زیاد و سرانجام کم می‌شود.

۶۸۵- گزینهٔ ۳ از صفر تا $t_{۱}$ اندازهٔ سرعت در حال کاهش و انرژی جنبشی ذره در حال کم شدن است و کار برایند نیروهای وارد بر ذره منفی است. از $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ اندازهٔ سرعت در حال افزایش و انرژی جنبشی ذره در حال زیاد شدن است و کار برایند نیروهای وارد بر ذره مثبت است.



۶۸۶- گزینهٔ ۳ نمودار $x-t$ سـهمی اسـت چون حرکت با شـتاب ثابت می‌باشد و در سـهمی نمودار نسبت به خط قائم گذرنده از رأس سهمی $(t=۲)$ متقارن می‌باشد و می‌دانیم که سرعت برابر شیب خط مماس است، چون اندازهٔ شیب خط مماس در $t=۰$ و $t=۴s$ باهم برابر می‌باشد، اندازهٔ سرعت یا تندی آن‌ها یکی بوده و انرژی جنبشی در $t=۰$ و $t=۴s$ باهم برابر است.

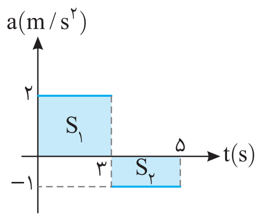
۶۸۷- گزینهٔ ۴ حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $x-t$ به صورت سهمی خواهد بود:



$$x=\alpha t^{۲}+\beta t+c\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۰,x=۵} ۵=c\\ \xrightarrow{t=۲,x=۹} ۹=۴\alpha+۲\beta+۵\Rightarrow ۴\alpha+۲\beta=۴\\ \xrightarrow{t=۲,\ \text{رأس سهمی}} t_{\text{رأس}}=\frac{-\beta}{۲\alpha}\Rightarrow ۲=\frac{-\beta}{۲\alpha}\Rightarrow\beta=-۴\alpha\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-۱\\ \beta=۴\end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ مکان – زمان به صورت $x=-t^{۲}+۴t+۵$ است و $a=-۲m/s^{۲}$ و $v_{۰}=۴m/s$ می‌باشد.

$$v=at+v_{۰}\Rightarrow v=-۲t+۴\begin{cases}\xrightarrow{t=۲s} v_{۱}=۰\\ \xrightarrow{t=۴s} v_{۲}=-۴m/s\end{cases}\xrightarrow{W_{t}=\Delta K} W_{t}=\frac{۱}{۲}\times۲(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})\Rightarrow W_{t}=۱۶J$$



۶۸۸- گزینهٔ ۳ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد.

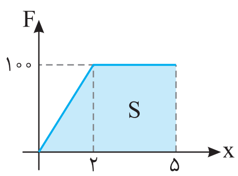
$$\Delta v=S_{۱}+S_{۲}\Rightarrow v_{۲}-v_{۱}=۶+(-۲)\xrightarrow[\text{جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{v_{۱}=۰} v_{۲}=۴m/s$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{t}=\Delta K\Rightarrow W_{t}=\frac{۱}{۲}m(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})\Rightarrow W_{t}=\frac{۱}{۲}\times۲(۴^{۲}-۰)\Rightarrow W_{t}=۱۶J$$

۶۸۹- گزینهٔ ۱ مساحت زیر نمودار $F-x$ برابر کار انجام شده می‌باشد

$$W=S=\frac{۱۰۰(۳+۵)}{۲}=۴۰۰J$$



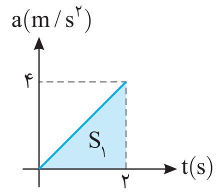
به کمک قضیه کار و انرژی سرعت در مکان $x=5m$ خواهد شد:

$$W=\Delta K\Rightarrow W=\frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲}-\frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲}\Rightarrow ۴۰۰=\frac{۱}{۲}\times۲\times(v_{۲}^{۲}-۰)\Rightarrow v_{۲}=۲۰m/s$$

شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۲۰-۰}{۲}=۱۰m/s^{۲}$$

۶۹۰- گزینهٔ ۳ با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ معادلهٔ شتاب - زمان را می‌نویسیم:

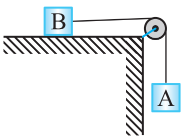


$$۴a=۸t \Rightarrow a=۲t$$

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت است، بنابراین نمودار $a-t$ را رسم می‌کنیم و تا لحظهٔ $t=۲s$ مساحت زیر نمودار آن را حساب کرده و با توجه به اینکه $v_\circ=\circ$ است، خواهیم داشت:

$$\Delta v=\frac{۴\times۲}{۲}=۴m/s \Rightarrow v-v_\circ=۴m/s \Rightarrow v=۴m/s \xrightarrow{W=\Delta K} W=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲) \Rightarrow W=\frac{۱}{۲}\times۴\times(۴^۲-\circ)=۳۲J$$

۶۹۱- گزینهٔ ۳ پس از $۲s$ سرعت A از صفر به $۲m/s$ با شتاب ثابت رسیده است ابتدا مقدار جابه‌جایی جسم A که در راستای قائم است را به دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{\circ+۲}{۲}\times۲ \Rightarrow \Delta y=۲m$$

با پایین آمدن جسم A به اندازهٔ ۲ متر جسم A مقداری انرژی پتانسیل از دست داده که به انرژی جنبشی دستگاه تبدیل می‌شود.

$$K_A+K_B=m_A g\Delta y \Rightarrow ۱۶=m_A\times۱\circ\times۲ \Rightarrow m_A=\circ/۸kg$$

۶۹۲- گزینهٔ ۱ توان متوسط برابر است با:

$$\overline{P}=\frac{W}{t}=\frac{Fd}{t}=F\frac{d}{t} \xrightarrow{v_{av}=\frac{d}{t}} \overline{P}=Fv_{av}$$

چون نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به رابطهٔ $F=ma$ شتاب حرکت ثابت می‌باشد بنابراین $v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$:

$$\overline{P}=Fv_{av} \Rightarrow \overline{P}=F\frac{v_۱+v_۲}{۲} \xrightarrow[v_۲=v]{v_۱=\circ} \overline{P}=F\frac{v}{۲}=\frac{۱}{۲}Fv$$

۶۹۳- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ توان داریم:

$$P=\frac{W}{t} \Rightarrow P=\frac{Fd}{t} \Rightarrow P=Fv_{av} \quad (۱)$$

نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ شتاب نیز ثابت است.

$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲} \xrightarrow{v_۱=\circ} v_{av}=\frac{v_۲}{۲} \qquad (۲)$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$P=Fv_{av} \Rightarrow P=F\frac{v_۲}{۲} \Rightarrow ۱\circ=۲\circ\times\frac{v_۲}{۲} \Rightarrow v_۲=۱m/s$$

۶۹۴- گزینهٔ ۴ با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان داده شده $(v=۵t+۲)$، شتاب حرکت $۵m/s^۲$ و سرعت اولیه $۲m/s$ است. سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{v+v_\circ}{۲} \Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_\circ \Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۲+۲ \Rightarrow v_{av}=۷m/s$$

نیروی وارد بر جسم برابر است با:

$$F=ma \Rightarrow F=۳\times۵=۱۵N$$

توان متوسط را به دست می‌آوریم:

$$P_{av}=\frac{W}{t}=\frac{F.d}{t}=Fv_{av} \Rightarrow P_{av}=۱۵\times۷=۱\circ۵W$$

۶۹۵- گزینهٔ ۲ به کمک معادلهٔ مستقل از زمان سرعت در جابه‌جایی $۲m$ و $۴m$ به دست می‌آوریم:

$$v_۱^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v_۱^۲=۲\times۲\times(۲-\circ) \Rightarrow v_۱^۲=۸ \Rightarrow v_۱=۲\sqrt{۲}m/s$$

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v_۲^۲-۸=۲\times۲\times(۴-۲)=۸ \Rightarrow v_۲^۲=۱۶ \Rightarrow v_۲=۴m/s$$

از رابطهٔ مستقل از شتاب، زمان این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

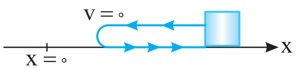
$$\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow ۲=\frac{۲\sqrt{۲}+۴}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{۲}{\sqrt{۲}+۲} \Rightarrow \Delta t=\frac{۲(۲-\sqrt{۲})}{۲} \Rightarrow \Delta t=۲-\sqrt{۲}=۲-۱/۴=\circ/۶s$$

توان را حساب می‌کنیم:

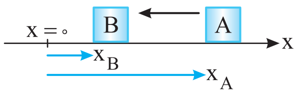
$$P=\frac{W_t}{\Delta t}=P\frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow P=\frac{\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)}{\Delta t} \Rightarrow P=\frac{\frac{۱}{۲}\times۲(۱۶-۸)}{\circ/۶}=\frac{۸}{\circ/۶}=\frac{۸\circ}{۶}=\frac{۴\circ}{۳}W$$

پاسخ آزمون ۱

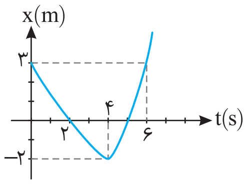
۱- گزینهٔ ۴ مطابق شکل روبه‌رو ممکن است متحرک در x های مثبت در حال حرکت باشد و در همان جا تغییر جهت دهد و علامت بردار مکان هم‌چنان مثبت باشد، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



در شکل روبه‌رو متحرک از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته، جابه‌جایی منفی است اما بردار مکان مثبت است و گزینهٔ (۲) نادرست است. سرعت متوسط، برابر است با $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ بنابراین بردار سرعت متوسط هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است نه بردار مکان، در نتیجه گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.



۲- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار جابه‌جایی متحرک در بازهٔ ۲ تا ۶ ثانیه برابر $\Delta x=۳m$ و مسافت طی شده $l=۲+۲+۳=۷m$ است. از این‌رو:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵m/s \qquad s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۷}{۴}=۱/۷۵m/s$$

۳- گزینهٔ ۱ دقت کنید که سرعت متحرک در جابه‌جایی $-\bar{x}$ برابر $-۳۰m/s$ است. حال با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۳x+(-x)}{\frac{۳x}{۶۰}+\frac{-x}{-۳۰}}=\frac{۲x}{\frac{۵x}{۶۰}}\Rightarrow v_{av}=۲۴m/s$$

۴- گزینهٔ ۱ سرعت متوسط جابه‌جایی در یکای زمان است و جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. بنابراین:

$$|\Delta\vec{r}|=AC=\sqrt{(۱۵-۳)^۲+(۱۱-۲)^۲}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۱۵m \ , \ \bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۳+۷}=۱/۵m/s$$

۵- گزینهٔ ۲ معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A=۲t \ , \ x_B=-۳t+۱۰۰$$

اکنون دو رابطه را از هم کم می‌کنیم و برابر ۲۰ قرار می‌دهیم:

$$|x_A-x_B|=۲۰\Rightarrow|۲t+۳t-۱۰۰|=۲۰\Rightarrow\begin{cases}۵t-۱۰۰=۲۰\Rightarrow t=۲۴s\\ ۵t-۱۰۰=-۲۰\Rightarrow t=۱۶s\end{cases}$$

در مسأله گفته شده برای اولین بار، پس $t=۱۶s$ را انتخاب می‌کنیم. در این صورت:

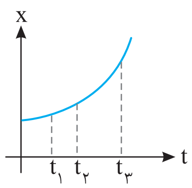
$$\Delta x_B=v_Bt\Rightarrow\Delta x_B=۱۶\times۳=۴۸m$$

حل به کمک سرعت نسبی: دو متحرک به سوی هم در حرکت هستند و سرعت نسبی آن‌ها $v_{نسبی}=۳+۲=۵m/s$ خواهد بود. وقتی فاصلهٔ آن‌ها ۲۰ متر می‌شود، یعنی جابه‌جایی دو متحرک جمعاً $۱۰۰-۲۰=۸۰m$ است:

$$t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۸۰}{۵}=۱۶s\xrightarrow{\Delta x=v_Bt}\Delta x=۱۶\times۳=۴۸m$$

۶- گزینهٔ ۳ در صورت پرسش بیان شده که نمودار سهمی است، پس حرکت دارای شتاب ثابت بوده و سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر میانگین سرعت‌ها در ابتدا و انتهای بازه است.

$$\bar{v}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$$



اکنون به نمودار توجه کنید. شیب نمودار در لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ و $t_۳$ در حال افزایش است. بنابراین:

$$v_۳>v_۲>v_۱>v_۰$$

$$\left.\begin{array}{ll} t_۲\to t_۳ & \bar{v}_{۲\to۳}=\frac{v_۳+v_۲}{۲}\\ t_۱\to t_۲ & \bar{v}_{۱\to۲}=\frac{v_۲+v_۱}{۲}\\ ۰\to t_۱ & \bar{v}_{۰\to۱}=\frac{v_۱+v_۰}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\bar{v}_{۲\to۳}>\bar{v}_{۱\to۲}>\bar{v}_{۰\to۱}$$

۷- گزینهٔ ۳ شناگر در مدت $t=\frac{۵۰}{۵}=۱۰s$، طول استخر را طی کرده و در مدت $۱۴-۱۰=۴s$ در مسیر برگشت است و در مدت ۴ ثانیه، $۵\times۴=۲۰m$ باز می‌گردد. بنابراین جابه‌جایی شناگر در مدت $۱۴s$ برابر $۳۰m$ است و اندازهٔ سرعت متوسط حرکت او در $۱۴s$ برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta r}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۳۰}{۱۴}=\frac{۱۵}{۷}m/s$$

۸- گزینهٔ ۲ A

شتاب حرکت $a=+4m/s^2$، سرعت اولیه $-3m/s$ و مکان اولیه $-8m$ است. معادلهٔ سرعت-زمان و لحظهٔ تغییر جهت حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=4t-3=0\Rightarrow t=\frac{3}{4}s$$

بنابراین متحرک ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و در لحظهٔ $t=\frac{3}{4}s$ متوقف شده و در جهت مثبت محور حرکت می‌کند سپس از مبدأ می‌گذرد پس بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۹- گزینهٔ ۲ B

راه‌حل اول: استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow 9=\frac{0+v_0}{2}\times 1/5\Rightarrow v_0=12m/s$$

بنابراین شتاب خواهد شد:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-12}{1/5}\Rightarrow a=-8m/s^2$$

راه‌حل دوم: کافی است متحرکی را فرض کنیم که از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در آمده است و در مدت $1/5s$ جابه‌جایی ۹ متر را طی کرده است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow 9=\frac{1}{2}a(1/5)^2\Rightarrow a=8m/s^2$$

۱۰- گزینهٔ ۳ A

کافی است معادلهٔ حرکت را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم کنیم:

$$\begin{cases}3x=\frac{1}{2}at'^2\\ x=\frac{1}{2}at^2\end{cases}\Rightarrow 3=\frac{t'^2}{t^2}\Rightarrow t'=\sqrt{3}t$$

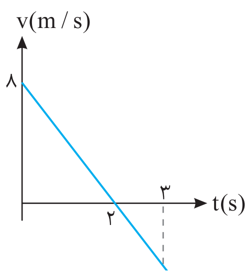
۱۱- گزینهٔ ۱ A

راه‌حل اول: با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان، سرعت- زمان و شتاب- زمان را به‌دست آورده، تعیین علامت می‌کنیم.

$$\begin{cases}x=-2t^2+8t+10\\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\end{cases}\Rightarrow a=-4m/s^2,\ v_0=8m/s\Rightarrow v=at+v_0\Rightarrow v=-4t+8\xrightarrow{v=0}t=2s$$

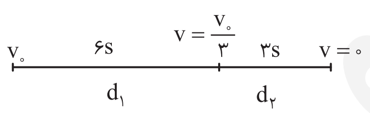
سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا 2s مثبت و در بازهٔ 2s تا 3s منفی است، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده $(av<0)$ و سپس حرکت تندشونده $(av>0)$ است.

راه‌حل دوم: کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم. مشخص است که در بازهٔ صفر تا 2s سرعت کاهش یافته و صفر شده سپس از 2s تا 3s بزرگی سرعت افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۱) درست است.



۱۲- گزینهٔ ۳ B

راه‌حل اول: ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم. سرعت در لحظهٔ $t=6s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-v_0}{9}\Rightarrow a=\frac{-v_0}{9}\quad,\quad v=at+v_0\Rightarrow v=-\frac{v_0}{9}\times 6+v_0\Rightarrow v=\frac{v_0}{3}$$

به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب مسأله به‌راحتی قابل حل است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t$$

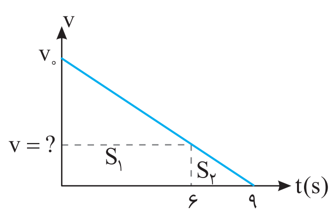
$$\begin{cases}d_1=\dfrac{\frac{v_0}{3}+v_0}{2}\times 6=\dfrac{4v_0}{3}\times 3=4v_0\\ d_2=\dfrac{0+\frac{v_0}{3}}{2}\times 3=\dfrac{v_0}{2}\end{cases}\Rightarrow \frac{d_1}{d_2}=8$$

راه‌حل دوم: استفاده از نمودار سرعت- زمان.

با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{3}{9}=\frac{v}{v_0}\Rightarrow v=\frac{v_0}{3}$$

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. از این‌رو:

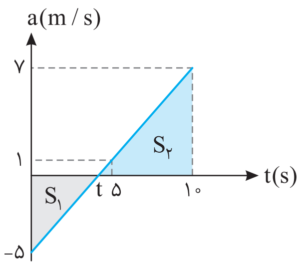


$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{S_1}{S_2}=\frac{\dfrac{v_0+\frac{v_0}{3}}{2}\times 6}{\dfrac{\frac{v_0}{3}\times 3}{2}}=8$$

۱۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط $v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ است. در ثانیهٔ دوم حرکت یعنی در بازهٔ بین $t=۱s$ و $t=۲s$ سرعت متوسط $۸m/s$ است پس سرعت در لحظهٔ $t=۱/۵s$ برابر $۸m/s$ خواهد بود. با همین استدلال سرعت در لحظهٔ $۳/۵s$ برابر $۱۶m/s$ است از این‌رو شتاب خواهد شد:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۶-۸}{۳/۵-۱/۵}=۴m/s^۲$$

۱۴- گزینهٔ ۱ Ⓒ سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت است. نمودار شتاب - زمان را رسم می‌کنیم.



$$a=۱/۲t-۵\Rightarrow\begin{cases}t=۰\Rightarrow a=-۵m/s^۲\\ t=\frac{۲۵}{۶}s\Rightarrow a=۰\\ t=۵s\Rightarrow a=۱m/s^۲\\ t=۱۰s\Rightarrow a=۷m/s^۲\end{cases}$$

سطح $S_۱$ و $S_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta v=S_۱+S_۲=\frac{-۵\times\frac{۲۵}{۶}}{۲}+\frac{۷\times(۱۰-\frac{۲۵}{۶})}{۲}\Rightarrow\Delta v=\frac{-۱۲۵}{۱۲}+\frac{۲۴۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta v=\frac{۱۲۰}{۱۲}=۱۰m/s\Rightarrow v-v_۰=۱۰\xrightarrow{v_۰=۰}v=۱۰m/s$$

۱۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته، برابر قرار می‌دهیم.

$$x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow x_۱=\frac{۱}{۲}\times۲t_۱^۲\Rightarrow x_۱=t_۱^۲$$

$$x_۲=vt_۲\Rightarrow x_۲=۵(t_۱-۵)$$

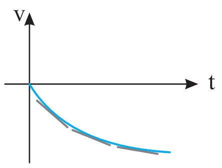
$$x_۱=x_۲\Rightarrow t_۱^۲=۵t_۱-۲۵\Rightarrow t_۱^۲-۵t_۱+۲۵=۰\Rightarrow\Delta=b^۲-۴ac=۲۵-۱۰۰<۰$$

دو متحرک به هم نمی‌رسند.

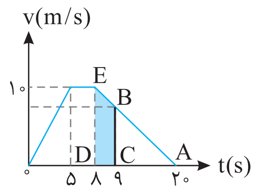
۱۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ شـتاب حرکت A از شـتاب حرکت B بیشـتر است و هر دو از حال سکون به راه افتاده‌اند از این‌رو سرعت A رفته رفته از سرعت B بیشتر می‌شود. بعد از آنکه شتاب B بیشتر می‌شود با فرض آنکه $a_B>a_A$ باشد، سرعت B رفته رفته افزایش می‌یابد.

اما در ابتدا A از B جلو افتاده است و برای آن‌که B بتواند به A برسد باید سرعتش از سرعت A بیشتر شود. یعنی در لحظهٔ سبقت B از A قطعاً $v_B>v_A$ است.

۱۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. با توجه به نمودار مقدار سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و شیب خط مماس در حال کاهش و شتاب متغیر و در حال کاهش است.



۱۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ باید مساحت سطح رنگی را به‌دست آورید. قاعدهٔ بزرگ این ذوزنقه ۱۰ است. باید قاعدهٔ کوچک آن را به کمک تشابه به‌دست آورد.



$$\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{ADE}$$

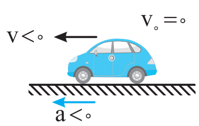
$$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{۱۲}{۱۱}=\frac{۱۰}{BC}\Rightarrow BC=\frac{۱۱۰}{۱۲}$$

$$S=\frac{۱۰+\frac{۱۱۰}{۱۲}}{۲}\times۱=\frac{۲۳۰}{۲\times۱۲}=\frac{۱۱۵}{۱۲}m$$

۱۹- گزینهٔ ۴ Ⓐ در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ شیب نمودار سرعت- زمان مثبت و شتاب متحرک ثابت و مثبت است. در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$، سرعت ثابت، شتاب صفر و نمودار شـتاب بر محور زمان منطبق می‌باشـد. در بازهٔ $t_۳$ تا $t_۴$ شـیب نمودار سـرعت- زمان منفی و شتاب ثابت و منفی است. بنابراین، گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

دقت کنید که اندازهٔ شتاب در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ با اندازهٔ شتاب در بازهٔ $t_۳$ تا $t_۴$ برابر است.

۲۰- گزینهٔ ۳ Ⓒ متحرک از حال سـکون شـروع به حرکت کرده است. در بازهٔ زمانی صفر تا ۲s در جهت منفی محور، با شـتاب منفی بر سـرعتش افزوده می‌شـود. دقت کنید شتاب منفی به معنی حرکت کندشـونده نیست. اگر مطابق شکل، متحرک از مبدأ و خلاف جهت محور، شـروع به حرکت کند، با شـتاب منفی دارای حرکت تندشونده است زیرا بردار سرعت و شـتاب هم‌جهت اسـت. در لحظهٔ $t=۲s$، شتاب تغییر جهت (علامت) داده اسـت یعنی شتاب مثبت است اما همچنان سرعت منفی است و حرکت بعد از $t=۲s$ کندشونده است، پس بیشترین سرعت در $t=۲s$ است.



۲۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ شتاب هر دو متحرک یکسان و برابر g است، در این صورت تغییرات سرعت دو گلوله $(\Delta v=gt)$ با هم برابر است.

۲۲- گزینهٔ ۲ دو متحرک در لحظه‌ای به هم می‌رسند که بردارهای مکان آن‌ها یکی شود. در این صورت مؤلفه‌های مکان نظیر به نظیر برابر می‌شوند.

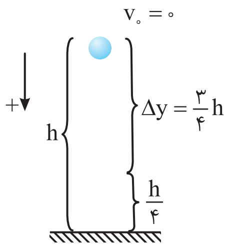
$$x_A=x_B\Rightarrow t^{۲}-۲t+۲=۵t-۴\Rightarrow t^{۲}-۷t+۶=۰\Rightarrow (t-۱)(t-۶)=۰\Rightarrow t=۱s\,,\,t=۶s$$

$$y_A=y_B\Rightarrow ۳t-۱=t^{۲}-۶t+۱۷\Rightarrow t^{۲}-۹t+۱۸=۰\Rightarrow (t-۳)(t-۶)=۰\Rightarrow t=۳s\,,\,t=۶$$

در لحظهٔ $t=۶s$ بردارهای مکان یکی می‌شود و در این لحظه دو متحرک به هم می‌رسند.

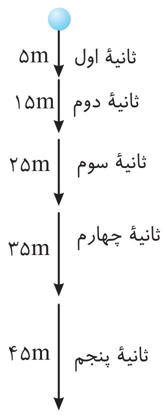
$$\vec{v}_B=\frac{d\vec{r}_B}{dt}\Rightarrow \vec{v}_B=۵\vec{i}+(۲t-۶)\vec{j}\Rightarrow \vec{v}_B=۵\vec{i}+۶\vec{j}$$

۲۳- گزینهٔ ۲ با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان خواهیم داشت:



$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲g\Delta y\Rightarrow v^{۲}-۰=۲g(\frac{۳}{۴}h)\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$$

۲۴- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** با استفاده از تصاعد با توجه به شکل روبه‌رو جابه‌جایی در $۳s$ آخر برابر است با:



$$۲۵+۳۵+۴۵=۱۰۵m$$

راه‌حل دوم: در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۵s$ سرعت را به‌دست آورده و به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، مسأله را حل می‌کنیم.

$$v=gt+v_{\circ}\begin{cases}t=۲s\Rightarrow v_{۱}=۱۰\times۲=۲۰m/s\\ t=۵s\Rightarrow v_{۲}=۱۰\times۵=۵۰m/s\end{cases}$$

$$\Delta y=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}\Delta t=\frac{۵۰+۲۰}{۲}\times۳=۱۰۵m$$

راه‌حل سوم: استفاده از معادلهٔ حرکت:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}+v_{\circ}t\begin{cases}t=۲s\Rightarrow \Delta y=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۴=۲۰m\\ t=۵s\Rightarrow \Delta y=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۲۵=۱۲۵m\end{cases}$$

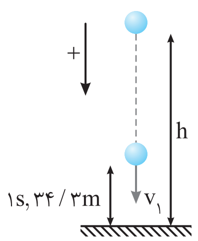
اکنون جابه‌جایی در ۳ ثانیهٔ آخر برابر است با:

$$۱۲۵-۲۰=۱۰۵m$$

راه‌حل چهارم: استفاده از جابه‌جایی در n ثانیه:

$$\Delta y=\frac{n}{۲}g(۲t-n)+nv_{\circ}\Rightarrow \Delta y=\frac{۳}{۲}\times۱۰(۲\times۵-۳)+۳\times۰\Rightarrow \Delta y=۱۰۵m$$

۲۵- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** به کمک معادلهٔ مکان - زمان، $v_{۱}$ را به دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}+v_{۱}t\Rightarrow ۳۴/۳=\frac{۱}{۲}\times۹/۸\times۱+v_{۱}\times۱\Rightarrow v_{۱}=۲۹/۴m/s$$

حال به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت برخورد به زمین را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}\Delta t\Rightarrow ۳۴/۳=\frac{v_{۲}+۲۹/۴}{۲}\times۱\Rightarrow v_{۱}=۳۹/۲m/s$$

راه‌حل دوم: استفاده از فرمول جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام:

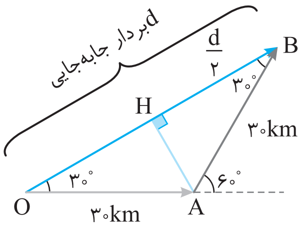
$$\Delta y=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)\Rightarrow ۳۴/۳=\frac{۱}{۲}\times۹/۸(۲t-۱)\Rightarrow t=۴s$$

$$v=gt+v_{\circ}\Rightarrow v=۹/۸\times۴+۰=۳۹/۲m/s$$

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل روبه‌رو خط عمود AH را رسم می‌کنیم در مثلث AHB می‌توان نوشت:

$$\cos ۳۰^\circ = \frac{HB}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\frac{d}{۲}}{۳۰} \Rightarrow d = ۳۰\sqrt{۳}m$$



۲- گزینهٔ ۲ (A) شکل نشان داده شده در سؤال مسیر حرکت را نشان می‌دهد. بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۳- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا زمان‌های طی شدن مسافت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

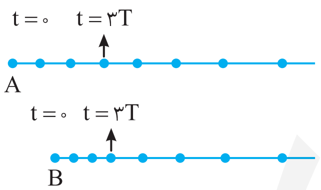
$$t_۱ = \frac{\Delta x_۱}{v_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{۴۰}{۴} \Rightarrow t_۱ = ۱۰\,s \quad , \quad t_۲ = \frac{\Delta x_۲}{v_۲} \Rightarrow t_۲ = \frac{۳۰}{۳} \Rightarrow t_۲ = ۱۰\,s \quad , \quad t_۳ = \frac{\Delta x_۳}{v_۳} \Rightarrow t_۳ = \frac{-۵}{-۱} \Rightarrow t_۳ = ۵\,s$$

جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. جابه‌جایی متحرک برابر $۴۰+۳۰-۵=۶۵\,m$ است، در این صورت سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{۶۵}{۱۰+۱۰+۵} \Rightarrow v_{av} = ۲/۶\,m/s$$

۴- گزینهٔ ۴ (A) در حرکت یکنواخت روی خط راست، v مقدار ثابتی است. بنابراین نمودار (c) درست است. از طرفی معادلهٔ مکان - زمان این حرکت تابع درجه یک از زمان است. بنابراین نمودار مکان - زمان این حرکت خط راست مایل است و نمودار a می‌تواند درست باشد (با فرض $x_۰ = ۰$). در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

۵- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به شکل مسیر، متحرک A از مکان عقب‌تر از B شروع به حرکت کرده و سرعت ابتدایی A بیشتر از سرعت B است $(v_A > v_B)$ زیرا در مدت ۳T مسیر طولانی‌تری را طی کرده است. جابه‌جایی هر دو در مدت ۳T با تندی ثابت انجام شده زیرا مسافت طی شده در بازه‌های T یکسان است. در ادامهٔ مسیر شتاب B بیشتر از A می‌باشد و بر تندی B مقدار بیشتری اضافه می‌شود زیرا جابه‌جایی‌ها در بازه‌های ۳T و ۷T برای B بزرگ‌تر از A بوده و در ۷T دو متحرک کنار یکدیگرند. در این صورت در بازهٔ صفر تا ۳T نمودار A و B خط راست مایل بوده که شیب خط A بیشتر از شیب خط B است.

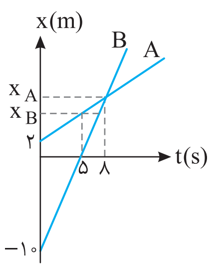


۶- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به صورت سؤال باید در مدت ۴s اول در هر ثانیه جابه‌جایی از ثانیهٔ قبل بیشتر باشد پس در مدت ۳s جابه‌جایی‌ها یکسان بوده و سرانجام با همان شتاب در مدت ۴s می‌ایستد و در این بازهٔ ۴s باید مسیرش متقارن با ۴s اول باشد.

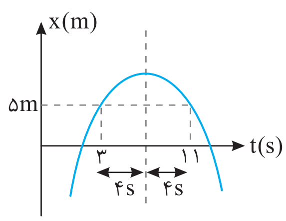
۷- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به شکل به کمک تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{x_A}{۱۰} = \frac{۸-۵}{۵-۰} \Rightarrow x_A = ۶m$$

$$\frac{x_A - x_B}{x_B - ۲} = \frac{۸-۵}{۵-۰} \Rightarrow \frac{۶-x_B}{x_B-۲} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow ۳۰ - ۵x_B = ۳x_B - ۶ \Rightarrow ۳۶ = ۸x_B \Rightarrow x_B = ۴/۵\,m$$



۸- گزینهٔ ۲ (B) در حرکت با شتاب ثابت معادلهٔ مکان- زمان تابع درجه ۲ است $(x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰)$ و نمودار سهمی است و خط گذرنده از رأس سهمی خط تقارن سهمی است.
در t=۷s مکان بیشینه است یعنی t=۷s رأس سهمی است و در فاصله‌های زمانی یکسان از t=۷s مکان‌ها یکسان است، پس در t=۳s و t=۱۱s مکان +۵m است (به شکل سهمی دقت کنید).



۹- گزینهٔ ۲ (A) کافی است لحظهٔ گذر از مکان $x_۰ = -۳m$ با تندی $v_۰ = ۱/۵m/s$ را مبدأ زمان $(t=۰)$ بگیریم و سپس به کمک معادلهٔ حرکت مسأله را حل کنیم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$x = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۴)^۲ + ۱/۵ \times ۴ + (-۳) = ۱۶ + ۶ - ۳ \Rightarrow x = ۱۹m$$

۱۰- گزینهٔ ۴ جابه‌جایی در ثانیهٔ اول برابر است با:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}a+v_۰\Rightarrow \frac{۱}{۲}a+v_۰=۵\Rightarrow a+۲v_۰=۱۰ \quad (۱)$$

جابه‌جایی در دو ثانیهٔ دوم را از رابطهٔ جابه‌جایی در مدت n ثانیه به‌دست می‌آوریم. (۲)

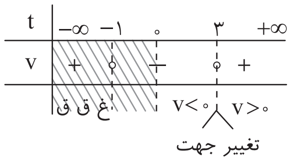
$$\Delta x=\frac{n}{۲}a(۲t-n)+nv_۰\Rightarrow ۱۸=\frac{۲}{۲}a(۲\times۴-۲)+۲v_۰\Rightarrow ۱۸=۶a+۲v_۰$$

دو رابطهٔ (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم.

$$۸=۵a\Rightarrow a=۱/۶ m/s^۲$$

۱۱- گزینهٔ ۳ وقتی متحرک در جهت منفی محور در حرکت است، تندی آن نیز منفی است، بنابراین باید معادلهٔ سرعت- زمان را تعیین علامت کرد. برای این منظور ابتدا ریشه‌های معادله را به‌دست می‌آوریم.

$$t^۲-۲t-۳=۰\Rightarrow (t-۳)(t+۱)=۰\Rightarrow t=-۱\,,\,t=۳s$$



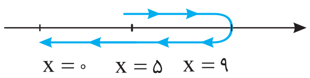
به کمک جدول روبه‌رو علامت سرعت را مشخص می‌کنیم.
بنابراین در بازهٔ صفر تا ۳s سرعت منفی است.

۱۲- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** مسافت طی شده یعنی طول کل مسیری که متحرک در ۵ ثانیه طی می‌کند. پس باید بررسی کرد که متحرک متوقف می‌شود و جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد یا خیر؟ برای این منظور ابتدا معادلهٔ سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=-۲t+۴\xrightarrow{v=۰}-۲t+۴=۰\Rightarrow t=۲s$$

پس در لحظهٔ $t=۲s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. حال مکان تغییر جهت را نیز به‌دست می‌آوریم:

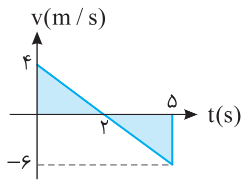
$$x=-t^۲+۴t+۵\xrightarrow{t=۲s}x=-۴+۸+۵=۹m$$



در لحظهٔ $t=۰$ متحرک در مکان $+۵m$، در لحظهٔ $t=۲s$ در مکان $+۹m$ و در لحظهٔ $t=۵s$ در مکان $x=۰$ است.
پس در کل، مسافت طی شده برابر است با:

$$۴+۹=۱۳m$$

راه‌حل دوم: می‌توانیم نمودار سرعت- زمان $v=-۲t+۴$ را در مدت ۵s رسم کرده و قدرمطلق سطح‌های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.



$$\text{مسافت طی شده}=\left|\frac{۴\times۲}{۲}\right|+\left|\frac{-۶\times۳}{۲}\right|=۱۳m$$

۱۳- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با تندی اولیهٔ $\frac{v}{۲}$ و متحرک دوم دارای حرکت با تندی ثابت v است، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_۱=\dfrac{v_۲+v_۱}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta x_۱=\dfrac{v'+\frac{v}{۲}}{۲}\Delta t\\ \Delta x_۲=v\Delta t\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x_۱=\Delta x_۲\Rightarrow v\Delta t=\frac{v'+\frac{v}{۲}}{۲}\Delta t\Rightarrow v'=\frac{۳v}{۲}$$

۱۴- گزینهٔ ۱ معادلهٔ حرکت دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x_A=\frac{۱}{۲}t^۲$$

$$x_B=vt+x_۰\Rightarrow x_B=۱۵t-۱۰۰$$

$$x_A=x_B\Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲=۱۵t-۱۰۰$$

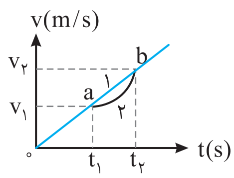
$$t^۲-۳۰t+۲۰۰=۰\Rightarrow (t-۱۰)(t-۲۰)=۰\begin{cases}t=۱۰s\\ t=۲۰s\end{cases}$$

۱۵- گزینهٔ ۴ بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ بگذرد.

$$t^۲+t+۱=۰\Rightarrow t=\frac{-۱\pm\sqrt{۱-۴}}{۲}\quad \text{بدون جواب}$$

بنابراین این متحرک از مبدأ نمی‌گذرد و گزینهٔ (۴) درست است.

۱۶- گزینهٔ ۲ چون نمودار منحنی است، پس حرکت با شتاب متغیر می‌باشد. بنابراین $v_{av}\neq\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ خواهد بود.

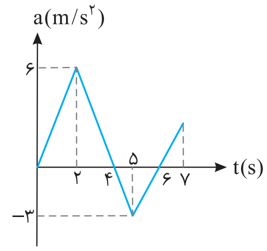


زیرا فقط در حرکت با شتاب ثابت $v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ و نمودار سرعت- زمان خط راست است. از طرفی سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر تغییر مکان متحرک است و سطح زیر نمودار (۲) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ از سطح زیر نمودار یک حرکت فرضی با شتاب ثابت مانند نمودار (۱) کمتر است، پس سرعت متوسط در نمودار (۲) از سرعت متوسط در نمودار (۱) کمتر خواهد بود.

$$S_۲<S_۱\Rightarrow \Delta x_۲<\Delta x_۱\Rightarrow v_{av,۲}<v_{av,۱}\Rightarrow v_{av}<\frac{v_۱+v_۲}{۲}$$

۱۷- گزینهٔ ۴ (B)

متحرکی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند جهت حرکت و بردار شتابش یکی است. یعنی این متحرک که در ابتدا شتابش مثبت بوده در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده تا لحظهٔ $t=۴s$ که شتاب مثبت و تندی مثبت است در حال دور شدن از مبدأ است. در $t=۴s$ تندی‌اش $\Delta v=S=\frac{۶\times۴}{۲}=۱۲m/s$ است. از این لحظه به بعد شتاب منفی می‌شود و از تندی می‌کاهد اما تندی را به صفر نمی‌رساند زیرا در بازهٔ $۴s$ تا $۶s$ تغییر تندی $\Delta v=S=\frac{-۳\times۲}{۲}=-۳m/s$ بوده در لحظهٔ $t=۶s$ تندی همچنان مثبت است $(v_۲=۱۲+(-۳)=۹m/s)$ و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است در لحظهٔ $t=۶s$ شتاب مجدداً مثبت شده و بر تندی در جهت مثبت محور می‌افزاید و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است. بنابراین در $t=۷s$ متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد.



۱۸- گزینهٔ ۲ (A)

شیب خط قاطع نمودار x-t برابر تندی متوسط است از این‌رو:

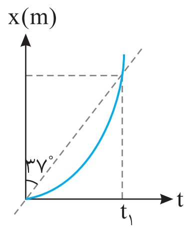
$$v_{av}=\tan\alpha=\tan ۵۳^\circ\Rightarrow v_{av}=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}m/s$$

از طرفی نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است از این‌رو:

$$v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}$$

در لحظهٔ $t=۰$ نمودار بر محور زمان مماس بوده و سرعت اولیه صفر است. بنابراین:

$$\frac{۴}{۳}=\frac{v+۰}{۲}\Rightarrow v=\frac{۸}{۳}m/s$$



۱۹- گزینهٔ ۲ (A)

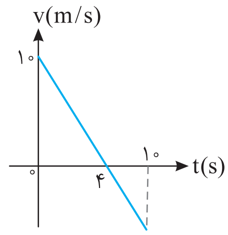
شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۰-۱۰}{۴}=-۲/۵m/s^۲$$

مکان را حساب می‌کنیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$$

$$x=\frac{۱}{۲}(-۲/۵)(۱۰۰)+۱۰\times۱۰+۲\Rightarrow x=-۱۲۵+۱۰۰+۲\Rightarrow x=-۲۳m$$



۲۰- گزینهٔ ۲ (B)

تندی در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۳s$ و $t=۶s$ و $t=۹s$ را به‌دست آورده و نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:

$$t=۰\Rightarrow v_۰=-۶m/s$$

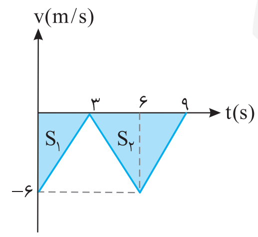
$$t=۳s\Rightarrow v=a_۱t_۱+v_۰\Rightarrow v=۲\times۳+(-۶)=۰$$

$$t=۶s\Rightarrow v=(-۲\times۳)+۰=-۶m/s$$

$$t=۹s\Rightarrow v=(۲\times۳)+(-۶)=۰$$

مسافت طی شده برابر است با:

$$d=|S_۱|+|S_۲|\Rightarrow d=|\frac{(-۶)\times۳}{۲}|+|\frac{۶\times(-۶)}{۲}|\Rightarrow d=۹+۱۸=۲۷m$$



۲۱- گزینهٔ ۴ (A)

جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم. ابتدا زمان سقوط گلولهٔ A را حساب می‌کنیم.

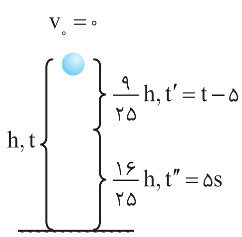
$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow ۴۴/۱=\frac{۱}{۲}\times۹/۸t_A^۲\Rightarrow t_A=۳s$$

گلولهٔ B هم‌زمان با گلولهٔ A به زمین می‌رسد بنابراین $t_B=۳-۱=۲s$ اکنون h را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times۹/۸\times(۲)^۲\Rightarrow h=۱۹/۶m$$

۲۲- گزینهٔ ۳ (B)

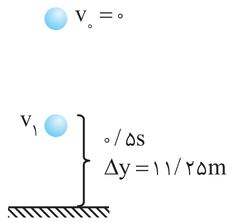
جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم و قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم.



$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\begin{cases}h=\frac{۱}{۲}gt^۲\\ \frac{۹}{۲۵}h=\frac{۱}{۲}g(t-۵)^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{۲۵}{۹}=\frac{t^۲}{(t-۵)^۲}\Rightarrow\frac{۵}{۳}=\frac{t}{t-۵}\Rightarrow ۳t=۵t-۲۵\Rightarrow t=۱۲/۵s$$

۲۳- گزینهٔ ۲ برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. جابه‌جایی در نیم ثانیه آخرحرکت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow \Delta y=۲۲/۵\times ۰/۵\Rightarrow \Delta y=۱۱/۲۵m$$



سرعت گلوله در ابتدای این قسمت مسیر $(v_۱)$ را به دست می‌آوریم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۱t\Rightarrow ۱۱/۲۵=۵\times ۰/۲۵+v_۱\times ۰/۵\Rightarrow v_۱=۲۰m/s$$

زمان رسیدن گلوله به سرعت $۲۰m/s$ را حساب می‌کنیم.

$$v=gt\Rightarrow ۲۰=۱۰t_۱\Rightarrow t_۱=۲s$$

زمان کل سقوط برابر است با:

$$t=۲+۰/۵=۲/۵s$$

۲۴- گزینهٔ ۱ محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم.

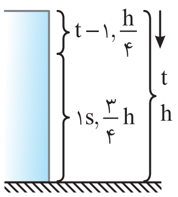
$$\Delta y=y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}g\,t_۱^۲-\frac{۱}{۲}g\,t_۲^۲\Rightarrow \Delta y=۵[t_۱^۲-(t_۱-۳/۵)^۲]$$

از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$۵[t_۱+t_۱-۳/۵][t_۱-t_۱+۳/۵]=۷۰$$

$$(۲t_۱-۳/۵)(۱۷/۵)=۷۰\Rightarrow t_۱=۳/۷۵s$$

۲۵- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** به کمک معادلهٔ حرکت می‌توان نوشت:

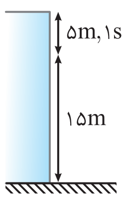


$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲\begin{cases}\frac{h}{۴}=\frac{۱}{۲}g(t-۱)^۲\\ h=\frac{۱}{۲}gt^۲\end{cases}\Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{(t-۱)^۲}{t^۲}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{t-۱}{t}\Rightarrow t=۲t-۲\Rightarrow t=۲s$$

در این صورت h خواهد شد:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲^۲=۲۰m$$

راه‌حل دوم: استفاده از مفهوم دنباله حسابی در حل مسائل شتاب ثابت:



جسمی که در شرایط خلأ رها می‌شود در ثانیهٔ اول، $۵m$، در ثانیهٔ دوم $۵+۱۰=۱۵m$ و در ثانیهٔ سوم، $۱۵+۱۰=۲۵m$ ... جابه‌جا می‌شـود. با توجه به فرض مسـأله که سقوط قسمت دوم، ۳ برابر قسـمت اول است، متحرک $۵m$ و سپس $۱۵m$ متر سقوط کرده است که جمعاً $۵+۱۵=۲۰m$ می‌شود.

فصل دوم

دینامیک و حرکت دایره‌ای

برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکـن QR Code دانلود کنیـد.

فصل ۲ دینامیک و حرکت دایره‌ای

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۳ (A) بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند (تعادل ایستا)، اگر در حال حرکت است، به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی).

۲- گزینهٔ ۳ (A) بـا توجـه به قانون اول جسـم درون واگن قطار تمایل دارد حرکت خود را حفظ کند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی که شـخص درون واگن قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای قطار جا می‌ماند. یعنی هنگامی که قطار ترمز می‌کند شـخص با همان سـرعت قبلی در حال حرکت می‌باشـد، پس به سـمت جلو منحرف می‌شـود و هنگامی که حرکت قطار تندشـونده باشـد، شخص با همان سـرعت کم در حال حرکت است پس شخص به سمت عقب منحرف می‌شود. در پاسخ این تست‌ها همواره به زندگی روزمرهٔ خود دقت کنید. اگر در اتوبوس ایستاده باشید و اتوبوس ناگهان ترمز کند رو به جلو منحرف می‌شود و اگر از حال سکون ناگهان به راه بیفتد به سمت عقب منحرف می‌شوید.

۳- گزینهٔ ۱ (A) آزمایش گالیله بیانگر قانون اول نیوتون می‌باشـد که هرگاه جسـمی در حال حرکت با سـرعت ثابت باشد و به آن نیروی خالصی وارد نشود به حرکت با همان سرعت ادامه خواهد داد.

۴- گزینهٔ ۲ (A) هنگام ضربه زدن به انتهای دسته، دسته متوقف می‌شود. اما طبق قانون اول سر چکش هم‌چنان به حرکت به سمت پایین خود ادامه می‌دهد، پس این کار سبب سفت شدن سر چکش می‌شود.

۵- گزینهٔ ۴ (B) قانون اول نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. در واقع تمایل اجسام به حفظ وضع موجود، موضوع قانون اول نیوتون است.

در پاسخ به این پرسش باید به مفهوم لختی و جرم بپردازیم. جسم بنا به قانون اول نیوتون در مقابل تغییر سرعت از خود مقاومت نشان می‌دهد، یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند. به این مقاومت، لختی گویند.

اگر نخ پایینی را به سرعت بکشیم، لختی وزنه مانع حرکت کردن وزنه شده و نخ از پایین وزنه پاره می‌شود. اما اگر نخ پایینی را به آرامی پایین بکشیم، نیروی F و وزن وزنه با هم جمع شده و نخ از قسمت بین وزنه و سقف یعنی از قسمت بالایی پاره می‌شود.

۶- گزینهٔ ۲ (A) اتومبیل B سـاکن اسـت و می‌خواهد حالت خود را حفظ کند هنگامی که A ناگهان شـروع به حرکت کند مقاومت اتومبیل B در مقابل تغییر حالت (لختی B) سبب پاره‌شدن سیم بکسل می‌شود.

۷- گزینهٔ ۴ (B) تمایل اجسـام به حفظ وضع موجود را لختی جسـم می‌گوییم. در واقع وقتی خودرو با سـرعت v روی خط راسـت در حرکت است، شما نیز روی خط راسـت با سـرعت v در حرکت هسـتید. وقتی خودرو دور می‌زند، شـما بنابر قانون اول نیوتون تمایل دارید بر مسـیر مسـتقیم حرکت کنید و به سـمت خارج پیچ متمایل می‌شوید. قانون اول نیوتون را اصل اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

۸- گزینهٔ ۲ (A) اگر در خودرو نشسته باشید و خودرو با تندی ثابت دور میدانی به سمت چپ بچرخد شما به سمت خارج پیچ (به سمت راست) منحرف می‌شوید که این پدیده شاهدی بر قانون اول نیوتون است.

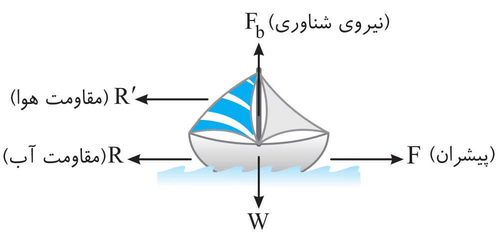
۹- گزینهٔ ۴ (A) قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو، شتابی می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$

وقتی بر جسم نیروی خارجی خالصی وارد شود، بنابه قانون دوم نیوتون $(\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m})$، جسم شتاب می‌گیرد.

۱۰- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به قانون دوم نیوتون اگر به جسـمی که با شـتاب ثابت در حرکت اسـت، نیروی خالص و ثابتی وارد شـود، سرعت جسم در این حالت تغییر می‌کند. همچنین هنگامی که نیروی خالص غیرثابت باشد، شتاب جسم تغییر می‌کند. گاهی هم نیروی وارد بر جسم برای به حرکت درآوردن جسم نیست مانند فشردن یک سیب بین دو دست، پس نیروی وارد بر یک جسم می‌تواند باعث هر سه گزینه شود.

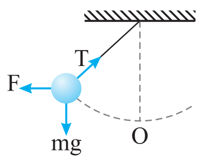
۱۱- گزینهٔ ۴ (A) برایند نیروهای وارد بر جسـم، تنها شـتاب حرکت را مشـخص می‌کند و در مورد جهت حرکت جسـم به تنهایی اطلاعاتی نمی‌دهد. مثلاً اگر حرکت روی خط راست بوده و حرکت تندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم هم‌جهت هستند و اگر حرکت کندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم در خلاف جهت هم هستند. اگر مسیر خمیده باشد، نیروی وارد بر جسم و سرعت جسم با هم زاویه می‌سازند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۲- گزینهٔ ۴ (B) اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که منشأ این نیرو فشار مایع است و همین نیرو است که کشتی‌ها را بر سطح آب شناور نگه می‌دارد توضیحات بیشـتر دربارهٔ این نیرو در بخش ششـم همین فصل با عنوان «نیروی شناوری» آمده اسـت. منظور از نیروی پیشـران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی که باد بر بادبان‌ها وارد می‌کند یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی کشتی می‌شود.

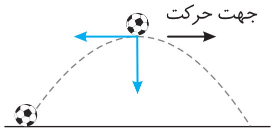


۱۳- گزینهٔ ۲ در حرکت در راستای قائم همواره یک نیروی وزن به سمت پایین به جسم وارد می‌شود، پس در این حرکت هیچ‌گاه نیروها متوازن نخواهند شد. اما Ⓑ در نقطهٔ اوج تندی لحظه‌ای جسم صفر می‌شود پس در این حالت جسم به حال سکون لحظه‌ای می‌رسد اما دارای تعادل نیست.

۱۴- گزینهٔ ۳ در حالت عادی نیروهای T و mg شتابی به سمت O ایجاد می‌کنند. پس نیروی F لازم است تا اثر mg Ⓑ و T را خنثی کند.

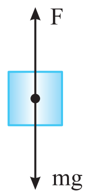


۱۵- گزینهٔ ۴ چگونگی حرکت جسم پس از وارد آمدن نیرو، به سرعت اولیهٔ جسم و زاویه‌ای که نیرو با راستای سرعت اولیه می‌سازد، بستگی دارد.
Ⓐ اگر جسم ساکن باشد و بر آن یک نیرو وارد شود، جسم در راستای نیرو شروع به حرکت می‌کند و اگر نیرو تغییر جهت ندهد، حرکت جسم روی خط راست است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.



اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مثلاً گلوله‌ای که در شرایط خلأ مطابق شکل، پرتاب شود، نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی و رو به پایین است، اما مسیر حرکت خمیده است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.
اگر نیرو بر مسیر حرکت در هر نقطه عمود باشد (همان‌طور که در فصل حرکت‌شناسی بیان شد)، بزرگی سرعت جسم ثابت می‌ماند، زیرا نیرو در راستای سرعت که مماس بر مسیر است، مؤلفه‌ای ندارد و در نتیجه بزرگی سرعت ثابت می‌ماند. بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

۱۶- گزینهٔ ۱ جسم در حال سقوط آزاد است و به آن نیروی وزن mg وارد می‌شود برای آن‌که حرکت آن کندشونده شود Ⓐ و متوقف گردد باید نیروی F رو به بالا بر آن وارد شود که این نیرو باید از W بزرگ‌تر باشد و باعث توقف جسم شود.



نیروی گرانش: بین دو جرم، یک نیروی ربایشی وجود دارد که به آن نیروی گرانش گویند.
قانون جهانی گرانش: نیروی گرانش بین دو جسم با حاصل‌ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مجذور فاصلهٔ آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

میدان گرانش: در اطراف هر جسم خاصیتی وجود دارد که بر اجسام دیگر نیرو وارد می‌کند. این میدان را میدان گرانش می‌گویند.
میدان گرانش کمیت برداری است و برابر با نیروی گرانش وارد بر یکای جرم است.

$$\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m}$$

میدان گرانش یک جسم به جرم M و در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$g=G\frac{M}{r^2}$$

میدان گرانش در سطح سیاره برابر است با:

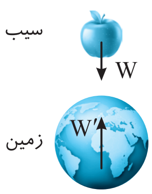
$$g=G\frac{M}{R^2}$$

که در آن M جرم سیاره و R شعاع سیاره است.

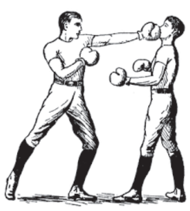
۱۷- گزینهٔ ۴ بنابر قانون سوم نیوتون، هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی $-F$ را وارد می‌کند. بنابراین نقطهٔ Ⓐ اثر نیروهای کنش و واکنش متفاوت است، به همین علت بررسی برایند آن‌ها اصولاً مفهوم فیزیکی ندارد.
دقت کنید در گزینهٔ (۳) بیان شده است که برایند نیروی کنش و واکنش صفر نیست درحالی که این دو نیرو، برایند ندارند که صفر و یا غیرصفر باشد.

۱۸- گزینهٔ ۳ اندازهٔ نیروی کنش و واکنش یکسان است و گزارهٔ (الف) درست است.
Ⓐ نیروهای کنش و واکنش در خلاف جهت هم بوده و جهت آن‌ها یکسان نیست پس گزارهٔ (ب) نادرست است. نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم نوع‌اند، جنس نیروهای کنش و واکنش یکسان است و گزارهٔ (پ) درست است.

۱۹- گزینهٔ ۴ نیروی وزن نیرویی است که کرهٔ زمین بر جسم وارد می‌کند پس واکنش آن نیرویی است که جسم بر مرکز Ⓑ کرهٔ زمین وارد می‌کند. یادتان باشد که بنا به قانون سوم نیوتون، اگر جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز به جسم A نیروی $-F$ را وارد می‌کند.

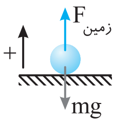


۲۰- گزینهٔ ۳ بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بین دو جسم یکسان و در خلاف جهت یکدیگر است. Ⓐ



پرسش
در واقع این پرسش شماست که همواره در کلاس بیان می‌کنید که اگر نیروها یکسان است پس چرا صورت شما در اثر ضربهٔ مشت تایسون از هم می‌پاشد، اما دست او آسیب نمی‌بیند؟

پاسخ قطعاً نیروها برابر است، اما صورت شما تحمل این نیرو را ندارد و به شدت آسیب می‌بیند. اما دست مشت شدهٔ تایسون با استقامت بالا تحمل این نیرو را دارد.

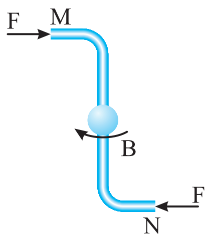


۲۱- گزینهٔ ۲ B هنگام برخورد توپ با زمین ابتدا توپ با سرعت v به سمت پایین به زمین برخورد می‌کند تا به طول لحظه‌ای متوقف شود یعنی در این حالت حرکت متحرک کندشونده است و سرعت و شتاب خلاف جهت هم‌اند پس جهت شتاب به سمت بالا است. می‌دانیم شتاب در جهت نیروی برایند قرار دارد پس نیروی برایند وارد بر جسم به سمت بالا می‌باشد.

$$F_{net}=ma \xrightarrow{a>0} F_{net}>0 \Rightarrow F_{زمین}-mg>0 \Rightarrow F_{زمین}>mg$$

هنگام بلند شدن توپ از زمین سرعت از $v=0$ به سرعت v' به سمت بالا خواهد رسید، پس حرکت تندشونده و جهت شتاب و سرعت یکسان است، پس شتاب به سمت بالا و برایند نیروها مجدداً به سمت بالا است که مشابه محاسبات بالا $F_{زمین}>mg$ است.

۲۲- گزینهٔ ۴ B به جمله‌ها و عبارت‌های تست دقت کنید. «در تماس توپ با زمین» نه قبل و نه بعد از تماس توپ با زمین و «نیروی وارد بر توپ» نه نیروی وارد بر سطح، بنابراین از لحظهٔ شروع تماس توپ با زمین بر توپ نیرویی رو به بالا وارد شده و آن‌را از حرکت می‌اندازد و سپس این نیروی رو به بالا، توپ را مجدداً رو به بالا هُل می‌دهد.



۲۳- گزینهٔ ۴ A طبق قانون سوم نیوتون واکنش نیروی وارد بر آب به فواره وارد می‌شود یعنی در دهانهٔ M مطابق شکل به آب نیرو به جهت چپ برای خروج آب وارد می‌شود پس آب نیز نیرویی به سمت راست به فواره وارد می‌کند. هم‌چنین در دهانهٔ N به آب به سمت راست نیرو وارد می‌شود پس آب نیز به سمت چپ به فواره نیرو وارد می‌کند. مطابق شکل جهت نیروهای وارد به فواره و جهت چرخش آن نشان داده شده است.

۲۴- گزینهٔ ۱ B با توجه به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی F بر عامل به‌وجود آورنده‌اش وارد می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

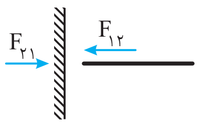
بررسی سایر گزینه‌ها:

در گزینهٔ (۲): واکنش W به مرکز کرهٔ زمین وارد می‌شود.

در گزینهٔ (۳): واکنش N بر سطح تکیه‌گاه (عامل به‌وجود آورنده‌اش) وارد می‌شود.

در گزینهٔ (۴): واکنش F بر عامل حرکت جسم (مثلاً دست ما) و واکنش f بر سطح تماس به‌طور متقابل وارد می‌شود.

۲۵- گزینهٔ ۴ B گزینهٔ (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.

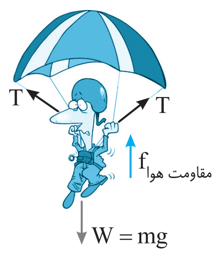


۲۶- گزینهٔ ۳ A واکنش هر نیرو بر عامل به‌وجود آورنده‌اش وارد می‌شود چون دست بر طناب نیرو وارد کرده است، طناب هم بر دست نیرو وارد می‌کند.

البته در نقطه تماس طناب با دیوار هم نیروهای کنش و واکنش داریم. F_{12} نیرویی است که دیوار به طناب وارد می‌کند و F_{21} واکنش آن است که طناب بر دیوار وارد می‌کند.

۲۷- گزینهٔ ۲ A قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی $-F$ را وارد می‌کند. بنابه قانون سوم نیوتون، نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد می‌شوند و بررسی برایند آن‌ها مفهوم فیزیکی ندارد.

هنگام پرتاب موشک، موشک بر گازهای خروجی‌اش نیرویی رو به عقب (رو به پایین) وارد می‌کند. بنابه قانون سوم نیوتون گازهای خروجی به موشک نیرویی روبه جلو (رو به بالا) وارد می‌کنند که سبب حرکت موشک می‌شود.



۲۸- گزینهٔ ۲ A مطابق شکل نیروهای وارد بر چترباز را مشخص می‌کنیم.

واکنش mg به کرهٔ زمین، کشش T به طناب‌های چتر نجات و مقاومت هوا به هوا وارد می‌شود.

۲۹- گزینهٔ ۳ A مطابق شکل شخص درون قایق نشسته و از طرف کرهٔ زمین نیروی وزن بر شخص وارد می‌شود که واکنش آن توسط شخص بر کره زمین وارد می‌شود. از طرفی کف قایق بر شخص نیروی F_N رو به بالا وارد می‌کند که واکنش آن توسط شخص بر کف قایق رو به پایین وارد می‌شود. نیرویی که شخص بر پارو و پارو بر شخص وارد می‌کند نیز نیروی کنش و واکنش یکدیگرند، بنابراین واکنش نیروهای وارد به شخص به قایق و پارو و زمین وارد می‌شود.

۳۰- گزینهٔ ۱ B دستگاه در حال حرکت است و وزنهٔ M_1 رو به پایین حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر M_1 رو به پایین است و $T<M_1g$ می‌باشد. در واقع نخ بر M_1، نیرویی کمتر از M_1g وارد می‌کند، بنابه قانون سوم نیوتون، M_1 نیز نیرویی برابر T، که کوچک‌تر از M_1g است بر نخ وارد می‌کند.

با استدلال بالا گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست است.

در مورد گزینهٔ (۴) باید گفت که وزنهٔ M_1 بر وزنهٔ M_2 نیرویی وارد نمی‌کند. پس گزینهٔ (۱) درست است.

۳۱- گزینهٔ ۲ قانون دوم نیوتون را برای هر جسم به‌طور جداگانه نوشته و طرفین روابط را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}F=m_1a_1\\F=m_2a_2\end{cases}\xrightarrow{F=F} m_1a_1=m_2a_2\Rightarrow 6a_1=9a_2\Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{3}{2}$$

۳۲- گزینهٔ ۱ رابطهٔ $F=ma$ را یک بار برای حالت اول و بار دیگر برای حالت دوم می‌نویسیم و سپس طرفین را با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases}F=m\times 2 & (1)\\F=(m+5)1.8 & (2)\end{cases}\Rightarrow 2m=1.8m+9\Rightarrow m=45\,kg\xrightarrow{\text{در (۱) قرار می‌دهیم}}F=m\times 2\Rightarrow F=90\,N$$

به مثال زیر توجه شود:

مثـال: یک جعبه خالی تحت اثر نیروی برایند F شتابی برابر $2.5\,m/s^2$ دارد. اگر یک قطعه آجر داخل جعبه قرار دهیم و به جعبه همان نیروی برایند F وارد شود، شتابی برابر $1.5\,m/s^2$ می‌گیرد. جرم آجر چند برابر جرم جعبه است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: قانون دوم را در دو حالت می‌نویسیم، اگر m_1 جرم جعبه و m_2 جرم آجر باشد:

$$\begin{cases}F=m_1a_1\\F=(m_1+m_2)a_2\end{cases}\xrightarrow{F=F} m_1a_1=(m_1+m_2)a_2\Rightarrow m_1\times\frac{5}{2}=(m_1+m_2)\times\frac{3}{2}\Rightarrow 2m_1=3m_2\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{2}{3}$$

۳۳- گزینهٔ ۱ با توجه به شتاب و جرم واگن‌ها نیروی پیشران لوکوموتیو را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{پیشران}}=m_1a\Rightarrow F_{\text{پیشران}}=5(200)\times 2=2000\,N$$

در حالت دوم یک واگن از لوکوموتیو جدا شده پس داریم:

$$F_{\text{پیشران}}=m_2a'\Rightarrow 2000=4(200)a'\Rightarrow a'=2.5\,m/s^2$$

بنابراین شتاب از $a=2\,m/s^2$ به $a'=2.5\,m/s^2$ رسیده است:

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta a}{a}\times 100\Rightarrow \text{درصد تغییرات}=\frac{2.5-2}{2}\times 100=0.25\times 100=25\%$$

۳۴- گزینهٔ ۳ به نیروی وارد بر جسم ٪۲۰ افزوده شده پس نیروی وارد بر جسم به $F_2=1.2F_1$ رسیده است.

$$F_2=1.2F_1\Rightarrow ma_2=1.2ma_1\Rightarrow a_2=1.2a_1$$

۳۵- گزینهٔ ۲ با توجه به شتابی که نیروی F به جسم m_1 و m_2 می‌دهد داریم:

$$\begin{cases}F=m_1a_1\Rightarrow F=10m_1\\F=m_2a_2\Rightarrow F=6m_2\end{cases}\Rightarrow 10m_1=6m_2\Rightarrow m_1=0.6m_2$$

حال شتاب داده شده به جسمی به جرم m_2-m_1 و m_2+m_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}F=(m_2-m_1)a'\Rightarrow F=(m_2-0.6m_2)a'\Rightarrow F=0.4a'\Rightarrow a'=\frac{F}{0.4}\\F=(m_2+m_1)a''\Rightarrow F=(m_2+0.6m_2)a''\Rightarrow F=1.6a''\Rightarrow a''=\frac{F}{1.6}\end{cases}\Rightarrow\frac{a'}{a''}=\frac{\frac{F}{0.4}}{\frac{F}{1.6}}=4$$

۳۶- گزینهٔ ۲ ابتدا بردار نیروی F_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_2=-\frac{\vec{F}_1}{2}=3\vec{i}-4\vec{j}$$

برایند نیروها خواهد شد:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=-6\vec{i}+8\vec{j}+3\vec{i}-4\vec{j}=-3\vec{i}+4\vec{j}$$

اندازهٔ نیروی وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net}=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5\,N$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow 5=0.5a\Rightarrow a=10\,m/s^2$$

۳۷- گزینهٔ ۱ نیروی برایند وارد برجسم برابر است با:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=(13+\beta)\vec{i}+(5+\alpha)\vec{j}\quad,\quad \vec{F}_T=m\vec{a}\Rightarrow(13+\beta)\vec{i}+(5+\alpha)\vec{j}=3(2\vec{i}+4\vec{j})\Rightarrow(13+\beta)\vec{i}+(5+\alpha)\vec{j}=6\vec{i}+12\vec{j}$$

بنابراین:

$$\begin{cases}13+\beta=6\Rightarrow\beta=-7\\5+\alpha=12\Rightarrow\alpha=7\end{cases}\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=-1$$

۳۸- گزینهٔ ۴ حرکت جسم سرعت ثابت است، بنابراین شتاب حرکت برابر صفر است:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{F}_T=0\Rightarrow\vec{F}_1+\vec{F}_2=0\Rightarrow\vec{F}_2=-\vec{F}_1\Rightarrow\vec{F}_2=-2\vec{i}+6\vec{j}$$

۳۹- گزینهٔ ۳ ابتدا برایند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=(20\vec{i}-50\vec{j})+(10\vec{i}+20\vec{j})+(-10\vec{j})=30\vec{i}-40\vec{j}\Rightarrow|\vec{F}_{net}|=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=50\,N$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow a=\frac{F_T}{m}=\frac{50}{5}=10\,m/s^2$$

۴۰- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون: A

$\vec F_T=m\vec a\Rightarrow \vec F_T=۵(-۴\vec i+۳\vec j)\Rightarrow \vec F_T=-۲۰\vec i+۱۵\vec j$

$\vec F_T=\vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۳\Rightarrow -۲۰\vec i+۱۵\vec j=-۱۵\vec i+۸\vec j-۲۱\vec i+۱۹\vec j+\vec F_۳\Rightarrow \vec F_۳=۱۶\vec i-۱۲\vec j\Rightarrow F_۳=\sqrt{۱۶^۲+۱۲^۲}=۴\sqrt{۴^۲+۳^۲}\Rightarrow F_۳=۴\times۵=۲۰N$

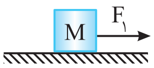
۴۱- گزینهٔ ۴ بیشترین نیرو زمانی است که دو بردار هم‌جهت هم باشند: A

$F_{max}=F_۱+F_۲=۱۰N \quad , \quad F_{max}=ma\Rightarrow ۱۰=۴a\Rightarrow a_{max}=۲/۵m/s^۲$

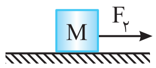
کمترین نیرو نیز زمانی است که دو بردار خلاف جهت هم بر جسم وارد شوند: $F_{min}=F_۲-F_۱=۶-۴=۲N \quad , \quad F_{min}=ma\Rightarrow ۲=۴a\Rightarrow a_{min}=۰/۵m/s^۲$

بنابراین شتاب حرکت در بازهٔ: $a_{min}\le a\le a_{max}\Rightarrow ۰/۵\le a\le ۲/۵$

۴۲- گزینهٔ ۴ با توجه به قانون دوم نیوتون: A



$F_۱=Ma_۱\xrightarrow{a_۱=۱m/s^۲}F_۱=M$

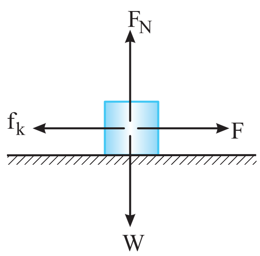


$F_۲=Ma_۲\xrightarrow{a_۲=۳m/s^۲}F_۲=۳M$

اگر دو نیرو عمود بر هم به جسمی وارد شود نیروی خالص خواهد شد:

$F_{net}=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}=\sqrt{M^۲+۹M^۲}=\sqrt{۱۰}M \quad , \quad F_{net}=۲Ma\Rightarrow \sqrt{۱۰}M=۲Ma\Rightarrow a=\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}m/s^۲$

۴۳- گزینهٔ ۴ سرعت جسم ثابت است. بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم در حالت اول صفر است و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با: A

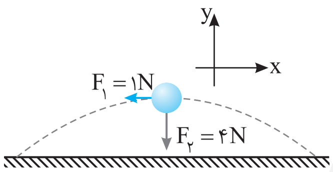


$f_k=F\xrightarrow{F=۵۰N}f_k=۵۰N$

وقتی نیروی $F=۶۰N$ می‌شود، بنا به قانون دوم نیوتون:

$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow ۶۰-۵۰=۱۰a\Rightarrow a=۱m/s^۲$

۴۴- گزینهٔ ۲ ابتدا بردار نیروها را برحسب بردارهای یکه می‌نویسیم: A

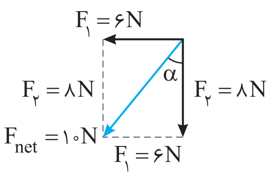


$\vec F=-۱\vec i-۴\vec j$

با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec F=m\vec a$ داریم:

$\vec F=m\vec a\Rightarrow -\vec i-۴\vec j=۰/۴\vec a\Rightarrow \vec a=-۲/۵\vec i-۱۰\vec j$

۴۵- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec F=m\vec a$، نیرو و شتاب هم‌جهت هستند پس زاویه‌ای که نیروی خالص با راستای قائم می‌سازد با زاویه‌ای که شتاب با این راستا می‌سازد، یکسان است: A



$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶\Rightarrow \alpha=۳۷^\circ$

۴۶- گزینهٔ ۱ اگر برایند نیروهای وارد بر جسم را F_{net} بگیریم: A

$F_{net}=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}\Rightarrow \begin{cases}F_{net}>F_۱\\ F_{net}>F_۲\end{cases}$

بنابراین اگر یکی از نیروها حذف شود تنها یک نیرو باقی می‌ماند که با توجه به اینکه مقدار این نیرو از F_{net} کمتر است پس شتاب جسم از $۴m/s^۲$ کمتر خواهد شد.

۴۷- گزینهٔ ۲ سه نیرو متوازن می‌باشد. بنابراین: A

$\begin{cases}|\vec F_۱|=۶N\\ |\vec F_۲|=۸N\\ |\vec F_۳|=۱۲N\end{cases}\xrightarrow{\text{نیرو متوازن}}\vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۳=۰\Rightarrow \vec F_۲+\vec F_۳=-\vec F_۱ \quad (۱)$

هنگامی که نیروی $\vec F_۱$ حذف می‌شود به جسم تنها دو نیروی $\vec F_۲$ و $\vec F_۳$ وارد خواهد شد:

$\vec F_۲+\vec F_۳=m\vec a\Rightarrow |\vec F_۲+\vec F_۳|=m|\vec a|\xrightarrow{\text{با توجه به رابطهٔ (۱)}}۶=۴a\Rightarrow a=۱/۵m/s^۲$

۴۸- گزینهٔ ۴ وقتی جسم در تعادل است برایند نیروهای ۵، ۷ و ۱۰ نیوتونی صفر است. وقتی به نیروی ۷ نیوتونی، ۳ نیوتون اضافه شود، یعنی برایند نیروها برابر ۳N می‌شود. بنابراین: B

$F=ma\Rightarrow ۳=۲a\Rightarrow a=۱/۵m/s^۲$

۴۹- گزینهٔ ۳ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم: A

$F=ma\Rightarrow ۸۰۰=۴۰۰a\Rightarrow a=۲m/s^۲\xrightarrow{v=at+v_۰}۱۵=۲t+۰\Rightarrow t=۷/۵s$

۵۰- گزینهٔ ۱ ابتدا شتاب ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم: A

$v_۲=at+v_۱\Rightarrow a=-۵m/s^۲\xrightarrow{F_{net}=ma}F_{\text{ترمز}}=ma\Rightarrow ۴\times۱۰^۳\times۵=۲۰\times۱۰^۳=۲۰۰۰۰N$

۵۱- گزینهٔ ۱ (A) نیروی وارد بر جسم ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. جسم از حال سکون $v_\circ=۰$ در مدت t سرعتش به v رسیده است. چون شتاب ثابت است پس تغییر سرعت در بازه‌های زمانی یکسان t ثابت است، بنابراین همین مدت طول می‌کشد تا سرعت از v به $۲v$ برسد.

۵۲- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا با توجه به مسافت طی شده و تندی نهایی شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_۱^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x_۱\Rightarrow ۱۰۰-۰=۲a\times(۱۰)\Rightarrow a=۵m/s^۲$$

چون نیرو ثابت است با توجه به رابطهٔ $F=ma$ شتاب نیز همان $a=۵m/s^۲$ خواهد شد. بنابراین:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x_۲\Rightarrow ۴۰۰-۱۰۰=۲\times۵\times\Delta x_۲\Rightarrow \Delta x_۲=۳۰m$$

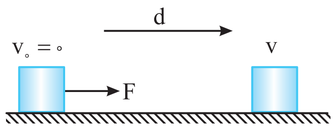
۵۳- گزینهٔ ۴ (B) پس از قطع نیروی F، جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد. شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۲۵=۲a(۴)\Rightarrow a=-\frac{۲۵}{۸}m/s^۲\xrightarrow[F_{net}=f_k]{F_{net}=ma}f_k=۴\times(\frac{-۲۵}{۸})\Rightarrow f_k=-۱۲/۵N$$

قبل از قطع نیروی F، سرعت جسم ثابت است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم صفر بوده و بزرگی نیروی F برابر با بزرگی نیروی f_k است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۵۴- گزینهٔ ۱ (B) بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}$$



به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، v را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v^۲-۰=۲(\frac{F}{m})d\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲Fd}{m}}$$

۵۵- گزینهٔ ۳ (A) برای کامیون و خودرو هر دو تندی در مسافت d باید از v به صفر برسد، یعنی در معادلهٔ مستقل از زمان $۰-v^۲=۲ad$ برای هر دو متحرک یکسان است پس شتاب توقف هر دو نیز با هم برابر می‌باشد:

$$\begin{cases}F_{خودرو}=m_{خودرو}a\\ F_{کامیون}=m_{کامیون}a\end{cases}\Rightarrow\frac{F_{کامیون}}{F_{خودرو}}=\frac{F_{کامیون}}{F}=\frac{m_{کامیون}}{m_{خودرو}}=۱/۵\Rightarrow F_{کامیون}=\frac{۳}{۲}F$$

۵۶- گزینهٔ ۲ (B) نیروی مقاومت متوسط چوب باعث توقف چکش می‌شود.

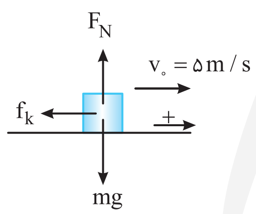
ابتدا شتاب توقف را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۱۶=۲a(۵\times۱۰^{-۳})\Rightarrow a=-۱۶۰۰m/s^۲$$

$$\overline{F}=ma=۰/۲۵(-۱۶۰۰)=-۴۰۰N$$

۵۷- گزینهٔ ۴ (A) نیروی وارد بر جسم که مانع حرکت می‌شود و به جسم شتاب کندشونده می‌دهد، نیروی اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F_{خالص}=ma\Rightarrow -f_k=ma\Rightarrow -۰/۵=۰/۲a\Rightarrow a=-۲/۵m/s^۲$$



اکنون جابه‌جایی را در ثانیهٔ اول به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t\Rightarrow\Delta x=\frac{۱}{۲}(-۲/۵)(۱)+۵(۱)=۳/۷۵m$$

۵۸- گزینهٔ ۴ (B) چون نیروها ثابت هستند، پس شتاب‌ها ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow a=\frac{۲\Delta x}{t^۲}\Rightarrow\begin{cases}F_۱=m_۱a_۱\Rightarrow F_۱=m_۱\frac{۲\Delta x}{t_۱^۲}\\ F_۲=m_۲a_۲\Rightarrow F_۲=m_۲\frac{۲\Delta x}{t_۲^۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{m_۱t_۲^۲}{m_۲t_۱^۲}$$

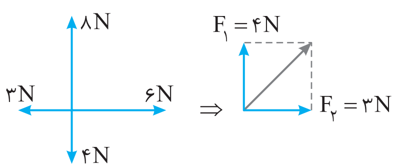
۵۹- گزینهٔ ۱ (B) برای آنکه نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود.

$$F_{net}=ma\xrightarrow{F_{net}=۰}a=۰\xrightarrow{a=-۱۶\pi^۲\sin۴\pi t}۰=-۱۶\pi^۲\sin۴\pi t\Rightarrow۴\pi t=k\pi\Rightarrow t=\frac{k}{۴}\qquad k=۱,۲,\cdots$$

بنابراین اولین لحظهٔ بعد از $t=۰$ برابر است با $t=\frac{۱}{۴}s$.

۶۰- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا برایند نیروها را مشخص می‌کنیم:

$$F_T=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}=\sqrt{۱۶+۹}=۵N$$



حال با توجه به نیروی برایند، شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=ma\Rightarrow۵=۲a\Rightarrow a=۲/۵m/s^۲$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده از این‌رو:

$$v=at+v_\circ\Rightarrow v=۲/۵\times۵+۰\Rightarrow v=۱۲/۵m/s$$

اگر جسم از حال سکون شروع به حرکت کند، جهت حرکت (سرعت) در جهت شتاب است و می‌دانیم جهت شتاب نیز در جهت برایند نیروها قرار دارد بنابراین جهت سرعت ↗ است.

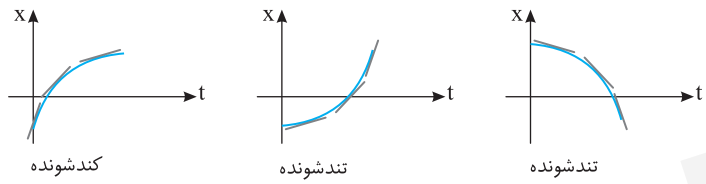
۶۱- گزینهٔ ۳ (A) دقت کنید که معادلهٔ مکان - زمان متحرک درجهٔ دوم می‌باشد یعنی حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. از این‌رو نیروی F ثابت می‌باشد شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}x=t^۲-۶t+۸\\ x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t+x_\circ\end{cases}\Rightarrow a=۲m/s^۲\xrightarrow{F_{net}=ma}F=۴\times۲=۸N$$

۶۲- گزینهٔ ۲ (A) نمودار $x-t$ به صورت خطی می‌باشد بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت و شتاب صفر است، با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net}=ma$، برایند نیروها صفر می‌باشد و نیروها متوازن هستند.

۶۳- گزینهٔ ۱ (B) شیب نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب متحرک که مطابق نمودار شتاب ثابت است پس طبق $F=ma$ نیرو ثابت است. دقت کنید که در لحظهٔ قطع نمودار علامت (یا جهت) سرعت عوض شده است ولی شتاب تغییر نکرده است.

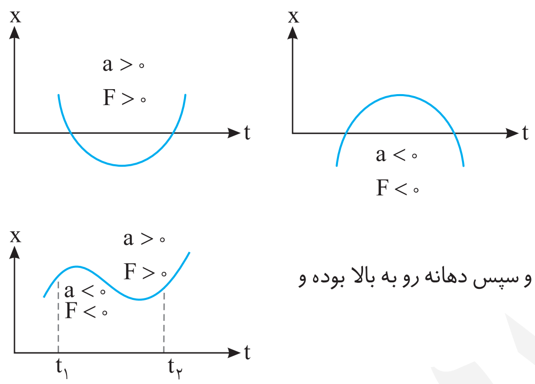
۶۴- گزینهٔ ۴ (B) بر طبق قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم‌جهت هستند. اگر نیرو خلاف جهت سرعت باشد، شتاب و سرعت نیز خلاف جهت خواهند بود و حرکت متحرک کندشونده است. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و در حرکت کندشونده شیب خط مماس باید در حال کاهش باشد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.



در گزینهٔ (۳) نمودار $x-t$ خط راست مایل است یعنی شتاب صفر است، در حالی که جسم تحت تأثیر نیرو است و نمی‌تواند شتاب صفر باشد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

۶۵- گزینهٔ ۱ (A) بنا به قانون دوم نیوتون $F=ma$، همواره نیرو و شتاب حاصل از آن هم‌جهت هستند. از طرفی دهانهٔ منحنی مکان - زمان بیان‌گر علامت شتاب (مشتق دوم مکان) است. اگر جهت دهانهٔ منحنی مکان - زمان رو به بالا باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم مثبت است.

و اگر جهت دهانهٔ منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است.



اکنون به نمودار مکان - زمان تست دقت کنید. ابتدا دهانه رو به پایین بوده و نیرو منفی می‌باشد و سپس دهانه رو به بالا بوده و نیرو مثبت می‌شود بنابراین نیروی وارد بر جسم یک بار تغییر جهت داده است.

۶۶- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow ۱۲=۴a\Rightarrow a=۳m/s^۲$$

در لحظهٔ $t=۲s$ سرعت متحرک صفر می‌شود (خط مماس بر نمودار $x-t$ به‌صورت افقی می‌باشد).

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۳\times ۲+v_۰\Rightarrow v_۰=-۶m/s$$

حال با توجه به تندی اولیه مکان، x را به‌دست می‌آوریم:

$$x_۲=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۱\Rightarrow x_۲=\frac{۱}{۲}\times ۳\times (۲)^۲-۶(۲)+۴\Rightarrow x_۲=-۲m$$

۶۷- گزینهٔ ۴ (B) سرعت جسم را در لحظهٔ $t=۱/۵s$ با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow F=m\frac{v-v_۰}{t}\xrightarrow{t=۱/۵\,s}۲۴=۳\times \frac{v-۰}{۱/۵}\Rightarrow v=۱۲m/s$$

در بازهٔ زمانی $۱/۵s$ تا $۳s$ نیرو صفر است پس شتاب صفر است و سرعت همچنان $۱۲m/s$ است.

۶۸- گزینهٔ ۱ (B) در بازهٔ زمانی صفر تا ۳ ثانیه شتاب ثابت است، پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F=ma=m\frac{v-v_۰}{t}=۲\times \frac{۳-(-۶)}{۳}=۶N$$

در بازهٔ زمانی ۳ تا ۵ ثانیه حرکت یکنواخت پس نیرو صفر است. در بازهٔ زمانی ۵ تا ۷ ثانیه نیز شتاب ثابت پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F=ma=۲\times \frac{۰-۳}{۷-۵}=-۳N$$

۶۹- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص A به B وارد می‌کند برابر نیرویی است که شخص B به A وارد می‌کند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{AB}=-\vec{F}_{BA}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$a=\frac{F}{m}\xrightarrow{|F_{AB}|=|F_{BA}|\ ,\ m_A>m_B}a_B>a_A$$

پس شتاب B از شتاب A بیشتر است. بنابراین شخص B زودتر از شخص A به وسط طناب می‌رسد.

۷۰- گزینهٔ ۳ (A) نیرویی که شخص اول بر دوم وارد می‌کند به شخص دوم شتابی در جهت محور x ها می‌دهد:

$$\vec{F}_{۱۲}=m_۲\vec{a}_۲\Rightarrow ۱۰۰\vec{i}=۵۰\vec{a}_۲\Rightarrow \vec{a}_۲=۲\vec{i}$$

بنا به قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط شخص دوم بر شخص اول در خلاف جهت محور x ها وارد می‌شود و به شخص اول شتابی در خلاف جهت محور x ها خواهد داد:

$$\vec{F}_{۲۱}=m_۱\vec{a}_۱\Rightarrow -۱۰۰\vec{i}=۷۵\vec{a}_۱\Rightarrow \vec{a}_۱=-\frac{۴}{۳}\vec{i}$$

۷۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی که ذرهٔ m با بار الکتریکی q به ذرهٔ ۲m با بار الکتریکی ۳q وارد می‌کند برابر نیرویی است که بار ۳q به بار q وارد کرده است. بنابراین: $|\vec{F}_{۱۲}|=|\vec{F}_{۲۱}|=F$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} \text{جسم (۱)} \Rightarrow F=ma_۱ \Rightarrow a_۱=\dfrac{F}{m} \\ \text{جسم (۲)} \Rightarrow F=۲ma_۲ \Rightarrow a_۲=\dfrac{F}{۲m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲}=۲$$

۷۲- گزینهٔ ۴ (B) قانون اول بیان می‌کند هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی جسم در دو حالت سکون و سرعت ثابت در تعادل به‌سر می‌برد و این موضوع بیانگر آن است که جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

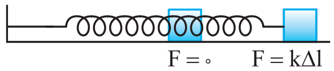
۷۳- گزینهٔ ۱ (A) در قانون اول نیوتون بیان می‌شود که اگر جسم در حال حرکت است برای ادامهٔ حرکت نیاز به نیرو ندارد و اگر بر آن نیرو وارد نشود، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد و برای ادامهٔ حرکتش به ارائهٔ دلیل نیازی نیست. اما اگر حرکتش تغییر کند، باید برای این تغییر به دنبال علت بود و گزینهٔ (۱) درست است.

بنابر قانون دوم نیوتون، نیرو با آهنگ تغییر سرعت متناسب است نه با خود تغییر سرعت $(\vec{F}=m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t})$ و گزینهٔ (۲) نادرست است. بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد شده، بنابراین نمی‌توان گفت یکدیگر را خنثی نمی‌کنند و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است.

۷۴- گزینهٔ ۱ (A) طبق قانون اول اجسام تمایل دارند که وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی جسم درون کامیون قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای کامیون جا می‌ماند. یعنی اگر کامیون ترمز کند (حرکت کندشونده) آونگ طبق سرعت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد، پس به جلو پرتاب می‌شود و اگر کامیون تندشونده به سمت جلو حرکت کند آونگ با همان سرعت کمتر قبلی در حال حرکت است، پس از حرکت کامیون عقب می‌ماند و به سمت عقب پرتاب می‌شود.

۷۵- گزینهٔ ۳ (C) گزینهٔ (۱): اگر جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، سرعت گلوله در اوج، صفر است و جسم به‌طور لحظه‌ای در حال سکون است، اما شتاب حرکت برابر g است، پس گزینهٔ (۱) نادرست است. / گزینهٔ (۲): هرگاه قطاری با سرعت ثابت یک مسیر خمیده را دور بزند، چون جهت بردار سرعت در حال تغییر است، حرکت شتابدار است و برایند نیروی وارد بر جسم صفر نیست. در این صورت گزینهٔ (۲) نادرست است، زیرا کلمهٔ الزاماً را به‌کار برده است.

گزینهٔ (۳): به وزنه و فنر روبه‌رو دقت کنید اگر وزنه را به راست بکشیم و رها کنیم، هرچه وزنه به محل اولیه (تعادلش) نزدیک می‌شود تغییر طول فنر کمتر شده و نیروی کشسانی فنر کمتر می‌شود، در حالی که تا رسیدن وزنه به محل تعادل، سرعت آن در حال افزایش است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



در مورد گزینهٔ (۴): اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ تحت زاویهٔ α مطابق شکل پرتاب کنیم، نیروی وارد بر جسم در تمام مسیر ثابت و برابر mg است. اما حرکت روی مسیر خمیده است، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است، زیرا کلمهٔ الزاماً در آن به‌کار رفته است.

۷۶- گزینهٔ ۳ (A) باید یکاها در دو طرف یک رابطهٔ فیزیکی یکسان باشند، بنابراین:

$$v=\alpha Ft \Rightarrow [m/s]=\alpha[kg\,m/s^۲][s] \Rightarrow \alpha=[\frac{۱}{kg}]$$

۷۷- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به شتاب جسم‌های $m_۱$ و $m_۲$ داریم:

$$\begin{cases} F=m_۱a_۱ & (۱) \\ F=m_۲a_۲ & (۲) \end{cases} \Rightarrow m_۱a_۱=m_۲a_۲ \Rightarrow m_۱=\frac{a_۲}{a_۱}m_۲$$

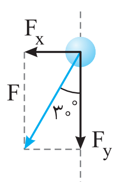
جرم $m_۱+m_۲$ را برحسب $m_۲$ به‌دست می‌آوریم:

$$m_۱+m_۲=\frac{a_۲}{a_۱}m_۲+m_۲=\frac{a_۲+a_۱}{a_۱}m_۲$$

اکنون شتاب حرکت $m_۱+m_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F=(m_۱+m_۲)a \Rightarrow F=\frac{a_۲+a_۱}{a_۱}m_۲\times a' \xrightarrow{(۲)} m_۲a_۲=\frac{a_۲+a_۱}{a_۱}\times m_۲\times a' \Rightarrow a'=\frac{a_۱a_۲}{a_۱+a_۲}$$

۷۸- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به صورت سؤال داریم:



$$\begin{matrix} F_y=F\cos ۳۰^\circ \Rightarrow ma_y=F\cos ۳۰^\circ \\ F_x=F\sin ۳۰^\circ \Rightarrow ma_x=F\sin ۳۰^\circ \end{matrix} \Rightarrow \frac{a_y}{a_x}=\sqrt{۳}$$

۷۹- گزینهٔ ۱ (B) هنگامی که دو نیرو موازی و هم‌جهت هستند:

$$|\vec{F}_{net}|=۲F$$

هنگامی که بر هم عمود هستند:

$$F'_{net}=۲F\cos\frac{\alpha}{۲}=۲F\cos ۴۵^\circ \Rightarrow F'_{net}=\sqrt{۲}F \quad , \quad \frac{a'}{a}=\frac{\frac{F'_{net}}{M}}{\frac{F_{net}}{M}} \Rightarrow \frac{a'}{۶}=\frac{\sqrt{۲}F}{۲F} \Rightarrow a'=۳\sqrt{۲}m/s^۲$$

۸۰- گزینهٔ ۳ (A) جسم در تعادل است و برایند چهار نیروی $20N$، $15N$، $10N$ و $8N$ صفر است. از این‌رو هر نیرو هم‌اندازهٔ برایند سه نیروی دیگر است. با حذف نیروی $15N$، سه نیروی $20N$، $10N$ و $8N$ باقی می‌مانند که برایند آن‌ها $15N$ است. بنابراین:

$$F_{خالص}=ma\Rightarrow 15=2a\Rightarrow a=7.5\,m/s^2 \quad , \quad a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow 7.5=\frac{\Delta v}{2}\Rightarrow \Delta v=15\,m/s$$

۸۱- گزینهٔ ۲ (B) طبق قانون دوم نیوتون $F=ma$ است. پس شتاب در قسمت اول حرکت برابر $a_1=\frac{10}{m}$ و در قسمت دوم حرکت $a_2=-\frac{10}{m}$ است. برای قسمت اول حرکت به کمک معادلهٔ سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v_1^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v_1^2-0^2=2\times\frac{10}{m}\times 20\Rightarrow v_1^2=\frac{400}{m}$$

برای قسمت دوم حرکت نیز می‌توان نوشت:

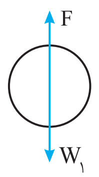
$$v_2^2-v_1^2=2a_2\Delta x\Rightarrow 100-\frac{400}{m}=2\times(-\frac{10}{m})\times 10\Rightarrow 100-\frac{400}{m}=-\frac{200}{m}\Rightarrow 100=\frac{200}{m}\Rightarrow m=2kg$$

۸۲- گزینهٔ ۳ (B) بنا به قانون سوم هنگام شلیک، نیرویی که گلوله و ارابهٔ توپ بر هم وارد می‌کنند برابر و در خلاف جهت هم است، از این رو:

$$F_1=-F_2\Rightarrow m_1a_1=-m_2a_2\Rightarrow m_1(\frac{v_1-0}{t})=-m_2(\frac{v_2-0}{t})\Rightarrow m_1v_1=-m_2v_2\Rightarrow |0.5\times 2000|=|-80\times v_2|\Rightarrow v_2=12.5\,m/s$$

۸۳- گزینهٔ ۱ (B) mg نیرویی است که کرهٔ زمین بر جسم وارد می‌کند و واکنش آن توسط جسم بر کرهٔ زمین وارد می‌شود از این رو گزارهٔ (الف) نادرست است. در شکل T_2 نیروی کشش نخ است که بر m_2 وارد می‌شود در نتیجه واکنش T_2 نیرویی است که m_2 بر نخ وارد می‌کند، بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است. در شکل T_4 نیروی کششی است که نخ بر دیوار وارد می‌کند، واکنش آن توسط دیوار بر نخ وارد می‌شود و گزارهٔ (پ) درست است. T_3 بر m_2 و T_4 بر دیوار وارد می‌شوند و نمی‌توانند واکنش هم باشند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

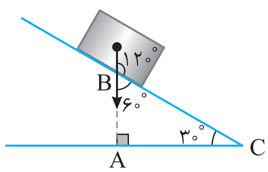
۸۴- گزینهٔ ۲ (B) اکنون باید به ذهن خود فشار آورید تا قانون سوم را بهتر درک کنید.



بر جسم دو نیرو، یکی توسط کره زمین رو به پایین (W_2) و دیگری توسط مایع رو به بالا وارد می‌شود نیرویی که مایع به جسم وارد می‌کند از وزن جسم کمتر است زیرا جسم با شتاب ثابت رو به پایین در حرکت است. بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم به مایع وارد می‌کند برابر نیرویی است که مایع به جسم وارد می‌کند که این نیرو از وزن جسم کمتر $(F<W_2)$ است از این‌رو عددی که نیروسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$W_3=W_1+F\xrightarrow{F<W_2}W_3<W_1+W_2\Rightarrow W_1+W_2>W_3$$

۸۵- گزینهٔ ۲ (A) نیروی وزن وارد بر جسم همواره در امتداد قائم به سمت پایین می‌باشد بنابراین مثلث ABC قائم‌الزاویه است. در این صورت اندازهٔ $\hat{B}$، زاویهٔ بین نیروی وزن و امتداد سطح شیبدار مطابق شکل 60° است.



۸۶- گزینهٔ ۴ (A) جرم از ویژگی‌های ذاتی جسم بوده و در مکان‌های مختلف تغییر نمی‌کند بنابراین اختلاف جرم ثابت می‌ماند.

۸۷- گزینهٔ ۲ (A) اختلاف وزن دو جسم برابر است با $W_A-W_B=(m_A-m_B)g$ بنابراین:

$$(W_A-W_B)_{زمین}=(m_A-m_B)g=4\Rightarrow m_A-m_B=\frac{4}{g} \quad , \quad (W_A-W_B)_{سیاره}=(m_A-m_B)g_{سیاره}=\frac{4}{g}\times g_{سیاره}=\frac{4}{g}\times\frac{3}{4}g=3N$$

۸۸- گزینهٔ ۴ (A) جرم جسم ثابت است بنابراین تغییر وزن مربوط به شتاب گرانش است از این رو:

$$W_{مریخ}-W_{ماه}=mg_{مریخ}-mg_{ماه}\Rightarrow \Delta W=3.6m-1.6m=2m$$

درصد تغییرات برابر است با:

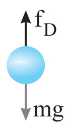
$$\frac{W_{مریخ}-W_{ماه}}{W_{ماه}}\times 100=\frac{2m}{1.6m}\times 100=125\%$$

بنابراین نیروی وزن ۱۲۵٪ افزایش می‌یابد.

۸۹- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا از تعریف چگالی $(\rho=\frac{m}{V})$ جرم جسم را به دست می‌آوریم:

$$5=\frac{m}{V}\Rightarrow 5=\frac{m}{(20)^3}\Rightarrow m=5\times 8\times 10^3\,g\Rightarrow m=4\times 10^4\,g\Rightarrow m=40kg\xrightarrow{W=mg}W=40\times 10=4\times 10^2\,N$$

۹۰- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به مثال ۲-۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی شتاب سقوط جسم را حساب می‌کنیم:



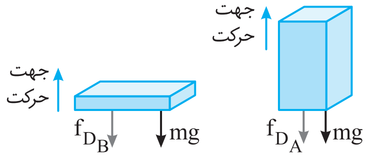
$$v^2-v_0^2=2a\Delta y\Rightarrow 225-0=2a\times 20\Rightarrow a=5.625<g$$

شتاب سقوط از g کمتر شده است پس حداقل یک نیرو خلاف جهت به جسم وارد شده است بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۹۱- گزینهٔ ۳ (A) نیروی مقاومت هوا همواره خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌شود بنابراین نیروی مقاومت به سمت جنوب غربی است.

۹۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ هرچه مساحت سطح جلوی جسم بیشتر باشد برخورد مولکول‌های هوا با جسم بیشتر می‌شود پس نیروی مقاومت بیشتری به جسم وارد شده و سرعت رسیدن آن به زمین کمتر است. بنابراین کمترین تندی برای زمانی است که مکعب را از وجه ۴×۸ به سمت پایین رها کنیم.

۹۳- گزینهٔ ۲ Ⓑ مساحت سطح جلوی جسم $A_B=2a\times a=2a^2$ و $A_A=\frac{2}{3}a\times\frac{3}{2}a=a^2$ است بنابراین نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر از A است.

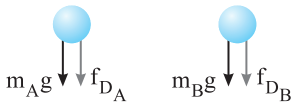


$$-(mg+f_{D_B})=ma_B\Rightarrow a_B=-g-\frac{f_{D_B}}{m}$$

$$-(mg+f_{D_A})=ma_A\Rightarrow a_A=-g-\frac{f_{D_A}}{m}$$

نیروی مقاومت f_{D_B} بیشتر از f_{D_A} است، بنابراین شتاب کندشوندهٔ جسم B بیشتر از جسم A بوده و زودتر متوقف می‌شود.

۹۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ هر چه تندی جسم بیشتر نیروی مقاومت بیشتر است بنابراین:



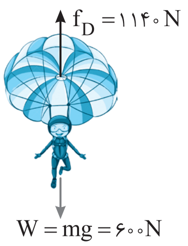
$$v_A>v_B\Rightarrow f_A>f_B$$

$$|m_Ag+f_{D_A}|=m|a_A|\Rightarrow|a_A|=|g+\frac{f_{D_A}}{m}|$$

$$|m_Bg+f_{D_B}|=m|a_B|\Rightarrow|a_B|=|g+\frac{f_{D_B}}{m}|$$

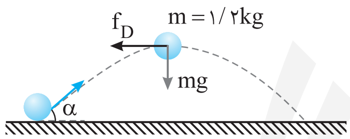
بنابراین $|a_A|>|a_B|$ است.

۹۵- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به شکل در این حالت نیروی مقاومت هوا بیشتر از نیروی وزن چترباز بوده و شتاب رو به بالا (در جهت مقاومت) به جسم وارد می‌شود بنابراین شتاب حرکت خلاف جهت حرکت (جهت سرعت) است و حرکت چترباز در این لحظه کندشونده می‌باشد.



$$f_D-mg=ma\Rightarrow 1140-600=60a\Rightarrow a=9m/s^2$$

۹۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ در نقطهٔ بیشینه مطابق شکل دو نیروی وزن (رو به پایین) و مقاومت هوا (خلاف جهت حرکت) به جسم وارد می‌شوند.

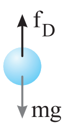


$$|\vec F_{net}|=|m\vec a|\Rightarrow F_{net}=\sqrt{f_D^2+mg^2}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^2+(12)^2}=12/5\times 1/2=15$$

$$f_D^2+144=225\Rightarrow f_D=9N$$

۹۷- گزینهٔ ۴ Ⓑ هنگامی که جسم در خلأ پرتاب می‌شود تنها نیروی وزن رو به پایین به آن وارد می‌شود $-mg=ma\Rightarrow a=-g$ بنابراین با شتاب g از تندی جسم کاسته می‌شود تا گلوله متوقف شود. اما در هوا علاوه بر نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت یعنی رو به پایین به جسم وارد می‌شود $-mg-f_D=ma\Rightarrow a=-g-\frac{f_D}{m}$ پس تندی جسم با شتابی بیشتر از g کاهش می‌یابد. هم‌چنین می‌دانیم در نقطهٔ اوج تندی جسم به صفر می‌رسد بنابراین گلوله در هوا سریع‌تر (زمان کمتر) و در ارتفاع کمتری به نقطهٔ اوج می‌رسد. $t'<t \quad , \quad H'<H$

۹۸- گزینهٔ ۲ Ⓑ هنگامی که چترباز سقوط می‌کند، تندی آن افزایش می‌یابد. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز نیز افزایش می‌یابد. بنابراین نیروهای وارد بر چترباز متغیر است و در نتیجه شتاب آن نیز متغیر است. هنگامی که جسم به تندی حدی خود می‌رسد نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن هم‌اندازه می‌شوند و چون در خلاف جهت هم هستند برایند نیروهای وارد بر چترباز صفر می‌شود و حرکت با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند.



۹۹- گزینهٔ ۲ Ⓐ وقتی یک چترباز بلافاصله بعد از سقوط چترش را باز می‌کند، ابتدا تندی‌اش افزایش می‌یابد پس در ابتدا حرکت تندشونده است در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز هم‌اندازه شود، در این هنگام نیروی خالص صفر شده و چترباز با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۱۰۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ ابتدا که چترباز بدون چترِ باز در حال سقوط است بر تندی‌اش اضافه می‌شود پس ابتدا حرکت تندشونده می‌باشد. هنگامی که چتر خود را باز می‌کند به دلیل اینکه تندی سقوط زیاد است، مقاومت هوای زیادی به چترباز وارد شده و حرکت آن کندشونده می‌شود با کم شدن تندی، مقاومت هوا کاسته شده تا اینکه نیروی وزن و مقاومت هوا با هم برابر شوند بعد از آن چترباز با سرعت ثابت به حرکت خود تا رسیدن به زمین ادامه می‌دهد.

۱۰۱- گزینهٔ ۴ Ⓐ چترباز بلافاصله چتر خود را باز کرده است، بنابراین ابتدای تندی جسم افزایش می‌یابد. با افزایش تندی مقاومت هوا نیز زیاد شده تا وقتی که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود بعد از این لحظه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۰۲- گزینهٔ ۴ Ⓑ چترباز بعد از مدتی چتر خود را باز کرده بنابراین تندی چترباز هنگام باز کردن چتر زیاد می‌باشد و با باز شدن چتر از تندی چتر باز کاسته خواهد شد. بنابراین ابتدا مقاومت زیادی به چتر باز وارد می‌شود و حرکت آن کندشونده می‌شود. با کاهش تندی چتر باز مقاومت هوای وارد بر چتر باز نیز کاسته می‌شود تا اینکه نیروهای وارد بر چتر باز متوازن شود یعنی نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر شوند. از این پس متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد تا به زمین برسد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

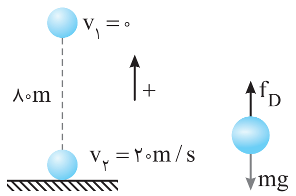
۱۰۳- گزینهٔ ۳ (A) در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر می‌شوند:

$$f=mg\Rightarrow mg=۱۵۰v\Rightarrow ۶۰۰=۱۵۰v\Rightarrow v=۴m/s$$

۱۰۴- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به نمودار نیز از لحظهٔ $t=۱۵s$ به بعد نیروی مقاومت هوا ثابت شده پس از $t=۱۵s$ به بعد قطره به تندی حدی خود رسیده است و نیروی وزن و مقاومت آن باهم برابر است.

$$mg=f_D=۰/۰۲N\Rightarrow m=۰/۰۰۲kg\Rightarrow m=۲g$$

۱۰۵- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا با توجه به مثال ۲-۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی و به کمک رابطهٔ مستقل از زمان شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم:

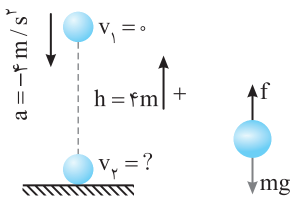


$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta y\Rightarrow ۴۰۰=۲a\times(-۸۰)\Rightarrow a=-۲/۵m/s^۲$$

شتاب $a=-۲/۵m/s^۲$ یعنی شتاب به سمت پایین است بنابراین نیروهای وارد بر جسم به صورت:

$$mg-f_D=ma\Rightarrow ۲۰-f=۲\times۲/۵\Rightarrow f_D=۱۵N$$

۱۰۶- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا با توجه به نیروهای وارد بر جسم شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

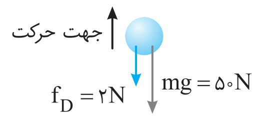


$$mg-f=ma\Rightarrow ۲۰-۱۲=۲a\Rightarrow a=۴m/s^۲$$

جهت شتاب در جهت نیروی خالص یعنی رو به پایین است، بنابراین:

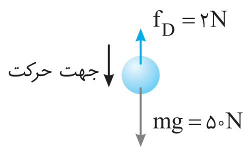
$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta y\Rightarrow v_۲^۲=۲(-۴)(-۴)\Rightarrow v_۲=۴\sqrt{۲}m/s$$

۱۰۷- گزینهٔ ۲ (A) هنگام پرتاب توپ به سمت بالا نیروی مقاومت هوا که مخالف جهت حرکت است، به سمت پایین است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.



$$F_{net}=ma\Rightarrow -۵۰-۲=۵a\Rightarrow a=-۱۰/۴m/s^۲\Rightarrow |a|=۱۰/۴m/s^۲$$

در مسیر برگشت، جهت حرکت رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.

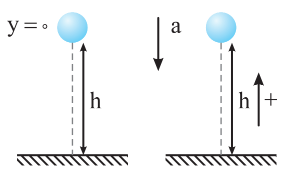


$$F_{net}=ma'\Rightarrow -۵۰+۲=۵a'\Rightarrow a'=-۹/۶m/s^۲\Rightarrow |a'|=۹/۶m/s^۲$$

بنابراین:

$$\frac{|a|}{|a'|}=\frac{۱۰/۴}{۹/۶}=\frac{۱۳}{۱۲}$$

۱۰۸- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا شتاب را به‌دست می‌آوریم:

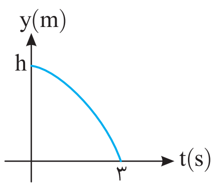


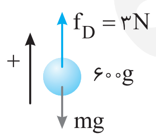
$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-f=ma\Rightarrow a=g-\frac{f}{m}$$

حال با توجه به روابط شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow -h=\frac{۱}{۲}(-(g-\frac{f}{m})t^۲\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}(g-\frac{f}{m})t^۲\Rightarrow t^۲=\frac{۲hm}{mg-f}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{۲hm}{mg-f}}$$

۱۰۹- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را به‌دست می‌آوریم:



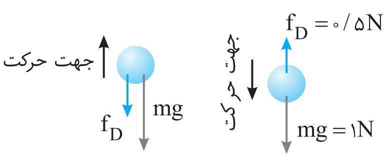


$$F_{net}=ma\Rightarrow -mg+f_D=ma\Rightarrow -۶+۳=۰/۶a\Rightarrow -۳=۰/۶a\Rightarrow a=-۵m/s^۲$$

حال با توجه به معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow -h=-\frac{۱}{۲}\times۵\times۹\Rightarrow h=۲۲/۵m$$

۱۱۰- گزینهٔ ۳ (B) هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت با توجه به ثابت بودن نیروها (نیروی وزن و مقاومت هوا) شتاب حرکت ثابت است. به کمک قانون دوم نیوتون در مسیر رفت که نیروی وزن و مقاومت هوا هم‌جهت‌اند f_D را حساب می‌کنیم.



$$F_{net}=ma\Rightarrow -mg-f_D=ma\Rightarrow -۱-f_D=-۱/۵\Rightarrow f_D=۰/۵N$$

اکنون در مسیر برگشت با توجه به این‌که نیروی وزن و نیروی f_D خلاف جهت هستند، شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow -mg+f_D=ma'\Rightarrow -۱+۰/۵=۰/۱a'\Rightarrow a'=-۵m/s^۲$$

۱۱۱- گزینهٔ ۳ (B) در هر دو مسیر رفت و برگشت دو نیروی ثابت وزن و مقاومت هوا به جسم وارد می‌شود بنابراین شیب خط نمودار $v-t$ که معرف شتاب است در هر دو مسیر ثابت است. در مسیر رفت نیروی وزن به سمت پایین و مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت به سمت پایین است. بنابراین دو نیرو هم جهت بوده و با هم جمع می‌شوند. امّا در مسیر برگشت نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت هوا خلاف جهت حرکت به سمت بالا می‌باشد بنابراین دو نیرو خلاف جهت هم بوده و از هم کم می‌شوند. شتاب در مسیر رفت از شتاب در مسیر برگشت بیشتر است بنابراین شیب خط در قسمت اول مسیر تندتر است و گزینهٔ (۲) و (۳) می‌تواند درست باشد. حال چون جهت به سمت بالا جهت مثبت گرفته شده در مسیر رفت که متحرک به سمت بالا حرکت می‌کند سرعت مثبت (سرعت در قسمت اول نمودار مثبت است) بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۱۱۲- گزینهٔ ۱ شتاب حرکت هر جسم را به‌دست می‌آوریم:

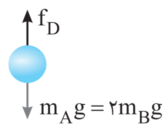
$$\text{جسم A}: m_A g - f_{D_A} = m_A a_A \xrightarrow{f_{D_A}=\frac{1}{3}m_A g} m_A g - \frac{1}{3}m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = \frac{2}{3}g$$

$$\text{جسم B}: m_B g - f_{D_B} = m_B a_B \xrightarrow{f_{D_B}=\frac{1}{6}m_B g} m_B g - \frac{1}{6}m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{5}{6}g$$

باتوجه به رابطهٔ مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h \\ v_B^2 = 2a_B h \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}g}{\frac{5}{6}g}} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۱۱۳- گزینهٔ ۱ ابتدا شتاب حرکت دو گوی را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$F_{net} = m_A a \Rightarrow 2m_B g - f = 2m_B a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{2m_B}$$

$$F_{net} = m_B a \Rightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B}$$

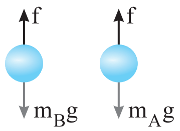
بنابراین شتاب A بیشتر است.

با توجه به رابطهٔ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$ و اینکه $v_0 = 0$ است:

$$v^2 - 0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y}$$

پس A که شتاب بیشتری دارد با تندی بیشتری به زمین می‌رسد.

۱۱۴- گزینهٔ ۳ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب‌ها را به‌دست می‌آوریم



$$F_{\text{خالص}} = ma \longrightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B}$$

$$\longrightarrow m_A g - f = m_A a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{m_A}$$

چون $m_A = m_B$ پس $a_A = a_B$ است.

حال باتوجه به رابطهٔ شتاب ثابت $\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ و اینکه تندی اولیه هر دو صفر است داریم:

$$\begin{cases} \Delta y_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2\Delta y_A}{a_A}} \\ \Delta y_B = \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2\Delta y_B}{a_B}} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{\Delta y_A a_B}{\Delta y_B a_A}} \xrightarrow[a_A=a_B]{h_A=2h_B} \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{2h_B}{h_B}} = \sqrt{2}$$

۱۱۵- گزینهٔ ۴ هرگاه جسمی درون ظرف آب قرار می‌گیرد. افزایش حجم ظرف آب برابر حجم جسم است.

$$V_{\text{جسم}} = 26 - 21/5 = 4/5\,mlit = 4/5\,cm^3$$

جسم درون آب ته‌نشین شده پس:

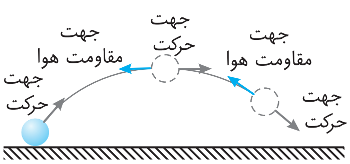
$$\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{4/5} > 1 \Rightarrow m_{\text{جسم}} > 4/5g$$

بنابراین جرم جسم از $4/5\times10^{-3}\,kg$ بیشتر می‌باشد:

$$m_{\text{جسم}} g > 4/5\times10^{-3}\times10 \Rightarrow m_{\text{جسم}} g > 4/5\times10^{-2} \Rightarrow W_{\text{جسم}} = 4/5\times10^{-2}\,N$$

تنها گزینهٔ بزرگ‌تر از $4/5\times10^{-2}\,N$ گزینهٔ (۴) است.

۱۱۶- گزینهٔ ۲ با گذشت زمان تا رسیدن به نقطهٔ اوج تندی جسم در حال کاهش و پس از اوج تندی در حال افزایش است پس اندازهٔ مقاومت هوا نیز ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است و گزارهٔ (الف) نادرست است. در هر لحظه مقاومت هوا خلاف جهت حرکت است و چون جهت حرکت در حال تغییر است پس جهت مقاومت هوا نیز تغییر می‌کند. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است. اندازهٔ نیروی وزن همواره برابر mg و جهت آن همواره در امتداد قائم به سمت پایین است پس گزارهٔ (پ) درست است.



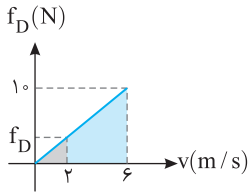
۱۱۷- گزینهٔ ۴ چترباز بلافاصله بعد از پرش آزاد چتر خود را باز کرده پس حرکت چترباز ابتدا تندشونده است تا به تندی حدی برسد و سپس ادامهٔ حرکت را با همین تندی طی می‌کند. در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا باهم برابر می‌شوند:

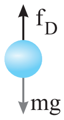
$$f_D = mg = 700N \Rightarrow f_D = 140v = 700 \Rightarrow v = 5m/s$$

بنابراین در این حرکت بیشینهٔ تندی چترباز همان $5m/s$ می‌باشدو تندی نمی‌تواند از $5\,m/s$ بیشتر شود.

۱۱۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ آخرین سرعتی که جسم در طول مسیر به آن رسیده است $6m/s$ است که همان تندی حدی است و در این تندی نیروی وزن و مقاومت جسم با هم برابر است، بنابراین: $f=mg\Rightarrow ۱۰=m\times ۱۰\Rightarrow m=۱kg$

حال برای به‌دست آوردن شتاب در تندی $۲m/s$ ابتدا نیروی مقاومت در این لحظه را به‌دست می‌آوریم.



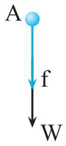


با توجه به تشابه در دو مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\frac{f_D}{۲}=\frac{۱۰}{۶}\Rightarrow f_D=\frac{۲۰}{۶}=\frac{۱۰}{۳}N$$

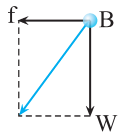
$$mg-f_D=ma\Rightarrow ۱۰-\frac{۱۰}{۳}=۱\times a\Rightarrow a=\frac{۲۰}{۳}m/s^۲$$

۱۱۹- گزینهٔ ۱ Ⓒ نیروهای وارد بر هر گلوله شامل نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا را رسم می‌کنیم. نیروهای وارد بر گلولهٔ A :



$$F_{net}=ma\Rightarrow a_A=\frac{f+W}{m}$$

نیروهای وارد بر گلولهٔ B : $F_{net}=ma\Rightarrow a_B=\frac{\sqrt{f^۲+W^۲}}{m}$



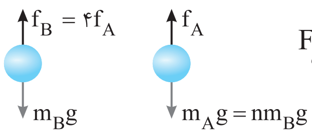
، نیروهای وارد بر گلولهٔ C : $F_{net}=ma\Rightarrow a_C=\frac{W-f}{m}$

کاملاً مشخص است که شتاب جسم A از شتاب جسم‌های B و C بزرگ‌تر است.

۱۲۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ نیروی مقاومت ثابت فرض شده پس نیروهای وارد بر جسم ثابت و شتاب جسم ثابت است. حال با توجه به رابطهٔ $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y$ و اینکه $v_۰=۰$ است، داریم:

$$v^۲=۲a\Delta y\Rightarrow v=\sqrt{۲a\Delta y}\xrightarrow{v_A=v_B}a_A=a_B$$

بنابراین برای اینکه دو گوی با تندی یکسان به زمین برسند باید شتاب حرکت‌ها باهم برابر باشد. شتاب‌ها را به کمک قانون دوم به‌دست آورده و باهم برابر قرار می‌دهیم:

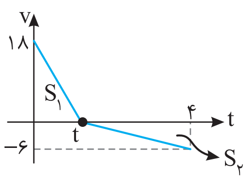


$$F_{\text{خالص}}=ma \longrightarrow m_Bg-۴f_A=m_Ba\Rightarrow a_B=g-\frac{۴f_A}{m_B}$$

$$\longrightarrow nm_Bg-f_A=nm_Ba\Rightarrow a_A=g-\frac{f_A}{nm_B}$$

$$a_B=a_A\Rightarrow g-\frac{۴f_A}{m_B}=g-\frac{f_A}{nm_B}\Rightarrow n=\frac{۱}{۴}$$

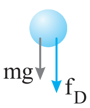
۱۲۱- گزینهٔ ۲ Ⓒ اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است و می‌دانیم جابه‌جایی برابر است با مساحت زیر نمودار $v-t$ بنابراین:



$$S_۱=S_۲\Rightarrow\frac{۱۸\times t}{۲}=\frac{۶(۴-t)}{۲}\Rightarrow ۳t=۴-t\Rightarrow ۴t=۴\Rightarrow t=۱s$$

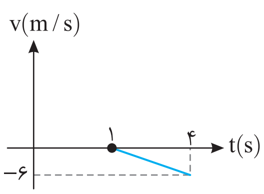
شیب خط در نمودار $v-t$ برابر شتاب است.

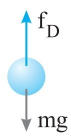
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=-\frac{۱۸}{۱}=-۱۸m/s^۲$$



$$F_{net}=ma\Rightarrow -mg-f_D=m(-۱۸)\Rightarrow -۲-f_D=-۳/۶\Rightarrow f_D=۱/۶N$$

البته می‌توان در مسیر برگشت نیز f_D را با توجه به معادلات مسیر برگشت به دست آورد:

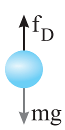




$$a=-\frac{۶}{۳}=-۲m/s^۲$$

$$-mg+f_D=ma\Rightarrow -۲+f_D=-۰/۴\Rightarrow |f_D|=۱/۶N$$

۱۲۲- گزینهٔ ۴ Ⓒ ابتدا شتاب حرکت چترباز پس از بازشدن چتر را به‌دست می‌آوریم:



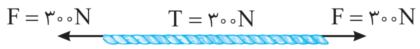
$$mg-f_D=ma$$

$$۸۰۰-۱۰۰۰=۸۰a\Rightarrow a=-\frac{۲۰۰}{۸۰}=-۲/۵m/s^۲$$

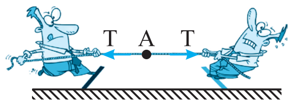
اکنون جابه‌جایی برای رسیدن سرعت از $۴۰m/s$ تا $۵m/s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y\Rightarrow ۲۵-۱۶۰۰=۲(-۲/۵)\Delta y\Rightarrow \Delta y=\frac{۱۵۷۵}{۵}=۳۱۵m$$

۱۲۳- گزینهٔ ۳ (A) نیروی کشش نخ، نیرویی است که در صورت پاره شدن نخ باید در محل پارگی اعمال شـود، تا نخ به صورت قبل از پاره شـدن باقی بماند. (به عبارت دیگر نیرویی اسـت که نیروسنج نشان می دهد به طوری که نیروسـنج در یک نقطهٔ دلخواه طناب را قطع می کند و میان آن قرار گیرد (مطابق شـکل)) هرگاه بر دو سـر طناب، ریسـمان یا فنر سـبکی نیروهای برابر وارد شود، نیروی کشش با هر یک از نیروهای اعمال شـده برابر اسـت. هنگامی که به دو سـر طناب نیروی $۳۰۰N$ وارد می‌شود، نیروی کشش $۳۰۰N$ است که در این مسأله از بیشینهٔ نیروی قابل تحمل طناب $(۴۰۰N)$ کمتر است و طناب پاره نمی‌شود.

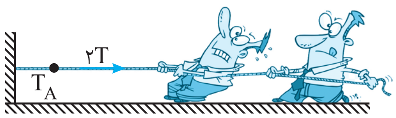


۱۲۴- گزینهٔ ۲ (A) اگر هر کدام یک سـر آن طناب را بکشـند (مانند آنچه در درسـنامه گفته شد) نیروی کشش طناب برابر نیرویی است که هر یک وارد می کنند.



$$T_A = T$$

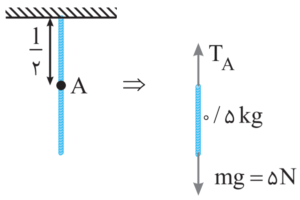
اما اگر یک سر آن را به دیوار بسته و دو نفری از یک طرف بکشند داریم:



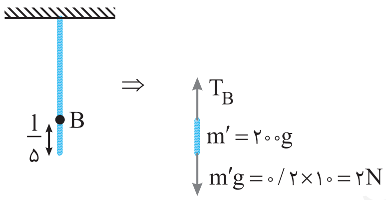
$$T_A = ۲T$$

۱۲۵- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا کشش در نقطهٔ A را محاسبه می‌کنیم:

$$T_A = mg \Rightarrow T_A = ۵N$$



حال کشش در نقطهٔ B را محاسبه می‌کنیم:



$$T_B = m'g \Rightarrow T_B = ۲N$$

$$T_A - T_B = ۵ - ۲ = ۳N$$

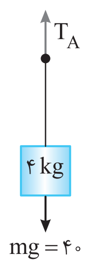
روش دیگر: در واقع اختلاف کشش نخ در نقاط A و B برابر وزن طناب در قسمت AB است. از این‌رو:

$$AB = l - (\frac{l}{۲} + \frac{l}{۵}) = l - (\frac{۷l}{۱۰}) = \frac{۳l}{۱۰} \Rightarrow m_{AB} = \frac{۳}{۱۰} \times ۱$$

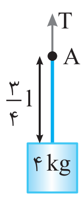
$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{۳}{۱۰} kg \Rightarrow W_{AB} = m_{AB} \times g = \frac{۳}{۱۰} \times ۱۰ = ۳N$$

۱۲۶- گزینهٔ ۴ (A) چون جرم ریسمان ناچیز است کشش در تمام نقاط ریسمان یکسان است، از این رو خواهیم داشت:

$$T_A = mg \Rightarrow T_A = ۴۰N$$

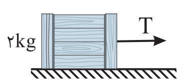


۱۲۷- گزینهٔ ۲ (A) کشش در نقطهٔ A برابر است با نیرویی که باید به مجموعه در نقطهٔ A وارد شود تا ساکن باقی بماند. در واقع کشش در نقطهٔ A برابر وزن قسمت زیر نقطهٔ A است.



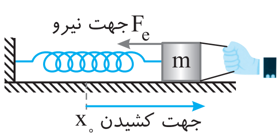
$$T_A = m_{جسم} g + \frac{۳}{۴} m_{طناب} g \Rightarrow T_A = ۴۰ + ۳/۷۵ = ۴۳/۷۵N$$

۱۲۸- گزینهٔ ۱ (A) کشش طناب در طناب همگن و سبک در تمام نقاط آن ثابت است



$$F_{net} = ma \Rightarrow T = ۲ \times ۲ = ۴N$$

۱۲۹- گزینهٔ ۳ (A) نیروی کشسـانی فنر با تغییر طول فنر رابطهٔ خطی دارد نه با طول فنر مثلاً اگر طول اولیه فنری ۱۵cm باشـد یک‌بار طول آن را ۱۷cm و بار دیگر ۳۴cm کنیم، با اینکه طول فنر دو برابر شده (از ۱۷cm به ۳۴cm) رسیده اما نیروی کشسانی دو برابر نمی‌شود $(F_۲ = k \times \frac{۳۴-۱۵}{۱۰۰}, F_۱ = k \times \frac{۱۷-۱۵}{۱۰۰})$، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. ثابت فنر از ویژگی‌های ساختمانی فنر است و به جرم متصل آن بستگی ندارد، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. جهت نیروی فنر همواره خلاف جهت تغییر طول فنر است. به شکل روبه‌رو دقت کنید: بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



۱۳۰- گزینهٔ ۳ (B) عامل حرکت رو به جلوی A فنر است. بنابراین فنر فشرده شده است. بنابراین نیروها از دو طرف به سمت فنر هستند.

۱۳۱- گزینهٔ ۳ (A) نیرویی که فنر به هر دست شخص وارد می کند برابر نیروی کشسانی فنر است.

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = ۲۵۰ \times ۰/۴ \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

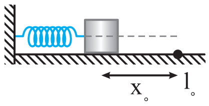
۱۳۲- گزینهٔ ۴ (A) نیرویی که در این لحظه به جسم وارد می‌شود برابر است با:

$$\vec{F}_e=-k\vec{x}\Rightarrow\vec{F}_e=-۱۲۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\vec{i}\Rightarrow\vec{F}_e=-۱۸\vec{i}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}=m\vec{a}\Rightarrow -۱۸\vec{i}=۲\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=-۹\vec{i}$$

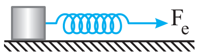
۱۳۳- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به قانون هوک به جعبه نیروی $F_e=kx$ وارد می‌شود که x برابر تغییر طول متر از طول اولیه (طبیعی) آن است. بنابراین تا لحظهٔ عبور از $l_\circ$ نیرو F_e به سمت راست به جعبه وارد می‌شود. بنابراین سرعت جسم تا لحظهٔ عبور از $l_\circ$ افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است.



۱۳۴- گزینهٔ ۲ (A) اگر به جای طناب، فنر هم قرار دهیم باید جرم m را تحمل کند یعنی نیروی وارد بر فنر نیز ۳۰N است.

$$F_e=kx\Rightarrow ۳۰=۷۵۰x\Rightarrow x=\frac{۱}{۲۵}m=۴cm$$

۱۳۵- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون دوم نیوتون و قانون هوک تغییر طول را به‌دست می‌آوریم:



$$F=ma\Rightarrow kx=ma\Rightarrow ۳۵۰x=۲\times۱/۷۵\Rightarrow ۳۵۰x=۳/۵\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۰۰}m=۱cm$$

۱۳۶- گزینهٔ ۴ (B) در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی کشسانی فنر است:

$$F_e=k\Delta x\Rightarrow\begin{cases}x_۲=۱۵cm\,,F=mg\Rightarrow k(\frac{۱۵}{۱۰۰}-x_\circ)=۰/۱\times۱۰\Rightarrow k(\frac{۱۵}{۱۰۰}-x_\circ)=۱\Rightarrow ۱=\frac{۱۵}{۱۰۰}k-kx_\circ & (۱)\\ x'_۲=\frac{۴}{۳}\times۱۵=۲۰cm\;,\;F=m'g\Rightarrow k(\frac{۲۰}{۱۰۰}-x_\circ)=۰/۵\times۱۰\Rightarrow ۵=\frac{۲۰}{۱۰۰}k-kx_\circ & (۲)\end{cases}$$

$$(۲)-(۱)\Rightarrow ۵-۱=\frac{۲۰}{۱۰۰}k-kx_\circ-(\frac{۱۵}{۱۰۰}k+kx_\circ)\Rightarrow ۴=\frac{۵k}{۱۰۰}\Rightarrow k=۸۰\,N/m$$

روش دیگر: به ازای افزایش $۵۰۰-۱۰۰=۴۰۰g$ بر جرم وزنه طول فنر به اندازهٔ $x=\frac{۱}{۳}\times۱۵=۵cm$ افزایش یافته از این‌رو:

$$F_e=k\Delta L\Rightarrow ۰/۴\times۱۰=k(۰/۰۵)\Rightarrow k=۸۰\,N/m$$

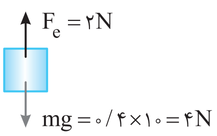
۱۳۷- گزینهٔ ۴ (A) در دو حالت برایند نیروها صفر بوده و نیروی کشسانی فنر برابر وزن کفه و جسم درون آن است.

$$F_{net}=۰\Rightarrow(m+m_۱)g=k(\Delta L)\Rightarrow(m+۰/۱)\times g=k(\frac{۶}{۱۰۰})\;\;,\;\;(m+m_۲)g=k(\Delta L)'\Rightarrow(m+۰/۲)\times g=k(\frac{۱۰}{۱۰۰})$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{m+۰/۱}{m+۰/۲}=\frac{۶}{۱۰}\Rightarrow ۱۰m+۱=۶m+۱/۲\Rightarrow ۴m=۰/۲\Rightarrow m=\frac{۰/۲}{۴}kg=\frac{۲۰۰}{۴}g\Rightarrow m=۵۰g$$

۱۳۸- گزینهٔ ۳ (A) هنگامی که طول فنر ۱cm افزایش می‌یابد نیرویی که فنر بر وزنه وارد می‌کند برابر است با:



$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_e=ma\Rightarrow ۰/۴\times۱۰-۲۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰}=۰/۴a\Rightarrow a=۵\,m/s^۲$$

شتاب در جهت نیروی برایند است و در این سؤال چون در لحظهٔ مورد نظر $mg>F_e$ پس شتاب در جهت mg به سمت پایین است.

۱۳۹- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به نمودار با تغییر طول از ۴۰cm به ۴۵cm نیروی فنر ۱۰N می‌شود، بنابراین:

$$F_e=kx\Rightarrow ۱۰=k\times\frac{۵}{۱۰۰}\Rightarrow k=۲۰۰\,N/m$$

۱۴۰- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ $F=k(l-l_\circ)=kl-kl_\circ$ و نمودار F بر حسب l متوجه می‌شویم که شیب خط نمودار معرف ثابت فنر است بنابراین:

$$k_A>k_B>k_C$$

۱۴۱- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به معادلهٔ $F=kx$ که x فاصله از طول اولیه فنر است و قانون دوم نیوتون $F=ma$ داریم:

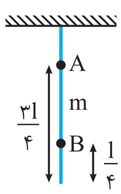
$$ma=kx\Rightarrow a=\frac{k}{m}x$$

بنابراین این نمودار اندازهٔ شتاب جسم برحسب بزرگی تغییر طول فنر یک تابع خطی است و در لحظهٔ رها شدن جعبه ($x=x_\circ$)، شتاب بیشینه و در طول طبیعی فنر ($x=۰$)، شتاب صفر است بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ می‌باشد.

۱۴۲- گزینهٔ ۲ (B) در این رابطه $x_\circ$ طول اولیه است بنابراین:

$$F=k(x-x_\circ)\Rightarrow F_e=kx-kx_\circ\xrightarrow{F_e=۱۰۰x-۲۰}\begin{cases}k=۱۰۰N/m\\ kx_\circ=۲۰\Rightarrow ۱۰۰x_\circ=۲۰\Rightarrow x=۰/۲m\end{cases}$$

۱۴۳- گزینهٔ ۳ (B) با فاصله گرفتن از انتهای آزاد، هر نقطه از طناب باید وزن بیشتری را تحمل کند. به طور مثال در نقاط A و B کشش طناب برابر است با:



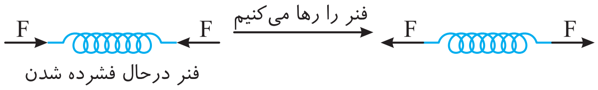
$$T_B=\frac{mg}{۴},\;T_A=\frac{۳mg}{۴}$$

یعنی کشش طناب با فاصله از انتهای آزاد رابطهٔ مستقیم و خطی دارد.

۱۴۴- گزینهٔ ۱ (A) طناب همگن و بدون جرم است، پس کشش در تمام نقاط آن یکسان می‌باشد.

۱۴۵- گزینهٔ ۲ (A) هنگامی که نیروسنج بدون جرم فرض شود، نیروی کشسانی در طول فنر هر دو نیروسنج یکسان و برابر $10N$ است، پس هر نیروسنج $10N$ را نشان می‌دهد.

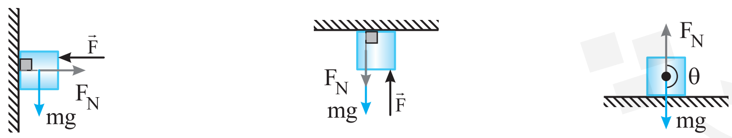
۱۴۶- گزینهٔ ۳ (B) هنگام باز شدن فنر نیرویی که فنر به دو طرف خود وارد می‌کند با هم برابر است، بنابراین نیروی وارد بر هر دو گوی یکسان می‌باشد.



$$\begin{matrix} F=m_A a_A \Rightarrow F=2a_A \\ F=m_B a_B \Rightarrow F=m_B a_B \end{matrix} \xrightarrow{a_A=\frac{1}{3}a_B} 2\times\frac{a_B}{3}=m_B a_B \Rightarrow m_B=\frac{2}{3}kg\approx 666g$$

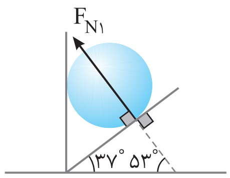
۱۴۷- گزینهٔ ۴ (A) نیروی عمودی سطح نیرویی است که بر **تکیه‌گاه** عمود است، بنابراین گزینهٔ (۴) این نیرو را به درستی نشان داده است.

۱۴۸- گزینهٔ ۴ (A) نیروی عمودی سطح و نیروی وزن را در هر سه شکل مشخص می‌کنیم (دقت کنید که نیروی عمودی سطح همواره بر تکیه‌گاه عمود می‌باشد). بنابراین در هر سه شکل θ به درستی بیان شده است.

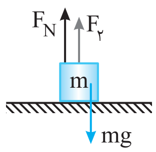


(پ) $\theta=90^\circ$ (ب) $\theta=0$ (الف) $\theta=180^\circ$

۱۴۹- گزینهٔ ۲ (A) نیروی عمودی سطح همواره بر دیواری که جسم بر آن تکیه دارد عمود می‌باشد. بنابراین زاویه‌ای که این نیرو با سطح افقی می‌سازد 53° است.

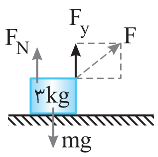


۱۵۰- گزینهٔ ۱ (A) نیروها در راستای قائم متوازن می‌باشند. بنابراین:



$$F_2+F_N=mg \Rightarrow F_N=mg-F_2$$

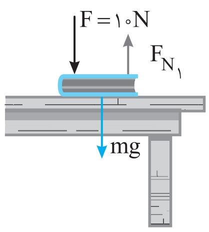
۱۵۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به نیروی F، به جسم در راستای y علاوه بر نیروی وزن و نیروی عمودی سطح، نیرویی دیگر به سمت بالا وارد می‌شود. بنابراین:



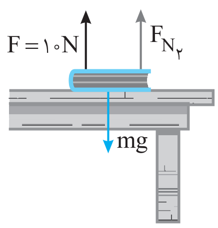
$$F_N+F_y=mg \Rightarrow F_N+F_y=30 \Rightarrow F_N<30N$$

در واقع مؤلفهٔ قائم نیروی F سبب کاهش نیروی عمودی سطح شده است.

۱۵۲- گزینهٔ ۳ (A) نیروی‌های وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم:



$$F_{net}=0 \Rightarrow F+mg=F_{N_1}$$
$$\Rightarrow F_{N_1}=10+2\times10 \Rightarrow F_{N_1}=30N$$

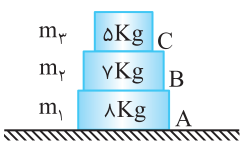


$$F_{net}=0 \Rightarrow F+F_{N_2}=mg$$
$$\Rightarrow F_{N_2}=mg-F=20-10 \Rightarrow F_{N_2}=10N$$

بنابراین:

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}=\frac{30}{10}=3$$

۱۵۳- گزینهٔ ۳ (A) نیروی عمودی هر سطح در شکل برابر وزن کل اجسام واقع بر آن سطح است، یعنی:

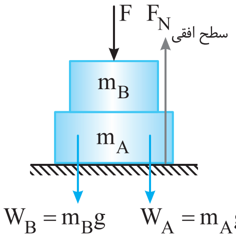


$$F_{N_A}=W_1+W_2+W_3=80+70+50=200N$$

$$F_{N_B}=W_2+W_3=70+50=120N$$

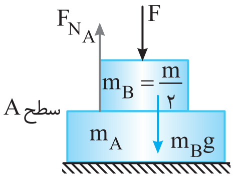
$$F_{N_C}=W_3=50N$$

۱۵۴- گزینهٔ ۳ نیرویی که سطح افقی بر جسم A وارد می‌کند برابر است با:



$$F_{y\,\text{خالص}} = ۰ \Rightarrow F_{N\,\text{سطح افقی}} = F + W_B + W_A \Rightarrow F_{N\,\text{سطح افقی}} = F + \frac{m}{۲}g + mg \Rightarrow F_{N\,\text{سطح افقی}} = F + \frac{۳}{۲}mg$$

نیرویی که سطح A بر جسم B وارد می‌کند برابر است با:



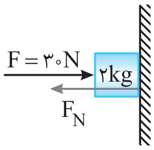
$$F_{y\,\text{خالص}} = ۰ \Rightarrow F_{N_A} = m_B g + F = \frac{۱}{۲}mg + F$$

با توجه به صورت تست داریم:

$$F_{N\,\text{سطح افقی}} = ۲F_{N_A} \Rightarrow F + \frac{۳}{۲}mg = ۲(\frac{۱}{۲}mg + F)$$

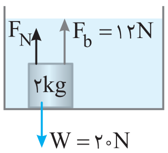
$$F + \frac{۳}{۲}mg = mg + ۲F \Rightarrow F = \frac{mg}{۲}$$

۱۵۵- گزینهٔ ۲ جسـم بر دیوار تکیه داده شده است پس برایند نیروها در راستای افقی صفر است و نیروهای خلاف جهت با هم برابر هستند.



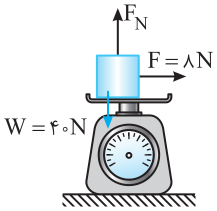
$$F_N = F = ۳۰N$$

۱۵۶- گزینهٔ ۳ به جسم نیروهای وزن، شناوری و عمودی سطح وارد می‌شود.



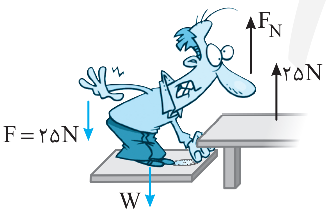
$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_N + ۱۲ = ۲۰ \Rightarrow F_N = ۸N$$

۱۵۷- گزینهٔ ۱ نیروها در راستای قائم متوازن است و نیروسنج مقدار F_N را نشان می‌دهد.



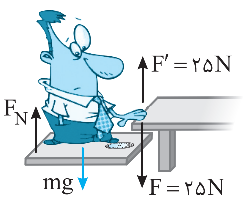
$$F_N = mg \Rightarrow F_N = ۴۰N$$

۱۵۸- گزینهٔ ۳ با توجه به قانون سـوم نیوتون شـخص نیروی ۲۵N به سـمت بالا به میز وارد می‌کند پس میز نیروی ۲۵N به سمت پایین به شخص وارد خواهد کرد بنابراین:



$$F_N = mg + F \Rightarrow F_N = ۷۵۰ + ۲۵ \Rightarrow F_N = ۷۷۵N$$

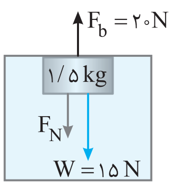
۱۵۹- گزینهٔ ۲ شخص نیروی ۲۵N به سمت پایین به میز وارد کرده پس میز نیروی ۲۵ نیوتونی به سمت بالا به شخص وارد خواهد کرد.



$$mg = F' + F_N \Rightarrow ۷۵۰ = ۲۵ + F_N \Rightarrow F_N = ۷۲۵N$$

۱۶۰- گزینهٔ ۱ ترازو همواره جرم ظرف و مایع درون آن را نشان می‌دهد و به شکل قرارگیری جسم درون ظرف بستگی ندارد بنابراین هر دو ترازو یک عدد را نشان خواهند داد و اختلاف عددهای نشان داده شده صفر است.

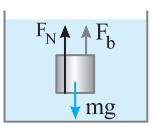
۱۶۱- گزینهٔ ۲ هرگاه جسـم در شـاره‌ای قرار گیرد به اندازهٔ وزن شـارهٔ جابه‌جاشـده به آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری (F_b) می‌گویند. نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل روبه‌رو است:



$$F_N + W = F_b \Rightarrow F_N + ۱۵ = ۲۰ \Rightarrow F_N = ۵N$$

نیرویی که دیواره به جسم وارد می‌کند $F_N = ۵N$ است که برابر نیرویی است که جسم به دیواره رو به بالا وارد می‌کند.

۱۶۲- گزینهٔ ۱ نیروهای وارد بر جسم عبارت است از:



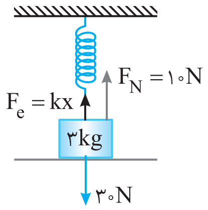
$$F_N + F_b = mg \Rightarrow F_N = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰N$$

۱۶۳- گزینهٔ ۱ (B)

اگر به جسم ۳kg نیروی خارجی دیگری وارد نشود، چون جسم در حال تعادل می‌باشد پس نیروهای آن متوازن است و $F_N = mg = ۳۰N$ است. اما در این سؤال نیروی عمودی سطح ۱۰N است، بنابراین نیروی کشسانی فنر به سمت بالا می‌باشد، یعنی فنر در حال کشیدگی است. حال نیروهای وارد به جسم ۳kg را رسم می‌کنیم.

$$F_e + F_N = mg \Rightarrow F_e = ۳۰ - ۱۰ \Rightarrow F_e = ۲۰N \Rightarrow kx = ۲۰N \Rightarrow ۲۰۰ \times x = ۲۰ \Rightarrow x = ۰/۱m$$

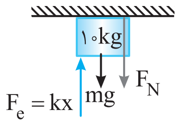
بنابراین فنر ۱۰cm کشیده شده است.



۱۶۴- گزینهٔ ۳ (A)

جسم در حال تعادل است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌باشد:

$$mg + F_N = F_e \Rightarrow ۱۰۰ + ۵۰ = ۳۰۰x \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}m \Rightarrow x = ۵۰cm$$



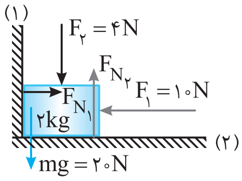
۱۶۵- گزینهٔ ۳ (B)

نیروهای وارد بر جسم متوازن است، پس اندازه نیروهای در خلاف جهت باید با هم برابر باشند.

$$F_{x_{net}} = ۰ \Rightarrow F_۱ = F_{N_۱} \Rightarrow F_{N_۱} = ۱۰N$$

$$F_{y_{net}} = ۰ \Rightarrow F_۲ + mg = F_{N_۲} \Rightarrow F_{N_۲} = ۲۴N$$

$$F_{N_{net}} = \sqrt{F_{N_۱}^۲ + F_{N_۲}^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + ۲۴^۲} = ۲\sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲} = ۲\sqrt{۲۵ + ۱۴۴} = ۲\sqrt{۱۶۹} = ۲۶N$$



۱۶۶- گزینهٔ ۱ (A)

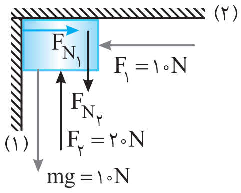
با توجه به متوازن بودن نیروها داریم:

$$F_{x_{net}} = ۰ \Rightarrow F_۱ = F_{N_۱} \Rightarrow F_{N_۱} = ۱۰N$$

$$F_{y_{net}} = F_{N_۲} + mg = F_۲ \Rightarrow F_{N_۲} + ۱۰ = ۲۰ \Rightarrow F_{N_۲} = ۱۰N$$

در این صورت:

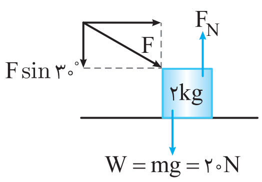
$$\frac{F_{N_۲}}{F_{N_۱}} = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱$$



۱۶۷- گزینهٔ ۲ (B)

به کمک تجزیه نیروها که در فیزیک (۱) در سال دهم خوانده‌اید مسئله را حل می‌کنیم. ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی F را تجزیه می‌کنیم.

$$F_{y_{net}} = ۰ \Rightarrow F_N = F\sin ۳۰^\circ + W \Rightarrow F_N = ۱۰ \times \frac{۱}{۲} + ۲۰ = ۲۵N$$



۱۶۸- گزینهٔ ۴ (A)

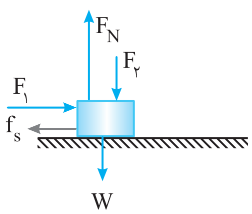
جسم ساکن است و در راستای افقی به آن نیرویی وارد نمی‌شود، پس نیروی اصطکاک آن صفر است.

۱۶۹- گزینهٔ ۲ (B)

با افزایش $F_۲$ نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد

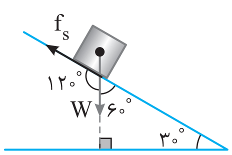
$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow \uparrow F_N = F_۲ \uparrow + W$$

با افزایش نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت یعنی نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $\uparrow f_{s\,max} = \mu_s F_N \uparrow$ افزایش می‌یابد. اما چون جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و تغییر نمی‌کند. از طرفی نیروی اصطکاک ایستایی برابر $F_۱$ بوده و آن نیز تغییر نمی‌کند. بنابراین الف و پ درست هستند.



۱۷۰- گزینهٔ ۳ (B)

نیروی اصطکاک همواره مماس بر مسیر حرکت است و در خلاف جهت لغزش است، هم‌چنین نیروی وزن نیز قائم به سمت پایین است. از این‌رو مطابق شکل زاویهٔ بین نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی وزن ۱۲۰° می‌شود.

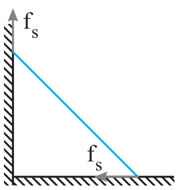


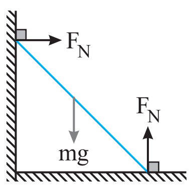
۱۷۱- گزینهٔ ۱ (A)

نیروهای وارد بر جسم به ترتیب (۱) نیروی وزن در امتداد قائم رو به پایین (۲) نیروی عمودی سطح در امتداد عمود بر سطح (۳) نیروی اصطکاک که با حرکت جسم رو به پایین مخالف است.

۱۷۲- گزینهٔ ۲ (A)

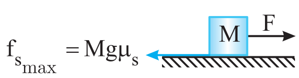
نیروی اصطکاک خلاف جهت لغزش به جسم وارد می‌شود. اگر نردبان بخواهد بلغزد به سمت پایین خواهد لغزید پس روی دیوار قائم روبه پایین می‌لغزد و باید اصطکاک به سمت بالا به آن وارد شود و روی سطح افقی نیز به سمت راست می‌لغزد پس نیروی اصطکاک به سمت چپ به آن وارد می‌شود. نیروی عمودی سطح نیز همواره بر سطح عمود است.



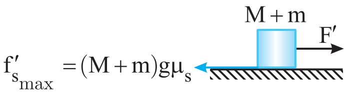


۱۷۳- گزینهٔ ۲ (B)

هنگامی که یک جسم ساکن است نیروی در جهت جابه‌جایی را که به جسم وارد می‌کنیم باید افزایش دهیم تا این نیرو برابر نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه جسم شود. در این صورت با یک ضربه کوچک به آن، جسم شروع به حرکت می‌کند.



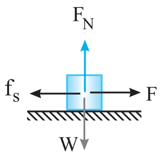
نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s\max}=\mu_s N$ می‌باشد و دقت کنید که μ_s به جرم جسم بستگی ندارد.



$$F=f_{s\max}\Rightarrow F=\mu_s Mg \quad , \quad F'=f'_{s\max}\Rightarrow F'=\mu_s(M+m)g$$

بنابراین:
$$\frac{F'}{F}=\frac{\mu_s(M+m)g}{\mu_s Mg}=\frac{M+m}{M}$$

۱۷۴- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا اصطکاک ایستایی جسم در آستانهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

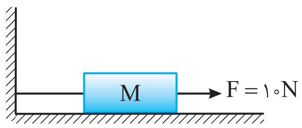


$$f_{s\max}=\mu_s F_N\Rightarrow f_{s\max}=۰/۴\times۵\times۱۰=۲۰N$$

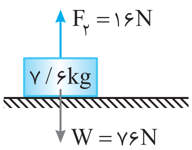
چون نیروی افقی $F=۱۵N$ از اصطکاک ایستایی بیشینه، کمتر است، جسم روی سطح افقی ساکن می‌ماند و برایند نیروهای وارد بر جسم در این حالت صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$F_{net}=۰\Rightarrow f_s=F=۱۵N$$

۱۷۵- گزینهٔ ۱ (B) نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $۱۵N$ است، بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت از $۱۵N$ نیز بیشتر است. بنابراین نیروی افقی $F=۱۰N$ نمی‌تواند این جسم ساکن را به حرکت درآورد و باعث کشیدگی نخ شود، به همین علت نیروی کشش نخ صفر است.

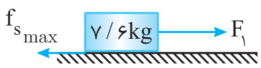


۱۷۶- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به نیروی $F_۲$، نیروی عمودی سطح برابر است با:



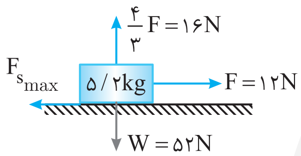
$$mg-F_۲=N\Rightarrow ۷۶-۱۶=N\Rightarrow N=۶۰N$$

اگر $F_۱=۱۲N$ باشد، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد بنابراین:



$$F_۱=f_{s\max}\Rightarrow \mu_s N\Rightarrow ۱۲=\mu_s\times۶۰\Rightarrow \mu_s=\frac{۱}{۵}$$

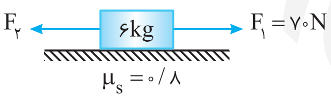
۱۷۷- گزینهٔ ۲ (B) هنگامی که $F=۱۲N$ می‌شود، در این حالت جسم شروع به حرکت می‌کند یعنی $F=f_{s\max}$



بنابراین
$$F_{y\,net}=۰\Rightarrow N+۱۶=۵۲\Rightarrow N=۳۶N$$

$$F=f_{s\max}\Rightarrow F=\mu_s N\Rightarrow ۱۲=\mu_s\times۳۶\Rightarrow \mu_s=\frac{۱}{۳}$$

۱۷۸- گزینهٔ ۴ (B) اگر $F_۱>F_۲$ باشد جسم در آستانهٔ حرکت به سمت راست قرار خواهد داشت:



نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت خواهد شد:
$$f_{s\max}=\mu_s N=۰/۸\times۶۰=۴۸N$$

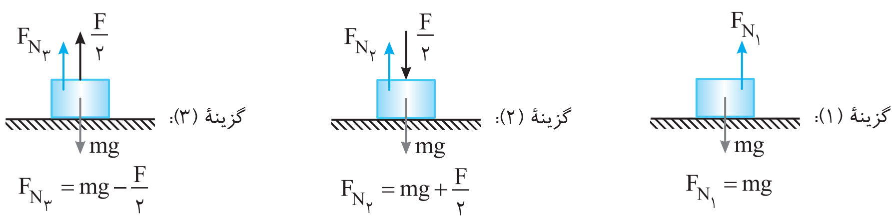
بنابراین:
$$F_۱-F_۲-f_{s\max}=۰\Rightarrow ۷۰-F_۲-۴۸=۰\Rightarrow F_۲=۲۲N$$

اگر $F_۱<F_۲$ باشد جسم در آستانهٔ حرکت به سمت چپ قرار خواهد داشت بنابراین:
$$F_۲-F_۱-f_{s\max}=۰\Rightarrow F_۲-۷۰-۴۸=۰\Rightarrow F_۲=۱۱۸N$$

۱۷۹- گزینهٔ ۳ (A) در دو حالت، جسـم به حرکت درآمده اسـت و اصطکاک بین جسـم و سـطح $f_k=\mu_k mg$ اسـت، بنابراین اصطکاک در دو حالت یکسان بوده و گزینهٔ (۳) درست است.

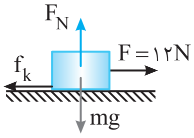
۱۸۰- گزینهٔ ۳ (B) وقتی جسـم با سـرعت ثابت در حرکت اسـت، نیروی افقی F با نیروی اصطکاک جنبشـی بین جسم و سـطح برابر است. وقتی جرم جسم دو برابر می‌شـود، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شـده، نیروی اصطکاک بین جسـم و سطح دو برابر می‌شود. بنابراین نیروی لازم برای حرکت جسم با سرعت ثابت نیز دو برابر $(۲F)$ می‌شود. اما ضریب اصطکاک بین جسم و سطح به ویژگی‌های سطح تماس دو جسم بستگی دارد و تغییر نمی‌کند.

۱۸۱- گزینهٔ ۲ (B) جسم‌ها در حال حرکت هستند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آن‌ها برابر $f_k=\mu_k N$ می‌باشد و با توجه به صورت مسأله μ_k در تمام سطوح یکسان است پس نیروی اصطکاک جسمی بیشتر است که نیروی عمودی سطح بیشتری بر آن وارد می‌شود. بنابراین نیروی عمودی هر سطح را حساب می‌کنیم.

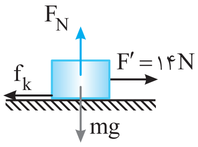


بنابراین $F_{N_۲}$ از همه بیشتر بوده و نیروی اصطکاک جنبشی در گزینهٔ (۲) از سایر گزینه‌ها بیشتر می‌باشد.

۱۸۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ در هر دو حالت با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

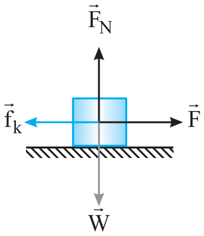


$$\begin{cases}F-f_k=ma_۱\Rightarrow ۱۲-f_k=۰/۴m\\ F'-f_k=ma_۲\Rightarrow ۱۴-f_k=۰/۸m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(۱۲-f_k=۰/۴m)\times ۲\downarrow +\\ ۱۴-f_k=۰/۸m\end{cases}\Rightarrow f_k=۱۰N\ ,\ m=۵kg$$



نیروی اصطکاک $f_k=\mu_k F_N$ می‌باشد: $f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg=۱۰\Rightarrow \mu_k(۵۰)=۱۰\Rightarrow \mu_k=۰/۲$

۱۸۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ

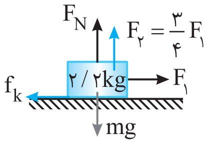


$$\begin{cases}F-f_k=ma\Rightarrow a=\dfrac{F-f_k}{m}\\ ۲F-f_k=ma'\Rightarrow a'=\dfrac{۲F-f_k}{m}\end{cases}\Rightarrow a'>۲a$$

برای سادگی یک مثال عددی می‌زنیم. فرض کنید $F=۵N$، $f_k=۲N$ و جرم m برابر $۱kg$ است، در این صورت:

$$a=\frac{۵-۲}{۱}=۳m/s^۲\quad ,\quad a'=\frac{۲\times ۵-۲}{۱}=۸m/s^۲\Rightarrow ۸>۲\times ۳$$

۱۸۴- گزینهٔ ۳ Ⓐ جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروها متوازن می‌باشند. چه در راستای محور افقی چه در راستای محور قائم از این رو:



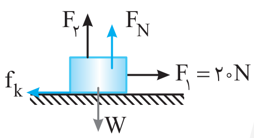
$$F_۱=f_k\Rightarrow F_۱=\mu_k F_N\Rightarrow F_۱=\mu_k(mg-F_۲)$$

$$F_۱=\frac{۱}{۲}\times(۲۲-\frac{۳}{۴}F_۱)\Rightarrow F_۱=۱۱-\frac{۳}{۸}F_۱\Rightarrow F_۱=۸N$$

با توجه به $F_۲=\frac{۳}{۴}F_۱$ اندازهٔ $F_۲$ برابر $\frac{۳}{۴}\times ۸=۶N$ است.

$$F=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}=\sqrt{۸^۲+۶^۲}=۱۰N$$

۱۸۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ در دو حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:



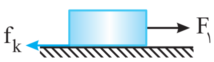
$$F_۱-f_k=ma\Rightarrow ۲۰-\mu_k(۴۰-F_۲)=ma\Rightarrow ۲۰-۰/۲(۴۰-F_۲)=ma\quad (۱)$$

$$F_۱-f'_k=ma'\Rightarrow ۲۰-\mu_k(۴۰-۲F_۲)=m(\frac{۵}{۴}a)\Rightarrow ۲۰-۰/۲(۴۰-۲F_۲)=m(\frac{۵}{۴}a)\quad (۲)$$

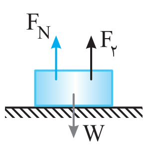
دو رابطهٔ بالا را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۲۰-۸+۰/۲F_۲}{۲۰-۸+۰/۴F_۲}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\frac{۱۲+۰/۲F_۲}{۱۲+۰/۴F_۲}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow ۶۰+F_۲=۴۸+۱/۶F_۲\Rightarrow ۱۲=۰/۶F_۲\Rightarrow F_۲=۲۰N$$

۱۸۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ ابتدا مقدار F را به‌دست می‌آوریم، سرعت ثابت است. از این رو $F_{net}=۰$ بوده و می‌توان نوشت:



$$F_{net}=ma\Rightarrow F_۱-f_k=۰\Rightarrow ۰/۸F=f_k$$

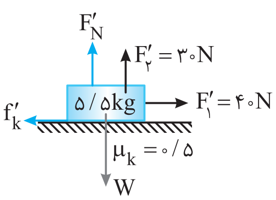


نیروی عمودی سطح برابر است با: $F_N+F_۲=W\Rightarrow F_N=W-F_۲\Rightarrow F_N=mg-F_۲\Rightarrow F_N=۵۵-۰/۶F$

$$۰/۸F=\mu_k F_N\Rightarrow ۰/۸F=۰/۵\times(۵۵-۰/۶F)=۲۷/۵-۰/۳F\Rightarrow ۱/۱F=۲۷/۵\Rightarrow F=۲۵N$$

بنابراین $F_۱=۰/۸F=۲۰N$ و $F_۲=۰/۶F=۱۵N$ می‌باشد و نیروی اصطکاک در حالت اول برابر است با:

$$f_k=\mu_k F_N\Rightarrow f_K=۰/۵(۵۵-۱۵)\Rightarrow f_K=۲۰N$$

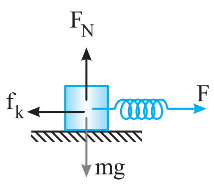


نیروی عمودی سطح در حالت دوم خواهد شد: $F'_N=W-F'_۲\Rightarrow F'_N=۵۵-۳۰=۲۵N$

$$f'_k=\mu_k F'_N=۰/۵\times ۲۵=۱۲/۵N$$

$$\frac{f'_k}{f_k}=\frac{۱۲/۵}{۲۰}=\frac{۱۲۵}{۲۰۰}=\frac{۵}{۸}$$

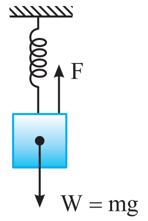
۱۸۷- گزینهٔ ۲ Ⓐ برایند نیروها را مساوی ma قرار می‌دهیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma$$

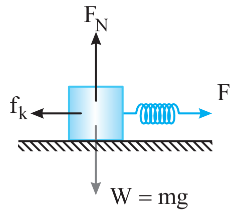
$$k\Delta l-\mu_k mg=ma\Rightarrow ۸۰\Delta l-۰/۲۵\times ۴۰=۴\times ۱/۵\Rightarrow \Delta l=۲۰cm$$

۱۸۸- گزینهٔ ۲ در حالت اول خواهیم داشت:



$$F=W\Rightarrow k\Delta l=mg\Rightarrow k(\frac{۴}{۱۰۰})=mg \qquad (۱)$$

در حالت دوم که جسم با سرعت ثابت در حرکت است می‌توان نوشت:

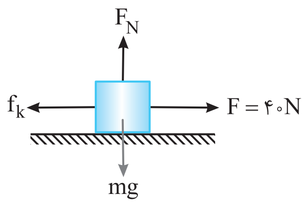


$$F_{net}=۰\Rightarrow F=f_k\Rightarrow k\Delta x=\mu_k W\Rightarrow k(\frac{۲}{۱۰۰})=۰/۲Mg \qquad (۲)$$

از تقسیم رابطهٔ (۱) بر رابطهٔ (۲) داریم:

$$۲=\frac{m}{۰/۲M}\Rightarrow\frac{M}{m}=۲/۵$$

۱۸۹- گزینهٔ ۴ ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

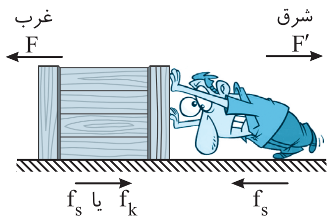


$$f_k=\mu_k mg\Rightarrow f_k=\frac{۱}{۴}\times۴۰=۱۰N$$

نیروی افقی وارد بر جسم $۴۰N$ است. هنگامی‌که جسم شروع به حرکت می‌کند، تا زمانی که $F>f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می‌شود و وقتی $F=f_k=۱۰N$ سرعت جسم ثابت می‌ماند و اگر $F<f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می‌کند. بنابراین نیروی F را می‌توان از $۴۰N$ تا $۱۰N$ کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد. بنابراین:

$\Delta F=۴۰-۱۰=۳۰N$

۱۹۰- گزینهٔ ۱ به جعبه به سمت غرب نیرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک به سمت شرق است. البته اگر جعبه به حرکت در آمده باشد، نیروی اصطکاک، جنبشی است و اگر جعبه ساکن باشد نیروی اصطکاک، ایستایی است که به سمت شرق است.



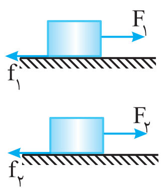
شخص جعبه را به غرب هل می‌دهد، بنابر قانون سوم نیوتون جعبه به شخص نیروی F' را رو به شرق وارد می‌کند، برای آن که شخص لیز نخورد باید اصطکاکی که زمین بر شخص وارد می‌کند رو به غرب باشد.

۱۹۱- گزینهٔ ۴ هنگامی‌که بین لاستیک و جاده اصطکاک وجود نداشته باشد، اتومبیل تغییر مکان نمی‌دهد. به‌طور مثال روی یخ، چرخ خودرو بُکس‌باد می‌کند (یعنی درجا می‌چرخد) و خودرو جلو نمی‌رود.

۱۹۲- گزینهٔ ۲ ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت $(f_{s\,max})$ را به‌دست می‌آوریم. اگر نیروی F از این اصطکاک کمتر باشد جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است و اگر نیروی F از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت بیشتر باشد نیروی اصطکاک برابر نیروی اصطکاک جنبشی $(f_k=\mu_k F_N)$ می‌شود.

$$f_{s\,max}=\mu_s F_N=۰/۲۵\times۴۰=۱۰N$$

جسم ساکن می‌ماند



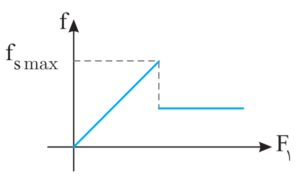
جسم ساکن می‌ماند

$$F_۱, F_۲<f_{s\,max}\begin{cases}\xrightarrow{\text{برای نیروی } F_۱} f_{s_۱}=F_۱=۴N\\ \xrightarrow{\text{برای نیروی } F_۲} f_{s_۲}=F_۲=۸N\end{cases}$$

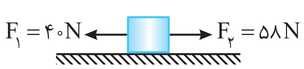
نیروی $F_۳$ از $f_{s\,max}$ بیشتر می‌باشد بنابراین اصطکاک جنبشی است:

$$f_۳=f_k=F_N\mu_k=mg\mu_k=۴۰\times۰/۲=۸N$$

۱۹۳- گزینهٔ ۴ ابتدا جسم ساکن است پس نیروی اصطکاک آن با سطح افقی برابر f_s است. هر چه نیروی $F_۱$ را افزایش دهیم، نیروی اصطکاک زیاد می‌شود تا جسم به آستانهٔ حرکت $f_{s_{max}}=\mu_s F_N$ برسد و سپس با افزایش $F_۱$ جسم حرکت می‌کند و اصطکاک آن با سطح برابر $f_k=\mu_k F_N$ می‌شود. هم‌چنین می‌دانیم که معمولاً $\mu_k<\mu_s$ است.



۱۹۴- گزینهٔ ۳ نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم.



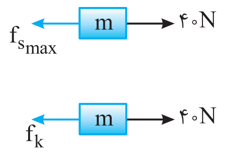
$$f_{s\,max}=\mu_s F_N=\mu_s mg\Rightarrow f_{s\,max}=۰/۴\times۵\times۱۰=۲۰N$$

برایند دو نیروی $F_۱=۴۰N$ و $F_۲=۵۸N$ برابر $۵۸-۴۰=۱۸N$ است، بنابراین متحرک از حال سکون به حرکت در نمی‌آید و نیروی اصطکاک ایستایی برابر $f_s=۱۸N$ است.

۱۹۵- گزینهٔ ۴ (B) در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s\,max}=\mu_s F_N=0/18\times(5F)=0/9F$ است، پس نیروی افقی F از $f_{s\,max}$ بیشتر است و جسم شروع به حرکت می‌کند. بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی است و می‌دانیم: $f_k\le f_{s\,max}\Rightarrow f_k\le 0/9F$

بنابراین اصطکاک جنبشی می‌تواند مقدارهای کمتر $0/9F$ باشد و گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.

۱۹۶- گزینهٔ ۳ (C) در آستانهٔ حرکت:



$F_{net}=0\Rightarrow 40-f_{s\,max}=0$

$\Rightarrow f_{s\,max}=40\Rightarrow \mu_s mg=40\Rightarrow 0/4\times m\times 10=40\Rightarrow m=10\,kg$

بعد از حرکت: $F_{net}=ma\Rightarrow 40-f_k=10\times a\Rightarrow 40-\mu_k mg=10a\Rightarrow 40-(0/2\times 10\times 10)=10a\Rightarrow a=2m/s^2$

۱۹۷- گزینهٔ ۱ (B) نیرویی که سبب شتاب گرفتن شخص می‌شود، نیروی اصطکاک بین کفش او و سطح پیست است.

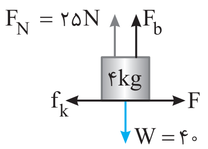
$F_{net}=ma\Rightarrow \mu_s mg=ma\Rightarrow a=\mu_s g=0/95\times 10=9/5\,m/s^2$

۱۹۸- گزینهٔ ۲ (B) جسم هنگامی شروع به حرکت می‌کند که حداقل مقدار F برابر نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت ($f_{s\,max}$) باشد:

$F=f_{s\,max}=\mu_s F_N=\mu_s mg=0/4\times 20=8N$

$F(t)=8\Rightarrow t^2+t-4=8\Rightarrow t^2+t-12=0\Rightarrow (t+4)(t-3)=0\Rightarrow t=3\ ,\ t=-4$ غ‌ق‌ق

۱۹۹- گزینهٔ ۲ (A) جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است بنابراین:

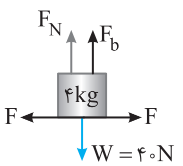


$F_{net}=0\Rightarrow F=f_k\Rightarrow 10=\mu_k F_N\Rightarrow 10=0/4N\Rightarrow F_N=25N$

هرگاه جسم در شاره‌ای قرار گیرد بر آن نیرویی به نام نیروی شناوری F_b رو به بالا وارد می‌شود. حال با تحلیل نیروها در راستای قائم داریم: $F_N+F_b=W\Rightarrow F_b=40-25\Rightarrow F_b=15N$

۲۰۰- گزینهٔ ۴ (B) برای آنکه جسم شروع به حرکت کند، $F>f_{s_{max}}$ باشد. $F>f_{s_{max}}\Rightarrow 10>\mu_s F_N\Rightarrow 10>0/4F_N\Rightarrow F_N<25N$

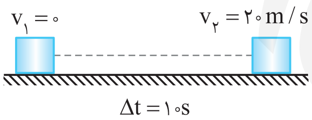
نیروهای در راستای قائم جسم را می‌نویسیم:



$F_N+F_b=W\Rightarrow F_N=W-F_b$

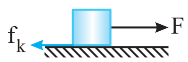
$F_N<25\Rightarrow W-F_b<25\Rightarrow 40-F_b<25\Rightarrow F_b>15N$

۲۰۱- گزینهٔ ۴ (B) در مدت $10s$ سرعت اتومبیل از صفر به $\frac{72}{3/6}=20m/s$ رسیده است، بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:



$v_2=at+v_1\Rightarrow 20=10a\Rightarrow a=2m/s^2$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون:



$F-f_k=ma\Rightarrow F-\mu_k mg=ma$

$F-0/02\times 15000=1500\times 2\Rightarrow F=3300N$

۲۰۲- گزینهٔ ۱ (A) نیرویی که باعث توقف جسم می‌شود نیروی اصطکاک است. $f_k=\mu_k mg=0/2\times m\times 10=2N$

شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم: $-f_k=ma\Rightarrow -2m=ma\Rightarrow a=-2m/s^2$

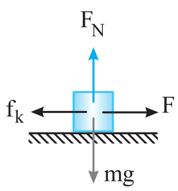
اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم: $v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-15^2=2\times(-2)\Delta x\Rightarrow \Delta x\approx 56m$

۲۰۳- گزینهٔ ۳ (A) در بازهٔ تأخیر واکنش $(0/5s)$، اتومبیل با سرعت ثابت در حرکت است و نیروی خالص وارد بر اتومبیل صفر است. در مدت $0/5s$ متحرک با سرعت ثابت $72km/h=20m/s$ در حرکت است و جابه‌جایی مقابل را طی می‌کند. $\Delta x=vt\Rightarrow \Delta x_1=20\times 0/5=10m$

در این صورت راننده در فاصلهٔ ۱۰ متری از مانع ترمز می‌کند و پس از جابه‌جایی ۱۰ متر در کنار مانع می‌ایستد. $v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-400=2\times a\times(10)\Rightarrow a=-20m/s^2$

نیروی خالص وارد بر اتومبیل خواهد شد. $F=ma\Rightarrow |F|=1500\times 20=30000N$

۲۰۴- گزینهٔ ۴ (A) ابتدا شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:



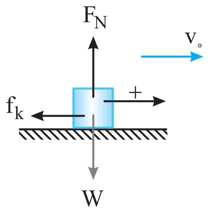
$F-f_k=ma$

$F-\mu_k mg=ma\Rightarrow a=\frac{F-\mu_k mg}{m}$

اکنون به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، v را به‌دست می‌آوریم:

$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v^2-0=2\frac{F-\mu_k mg}{m}d\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2(F-\mu_k mg)d}{m}}$

۲۰۵- گزینهٔ ۱ (B) نیرویی که مانع حرکت جسم می‌شود اصطکاک است.



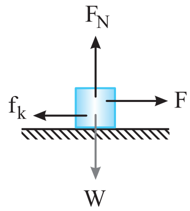
$$F_{net}=ma\Rightarrow -f_k=ma\Rightarrow -\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g$$

بنابراین شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد. از طرفی: $v^2-v_\circ^2=2(-a)\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{v_\circ^2}{2a}$

بنابراین مسافت طی شده در دو حالت یکی است و جرم در آن بی‌تأثیر است.

نتیجه: هر گاه تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت جسم برابر $a=\mu_k g$ خواهد بود.

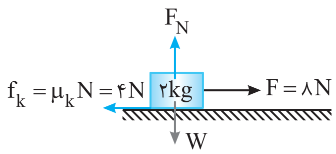
۲۰۶- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان $v=4t+3$، شتاب حرکت $4m/s^2$ است. $(v=v_\circ+at)$



بنابراین:

$$F-f_k=ma\Rightarrow 18-f_k=4\times 4\Rightarrow f_k=2N$$

۲۰۷- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا شتاب حرکت جسم را با توجه به نیروهای وارد بر جسم به‌دست می‌آوریم:

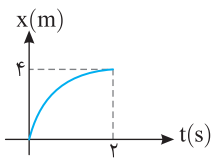


$$F-f_k=ma\Rightarrow 8-4=2a\Rightarrow a=2m/s^2$$

بنابراین حرکت جسم با شتاب ثابت می‌باشد و معادله مکان - زمان آن درجهٔ (۲) می‌باشد که ضریب t^2 آن نصف شتاب است.

$$(x=\frac{1}{2}at^2+v_\circ t+x_\circ)\Rightarrow b=\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}\times 2=1$$

۲۰۸- گزینهٔ ۲ (B) در پرتاب جسم روی سطح افقی، نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.



$$-f_k=ma\Rightarrow -\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g$$

حال با توجه به ثابت بودن شتاب از رابطهٔ $\Delta x=\frac{v+v_\circ}{2}\Delta t$، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم دقت کنید که در $t=2s$ سرعت صفر است.

$$4=\frac{0+v_\circ}{2}\times 2\Rightarrow v_\circ=4m/s$$

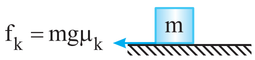
شتاب برابر است با:

$$a_{av}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-4}{2}=-2m/s^2$$

در این صورت:

$$a=-\mu_k g\Rightarrow -2=-\mu_k(10)\Rightarrow \mu_k=0/2$$

۲۰۹- گزینهٔ ۱ (A) هرگاه جسمی را روی سطحی افقی پرتاب کنیم نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک وارد می‌شود.



$$-f_k=ma\Rightarrow -\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g$$

بنابراین شتاب حرکت به جرم و سرعت جسم بستگی ندارد و شتاب حرکت دو جسم با هم برابر است.

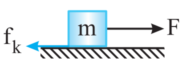
۲۱۰- گزینهٔ ۴ (B) شتاب حرکت وزنه‌های A و B را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\begin{cases}\mu_{k_A}m_A g=m_A a_A\Rightarrow a_A=\mu_{k_A}g\\ \mu_{k_B}m_B g=m_B a_B\Rightarrow a_B=\mu_{k_B}g\end{cases}\xrightarrow{\mu_{k_A}=2\mu_{k_B}}\frac{a_A}{a_B}=2$$

سرعت اولیهٔ هر دو یکسان است. به کمک معادلهٔ مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم.

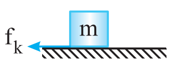
$$v^2-v_\circ^2=2a\Delta x\xrightarrow{v=0}\Delta x=\frac{v_\circ^2}{-2a}\Rightarrow\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{a_B}{a_A}=\frac{1}{2}$$

۲۱۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون دوم نیوتون داریم ابتدا بر جسم دو نیروی F و f_k در امتداد افقی وارد می‌شود.



$$F-f_k=ma\quad(1)$$

پس از حذف نیروی F، تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.



$$|f_k|=\frac{m|a|}{2}\quad(2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$F-\frac{m|a|}{2}=ma\Rightarrow F=\frac{3}{2}ma$$

بنابراین:

$$\frac{f_k}{F}=\frac{\frac{ma}{2}}{\frac{3}{2}ma}=\frac{1}{3}\Rightarrow f_k=\frac{F}{3}$$

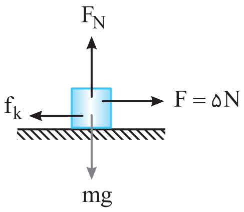
۲۱۲- گزینهٔ ۱ (C) ابتدا چون جسم در اثر اعمال نیروی F در راستای افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون برایند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین نیروی F برابر نیروی اصطکاک (f_k) است. بعد از حذف نیروی F تنها نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک (f_k) است و جسم در اثر این نیرو حرکت کندشونده‌ای را انجام می‌دهد.

طبق قانون دوم نیوتون داریم: $F_{net}=ma\Rightarrow -f_k=ma$

شتاب کندشوندهٔ جسم: $-۱۰=۵a\Rightarrow a=-۲m/s^۲$

حال طبق فرمول مستقل از زمان داریم: $v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-v_۱^۲=۲\times(-۲)\times۹\Rightarrow v_۱^۲=۳۶\Rightarrow v_۱=۶\,m/s$, $v=at+v_۰\Rightarrow ۵=-۲t+۶\Rightarrow t=\frac{۱}{۲}s$

۲۱۳- گزینهٔ ۴ (B) سرعت جسم ثابت است بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$F_{net}=۰\Rightarrow F=f_k\Rightarrow f_k=۹N$

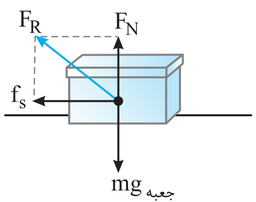
شتاب توقف را به دست می‌آوریم نیروی موثر اصطکاک جنبشی است. $-f_k=ma\Rightarrow -۹=۲a\Rightarrow a=-\frac{۹}{۲}m/s^۲$

سرعت v را به کمک رابطهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-v^۲=۲(-\frac{۹}{۲})(۹)\Rightarrow v^۲=۸۱\Rightarrow v=۹m/s$$

بنابراین داریم: $v=at+v_۰\Rightarrow ۵=\frac{-۹}{۲}t+۹\Rightarrow t=\frac{۸}{۹}s$

۲۱۴- گزینهٔ ۳ (C) با توجه به این‌که جعبه نسبت به کف تریلی درحال حرکت، ساکن است، هنگام ترمز نیرویی که جعبه را از حرکت باز می‌دارد نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. با رسم نیروهای وارد بر جعبه و با توجه به این‌که تریلی با شتاب $۴m/s^۲$ ترمز می‌کند، داریم:



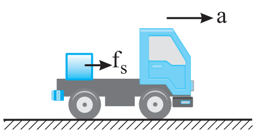
$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N-mg_{جعبه}=۰\Rightarrow F_N=۲\times۱۰=۲۰N$$

$$F_{net,x}=ma_{جعبه}\Rightarrow -f_s=۲\times(-۴)=-۸\Rightarrow f_s=۸N$$

با توجه به این‌که کف تریلی، دو نیروی F_N و f_s را بر جعبه وارد می‌کند، برایند این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

نیرویی که کف تریلی بر جعبه وارد می‌کند: $F_R=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲}\Rightarrow R=\sqrt{۲۰^۲+۸^۲}=۴\sqrt{۵^۲+۲^۲}=۴\sqrt{۲۹}N$

۲۱۵- گزینهٔ ۲ (A) عامل حرکت بار به همراه تریلی، نیروی اصطکاک بین کف تریلی و بار است که به بار شتاب می‌دهد.



$$F_{net}=Ma\Rightarrow \mu_sMg=Ma'\Rightarrow a'=\mu_sg$$

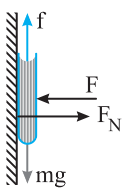
اما بنا به فرض سؤال، شتاب حرکت تریلی $a>\mu_sg$ است. بنابراین $a>a'$ بوده و بار نسبت به جاده با شتاب کمتری در جهت حرکت تریلی جابه‌جا می‌شود. اما بار نسبت به تریلی رو به عقب حرکت می‌کند.

۲۱۶- گزینهٔ ۴ (B) عامل توقف صندوق اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد.

$$f_{s_{max}}=ma\Rightarrow\mu_smg=ma\Rightarrow a=\mu_sg=۰/۲۵\times۱۰=۲/۵m/s^۲$$

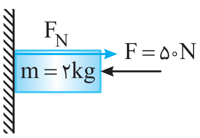
شتاب توقف کامیون حداکثر باید $۲/۵m/s^۲$ باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد از این رو: $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۲۲۵=۲(-۲/۵)\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{۲۲۵}{۵}=۴۵m$

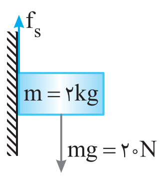
۲۱۷- گزینهٔ ۲ (A) دقت کنید در طول کاهش نیروی F کتاب ساکن باقی مانده است پس نیروهای وارد بر جسم باید متوازن باقی بماند یعنی نیروی اصطکاک همچنان برابر نیروی وزن است.



$$f=mg$$

۲۱۸- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به‌دست می‌آوریم:

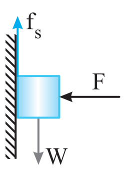




دراستای افقی: $F-F_N=۰\Rightarrow F=F_N=۵۰N\Rightarrow f_{s\,max}=\mu_sF_N=۰/۵\times۵۰=۲۵N$

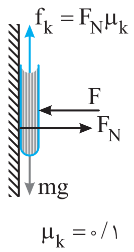
عامل حرکت به سمت پایین جسم نیروی وزن $mg=۲۰N$ است که از $f_{s\,max}$ کمتر می‌باشد پس جسم در جای خود ساکن باقی می‌ماند و با توجه به متوازن بودن نیروها داریم: $f_s=mg=۲۰N$

۲۱۹- گزینهٔ ۱ (B) می‌خواهیم جسم به سمت پایین شروع به حرکت نکند، از طرفی F نیز کمینه باشد، یعنی جسم در آستانهٔ حرکت باشد، در این صورت نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت با وزن جسم برابر است.



$$W=f_{s\,max}\Rightarrow W=\mu_sF_N\Rightarrow W=\mu_sF\Rightarrow F=\frac{W}{\mu_s}$$

۲۲۰- گزینهٔ ۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



جسم در راستای افقی حرکت نمی‌کند. بنابراین $F=N=4$ است. در راستای قائم با توجه به قانون دوم نیوتون و نیروهای وارد برجسم داریم:

$$mg=0/1\times 10=1N$$

$$f_k=\mu_k F_N=0/1\times 4=0/4N$$

$$F_{\text{خالص}}=ma\Rightarrow mg-f_k=ma\Rightarrow 1-0/4=0/1a\Rightarrow a=6m/s^2$$

۲۲۱- گزینهٔ ۳ در حالت اول، جسم در آستانهٔ حرکت روبه‌پایین است، بنابراین:

$$F_{net}=0\Rightarrow W=f_{s\,max}=f_1=\mu_s F_N=\mu_s F_1 \qquad (1)$$

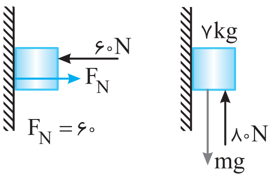
در حالت دوم جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد:

$$F_{net}=0\Rightarrow W=f_k=f_2=\mu_k F_N=\mu_k F_2 \qquad (2)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

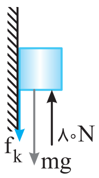
$$f_1=f_2\Rightarrow \mu_s F_1=\mu_k F_2 \xrightarrow{\mu_s>\mu_k} F_1<F_2$$

۲۲۲- گزینهٔ ۱ ابتدا باید وضعیت حرکت جسم را بررسی کنیم. نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم.



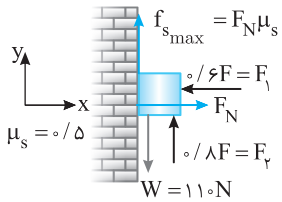
$$f_{s\,max}=\mu_s F_N=0/5\times 60=30N$$

نیروی وزن جسم $W=mg=70N$ است و نیرویی که جسم را رو به بالا می‌راند $80N$ است برایند این دو نیرو $80-70=10N$ است. اما اصطکاک ایستایی بیشینه $f_{s\,max}=30N$ بوده که از $10N$ بیشتر است. یعنی جسم روی سطح دیوار ساکن می‌ماند. در این حالت اصطکاک بین جسم و دیوار اصطکاک ایستایی بوده و برابر است با:



$$F_{y\,net}=0\Rightarrow F_2-W-f_s=0\Rightarrow 80-70=f_s\Rightarrow f_s=10N$$

۲۲۳- گزینهٔ ۴ وقتی کمینه مقدار F را می‌خواهیم یعنی $0/8F$ نیز حداقل باشد، یعنی نیرو به سمت بالا آنقدر کم باشد تا جسم روی دیوار در آستانه لغزیدن به سمت پایین باشد.



نیروی عمودی سطح خواهد شد:

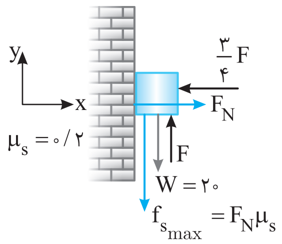
$$F_x=0\Rightarrow F_N=0/6F$$

در امتداد قائم خواهیم داشت:

$$F_y=0\Rightarrow W=0/8F+f_{s\,max}\Rightarrow 110=0/8F+(0/6F)(0/5)$$

$$110=1/1F\Rightarrow F=100N$$

۲۲۴- گزینهٔ ۳ بیشینه مقدار F یعنی مقدار این نیرو آنقدر زیاد باشد تا جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد پس $f_{s\,max}$ به سمت پایین به جسم وارد می‌شود.

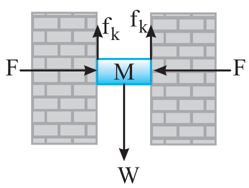


$$F_x=0\Rightarrow F_N=\frac{3}{4}F$$

$$F_y=0\Rightarrow F=W+f_{s\,max}\Rightarrow F=20+\frac{3}{4}F\times 0/2$$

$$F=20+\frac{3}{20}F\Rightarrow \frac{17}{20}F=20\Rightarrow F=\frac{400}{17}N$$

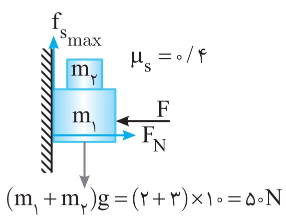
۲۲۵- گزینهٔ ۱ جسم M وقتی به پایین می‌لغزد با سطح دو دیواره اصطکاک دارد و از هر دیواره نیروی اصطکاک به جسم واردمی‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون:



$$F_{net}=Ma\Rightarrow Mg-2f_k=Ma \quad , \quad 30-2f_k=3\times 2\Rightarrow f_k=12N$$

$$f_k=\mu_k F_N \xrightarrow{F_N=F} 12=\mu_k\times 20\Rightarrow \mu_k=0/6$$

۲۲۶- گزینهٔ ۳ کمینه نیروی F زمانی است که وزنه‌ها در آستانه حرکت به سمت پایین باشند:

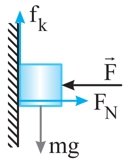


در راستای افقی جسم ساکن می‌ماند $\Rightarrow F_N=F$

در راستای افقی جسم ساکن می‌ماند $\Rightarrow f_{s\,max}=(m_1+m_2)g\Rightarrow \mu_s F_N=(m_1+m_2)g$

$$\Rightarrow \mu_s F=(m_1+m_2)g\Rightarrow 0/4F=50\Rightarrow F=\frac{500}{4}=125N$$

۲۲۷- گزینهٔ ۳ Ⓒ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است. $mg=f_k$



اگر نیروی F دو برابر شود نیروی عمودی سطح دو برابر می‌شود، جسم باز هم در حال حرکت است، پس نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح دو برابر می‌شود. $f'_k=۲f_k \Rightarrow f'_k=۲mg$

در راستای قائم: $F_{خالص}=ma \Rightarrow mg-۲mg=ma \Rightarrow a=-g$ پس با شتاب $a=-۱۰\,m/s^۲$ از سرعت جسم کاسته می‌شود.

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow \Delta y=-۵(۴)+(۴۰\times ۲)=۶۰m$$

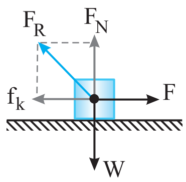
۲۲۸- گزینهٔ ۱ Ⓑ جسم ابتدا با تندی ثابت در حال حرکت است، بنابراین $f_k=mg=۲۰N$ است. می‌دانیم که $f_k=\mu_kF_N=\mu_kF$، پس اگر F را $\frac{۳}{۲}$ برابر کنیم نیروی f_k هم، $\frac{۳}{۲}$ برابر و برابر با $f'_k=۳۰N$ می‌شود پس:

$$mg-f'_k=ma \Rightarrow ۲۰-۳۰=۲a \Rightarrow a=-۵m/s^۲$$

بنابراین با افزایش F، با شتاب $-۵m/s^۲$ از سرعت جسم کاسته می‌شود:

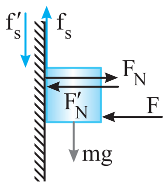
$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y \Rightarrow ۰-۱۰۰=-۱۰\Delta y \Rightarrow \Delta y=۱۰m$$

۲۲۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ سرعت ثابت است. بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$F_{net,x}=۰ \Rightarrow f_k=F=۶۰N$$
$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow F_N=W=۸۰N$$
$$F_R=\sqrt{F^۲+W^۲}=\sqrt{۶۰^۲+۸۰^۲}=\sqrt{۱۰^۴}=۱۰۰N$$

۲۳۰- گزینهٔ ۲ Ⓑ سطح بر جسم نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می کند، بنابراین واکنش این نیروها هم‌اندازهٔ آن‌ها و خلاف جهتشان توسط جسم بر سطح وارد خواهد شد بنابراین:



$$f_s=mg \xrightarrow{f_s\ \text{واکنش}} f'_s=mg$$
$$F_N=F \xrightarrow{F_N\ \text{واکنش}} F'_N=F$$

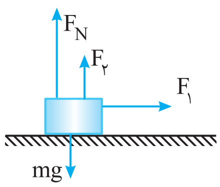
با دو برابر شدن F، نیروی عمودی سطح دو برابر خواهد شد، بنابراین $F'_{N_۲}=۲F \Rightarrow F'_{N_۲}=۲F'_{N_۱}$ برایند نیروها در حالت اول و دوم به ترتیب برابر است با:

$$(۱)\Rightarrow \sqrt{f'^۲_{۱s}+F^۲_{N_۱}}=\sqrt{(mg)^۲+F^۲} \quad , \quad (۲)\Rightarrow \sqrt{f'^۲_{۲s}+F'^۲_{N_۱}}=\sqrt{(mg)^۲+۴F^۲}$$

که مقدار دوم از دو برابر حالت اول مقداری کمتر می‌باشد.

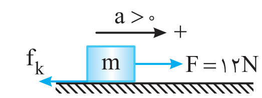
۲۳۱- گزینهٔ ۱ Ⓑ یک پاک کن را در کف دستتان قرار دهید و زاویه کف دست را از حالت افقی به طور آهسته زیاد کنید. تمایل جسم به حرکت بیشتر می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر جسم که می‌خواهد جسم را به حرکت در آورد با افزایش زاویهٔ کف دست بیشتر می‌شود و چون پاک کن حرکت نکرده، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش می‌یابد.

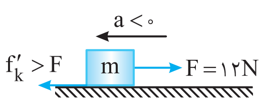
۲۳۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ با تجزیهٔ نیروی F به دو نیروی عمود بر هم، نیروهای وارد بر جسم به صورت روبه‌رو خواهد شد. اندازهٔ نیروی خالص در محور yها صفر می‌باشد: $F_N+F_۲=mg \Rightarrow F_N=mg-F_۲$ بنابراین $F_N<mg$ است.



$$f_k=\mu_kF_N \Rightarrow f_k<\mu_kmg$$

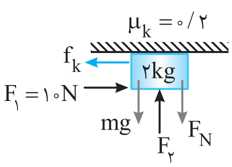
۲۳۳- گزینهٔ ۴ Ⓒ وقتی وزنه را داخل جعبه قرار می‌دهیم، نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد، پس نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد. باز هم جسم در حالت حرکت است اما نیروی مخالف در جهت حرکت این بار بیشتر از حالت قبلی می‌باشد. در مسأله گفته شده حرکت جسم شتابدار است و اندازه شتاب آن ۰/۴ است. بنابراین باید این بار حرکت جسم کندشونده باشد.





$$F-f_k=ma \Rightarrow ۱۲-\mu_kmg=۰/۴m \Rightarrow ۱۲-۵۰\mu_k=۲ \Rightarrow \mu_k=۰/۲$$
$$F-f'_k=m'a' \Rightarrow ۱۲-\mu_k(m+m')g=-۰/۴(M+m')$$
$$۱۲-(۵+m')\times ۱۰\times ۰/۲=-۰/۴(۵+m') \Rightarrow ۱۲-۱۰-۲m'=-۲-۰/۴m'$$
$$۴=۱/۶m' \Rightarrow m'=\frac{۴}{۱/۶}=۲/۵kg$$

۲۳۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌باشند.



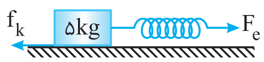
در راستای افقی: $F_۱=f_k \Rightarrow F_۱=\mu_kF_N$ (۱)

در راستای قائم: $F_N+mg=F_۲ \Rightarrow F_N=F_۲-mg$ (۲)

(۱) و (۲) $\Rightarrow F_۱=\mu_k(F_۲-mg) \Rightarrow ۱۰=۰/۲(F_۲-۲۰) \Rightarrow F_۲=۷۰N$

نمونهٔ واقعی این حرکت کشیدن ماله توسط گچ‌کار روی سقف است.

۲۳۵- گزینهٔ ۳ C



نیروی کشسانی فنر برابر است با:

$F_e=k\Delta l=۸۰۰\times\frac{۵}{۱۰۰}=۴۰N$

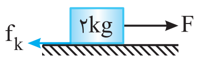
اصطکاک بین جسم و سطح: $f_k=\mu_k F_N=۰/۲\times۵۰=۱۰N$

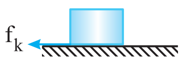
تا زمانی که $F_e\ge f_k$ تندی جسم کاهش نمی‌یابد، بنابراین باید نیروی کشسانی از $۴۰N$ به $۱۰N$ برسد. یعنی:

$F'_e=k\Delta l'\Rightarrow ۱۰=۸۰۰\Delta l'\Rightarrow \Delta l'=۱/۲۵cm$

بنابراین طول فنر می‌تواند از $۵cm$ کشیدگی به $۱/۲۵cm$ کشیدگی برسد یعنی طول فنر می‌تواند $۵-۱/۲۵=۳/۷۵cm$ کاهش یابد بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد.

۲۳۶- گزینهٔ ۳ B





با توجه به رابطهٔ $v=۲t+۳$ و رابطهٔ تندی - زمان در حرکت با شتاب ثابت $v=at+v_0$، شتاب حرکت $a=۲m/s^۲$ می‌باشد.

$F_{\text{خالص}}=ma\Rightarrow F_{\text{خالص}}=۲\times۲=۴\Rightarrow F-f_k=۴\qquad(۱)$

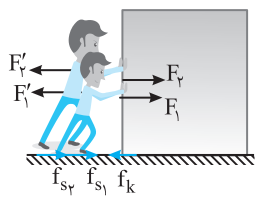
بعد از $۳s$ تندی جسم $v_1=۲(۳)+۳=۹m/s$ می‌شود و با قطع نیروی F تنها نیروی f_k خلاف جهت به جسم وارد می‌شود و شتاب توقف جسم خواهد شد:

$v_2=at+v_1\Rightarrow ۰=۶a+۹\Rightarrow a=-۱/۵\ m/s^۲\ ,\ F_{\text{خالص}}=ma\Rightarrow f_k=ma\Rightarrow f_k=۲(-۱/۵)=-۳N$

بنابراین نیروی $f_k=۳N$ است. اکنون به کمک رابطهٔ (۱) نیروی F را به‌دست می‌آوریم:

$(۱)\Rightarrow F-f=۴\Rightarrow F-۳=۴\Rightarrow F=۷N$

۲۳۷- گزینهٔ ۲ C

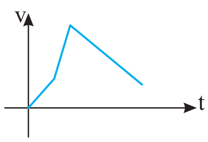


دو نفر به‌ترتیب نیروهای F_1 و F_2 را به بسته وارد می‌کنند. بنا به قانون سوم نیوتون، بسته نیروهای F'_1 و F'_2 را که برابر F_1 و F_2 است به دو نفر وارد می‌کند. از طرفی:

$$\left.\begin{array}{l}F_1+F_2=f_k\\F'_1+F'_2=f_{s_1}+f_{s_2}\end{array}\right\}\Rightarrow f_{s_1}+f_{s_2}=f_k$$

$\mu_s(m_1g+m_2g)=\mu_k Mg\Rightarrow\mu_s(۴۰۰+۶۰۰)=۰/۲\times۲۰۰۰\Rightarrow\mu_s=۰/۴$

۲۳۸- گزینهٔ ۳ B



در قسمت اول مسیر نیروی اصطکاک کمتر از F می‌باشد بنابراین:

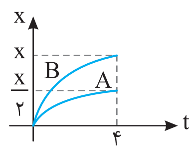
$F-f_1=ma\xrightarrow{f_1<F}a_1>۰$

در قسمت دوم مسیر نیروی اصطکاک، صفر است بنابراین: $F=ma\Rightarrow a_2>۰$ و $a_2>a_1$

در قسمت سوم مسیر نیروی اصطکاک بیشتر از F می‌باشد بنابراین: $F-f_3=ma\xrightarrow{f_3>F}a_3<۰$

شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب است پس شیب خط در مسیر (۱) و (۲) مثبت است. البته شیب خط در قسمت ۲ تندتر (بزرگ‌تر) می‌باشد و در قسمت (۳) شیب منفی است.

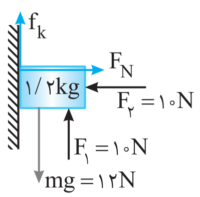
۲۳۹- گزینهٔ ۲ B

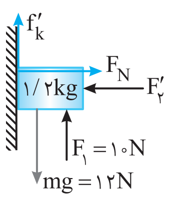


هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می‌شود نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است بنابراین نیروی وارد بر جسم ثابت و شتاب حرکت ثابت می‌باشد.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{۲}\Delta t\begin{array}{l}\xrightarrow{B}\\ \xrightarrow{A}\end{array}\left\{\begin{array}{l}x=\frac{۰+v_{0B}}{۲}\times۴\Rightarrow v_{0B}=\frac{x}{۲}\\ \frac{x}{۲}=\frac{۰+v_{0A}}{۲}\times۴\Rightarrow v_{0A}=\frac{x}{۴}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{v_{0B}}{v_{0A}}=۲$$

۲۴۰- گزینهٔ ۳ C





در حالت اول تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:

در راستای افقی: $F_2=F_N\Rightarrow F_N=۱۰N$

در راستای قائم: $mg-F_1-f_k=۰\Rightarrow f_k=۱۲-۱۰=۲\Rightarrow\mu_k N=۲\Rightarrow ۱۰\mu_k=۲\Rightarrow\mu_k=۰/۲$

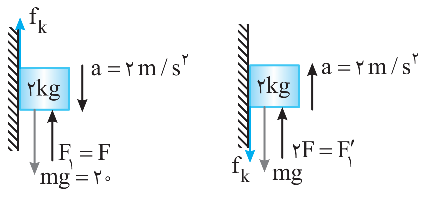
اگر جسم با شتاب $۱m/s^۲$ بخواهد به سمت پایین حرکت کند باید نیروی F_2 کاهش بیابد تا از مقدار اصطکاک کاسته شود:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{در راستای افقی}: F_N=F'_2\\ \text{در راستای قائم}: mg-F_1-f'_k=ma\end{array}\right.\Rightarrow ۱۲-۱۰-f'_k=۱/۲\times(۱)=f'_k=۰/۸N$$

$f'_k=\mu_k F_{N'}=\mu_k F'_2\Rightarrow ۰/۸=۰/۲F'_2\Rightarrow F'_2=۴N$

پس نیروی F_2 از $۱۰N$ به $۴N$ رسیده:

$\frac{\Delta F}{F_1}\times۱۰۰=\frac{-۶}{۱۰}\times۱۰۰=\underset{\text{کاهش}}{\underset{\downarrow}{-۶۰\%}}$



حالت اول   حالت دوم

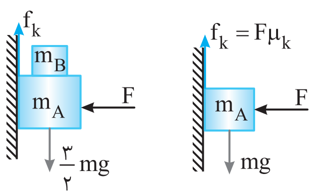
۲۴۱- گزینهٔ ۳ B

در حالت اول شتاب $2m/s^2$ روبه پایین است. اگر با دو برابر شدن F_1 باز اندازهٔ شتاب $2m/s^2$ باشد باید جهت شتاب تغییر کرده باشد، یعنی در حالت دوم شتاب $2m/s^2$ روبه بالا می‌باشد. هم‌چنین چون F_2 تغییر نکرده پس اندازهٔ نیروی اصطکاک جسم با سطح ثابت می‌ماند $f_k=\mu_k F_N=\mu_k F$، اما جهت نیروی اصطکاک رو به پایین خواهد شد:

$$F_{net}=ma\Rightarrow 20-F_1-f_k=ma\Rightarrow 20-F-f_k=4\Rightarrow F+f_k=16 \qquad (1)$$

$$F_{net}=2F-20-f_k=ma\Rightarrow 2F-20-f_k=4\Rightarrow 2F-f_k=24 \qquad (2)$$

$$(1)+(2)\to 3F=40\Rightarrow F=\frac{40}{3}N$$



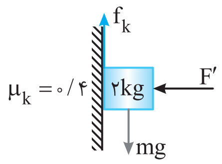
۲۴۲- گزینهٔ ۴ C

در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن است.

$$(m_A+m_B)g=f_k\Rightarrow f_k=\frac{3m}{2}g\Rightarrow f_k=\frac{3mg}{2}$$

اگر جسم m_B را برداریم نیروی وزن که عامل حرکت به سمت پایین است برابر $m_A g=mg$ می‌شود. اما چون F تغییر نکرده است، نیروی اصطکاک همچنان $f_k=\frac{3}{2}mg$ است. $F_{net}=ma\Rightarrow mg-\frac{3}{2}mg=ma\Rightarrow a=-5m/s$

پس با شتاب $5\,m/s^2$ از تندی جسم کاسته می‌شود: $v=at+v_0\Rightarrow 0=-5t+4\Rightarrow t=0/8s$



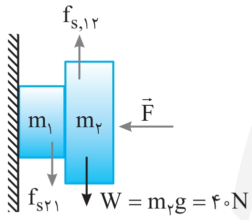
۲۴۳- گزینهٔ ۳ C

تا لحظه‌ای که برآیند نیروها رو به پایین باشد یعنی $W\geq f_k$ از تندی جسم کاسته نمی‌شود.

$$f_k=mg\Rightarrow \mu_k F_N=20\Rightarrow 0/4\times F'=20\Rightarrow F'=50N$$

$$mg\geq f_k\Rightarrow 20\geq 4F'\Rightarrow F'\leq 50N\Rightarrow F'_{max}=50N$$

پس نیروی F را می‌توان از $10N$ به $50N$ رساند، یعنی نیروی F را می‌توان حداکثر به اندازهٔ $50-10=40N$ افزایش داد.



۲۴۴- گزینهٔ ۴ B

نیروی وزن جسم ۴ کیلوگرمی رو به پایین بوده و نیروی اصطکاکی که وزنهٔ m_1 بر m_2 وارد می‌کند، نیروی وزن را خنثی می‌کند، رو به بالا و برابر $f_s=W=40N$ است.

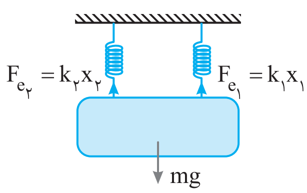
در نتیجه نیرویی که m_2 بر m_1 وارد می‌کند، $40N$ و رو به پایین است.

۲۴۵- گزینهٔ ۱ C

عامل حرکت جسم B، اصطکاک بین A و B است. نیروی F به مجموعه (m_A+m_B) شتاب a می‌دهد، در حالی که نیروی اصطکاک به جرم m_B شتاب a می‌دهد.

$$\left.\begin{matrix}F=(m_A+m_B)a\\ f=m_Ba\end{matrix}\right\}\Rightarrow f<F$$

پس اصطکاک بین دو جسم همواره از F کوچک‌تر است.

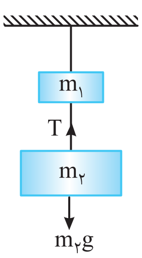


۲۴۶- گزینهٔ ۲ A

جسم در حال سکون است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن می‌باشد. چون فنرها مشابه‌اند پس کشش آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$F_{net}=0\Rightarrow k_1x_1+k_2x_2=mg\Rightarrow 2000x_1+2000x_2=1200$$

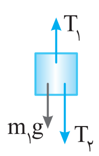
$$\xrightarrow[x_1=x_2=x]{\text{فنرها مشابه}} 4000x=1200\Rightarrow x=0/3m=30cm$$



۲۴۷- گزینهٔ ۳ A

با توجه به شکل روبه‌رو:

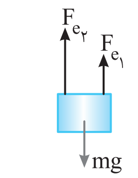
$$T-m_2g=0\Rightarrow T=m_2g\Rightarrow T=30N$$



۲۴۸- گزینهٔ ۲ A

برایند نیروهای وارد بر m_1 باید صفر باشد.

$$T_1=T_2+m_1g\Rightarrow T_1-T_2=m_1g\Rightarrow T_1-T_2=20N$$

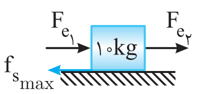


۲۴۹- گزینهٔ ۳ B

فنر k_1 کشیده شده سپس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی روبه بالا به جسم وارد می‌شود. هم‌چنین k_2 نیز فشرده شده پس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی روبه بالا به جسم وارد می‌شود:

$$F_{e_1}=k_1\Delta x_1=5\times4=20N \quad , \quad F_{e_2}=k_2\Delta x_2=2000\times\frac{2}{100}=40N$$

$$F_{net}=0\Rightarrow mg=F_{e_1}+F_{e_2}\Rightarrow mg=60N\Rightarrow m=6kg$$

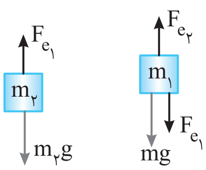


۲۵۰- گزینهٔ ۳ B

نیروی وارد از طرف فنر همواره خلاف جهت تغییر طول می‌باشد بنابراین F_{e_1} و F_{e_2} هر دو به سمت راست وارد می‌شوند. جسم در آستانهٔ حرکت به سمت راست است از این رو:

$$F_{net}=0\Rightarrow F_{e_1}+F_{e_2}=f_{s_{max}}\Rightarrow k_1\Delta x_1+k_2\Delta x_2=f_{s_{max}}$$

$$200\times\frac{2}{100}+400\times\frac{4}{100}=\mu_s F_N\xrightarrow{F_N=mg}20=\mu_s\times100\Rightarrow\mu_s=0.2$$



۲۵۱- گزینهٔ ۲ A

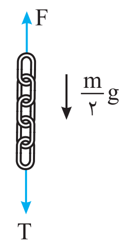
جسم m_2 توسط کشش فنر (۱) در حال تعادل است.

$$F_{e_1}=m_2g\Rightarrow k\Delta x_1=50N$$

به جسم m_1 نیروی وزن و هم‌چنین F_{e_1} به سمت پایین وارد می‌شود

$$F_{e_2}=mg+F_{e_1}=50+50\Rightarrow F_{e_2}=100N\Rightarrow k\Delta x_2=100N \quad , \quad \frac{k\Delta x_2}{k\Delta x_1}=\frac{100}{50}\Rightarrow\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=2$$

البته می‌توان به راحتی گفت که فنر (۲) دو وزنه و فنر (۱) یک وزنه را تحمل می‌کند بنابراین افزایش طول فنر (۲) دو برابر افزایش طول فنر (۱) است.

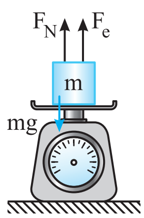


۲۵۲- گزینهٔ ۲ B

وزن دو جسم روی وزنه، یعنی زنجیر و جسم جمعاً $40+10=50N$ است.

وقتی نیروسنج $20N$ را نشان می‌دهد، باید $F=50-20=30N$ باشد. اما در وسط زنجیر:

$$F-\frac{m}{2}g-T=0\Rightarrow30-5-T=0\Rightarrow T=25N$$



۲۵۳- گزینهٔ ۳ B

ابتدا نیروی کشسانی فنر را به‌دست می‌آوریم:

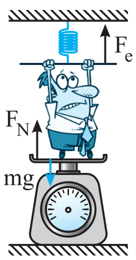
$$F_e=k\Delta l\Rightarrow F_e=200\times\frac{2}{100}=4N$$

فنر کشیده شده است و نیروی کشسانی فنر رو به بالا است بنابراین با توجه به ساکن بودن جسم می توان نوشت:

$$F_T=0\Rightarrow F_N+F_e=W \qquad (1)$$

ترازو عدد $4N$ را نشان می‌دهد، ترازوی فنری نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد پس $F_N=4N$ است، از این‌رو داریم:

$$(1)\Rightarrow4+4=W\Rightarrow W=8N\Rightarrow mg=8\Rightarrow m=0.8kg$$



۲۵۴- گزینهٔ ۱ B

شخص فنر را رو به پایین کشیده است بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.

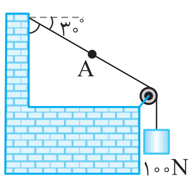
$$F_e=k\Delta x\Rightarrow F_e=150\times0.1=15N$$

وزن شخص برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow W=600N$$

ترازوی فنری نیروی عمودی سطح را نمایش می‌دهد از این‌رو:

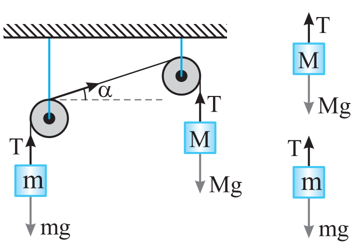
$$F_e+F_N=W\Rightarrow15+F_N=600\Rightarrow F_N=585N$$



۲۵۵- گزینهٔ ۲ B

نیروی کشش نخ برابر وزن است و در طول نخ همگن با جرم ناچیز مقدار ثابتی است.

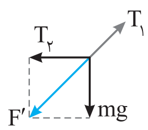
$$T=mg=100N$$



۲۵۶- گزینهٔ ۴ A

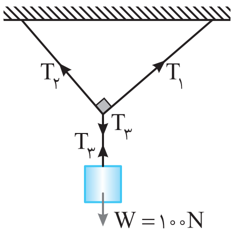
دقت کنید که کشش در دو طرف قرقره ثابت می‌باشد و به زاویه بستگی ندارد.

$$\left.\begin{array}{l}T=Mg\\ T=mg\end{array}\right\}\Rightarrow Mg=mg\Rightarrow M=m$$



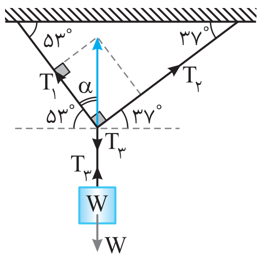
۲۵۷- گزینهٔ ۴ سه نیروی $T_۱$ و $T_۲$ و وزن متوازن‌اند بنابراین برایند $T_۲$ و W که عمود بر هم‌اند باید هم‌اندازه و خلاف جهت $T_۱$ باشد. از این رو به کمک قضیهٔ فیثاغورس می‌توان نوشت: (B)

$$F'=T_۱\Rightarrow\sqrt{T_۲^۲+(mg)^۲}=T_۱\Rightarrow T_۲^۲+(mg)^۲=T_۱^۲\Rightarrow T_۲^۲+۱۶۰۰=۲۵۰۰\Rightarrow T_۲^۲=۹۰۰\Rightarrow T_۲=۳۰N$$



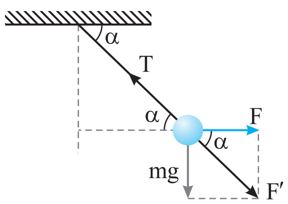
۲۵۸- گزینهٔ ۲ بـا توجـه به شـکل برای آنکه جسـم در حال تعادل باشـد باید $T_۳=W=۱۰۰N$ باشـد. با توجه به متوازن بودن سه نیروی کشش $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ باید برایند دو نیروی عمود بر هم $T_۱$ و $T_۲$ برابر $T_۳$ و در خلاف جهت آن باشد از این رو: (B)

$$\sqrt{T_۱^۲+T_۲^۲}=T_۳\xrightarrow{T_۱=\sqrt{۳}T_۲}\sqrt{۳T_۲^۲+T_۲^۲}=T_۳\Rightarrow ۲T_۲=T_۳\Rightarrow T_۲=۵۰N$$



۲۵۹- گزینهٔ ۱ با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس کشش $T_۳$ برابر W می‌باشد و باید برایند $T_۱$ و $T_۲$ هم‌اندازهٔ $T_۳$ و خلاف جهت آن باشـد. زاویه‌ای که $T_۱$ و $T_۲$ با راسـتای افقی می‌سـازند با توجه به خطوط موازی و مورب به ترتیب ۵۳° و ۳۷° است: (B)

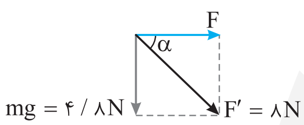
$$\tan\alpha=\frac{T_۲}{T_۱}\xrightarrow[\alpha=۳۷^\circ]{\text{با توجه به شکل}}\tan ۳۷^\circ=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۳}{۴}$$



۲۶۰- گزینهٔ ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:
با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس باید برایند F و W که با F' نمایش داده‌ایم هم‌اندازه با T و در خلاف جهت آن باشد. (B)

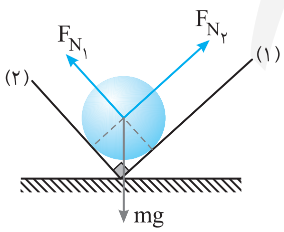
$$|F'|=۸N$$

همچنین با توجه به خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین F' و F نیز α می‌باشد.



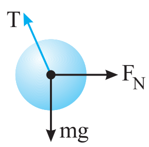
$$\sin\alpha=\frac{۴/۸}{۸}=۰/۶$$

بنابراین $\alpha=۳۷^\circ$ است.



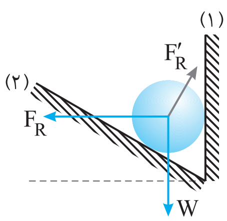
۲۶۱- گزینهٔ ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسـم را مطابق شـکل رسم می‌کنیم. $F_{N_۱}$ و $F_{N_۲}$ بر دیواره‌ها عمودند. با توجه به شکل زاویهٔ بین $F_{N_۱}$ و $F_{N_۲}$ مانند زاویهٔ بین دو دیوار ۹۰° است. با توجه به اینکه جسم در حال تعادل می‌باشد پس سه نیروی $F_{N_۱}$، $F_{N_۲}$ و mg متوازن هستند پس برایند دو نیروی عمود بر هم $F_{N_۱}$ و $F_{N_۲}$ باید هم‌اندازه و در خلاف جهت mg باشد: (B)

$$\begin{cases}\sqrt{F_{N_۱}^۲+F_{N_۲}^۲}=mg\\ F_{N_۲}=F \text{ و } F_{N_۱}=\frac{۴}{۳}F_{N_۲}=\frac{۴}{۳}F\end{cases}\Rightarrow\sqrt{F^۲+\frac{۱۶}{۹}F^۲}=۴۰\Rightarrow\frac{۵}{۳}F=۴۰\Rightarrow F=۲۴N$$



۲۶۲- گزینهٔ ۳ ابتدا نیروهایی که به جسـم وارد می‌شـوند را رسـم می‌کنیم، جسـم در حال تعادل است پس نیروهای متوازن می‌باشند و باید برایند نیروهای F_N و mg با T برابر و خلاف جهت آن می‌باشد. (A)

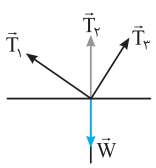
$$T=\sqrt{F_N^۲+(mg)^۲}\Rightarrow T=\sqrt{۹۰۰+۱۶۰۰}=۵۰N$$



۲۶۳- گزینهٔ ۱ نیروهـای وارد بر جسـم متوازن می‌باشـد بنابراین باید برایند دو نیروی عمـود بر هم F_R و W برابر F'_R و در خلاف جهت آن باشد. (B)

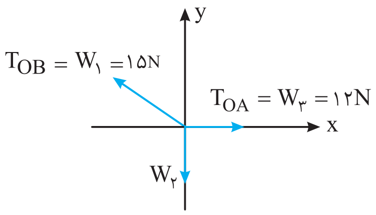
$$\sqrt{F_R^۲+W^۲}=F'_R$$

با توجه به معادلهٔ بالا تنها گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.



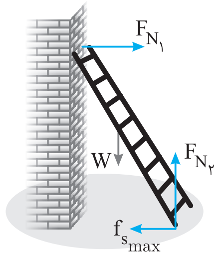
۲۶۴- گزینهٔ ۲ چون جسم در حال تعادل است، بنابراین: (B)

$$F_{net}=۰\Rightarrow\vec T_۱+\vec T_۲+\vec T_۳+\vec W=۰\Rightarrow|\vec T_۱+\vec T_۳|=|\vec T_۲+\vec W|\Rightarrow|\vec T_۱+\vec T_۳|=|۲۶۰-۹۰|=۱۷۰N$$



۲۶۵- گزینهٔ ۲ B دستگاه در تعادل است، بنابراین برایند سه نیروی T_{OA} ، T_{OB} و $W_۲$ باید صفر باشد، از طرفی کشش نخ OA برابر وزن $W_۳$ و کشش نخ OB برابر وزن $W_۱$ است. با توجه به شکل:

$$\begin{cases} T_{OB}^۲=W_۲^۲+T_{OA}^۲ \\ T_{OB}=W_۱=۱۵N \Rightarrow ۱۵^۲=W_۲^۲+۱۲^۲ \Rightarrow W_۲=۹N \\ T_{OA}=W_۳=۱۲ \end{cases}$$



۲۶۶- گزینهٔ ۲ B با توجه به شکل روبه‌رو برایند نیروها در امتداد قائم را برابر صفر قرار داده و نیروی $F_{N_۲}$ را حساب می‌کنیم.

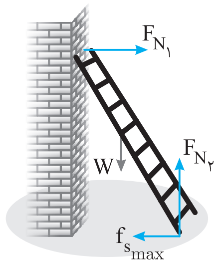
$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow F_{N_۲}=W \Rightarrow F_{N_۲}=۲۰۰N$$

اکنون نیروی اصطکاکی که توسط سطح زمین بر نردبان وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$f_{s_{max}}=\mu_s F_{N_۲}=۰/۵\times۲۰۰=۱۰۰N$$

در این صورت نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند برابر است با:

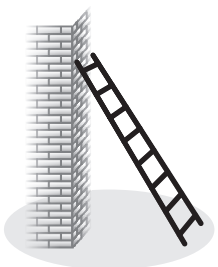
$$\vec{F}_{R,\text{سطح زمین}}=-۱۰۰\vec{i}+۲۰۰\vec{j}$$



۲۶۷- گزینهٔ ۲ B از طرف دیوار تنها نیروی عمودی سطح و از طرف زمین دو نیروی اصطکاک و عمودی سطح بر نردبان، وارد می‌شود.

$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow W=F_{N_۲} \Rightarrow F_{N_۲}=W$$

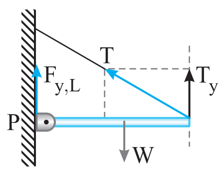
$$F_{net,x}=۰ \Rightarrow f_{s_{max}}=F_{N_۱} \Rightarrow F_{N_۱}=\mu_s F_{N_۲} \Rightarrow F_{N_۱}=\mu_s W$$



۲۶۸- گزینهٔ ۳ B نردبان در حال سکون است و بر آن سه نیرو وارد می‌شود. ۱- نیروی وزن، ۲- نیروی از طرف سطح زمین، ۳- نیروی از طرف دیوار.

برایند این سه نیرو صفر است از این‌رو همواره برایند دو نیرو از آن‌ها قرینهٔ نیروی سوم است یعنی:

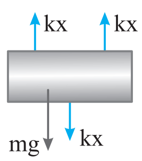
$$|\vec{F}_{net}|=۰ \Rightarrow |\vec{F}_{R,\text{دیوار قائم}}+\vec{F}_{R,\text{کف زمین}}|=|\vec{W}|$$



۲۶۹- گزینهٔ ۳ B نیروهای وارد بر میله در راستای قائم به صورت روبه‌رو است.

$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow F_{y,L}+T_y=W \Rightarrow F_{y,L}=W-T_y$$

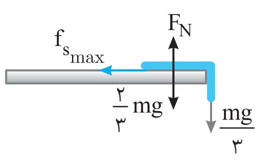
در واقع می‌توان این گونه استدلال کرد که نیروی وزن میله، توسط لولا و نخ تحمل می‌شود بنابراین نیرویی که لولا در نقطهٔ P بر میله وارد می‌کند قطعاً از W کمتر است.



۲۷۰- گزینهٔ ۴ A در فنر نیرو خلاف جهت تغییر طول فنر وارد می‌شود پس در فنرهای بالایی جهت نیرو به سمت بالا و در فنر پایین جهت نیرو به سمت پایین است.

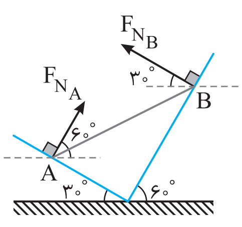
$$F_{net}=۰ \Rightarrow kx+kx=mg+kx$$

$$mg=۳۰۰۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰} \Rightarrow m=۳۰kg$$

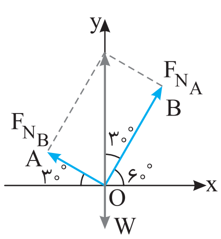


۲۷۱- گزینهٔ ۱ B کل طناب $۴/۵m$ است که $۱/۵m$ آن یعنی $\frac{۱}{۳}$ طناب آویزان و $\frac{۲}{۳}$ طناب روی سطح میز باقی مانده است بنابراین:

$$F_{net}=۰ \Rightarrow f_{s_{max}}=\frac{mg}{۳} \Rightarrow \mu_s F_N=\frac{mg}{۳} \Rightarrow \mu_s\times\frac{۲mg}{۳}=\frac{mg}{۳} \Rightarrow \mu_s=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$



شکل (۱)

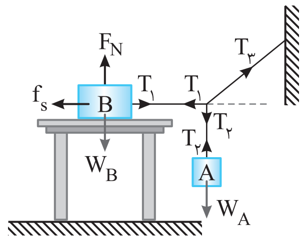


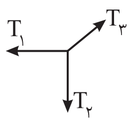
شکل (۲)

۲۷۲- گزینهٔ ۲ B نیرویی که سطح بدون اصطکاک بر جسم وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح است. با توجه به شکل نیروها را رسم می‌کنیم (شکل (۱)). سپس هر سه نیرو را از یک نقطه رسم می‌کنیم (شکل (۲)). برایند F_{N_A} و F_{N_B} باید برابر W باشد.

در مثلث OAB می‌توان نوشت:

$$\tan ۳۰^\circ=\frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{F_{N_B}}{F_{N_A}} \Rightarrow F_{N_A}=\sqrt{۳}F_{N_B}$$





۲۷۳- گزینهٔ ۲ Ⓑ جسم B باید ساکن بماند، بنابراین اصطکاک وارد بر آن f_s است و چون وزن جسم A بیشینه است، اصطکاک آستانه حرکت $f_{s_{max}}$ می‌باشد.

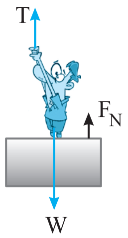
$$F_{net}=۰\Rightarrow T_۱=f_{s_{max}}\Rightarrow T_۱=\mu_s F_{N_B}\Rightarrow T_۱=۰/۵\times ۶۰۰=۳۰۰N$$

همچنین $T_۲$ برابر نیروی وزن A می‌باشد تا جسم A ساکن بماند.

$$T_۲=W_A\Rightarrow T_۲=۲۲۵N$$

بنابراین نیروهای $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ باید با هم متوازن باشند.

$$T_۳=\sqrt{T_۱^۲+T_۲^۲}=\sqrt{۳۰۰^۲+۲۲۵^۲}=۲۵\sqrt{۱۲^۲+۹^۲}\Rightarrow T_۳=۲۵\times ۱۵=۳۷۵N$$



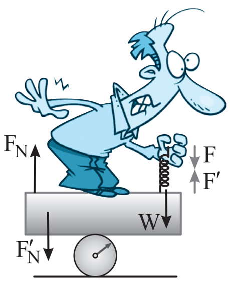
۲۷۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ وزنهٔ ۱۵ کیلوگرمی ساکن است، بنابراین نیروسنج عدد ۱۵۰N را نشان می‌دهد. ($T=mg\Rightarrow T=۱۵۰N$) شخص روی ترازوی فنری ایستاده است و مطابق شکل، سه نیرو بر او وارد می‌شود. کشش نخ رو به بالا، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و وزن رو به پایین و شخص ساکن است، در نتیجه:

$$F_{net}=۰\Rightarrow T+F_N=W\Rightarrow ۱۵۰+F_N=۶۰۰\Rightarrow F_N=۴۵۰N$$

بنابراین ترازوی فنری ۴۵۰N را نمایش می‌دهد.

۲۷۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ **راه‌حل عادی:** شخص روی باسکول ایستاده و ساکن است. بنابراین باسکول وزن شخص را نشان می‌دهد.

$$F_N=W\Rightarrow F_N=۶۰۰N$$



راه‌حل پیچیده:

نیروهای وارد بر جسم:

۱- نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین رو به پایین وارد می‌شود.

۲- نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف باسکول رو به بالا وارد می‌شود.

۳- نیروی واکنش فنر که بر دست شخص رو به پایین وارد می‌شود.

شخص ساکن است. از این رو:

$$F_{net}=۰\Rightarrow F_N=W+f \quad (۱)$$

نیروهای وارد بر باسکول:

۱- نیروی F'_N واکنش F_N توسط شخص رو به پایین بر کف باسکول وارد می‌شود.

۲- نیروی f' که برابر f بوده و توسط فنر رو به بالا بر کف باسکول وارد می‌شود.

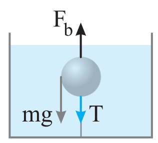
نیرویی که باسکول تحمل می‌کند و توسط باسکول نمایش داده می‌شود.

$$F=F_N-f \qquad (۲)$$

در این صورت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} F=(W+f)-f\Rightarrow F=W$$

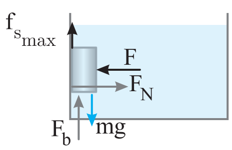
و باسکول F را که با W برابر است یعنی ۶۰۰N را نشان می‌دهد.



۲۷۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به سکون جسم باید نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد بنابراین:

$$F_b=mg+T$$

بیشینه نیروی شناوری زمانی است که کشش نخ بیشینه باشد: $F_{b_{max}}=mg+T_{max}\Rightarrow F_{b_{max}}=۲۰+۴=۲۴N$

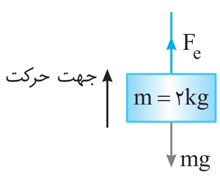


۲۷۷- گزینهٔ ۱ Ⓒ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با توجه به توازن نیروها داریم (دقت کنید حداقل نیرو یعنی F آن‌قدر کم باشد که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد).

در راستای افقی: $F=F_N$

در راستای قائم: $F_b+f_{s_{max}}=mg\Rightarrow ۱۰+\mu_s F_N=۳۰$

$$\mu_s F=۲۰\Rightarrow ۰/۵\times F=۲۰\Rightarrow F=۴۰N$$



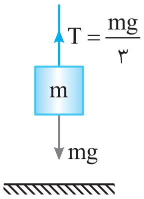
۲۷۸- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_e-mg=ma\Rightarrow F_e-۲۰=۴\Rightarrow F_e=۲۴N$$

$$k\Delta x=۲۴N\Rightarrow ۴۰۰\Delta x=۲۴\Rightarrow \Delta x=۰/۰۶m=۶cm$$

۲۷۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ اگر جسم با حرکت تندشونده رو به بالا در حرکت باشد و یا با حرکت کندشونده رو به پایین در حال حرکت باشد در این صورت $T>mg$ است. اگر جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد $T=mg$ است و اگر جسم با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند و یا با حرکت کندشونده رو به بالا در حرکت باشد در این صورت $T<mg$ می‌باشد. از این رو گزینهٔ (۱) درست است.

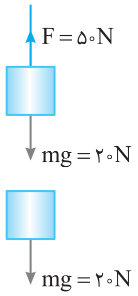
۲۸۰- گزینهٔ ۳ (A)



نیروی کشش نخ کمتر از نیروی وزن است پس جسم در حال حرکت تندشونده به سمت پایین و یا حرکت کندشونده رو به بالا است. در هر صورت $mg>T$ است از این رو:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-T=ma\xrightarrow{T=\frac{mg}{3}}\frac{2mg}{3}=ma\Rightarrow a=\frac{2g}{3}$$

۲۸۱- گزینهٔ ۳ (A)



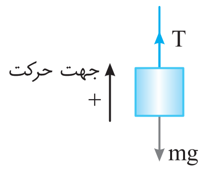
قبل از پاره شدن به جسم نیروی $50N$ به سمت بالا و $mg=20N$ به سمت پایین وارد می‌شود.

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-mg=ma\Rightarrow 30=2a\Rightarrow a=15m/s^2$$

بعد از پاره شدن طناب، تنها به جسم نیروی وزن وارد می‌شود.

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg=ma\Rightarrow a=g\Rightarrow a=10m/s^2$$

۲۸۲- گزینهٔ ۴ (A)



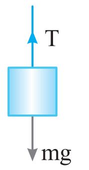
حرکت کندشونده است پس $a=-2m/s^2$ می‌باشد.

$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T-50=5\times(-2)\Rightarrow T=40N$$

روش دیگر: جسم دارای حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروی رو به پایین وزن از نیروی کشش T بیشتر است که سبب کندشدن حرکت می‌شود. بنابراین نیروی کشش نخ را از وزن کم می‌کنیم و شتاب قطعاً مثبت اختیار می‌شود.

$$mg>T\Rightarrow mg-T=ma\Rightarrow 50-T=5\times2\Rightarrow T=40N$$

۲۸۳- گزینهٔ ۴ (A)



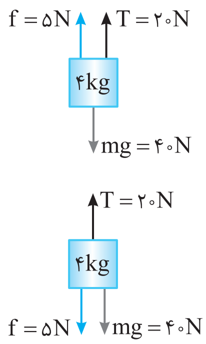
ابتدا شتاب حرکت $2m/s^2$ است بنابراین: $F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T=12m$

اگر نیروی کشش طناب دو برابر شود $T'=2T=24m$ خواهد شد و داریم:

$$F_{net}=ma'\Rightarrow T'-mg=ma'\Rightarrow 24m-10m=ma'\Rightarrow a'=14m/s^2$$

بنابراین شتاب از $a=2m/s^2$ به $a'=14m/s^2$ رسیده و افزایش یافته است: $(a'-a)=12m/s^2$

۲۸۴- گزینهٔ ۴ (B)



جهت حرکت جسم و نوع حرکت مشخص نشده است از این رو دو حالت را بررسی می‌کنیم.

اگر جسم در حال حرکت رو به پایین باشد مقاومت هوا رو به بالا بر جسم وارد می‌شود بنابراین:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-T-f=ma\Rightarrow 40-20-5=4a\Rightarrow 4a=15\Rightarrow a=3.75m/s^2$$

همچنین اگر جسم در حال حرکت کندشونده رو به بالا باشد مقاومت هوا رو به پایین به جسم وارد می‌شود بنابراین:

$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg-f=ma\Rightarrow 20-40-5=4a\Rightarrow a=-6.25m/s^2\Rightarrow |a|=6.25m/s^2$$

۲۸۵- گزینهٔ ۴ (B)

تا زمانی که نیروی T از نیروی وزن W بیشتر است تندی در حال افزایش است. با کاهش T نیروی برایند کاهش می‌یابد و تا زمانی که $T=mg=40N$ شود، سرعت در حال افزایش است و در لحظه $T=mg$ سرعت ثابت می‌ماند از این رو اگر نیروی T را از $80N$ به $40N$ کاهش دهیم تندی جسم کاهش نمی‌یابد: $\Delta T=80-40=40N$

۲۸۶- گزینهٔ ۱ (B)

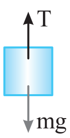
هنگام بالا بردن جسم توسط این ریسمان $T_{max}>mg$ خواهد بود و هنگام پایین آوردن $T_{max}<m'g$ خواهد بود از این‌رو:

$$\begin{cases} T_{max}-mg=ma\Rightarrow T_{max}-900=90a & \text{هنگام بالا رفتن}\\ m'g-T_{max}=m'a\Rightarrow 1100-T_{max}=110a & \text{هنگام پایین آمدن}\end{cases}\Rightarrow \frac{T_{max}-900}{1100-T_{max}}=\frac{9}{11}$$

$$11T_{max}-9900=9900-9T_{max}\Rightarrow 20T_{max}=2\times9900\Rightarrow T_{max}=990N$$

در حالتی که بار را یکنواخت بالا می‌برد: $T_{max}=m''g\Rightarrow 990=m''\times10\Rightarrow m''=99kg$

۲۸۷- گزینهٔ ۱ (A)



ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم: $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{10}{4}=2.5m/s^2$. اکنون به کمک قانون دوم نیوتون T را به دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T-20=5\Rightarrow T=25N$$

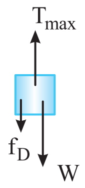
۲۸۸- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-mg=ma \Rightarrow \frac{mg}{۲}-mg=ma \Rightarrow a=-\frac{g}{۲}=-۵\,m/s^۲$$

تندی جسم را هنگام رسیدن به زمین از رابطهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y \Rightarrow v^۲=۲\times(۵)(۱۰) \Rightarrow v^۲=۱۰۰ \Rightarrow v=۱۰\,m/s$$

۲۸۹- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به شکل روبه‌رو، رابطهٔ اساسی دینامیک $(F_{net}=ma)$ را برای جسم می‌نویسیم:



$$W=mg \Rightarrow ۵=m\times۱۰ \Rightarrow m=۰/۵kg$$

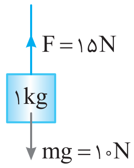
$$T_{max}-W-f_D=ma \Rightarrow ۱۰-۵-۱=۰/۵a \Rightarrow a=۸m/s^۲$$

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow \Delta y=\frac{۱}{۲}\times۸(۱)^۲ \Rightarrow \Delta y=۴m$$

۲۹۰- گزینهٔ ۲ (A) معادلهٔ سرعت – زمان حرکت با شتاب ثابت برابر $v=at+v_۰$ است، بنابراین شتاب این حرکت $۴m/s^۲$ می‌باشد.

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-mg=ma \Rightarrow T-۲۰=۸ \Rightarrow T=۲۸N$$

۲۹۱- گزینهٔ ۳ (C) ابتدا جابه‌جایی در $۳s$ اول با حضور $F=۱۵N$ را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net}=ma \Rightarrow F-mg=ma \Rightarrow ۱۵-۱۰=a \Rightarrow a=۵m/s^۲$$

$$\Delta y_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow \Delta y_۱=\frac{۱}{۲}\times۵\times۹=۲۲/۵m$$

حال تندی جسم در پایان این $۳s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۳\times۵ \Rightarrow v=۱۵m/s$$

بنا به قانون اول نیوتون پس از حذف نیروی F جسم به واسطهٔ سرعت و انرژی جنبشی که دارد به حرکت خود ادامه می‌دهد تا متوقف شود و تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود بنابر پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta K=\Delta U=\frac{۱}{۲}mv^۲=mg\Delta y \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۲۲۵=۱۰\Delta y_۲ \Rightarrow \Delta y_۲=۱۱/۲۵m$$

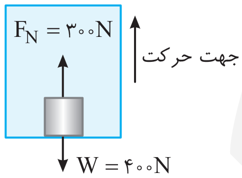
بنابراین ارتفاع بالا رفتن جسم برابر است با:

$$\Delta y_{\text{کل}}=\Delta y_۱+\Delta y_۲=۲۲/۵+۱۱/۲۵=۳۳/۷۵m$$

۲۹۲- گزینهٔ ۱ (A) دقت کنید که در صورت سؤال، برایند نیروهای وارد بر شخص خواسته شده است.

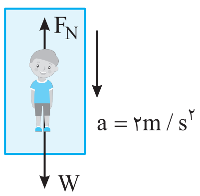
$$F_{net}=Ma \Rightarrow F_{net}=۵۰\times۲=۱۰۰N$$

۲۹۳- گزینهٔ ۳ (A) نیروی عمودی که بر جسم از طرف کف آسانسور وارد می‌شود $۳۰۰N$ است. بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم نیز بر کف آسانسور وارد می‌کند، $۳۰۰N$ است. اما چگونه این حالت ممکن است؟ کافی است آسانسور با حرکت کندشونده رو به بالا حرکت کند، در این صورت $F_N<W$ خواهد بود.



۲۹۴- گزینهٔ ۴ (B) بر شخص درون آسانسور دو نیروی وزن W و عمودی سطح F_N وارد می‌شود. نیروی F_N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود، پس بنابر قانون سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیرویی برابر F_N رو به پایین وارد می‌کند که به آن وزن ظاهری گویند. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $F_N=W$ است. اگر با حرکت تندشونده بالا برود، $F_N>W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $F_N<W$ است. بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می‌کند می‌تواند برابر، کمتر یا بیشتر از وزن ظاهری باشد.

۲۹۵- گزینهٔ ۴ (A) حرکت تندشونده رو به پایین است از این‌رو $F_N<W$ خواهد بود:

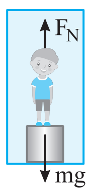


$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_N=ma$$

$$۸۰۰-F_N=۸۰\times۲ \Rightarrow F_N=۶۴۰N$$

شخص نیز نیرویی برابر $۶۴۰N$ به آسانسور وارد می‌کند.

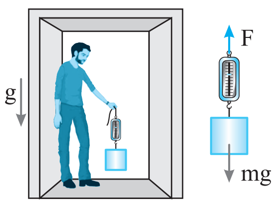
۲۹۶- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.



$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_N=ma \Rightarrow ۶۰۰-۴۸۰=۶۰a \Rightarrow a=۲m/s^۲$$

برایند نیروها رو به پایین است، پس شتاب حاصل از آن هم رو به پایین است.

۲۹۷- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به نیروهای وارد بر جسم



$$F_{net}=ma \xrightarrow{a=g} mg-F=m(g) \Rightarrow F=۰$$

بنابراین نیروسنج صفر را نشان می‌دهد. این وضعیت را حالت بی‌وزنی گویند. در حالت بی‌وزنی تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن بوده و شتاب جسم برابر شتاب گرانش g است. این وضعیت با حالتی که جسم دور از اجرام آسمانی بوده و گرانش وارد بر آن صفر است متفاوت است.

۲۹۸- گزینۀ ۳ B در حالت اول آسانسور با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است.

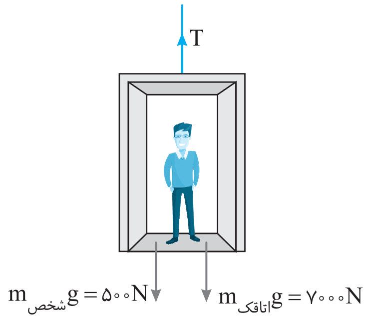
$T=m_{شخص}g+m_{اتاقک}g=۷۵۰۰N$

در حالت دوم می‌خواهیم آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ کندشونده رو به پایین حرکت کند بنابراین:

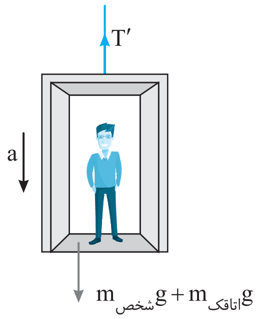
$F_{net}=ma \xrightarrow{T'>W} T'-m_{شخص}g+m_{اتاقک}g=m_{کل}a$

$T'-۷۵۰۰=۷۵۰\times۲ \Rightarrow T'=۹۰۰۰N$

بنابراین کشش کابل باید به اندازهٔ $T'-T=۹۰۰۰-۷۵۰۰=۱۵۰۰N$ افزایش یابد.



(حالت اول)



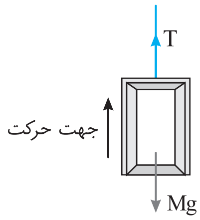
(حالت دوم)

۲۹۹- گزینۀ ۴ A در حالت اول آسانسور در حال بالا رفتن است بنابراین:

$F_{net}=Ma \Rightarrow T-Mg=Ma \Rightarrow T=M(a+g)$

در حالت دوم آسانسور در حال پایین آمدن است بنابراین: $F_{net}=ma \Rightarrow Mg-T'=Ma \Rightarrow T'=M(g-a)$

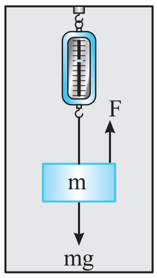
با توجه به سؤال $\frac{T}{T'}=۱/۵$ است: $\frac{T}{T'}=\frac{M(a+g)}{M(g-a)}=۱/۵ \Rightarrow \frac{a+g}{g-a}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲a+۲g=۳g-۳a \Rightarrow ۵a=g \Rightarrow a=\frac{g}{۵}$



۳۰۰- گزینۀ ۲ A بر جسمی که درون آسانسور به انتهای نیروسنج وصل است دو نیروی وزن و نیروی کشسانی F فنر وارد می‌شود.

هنگامی که آسانسور رو به بالا تندشونده حرکت می‌کند $F>W$ است و هنگامی که آسانسور رو به پایین کندشونده حرکت می‌کند همچنان نیروی F که رو به بالا است از نیروی وزن W که رو به پایین است بزرگ‌تر است $(F>W)$ و در هر دو حالت نیروی F یکسان و برابر است با: $F-mg=ma \Rightarrow F=m(g+a) \Rightarrow F_۱=F_۲$

بنابراین $F_۱-F_۲$ برابر صفر است.



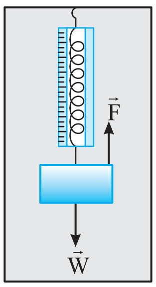
۳۰۱- گزینۀ ۲ A منظور از وزن ظاهری، عددی است که نیروسنج نشان می‌دهد که برابر نیروی کشسانی فنر نیروسنج است.

هنگامی که آسانسور تندشونده بالا می‌رود: $F>W \Rightarrow F-mg=ma \Rightarrow F=mg+ma \quad (۱)$

و هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت پایین می‌آید: $F_{net}=۰ \Rightarrow F'=mg \quad (۲)$

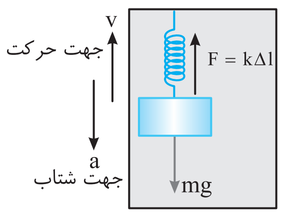
با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲):

$F-F'=۱ \Rightarrow mg+ma-mg=۱ \Rightarrow m(۰/۴)=۱ \Rightarrow m=۲/۵kg$



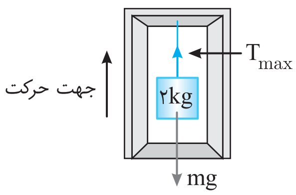
۳۰۲- گزینۀ ۲ A جسم رو به بالا دارای حرکت کندشونده است بنابراین نیروی کشسانی فنر وارد بر وزنه از نیروی وزن جسم کمتر است.

$F_e<W \Rightarrow mg-F_e=ma \Rightarrow ۲۰۰-F=۲۰\times۲/۵ \Rightarrow F=۱۵۰N$



۳۰۳- گزینۀ ۴ A بیشینهٔ شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که کشش طناب بیشینه باشد.

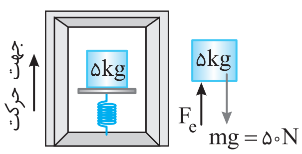
$T_{max}-mg=ma_{max} \Rightarrow ۲۵-۲۰=۲a_{max} \Rightarrow a_{max}=۲/۵m/s^۲$



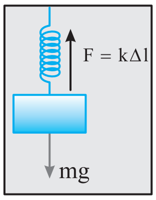
۳۰۴- گزینۀ ۴ B آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروهای رو به پایین یعنی وزن از نیروی رو به بالا یعنی F_e بیشتر است.

$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F_e=ma \Rightarrow ۵۰-F_e=۱۰ \Rightarrow F_e=۴۰N$

$F_e=k\Delta x \Rightarrow ۴۰=k\Delta x \Rightarrow ۴۰=۲۰۰\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۵}m=۲۰cm$



۳۰۵- گزینهٔ ۲ هنگام بالا رفتن آسانسور با شتاب تندشونده خواهیم داشت:



$$F_۱ > mg \Rightarrow F_۱ - mg = ma \Rightarrow F_۱ - mg = m\times ۲ \Rightarrow F_۱ = ۱۲m \qquad (۱)$$

هنگام پایین آمدن آسانسور با شتاب تندشونده می‌توان نوشت:

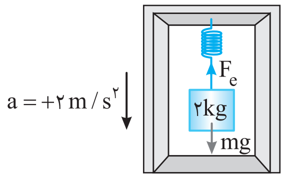
$$F_۲ < mg \Rightarrow mg - F_۲ = ma \Rightarrow mg - F_۲ = m\times ۲ \Rightarrow F_۲ = ۸m \qquad (۲)$$

اکنون نسبت به $\frac{F_۲}{F_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۸m}{۱۲m} = \frac{۲}{۳}$$

البته بدون حل با توجه به اینکه $F_۱ > mg$ و $F_۲ < mg$ است و تنها نسبت کوچکتر از ۱، در گزینهٔ (۲) است می‌توان گزینهٔ درست را به دست آورد.

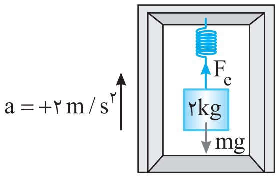
۳۰۶- گزینهٔ ۴ در هر دو حالت آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده پس حرکت جسم در هر دو حالت تندشونده و در حالت اول $W > F_e$ است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = ۱۶N \Rightarrow k\Delta x_۱ = ۱۶N$$

$$k(\frac{۱۴}{۱۰۰} - x_۰) = ۱۶ \qquad (۱)$$

در حالت دوم $W < F_e$ است از این‌رو:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = ۲۴N \Rightarrow k\Delta x_۲ = ۲۴N$$

$$k(\frac{۱۶}{۱۰۰} - x_۰) = ۲۴N \qquad (۲)$$

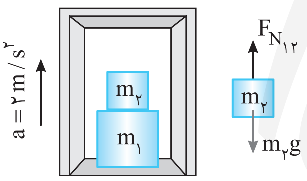
با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{\frac{۱۶}{۱۰۰} - x_۰}{\frac{۱۴}{۱۰۰} - x_۰} = \frac{۲۴}{۱۶} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۳۲}{۱۰۰} - ۲x_۰ = \frac{۴۲}{۱۰۰} - ۳x_۰ \Rightarrow x_۰ = \frac{۱۰}{۱۰۰}m = ۱۰cm$$

حال با جای‌گذاری $x_۰ = ۱۰cm$ در رابطهٔ (۱) داریم:

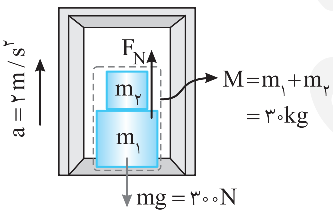
$$k(\frac{۱۴}{۱۰۰} - \frac{۱۰}{۱۰۰}) = ۱۶ \Rightarrow k\times\frac{۴}{۱۰۰} = ۱۶ \Rightarrow k = ۴۰۰N/m$$

۳۰۷- گزینهٔ ۳ $m_۱$ و $m_۲$ درون آسانسور قرار دارند، پس شتاب $m_۱$ و $m_۲$ نیز برابر $۲\,m/s^۲$ و رو به بالا می‌باشد.



$$F_{N_{۱۲}} - m_۲g = m_۲a \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = m_۲a + m_۲g \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = ۱۲۰N$$

حال دو جسم را یک جسم در نظر می‌گیریم تا نیرویی که از طرف سطح به مجموعه وارد می‌شود را حساب کنیم:



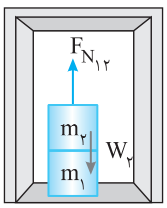
$$F_N - (m_۱ + m_۲)g = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow F_N - ۳۰۰ = ۶۰ \Rightarrow F_N = ۳۶۰N$$

بنابراین:

$$\frac{F_{N_{۱۲}}}{F_N} = \frac{۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۳}$$

۳۰۸- گزینهٔ ۱ ابتدا شتاب توقف را به کمک رابطهٔ مستقل از زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۳۶ = ۲a(۵) \Rightarrow a = -۳/۶m/s^۲$$



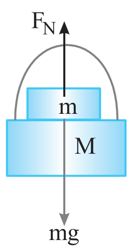
نیروهای وارد بر $m_۲$ را بررسی می کنیم و آسانسور در حال حرکت کندشونده است بنابراین $F_{N_{۱۲}} > m_۲g$ است از این رو:

$$F_{N_{۱۲}} - m_۲g = m_۲a \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = ۳۰ + (۳\times۳/۶) \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = ۳۰ + ۱۰/۸ = ۴۰/۸N$$

دقت کنید نیروی بزرگ‌تر را منهای نیروی کوچک‌تر کرده‌ایم از این رو شتاب را با علامت مثبت در رابطه قرار داده‌ایم.

بنا به قانون سوم نیوتون $m_۲$ بین بر $m_۱$ نیروی $۴۰/۸N$ وارد می‌کند.

۳۰۹- گزینهٔ ۳ نیروهای وارد بر جسم m را رسم می‌کنیم. دو نیرو بر جسم m وارد می‌شود. یکی نیروی وزن توسط کرهٔ زمین، دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط M بر جسم m رو به بالا وارد می‌شود.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

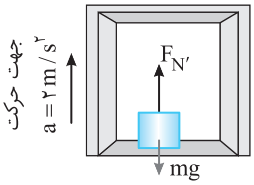
$$F_N = ۰/۰۵(۱۰ - ۲) \Rightarrow F_N = ۰/۴N$$

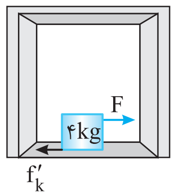
در واقع جرم m مانند جسمی است که در آسانسور قرار دارد.

۳۱۰- گزینهٔ ۱ C

در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است: $F_{\text{خالص}}=ma\Rightarrow F-f_k=0\Rightarrow f_k=10N$

$f_k=\mu_k F_N\Rightarrow 10=\mu_k mg\Rightarrow 10=\mu_k 40\Rightarrow \mu_k=0.25$





در حالت دوم آسانسور با شتاب $2m/s^2$ به سمت بالا حرکت می‌کند بنابراین در راستای قائم داریم:

$$F'_N-mg=ma\Rightarrow F'_N-40=4\times2\Rightarrow F'_N=48N$$

در این حالت نیروی اصطکاک برابر خواهد شد با:

$$f_k=\mu_k F'_N=12N$$

$$F-f_k=ma\Rightarrow 10-12=4a\Rightarrow a=-0.5m/s^2$$

که علامت منفی نشان دهندهٔ کندشونده بودن حرکت جسم است.

$$v^2-v_1^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-4=2(-0.5)\Delta x\Rightarrow \Delta x=4m$$

۳۱۱- گزینهٔ ۳ A

ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطهٔ سرعت- مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-(4)^2=2(a)(5)\Rightarrow a=-1.6m/s^2$$

آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است. پس نیروهای رو به پایین از نیروهای رو به بالا بزرگ‌ترند. در نتیجه:

$$F_N<W\Rightarrow mg-F_N=ma\Rightarrow 600-F_N=60\times1.6\Rightarrow F_N=600-96\Rightarrow F_N=504N$$

در قسمت به کار گیری قانون دوم نیوتون در حل مسأله جهت رو به پایین (جهت نیروی برایند) را مثبت فرض کرده‌ایم به همین علت شتاب را با علامت مثبت جای‌گذاری کرده‌ایم.

۳۱۲- گزینهٔ ۳ B

جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم. در قسمت حرکت، شتاب برابر است با $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{4}{8}=0.5m/s^2$

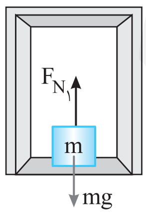
بنابراین: $F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T_1-7000=350\Rightarrow T_1=7350N$

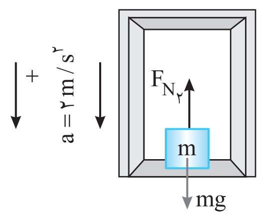
در قسمت دوم حرکت سرعت ثابت است پس $a=0$ است: $F_{net}=0\Rightarrow T_2=mg\Rightarrow T_2=7000N$

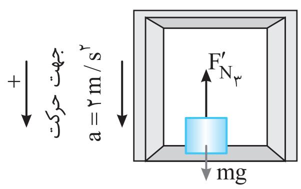
در قسمت سوم شتاب حرکت برابر $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-4}{4}=-1m/s^2$ است: $F_{net}=0\Rightarrow T_3-mg=ma\Rightarrow T_3-7000=-700\Rightarrow T_3=6300N$

بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه کشش کامل برابر است با: $T_1-T_3=7350-6300=1050N$

۳۱۳- گزینهٔ ۴ B







هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند نیروی عمودی سطح و نیروی وزن باهم برابرند پس در بازهٔ 2s تا 6s داریم: $F_{net}=ma_1\xrightarrow{a_1=0}F_{N_1}=mg=600N$

اما کمترین مقدار F_N وقتی است که جسم تندشونده رو به پایین به حرکت درمی‌آید.

در بازهٔ صفر تا 2s آسانسور با شتاب تندشونده رو به پایین در حال حرکت است و می‌دانیم در نمودار $v-t$ شیب نمودار برابر شتاب است

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{4-0}{2-0}=2m/s^2$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_{N_2}=ma_2\Rightarrow 600-F_{N_2}=120\Rightarrow F_{N_2}=480N$$

بیشترین مقدار F_N وقتی است که آسانسور در حال متوقف شدن است.

در بازهٔ 6s تا 10s شتاب حرکت برابر $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-4}{10-6}=-1m/s^2$ بنابراین:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_{N_3}=ma_3\Rightarrow 600-F_{N_3}=-60\Rightarrow F_{N_3}=660N$$

بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه نیرو از طرف سطح برابر است با:

$$F_{N_3}-F_{N_2}=660-480=180N$$

۳۱۴- گزینهٔ ۳ B

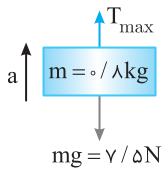
وزن ظاهری یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر فضانورد، بنابراین:

$$F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-75\times10=75\times80\Rightarrow F_N=6750\ N$$

۳۱۵- گزینهٔ ۴ B

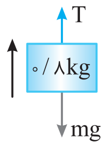
وقتی شخص شروع به بالا رفتن می‌کند، در لحظاتی، یک دست خود را رها کرده و با دست دیگر خود را بالا می‌کشد و سپس دست رها شدهٔ خود را به طناب می‌گیرد و دست دیگر خود را رها می‌کند و با تکرار این عمل بالا می‌رود. بنابراین دائماً حرکت شخص تندشونده و کندشونده می‌شود و کشش نخ در لحظاتی بزرگ‌تر از W و در لحظاتی کوچک‌تر از W می‌باشد و با قاطعیت نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۳۱۶- گزینهٔ ۲ (B) کشش طناب زمانی بیشترین مقدار است که جسم تندشونده به سمت بالا بیاید یا کندشونده به سمت پایین در حال حرکت باشد یعنی $T>mg$ باشد.



$$F_{net}=ma \Rightarrow T_{max}-mg=ma \quad , \quad ۱۰-۸=۰/۸a \Rightarrow a=\frac{۲}{۰/۸}=\frac{۲۰}{۸}=\frac{۵}{۲}=۲/۵m/s^۲$$

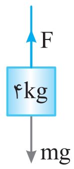
یعنی شتاب حرکت تندشونده رو به بالا یا حرکت کندشونده رو به پایین نباید از $۲/۵m/s^۲$ بیشتر باشد و گزینهٔ (۲) پاسخ است، یعنی جسم با شتاب $۳m/s^۲$ با حرکت تندشونده نمی‌تواند رو به بالا حرکت کند. حال برای اطمینان گزینهٔ (۴) را نیز بررسی می‌کنیم. حرکت کندشونده رو به بالا یعنی $T<mg$ از این رو:



$$mg-T=ma$$
$$۸-T=۰/۸\times۳ \Rightarrow T=۵/۶N<۱۰N$$

بنابراین جسم می‌تواند با شتاب $۳m/s^۲$ با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت نیروی کشش نخ $۵/۶N$ است که از بیشینهٔ نیروی کشش $T=۱۰N$ کمتر است و نخ پاره نمی‌شود.

۳۱۷- گزینهٔ ۳ (B) اندازهٔ شتاب $|a|=۲m/s^۲$ است، بنابراین:



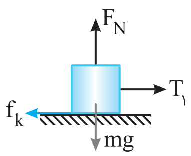
$$F_{net}=m|a|\begin{cases} \xrightarrow{F>mg} F_۱-mg=ma \Rightarrow F_۱-۴۰=۴\times۲ \Rightarrow F_۱=۴۸N \\ \xrightarrow{F<mg} mg-F_۲=ma \Rightarrow F_۲-۴۰=۴\times(-۲) \Rightarrow F_۲=۳۲N \end{cases}$$

$$|F_۱-F_۲|=۴۸-۳۲=۱۶N$$

۳۱۸- گزینهٔ ۱ (C) برای آنکه اندازهٔ شتاب تغییر نکند باید ابتدا در حال حرکت تندشونده رو به پایین (یا کند شونده رو به بالا) و سپس در حال حرکت تندشونده رو به بالا (یا کند شونده رو به پایین) باشد یعنی ابتدا $F_e<mg$ و سپس $F_e>mg$ باشد از این رو:

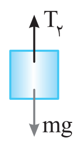
$$\begin{cases} mg-F_e=ma \\ F_e'-mg=ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e=m(g-a) \\ F_e'=m(g+a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(۰/۴)=m(g-a) \\ k(۰/۶)=m(g+a) \end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{۳}=\frac{g-a}{g+a} \Rightarrow ۲g+۲a=۳g-۳a \Rightarrow ۵a=g \Rightarrow a=\frac{g}{۵}$$

۳۱۹- گزینهٔ ۳ (C) نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و بنابر قانون دوم نیوتون برایند نیروها را برابر ma قرار می‌دهیم، در حالت اول:



$$F_{net}=ma \Rightarrow T_۱-f_k=ma \xrightarrow[f_k=۵F_N]{f_k=\mu_k F_N} T_۱-۵=۲/۵a \Rightarrow T_۱=۲/۵a+۵$$

در حالت دوم نیروی $T_۲$ به سمت بالا و mg به سمت پایین است از این رو:



$$F_{net}=ma \Rightarrow T_۲-mg=ma \Rightarrow T_۲=۲/۵a+۲۵ \quad , \quad \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۲/۵a+۲۵}{۲/۵a+۵} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=۱+\frac{۲۰}{۲/۵a+۵}$$

با توجه به فرض مسأله $a<۶m/s^۲$ داریم:

$$a<۶ \Rightarrow ۲/۵a<۱۵ \Rightarrow ۲/۵a+۵<۲۰ \Rightarrow \frac{۲۰}{۲/۵a+۵}>۱ \qquad (۱)$$

$$\frac{T_۲}{T_۱}=۱+\frac{۲۰}{۲/۵a+۵} \xrightarrow{(۱)} \frac{T_۲}{T_۱}>۱+۱ \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}>۲$$

۳۲۰- گزینهٔ ۴ (B) مفهوم عبارت (مسافران از کف آسانسور جدا نشوند) این است که نیروی عمودی سطح F_N (نیرویی که سطح بر مسافران وارد می‌کند) در آن بازهٔ زمانی صفر است. در این صورت تنها نیروی وزن بر آن‌ها وارد شده و شتاب $a=g$ است.

$$F_N=۰ \Rightarrow mg=ma \Rightarrow a=g \quad , \quad v=at+v_۰ \Rightarrow ۰=-۱۰t+۸ \Rightarrow t=۰/۸s$$

۳۲۱- گزینهٔ ۲ (C) در $۱۰m$ اول نیروی کشش کابل $T_۱=۷/۸kN=۷۸۰۰N$ است بنابراین:

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-W_{کل}=m_{کل}a \Rightarrow ۷۸۰۰-۶۵۰۰=۶۵۰a \Rightarrow a=۲m/s^۲$$

بنابراین در این بازه نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F_{N_۱}-m_{شخص}g=m_{شخص}a_۱ \Rightarrow F_{N_۱}-۵۰۰=۱۰۰ \Rightarrow F_{N_۱}=۶۰۰N$$

از $۲۰m$ تا $۲۵m$ نیروی کشش طناب $T_۳=۳/۹kN=۳۹۰۰N$ است. $T_۳<W$ بوده از این‌رو:

$$F_{net}=ma_۳ \Rightarrow W_{کل}-T_۳=m_{کل}a' \Rightarrow ۶۵۰۰-۳۹۰۰=۶۵۰a_۳ \Rightarrow a_۳=-۴m/s^۲$$

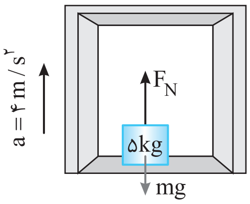
نیرویی که سطح بر شخص وارد می‌کند خواهد شد:

$$شخص: F_{net}=ma \Rightarrow m_{شخص}g-F_{N_۳}=m_{شخص}a_۳ \Rightarrow ۵۰۰-F_{N_۳}=۵۰\times۴ \Rightarrow F_{N_۳}=۳۰۰N$$

بنابراین:

$$\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۳}}=\frac{۶۰۰}{۳۰۰}=۲$$

۳۲۲- گزینهٔ ۴ Ⓒ
ابتدا نیروی عمودی سطح وارد شده به جسم را به‌دست می‌آوریم:



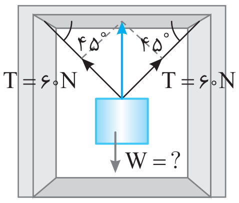
$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-50=20\Rightarrow F_N=70N$$

بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با: $f_k=\mu_k F_N=0/2\times 70=14N$

هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می‌شود تنها به آن نیروی اصطکاک وارد می‌شود. $-f_k=ma\Rightarrow a=-2/8m/s^2$

حال با توجه به رابطه $v=at+v_0$ زمان توقف را به‌دست می‌آوریم: $0=-2/8t+7\Rightarrow t=\frac{7}{2/8}=\frac{70}{28}=\frac{10}{4}=2/5s$

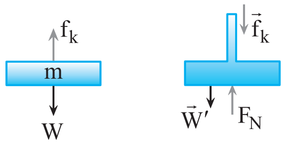
۳۲۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ
نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. برایند دو نیروی کشش $60N$ که با هم زاویهٔ 90° می‌سازند، خواهد شد:



$$T_{\text{کل}}=\sqrt{T^2+T^2}=\sqrt{2}T\Rightarrow T_{\text{کل}}=60\sqrt{2}=60\times 1/4\Rightarrow T_{\text{کل}}=84N$$

قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. $F_{net}=ma\Rightarrow T_{\text{کل}}-W=ma\Rightarrow 84-m\times 10=m\times 2\Rightarrow m=\frac{84}{12}=7kg$

۳۲۴- گزینهٔ ۲ Ⓒ
دو نیرو بر مهره وارد می‌شود اولی نیروی وزن و دومی نیروی اصطکاک است. بنا به قانون دوم خواهیم داشت:



$$F_{net}=ma\Rightarrow W-f_k=ma\Rightarrow 0/5\times 10-f_k=0/5\times 2\Rightarrow f_k=4N$$

میله بر مهره نیروی اصطکاک f_k را رو به بالا وارد می‌کند و بنابر قانون سوم نیوتون، مهره نیز بر میله نیروی f_k را رو به پایین وارد می‌کند. چون میله و پایه ساکن هستند، برایند نیروی وارد بر آن‌ها صفر است.

$$F_{net}=0\Rightarrow W'+f_k-F_N=0\Rightarrow F_N=W'+f_k=1/5\times 10+4=19N$$

F_N عددی است که ترازو نشان می‌دهد.

۳۲۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ
با توجه به رابطه $\Delta\vec{P}=m\Delta\vec{v}$ داریم:

$$\Delta\vec{P}=m\Delta\vec{v}\Rightarrow\Delta\vec{P}=m(\vec{v}_2-\vec{v}_1)\Rightarrow\Delta\vec{P}=2(-8\vec{i}-4\vec{i})\Rightarrow\Delta\vec{P}=-24\vec{i}$$

۳۲۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ
تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن است.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{P}=m\vec{v}\\ \vec{P}=6t\vec{i}+4t^2\vec{j}\end{array}\right\}\xrightarrow[m=0/4kg]{t=2s}12\vec{i}+16\vec{j}=0/4\vec{v}\Rightarrow\vec{v}=30\vec{i}+40\vec{j}\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{30^2+40^2}=50m/s$$

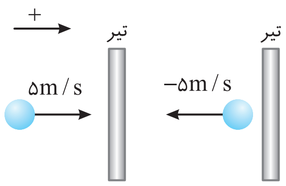
۳۲۷- گزینهٔ ۴ Ⓐ
با توجه به اینکه تندی جسم بیان شده پس جهت آن مشخص نیست

$$\left\{\begin{array}{l}v_1=\pm 3m/s\\ v_2=\pm 4m/s\end{array}\right.\Rightarrow|\Delta v|=1m/s\ \text{یا}\ 7m/s\Rightarrow|\Delta P|=m|\Delta v|\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}|\Delta P|=2\times 1=2kgm/s\\ |\Delta P|=2\times 7=14kgm/s\end{array}\right.$$

۳۲۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ
تکانه برابر جرم در سرعت جسم می‌باشد. تندی جسم در جهت سرعت $4m/s$ افزایش یافته بنابراین تکانه نیز $12\,kg.m/s$ افزایش می‌یابد.

$$P=mv\Rightarrow P+12=m(v+4)\Rightarrow P+12=mv+4m\Rightarrow 12=4m\Rightarrow m=3kg$$

۳۲۹- گزینهٔ ۲ Ⓐ
انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و با مجذور تندی متناسب است از این رو تغییر نمی‌کند.



$$\Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=\frac{1}{2}\times 0/5(25-25)=0$$

تکانه کمیتی برداری است بنابراین: $|\Delta P|=|m\Delta v|=|0/5(-5-5)|=5kgm/s$

۳۳۰- گزینهٔ ۴ Ⓐ
ابتدا تندی جسم پس از $5s$ را به دست می‌آوریم، سپس به کمک تکانه جرم را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_0\xrightarrow{v_0=0}v=2/5m/s\quad,\quad P=Mv\Rightarrow 10=M\times 2/5\Rightarrow M=4kg$$

۳۳۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ
تکانه در جهت سرعت می‌باشد و می‌دانیم سرعت بر مسیر حرکت مماس است، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۳۳۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ
تغییر تکانه همواره در جهت تغییر سرعت می‌باشد و می‌دانیم جهت تغییر سرعت و شتاب یکسان است و چون شتاب g رو به پایین می‌باشد بنابراین تغییر سرعت نیز رو به پایین است. در نتیجه تغییر تکانه نیز رو به پایین می‌باشد.

۳۳۳- گزینهٔ ۲ Ⓐ
سرعت جسم در $t_1=0$ و $t_2=0/5s$ را به‌دست می‌آوریم:

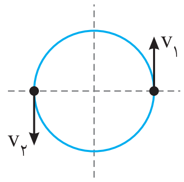
$$t_1=0\Rightarrow v_1=2\sin 5\pi(0)\Rightarrow v_1=0$$

$$t_2=0/5s\Rightarrow v_2=2\sin 5\pi(\frac{1}{2})\Rightarrow v_2=2\sin\frac{5\pi}{2}\Rightarrow v_2=2m/s$$

بنابراین:

$$\Delta P=m\Delta v\Rightarrow\Delta P=2\times 2=4kgm/s$$

۳۳۴- گزینهٔ ۲ هنگامی که جسم نصف محیط دایره را طی می‌کند سرعتش قرینهٔ سرعت اولیه‌اش خواهد شد:

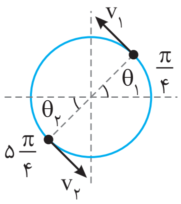


$$|\Delta v|=|v_۲-v_۱|=|-v-v|=۲v \xrightarrow{\Delta P=m\Delta v} \Delta P=۲mv$$

۳۳۵- گزینهٔ ۳ جسم در هر ۲s یک دور کامل یعنی ۲π روی دایره می‌چرخد.

$$\begin{array}{c|c} t=۲s & ۲\pi \\ \hline t_۱=\frac{۱}{۴}s & \theta_۱=? \end{array} \Rightarrow \theta_۱=\frac{\pi}{۴} \qquad \begin{array}{c|c} t=۲s & ۲\pi \\ \hline t_۲=\frac{۵}{۴}s & \frac{۵\pi}{۴} \end{array} \Rightarrow \theta_۲=\frac{۵\pi}{۴}$$

بنابراین مطابق شکل متحرک از $\theta_۱$ به $\theta_۲$ رسیده و سرعت متحرک در این دو مکان قرینهٔ هم می‌باشد.



$$|\Delta v|=|\vec{v}_۲-\vec{v}_۱|=|-۴-۴|=۸m/s$$
$$|\Delta P|=m|\Delta v| \Rightarrow |\Delta P|=۱۶kgm/s$$

۳۳۶- گزینهٔ ۱ با توجه به رابطهٔ $F=\frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\begin{cases} F_A=\frac{\Delta P_A}{\Delta t_A} \Rightarrow F_A=\frac{۱۲}{۰/۰۵}=۲۴۰N \\ F_B=\frac{\Delta P_B}{\Delta t_B} \Rightarrow F_B=\frac{۶۰}{۰/۲}=۳۰۰N \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B}=\frac{۲۴۰}{۳۰۰} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B}=\frac{۴}{۵}$$

۳۳۷- گزینهٔ ۲ ابتدا با توجه به $F=\frac{\Delta P}{\Delta t}$، نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$F=\frac{۵۰۰-۳۰۰}{۱۰}=۲۰N \ , \qquad F=ma \Rightarrow ۲۰=۵a \Rightarrow a=۴m/s^۲$$

۳۳۸- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ $F=\frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\begin{cases} \Delta P_۱=Ft \xrightarrow[P_{۰۱}=۰]{\Delta P_۱=P_۱-P_{۰۱}} P_۱=Ft \\ \Delta P_۲=\frac{F}{۳}(۲t) \xrightarrow[P_{۰۲}=۰]{\Delta P_۲=P_۲-P_{۰۲}} P_۲=\frac{۲}{۳}Ft \end{cases} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۲}{۳}$$

۳۳۹- گزینهٔ ۲ تکانهٔ جسم ۴۰ درصد افزایش یافته پس $P_۲=۱/۴P_۱$ است.

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰=\frac{P_۲-P_۱}{۴} \Rightarrow ۱/۴P_۱-P_۱=(۱۰\times۴) \Rightarrow ۰/۴P_۱=۴۰ \Rightarrow P_۱=۱۰۰kg.m/s$$

بنابراین سرعت جسم برابر است با:

$$P_۱=mv_۱=۱۰۰kg.m/s \Rightarrow ۲\times v_۱=۱۰۰kg.m/s \Rightarrow v_۱=۵۰m/s$$

۳۴۰- گزینهٔ ۳ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_۱=۰$ است و با توجه به سؤال $P_۲=۴۰kg.m/s$ می‌باشد بنابراین: $F_{net}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{net}=\frac{۴۰}{\Delta t}$

حال Δt را به‌دست می‌آوریم.

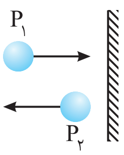
$$mv_۲=۴۰ \xrightarrow{m=۵kg} v_۲=۸m/s \ , \Delta x=\frac{v_۲+v_۱}{۲}\Delta t \Rightarrow ۱۰=۴\Delta t \Rightarrow \Delta t=۲/۵s$$

$$F_{net}=\frac{۴۰}{\Delta t} \Rightarrow F_{net}=\frac{۴۰}{۲/۵}=۱۶N$$

۳۴۱- گزینهٔ ۴ با توجه به صورت سؤال ابتدا میخ با سرعت ۱۵m/s در دیوار فرو می‌رود تا متوقف شود.

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{m(\Delta v)}{\Delta t}=\frac{۰/۸\times۱۵}{۳\times۱۰^{-۳}}=۴۰۰۰N$$

۳۴۲- گزینهٔ ۳ در واقع اندازهٔ نیروی متوسطی که بر جسم وارد می‌شود با توجه به شکل خواهد شد:



$$|F_{av}|=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{|P_۱|+|P_۲|}{\Delta t} \Rightarrow F_{net}>\frac{|P_۱|}{\Delta t}, F_{net}>\frac{|P_۲|}{\Delta t}$$

۳۴۳- گزینهٔ ۲ نیروی متوسطی که به جسم در مدت ۰/۲s وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{۵۰(۱۰-۰)}{۰/۲} \Rightarrow F_{av}=۲۵۰۰N$$

۳۴۴- گزینهٔ ۲ سرعت شخص نیز از ۵۴km/h=۱۵m/s به صفر رسیده است پس نیروی وارد بر شخص برابر است با:

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{۶۰(۱۵-۰)}{۰/۳} \Rightarrow F_{av}=\frac{۶۰\times۱۵}{۰/۳}=۳۰۰۰N$$

۳۴۵- گزینهٔ ۴ (A) شتاب حرکت هر یک را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\quad,\quad \text{کامیون}: |a_{av}|=|\frac{4-5}{0/2}|\Rightarrow|\bar{a}|=+5m/s^2\quad,\quad \text{اتومبیل}: |a'_{av}|=|\frac{4+8}{0/2}|\Rightarrow|a'_{av}|=\frac{12}{0/2}=60m/s^2$$

نیروی وارد بر رانندهٔ کامیون برابر است با: $F_{av}=ma_{av}\Rightarrow F_{av}=100\times5=500N$

نیروی وارد بر رانندهٔ اتومبیل برابر است با: $F'_{av}=ma'_{av}\Rightarrow F'_{av}=100\times60=6000N$

نسبت دو نیرو خواهد شد: $\frac{F'}{F}=\frac{6000}{500}=12$

۳۴۶- گزینهٔ ۳ (A) تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F=ma\Rightarrow F=m(\frac{v-v_0}{t})\Rightarrow F=\frac{mv-mv_0}{t}\quad,\quad F=\frac{P-mv_0}{t}\Rightarrow3=\frac{P-(2\times5)}{4}\Rightarrow P=22kg.m/s$$

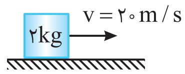
۳۴۷- گزینهٔ ۲ (A) هنگام تغییر جهت $v_2=0$ می‌شود، همچنین چون نیرو خلاف جهت وارد می‌شود پس $\vec{F}=-5N$ می‌باشد

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow-5=\frac{m(v_2-v_1)}{\Delta t}\Rightarrow-5=\frac{2(0-10)}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=4s$$

۳۴۸- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون دوم نیوتون:

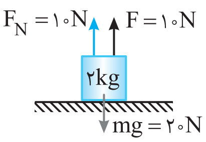
$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow|F|=|\frac{P_2-P_1}{\Delta t}|\xrightarrow{P_2=-\frac{1}{3}P_1}F=|\frac{-\frac{1}{3}P_1-P_1}{\Delta t}|\Rightarrow|F|=|\frac{-\frac{4P_1}{3}}{2}|=|\frac{-2P_1}{3}|\xrightarrow{P_1=24kg.m/s}F=\frac{24\times2}{3}=16kg.m/s$$

۳۴۹- گزینهٔ ۱ (A) تکانه در راستای افقی برابر است با:



$$P_x=mv_x=40kg.m/s$$

اگر نیروی F به جسم در راستای قائم وارد شود $F_{T,y}=0$ می‌باشد پس تغییر تکانه‌ای در این راستا نداریم:



$$P=P_x=40kg.m/s$$

۳۵۰- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطه $\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\Delta\vec{P}=\vec{F}\Delta t\Rightarrow\Delta\vec{P}=(16\vec{i}+12\vec{j})0/5\Rightarrow\Delta\vec{P}=8\vec{i}+6\vec{j}$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1=0$ است.

$$\vec{P}_2-\vec{P}_1=8\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow\vec{P}_2=8\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow|\vec{P}_2|=\sqrt{8^2+6^2}=10kg.m/s$$

۳۵۱- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطه $\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\vec{P}_2-\vec{P}_1}{\Delta t}\xrightarrow[P_1=0\ \text{شروع به حرکت کرده}]{\text{جسم از حال سکون}}\vec{F}_{net}=\frac{\vec{P}_2}{\Delta t}=\frac{6\vec{i}-12\vec{j}}{3}\Rightarrow\vec{F}_{net}=2\vec{i}-4\vec{j}$$

نیروی برایند برابر است با:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}_{net}\Rightarrow(7+a)\vec{i}+(10+b)\vec{j}=2\vec{i}-4\vec{j}\Rightarrow\begin{cases}7+a=2\Rightarrow a=-5\\10+b=-4\Rightarrow b=-14\end{cases}\Rightarrow a+b=-5-14=-19$$

۳۵۲- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به رابطه نیروی خالص و تغییر تکانه داریم:

$$|\vec{F}_{net}|=\frac{|\Delta\vec{P}|}{\Delta t}\Rightarrow|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=\frac{|\Delta\vec{P}|}{\Delta t}\Rightarrow|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=\frac{30}{3}\Rightarrow|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=10N$$

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2=(-1/5+7/5)\vec{i}+(2/5+a)\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_1+\vec{F}_2=6\vec{i}+(2/5+a)\vec{j}$$

$$|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=\sqrt{6^2+(2/5+a)^2}=10\Rightarrow36+(2/5+a)^2=100\Rightarrow(2/5+a)^2=64\Rightarrow\begin{cases}2/5+a=8\Rightarrow a=5/5N\\2/5+a=-8\Rightarrow a=-10/5N\end{cases}$$

که تنها $a=5/5$ در گزینه‌ها وجود دارد.

۳۵۳- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به رابطه $\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}\times(\Delta t)=\Delta\vec{P}\Rightarrow\vec{F}\Delta t=m(\vec{v}_2-\vec{v}_1)\Rightarrow\vec{F}\Delta t=\vec{P}_2-m\vec{v}_1$$

$$(-5\vec{i}+2\vec{j})\times(3-1)=\vec{P}_2-2(5\vec{i}+3\vec{j})\Rightarrow-10\vec{i}+4\vec{j}=\vec{P}_2-10\vec{i}-6\vec{j}\Rightarrow\vec{P}_2=10\vec{j}\Rightarrow|P|=10kg.m/s$$

۳۵۴- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$ و تعریف تکانه $P=mv$ می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m}\Rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$$

۳۵۵- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به رابطهٔ $K=\frac{P^2}{2m}$ داریم:

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_1}{m_2}\times\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow 9=\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow P_2^2=9P_1^2\Rightarrow P_2=3P_1$$

حال تکانهٔ اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_1=mv_1=4\times10=40\,kg.m/s$$

$$P_2=3P_1\xrightarrow{P_1=40\,kg.m/s}P_2=120\,kg.m/s\Rightarrow \Delta P=P_2-P_1=120-40\Rightarrow \Delta P=80\,kg.m/s$$

۳۵۶- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به رابطهٔ بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K=\frac{P^2}{2m}\Rightarrow K_{\text{دونده}}=K_{\text{گلوله}}\Rightarrow\frac{P^2_{\text{دونده}}}{2\times40}=\frac{P^2_{\text{گلوله}}}{2\times0/1}\Rightarrow P^2_{\text{دونده}}=400P^2_{\text{گلوله}}\Rightarrow P_{\text{دونده}}=20P_{\text{گلوله}}$$

۳۵۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ تکانهٔ جسم برابر $P=mv$ و انرژی جنبشی آن $K=\frac{1}{2}mv^2$ است. بنابراین بین تکانه و انرژی جنبشی رابطهٔ روبه‌رو برقرار است. $K=\frac{P^2}{2m}$

اکنون به حل تست می‌پردازیم:

$$P\,(\text{اتومبیل})=P\,(\text{کامیون})\,,\ m\,(\text{کامیون})=5m\,(\text{اتومبیل})\,,\ K=\frac{P^2}{2m}\Rightarrow\ K(\text{کامیون})=\frac{1}{5}K(\text{اتومبیل})$$

۳۵۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به رابطهٔ بین تکانه و انرژی جنبشی $K=\frac{P^2}{2m}$ داریم:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2\Rightarrow\frac{18}{K_B}=\frac{3m_A}{m_A}\Rightarrow K_B=6J$$

۳۵۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به تعریف تکانه و انرژی جنبشی:

$$\left.\begin{array}{l}P=mv\\ K=\frac{1}{2}mv^2\end{array}\right\}\Rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$$

انرژی جنبشی ٪۷۵ کاهش یافته است. بنابراین:

$$K_2=\frac{25}{100}K_1\Rightarrow K_2=\frac{1}{4}K_1\quad,\quad\frac{K_2}{K_1}=\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow P_2=\frac{1}{2}P_1$$

$$\Delta P=P_2-P_1=50\%P_1$$

۳۶۰- گزینهٔ ۴ Ⓐ تکانه کمیت برداری است $(\vec{P}=m\vec{v})$. بنابراین جهت بردار تکانه می‌تواند تغییر کند در حالی که اندازهٔ تکانه ثابت باشد مثلاً در حرکت یک خودرو با سرعت $5m/s$ به دور یک میدان، بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانه در حال تغییر است، اما اندازهٔ سرعت و هم‌چنین انرژی جنبشی این خودرو $(K=\frac{1}{2}mv^2)$ ثابت است، بنابراین با تغییر تکانه قطعاً بردار سرعت تغییر کرده اما انرژی جنبشی ممکن است ثابت یا متغیر باشد.

۳۶۱- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به تعریف تکانه $P=mv$ و انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$ بین تکانه و انرژی جنبشی جسم رابطهٔ زیر برقرار است.

$$K=\frac{P^2}{2m}\Rightarrow\frac{K'}{K}=\frac{P'^2}{P^2}\Rightarrow 4=\frac{P'^2}{P^2}\Rightarrow P'=2P\Rightarrow mv'=2mv\Rightarrow v'=2v$$

از طرفی بنا به فرض مسأله $v'=v+8$ است. پس:

$$v'=2v\ ,\ v'=v+8\Rightarrow 2v=v+8\Rightarrow v=8m/s\xrightarrow{P=mv}P=2\times8=16\,kg.m/s$$

۳۶۲- گزینهٔ ۴ Ⓐ ابتدا اندازهٔ تکانه در $t=2s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{P}=3(2)^2\,\vec{i}+8(2)\,\vec{j}=12\vec{i}+16\vec{j}\Rightarrow|P|=\sqrt{12^2+16^2}=20\,kg\,\frac{m}{s}\Rightarrow K=\frac{p^2}{2m}=\frac{400}{2\times5}=40J$$

۳۶۳- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}$ داریم:

$$\Delta P=F_{av}\Delta t\xrightarrow{F_{av}=mg}\Delta P=mg\Delta t\xrightarrow[\Delta t=1\,s]{\text{در هر ثانیه}}\Delta P=mg$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

$$\Delta P=P_2-P_1=mg\Rightarrow P_2=mg+P_1$$

پس در هر ثانیه به اندازهٔ mg به تکانه اضافه می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ تست است.

۳۶۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ در سقوط جسم نیروی وارد بر جسم ثابت و برابر mg می‌باشد.

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow\Delta P=F\Delta t\xrightarrow{F=mg}\Delta P=mg\Delta t\xrightarrow[m=0/2kg]{\Delta t=1}\Delta P=2\,kg.m/s$$

۳۶۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ تغییر تکانه (ΔP) برابر است با:

$$\Delta P=P_2-P_1\Rightarrow\Delta P=mv_2-mv_1=m(v_2-v_1)$$

$$\Delta P=50\times10^{-3}(23-14)\Rightarrow\Delta P=50\times10^{-3}\times9\Rightarrow\Delta P=\frac{450}{1000}=\frac{45}{100}\Rightarrow\Delta P=\frac{9}{20}\,kg.m/s$$

۳۶۶- گزینهٔ ۲ Ⓐ تغییر تکانه برابر است با: $\Delta P=F\Delta t$، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است، از این رو: $\Delta P=mgt$

۳۶۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ

با توجه به رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}$ و اینکه در طول مسیر فقط نیروی وزن به جسم وارد شده داریم:

$$\Delta P=F_{av}\Delta t\Rightarrow \Delta P=mg\,\Delta t\Rightarrow m\Delta v=mg\Delta t\Rightarrow \Delta v=50\,m/s$$

۳۶۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ

نیروی متوسط وارد بر جسم برابر است با $F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}$ بنابراین ابتدا تغییر تکانه از $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ را به‌دست آوریم.

$$v=t^2-2t+3\Rightarrow\begin{cases}t_1=2s\Rightarrow v_1=4-4+3\Rightarrow v_1=3m/s\\ t_2=4s\Rightarrow v_2=16-8+3\Rightarrow v_2=11\,m/s\end{cases}\Rightarrow \Delta P=mv_2-mv_1=2(v_2-v_1)=2(11-3)=16kg.m/s$$

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow F_{av}=\frac{16}{2}=8N$$

۳۶۹- گزینهٔ ۱ Ⓑ

در لحظه‌های $t=0$ و $t=2s$، تکانهٔ جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس به کمک $P=mv$، سرعت‌ها را در این دو لحظه محاسبه می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}t_1=0\Rightarrow P=0-8=-8kg.m/s\xrightarrow{P=mv}-8=4v_1\Rightarrow v_1=-2m/s\\ t_2=2s\Rightarrow P=32-8=24kg.m/s\xrightarrow{P=mv}24=4v_2\Rightarrow v_2=6m/s\end{array}\right\}\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{6-(-2)}{2}=4\,m/s^2$$

۳۷۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ

تکانه برابر mv می‌باشد از این رو:

$$P=mv(t)=t^2-5t+6\Rightarrow v(t)=\frac{1}{m}t^2-\frac{5}{m}t+\frac{6}{m}$$

معادلهٔ v، درجه دوم (سهمی) می‌باشد. می‌دانیم در رأس سهمی شیب خط مماس صفر و شیب خط مماس نمودار $v-t$ برابر شتاب است در نتیجه در رأس سهمی نمودار $v-t$ شتاب صفر می‌شود.

$$\text{رأس سهمی}=\frac{-b}{2a}=\frac{-(\frac{-5}{m})}{\frac{2}{m}}=\frac{5}{2}=2.5s$$

۳۷۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ

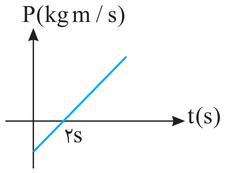
معادلهٔ $x-t$ درجه دوم می‌باشد و ضریب t^2 برابر $\frac{1}{2}a$ و ضریب t برابر v_0 است، از این رو:

$$x=2t^2-4t+4\Rightarrow\frac{1}{2}a=2\Rightarrow a=4m/s^2\ ,\ v_0=-4m/s\ ,\ x_0=4m$$

حال معادلهٔ سرعت − زمان متحرک را می‌نویسیم و سرعت آن را در لحظهٔ $t=3s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=4t-4\xrightarrow{t=3s}v=12-4=8m/s\quad ,\quad P=mv\Rightarrow P=0.2\times8=1.6kg.m/s$$

۳۷۲- گزینهٔ ۴ Ⓑ

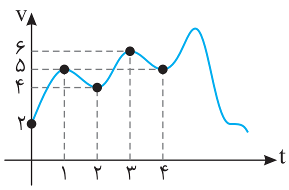


نمودار $P-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. می‌دانیم که $P=mv$ پس هنگامی که نمودار متحرک به سمت محور tها یعنی $P=0$ حرکت می‌کند بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده می‌باشد و هنگامی که نمودار متحرک از محور tها دور می‌شود یعنی بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. تکانهٔ متحرک در $t=2s$، صفر می‌شود پس در $t=1.5s$ حرکت متحرک کندشونده و در $t=2.5s$ حرکت تندشونده است.

۳۷۳- گزینهٔ ۴ Ⓐ

تکانه ثابت یعنی سرعت حرکت ثابت می‌باشد. نمودار a مربوط به نمودار مکان − زمان حرکت با سرعت ثابت است هم‌چنین نمودار c مربوط به حرکت با سرعت ثابت است بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۳۷۴- گزینهٔ ۱ Ⓑ



دو ثانیهٔ نخست $t=0$ تا $t=2s$ می‌باشد که در ثانیه‌های $t=0$ و $t=2s$ سرعت به ترتیب $2m/s$ و $4m/s$ است. دو ثانیهٔ دوم $t=2s$ تا $t=4s$ می‌باشد که در این ثانیه‌ها سرعت به ترتیب $4m/s$ و $5m/s$ است از این رو

$$\Delta P=m(\Delta v)\Rightarrow\Delta P_1=m(4-2)=2m\quad ,\quad \Delta P_2=m(5-4)=m$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}=\frac{2m}{m}=2$$

۳۷۵- گزینهٔ ۲ Ⓐ

نمودار مکان − زمان خط راست می‌باشد بنابراین حرکت دارای سرعت ثابت است بنابراین تکانه تغییر نمی‌کند.

۳۷۶- گزینهٔ ۴ Ⓑ

باید تغییر سرعت را در مدت $8s$ به‌دست آوریم. تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب زمان است.

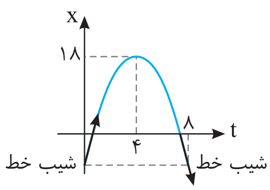
$$\Delta v=S\Rightarrow\Delta v=-3\times2+(2\times6)\Rightarrow\Delta v=6m/s\xrightarrow{\Delta P=m\Delta v}\Delta P=2\times6=12kg\,m/s\ \text{یا}\ (N.s)$$

در مورد یکای ΔP که در صورت مسأله بیان شده توضیح زیر را لازم می‌دانیم:

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow\Delta P=F\Delta t\Rightarrow kg.m/s\equiv N.s$$

یعنی یکای $kg.m/s$ هم ارز $N.s$ است.

۳۷۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ



نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن است مثلاً مکان $2s$ قبل از رأس با مکان $2s$ بعد از رأس با هم برابر می‌باشد. هم‌چنین شیب خط مماس نیز به همین شکل است یعنی قدرمطلق شیب خط $2s$ قبل از رأس با $2s$ بعد از رأس یکسان می‌باشد و تنها علامت شیب متفاوت است. می‌دانیم شیب خط مماس در نمودار $x-t$ سرعت را نمایش می‌دهد بنابراین با توجه به رأس سهمی $(t=4s)$ بزرگی سرعت در $t=0$ و $t=8s$ که نسبت به رأس تقارن دارند باهم برابر می‌باشد و اندازهٔ تکانه $|P|=m|v|$ در $t=0$ و $t=8$ با هم برابر است.

۳۷۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ حرکت شتاب ثابت می‌باشد $(x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ})$ هم‌چنین می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت لحظه‌ای است پس $v_{\circ}=۰$ می‌باشد.

$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ}\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}a\times(۶)^{۲}+۰-۸\Rightarrow ۱۸=\frac{۱}{۲}a\times ۳۶\Rightarrow a=۱m/s^{۲}$$

حال با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان، سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ مکان را به‌دست می‌آوریم:

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲a(x-x_{\circ})\xrightarrow{x=۰}v^{۲}-۰=۲\times۱[۰-(-۸)]\Rightarrow v=\pm۴m/s$$

شیب خط در مبدأ مکان مثبت است پس $v=+۴m/s$ می‌باشد و تکانه خواهد شد:

$$P=mv\Rightarrow P=۲\times۴=۸kg.m/s$$

۳۷۹- گزینهٔ ۱ Ⓑ هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها را ضرب کنیم، اندازهٔ کمیت حاصل، برابر سطح محصور بین نمودار و محور افقی است. از طرفی بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma=m\frac{v-v_{\circ}}{t}\Rightarrow Ft=mv-mv_{\circ}\Rightarrow Ft=P-P_{\circ}\Rightarrow Ft=\Delta P$$

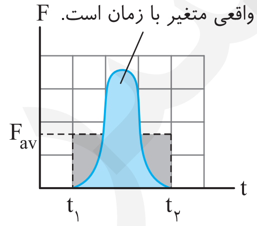
بنابراین تغییر تکانه برابر با سطح محصور بین نمودار $F-t$ با محور t است.

$$\Delta P=Ft=S=\frac{۲\times۲۰}{۲}=۲۰kg.m/s$$

۳۸۰- گزینهٔ ۱ Ⓐ مقدار نیروی متوسط F_{av} به‌گونه‌ای است که مساحت مستطیل $(F_{av}\Delta t)$ برابر مساحت زیر نمودار $F-t$ باشد.

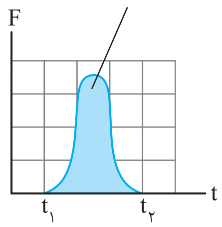
$$S_{۱}+S_{۲}=۱۰(۲)\Rightarrow ۸+S_{۲}=۲۰\Rightarrow S_{۲}=۱۲$$

تغییر تکانهٔ ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانهٔ نیروی واقعی متغیر با زمان است.



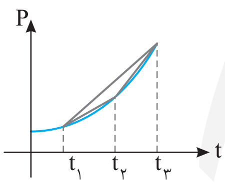
ب) مقدار نیروی متوسط (F_{av}) (خط‌چین افقی) به‌گونه‌ای است که مساحت مستطیل $(F_{av}\Delta t)$ برابر با مساحت سطح زیر منحنی شکل (الف) باشد.

تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان است.



الف) نیروی خالص وارد بر یک جسم می‌تواند برحسب زمان تغییر کند.

۳۸۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ شیب خط قاطع در نمودار تکانه - زمان برابر نیروی متوسط است و در بازهٔ $t_{۲}$ تا $t_{۳}$ شیب خط قاطع از بقیه بیشتر است.



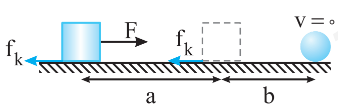
۳۸۲- گزینهٔ ۳ Ⓐ **راه‌حل اول:** شتاب متوسط برابر است با $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ پس در $t=۲s$ و $t=۴s$ ابتدا سرعت‌ها را به‌دست می‌آوریم

$$P_{۱}=mv_{۱}\Rightarrow ۳=۲\times v_{۱}\Rightarrow v_{۱}=۱/۵m/s \quad , \quad P_{۲}=mv_{۲}\Rightarrow ۰=۲\times v_{۲}\Rightarrow v_{۲}=۰ \quad , \quad a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۱/۵}{۲}=-۰/۷۵m/s^{۲}$$

راه‌حل دوم: شیب خط از $۲s$ تا $۴s$ برابر نیروی متوسط است

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{-۳}{۲}=-۱/۵N \quad , \quad F_{av}=ma_{av}\Rightarrow -۱/۵=۲\times a_{av}\Rightarrow a_{av}=-۰/۷۵m/s^{۲}$$

۳۸۳- گزینهٔ ۳ Ⓒ مطابق شکل نیروی F در قسمت a به جسم وارد می‌شود پس از قطع F، تکانهٔ جسم کاهش یافته و جسم متوقف شده است از این رو سطح دارای اصطکاک است و در قسمت b شکل، تنها نیروی اصطکاک به آن وارد می‌شود. با توجه به رابطهٔ نیرو و تکانه در هر قسمت نیروی خالص را به دست می‌آوریم.



$$\text{قسمت b}: f_{k}=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{۰-۳۰}{۲۰-۱۵}=-۶N$$

$$\text{قسمت a}: F_{net}=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow F_{net}=\frac{۳۰-۰}{۱۵-۰}=۲N\Rightarrow F_{net}=F-f_{k}\Rightarrow F=F_{net}+f_{k}\Rightarrow F=۲+۶=۸N$$

۳۸۴- گزینهٔ ۲ Ⓒ معادلهٔ تکانه با توجه به سهمی بودن آن نسبت به زمان به صورت $P=at^{۲}+bt+c$ می‌باشد و مختصات نقاط مشخص‌شده در نمودار باید در معادله صدق کند.

$$\begin{array}{ll} t=۱s, P=۴kgm/s\Rightarrow ۴=a+b+c & (۱) \\ t=۳s, P=۰\Rightarrow ۰=۹a+۳b+c & (۲) \end{array} \xrightarrow{(۲)-(۱)} ۸a+۲b=-۴$$

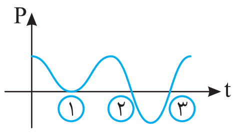
هم‌چنین $t=۱s$ رأس سهمی است یعنی $-\frac{b}{۲a}=۱\Rightarrow b=-۲a$ می‌باشد.

$$۸a+۲(-۲a)=-۴\Rightarrow ۴a=-۴\Rightarrow a=-۱\xrightarrow{b=-۲a}b=۲$$

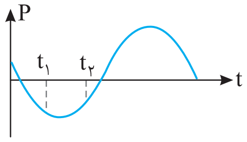
با توجه به معادلهٔ (۱):

$$a+b+c=۴\Rightarrow -۱+۲+c=۴\Rightarrow c=۳$$

$$P=-t^{۲}+۲t+۳\xrightarrow{t=۰}P=۳kg.m/s\Rightarrow mv_{\circ}=۳kg.m/s\Rightarrow v_{\circ}=۱/۵m/s$$



۳۸۵- گزینهٔ ۲ (A) تکانهٔ یک جسم برابر $P=mv$ می‌باشد، بنابراین هرگاه تکانه برابر صفر باشد، سرعت صفر و اگر تکانه مثبت باشد سرعت مثبت و اگر تکانه منفی باشد سرعت منفی است. هم‌چنین می‌دانیم که متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر و علامت سرعت متحرک تغییر کند بنابراین در نقاط (۲) و (۳) جسم تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید در نقطهٔ (۱) با اینکه سرعت صفر شده اما علامت سرعت تغییر نکرده است پس متحرک در این لحظه تغییر جهت نمی‌دهد.



۳۸۶- گزینهٔ ۱ (A) تکانه حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است . $(\vec{P}=m\vec{v})$ بنابراین، تغییرات تکانه عیناً شبیه تغییرات سرعت است. یعنی هر جا تکانه در حال کاهش است، سرعت در حال کاهش است و هر جا سرعت تغییر جهت دهد، تکانه تغییر جهت می‌دهد و … . در نتیجه در لحظهٔ $t_۱$ بزرگی تکانه در حال افزایش است و حرکت تندشونده است پس گزینهٔ (۱) درست است. دقت کنید در بازهٔ صفر تا $t_۱$ بزرگی تکانه ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینهٔ (۴) نادرست است. در لحظهٔ $t_۲$ بزرگی تکانه در حال کاهش است و حرکت کندشونده است، پس گزینهٔ (۲) نادرست است. بین $t_۱$ و $t_۲$ تکانه صفر نشده پس سرعت نیز صفر نشده و گزینهٔ (۳) نادرست است.

۳۸۷- گزینهٔ ۳ (B) در بازهٔ صفر تا $t_۱$ نمودار $P-t$ خط راست مایل است بنابراین نیرو مقدار ثابتی است و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، تکانه ثابت بوده و نیروی وارد بر جسم صفر است. سرانجام در $t>t_۲$ نمودار $P-t$ منحنی است یعنی شیب خط مماس بر نمودار در حال تغییر است که این توضیحات تنها با شکل (۳) همخوانی دارد.

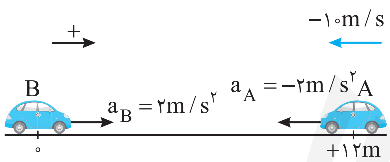
۳۸۸- گزینهٔ ۳ (B) بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص به زمین و زمین به شخص وارد می‌کند و زمان اثر این نیروها یکی است، از این رو:

$$F_۱=-F_۲\Rightarrow m_۱a_۱=-ma_۲\Rightarrow m_۱\frac{v_۱-۰}{t}=-m_۲(\frac{v_۲-۰}{t})\Rightarrow m_۱v_۱=-m_۲v_۲$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است. البته تکانهٔ زمین خلاف جهت تکانهٔ شخص است.

۳۸۹- گزینهٔ ۲ (B) از دید ناظر، قانون اول نیوتون در مورد جسم صادق بوده است از این‌رو نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از این رو:

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\xrightarrow{F=۰}\Delta P=۰$$



۳۹۰- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا معادلهٔ دو متحرک را می‌نویسیم، مکان B را مبدأ در نظر گرفته و سمت راست را جهت مثبت اختیار می‌کنیم:

$$x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_{۰B}t+x_{۰B}\Rightarrow x_B=t^۲$$

$$x_A=\frac{۱}{۲}a_At^۲+v_{۰A}t+x_{۰A}\Rightarrow x_A=-t^۲-۱۰t+۱۲$$

هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A=x_B$ می‌شود بنابراین:

$$t^۲=-t^۲-۱۰t+۱۲\Rightarrow ۲t^۲+۱۰t-۱۲=۰\Rightarrow t^۲+۵t-۶=۰\Rightarrow(t+۶)(t-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\\ t=-۶s\quad(\text{غ.ق.ق})\end{cases}$$

حال سرعت متحرک‌ها را با استفاده از رابطهٔ $v=at+v_۰$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}v_A=-۲t-۱۰\xrightarrow{t=۱s}v_A=-۱۲\frac{m}{s}\\ v_B=۲t\xrightarrow{t=۱s}v_B=۲\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P_A=mv_A\Rightarrow P_A=-۱۲m\\ P_B=mv_B\Rightarrow P_B=۲m\end{cases}\Rightarrow\frac{P_B}{P_A}=\frac{۲}{-۱۲}=-\frac{۱}{۶}$$

۳۹۱- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ بردار نیرو را محاسبه می‌کنیم

$$\vec{F}=\frac{\vec{P}_۲-\vec{P}_۱}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}=\frac{۱۲\vec{i}+(۲b-۶)۲\vec{j}-۰}{۲-۰}\Rightarrow\vec{F}=۶\vec{i}+(۲b-۶)\vec{j}$$

بزرگی نیرو برابر است با:

$$|\vec{F}|=\sqrt{F_x{}^۲+F_y{}^۲}\Rightarrow|\vec{F}|=۱۰=\sqrt{۶^۲+(۲b-۶)^۲}\Rightarrow۱۰۰=۳۶+(۲b-۶)^۲\Rightarrow(۲b-۶)^۲=۶۴\Rightarrow\begin{cases}۲b-۶=۸\Rightarrow b=۷\\ ۲b-۶=-۸\Rightarrow b=-۱\end{cases}$$

۳۹۲- گزینهٔ ۲ (A) دو جسم توسط طناب به هم متصل‌اند بنابراین تندی دو جسم یکسان می‌باشد پس:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{m_Av}{m_Bv}=\frac{۷}{۵}=۱/۴$$

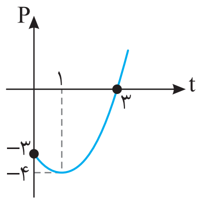
۳۹۳- گزینهٔ ۱ (B) نیروی کشسانی فنر وارد بر دو جسم برابر است و این نیرو بر هر دو در مدت زمان یکسانی وارد می‌شود.

$$F\Delta t=\Delta P\xrightarrow[\Delta t_۱=\Delta t_۲]{F_۱=F_۲}\Delta P_۱=\Delta P_۲\xrightarrow{P_{i,۱}=P_{i,۲}=۰}P_{f,۱}=P_{f,۲}$$

۳۹۴- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ بین نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow \Delta P=F_{av}\Delta t\Rightarrow \Delta P=F_{av}\Delta t\Rightarrow \Delta P=mg\Delta t\Rightarrow m(\Delta v)=mg\Delta t\Rightarrow m(۵-(-۵))=m(۱۰)\times\Delta t\Rightarrow \Delta t=۱s$$

۳۹۵- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا نمودار $P-t$ را رسم می‌کنیم:



$$P=t^۲-۲t-۳\Rightarrow \begin{cases} t_{رأس}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۲}{۲}=۱s,\ P=۱-۲-۳=-۴kg.m/s \\ t=۰\Rightarrow P=-۳kg.m/s\end{cases}$$

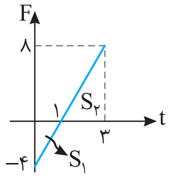
در بازهٔ صفر تا ۱s اندازهٔ تکانه از ۳kg.m/s تا ۴kg.m/s افزایش می‌یابد بنابراین سرعت در حال افزایش است و از ۱s تا ۳s، اندازهٔ تکانه از ۴kg.m/s به صفر می‌رسد و سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

۳۹۶- گزینهٔ ۳ (C) از ابتدا تکانه تا لحظهٔ $t=۲s$ را به کمک سطح زیر نمودار به‌دست می‌آوریم. $t=۲s\Rightarrow P=۱۰\times۲+۵=۲۵kg.m/s$

از ۲s تا ۵s نیرویی بر جسم وارد نمی‌شود و تکانه تغییر نمی‌کند. از $t=۵s$ به بعد جهت نیرو عوض می‌شود و تکانه کاهش می‌یابد و در لحظه‌ای که تکانه صفر شده و تغییر جهت می‌دهد متحرک نیز تغییر جهت خواهد داد، بنابراین در بازهٔ ۵s تا لحظهٔ تغییر جهت باید تغییر تکانه برابر $\Delta P=-۲۵kg.m/s$ باشد.

بنابراین لحظهٔ تغییر جهت خواهد شد: $\Delta P=F\Delta t\Rightarrow -۲۵=-۵\Delta t\Rightarrow \Delta t=۵s$, $t=۵+۵=۱۰s$

۳۹۷- گزینهٔ ۲ (B) می‌دانیم مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر تغییر تکانه می‌باشد بنابراین نمودار $F-t$ را رسم کرده و مساحت زیر نمودار آن را حساب می‌کنیم:



$$F=۴t-۴\Rightarrow t=۰\Rightarrow F=-۴N\ ,\ t=۱s\Rightarrow F=۰\ ,\ t=۳s\Rightarrow F=۴\times۳-۴=۸N$$

$$\Delta P=S_۱+S_۲=-\frac{۴\times۱}{۲}+\frac{۸\times۲}{۲}=۶kg.m/s\Rightarrow P-P_۰=۶\xrightarrow[P_۰=۰]{v_۰=۰}P=۶kg\ m/s$$

۳۹۸- گزینهٔ ۲ (A) دوره برابر خواهد شد با:

$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۲۰}=۳s$ یا $T=\frac{۱min}{\text{۲۰ دور}}\times\frac{۶۰s}{۱min}\Rightarrow T=۳s$

۳۹۹- گزینهٔ ۳ (A) دوره حرکت دورانی زمین $T_E=۲۴h$ و دورهٔ عقربهٔ ساعت‌شمار $T_h=۱۲h$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{T_E}{T_h}=\frac{۲۴}{۱۲}=۲$$

۴۰۰- گزینهٔ ۳ (B) دوره برابر ۰/۵s است، تعداد دورها خواهد شد:

$$N=\frac{t}{T}\Rightarrow N=\frac{۱۵}{۰/۵}=۳۰$$

این متحرک ۳۰ بار محیط دایره را طی کرده است و محیط دایره ۲π رادیان است. در این صورت:

$$\theta=۲\pi\times۳۰=۶۰\pi\ rad$$

۴۰۱- گزینهٔ ۱ (A) دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۳۰۰۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s$$

تندی نوک پرهٔ بالگرد برابر است با:

$$v=\frac{۲\pi r}{T}\Rightarrow v=\frac{۲\times۳\times۱/۸}{\frac{۱}{۵۰}}\Rightarrow v=۵۴۰m/s$$

۴۰۲- گزینهٔ ۳ (A) شتاب مرکزگرا برابر $a=r\frac{۴\pi^۲}{T^۲}$ است. دورهٔ دو جسم واقع بر صفحهٔ گردان، برابر با دورهٔ چرخش صفحه است. بنابراین طبق رابطه جسمی که از مرکز دورتر بوده و شعاع چرخش آن بزرگ‌تر است، دارای شتاب مرکزگرای بیشتری است.

۴۰۳- گزینهٔ ۳ (B) شعاع چرخش ذره را به‌دست می‌آوریم:

محیط دایره $=۲\pi r\Rightarrow ۱۲=۲\times۳r\Rightarrow r=۲m$

دورهٔ حرکت برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۶}=۱۰s$$

اکنون شتاب مرکزگرا به‌دست می‌آید:

$$a=r\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow a=۲\times\frac{۴\times۹}{۱۰^۲}\Rightarrow a=\frac{۱۸}{۲۵}m/s^۲$$

۴۰۴- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ شتاب مرکزگرا با تندی جسم خواهیم داشت:

$$a=\frac{v^۲}{r}\xrightarrow[r_۱=r_۲]{v_۱=v_۲}a_۱=a_۲$$

۴۰۵- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ شتاب مرکزگرا با تندی، می‌توان نوشت:

$$a_۱=a_۲\Rightarrow\frac{v_۱^۲}{r_۱}=\frac{v_۲^۲}{r_۲}\Rightarrow\frac{v_۱^۲}{۴۰}=\frac{v_۲^۲}{۸۰}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{۲}$$

۴۰۶- گزینهٔ ۱ (A) دوره خواهد شد:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}s$$

در حرکت دایره‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{l}a=r\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\\ v=r\frac{۲\pi}{T}\end{array}\Rightarrow\frac{a}{v}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{۱۰\pi}{v}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۴}}\Rightarrow v=۱/۲۵m/s$$

۴۰۷- گزینهٔ ۴ A

متحرک در مدت $2s$ به اندازه $\frac{\pi}{2}$ یعنی $\frac{1}{4}$ محیط دایره چرخیده است، از این رو دورهٔ حرکت آن $4\times2=8s$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a=r\dfrac{4\pi^2}{T^2} \\ v=r\dfrac{2\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow a=v(\frac{2\pi}{T}) \Rightarrow a=20\sqrt{2}\times\frac{2\pi}{8} \Rightarrow a=15\sqrt{2}\ m/s^2$$

۴۰۸- گزینهٔ ۴ A

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت برابر است با:

$$a=\frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{5\pi^2}{2}=\frac{v^2}{10} \Rightarrow v=5\pi\ m/s$$

قوس $\frac{\pi}{3}$ رادیان برابر $\frac{1}{6}$ محیط است و مسافتی که متحرک در قوس $\frac{\pi}{3}$ طی می‌کند برابر است با:

$$l=\frac{1}{6}(2\pi r)=\frac{1}{6}\times2\pi\times10=\frac{10\pi}{3}\ m$$

به کمک تعریف تندی می‌توان زمان را به‌دست آورد.

$$v=\frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 5\pi=\frac{\frac{10\pi}{3}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=\frac{2}{3}s$$

۴۰۹- گزینهٔ ۴ A

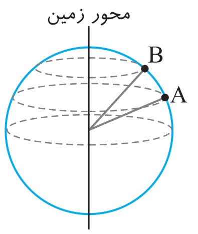
در حرکت دایره‌ای یکنواخت بزرگی شتاب در تمام لحظه‌ها یکسان است. بزرگی شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5 m/s^2$$

تندی برابر خواهد شد با:

$$a=\frac{v^2}{R} \Rightarrow 5=\frac{v^2}{2} \Rightarrow v=\sqrt{10}\ m/s$$

۴۱۰- گزینهٔ ۴ A



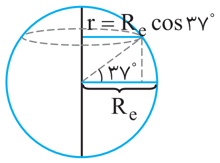
زمین حول محور خود دارای حرکت دورانی است که به آن حرکت وضعی زمین می‌گویند و دورهٔ آن $24h$ است.

دورهٔ جسم A و دورهٔ جسم B برابر دورهٔ چرخش زمین به دور محور خود و برابر با ۲۴ ساعت است.

یعنی دورهٔ جسم A و B با هم برابر است:

$$\frac{T_A}{T_B}=1$$

۴۱۱- گزینهٔ ۳ B



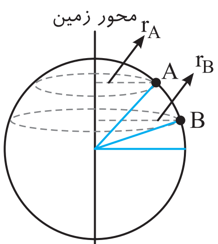
با توجه به شکل، شعاع چرخش نقطهٔ مورد نظر $r=R_e\cos37^\circ$ است.

$$v=r\frac{2\pi}{T} \Rightarrow v=(R_e\cos37^\circ)\times\frac{2\pi}{T}$$

دورهٔ چرخش زمین $T=24h$ است.

$$v=6400\times0/8\times\frac{6}{24} \Rightarrow v=1280\ km/h$$

۴۱۲- گزینهٔ ۴ A

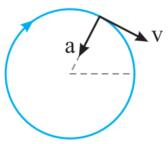


دورهٔ تمام نقاط واقع بر سطح زمین با هم برابر و مساوی $T=24h$ است. اما تندی متفاوت و وابسته به شعاع است، بنابراین باید شعاع چرخش هر نقطه را حول محور زمین به‌دست آوردیم:

$$r_A=R\cos60^\circ\ ,\ r_B=R\cos30^\circ$$

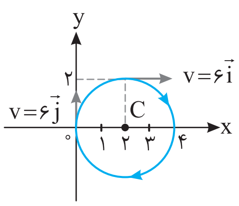
$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{r_A\frac{2\pi}{T}}{r_B\frac{2\pi}{T}}=\frac{R\cos60^\circ}{R\cos30^\circ}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۴۱۳- گزینهٔ ۳ A



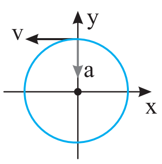
سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس و شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت در امتداد شعاع و روبه مرکز است از این‌رو گزینهٔ (۳) درست است.

۴۱۴- گزینهٔ ۴ B



با توجه به داده‌های مسأله، شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. وقتی مرکز دایره نقطهٔ $(2,0)$ و مختصات یک نقطه روی دایره $(2,2)$ و سرعت ذره $6\vec{i}$ است. یعنی حرکت متحرک ساعتگرد است بنابراین هنگام گذر ذره از مبدأ مختصات، سرعت که بر مسیر مماس است، در جهت مثبت محور y خواهد بود و $\vec{v}=6\vec{j}$ می‌شود.

۴۱۵- گزینهٔ ۴ B



سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است.

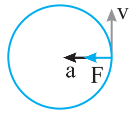
شتاب مرکزگرا در هر نقطه در امتداد شعاع و رو به مرکز دایره است، بنابراین:

$$v=r(\frac{2\pi}{T}) \Rightarrow v=5\times3=15m/s \Rightarrow \vec{v}=-15\vec{i}$$

$$a=r(\frac{4\pi^2}{T^2}) \Rightarrow a=5\times3^2=45m/s^2 \Rightarrow \vec{a}=-45\vec{j}$$

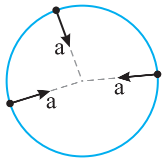
۴۱۶- گزینهٔ ۲ A

شتاب همواره در جهت نیروی مرکزگرا $(\vec{F}=m\vec{a})$ است، بنابراین زاویهٔ بین آن‌ها صفر است. سرعت بر مسیر مماس و بر شعاع مسیر عمود است، بنابراین زاویهٔ بین سرعت و شتاب $\frac{\pi}{2}$ است.



۴۱۷- گزینهٔ ۳ A

در سقوط آزاد، شتاب ثابت و برابر g است و در حرکت یکنواخت روی خط راست، سرعت ثابت و شتاب صفر است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در حرکت بر مسیر دایره‌ای همواره در امتداد شعاع و رو به مرکز است و مطابق شکل، با آن که اندازهٔ شتاب $\frac{v^2}{r}$ مقدار ثابتی است، اما جهت بردار شتاب همواره در حال تغییر بوده و حرکت دایره‌ای یکنواخت دارای شتاب متغیر است.

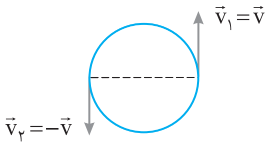


۴۱۸- گزینهٔ ۳ B

با توجه به شکل، سرعت گلوله پس از نیم دور چرخش قرینه می‌شود به این معنی که اگر سرعت ابتدایی $\vec{v}$ باشد، بعد از نیم دور چرخش سرعت انتهایی $-\vec{v}$ است از این‌رو:

$$|\Delta\vec{P}|=m\Delta\vec{v}$$

$$|\Delta\vec{P}|=m|\vec{v}_2-\vec{v}_1|\Rightarrow|\Delta\vec{P}|=m|-\vec{v}-\vec{v}|\Rightarrow 2m|\vec{v}|\Rightarrow|\Delta\vec{P}|=2mv$$



۴۱۹- گزینهٔ ۱ A

در حرکت بر مسیر خمیده، بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است با پاره شدن نخ و حذف کشش نخ که نیروی مرکزگرا است بنابر قانون اول نیوتون جسم در جهت سرعت در لحظهٔ پاره شدن نخ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۴۲۰- گزینهٔ ۲ A

رابطهٔ بین انرژی جنبشی و شتاب مرکزگرا را به‌دست می‌آوریم

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{a=\frac{v^2}{r}\Rightarrow v^2=ra}K=\frac{1}{2}mra\Rightarrow 0/02=\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-3}\times 0/5\times a\Rightarrow a=40\,m/s^2$$

۴۲۱- گزینهٔ ۴ B

زاویه طی شده دو جسم در زمان مساوی برابر است، از این رو دورهٔ حرکت آن‌ها یکی است.

$$v_1=R_1\frac{2\pi}{T_1},\ v_2=R_2\frac{2\pi}{T_2}\xrightarrow{T_1=T_2}\frac{v_1}{v_2}=\frac{R_1}{R_2}\quad,\quad \frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2=\frac{m}{4m}\times\left(\frac{2R}{\frac{3}{2}R}\right)^2=\frac{1}{4}\times\frac{16}{9}=\frac{4}{9}$$

۴۲۲- گزینهٔ ۲ A

نیروی مرکزگرا، نیرویی است که جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و برابر است با:

$$F=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow F=2\times\frac{4^2}{0/08}\Rightarrow F=400\,N$$

دقت کنید که در صورت مسأله، قطر مسیر دایره‌ای ۱۶cm داده شده است و شعاع مسیر ۸cm می‌باشد.

۴۲۳- گزینهٔ ۳ A

نیروها را در دو حالت نوشته و تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{m\frac{v^2}{r_1}}{m\frac{v^2}{r_2}}=\frac{r_2}{r_1}=2$$

۴۲۴- گزینهٔ ۱ A

در هر ۱۰s متحرک یک دور می‌زند، بنابراین $T=10s$ و نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F=mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow F=5\times 5\times\frac{4\times 10}{100}=10\,N$$

۴۲۵- گزینهٔ ۴ A

جسم در هر ثانیه دو دور می‌زند، بنابراین دورهٔ آن ۰/۵s است. نیروی کشش نیروی مرکزگرا است:

$$T=mr\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)\Rightarrow T=2\times 0/5\times(4\times 9\times 4)\Rightarrow T=144\,N$$

۴۲۶- گزینهٔ ۲ A

نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F=mr\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)\xrightarrow[T'=\frac{1}{2}T]{r'=2r}F'=8F$$

۴۲۷- گزینهٔ ۱ A

نیروی مرکزگرای دوجسم با هم برابر است، بنابراین:

$$F_1=F_2\Rightarrow\xrightarrow[m_1=m_2]{T_1=2T_2}r_1\frac{4\pi^2}{T_1^2}=r_2\frac{4\pi^2}{T_2^2}\Rightarrow\frac{r_1}{(2T_2)^2}=\frac{r_2}{T_2^2}\Rightarrow r_1=4r_2$$

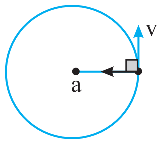
۴۲۸- گزینهٔ ۲ A

با توجه به فرض مسأله، نیروی مرکزگرا برابر نیروی وزن جسم است.

$$mg=mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow 10=2/5\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow 4=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow 2=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\pi\,s$$

۴۲۹- گزینهٔ ۳ A

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و جسم در جهت نیروی برآیند حرکت نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. همچنین در این حرکت مطابق شکل بردار شتاب و بردار سرعت هم‌جهت نیستند، بنابراین گزینهٔ (۲) نیز نادرست است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بزرگی بردار سرعت ثابت است، بنابراین ممکن است که $F_{net}\neq 0$ بوده و حرکت شتابدار باشد اما بزرگی سرعت ثابت بماند و گزینهٔ (۳) درست است.



برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست بنابراین امکان ندارد که جسم در تعادل باشد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

تذکر: فراموش نشود که تمام حرکت‌ها را از دید ناظر ساکن روی زمین بررسی می‌کنیم.

۴۳۰- گزینهٔ ۱ نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک خودرو و جاده نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$F=f_s \Rightarrow m\frac{v^2}{r}=\mu_s mg \Rightarrow \frac{(18)^2}{60}=\mu_s \times 10 \Rightarrow \mu_s=0.54$$

۴۳۱- گزینهٔ ۴ نیرویی که اتومبیل را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد، نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده است.

$$f_{s\,max}=F \Rightarrow \mu_s mg=m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v=\sqrt{\mu_s Rg}$$

بنابراین حداکثر سرعت گذر از یک پیچ با جذر ضریب اصطکاک ایستایی نسبت مستقیم دارد. در این صورت:

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{\mu'_s}{\mu_s}}=\frac{1}{2} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}v$$

۴۳۲- گزینهٔ ۳ نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک خودرو و سطح جاده، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، از این‌رو:

$$f_s=F \Rightarrow \mu_s mg=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\mu_s rg}$$

نتیجه: بیشینه سرعت عبور از پیچ به جرم کامیون (خودرو) بستگی ندارد.

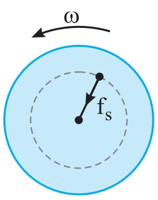
۴۳۳- گزینهٔ ۳ نیروی اصطکاک ایستایی بین کفِ بارکش و جعبه، نیروی مرکزگرایی است که جعبه را به همراه کامیون، در پیچ نگه می‌دارد.

$$f_s=F \Rightarrow \mu_s mg=\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\mu_s rg} \Rightarrow v=\sqrt{0.1\times 9\times 10}=3\,m/s$$

که همان سرعت حرکت کامیون است.

۴۳۴- گزینهٔ ۴ نیروی وزن نیرویی است که از طرف کرهٔ زمین بر خودرو وارد می‌شود یعنی F همان W است و گزینهٔ (۴) درست است.

۴۳۵- گزینهٔ ۴ دو نیرو بر جسم روی صفحهٔ گردان وارد می‌شود؛ یکی نیروی عمودی تکیه‌گاه N که نیروی وزن $W=mg$ را خنثی می‌کند و دیگری نیروی اصطکاک ایستایی f_s است که نیروی مرکزگرا بوده و جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد. بنابراین نیروی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک است.



۴۳۶- گزینهٔ ۱ نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$f_s=ma \Rightarrow \mu_s mg=ma \Rightarrow a=\mu_s g \Rightarrow a=0.4\times 10=4\,m/s^2$$

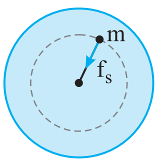
۴۳۷- گزینهٔ ۴ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{N} \Rightarrow T=\frac{60}{6}=10\,s$$

نیروی اصطکاک همان نیروی مرکزگراست از این‌رو می‌توانیم بنویسیم:

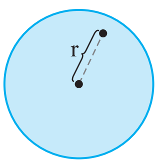
$$f_s=F=mR\frac{4\pi^2}{T^2}=5\times 2\times\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2=10\times\frac{4\pi^2}{100}=0.4\pi^2 N$$

۴۳۸- گزینهٔ ۴ بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا است:



$$f_s=mr\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \mu_s mg=mr\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \mu_s g=r\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow 0.5\times 10=r(5)^2 \Rightarrow r=0.2\,m$$

۴۳۹- گزینهٔ ۱ نیرویی که مانع لیز خوردن سکه به خارج صفحه می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی است که نیروی مرکزگرای لازم برای چرخش سکه روی مسیر دایره‌ای را فراهم می‌کند:

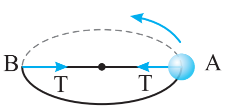


$$f_s=mr\frac{4\pi^2}{T^2} \xrightarrow{f_s=\mu_s mg} \mu_s mg=mr\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \mu_s=\frac{4\pi^2 r}{T^2 g}$$

۴۴۰- گزینهٔ ۲ نیروی کشش نخ همان نیروی مرکزگرا است از این‌رو:

$$F=mR\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow F=0.2\times 0.25\times\frac{4\times 10}{1^2} \Rightarrow F=2N$$

۴۴۱- گزینهٔ ۲ ابتدا نیروی کشش ریسمان را که نیروی مرکزگرا است، به‌دست می‌آوریم:



$$T=m\frac{v^2}{r}=0.02\times\frac{100}{0.2}=10\,N$$

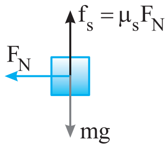
در مدت نیم دوره، ذره به اندازهٔ π روی دایره دوران کرده است، یعنی جهت نیروی کشش قرینه شده است:

$$\Delta T=|-T-T|=2T=20\,N$$

۴۴۲- گزینهٔ ۲ (B)

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم روی دیوارهٔ استوانه قرار دارد و به پایین نمی‌لغزد در این صورت نیروی خالص وارد بر جسم در امتداد قائم صفر است.

$$F_{net_y}=0\Rightarrow mg=\mu_s F_N \qquad (1)$$



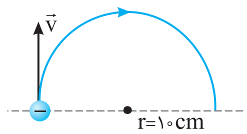
F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$F_N=mR\frac{4\pi^2}{T^2} \qquad (2)$$

F_N را از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$mg=\mu_s mR\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow\frac{g}{\mu_s}=R\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{\mu_s R}{g}}$$

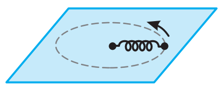
۴۴۳- گزینهٔ ۴ (B)



با توجه به قاعدهٔ دست راست و انحراف الکترون (بار منفی)، میدان مغناطیسی باید درونسو باشد. نیروی الکترومغناطیسی $F=qvB\sin\alpha$، نیروی مرکزگرا است.

$$qvB\sin\alpha=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow qB\sin\alpha=\frac{mv}{r}\Rightarrow 1/6\times10^{-19}\times B\times1=9\times10^{-31}\times\frac{1/6\times10^{6}}{10^{-1}}\Rightarrow B=9\times10^{-5}T$$

۴۴۴- گزینهٔ ۱ (B)



نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است و شعاع مسیر دایره‌ای چرخش، برابر با طول فنر کشیده شده در این حالت است.

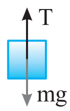
$$F=k\Delta l=ml\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow 1000\times\left(\frac{2}{100}\right)=2\times0/1\times\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=\frac{\pi}{5}s$$

۴۴۵- گزینهٔ ۱ (B)

نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است و طول فنر کشیده شده، شعاع مسیر دایره‌ای چرخش جسم است.

$$\begin{cases}F=k\Delta l\\ F=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\end{cases}\Rightarrow k\Delta l=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow 25\times(l-0/4)=0/2l\times25\Rightarrow 0/8l=0/4\Rightarrow l=0/5m\Rightarrow l=50cm$$

۴۴۶- گزینهٔ ۲ (B)



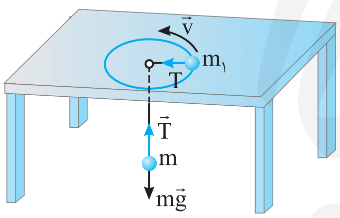
نیروهای وارد بر وزنهٔ 1kg را رسم می‌کنیم، برای تعادل باید مجموع نیروها صفر باشد:

$$T=mg\Rightarrow T=10N$$

نیروی کشش نخ برای وزنهٔ نیم کیلوگرمی نیروی مرکزگرا است از این‌رو:

$$T=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow 10=0/5\times0/2\times\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow 10=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{\pi}{5}s$$

۴۴۷- گزینهٔ ۴ (B)



نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است.

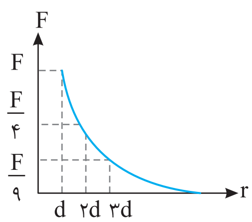
$$\begin{cases}T=m_1\frac{v^2}{r}\\ T=mg\end{cases}\Rightarrow mg=m_1\frac{v^2}{r}\Rightarrow m\times10=0/2\times\frac{4}{0/1}\Rightarrow m=0/8kg=800g$$

۴۴۸- گزینهٔ ۳ (B)

نیروی کشش نخ وارد بر m نیروی مرکزگراست و جسم M در حال تعادل است:

$$\begin{cases}T=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\\ T=Mg\end{cases}\Rightarrow mr\frac{4\pi^2}{T^2}=Mg\Rightarrow\frac{M}{m}=\frac{4\pi^2 r}{T^2 g}$$

۴۴۹- گزینهٔ ۳ (A)



با توجه به قانون گرانش عمومی، $F=G\frac{Mm}{r^2}$، نیروی گرانشی بین دو ذره با مربع فاصله کاهش می‌یابد $(F\propto\frac{1}{r^2})$ یعنی اگر در فاصلهٔ d نیرو F باشد، در فاصلهٔ 2d نیرو $\frac{F}{4}$ و در فاصلهٔ 3d نیرو $\frac{F}{9}$ است.

۴۵۰- گزینهٔ ۳ (A)

نیروی گرانش در حالت دوم ٪۲۵ از حالت اول کمتر است. از جرم یکی به مقدار Δm به دیگری منتقل شده است، از این‌رو:

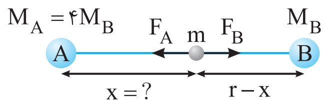
$$F_2=\frac{75}{100}F_1\Rightarrow G\frac{(m+\Delta m)(m-\Delta m)}{r^2}=\frac{3}{4}G\frac{mm}{r^2}\Rightarrow m^2-\Delta m^2=\frac{3}{4}m^2\Rightarrow\Delta m=\frac{1}{2}m$$

۴۵۱- گزینهٔ ۲ (A)

نیروی گرانش، نیرویی است که بین دو جسم و به واسطهٔ جرم آن‌ها وجود دارد. نیروی گرانش وارد بر جسم m در سطح زمین و ارتفاع h برابر است با:

$$F=G\frac{M_e m}{R_e^2},\ F'_h=G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\frac{F'_h}{F}=\frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\frac{1}{25}=\frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}\Rightarrow h=4R_e$$

۴۵۲- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به شکل برای این‌که نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر باشد، باید نیروهای گرانش وارد بر آن از طرف سیارهٔ A و از طرف سیارهٔ B برابر و در خلاف جهت هم باشد:



$$F_A = F_B \Rightarrow G\frac{M_A m}{x^2} = G\frac{M_B m}{(r-x)^2} \xrightarrow{M_A = 4M_B} \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{r-x} \Rightarrow 2r - 2x = x \Rightarrow x = \frac{2}{3}r$$

۴۵۳- گزینهٔ ۳ (A) میدان گرانش در نقطه‌ای اطراف یک سیاره از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از مرکز زمین است.

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

بنابراین میدان گرانش زمین با جرم زمین و وارون مجذور فاصلهٔ نقطه از مرکز زمین، متناسب است.

۴۵۴- گزینهٔ ۱ (A) جرم یک جسم در همهٔ مکان‌ها یکسان است.

۴۵۵- گزینهٔ ۳ (A) شتاب گرانشی (گرانی) سیاره و زمین را نوشته و نسبت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} g = G\dfrac{M}{R^2} \\ g_e = G\dfrac{M_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{1}{4}\left(\frac{R_e}{\frac{1}{2}R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g}{g_e} = 1$$

۴۵۶- گزینهٔ ۱ (A) میدان گرانش در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطهٔ $g = G\frac{M}{r^2}$ به دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر تا مرکز سیاره است:

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{G\dfrac{M_e}{R_e^2}}{G\dfrac{M_m}{R_m^2}} = \frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m} \xrightarrow[g_e = 3g_m]{R_e = 2R_m} 3 = \frac{R_m^2}{(2R_m)^2} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = 12$$

۴۵۷- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا به کمک رابطهٔ حجم کره و همچنین تعریف چگالی، نسبت جرم‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R_A = 2R_B \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi R^3} V_A = 8V_B$$

$$\rho_A = \frac{1}{3}\rho_B \Rightarrow \frac{M_A}{V_A} = \frac{1}{3}\frac{M_B}{V_B} \Rightarrow \frac{M_A}{8V_B} = \frac{1}{3}\frac{M_B}{V_B} \Rightarrow M_A = \frac{8}{3}M_B$$

حال می‌توان با توجه به رابطهٔ $g = G\frac{M}{R^2}$، نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ را به دست آورد:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{G\dfrac{M_A}{R_A^2}}{G\dfrac{M_B}{R_B^2}} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{R_B^2}{R_A^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

۴۵۸- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به شتاب گرانش در فاصلهٔ h از سطح زمین:

$$\begin{cases} g_1 = G\dfrac{M_e}{(R_e + 2R_e)^2} \\ g_2 = \dfrac{1}{9}g_1 \end{cases} \Rightarrow G\frac{M_e}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{9}G\frac{M_e}{9R_e^2} \Rightarrow h = 8R_e$$

۴۵۹- گزینهٔ ۲ (A) ماهواره خارج از زمین قرار دارد و بیشترین نیروی گرانشی بر ماهواره در سطح زمین بر آن وارد می‌شود. هر چه فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین بیشتر شود، نیروی گرانشی با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد.

۴۶۰- گزینهٔ ۱ (A) نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانشی است که زمین به ماهواره وارد می‌کند. $(F = W_h)$ در نتیجه این نسبت یک است.

۴۶۱- گزینهٔ ۴ (A) نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره، همان نیروی گرانش زمین بر ماهواره است $(F = W_h)$. بنابراین نسبت نیروی مرکزگرا به نیروی وزن در سطح زمین برابر خواهد شد با:

$$\frac{F}{W} = \frac{W_h}{W} = \frac{mg_h}{mg} = \frac{G\dfrac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G\dfrac{M_e}{R_e^2}} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{R_e^2}{(\frac{4}{3}R_e)^2} = \frac{9}{16}$$

۴۶۲- گزینهٔ ۳ در حرکت ماهواره به گرد زمین، نیروی مرکزگرا همان نیروی گرانشی وارد بر ماهواره از سوی زمین و شتاب مرکزگرا برابر شتاب گرانشی زمین در محل ماهواره است.

$$\frac{G}{g_h}=1$$

۴۶۳- گزینهٔ ۲ شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین در محل ماهواره است.

$$a=g_h \Rightarrow \frac{a}{g}=\frac{g_h}{g}=\frac{G\frac{M_e}{(2R_e)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}=\frac{1}{4}$$

۴۶۴- گزینهٔ ۳ در حرکت ماهواره به گرد زمین، نیروی گرانش وارد بر ماهواره، نیروی مرکزگرا است و شتاب گرانشی در محل ماهواره (g_h) برابر شتاب مرکزگرای ماهواره (a) است.

$$g_h=a=2/5 m/s^2$$

با توجه به رابطهٔ میدان گرانشی $(g=G\frac{M}{r^2})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{g_e}{g_h}=\frac{G\frac{M_e}{R_e^2}}{G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}} \Rightarrow \frac{10}{2/5}=\frac{(R_e+h)^2}{R_e^2} \Rightarrow 4=\frac{(R_e+h)^2}{R_e^2} \Rightarrow 2=\frac{R_e+h}{R_e} \Rightarrow 2R_e=R_e+h \Rightarrow h=R_e$$

۴۶۵- گزینهٔ ۴ نیروی گرانش وارد بر ماهواره نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}} \qquad (1)$$

از طرفی شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با:

$$g=G\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e=R_e^2 g \qquad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v=6400\times10^3\times\sqrt{\frac{9/8}{7200\times10^3}}$$

$$v=6400\times10^3\times\sqrt{\frac{4/9}{3600\times10^3}} \Rightarrow v=6400\times10^3\times\frac{7}{6\times10^3}=\frac{6400\times7}{6} m/s$$

$$v=\frac{7}{6}\times6400\times\frac{10^{-3} km}{\frac{1}{3600} h} \Rightarrow v=26880 \ km/h$$

۴۶۶- گزینهٔ ۴ نیروی مرکزگرایی که ماهواره را در مدارش نگاه می‌دارد، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

سرعت خطی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و شعاع چرخش ماهوارهٔ A برابر $r_A=R_e+R_e=2R_e$ و شعاع چرخش ماهوارهٔ B نیز $r_B=R_e+2R_e=3R_e$ است، از این‌رو:

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{\frac{GM_e}{2R_e}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{3R_e}}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

۴۶۷- گزینهٔ ۱ نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \Rightarrow \sqrt{0/8}=\sqrt{\frac{R_e+h}{R_e+3h}} \Rightarrow 0/8R_e+1/6h=R_e+h \Rightarrow 0/6h=0/2R_e \Rightarrow h=\frac{R_e}{3}$$

۴۶۸- گزینهٔ ۱ نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره، همان نیروی مرکزگرای ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{R^2}=m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{R}}$$

بنابراین سرعت ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و با جذر شعاع مدار ماهواره، نسبت وارون دارد.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{R}{R'}} \Rightarrow \frac{v'}{8/4}=\sqrt{\frac{R}{1/44R}} \Rightarrow \frac{v'}{8/4}=\frac{1}{1/2} \Rightarrow v'=7km/s$$

۴۶۹- گزینهٔ ۴ B نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش وارد بر ماهواره است از این رو:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

بنابراین سرعت دوران ماهواره با جذر شعاع مدار آن نسبت وارون دارد. در نتیجه:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\Rightarrow 2=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\Rightarrow \frac{r_B}{r_A}=4$$

نسبت شتاب مرکزگرای ماهوارهٔ A به ماهوارهٔ B برابر خواهد شد با:

$$\frac{a_A}{a_B}=\frac{\frac{v_A^2}{r_A}}{\frac{v_B^2}{r_B}}\Rightarrow \frac{a_A}{a_B}=\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2\left(\frac{r_B}{r_A}\right)\Rightarrow \frac{a_A}{a_B}=4\times 4=16$$

۴۷۰- گزینهٔ ۳ B نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش در محل ماهواره است. از این رو:

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad (1)$$

از طرفی، شتاب گرانش در سطح سیاره برابر است با:

$$g=G\frac{M}{R^2}\Rightarrow GM=R^2g \qquad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$v=R\sqrt{\frac{g}{r}}\Rightarrow g=\frac{rv^2}{R^2}\Rightarrow g=\frac{9600\times 11\times 11}{8800\times 8800}=\frac{96}{6400}\,km/s^2=\frac{96000}{6400}\,m/s^2\Rightarrow g=\frac{960}{64}\Rightarrow g=15\,m/s^2$$

۴۷۱- گزینهٔ ۱ B نیرویی که ماهواره را در مدار نگه می‌دارد، نیروی گرانش زمین بر ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\begin{cases} P_1=m_1v_1=m\sqrt{\dfrac{GM_e}{2R_e}} \\ P_2=m_2v_2=\dfrac{m}{2}\sqrt{\dfrac{GM_e}{3R_e}} \end{cases}\Rightarrow \frac{P_1}{P_2}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$$

۴۷۲- گزینهٔ ۳ B سرعت حرکت ماهواره به گرد زمین را به دست می‌آوریم.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v^2=\frac{GM_e}{r}$$

اکنون نسبت انرژی جنبشی دو ماهواره را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}m'v'^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{\frac{1}{2}(2m)\frac{GM_e}{R_e+2R_e}}{\frac{1}{2}(m)\frac{GM_e}{R_e+R_e}}\Rightarrow \frac{K'}{K}=\frac{4}{3}$$

۴۷۳- گزینهٔ ۱ B سرعت ماهواره را به دست می‌آوریم. نیروی مرکزگرا برابر نیروی گرانشی وارد بر ماهواره است.

$$F=m\frac{v^2}{r}=G\frac{M_e m}{r^2}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\xrightarrow{GM_e=R_e^2g} v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}}\Rightarrow v=6400\times 10^3\sqrt{\frac{10}{(6400+1600)\times 10^3}}$$

$$\Rightarrow v=6400\times 10^3\sqrt{\frac{10}{8000\times 10^3}}\Rightarrow v^2=(6400\times 10^3)^2\times\frac{1}{800\times 10^3}\Rightarrow v^2=51200\times 10^3\,m^2/s^2$$

انرژی جنبشی ماهواره خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times 250\times 512\times 10^5=64000\times 10^5$$

$$K=6/4\times 10^9=6/4\,GJ$$

۴۷۴- گزینهٔ ۲ A بر ماهواره‌ای که به دور زمین می چرخد، نیروی گرانش زمین وارد می‌شود و این نیرو، نیروی مرکزگرای لازم برای نگه داشتن ماهواره روی مدارش را تأمین می‌کند. بنابراین:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

در نتیجه، سرعت خطی ماهواره با افزایش شعاع مدار آن کاهش می‌یابد. از طرفی:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow \frac{GM_e}{r^3}=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\Rightarrow \frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

پس مشخص است که با افزایش شعاع مدار، دورهٔ حرکت ماهواره افزایش می‌یابد.

۴۷۵- گزینهٔ ۳ (B) نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به گرد زمین بگردد، نیروی گرانش بین ماهواره و کرهٔ زمین است که همان نیروی مرکزگراست.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=(\frac{2\pi}{T})^2\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

r فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین است. بنابراین:

$$\frac{T_B}{T_A}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{(R_e+7R_e)^3}{GM_e}}}{2\pi\sqrt{\frac{(R_e+R_e)^3}{GM_e}}}=\frac{\sqrt{(8R_e)^3}}{\sqrt{(2R_e)^3}}=\sqrt{4^3}=4\sqrt{4}=8$$

۴۷۶- گزینهٔ ۱ (B) نیروی گرانش بین سیاره و ماهواره، نیروی مرکزگرا است:

$$\begin{cases}G\frac{M_e m}{r_1^2}=mr_1\frac{4\pi^2}{T_1^2}\Rightarrow\frac{GM_e}{r_1^3}=\frac{4\pi^2}{T_1^2}\\ G\frac{M_s m}{r_2^2}=mr_2\frac{4\pi^2}{T_2^2}\Rightarrow\frac{GM_s}{r_2^3}=\frac{4\pi^2}{T_2^2}\end{cases}\xrightarrow[M_s=320M_e]{r_2=2r_1}\frac{8}{320}=\frac{T_2^2}{T_1^2}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=2\sqrt{10}$$

۴۷۷- گزینهٔ ۲ (C) در حرکت ماهواره، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

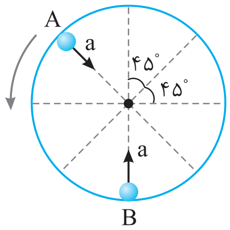
$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\begin{cases}T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}\\ g=G\frac{M_e}{R_e^2}\end{cases}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{R_e^2 g}}\xrightarrow{r=2R_e}T=2\pi\sqrt{\frac{8R_e^3}{R_e^2 g}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{4\times2R_e}{g}}=4\pi\sqrt{\frac{2R_e}{g}}\Rightarrow T=4\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$

۴۷۸- گزینهٔ ۴ (B) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب حرکت که همان شتاب مرکزگرا است، در هر لحظه بر مسیر حرکت یعنی بردار سرعت عمود است، دو بردار وقتی بر هم عمودند که شیب یکی قرینه و وارون دیگری باشد. شیب بردار سرعت $m=\frac{-4}{3}$ است بنابراین شیب هر خطی که برابر $+\frac{3}{4}$ باشد پاسخ است که گزینهٔ(۴) چنین است.

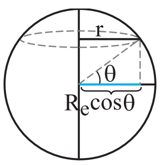
۴۷۹- گزینهٔ ۴ (C) در حرکت دایره‌ای یکنواخت در تمام لحظه‌ها اندازهٔ سرعت و اندازهٔ شتاب مقدار ثابتی است. در این مسألهٔ اندازهٔ شتاب در همهٔ نقاط مسیر برابر است با:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{2^2+(-2)^2}\Rightarrow a=2\sqrt{2}\ m/s^2$$



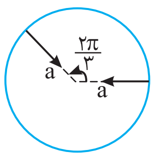
در هر نقطه، بردار شتاب بر مسیر حرکت عمود است. از طرفی دورهٔ حرکت 4s است یعنی این متحرک هر کدام از کمان‌های 45° را در 0/5s طی می‌کند. در لحظهٔ بیان شده، بردار شتاب باید به شکل روبه‌رو باشد (نقطهٔ A)، پس 1/5s بعد، متحرک سه کمان 45° را طی کرده و به نقطهٔ B می‌رسد و بردار شتاب در جهت مثبت محور قائم و به صورت $\vec{a}=2\sqrt{2}\vec{j}$ می‌شود.

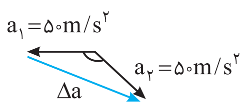
۴۸۰- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل روبه‌رو، شعاع چرخش را به دست آورده و شتاب را حساب می‌کنیم.



$$a=r\frac{4\pi^2}{T^2}\xrightarrow[\text{شعاع چرخش نقطه}]{r=R_e\cos\theta}a=R_e\frac{4\pi^2}{T^2}\cos\theta$$

۴۸۱- گزینهٔ ۳ (B) بزرگی شتاب ذره برابر است با:

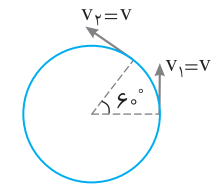




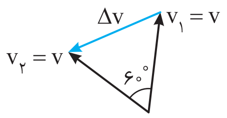
$$a=\frac{v^2}{R}=\frac{25}{0/5}\Rightarrow a=50m/s^2$$

چون جهت بردار شتاب همواره در امتداد شعاع است، با چرخش $\frac{2\pi}{3}$، جهت بردار شتاب نیز $\frac{2\pi}{3}$ تغییر می‌کند. در این صورت تغییر بردار شتاب را به کمک تفاضل دو بردار به دست می‌آوریم:

$$\Delta a=2a\sin\frac{\alpha}{2}=2\times50\times\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow\Delta a=50\sqrt{3}\ m/s^2$$

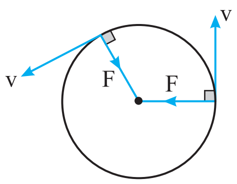


۴۸۲- گزینهٔ ۳ متحرک، کمان ۶۰° را در مدت $\frac{۱}{۶}$ دوره طی می‌کند $(\Delta t=\frac{T}{۶})$. از طرفی سرعت بر مسیر حرکت مماس است. دو بردار سرعت را از یک نقطه رسم می‌کنیم. شکل حاصل مثلث متساوی الاضلاع و بردار تغییر سرعت برابر v است. در این صورت شتاب متوسط در این مدت خواهد شد:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{v}{\frac{T}{۶}}=۶\frac{\frac{۲\pi r}{T}}{T}\Rightarrow a_{av}=\frac{۱۲\pi r}{T^۲}$$

۴۸۳- گزینهٔ ۱ **راه حل اول:** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیرو در هر لحظه بر ذره عمود است و نیروی مرکزگرا اندازهٔ سرعت را تغییر نمی‌دهد و فقط جهت حرکت (بردار سرعت) ذره را تغییر می‌دهد. به همین علت اندازهٔ سرعت ثابت می‌ماند.



راه حل دوم: نیرو در هر نقطه عمود بر مسیر است. بنابراین کار نیروی F وارد بر جسم صفر است.

$$W=F\times d\cos\theta\xrightarrow{\theta=\frac{\pi}{۲}}W_F=۰$$

بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است، بنابراین:

$$W_F=\Delta K\xrightarrow{W_F=۰}\Delta K=۰$$

حال که انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند، با توجه به رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$، باید بزرگی سرعت جسم ثابت باشد.

۴۸۴- گزینهٔ ۴ تندی $۱۰m/s$ است و هیچ اطلاعی از حرکت آن وجود ندارد. ممکن است حرکت دایره‌ای یکنواخت و یا حرکت با سرعت ثابت روی خط راست باشد و با توجه به کلمهٔ الزاماً در هر سه گزینه، هیچ‌یک از سه گزینه درست نیست.

۴۸۵- گزینهٔ ۱ هنگام دور زدن، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) لاستیک و سطح جاده، توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود و نیروی عمودی سطح $N=W$ نیز رو به بالا توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود. در این صورت دو نیرو توسط سطح جاده بر خودرو وارد می‌شود یکی N که برابر وزن است و دیگری f_s، از این رو نیرویی که سطح جاده بر جسم وارد می‌کند از W بزرگتر است.

۴۸۶- گزینهٔ ۴ سطح جاده بر دوچرخه‌سوار دو نیرو وارد می‌کند یکی از آن‌ها وزن را خنثی می‌کند و دیگری نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، از این‌رو:

$$F_N=mg=۸۰۰N\quad,\quad F=m\frac{v^۲}{r}=۸۰\times\frac{۱۰۰}{۲۰}=۴۰۰N$$

برایند دو نیروی F_N و F را به دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{F_N^۲+F^۲}=\sqrt{۸۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۴۰۰\sqrt{۵}N$$

۴۸۷- گزینهٔ ۴ $۱۸km/h$ برابر $۵m/s$ است. از طرفی نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده، نیروی مرکزگرا است:

$$f_{s\,max}=m\frac{v^۲}{R}\Rightarrow f_{s\,max}=۸۰۰\times\frac{(۵)^۲}{\frac{۱۰}{۳}}\Rightarrow f_{s\,max}=۶۰۰۰N$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی وزن اتومبیل است.

$$F_N=W\Rightarrow F_N=۸۰۰\times۱۰=۸۰۰۰N$$

بنابراین نیرویی که جاده بر اتومبیل وارد می‌کند برابر است با:

$$R=\sqrt{F_N^۲+W^۲}=\sqrt{۶۰۰۰^۲+۸۰۰۰^۲}\Rightarrow R=۱۰^۴N$$

۴۸۸- گزینهٔ ۲ دورهٔ حرکت برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۳۰}=۲s$$

نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، بیشینه نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت $f_{s\,max}$ است و تا زمانی که نیروی مرکزگرا کمتر یا مساوی $f_{s\,max}$ باشد، جسم بر صفحه نمی‌لغزد.

$$\mu_s mg\ge mr\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow\mu_s g\ge r(\frac{۴\pi^۲}{T^۲})\Rightarrow\mu_s\times g\ge ۰/۲\times(\frac{۴\pi^۲}{۴})\Rightarrow\mu_s\ge ۰/۲$$

در این صورت کمینه مقدار ضریب اصطکاک $۰/۲$ است و اگر ضریب اصطکاک آستانهٔ حرکت μ_s از این مقدار بیشتر باشد، جسم روی سطح نمی‌لغزد.

۴۸۹- گزینهٔ ۴ دوره را به دست می‌آوریم:

۱s	۰/۱ دور
$T \Rightarrow T=۱۰s$	۱ دور

نیروی اصطکاک بین وزنه و سطح صفحه نیروی مرکزگرا است.

$$f_s=mr\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow f_s=۴\times۱۰\times\frac{۴\pi^۲}{۱۰۰}\Rightarrow f_s=۱۶N$$

وزن وزنه توسط نیروی عمودی تکیه‌گاه خنثی می‌شود:

$$N=W\Rightarrow N=۴\times۱۰=۴۰N$$

نیرویی که وزنه بر سطح وارد می‌کند برابر نیرویی است که سطح بر وزنه وارد می‌کند و مقدار آن برابر است با:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲}\Rightarrow R=\sqrt{۴۰^۲+۱۶^۲}\Rightarrow R=۸\sqrt{۲۹}N$$

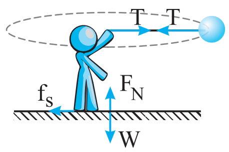
۴۹۰- گزینهٔ ۲ هنگامی که وزنه از فنر آویزان است، نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن وزنه است.

$$F=W=mg\Rightarrow F=۰/۲\times۱۰=۲N$$

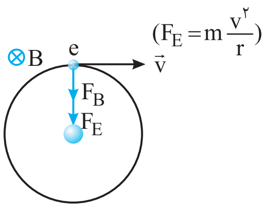
هنگامی که وزنه در سطح افقی در حال چرخش است، نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است.

$$F=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow ۲=۰/۲\times\frac{v^۲}{۰/۴}\Rightarrow v^۲=۴\Rightarrow v=۲m/s$$

۴۹۱- گزینهٔ ۴ وقتی شخص طناب را می‌چرخاند، بر آن نیرو وارد می‌کند. بنا بر قانون سوم نیوتون، طناب هم بر شخص نیرویی برابر و در خلاف جهت به نام نیروی کشش T وارد می‌کند. برای آن که شخص بتواند تعادل خود را حفظ کند، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر شخص وارد می‌شود و شخص نیز این نیرو را علاوه بر وزن خود و وزن قلاب‌سنگ، به سطح زمین وارد می‌کند. بنابراین نیرویی که شخص به سطح زمین وارد می‌کند از $(m+M)g$ بیشتر است.

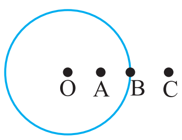


۴۹۲- گزینهٔ ۱ نیروی ربایش الکتریکی بین بار مثبت هسته و بار منفی الکترون نیروی مرکزگرا است. وقتی میدان مغناطیسی درونسوی B ایجاد می‌شود، بنا بر قاعدهٔ دست چپ برای بار منفی متحرک، نیروی F_B در امتداد شعاع رو به مرکز به الکترون وارد شده و نیروی مرکزگرا $F_B+F_E=m\frac{v'^۲}{r}$ است که با افزایش نیروی مرکزگرا، سرعت زیادتر می‌شود.



۴۹۳- گزینهٔ ۲ زمین کرهٔ کامل نیست و شعاع استوایی آن از شعاع قطبی‌اش بیش‌تر است و میدان گرانشی در استوا از میدان گرانشی در قطب کم‌تر است.

۴۹۴- گزینهٔ ۳ برای یافتن g در خارج از سیاره، بنابر رابطهٔ $g=(G\frac{M}{R^۲})$ (R فاصله از مرکز سیاره است)، هرچه R بزرگ‌تر باشد، g کوچک‌تر است، بنابراین نقطهٔ C پاسخ این پرسش نیست. اگر با همان رابطه و با فرض آن‌که تمام جرم سیاره در مرکز آن (O) است، به بررسی مسأله بپردازیم، به خطا خواهیم رفت و میدان گرانش در نقطهٔ A را بزرگ‌تر از میدان گرانش در نقطهٔ B می‌پنداریم. این را بدانید که همواره بزرگی میدان گرانش در سطح سیاره از بقیهٔ نقاط بیش‌تر است و نقطهٔ B پاسخ این پرسش است.



حال با یک ساده‌نگری عمومی برای نقاط درون سیاره، یک رابطهٔ بسیار تقریبی به‌دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$g=G\frac{M}{R^۲}$$

اگر صورت و مخرج را در مقدار ثابت $\frac{۴}{۳}\pi R$ (با فرض کرهٔ کامل بودن سیاره) ضرب کنیم، داریم:

$$g=\frac{۴}{۳}\pi R\frac{GM}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}=\frac{۴}{۳}R\pi G\frac{M}{V}\Rightarrow g=\frac{۴}{۳}R\pi G\bar{\rho}$$

بر مبنای رابطهٔ بالا و با فرض ثابت بودن چگالی، هر چه R (فاصله از مرکز سیاره) کم‌تر باشد، g کوچک‌تر است و در نقطهٔ O، g برابر صفر است.

۴۹۵- گزینهٔ ۲ فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین $r=R_e+\frac{R_e}{۳}=\frac{۴}{۳}R_e$ است.

شتاب گرانش در محل ماهواره

$$\frac{g_h}{g}=\frac{G\frac{M_e}{(\frac{۴}{۳}R_e)^۲}}{G\frac{M_e}{R_e^۲}}\Rightarrow\frac{g_h}{g}=\frac{۹}{۱۶}\Rightarrow g_h=\frac{۹}{۱۶}g$$

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان وزن ماهواره در مدار ماهواره است، بنابراین:

$$F=W_h\Rightarrow W_h=mg_h\Rightarrow ۹۰۰۰=m\times(\frac{۹}{۱۶}\times۱۰)\Rightarrow m=۱۶۰۰kg$$

۴۹۶- گزینهٔ ۱ انرژی جنبشی ماهواره دو برابر شده است از این رو:

$$K_2=2K_1\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=2(\frac{1}{2}mv_1^2)\Rightarrow v_2=\sqrt{2}v_1$$

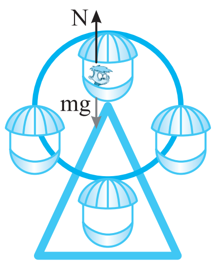
از طرفی سرعت ماهواره برابر $v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ است و سرعت با جذر شعاع مدار ماهواره نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\Rightarrow\frac{r_1}{r_2}=2$$

نسبت نیروی مرکزگرا در حالت دوم به حالت اول خواهد شد:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{mv_2^2}{r_2}}{\frac{mv_1^2}{r_1}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\times(\frac{r_1}{r_2})\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=2\times2=4$$

۴۹۷- گزینهٔ ۱ در بالاترین نقطهٔ مسیر نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم:



برایند نیروها را برابر ma یعنی $m\frac{v^2}{r}$ قرار می‌دهیم:

$$mg-N=ma\Rightarrow mg-N=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow N=mg-m\frac{v^2}{r}\Rightarrow N=500-50\times\frac{16}{10}=420N$$

۴۹۸- گزینهٔ ۳ دورهٔ چرخش B برابر با دورهٔ چرخش A است. بنابراین:

$$v=\frac{2\pi r}{T}\xrightarrow[r_B=2r_A]{T_A=T_B}v_B=2v_A$$

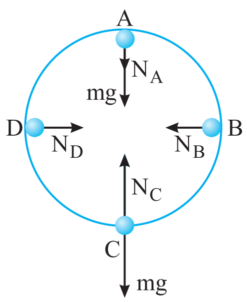
قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو جسم می‌نویسیم و حالت اول را سطح پتانسیل صفر، در نظر می گیریم:

$$E_1=E_2\Rightarrow 0=m_Agr_A+\frac{1}{2}m_Av_A^2+(-m_Bgr_B)+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

اگر در رابطهٔ فوق مقادیر $r_B=2r_A$ و $m_B=2m_A$ و $v_B=2v_A$ را جایگذاری کنیم، داریم:

$$0=6m_A+\frac{1}{2}m_Av_A^2-24m_A+4m_Av_A^2\Rightarrow 18=\frac{9}{2}v_A^2\Rightarrow v_A=2m/s\quad,\quad v_B=2v_A=4m/s$$

۴۹۹- گزینهٔ ۳ در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطهٔ C) سرعت جسم از بقیهٔ نقاط بیشتر است و نیرویی که جسم بر حلقه وارد می‌کند، برابر نیرویی است که حلقه بر جسم وارد می‌کند، یعنی برابر N است.



در نقطهٔ C نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$N_C-mg=m\frac{v_C^2}{R}\Rightarrow N_C=m\frac{v_C^2}{R}+mg\qquad(1)$$

در نقاط B و D، دو سر قطر افقی، نیروی مرکزگرا برابر N است.

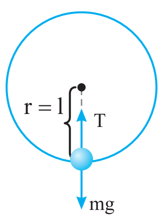
$$N_B=N_D=m\frac{v_D^2}{R}\qquad(2)$$

و در نقطهٔ A، بالاترین نقطهٔ مسیر، نیروی مرکزگرا برابر با N_A+mg است.

$$N_A+mg=m\frac{v_A^2}{R}\Rightarrow N_A=m\frac{v_A^2}{R}-mg\qquad(3)$$

با مقایسهٔ روابط (۱)، (۲) و (۳) و مقایسهٔ سرعت‌ها $(v_C>v_B=v_D>v_A)$ مشخص می‌شود که نیرویی که جسم بر حلقه وارد می‌کند، در نقطهٔ C که پایین‌ترین نقطهٔ مسیر است، از بقیهٔ نقاط بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

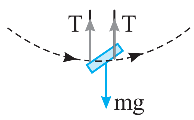
۵۰۰- گزینهٔ ۱ وقتی گلوله در صفحهٔ قائم به گرد زمین می‌چرخد، نیروهای مؤثر وارد بر آن کشش نخ و نیروی وزن است.



در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر:

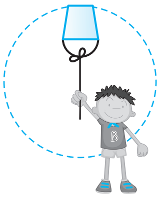
$$T-mg=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow 4mg-mg=m\frac{v^2}{l}\Rightarrow v=\sqrt{3gl}$$

۵۰۱- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل روبه‌رو، نیروی مرکزگرا برابر با $2T-mg$ است، بنابراین:



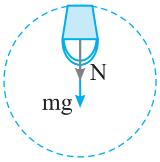
$$F_{net}=ma\Rightarrow 2T-mg=m\frac{v^2}{l}\Rightarrow 2\times300-10m=m\times\frac{25}{5}\Rightarrow m=40kg$$

$40kg$ مجموع جرم شخص و جرم صندلی است. $40-2=38kg$ = جرم شخص



۵۰۲- گزینهٔ ۲ (B) وقتی سرعت در بالاترین نقطهٔ مسیر دایره‌ای در صفحهٔ قائم، کم‌ترین مقدار باشد و جسم بر مسیر باقی بماند، نیروی وزن به تنهایی نیروی مرکزگرا می‌باشد.

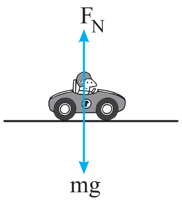
$$mg=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow v^۲=rg\Rightarrow v=\sqrt{rg}\Rightarrow v=\sqrt{۰/۹\times۱۰}\Rightarrow v=۳m/s$$

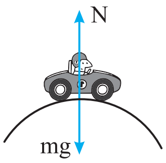


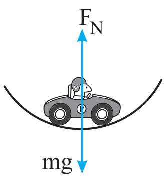
۵۰۳- گزینهٔ ۳ (B) نیروهای وارد بر آب درون سطل، نیروی وزن و نیرویی است که سطل بر آب وارد می‌کند. در بالاترین نقطهٔ مسیر:

$$N+mg=ma$$

بنابراین شتاب مرکزگرای a، از g بزرگ‌تر و یا مساوی آن بوده و در راستای قائم رو به پایین است.







۵۰۴- گزینهٔ ۳ (A) روی سطح افقی:

$$F_N=mg$$

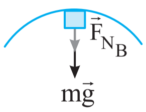
روی سـطح محدب، باید برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل به گونه‌ای باشـد که سـبب شود اتومبیل مسـیر خمیده را طی کند بنابراین نیروی مرکزگرای وارد بر اتومبیل باید رو به پایین باشد.

$$mg-F_N=m\frac{v^۲}{R}\Rightarrow F_N=mg-m\frac{v^۲}{R}\Rightarrow F_N<mg$$

و در پل مقعر خواهیم داشت:

$$F_N-mg=m\frac{v^۲}{R}\Rightarrow F_N=m\frac{v^۲}{R}+mg\Rightarrow F_N>mg$$

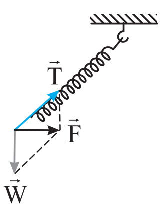
۵۰۵- گزینهٔ ۳ (B) در حرکـت در صفحـهٔ قائـم دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیـروی گرانش وارد بر لباس‌ها درون لباس‌شـویی معمولی که محفظـهٔ آن در صفحهٔ قائم می‌چرخد، تأمین‌کنندهٔ نیروی مرکزگرا هستند.



۵۰۶- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به شکل، نیروی مرکزگرا برآیند نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه است.

نیروی مرکزگرا : $F_{N_B}+mg=m\frac{v^۲}{r}$

$$\Rightarrow F_{N_B}+۱۵=۱/۵\times\frac{۱۲\times۱۲}{۶}\Rightarrow F_{N_B}=۲۱N$$



۵۰۷- گزینهٔ ۱ (C) در هنگام دوران واگن، بر وزنهٔ آویزان شده به فنر نیروسنج، دو نیرو اثر می‌کند (W نیروی وزن و T نیروی کشسانی فنر) که برآیند آن‌ها نیروی مرکزگرا است.

$$T^۲=F^۲+W^۲\Rightarrow T^۲=m^۲\frac{v^۴}{r^۲}+m^۲g^۲\Rightarrow T=m\sqrt{\frac{v^۴}{r^۲}+g^۲}$$

$$\Rightarrow T=۵\times\sqrt{\frac{۱۶۰۰۰۰}{۸۰\times۸۰}+۱۰۰}=۵\sqrt{۱۲۵}=۲۵\sqrt{۵}\ N$$

۵۰۸- گزینهٔ ۲ (C) ابتدا شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow ۹=۳a\Rightarrow a=۳m/s^۲$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس سرعت در $t=۳s$ و $t=۲s$ برابر است با:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۳t\ ,\ t=۲s\to v_۱=۶m/s\ ,\ t=۳s\to v_۲=۹m/s$$

اکنون انرژی جنبشی $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ را در دو حالت به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}=\frac{۸۱}{۳۶}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

۵۰۹- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا تندی جسم در $t=۵s$ را به‌دست می‌آوریم:

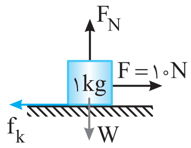
$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۴۰=\frac{۱}{۲}\times۵\times v^۲\Rightarrow v^۲=۱۶\Rightarrow v=۴m/s$$

چون به جسم نیروی ثابت وارد می‌شود بنا به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب نیز ثابت است:

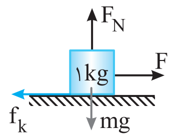
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۴-۰}{۵}=۰/۸m/s^۲\ ,\ F=ma\Rightarrow F=۵\times۰/۸\Rightarrow F=۴N$$

۵۱۰- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم: $F=ma\Rightarrow 4=5a\Rightarrow a=0/8\,m/s^2$

سپس جابه‌جایی جسم در ثانیهٔ سوم را حساب می‌کنیم: $d=\Delta x=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0=\frac{1}{2}(0/8)(2\times3-1)=2m \xrightarrow{W=Fd} W=4\times2=8J$



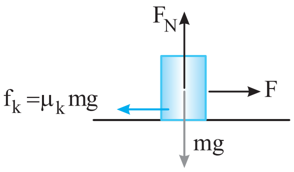
۵۱۱- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا f_k را به‌دست می‌آوریم: $f_k=\mu_k F_N\Rightarrow f_k=0/1\times10=1\,N \xrightarrow{W_f=f_k d\cos180^\circ} W_{f_k}=1\times1\times(-1)=-1\,J$



۵۱۲- گزینهٔ ۱ (B) سطح بر جسم دو نیروی F_N و f_k وارد می‌کند، کار F_N که بر مسیر حرکت عمود است صفر است. بنابراین کار نیروی سطح وارد بر جسم همان کار نیروی اصطکاک است.

$W_{f_k}=f_k d\cos180^\circ\Rightarrow -2=f_k\times1\times-1\Rightarrow f_k=2N$

حال با توجه به رابطهٔ $f_k=\mu_k F_N$ داریم: $f_k=\mu_k F_N\xrightarrow{F_N=mg}2=\mu_k\times20\Rightarrow\mu_k=0/1$



۵۱۳- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به تعریف کار نیروی ثابت:

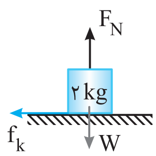
$W_f=f_k d\cos\pi\Rightarrow W_f=\mu_k mgd(-1)\Rightarrow W_f=-\frac{1}{4}\times0/5\times10\times10=-12/5J$

۵۱۴- گزینهٔ ۳ (A) بنابر قضیهٔ کار و انرژی:

$W_t=\Delta K\Rightarrow W_F+W_f=K_2-K_1\Rightarrow(F-f_k)x=K\Rightarrow K=(F-\mu_k mg)x$

۵۱۵- گزینهٔ ۳ (B) نیرو در خلاف جهت حرکت است و حرکت جسم کندشونده است. جسم متوقف شده و دوباره در خلاف جهت اولیه حرکت کرده است. پس از گذشت ۳۲s از آغاز اعمال نیرو، باید سرعت $-5\,m/s$ شده باشد تا انرژی جنبشی با مقدار اولیه برابر باشد، بنابراین: $F=ma=m\frac{v-v_0}{t}=4\times\frac{-5-5}{32}=-1/25N$

علامت منفی بیانگر این است که نیرو در خلاف جهت حرکت ابتدایی جسم است.



۵۱۶- گزینهٔ ۳ (A) پس از پرتاب روی سطح نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و باعث کاهش سرعت جسم می‌شود. شتاب را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم: $-f_k=ma\Rightarrow-\mu_k F_N=ma\Rightarrow-0/2\times20=2a\Rightarrow a=-2m/s^2$

سرعت جسم در لحظهٔ $t=0$ برابر $8m/s$ و در لحظهٔ $t=2s$ خواهد شد:

$v=at+v_0\xrightarrow{t=2s}v=-2\times2+8=4m/s$

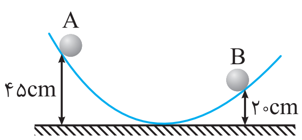
در این صورت کاهش انرژی مکانیکی برابر است با: $E_2-E_1=K_2-K_1=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=(16-64)=-48J$

۵۱۷- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا سرعت جسم را به‌دست می‌آوریم: $P=mv\Rightarrow10=2v\Rightarrow v=5m/s$

به کمک فرمول مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم (چون نیروها ثابت هستند شتاب جسم نیز ثابت است.): $\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow\Delta x=\frac{5+0}{2}\times1/2\Rightarrow\Delta x=3m$

بنابر قضیهٔ کار و انرژی: $W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow W_F+W_f=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow F\times d+W_f=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow10\times3+W_f=\frac{1}{2}\times2\times(5)^2\Rightarrow W_f=-5J$

کار نیروی اصطکاک در این حرکت به گرما تبدیل شده است، بنابراین گرمای تولیدشده ۵ ژول است.



۵۱۸- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow10\times\frac{45}{100}=10\times\frac{20}{100}+\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow4/5=2+\frac{1}{2}v_B^2$

$2/5=\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow v_B^2=5\Rightarrow v_B=\sqrt{5}\,m/s$

تکانه برابر است با: $P=mv=2\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}\,kg.m/s$

۵۱۹- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا برایند نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم: $F_{net}=\sqrt{12^2+16^2}=4\sqrt{9+16}=20N$

با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم: $F_{net}=ma\Rightarrow20=5a\Rightarrow a=4m/s^2$

جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم برابر است با: $\Delta x=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}\times4(2\times3-1)+0\Rightarrow\Delta x=10\,m$

کار نیروی خالص خواهد شد: $W_t=F_{net}d=20\times10=200\,J$

۵۲۰- گزینهٔ ۱ دقت کنید که جسم ساکن در جهت نیروی برایند به حرکت درمی‌آید، پس $\theta=0$ است. نیروی برایند را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec F=\vec F_1+\vec F_2=2\vec i+5\vec j+\vec i-\vec j=3\vec i+4\vec j\Rightarrow|\vec F|=\sqrt{3^2+4^2}=5N\quad,\quad a=\frac{F}{m}\Rightarrow a=\frac{5}{2}=2/5\,m/s^2$$

$$d=\Delta x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times2/5\times16=20m\quad,\quad W_F=Fd\cos\theta=5\times20\times\cos0=100J$$

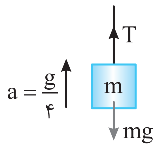
۵۲۱- گزینهٔ ۱ ابتدا نیروی برایند را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=2\times8=16N$$

کار نیروی برایند برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است.

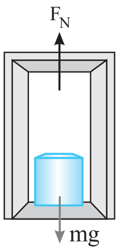
$$W_t=W_g+W_{f_D}\Rightarrow F_{net}.d=mgd\cos0+W_{f_D}\Rightarrow16\times10=20\times10\times1+W_{f_D}\Rightarrow W_{f_D}=-40J$$

۵۲۲- گزینهٔ ۴ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش طناب را به‌دست می‌آوریم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=\frac{mg}{4}\Rightarrow T=\frac{5}{4}mg\quad,\quad\begin{cases}W_T=Td\cos0=\frac{5}{4}mgd\\W_{mg}=mgd\cos180^\circ=-mgd\end{cases}\Rightarrow\frac{W_T}{W_{mg}}=\frac{\frac{5}{4}mgd}{-mgd}=-\frac{5}{4}$$

۵۲۳- گزینهٔ ۴ ابتدا نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست می‌آوریم:



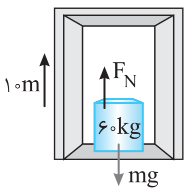
$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-20=4\Rightarrow F_N=24N$$

سپس جابه‌جایی را در مدت نیم‌ثانیه حساب می‌کنیم:

$$d=\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow d=\frac{1}{2}\times2(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}m$$

$$W_{F_N}=F_Nd\cos\theta=24\times\frac{1}{4}\times\cos0=6J$$

۵۲۴- گزینهٔ ۱ ابتدا با توجه به قانون دوم F_N را به‌دست می‌آوریم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_N=ma\Rightarrow600-F_N=120\Rightarrow F_N=480N$$

کار نیروی عمودی سطح برابر است:

$$W_{F_N}=F_Nd\cos0=480\times10=4800J$$

۵۲۵- گزینهٔ ۳ در قسمت اول حرکت (5s آغازین) شتاب حرکت برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{10}{5}=2m/s^2$$

نیروی عمودی سطح در این حالت را حساب می‌کنیم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N=600+120=720N$$

هم‌چنین جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار $v-t$ می‌باشد:

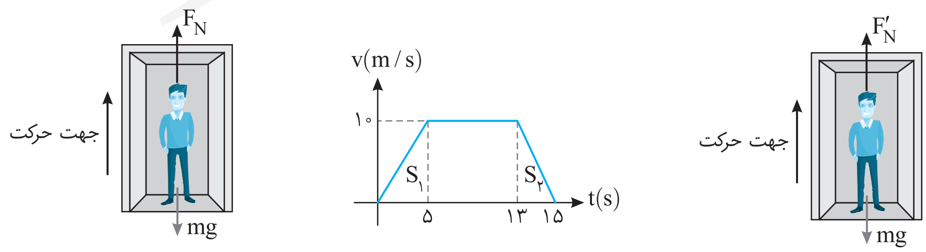
$$d=S_1=25m$$

کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

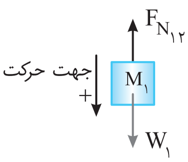
$$W_{F_N}=F_Nd\cos0=720\times25\times1=18000J$$

در 2s آخر حرکت شتاب برابر است با $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-10}{2}=-5m/s^2$ و با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases}F_{net}=ma\Rightarrow F'_N-mg=ma\Rightarrow F'_N-600=-300\Rightarrow F'_N=300N\\W_{F'_N}=F'_Nd_2\cos0\xrightarrow{d_2=S_2}W_{F'_N}=300\times\frac{2\times10}{2}=3000J\end{cases}\Rightarrow\frac{W_{F_N}}{W_{F'_N}}=\frac{18000}{3000}=6$$



۵۲۶- گزینهٔ ۲ نیروهای وارد بر M_1 را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که M_2 بر M_1 وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.



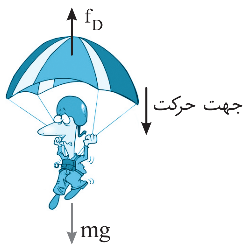
$$F_{net}=Ma\Rightarrow M_1g-F_{N_{12}}=M_1a\Rightarrow2-F_{N_{12}}=0/2\times2\Rightarrow F_{N_{12}}=1/6N$$

جابه‌جایی دستگاه در مدت ۳ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$d=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times2\times9\Rightarrow d=9m$$

کار نیروی $F_{N_{12}}$ برابر است با:

$$W=F_{N_{12}}d\cos180^\circ\Rightarrow W=1/6\times9\times(-1)=-14/4J$$

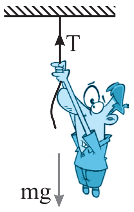


۵۲۷- گزینهٔ ۴ (B) در تندی حدی، سرعت ثابت بوده و برایند نیروهای وارد بر چترباز صفر است، از این رو:

$$F_{net}=۰\Rightarrow mg=f_D\Rightarrow f_D=۸۰۰N$$

در هر متر سقوط کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W_{f_D}=f_D d\cos۱۸۰^\circ=-۸۰۰J$$



۵۲۸- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به قانون دوم نیوتون کشش T را به‌دست می‌آوریم:

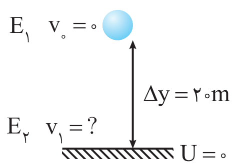
$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma\Rightarrow T-۵۰۰=۱۰۰\Rightarrow T=۶۰۰N$$

حال جابه‌جایی آن در مدت $۴s$ را به‌دست می‌آوریم

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta y=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۶\Rightarrow\Delta y=۱۶m$$

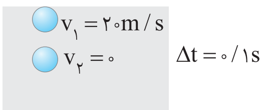
کار نیرویی که طناب به شخص وارد می‌کند برابر است با:

$$W=Td=۶۰۰\times۱۶=۹۶۰۰J$$



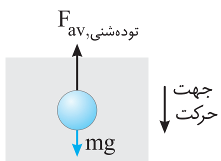
۵۲۹- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به تودهٔ شنی را به کمک پایستگی انرژی مکانیکی به دست می‌آوریم:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۱^۲-۰=mg\Delta y\Rightarrow\frac{۱}{۲}v_۱^۲=۱۰\times۲۰\Rightarrow v_۱=۲۰\,m/s$$



بنابراین در مدت $۰/۱s$ سرعت گلوله از $۲۰m/s$ به صفر در تودهٔ شنی می‌رسد.

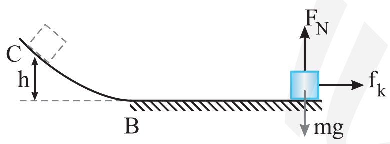
$$|F_{av}|=\left|\frac{\Delta P}{\Delta t}\right|\Rightarrow F_{av}=\frac{|۰/۲(۰-۲۰)|}{۰/۱}=۴۰N$$



۵۳۰- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به سؤال قبل:

$$F_{av}=-۴۰N$$

$$mg-F_{av,\text{توده‌شنی}}=-۴۰\Rightarrow۲-F_{av,\text{توده‌شنی}}=-۴۰\Rightarrow F_{av,\text{توده‌شنی}}=۴۲N$$



۵۳۱- گزینهٔ ۱ (B) شتاب حرکت روی سطح افقی را به دست می‌آوریم.

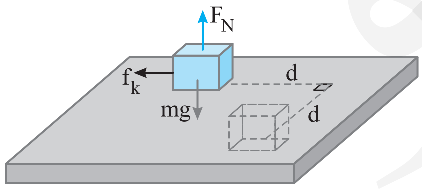
$$F_{net}=ma\Rightarrow-\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g\Rightarrow a=-۰/۲\times۱۰\Rightarrow a=-۲m/s^۲$$

سرعت جسم را در لحظهٔ گذر از B به‌دست می‌آوریم.

$$v=at+v_۰\Rightarrow v_B=-۲\times۳+۱۰=۴m/s$$

اکنون به کمک پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاعی که جسم از سطح بالا می‌رود را حساب می‌کنیم:

$$E_B=E_C\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_B^۲=mgh\Rightarrow v_B^۲=۲gh\Rightarrow۱۶=۲۰h\Rightarrow h=۰/۸m$$



۵۳۲- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک در هر دو مسیر را حساب کرده و با توجه به جابه‌جایی کار نیروی اصطکاک‌ها را حساب می‌کنیم.

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg$$

$$f_{k_۱}=\mu_k F_N=\mu_k mg\Rightarrow W_{f_{k_۱}}=f_{k_۱}d\cos۱۸۰^\circ=-\mu_k mgd$$

$$f_{k_۲}=\mu_k F_N=\mu_k mg\Rightarrow W_{f_{k_۲}}=f_{k_۲}d\cos۱۸۰^\circ=-\mu_k mgd$$

$$W_{f_k}=W_{f_{k_۱}}+W_{f_{k_۲}}=-\mu_k mgd-\mu_k mgd=-۲\mu_k mgd$$

۵۳۳- گزینهٔ ۳ (B) کار نیروی اصطکاک برابر است با طول مسیر ضرب‌در بزرگی نیروی اصطکاک.

$$W_f=-f_k(۲\pi R)=-۲\mu_k mg\pi R$$

۵۳۴- گزینهٔ ۴ (B) نیروی F خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود و سرعت جسم در حال کاهش می‌باشد پس گزینهٔ (۳) و یا گزینهٔ (۴) درست است. همچنین چون نیروها ثابت‌اند شتاب حرکت ثابت می‌باشد.

$$v_۲=at+v_۰\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m(at+v_۰)^۲$$

با توجه به معادلهٔ بالا باید K بر حسب t به صورت سهمی (تابع درجه دوم) باشد.

۵۳۵- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به معادلهٔ $v=at+v_۰$ و معادلهٔ داده شده، شتاب جسم برابر $۴m/s^۲$ و سرعت اولیه برابر $۱m/s$ است.

$$F_{net}=ma\Rightarrow F=۲\times۴\Rightarrow F=۸N\quad,\quad P=\frac{W}{t}=\frac{Fd}{t}\Rightarrow\bar{P}=Fv_{av}$$

سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ آغازین حرکت: $v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_۰\Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{۲}\times۴\times۳+۱=۷m/s$ ، $\bar{P}=۸\times۷=۵۶W$

۵۳۶- گزینهٔ ۲ (B) نیروی خالص با توجه به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma\Rightarrow F=1200\times 4=4800N$$

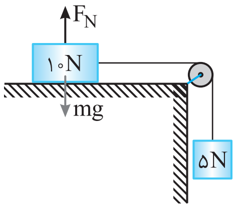
حال جابه‌جایی را با توجه به رابطهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{1}{2}\times 4(2\times 2-1)+0=6m$$

توان را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{Fx}{t}=\frac{4800\times 6}{2-1}=28800W=28/8kW$$

۵۳۷- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای دستگاه می‌توان نوشت:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}=K_2-K_1\Rightarrow mgd+W_{f_k}=K_2\xrightarrow[K_2=8J]{d=2m}10+W_{f_k}=8$$

$$W_{f_k}=-2J\Rightarrow f_k d\cos 180^\circ=-2J\Rightarrow f_k=1N$$

$$f_k=\mu_k F_N\Rightarrow 1=\mu_k\times 10\Rightarrow \mu_k\times 10\Rightarrow \mu_k=0/1N$$

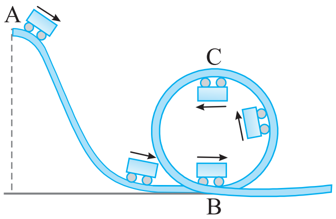
۵۳۸- گزینهٔ ۱ (B) با حرکت جسم ۴kg به اندازهٔ ۱۰cm انرژی پتانسیل معادل $mgh=4\times 10\times 0/1=4J$ آزاد می‌شود که ۳J آن در فنر ذخیره شده و ۱J آن صرف غلبه بر کار نیروی اصطکاک بین m_2 و سطح میز می‌شود. از این رو:

$$W_f=f_k\cos\pi\Rightarrow -1=f_k(0/1)(-1)\Rightarrow f_k=10N$$

ضریب اصطکاک برابر خواهد شد با:

$$f_k=\mu_k m_2 g\Rightarrow 10=\mu_k 20\Rightarrow \mu_k=\frac{10}{20}=0/5$$

۵۳۹- گزینهٔ ۴ (B) به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

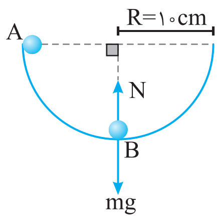


$$E_B=E_C\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}mv_C^2+mg(2R)\Rightarrow v_B^2-v_C^2=4Rg$$

اکنون اختلاف نیروی مرکزگرا در نقطه‌های B و C را به‌دست می‌آوریم:

$$F_B-F_C=m\frac{v_B^2}{R}-m\frac{v_C^2}{R}=\frac{m}{R}(v_B^2-v_C^2)=\frac{m}{R}(4Rg)=4mg$$

۵۴۰- گزینهٔ ۳ (A) جسم در صفحهٔ قائم دارای حرکت دایره‌ای است. به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی، ابتدا سرعت وزنه را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم:



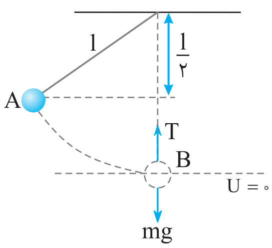
$$E_A=E_B\Rightarrow mgR=\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow v_B=\sqrt{2Rg}$$

$$v_B=\sqrt{2\times 0/1\times 10}\Rightarrow v_B=\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر، نیروی مرکزگرا است.

$$F_N-mg=\frac{mv^2}{R}\Rightarrow F_N-0/3\times 10=\frac{0/3\times 2}{0/1}\Rightarrow F_N=9N$$

۵۴۱- گزینهٔ ۴ (A) بنا به قانون پایستگی انرژی مکانیکی، سرعت گلوله را در پایین‌ترین نقطهٔ مسیرش به‌دست می‌آوریم:

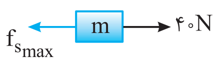


$$E_A=E_B\quad,\quad mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2\quad,\quad g(\frac{l}{2})=\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow v_B^2=lg$$

برآیند دو نیروی کشش نخ و نیروی وزن، نیروی مرکزگرا است:

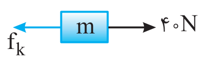
$$T-mg=m\frac{v_B^2}{r}\Rightarrow T-mg=m\frac{lg}{l}\Rightarrow T=2mg$$

۵۴۲- گزینهٔ ۳ (C) در آستانهٔ حرکت:



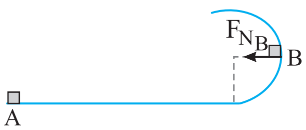
$$F_{net}=0\Rightarrow 40-f_{s\,max}=0\Rightarrow f_{s\,max}=40\Rightarrow \mu_s mg=40\Rightarrow 0/4\times m\times 10=40\Rightarrow m=10\,kg$$

بعد از حرکت:



$$F_{net}=ma\Rightarrow 40-f_k=10\times a\Rightarrow 40-\mu_k mg=10a\Rightarrow 40-(0/2\times 10\times 10)=10a\Rightarrow a=2m/s^2$$

۵۴۳- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم.

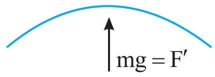


$$E_A=E_B\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow 200=10\times 2+\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow v_B^2=360$$

نیروی مرکزگرا در نقطهٔ B نیروی عمودی تکیه‌گاه است:

$$F_{N_B}=m\frac{v_B^2}{r}=0/1\times\frac{360}{2}=18N$$

پاسخ آزمون ۱



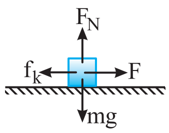
۱- گزینهٔ ۳ واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود و نه شاخه پس گزارهٔ (الف) نادرست است. / پس از جدا شدن سیب از شاخه نیروی وزن از طرف زمین و نیروی مقاومت هوا از طرف ذرات هوا به سیب وارد می‌شود، پس گزارهٔ (ب) درست است. / قبل از جدا شدن سیب از درخت، سیب در حال تعادل (سکون) قرار دارد پس نیروهای وارد بر سیب متوازن هستند و گزارهٔ (پ) درست است.

۲- گزینهٔ ۲ بنا بر تعریف شتاب متوسط:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(۶\vec{i}+۹\vec{j})-۰}{۳}=۲\vec{i}+۳\vec{j}$$

بنا بر قانون دوم نیوتون برایند نیروها را برابر $m\vec{a}$ قرار می‌دهیم:

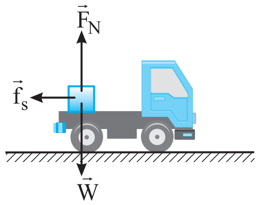
$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۲(۲\vec{i}+۳\vec{j})\Rightarrow ۳\vec{i}-۴\vec{j}-۶\vec{i}+۵\vec{j}+\vec{F}_۳=۴\vec{i}+۶\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_۳=۷\vec{i}+۵\vec{j}$$



۳- گزینهٔ ۳ جسم دارای سرعت ثابت است و برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg$$

$$F_{net,x}=۰\Rightarrow F=f_k\Rightarrow k\Delta l=\mu_k mg\Rightarrow k(\frac{۵}{۱۰۰})=۰/۲\times۲\times۱۰\Rightarrow k=۸۰\ N/m$$



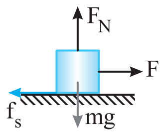
۴- گزینهٔ ۱ سرعت کامیون هنگام ترمز $۷۲km/h=۲۰m/s$ است. هنگامی که کامیون، ترمز می‌کند، بار درون کامیون، بنابه قانون اول نیوتون، تمایل دارد با سرعت کامیون در لحظهٔ ترمز به حرکت خود ادامه دهد و نیروی اصطکاک ایستایی بین کف کامیون و بار مانع حرکت بار به سمت جلو است و برای آن که بار نلغزد باید شتاب توقف کامیون و شتاب توقف بار، با هم برابر باشد.

بیشینهٔ شتابی که نیروی f_s می‌تواند برای توقف، به بار بدهد برابر است با:

$$\left.\begin{matrix}f_s=\mu_s mg\\-f_s=ma\end{matrix}\right\}\Rightarrow-\mu_s mg=ma\Rightarrow a=-\mu_s g$$

باید شتاب توقف کامیون نیز برابر $a=-\mu_s g$ باشد.

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-v_۰^۲=۲(-\mu_s g)\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{v_۰^۲}{۲\mu_s g}=\frac{۴۰۰}{۲\times۰/۴\times۱۰}\Rightarrow\Delta x=۵۰m$$

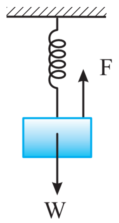


۵- گزینهٔ ۱ جسم ساکن است. بنابراین:

$$f_s=F=۵N\quad,\quad F_N=mg=۵۰N$$

نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است که این دو نیرو بر هم عمودند.

$$F_R=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲}=\sqrt{۵۰^۲+۵^۲}>۵۰N$$



۶- گزینهٔ ۳ هرگاه فنر کشیده شود و یا فشرده شود و طول آن به اندازهٔ $\Delta l=l-l_۰$ تغییر کند ($l_۰$ طول طبیعی فنر است)، نیرویی در فنر ایجاد می‌شود که می‌خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند. این نیرو را نیروی کشسانی فنر می‌گویند و اندازهٔ آن برابر با $F=k\Delta l$ است که در آن k ثابت فنر است. جسم ساکن است و برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس داریم: $F=W\Rightarrow k\Delta l=W$

در حالت اول: $k(۰/۱-l_۰)=۲۰$, در حالت دوم: $k(۰/۱۱-l_۰)=۴۰$

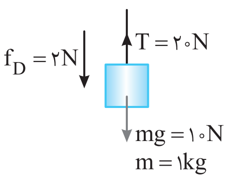
دو رابطهٔ بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$۰/۱۱k-kl_۰-۰/۱k+kl_۰=۴۰-۲۰\Rightarrow ۰/۰۱k=۲۰\Rightarrow k=۲۰۰۰N/m$$

۷- گزینهٔ ۲ دقت کنید گلوله در هوا پرتاب شده است و مقاومت هوا را نمی‌توان نادیده گرفت. از این رو:

$$\left\{\begin{matrix}\text{هنگام بالا رفتن، نیروی مقاومت هوا به طرف پایین است}: mg+f=ma_۱\\\text{هنگام پایین آمدن، نیروی مقاومت هوا رو به بالاست}: mg-f=ma_۲\end{matrix}\right.\Rightarrow|a_۱|>|a_۲|$$

در هر نقطه، اندازهٔ سرعت هنگام پایین آمدن کمتر از هنگام بالا رفتن است (اصطکاک در مسیر رفت و برگشت باعث کاهش انرژی جنبشی جسم می‌شود). پس مدت زمان بازگشت طولانی‌تر است.



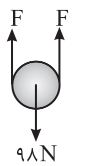
۸- گزینهٔ ۲ با توجه به نیروهای وارد بر جسم و قانون دوم نیوتون شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow ۲۰-۱۰-۲=۱\times a\Rightarrow a=۸m/s^۲$$

حال با توجه به معادلهٔ شتاب - زمان و اینکه در $۱s$ آغازین حرکت، متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند داریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow\Delta y=\frac{۱}{۲}\times۸\times۱=۴m$$

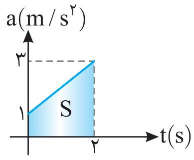
۹- گزینهٔ ۴ جهت حرکت جسم رو به بالا است. اما نوع حرکت مشخص نیست اگر حرکت تندشونده باشد $F>W$ است، اگر حرکت کندشونده باشد $F<W$ است و اگر جسم با حرکت کندشونده با شتاب g رو به بالا حرکت کند، نیروی $F=۰$ خواهد بود.



۱۰- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$۲F=۹۸N\Rightarrow F=۴۹N$$

۱۱- گزینهٔ ۱ B
به جسم سه نیروی T_1 و T_2 و mg وارد می‌شود برای آنکه جسم در حال تعادل باشد باید نیروهای وارد بر آن متوازن باشد. $\vec{T}_1+\vec{T}_2+m\vec{g}=0$؛ بنابراین برایند دو نیروی $\vec{T}_1+\vec{T}_2$ باید هم اندازهٔ $m\vec{g}$ و خلاف جهت آن باشد.

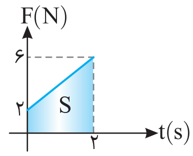


۱۲- گزینهٔ ۱ B
راه‌حل اول: با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$، ابتدا معادلهٔ شتاب - زمان را می‌نویسیم.

$$ma=۲t+۲\Rightarrow ۲a=۲t+۲\Rightarrow a=t+۱$$

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است، بنابراین:

$$S=\frac{۲(۱+۳)}{۲}=۴\Rightarrow \Delta v=۴m/s\xrightarrow[\text{از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{v_0=0}v-0=۴\Rightarrow v=۴m/s$$



راه‌حل دوم: مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر تغییر تکانه است.

$$S=\frac{۲(۲+۶)}{۲}=۸\Rightarrow \Delta P=۸\ kgm/s$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1=0$: در لحظهٔ $t=۲s\Rightarrow P=۸\ kgm/s\xrightarrow{P=mv}۲v=۸\Rightarrow v=۴m/s$

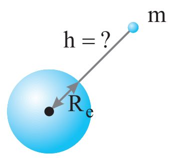
۱۳- گزینهٔ ۱ A
تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$P=mv$$

$$F=ma\Rightarrow F=m\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow F=\frac{mv-mv_0}{t}\Rightarrow F=\frac{P-mv_0}{t}$$

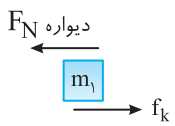
نیروی $0/۱N$ در خلاف جهت حرکت بر گلوله وارد می‌شود، اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم در این صورت:

$$-0/۱=\frac{P-(0/0۲\times ۱0)}{۵}\Rightarrow -0/۵=P-0/۲\Rightarrow P=-0/۳kg.m/s$$



۱۴- گزینهٔ ۲ A
به نیرویی که دو جسم به‌واسطهٔ جرم‌هایشان برهم وارد می‌کنند، نیروی گرانش گویند. $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$

با توجه به فرض تست: $F'=\frac{۴}{۹}F\Rightarrow G\frac{M_em}{(R_e+h)^2}=\frac{۴}{۹}G\frac{M_em}{R_e^2}\Rightarrow\frac{۱}{R_e+h}=\frac{۲}{۳}\frac{۱}{R_e}\Rightarrow ۲R_e+۲h=۳R_e\Rightarrow h=\frac{R_e}{۲}$



۱۵- گزینهٔ ۲ B
نیرویی که عامل حرکت m_1 است، نیروی اصطکاک جنبشی بین m_1 و m_2 است و نیرویی که مانع حرکت m_1 می‌شود، نیرویی است که توسط دیوار بر آن وارد می‌شود. این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند و m_1 ساکن می‌ماند. بنابراین:

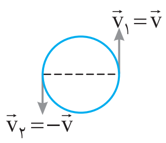
$$F_{N_{\text{دیواره}}}=f_k=\mu_k m_1 g\Rightarrow F_{N_{\text{دیواره}}}=0/۵\times ۱0\times ۱0=۵0\ N$$

۱۶- گزینهٔ ۱ A
با توجه به رابطهٔ شتاب مرکزگرا با سرعت خطی:

$$a=\frac{v^2}{r}\xrightarrow[r_1=r_2]{v_1=v_2}a_1=a_2$$

۱۷- گزینهٔ ۳ B
نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است. بنابراین:

$$F=m\frac{v^2}{r},T=m\frac{v^2}{l},T'=m\frac{(۲v)^2}{\frac{l}{۲}}\ ,\frac{T'}{T}=۸$$



۱۸- گزینهٔ ۳ B
با توجه به شکل، تغییر تکانه را به‌دست می‌آوریم:

$$|\Delta\vec{P}|=m\Delta v\Rightarrow|\Delta\vec{P}|=m|\vec{v}_2-\vec{v}_1|\Rightarrow|\Delta\vec{P}|=m|-\vec{v}-\vec{v}|\Rightarrow|\Delta\vec{P}|=۲mv$$

۱۹- گزینهٔ ۳ B
شتاب گرانش، همان میدان گرانش $\vec{g}$ است. شتاب گرانش در سطح یک سیاره از رابطهٔ $g=G\frac{M}{R^2}$ به‌دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و R شعاع‌سیاره‌است.باتوجه‌به‌فرض‌مسأله: $g_p=G\frac{M_p}{R_p^2}=G\frac{۴M_e}{(۳R_e)^2}=\frac{۴}{۹}G\frac{M_e}{R_e^2}\Rightarrow g_p=\frac{۴}{۹}g_e$ ، $V_p=۲۷V_e\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R_p^3=۲۷(\frac{۴}{۳}\pi R_e^3)\Rightarrow R_p=۳R_e$

۲۰- گزینهٔ ۳ B
در حرکت ماهواره به گرد زمین، نیروی گرانش وارد بر ماهواره، نیروی مرکزگرا است و شتاب گرانشی در محل ماهواره (g_h) و شتاب مرکزگرای ماهواره (a) است $(g_h=a=۲/۵m/s^2)$. با توجه به رابطهٔ میدان گرانش $(g=G\frac{M}{r^2})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{g_e}{g_h}=\frac{G\frac{M_e}{R_e^2}}{G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}}\Rightarrow\frac{۱0}{۲/۵}=\frac{(R_e+h)^2}{R_e^2}\Rightarrow ۴=\frac{(R_e+h)^2}{R_e^2}\Rightarrow ۲=\frac{R_e+h}{R_e}\Rightarrow ۲R_e=R_e+h\Rightarrow h=R_e$$

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینهٔ ۳ دو جرم مانند زمین و ماه، بدون تماس، بر هم نیروی گرانشی وارد می‌کنند.
(A)

۲- گزینهٔ ۱ بنا به تعریف تکانه $\vec{P}=m\vec{v}$، اگر تکانه طبق نمودار با زمان دارای رابطهٔ خطی باشد، سرعت متحرک نیز دارای رابطهٔ خطی بوده به همین دلیل سرعت در حال افزایش و شتاب جسم ثابت است $(v=at+v_0)$.
(A)

۳- گزینهٔ ۴ چون نیرو در خلاف جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شود، ابتدا جسم متوقف شده و سپس تحت تأثیر همان نیرو در خلاف جهت محور، سرعت می‌گیرد. اگر ابتدا تکانه $P_1=5\times 3=15\,kg\,m/s$ باشد، آن‌گاه $P_2=-15\,kg\,m/s$ خواهد بود.
(A)

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow -6=\frac{-15-15}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{-30}{-6}=5\,s$$

۴- گزینهٔ ۳ نیروی وزن یک جسم در سطح یک سیاره، همان نیروی گرانشی است که از طرف سیاره به جسم وارد می‌شود. بنابراین:
(B)

$$\begin{cases} F_A=G\dfrac{M_A m}{R_A^2} \\ F_B=G\dfrac{M_B m}{R_B^2}\end{cases}\Rightarrow \frac{F_A}{F_B}=\frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2\Rightarrow 12=\frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \quad (1)$$

بنابه فرض مسأله:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\dfrac{M_A}{V_A}}{\dfrac{M_B}{V_B}}\xrightarrow[\frac{\rho_A}{\rho_B}=6]{V=\frac{4}{3}\pi R^3} 6=\frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \quad (2)$$

با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱):

$$\frac{6}{12}=\frac{R_B}{R_A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=2$$

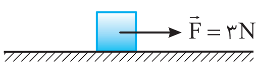
۵- گزینهٔ ۱ نیروی اصطکاک عامل توقف جسم است.
(B)

$$F_{net}=Ma$$
$$\mu_k Mg=Ma\Rightarrow a=\mu_k g$$

* پس شتاب توقف حاصل از نیروی اصطکاک جنبشی برابر $a=\mu_k g$ است.

شتاب توقف، به جرم جسم بستگی ندارد و $x_{\text{توقف}}=\dfrac{v_0^2}{2a}$ در هر دو مورد یکی است.

۶- گزینهٔ ۲ در این نوع مسائل ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی و یا نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم، سپس نیروی وارد بر جسم را با آن‌ها مقایسه می‌کنیم.
(A)

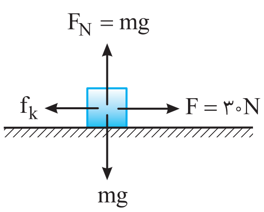


$$f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg\Rightarrow f_k=0/2\times 20\Rightarrow f_k=4N>3N$$

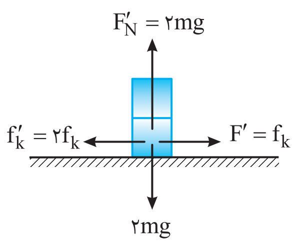
نیروی اصطکاک جنبشی از نیروی $3N$ بیشتر است، به همین دلیل جسم ساکن می‌ماند و برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح برابر $3N$ است.

$$F_{net}=0\Rightarrow f_s=F=3N$$

۷- گزینهٔ ۲ جسم با سرعت ثابت در حرکت است و برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:
(A)



$$F_{net}=0\Rightarrow f_k=F=30N$$

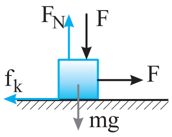


مطابق شکل روبه‌رو وقتی قطعه چوب دیگری روی اولی قرار می‌گیرد، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شده و نیروی اصطکاک بین سطح و جسم نیز دو برابر می‌شود.

$$W'=2W\Rightarrow F'_N=2N\xrightarrow{f_k=\mu_k F_N} f'_k=2f_k$$

در این صورت برای به حرکت درآوردن مجموعه با سرعت ثابت باید نیروی افقی برابر $F'=2F=60N$ بر مجموعه وارد شود.

۸- گزینهٔ ۱ A در ابتدا متحرک با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین:

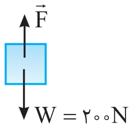


$$F_{net}=۰\Rightarrow F-f_k=۰\Rightarrow F=f_k\xrightarrow{F_N=F+mg}F=\mu_k(F+mg)$$

با افزایش F، F_N نیز افزایش می‌یابد امّا افزایش F_N از f_k بیشتر است زیرا در رابطهٔ f_k باید مقدار F_N در μ که کمتر از (۱) است ضرب شود پس گزینهٔ (۱) درست است.

۹- گزینهٔ ۱ A نیروی مقاومت هوا تابع سـطح جلو جسـم و اندازهٔ سـرعت جسم است. یعنی هر چه سرعت جسـم بیشتر یا سطح جلویِ جسم بزرگ‌تر باشد در هر ثانیه تعداد مولکول هوای بیشتری با جسم برخورد کرده و مقاومت هوا بیشتر می‌شود بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

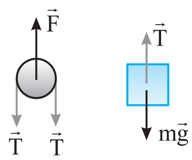
۱۰- گزینهٔ ۲ A چون حرکت رو به بالا و کندشونده است.



$$F<W\Rightarrow mg-F=ma\Rightarrow ۲۰۰-F=۲۰\times ۲/۵\Rightarrow F=۱۵۰N$$

۱۱- گزینهٔ ۴ A هنگامی که جسم تندشونده رو به بالا در حرکت است نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) از نیروی وزن وارد بر جسم بیشتر است $(F_N>W)$. هرگاه جسـم با همان شـتاب دارای حرکت کندشـونده رو به پایین باشد مجدداً $F_N>W$ خواهد بود. یعنی حرکت تندشـونده رو به بالا و حرکت کندشونده رو به پایین از نظر برایند نیروها و شتاب حرکت معادل هم هستند و در هر دو حرکت جهت شتاب و برایند نیروها رو به بالا است.

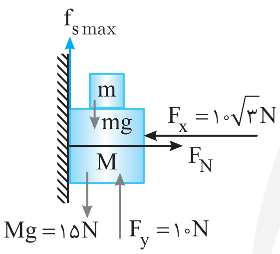
۱۲- گزینهٔ ۱ B



$$F=۲T\Rightarrow ۴۵=۲T\Rightarrow T=۲۲/۵N$$

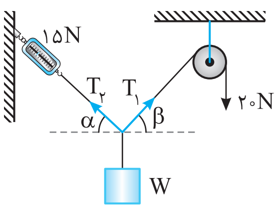
$$T-mg=ma\Rightarrow ۲۲/۵-۲۰=۲a\Rightarrow a=۱/۲۵m/s^۲$$

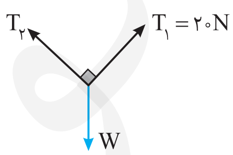
۱۳- گزینهٔ ۳ B با قراردادن m روی جسم M و افزایش آن نیروی وزن به سمت پایین افزایش می‌یابد سپس با افزایش m مجموعه در آسـتانهٔ حرکت به سـمت پایین قرار می‌گیرند و نیروی اصطکاک ایستایی آستانهٔ حرکت خلاف جهت حرکت به سمت بالا به M وارد می‌شود.



$$F_{net}=۰\begin{cases}F_x=F_N=۱۰\sqrt{۳}\ ,\ f_{s\,max}=\mu_s F_N=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times ۱۰\sqrt{۳}=۱۰N\\ F_y+f_{s\,max}=Mg+mg\Rightarrow ۲۰=۱۵+mg\Rightarrow mg=۵N\Rightarrow m=۰/۵kg=۵۰۰g\end{cases}$$

۱۴- گزینهٔ ۳ B با توجه به شکل کشش نخ $T_۱$ و $T_۲$ برابر است با:





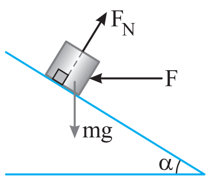
$$T_۱=۲۰N\ ,\ T_۲=۱۵N$$

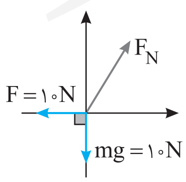
$\alpha+\beta=۹۰^\circ$ است پس زاویهٔ بین $T_۱$ و $T_۲$ برابر ۹۰° می‌باشد.

برای اینکه جسم در حال تعادل باشد باید برایند $T_۱$ و $T_۲$ برابر با W و در خلاف جهت باشد.

$$W=\sqrt{T_۱^۲+T_۲^۲}=\sqrt{۴۰۰+۲۲۵}=\sqrt{۶۲۵}=۲۵N$$

۱۵- گزینهٔ ۲ B نیروهای وارد بر جسم به صورت روبه‌رو است.





با توجه به در حال تعادل بودن جسم باید برایند F و mg برابر F_N باشد.

$$F_N=\sqrt{F^۲+(mg)^۲}=۱۰\sqrt{۲}$$

۱۶- گزینهٔ ۱ A در هر ۱۰s متحرک یک دور می‌زند، بنابراین $T=۱۰s$ و نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F=mr\omega^۲=mr(\frac{۲\pi}{T})^۲\Rightarrow F=۵\times ۵\times\frac{۴\times ۱۰}{۱۰۰}=۱۰N$$

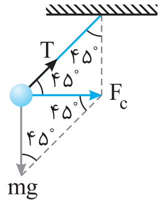
۱۷- گزینهٔ ۲ A سرعت حرکت ذره را از رابطهٔ انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۲}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۳}v^۲\Rightarrow v^۲=۲۰\,m^۲/s^۲$$

شتاب مرکزگرا خواهد شد:

$$a=\frac{v^۲}{R}\Rightarrow a=\frac{۲۰}{۰/۵}\Rightarrow a=۴۰m/s^۲$$

۱۸- گزینهٔ ۲ همان‌گونه که هنگام دور زدن اتومبیل شما به سمت خارج پیچ منحرف می‌شوید، آونگ متصل به سقف یک وسیلهٔ متحرک نیز به سمت خارج پیچ منحرف می‌شود. در این حالت دو نیرو یکی وزن و دیگری کشش نخ به آونگ وارد می‌شود که برایند آن‌ها نیروی مرکزگرا است. با توجه به شکل F_c و mg هم‌اندازه هستند.



$$F_c=mg\Rightarrow m\frac{v^۲}{R}=mg\Rightarrow\frac{v^۲}{۴۰}=۱۰\Rightarrow v=۲۰m/s\Rightarrow v=۷۲km/h$$

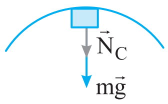
۱۹- گزینهٔ ۳ نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به گرد زمین بگردد، نیروی گرانش بین ماهواره و کرهٔ زمین است که برابر نیروی مرکزگراست.

$$F=G\frac{M_em}{r^۲}=mr\omega^۲\Rightarrow\frac{GM_e}{r^۳}=(\frac{۲\pi}{T})^۲\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{r^۳}{GM_e}}$$

r فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین است. بنابراین:

$$\frac{T_B}{T_A}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{(R_e+۷R_e)^۳}{GM_e}}}{۲\pi\sqrt{\frac{(R_e+R_e)^۳}{GM_e}}}=\frac{\sqrt{(۸R_e)^۳}}{\sqrt{(۲R_e)^۳}}=\sqrt{۴^۳}=۴\sqrt{۴}=۸$$

۲۰- گزینهٔ ۲ نیروی مرکزگرا در بالاترین نقطهٔ مسیر برابر است با:



$$N_C+mg=m\frac{v_C^۲}{R}\xrightarrow{N_C=mg}۲mg=m\frac{v_C^۲}{R}\Rightarrow v_C=\sqrt{۲Rg}$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

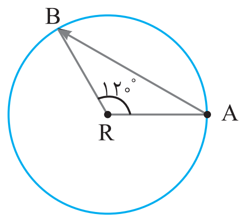
$$E_A=E_C\Rightarrow mgh=mg(۲R)+\frac{۱}{۲}mv_C^۲\Rightarrow gh=۲gR+\frac{۱}{۲}(۲Rg)\Rightarrow h=۳R\xrightarrow{R=۲۰cm}h=۶۰cm$$

ضمیمه ۱ کاربرد ریاضی در فیزیک

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۴ A

با توجه به شکل، مسافت طی شده برابر طول کمان AB است که $\frac{1}{3}$ محیط دایره یعنی $\frac{1}{3}2\pi R$ می‌باشد و جابه‌جایی برابر با طول وتر AB است که برابر است با:



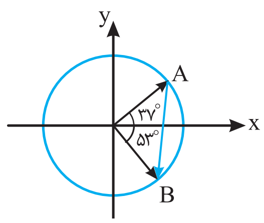
$$|\overrightarrow{AB}|=2R\sin\frac{120^\circ}{2}\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3}R$$

بنابراین:

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{جابه‌جایی}}=\frac{\frac{2}{3}\pi R}{\sqrt{3}R}=\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$$

۲- گزینهٔ ۳ B

ابتدا بردارهای مکان A و B را به‌دست می‌آوریم:



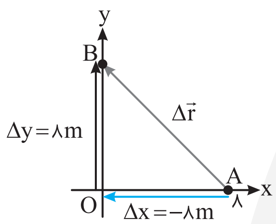
$$\vec{r}_A=8\cos 37^\circ\,\vec{i}+8\sin 37^\circ\,\vec{j}=6/4\vec{i}+4/8\vec{j}$$

$$\vec{r}_B=8\cos 53^\circ\,\vec{i}-8\sin 53^\circ\,\vec{j}=4/8\vec{i}-6/4\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=4/8\vec{i}-6/4\vec{j}-6/4\vec{i}-4/8\vec{j}=-1/6\vec{i}-11/2\vec{j}$$

۳- گزینهٔ ۲ B

متحرک در امتداد محور x از نقطهٔ +۸ به صفر رفته است، پس ۸− متر جابه‌جا شده است.



$$v_{av,x}=\frac{-8}{5}=-1/6\,m/s$$

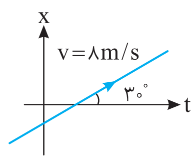
دقت کنید که مسأله سرعت متوسط در امتداد محور x ها را از شما می‌خواهد.

۴- گزینهٔ ۱ B

ابتدا معادلهٔ خط را به شکل استاندارد آن می‌نویسیم:

$$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3\sqrt{3}$$

در این معادله شیب خط $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ است و خط با محور x ها زاویهٔ 30° می‌سازد. در این صورت تصویر بردار سرعت روی محور x ها برابر خواهد بود با:



$$v_x=v\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,m/s$$

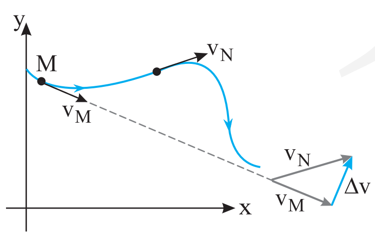
و جابه‌جایی در امتداد محور xها برابر خواهد شد با:

$$\Delta x=v_x t\Rightarrow\Delta x=4\sqrt{3}\times5\Rightarrow\Delta x=20\sqrt{3}\,m$$

۵- گزینهٔ ۳ A

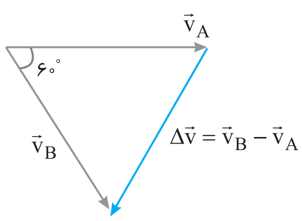
بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه بر مسیر حرکت مماس است و شتاب متوسط برابر تغییر بردار سرعت در یکای زمان بوده و بردار شتاب متوسط در جهت بردار تغییر سرعت می‌باشد.

کافی است هم‌سنگ بردارهای v_M و v_N را رسم کرده و جهت بردار تغییر سرعت را به‌دست بیاوریم تا جهت بردار شتاب متوسط به دست آید.



۶- گزینهٔ ۴ A

بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. هم‌سنگ بردارهای سرعت را از یک نقطه رسم کرده، تغییر بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

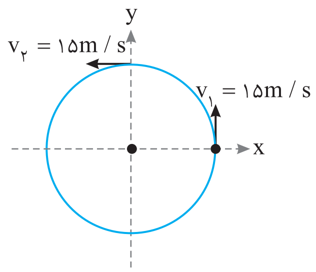


$$\Delta v=2v\sin\frac{\theta}{2}\Rightarrow\Delta v=2\times5\times\sin\frac{60^\circ}{2}\Rightarrow\Delta v=5\,m/s$$

اکنون به کمک تعریف شتاب متوسط، مقدار شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{5}{4}\Rightarrow a_{av}=1/25\,m/s^2$$

۷- گزینهٔ ۳ A
با توجه به شکل بردار سرعت $\vec{v}_۱=۱۵\vec{j}$ و $\vec{v}_۲=-۱۵\vec{i}$ است. از این‌رو:



$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_۲-\vec{v}_۱=-۱۵\vec{i}-۱۵\vec{j}$$

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{a}_{av}=\frac{-۱۵\vec{i}-۱۵\vec{j}}{۸-۳}\Rightarrow\vec{a}_{av}=-۳\vec{i}-۳\vec{j}$$

۸- گزینهٔ ۱ A
با توجه به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{r}_۲-\vec{r}_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{(۶۰\vec{i}+۸۰\vec{j})-(۰)}{۲-۰}=۳۰\vec{i}+۴۰\vec{j}$$

۹- گزینهٔ ۲ A

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{i}-۲\vec{j}=\frac{\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}-۲\vec{i}+۴\vec{j}}{۴-۰}\Rightarrow۴\vec{i}-۸\vec{j}=(\alpha-۲)\vec{i}+(\beta+۴)\vec{j}$$

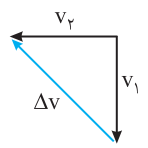
دو بردار وقتی با هم برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$\begin{cases}\alpha-۲=۴\Rightarrow\alpha=۶\\-۸=\beta+۴\Rightarrow\beta=-۱۲\end{cases}\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=\frac{۶}{-۱۲}=-\frac{۱}{۲}$$

۱۰- گزینهٔ ۳ A

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{r}_۲-\vec{r}_۱}{t}\Rightarrow-\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۳\vec{i}+۶\vec{j}-\vec{i}-۲\vec{j}}{t}\Rightarrow-\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۴\vec{i}+۴\vec{j}}{t}\Rightarrow t=۴s$$

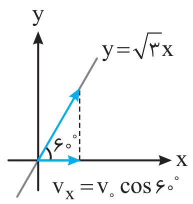
۱۱- گزینهٔ ۱ A
بردارهای هم‌سنگ $v_۱$ و $v_۲$ را از یک نقطه رسم می‌کنیم و به کمک آن، بزرگی بردار تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta v=\sqrt{v_۱^۲+v_۲^۲}=\sqrt{۱۵^۲+۲۰^۲}=۲۵m/s$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۲۵}{۶-۲}=۶/۲۵m/s^۲$$

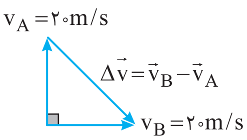
۱۲- گزینهٔ ۲ A
ابتدا مؤلفهٔ سرعت را روی محور x ها به‌دست می‌آوریم:
با توجه به معادلهٔ مسیر حرکت $y=\sqrt{۳}x$ ، شیب خط برابر $\sqrt{۳}$ است.



$$\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ\Rightarrow v_x=v\cos\alpha=۱۰۰\times\frac{۱}{۲}=۵۰m$$

$$\Delta x=v_x.t\Rightarrow۵۰۰=۵۰t\Rightarrow t=۱۰s$$

۱۳- گزینهٔ ۲ A
تغییرات سرعت را به‌دست می‌آوریم:

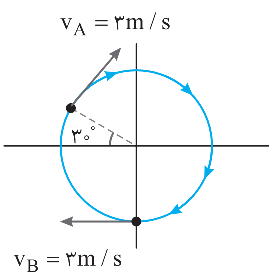


$$\Delta v=\sqrt{(۲۰)^۲+(۲۰)^۲}=۲۰\sqrt{۲}\,m$$

شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{۲۰\sqrt{۲}}{۴۰}\Rightarrow a_{av}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}m/s^۲$$

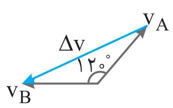
۱۴- گزینهٔ ۲ B
بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم، سپس بردار تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta v=۲v\sin\frac{۱۲۰}{۲}$$

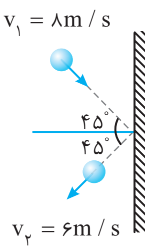
$$\Delta v=۲\times۳\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۳\sqrt{۳}m/s$$

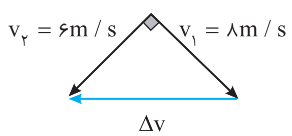
شتاب متوسط برابر است با:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۱۰}m/s^۲$$

۱۵- گزینهٔ ۲ B
هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



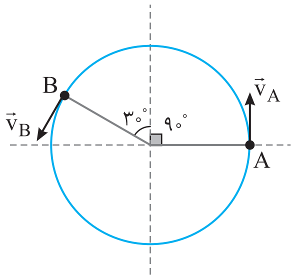


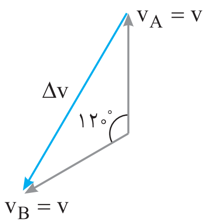
$$\Delta v=\sqrt{v_۱^۲+v_۲^۲}$$

$$\Delta v=\sqrt{۸^۲+۶^۲}=۱۰m/s$$

تغییر تکانهٔ جسم برابر است با:

$$\Delta P=m\Delta v\Rightarrow\Delta P=۰/۲\times۱۰=۲kg.m/s$$



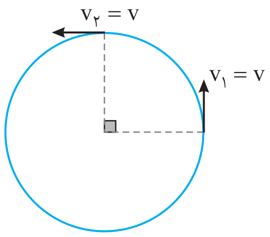


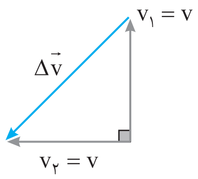
۱۶- گزینهٔ ۳ (B) در $\frac{۱}{۳}T$ متحرک $\frac{۱}{۳}$ دایره را طی کرده است. مثلاً از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رسد. تغییر تکانه از A تا B برابر است با:

$$P_B - P_A = m\vec{v}_B - m\vec{v}_A \Rightarrow \Delta P = m(\vec{v}_B - \vec{v}_A)$$

$$\Delta P = m(۲v\sin\frac{۱۲۰^\circ}{۲})$$

$$\Delta P = m(\sqrt{۳}v) \Rightarrow \Delta P = \sqrt{۳}mv$$

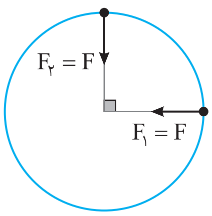


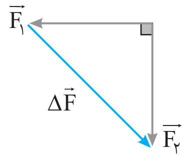


۱۷- گزینهٔ ۳ (B) متحرک در مدت $\frac{T}{۴}$ به اندازهٔ ربع دایره چرخیده است. هم‌سنگ بردارهای سرعت را رسم می‌کنیم:

$$\Delta v = ۲v\sin\frac{\alpha}{۲} = ۲v\sin\frac{۹۰^\circ}{۲} = \sqrt{۲}v$$

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta = \sqrt{۲}mv$$



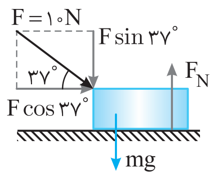


۱۸- گزینهٔ ۳ (B) نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همواره در امتداد شعاع و به سمت مرکز است و اگر اندازهٔ آن ثابت باشد، جهت بردار نیرو در حال تغییر و نیروی مرکزگرا یک نیروی متغیر است.

اندازهٔ نیروی مرکزگرا $F = m\frac{v^۲}{r}$ است. هم‌سنگ بردارهای نیرو را از یک نقطه رسم می‌کنیم.

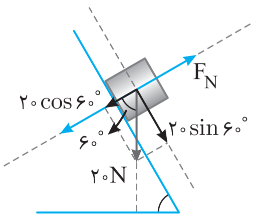
$$\Delta\vec{F} = \vec{F}_۲ - \vec{F}_۱ \xrightarrow{F_۱ = F_۲} \Delta F = F\sin\frac{\alpha}{۲}$$

$$\Delta F = ۲\frac{mv^۲}{r}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \sqrt{۲}m\frac{v^۲}{r}$$



۱۹- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا با توجه به آنچه در دهم خواندید نیرو را تجزیه می‌کنیم:

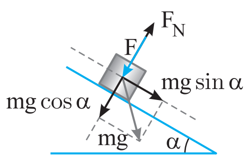
$$F_{y_{net}} = ۰ \Rightarrow F\sin ۳۷^\circ + mg = F_N \Rightarrow F_N = ۱۰ \times ۰/۶ + ۱۰ = ۱۶N$$



۲۰- گزینهٔ ۲ (A) نیروها در راستای عمود بر سطح متوازن می‌باشد. بنابراین:

$$F_{y_{net}} = ۰ \Rightarrow F_N = mg\cos ۶۰^\circ \Rightarrow F_N = ۲۰\cos ۶۰^\circ \Rightarrow F_N = ۱۰N$$

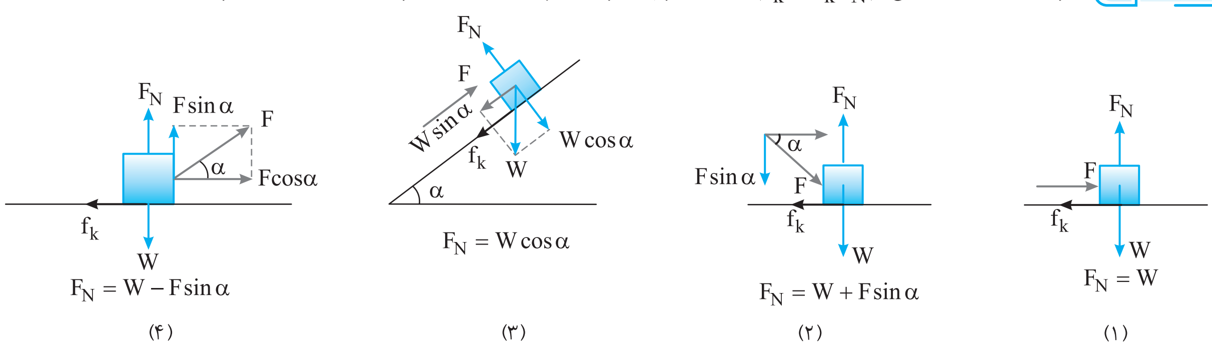
۲۱- گزینهٔ ۳ (A) روی سطح شیب‌دار نیروی عمودی تکیه‌گاه $F_N = mg\cos\alpha$ است و با افزایش α، $\cos\alpha$ کاهش می‌یابد.



۲۲- گزینهٔ ۳ (B) نیروها را در راستای عمود بر سطح شیب‌دار می‌نویسیم:

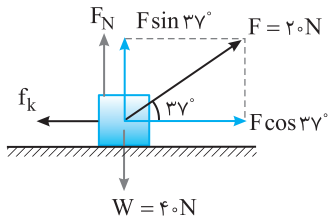
$$F_N = F + mg\cos\alpha \xrightarrow{F_N = mg} mg = F + mg\cos\alpha \Rightarrow F = mg(۱ - \cos\alpha)$$

۲۳- گزینهٔ ۲ (B) نیروی اصطکاک جنبشی $(f_k = \mu_k F_N)$ است و هر چه نیروی عمودی تکیه‌گاه بیشتر باشد، اصطکاک بیشتر است.



با توجه به شکل‌های بالا، نیروی اصطکاک در شکل گزینهٔ (۲) از بقیه بیشتر است.

۲۴- گزینهٔ ۳ B نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{net}=Ma$$

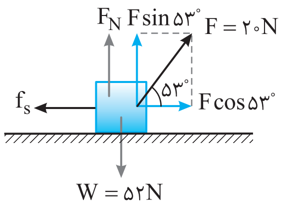
$$F\cos ۳۷^\circ - f_k = Ma \qquad (۱)$$

اما نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با: $F_N = W - F\sin ۳۷^\circ \Rightarrow F_N = ۴۰-(۲۰\times ۰/۶)=۲۸\,N$

و نیروی اصطکاک برابر است با: $f_k=\mu_k F_N = ۲۸\mu_k$

حال به کمک رابطهٔ (۱)، ضریب اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم: $۲۰\times ۰/۸ - ۲۸\mu_k = ۴\times ۲/۲۵ \Rightarrow \mu_k=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$

۲۵- گزینهٔ ۲ B جسم وقتی که نیروی $F=۲۰N$ شده است شروع به حرکت می‌کند، بنابراین اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت $f_{s\,max}=F\cos ۵۳^\circ$ است.

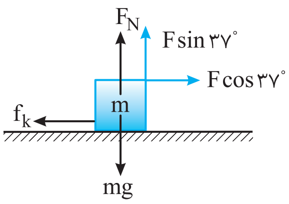


$$f_{s\,max}=F\cos ۵۳^\circ$$

$$\mu_s(W-F\sin ۵۳^\circ)=F\cos ۵۳^\circ \Rightarrow \mu_s(۵۲-۲۰\times ۰/۸)=۲۰\times ۰/۶$$

$$\mu_s=\frac{۱۲}{۳۶}\Rightarrow \mu_s=\frac{۱}{۳}$$

۲۶- گزینهٔ ۲ B جسم در حال حرکت افقی است پس برایند نیروها در راستای قائم صفر است:



$$F_N + F\sin ۳۷^\circ = mg \Rightarrow F_N = ۵۵ - ۰/۶F$$

نیروی اصطکاک برابر است با: $f_k=\mu_k F_{N_1} = \frac{۱}{۲}(۵۵-۰/۶F) \qquad (۱)$

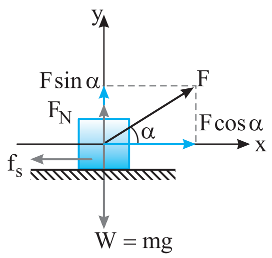
سرعت ثابت است، از این رو: $F\cos ۳۷^\circ=f_k \Rightarrow ۰/۸F=f_k\Rightarrow ۰/۸F=۲۷/۵-۰/۳F\Rightarrow ۱/۱F=۲۷/۵\Rightarrow F=۲۵N \xrightarrow{(۱)} f_k=\frac{۱}{۲}(۵۵-۰/۶\times ۲۵)=۲۰N$

در حالت دوم نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

$$F'_N+۲F\sin ۳۷^\circ=mg\Rightarrow F'_N=۵۵-۱/۲F\Rightarrow F'_N=۵۵-۱/۲\times ۲۵\Rightarrow F'_N=۵۵-۳۰=۲۵N\Rightarrow f'_k=\mu_k F'_N=\frac{۱}{۲}\times ۲۵=۱۲/۵N$$

پس نسبت نیروهای اصطکاک برابر است با: $\frac{f'_k}{f_k}=\frac{۱۲/۵}{۲۰}=\frac{۱۲۵}{۲۰۰}=\frac{۵}{۸}$

۲۷- گزینهٔ ۲ C نیروی F را تجزیه می‌کنیم، در آستانهٔ حرکت خواهیم داشت:



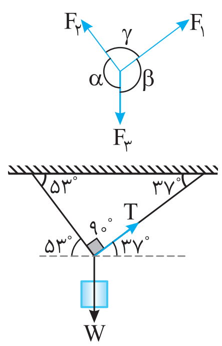
$$F\cos\alpha=f_{s\,max}\Rightarrow F\cos\alpha=\mu_s F_N\Rightarrow F\cos\alpha=\mu_s(W-F\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow F\cos\alpha=\frac{۳}{۴}W-\frac{۳}{۴}F\sin\alpha\Rightarrow F(\cos\alpha+\frac{۳}{۴}\sin\alpha)=\frac{۳}{۴}W$$

سمت راست رابطه مقدار ثابتی است بنابراین اگر بخواهیم F کمینه باشد باید عبارت $(\cos\alpha+\frac{۳}{۴}\sin\alpha)$ بیشینه باشد. در درس ریاضی در مبحث کاربرد مشتق خواهید دید برای آن که بیشینه و کمینه بودن یک تابع را مشخص کنیم مشتق آن را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم. از این رو مشتق عبارت فوق را به دست می‌آوریم: $-\sin\alpha+\frac{۳}{۴}\cos\alpha=۰\Rightarrow \sin\alpha=\frac{۳}{۴}\cos\alpha\Rightarrow \tan\alpha=\frac{۳}{۴}$

۲۸- گزینهٔ ۱ B حداقل نیروی F که باعث بلند شدن جسم از سطح می‌شود هنگامی رخ می‌دهد که مؤلفهٔ قائم F نیروی وزن را خنثی کند و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر شود. $F\sin\alpha=mg\Rightarrow F=\frac{mg}{\sin\alpha}$

۲۹- گزینهٔ ۲ A قانون سینوس‌ها: هرگاه برایند ۳ نیرو صفر شود بین اندازه‌های آن‌ها و سینوس زاویهٔ بین آن‌ها رابطهٔ زیر برقرار است:

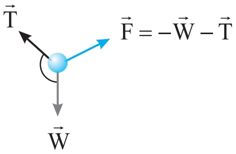


$$\vec F_1+\vec F_2+\vec F_3=۰\Rightarrow \frac{F_1}{\sin\alpha}=\frac{F_2}{\sin\beta}=\frac{F_3}{\sin\gamma}$$

به کمک قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت: $\frac{T}{\sin(۹۰^\circ+۵۳^\circ)}=\frac{W}{\sin ۹۰^\circ}$

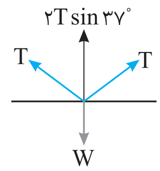
$$\frac{۶}{\cos ۵۳^\circ}=\frac{W}{۱}\Rightarrow \frac{۶}{۰/۶}=W\Rightarrow W=۱۰N$$

۳۰- گزینهٔ ۳ مطابق شکل روبه‌رو بر گلوله نیروی وزن رو به پایین و نیروی کشش نخ در امتداد نخ وارد می‌شود که با هم زاویه می‌سازند و نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کرده و گلوله در تعادل بماند. از این رو حداقل یک نیروی دیگر مانند F لازم است تا هم‌اندازه و در خلاف جهت برایند T و W باشد تا آن‌ها را خنثی کند، بنابراین حداقل سه نیرو بر جسم وارد می‌شود.



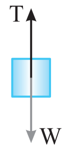
۳۱- گزینهٔ ۱

در شکل گزینهٔ (۱):



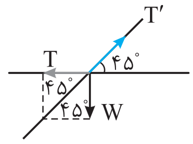
$$F_{net\,y}=0\Rightarrow 2T\sin 37^\circ=W\Rightarrow T=\frac{W}{1/2}$$

در شکل گزینهٔ (۲):



$$T=W$$

در شکل گزینهٔ (۳):



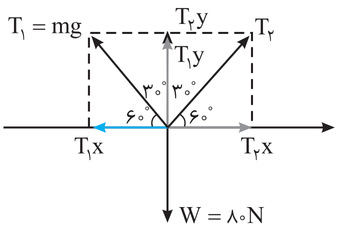
$$\tan 45^\circ=\frac{T}{W}\Rightarrow T=W$$

در شکل گزینهٔ (۴):

در طول نخ کشش یکسان است. $T=W$

در شکل گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴)، $T=W$ است، بنابراین کمترین مقدار کشش نخ در شکل گزینهٔ (۱) است.

۳۲- گزینهٔ ۴ چون دستگاه در تعادل است کشش نخی که از روی قرقره می‌گذرد برابر $T_1=Mg$ است. از طرفی $\theta=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

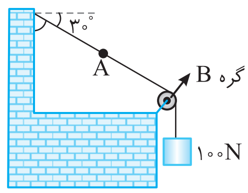


$$F_{net\,x}=0\Rightarrow T_1\cos 60^\circ=T_2\cos 60^\circ\Rightarrow T_1=T_2$$

$$F_{net\,y}=0\Rightarrow T_1\sin 60^\circ+T_2\sin 60^\circ=80\Rightarrow 2T_1\sin 60^\circ=80\Rightarrow T_1=\frac{80}{\sqrt{3}}=\frac{80\sqrt{3}}{3}\,N$$

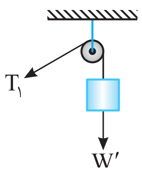
$$T_1=Mg\Rightarrow \frac{80\sqrt{3}}{3}=10M\Rightarrow M=\frac{8\sqrt{3}}{3}\,kg$$

۳۳- گزینهٔ ۲ نیروی کشش نخ برابر وزن است و در طول نخ همگن با جرم ناچیز مقدار ثابتی است.



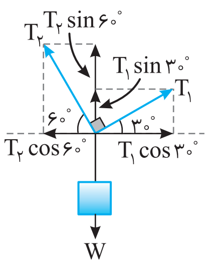
$$T=mg=100N$$

۳۴- گزینهٔ ۱ با توجه به اینکه وزنه‌ها در حال تعادلند، داریم:



در تعادل $W':T_1-W'=0\Rightarrow T_1=W'\Rightarrow T_1=2N$

هنگامی که اجسام در حال تعادلند، برایند نیروهای وارد بر آن‌ها صفر است.

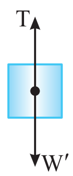


$$F_{net\,x}=0\Rightarrow T_1\cos 30^\circ-T_2\cos 60^\circ=0\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}W'-\frac{1}{2}T_2=0\Rightarrow T_2=\sqrt{3}W'$$

$$F_{net\,y}=0\Rightarrow T_1\sin 30^\circ+T_2\sin 60^\circ-W=0\Rightarrow \frac{1}{2}W'+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}W'=W\Rightarrow 2W'=W$$

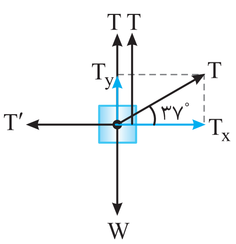
$$\Rightarrow\frac{W}{W'}=2\Rightarrow\frac{W}{2}=2\Rightarrow W=4N$$

۳۵- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل برای W' می‌توان نوشت:



$$W'=T$$

برای وزنهٔ W می‌توان نوشت:

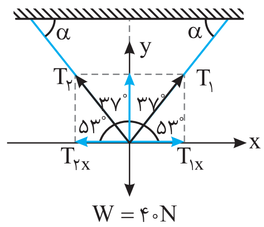


$$W=T+T+T\sin 37^\circ\Rightarrow W=2/6T$$

بنابراین:

$$\frac{W}{W'}=\frac{2/6T}{T}=2/6$$

۳۶- گزینهٔ ۲ B

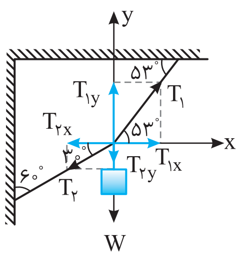


جسم در تعادل است. پس:

$$F_{net}=۰ \Rightarrow \begin{cases} F_{net_x} \Rightarrow T_1\cos ۵۳^\circ = T_2\cos ۵۳^\circ \Rightarrow T_1=T_2 \\ F_{net_y} \Rightarrow ۲T_{1_y}=W \Rightarrow ۲T_1\sin ۵۳^\circ = W \end{cases}$$

$$T_1=\frac{W}{۲\sin ۵۳^\circ}=\frac{۴۰}{۲\times ۰/۸}=۲۵N$$

۳۷- گزینهٔ ۳ C



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در حال تعادل است:

$$F_{net_x}=۰ \Rightarrow T_{1x}=T_{2x} \Rightarrow T_1\cos ۵۳^\circ = T_2\cos ۳۰^\circ$$

$$T_1\times ۰/۶ = T_2\times ۰/۸۵ \Rightarrow T_2=\frac{۰/۶}{۰/۸۵}T_1 \Rightarrow T_2=\frac{۶۰}{۸۵}T_1$$

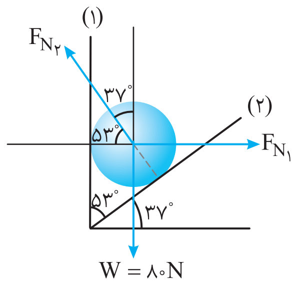
کشش T_1 بزرگ‌تر از T_2 است بنابراین کشش T_1 می‌تواند ۸۵N باشد، اگر کشش T_2 برابر ۸۵N شود، کشش T_1 از ۸۵N بیشتر و نخ پاره می‌شود. بنابراین:

$$T_2=\frac{۶۰}{۸۵}\times ۸۵ \Rightarrow T_2=۶۰N$$

برایند نیروها روی محور yها نیز صفر است از این‌رو:

$$T_1\sin ۵۳^\circ - W - T_2\sin ۳۰^\circ = ۰ \Rightarrow ۸۵\times ۰/۸ - ۶۰\times\frac{۱}{۲}=W \Rightarrow W=۳۸N$$

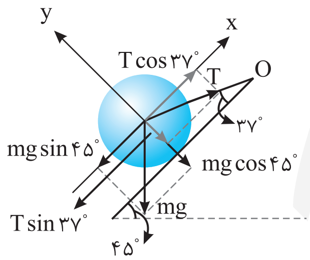
۳۸- گزینهٔ ۳ A



با توجه به شکل روبه‌رو و رسم نیروها، مسأله به کمک قانون سینوس‌ها به راحتی قابل حل است.

$$\frac{W}{\sin(۹۰^\circ+۳۷^\circ)}=\frac{F_{N_1}}{\sin(۹۰^\circ+۵۳^\circ)} \Rightarrow \frac{۸۰}{\cos ۳۷^\circ}=\frac{F_{N_1}}{\cos ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{۸۰}{۰/۸}=\frac{F_{N_1}}{۰/۶} \Rightarrow F_{N_1}=۶۰N$$

۳۹- گزینهٔ ۳ B



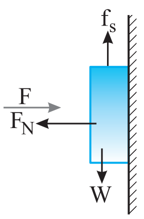
نیروهای وارد بر کره را رسم کرده و روی محورهای x و y مطابق شکل تجزیه می‌کنیم.

جسم در تعادل است و باید برایند نیروهای وارد برجسم صفر شود.

$$F_{net}=۰ \Rightarrow F_{net_x}=۰ \Rightarrow mg\sin ۴۵^\circ = T\cos ۳۷^\circ$$

$$۴۰\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=T\times ۰/۸ \Rightarrow T=۲۵\sqrt{۲}N$$

۴۰- گزینهٔ ۴ B



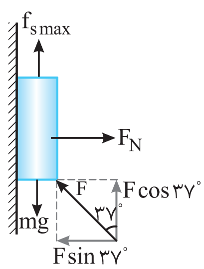
شکل مسأله را رسم می‌کنیم. جسم ساکن و در تعادل است. بنابراین:

$$F_{net_y}=۰ \Rightarrow W=f_s \Rightarrow f_s=۱۲۰N$$

از طرفی نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی F است و می‌توان نوشت:

$$f_s=\mu_s F_N \xrightarrow{F_N=F} ۱۲۰=\frac{۱}{۴}\times F \Rightarrow F=۴۸۰N$$

۴۱- گزینهٔ ۴ B



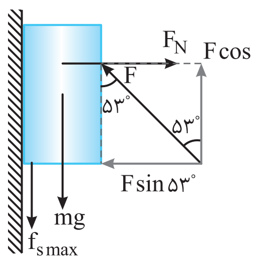
حداقل نیروی F وقتی است که جسم بخواهد به پایین بلغزد در این صورت اصطکاک ایستایی رو به بالا است.

$$F_{net}=۰ \Rightarrow mg=f_{s\,max}+F\cos ۳۷^\circ$$

$$\xrightarrow{F_N=F\sin ۳۷^\circ} mg=\mu_s F\sin ۳۷^\circ + F\cos ۳۷^\circ$$

$$۱۱۰=۰/۵\times F\times ۰/۶+F(۰/۸) \Rightarrow F=\frac{۱۱۰}{۱/۱}=۱۰۰N$$

۴۲- گزینهٔ ۲ B



بیشترین مقدار F در حالتی است که جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار گیرد. در این حالت نیروی وزن mg و نیروی اصطکاک ایستایی آستانهٔ حرکت (f_{smax}) رو به پایین‌اند. با توجه به شکل:

$$F_N=F\sin ۵۳^\circ \quad , \quad F\cos ۵۳^\circ = mg+f_{s\,max}$$

$$F\cos ۵۳^\circ = mg+\mu_s F_N \Rightarrow F\cos ۵۳^\circ = mg+\mu_s F\sin ۵۳^\circ$$

$$۰/۶F=۲۰+۰/۲F\times ۰/۸ \Rightarrow F=\frac{۲۰}{۰/۴۴} \Rightarrow F=\frac{۵۰۰}{۱۱}N$$

فصل سوم

نوسان و موج

برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل **pdf** پرسش و پاسخ را با اسکـن **QR Code** دانلود کنیـد.

فصل ۳ نوسان و موج

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۴ هر سه حرکت دوره‌ای است زیرا در زمان‌های یکسان چرخه تکرار می‌شود.

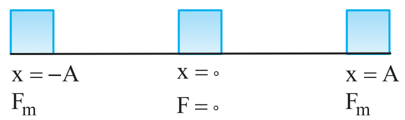
۲- گزینهٔ ۱ حرکت هماهنگ ساده یک حرکت رفت و برگشت روی خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر است که هیچ‌یک از حرکت‌های بیان شده این ویژگی را ندارد.

۳- گزینهٔ ۳ نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای و یا غیر دوره‌ای باشند و گزینهٔ (۱) نادرست است. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده می‌تواند به‌صورت‌های مختلف از جمله $x = A\cos\omega t$ یا $x = A\sin\omega t$ باشد و گزینهٔ (۲) نادرست است. به نوسان‌های سینوسی حرکت هماهنگ ساده گویند که معادلهٔ حرکت آن‌ها کسینوسی یا سینوسی است که به‌طور عمومی آن‌ها را تابع سینوسی گویند و گزینهٔ (۳) درست است. درنتیجه قطعاً گزینهٔ (۴) نادرست است.

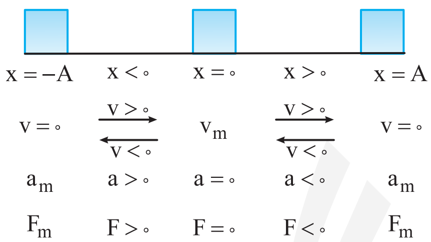
۴- گزینهٔ ۴ شکل (ب) و (ت) نمودارهای سینوسی و کسینوسی هستند که به آن‌ها به‌طور عمومی تابع سینوسی می‌گویند و مربوط به حرکت هماهنگ ساده هستند.

۵- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده، یک نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

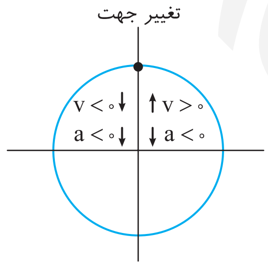
۶- گزینهٔ ۳ هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی وارد بر آن صفر است. بنابراین هنگامی که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



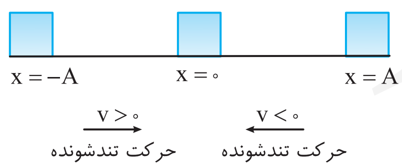
۷- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



۸- گزینهٔ ۲ سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x=+A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



۹- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر از دامنه به‌سوی مرکز نوسان در حرکت است، سرعتش در حال افزایش است، در این صورت ممکن است سرعت نوسانگر مثبت و یا منفی باشد.



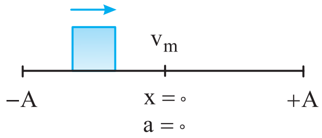
۱۰- گزینهٔ ۲ در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و هرگاه شتاب مثبت است، مکان الزاماً منفی است.

۱۱- گزینهٔ ۴ حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است. هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب عوض می‌شود و در مرکز نوسان شتاب صفر و در دو انتهای مسیر شتاب بیشینه است.

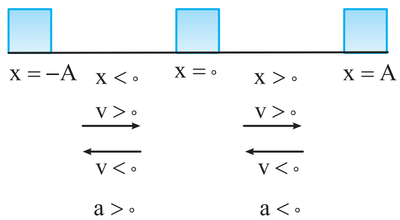
۱۲- گزینهٔ ۲ دو انتهای مسیر نوسان $(x=\pm A)$ را که در آن‌جا تندی نوسانگر صفر می‌شود و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را نقطهٔ بازگشت می‌گویند. در این نقاط تندی صفر است اما شتاب نوسانگر بیشینه است زیرا نیروی خالص برگردانندهٔ وارد بر نوسانگر در این نقاط بیشینه است.

۱۳- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم‌جهت هستند، پس گزینهٔ (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود، در حالی که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.

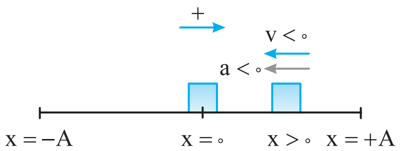
۱۴- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر به مبدأ نزدیک می‌شود، تندی در حال افزایش است اما به دلیل کاهش نیروی خالص وارد بر نوسانگر شتاب کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است.



۱۵- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، شتاب نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است و هنگامی که نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار دارد شتاب منفی و هنگامی که نوسانگر در مکان‌های منفی قرار دارد شتاب مثبت است. اما علامت شتاب و سرعت با هم رابطه‌ای ندارند. یعنی وقتی شتاب مثبت است، سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد.

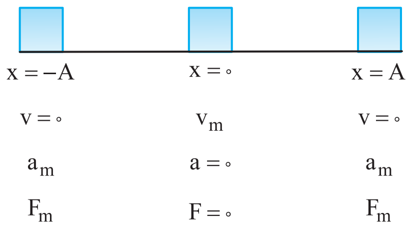


۱۶- گزینهٔ ۳ مکان مثبت است و مطابق شکل برای آن‌که حرکت تندشونده باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان باشد بنابراین سرعت منفی و چون حرکت تندشونده است شتاب نیز منفی است البته می‌دانیم که مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و هرگاه مکان مثبت است قطعاً شتاب منفی است.

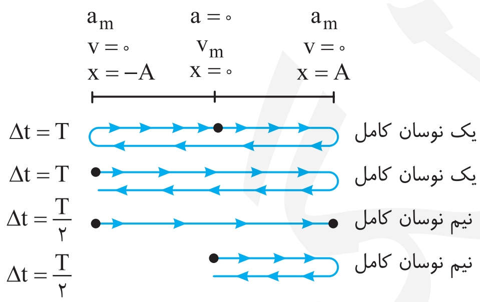


۱۷- گزینهٔ ۴ جسم در حال حرکت به سمت نقطهٔ بازگشت و تندی آن در حال کاهش است پس، حرکت آن کندشونده و نیروی وارد بر آن در خلاف جهت محور x ها است زیرا در حرکت هماهنگ ساده علامت نیروی خالص همواره خلاف علامت مکان است.

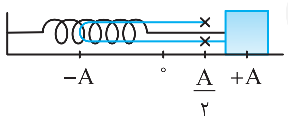
۱۸- گزینهٔ ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب، و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در هر دوره شتاب و نیرو، دو بار صفر می‌شود.



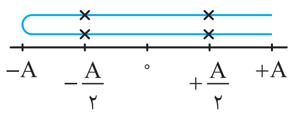
۱۹- گزینهٔ ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازهٔ $\frac{T}{۲}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.



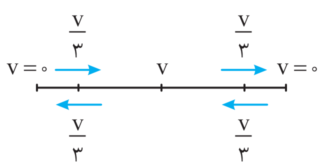
۲۰- گزینهٔ ۲ در هر دوره نوسانگر دو بار از $x=+\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند در واقع در هر دوره متحرک دو بار از هر نقطه بین A تا $-A$ می‌گذرد.



۲۱- گزینهٔ ۲ نوسانگر دو بار در $x=+\frac{A}{۲}$ و دو بار در $x=-\frac{A}{۲}$ در هر دوره قرار می‌گیرد پس در هر دوره ۴ بار فاصلهٔ نوسانگر از $x=0$ برابر $\frac{A}{۲}$ می‌شود.

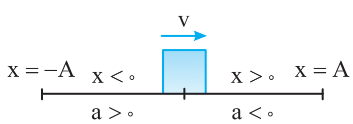


۲۲- گزینهٔ ۳ تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطهٔ تعادل بیشینه یعنی v است از این‌رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل روبه‌رو در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{۳}$ می‌شود.



نتیجه: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{۱}{n}v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

۲۳- گزینهٔ ۴ در گذر از مبدا (نقطهٔ تعادل) بردار مکان تغییر علامت می‌دهد اما بردار سرعت تغییر جهت نداده در صورتی که شتاب تغییر جهت می‌دهد.

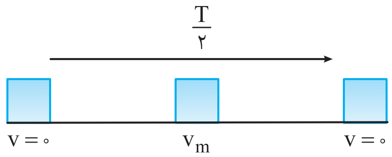


۲۴- گزینهٔ ۱ با یک تناسب ساده مسأله قابل حل است.

نوسان $N=۴۰$	$t=۲۰s$
۱ نوسان	$T=?$

$$\Rightarrow T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۲۰}{۴۰}=۰/۵s$$

۲۵- گزینهٔ ۳ هرگاه نوسانگر در انتهای مسیر باشد سرعت آن صفر است. در بازهٔ زمانی $\frac{T}{۲}$ نوسانگر به انتهای دیگر مسیر می‌رسد و سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:



$$\frac{T}{۲}=۰/۱\Rightarrow T=۰/۲s$$

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۲}\Rightarrow f=۵Hz$$

۲۶- گزینهٔ ۳ نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد، بنابراین ۲۰۰ بار گذر از مرکز نوسان به معنای ۱۰۰ دوره است. در مدت ۵ ثانیه ۱۰۰ دوره اتفاق افتاده است. در این صورت یک دوره برابر با $\frac{۵}{۱۰۰}=۰/۰۵$ ثانیه خواهد بود.

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۰۵}\Rightarrow f=۲۰Hz$$

۲۷- گزینهٔ ۳ نوسانگر در هر نوسان کامل، ۲ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. با توجه به این‌که نوسانگر در طول یک دقیقه ۱۲۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده، بنابراین تعداد نوسانات در یک دقیقه برابر با ۶۰ است. در نتیجه دورهٔ نوسان برابر با $۱s$ $\left(T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۶۰}\right)$ است. در مدت $۴s$ نوسانگر ۴ نوسان انجام می‌دهد. بنابراین ۸ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. در نتیجه مسافت طی شده برابر با $۸\times۲=۱۶cm$ است.

۲۸- گزینهٔ ۲ تعداد نوسان‌های اولی را به‌دست می‌آوریم:

$$N_۱=\frac{t}{T_۱}\Rightarrow N_۱=\frac{۶}{۱/۵}=۴$$

تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_۲=۴-۱=۳$ است و دورهٔ آن برابر است با:

$$N_۲=\frac{t}{T_۲}\Rightarrow ۳=\frac{۶}{T_۲}\Rightarrow T_۲=۲s$$

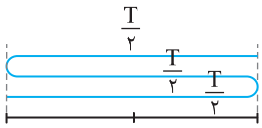
۲۹- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای و دوره:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow ۴=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow T_A=\frac{۱}{۴}T_B\quad,\quad T=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=\frac{T_B}{T_A}=۴\Rightarrow f_A=۴f_B$$

۳۰- گزینهٔ ۳ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۵s$$

نوسانگر با گذشت هر $\frac{T}{۲}$ به نقطهٔ بازگشت می‌رسد.



$$\Delta t_۱=\frac{۰/۵}{۲}=۰/۲۵s\quad,\quad\Delta t_۲=۲\times\frac{۰/۵}{۲}=۰/۵s\quad,\quad\Delta t_۳=۳\times\frac{۰/۵}{۲}=۰/۷۵s\quad,\quad\Delta t_۴=۴\times\frac{۰/۵}{۲}=۱s$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۳۱- گزینهٔ ۲ دورهٔ نوسان ٪۳۶ کاهش یافته بنابراین دورهٔ جدید برابر است با:

$$T_۲=T_۱-\frac{۳۶}{۱۰۰}T_۱=\frac{۶۴}{۱۰۰}T_۱=\frac{۱۶}{۲۵}T_۱\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}}\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{T_۱}{T_۲}\Rightarrow\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{۲۵}{۱۶}$$

حال درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta f}{f_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۲۵}{۱۶}f_۱-f_۱}{f_۱}\times۱۰۰=\frac{۹}{۱۶}\times۱۰۰=٪۵۶/۲۵$$

بنابراین بسامد ٪۵۶/۲۵ افزایش یافته است.

برای بسامد زاویه‌ای $(\omega=۲\pi f)$ نیز داریم:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_۱}\times۱۰۰=\frac{۲\pi f_۲-۲\pi f_۱}{۲\pi f_۱}\times۱۰۰=\frac{f_۲-f_۱}{f_۱}\times۱۰۰=٪۵۶/۲۵$$

۳۲- گزینهٔ ۲ دامنه $A=۰/۰۵m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega=۲\pi f=۴۰\pi\,rad/s$ است بنابراین معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=۰/۰۵\cos ۴۰\pi t$$

۳۳- گزینهٔ ۲ طول پاره‌خط مسیر $۲۰cm$ است از این‌رو دامنهٔ حرکت یعنی بیشینه فاصله از نقطهٔ تعادل $A=۱۰cm$ می‌شود. هر دو بار طی پاره‌خط برابر یک نوسان است بنابراین نوسانگر در مدت $۰/۱s$، $N=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$ نوسان انجام می‌دهد و دوره برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۰/۱}{۱۰}\Rightarrow T=۰/۰۱s\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۰۱}\Rightarrow\omega=۲۰۰\pi\,rad/s$$

بنابراین معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=۰/۱\cos ۲۰۰\pi t$$

۳۴- گزینهٔ ۱ Ⓐ دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/4s$$

نوسانگر در ۰/۴s یک نوسان انجام می‌دهد و ۵۰ نوسان را در مدت:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow t=NT\Rightarrow t=50\times 0/4=20s$$

۳۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ کافی است زمان داده شده را در معادله حرکت جای‌گذاری کنیم. البته باید مثلثات نیز بلد باشیم.

$$x=0/02\cos 20\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{6}s}x=0/02\cos\frac{20\pi}{6}=0/02\cos(\frac{18\pi}{6}+\frac{2\pi}{6})\Rightarrow x=0/02\cos(3\pi+\frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow x=0/02\cos(\pi+\frac{\pi}{3})\Rightarrow x=-0/02\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=-0/01m=-1cm$$

۳۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ نوسانگر در لحظهٔ t در دامنه $(x=A)$ قرار دارد پس می‌توان لحظهٔ t را زمان شروع حرکت نوسانگر درنظر گرفت و معادلهٔ نوسانگر نیز برابر $x=A\cos\omega t'$ قرار دارد که t' زمان پس از t است، حال با قرار دادن $t'=\frac{2T}{3}$ مکان نوسانگر در لحظهٔ t' را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\frac{2\pi}{T}\times\frac{2T}{3}\Rightarrow x=A\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{A}{2}$$

۳۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به فرض مسأله:

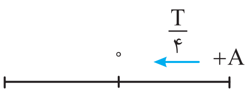
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\cos\omega t_1\Rightarrow\omega t_1=\frac{\pi}{6}\xrightarrow{t_2=2t_1}\omega t_2=\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=A\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=+\frac{A}{2}$$

۳۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ در لحظهٔ $t=2s$ مکان متحرک $x=0$ شده است از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow 0=A\cos\frac{2\pi}{T}\times 2\Rightarrow\cos\frac{4\pi}{T}=0\Rightarrow\frac{4\pi}{T}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=8s$$

روش دیگر: نوسانگر ابتدا در مکان $+A$ بوده و پس از $2s$ به مکان $x=0$ می‌رود زمان حرکت از A تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است. بنابراین:

$$\frac{T}{4}=2\Rightarrow T=8s$$



۳۹- گزینهٔ ۴ Ⓐ ذره در هر دوره ۱۶cm مسافت طی کرده بنابراین دامنه برابر است با:

$$4A=16\Rightarrow A=4cm=0/04cm$$

مکان ذره در $t=0/05s$ برابر $x=+2\sqrt{3}cm$ است از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{2\sqrt{3}}{100}=0/04\cos\omega(\frac{5}{100})\Rightarrow\cos\frac{5}{100}\omega=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{5}{100}\omega=\frac{\pi}{6}\Rightarrow\omega=\frac{10\pi}{3}rad/s$$

معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=0/04\cos\frac{10\pi}{3}t$$

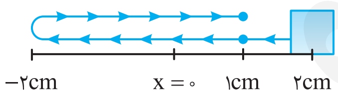
۴۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ کافی است در معادلهٔ حرکت، مکان $x=-\frac{A}{2}$ را قرار دهیم.

$$-\frac{A}{2}=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=-\frac{1}{2}\Rightarrow(\omega t=\frac{2\pi}{3},\omega t=\frac{4\pi}{3})$$

در صورت سؤال کمترین زمان پس از $t=0$ خواسته شده است از این‌رو:

$$\omega t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{T}{3}$$

۴۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ طول پاره‌خط ۴cm است بنابراین دامنه مطابق شکل برابر ۲cm است:



$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=0/02\cos(\frac{5\pi}{6}t)$$

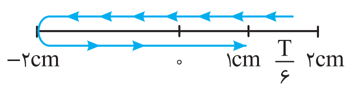
حال زمان‌هایی که نوسانگر از $x=1cm=0/01m$ عبور می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$$0/01=0/02\cos(\frac{5\pi}{6}t)\Rightarrow\cos\frac{5\pi}{6}t=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{5\pi}{6}t_1=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_1=\frac{2}{5}s\ ,\ \frac{5\pi}{6}t_2=2\pi-\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_2=2s$$

بنابراین پس از $2s$ برای دومین بار از $x=1cm$ عبور می‌کند.

حل به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{5\pi}{6}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{12}{5}s=2/4s$$



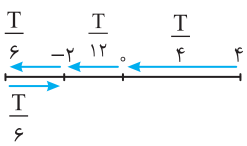
با توجه به شکل زمان حرکت خواهد شد:

$$\Delta t=T-\frac{T}{6}=\frac{5T}{6}\xrightarrow{T=2/4}\Delta t=\frac{5\times 2/4}{6}=2s$$

۴۲- گزینهٔ ۴ Ⓐ دامنه حرکت ۴cm و دوره برابر است با:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 50\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{1}{25}s$$

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده از $A=4cm$ تا $x=0$، $\frac{T}{4}$ و از $x=0$ تا $x=-\frac{A}{2}=-2cm$، $\frac{T}{12}$ طول می‌کشد.



بار اول: $\Delta t_1=\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{T}{3}\Rightarrow\Delta t_1=\frac{1}{75}s$

بار دوم: $\Delta t_2=\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=\frac{2T}{3}\xrightarrow{T=\frac{1}{25}s}\Delta t_2=\frac{2}{75}s$

۴۳- گزینهٔ ۲ (A) در نقاط بازگشت یعنی در مکان‌های $x=\pm A$ سرعت صفر می‌شود. بنابراین: $x=-A\Rightarrow \cos 10\pi t=-1\Rightarrow 10\pi t=\pi\Rightarrow t=0/1s$

۴۴- گزینهٔ ۴ (B) نقاط بازگشت مکان‌های $x=\pm A$ هستند از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow \pm A=A\cos\omega t\Rightarrow \cos\omega t=\pm 1\Rightarrow \omega t=k\pi\Rightarrow \frac{2\pi}{T}t=k\pi\Rightarrow t=k\frac{T}{2}$$

۴۵- گزینهٔ ۲ (B) هنگام گذر متحرک از مرکز $(x=0)$ تندی ذره بیشینه می‌شود.

$$x=0\Rightarrow \cos\omega t=0\Rightarrow \omega t=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow \frac{2\pi}{T}t=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=\frac{k}{2}T+\frac{T}{4}\Rightarrow t=(2k+1)\frac{T}{4}$$

که k عدد صحیح می‌باشد. یعنی زمان باید مضرب فرد $\frac{T}{4}$ باشد.

اکنون زمان‌های داده شده را بررسی می‌کنیم. $t_1=2T=8\frac{T}{4}\Rightarrow$ t_1 مضرب فرد نیست.

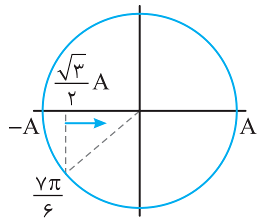
$t_3=5/25T\Rightarrow t_3=21\times\frac{T}{4}\Rightarrow$ مضرب فرد $\frac{T}{4}$ است. ، $t_2=3/5T=14\times\frac{T}{4}\Rightarrow$ مضرب زوج $\frac{T}{4}$ است.

بنابراین در t_3 تندی بیشینه است.

۴۶- گزینهٔ ۴ (A) تغییر شناسهٔ تابع کسینوس برابر است با: $\omega t_2-\omega t_1=\omega(t_2-t_1)=\omega\times 1=\omega$

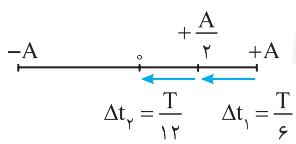
۴۷- گزینهٔ ۱ (A) تغییر شناسهٔ تابع کسینوس برابر است با: $\omega t_2-\omega t_1=\omega(t_2-t_1)=\frac{\pi}{10}\Rightarrow \omega(\frac{1}{120})=\frac{\pi}{10}\Rightarrow \omega=12\pi$ ، $\omega=2\pi f=12\pi\Rightarrow f=6Hz$

۴۸- گزینهٔ ۳ (A) مکان نظیر این کمان را مشخص می‌کنیم مطابق شکل کمان در ربع سوم است و نوسانگر دارای مکان منفی، سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است و حرکت نوسانگر تندشونده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



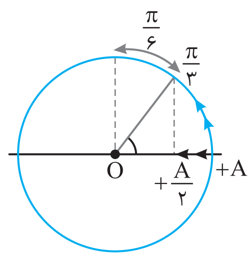
۴۹- گزینهٔ ۳ (B) حرکت هماهنگ ساده حرکت سینوسی است که مکان آن به‌صورت تابعی کسینوسی یا سینوسی از زمان بیان می‌شود بنابراین گزینهٔ (۳) حرکت هماهنگ ساده نمی‌باشد.

۵۰- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به بازهٔ زمانی شناخته شده خواهیم داشت:



$$\Rightarrow\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=2$$

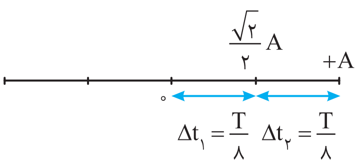
روش دیگر: استفاده از فاز حرکت (شناسهٔ تابع کسینوسی) و دایرهٔ مثلثاتی (مرجع) است. از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ فاز حرکت $\frac{\pi}{3}$ رادیان و از $+\frac{A}{2}$ تا $x=0$ فاز حرکت $\frac{\pi}{6}$ تغییر می‌کند. از این‌رو:



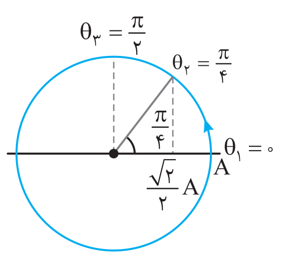
$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t_1\Rightarrow\Delta t_1=\frac{T}{6}\\ \frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{T}\Delta t_2\Rightarrow\Delta t_2=\frac{T}{12}\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=2$$

۵۱- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده

بنابراین: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=1$



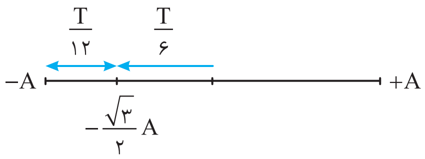
روش دایرهٔ مثلثاتی (مرجع): زمان از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $x=0$ را حساب می‌کنیم.



$$x=+A\Rightarrow\theta=0\ ,\ x=0\Rightarrow\theta_1=\frac{\pi}{2}\ ,\ x=+\frac{\sqrt{2}}{2}A\Rightarrow\theta_2=\frac{\pi}{4}$$

$$\begin{matrix}\omega t_2-\omega t_1=\frac{\pi}{4}-0\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_1=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Delta t_1=\frac{T}{8}\\ \omega t_3-\omega t_2=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_2=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Delta t_2=\frac{T}{8}\end{matrix}\Rightarrow\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=1$$

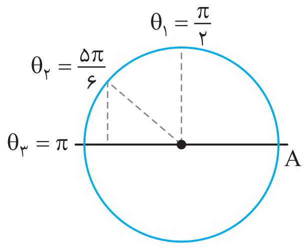
۵۲- گزینهٔ ۳ روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



$$\Rightarrow \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲}=\frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۱۲}}=۲$$

روش مثلثاتی (دایره مرجع):

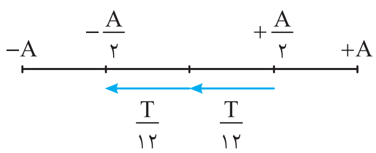
کمان‌های مثلثاتی معادل $x=۰$ و $x=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$



$$\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{۵\pi}{۶}-\frac{\pi}{۲}\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}\Delta t_۱=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow \Delta t_۱=\frac{T}{۶}$$

$$\omega t_۳-\omega t_۲=\pi-\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}\Delta t_۲=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow \Delta t_۲=\frac{T}{۱۲}\Rightarrow \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲}=\frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۱۲}}=۲$$

۵۳- گزینهٔ ۱ کمترین زمان یعنی نوسانگر بدون تغییر جهت از $+\frac{A}{۲}$ به $-\frac{A}{۲}$ رفته است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت.



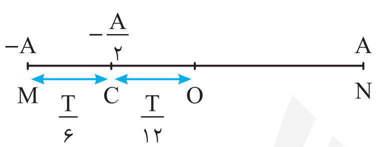
$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}\Rightarrow ۰/۱=\frac{T}{۶}\Rightarrow T=۰/۶s$$

روش دایره مثلثاتی: حل به عهدهٔ دانش‌آموز

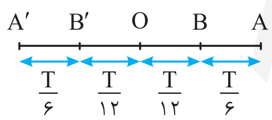
۵۴- گزینهٔ ۳ مشخص می‌کنیم $۰/۲s$ چه کسری از دوره $(T=۱/۲s)$ است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۲}{۱/۲}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۶}$$

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از دامنه $(-A)$ تا نصف $(\frac{-A}{۲})$ برابر $\frac{T}{۶}$ است یعنی نقطهٔ C وسط O و M است بنابراین $MC=OC$.

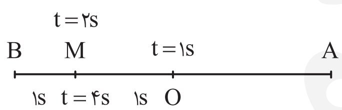


۵۵- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل روبه‌رو:



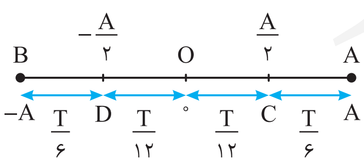
$$t_{B\to O}=\frac{T}{۱۲}=\frac{۱}{۳۰۰}\Rightarrow T=\frac{۴}{۱۰۰}s\Rightarrow f=\frac{۱}{T}=۲۵Hz$$

۵۶- گزینهٔ ۳ نوسانگر از O تا M را در مدت $(۲-۱=۱s)$ و از M تا B را نیز در مدت $(\frac{۴-۲}{۲}=۱s)$ طی کرده است. یعنی از O تا B را در مدت $(۱+۱=۲s)$ طی کرده است بنابراین دوره خواهد شد:



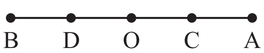
$$\frac{T}{۴}=۲\Rightarrow T=۸s$$

۵۷- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** سریع‌ترین راه‌حل استفاده از بازه‌های زمانی است که در درسنامه گفتیم به‌خاطر بسپارید:



$$\left.\begin{array}{l} \text{از C تا D}: t_۱=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶} \\ \text{از D تا B}: t_۲=\frac{T}{۶} \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{t_۱}{t_۲}=۱$$

راه‌حل دوم: معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت $x=A\cos\omega t$ می‌باشد. در نقطهٔ C متحرک در فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از مرکز تعادل $(x=۰)$ قرار دارد.

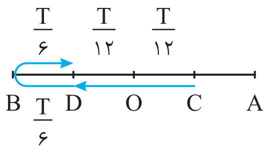


$$x=A\cos\omega t\Rightarrow \frac{A}{۲}=A\cos\omega t_C\Rightarrow \cos\omega t_C=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\frac{۲\pi}{T}t_C=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_C=\frac{T}{۶}$$

بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{۶}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

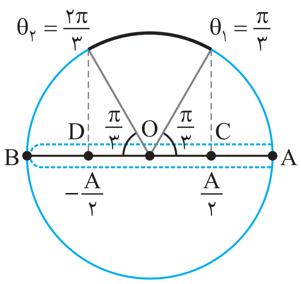
$$t_{C\to O}=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۶}=\frac{T}{۱۲}$$

به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز $\frac{T}{۱۲}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{۶}$ خواهد بود از این‌رو:



$$t_{C\to D}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}\,,\,t_{D\to B}=\frac{T}{۶}\Rightarrow\frac{T_{C\to D}}{T_{D\to B}}\Rightarrow\frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۶}}=۱$$

راه‌حل سوم: استفاده از دایرهٔ مثلثاتی کمان متناظر $\frac{A}{۲}$ و $-\frac{A}{۲}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. اکنون می‌توان نوشت:



$$\omega t_D-\omega t_C=\frac{۲\pi}{۳}-\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}(t_۱)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۶}$$

$$\omega t_B-\omega t_D=\pi-\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow\omega(t_۲)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t_۲=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۲=\frac{T}{۶}$$

دقت کنید تغییر شناسهٔ تابع کسینوسی با زمان رابطهٔ خطی دارد. یعنی شناسهٔ تابع کسینوسی در زمان‌های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در مسألهٔ بالا در جابه‌جایی از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ بوده و در جابه‌جایی از $-\frac{A}{۲}$ تا $-A$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ است، بنابراین این دو جابه‌جایی در مدت‌زمان یکسان طی می‌شود.

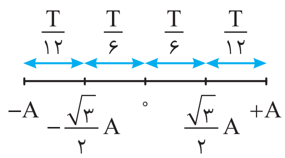
۵۸- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** اگر معادلهٔ حرکت نوسانگر را $x=A\cos\omega t$ بگیریم مدت زمانی که طول می‌کشد بدون تغییر جهت نوسانگر از $+A$ به $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ برسد برابر است با:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}A=A\cos\frac{۲\pi}{T}t_۱\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t_۱=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۱۲}$$

مدت زمانی که نوسانگر از $+A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{۲}$ است، بنابراین مدت زمانی که نوسانگر از $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{۲}-t_۱=\frac{T}{۲}-\frac{T}{۱۲}=\frac{۵T}{۱۲}$ می‌باشد، پس $\Delta t_۱=t_۱=\frac{T}{۱۲}$ است و $\Delta t_۲=\frac{۵T}{۱۲}$ می‌باشد.

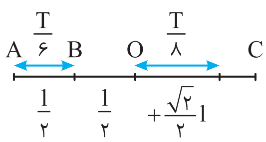
$$\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}=\frac{\frac{۵T}{۱۲}}{\frac{T}{۱۲}}=۵$$

راه‌حل دوم: با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده داریم:



$$\Delta t_۱=\frac{T}{۱۲}\quad,\quad\Delta t_۲=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۵T}{۱۲}\Rightarrow\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}=۵$$

۵۹- گزینهٔ ۴ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده و فرض مسأله خواهیم داشت:

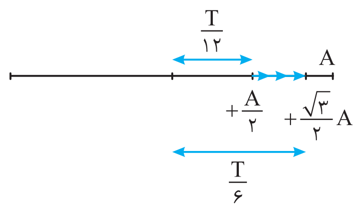


$$\frac{T}{۶}=۶\Rightarrow T=۳۶s$$

زمان حرکت از O تا $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}l$ برابر است با:

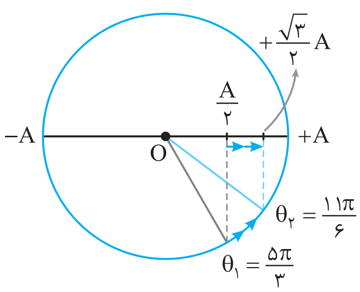
$$\frac{T}{۸}=\frac{۳۶}{۸}=۴/۵s$$

۶۰- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده



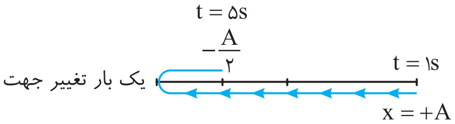
$$\Delta t=\frac{T}{۶}-\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۱۲}$$

راه‌حل دوم: روش دایره مثلثاتی: روی محور کسینوس‌ها مکان‌ها را مشخص کرده و کمان مربوط به هر مکان را مشخص می‌کنیم مطابق شکل نوسانگر از $+\frac{A}{۲}$ به $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ رفته یعنی کمان از $\frac{۵\pi}{۳}$ به $\frac{۱۱\pi}{۶}$ تغییر کرده



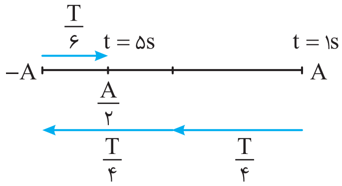
$$\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{۱۱\pi}{۶}-\frac{۵\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۱۲}$$

۶۱- گزینهٔ ۲ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

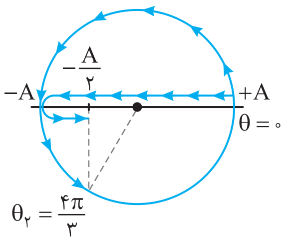


با مقایسه بازه‌های زمانی روی مسیر با بازه‌های شناخته شده مسیر زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$۵-۱=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}\Rightarrow ۴=\frac{۲T}{۳}\Rightarrow T=۶s$$

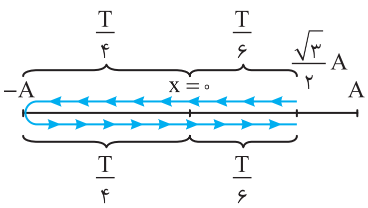


حل به کمک دایرهٔ مثلثاتی (دایرهٔ مرجع): روی دایره، کمان نظیر هر مکان را مشخص می‌کنیم. کمان مکان $-\frac{A}{۲}$ در ربع سوم است زیرا نوسانگر یک‌بار تغییر جهت داده است.



$$\omega(t_۲-t_۱)=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}(۵-۱)=\frac{۴\pi}{۳}-۰\Rightarrow T=۶s$$

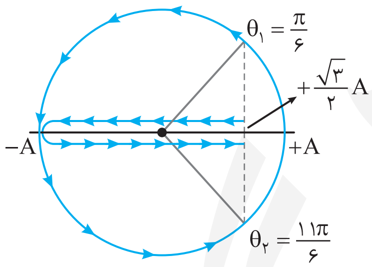
۶۲- گزینهٔ ۱ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی مسیر را با بازه‌های شناخته شده مقایسه می‌کنیم. نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ به سمت مرکز رفته سپس در نقطهٔ بازگشت $x=-A$ تغییر جهت می‌دهد و به مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رسد.



$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}\xrightarrow{\Delta t=۱s}۱=\left(\frac{۲+۳+۳+۲}{۱۲}\right)T\Rightarrow T=۱/۲s$$

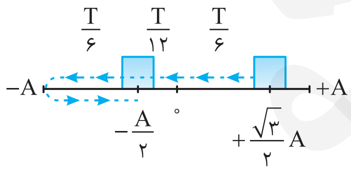
روش استفاده از دایره مثلثاتی (دایرهٔ مرجع):

کمان‌های نظیر $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ را با توجه به یک‌بار تغییر جهت روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم.



$$\omega(t_۲-t_۱)=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\times(۱)=\frac{۱۱\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow T=۱/۲s$$

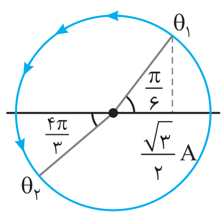
۶۳- گزینهٔ ۳ در لحظهٔ اول $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و سرعت منفی پس نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل می‌باشد و در لحظهٔ دوم نیز مکان $x=-\frac{A}{۲}$ می‌باشد و چون حرکت تندشونده است پس نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل است.



با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

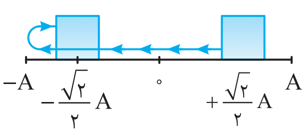
$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}+۲\left(\frac{T}{۶}\right)=\frac{۷T}{۱۲}$$

حل با کمک دایره مثلثاتی: معادلهٔ مکان زمان به‌صورت $x=A\cos\omega t$ است پس در لحظهٔ $t_۱$ کمان متناظر با $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ برابر $\frac{\pi}{۶}$ است و چون در لحظهٔ دوم $t_۲$ برای دومین بار از $-\frac{A}{۲}$ عبور کردیم پس $A_۲=\pi+\frac{\pi}{۳}=\frac{۴\pi}{۳}$ کمان متناظر با مکان در لحظهٔ $t_۲$ است.



$$\theta_۲-\theta_۱=\frac{۴\pi}{۳}-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{۷\pi}{۶}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}(\Delta t)=\frac{۷\pi}{۶}\Rightarrow\Delta t=\frac{۷}{۱۲}T$$

۶۴- گزینهٔ ۱ روش اول: استفاده از بازه‌های زمان شناخته شده:



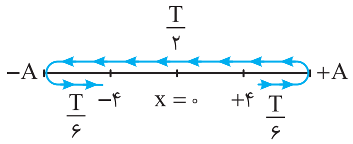
از $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ تا صفر: $\frac{T}{۸}$ ، از ۰ تا $-A$: $\frac{T}{۴}$ ، از $-A$ تا $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$: $\frac{T}{۸}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲}$

روش دوم: در لحظهٔ $t_۱$ مکان متحرک $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ و سرعت منفی است پس جهت حرکت خلاف جهت محور x ها می‌باشد و در لحظهٔ $t_۲$ مکان متحرک در قسمت منفی قرار دارد اما جهت حرکت به واسطهٔ مثبت بودن سرعت در جهت محور x ها می‌باشد. بنابراین در لحظهٔ $t_۱$ نوسانگر اولین بار به $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ رسیده و در $t_۲$ برای دومین بار از $x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}A$ عبور می‌کند.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2}}{2}A=A\cos\omega t_1\Rightarrow\omega t_1=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow\dfrac{2\pi}{T}t_1=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t_1=\dfrac{T}{8}\\[2mm]\dfrac{-\sqrt{2}}{2}A=A\cos\omega t_2\Rightarrow\omega t_2=\pi+\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow\dfrac{2\pi}{T}t_2=\dfrac{5\pi}{4}\Rightarrow t_2=\dfrac{5T}{8}\end{cases}$$

بنابراین: $t_2-t_1=\dfrac{5T}{8}-\dfrac{T}{8}=\dfrac{4T}{8}=\dfrac{T}{2}$

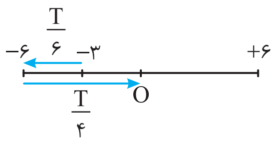
۶۵- گزینهٔ ۱ (A) دامنه برابر $\dfrac{16}{2}=8cm$ است. با توجه به صورت مسأله مسیر حرکت را رسم کرده و زمان حرکت را با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده به‌دست می‌آوریم.



$$\Delta t=\frac{T}{6}+\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=\frac{T+3T+T}{6}\Rightarrow 0/5=\frac{5T}{6}\Rightarrow T=0/6s$$

بسامد برابر است با: $f=\dfrac{1}{T}\Rightarrow f=\dfrac{1}{0/6}=\dfrac{5}{3}Hz$

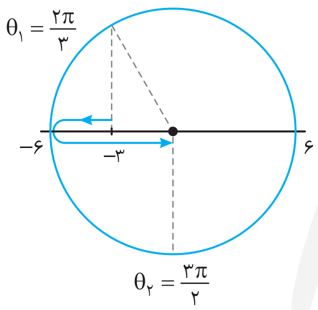
۶۶- گزینهٔ ۴ (B) طـول پاره‌خط $12cm$ و دامنه برابر $A=\dfrac{12}{2}=6cm$ اسـت، ذره ۲۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده از این‌رو ۱۰ نوسان را در مدت $5s$ انجام داده است و دوره خواهد شد: $T=\dfrac{t}{N}\Rightarrow T=\dfrac{5}{10}=0/5s$



ذره مکان $-3cm$ و شتاب آن در حال افزایش است بنابراین ذره مطابق شکل در لحظهٔ t_1 به سوی انتهای مسیر در حرکت و در لحظهٔ t_2 که بردار مکان تغییر جهت می‌دهد از نقطهٔ O می‌گذرد بنابراین بازهٔ زمانی بین t_1 و t_2 برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{6}+\frac{T}{4}\Rightarrow\Delta t=\frac{5T}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{5}{12}\times0/5\Rightarrow\Delta t=\frac{5}{24}s$$

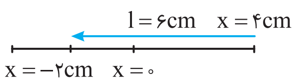
حل به کمک استفاده از دایرهٔ مثلثاتی: کمان نظیر مکان $x=-3cm$ و مکان $x=0$ که در آن‌جا بردار مکان تغییر علامت می‌دهد و شتاب در حال افزایش است را مشخص می‌کنیم.



$$\omega t_2-\omega t_1=\frac{3\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\omega=4\pi}4\pi(t_2-t_1)=\frac{9\pi-4\pi}{6}$$

$\Delta t=\dfrac{5}{24}s$, شتاب در حال افزایش است

۶۷- گزینهٔ ۱ (B) دامنهٔ حرکت $A=\dfrac{8}{2}=4cm$ اسـت متحرک از $+4cm$ شروع به حرکت کرده پس از ۰/۲ ثانیه، ۶ سانتی‌متر مسافت طی کرده یعنی به مکان $x=-2cm$ رسیده است.



$$x=A\cos\omega t\Rightarrow-2=4\cos\omega(0/2)\Rightarrow\cos0/2\omega=-\frac{1}{2}\Rightarrow0/2\omega=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\omega=\frac{10\pi}{3}\,rad/s$$

معادله حرکت خواهد شد: $x=0/04\cos\dfrac{10\pi}{3}t$

۶۸- گزینهٔ ۲ (B) کافی است مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t=0$ و $t=1/5s$ به‌دست آورده از هم کم کنیم:

$$x=0/02\cos\pi t\Rightarrow\begin{cases}t_1=0\Rightarrow x_1=0/02m\\ t_2=1/5s\Rightarrow x_2=0/02\cos\dfrac{3}{2}\pi\Rightarrow x_2=0\end{cases}\to x_2-x_1=0-0/02\Rightarrow\Delta x=-0/02m$$

۶۹- گزینهٔ ۴ (B) روش استفاده مستقیم از معادلهٔ حرکت:

گام اول: در ابتدا و انتهای بازه مکان متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$t=0\Rightarrow x=0/02m\quad,\quad t=1/5s\Rightarrow x=0/02\cos\frac{3\pi}{2}\Rightarrow x=0$$

گام دوم: لحظهٔ تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که نوسانگر در نقطهٔ بازگشت است را به‌دست می‌آوریم:

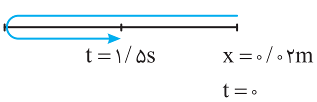
$x=\pm A\Rightarrow\pm A=A\cos\pi t\Rightarrow\cos\pi t=\pm1\Rightarrow\pi t=k\pi t=k$

$k=0\Rightarrow t=0$ شروع نوسان, $k=1\Rightarrow t=1s\Rightarrow$ لحظهٔ تغییر جهت, $k=2\Rightarrow t=2s>1/5s$

بنابراین در بازهٔ خواسته شده در لحظهٔ $t=1s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

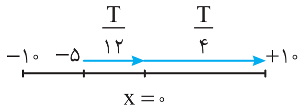
البته اگر مسـیر حرکت را رسـم کنیم مکان تغییر جهت مشـخص می‌شـود. مسافت طی شـده را به راحتی به دست می‌آوریم و نیازی به گام دوم نبود.

$$l=3A=3\times0/02=0/06m$$



۷۰- گزینهٔ ۱ (A)

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از $-5cm$ تا $+10cm$ خواهد شد:

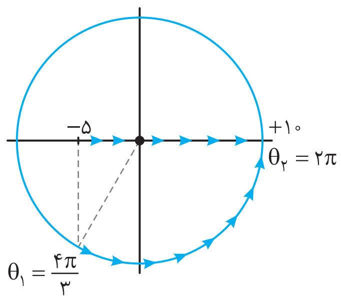


$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}=\frac{T+3T}{12}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{3}=\frac{0/15}{3}=0/05s$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{[10-(-5)]\times 10^{-2}}{0/05}\Rightarrow v_{av}=3m/s$$

روش مثلثاتی: کمان متناظر با مکان $x=-5cm$ و $x=10cm$ را مشخص می‌کنیم.

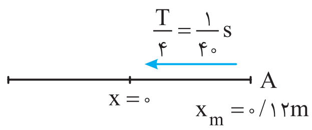


$$\omega t_2-\omega t_1=2\pi-\frac{4\pi}{3}\Rightarrow \frac{2\pi}{0/15}\Delta t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow \Delta t=0/05s\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0/15}{0/05}=3m/s$$

۷۱- گزینهٔ ۲ (A)

دامنه برابر است با:

$$A=\frac{24}{2}=12cm$$



دوره برابر $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10}s$ بوده و $\Delta t=\frac{1}{40}s$ برابر $\frac{1}{4}$ دوره اسـت، یعنی ذره از مکان $+A$ به مکان $x=0$ رفته است و تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av}=\frac{0/12}{\frac{1}{40}}=4/8m/s$$

۷۲- گزینهٔ ۲ (B)

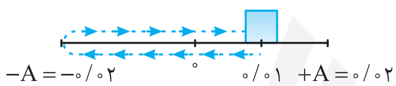
راه‌حل اول: دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{4}{10}s$$

با توجه به زمان‌های داده شده مکان متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x_1=0/02\cos 5\pi\times\frac{1}{15}\Rightarrow x_1=0/01m\quad,\quad x_2=0/02\cos 5\pi\times\frac{1}{3}\Rightarrow x_2=0/01m$$

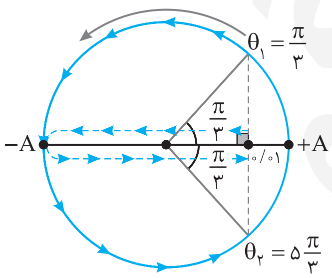
در این صورت متحرک دو بار از مکان $x=0/01m$ گذشته است که هر دو بار در بازهٔ زمانی کوچک‌تر از یک دوره $T=\frac{4}{10}s$ صورت گرفته و مسیر مطابق شکل مقابل است:



$$l=0/01+0/02+0/02+0/01=0/06m\Rightarrow s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{0/06}{\frac{4}{15}}=\frac{0/9}{4}=\frac{9}{40}m/s$$

راه‌حل دوم: ابتدا کمان‌های متناظر با t_1 و t_2 را به‌دست می‌آوریم

$$\theta_1=\omega t_1=\frac{\pi}{3}\quad,\quad \theta_2=\omega t_2=\frac{5\pi}{3}$$

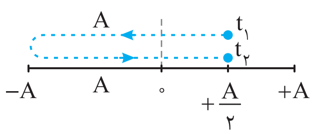


بنابراین متحرک از $0/01m$ شروع به حرکت به سمت مرکز کرده و با یک بار تغییر جهت مجدد به $0/01m$ خواهد رسید:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{0/06}{\frac{4}{15}}=\frac{9}{40}m/s$$

۷۳- گزینهٔ ۳ (B)

در t_1 حرکت متحرک تندشـونده اسـت بنابراین نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل می‌باشد. بنابراین در t_1 نوسانگر به سمت مرکز در حال حرکت است و در t_2 نوسانگر به سمت دامنه $(+A)$ حرکت می‌کند. مدت زمان حرکت از $+\frac{A}{2}$ تا $x=0$ برابر $\frac{T}{12}$ و از $x=0$ تا دامنه $-A$ برابر $\frac{T}{4}$ است. بازهٔ زمانی حرکت نوسانگر در این مسیر رفت و برگشت از $+\frac{A}{2}$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر است با:

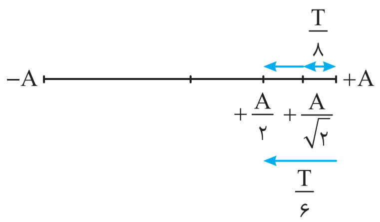


$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\Rightarrow \Delta t=\frac{2T}{3}\xrightarrow{T=\frac{2\pi}{\omega}}\Delta t=\frac{4\pi}{3\omega}$$

همچنین در این مدت مسافت طی شده برابر است با:

$$l=\frac{A}{2}+A+A+\frac{A}{2}=3A\quad,\quad s_{av}=\frac{l}{t_2-t_1}=\frac{3A}{\frac{4\pi}{3\omega}}\Rightarrow s_{av}=\frac{9A\omega}{4\pi}$$

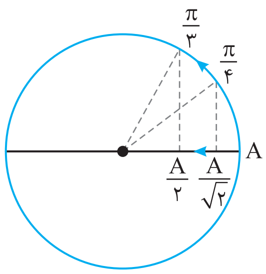
۷۴- گزینهٔ ۴ جابه‌جایی نوسانگر برابر است با:



$$\Delta x=\frac{+A}{2}-\frac{A}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{2}-2)A}{2\sqrt{2}}\Rightarrow|\Delta x|=|(\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}})A|=\frac{\sqrt{2}-1}{2}A$$

زمان حرکت از $+A$ تا $\frac{A}{+\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{8}$ و از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{2}}$ تا $\frac{+A}{2}$ برابر $\Delta t=\frac{T}{6}-\frac{T}{8}=\frac{T}{24}$ است. بزرگی سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{\frac{\sqrt{2}-1}{2}A}{\frac{T}{24}}\Rightarrow|v_{av}|=12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$$



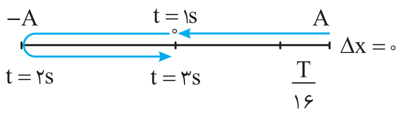
روش مثلثاتی: زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{2}}$ تا $+\frac{A}{2}$ را به کمک دایرهٔ مثلثاتی به‌دست می‌آوریم:

$$\omega t_2-\omega t_1=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{24}$$

باقی راه‌حل شبیه روش قبلی است.

۷۵- گزینهٔ ۱ دوره را به‌دست می‌آوریم:

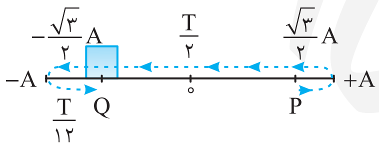
$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=4s$$



ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t=2s$ تا $t=3s$. با توجه به دوره $T=4s$ مشخص است که اگر $\Delta t=1s$ باشد این مقدار ربع دوره است و نوسانگر در این مدت از مکان $+A$ به مکان $x=0$ می‌رود درواقع در لحظهٔ $t=1s$ ذره در مکان $x=0$ و در لحظهٔ $t=2s$ در مکان $x=-A$ و در لحظهٔ $t=3s$ در مکان $x=0$ است. بنابراین مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم برابر $l=A=0.04m$ و در بازهٔ $t=1s$ تا $t=3s$ برابر $l'=2A=0.08m$ است. از این‌رو:

$$\left.\begin{array}{l}\text{در ثانیه سوم}: s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{0.04}{1}=0.04m/s\\ \text{در بازهٔ 1s تا 3s}: s_{av}=\frac{l'}{\Delta t'}=\frac{0.08}{2}=0.04m/s\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{s_{av}}{s'_{av}}=1$$

۷۶- گزینهٔ ۴ در t_1 سرعت نوسانگر مثبت است پس نوسانگر در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ P قرار داشته و در حال حرکت به سمت $+A$ می‌باشد و در لحظهٔ t_2 نیز چون سرعت مثبت است پس نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز (جهت مثبت محور x ها) می‌باشد.



$$\Delta x=x_2-x_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}A-\frac{\sqrt{3}}{2}A=-\sqrt{3}A$$

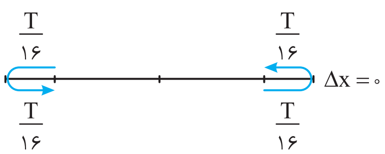
حال با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده Δt را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{2}+\frac{T}{12}=\frac{2T}{3}$$

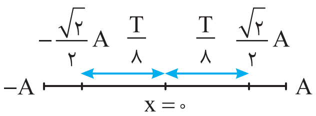
بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-\sqrt{3}A}{\frac{2T}{3}}=-\frac{3\sqrt{3}A}{2T}$$

۷۷- گزینهٔ ۱ کمینهٔ جابه‌جایی وقتی است که متحرک از یک نقطه از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت جابه‌جایی صفر می‌شود.



۷۸- گزینهٔ ۴ زمان بیان شده $(\frac{T}{4})$ را به دو بازهٔ یکسان $(\frac{T}{8})$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم زیرا در این ناحیه سرعت بیشتر از انتهای مسیر بوده و جابه‌جایی بیشتر است. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، در مدت $\frac{T}{8}$ نوسانگر از مرکز به $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رود از این‌رو:



$$\Delta x=\frac{\sqrt{2}}{2}A+\frac{\sqrt{2}}{2}A=\sqrt{2}A\Rightarrow\Delta x=\sqrt{2}\times\frac{4}{2}\Rightarrow\Delta x=4\sqrt{2}cm$$

۷۹- گزینهٔ ۲ بیشینهٔ سرعت متوسط وقتی است که در بازهٔ $۰/۰۲s$ بیشترین جابه‌جایی طی شود، از این‌رو باید این جابه‌جایی در دو طرف مرکز نوسان که تندی از بقیهٔ نقاط بیشتر است صورت گیرد.

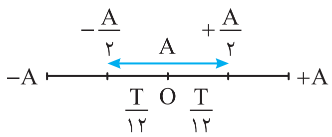
دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{۵۰}{۳}\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۱۲s$$

اکنون بررسی می‌کنیم $۰/۰۲s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۰۲}{۰/۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۶}$$

این بازه را به دو قسمت مساوی در دو طرف مرکز نوسان تقسیم می‌کنیم. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده خواهیم داشت:

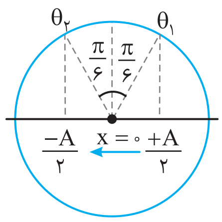


پس در $۰/۰۲s$ مطابق شکل نوسانگر بیشینه جابه‌جایی‌اش برابر A است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۰/۰۶}{۰/۰۲}=۳m/s$$

روش دایرهٔ مثلثاتی: در مدت $۰/۰۲s$ تغییر شناسه تابع کسینوسی (تغییر فاز) برابر است با:

$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۵۰\pi}{۳}\times۰/۰۲=\Delta\theta=\frac{\pi}{۳}$$



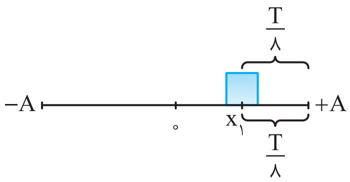
$\frac{\pi}{۳}$ باید به دو قسمت مساوی در دو طرف مبدأ تقسیم شود.

در این صورت $\theta_۱=\frac{\pi}{۳}$ و $x_۱=+\frac{A}{۲}$ و $\theta_۲=\frac{۲\pi}{۳}$ و $x_۲=-\frac{A}{۲}$ خواهد بود و جابه‌جایی در مدت $۰/۰۲s$ برابر $+A=۰/۰۶m$ می‌شود.

$$v_{av}=\frac{۰/۰۶}{۰/۰۲}=۳m/s$$

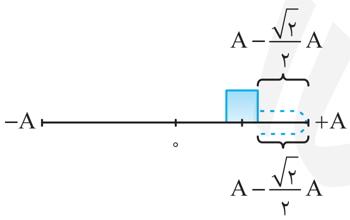
۸۰- گزینهٔ ۲ کمترین اندازهٔ سرعت متوسط برای زمانی است که نوسانگر از نقطه‌ای از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت سرعت متوسط برابر صفر می‌شود.

کمترین تندی متوسط هنگامی است که نوسان اطراف نقطهٔ بازگشت $(v=۰)$ اتفاق افتد زیرا در این ناحیه سرعت کم و زمان طولانی‌تر از بقیهٔ مسیر است، بنابراین نصف زمان نوسان را قبل از رسیدن به نقطهٔ بازگشت درنظر گرفته و نیم دیگر زمان را بعد از گذر از نقطهٔ بازگشت درنظر می‌گیریم.



بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$x_۱=A\cos\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۸}\Rightarrow x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$



$$l=۲(A-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A)\Rightarrow s_{av}=\frac{A(۲-\sqrt{۲})}{\frac{T}{۴}}=\frac{۴A(۲-\sqrt{۲})}{T}$$

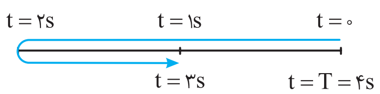
۸۱- گزینهٔ ۴ در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x=\pm A$ ، نوسانگر تغییر جهت می‌دهد.

$$x=۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۲}t\xrightarrow{x=\pm A}\pm۰/۰۴=۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۲}t\Rightarrow\cos\frac{\pi}{۲}t=\pm۱\Rightarrow\frac{\pi}{۲}t=k\pi\Rightarrow t=۲k\begin{cases}\xrightarrow{k=۰}t=۰\\\xrightarrow{k=۱}t=۲s\\\xrightarrow{k=۲}t=۴s\end{cases}$$

بازهٔ بیان شده $(t=\frac{۱۵}{۴}s$ تا $t=\frac{۱}{۳}s)$ بین صفر تا $۴s$ است و یک‌بار تغییر جهت رخ می‌دهد.

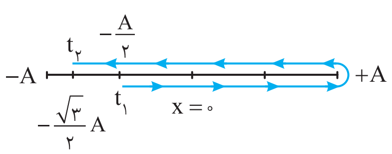
اما راه‌حل ساده‌تری وجود دارد. دوره را به‌دست می‌آوریم و مسیر را رسم می‌کنیم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow t=۴s$$



بازهٔ زمانی $t=\frac{۱}{۳}s$ تا $t=\frac{۱۵}{۴}s$ بین صفر و $۴s$ است و در $t=۲s$ یک‌بار تغییر جهت رخ می‌دهد.

۸۲- گزینهٔ ۱ با توجه به صورت مسأله، مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. متحرک در مکان $-\frac{A}{۲}$ دارای حرکت تند شونده است یعنی در حال حرکت به سوی نقطه تعادل است و برای رسیدن به مکان $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ باید به انتهای مسیر برود $(+A)$ و برگردد بنابراین نوسانگر در مکان $+A$ یک‌بار تغییر جهت می‌دهد و چون دوبار از مرکز نوسان می‌گذرد دو بار شتاب تغییر جهت می‌دهد و گزینهٔ (۱) درست است. یادمان باشد با هر بار گذر نوسانگر از مرکز نوسان، شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.



۸۳- گزینهٔ ۳ شتاب در دو انتهای مسیر یعنی $x=\pm A$، بیشینه است. اکنون بررسی می‌کنیم در بازهٔ $t=\frac{۱}{۱۲۰}s$ تا $t=\frac{۱}{۱۲}s$ چند بار مکان‌ها برابر $\pm A$ می‌شود.

$$x=A\cos ۴۰\pi t\Rightarrow \pm A=A\cos ۴۰\pi t\Rightarrow \cos ۴۰\pi t=\pm ۱\Rightarrow ۴۰\pi t=k\pi\Rightarrow t=\frac{k}{۴۰}$$

بنابراین:

$k=۰\Rightarrow t=۰$, $k=۱\Rightarrow t=\frac{۱}{۴۰}=\frac{۳}{۱۲۰}s$ بار اول , $k=۲\Rightarrow t=\frac{۲}{۴۰}=\frac{۶}{۱۲۰}s$ بار دوم

$k=۳\Rightarrow t=\frac{۳}{۴۰}=\frac{۹}{۱۲۰}s$ بار سوم , $k=۴\Rightarrow t=\frac{۴}{۴۰}=\frac{۱۲}{۱۲۰}s>\frac{۱}{۱۲}s$ قابل قبول نیست

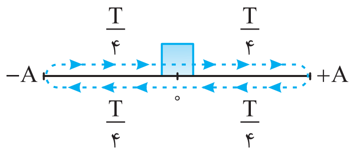
۸۴- گزینهٔ ۲ هر بار که ذره از نقطهٔ تعادل (مبدأ) می‌گذرد، نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. از این‌رو:

$$x=۰\Rightarrow \cos ۱۰\pi t=۰\Rightarrow ۱۰\pi t=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{k}{۱۰}+\frac{۱}{۲۰}$$

$k=۰\Rightarrow t=\frac{۱}{۲۰}s<\frac{۱}{۱۵}s$ غ ق ق , $k=۱\Rightarrow t=\frac{۳}{۲۰}s>\frac{۱}{۱۵}s$ قابل قبول , $k=۲\Rightarrow t=\frac{۲}{۱۰}+\frac{۱}{۲۰}=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}s$

در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴}s$ نوسانگر در مرکز نوسان است و از آن عبور نکرده و نیرو تغییر علامت نمی‌دهد.

۸۵- گزینهٔ ۱ در نقطهٔ تعادل $(x=۰)$ تندی ذره بیشینه است و پس از یک دوره $(\Delta t=T)$ از این لحظه مطابق شکل نوسانگر یک‌بار از نقطهٔ تعادل که شتاب در آن صفر و تغییر جهت می‌دهد عبور می‌کند.



۸۶- گزینهٔ ۳ هنگام گذر نوسانگر از مبدأ مکان $(x=۰)$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

$$x=۲\cos\frac{\pi}{۳}t\xrightarrow{x=۰}۰=۲\cos\frac{\pi}{۳}t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}t=k\pi\pm\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{۳}t=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۳}{۲}s\\ \frac{\pi}{۳}t=\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۹}{۲}s\\ \frac{\pi}{۳}t=\frac{۵\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۱۵}{۲}s\end{cases}$$

بنابراین $t=\frac{۳}{۲}s$ و $t=\frac{۹}{۲}s$ در بازهٔ $۱s\le t\le ۵s$ قرار دارد و در این دو لحظه متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۸۷- گزینهٔ ۲ تکانه برابر $\vec{P}=m\vec{v}$ است پس تکانه هم‌جهت با سرعت بوده و می‌دانیم سرعت در نقاط بازگشت تغییر علامت می‌دهد $(x=\pm A)$ بنابراین تکانه نیز در $x=\pm A$ تغییر علامت خواهد داد:

$$\pm A=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\pm ۱\Rightarrow\omega t=k\pi\quad,\quad ۱۰\pi t=k\pi\Rightarrow t=\frac{k}{۱۰}$$

می‌توان به جای k، مقدار ۱ و ۲ قرار داد که در بازهٔ $\frac{۱}{۱۵}s$ تا $\frac{۱}{۴}s$ است. بنابراین نوسانگر در این بازهٔ زمانی دوبار به نقاط بازگشت خود می‌رسد و تکانه تغییر جهت می‌دهد.

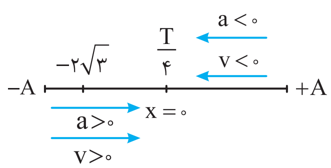
۸۸- گزینهٔ ۲ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰}s$$

بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۲۴}s$ قطعاً از یک دوره $T=\frac{۱}{۱۰}s$ کمتر است.

با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازهٔ $+A$ تا صفر و $-A$ تا صفر شتاب و سرعت هم‌جهت است.

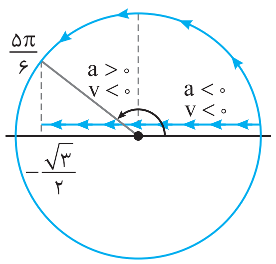
اکنون مکان متحرک را در $t=\frac{۱}{۲۴}$ حساب می‌کنیم.



$$x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi t\Rightarrow x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow x=۰/۰۴\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})\Rightarrow x=-۲\sqrt{۳}cm$$

از $t=۰$ تا $\frac{۱}{۲۴}s$ نوسانگر از $x=۰$ به $x=-۲\sqrt{۳}cm$ می‌رود و در بازهٔ زمانی حرکت از $+A$ تا $x=۰$ بردار شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند: $\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$

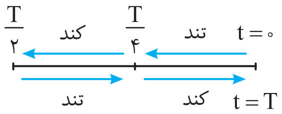
حل به کمک دایره مثلثاتی (دایره مرجع): فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۴}s$ را حساب می‌کنیم.



$$\theta=\omega t\Rightarrow\theta=۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=\frac{۵\pi}{۶}$$

در تغییر از صفر تا $\frac{\pi}{۲}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم‌علامت است در واقع به مدت $\frac{T}{۴}$:

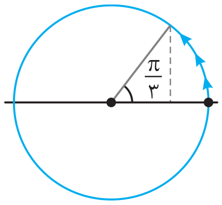
$$\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$$



۸۹- گزینهٔ ۳ با توجه به مسیر حرکت ذره مکان‌هایی که حرکت کندشونده و تندشونده است مشخص می‌باشد.

ابتدا دوره را حساب می‌کنیم: $\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 10\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2}{10}s\Rightarrow \frac{T}{4}=\frac{1}{20}s$

بازهٔ صفر تا $\frac{1}{30}s$ از $\frac{1}{20}s$ کمتر است و متحرک از $+A$ در حال حرکت به سوی $x=0$ است و حرکت تندشونده می‌باشد.



روش دایرهٔ مثلثاتی: $\omega(t_2-t_1)=10\pi(\frac{1}{30}-0)=\frac{\pi}{3}$

یعنی در بازهٔ صفر تا $\frac{1}{30}$ همچنان شناسهٔ تابع کسینوسی (فاز) در ربع اول است و حرکت تندشونده است.

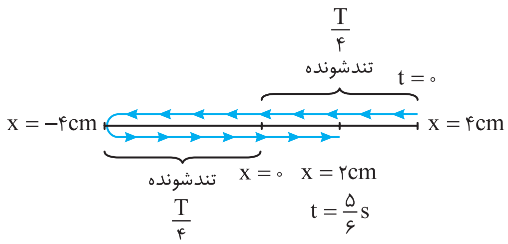
۹۰- گزینهٔ ۱ در $t=0$ و $t=\frac{5}{6}s$ مکان نوسانگر را به‌دست آورده سپس مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$t=0\Rightarrow x=0/04m=4cm$$

$$t=\frac{5}{6}s\Rightarrow x=0/04\cos(2\pi\times\frac{5}{6})=0/04\cos\frac{5\pi}{3}\Rightarrow x=0/04\times\frac{1}{2}=+0/02m\Rightarrow x=2cm$$

اکنون مسیر را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل در دو بازهٔ $\frac{T}{4}$ یعنی $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 2\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=1s$$



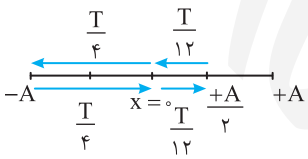
بنابراین در مدت $\frac{T}{2}=\frac{1}{2}s$ حرکت تندشونده است. اما پرسشی مطرح است ما از کجا متوجه شدیم که متحرک در $t=\frac{5}{6}s$ برای بار دوم به مکان $+2cm$ می‌رسد.

برای پاسخ به این پرسش باید به شناسهٔ تابع کسینوسی (فاز) دقت کنید که با قرار دادن $t=\frac{5}{6}s$ مقدار آن $\frac{5\pi}{3}=2\pi-\frac{\pi}{3}$ شده است که کمانی در ربع چهارم است.

بنابراین مسیر رسم شده کاملاً درست است.

۹۱- گزینهٔ ۴ ابتدا با توجه به $t=\frac{2}{3}s$ مکان x_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$x_1=A\cos\frac{\pi}{2}\times\frac{2}{3}\Rightarrow x_1=\frac{A}{2}$$



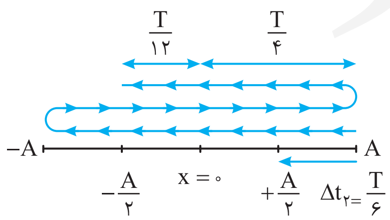
بنابراین در لحظهٔ $t=\frac{2}{3}s$ نوسانگر برای اولین بار از $+\frac{A}{2}$ به سمت مرکز عبور می‌کند و کمینه زمان عبور مجدد از $+\frac{A}{2}$ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده و شکل روبه‌رو خواهد شد:

$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\Rightarrow\Delta t=2\frac{T}{3}$$

دوره را به‌دست می‌آوریم و در Δt جایگذاری می‌کنیم.

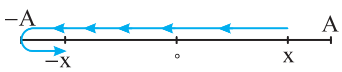
$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=4s\Rightarrow\Delta t=\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}s$$

۹۲- گزینهٔ ۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است و زمان حرکت از $+A$ با دو بار تغییر جهت و رسیدن به $-\frac{A}{2}$ خواهد شد:



$$\Delta t_1=T+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\Rightarrow\Delta t_1=\frac{16T}{12}=\frac{4}{3}T\xrightarrow[\text{به دست می‌آوریم}]{\text{نسبت را}}\frac{\frac{4T}{3}}{\frac{T}{6}}=8$$

۹۳- گزینهٔ ۴ فرض کنیم که نوسانگر از مکان x در جهت منفی محور در حرکت است و پس از مدتی برای اولین بار به مکان $-x$ می‌رسد. در این حالت سرعت نوسانگر همچنان منفی است. اما در صورت مسأله بیان شده که سرعت‌ها هم‌علامت نیستند، پس متحرک در برگشت از $-A$ به $-x$ می‌رسد. یعنی مسیری مطابق شکل طی می‌کند که این مسیر در مدت $\frac{T}{2}$ طی می‌شود.



۹۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به فرض مسأله مکان‌ها در لحظهٔ t_1 و $t_2=2t_1$ برابر است از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x_1=x_2}A\cos\omega t_1=A\cos\omega(2t_1)\Rightarrow\cos\omega t_1=\cos 2\omega t_1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\omega t_1=2\pi-2\omega t_1\Rightarrow 3\omega t_1=2\pi\Rightarrow 3\times\frac{2\pi}{T}t_1=2\pi\Rightarrow t_1=\frac{T}{3}\\ \omega t_1=2\omega t_1-2\pi\Rightarrow\omega t_1=2\pi\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t_1=2\pi\Rightarrow t_1=T\end{cases}$$

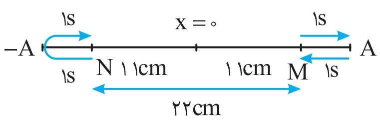
۹۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ در t_1 و $2t_1$ مکان نوسانگر یکسان می‌باشد بنابراین:

$$A\cos(\omega t_1)=A\cos(2\omega t_1)\Rightarrow\omega t_1=2\pi-2\omega t_1\Rightarrow 3\omega t_1=2\pi\Rightarrow\omega t_1=\frac{2\pi}{3}$$

اکنون به کمک معادلهٔ حرکت A را حساب می‌کنیم.

$$x=A\cos\omega t_1\Rightarrow -4=A\cos\frac{2\pi}{3}\Rightarrow -4=A(-\frac{1}{2})\Rightarrow A=8cm$$

۹۶- گزینهٔ ۱ Ⓒ با توجه به صورت مسأله فاصلهٔ M تا N، ۲۲cm و سرعت در این نقاط برابر است، یعنی مکان نوسانگر نسبت به مبدأ یکسان است درنتیجه فاصلهٔ M و N از مبدأ ۱۱cm خواهد شد بنابراین از M تا مرکز نوسان ۱s و از مرکز نوسان تا N نیز ۱s طول می‌کشد.



از طرفی دو بار عبور متوالی از N که روی شکل مشخص است دو ثانیه طول می‌کشد یعنی از N تا −A یک ثانیه. به دلیل تقارن از M تا A نیز ۱s طول می‌کشد.

بنابراین از A تا −A جمعاً ۱+۱+۱+۱=۴s طول می‌کشد که این ۴s برابر $\frac{T}{2}$ می‌باشد. از این‌رو:

$$\frac{T}{2}=4\Rightarrow T=8s$$

در لحظهٔ $t=1s$ نوسانگر از A به M می‌رود یعنی مکانش در $t=1s$ برابر $x=11cm$ است. اکنون دامنه را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow 11=A\cos\frac{2\pi}{8}\times 1\Rightarrow A=11\sqrt{2}\,cm$$

۹۷- گزینهٔ ۴ Ⓒ معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده یک تابع کسینوسی یا سینوسی است.

بررسی گزینهٔ (۱):

$$x=A\sin\omega t\cos\omega t\xrightarrow{2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2\alpha}x=\frac{A}{2}\sin 2\omega t$$

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده است.

بررسی گزینهٔ (۳):

$$x=2A\cos^2\omega t-A\Rightarrow x=A(2\cos^2\omega t-1)\Rightarrow x=A\cos 2\omega t$$

این نیز معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده است.

۹۸- گزینهٔ ۳ Ⓒ معادله‌رابه‌صورت $x=A\cos\omega t$ درمی‌آوریم:

$$x=1-2\sin^2 5\pi t\Rightarrow x=\cos 10\pi t\xrightarrow{x=\frac{A}{2}}\frac{1}{2}=\cos 10\pi t\Rightarrow 10\pi t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{1}{30}s$$

۹۹- گزینهٔ ۱ Ⓑ وزنه بین ۵۴cm و ۷۰cm در حال نوسان است و حالت تعادل (مرکز نوسان) وقتی است که طول فنر $\frac{54+70}{2}=62cm$ می‌باشد. متحرک (نوسانگر) در ۶۰cm در فاصلهٔ ۶۲−۶۰=۲cm مرکز نوسان قرار دارد و در ۶۵cm در فاصلهٔ ۶۵−۶۲=۳cm مرکز قرار دارد و می‌دانیم که تندی متحرک در مرکز نوسان بیشینه است و با دور شدن از مرکز نوسان تندی کاهش می‌یابد، از این‌رو تندی s_1 بزرگ‌تر از تندی s_2 است. $(s_1>s_2)$

۱۰۰- گزینهٔ ۲ Ⓑ دوره را حساب می‌کنیم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=2s$$

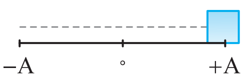
بازهٔ زمانی $t_1=\frac{1}{5}s$ تا $t_2=\frac{6}{5}s$ برابر است با:

$$\Delta t=\frac{6}{5}-\frac{1}{5}\Rightarrow\Delta t=1s$$

این بازه زمانی ۱s است که برابر نصف دوره این حرکت است و در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت طی شده متحرک برابر ۲A می‌شود.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{2\times 0.04}{1}=0.08m/s=8cm/s$$

۱۰۱- گزینهٔ ۴ Ⓒ با توجه به رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$ خواهیم داشت:

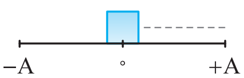


$$s_{av}=\frac{2A\omega}{\pi}\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}s_{av}=\frac{2A}{\pi}(\frac{2\pi}{T})\Rightarrow s_{av}=\frac{4A}{T}$$

در بازهٔ صفر تا $\frac{T}{2}$ یعنی در مدت نصف دوره نوسانگر از +A تا −A حرکت می‌کند: $s_{av}=\frac{2A}{\frac{T}{2}}=\frac{4A}{T}$ و گزینهٔ (۱) درست است.

در بازهٔ صفر تا T یعنی در مدت یک دوره نوسانگر مسافت ۴A را طی می‌کند پس تندی متوسط برابر است با: $s_{av}=\frac{4A}{T}$ و گزینهٔ (۲) درست است.

همچنین در بازهٔ $\frac{3T}{4}$ تا T نوسانگر از مکان $x_1=A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{3T}{4})=0$ تا $x_2=+A$ جابه‌جا می‌شود. $s_{av}=\frac{A}{T-\frac{3T}{4}}=\frac{4A}{T}$



پس در هر سه گزینه تندی متوسط برابر $\frac{2A\omega}{\pi}=\frac{4A}{T}$ است.

۱۰۲- گزینهٔ ۲ Ⓑ بیشینه جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی معین همواره در دو طرف نقطهٔ تعادل یعنی جایی که تندی بیشینه است رخ می‌دهد، بنابراین $\Delta t=\frac{1}{6}s$ را به دو بازهٔ زمانی $\frac{1}{12}s$ تقسیم می‌کنیم. دوره را به‌دست می‌آوریم:

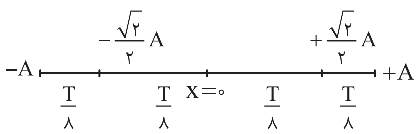
$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 3\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2}{3}s$$

معین می‌کنیم که $\frac{1}{12}s$ چه کسری از دوره است.

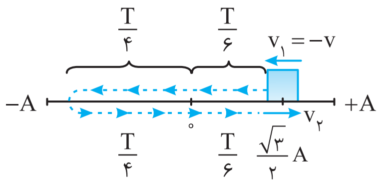
$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{8}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{8}$$

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر را رسم می‌کنیم، $\frac{T}{8}$ مدت زمان حرکت از مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x=0$ است. بنابراین جابه‌جایی بیشینه خواهد شد:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}A+\frac{\sqrt{2}}{2}A=\sqrt{2}A=\sqrt{2}\times\frac{5}{100}m=5\sqrt{2}cm$$

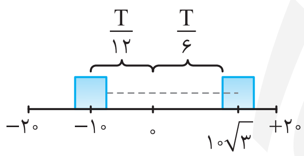


۱۰۳- گزینهٔ ۲ Ⓒ متحرک در لحظهٔ t_1 در مکان $\frac{+\sqrt{3}}{2}A$ بوده و شتابش در حال کاهش است. از این رو، نوسانگر دارای سرعت منفی و در حال حرکت به سوی مرکز نوسان است. بنابراین سرعت در t_1 را که با v_1 نشان می‌دهیم برابر است با $v_1=-v$ و در لحظهٔ t_2 نوسانگر برای اولین بار مجدداً از مکان $x=\frac{+\sqrt{3}}{2}A$ می‌گذرد و مطابق شکل دارای سرعت مثبت است یعنی $v_2=v$ است.



$$\Delta t=2(\frac{T}{6})+2(\frac{T}{4})=\frac{T}{3}+\frac{T}{2}=\frac{5T}{6}\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-(-v)}{\frac{5T}{6}}=\frac{12v}{5T}$$

۱۰۴- گزینهٔ ۱ Ⓑ نوسانگر از مکان $x_1=-10cm$ تا $x_2=+10\sqrt{3}cm$ جابه‌جا می‌شود پس جابه‌جایی برابر $\Delta x=x_2-x_1=(10\sqrt{3}+10)cm$ و می‌دانیم سرعت متوسط برابر $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است پس بیشینه سرعت متوسط هنگامی رخ می‌دهد که جابه‌جایی $(10\sqrt{3}+10)cm$ در کمترین بازهٔ زمانی اتفاق بیفتد یعنی از $-10cm$ تا $10\sqrt{3}cm$ نوسانگر تغییر جهت ندهد که با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده این بازه برابر $\frac{T}{12}+\frac{T}{6}=\frac{T}{4}$ است بنابراین:



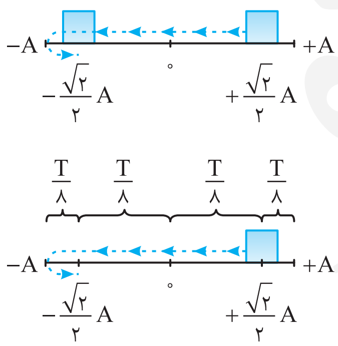
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\frac{T}{12}+\frac{T}{6}}=\frac{(10\sqrt{3}+10)}{\frac{T}{4}}=\frac{10\sqrt{3}+10}{0/06}cm/s=\frac{10\sqrt{3}+10}{6}m/s=\frac{5\sqrt{3}+5}{3}m/s$$

۱۰۵- گزینهٔ ۲ Ⓒ **راه‌حل اول:** دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/4s$$

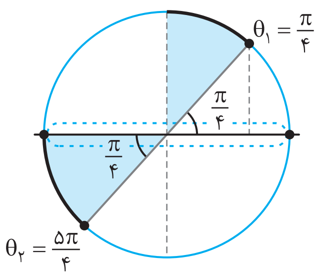
بازهٔ $t=0/05s$ تا $t=0/25s$ در یک دوره قرار می‌گیرد، مکان متحرک در لحظه‌های داده شده را به‌دست آورده و مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$x_1=A\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}A\quad,\quad x_2=A\cos\frac{5\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}A$$



تکانه برابر $\vec{P}=m\vec{v}$ است پس تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند و می‌دانیم که نیرو نیز با شتاب هم‌جهت است $(\vec{F}=m\vec{a})$ بنابراین در لحظاتی که تکانه و نیرو هم‌جهت هستند، سرعت و شتاب نیز هم‌جهت بوده و حرکت تندشونده است. می‌دانیم هنگامی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل است اندازهٔ سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است. حال با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا مرکز تعادل و از $-A$ تا $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ حرکت تندشونده است. بنابراین $t=\frac{T}{8}+\frac{T}{8}=\frac{T}{4}=0/1s$

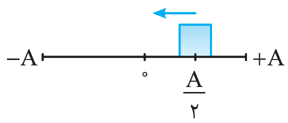


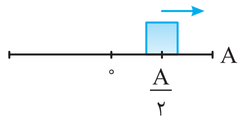
راه‌حل دوم: در $t=0/05$ کمان دایرهٔ مثلثاتی متناظر با $\theta_1=\omega t_1=\frac{\pi}{4}$ و در $t=0/25s$ کمان دایره مثلثاتی متناظر با $\theta_2=\omega t_2=\frac{5\pi}{4}$ است و در دایره مثلثاتی زیر در دو کمان θ_1 تا $\frac{\pi}{2}$ و π تا θ_2 نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل $x=0$ $(\theta=\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2})$ است و تندی آن در حال افزایش است پس در این بازه حرکت تندشونده است و داریم:

$$\frac{\pi}{2}-\theta_1=\omega\Delta t_1\Rightarrow\frac{\pi}{4}=5\pi t_1\Rightarrow\Delta t_1=\frac{1}{20}\Rightarrow\Delta t_1=0/05s\quad,\quad\theta_2-\pi=\omega\Delta t_2\Rightarrow\frac{\pi}{4}=5\pi\Delta t_2\Rightarrow\Delta t_2=\frac{1}{20}\Rightarrow\Delta t_2=0/05s$$

پس به مدت $\Delta t_1+\Delta t_2=0/1s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.

۱۰۶- گزینهٔ ۴ (B) هر دو متحرک در فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از نقطهٔ تعادل قرار دارند و یکی از نوسانگرها در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل بوده و نوسانگر دیگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر است بنابراین:





$$\frac{A}{۲}=A\cos\omega t_۱\xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت مرکز}}\cos\omega t_۱=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\omega t_۱=\frac{\pi}{۳}$$

$$\frac{A}{۲}=A\cos\omega t_۲\xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت انتهای مسیر}}\cos\omega t_۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\omega t_۲=۲\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۳}$$

بنابراین اختلاف شناسه تابع کسینوسی و اختلاف فاز خواهد شد:

$$\Delta\theta=\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{۵\pi}{۳}-\frac{\pi}{۳}=\frac{۴\pi}{۳}$$

۱۰۷- گزینهٔ ۱ (B) زمانی دو نوسانگر به هم می‌رسند که دارای مکان‌های یکسانی باشند. ابتدا معادلهٔ مکان – زمان دو متحرک را نوشته و این دو معادله را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x_۱=x_۲}A\cos\frac{۲\pi}{T_۱}t=A\cos\frac{۲\pi}{T_۲}t\xrightarrow{T_۱=۲s,T_۲=۶s}\cos\frac{۲\pi}{۲}t=\cos\frac{۲\pi t}{۶}\Rightarrow\cos\pi t=\cos\frac{\pi}{۳}t$$

$$\xrightarrow[\alpha=۲k\pi\pm\beta]{\cos\alpha=\cos\beta}\pi t=۲\pi-\frac{\pi}{۳}t\Rightarrow t=۲-\frac{t}{۳}\Rightarrow\frac{۴t}{۳}=۲\Rightarrow t=\frac{۶}{۴}=۱/۵s$$

حال با جای‌گذاری $t=۱/۵s$ در $x_۱$ یا $x_۲$، مکان نوسانگرها را به‌دست می‌آوریم:

$$x_۱=A\cos\pi t\Rightarrow x_۱=A\cos\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow x_۱=۰$$

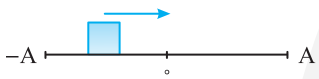
۱۰۸- گزینهٔ ۱ (C) در معادلهٔ حرکت، x برابر مکان یعنی فاصله از مبدأ است از این‌رو خواهیم داشت:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{t=۱s}A-b=A\cos\omega\Rightarrow\cos\omega=\frac{A-b}{A}\quad,\quad x=A\cos\omega t\xrightarrow{t=۲s}A-b-c=A\cos۲\omega\Rightarrow\cos۲\omega=\frac{A-b-c}{A}$$

$$\cos۲\omega=۲\cos^۲\omega-۱\Rightarrow\frac{A-b-c}{A}=۲\left(\frac{A-b}{A}\right)^۲-۱\Rightarrow\frac{A-b-c}{A}=\frac{۲A^۲-۴Ab+۲b^۲-A^۲}{A^۲}$$

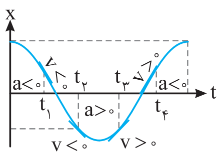
$$\Rightarrow A^۲-Ab-Ac=A^۲-۴Ab+۲b^۲\Rightarrow۳Ab-Ac=۲b^۲\Rightarrow A=\frac{۲b^۲}{۳b-c}$$

۱۰۹- گزینهٔ ۴ (A) در $t_۱$ مکان متحرک منفی و در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل می‌باشد بنابراین سرعت و شتاب مثبت است.
و چون «سرعت – تکانه» و «شتاب – نیرو» هم‌علامتند پس نیرو و تکانه نیز مثبت می‌باشند.
البته به کمک آنچه در فصل حرکت‌شناسی دربارهٔ نمودار مکان – زمان فرا گرفته‌اید نیز می‌توان این مسأله را حل کرد.

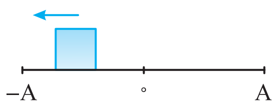


۱۱۰- گزینهٔ ۱ (A) در حل این نوع مسائل تمام بحث‌های حرکت هماهنگ ساده را فراموش کنید و تنها به حرکت‌شناسی و ویژگی‌های نمودار مکان زمان دقت کنید.
۱- شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان علامت سرعت را نشان می‌دهد.
۲- جهت تقعر نمودار مکان – زمان علامت شـتاب را نشـان می‌دهد. در لحظهٔ $t_۱$ دهانه نمودار مکان – زمان رو به بالاسـت و شتاب مثبت و در جهت محور xها است و شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t_۱$ مثبت است بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور xهاست.

۱۱۱- گزینهٔ ۲ (B) در لحظهٔ $t_۲$ شـتاب مثبت و سـرعت منفی اسـت بنابراین حرکت کندشـونده اسـت و گزینهٔ (۲) درست است.



۱۱۲- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به نمودار متحرک در مکان منفی قرار دارد و در حال حرکت به سـمت $x=-A$ می‌باشـد. پس مکان متحرک و جهت حرکت آن به صورت گزینهٔ (۴) خواهد شد.



۱۱۳- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به نمودار در لحظهٔ $t_۱$ متحرک در مکان مثبت و در حال حرکت به سمت $+A$ می‌باشد. پس مسیر حرکت گزینهٔ (۱) یا گزینهٔ (۳) می‌باشد.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=a\cos\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۷T}{۸}\Rightarrow x=A\cos\frac{۱۴\pi}{۸}\Rightarrow x=A\cos\frac{۷\pi}{۴}\Rightarrow x=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

پس گزینهٔ (۳) درست می‌باشد.

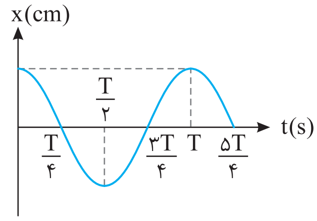
۱۱۴- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به معادلهٔ حرکت $x=۰/۰۲\cos\frac{۲\pi}{۵}t$، دامنه برابر $A=۲cm$ می‌شود و دوره خواهد شد.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{۲\pi}{۵}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۵s$$

۱۱۵- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به نمودار دوره برابر $T=۲s$ است و بسامد زاویه‌ای برابر $\omega=\frac{۲\pi}{T}=\pi\,rad/s$ می‌باشد. شناسهٔ تابع کسینوسی ωt می‌باشد و تغییرات آن برابر است با:

$$\Delta\theta=\omega t_۲-\omega t_۱=\omega(t_۲-t_۱)\xrightarrow[t_۲-t_۱=۱s]{\text{در هر ثانیه}}\Delta\theta=\omega=\pi$$

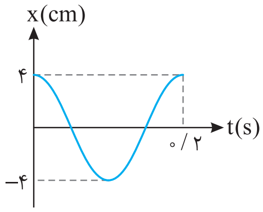
۱۱۶- گزینهٔ ۳ (A) ابتدا با توجه به نمودار دوره را به دست می‌آوریم: $\frac{۵T}{۴}=۵\Rightarrow T=۴s$



در مدت یک دقیقه تعداد دور کاملی که نوسانگر طی می‌کند برابر است با: $T=\frac{t}{n}\Rightarrow ۴=\frac{۶۰}{n}\Rightarrow n=۱۵$

بنابراین در این مدت نوسانگر ۱۵ چرخه طی می‌کند و می‌دانیم در هر نوسان مسافت طی شده برابر ۴A می‌باشد. از این‌رو:
$l=n(۴A)\Rightarrow l=۱۵(۲۰)=۳۰۰cm=۳m$

۱۱۷- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به نمودار $A=۴cm$ و $T=۰/۲s$ است.



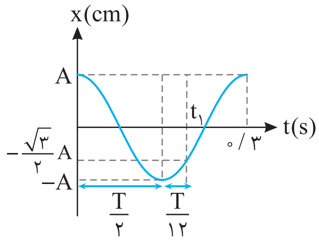
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=A\cos\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow x=۰/۰۴\cos\frac{۲\pi}{۰/۲}t\Rightarrow x=۰/۰۴\cos ۱۰\pi t$$

۱۱۸- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به نمودار دامنه $A=۵\,cm$ است. همچنین در $t=۰/۳s$ متحرک برای اولین بار از $x=-۲/۵\,cm$ عبور کرده است.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow -۲/۵=۵\cos ۰/۳\omega\Rightarrow \cos ۰/۳\omega=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۰/۳\omega=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega=\frac{۲۰\pi}{۹}$$

بنابراین معادلهٔ حرکت نوسانگر در SI به صورت $x=۰/۰۵\cos\frac{۲۰\pi}{۹}t$ می‌باشد.

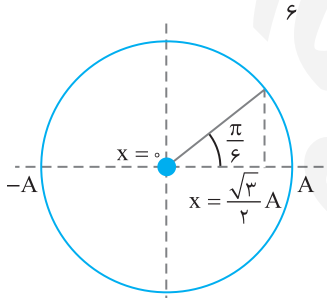
۱۱۹- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به نمودار دوره برابر $T=۰/۳s$ می‌باشد و از لحظهٔ صفر تا t بازهٔ زمانی خواهد شد:



$$t_۱=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۷T}{۱۲}\xrightarrow{T=۰/۳}t_۱=\frac{۷\times۰/۳}{۱۲}\Rightarrow t_۱=\frac{۷}{۴۰}s$$

۱۲۰- گزینهٔ ۳ (B) به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده و با توجه به اینکه دامنه $A=۲cm$ است و در لحظهٔ $t=۰/۲s$ مکان نوسانگر $x=\sqrt{۳}cm=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌باشد یعنی نوسانگر در مدت $۰/۲s$ از $+A$ به $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رود که بازهٔ زمانی این جابه‌جایی برابر $\frac{T}{۱۲}$ است. از این‌رو: $\frac{T}{۱۲}=۰/۲\Rightarrow T=۲/۴s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=\frac{۲\pi}{۲/۴}\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۶}rad/s$

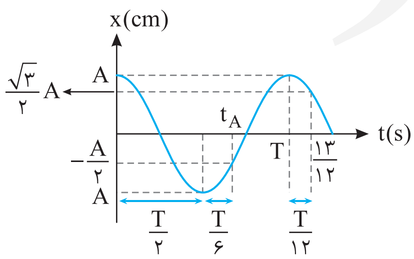
معادلهٔ حرکت خواهد شد:
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۵\pi}{۶}t\xrightarrow{t=۱\,s}x=۰/۰۲\cos\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow x=۰/۰۲\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})=\frac{-\sqrt{۳}}{۱۰۰}m\Rightarrow x=-\sqrt{۳}cm$$



قسمت اول تست را می‌توانستیم به وسیلهٔ دایره مثلثاتی نیز حل کنیم. در $t=۰/۲s$ نوسانگر در ربع اول قرار داشته و مکان آن $\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌باشد پس کمان متناظر مکان نوسانگر $\theta=\frac{\pi}{۶}$ است. با توجه به نمودار از $\theta_۰=۰$ تا $\theta_۱=\frac{\pi}{۶}$ در مدت $۰/۲s$ طی می‌شود پس:

$$\theta_۱-\theta_۰=\omega t_۱-\omega t_۰=\omega(\Delta t)=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\omega\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۶}$$

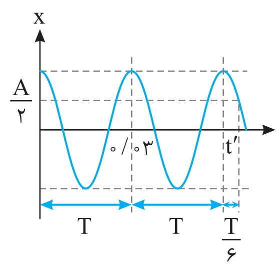
۱۲۱- گزینهٔ ۲ (A) روی شکل بازه‌های زمانی مورد نیاز را مشخص می‌کنیم. بازهٔ صفر تا $\frac{۱۳}{۱۲}s$ برابر است با:



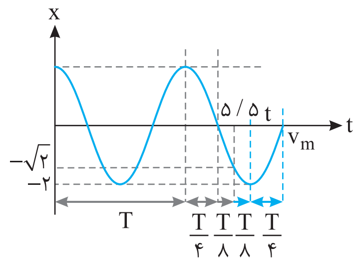
$$\Delta t=T+\frac{T}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱۳}{۱۲}=\frac{۱۳T}{۱۲}\Rightarrow t=۱s$$

بازه صفر تا t_A خواهد شد:
$$t_A=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}=\frac{۲T}{۳}\Rightarrow t_A=\frac{۲}{۳}\times۱=\frac{۲}{۳}s$$

۱۲۲- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به نمودار دوره برابر $T=۰/۰۳s$ است. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسأله به راحتی حل می‌شود.



$$t'=۲T+\frac{T}{۶}\Rightarrow t'=۲\times۰/۰۳+\frac{۰/۰۳}{۶}\Rightarrow t'=۰/۰۶+\frac{۰/۰۱}{۲}\Rightarrow t'=۰/۰۶۵s=۶/۵\times۱۰^{-۲}s$$



۱۲۳- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** حل به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده

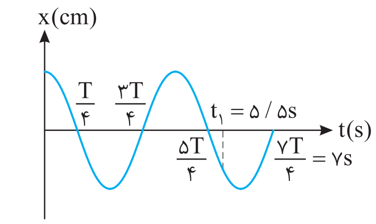
$$T+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=۵/۵\Rightarrow\frac{۸+۲+۱}{۸}T=۵/۵\Rightarrow T=۴s$$

از ۵/۵s تا v_m خواهد شد: $\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}=\frac{۳T}{۸}=\frac{۳\times۴}{۸}=۱/۵s$

راه‌حل دوم: حل به کمک معادلهٔ مکان - زمان: با توجه به نمودار در $t=۵/۵s$ نوسانگر برای سومین بار از $x=-\sqrt{۲}cm$ عبور می‌کند.

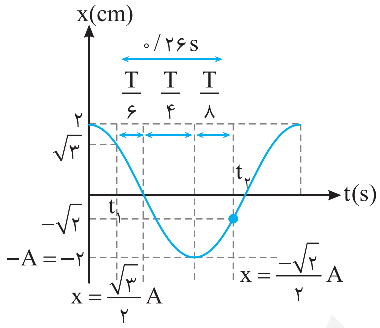
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow-\sqrt{۲}=۲\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\omega t=(۲k-۱)\pi\pm\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\omega t=\frac{۳\pi}{۴}\ \text{یا}\ \frac{۵\pi}{۴}\ \text{یا}\ \frac{۱۱\pi}{۴}$$

با توجه به توضیح بالا $\omega t_۱=\frac{۱۱\pi}{۴}$ می‌باشد: $\omega\times۵/۵=\frac{۱۱\pi}{۴}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow T=۴s$



مطابق نمودار روبه‌رو در لحظهٔ $\frac{۷T}{۴}=۷s$ تندی بیشینه است. از این‌رو از ۵/۵s تا ۷s طول می‌کشد تا تندی بیشینه شود. یعنی:

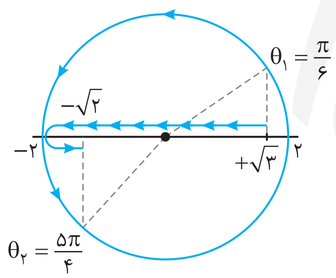
$$\Delta t=۷-۵/۵=۱/۵s$$



۱۲۴- گزینهٔ ۲ دقت کنید با توجه به اینکه دامنه $A=۲cm$ است مکان‌های $+\sqrt{۳}cm$ و $-\sqrt{۲}cm$ به ترتیب برابر $x=+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ خواهد بود بنابراین بازهٔ زمانی ۰/۲۶s برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{۴T+۶T+۳T}{۲۴}\Rightarrow۰/۲۶=\frac{۱۳T}{۲۴}\Rightarrow T=۰/۴۸s$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۴۸}=\omega=\frac{۲۵}{۶}\pi\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۲۵\pi}{۶}t$$

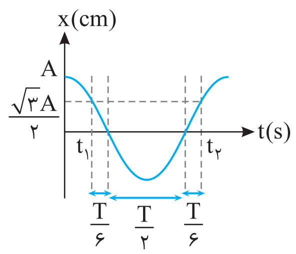


حل به کمک دایرهٔ مثلثاتی:

با رسم یک دایرهٔ مثلثاتی، کمان معادل مکان‌های $+\sqrt{۳}cm$ و $-\sqrt{۲}cm$ را مشخص می‌کنیم. سپس به کمک شناسهٔ تابع کسینوسی مسأله را حل می‌کنیم.

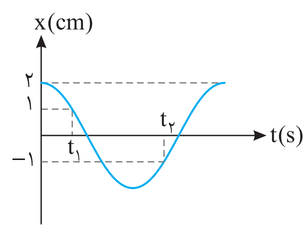
$$\omega t_۲-\omega t_۱=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow\omega(\Delta t)=\frac{۵\pi}{۴}-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\omega(\frac{۲۶}{۱۰۰})=\frac{۱۵\pi-۲\pi}{۱۲}\Rightarrow\omega=\frac{۲۵\pi}{۶}rad/s$$

معادلهٔ حرکت خواهد شد: $x=۰/۰۲\cos\frac{۲۵\pi}{۶}t$



۱۲۵- گزینهٔ ۱ کافی است روی نمودار بازه‌های زمانی شناخته شده از $t_۱$ تا $t_۲$ را مشخص کرده با هم جمع کنیم.

$$t_۲-t_۱=\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}=\frac{۵T}{۶}$$



۱۲۶- گزینهٔ ۳ با توجه به بازه‌های روی نمودار و با توجه به فرض مسأله $t_۲-t_۱=۲/۴s$ خواهیم داشت:

$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}\Rightarrow۲/۴=\frac{T+۳T+۲T}{۱۲}\Rightarrow۲/۴=\frac{T}{۲}\Rightarrow T=۴/۸s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=\frac{۲\pi}{۴/۸}\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۱۲}$$

معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم: $x=A\cos\omega t\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۵\pi}{۱۲}t$

اکنون مشخص می‌کنیم در چه لحظه‌ای نوسانگر برای چهارمین بار از مکان $+\sqrt{۲}cm$ می‌گذرد.

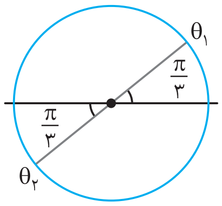
$$+\sqrt{۲}=۲\cos\frac{۵\pi}{۱۲}t\Rightarrow\cos\frac{۵\pi}{۱۲}t=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۱۲}t=(۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}),\ \text{بار اول}:\frac{۵\pi}{۱۲}t=\frac{\pi}{۴}\ ,\ \text{بار دوم}:\frac{۵\pi}{۱۲}t=۲\pi-\frac{\pi}{۴}\ ,\ \text{بار سوم}:\frac{۵\pi}{۱۲}t=۲\pi+\frac{\pi}{۴}$$

و بار چهارم: $\frac{۵\pi}{۱۲}t=۴\pi-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۱۲}t=\frac{۱۵\pi}{۴}\Rightarrow t=۹s$

روش استفاده از دایرهٔ مثلثاتی: کمان متناظر با مکان در $t_۱$ و $t_۲$ برابر است با:

$$\sqrt{۳}=۲\cos\theta_۱ \xrightarrow{\text{در ربع اول}} \theta_۱=\frac{\pi}{۳}$$

$$-۱=۲\cos\theta_۲ \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \theta_۲=\pi+\frac{\pi}{۳}$$

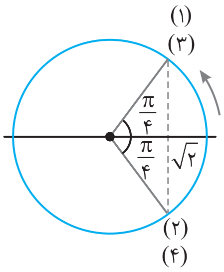


با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داریم:

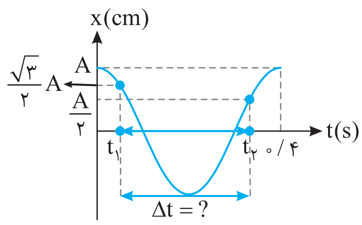
$$\theta_۲-\theta_۱=\omega t_۲-\omega t_۱=\omega(t_۲-t_۱)=\pi \ ,\ \omega(۲/۴)=\pi\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۱۲}$$

حال زمانی که نوسانگر برای چهارمین بار از $\sqrt{۲}cm$ می‌گذرد را به‌دست می‌آوریم، نوسانگر در نوسان اولش دو بار از $+\sqrt{۲}$ می‌گذرد و چهارمین بار در نوسان دوم رخ می‌دهد یعنی:

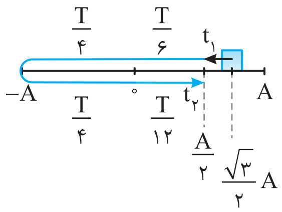
$$\omega t'=۲\pi+(۲\pi-\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\frac{۵\pi}{۱۲}\times t'=\frac{۱۵\pi}{۴}\Rightarrow t'=۹s$$



۱۲۷- گزینهٔ ۴ هنگام حرکت نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ مطابق نمودار برای اولین بار متحرک در لحظهٔ $t_۱$ از $+\frac{A}{۲}$ می‌گذرد اما در مسأله بیان شده بیشینه زمان در مدت یک دوره، بنابراین بار دومی که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{۲}$ می‌گذرد مورد نظر است. با توجه به بازه‌های زمانی روی شکل می‌توان نوشت:



$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۲T+۳T+۳T+T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۳T}{۴}\xrightarrow{t=۰/۴s}\Delta t=۰/۳s$$

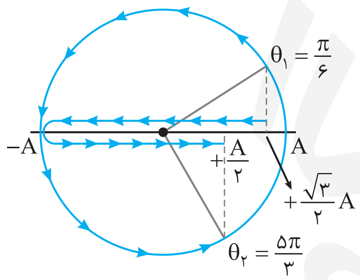


استفاده از دایرهٔ مثلثاتی:

کمان معادل مکان‌های $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ و $+\frac{A}{۲}$ را روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می کنیم.

$$\omega t_۲-\omega t_۱=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}(t_۲-t_۱)=\frac{۵\pi}{۳}-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{۲\pi}{۰/۴}\Delta t=\frac{۹\pi}{۶}$$

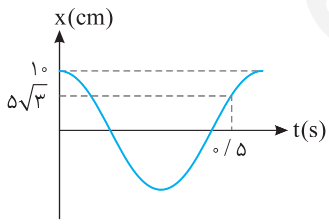
$$\Rightarrow ۵\pi\Delta t=\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow\Delta t=۰/۳s$$



۱۲۸- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول:** با توجه به شکل در $t=۰/۵s$ نوسانگر برای دومین بار از مکان $+۵\sqrt{۳}$ عبور کرده است و ωt در ربع چهارم مثلثاتی است.

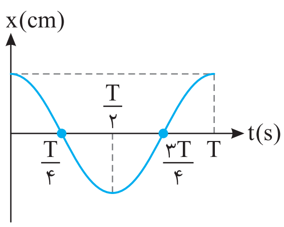
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow ۵\sqrt{۳}=۱۰\cos\omega t\Rightarrow\omega t=۲\pi-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\omega t=\frac{۱۱\pi}{۶}$$

$$\omega\times۰/۵=\frac{۱۱\pi}{۶}\Rightarrow\omega=\frac{۱۱\pi}{۳}\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\frac{۲\pi}{T}=\frac{۱۱\pi}{۳}\Rightarrow T=\frac{۶}{۱۱}s$$



به A و $-A$ نقطهٔ بازگشت گویند، پس با توجه به نمودار روبه‌رو در مدت $\frac{T}{۲}$ پس از $t=۰$ به نقطهٔ بازگشت می‌رسیم:

$$\frac{T}{۲}=\frac{۶}{۲۲}s=\frac{۳}{۱۱}s$$

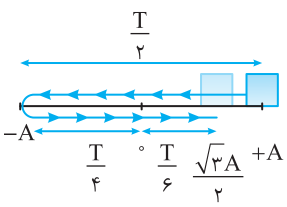


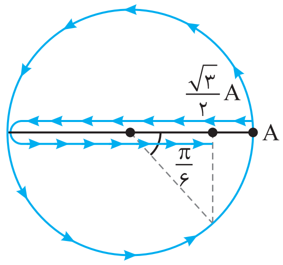
راه‌حل دوم: (راه‌حل مورد علاقهٔ ما) با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نیز می‌توانیم تست را حل کنیم:

$$\Delta t_{\text{کل}}=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}=\frac{۱۱T}{۱۲}=۰/۵\Rightarrow T=\frac{۶}{۱۱}s$$

متحرک پس از $\frac{T}{۲}$ به نقطهٔ بازگشت خود می‌رسد:

$$\frac{T}{۲}=\frac{\frac{۶}{۱۱}}{۲}=\frac{۳s}{۱۱}$$

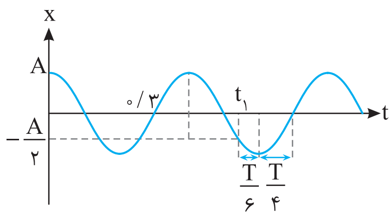




راه‌حل سوم: حال با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، کمان متناظر بر مکان $۵\sqrt{۳}$ در $t=۰/۵s$ مطابق شکل روبه‌رو می‌باشد، بنابراین از $t_۱=۰$ تا $t_۲=۰/۵s$ کمان دایره مثلثاتی از $\theta_۱=۰$ به $\theta_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}$ رسیده است:

$$\theta_۲-\theta_۱=\omega(t_۲-t_۱)=\frac{۱۱\pi}{۶}\Rightarrow\omega=\frac{۱۱\pi}{۳}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{\frac{۱۱\pi}{۳}}\Rightarrow T=\frac{۶}{۱۱}s$$

ادامه حل شبیه روش‌های قبلی است.

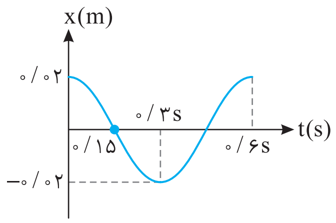


۱۲۹- گزینهٔ ۳ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳T}{۴}=۰/۳\Rightarrow T=۰/۴s$$

از لحظهٔ $t_۱$ تا لحظه‌ای که اولین بار بردار مکان تغییر جهت می‌دهد یعنی از مکان $x=۰$ می‌گذرد خواهد شد:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}=\frac{۵T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۵\times۰/۴}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۶}s$$

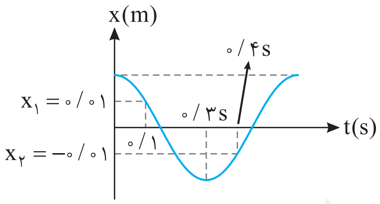


۱۳۰- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار دوره را حساب می‌کنیم $\frac{T}{۴}=۰/۱۵\Rightarrow T=۰/۶s$، بنابراین معادلهٔ حرکت نوسانگر به صورت زیر است:

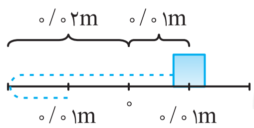
$$x=۰/۰۲\cos\omega t\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۲\pi}{۰/۶}t\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۱۰\pi}{۳}t$$

حال با جای‌گذاری $t_۱=۰/۱\,s$ و $t_۲=۰/۴s$ مکان نوسانگر در این دو لحظه را به دست می‌آوریم.

$$x_۱=۰/۰۲\cos(\frac{۱۰\pi}{۳}\times۰/۱)\Rightarrow x_۱=۰/۰۱\,m\quad,\quad x_۲=۰/۰۲\cos(\frac{۱۰\pi}{۳}\times۰/۴)\Rightarrow x_۲=-۰/۰۱\,m$$

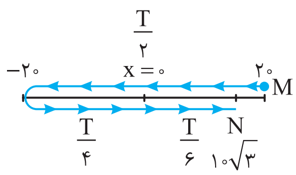


و دقت کنید که $t_۲=۰/۴s$ از $\frac{T}{۲}=۰/۳s$ بزرگتر می‌باشد و $t_۱=۰/۱\,s$ نیز از $۰/۱۵s$ کمتر است پس مکان نوسانگر روی نمودار در این دو لحظه به صورت روبه‌رو است:



$$\Delta x=x_۲-x_۱=-۰/۰۲m\ ,\ l=۰/۰۱+۰/۰۲+۰/۰۱=۰/۰۴m\ ,\ \frac{l}{|\Delta x|}=\frac{۰/۰۴}{۰/۰۲}=۲$$

۱۳۱- گزینهٔ ۱ مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مدت زمان حرکت از M تا N را به دست می‌آوریم.



مسافت طی شده: $l=۲۰+۲۰+۲۰+۱۰\sqrt{۳}=۶۰+۱۰\sqrt{۳}cm\Rightarrow l=۶۰+۱۰\times۱/۷=۷۷cm$

زمان سپری شده: $\Delta t=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}=\frac{۱۱T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱۱\times۱۲}{۱۲}=۱۱\,s$

تندی متوسط برابر است با: $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۷۷}{۱۱}=۷\,cm/s$

۱۳۲- گزینهٔ ۱ با توجه به نمودار در $t=۰/۵s$ برای اولین بار متحرک به مکان $-۱\,cm$ می‌رسد:

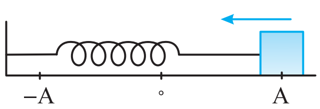
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow-۱=۲\cos\omega(\frac{۱}{۲})\Rightarrow\cos\frac{\omega}{۲}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{\omega}{۲}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow\omega=\frac{۴\pi}{۳}rad/s$$

$$x_۲=A\cos\omega t\Rightarrow x_۲=۲\cos(\frac{۴\pi}{۳}\times۱/۲۵)\Rightarrow x_۲=۲\cos\frac{۵\pi}{۳}=۱\,cm$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

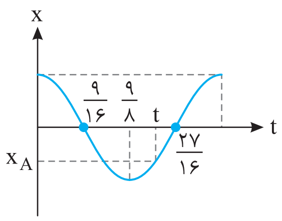
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱-(-۱)}{۱/۲۵-۰/۵}=\frac{۲}{\frac{۷۵}{۱۰۰}}=\frac{۲}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۸}{۳}cm/s$$

۱۳۳- گزینهٔ ۴ متحرک از $x=+A$ رها شده پس در لحظهٔ $t=۰$ سرعت متحرک صفر می‌باشد و پس از رها شدن مطابق شکل نوسانگر در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت می‌کند و سرعت متحرک ابتدا منفی است بنابراین گزینهٔ (۴) می‌تواند پاسخ تست باشد.



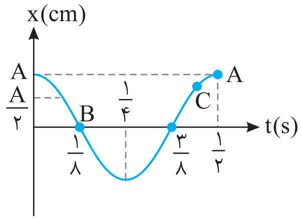
۱۳۴- گزینهٔ ۱ ابتدا دورهٔ حرکت را با توجه به نمودار $x-t$ به دست آورده و سپس به صورت تقریبی مشخص می‌کنیم که در $t=1/3s$ نوسانگر در چه مکانی قرار می‌گیرد. با توجه به نمودار در $t=0/75s$ نوسانگر برای اولین بار به $x=\frac{-A}{2}$ رسیده است.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{-A}{2}=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=-\frac{1}{2}\Rightarrow\omega t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\times\frac{75}{100}=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow T=\frac{9}{4}s=2/25s$$



بنابراین نمودار به صورت روبه‌رو می‌باشد: $\frac{9}{8}<t=1/3s<\frac{27}{16}$

بنابراین مکان تقریبی نوسانگر در $t=1/3s$ در x_A می‌باشد، پس شتاب نوسانگر با توجه به منفی بودن مکان مثبت است و چون نوسانگر از مکان‌های منفی به سمت $x=0$ در حرکت است پس جهت حرکت مثبت بوده و سرعت مثبت می‌باشد.



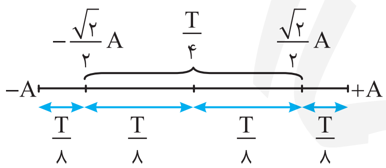
۱۳۵- گزینهٔ ۲ ابتدا دورهٔ حرکت را با توجه به نمودار به دست می‌آوریم. در $t=\frac{1}{12}s$ نوسانگر برای اولین بار از $\frac{A}{2}$ عبور کرده است:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{1}{2}=\cos\omega t$$

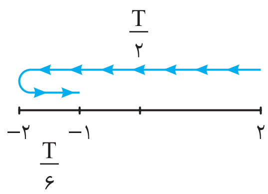
$$\omega t=\frac{\pi}{3}\xrightarrow{t=\frac{1}{12}s}\omega\times\frac{1}{12}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\omega=4\pi\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}T=\frac{1}{2}s$$

اکنون در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 مکان نوسانگر را مشخص می‌کنیم. هرچه مکان به مبدأ (حالت تعادل) نزدیک‌تر باشد تندی بیشتر است. در $t_1=\frac{1}{2}s$ نوسانگر در مکان A بوده تندی صفر است و در $t_3=\frac{1}{8}s$ نوسانگر در نقطهٔ B در حال گذر از مرکز نوسان است و تندی‌اش بیشینه است. بنابراین در $t_2=\frac{5}{12}s$ تندی بین صفر و v_m است. پس $s_1<s_2<s_3$

۱۳۶- گزینهٔ ۳ سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین هنگامی بیشینه است که جابه‌جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه‌جایی بیشینه در یک بازهٔ معین در دو طرف نقطهٔ تعادل رخ می‌دهد زیرا در نقطهٔ تعادل سرعت بیشینه است. بنابراین بازه $\frac{T}{4}$ را به دو بازهٔ یکسان $\frac{T}{8}$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است. یعنی در بازهٔ $\frac{T}{4}$ بیشترین اندازه جابه‌جایی برابر است با:



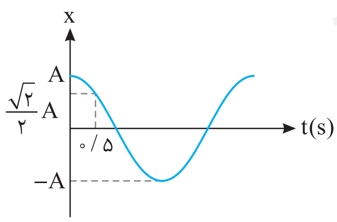
$$|\Delta x|=|-\frac{\sqrt2}{2}A-\frac{\sqrt2}{2}A|=\sqrt2A\Rightarrow|\Delta x|=2\sqrt2cm$$



اکنون دوره را به دست می‌آوریم: $\Delta t=\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=\frac{8}{3}\Rightarrow\frac{2T}{3}=\frac{8}{3}\Rightarrow T=4s$

اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

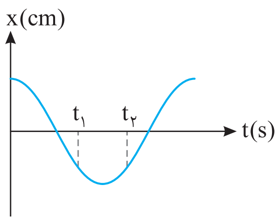
$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{2\sqrt2}{\frac{T}{4}}=\frac{2\sqrt2}{\frac{4}{4}}=2\sqrt2cm/s\Rightarrow|v_{av}|=\frac{2\sqrt2}{100}=\frac{\sqrt2}{50}=\frac{\sqrt2}{50}m/s$$



۱۳۷- گزینهٔ ۱ با توجه به نمودار $x-t$، در لحظهٔ $t=0/5s$ نوسانگر برای اولین بار از $x=\frac{\sqrt2}{2}A$ عبور می‌کند.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt2}{2}A=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\frac{\sqrt2}{2}$$

$$\omega t=\frac{\pi}{4}\xrightarrow{t=0/5s}\frac{\omega}{2}=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{2}rad/s$$

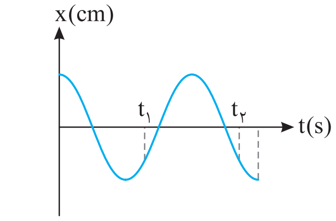


با توجه به اینکه در t_1 و t_2 دو بار پشت هم نوسانگر از $-\frac{\sqrt2}{2}A$ عبور کرده پس دو حالت داریم.

حالت اول:

$$\left.\begin{array}{l}x=A\cos\frac{\pi}{2}t_1\Rightarrow\frac{\pi}{2}t_1=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow t_1=\frac{3}{2}s\\ x=A\cos\frac{\pi}{2}t_2\Rightarrow\frac{\pi}{2}t_2=\frac{5\pi}{4}\Rightarrow t_2=\frac{5}{2}s\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{t_2}{t_1}=\frac{5}{3}$$

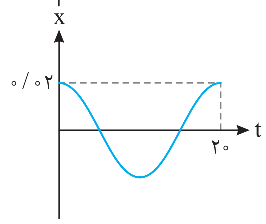
نسبت به دست آمده با فرض مسأله سازگاری $(\frac{t_2}{t_1}=2/2)$ ندارد و قابل قبول نیست.



حالت دوم:

$$\left.\begin{array}{l} x=A\cos\frac{\pi}{۲}t_1\Rightarrow\frac{\pi}{۲}t_1=\frac{۵\pi}{۴}\Rightarrow t_1=\frac{۵}{۲}s \\ x=A\cos\frac{\pi}{۲}t_۲\Rightarrow\frac{\pi}{۲}t_۲=\frac{۱۱\pi}{۴}\Rightarrow t_۲=\frac{۱۱}{۲}s \end{array}\right\}\Rightarrow\frac{t_۲}{t_1}=۲/۲$$

بنابراین حالت دوم درست می‌باشد و $t_1=۲/۵s$ است.



۱۳۸- گزینهٔ ۳ B
همانطور که در ریاضی خواندید $\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cos\alpha$ می‌باشد، بنابراین:

$$x=۰/۰۲\sin(\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۰}t)\Rightarrow x=۰/۰۲\cos(\frac{\pi}{۱۰}t)$$

بنابراین $\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۱۰}$ بوده و $T=۲۰s$ می‌باشد.

۱۳۹- گزینهٔ ۳ A
دورهٔ نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به‌دست می‌آید که در آن m جرم وزنهٔ متصل به فنر و k ثابت فنر است. در این صورت دوره با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد.

۱۴۰- گزینهٔ ۱ A
به کمک رابطهٔ دوره سامانه جرم - فنر، ثابت فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{\pi}{۲}=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}=\frac{۰/۵}{k}\Rightarrow k=۸N/m$$

۱۴۱- گزینهٔ ۲ A
با توجه به رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۴}{۹۰}}=۲\pi\times\frac{۰/۲}{۳}=۰/۴s$$

حال با توجه به رابطهٔ $T=\frac{t}{N}$ تعداد نوسان کامل در مدت ۴ دقیقه را حساب می‌کنیم.

$$۰/۴=\frac{۴\times۶۰}{N}\Rightarrow N=۶۰۰$$

۱۴۲- گزینهٔ ۴ A
در حرکت هماهنگ سادهٔ جرم - فنر دوره $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است و بسامد $f=\frac{۱}{T}$ می‌باشد. بنابراین:

$$f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

۱۴۳- گزینهٔ ۳ A
دورهٔ حرکت هماهنگ ساده از ویژگی‌های طبیعی نوسانگر است. مثلاً دورهٔ دستگاه جرم - فنر به ثابت فنر (k) و جرم وزنهٔ متصل به فنر (m) بستگی دارد $(T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$. دوره به دامنه بستگی ندارد، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۱۴۴- گزینهٔ ۱ B
اثر وزن تنها در جابه‌جایی محل تعادل نسبت به حالت افقی ظاهر می‌شود و در دورهٔ نوسان وزنه - فنر $(T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ نقشی ندارد.

۱۴۵- گزینهٔ ۲ A
دورهٔ نوسان دستگاه جرم - فنر $(T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی دارد که هیچ‌کدام تغییر نکرده است، بنابراین دوره همچنان $۴s$ است.

۱۴۶- گزینهٔ ۴ A
دورهٔ حرکت دستگاه جرم - فنر برابر با $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$\left\{\begin{array}{l} T_A=۲\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \\ T_B=۲\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \end{array}\right.\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{m_A}{m_B}}\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}}\frac{f_B}{f_A}=\sqrt{\frac{m_A}{m_B}}\Rightarrow\frac{f_B}{f_A}=۲\Rightarrow\sqrt{\frac{m_A}{m_B}}=۲\Rightarrow m_A=۴m_B$$

۱۴۷- گزینهٔ ۴ A
دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۳۰}\Rightarrow T=۲s$$

دامنهٔ نوسان در دوره تأثیری ندارد، اما دوره با جذر جرم نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{T'}{T}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}}{۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}\Rightarrow\frac{T'}{۲}=\sqrt{\frac{۴m}{m}}\Rightarrow T'=۴s$$

تعداد نوسانات در مدت ۳ دقیقه برابر است با:

$$N'=\frac{t'}{T'}\Rightarrow N'=\frac{۳\times۶۰}{۴}\Rightarrow N'=۴۵\ \text{نوسان}$$

۱۴۸- گزینهٔ ۳ B
با توجه به رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ در دو حالت گفته شده داریم:

$$\frac{T_1}{T_۲}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{۲\pi\sqrt{\frac{m_۲}{k}}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_1+\frac{۵۰}{۱۰۰}T_1}=\sqrt{\frac{m_1}{m_1+۲}}\Rightarrow\frac{T_1}{۱/۵T_1}=\sqrt{\frac{m}{m+۲}}\Rightarrow\frac{۴}{۹}=\frac{m}{m+۲}\Rightarrow ۹m=۴m+۸\Rightarrow ۵m=۸\Rightarrow m=۱/۶kg$$

۱۴۹- گزینهٔ ۱ (B) دورهٔ نوسان دستگاه جرم - فنر را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T_1=\frac{50}{400}\Rightarrow T_1=\frac{1}{8}\,s\,,\,T_2=\frac{60}{400}\Rightarrow T_2=\frac{3}{20}\,s$$

با توجه به رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، خواهیم داشت:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\Rightarrow\frac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\Rightarrow\frac{6}{5}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=1.44\Rightarrow m_2=1.44m_1$$

درصد تغییرات خواهد شد:

$$\frac{\Delta m}{m_1}\times100=\frac{m_2-m_1}{m_1}\times100=\frac{1.44m_1-m_1}{m_1}=44\%$$

جرم ۴۴٪ افزایش یافته است.

۱۵۰- گزینهٔ ۲ (B) در انتهای مسیر یعنی وقتی که وزنه در دامنهٔ حرکتش است، $\frac{3}{4}$ جرم آن را جدا کرده‌ایم، بنابراین بیشینه کشیدگی فنر تغییر نمی‌کند و دامنه همان مقدار اولیه خواهد بود $A_2/A_1=1$. اما بسامد با دوره رابطهٔ وارون دارد از این‌رو:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}=\sqrt{\frac{m}{\frac{m}{4}}}\Rightarrow\frac{f_2}{f_1}=2$$

۱۵۱- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به معادلهٔ حرکت مشخص می‌شود که بسامد زاویه‌ای دستگاه 50π رادیان است. از آن‌جا که بسامد زاویه‌ای دستگاه جرم - فنر $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ است، بنابراین:

$$50\pi=\sqrt{\frac{500}{m}}\Rightarrow2500\times\pi^2=\frac{500}{m}\Rightarrow m=\frac{1}{5\pi^2}\xrightarrow{\pi^2=10}m=\frac{1}{50}=0.02\,kg=20\,g$$

۱۵۲- گزینهٔ ۳ (B) تغییر شناسهٔ تابع کسینوسی (فاز حرکت) برابر است با:

$$\left.\begin{array}{l}t_1\text{ در}\rightarrow\omega t_1\\t_2\text{ در}\rightarrow\omega t_2\end{array}\right\}\Rightarrow\omega t_2-\omega t_1=\omega\Delta t=\pi\Rightarrow\omega\times0.8=\pi\Rightarrow\omega=\frac{25}{2}\pi\,rad/s$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{25}{2}\pi=\sqrt{\frac{k}{0.8}}\Rightarrow\frac{625}{4}\pi^2=\frac{k}{0.8}\Rightarrow k=1250\,N/m$$

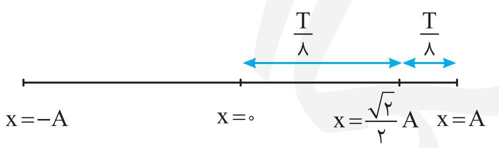
۱۵۳- گزینهٔ ۲ (B) **راه‌حل اول:** با توجه به معادلهٔ مکان زمان داریم:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}A=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\omega t=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\times0.2=\frac{\pi}{4}\Rightarrow T=1.6\,s$$

حال با توجه به رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$1.6=2\pi\sqrt{\frac{2}{k}}\Rightarrow\frac{0.8}{\pi}=\sqrt{\frac{2}{k}}\Rightarrow\frac{0.64}{\pi^2}=\frac{2}{k}\Rightarrow k=\frac{2\pi^2}{0.64}\Rightarrow k=\frac{20}{0.64}=31.25\,N/m$$

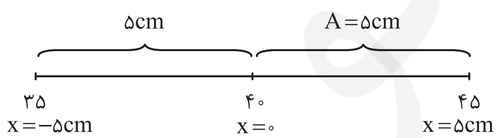
راه‌حل دوم: قسمت اول سؤال را می‌توانستیم به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده به‌دست آوریم.



$$\frac{T}{8}=0.2\Rightarrow T=1.6\,s$$

بقیه مراحل شبیه راه‌حل اول است.

۱۵۴- گزینهٔ ۱ (B) طول مسیر حرکت $45-35=10\,cm$ و دامنهٔ حرکت $A=\frac{10}{2}=5\,cm$ است. بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

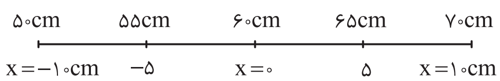


$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{400}{1.6}}=\sqrt{\frac{4000}{16}}\Rightarrow\omega=\frac{20}{4}\times\sqrt{10}=5\sqrt{10}\xrightarrow{\sqrt{10}=\pi}\omega=5\pi\,rad/s$$

معادلهٔ حرکت را نوشته و مکان را در لحظه‌های $t_1=0$ و $t_2=15\,s$ به‌دست می‌آوریم:

$$x=0.05\cos5\pi t\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}t_1=0\Rightarrow x_1=+0.05\,m\\t_2=15\,s\Rightarrow x_2=-0.05\,m\end{array}\right.\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-0.05-0.05}{15-0}\Rightarrow v_{av}=\frac{-1}{150}\,m/s$$

۱۵۵- گزینهٔ ۴ (B) طول مسیر حرکت مطابق شکل برابر $70-50=20\,cm$ است از این‌رو دامنهٔ حرکت $A=\frac{20}{2}=10\,cm$ می‌شود و نقطهٔ تعادل در $60\,cm$ طول فنر خواهد بود.

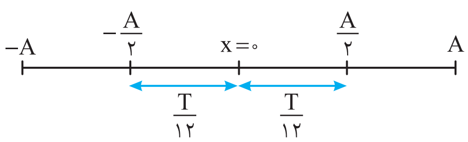


بازهٔ تغییر طول از $55\,cm$ تا $65\,cm$ یعنی مکان نوسانگر از $-\frac{A}{2}=-5\,cm$ تا $\frac{A}{2}=+5\,cm$ تغییر کند.

دوره را به‌دست می‌آوریم:

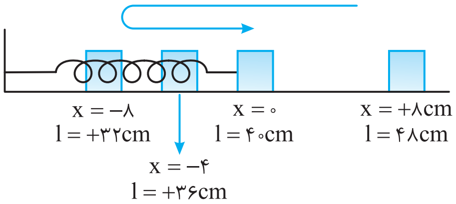
$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{5\times10^{-2}}{500}}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{100}=\frac{\pi}{50}\,s=\frac{3}{50}=0.06\,s$$

به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از $-5\,cm$ تا $+5\,cm$ خواهد شد:



$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{12}=\frac{T}{6}\Rightarrow\Delta t=\frac{0.06}{6}=0.01\,s$$

۱۵۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ مقدار انحراف از حالت تعادل و رها شدن وزنه برابر دامنهٔ نوسان است:



$A=۴۸-۴۰=۸cm$

وقتی طول فنر $۳۶cm$ است یعنی مکان نوسانگر $x=-۴cm$ خواهد بود.

بسامد زاویه‌ای سامانه را به دست می‌آوریم: $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۲۵۰}{۰/۱}}=۵۰rad/s$

زمان گذر وزنه از مکان $x=-۴cm$ برای دومین بار را به کمک معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده به‌دست می‌آوریم.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow -۴=۸\cos ۵۰t\Rightarrow \cos ۵۰t=-\frac{۱}{۲}$$

برای بار اول $۵۰t=\frac{۲\pi}{۳}$ و برای دومین بار $۵۰t=\frac{۴\pi}{۳}$ است از این رو $t=\frac{۴\pi}{۱۵۰}s$ جواب مسأله است.

$$t=\frac{۴\pi}{۱۵۰}\xrightarrow{\pi\approx ۳}t=\frac{۴}{۵۰}=۰/۰۸s$$

۱۵۷- گزینهٔ ۲ Ⓐ پس از آویزان کردن فنر $۲cm$ کشیده شده تا به تعادل برسد.

$$kx=mg\Rightarrow k\times\frac{۲}{۱۰۰}=۲۰\Rightarrow k=۱۰۰۰N/kg$$

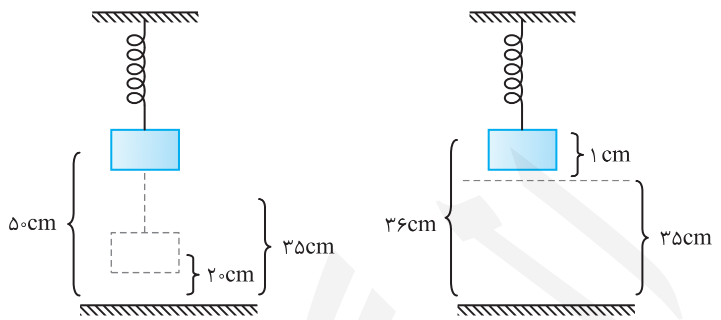
در حالت دوم به فنر وزنه‌ای $۱۰N$ وصل کرده‌ایم در واقع جرم وزنه برابر $۱kg$ می‌باشد. $(mg=۱۰N\Rightarrow m=۱kg)$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\times\sqrt{۱۰}\times\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰۰}}=۲\times\sqrt{۱۰}\times\frac{۱}{۱۰\sqrt{۱۰}}=\frac{۱}{۵}=۰/۲s$$

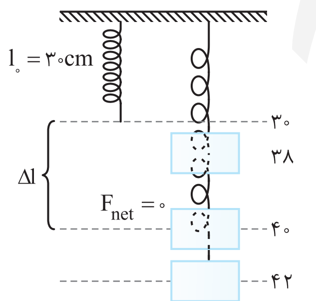
۱۵۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۵}{۲۰}}\Rightarrow T=۲(\sqrt{۱۰})\sqrt{\frac{۰/۵}{۲۰}}\Rightarrow T=۱s\quad,\quad T=\frac{t}{N}\Rightarrow ۱=\frac{۶۰}{N}\Rightarrow N=۶۰$$

۱۵۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ متحرک بین $۲۰cm$ و $۵۰cm$ از زمین نوسان می‌کند پس مرکز نوسان $\frac{۵۰+۲۰}{۲}=۳۵cm$ از زمین است. در واقع در $۳۶cm$ زمین نوسانگر در $۱cm$ مرکز تعادل قرار داشته و از آنجا که شتاب و نیرو همواره به سمت مرکز تعادل می‌باشد پس شتاب به سمت پایین است، اما جهت حرکت با مشخص بودن مکان نوسانگر از مرکز تعادل مشخص نمی‌باشد و می‌تواند نوسانگر به سمت بالا یا پایین در حرکت باشد.



۱۶۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ یک نوسانگر ساده همواره در دو طرف نقطه تعادل خود نوسان می‌کند، پس تعادل وزنه در محل $۴۰cm$ خواهد بود.



$$\Delta l=۴۰-۳۰=۱۰cm\quad,\quad F_{net}=۰\Rightarrow k\Delta l=mg\Rightarrow\frac{m}{k}=\frac{\Delta l}{g}=\frac{۰/۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰۰}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}}=\frac{\pi}{۵}s$$

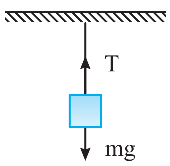
۱۶۱- گزینهٔ ۲ Ⓑ ابتدا با توجه به فرکانس f و رابطهٔ $T=\frac{۱}{f}=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ثابت فنر (k) را به‌دست می‌آوریم.

$$T=۲=۲\pi\sqrt{\frac{۱۰۰۰}{k}}\Rightarrow ۴=۴\pi^۲\times\frac{۱۰۰۰}{k}\Rightarrow k=۱۰^۴N/m$$

حال اگر مسافری به جرم $۱۰۰kg$ در ماشین بنشیند:

$$mg=kx\Rightarrow ۱۰۰۰=۱۰^۴x\Rightarrow x=۰/۱m=۱۰cm$$

۱۶۲- گزینهٔ ۱ Ⓑ نیروی وزن با نیروی کشش نخ برابر است از این رو: $mg=T\Rightarrow mg=۲N\Rightarrow m=۰/۲kg$



با وصل کردن وزنه به فنر، دورهٔ نوسان وزنه خواهد شد: $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\sqrt{۱۰}\times\frac{۱}{۱۰\sqrt{۱۰}}\Rightarrow T=۰/۲s$

تعداد نوسان‌های وزنه در مدت $۳۰s$ برابر است با:

زمان	دور
۰/۲s	۱
۳۰	N=?

$N=۱۵۰$ دور

در هر دوره نوسانگر مسافتی برابر $۴A=۴\times۵=۲۰cm$ طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده در مدت ۱۵۰ دور خواهد شد:

$$l=۱۵۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۳۰m\quad,\quad s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۳۰}=۱m/s$$

۱۶۳- گزینهٔ ۴ جسم به دو فنر مشابه با ثابت $۴۰۰ N/m$ متصل است پس می‌توانیم درنظر بگیریم (مدل‌سازی کنیم) جسم به فنری با ثابت $۸۰۰ N/m$ وصل است:

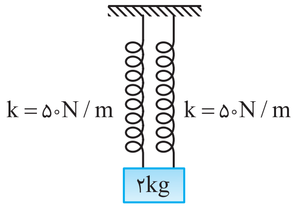
$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۸۰۰}}=\frac{\pi}{۱۰}=۰/۳ s$$

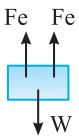
با توجه به رابطهٔ $T=\frac{t}{N}$ داریم:

$$۰/۳=\frac{t}{۲۰}\Rightarrow t=۶ s$$

برای درک این مدل‌سازی به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در شکل روبه‌رو افزایش طول هر فنر چند سانتی‌متر است؟





پاسخ: نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم و نیروی خالص را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$۲F_e=W\Rightarrow ۲k\Delta l=mg\Rightarrow ۱۰۰\Delta l=۲۰\Rightarrow \Delta l=۰/۲m=۲۰cm$$

به قسمت $۲k$ دقت کنید مانند این است که وزنه به یک فنر با ثابت $k'=۲k$ متصل است. درواقع وقتی n فنر با ثابت k را به‌طور موازی بین دیوار و وزنه متصل کنیم، می‌توان فنرها را با یک ثابت $k'=nk$ درنظر گرفت.

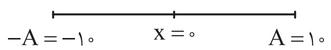
۱۶۴- گزینهٔ ۲ ثابت فنر معادل این چهار فنر خواهد شد:

$$k'=۴k\Rightarrow k'=۴\times۵\times۱۰^{۳}=۲\times۱۰^{۴} N/m$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

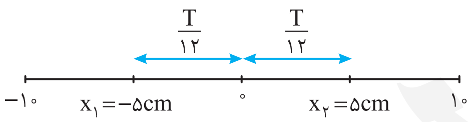
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{۲\times۱۰^{۴}}{۱۸۰۰}}=\sqrt{\frac{۱۰^{۴}}{۹۰۰}}\Rightarrow \omega=\frac{۱۰}{۳} rad/s$$

۱۶۵- گزینهٔ ۲ طول پاره‌خط مسیر نوسان برابر $۲A$ است از این‌رو:



$$A=\frac{\text{طول مسیر}}{۲}\Rightarrow A=\frac{۶۰-۴۰}{۲}=۱۰cm$$

تغییر طول فنر در اطراف $x=۰$ (نقطهٔ تعادل) در زمان کوتاه‌تری نسبت به مکان‌های دیگر انجام می‌شود زیرا در اطراف این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است، بنابراین تغییر طول به اندازهٔ $۱۰cm$ در بین $x=+۵cm$ تا $x=-۵cm$ و بالعکس در زمان کوتاه‌تری نسبت به تغییر طول به اندازهٔ $۱۰cm$ در بقیه مسیر صورت می‌گیرد: $\Delta t=۲\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}$



$$\Delta t=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{۶}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۸۰۰}}}{۶}=\frac{۱}{۲۰}=۰/۰۵s$$

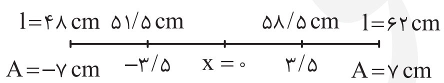
۱۶۶- گزینهٔ ۴ دورهٔ نوسان دستگاه برابر است با:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۲}{۵۰۰}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۲۵}s$$

دامنهٔ نوسان برابر نصف طول مسیر است:

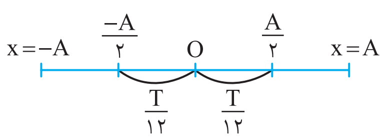
$$۲A=l_{max}-l_{min}\Rightarrow ۲A=۶۲-۴۸=۱۴\Rightarrow A=۷cm$$

مطابق شکل وقتی طول فنر از $۵۱/۵ cm$ به $۵۸/۵ cm$ می‌رسد، در واقع وزنه باید از مکان $\frac{-A}{۲}=-۳/۵cm$ برای نخستین بار به مکان $\frac{A}{۲}=۳/۵cm$ برود و چون جهت حرکت بیان نشده دو حالت ممکن است رخ دهد:



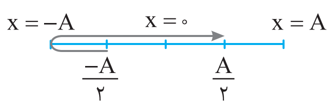
حالت اول: وزنه بدون تغییر جهت از مکان $\frac{-A}{۲}=-۳/۵cm$ به مکان $\frac{A}{۲}=۳/۵cm$ برود.

در این صورت زمان جابه‌جایی برابر خواهد بود با:



$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}=\frac{\frac{\pi}{۲۵}}{۶}\Rightarrow \Delta t=\frac{\pi}{۱۵۰}s$$

حالت دوم: آن است که وزنه از مکان $\frac{-A}{۲}=-۳/۵cm$ به دامنه $-A$ یعنی به انتهای مسیر رفته و در بازگشت به مکان $\frac{+A}{۲}=۳/۵cm$ برود. در این صورت زمان جابه‌جایی برابر نصف دوره است.



$$\Delta t=\frac{T}{۲}=\frac{\frac{\pi}{۲۵}}{۲}=\frac{\pi}{۵۰}s$$

بنابراین هر دو مقدار $\frac{\pi}{۵۰}s$ و $\frac{\pi}{۱۵۰}s$ می‌توانند جواب باشند.

۱۶۷- گزینهٔ ۳ B ابتدا ثابت فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=۰\Rightarrow(m_A+m_B)g=k\Delta l\Rightarrow(۰/۱+۰/۳)\times۱۰=k(۰/۳-۰/۲)\Rightarrow k=۴۰\,N/m$$

بعد از جدایی وزنهٔ B، وزنهٔ A حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت، بنابراین:

$$T_A=۲\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}\Rightarrow T_A=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۱}{۴۰}}\Rightarrow T_A=\frac{\pi}{۱۰}s$$

۱۶۸- گزینهٔ ۱ B ابتدا دوره دستگاه با جرم m و ثابت k را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۲۰}=۳s$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\\ T'=۲\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}}\end{cases}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{m'}{m}}\times\sqrt{\frac{k}{k'}}\xrightarrow[k'=۳k]{m'=\frac{m}{۳}}\frac{T'}{۳}=\sqrt{\frac{۱}{۳}}\times\sqrt{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow\frac{T'}{۳}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow T'=۱\,s\Rightarrow f'=۱\,Hz$$

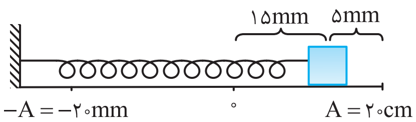
۱۶۹- گزینهٔ ۳ A با برابر قرار دادن $F=ma$ و $F=kx$ خواهیم داشت:

$$|ma|=kx\Rightarrow|a|=\frac{k}{m}x\Rightarrow|a|=\left|\frac{۲۰۰}{۰/۰۸}\times\left(\frac{-۲}{۱۰۰}\right)\right|=۵۰\,m/s^۲$$

۱۷۰- گزینهٔ ۴ B نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان خود عبور می‌کند، بنابراین نوسانگر در هر دقیقه $\frac{۳۰}{۲}=۱۵$ نوسان کامل دارد، همچنین فاصلهٔ دو انتهای مسیر از هم برابر ۴cm داده شده پس دامنهٔ حرکت برابر $A=۲cm$ است.

$$\begin{cases}\omega=\frac{۲\pi}{T}\\ \text{در هر دقیقه ۱۵ نوسان کامل}\Rightarrow T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۱۵}=۴s\end{cases}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲}rad/s$$

با توجه به شکل روبه‌رو اکنون شتاب را در مکان $x=۱۵mm=۱/۵cm$ حساب می‌کنیم.



$$x=۱۵mm=۱/۵cm$$

$$|a|=|-\omega^۲x|\Rightarrow a=\frac{\pi^۲}{۴}\times۱/۵=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵\,cm/s^۲$$

۱۷۱- گزینهٔ ۱ B ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۱۸۰}{۰/۲}}\Rightarrow\omega=۳۰\,rad/s$$

چون وزنه از فاصلهٔ ۵cm حالت تعادل رها شده است، دامنهٔ نوسانگر ۵cm است. فاصلهٔ نوسانگر از حالت تعادل وقتی پس از رها شدن ۲cm بالا رفته، برابر با $x=۳cm$ است. شتاب در مکان $x=۳cm$ برابر است با:

$$ma=|kx|\Rightarrow a=\frac{k}{m}x\Rightarrow a=۹۰۰\times۰/۰۳=۲۷\,m/s^۲$$

۱۷۲- گزینهٔ ۱ B رابطهٔ $a+۴x=۰$ را به‌صورت $a=-۴x$ نوشته و آن را با معادلهٔ شتاب مکان $a=-\omega^۲x$ مقایسه می‌کنیم، بنابراین در معادلهٔ $|a|=۴x$، $\omega^۲=۴$ است، بنابراین:

$$\omega=۲\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=۲\Rightarrow T=\pi\,s$$

۱۷۳- گزینهٔ ۳ B با کمک معادلهٔ شتاب - مکان شتاب درمکان‌های A، B و C را حساب می‌کنیم:

$$|a|=\omega^۲x$$

$$|a_A|=\omega^۲\frac{l}{۳}\quad,\quad|a_B|=\omega^۲\frac{۲l}{۳}\quad,\quad|a_C|=\omega^۲l\Rightarrow|a_C|=\frac{۳}{۲}|a_B|=۳|a_A|$$

۱۷۴- گزینهٔ ۳ A در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد، پس:

$$T=\frac{۰/۴}{۲}=۰/۲s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=۱۰\pi\,rad/s$$

با توجه به رابطهٔ شتاب بیشینه داریم:

$$a_{max}=A\omega^۲=A\times۱۰۰\pi^۲\Rightarrow A\times۱۰^۳=۲۰\Rightarrow A=۲\times۱۰^{-۲}m=۲cm$$

چون M و N دو سر پاره‌خط نوسان هستند پس طول MN برابر است با:

$$MN=۲A=۴cm$$

۱۷۵- گزینهٔ ۴ A با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ و قانون هوک $F=-kx$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases}F_{max}=ma_m\\ |F|=kx\end{cases}\Rightarrow ma_m=kA\Rightarrow a_m=\frac{k}{m}A\Rightarrow۲=\frac{۱۰}{m}\times\frac{۸}{۱۰۰}\Rightarrow m=\frac{۸}{۲۰}kg=۴۰۰g$$

۱۷۶- گزینهٔ ۲ A با توجه به قانون دوم نیوتون و قانون هوک می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}F=ma\\ F=-kx\end{cases}\Rightarrow ma=-kx\Rightarrow a=-\frac{k}{m}x\xrightarrow{\omega^۲=\frac{k}{m}}a=-\omega^۲(۰/۰۲\cos\pi t)$$

$$t=\frac{۱}{۳}s\Rightarrow a=-\pi^۲(۰/۰۲)\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow a=-۱۰\times۰/۰۲\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=-۰/۱m/s^۲\Rightarrow a=-۱۰cm/s^۲$$

۱۷۷- گزینهٔ ۳ شناسهٔ تابع کسینوسی برابر ωt است.

$$\omega t=\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\times t=\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{\pi}\times t=\pi\Rightarrow t=\frac{\pi}{۲}s$$

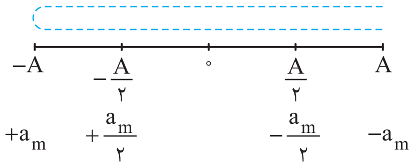
حال $\frac{T}{۶}=\frac{\pi}{۶}s$ بعد از این لحظه را بررسی می‌کنیم:

$$x=۰/۰۲\cos\omega(t+\frac{T}{۶})\Rightarrow x=۰/۰۲\cos ۲(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{۴\pi}{۳}=-۰/۰۱\,m$$

اندازهٔ شتاب برابر است با:

$$|a|=|\omega^۲x|=۴\times۰/۰۱=\frac{۴}{۱۰۰}=\frac{۱}{۲۵}\,m/s^۲$$

۱۷۸- گزینهٔ ۱ اندازهٔ شتاب برابر $|a|=\omega^۲|x|$ است پس هنگامی که مکان در دامنه قرار دارد شتاب بیشینه $(a_{max}=\omega^۲A)$ و هنگامی که نوسانگر در فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از نقطهٔ تعادل قرار دارد شتاب برابر $|a|=\omega^۲\frac{A}{۲}$ بوده که نصف شتاب بیشینه است:



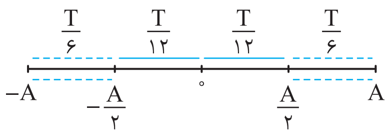
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\pm\frac{A}{۲}=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\pm\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{پاسخ‌ها در یک دوره}}\omega t=\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳},\frac{۵\pi}{۳}$$

$$\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳},\frac{۵\pi}{۳}\Rightarrow t=\frac{T}{۶},\frac{T}{۳},\frac{۲T}{۳},\frac{۵T}{۶}$$

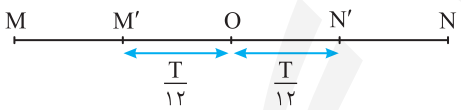
۱۷۹- گزینهٔ ۲ زمانی که شتاب نوسانگر نصف شتاب بیشینه می‌شود باید مکان نوسانگر نیز نصف دامنهٔ خود باشد.

$$\begin{cases}|a|=\omega^۲x\\|a_m|=A\omega^۲\end{cases}\xrightarrow{a=\frac{a_m}{۲}}x=\frac{A}{۲}$$

چون جابه‌جایی در کمترین زمان خواسته شده پس جابه‌جایی (بدون تغییر جهت) از $\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ یا از $+\frac{A}{۲}$ تا $+\frac{A}{۲}$ (با تغییر جهت) یا از $-\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ (با تغییر جهت) است. در جابه‌جایی اول با توجه به بازه‌های شناخته شده $\Delta t=\frac{T}{۶}$ است و در دو جابه‌جایی بعدی با توجه به بازهٔ شناخته شده $\Delta t=۲\frac{T}{۶}=\frac{T}{۳}$ است بنابراین کمترین زمان برابر $\frac{T}{۶}$ است.



۱۸۰- گزینهٔ ۳ طول مسیر نوسان $۶cm$ است بنابراین دامنهٔ $A=\frac{۶}{۲}=۳cm$ خواهد شد و مکان نقاط M' و N' به ترتیب $x_{M'}=-۱/۵=-\frac{A}{۲}$ و $x_{N'}=+۱/۵=+\frac{A}{۲}$ است. با توجه به بازه‌های شناخته شده دوره را به‌دست می‌آوریم.



$$\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{T}{۶}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow T=۲s$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۲}\Rightarrow\omega=\pi\,rad/s$$

بزرگی شتاب خواهد شد:

$$|a|=+\omega^۲x\Rightarrow|a|=\pi^۲\times۱/۵\Rightarrow|a|=۱۵cm/s^۲$$

وقتی مکان مثبت است، شتاب منفی است از این رو $a=-۱۵cm/s^۲$.

۱۸۱- گزینهٔ ۱ ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{۱}{۲}s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\omega=۴\pi\,rad/s$$

طول پاره‌خط مسیر $۱۰cm$ است بنابراین دامنه خواهد شد:

$$A=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$$

اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

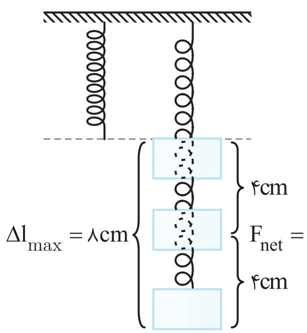
$$F_{max}=mA\omega^۲\xrightarrow{m=۰/۵kg}F_m=۰/۵\times۰/۰۵\times۱۶\pi^۲\Rightarrow F_m=۴N$$

۱۸۲- گزینهٔ ۲ ابتدا ثابت فنر را حساب می‌کنیم.

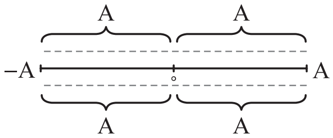
$$F_{net}=۰\Rightarrow mg=k\Delta l\Rightarrow۵=k\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow k=\frac{۵۰۰}{۴}=۱۲۵N/m$$

بیشترین نیروی وارد بر وزنه توسط فنر در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر اعمال می‌شود که با توجه به شکل، در این حالت $\Delta l=۸cm$ است.

$$F_{max}=k\Delta l_{max}=۱۲۵\times\frac{۸}{۱۰۰}=۱۰N$$



۱۸۳- گزینهٔ ۲ (A)
در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام شده بنابراین:



$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۱۲۰}=\frac{۱}{۲}s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=۴\pi\ rad/s$$

در هر دوره مسافت طی شده برابر $۴A$ است:

$$۴A=۱۶\Rightarrow A=۴cm$$

بیشینه نیرو نوسانگر برابر است با:

$$|F_{max}|=mA\omega^۲$$

$$|F_{max}|=\frac{۲۰}{۱۰۰۰}\times\frac{۴}{۱۰۰}\times۱۶\pi^۲\Rightarrow|F_{max}|=۰/۱۲۸N$$

۱۸۴- گزینهٔ ۲ (A)
با توجه به معادلهٔ داده شده $A=۰/۰۱m$ و $\omega=۲۰rad/s$ است.

$$F_{max}=mA\omega^۲\Rightarrow F_{max}=۰/۰۵\times۰/۰۱\times(۲۰)^۲\Rightarrow F_{max}=۰/۰۵\times۰/۰۱\times۴۰۰=۰/۲N$$

۱۸۵- گزینهٔ ۲ (B)
نیروی وارد بر نوسانگر برابر kx است و بیشینهٔ این نیرو برابر kA می‌باشد، چون فنر تغییر نکرده پس k ثابت است و دامنه برابر است با:

$$kA_۱=kA_۲\Rightarrow A_۱=A_۲=۰/۱\,m$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\frac{\sqrt{\frac{k}{m_۲}}}{\sqrt{\frac{k}{m_۱}}}\Rightarrow\frac{\omega_۲}{۵\pi}=\sqrt{\frac{m_۱}{۴m_۱}}\Rightarrow\omega_۲=\frac{۵\pi}{۲}rad/s$$

معادلهٔ حرکت در حالت دوم خواهد شد:

$$x=A_۲\cos\omega_۲t\Rightarrow x=۰/۱\cos\frac{۵\pi}{۲}t\Rightarrow x=۰/۱\cos ۲/۵\pi t$$

۱۸۶- گزینهٔ ۳ (B)
برای به‌دســت آوردن شـتاب متوسط باید تغییرات سرعت را به‌دســت آوریم $(a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t})$. برای به‌دست آوردن سرعت، ابتدا مکان نوسانگر در $t_۱=۱s$ و $t_۲=۲s$ را بررسی می‌کنیم. اگر نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشت $x=\pm A$ (نقاط بازگشت) سرعت متحرک صفر و اگر در مرکز نوسان $x=۰$ قرار داشت، اندازهٔ سرعت بیشینه است $(|v|=A\omega)$.

$$x=۰/۰۲\cos(\frac{\pi}{۲}\times۱)=۰\xrightarrow{\text{مرکز نوسان}}|v_۱|=A\omega=۰/۰۲\times\frac{\pi}{۲}=\frac{\pi}{۱۰۰}m/s\Rightarrow v_۱=\pi cm/s$$

$$x=۰/۰۲\cos(\frac{\pi}{۲}\times۲)=-۰/۰۲\xrightarrow{\text{درنقاط بازگشت}}v_۲=۰$$

اندازهٔ شتاب متوسط برابر است با:

$$|\bar{a}|=|\frac{\Delta v}{\Delta t}|=|\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}|=\frac{\pi}{۲-۱}=\pi cm/s^۲$$

۱۸۷- گزینهٔ ۱ (B)
با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ و قانون هوک $F=-kx$ می‌توان نوشت:

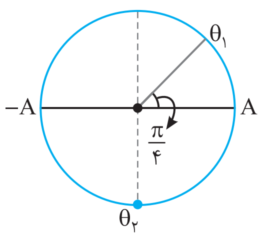
$$ma=-kx\Rightarrow ma=-kA\cos\omega t\Rightarrow a=-\frac{k}{m}A\cos\omega t\Rightarrow a=-A\omega^۲\cos\omega t$$

بنابراین با توجه به معادلهٔ شتاب - زمان مسأله خواهیم داشت:

$$A\omega^۲=۱۰۰\pi^۲\Rightarrow A\times(۵۰\pi)^۲=۱۰۰\pi^۲\Rightarrow A\times۲۵۰۰\pi^۲=۱۰۰\pi^۲\Rightarrow A=\frac{۱}{۲۵}m=۴cm$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۵۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۰۴s$$

حال کمان متناظر با $t_۱=\frac{۱}{۲۰۰}s$ و $t_۲=\frac{۳}{۱۰۰}s$ روی دایرهٔ مثلثاتی را مشخص می‌کنیم.



$$\theta_۱=\omega t_۱=۵۰\pi\times\frac{۱}{۲۰۰}=\frac{\pi}{۴}$$

$$\theta_۲=\omega t_۲=۵۰\pi\times\frac{۳}{۱۰۰}=\frac{۳\pi}{۲}$$

می‌دانیم که با حرکت به سـمت دامنه‌ها حرکت کندشـونده اسـت پس در حرکت از $\theta_۱$ تا $\theta_۲$ تنها در بازهٔ $\frac{\pi}{۲}$ تا π ($x=۰$ تا $x=-A$) حرکت کندشونده است که این بازه برابر $\frac{T}{۴}=۰/۰۱s$ است.

۱۸۸- گزینهٔ ۲ (A)
با توجه به رابطهٔ $v_{max}=A\omega=A\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$v_{max}=۵\sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}}=۱۰۰cm/s$$

۱۸۹- گزینهٔ ۲ (A)
طول پاره‌خطی که نوسانگر در آن نوسان می‌کند برابر $۲A$ است.

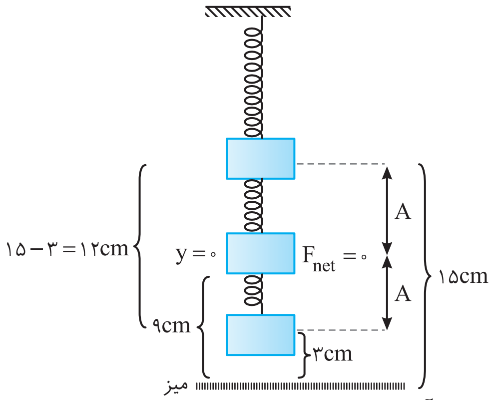
$$۲A=۵۲-۴۲=۱۰\Rightarrow A=۵cm$$

بیشینه تندی برابر است با:

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=A\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{۵}{۱۰۰}\times\sqrt{\frac{۱۶۰}{۰/۱}}=۲m/s$$

۱۹۰- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۱}{۰/۴}}\Rightarrow T=\pi\ s$$



دامنه برابر است با:

$$A=\frac{۱۵-۳}{۲}=۶cm$$

در فاصلهٔ ۹cm از میز، وزنه در نقطهٔ تعادل قرار دارد، شتاب صفر و سرعت بیشینه است.

$$a=۰\quad,\quad v=A\omega=A\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow v=۰/۱۲m/s$$

۱۹۱- گزینهٔ ۴ (B) به کمک رابطهٔ سرعت بیشینه، در دو حالت v_m را به‌دست آورده و مقدارهای به‌دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_m=A\omega=۴\times\frac{۲\pi}{\pi}=۸cm/s \\ v'_m=A'\omega=۹\times\frac{۲\pi}{\pi}=۱۸cm/s \end{cases}\Rightarrow ۱۸-۸=۱۰\ cm/s=۰/۱\ m/s$$

۱۹۲- گزینهٔ ۲ (A) با برابر قراردادن $F=ma$ و $F=-kx$ خواهیم داشت:

$$|ma|=kx\Rightarrow|a|=\frac{k}{m}x\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}|a|=|-\omega^۲x|\Rightarrow ۸=+\omega^۲(۲)\Rightarrow\omega=۲rad/s$$

بیشینهٔ تندی نوسانگر برابر است با:

$$A\omega=۵\times۲=۱۰cm/s$$

دقت کنید چون واحد دامنه A سانتی‌متر است پس تندی بر حسب cm/s به‌دست آمده است.

۱۹۳- گزینهٔ ۳ (B) جرم وزنه ۵۰ درصد افزایش یافته بنابراین:

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\frac{\sqrt{\frac{k}{m_۲}}}{\sqrt{\frac{k}{m_۱}}}=\sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow\frac{v_{۲,max}}{v_{۱,max}}=\frac{A\omega_۲}{A\omega_۱}\Rightarrow\frac{v_{۲,max}}{v_{۱,max}}=\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}\quad,\quad\frac{a_{۲,max}}{a_{۱,max}}=\frac{A\omega_۲^۲}{A\omega_۱^۲}=(\frac{\omega_۲}{\omega_۱})^۲=\frac{۲}{۳}$$

۱۹۴- گزینهٔ ۲ (B) در لحظهٔ t که فنر نه کشیده و نه فشرده است، وزنه در نقطهٔ تعادل خود قرار دارد و در نقطهٔ تعادل نیرو و شتاب صفر اما تندی بیشینه است.

$$a,F=۰\quad,\quad v_{max}=A\omega=۱۲m/s$$

بسامد زاویه‌ای از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=۱۵rad/s$ به‌دست می‌آید.

$$v_{max}=A\times۱۵=۱۲\Rightarrow A=\frac{۴}{۵}=۰/۸m$$

بنابراین معادلهٔ مکان - زمان وزنه به صورت:

$$x=A\cos(\omega t)\Rightarrow x=۰/۸\cos۱۵t$$

۱۹۵- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به معادلهٔ نوسانگر A، دورهٔ نوسانگر A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega_A=\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{T_A}=\pi\Rightarrow T_A=۲s\xrightarrow[T_B=T_A+۲]{\text{با توجه به فرض مسأله}}T_B=۲+۲=۴s\xrightarrow{\omega_B=۲\pi/T_B}\omega_B=\frac{\pi}{۲}s$$

تندی بیشینهٔ A دو برابر تندی بیشینهٔ B است، بنابراین:

$$A_A\omega_A=۲A_B\omega_B\Rightarrow A_A\times\pi=۲A_B\times\frac{\pi}{۲}\Rightarrow A_A=A_B=۰/۱m$$

در نتیجه معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر B به صورت روبه‌رو است:

$$x=A_B\cos(\omega_Bt)\Rightarrow x=۰/۱\cos(\frac{\pi}{۲}t)$$

۱۹۶- گزینهٔ ۱ (B) تکانه برابر $P=mv$ است بنابراین تکانه بیشینه برابر است با:

$$P=mv_m\Rightarrow P=mA\omega\Rightarrow۲۰\times A\times\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۱۰}}=۱۶gm/s\Rightarrow۲۰\times۲۰\times A=۱۶\Rightarrow A=۰/۰۴m\Rightarrow\text{طول پاره‌خط}=۲A=۸cm$$

دقت کنید که واحد تکانه g.m/s است پس m را نیز با واحد گرم قرار دادیم.

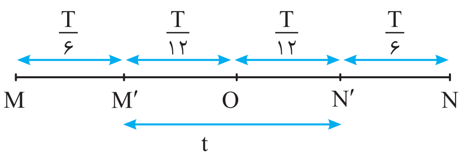
۱۹۷- گزینهٔ ۳ (C) تندی بیشینه برابر $A\omega$ است:

$$v_m=A\omega\xrightarrow{v_m=۳\pi\ m/s}۳\pi=۳\omega\Rightarrow\omega=\pi\ rad/s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۲s$$

با استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده مسأله قابل حل است.

از N' تا M' برابر است با:

$$t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}\xrightarrow{T=۲s}t=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}s$$



۱۹۸- گزینهٔ ۱ B

معادله نیرو- مکان داده شده $F=-160\pi^2x$ را با معادله نیرو - مکان حرکت هماهنگ ساده $F=-m\omega^2x$ مقایسه می‌کنیم.

$$m\omega^2=160\pi^2\xrightarrow{m=0/1kg}0/1\omega^2=160\pi^2\Rightarrow\omega=40\pi\ rad/s$$

دامنه نصف پاره‌خط مسیر است.

$$A=\frac{1}{2}cm=0/5cm=5\times10^{-3}m$$

بیشینه تندی خواهد شد:

$$v_m=A\omega=v_m=5\times10^{-3}\times40\pi\Rightarrow v_m\Rightarrow0/2\pi\ m/s$$

۱۹۹- گزینهٔ ۲ A

در نقاط بازگشت $x=\pm A$ سرعت صفر است بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}x=\pm A\\ v=0\end{array}\right\}\Rightarrow0=2500z^2-2500A^2\Rightarrow z=A$$

در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان نوسانگر $x=0$ باشد تندی نوسانگر بیشینه است.

۲۰۰- گزینهٔ ۴ B

با توجه به معادلهٔ سرعت - مکان $\frac{25}{\pi^2}v^2+2500x^2=1$ می‌توان نوشت:

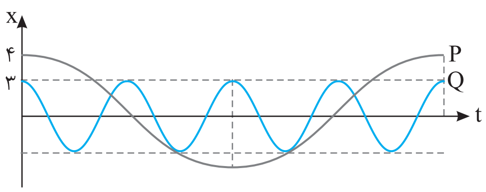
$$x=0\Rightarrow\frac{25}{\pi^2}v_m^2=1\Rightarrow v_m=\frac{\pi}{5}m/s$$

در نقاط بازگشت $(x=\pm A)$ تندی صفر است:

$$v=0\Rightarrow2500A^2=1\Rightarrow A=\frac{1}{50}m=0/02m=2cm$$

$$v_m=A\omega\Rightarrow\frac{\pi}{5}=0/02(\frac{2\pi}{T})\Rightarrow T=0/2s=\frac{2}{10}s\Rightarrow\frac{T}{4}=\frac{1}{20}s$$

در این صورت نمودار گزینهٔ (۴) درست است.



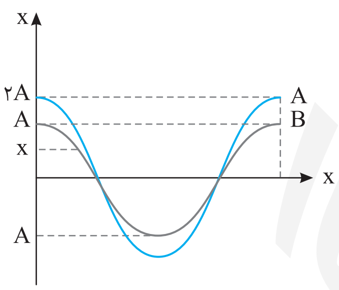
۲۰۱- گزینهٔ ۱ B

با توجه به شکل دورهٔ P چهار برابر دورهٔ Q است.

$$T_P=4T_Q\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega_P=\frac{1}{4}\omega_Q$$

نسبت تندی بیشینه P و Q خواهد شد:

$$\frac{v_{max\,P}}{v_{max\,Q}}=\frac{A_P\omega_P}{A_Q\omega_Q}=\frac{4\times\frac{1}{4}\omega_Q}{3\times\omega_Q}=\frac{1}{3}$$



۲۰۲- گزینهٔ ۳ B

با توجه به نمودار دوره و بسامد حرکت هر دو نوسانگر برابر است:

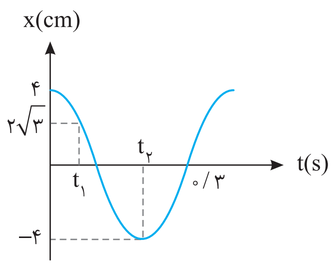
$$T_A=T_B\Rightarrow f_A=f_B\Rightarrow\omega_A=\omega_B$$

تندی بیشینه $v_m=A\omega$ است از این‌رو:

$$\left\{\begin{array}{l}v_{m_A}=A_A\omega_A\\ v_{m_B}=A_B\omega_B\end{array}\right.\Rightarrow\frac{v_{m_A}}{v_{m_B}}=\frac{2A}{A}=2$$

بنابراین تندی بیشینهٔ آن‌ها برابر نیست.

شتاب در حرکت هماهنگ ساده $|a|=\omega^2x$ است. در مکان x با توجه به یکسان بودن بسامد زاویه‌ای، شتاب برابر است، بنابراین دو کمیت بسامد و شتاب در مکان x برای دو نوسانگر یکسان است.



۲۰۳- گزینهٔ ۱ B

در لحظهٔ $t=0$ و $t=t_2$ نوسانگر در نقطهٔ بازگشت خود قرار دارد بنابراین سرعت در این دو لحظه برابر صفر است.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[t_1\ \text{در}\Rightarrow v=0]{t_2\ \text{در}\Rightarrow v=0}a_{av}=\frac{0}{\Delta t}=0$$

با توجه به نمودار:

$$\frac{3T}{4}=0/3\Rightarrow T=0/4s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{4}{10}}=5\pi\ rad/s$$

شتاب در لحظهٔ t_1 برابر است با:

$$|a|=+\omega^2x\Rightarrow|a|=+25\pi^2\times\frac{2\sqrt{3}}{100}=+5\sqrt{3}m/s^2$$

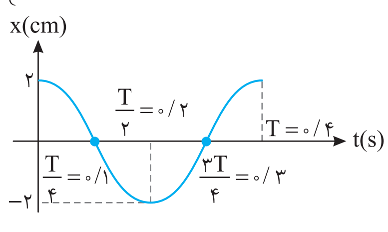
۲۰۴- گزینهٔ ۴ B

در این تست در معادلهٔ شتاب - مکان یک علامت منفی مشاهده می‌کنید که علت آن همان قانون هوک $F=-kx$ است* که در درسنامه بیان شده است و با توجه به قانون هوک معادلهٔ شتاب - مکان نوسانگر به‌صورت $a=-\omega^2x$ است، بنابراین:

$$\left\{\begin{array}{l}a=-25\pi^2x\\ a=-\omega^2x\end{array}\right.\Rightarrow\omega^2=25\pi^2\Rightarrow\omega=5\pi\ rad/s\Rightarrow\frac{2\pi}{T}=5\pi\Rightarrow T=0/4s$$

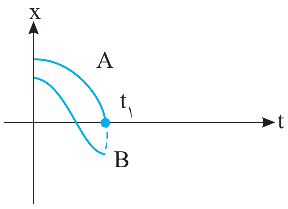
تندی بیشینهٔ نوسانگر برابر $A\omega$ است.

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{v_{max}=10\pi\ rad/s}10\pi=A\times5\pi\Rightarrow A=2cm$$



* قانون هوک در کتاب درسی بیان نشده است با آنکه علت اصلی حرکت هماهنگ ساده است.

۲۰۵- گزینهٔ ۲ در لحظهٔ $t_۱$ با توجه به نمودار، مدت زمانی که از نوسان‌های نوسانگر A و B گذشته برابر است با:

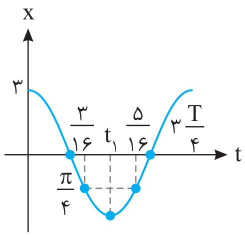


$$\begin{cases} t_۱=\frac{T_A}{۴} \\ t_۱=\frac{T_B}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{۴}=\frac{T_B}{۲} \Rightarrow T_A=۲T_B \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \omega_B=۲\omega_A$$

معادلهٔ نیرو - مکان $|F|=m\omega^۲x$ می‌باشد بنابراین بیشینه نیرو برابر است با: $|F_{max}|=m\omega^۲A$

$$\frac{|F_{max_A}|}{|F_{max_B}|}=\frac{(m\omega^۲A)_A}{(m\omega^۲A)_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{\omega^۲_A}{\omega^۲_B}\times\frac{A_A}{A_B}=۴\times(\frac{۱}{۲})^۲\times(\frac{۸}{۲})=۴$$

۲۰۶- گزینهٔ ۴ با توجه به تقارن نمودار در دو طرف لحظهٔ $t_۱$ که نوسانگر در مکان $-A$ قرار دارد می‌توان نتیجه گرفت $t_۱$ در وسط $\frac{۳}{۱۶}$ و $\frac{۵}{۱۶}$ است، از این‌رو:



$$t_۱=\frac{\frac{۳}{۱۶}+\frac{۵}{۱۶}}{۲}=\frac{۱}{۴}s \xrightarrow{t_۱=\frac{T}{۲}} \frac{۱}{۴}=\frac{T}{۲} \Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

لحظهٔ $t=\frac{۳}{۸}s$ برابر است با:

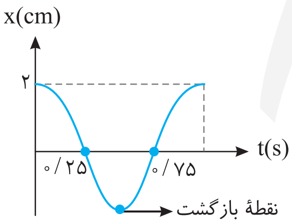
$$\frac{t}{T}=\frac{\frac{۳}{۸}}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow t=\frac{۳}{۴}T$$

با توجه به نمودار در لحظهٔ $\frac{۳}{۴}T$ نوسانگر در مکان $x=۰$ و دارای تندی بیشینه است در نتیجه:

$$v_m=A\omega \Rightarrow v_m=۰/۰۳\times\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow v_m=۰/۱۲\pi\ m/s \Rightarrow v_m=۱۲\pi\ cm/s$$

۲۰۷- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ $a=-k$ است وفرض مسأله که k یک مقدار ثابت است، شتاب متحرک ثابت است درحالی که می‌دانیم حرکت هماهنگ ساده حرکت با شتاب متغیر است پس حرکت هماهنگ ساده نیست.

۲۰۸- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار $\frac{T}{۴}=۰/۲۵s$ است پس دوره حرکت $T=۱s$ می‌باشد و در مدت $\frac{T}{۲}=۰/۵s$ ابتدایی متحرک از $x=A$ به $x=-A$ می‌رسد پس ابتدا نوسانگر به مرکز نوسان $(x=۰)$ که تندی بیشینه دارد نزدیک شده و حرکت آن تندشونده است و پس از آن از مرکز نوسان در حال دور شدن بوده و حرکت آن کندشونده است از این‌رو گزارهٔ (الف) نادرست است.



در بازهٔ $t=\frac{T}{۴}=۰/۲۵$ تا $t=\frac{۳T}{۴}=۰/۷۵$ مطابق شکل روبه‌رو یک‌بار متحرک به نقطهٔ بازگشت خود رسیده است و گزارهٔ (ب) درست است.

بیشینهٔ تندی نوسانگر برابر $A\omega$ است.

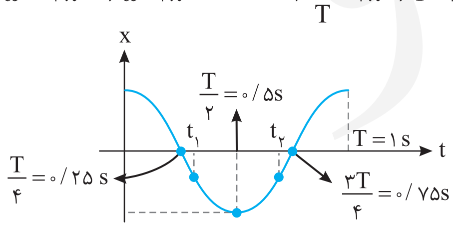
$$A\omega=\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow A\omega=\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۲\pi}{۱}=\frac{۴\pi}{۱۰۰}m/s=۴\pi cm/s$$

گزارهٔ (پ) درست است.

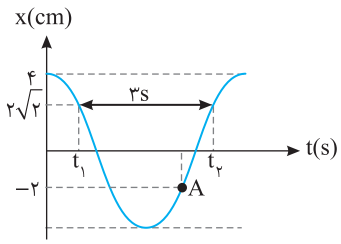
۲۰۹- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ $a=-\omega^۲x$ ابتدا بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega^۲=۴\pi^۲ \Rightarrow \omega=۲\pi \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T}=۲\pi \Rightarrow T=۱s$$

بنابراین نمودار $x-t$ نوسانگر به‌صورت روبه‌رو است. در $t_۱$ نوسانگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر $(\frac{T}{۴}<t_۱<\frac{T}{۲})$ است پس حرکت متحرک کندشونده است در $t_۲$ نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز تعادل $(\frac{T}{۲}<t_۲<\frac{۳T}{۴})$ است پس حرکت متحرک تندشونده است.



۲۱۰- گزینهٔ ۱ ابتدا با توجه به بازهٔ زمانی $۳s$ ، بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم. در $t_۱$ نوسانگر برای نخستین بار از $۲\sqrt{۲}$ عبور کرده و در $t_۲$ نیز نوسانگر برای دومین بار از $۲\sqrt{۲}$ عبور می‌کند.



$$x=A\cos\omega t \begin{cases} \cos\omega t_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \omega t_۱=\frac{\pi}{۴} \\ \cos\omega t_۲=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \omega t_۲=\frac{۷\pi}{۴} \end{cases}$$

تفاضل شناسه‌های تابع کسینوسی برابر است با:

$$\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{۷\pi}{۴}-\frac{\pi}{۴} \Rightarrow \omega(t_۲-t_۱)=\frac{۳\pi}{۲} \xrightarrow{t_۲-t_۱=۳s} \omega(۳)=\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow \omega=\frac{\pi}{۲}rad/s$$

شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a=-\omega^۲x \Rightarrow a=-(\frac{\pi^۲}{۴})\times(-۲)=\frac{\pi^۲}{۲}cm/s^۲ \Rightarrow a=\frac{۱۰}{۲}=۵cm/s^۲$$

۲۱۱- گزینهٔ ۱ (B) شتاب تکرار شونده یعنی شتاب نوسانی و بیشترین این شتاب در نقاط بازگشت خواهد بود و اندازهٔ آن $a_m = A\omega^2$ است. در صورت سؤال بیشینهٔ شتاب قابل تحمل $16g$ بیان شده است از این‌رو:

$$a_m = 16g \Rightarrow A\omega^2 = 16g \Rightarrow \frac{4}{100}\omega^2 = 16g \Rightarrow \omega^2 = 4000 \Rightarrow (2\pi f)^2 = 4000 \Rightarrow 2\pi f = 20\sqrt{10} \Rightarrow 2\sqrt{10}f = 20\sqrt{10} \Rightarrow f = 10\,Hz$$

۲۱۲- گزینهٔ ۲ (A) دورهٔ آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است که در آن l طول آونگ و g میدان گرانش در محل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0/25}{\pi^2}} \Rightarrow T = 1s$$

۲۱۳- گزینهٔ ۴ (A) دورهٔ آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، بنابراین $T^2 \propto l$ است.

۲۱۴- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا دورهٔ آونگ را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{72}{40} \Rightarrow T = 1/8s$$

اکنون طول آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 0/81m \Rightarrow l = 81cm$$

۲۱۵- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا با توجه به اینکه در مدت $1\min$ آونگ $N = 30$ نوسان کامل انجام داده، دورهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2s$$

دورهٔ آونگ برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{1/01}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{1/01}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{1/01}{g} \Rightarrow g = 1/01\pi^2 \xrightarrow{\pi^2 \approx 10} g = 10/1\,m/s^2$$

۲۱۶- گزینهٔ ۳ (A) یک نوسان کامل برابر است با طی دوبار طول مسیر از A تا B بنابراین آونگ در هر دقیقه، ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} = 2s \quad , \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 1m \Rightarrow l = 100cm$$

۲۱۷- گزینهٔ ۱ (A) دورهٔ نوسان آونگ به جرم و دامنهٔ آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \xrightarrow{l'=4l} \frac{T'}{T} = 2 \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{1}{2}$$

۲۱۸- گزینهٔ ۲ (A) دورهٔ آونگ ساده به جرم آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\frac{64}{25}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{5}$$

۲۱۹- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{l'}{l} \Rightarrow l' = \frac{l}{9} \quad , \quad \Delta l = l - l' = l - \frac{l}{9} = \frac{8}{9}l$$

تست: دورهٔ آونگ ساده‌ای یک ثانیه است. چند درصد به طول آونگ اضافه کنیم تا به دورهٔ آن ۰/۲ ثانیه اضافه شود؟

۱) ۴ **۲)** ۱۱ **۳)** ۲۴ **۴)** ۴۴

پاسخ: دورهٔ آونگ از رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ به‌دست می‌آید، از طرفی $T_2 = T_1 + 0/2T_1 = 1/2s$ است.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{1/2}{1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow (1/2)^2 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow 1/44 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow l_2 = 1/44l_1 \quad , \quad \Delta l = l_2 - l_1 = 1/44l_1 - l_1 = 0/44l_1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = 44$$

نتیجه می‌گیریم که باید طول آونگ ۴۴ درصد افزایش یابد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۲۲۰- گزینهٔ ۴ (B) در حالت اول در مدت t، ۴ نوسان کامل و در حالت دوم در همان مدت t، ۵ نوسان کامل انجام داده است بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{T=\frac{t}{N}} \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{4+1}{4} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow l_2 = \frac{16}{25}l_1$$

حال درصد تغییرات طول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100 = \frac{-\frac{9}{25}l_1}{l_1} \times 100 = -36\%$$

که علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش می‌باشد.

۲۲۱- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ داریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\xrightarrow{f=\frac{1}{T}}f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

با توجه به رابطهٔ بالا بسامد به جرم آونگی بستگی ندارد.

طول نخ ۱۶ برابر شده پس بسامد حالت ثانویه (با توجه به اینکه طول آونگ در مخرج رابطه است) کمتر خواهد شد.

$$f_1-f_2=\frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{g}{L}}-\sqrt{\frac{g}{16L}}\right)\xrightarrow{f_1-f_2=60}\frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{g}{L}}-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{g}{L}}\right)=60\Rightarrow\frac{1}{2\pi}\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{g}{L}}\right)=60\Rightarrow\xrightarrow{f_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}}\frac{3}{4}f_1=60\Rightarrow f_1=80Hz$$

۲۲۲- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ $(T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ می‌توان گفت:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}\Rightarrow 3=2\pi\frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{g}}\Rightarrow\sqrt{L_1}=\frac{3\sqrt{g}}{2\pi}\Rightarrow L_1=\frac{9g}{4\pi^2}$$

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}\Rightarrow 4=2\pi\frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{g}}\Rightarrow\sqrt{L_2}=\frac{4\sqrt{g}}{2\pi}\Rightarrow L_2=\frac{16g}{4\pi^2}$$

حال رابطهٔ دورهٔ آونگ را برای آونگ با طول L_1+L_2 می‌نویسیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L_1+L_2}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{9g}{4\pi^2}+\frac{16g}{4\pi^2}}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{25g}{4\pi^2}}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{25}{4\pi^2}}=2\pi\times\frac{5}{2\pi}=5s$$

۲۲۳- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به سؤال دورهٔ یکی از آونگ‌ها سه برابر دیگری است:

$$T_2=3T_1\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}=3\left(2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\right)\Rightarrow l_2=9l_1$$

با توجه به فرض مسأله مجموع l_1 و l_2 برابر طول نخ اولیه یعنی $100cm$ می‌شود.

$$l_2+l_1=10l_1=100\Rightarrow l_1=10cm$$

آونگی دورهٔ بزرگ‌تری دارد که طول بیشتری داشته باشد.

$$l_2=9l_1\Rightarrow l_2=90cm$$

۲۲۴- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به معادلهٔ حرکت نوسانگر $x=A\cos\omega t$، بسامد زاویه‌ای آونگ برابر $\omega=\frac{\pi}{3}$ و دامنهٔ آن $A=0/04m$ می‌باشد.

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\frac{\pi}{3}=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\frac{\pi^2}{9}=\frac{\pi^2}{l}\Rightarrow l=9m$$

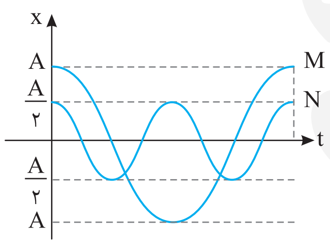
۲۲۵- گزینهٔ ۱ (B) بسامد زاویه‌ای آونگ به دامنه و جرم آن بستگی ندارد از این رو:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\frac{\omega_2}{\omega_1}=\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}=\sqrt{\frac{l_1}{\frac{1}{4}l_1}}\Rightarrow\omega_2=2\omega_1\Rightarrow\omega_2=10\pi\ rad/s\ ,\ A=2\times0/02=0/04m$$

اکنون می‌توان معادلهٔ حرکت را نوشت

$$x=0/04\cos(10\pi t)$$

۲۲۶- گزینهٔ ۳ (B) دورهٔ حرکت آونگ به دامنه بستگی ندارد از طرفی با توجه به نمودارها مشخص است که در مدت نشان داده شده روی نمودار آونگ M یک نوسان کامل و آونگ N دو نوسان کامل انجام داده است از این رو:



$$T_M=2T_N\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_M}{g}}=2\left(2\pi\sqrt{\frac{l_N}{g}}\right)\Rightarrow l_M=4l_N$$

۲۲۷- گزینهٔ ۱ (A) اگر ساعت را از تهران به استوا ببریم با توجه به اینکه در استوا شتاب گرانش از بقیهٔ نقاط سطح کرهٔ زمین کمتر است، دورهٔ نوسان آونگ افزایش می‌یابد $(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\downarrow}}\uparrow)$ و ساعت کندتر کار کرده و عقب می‌ماند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

با افزایش دما، طول آونگ فلزی افزایش می‌یابد و دوره آونگ افزایش یافته و ساعت عقب می‌ماند بنابراین گزارهٔ (ب) نیز درست است.

۲۲۸- گزینهٔ ۱ (B)

$$l_2=l_1(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow l_2=l_1(1+1/1\times10^{-5}\times40)\Rightarrow l_2=l_1(1+4/4\times10^{-4})=1/00044\,l_1$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{1/00044l_1}{l_1}}=(1+0/00044)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow T_2\approx2(1+\frac{1}{2}\times0/00044)\Rightarrow T_2=2/00044s\ ,\ \Delta T=T_2-T_1=2/00044-2=0/00044s$$

۲۲۹- گزینهٔ ۳ (B) میدان گرانش در استوا کمترین مقدار و در قطب‌ها بیشترین مقدار است، زیرا شعاع استوایی زمین از شعاع قطبی آن بیشتر است. در واقع زمین کرهٔ کامل نیست و هرچه از استوا به سمت قطب‌ها برویم، g در حال افزایش است، بنابراین دورهٔ آونگ $(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ کمی کوچک‌تر می‌شود.

۲۳۰- گزینهٔ ۲ (A) دورهٔ آونگ برابر است با:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\Rightarrow\frac{5}{4}=\sqrt{\frac{10}{g_2}}\Rightarrow\frac{25}{16}=\frac{10}{g_2}\Rightarrow g_2=6/4m/s^2$$

۲۳۱- گزینهٔ ۳ دورهٔ آونگ ساده $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و در سطح کرهٔ ماه دورهٔ آونگ طولانی‌تر می‌شود.

$$\frac{T_{م}}{T_{ز}}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{l}{g_{م}}}}{۲\pi\sqrt{\frac{l}{g_{ز}}}}=\sqrt{\frac{g_{ز}}{g_{م}}}\Rightarrow\frac{T_{م}}{T_{ز}}=\sqrt{\frac{g_{ز}}{\frac{۱}{۶}g_{ز}}}=\sqrt{۶}$$

«م» به نشانهٔ ماه و «ز» به نشانهٔ زمین است.

چرخش عقربه‌های ساعت آونگ‌دار به کمک نوسان آونگ صورت می‌گیرد. دورهٔ چرخش عقربهٔ ساعت‌شمار در سطح زمین ۱۲ ساعت است، بنابراین دورهٔ چرخش عقربهٔ ساعت‌شمار در سطح کرهٔ ماه برابر است با:

$$۱۲\times\sqrt{۶}\simeq ۱۲\times ۲/۴۵=۲۹h$$

۲۳۲- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ $g=G\frac{M}{r^۲}$ که r فاصله از مرکز زمین است داریم:

$$\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{G\frac{M}{(۲r)^۲}}{G\frac{M}{r^۲}}\Rightarrow g_۲=\frac{g_۱}{۴}\xrightarrow{T=۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}}\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{۹L_۱}{\frac{g}{۴}}}}{۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۶\Rightarrow T_۲=۶T_۱$$

۲۳۳- گزینهٔ ۴ وقتی حالت بی‌وزنی وجود دارد، اگر آونگ ساعت را منحرف کنیم به جای اول باز نمی‌گردد یعنی اصولاً آونگ نوسان نمی‌کند در نتیجه ساعت آونگ‌دار نیز که عقربه‌هایش در اثر نوسان آونگ حرکت می‌کنند، کار نخواهد کرد.

۲۳۴- گزینهٔ ۱ دورهٔ حرکت آونگ $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ و دورهٔ نوسان دستگاه جرم- فنر $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است، در این صورت دورهٔ آونگ به شتاب گرانش (g) بستگی دارد اما دورهٔ نوسان دستگاه جرم- فنر به شتاب گرانش (g) بستگی ندارد. بنابراین با دور شدن از سطح زمین و کاهش شتاب گرانش $(g=G\frac{M}{r^۲})$ دورهٔ حرکت آونگ افزایش می‌یابد اما دورهٔ حرکت دستگاه جرم- فنر ثابت می‌ماند.

۲۳۵- گزینهٔ ۳ با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ $(T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ می‌توان گفت:

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{l_۲}{l_۱}}\Rightarrow\frac{T_B}{T_A}=\sqrt{\frac{l_B}{l_A}}=\sqrt{\frac{۲۰}{۴۵}}=\sqrt{\frac{۴}{۹}}=\frac{۲}{۳}$$

با توجه به این‌که نسبت دورهٔ نوسان آونگ B به دورهٔ نوسان آونگ A برابر با $\frac{۲}{۳}$ است، در مدتی که آونگ B، ۳ نوسان انجام می‌دهد، آونگ A، ۲ نوسان انجام می‌دهد. بنابراین در مدتی که آونگ B، ۹ نوسان انجام می‌دهد، آونگ A، ۶ نوسان کامل انجام می‌دهد.

۲۳۶- گزینهٔ ۴ دورهٔ آونگ ساده برابر با $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A، آونگ B، ۳ نوسان می‌کند، در این صورت:

$$\left.\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}T_A=\frac{t}{N_A}\\ T_B=\frac{t}{N_B}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{N_B}{N_A}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{۳}{۵}\\ \left\{\begin{array}{l}T_A=۲\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}\\ T_B=۲\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}}\Rightarrow\frac{l_A}{l_B}=\frac{۹}{۲۵}\Rightarrow l_B=\frac{۲۵}{۹}l_A$$

با توجه به فرض مسأله $(l_B-l_A=۴۸cm)$ اکنون می‌توان l_A را به‌دست آورد.

$$\frac{۲۵}{۹}l_A-l_A=۴۸\Rightarrow\frac{۱۶l_A}{۹}=۴۸\Rightarrow l_A=۲۷cm$$

۲۳۷- گزینهٔ ۴ آونگی که طولش بیشتر است، دورهٔ نوسانش $(T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ طولانی‌تر و بسامد آن کمتر است. بسامد آونگ بلندتر را $f_۱$ و دیگری را $f_۲$ می‌نامیم در این صورت:

$$\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۰/۹\Rightarrow T_۲=۰/۹T_۱$$

آونگی که طول کوتاه‌تری دارد و بسامدش بیشتر است $(f_۲>f_۱)$ بعد از ۵۴s، سه نوسان از آونگ دیگر جلو می‌افتد:

$$N_۲=N_۱+۳$$

$$\Rightarrow\frac{۵۴}{T_۲}=\frac{۵۴}{T_۱}+۳\Rightarrow\frac{۵۴T_۱-۵۴T_۲}{T_۱T_۲}=۳\Rightarrow ۱۸(T_۱-T_۲)=T_۱T_۲\xrightarrow{T_۲=۰/۹T_۱}۱۸(T_۱-۰/۹T_۱)=۰/۹T_۱T_۱\Rightarrow ۱۸(۰/۱T_۱)=۰/۹T_۱^۲\Rightarrow T_۱=\frac{۱/۸}{۰/۹}=۲s$$

۲۳۸- گزینهٔ ۳ با توجه به فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$N_B=N_A+10\Rightarrow\frac{t}{T_B}=\frac{t}{T_A}+10\xrightarrow{t=144s}\frac{144}{T_B}=\frac{144}{1/8}+10\Rightarrow\frac{144}{T_B}=80+10\Rightarrow T_B=\frac{144}{90}=1/6s$$

۲۳۹- گزینهٔ ۲ **راه‌حل اول:** ساعت آونگ‌داری که درست کار می‌کند و دورهٔ آونگ آن T است، با گذشت زمان حقیقی T، گذشت زمانی برابر با T را نشان می‌دهد. اما هنگامی که دوره از T به T' تبدیل می‌شود، با گذشت زمان حقیقی T'، باز هم ساعت گذشت زمانی برابر با T را نشان می‌دهد. در این صورت دورهٔ جدید آونگ، متناظر با زمان حقیقی است که بر ساعت می‌گذرد و دورهٔ اولیه که آونگ با آن درست کار می‌کرد، متناظر با زمانی است که ساعت اشتباه نشان می‌دهد.

$$T'=T-0/2=2-0/2\Rightarrow T'=1/8s\quad,\quad\frac{2}{1/8}=\frac{t'}{24}\Rightarrow t'=\frac{80}{3}h$$

ساعت جلو می‌افتد.

$$\Delta t=t'-t=\frac{80}{3}-24=\frac{8}{3}h=160\,min$$

راه‌حل دوم: می‌توان این گونه استدلال کرد که در $1/8s$ زمان حقیقی، ساعت $2-1/8=0/2s$ زمان را بیشتر (جلوتر) نشان می‌دهد، پس در $24h$ زمان حقیقی چه مقدار ساعت جلو می‌افتد.

$1/8s$	$0/2s$
$24h$	x

$$\Rightarrow x=\frac{8}{3}h=160\,min$$

۲۴۰- گزینهٔ ۲ ابتدا میدان گرانش در سطح سیاره $(g_p=G\frac{M_p}{R_p^2})$ را با میدان گرانش در سطح زمین $(g_e=G\frac{M_e}{R_e^2})$ مقایسه می‌کنیم:

$$\rho_p=32\rho_e\Rightarrow\frac{M_p}{V_p}=32\frac{M_e}{V_e}\xrightarrow{M_p=4M_e}V_e=8V_p\xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi R^3}R_e=2R_p\quad,\quad\frac{g_p}{g_e}=\frac{M_p}{M_e}\times\frac{R_e^2}{R_p^2}=4\times4=16\Rightarrow g_p=16g_e$$

دورهٔ آونگ را در سطح سیاره به‌دست می‌آوریم.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow\frac{T_p}{T_e}=\sqrt{\frac{g_e}{g_p}}\Rightarrow\frac{T_p}{2}=\sqrt{\frac{1}{16}}\Rightarrow T_p=\frac{1}{2}s$$

دورهٔ آونگ ساعت کوتاه شده است، بنابراین ساعت تندتر کار می‌کند و جلو می‌افتد. ساعت هر $0/5s$ را به اشتباه $2s$ نشان می‌دهد یعنی در هر $0/5s$، $1/5s$ ساعت جلو می‌افتد. در مدت یک شبانه‌روز یعنی ۲۴ ساعت:

$0/5s$	$1/5s$
$24h$	Δt

$$\Rightarrow\Delta t=72h$$

۲۴۱- گزینهٔ ۲ طول آونگ را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow1=\pi^2(\frac{1}{\pi^2})\Rightarrow l=1m$$

بنابراین طول آونگ جدید برابر است با $l'=100-19=81cm$ و دورهٔ آونگ جدید ساعت برابر خواهد شد با:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}\Rightarrow T'=2\pi\sqrt{\frac{0/81}{\pi^2}}\Rightarrow T'=1/8s$$

در مدت $1/8s$ ساعت به اندازهٔ $2-1/8=0/2s$ جلو می‌افتد، پس در مدت یک شبانه روز $(86400s)$ مقدار مدتی که جلو می‌افتد برابر است با:

$1/8$	$0/2$
86400	Δt

$\Rightarrow\ \Delta t=9600s=$ ۲ ساعت و ۴۰ دقیقه

۲۴۲- گزینهٔ ۳ تمام روابطی که برای سامانهٔ جرم - فنر به‌دست آورده‌ایم دربارهٔ آونگ نیز صادق است از جمله بیشینهٔ شتاب برابر $a_{max}=A\omega^2$ می‌باشد.

$$\frac{2}{100}=5\times10^{-3}\times\omega^2\Rightarrow\omega^2=4\Rightarrow\omega=2rad/s$$

هم‌چنین می‌دانیم بسامد زاویه‌ای برابر $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$ است از این رو:

$$\omega^2=\frac{g}{l}\Rightarrow\frac{g}{l}=4\Rightarrow l=2/5m\Rightarrow l=2/5m$$

۲۴۳- گزینهٔ ۴ ابتدا با استفاده از سرعت بیشینه و شتاب بیشینه، ω را حساب می‌کنیم:

$$a_m=A\omega^2,v_m=A\omega\Rightarrow a_m=v_m\omega\Rightarrow\frac{2}{10}=\frac{\sqrt{2}}{10}\omega\Rightarrow\omega=\sqrt{2}rad/s\quad,\quad\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{\frac{10}{l}}\Rightarrow l=5\,m$$

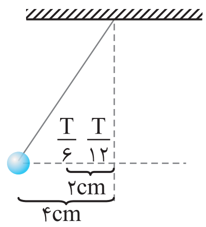
۲۴۴- گزینهٔ ۳ ابتدا بسامد زاویه‌ای آونگ را به‌دست می‌آوریم. بیشینهٔ نیروی وارد بر آونگ برابر خواهد شد با:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\omega=\sqrt{10}\,rad/s\quad,\quad F_{max}=mA\omega^2\Rightarrow F_{max}=0/2\times0/01\times10=0/02\,N$$

۲۴۵- گزینهٔ ۴ بیشینهٔ شتاب نوسانگر برابر $|a|=A\omega^2$ می‌باشد. در این سؤال در هر دو حالت دامنه‌ها با هم برابر است.

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\Rightarrow\frac{a_2}{a_1}=\frac{\frac{g_2}{l}}{\frac{g_1}{l}}\Rightarrow\frac{a_2}{a_1}=\frac{g_2}{g_1}=\frac{G\frac{M}{4R_e^2}}{G\frac{M}{R_e^2}}\Rightarrow\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{4}$$

۲۴۶- گزینهٔ ۴ Ⓒ دامنهٔ حرکت آونگ $A=4cm$ است وقتی که آونگ در $2cm$ از مبدأ است و به سوی مرکز نوسان می‌رود با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده این مدت برابر $\frac{T}{12}$ است. از این‌رو:



$$\frac{T}{12}=\frac{1}{4}\Rightarrow T=3s \quad , \quad T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow 3=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow 3=2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}}\Rightarrow l=\frac{9}{4}m$$

بنابراین طول نخ برابر $\frac{9}{4}\times 100=225cm$ می‌باشد.

۲۴۷- گزینهٔ ۱ Ⓑ گلوله را از ارتفاع l (طول آونگ) رها کرده‌ایم. زمان رسیدن گلوله به حالت اولیه خواهد شد:

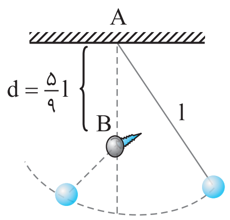
$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow l=\frac{1}{2}gt_1^2\Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

زمان برگشت آونگ از انتهای مسیر به حالت قائم $\frac{1}{4}$ دورهٔ آن است.

$$t_2=\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow t_2=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\frac{l}{g}} \quad , \quad \frac{t_1}{t_2}=\frac{\sqrt{\frac{2l}{g}}}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\frac{l}{g}}}=\sqrt{\frac{8}{\pi^2}}\xrightarrow{\pi^2\approx 10}\frac{t_1}{t_2}\approx\sqrt{0/8}\approx 0/9<1$$

بنابراین آونگ اول زودتر به حالت اولیه برمی‌گردد.

۲۴۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ دورهٔ این آونگ برابر جمع نصف دورهٔ آونگی به طول l و نصف دورهٔ آونگی به طول $\frac{4}{9}l$ است.

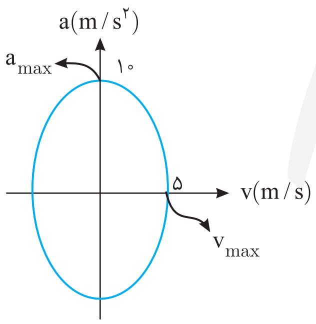


$$T'=\frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}+2\pi\sqrt{\frac{\frac{4}{9}l}{g}}\right)\Rightarrow T'=\frac{1}{2}\times 2\pi\left(\sqrt{\frac{l}{g}}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{l}{g}}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow T'=\frac{5}{6}T$$

۲۴۹- گزینهٔ ۳ Ⓑ چون قطار دارای حرکت یکنواخت است، مانند این است که آونگ از سقف یک اتاق آویزان و در حال نوسان است:

$$T'=T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

۲۵۰- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به نمودار:



$$\begin{cases} a_{max}=10\xrightarrow{a_{max}=A\omega^2}A\omega^2=10 \\ v_{max}=5\xrightarrow{v_{max}=A\omega}A\omega=5\end{cases}\Rightarrow\omega=2rad/s$$

بنابراین:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow 2=\sqrt{\frac{10}{l}}\Rightarrow l=\frac{10}{4}=2/5m\Rightarrow l=250cm$$

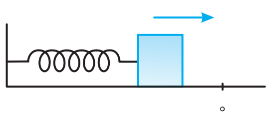
۲۵۱- گزینهٔ ۱ Ⓒ تمام روابطی که در بررسی سامانهٔ جرم - فنر به دست آورده شده در حرکت آونگ ساده نیز صادق است از جمله رابطهٔ بین شتاب نوسانگر با مکان آن یعنی $a=-\omega^2x$، در این صورت ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}\Rightarrow\omega=\sqrt{10}\,rad/s$$

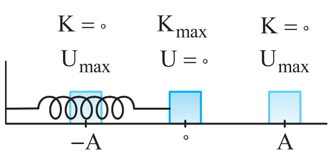
طول مسیر $6cm$ است بنابراین دامنهٔ حرکت $A=\frac{6}{2}=3cm$ است و وقتی آونگ در فاصلهٔ $1\,cm$ از انتهای مسیرش است، مکان آن $x=2cm$ خواهد بود. بنابراین:

$$a=-\omega^2x\Rightarrow|a|=+(10)(2\times 10^{-2})=0/2m/s^2$$

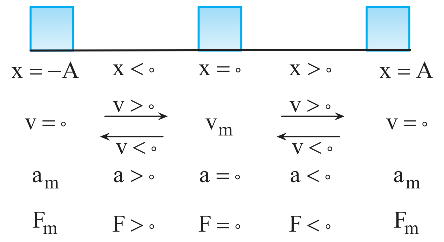
۲۵۲- گزینهٔ ۳ Ⓐ می‌دانیم تندی در مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) بیشینه است. پس اگر نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل باشد حرکت آن تندشونده است. در نقطهٔ تعادل شتاب و نیرو صفر می‌باشد و با نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل شتاب کاهش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است و می‌دانیم در طول مسیر انرژی مکانیکی ثابت و برابر $\frac{1}{2}kA^2$ می‌باشد. پس گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است. در دو انتهای مسیر $(x=\pm A)$ فنر بیشینه تغییر طول را دارد، پس در دامنه‌ها انرژی پتانسیل بیشینه است و در مرکز نوسان که فنر نه کشیده و نه فشرده شده انرژی پتانسیل صفر است. بنابراین در حرکت به سمت مرکز تعادل انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.



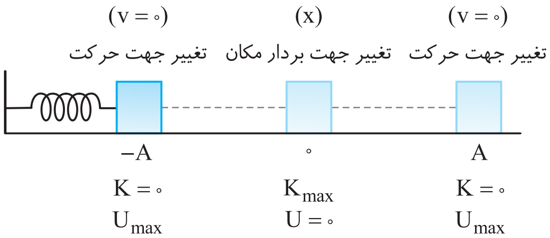
۲۵۳- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به شکل روبه‌رو در مرکز تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی صفر است. پس گزینهٔ (۱) نادرست است. بنابر قانون پایستگی انرژی $E=U+K$ همواره ثابت است. پس گزینهٔ (۲) و (۳) نادرست است و گزینهٔ (۴) درست است.



۲۵۴- گزینهٔ ۱ مطابق شکل روبه‌رو در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل، مکان، شتاب و نیرو بیشینه است. (A)



۲۵۵- گزینهٔ ۲ در دو انتهای مسیر حرکت نوسانگر تغییر جهت می‌دهد پس هنگام تغییر جهت حرکت در انتهای مسیر $x=\pm A$ انرژی پتانسیل بیشینه است و می‌دانیم هنگام گذر از $x=0$ بردار مکان نوسانگر تغییر جهت می‌دهد و می‌دانیم در $x=0$ انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. (A)



۲۵۶- گزینهٔ ۱ انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطهٔ $E=2\pi^2 mA^2f^2$ به‌دست می‌آید که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و f بسامد است، در نتیجه انرژی مکانیکی با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد. (A)

۲۵۷- گزینهٔ ۱ انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است. (A)

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow 4\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times(2\times10^{-3})\times(\frac{10}{\pi}\times10^{-2})^2(\frac{2\pi}{T})^2 \Rightarrow T=0/1\,s$$

۲۵۸- گزینهٔ ۱ سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از وضع تعادل به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسد. بنابراین: (B)

$$\left.\begin{array}{l}E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\\ v_m=A\omega\end{array}\right\}\Rightarrow E=\frac{1}{2}mv_m^2\Rightarrow v_m^2=\frac{2E}{m}\Rightarrow v_m=(\frac{2E}{m})^{\frac{1}{2}}$$

۲۵۹- گزینهٔ ۴ مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است. (B)

$$E=K+U\Rightarrow E=0/12+0/06\Rightarrow E=0/18J$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\Rightarrow 0/18=\frac{1}{2}\times m\times(4\times10^{-2})^2(150)^2\Rightarrow m=10^{-2}kg\Rightarrow m=10g$$

۲۶۰- گزینهٔ ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است و در تمام لحظه‌ها مقدار ثابتی است. (B)

$$E=U+K\Rightarrow 0/24=0/2+K\Rightarrow K=0/04J\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}0/04=\frac{1}{2}\times2\times v^2\Rightarrow v=0/2m/s$$

۲۶۱- گزینهٔ ۱ انرژی جنبشی نوسانگر در لحظهٔ مورد نظر برابر است با: (A)

$$K=E-U=20-15\Rightarrow K=5mJ=5\times10^{-3}J$$

سرعت نوسانگر خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow 5\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times0/1\times v^2\Rightarrow v^2=10^{-1}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{10}}{10}m/s\Rightarrow v=10\sqrt{10}\,cm/s$$

۲۶۲- گزینهٔ ۲ انرژی جنبشی نوسانگر در مبدأ نوسان بیشینه است و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است. (A)

$$K_m=U_m=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times100\times(4\times10^{-2})^2\Rightarrow K_m=50\times16\times10^{-4}=8\times10^{-2}=0/08J$$

تست: دامنهٔ حرکت نوسانگر وزنه - فنر $5cm$ است. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم و ثابت فنر $200N/m$ باشد، انرژی کل نوسانگر چند ژول است؟

سراسری تجربی - ۸۷

۱) ۰/۲۵ **۲)** ۲/۵ **۳)** ۵ **۴)** ۵۰

انرژی کل نوسانگر یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=U_m=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times200\times(5\times10^{-2})^2=100\times25\times10^{-4}=25\times10^{-2}=0/25J$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۲۶۳- گزینهٔ ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با: (B)

$$E=\frac{1}{2}kA^2$$

ثابت فنر (k) و دامنه (A) ثابت مانده است، پس انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند.

۲۶۴- گزینهٔ ۳ (A) زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{1}{4}$ دوره و دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر است.

$$\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\Rightarrow T=1s\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow \omega=2\pi\,rad/s\quad,\quad A=\frac{20}{2}=10cm$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه است و K_m برابر انرژی مکانیکی است از این‌رو:

$$K_m=E\Rightarrow K_m=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times 0/1\times(0/1)^2\times(2\pi)^2\Rightarrow K=0/02J=20mJ$$

۲۶۵- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا انرژی مکانیکی و تندی در مرکز نوسان را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times 20\times(5\times10^{-2})^2\Rightarrow E=10\times25\times10^{-4}=25mJ$$

$$(x=0\ \text{در})\ v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}v_{max}=A\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow v_{max}=5\times10^{-2}\times\sqrt{\frac{20}{0/2}}=5\times10^{-1}m/s=50cm/s$$

حال انرژی جنبشی در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $10m/s$ کمتر از تندی در مرکز نوسان است را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{1}{2}\times mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times 0/2\times((50-10)\times10^{-2})^2=0/1\times1600\times10^{-4}J=16mJ\quad,\quad E=K+U\Rightarrow 25=16+U\Rightarrow U=9mJ$$

۲۶۶- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا با توجه به داده‌های سؤال انرژی مکانیکی را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow E=\frac{1}{2}\times100\times(0/1)^2=0/5J$$

با توجه به صورت مسأله در یک لحظه انرژی جنبشی نوسانگر $0/1\,J$ بیشتر از انرژی پتانسیل است و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است از این رو:

$$\begin{cases}K-U=0/1\,J\\E=K+U=0/5J\end{cases}\Rightarrow 2K=0/6\Rightarrow K=0/3J\ ,\ U=0/2J\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{0/2}{0/3}=\frac{2}{3}$$

۲۶۷- گزینهٔ ۱ (B) با برداشتن وزنهٔ C، جرم کاهش می‌یابد به همین دلیل دوره $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ کاهش می‌یابد. اما دربارهٔ انرژی مکانیکی باید بگوییم در انتهای مسیر تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی پتانسیل $E=U_m=\frac{1}{2}kA^2$ است که با برداشتن وزنهٔ C، دامنه و ثابت فنر هیچگونه تغییر نمی‌کند بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند و گزینهٔ (۱) درست است.

۲۶۸- گزینهٔ ۱ (A) انرژی پتانسیل ۸ برابر انرژی جنبشی می‌باشد بنابراین $U=8K$ و انرژی مکانیکی $E=U+K=9K$ است.

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_m^2}=\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{v^2}{v_m^2}=\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{v}{v_m}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{2}{v_m}=\frac{1}{3}\Rightarrow v_m=6m/s$$

۲۶۹- گزینهٔ ۲ (B) انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E=U+K\xrightarrow{U=3K}E=3K+K\Rightarrow E=4K$$

انرژی مکانیکی، برابر با انرژی جنبشی بیشینهٔ نوسانگر است. بنابراین:

$$K_m=4K\Rightarrow\frac{1}{2}mv_m^2=4(\frac{1}{2}mv^2)\Rightarrow v_m=2v\Rightarrow v=\frac{v_m}{2}=\frac{5}{2}=2/5m/s$$

۲۷۰- گزینهٔ ۱ (B) انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E=K+U\xrightarrow[E=K_m]{U=20J}K_m=K+20\qquad(1)$$

از طرفی $v=\frac{1}{2}v_m$ است، بنابراین:

$$\begin{cases}K=\frac{1}{2}mv^2\\K_m=\frac{1}{2}mv_m^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K}{K_m}=\frac{1}{4}\Rightarrow K=\frac{1}{4}K_m\qquad(2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$K_m=\frac{1}{4}K_m+20\Rightarrow\frac{3}{4}K_m=20\Rightarrow K_m=\frac{80}{3}J$$

۲۷۱- گزینهٔ ۴ (B) انرژی پتانسیل در $x=A$ بیشینه و برابر انرژی مکانیکی است.

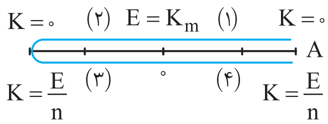
$$E=U_m=0/36J\xrightarrow{E=K_m}K_m=0/36J$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\begin{cases}K=\frac{1}{2}mv^2\\K_m=\frac{1}{2}mv_m^2\end{cases}\xrightarrow{v=\frac{\sqrt{3}}{2}v_m}\frac{K}{0/36}=\frac{3}{4}\Rightarrow K=0/27J$$

۲۷۲- گزینهٔ ۴ (B) نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی برابر $\frac{۱}{n}$ است و می‌دانیم که انرژی مکانیکی برابر بیشینهٔ انرژی جنبشی است، بنابراین:

$$\frac{K}{E}=\frac{K}{K_{max}}=\frac{۱}{n}\Rightarrow K=\frac{K_{max}}{n}$$



حال با توجه به نمودار $K-x$ و مسیر حرکت که روی محور افقی آن را مشخص کرده‌ایم، ۴ بار انرژی جنبشی $\frac{۱}{n}$ برابر انرژی مکانیکی (انرژی جنبشی بیشینه) می‌شود.

نکته: در یک حرکت هماهنگ ساده در یک دوره چهار بار تندی $\frac{۱}{n}$ تندی بیشینه، شتاب $\frac{۱}{n}$ شتاب بیشینه و انرژی پتانسیل $\frac{۱}{n}$ انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی $\frac{۱}{n}$ انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.

۲۷۳- گزینهٔ ۱ (A) در یک حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. هرگاه انرژی پتانسیل صفر باشد، انرژی جنبشی بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی است $(E=K_m)$ و هرگاه انرژی جنبشی صفر باشد، انرژی پتانسیل بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی $(E=U_m)$ است، یعنی $E=U_m=K_m$ است. با توجه به رابطهٔ $K=K_۰\cos^۲\omega t$ مقدار بیشینهٔ انرژی جنبشی $K_۰$ است، بنابراین بیشینهٔ انرژی پتانسیل نیز $K_۰$ است.

۲۷۴- گزینهٔ ۲ (A) بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر برابر بیشینهٔ انرژی پتانسیل آن است. $K_{max}=U_{max}=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow ۶\times۱۰^{-۲}=\frac{۱}{۲}k(۰/۰۵)^۲\Rightarrow k=۴۸\,N/m$

۲۷۵- گزینهٔ ۴ (B) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E=U+K\xrightarrow{U=K}E=K+K=۲K\xrightarrow{E=K_m}K_m=۲K\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_m^۲=۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow v_m=\sqrt{۲}v$$

$$\xrightarrow{v_m=A\omega}v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۰/۰۲\times۲۰)\Rightarrow v=\frac{۰/۴}{۲}\sqrt{۲}m/s\Rightarrow v=۰/۲\sqrt{۲}m/s$$

۲۷۶- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به رابطهٔ $F=-۲۰۰x$ مشخص می‌شود که ثابت فنر $k=۲۰۰\,N/m$ است. مسافتی که در مدت یک دوره نوسانگر طی کرده است $۲۰cm$ است از این رو دامنه خواهد شد: $۴A=۲۰\Rightarrow A=۵cm$

انرژی مکانیکی را حساب می‌کنیم. $E=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times۲۰۰\times(۵\times۱۰^{-۲})^۲=۱۰۰\times۲۵\times۱۰^{-۴}\Rightarrow E=۰/۲۵J$

بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است از این رو: $E=K_m=۰/۲۵J$

وقتی انرژی جنبشی $\frac{۱}{۵}$ انرژی مکانیکی است انرژی پتانسیل خواهد شد. $K=\frac{۱}{۵}E\Rightarrow K=\frac{۱}{۵}\times۰/۲۵\Rightarrow K=۰/۰۵J$, $E=K+U\Rightarrow۰/۲۵=۰/۰۵+U\Rightarrow U=۰/۲J$

۲۷۷- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به رابطهٔ $F=-۱۸۰x$ و مقایسهٔ آن با $F=-kx$ مشخص است که $k=۱۸۰\,N/m$ است از این رو:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۱۸۰}{۰/۲}}=۳۰\,rad/s$$

بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_m=\frac{۱}{۲}mv_m^۲=\frac{۱}{۲}m(A\omega)^۲=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲=۲۲۵\times۱۰^{-۳}J\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times A^۲\times۹۰۰=۲۲۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow A^۲=۲/۵\times۱۰^{-۴}\Rightarrow A=۰/۰۵m$$

حال معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم: $x=A\cos\omega t\Rightarrow x=۰/۰۵\cos۳۰t$

۲۷۸- گزینهٔ ۲ (B) در $x=A$ انرژی جنبشی صفر و در نقطهٔ تعادل K_m و در $x=-A$ انرژی جنبشی صفر است و از $x=-A$ به $x=A$ همین رفتار تکرار می‌شود. یعنی دورهٔ تکرار تغییرات انرژی جنبشی نصف دورهٔ حرکت هماهنگ ساده است و این مطلب در مورد انرژی پتانسیل نیز صدق می‌کند. $T_k=T_e=T$

اکنون دوره را به‌دست آورده نصف می‌کنیم.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۶}{۵}s\Rightarrow\frac{T}{۲}=\frac{۳}{۵}=۰/۶s$$

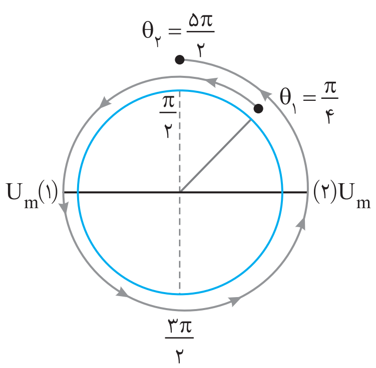
۲۷۹- گزینهٔ ۳ (A) **راه‌حل اول:** در نقاط بازگشت $(x=\pm A)$ انرژی پتانسیل بیشینه است، بنابراین بررسی می‌کنیم در بازهٔ خواسته شده چند بار نوسانگر در انتهای مسیر بوده است.

$$x=۰/۰۲\cos\pi t\Rightarrow x=\pm۰/۰۲m\Rightarrow\cos\pi t=\pm۱\Rightarrow\pi t=k\pi\Rightarrow t=k$$

$$t=k\Rightarrow k=۰\Rightarrow t=۰\ ,\ k=۱\Rightarrow t=۱s\ ,\ k=۲\Rightarrow t=۲s\ ,\ k=۳\Rightarrow t=۳s$$

بازهٔ زمانی داده شده $۰/۲۵s$ تا $۲/۵s$ که $t=۱s$ و $t=۲s$ در این بازه است بنابراین دو بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.

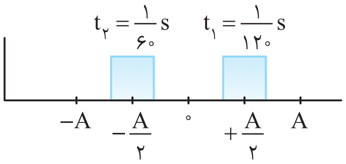
راه‌حل دوم: در لحظه‌های $t_۱=۰/۲۵s$ و $t_۲=۲/۵s$، کمان ωt (فاز) را به‌دست می‌آوریم و روی دایرهٔ مرجع در جهت مثلثاتی می‌چرخیم در عبور از $\theta=۰$ و $\theta=\pi$ انرژی پتانسیل بیشینه است و تعداد گذر از این نقاط را می‌شماریم که با توجه به دایرهٔ مرجع ۲ بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.



$$\theta_۱=\omega t_۱\Rightarrow\theta_۱=\pi(۰/۲۵)=\frac{\pi}{۴}\quad,\quad\theta_۲=\pi(۲/۵)=\frac{۵}{۲}\pi$$

۲۸۰- گزینهٔ ۲ **راه‌حل اول:** انرژی جنبشی برابر $\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ می‌باشد بنابراین هنگامی که حرکت تندشونده است انرژی جنبشی در حال افزایش می‌باشد.

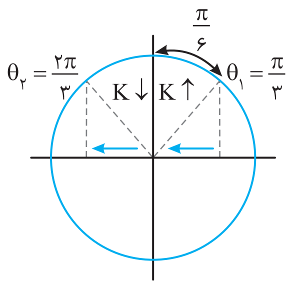
$$x_{۱}=A\cos ۴۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰}\Rightarrow x_{۱}=\frac{A}{۲}\quad,\quad x_{۲}=A\cos ۴۰\pi\times\frac{۱}{۶۰}\Rightarrow x_{۲}=-\frac{A}{۲}$$



بنابراین در مدت $t_{۱}=\frac{۱}{۱۲۰}s$ تا $t_{۲}=\frac{۱}{۶۰}s$ نوسانگر از $\frac{A}{۲}$ به $-\frac{A}{۲}$ می‌رسد. از $x=\frac{A}{۲}$ تا $x=۰$ تندی نوسانگر در حال افزایش می‌باشد پس انرژی جنبشی در این بازه افزایش می‌یابد. با توجه به شکل بازهٔ زمانی حرکت از $+\frac{A}{۲}$ تا $x=۰$ نصف زمان حرکت نوسانگر از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ است. زمان حرکت از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ برابر است با:

$$\Delta t=\frac{۱}{۶۰}-\frac{۱}{۱۲۰}=\frac{۱}{۱۲۰}\Rightarrow\frac{\Delta t}{۲}=\frac{۱}{۲۴۰}s$$

راه‌حل دوم: کمان (فاز) را در لحظه‌های $t_{۱}=\frac{۱}{۱۲۰}s$ و $t_{۲}=\frac{۱}{۶۰}s$ روی دایره مثلثاتی (مرجع) مشخص می‌کنیم.



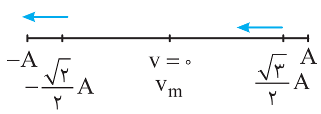
$$\theta=\omega t\Rightarrow\begin{cases}\theta_{۱}=۴۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰}=\frac{\pi}{۳}\\ \theta_{۲}=۴۰\pi\times\frac{۱}{۶۰}=\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}$$

با توجه به دایره مرجع در مدتی که کمان (فاز) از $\frac{\pi}{۳}$ به $\frac{\pi}{۲}$ تغییر می‌کند انرژی جنبشی در حال افزایش است.

$$\Delta\theta=\omega t\Rightarrow\frac{\pi}{۶}=۴۰\pi t\Rightarrow t=\frac{۱}{۲۴۰}s$$

۲۸۱- گزینهٔ ۱ مکان نوسانگر را در دو حالت مشخص می‌کنیم:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=A\cos\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\,,\,x=A\cos\frac{۳\pi}{۴}\Rightarrow x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}A$$



روی مسیر مطابق شکل مشخص است که نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سوی مرکز نوسان بوده و سرعت و انرژی جنبشی در حال افزایش و پس از گذر از نقطهٔ تعادل، سرعت و انرژی جنبشی در حال کاهش است.

۲۸۲- گزینهٔ ۱ انرژی جنبشی هنگامی صفر می‌شود که نوسانگر در نقطهٔ بازگشت یعنی $x\pm A$ باشد از این رو:

$$K=۰/۱۶-۴۰۰x^{۲}\xrightarrow[K=۰]{x=\pm A}۰=۰/۱۶-۴۰۰A^{۲}\Rightarrow A^{۲}=\frac{۰/۱۶}{۴۰۰}\Rightarrow A=۰/۰۲m\Rightarrow A=۲cm$$

۲۸۳- گزینهٔ ۳ بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است. بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

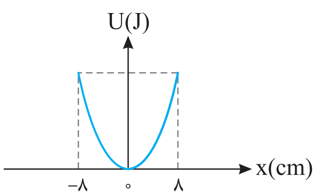
$$K_{m}=E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}(۱)\quad,\quad F_{m}=mA\omega^{۲}(۲)\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{K_{m}}{F_{m}}=\frac{۱}{۲}A\Rightarrow\frac{K_{m}}{۱۲}=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۸\Rightarrow K_{m}=۰/۴۸J=۴۸۰mJ$$

۲۸۴- گزینهٔ ۳ طول پاره‌خط برابر $۱۰cm$ است پس دامنهٔ حرکت $\frac{۱۰}{۲}=۵cm$ است و انرژی مکانیکی که در طول مسیر ثابت است و برابر $E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}=۲۵\times۱۰^{-۳}J=۲۵mJ$ است و در $x=۰$ تندی نوسانگر بیشینه است پس در $x=۰$ انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است و در $x=\pm A$ که انتهای مسیر است، تندی متحرک صفر است پس انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه می‌باشد.

۲۸۵- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ $E=U_{max}=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ داریم:

$$۰/۰۸=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰۰}\times(۰/۴)^{۲}\times\omega^{۲}\Rightarrow\omega^{۲}=۲۵\Rightarrow\omega=۵rad/s\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۵=\frac{۲\times\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{۵}s$$

۲۸۶- گزینهٔ ۱ با توجه به این‌که نوسانگر در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، بنابراین نوسانگر در هر ثانیه دو نوسان انجام می‌دهد. در نتیجه دورهٔ نوسان برابر با $\frac{۱}{۲}s$ است. همچنین با توجه به نمودار می‌توان گفت که دامنهٔ نوسان برابر با $۸cm$ است. حال با توجه به رابطهٔ بسامد زاویه‌ای $(\omega=\frac{۲\pi}{T})$، ω را محاسبه کرده و با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ انرژی مکانیکی به راحتی قابل محاسبه است.



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi\,rad/s\quad,\quad E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۸\times۱۰^{-۲})^{۲}\times(۴\pi)^{۲}=۶۴\times۱۰^{-۴}\times۱۴۴=۹۲۱۶\times۱۰^{-۴}J$$

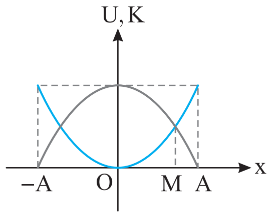
بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. بنابراین:

$$K_{m}=E=۹/۲۱۶\times۱۰^{-۱}J$$

۲۸۷- گزینهٔ ۳ (A)

در نقطهٔ M انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر است از این رو:

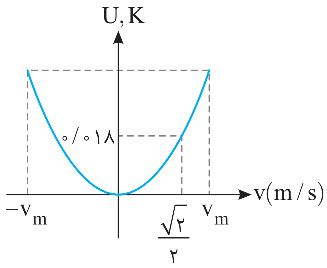
$$E=U+K\Rightarrow E=K+K\Rightarrow E=2K\Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2=2(\frac{1}{2}mv^2)\Rightarrow v=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}v_m$$



۲۸۸- گزینهٔ ۲ (B)

انرژی مکانیکی برابر انرژی جنبشی بیشینه است از این رو:

$$\begin{cases}K=\frac{1}{2}mv^2\\ K_m=\frac{1}{2}mv_m^2\end{cases}\Rightarrow \frac{K}{K_m}=\frac{v^2}{v_m^2}\Rightarrow \frac{0/018}{K_m}=\frac{(\frac{\sqrt{2}}{2}v_m)^2}{v_m^2}\Rightarrow K_m=0/036J\Rightarrow E=0/036J$$

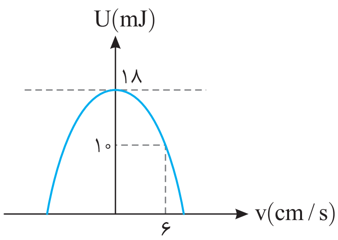


۲۸۹- گزینهٔ ۱ (B)

با توجه به نمودار در تندی $v=6cm/s$ انرژی پتانسیل برابر $10J$ است، پس در این تندی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K=E-U\Rightarrow K=18-10=8mJ\Rightarrow \frac{1}{2}m(6\times10^{-2})^2=8\times10^{-3}\Rightarrow m=\frac{160}{36}kg$$

$$E=U_{max}=18mJ$$



بیشینهٔ انرژی جنبشی و بیشینهٔ انرژی پتانسیل با هم برابر می‌باشد.

$$\begin{cases}K_{max}=18mJ\\ K=8mJ\end{cases}\Rightarrow \frac{K_{max}}{K}=(\frac{v_{max}}{v})^2=\frac{9}{4}\Rightarrow \frac{v_{max}}{v}=\frac{3}{2}\Rightarrow \frac{v_{max}}{6}=\frac{3}{2}\Rightarrow v_{max}=9cm/s$$

حال با توجه به $v_{max}=A\omega$ داریم:

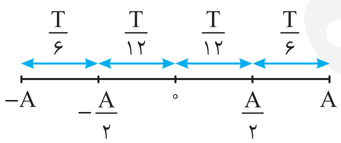
$$9\times10^{-2}=A\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow A\times\sqrt{\frac{1000}{\frac{160}{36}}}=9\times10^{-2}\Rightarrow A\times\frac{60}{4}=9\times10^{-2}\Rightarrow A=0/6\times10^{-2}m=0/6cm\Rightarrow$$ طول پاره خط: $1/2cm$

راه‌حل بسیار ساده:

$$E=\frac{1}{2}kA^2\xrightarrow{E=U_m}18\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times10^3\times A^2\Rightarrow A=6\times10^{-3}m=0/6cm\Rightarrow$$ طول پاره‌خط $=1/2\,cm$

۲۹۰- گزینهٔ ۴ (B)

طول پاره‌خط برابر $20cm$ است بنابراین دامنه برابر $A=\frac{20}{2}=10cm$ است. نوسانگر در مدت $0/5s$ به $+\frac{A}{2}$ می‌رسد که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم: $\frac{T}{6}=0/5\Rightarrow T=3s\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{3}$



انرژی مکانیکی همواره ثابت و برابر $E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است.

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}\times0/9\times(0/1)^2\times(\frac{2\pi}{3})^2=\frac{1}{2}\times0/9\times0/01\times\frac{4\pi^2}{9}=0/02J=20mJ$$

دقت کنید که تندی همواره مثبت است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

۲۹۱- گزینهٔ ۱ (B)

مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.

$$E=K+U\Rightarrow E=0/7+0/3=1\,J$$

انرژی مکانیکی از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید.

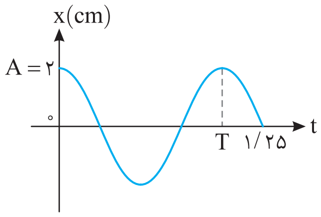
$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\xrightarrow{m\omega^2=k}E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow 1=\frac{1}{2}(k)(0/2)^2\Rightarrow k=\frac{2}{0/04}=50N/m$$

۲۹۲- گزینهٔ ۴ (A)

در حرکت به سمت انتهای مسیر انرژی پتانسیل نوسانگر رو به افزایش است یعنی از t_1 تا t_2 و یا از t_3 تا t_4. می‌دانیم که علامت شتاب نوسانگر مخالف علامت مکان نوسانگر می‌باشد و چون شتاب منفی مدنظر می‌باشد پس باید مکان مثبت باشد یعنی از t_3 تا t_4 هم شتاب منفی و هم انرژی پتانسیل در حال افزایش است.*

* هم‌علامت نبودن شتاب و مکان در کتاب درسی به‌طور مشخص بیان نشده است.

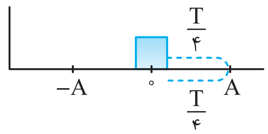
۲۹۳- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار داریم: $\frac{۵T}{۴}=۱/۲۵\Rightarrow T=۱s\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}=۲\pi$



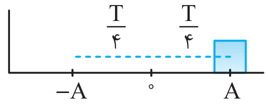
انرژی مکانیکی برابر است با: $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}=\frac{۱}{۲}m(A\omega)^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times(۴\pi\times ۱۰^{-۲})^{۲}$

$$=\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}\times ۱۶\pi^{۲}\times ۱۰^{-۴}=۸\pi^{۲}\times ۱۰^{-۵}J=۸\pi^{۲}\times ۱۰^{-۲}mJ=۰/۰۸\pi^{۲}mJ$$

۲۹۴- گزینهٔ ۳ نیم‌دوره برابر $\frac{T}{۲}$ است. اگر نوسانگر در ابتدای بازه زمانی در نقطهٔ تعادل خود باشد پس از نیم‌دوره مجدد به نقطهٔ تعادل خود می‌رسد که در این صورت $\Delta x=۰$ است.



اگر نوسانگر در ابتدا بازه زمانی در انتهای مسیر خود $(x=+A)$ باشد پس از نیم دوره به $x=-A$ می‌رسد که در این صورت $|\Delta x|=۲A$ است که بیشینهٔ جابه‌جایی می‌باشد. بنابراین $\Delta x=۱۰cm=۲A$ است.

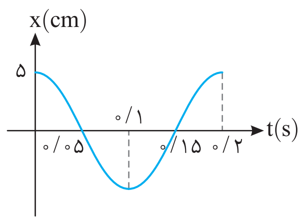


$$\begin{cases}A=۵cm=۵\times ۱۰^{-۲}m\\ m=۰/۱kg\end{cases}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}m(v_m)^{۲}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$$

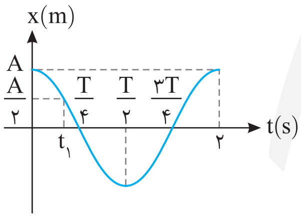
$$\Rightarrow ۱/۲۵\times ۱۰^{-۲}\times\pi^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۲۵\times ۱۰^{-۴}\times\omega^{۲}\Rightarrow\omega^{۲}=۱۰^{۲}\pi^{۲}\Rightarrow\omega=۱۰\pi\,rad/s$$

با توجه به رابطهٔ $\omega=\frac{۲\pi}{T}=۱۰\pi$ دوره را به‌دست می‌آوریم: $\frac{۲\pi}{T}=۱۰\pi\Rightarrow T=۰/۲s$

بنابراین نمودار مکان - زمان به صورت روبه‌رو می‌باشد:



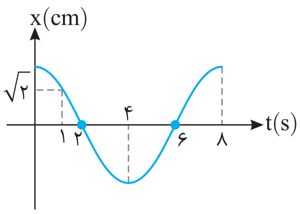
۲۹۵- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار $T=۲s$ می‌باشد و $t_۱$ اولین لحظه‌ای است که متحرک به مکان $x=\frac{A}{۲}$ رسیده است:



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\pi\,rad/s,\ \frac{A}{۲}=A\cos\omega t_۱\Rightarrow\cos\pi t_۱=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\pi t_۱=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۱=\frac{۱}{۳}s$$

در انتهای مسیر $x=\pm A$، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌باشد بنابراین پس از $t_۱$ در $t=\frac{T}{۲}$ انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌شود. $\frac{T}{۲}-t_۱=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}s$

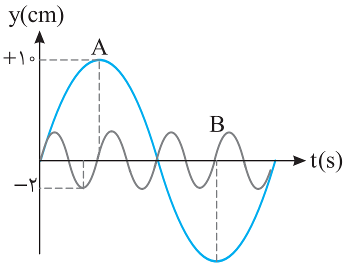
۲۹۶- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار $x-t$ در $t=۱s$ برای اولین بار مکان نوسانگر برابر $x=\sqrt{۲}$ می‌شود:



$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\sqrt{۲}=۲\cos\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow{t=۱s}\cos\frac{۲\pi}{T}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow T=۸s$$

بنابراین نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد و می‌دانیم که در نقطهٔ تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. پس در $t=۶s$ برای دومین بار انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.

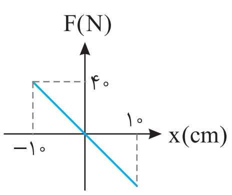
۲۹۷- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل: $A_A=۱۰cm, A_B=۲cm, T_A=۴T_B\Rightarrow\omega_A=\frac{۱}{۴}\omega_B$



انرژی مکانیکی را از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ برای دو نوسانگر A و B به‌دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E_A}{E_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_AA_A^{۲}\omega_A^{۲}}{\frac{۱}{۲}m_BA_B^{۲}\omega_B^{۲}}\Rightarrow\frac{E_A}{E_B}=\frac{m_A}{۵m_A}\times(\frac{۱۰}{۲})^{۲}\times\frac{\omega_A^{۲}}{(۴\omega_A)^{۲}}\Rightarrow\frac{E_A}{E_B}=\frac{۵}{۱۶}$$

۲۹۸- گزینهٔ ۱ در دو انتهای مسیر، انرژی پتانسیل بیشینه است. با توجه به نمودار، ثابت فنر را به‌دست می‌آوریم:



$$|F|=|kx|\Rightarrow ۴۰=|k(-۰/۱)|\Rightarrow k=۴۰۰N/m\ ,\ U_{max}=\frac{۱}{۲}kA^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times(۰/۱)^{۲}=۲J$$

۲۹۹- گزینهٔ ۱ بیشینهٔ نیرو برابر است با $F_{max}=ma_{max}=mA\omega^۲$ و می‌دانیم انرژی مکانیکی برابر $E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ است. بنابراین:

$$E=\frac{۱}{۲}F_{max}A\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۰/۰۲=۰/۰۵J=۵۰mJ$$

هنگامی که تندی نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ تندی در مرکز نوسان (تندی بیشینه) است می‌توان نوشت:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv_m^۲}=(\frac{v}{v_m})^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow K=\frac{E}{۴}\Rightarrow K=\frac{۵۰}{۴}mJ=۱۲/۵mJ$$

بنابراین انرژی پتانسیل برابر است با:

$$E=U+K\Rightarrow U=E-K\Rightarrow U=۵۰-۱۲/۵=۳۷/۵mJ$$
$$U-K=۳۷/۵-۱۲/۵=۲۵mJ$$

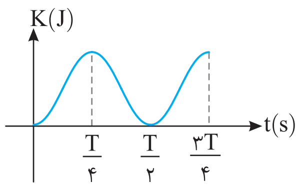
۳۰۰- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی دستگاه جرم- فنر $(E=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ می‌توان گفت:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow\begin{cases}E_A=\frac{۱}{۲}\times k_A\times(۱۰\times ۱۰^{-۲})^۲\Rightarrow ۵=\frac{۱}{۲}\times k_A\times ۱۰^{-۲}\Rightarrow k_A=۱۰۰۰N/m\\ E_B=\frac{۱}{۲}\times k_B\times(۱۰\times ۱۰^{-۲})^۲\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}\times k_B\times ۱۰^{-۲}\Rightarrow k_B=۲۰۰۰N/m\end{cases}$$

هنگامی کـه دو فنـر A و B را به صورت موازی به هم متصل می‌کنیم، ثابت فنر معادل برابر با $k_T=k_۱+k_۲=۳۰۰۰N/m$ می‌باشـد. حال، رابطهٔ انرژی مکانیکی دستگاه وزنه- فنر را برای این حالت می‌نویسیم:

$$E=\frac{۱}{۲}k_TA^۲=\frac{۱}{۲}\times ۳۰۰۰\times(۱۰\times ۱۰^{-۲})^۲=\frac{۱}{۲}\times ۳۰۰۰\times ۱۰^{-۲}=۱۵J$$

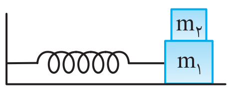
۳۰۱- گزینهٔ ۲ انرژی جنبشی در نقطهٔ تعادل $(x=۰)$ بیشینه و در دو انتهای مسیر صفر است. با توجه به نمودار، انرژی جنبشی اولیه صفر است در واقع جسم از انتهای مسیر رها شده است.



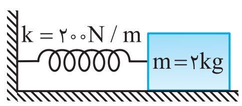
با توجه به شـکل پس از $t=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۴}=\frac{۳T}{۴}$ نوسـانگر برای دومین بار به نقطهٔ تعادل خود رسـیده که با توجه به نمودار $t=۰/۳s$ است.

$$\frac{۳T}{۴}=۰/۳\Rightarrow T=۰/۴s$$

۳۰۲- گزینهٔ ۴ در انتهای مسیر $(x=\pm A)$ اگر وزنهٔ $m_۲$ را از روی وزنهٔ $m_۱$ برداریم، انرژی مکانیکی که برابر انرژی پتانسیل بیشینه در آن نقطه است $(E=U_m=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ تغییر نمی‌کند. اما اگر در مسیر نوسان وزنه را برداریم انرژی جنبشـی نوسـانگر $(\frac{۱}{۲}mv^۲)$ که بخشی از انرژی مکانیکی است، کاهش می‌یابد بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر کم می‌شود. در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.



۳۰۳- گزینهٔ ۳ با توجه به این‌که برای جابه‌جا کردن جسم $4J$ کار انجام شده است و این کار به انرژی مکانیکی جسم تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی مکانیکی جسم برابر با ۴ ژول است. با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی $(E=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ داریم:



$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}\times ۲۰۰\times A^۲\Rightarrow ۱۰۰A^۲=۴\Rightarrow A^۲=۰/۰۴\Rightarrow A=۰/۲m=۲۰cm$$

دورهٔ حرکت، تنها به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد و از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ محاسبه می‌شود. بنابراین: $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۲۰۰}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}}=۲\times\pi\times\frac{۱}{۱۰}=۰/۲\pi s$

۳۰۴- گزینهٔ ۱ در یک تابع کسینوسی ضریب کسینوس مقدار بیشینهٔ تابع است. از این رو با توجه به $U=۱۰۰\cos^۲\omega t$، خواهیم داشت:

$$U_m=۱۰۰J\xrightarrow[E=U_m]{E=U+K}۱۰۰=U+۳۶\Rightarrow U=۶۴J$$

۳۰۵- گزینهٔ ۲ هرگاه بر جسـمی که می‌تواند با دوره یا بسـامد خاصی (دورهٔ طبیعی) نوسان کند، یک نیروی دوره‌ای با همان دوره وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنهٔ نوسان تا مقدار بیشینه‌ای افزایش می‌یابد و از آن پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می‌یابد. این پدیده را تشدید می‌گویند.
در حالتی هم که بسامد نیروی اعمال شده با بسامد نوسانگر برابر نباشد، انرژی به نوسانگر منتقل می‌شود و نوسانگر را به حرکت درمی‌آورد اما بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می‌شود. با توجه به گفته‌های بالا گزینهٔ (۲) درست است.

۳۰۶- گزینهٔ ۲ ابتدا بسامد طبیعی سامانهٔ جرم و فنر را به دست می‌آوریم:

$$f_۰=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۹۰۰}{۰/۱}}=۱۵Hz$$

بنابراین این سامانه با بسامد $f_d=f_۰$ به تشدید درآمده و بیشترین دامنه را خواهد داشت و با بسامدهای بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از $15Hz$ دامنهٔ نوسان کوچک‌تر از دامنه با بسامد $f_d=۱۵Hz$ می‌باشد.

۳۰۷- گزینهٔ ۳ (A) هنگامی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی دو سامانه با هم برابر باشند:

$$f_{\circ ۱}=f_{\circ ۲}\Rightarrow f_۲=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}}=\frac{۲۰}{۲\pi}Hz \quad , \quad \omega_۲=۲\pi f_۲=۲۰\,rad/s$$

بنابراین شناسه تابع کسینوس معادلهٔ مکان - زمان سامانهٔ (۲) برابر است با $\omega t=۲۰t$ پس گزینهٔ (۳) درست است.

۳۰۸- گزینهٔ ۱ (B) هنگامی بین دو سامانه تشدید رخ می‌دهد که بسامد دو سامانه با هم برابر باشند:

$$f_{\text{جرم - فنر}}=f_{\text{آونگ}}\Rightarrow\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\frac{k}{m}=\frac{g}{l}$$

با توجه به رابطهٔ بالا اگر طول آونگ را نصف کنیم $\frac{g}{l}$ دو برابر می‌شود پس باید k را نیز دو برابر کنیم تا تساوی بالا برقرار بماند و تشدید رخ دهد.

۳۰۹- گزینهٔ ۴ (B) با به نوسان درآوردن آونگ (۱)، انرژی به همهٔ آونگ‌ها منتقل می‌شود و آونگ‌های (۲)، (۳) و (۵) به جنبش در می‌آیند اما برای آونگ ۴ تشدید رخ می‌دهد زیرا بسامد طبیعی آونگ (۴) با آونگ (۱) برابر است و در اثر تشدید دامنهٔ نوسان آونگ (۴) از بقیه بیشتر است و سهم بیشتری از انرژی را دریافت می‌کند.

۳۱۰- گزینهٔ ۳ (A) چون طول آونگ‌های A و B با هم برابر است، پس دورهٔ آن‌ها یکسان است و پدیدهٔ تشدید رخ می‌دهد. (دورهٔ آونگ به جرم و جنس آونگ بستگی ندارد.)

۳۱۱- گزینهٔ ۲ (B) طول آونگ‌های (۱) و (۴) با هم برابر می‌باشد و بسامد طبیعی آونگ‌های (۱) و (۴) $\left(f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$ با هم برابر می‌باشند در نتیجه با نوسان آونگ (۱)، برای آونگ (۴) تشدید رخ می‌دهد.

با افزایش دما، طول آونگ‌های (۲) و (۳) و (۴) افزایش می‌یابد و با افزایش دما ممکن است طول آونگ (۳) با آونگ (۱) برابر شده و با نوسان آونگ (۱)، آونگ (۳) شروع به تشدید می‌کند اما با افزایش طول آونگ (۴) بسامد آن دیگر با بسامد آونگ (۱) برابر نیست و برای آن تشدید رخ نمی‌دهد.

طول آونگ (۲) که در هر دو حالت از طول آونگ (۱) بیشتر است و تشدید برای آونگ (۲) رخ نمی‌دهد.

۳۱۲- گزینهٔ ۳ (B) بسامد زاویه‌ای (ω) در گسترهٔ $۱rad/s$ تا $۲rad/s$ می‌باشد و با توجه به $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$ خواهیم داشت:

$$۱\le\sqrt{\frac{g}{l}}\le۲\Rightarrow۱\le\frac{g}{l}\le۴\Rightarrow\frac{۱}{۴}\le\frac{l}{g}\le۱\xrightarrow{g\approx۱۰}۲/۵\le l\le۱۰$$

بنابراین اگر طول آونگ در بازهٔ $۲/۵m$ تا $۱۰m$ باشد در این بازهٔ بسامد زاویه‌ای، آونگ تشدید می‌کند یعنی آونگ‌های به طول‌های $۲/۸m$، $۳/۶m$ و $۸/۲m$ دچار تشدید می‌شوند.

۳۱۳- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به متن کتاب برای اینکه نوسان نامیرا باشد باید یک نیروی دوره‌ای مناسب که دامنه را عوض نکند در انتهای مسیر به آونگ وارد شود و چون آونگ را به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم، این نیرو باید در انتهای راست مسیر وارد شود، بنابراین هر T ثانیه یک بار این نیرو وارد می‌شود.

$$t=nT=n\times۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=۲n\pi\sqrt{\frac{۲۴/۵\times۱۰^{-۲}}{۹/۸}}\Rightarrow t=۲n\sqrt{۱۰}\times\sqrt{۲/۵\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow t=n\Rightarrow t=۱,۲,۳,\cdots$$

۳۱۴- گزینهٔ ۳ (B) هنگامی که بسامد نیروی خارجی با بسامد طبیعی آونگ برابر باشد، دامنهٔ نوسان آونگ بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود، پس در دوره‌های متوالی دامنه افزایش می‌یابد. اما دورهٔ آونگ برابر است با $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ که L طول آونگ و g شتاب گرانش است و مقدار T تغییر نمی‌کند.

۳۱۵- گزینهٔ ۱ (C) وقتی سامانهٔ (۳) با به نوسان درآمدن سامانه (۱)، به نوسان در می‌آید یعنی:

$$\omega_۱=\omega_۳\Rightarrow\sqrt{\frac{k}{m_۱}}=\sqrt{\frac{k_۱}{m_۳}}\Rightarrow\frac{k}{m}=\frac{k_۱}{\frac{m}{۲}}\Rightarrow k_۱=\frac{۱}{۲}k\ ,\ \omega_۲=\omega_۴\Rightarrow\sqrt{\frac{k}{m_۲}}=\sqrt{\frac{k_۲}{m_۴}}\Rightarrow\frac{k}{\frac{m}{۲}}=\frac{k_۲}{۴m}\Rightarrow k_۲=۸k$$

با تعویض جرم سامانهٔ (۳) $\left(m_۳=\frac{m}{۲}\right)$ با جرم سامانهٔ (۱)، $(m_۱=m)$ بسامد زاویه‌ای سامانه‌ها به ترتیب خواهد شد:

$$\left.\begin{array}{l}\omega'_۱=\sqrt{\frac{k}{\frac{m}{۲}}}=\sqrt{۲}\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{۲}\omega_۱\\ \omega_۲=\sqrt{\frac{k}{\frac{m}{۲}}}=\sqrt{۲}\sqrt{\frac{k}{m}}\\ \omega'_۳=\sqrt{\frac{k_۱}{m}}=\sqrt{\frac{\frac{۱}{۲}k}{m}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{\frac{k}{m}}\end{array}\right\}\Rightarrow\omega'_۱=\omega_۲\quad,\quad\omega_۴=\sqrt{\frac{k_۲}{۴m}}=\sqrt{\frac{۸k}{۴m}}=\sqrt{۲}\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega_۴=\omega'_۱$$

بنابراین در این حالت با نوسان سامانه (۱) برای سامانه‌های (۲) و (۴) تشدید رخ می‌دهد.

۳۱۶- گزینهٔ ۴ (B) تشدید هنگامی رخ می‌دهد که دو نوسانگر هم‌بسامد باشند:

$$f_{\text{ف}}=f_{\text{آ}}$$

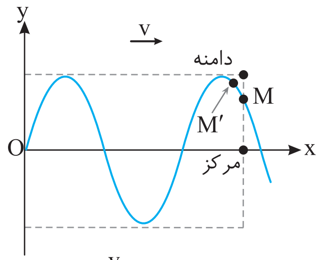
در سیارهٔ دیگر خواهیم داشت:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{l'}{l}}\times\sqrt{\frac{g}{g'}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{\frac{g}{\frac{1}{2}g}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\frac{f}{f'}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

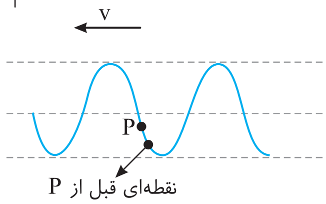
در این صورت باید بسامد سامانه جرم - فنر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر شود.

$$\frac{f}{f'}=\frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}}}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{\frac{k}{k'}}\Rightarrow k'=2k$$

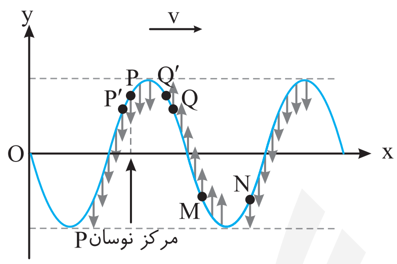
۳۱۷- گزینهٔ ۴ (B) در انتشار موج سینوسی در یک محیط، تمام ذره‌های محیط دارای حرکت هماهنگ ساده‌اند و هر ذره حرکت ذرهٔ قبل از خود را در راستای پیشروی موج تکرار می‌کند. به ذرهٔ قبل از M (یعنی M') روی شکل نگاه کنید، بالاتر از نقطهٔ M است، بنابراین نقطهٔ M رو به بالا در حرکت است و از مرکز نوسانش به سوی دامنه در حرکت است. هرگاه یک نوسانگر ساده از مرکز به سوی دامنه برود حرکتش کندشونده است، پس نقطهٔ M دارای حرکت کندشونده و رو به بالا است.



۳۱۸- گزینهٔ ۴ (B) پیشروی موج از راست به چپ است. در انتشار موج، هر ذره حرکت ذرهٔ قبل از خود در راستای پیشروی موج را تکرار می‌کند. با توجه به شکل، ذرهٔ قبل از P پایین‌تر از P است بنابراین P رو به پایین حرکت می‌کند. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و P در حال حرکت به سوی انتهای مسیرش است، بنابراین دارای حرکت کندشونده است.



۳۱۹- گزینهٔ ۱ (B) در انتشار موج در یک محیط، هر ذره حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند و ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است. هرگاه ذره به سوی انتهای مسیرش در حرکت باشد حرکت آن کندشونده و هرگاه به سوی مرکز نوسانش در حرکت باشد حرکت آن تندشونده است.



با توجه به شکل نقطهٔ P' قبل از نقطهٔ P پایین‌تر از P است از این‌رو:

ذرهٔ P در حال حرکت رو به پایین به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است.

نقطهٔ Q' نقطهٔ قبل از Q بوده و بالاتر از Q است از این‌رو:

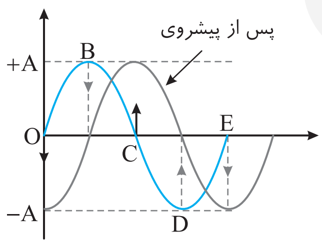
ذرهٔ Q در حال حرکت رو به بالا به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

برای نقاط M و N با همین استدلال می‌توان گفت:

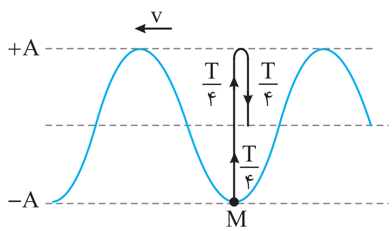
ذرهٔ M در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است.

ذرهٔ N در حال حرکت رو به پایین به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

۳۲۰- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل سؤال، چون در نقطهٔ A و همچنین نقطهٔ B، نقطهٔ قبل از A و B بالاتر قرار دارد و هر نقطه حرکت نقطهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند، پس A و B رو به بالا در حرکت بوده و دارای سرعت مثبت هستند. اما نقطهٔ B به مرکز نوسان (حالت تعادل) نزدیک‌تر است و دارای تندی بیشتری است.



۳۲۱- گزینهٔ ۳ (A) هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و پس از گذشت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنه یا از دامنه به مرکز می‌رود. پس نقطهٔ O پس از $\frac{T}{4}$ به $-A$ و نقطهٔ B به مرکز و C به $+A$ و D به مرکز و E به $-A$ می‌رود و شکل پس از پیشروی حاصل می‌شود.



۳۲۲- گزینهٔ ۱ (A) هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. مطابق شکل M در مکان $-A$ است و پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز می‌رود، بعد به $+A$ رفته و در $\frac{T}{4}$ آخر به مرکز بر می‌گردد، بنابراین پس از $\frac{3T}{4}$ در مرکز نوسان است.

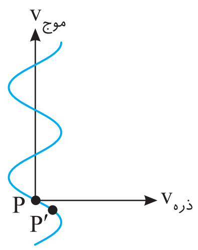
۳۲۳- گزینهٔ ۳ (A) موج با تندی ثابت در یک محیط منتشر می‌شود.

۳۲۴- گزینهٔ ۲ (A) تندی انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار موج بستگی دارد و در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌های آن یکسان است، تندی انتشار موج مقدار ثابتی است.

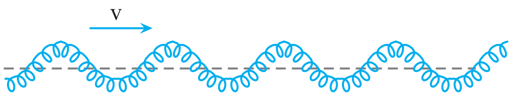
تندی انتشار موج به ویژگی‌های چشمهٔ موج مانند بسامد، دوره، شدت، انرژی و ... بستگی ندارد.

۳۲۵- گزینهٔ ۲ تندی انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، بنابراین نمودار آن برحسب زمان یک خط راست افقی است.

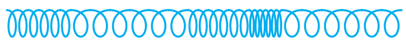
۳۲۶- گزینهٔ ۳ با توجه به $v_{\text{موج}}$، موج در امتداد قائم در حال پیشروی است، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. در گزینهٔ (۳) و (۴) امتداد پیشروی موج در امتداد قائم است و ذرات محیط در امتداد افقی به چپ و راست می‌روند.
با توجه به اینکه نقطهٔ P' که قبل از نقطهٔ P قرار دارد و در سمت راست P است پس P به سمت راست می‌رود و گزینهٔ (۳) درست اما گزینهٔ (۴) نادرست است.



۳۲۷- گزینهٔ ۲ امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

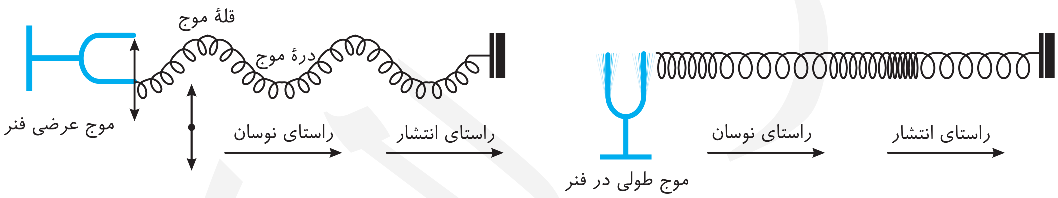


۱- امواج مکانیکی عرضی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است، مانند امواج منتشر شده در یک طناب و یا یک فنر.
امواج عرضی دارای برآمدگی و فرورفتگی هستند.
امواج مکانیکی عرضی تنها در جامدات منتشر می‌شوند.
۲- امواج مکانیکی طولی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق است.
در امواج مکانیکی طولی، نوسان‌ها به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی در محیط منتشر می‌شوند.
امواج مکانیکی طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز پیشروی می‌کنند.

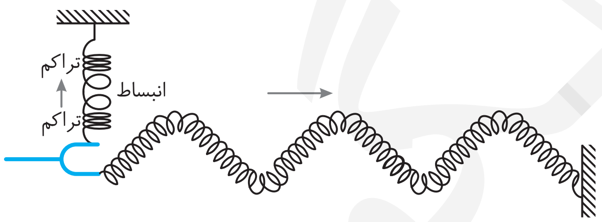


با توجه به تعاریف بیان شده گزینهٔ (۲) درست است.

۳۲۸- گزینهٔ ۳ در یک فنر می‌توان موج عرضی و همچنین موج طولی منتشر کرد.



۳۲۹- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل سؤال، نوسان ایجاد شده در فنر A در راستای محور قائم و راستای پیشروی موج نیز در همان راستا است. بنابراین موج منتشر شده در A طولی است. اما با بالا و پایین رفتن شاخه‌های دیاپازون، نوسان ذره‌های فنر B در راستای قائم و پیشروی موج در راستای افقی است بنابراین در فنر B موج عرضی است.



۳۳۰- گزینهٔ ۱ تندی انتشار موج در یک طناب برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم $(\mu=\frac{m}{l})$ می‌باشد، بنابراین تندی انتشار موج در طناب با جذر چگالی خطی جرم طناب نسبت وارون دارد.

۳۳۱- گزینهٔ ۱ تندی انتشار موج در تار برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است، که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم $(\mu=\frac{m}{l})$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}\Rightarrow\mu=\frac{۰/۱۶}{۰/۸}=۰/۲\,kg/m \quad , \quad v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲۰}{۰/۲}}=۱۰\,m/s$$

۳۳۲- گزینهٔ ۱ وقتی از این تار، طولی برابر $\frac{l}{۳}$ انتخاب شود، جرم آن نیز $\frac{m}{۳}$ است و چگالی خطی جرم تغییر نمی‌کند. با توجه به فرض پرسش، نیروی کشش نیز یکسان است. بنابراین v تغییر نمی‌کند. $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$

۳۳۳- گزینهٔ ۴ تندی پیشروی موج را به‌دست می‌آوریم.

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۲۰}{۴}=۵\,m/s$$

اکنون به کمک رابطهٔ تندی طناب، چگالی خطی جرم را حساب می‌کنیم.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow ۵=\sqrt{\frac{۲۵}{\mu}}\Rightarrow ۲۵=\frac{۲۵}{\mu}\Rightarrow\mu=۱\,kg/m\Rightarrow\mu=\frac{۱\,kg}{m}\times\frac{۱۰^۳\,g}{۱\,kg}\times\frac{۱\,m}{۱۰^۲\,cm}\Rightarrow\mu=۱۰\,g/cm$$

بنابراین هر سانتی‌متر آن $۱۰g$ جرم دارد.

۳۳۴- گزینهٔ ۱ (A)

تندی انتشار موج در یک سیم برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}\xrightarrow{m=\rho V}\mu=\frac{\rho V}{l}\xrightarrow{V=Al}\mu=\frac{\rho Al}{l}\Rightarrow\mu=\rho A$$

بنابراین تندی انتشار موج در سیم برابر خواهد شد با:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{4}{6.4\times10^{3}\times10^{-6}}}\Rightarrow v=25\,m/s$$

۳۳۵- گزینهٔ ۲ (B)

ابتدا تندی انتشار موج در سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{0.8}{0.02}\Rightarrow v=40\,m/s$$

تندی انتشار موج در یک سیم برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}=\frac{\rho V}{l}=\frac{\rho Al}{l}=\rho A\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

از طرفی سطح مقطع سیم برابر $A=\pi\frac{D^2}{4}$ است که در آن D قطر سیم می‌باشد. بنابراین:

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\Rightarrow 40=\frac{2}{10^{-3}}\sqrt{\frac{F}{3\times8\times10^{3}}}\Rightarrow F=9.6\,N$$

۳۳۶- گزینهٔ ۱ (B)

با توجه به رابطهٔ تندی انتشار موج در طناب با چگالی و سطح مقطع طناب، می‌توان نوشت:

$$v_1=v_2\Rightarrow\sqrt{\frac{F_1}{\rho_1A_1}}=\sqrt{\frac{F_2}{\rho_2A_2}}\xrightarrow{A_1=A_2}\frac{20}{\rho_1}=\frac{15}{\rho_2}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$$

۳۳۷- گزینهٔ ۳ (A)

طبق داده‌های مسأله داریم:

$$\mu=\frac{m}{l}\quad,\quad\mu'=\frac{0.8m}{\frac{5l}{4}}=0.64\frac{m}{l}=0.64\mu\xrightarrow[F=F']{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}=\sqrt{\frac{\mu}{0.64\mu}}=\frac{1}{0.8}=\frac{5}{4}$$

۳۳۸- گزینهٔ ۳ (B)

با توجه به رابطهٔ $v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{D_2}{D_1}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{D_2}{1.25D_2}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=0.8\Rightarrow v_1=0.8v_2\quad,\quad\frac{v_1-v_2}{v_2}\times100=\frac{0.8v_2-v_2}{v_2}\times100=-20\%$$

بنابراین تندی انتشار موج عرضی در طناب اول، ۲۰ درصد از تندی انتشار موج در طناب دوم کمتر است.

۳۳۹- گزینهٔ ۱ (B)

با توجه به رابطهٔ تندی انتشار موج در تار $v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{F_B}{F_A}}\times\sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}}\times\frac{D_A}{D_B}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{F}{4F}}\times\sqrt{\frac{4\rho_B}{\rho_B}}\times\frac{\frac{3}{2}D}{D}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\frac{3}{2}$$

۳۴۰- گزینهٔ ۲ (B)

رابطهٔ تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\\ v'=\sqrt{\frac{F'}{\mu}}\end{cases}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{200}{160}=\sqrt{\frac{F'}{128}}\Rightarrow\frac{5}{4}=\sqrt{\frac{F'}{128}}\Rightarrow\frac{25}{16}=\frac{F'}{128}\Rightarrow F'=200\,N$$

$$\Delta F=F'-F=200-128=72\,N$$

۳۴۱- گزینهٔ ۳ (A)

با توجه به رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$، وقتی ریسمان را دولا می‌کنیم سطح مقطع آن دو برابر و تندی موج در آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر می‌شود.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}}=\sqrt{\frac{A}{2A}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

البته می‌دانیم بسامد نقشی در تندی موج ندارد.

۳۴۲- گزینهٔ ۳ (B)

با عبور سیم از دستگاه، جرم سیم تغییر نکرده و با توجه به ثابت ماندن چگالی داریم:

$$\begin{cases}\rho=\rho'\\ m=m'\end{cases}\Rightarrow V=V'\Rightarrow Al=A'l'\xrightarrow{l'=1.44l}Al=A'\times(1.44l)\Rightarrow\frac{A}{A'}=1.44$$

حال با توجه به رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ داریم:

$$\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A'}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A}}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}}=\sqrt{1.44}\Rightarrow\frac{v'}{v}=1.2\Rightarrow v'=1.2v$$

بنابراین تندی ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

۳۴۳- گزینهٔ ۳ (A)

با توجه به رابطهٔ تندی موج در تار می‌توان نوشت:

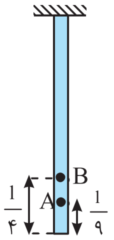
$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}\times\frac{A_1}{A_2}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{4F_1}{F_1}\times\frac{A_1}{0.64A_1}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{2}{0.8}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=2.5$$

۳۴۴- گزینهٔ ۲ (A) نیروی کشش سیم برابر وزن وزنهٔ متصل به آن است.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}=\sqrt{\frac{m'g}{mg}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{۲۵}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۲}$$

۳۴۵- گزینهٔ ۴ (B) نیروی کشش در نقطهٔ A برابر است با: $F_A=\frac{mg}{۹}$

نیروی کشش در نقطهٔ B برابر است با: $F_B=\frac{mg}{۴}$

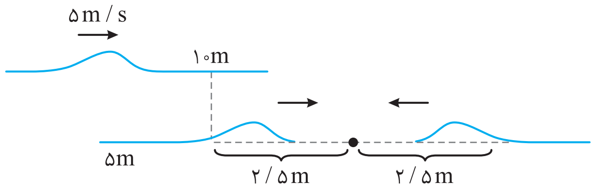


$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{\frac{mg}{۹}}{\frac{mg}{۴}}}=\frac{۲}{۳}$$

۳۴۶- گزینهٔ ۲ (B) تندی انتشار موج در طناب مقدار ثابتی بوده و برابر است با:

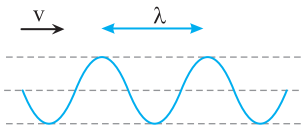
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{۵}{\frac{۲}{۱۰}}}\Rightarrow v=۵\,m/s$$

وقتی آشفتگی اول در طناب ایجاد می‌شود در مدت ۱s با تندی ۵m/s به اندازهٔ ۵m جابه‌جا می‌شود. با ایجاد آشفتگی دوم در سر دیگر طناب هر آشفتگی جابه‌جایی ۲/۵ متر را طی کرده تا به هم می‌رسند، بنابراین آشفتگی اول ۷/۵ متر و آشفتگی دوم ۲/۵ متر پیشروی کرده است.



۳۴۷- گزینهٔ ۴ (A) فاصلهٔ دو نقطهٔ هم‌فاز متوالی را که موج در مدت یک دوره طی می‌کند طول موج گویند:

$$\lambda=vT$$



بنابراین در مدت نیم‌دورهٔ نوسان هر ذره از محیط، موج مسافتی را به اندازهٔ نصف طول موج می‌پیماید.

۳۴۸- گزینهٔ ۳ (A) طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$\lambda=vT\xrightarrow{T=\frac{۱}{f}}\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow ۰/۵=\frac{v}{۱۰۰}\Rightarrow v=۵۰\,m/s\quad,\quad \Delta x=v\Delta t\Rightarrow ۱۰=۵۰(\Delta t)\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۵}\,s$$

۳۴۹- گزینهٔ ۴ (A) فاصلهٔ یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر نصف طول موج است از این‌رو $\frac{\lambda}{۲}=۱۵cm$ و $\lambda=۳۰cm$ می‌باشد. دوره را به‌دست می‌آوریم.

$$\lambda=vT\Rightarrow ۰/۳=۶T\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰}\,s$$

هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا تندی یک نوسانگر برای نخستین بار از صفر به بیشینه مقدار برسد برابر $\frac{T}{۴}$ است. از این‌رو:

$$\Delta t=\frac{T}{۴}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۸۰}\,s$$

۳۵۰- گزینهٔ ۲ (B) در هر نوسان، ذره چهار برابر دامنه $(۴A)$ مسافتی طی می‌کند در این صورت مسافت طی شده در هر نوسان $۴\times ۲=۸cm$ است پس تعداد نوسان‌ها در مدت ۰/۲s، دو نوسان کامل ($\frac{۱۶}{۸}=۲$) است از این رو دوره خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۰/۲}{۲}\Rightarrow T=۰/۱\,s$$

اکنون تندی پیشروی موج را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{۱/۵}{۰/۱}=۱۵\,m/s$$

پیشروی موج در مدت ۰/۲s خواهد شد:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\Delta x=۱۵\times ۰/۲\Rightarrow\Delta x=۳m$$

۳۵۱- گزینهٔ ۱ (A) تندی موج از ویژگی‌های محیط است، بنابراین تندی انتشار دو موج در محیط یکسان است و بسامد با طول موج نسبت وارون دارد.

$$v=f\lambda\Rightarrow\frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۱}{۴}$$

۳۵۲- گزینهٔ ۳ (A) تندی پیشروی موج را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۱۲}{۳۰\times ۱۰^{-۳}}}\Rightarrow v=۲۰\,m/s$$

در این صورت طول موج خواهد شد:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۲۰}{۱۰۰}=۰/۲m=۲۰cm$$

۳۵۳- گزینهٔ ۲ (B) بسامد چشمه تغییر نکرده است، بنابراین:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{f'=f}\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\sqrt{\frac{۴F}{F}}=۲$$

۳۵۴- گزینه ۲ (B) نیروی کشش تار $F'=F-۰/۵۱F=۰/۴۹F$ شده است و تندی انتشار موج در تار خواهد شد: $\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{۰/۴۹F}{F}}\Rightarrow v'=۰/۷v$

طول موج برابر است با: $\lambda=\frac{v}{f},\lambda'=\frac{v'}{f'}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{v'}{v}\times\frac{f}{f'}\Rightarrow\frac{\lambda'}{۴}=۰/۷\times\frac{۵۰}{۱۰۰}\Rightarrow\lambda'=۱/۴m$

در این صورت فاصله قله از دره مجاورش خواهد شد: $\frac{\lambda'}{۲}=۰/۷m$

۳۵۵- گزینه ۱ (B) ابتدا دورهٔ تناوب نوسان‌ساز که در اینجا یک سامانه جرم - فنر فرض شده است به‌دست می‌آوریم.

تندی پیشروی موج در طناب را حساب می‌کنیم: $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۵}s$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲۰۰}{۲۰\times۱۰^{-۳}}}\Rightarrow v=۱۰۰m/s$$

طول موج خواهد شد: $\lambda=vT\Rightarrow\lambda=۱۰۰\times\frac{\pi}{۵}=۲۰\pi m\xrightarrow{\text{فاصلهٔ بین یک قله و دره مجاورش } \lambda/۲ \text{ است.}}\frac{\lambda}{۲}=\frac{۲۰\pi}{۲}=۱۰\pi m$

۳۵۶- گزینه ۳ (A) بیشینهٔ تندی ذرات طناب در نوسان برابر $v'=A\omega$ و تندی پیشروی موج $v=f\lambda$ است در این صورت:

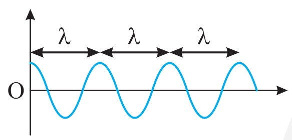
$$\frac{v}{v'}=\frac{f\lambda}{A\omega}\Rightarrow\frac{v}{v'}=\frac{f\lambda}{A(۲\pi f)}\Rightarrow\frac{v}{v'}=\frac{\lambda}{۲\pi A}$$

۳۵۷- گزینه ۲ (B) فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است، بنابراین $\lambda=۱m$ است.

اختلاف زمانی دو ضربهٔ متوالی موج برابر دوره است،پس دوره برابر $T=۲s$ خواهد بود. به این ترتیب تندی انتشار موج را به‌دست می‌آوریم.

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{۱}{۲}m/s\quad,\quad\Delta x=v\Delta t\Rightarrow۱۲۰=\frac{۱}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta t=۲۴۰s=۴\,min$$

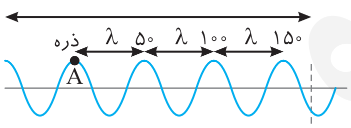
۳۵۸- گزینه ۳ (B) با توجه به شکل گزینهٔ (۳) که فاصلهٔ صفر تا M، $\frac{۶}{۲}\lambda=۳\lambda$ است درست می‌باشد.



۳۵۹- گزینه ۲ (B) اگر بخواهیم نقاط A و B دو ستیغ متوالی شوند باید فاصلهٔ آن‌ها از هم برابر یک طول موج شود یعنی طول موج باید در این حالت $\lambda'=۷۵cm$ شود ابتدا طول موج $۵۰cm$ بوده است از این رو:

$$\frac{f'}{f}=\frac{\frac{v}{\lambda'}}{\frac{v}{\lambda}}=\frac{\lambda}{\lambda'}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{۵۰}{۷۵}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{۲}{۳}$$

۳۶۰- گزینه ۳ (B) در انتشار موج وقتی ذرهٔ A در دامنهٔ مثبت است مطابق شکل تمام ذره‌هایی که فاصلهٔ آن‌ها از A مضرب صحیحی از طول موج است هم‌زمان در دامنهٔ مثبت قرار دارند.

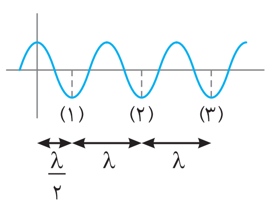


ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم. $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۱۰۰}{۲۰۰}=۰/۵m=۵۰cm$

بنابراین نقاطی که در فاصلهٔ $۵۰cm$، $۱۰۰cm$، $۱۵۰cm$ و ... از A قرار دارند هم‌زمان با ذرهٔ A در دامنهٔ مثبت قرار دارند، بنابراین سه ذره در بین A و B قرار دارد.

۳۶۱- گزینه ۱ (B) نزدیک‌ترین فاصلهٔ دو نقطه که هم‌زمان یکی دامنهٔ مثبت و دیگری در دامنهٔ منفی باشد یعنی یکی ستیغ و دیگری پاستیغ باشد $\frac{\lambda}{۲}$ است. طول موج را به‌دست می‌آوریم: $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۴}{۲۰}=۰/۲m\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۰/۱m$

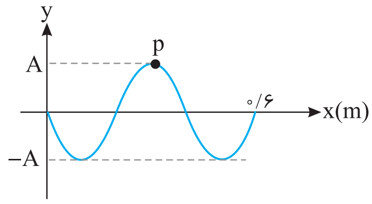
۳۶۲- گزینه ۲ (B) با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت: $۵\frac{\lambda}{۲}=۱۴\Rightarrow\lambda=\frac{۲۸}{۵}=۵/۶cm$



دوره را به‌دست می‌آوریم: $\omega=۴۰\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=۴۰\pi\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰}s$

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{۰/۰۵۶}{\frac{۱}{۲۰}}\Rightarrow v=۱/۱۲m/s$$

۳۶۳- گزینه ۲ (A) دقت کنید که OM روی محور زمان است و زمان یک نوسان کامل برابر دوره است.



۳۶۴- گزینهٔ ۴ طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$۳\frac{\lambda}{۲}=۰/۶ \Rightarrow \lambda=۰/۴m=۴۰cm$$

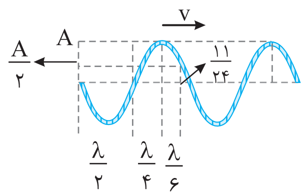
ذره‌ای در فاصلهٔ $۳۰cm$ از چشمه، نقطه‌ای مانند P است که در $t=۰$ بُعد آن $+A$ است و این نقطه شبیه نوسانگر ساده‌ای است که از داستان مثبت شروع به حرکت کرده و نمودار مکان زمان آن یک نمودار کسینوسی است که گزینهٔ (۴) تنها گزینه‌ای است که این موضوع را نشان می‌دهد.

۳۶۵- گزینهٔ ۳ طول موج و دوره خواهد شد:

$$\frac{۵T}{۴}=۰/۴\Rightarrow T=\frac{۱۶}{۵۰}s \xrightarrow{v=\frac{\lambda}{T}} v=\frac{۸}{\frac{۱۶}{۵۰}}\Rightarrow v=۲۵m/s \quad , \quad \frac{۷\lambda}{۴}=۱۴\Rightarrow \lambda=۸m$$

نیروی کشش را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow ۲۵=\sqrt{\frac{F}{۴\times۱۰^{-۲}}}\Rightarrow ۶۲۵=\frac{F}{۴\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow F=۲۵N \quad\quad \mu=\frac{m}{l}\Rightarrow \mu=\frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۱۰\times۱۰^{-۲}}=۴\times۱۰^{-۲}kg/m$$

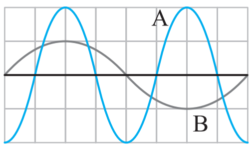


۳۶۶- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل و بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت:

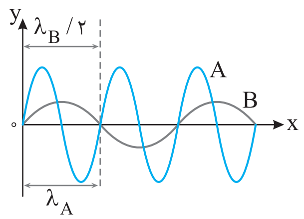
$$\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۶}=\frac{۱۱}{۲۴}\Rightarrow \frac{۶\lambda+۳\lambda+۲\lambda}{۱۲}=\frac{۱۱}{۲۴}\Rightarrow \lambda=۰/۵m$$

تندی انتشار موج برابر است با:

$$v=f\lambda=۵۰\times۰/۵=۲۵m/s$$

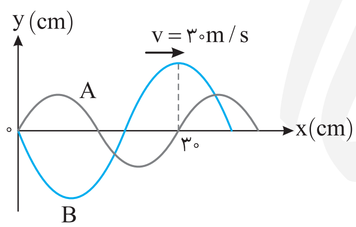


۳۶۷- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل فاصلهٔ دو ستیغ در موج A (λ_A) برابر فاصلهٔ ستیغ از پاستیغ در موج B $(\frac{\lambda_B}{۲})$ است. بنابراین $\lambda_A=\frac{\lambda_B}{۲}$ و ارتفاع ستیغ A دو برابر B است. بنابراین $A_A=۲A_B$ است.



۳۶۸- گزینهٔ ۲ تندی انتشار موج در یک محیط به جنس و ویژگی‌های محیط بستگی دارد و تندی دو موج یکسان است اما با توجه به شکل طول موج B دو برابر طول موج A است از این رو:

$$\lambda_B=۲\lambda_A \xrightarrow{T=\frac{\lambda}{v}} T_B=۲T_A \Rightarrow T_A=\frac{T_B}{۲}$$



۳۶۹- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل داریم:

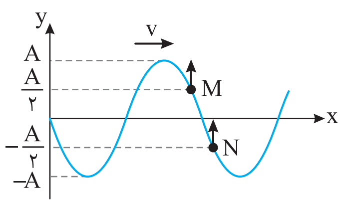
$$\lambda_A=۳۰cm=۰/۳m \xrightarrow{v=\lambda/T} ۳۰=\frac{۰/۳}{T_A}\Rightarrow T_A=۰/۰۱s$$

$$\frac{۳}{۴}\lambda_B=\lambda_A \Rightarrow \frac{۳}{۴}\lambda_B=۳۰\Rightarrow \lambda_B=۴۰cm=۰/۴m \xrightarrow{v=\lambda T} ۳۰=\frac{۰/۴}{T_B}\Rightarrow T_B=\frac{۴}{۳۰۰}s$$

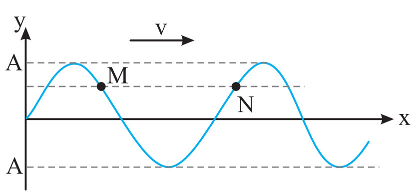
حال با توجه به این که $T=\frac{t}{n}$، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت $۲۰s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۰/۰۱=\frac{۲۰}{n_A}\Rightarrow n_A=۲۰۰۰ \\ \frac{۴}{۳۰۰}=\frac{۲۰}{n_B}\Rightarrow n_B=۱۵۰۰ \end{cases} \Rightarrow n_A-n_B=۵۰۰ \text{ نوسان}$$

۳۷۰- گزینهٔ ۲ مکان دو ذرهٔ M و N از محیط نسبت به مرکز نوسانشان یکسان و قرینه است. پس تندی در آن نقطه‌ها برابر بوده و در نتیجه گزینهٔ (۲) درست می‌باشد. M در حال حرکت کندشونده و رو به بالا و N در حال حرکت کندشونده رو به پایین است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست می‌باشند. M و N بین دو قله متوالی قرار دارند و فاصلهٔ آن‌ها از هم کمتر از λ است و گزینهٔ (۴) نادرست است.



۳۷۱- گزینهٔ ۳ هر دو نقطهٔ M و N در حال حرکت رو به بالا هستند و سرعت آن‌ها در یک جهت و هم علامت است، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. فاصلهٔ نقاط M و N از مرکز نوسان یکسان است از این رو بزرگی شتاب این دو نوسانگر (نقاط N و M) یکی خواهد بود و گزینهٔ (۳) درست است. M در حال حرکت رو به بالا به طرف دامنه است و نقطهٔ N در حال حرکت رو به بالا به طرف مرکز نوسان است بنابراین M و N هم‌زمان از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینهٔ (۴) نادرست است. با همین استدلال گزینهٔ (۲) نیز نادرست است.

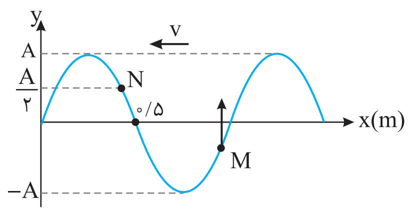


۳۷۲- گزینهٔ ۴ نقطهٔ M در حال حرکت رو به بالا و نقطهٔ N در حال حرکت رو به پایین است، بنابراین در یک لحظه از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

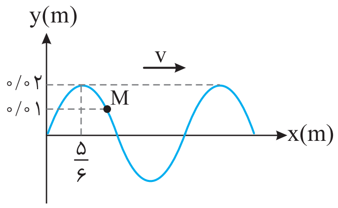
حرکت M رو به بالا و در حال دور شدن از حالت تعادلش بوده و کندشونده است و N دقیقاً برعکس آن و دارای حرکت تندشونده است، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

جهت حرکت هر دو، قرینهٔ هم (M رو به بالا و N رو به پایین) است و در یک مکان دو نوسانگر دارای تندی یکسان هستند اما سرعت آن‌ها قرینه است و گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.

۳۷۳- گزینهٔ ۲ بسامد تمام نقاط محیط یکسان است و دامنهٔ نقاط مختلف برای یک موج عرضی که در یک بُعد در حال انتشار است، با صرف‌نظر از اتلاف انرژی نیز برای تمام نقاط یکسان است. با توجه به جهت پیشروی موج N در حال حرکت رو به پایین با حرکت کندشونده است اما M در حال حرکت رو به بالا با حرکت تندشونده است بنابراین در لحظه‌های مختلف مکان و سرعت آن‌ها یکسان نیست و گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است.



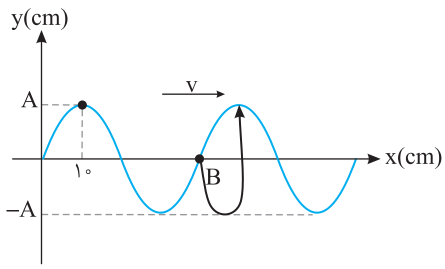
۳۷۴- گزینهٔ ۴ در انتشار موج در یک محیط، نقطه‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند و هر نقطه حرکت نقطهٔ قبل از خود را در جهت پیشروی موج تکرار می‌کند.
وقتی به نقطهٔ M می‌نگریم، نقطهٔ سمت راستش بالاتر از M است و با توجه به صورت پرسش، نقطهٔ M در حال بالا رفتن است، بنابراین موج باید از راست به چپ یعنی در خلاف جهت محور x ها در حال پیشروی باشد. طول موج خواهد شد: $\frac{\lambda}{2}=0/5\Rightarrow\lambda=1\,m$



۳۷۵- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل طول موج و سپس دوره را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\lambda}{4}=\frac{5}{6}\Rightarrow\lambda=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}m\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}=\frac{\frac{10}{3}}{10}\Rightarrow T=\frac{1}{3}s$$

تعداد نوسانات در هر ثانیه یعنی بسامد در این صورت: $f=\frac{1}{T}=3Hz$

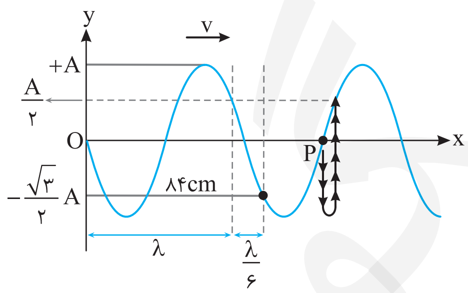


۳۷۶- گزینهٔ ۴ با توجه به نقش موج: $\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=40cm=0/4m$

دوره را حساب می‌کنیم: $\lambda=vT\Rightarrow T=\frac{\lambda}{v}=\frac{0/4}{10}=0/04s$

با توجه به نقش موج ذرهٔ قبل از B، از B پایین‌تراست پس B رو به پایین در حرکت بوده، ابتدا به مکان $y=-A$ می‌رود و سپس به مکان $y=+A$ خواهد رفت که این جابه‌جایی به اندازهٔ $\Delta t=\frac{3T}{4}$ طول می‌کشد.

$$\Delta t=\frac{3T}{4}\Rightarrow\Delta t=\frac{3}{4}\times0/04\Rightarrow\Delta t=0/03s$$

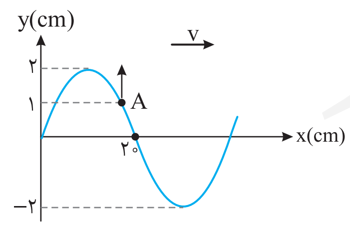


۳۷۷- گزینهٔ ۱ با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت.

$$\lambda+\frac{\lambda}{6}=84\Rightarrow\frac{7\lambda}{6}=84\Rightarrow\lambda=72cm\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0/72}{50}\Rightarrow T=1/44\times10^{-2}s$$

اکنون به مسیر حرکت P دقت کنید. P در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنهٔ $-A$ می‌رود و پس از $\frac{T}{4}$ دیگر به تعادلش بازمی‌گردد و از محل تعادل در مدت $\frac{T}{12}$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود از این‌رو:

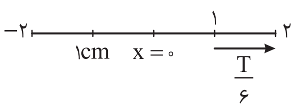
$$\Delta t=\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{7T}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{7}{12}\times1/44\times10^{-2}\Rightarrow\Delta t=8/4\times10^{-3}s$$



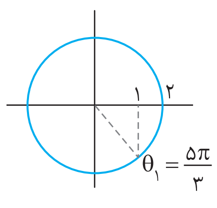
۳۷۸- گزینهٔ ۱ طول موج و دوره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{2}=20\Rightarrow\lambda=40cm=0/4m\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0/4}{10}\Rightarrow T=\frac{4}{100}s$$

مشخص می‌کنیم که $\Delta t=\frac{1}{150}s$ چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{150}}{\frac{4}{100}}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{1}{6}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{6}$



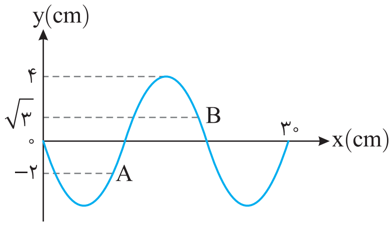
راه‌حل اول: ذرهٔ A از مکان $\frac{A}{2}=1\,cm$ در حال حرکت رو به بالاست با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده ذرهٔ A در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان $\frac{+A}{2}$ به $+A$ می‌رسد یعنی $x=2cm$ می‌شود.



راه‌حل دوم: این بار مجدداً مکان ذرهٔ A را به کمک رسم دایره مثلثاتی به‌دست می‌آوریم. ابتدا کمان معادل مکان را روی دایره مشخص می‌کنیم.

$$\theta_2-\theta_1=\omega(t_2-t_1)\Rightarrow\theta_2-\theta_1=\omega(\Delta t)=\frac{2\pi}{T}(\Delta t)\Rightarrow\theta_2-\frac{5\pi}{3}=\frac{2\pi}{\frac{4}{100}}\times\frac{1}{150}\Rightarrow\theta_2-\frac{5\pi}{3}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\theta_2=2\pi$$

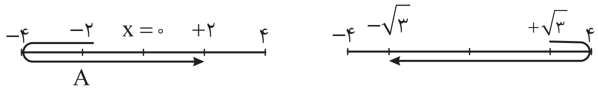
معادل مکانی 2π، $x=+A=2cm$ است.



۳۷۹- گزینهٔ ۲ Ⓑ طول موج برابر است با:

$$3\frac{\lambda}{2}=30\Rightarrow\lambda=20cm\xrightarrow{v=\lambda/T}T=\frac{0.2}{8}\Rightarrow T=\frac{1}{40}s$$

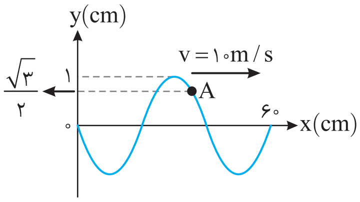
بازهٔ زمانی $\frac{1}{80}s$ نصف دوره $(T=\frac{1}{40}s)$ است و در مدت نصف دوره مسیر ذرهٔ A و ذرهٔ B مطابق شکل‌های زیر است.



(مسیر A)　　(مسیر B)

$$\Delta y_A=2+2=4$$

$$|\Delta y_B|=\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}\Rightarrow\frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

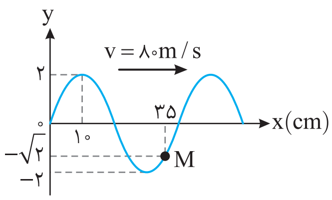


۳۸۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$3\frac{\lambda}{2}=60\Rightarrow\lambda=40cm=0.4m\Rightarrow T=\frac{\lambda}{v}=\frac{0.4}{10}=\frac{1}{25}s\xrightarrow{\omega=2\pi/T}\omega=\frac{2\pi}{\frac{1}{25}}=50\pi\ rad/s$$

شتاب نقطهٔ A با توجه به مکان آن $x=+\frac{\sqrt{3}}{2}cm$ خواهد شد:

$$|a|=\omega^2x\Rightarrow|a|=(50\pi)^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times10^{-2}\Rightarrow|a|=2500\pi^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times10^{-2}\Rightarrow|a|=125\sqrt{3}m/s$$

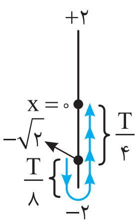


۳۸۱- گزینهٔ ۱ Ⓑ با توجه به شکل:

$$\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=40cm=0.4m$$

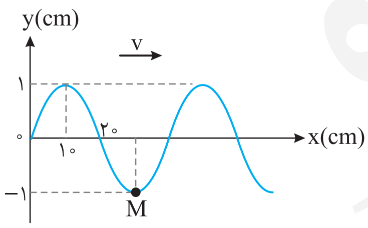
دوره خواهد شد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{80}{0.4}\Rightarrow f=200Hz\Rightarrow T=\frac{1}{200}s$$



با توجه به جهت پیشروی موج ذرهٔ M در حال حرکت به سمت دامنهٔ منفی است بنابراین به کمک رسم مسیر حرکت M تا گذر از مرکز تعادل (جایی که سرعت بیشینه است) و بازه‌های زمانی شناخته شده زمان را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta t=\frac{T}{8}+\frac{T}{4}=\frac{3T}{8}\Rightarrow\Delta t=\frac{3}{8}\times\frac{1}{200}\Rightarrow\Delta t=\frac{3}{1600}s$$



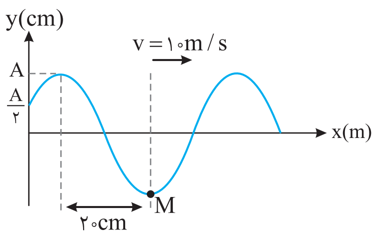
۳۸۲- گزینهٔ ۴ Ⓒ با توجه به نقش موج:

$$\frac{\lambda}{2}=20\Rightarrow\lambda=40cm=0.4m$$

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0.4}{4}\Rightarrow T=0.1s\xrightarrow{\omega=2\pi/T}\omega=\frac{2\pi}{0.1}\Rightarrow\omega=20\pi\ rad/s$$

نقطهٔ M دارای حرکت هماهنگ ساده است و در لحظهٔ $t=0$ در مکان $-A$ قرار دارد و در حال حرکت رو به بالا است. دقت کنید $\frac{t}{T}=\frac{0.025}{0.1}=\frac{1}{4}$ است یعنی بازهٔ زمانی $0.025s$ برابر $\frac{T}{4}$ است و در این مدت نقطهٔ M از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رسد و دارای تندی بیشینهٔ مثبت است.

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=0.01\times20\pi=0.2\pi\ m/s=20\pi\ cm/s$$



۳۸۳- گزینهٔ ۲ Ⓑ طول موج و سپس دوره را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\lambda}{2}=20cm\Rightarrow\lambda=40cm=0.4m\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0.4}{10}\Rightarrow T=\frac{4}{100}s$$

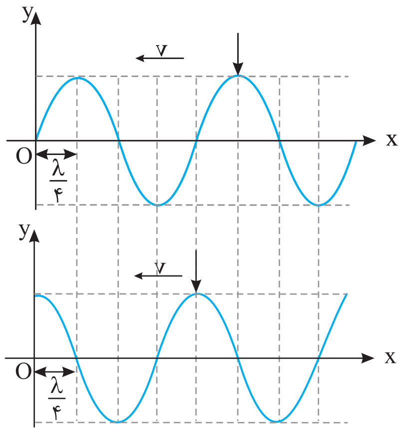
مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{100}s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{100}}{\frac{4}{100}}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{4}$$

با توجه به شکل در مدت $\frac{T}{4}$، M از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رود و حرکتش تندشونده است.

۳۸۴- گزینهٔ ۳ (B) در مدت $\frac{T}{۴}$، موج به اندازهٔ $\frac{\lambda}{۴}$ پیشروی می‌کند. یعنی برآمدگی و فرورفتگی‌های موج نسبت به حالت اول با توجه به جهت پیشروی موج $\frac{\lambda}{۴}$ جابه‌جا می‌شوند.

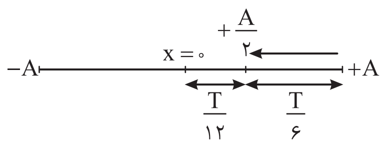
در مدت $T/۴$ نقطهٔ O از حالت تعادلش به دامنهٔ $+A$ می‌رود و نقطهٔ M از دامنهٔ $+A$ به مرکز می‌رود و نقش موج شکل روبه‌رو به دست می‌آید. تنها گزینهٔ (۳) این گونه است.



نقش موج در لحظهٔ t

نقش موج در لحظهٔ $t+\frac{T}{۴}$

۳۸۵- گزینهٔ ۲ (B) به نقطهٔ O نگاه کنید نقطهٔ O در حال حرکت رو به پایین است و در مدت $\frac{T}{۶}$ از مکان $+A$ به مکان $\frac{+A}{۲}$ می‌رود. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. در گزینهٔ (۱) پس از $\frac{T}{۶}$ نقطهٔ O در حال حرکت رو به بالاست اما در گزینهٔ (۲) نقطهٔ O در حال حرکت رو به پایین است و گزینهٔ (۲) درست می‌باشد.

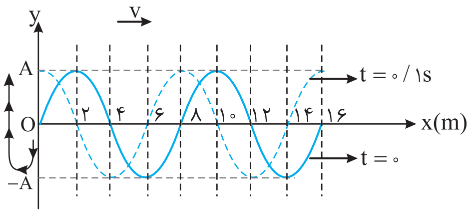


۳۸۶- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به جهت سرعت انتشار موج نقطهٔ O در حال پایین رفتن است و مطابق شکل ۰/۱s معادل $۳\frac{T}{۴}$ می‌باشد از این‌رو دوره خواهد شد:

$$۳\frac{T}{۴}=۰/۱\Rightarrow T=\frac{۴}{۳۰}s\Rightarrow f=\frac{۳۰}{۴}=۷/۵Hz$$

با توجه به شکل $\lambda=۸m$ است ازین‌رو:

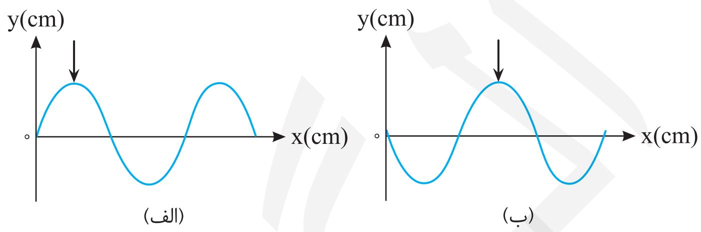
$$v=f\lambda\Rightarrow v=۷/۵\times ۸=۶۰m/s$$



۳۸۷- گزینهٔ ۳ (A) برای نمایش یک نقطه از موج که در حال پیشروی در یک محیط است، آن را با یک فلش مشخص می‌کنند. در شکل (الف)، نقطهٔ مورد نظر در فاصلهٔ $\frac{\lambda}{۴}$ از مبدأ قرار دارد و در بازهٔ $\Delta t=t_۲-t_۱$ به فاصلهٔ $\frac{۳\lambda}{۴}$ از مبدأ رسیده است (شکل ب). در این مدت موج $\frac{۳\lambda}{۴}-\frac{\lambda}{۴}=\frac{\lambda}{۲}$ پیشروی می‌کند و $\frac{\lambda}{۲}$ را موج در $\frac{T}{۲}$ طی خواهد کرد.

از این رو می‌توان نوشت:

$$T=\frac{۱}{f}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۲}=\frac{۱}{۱۰۰}s=۱۰^{-۲}s$$

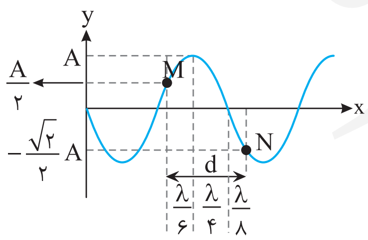


۳۸۸- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده مسافت طی شده را بر حسب طول موج به دست می‌آوریم.

$$d=\frac{\lambda}{۶}+\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۸}=\frac{۴\lambda+۶\lambda+۳\lambda}{۲۴}\Rightarrow d=\frac{۱۳}{۲۴}\lambda$$

نکته مهم این است که موج، مسافت λ را در مدت یک دوره (T) طی می‌کند بنابراین مسافت $\frac{۱۳\lambda}{۲۴}$ را درمدت $\frac{۱۳}{۲۴}T$ طی‌می‌کندازاین‌رو:

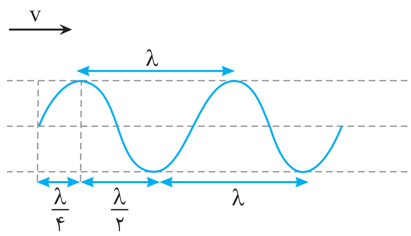
$$\frac{۱۳T}{۲۴}=۰/۲۶\Rightarrow T=۰/۴۸s\xrightarrow{n=\frac{t}{T}}n=\frac{۱/۶\times۶۰}{۰/۴۸}=۲۰۰$$



۳۸۹- گزینهٔ ۲ (A) در موج عرضی، راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است و در شکل ظاهری موج عرضی، برآمدگی و فرورفتگی قابل مشاهده است.

در موج عرضی فاصلهٔ بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج (λ) بوده و فاصلهٔ بین یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{۲}$ است. در این پرسش، کافی است طول موج را به‌دست آوریم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۰/۵}{۲/۵}\Rightarrow\lambda=۰/۲m=۲۰cm$$



۳۹۰- گزینهٔ ۴ فاصلهٔ جبهه‌های موج برآمده از یکدیگر λ و فاصله برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{۲}$ است. از این رو با توجه به شکل:

$$۵\frac{\lambda}{۲}=۰/۶\Rightarrow\lambda=\frac{۱/۲}{۵}\Rightarrow\lambda=۰/۲۴m$$

در این صورت بسامد خواهد شد:

$$v=f\lambda\Rightarrow ۰/۶=f\times ۰/۲۴\Rightarrow f=۲/۵Hz$$

۳۹۱- گزینهٔ ۲ در شکل B، فاصلهٔ جبهه‌های موج بیشتر است بنابراین طول موج در تشت موج B از طول موج در تشت موج A بلندتر است. چشمه‌های موج مشابه بوده یعنی بسامد یکسان است از این رو:

$$\begin{cases}\lambda_B>\lambda_A\\ f_B=f_A\end{cases}\Rightarrow v_B>v_A$$

تندی امواج در سطح آب به عمق آب بستگی دارد و در عمق بیشتر تندی امواج بیشتر است، بنابراین عمق تشت موج B از عمق تشت موج A بیشتر است.

۳۹۲- گزینهٔ ۱ انرژی امواج مکانیکی با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است.

۳۹۳- گزینهٔ ۲ مقدار متوسـط آهنگ انتقال انرژی با مربع دامنه $(A^۲)$ و مربع بسـامد $(f^۲)$ متناسـب اسـت، بنابراین با دو برابر شدن A و نصف شدن بسامد مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی تغییر نمی‌کند (دقت کنید با دو برابر شدن دوره بسامد نصف می شود.)

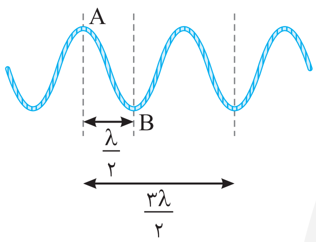
۳۹۴- گزینهٔ ۲ با توجه به شـکل مسـأله، دامنهٔ نوسـان ذرات محیط در موج A برابر ۲cm و دامنهٔ نوسـان ذرات در موج B برابر $۲\sqrt{۲}cm$ اسـت. همچنین، می‌توان گفت نصف طول موج A برابر $\frac{۳}{۴}$ طول موج B است. بنابراین:

$$\frac{۱}{۲}\lambda_A=\frac{۳}{۴}\lambda_B\Rightarrow\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{۲}{۳}\quad,\quad\frac{A_B}{A_A}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}$$

با توجه به این‌که هر دو موج در طناب واحدی منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار هر دو موج یکسان می‌باشد. می‌توان نوشت:

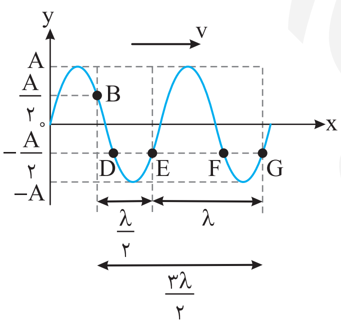
$$\begin{cases}v_A=\lambda_A f_A\\ v_B=\lambda_B f_B\end{cases}\xrightarrow{v_A=v_B}\lambda_A f_A=\lambda_B f_B\Rightarrow\frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۳}{۲}\quad,\quad\frac{E_B}{E_A}=(\frac{A_B}{A_A})^۲\times(\frac{f_B}{f_A})^۲=(\sqrt{۲})^۲\times(\frac{۳}{۲})^۲=۲\times\frac{۹}{۴}=\frac{۹}{۲}$$

۳۹۵- گزینهٔ ۴ اگر A قله اسـت باید B دره باشـد. با توجه به شـکل موج که رسـم کرده‌ایم، فاصله A تا B می‌تواند $\frac{\lambda}{۲}$، $\frac{۳\lambda}{۲}$ و $\frac{۵\lambda}{۲}$ و ... باشد. از این رو:

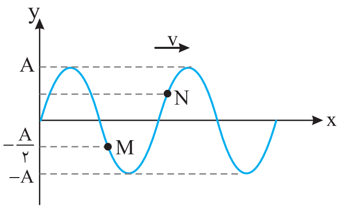


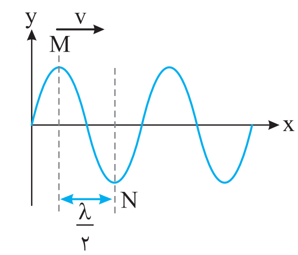
$$\frac{\lambda}{۲}=۴۵\Rightarrow\lambda=۹۰cm\ ,\ \frac{۳\lambda}{۲}=۴۵\Rightarrow\lambda=۳۰cm\ ,\ \frac{۵\lambda}{۲}=۴۵\Rightarrow\lambda=۱۸cm\ ,\cdots$$

۳۹۶- گزینهٔ ۳ با توجه به جهت پیشـروی موج نقطهٔ B در حال حرکت رو به بالا اسـت و نقاط D و F هم در حال حرکت رو به بالا هسـتند وقتی B به دامنهٔ +A می‌رسـد، قطعاً آن‌ها به دامنهٔ −A نمی‌رسـند اما نقاط E و G هـر دو در حـال حرکـت رو به پایین هسـتند و در بازهٔ زمانی که B از $\frac{+A}{۲}$ به +A مـی‌رود قطعاً نقاط E و G نیز از $\frac{-A}{۲}$ به −A می‌روند و گزینهٔ (۳) درست است.



۳۹۷- گزینهٔ ۲ اگر به نقش موج دقت کنید فاصله یک قله از دره $\frac{\lambda}{۲}$ است و وقتی M در حال حرکت به سوی پایین است نقطهٔ N در حال حرکت رو به بالاست و وقتی M از مرکز نوسانش می‌گذرد N نیز از مرکز نوسان می‌گذرد. اکنون به نقش موج مسأله نگاه کنید. M و N، $\frac{\lambda}{۲}$ از هم فاصله دارند و M در حال حرکت رو به بالا و N نیز در حال حرکت رو به پایین است و همان‌گونه که گفتیم باید با هم از مرکز نوسان بگذرند بنابراین اگر M در $\frac{-A}{۲}$ به سوی مرکز در حرکت است باید N در $\frac{+A}{۲}$ به سوی مرکز در حرکت باشد و گزینهٔ (۲) درست است.





۳۹۸- گزینهٔ ۲ کمینه فاصلهٔ بین یک دره و یک قله $\frac{\lambda}{2}$ است.

$$\frac{\lambda}{2}=0/2\Rightarrow\lambda=0/4m$$

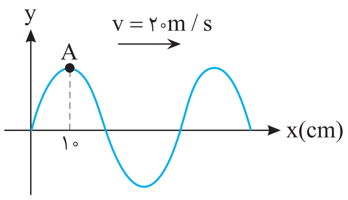
بسامد نوسان ذره‌های محیط برابر است با:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{4}{0/4}=10Hz \quad , \quad \omega=2\pi f=2\pi\times10=20\pi$$

با توجه به رابطهٔ شتاب بیشینه، دامنهٔ حرکت خواهد شد:

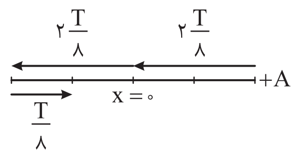
$$a_m=A\omega^2\Rightarrow320=A(400\times10)\Rightarrow A=0/08m\Rightarrow A=8cm$$

۳۹۹- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=40cm=0/4m \quad , \quad \lambda=vT\Rightarrow0/4=20T\Rightarrow T=0/02s$$

هر نقطه از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادلش جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

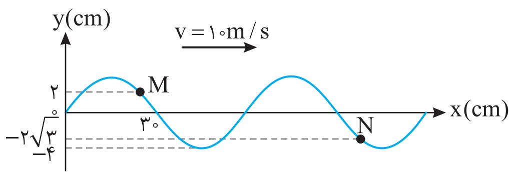


ابتدا مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{80}s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{80}}{\frac{2}{100}}=\frac{5}{8}\Rightarrow\Delta t=\frac{5}{8}T$$

ذرهٔ A در مدت $\frac{T}{4}=\frac{2T}{8}$ یکبار از مرکز نوسان می‌گذرد و در مدت $\frac{3T}{8}$ باقی مانده دیگر از مبدأ گذر نمی‌کند بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۴۰۰- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل طول موج دوره را حساب می‌کنیم.

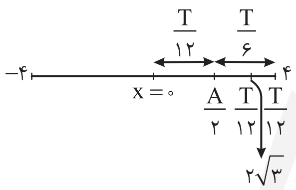


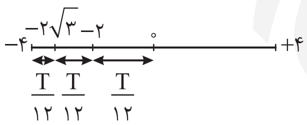
$$\frac{\lambda}{2}=30\Rightarrow\lambda=60cm=0/6m \quad , \quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0/6}{10}=0/06s$$

مشخص می‌کنیم مدت زمان $\frac{1}{200}s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{200}}{\frac{6}{100}}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{12}$$

با توجه به جهت پیشروی موج ذرهٔ M از مکان $x=2cm$ در جهت رو به بالا در حرکت است و با توجه به بازه‌های زمانی شـناخته شـده نقطهٔ M بعد از $\frac{T}{12}$ به مکان $2\sqrt{3}$ می‌رسـد اما نقطهٔ N در مدت $\frac{T}{12}$ از مکان $-2\sqrt{3}$ به مکان $-2cm$ می‌رسد. بنابراین خواهیم داشت:





$$\left|\frac{a_M}{a_N}\right|=\left|\frac{\omega^2y_M}{\omega^2y_N}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

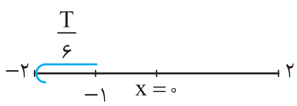
۴۰۱- گزینهٔ ۳ طول موج را به‌دست می‌آوریم.

$$3\frac{\lambda}{4}=\frac{2}{3}\Rightarrow\lambda=\frac{8}{9}m\xrightarrow{T=\lambda/v}T=\frac{\frac{8}{9}}{10}\Rightarrow T=\frac{8}{90}s$$

اکنون مشخص می‌کنیم که $\frac{2}{135}s$ چه کسری از یک دوره است.

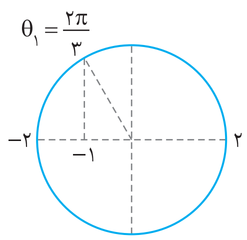
$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{2}{135}}{\frac{8}{90}}=\frac{2\times90}{135\times8}=\frac{2\times2}{3\times8}=\frac{1}{6}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{6}$$

راه‌حل اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته و با توجه به اینکه ذره A در حال حرکت به سوی دامنهٔ منفی است، مسیر حرکت A را در مدت $\frac{T}{6}$ رسم کرده و مکان آن را به‌دست می‌آوریم.



با توجه به شکل ذرهٔ A در $t=\frac{2}{135}s$ به مکان $x=-2$ می‌رسد.

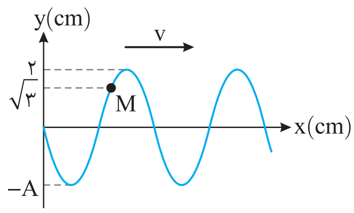
راه‌حل دوم: استفاده از دایرهٔ مثلثاتی برای حرکت هماهنگ ساده ذرهٔ A

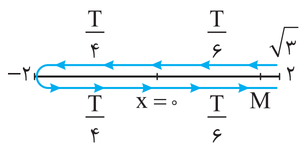


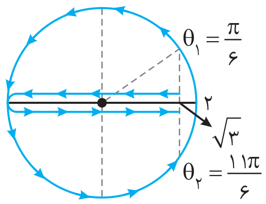
$$\theta_2-\theta_1=\omega t_2-\omega t_1\Rightarrow\theta_2-\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\left(\frac{2}{135}\right)\Rightarrow\theta_2-\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{\frac{8}{90}}\times\frac{2}{135}\Rightarrow\theta_2-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi\times90}{2\times135}$$

$$\Rightarrow\theta_2-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\theta_2=\pi$$

بنابراین ذرهٔ A به مکان $-2cm$ می‌رسد.







۴۰۲- گزینهٔ ۳ (B) دوره را حساب می‌کنیم و سپس مشخص می‌کنیم که $\Delta t=\frac{۱}{۲۴}s$ چه کسری از دوره است.

$$T=\frac{۱}{f}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰}s \quad , \quad \frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۲۴}}{\frac{۱}{۲۰}}\Rightarrow \Delta t=\frac{۵}{۶}T$$

راه‌حل اول: با توجه به جهت پیشروی موج ذرهٔ M در حال حرکت رو به پایین است اکنون مسیر حرکت آن را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مکان ذره را پس از $\frac{۵}{۶}T$ مشخص کرده و مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت معین می‌کنیم. ذرهٔ M پس $\frac{T}{۶}$ به مرکز می‌رسد و پس از $\frac{T}{۲}$ به مرکز برمی‌گردد و $\frac{T}{۶}$ بعد به M می‌رسد که جمعاً $\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}+\frac{T}{۶}=\frac{۵T}{۶}$ می‌شود و M به مکان اولیه باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

راه‌حل دوم: اکنون به کمک دایرهٔ مثلثاتی مجدداً قسمت آخر مسأله را حل می‌کنیم.

$$\theta_۲-\theta_۱=\omega t_۲-\omega t_۱=\omega(t_۲-t_۱)\Rightarrow \theta_۲-\frac{\pi}{۶}=۲\pi\times(۲۰)(\frac{۱}{۲۴})\Rightarrow \theta_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}$$

کمان $\frac{۱۱\pi}{۶}$ معادل مکان $\sqrt{۳}$ است و ذره به جای اول باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

۴۰۳- گزینهٔ ۲ (A) موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد، همگام و عمود بر هم تشکیل شده است.

۴۰۴- گزینهٔ ۲ (A) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند یعنی در هر لحظه یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است. از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۴۰۵- گزینهٔ ۳ (A) موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، همگام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند، این امواج حامل انرژی بوده و حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند، این امواج عرضی هستند و سرعت آن‌ها در خلأ با هم برابر است، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) جزء ویژگی‌های مشترک امواج الکترومغناطیسی و گزینهٔ (۳) جزء این ویژگی‌ها نیست.

۴۰۶- گزینهٔ ۴ (A) موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد و عمود بر هم تشکیل شده بنابراین گزینهٔ (۱) و (۳) درست است. تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت $c=\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}$ منتشر می‌شوند و گزینهٔ (۲) درست است. طول موج میدان الکتریکی و مغناطیسی تمام امواج الکترومغناطیسی با هم برابرند و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۴۰۷- گزینهٔ ۴ (A) موج‌های الکترومغناطیسی در تمام محیط‌ها حتی در خلأ منتشر می‌شوند. برای مثال، نور مرئی از آب و شیشه می‌گذرد و امواج x و γ از آهن می‌گذرند.

۴۰۸- گزینهٔ ۳ (B) در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر راستای انتشار موج عمودند.

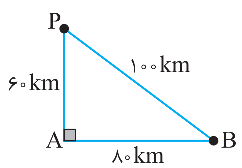
۴۰۹- گزینهٔ ۲ (A) بنا به نظریهٔ ماکسول، تغییر هر کدام از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با زمان، میدان دیگری را ایجاد می‌کند.

۴۱۰- گزینهٔ ۴ (A) گزینهٔ (۱) طبق نظریهٔ فاراده درست است، نه ماکسول. در گزینهٔ (۲) باید بیان می‌شد که بار دارای حرکت شتابدار است. گزینهٔ (۳) بنابر قانون لنز درست است، نه ماکسول. گزینهٔ (۴) بیان مستقیم ماکسول است. پس گزینهٔ (۴) درست است.

۴۱۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به رابطهٔ $c=\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}$، $\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}$ از جنس سرعت است.

۴۱۲- گزینهٔ ۱ (A) سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با $c=\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}$ است.

$$c=\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}\Rightarrow c^۲=\frac{۱}{\varepsilon_۰\mu_۰}\Rightarrow \varepsilon_۰\mu_۰=c^{-۲}\Rightarrow k=-۲$$



۴۱۳- گزینهٔ ۱ (A) فاصلهٔ ایستگاه رادیویی B را از گیرندهٔ P حساب می‌کنیم: $PB^۲=۶۰^۲+۸۰^۲\Rightarrow PB=۱۰۰km$

اختلاف راه A و B از P را به‌دست می‌آوریم: $\delta=PB-PA=۱۰۰-۶۰=۴۰km$

اختلاف زمانی رسیدن سیگنال به P برابر است با: $\Delta x=vt\Rightarrow t=\frac{\delta}{v}=\frac{۴۰\times۱۰^۳}{۳\times۱۰^۸}=\frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۴}s$

۴۱۴- گزینهٔ ۳ در یک موج الکترومغناطیسی، نوسان‌های میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی دارای بسامد یکسان بوده و سرعت انتشار آن‌ها یکی است، در نتیجه طول موج آن‌ها نیز برابر است. Ⓐ

۴۱۵- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ بین طول موج، بسامد و سرعت انتشار موج می‌توان نوشت: Ⓐ

$$f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{3\times10^{8}}{0/6\times10^{-6}}\Rightarrow f=5\times10^{14}\,Hz$$

۴۱۶- گزینهٔ ۱ حرکت موج یک حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است. Ⓐ

$$\Delta x=vt\Rightarrow 300\times10^{3}=3\times10^{8}t\Rightarrow t=10^{-3}s$$

۴۱۷- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ تندی، طول موج و دوره خواهیم داشت: Ⓐ

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{3\times10^{5}\times10^{-9}}{3\times10^{8}}\Rightarrow T=10^{-12}s$$

۴۱۸- گزینهٔ ۱ طول موج را حساب می‌کنیم: Ⓐ

$$\lambda=4\times6/5=26cm\quad,\quad f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{3\times10^{8}}{26\times10^{-2}}\Rightarrow f\approx12\times10^{8}Hz\Rightarrow f=1200MHz$$

۴۱۹- گزینهٔ ۳ طول موج پرتو A، ۱۲۰ نانومتر از طول موج پرتو B، کمتر است. Ⓑ

$$\lambda_B=\lambda_A+120$$

بسامد A، ۱/۲۵ برابر بسامد B است.

$$f_A=f_B+0/25f_B\Rightarrow f_A=1/25f_B$$

در یک محیط، طول موج با بسامد نسبت وارون دارد.

$$\frac{f_A}{f_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\Rightarrow 1/25=\frac{\lambda_A+120}{\lambda_A}\Rightarrow 1/25\lambda_A=\lambda_A+120\Rightarrow 0/25\lambda_A=120\Rightarrow\lambda_A=480nm\Rightarrow\lambda_A=0/48\mu m$$

$$\lambda_B=\lambda_A+120\Rightarrow\lambda_B=600nm\Rightarrow\lambda_B=0/6\mu m$$

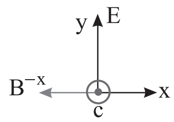
۴۲۰- گزینهٔ ۳ میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند. بنابراین هنگامی که میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز بیشینه است. Ⓑ

قاعدهٔ دست راست برای موج الکترومغناطیسی: چهار انگشت: جهت میدان الکتریکی، انگشت شست: راستای پیشروی موج، کف دست: جهت میدان مغناطیسی

با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی برونسو است.

۴۲۱- گزینهٔ ۳ چهار انگشت دست راست خود را رو به بالا بگیرید (در جهت میدان الکتریکی) به گونه‌ای که انگشت دست شما در راستای انتشار موج (به سمت شرق (سمت راست بدنتان)) باشد در این حالت کف دست شما در راستای میدان مغناطیسی (رو به جنوب (رو به پشت سر شما)) خواهد بود. Ⓐ

۴۲۲- گزینهٔ ۲ با توجه به قاعدهٔ دست راست برای امواج الکترومغناطیسی جهت پیشروی موج در جهت مثبت محور z است. Ⓑ



۴۲۳- گزینهٔ ۱ با توجه به قانون دست راست برای موج الکترومغناطیسی باید انگشت شست در جهت پیشروی موج یعنی خلاف جهت محور xها باشد به گونه‌ای که کف دست در جهت B یعنی محور zها باشد در این حالت چهار انگشت باز دست راست به سمت yهای منفی است یعنی جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور yهاست. Ⓐ

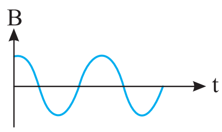
۴۲۴- گزینهٔ ۲ طول موج را به دست می‌آوریم: Ⓐ

$$\frac{\lambda}{4}=0/5\times10^{-6}\Rightarrow\lambda=2\times10^{-6}m$$

بسامد میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است.

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{3\times10^{8}}{2\times10^{-6}}\Rightarrow f=1/5\times10^{14}Hz$$

۴۲۵- گزینهٔ ۲ در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همگام بوده و طول موج و دورهٔ یکسانی دارند. Ⓐ



۴۲۶- گزینهٔ ۲ طول موج برابر است با: Ⓐ

$$2\lambda=200\Rightarrow\lambda=100km=10^{5}m$$

بسامد خواهد شد:

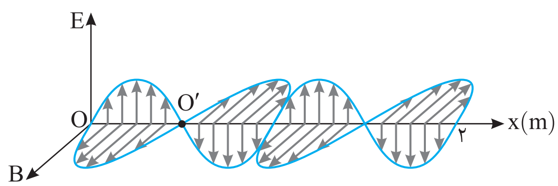
$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{3\times10^{8}}{10^{5}}=3\times10^{3}Hz$$

۴۲۷- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار طول موج خواهد شد: Ⓐ

$$2\lambda=2\Rightarrow\lambda=1m$$

بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$v=f\lambda\Rightarrow 3\times10^{8}=f\times1\Rightarrow f=3\times10^{8}Hz$$



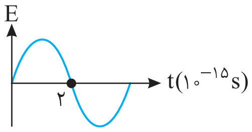
۴۲۸- گزینهٔ ۲ طول موج را به دست می‌آوریم. Ⓐ

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{3\times10^{8}}{2\times10^{6}}\Rightarrow\lambda=150m$$

فاصلهٔ O تا O′ برابر $\frac{\lambda}{2}$ است از این‌رو:

$$OO'=\frac{\lambda}{2}\Rightarrow OO'=\frac{150}{2}\Rightarrow OO'=75m$$

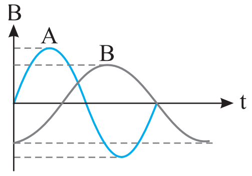
۴۲۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ طول موج میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است. با توجه به نمودار:



$$\frac{T}{2}=2\times10^{-15}\Rightarrow T=4\times10^{-15}s$$

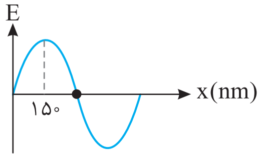
$$\lambda=cT\Rightarrow\lambda=3\times10^{8}\times4\times10^{-15}=12\times10^{-7}m=1/2\mu m$$

۴۳۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ با توجه به شکل، رابطهٔ زیر بین دورهٔ موج الکترومغناطیسی B و دورهٔ موج الکترومغناطیسی A برقرار است:



$$T_A=\frac{3}{4}T_B\xrightarrow{\lambda=cT}\lambda_A=\frac{3}{4}\lambda_B$$

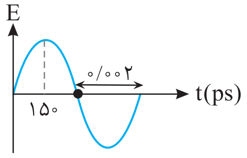
۴۳۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به شکل (الف) می‌توان طول موج را به‌دست آورد:



شکل (الف)

$$\frac{\lambda}{4}=150\Rightarrow\lambda=600nm$$

و با توجه به شکل (ب)، دوره به‌دست می‌آید:



شکل (ب)

$$\frac{T}{2}=0/002\Rightarrow T=0/004ps$$

بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط برابر است با:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{600\times10^{-9}}{0/004\times10^{-12}}\Rightarrow v=\frac{6\times10^{-7}}{4\times10^{-15}}\Rightarrow v=1/5\times10^{8}m/s$$

۴۳۲- گزینهٔ ۳ Ⓐ نیرویی که میدان الکتریکی بر بار وارد می‌کند برابر $F=qE$ است از این‌رو:

$$F_{max}=qE_{max}\Rightarrow F=2\times2\times10^{-3}=4\times10^{-3}N$$

۴۳۳- گزینهٔ ۱ Ⓑ بسامد و طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=2\pi f\Rightarrow\frac{3}{2}\times10^{8}\pi=2\pi f\Rightarrow f=7/5\times10^{7}Hz$$

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{3\times10^{8}}{7/5\times10^{7}}=4m$$

با توجه به شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی دربارهٔ طیف امواج الکترومغناطیسی این طول موج در ناحیهٔ رادیویی است.

۴۳۴- گزینهٔ ۴ Ⓐ نحوهٔ تولید و آشکارسازی پرتوهای الکترومغناطیسی با هم متفاوت است.

۴۳۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ سرعت تمام پرتوهای الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است.

۴۳۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ امواج الکترومغناطیسی از قوانین یکسانی پیروی کرده و سرعت انتشار آن‌ها در خلأ یکسان است.

۴۳۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، میکروموج فروسرخ، نور مرئی، پرتو فرابنفش، پرتو X و پرتو γ) از راست به چپ بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

۴۳۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) ویژگی‌های مشترک تمام امواج الکترومغناطیسی می‌باشند، اما تنها نور مرئی توسط چشم قابل دیدن است.

۴۳۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ امواج الکترومغناطیسی حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

۴۴۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به شکل صفحهٔ ۷۶ کتاب درسی فیزیک ۳، میکروموج‌ها در اجاق برای آشپزی کاربرد دارند.

۴۴۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در صفحهٔ ۷۶ کتاب درسی فیزیک ۳، امواج رادیویی در پخش تلویزیونی و رادیویی، یعنی در سیستم‌های مخابراتی کاربرد دارد.

۴۴۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ گسترهٔ امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش طول موج و افزایش بسامد به قرار زیر است:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو گاما

بنابراین ناحیهٔ O مربوط به اشعهٔ ایکس و ناحیهٔ Q مربوط به نور مرئی است.

۴۴۳- گزینهٔ ۱ Ⓐ در نور مرئی (قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی، بنفش) از راست به چپ، بسامد زیاد می‌شود.

۴۴۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ طیف امواج الکترومغناطیسی به صورت روبه‌رو است: γ ← x ← فرابنفش ← مرئی ← فروسرخ ← میکروموج ← $\underbrace{\text{ELF}-\text{AM}-\text{FM}}$ رادیویی

که از راست به چپ بسامد کاهش و طول موج افزایش می‌یابد.

۴۴۵- گزینهٔ ۴ Ⓐ در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعهٔ گاما بیشترین بسامد را دارد.

۴۴۶- گزینهٔ ۲ Ⓐ بنابر نظریهٔ ماکسول، هرگاه ذرهٔ باردار دارای حرکت شتابدار شود از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند.

۴۴۷- گزینهٔ ۴ Ⓐ ذرهٔ باردار که دارای حرکت شـتابدار اسـت، موج الکترومغناطیسـی گسـیل می‌کند. هنگام تخلیهٔ خازن، یک میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد می‌شـود که می‌تواند به‌طور لحظه‌ای موج الکترومغناطیسـی گسـیل کند. همچنین جریان متناوب با بسـامد بالا نیز به‌دلیل تغییر دائمی میدان مغناطیسـی آن با زمان می‌تواند موج الکترومغناطیسی ایجاد کند. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۴۴۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ در برخورد الکترون با یک صفحهٔ فلزی، هنگام کاهش سـرعت برای توقف، حرکت الکترون شـتاب‌دار اسـت که بنا به نظریهٔ ماکسول، ذرات باردار شتاب‌دار از خود تابش گسیل می‌کنند.

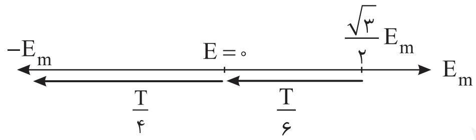
۴۴۹- گزینهٔ ۴ Ⓑ طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{2}=0/4\mu m \Rightarrow \lambda=0/8\mu m$$

دوره را حساب می‌کنیم.

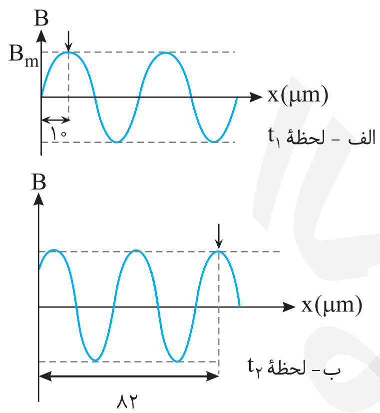
$$T=\frac{\lambda}{v} \Rightarrow T=\frac{0/8\times 10^{-6}}{3\times 10^{8}} \Rightarrow T=\frac{8}{3}\times 10^{-15}s$$

اکنون به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده و با توجه به اینکه میدان نقطهٔ M در حال صفر شدن (حرکت رو به پایین) است مسأله را حل می‌کنیم.



$$\Delta t=\frac{T}{6}+\frac{T}{4}=\frac{5T}{12}=\frac{5}{12}\times\frac{8}{3}\times 10^{-15}=\frac{10}{9}\times 10^{-15}s$$

۴۵۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ در مدت ۰/۳۶ پیکوثانیه، موج به اندازهٔ $82-10=72\mu m$ پیشـروی کرده است. بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط شفاف برابر است با:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v=\frac{72\times 10^{-6}}{0/36\times 10^{-12}} \Rightarrow v=2\times 10^{8}m/s$$

با توجه به شکل الف، طول موج برابر است با:

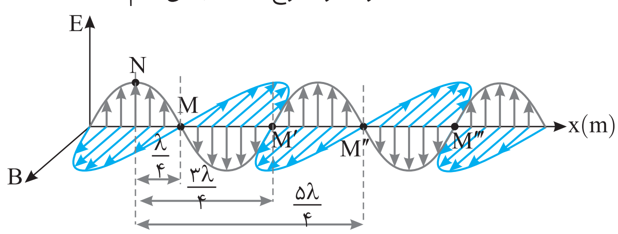
$$\frac{\lambda}{4}=10 \Rightarrow \lambda=40\mu m$$

اکنون می‌توان بسامد نور را به‌دست آورد:

$$f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow f=\frac{2\times 10^{8}}{40\times 10^{-6}} \Rightarrow f=5\times 10^{12}Hz$$

۴۵۱- گزینهٔ ۳ Ⓑ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند. از این رو در هر نقطهٔ شناسهٔ تابع کسینوسی این میدان‌ها یکسان است.

۴۵۲- گزینهٔ ۲ Ⓑ میدان مغناطیسـی و میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسـی هم‌گام هسـتند یعنی با هم بیشینه و با هم صفر می‌شوند. در نقطهٔ N میدان الکتریکی بیشینه است پس در نقطهٔ N میدان مغناطیسی نیز بیشینه است. در صورت مسأله بیان شده در همان لحظه میدان مغناطیسی نقطهٔ M صفر است. در این صورت اگر نقطهٔ N را روی نقش موج شکل مقابل مشخص کنیم نقطهٔ M باید $\frac{\lambda}{4}$، $\frac{3\lambda}{4}$، $\frac{5\lambda}{4}$ و ... با N فاصله داشته باشد. اکنون طول موج را حساب می‌کنیم.



$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{3\times 10^{8}}{100\times 10^{6}}=3m \begin{cases} \frac{\lambda}{4}=\frac{3}{4}m \\ \frac{3\lambda}{4}=\frac{9}{4}m \\ \frac{5}{4}\lambda=\frac{15}{4}m \\ \vdots \end{cases}$$

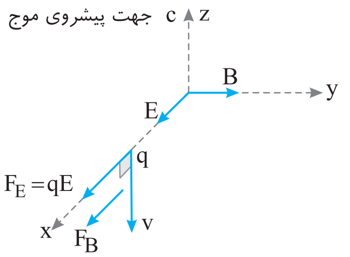
که در گزینه‌ها $\frac{9}{4}m$ وجود دارد.

۴۵۳- گزینهٔ ۳ بیشینه نیرویی که میدان الکتریکی بر بار وارد می‌کند برابر است با: $F_E = qE_{max} = 10^{-3} \times 3000 = 3N$

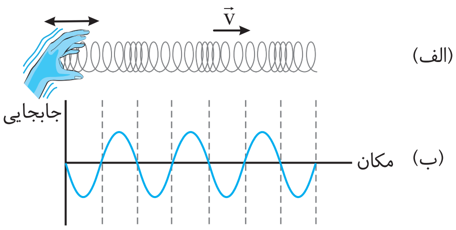
بیشـینه نیرویی که میدان مغناطیسـی می‌تواند بر بار وارد کند هنگامی اسـت که میدان مغناطیسـی موج بر راستای سرعت بار الکتریکی عمود باشد که در این مسأله این گونه است، زیرا میدان مغناطیسی به راستای پیشروی موج که بار در امتداد آن در حرکت است، عمود است. $F_B = qvB = 10^{-3} \times 4 \times 10^{6} \times 10^{-5} = 0/04N$

ایـن دو نیـرو باید با هـم جمع برداری شـوند، یعنی جهت آن‌ها مهم اسـت حال فـرض کنید که جهت پیشـروی موج در جهت مثبت محور zها و جهت میدان الکتریکی در لحظهٔ معین در جهت مثبت محور xها اسـت. در این صورت جهت میدان مغناطیسـی در آن لحظه در جهت مثبت محور yها خواهد بود (بنا بر قاعدهٔ دست راست). اگر جهت حرکت بار الکتریکی خلاف جهت پیشروی موج باشد، آن‌گاه چون نیروی میدان الکتریکی همواره در جهت میدان است، نیروی میدان مغناطیسی عمود بر میدان و جهت حرکت بار (v) است. در این حالت F_E و F_B هم‌جهت شده و با هم جمع می‌شوند و نیروی وارد بر بار، بیشینه می‌گردد. هنگامی که این دو نیرو هم‌جهت باشند، بیشترین نیرو بر بار الکتریکی وارد می‌شود.

$F_t = F_E + F_B = 3/04N$



۴۵۴- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل (الف) و (ب) گزینهٔ (۲) و (۳) درست است.



۴۵۵- گزینهٔ ۲ زمان رسیدن به فاصلهٔ $1620km$ را برای موجی که با تندی $9km/s$ در حرکت است حساب می‌کنیم:

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1620}{9} = 180s \Rightarrow t_1 = 3\,min$$

موج دیگر ۳ دقیقه دیرتر به این فاصله رسیده است بنابراین این موج عرضی بوده و زمان رسیدن آن $3+3=6\,min$ است و تندی آن خواهد شد.

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{1620}{6\times 60} \Rightarrow v = 4/5km/s$$

۴۵۶- گزینهٔ ۳ تندی امواج عرضی در جامدات از تندی امواج طولی در جامدات کمتر اسـت و زمان رسـیدن موج عرضی به عقرب از زمان رسـیدن موج طولی به عقرب بیشتر است.

$$\Delta t = t_T - t_L \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v_T} - \frac{d}{v_L} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_L - v_T}{v_L v_T} d \Rightarrow d = \frac{v_L v_T}{v_L - v_T} \Delta t$$

۴۵۷- گزینهٔ ۴ ابتدا طول موج و سپس تندی هر موج را به‌دست می‌آوریم.

شکل (۱): $\frac{\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 60m \quad , \quad v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 60 = 6km/s$

شکل (۲): $\frac{\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = 120m \quad , \quad v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 120 = 12km/s$

موج شکل (۱) دارای تندی کمتری است بنابراین نمودار شکل (۱) مربوط به موج عرضی S است و نمودار شکل (۲) مربوط به موج طولی P است.

$$t_S - t_P = 120s \Rightarrow \frac{\Delta x}{v_s} - \frac{\Delta x}{v_p} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{6} - \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \Delta x = 1440km$$

۴۵۸- گزینهٔ ۳ موج صوتی یک موج مکانیکی و طولی است که به صورت لایه‌ها تراکمی و انبساطی منتشر می‌شود. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) درست است اما در مورد گزینهٔ (۳) عموماً در محیط‌های غلیظ‌تر سرعت بیشتر است و در این مورد استثناهایی وجود دارد.

به‌طور مثال سرعت صوت در گاز هیدروژن از سرعت صوت در متیل الکل $(25^\circ C)$ بیشتر است. به جدول صفحهٔ ۷۹ کتاب درسی رجوع کنید.

۴۵۹- گزینهٔ ۴ صوت موج اسـت و در انتشـار موج، ذره‌های محیط در مسـیر حرکت موج، در جای خود مرتعش می‌شـوند. از طرفی صوت، موج طولی اسـت و به‌صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی در هوا منتشر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۲) و (۳) درست است و جواب گزینهٔ (۴) می‌باشد.

۴۶۰- گزینهٔ ۲ امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی و طولی هسـتند و امواج فرابنفش از جنس امواج الکترومغناطیسـی هسـتند و تندی آن‌ها برابر تندی انتشـار نور است و از تندی صوت بسیار بزرگ‌تر است. البته هر دو موج بوده و انرژی را منتقل می‌کنند.

۴۶۱- گزینهٔ ۱ در مدلسـازی صوت درون لوله، قسـمت متراکم هوا به قسـمت فشـرده فنر و قسـمت منبسط هوا به قسمت باز فنر مدلسـازی می‌شود و هم‌چنین هنگامی هوای اطراف دیافراگم بلندگو متراکم می‌شود که دیافراگم بازشده باشد، پس گزینهٔ (۱) درست است.

۴۶۲- گزینهٔ ۴ دوره $0/4s$ اسـت و پس از $0/2s$ یعنی نیم دوره دیافراگم از حالت برآمدگی سـمت راسـت به حالت فرورفتگی در سمت چپ می‌رود و یک لایه انبساطی تولید می‌کند و در این مدت یک لایه تراکم و یک لایه انبساطی ایجاد شده است بنابراین گزینهٔ (۴) درست است. Ⓐ

۴۶۳- گزینهٔ ۲ امواج الکترومغناطیسی که تلفن همراه با آن کار می‌کند از شیشه و خلأ درون جعبه می‌گذرند بنابراین تماس برقراری می‌شود اما صدا موج مکانیکی است و از خلأ نمی‌گذرد و صدای زنگ تلفن شنیده نمی‌شود. Ⓐ

۴۶۴- گزینهٔ ۳ امواج صوتی از نوع امواج طولی هستند و سرعت انتشار صوت معمولاً در جامدها از مایع‌ها بیشتر است. Ⓐ

۴۶۵- گزینهٔ ۳ سـرعت انتشـار صوت در آب از سـرعت انتشار صوت در هوا بیشتر اسـت و هنگام گذر صوت از هوا به آب، بسامد ثابت می‌ماند، اما با زیاد شدن سرعت انتشار صوت، طول موج نیز افزایش می‌یابد. Ⓐ

۴۶۶- گزینهٔ ۴ در هر سه محیط چون چشمهٔ صوت یکسان است بنابراین بسامد صوت در سه حالت (هوا، یخ و آب) یکسان می‌باشد و تندی صوت در حالت جامد (یخ) بیشتر از تندی در هوا است و با توجه به $\lambda=\frac{v}{f}$ طول موج ابتدا افزایش می‌یابد و با عبور صوت از یخ به آب چون تندی در مایع کمتر از جامد است با کاهش تندی طول موج کاهش می‌یابد. Ⓐ

۴۶۷- گزینهٔ ۱ بسامد صوت در محیط‌های مختلف یکسان است، بنابراین: Ⓑ

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}$$

از طرفی سرعت صوت در آهن از سرعت صوت در آب بیشتر و سرعت صوت در آب از سرعت صوت در اکسیژن بیشتر است. $v_1>v_3>v_2\Rightarrow\lambda_1>\lambda_3>\lambda_2$

۴۶۸- گزینهٔ ۴ سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی صوت بستگی ندارد، بنابراین سرعت انتشار این دو صوت در محیط برابر است. Ⓐ

$$\begin{cases}\lambda_1=\frac{v}{f_1}\\ \lambda_2=\frac{v}{f_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{f_2}{f_1}$$

۴۶۹- گزینهٔ ۱ چشمهٔ تولید موج یکسان است بنابراین بسامد صوت در آب و هوا با هم یکسان می‌باشد. Ⓐ

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow v=\lambda f\Rightarrow\frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}}=\frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}}=5\Rightarrow v_{\text{آب}}=5v_{\text{هوا}}$$

۴۷۰- گزینهٔ ۴ سـرعت انتشـار موج در یک محیط به ویژگی‌های محیط بسـتگی دارد و به ویژگی‌های چشـمه‌ی موج مانند بسـامد، دوره، انرژی موج و... بستگی ندارد از این‌رو سرعت انتشار موج‌های صوتی A و B در یک محیط با هم برابرند. بنابراین: Ⓑ

$$\begin{cases}\lambda_A=\frac{v}{f_A}\\ \lambda_B=\frac{v}{f_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{f_B}{f_A}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{800}{600}=\frac{4}{3}$$

۴۷۱- گزینهٔ ۴ تندی موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد و چون هر دو صوت در یک محیط منتشر می‌شوند $v'=v$ است. هم‌چنین طول موج برابر است با: Ⓐ

$$\begin{cases}\lambda=\frac{v}{f}\\ \lambda'=\frac{v}{f'}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{\frac{v}{f'}}{\frac{v}{f}}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{f}{f'}\xrightarrow{f'=2f}\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{f}{2f}\Rightarrow\lambda=2\lambda'$$

۴۷۲- گزینهٔ ۴ با توجه به تعریف طول موج: Ⓐ

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{330}{3/3\times10^{-3}}=100000\text{Hz}$$

۴۷۳- گزینهٔ ۲ با توجه به معادلهٔ کاوه $\omega=2\pi f=1/2\times10^{7}\pi$ بنابراین بسامد دستگاه برابر $6\times10^{6}\text{Hz}$ است. Ⓐ

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{1500}{6\times10^{6}}=2/5\times10^{-4}\text{m}=2/5\times10^{-1}\text{mm}=0/25\text{mm}$$

۴۷۴- گزینهٔ ۱ شخص دو صوت یکی را از راه فلز و دیگری را از راه هوا می‌شنود و چون سرعت صوت در فلز بیشتر است پس صوت حاصل از فلز را سریع‌تر می‌شنود. Ⓑ

$$\Delta t=t_{\text{هوا}}-t_{\text{فلز}}=\frac{L}{v_{\text{هوا}}}-\frac{L}{v_{\text{فلز}}}\Rightarrow\Delta t=\frac{v_{\text{فلز}}-v_{\text{هوا}}}{v_{\text{هوا}}v_{\text{فلز}}}L$$

۴۷۵- گزینهٔ ۴ علت شنیدن دو صدای مختلف، تفاوت تندی صوت در فلز و هوا است، یک صوت توسط فلز و با تندی بیشتر و صوت دیگر توسط هوا و با تندی کمتر منتقل می‌شود. Ⓐ

زمان انتشار صوت توسط هوا $\Delta x=v_1t_1\Rightarrow140=350t_1\Rightarrow t_1=0/4s$

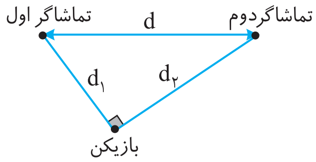
زمان عبور صوت از فلز $t_2=0/4-0/32=0/08s$

$$\Delta x=v_2t_2\Rightarrow140=v_2\times(0/08)\Rightarrow v_2=1750\text{m/s}$$

۴۷۶- گزینهٔ ۲ (B) سـرعت نور $c=۳\times ۱۰^{۸}\,m/s$ اسـت و این سـرعت به حدی زیاد است که فاصلهٔ ابر تا سـطح زمین را در زمان بسیار کوتاهی که قابل حس نیست طی می‌کند، اما سرعت صوت در هوا حدود $۳۴۰\,m/s$ است، به همین دلیل فاصلهٔ ابر تا سطح زمین برابر است با:

$$d=vt=۳۴۰\times ۲۰=۶۸۰۰\,m\simeq ۷\,km$$

۴۷۷- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به شکل رسم شده، d را به‌دست می‌آوریم:



$$d_1=vt_1=۳۶۰\times ۰/۷۵=۲۷۰\,m$$

$$d_2=vt_2=۳۶۰\times ۱=۳۶۰\,m$$

$$d=\sqrt{۲۷۰^{۲}+۳۶۰^{۲}}=۴۵۰\,m$$

۴۷۸- گزینهٔ ۳ (A) سرعت انتشار از خصوصیات محیط است. اما بسامد، هنگام انتشار در یک محیط و یا گذر از یک محیط به محیط دیگر، ثابت است.

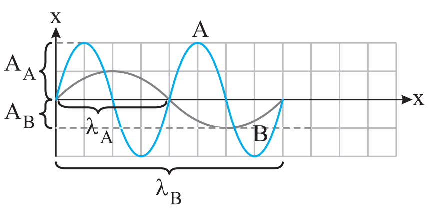
۴۷۹- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا تندی صوت در تار را از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به‌دست می‌آوریم.

$$v=\sqrt{\frac{۱۰۰}{\frac{۲\times ۱۰^{-۳}}{۸\times ۱۰^{-۱}}}}=\sqrt{۴\times ۱۰^{۴}}\Rightarrow v=۲۰۰\,m/s$$

بسامد موج عرضی ایجاد شده در تار و بسامد صوت حاصل از نوسان تار در هوا یکسان است، از این رو:

$$\left.\begin{array}{l} f_{\text{صوت}}=f_{\text{تار}}=f \\ \lambda=\frac{v}{f} \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{\lambda_{\text{صوت}}}{\lambda_{\text{تار}}}=\frac{v_{\text{صوت}}}{v_{\text{تار}}}=\frac{۳۲۰}{۲۰۰}=\frac{۸}{۵}=۱/۶$$

۴۸۰- گزینهٔ ۲ (B) نمودار داده شـده نمودار جابه‌جایی – مکان است که محور افقی آن نشان‌دهندهٔ طول موج و محور قائم آن دامنه را نشان می‌دهد. بنابراین:



$$\lambda_B=۲\lambda_A\ ,\ A_A=۲A_B$$

بنابراین گزاره (الف) $(A_A=۲A_B)$ و گزاره (ت) $(\lambda_B=۲\lambda_A)$ درست است.

اما دربارهٔ تندی و بسامد خواهیم داشت. دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند در این صورت تندی انتشار دو موج یکسان است.

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{v_A=v_B}\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{f_B}{f_A}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{f_B}{f_A}\Rightarrow f_A=۲f_B$$

بنابراین گزاره‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

۴۸۱- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ نوسان چشمه $\omega=۲\pi f=۱۷۰۰\pi$ است و در نمودار فاصلهٔ قله از مکان داده شده برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است.

$$۲\pi f=۱۷۰۰\pi\Rightarrow f=۸۵۰\,Hz\quad ,\quad \lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳۴۰}{۸۵۰}=\frac{۲}{۵}=۰/۴\,m=۴۰\,cm\quad ,\quad \Delta x=\frac{\lambda}{۴}=۱۰\,cm$$

۴۸۲- گزینهٔ ۱ (A) بنا به تعریف مقدار انرژی صوتی را که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد شدت صوت می‌نامند.

۴۸۳- گزینهٔ ۲ (A) شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد. $I=\frac{E}{A.t}=\frac{P}{A}\ (W/m^{۲})$

در رابطهٔ بالا A سـطحی اسـت که صوت در آن توزیع می‌شـود. صوت به صورت امواج کروی در محیط منتشـر می‌شود و سطح جبهه‌های کروی صوت با مجذور فاصله نسبت مستقیم دارد $(A=۴\pi r^{۲})$، بنابراین شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. $\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^{۲}$

۴۸۴- گزینهٔ ۳ (A) به مقدار انرژی صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت در واحد زمان شدت صوت گویند.

$$I=\frac{E}{A.t}\xrightarrow{P=\frac{E}{A}}I=\frac{P}{A}\Rightarrow$$ یکای شدت صوت برابر $W/m^{۲}$ است

۴۸۵- گزینهٔ ۴ (A) شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یک سطح عمود بر راستای پیشروی موج می‌گذرد.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد $(I\propto \frac{۱}{r^{۲}})$، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. شدت صوت برابر $I=\frac{E}{A.t}$ است و به انرژی امواج صوتی بستگی دارد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد. به عنوان نمونه لولهٔ اگزوز اتومبیل شدت صوت صدای موتور را با جذب انرژی صوتی کاهش می‌دهد. همچنین هنگام انتشار صوت در هوا صداهایی که دارای بسامد بالا هستند، بیشتر جذب می‌شوند، پس شدت صوت به محیط بستگی دارد.

۴۸۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow I=\frac{P}{4\pi r^2}\Rightarrow I=\frac{60}{4\times 3\times 10^6}=5\times 10^{-6}\,W/m^2=5\mu W/m^2$$

۴۸۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ بنا بر تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow I=\frac{1/5\times 10^{-11}}{3\times 10^{-4}\times 5}\Rightarrow I=10^{-8}\,W/m^2=0/01\mu W/m^2$$

۴۸۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای انتشار موج می‌گذرد.

$$I=\frac{E}{A.t}\xrightarrow{P=\frac{E}{t}}I=\frac{P}{A}$$

از طرفی، جبهه‌های موج صوتی، کروی هستند و مساحت این جبهه‌های صوت $A=4\pi r^2$ است که r برابر فاصله از چشمهٔ صوت است.

$$I=\frac{P}{4\pi r^2}\Rightarrow 10^{-3}=\frac{4\pi\times 10^{-3}}{4\pi r^2}\Rightarrow r=1\,m$$

۴۸۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{1}{5}=(\frac{2}{r'})^2\Rightarrow r'=2\sqrt{5}\xrightarrow{\sqrt{5}=2/2}r'=4/4\,m\quad,\quad \Delta r=r'-r=4/4-2=2/4\,m$$

۴۹۰- گزینهٔ ۲ Ⓐ شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم و با مجذور فاصله، نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{A'}{A})^2\times(\frac{r}{r'})^2=(25\times 4)^2=10^4$$

۴۹۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{4}{9}=\frac{d^2}{(d+3)^2}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{d}{d+3}\Rightarrow 2d+6=3d\Rightarrow d=6m$$

۴۹۲- گزینهٔ ۴ Ⓑ شدت صوت با مربع فاصله از منبع صوت نسبت وارون دارد بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow\frac{\frac{I}{9}}{I}=(\frac{d}{d+10})^2\Rightarrow\frac{1}{9}=(\frac{d}{d+10})^2\Rightarrow\frac{d}{d+10}=\frac{1}{3}\Rightarrow 3d=d+10\Rightarrow d=5m$$

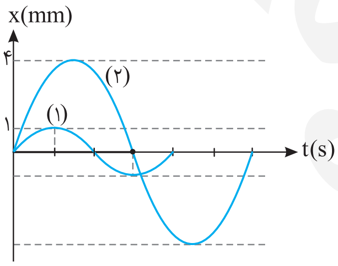
اگر در فاصله d' از چشمهٔ صوت شدت صوت $I'=\frac{I}{25}$ شود داریم:

$$\frac{I'}{I}=(\frac{d}{d'})^2\Rightarrow\frac{\frac{I}{25}}{I}=(\frac{d}{d'})^2\Rightarrow\frac{1}{25}=(\frac{d}{d'})^2\Rightarrow\frac{d}{d'}=\frac{1}{5}\Rightarrow d'=5d\Rightarrow d'=5\times 5=25m$$

۴۹۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ طبق متن کتاب $I_0=10^{-12}\,W/m^2$ نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنوایی است و حداقل شدت صوت برای شنیده شدن یک صوت $10^{-12}\,W/m^2$ می‌باشد.

$$I=\frac{\overline{P}}{A}\Rightarrow 10^{-12}=\frac{\frac{\pi}{2/5}\times 10^{-3}}{4\pi\times R^2}\Rightarrow 10^{-12}=\frac{10^{-3}}{10\times R^2}\Rightarrow R^2=10^8\Rightarrow R=10^4\,m$$

۴۹۴- گزینهٔ ۴ Ⓑ با توجه به نمودار



$$\frac{T_2}{2}=\frac{3}{4}T_1\Rightarrow T_2=\frac{3}{2}T_1\Rightarrow f_2=\frac{2}{3}f_1\Rightarrow f_1=\frac{3}{2}f_2$$

شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از این رو:

$$\frac{I_1}{I_2}=(\frac{f_1}{f_2})^2\times(\frac{A_1}{A_2})^2\times(\frac{d_2}{d_1})^2\Rightarrow\frac{9}{4}=(\frac{3}{2})^2\times(\frac{1}{4})^2\times(\frac{d_2}{d_1})^2\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=4$$

۴۹۵- گزینهٔ ۱ Ⓑ ابتدا با توجه به تراز شدت صوت، شدت صوت تولیدی را به‌دست می‌آوریم:

$$10\log\frac{I}{I_0}=60\Rightarrow\log\frac{I}{I_0}=6\Rightarrow\frac{I}{I_0}=10^6\xrightarrow{I_0=10^{-12}W/m^2}I=10^{-6}\,W/m^2$$

شدت صوت برابر است با:

$$I=\frac{\overline{P}}{A}\Rightarrow 10^{-6}=\frac{\overline{P}}{4\pi\times r^2}\Rightarrow 10^{-6}=\frac{\overline{P}}{4\times\pi\times 25}\Rightarrow\overline{P}=10^{-4}\,\pi W=0/1\pi mW$$

۴۹۶- گزینهٔ ۳ Ⓐ شدت صوت را در محل پردهٔ گوش شخص به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 50=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-7}\,W/m^2$$

انرژی در مدت ۵۰ ثانیه برابر است با:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow E=IAt\Rightarrow E=10^{-7}\times 60\times 10^{-6}\times 50=3\times 10^{-10}\,J=3\times 10^{-4}\,\mu J$$

۴۹۷- گزینهٔ ۴ Ⓑ ابتدا شدت صوت در محل میکروفون را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow I=\frac{8\times 10^{-12}}{2\times 10^{-4}\times 2}=2\times 10^{-8}\,W/m^2$$

اکنون تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta=10\log\frac{2\times 10^{-8}}{10^{-12}}\Rightarrow\beta=10\log(2\times 10^{+4})\Rightarrow\beta=10[\log 2+\log 10^4]=10(0/3+4)=43\,dB$$

۴۹۸- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta=10\log\frac{3/2\times10^{-3}}{10^{-12}}=10\log3/2\times10^{9}=10(\log32+\log10^{8})$$

$$\beta=10(\log2^{5}+\log10^{8})=10(5\log2+8)=10(5\times0/3+8)=95\text{dB}$$

۴۹۹- گزینهٔ ۳ (A) بنا بر تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow15=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow1/5=\log\frac{I}{I_0}$$

$$5\times0/3=\log\frac{I}{I_0}\xrightarrow{\log2=0/3}5\log2=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\log2^{5}=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\frac{I}{I_0}=2^{5}\Rightarrow\frac{I}{I_0}=32$$

۵۰۰- گزینهٔ ۱ (B) تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow26=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow2/6=\log\frac{I}{10^{-12}}\ ,\ 2+0/6=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به‌جای عدد ۲، $\log10^{2}$ و به جای عدد ۰/۶، $2\log2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log10^{2}+2\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\log(2^{2}\times10^{2})=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow2^{2}\times10^{2}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=4\times10^{-10}\,\text{W/m}^{2}$$

۵۰۱- گزینهٔ ۱ (B) رابطهٔ تراز شدت صوت را می‌نویسیم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow66=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow6/6=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۶/۶ مقدار $\log10^{6}+2\log2$ را قرار می‌دهیم:

$$\log10^{6}+2\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow4\times10^{6}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=4\times10^{-6}\,\text{W/m}^{2}$$

دقت کنید در حل این تست نباید به جای عدد ۶/۶ مقدار ۲۲×۰/۳ یا $22\times\log2$ را قرار داد زیرا خواهیم داشت:

$$22\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=2^{22}\times10^{-12}$$

که در گزینه‌ها نیست و نیز در روش اول ما دو بار از تقریب $\log2=0/3$ استفاده کرده‌ایم در حالی که در روش دوم ۲۲ بار این تقریب به‌کار برده شده پس جواب در حالت اول به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

۵۰۲- گزینهٔ ۳ (B) تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا بر تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow37=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow3/7=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow3+0/7=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به‌جای عدد ۳، $\log10^{3}$ و به جای عدد ۰/۷، $\log5$ را قرار می‌دهیم.

$$\log10^{3}+\log5=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\log(5\times10^{3})=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=5\times10^{-9}\,\text{W/m}^{2}$$

۵۰۳- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow90=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow10^{9}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-3}\,\text{W/m}^{2}$$

امواج صوتی به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح جبهه‌های کروی صوت $A=4\pi r^{2}$ است که r فاصله از چشمهٔ صوت است.

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow I=\frac{P}{4\pi r^{2}}\Rightarrow10^{-3}=\frac{120}{4\times3\times r^{2}}\Rightarrow r^{2}=10^{4}\Rightarrow r=100\text{m}$$

۵۰۴- گزینهٔ ۴ (B) تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta_B-\beta_A=10\log\frac{I_B}{I_0}-10\log\frac{I_A}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_B}{I_0}}{\frac{I_A}{I_0}}\Rightarrow\beta_B-\beta_A=10\log\frac{I_B}{I_A}$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A}=(\frac{r_A}{r_B})^{2}\Rightarrow\frac{I_B}{I_A}=(\frac{6}{3})^{2}\Rightarrow\frac{I_B}{I_A}=2^{2}\ ,\ \beta_B-\beta_A=10\log2^{2}=20\log2\Rightarrow\beta_B-\beta_A=20\times0/3=6\text{dB}$$

۵۰۵- گزینهٔ ۲ (B) امواج صوتی در یک فضای باز به صورت جبهه‌های کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح این جبهه‌ها $A=4\pi r^{2}$ است که در آن r فاصله از چشمهٔ صوت است. شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^{2}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{100}$$

تراز شدت صوت بنا به تعریف برابر $\beta=10\log\frac{I}{I_0}$ می‌باشد.

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{1}{100}=10\log10^{-2}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=-20\text{dB}$$

تراز شدت صوت ۲۰dB کاهش می‌یابد.

۵۰۶- گزینهٔ ۳ با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:
B

$$\beta_1-\beta_2=10\log\frac{I_1}{I_0}-10\log\frac{I_2}{I_0}\Rightarrow\beta_1-\beta_2=10\log\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}}\Rightarrow\beta_1-\beta_2=10\log\frac{I_1}{I_2}$$

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_1}{I_2}=(\frac{r_2}{r_1})^2$$

$$54-40=10\log(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow14=10\log(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow1/4=\log(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow2-0/6=\log(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow\log10^2-2\log2=\log(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow\frac{100}{4}=(\frac{r_2}{r_1})^2$$

$$\Rightarrow r_2=5r_1\xrightarrow{r_2-r_1=36}5r_1-r_1=36\Rightarrow r_1=9m$$

۵۰۷- گزینهٔ ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت:
B

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow12=10\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow1/2=\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow4\times0/3=\log(\frac{d_1}{d_2})^2$$

$$\Rightarrow4\log2=\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow2^4=(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow2^2=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow2^2=\frac{8}{d_2}\Rightarrow d_2=2m$$

بنابراین باید $8-2=6m$ به چشمه نزدیک شود.

۵۰۸- گزینهٔ ۱ در دو مکان تراز شدت صوت به ترتیب برابر $80dB$ و $120dB$ است. بنابراین:
B

$$10(\log\frac{I_2}{I_0}-\log\frac{I_1}{I_0})=120-80=40\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=4\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=10^4\quad,\quad\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2=10^4\Rightarrow\frac{r_1}{r_2}=10^2\Rightarrow\frac{20}{r_2}=100\Rightarrow r_2=20cm$$

۵۰۹- گزینهٔ ۲ هنگامی که بیان می‌شود، «صدا به زحمت شنیده می‌شود» به این مفهوم است که تراز شدت صوت صفر شود و شدت صوت برابر شدت صوت آستانهٔ شنوایی $I_0=10^{-12}W/m^2$ شود.
B

ابتدا شدت صوت را در فاصلهٔ ۲ متری چشمه به دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow40=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=10^4\Rightarrow I=10^{-8}W/m^2$$

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{10^{-12}}{10^{-8}}=(\frac{2}{r_2})^2\Rightarrow10^{-2}=\frac{2}{r_2}\Rightarrow r_2=200m$$

۵۱۰- گزینهٔ ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:
B

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log2\sqrt{10}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10(\log2+\log\sqrt{10})=10(0/3+0/5)\Rightarrow\beta_2-\beta_1=8dB$$

تراز شدت صوت ۸ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۵۱۱- گزینهٔ ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:
B

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$47-27=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow20=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=2\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=100$$

۵۱۲- گزینهٔ ۱ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:
A

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$36-30=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=0/6\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=2\times0/3=2\log2\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_1}=\log2^2\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=4$$

۵۱۳- گزینهٔ ۱ A

اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با:

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۰/۳\Rightarrow\log\frac{I_{۲}}{I_{۰}}-\log\frac{I_{۱}}{I_{۰}}=۰/۳\Rightarrow\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=\log ۲\Rightarrow\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=۲$$

۵۱۴- گزینهٔ ۱ A

با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_{۱}-\beta_{۲}=۱۰\log\frac{I_{۱}}{I_{۲}}\Rightarrow ۱۲=۱۰\log\frac{I_{۱}}{I_{۲}}\Rightarrow ۱/۲=\log\frac{I_{۱}}{I_{۲}}\Rightarrow ۴\log ۲=\log\frac{I_{۱}}{I_{۲}}\Rightarrow\log ۲^{۴}=\log\frac{I_{۱}}{I_{۲}}\Rightarrow\frac{I_{۱}}{I_{۲}}=۱۶$$

۵۱۵- گزینهٔ ۴ B

بنابر تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=۱۰\log\frac{۵۰۰}{۱۰۰}$$

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{۱۰}{۲}=۱۰(\log ۱۰-\log ۲)\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰(۱-۰/۳)=۷dB$$

۵۱۶- گزینهٔ ۴ C

با توجه به فرض پرسش هنگامی که $I'=۲I$ شده است، تراز شدت صوت ۳ برابر شده است.

$$\beta'=۳\beta\Rightarrow\log\frac{I'}{I_{۰}}=۳\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow\log\frac{۲I}{I_{۰}}=\log(\frac{I}{I_{۰}})^{۳}\Rightarrow\frac{۲I}{I_{۰}}=(\frac{I}{I_{۰}})^{۳}\Rightarrow(\frac{I}{I_{۰}})^{۲}=۲\Rightarrow\frac{I}{I_{۰}}=\sqrt{۲}$$

۵۱۷- گزینهٔ ۱ A

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_{۲}=۵\beta_{۱}\Rightarrow\log\frac{I_{۲}}{I_{۰}}=۵\log\frac{I_{۱}}{I_{۰}}\Rightarrow\log\frac{۱۶I_{۱}}{I_{۰}}=\log(\frac{I_{۱}}{I_{۰}})^{۵}\Rightarrow\frac{۱۶I_{۱}}{I_{۰}}=(\frac{I_{۱}}{I_{۰}})^{۵}\Rightarrow ۱۶=(\frac{I_{۱}}{I_{۰}})^{۴}\Rightarrow I_{۱}=۲I_{۰}\Rightarrow I_{۱}=۲\times ۱۰^{-۱۲}W/m^{۲}$$

۵۱۸- گزینهٔ ۴ B

با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\beta_A-\beta_B=۵\\ \beta_C-\beta_A=۱۵\end{cases}\Rightarrow\beta_C-\beta_B=۵+۱۵=۲۰$$

اکنون به کمک تعریف تراز شدت صوت، مسأله را پاسخ می‌دهیم.

$$\beta_C-\beta_B=۱۰\log\frac{I_C}{I_{۰}}-۱۰\log\frac{I_B}{I_{۰}}\Rightarrow\beta_C-\beta_B=۱۰\log\frac{I_C}{I_B}\Rightarrow ۲۰=۱۰\log\frac{I_C}{I_B}\Rightarrow\frac{I_C}{I_B}=۱۰^{۲}=۱۰۰$$

۵۱۹- گزینهٔ ۳ B

با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\beta'=۱/۳\beta\Rightarrow\log\frac{I'}{I_{۰}}=۱/۳\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow\log\frac{۸I}{I_{۰}}=۱/۳\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow\log ۸+\log\frac{I}{I_{۰}}=۱/۳\log\frac{I}{I_{۰}}$$

$$\Rightarrow ۳\log ۲=۰/۳\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow ۳\times ۰/۳=۰/۳\log\frac{I}{I_{۰}}\Rightarrow\log\frac{I}{I_{۰}}=۳,\ \beta=۱۰\log\frac{I}{I_{۰}}=۱۰\times ۳=۳۰dB$$

۵۲۰- گزینهٔ ۴ B

وقتی از ۵ بلندگو استفاده می‌شود، شدت صوت ۵ برابر می‌شود، بنابراین:

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}\Rightarrow\beta_{۲}-۴۵=۱۰\log\frac{۵I_{۱}}{I_{۱}}\Rightarrow\beta_{۲}-۴۵=۱۰\log\frac{۱۰}{۲}$$

$$\beta_{۲}-۴۵=۱۰(\log ۱۰-\log ۲)\Rightarrow\beta_{۲}-۴۵=۱۰(۱-۰/۳)\Rightarrow\beta_{۲}=۵۲dB\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۷dB$$

۵۲۱- گزینهٔ ۳ B

شدت صوت، با مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=(\frac{A_{۲}}{A_{۱}})^{۲}(\frac{r_{۱}}{r_{۲}})^{۲}=(۲۵)(۲)^{۲}=۱۰۰$$

تراز شدت صوت به صورت $\beta=۱۰\log\frac{I}{I_{۰}}$ تعریف می‌شود.

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۰}}-۱۰\log\frac{I_{۱}}{I_{۰}}=۱۰\log\frac{\frac{I_{۲}}{I_{۰}}}{\frac{I_{۱}}{I_{۰}}}\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log ۱۰۰=۱۰\log ۱۰^{۲}\Rightarrow\beta_{۲}-\beta_{۱}=۲۰dB$$

بنابراین شدت صوت ۲۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۵۲۲- گزینهٔ ۲ A

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}\xrightarrow{\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=(\frac{A_{۲}}{A_{۱}})^{۲}}\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log(\frac{A_{۲}}{A_{۱}})^{۲}\Rightarrow\Delta\beta=۱۰\log(\frac{۰/۸A_{۱}}{A_{۱}})^{۲}=۱۰\log ۰/۶۴$$

$$\Delta\beta=۱۰\log\frac{۶۴}{۱۰۰}=۱۰(\log ۶۴-\log ۱۰۰)\Rightarrow\Delta\beta=۱۰(\log ۲^{۶}-\log ۱۰^{۲})\Rightarrow\Delta\beta=۱۰(۶\log ۲-۲)=۱۰(۶\times ۰/۳-۲)\Rightarrow\Delta\beta=-۲dB$$

۵۲۳- گزینهٔ ۴ B

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=۱۰\log(\frac{A_{۲}}{A_{۱}})^{۲}\xrightarrow{A_{۲}=۴A_{۱}}\beta_{۲}-\beta_{۱}=۱۰\log ۱۶=۴۰\log ۲=۴۰\times ۰/۳=۱۲dB$$

با توجه به فرض مسأله $\beta_{۲}=۱/۳\beta_{۱}$ می‌توان نوشت:

$$۱/۳\beta_{۱}-\beta_{۱}=۱۲\Rightarrow ۰/۳\beta_{۱}=۱۲\Rightarrow\beta_{۱}=\frac{۱۲۰}{۳}=۴۰dB$$

دقت کنید که در صورت مسأله بیان شده «در این حالت تراز شدت صوت»، بنابراین:

$$\beta_{۲}=۱/۳\beta_{۱}=۱/۳\times ۴۰=۵۲dB$$

۵۲۴- گزینهٔ ۳ ابتدا مشخص می‌کنیم که شدت صوت چند برابر شده است.
Ⓒ

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\xrightarrow{f_2=2f_1,A_2=2A_1}\frac{I_2}{I_1}=16$$

با توجه به صورت مسأله می‌توان نوشت:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{\beta_2=2/2\beta_1}2/2\beta_1-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=16}1/2\beta_1=10\log16\Rightarrow1/2\beta_1=10\log2^4$$

$$\Rightarrow1/2\beta_1=10\times4\log2\Rightarrow1/2\beta_1=10\times4\times0/3\Rightarrow\beta_1=10\text{dB}$$

در این صورت:

$$\beta_2=2/2\beta_1\Rightarrow\beta_2=2/2\times10\Rightarrow\beta_2=22\text{dB}$$

۵۲۵- گزینهٔ ۱ شدت صوت به دامنه، بسامد و فاصله از چشمه بستگی دارد:
Ⓑ

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\times\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

در حالت دوم، دامنه چهار برابر و فاصله نصف شده است. هم‌چنین چون شرایط محیط ثابت مانده بنابراین تندی موج صوت در هر دو حالت یکسان و برای چهار برابر شدن طول موج طبق رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$ باید بسامد $\frac{1}{4}$ شود:

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\times\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=4^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times(2)^2=2^2$$

$$\begin{cases}\beta'=10\log\frac{I_2}{I_0}\\ \beta=10\log\frac{I_1}{I_0}\end{cases}\Rightarrow\beta'-\beta=10\left(\log\frac{I_2}{I_0}-\log\frac{I_1}{I_0}\right)=10\log\frac{I_2}{I_1}=10\log2^2=20\log2\Rightarrow\Delta\beta=20\times0/3=6\text{dB}$$

۵۲۶- گزینهٔ ۴
Ⓑ

$$\beta_A-\beta_B=10\log\left(\frac{I_A}{I_B}\right)=10\log\left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2=10\log3^2\Rightarrow\beta_A-\beta_B=20\log3=20\times0/5=10\text{dB}$$

چون جذب انرژی در هوا قابل ملاحظه است، بنابراین تراز شدت صوت در نقطهٔ B ، کاهش بیشتری خواهد داشت. در نتیجه: $\beta_A-\beta_B>10\text{dB}$

۵۲۷- گزینهٔ ۲ ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:
Ⓑ

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow80=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow10^8=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-4}\,\text{W/m}^2$$

توان در محل شنونده را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P'}{A}\Rightarrow I=\frac{P'}{4\pi R^2}\Rightarrow10^{-4}=\frac{P'}{4\times3\times(20)^2}\Rightarrow P'=4800\times10^{-4}\times10^3\,\text{W}\Rightarrow P'=480\text{mW}$$

توان جذب شده توسط محیط برابر است با:

$$\Delta P=480-500=-20\ \text{میلی‌وات}\Rightarrow\frac{\Delta P}{P}=\frac{20}{500}=\frac{40}{1000}=0/04=4\%$$

۵۲۸- گزینهٔ ۳ $I_0=10^{-12}\,\text{W/m}^2$ را شدت صوت مرجع می‌نامند که نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنیداری انسان است. گزارهٔ (ب) نادرست می‌باشد و دو گزارهٔ دیگر درست هستند.
Ⓐ

۵۲۹- گزینهٔ ۲ بلندی صوت یک ویژگی صوت است که به شدت صوت و حساسیت گوش بستگی دارد و ارتفاع صوت یک ویژگی صوت است که به بسامد صوت و حساسیت گوش بستگی دارد.
Ⓐ

۵۳۰- گزینهٔ ۱ ارتفاع به بسامد بستگی دارد که با دورشدن از چشمه ثابت می‌ماند و بلندی به شدت صوت بستگی دارد که با دور شدن از چشمه شدت کاهش می‌یابد.
Ⓐ

۵۳۱- گزینهٔ ۲ ارتفاع و بلندی صوت علاوه بر صوت تولیدی به ادراک شنیداری نیز بستگی دارد به همین دلیل مقدار آن‌ها را نمی‌توان با آشکارساز اندازه گیری کرد.
Ⓐ

۵۳۲- گزینهٔ ۱ بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گسترهٔ 2000Hz تا 5000Hz است، درحالی که گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای 20Hz تا 20000Hz است.
Ⓐ

۵۳۳- گزینهٔ ۲ ارتفاع صوت به بسامد بستگی دارد که چون چشمه یکسان است بنابراین ارتفاع صوت رسیده به هر دو شخص یکسان می‌باشد. با توجه به رابطهٔ $I=\frac{P}{A}$ شدت صوت با سه برابر شدن مساحت سطح، $\frac{1}{3}$ می‌شود $(I_2=3I_1)$ و صوتی که شخص B می‌شنود ضعیف‌تر است.
Ⓐ

۵۳۴- گزینهٔ ۴ برای تقویت صوت از بلندگو استفاده می‌شود و بلندگو با افزایش دامنهٔ ارتعاش صوت، انرژی صوت (و همچنین شدت صوت) را افزایش می‌دهد.
Ⓐ

۵۳۵- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل، دورهٔ صوت‌های تولیدی در نتیجه بسامد آن‌ها با هم برابر است، بنابراین ارتفاع دو صوت با هم یکسان است و چون دامنهٔ دو صوت یکسان نیست پس انرژی دو صوت و در نتیجه شدت صوت‌ها متفاوت است بنابراین بلندی دو صوت متفاوت است.
Ⓐ

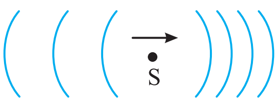
۵۳۶- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل طول موج صوت حاصل از دیاپازون A بلندتر از طول موج صوت حاصل از دیاپازون B است. با توجه به ثابت بودن تندی صوت و بنا بر رابطهٔ $f=\frac{v}{\lambda}$ می‌توان نتیجه گرفت که $f_B>f_A$ است و ارتفاع صوت B بیشتر از ارتفاع صوت A است.
Ⓐ

۵۳۷- گزینهٔ ۲ (B) بلندی شـنیده شـده از دو صوت یکسـان بوده، بلندی به شدت صوت بسـتگی دارد. بنابراین $I_1=I_2$ است، هم‌چنین می‌دانیم که شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{f_2}{f_1})^2\times(\frac{A_2}{A_1})^2\times(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow 1=16\times(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow(\frac{d_1}{d_2})^2=\frac{1}{16}\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{4}\Rightarrow d_2=4d_1$$

۵۳۸- گزینهٔ ۱ (A) گوش یک انسان با شنوایی معمولی بسامدهای بین $20Hz$ و $20000Hz$ را می‌شنود. اکنون طول موج این بسامدها را به‌دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{320}{20}\Rightarrow\lambda=16m\,,\,\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{320}{20000}\Rightarrow\lambda=1/6\times10^{-2}m$$



۵۳۹- گزینهٔ ۴ (A) هرگاه چشمهٔ موج در حرکت باشد جبهه‌های موج در جلوی چشمه به هم نزدیک می‌شوند و طول موج کاهش می‌یابد و در پشـت چشـمه، جبهه‌ها از هم فاصله می‌گیرند و طول موج افزایش می‌یابد یعنی طول موج با حرکت چشمه تغییر می‌کند، بنابراین با ثابت بودن تندی انتشار موج درمحیط بسامد نیز تغییر می‌کند.

۵۴۰- گزینهٔ ۳ (A) هرگاه چشمهٔ موج ساکن باشد. طول موج در جلو و عقب آن یکسان است. از این رو $\lambda_r=\lambda_1$ خواهد بود اما هنگام نزدیک شدن شنونده به چشمهٔ سـاکن بسـامد دریافتی توسط شـنونده از بسامد واقعی چشمه بیشتر است $(f_r>f_s)$ و هنگام دورشدن از چشمه بسـامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه کمتر است $(f_1<f_s)$. بنابراین بسامد دریافتی شنونده هنگام نزدیک شدن (f_r) از بسامد دریافتی شنونده هنگام دورشدن (f_1) بیشتر است. $(f_r>f_1)$

۵۴۱- گزینهٔ ۴ (A) وقتی طول موج دریافتی با طول موج گسیل‌شده از چشمهٔ صوت برابر است که چشمه ساکن باشد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است. اما در مسأله $f_o>f_s$ خواسته شده است و باید شنونده در حال نزدیک شدن به چشمه باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

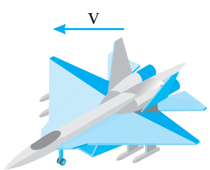
۵۴۲- گزینهٔ ۳ (A) وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج تغییر نمی‌کند و به حرکت ناظر بستگی ندارد.

۵۴۳- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به حرکت چشـمه به سـمت شخص فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه از هم کم می‌شود، پس طول موج صوت کاهش می‌یابد $(\lambda\downarrow)$. هم‌چنین شرایط محیطی یکسان است پس تندی صوت در حالت سکون و یا حرکت چشمه یکسان از نظر شنونده ثابت است.

$$\downarrow\lambda=\frac{v\text{ثابت}}{f}\Rightarrow f\uparrow$$ بسامد افزایش می‌یابد

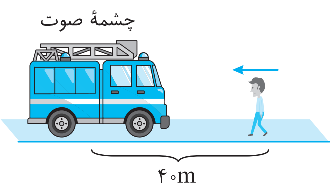
چون فاصلهٔ چشمه از شخص در حال کاهش است بنابراین شدت صوت $(I\propto1/d^2)$ در حال افزایش می‌باشد.

ارتفاع صوت به بسامد صوت و بلندی صوت به شدت صوت بستگی دارد. بسامد و شدت صوت در حال افزایش است بنابراین بلندی و ارتفاع صوت در حال افزایش است.

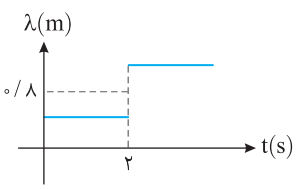


۵۴۴- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به جهت حرکت چشمه به سمت چپ، جبهه‌های موج در سمت راست دارای فاصلهٔ بیشتر و در سـمت چپ جلوی چشـمه دارای فاصلهٔ کمتر هسـتند. از طرفی هرگاه تندی چشمه از تندی صوت بیشتر می‌شود، جبهه‌هایی که زودتر تولید شده‌اند از جبهه‌هایی که بعداً ایجاد شده‌اند عقب می‌ماند و شکل جبهه‌های موج مانند گزینهٔ (۱) خواهد بود.

۵۴۵- گزینهٔ ۲ (B) x_1 و x_2 در واقع همان طول موج‌های چشمه‌های S_1 و S_2 می‌باشند و چون در طرف x_1 و x_2 فاصلهٔ بین جبهه‌های موج بیشتر از طرف دیگر است می‌فهمیم که x_1 و x_2 باید در عقب چشمه باشند، بنابراین چشمهٔ S_2 به سمت راست و چشمهٔ S_1 به سمت چپ می‌رود و چون $x_2>x_1$ است تندی چشمهٔ S_2 بیشتر است.



۵۴۶- گزینهٔ ۱ (A) هنگام نزدیک شـدن شـخص به چشـمهٔ صوت طول موج تغییری نمی‌کند در واقع در این حالت فاصلهٔ جبهه‌های موج ثابت می‌ماند.



۵۴۷- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا زمان رسیدن چشمه به شنونده را حساب می‌کنیم.

$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow 20=\frac{40}{t}\Rightarrow t=2s$$

سپس طول موج صوت چشمه را وقتی که چشمه ساکن است، به‌دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{320}{400}\Rightarrow\lambda=0/8m$$

در هنگام نزدیک شـدن چشـمه به شـنونده، طول موج در جلوی چشمه از $\lambda=0/8m$ کمتر است و هنگام دور شـدن چشمه که شنونده در پشت چشمه قرار دارد طول موج از $0/8m$ بزرگ‌تر است بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۵۴۸- گزینهٔ ۳ A شخص A درون آمبولانس است و به همراه چشمهٔ صوت با یک تندی در حرکت است و نسبت به چشمهٔ صوت ساکن است بنابراین اثر دوپلر برای او رخ نمی‌دهد. $(f_A = f_s)$ اما شخص B در جلوی چشمه بوده و چشمهٔ صوت در حال نزدیک‌شدن به اوست در این حالت طول موج‌های جلوی چشمه کوتاه‌تر و بسامد دریافتی شخص B بیشتر از f_s خواهد بود و گزینهٔ (۳) درست است.

۵۴۹- گزینهٔ ۲ A ابتدا بسامد و طول موج را به‌دست می‌آوریم. $\lambda = \frac{۳۳۰}{۴۰۰} \Rightarrow \lambda = ۰/۸۲۵m$, $\omega = ۲\pi f \Rightarrow ۲۴۰۰ = ۲\times۳\times f \Rightarrow f = ۴۰۰Hz \Rightarrow f_s = ۴۰۰Hz$

چشمهٔ ساکن است و شنونده در حال حرکت است بنابراین طول موج ثابت است و طول موج‌های دریافتی توسط شخص $\lambda = ۰/۸۲۵m$ است اما با نزدیک شدن شخص به چشمه، بسامد صوت دریافتی توسط شخص افزایش می‌یابد یعنی $f_o > f_s$ می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) می‌تواند درست. باشد.

۵۵۰- گزینهٔ ۳ B هنگام سقوط دائماً بر سرعت شخص در حال سقوط افزوده می‌شود به همین دلیل بسامد دریافتی توسط شخص کنار استخر به علت پدیدهٔ دوپلر افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع صوت دریافتی بیشتر می‌شود.

۵۵۱- گزینهٔ ۳ B این یک سؤال علمی تخیلی است زیرا باید گوش حساسی داشته باشید تا بتوانید در آن مدت کوتاه تغییر ارتفاع را حس کنید. اما پاسخ چیست؟ ارتفاع در حال کاهش است یعنی بسامد در حال کاهش است بنابراین تندی آمبولانس درحال کاهش است که سبب می‌ گردد بسامد دریافتی توسط شما کاهش یابد و سپس ممکن است تندی آن ثابت و یا ساکن شود که در این صورت بسامد دریافتی ثابت می‌ماند بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۵۵۲- گزینهٔ ۴ A چشمه در حال دور شدن از ناظر است و بسامد دریافتی توسط ناظر از بسامد چشمه کمتر است اما تا لحظهٔ $t_۱$ سرعت چشمه در حال افزایش است. به همین دلیل بسامد دریافتی در حال کاهش است و بعد از $t_۱$ چشمه با تندی ثابت در حال دور شدن از ناظر است بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر ثابت می‌ماند، اما همچنان $f_o < f_s$ است.

۵۵۳- گزینهٔ ۲ A هنگام نزدیک شدن چشمه به ناظر طول موج کاهش و بسامد افزایش می‌یابد و هنگام دورشدن چشمه از ناظر طول موج افزایش و بسامد کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۲) درست است.

۵۵۴- گزینهٔ ۱ A انتقال به سرخ به معنی افزایش طول موج و دورشدن چشمهٔ نور از ناظر است و گزینهٔ (۱) درست است.

۵۵۵- گزینهٔ ۱ A چشمهٔ نور از آشکارساز (۱) دور می‌شود پس طول موج دریافتی آن در حال افزایش است و با توجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ با افزایش طول موج بسامد کاهش می‌یابد $f_۱ < f_۰$

چشمهٔ نور به آشکارساز (۲) نزدیک می‌شود پس طول موج دریافتی آن در حال کاهش است و با توجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ با کاهش طول موج، بسامد افزایش می‌یابد. $f_۲ > f_۰$

۵۵۶- گزینهٔ ۴ A در مدت $\frac{T}{۲}$ ذرهٔ M نیم‌نوسان انجام داده و به جای خود باز می‌گردد و موج نیز به اندازهٔ $\frac{\lambda}{۲}$ پیشروی می‌کند یعنی محل انبساط و تراکم عوض می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

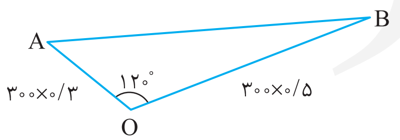
۵۵۷- گزینهٔ ۴ B صدای انفجار، یک بار توسط آب و بار دیگر توسط هوا به گوش شخص می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow ۱۵۴۰t_۱ = ۳۵۰(t_۱ + ۱/۷) \Rightarrow ۴/۴t_۱ = t_۱ + ۱/۷ \Rightarrow t_۱ = ۰/۵ \quad , \quad t_۲ = ۱/۷ + ۰/۵ = ۲/۲s \ , \ \Delta x = vt = ۳۵۰\times۲/۲ = ۷۷۰m$$

۵۵۸- گزینهٔ ۱ B ابتدا فاصلهٔ بازیکن از هر تماشاچی را حساب می‌کنیم:

$$d_۱ = vt_۱ \Rightarrow d_۱ = ۳۰۰\times۰/۳ = ۹۰m \ , \ d_۲ = vt_۲ \Rightarrow d_۲ = ۳۰۰\times۰/۵ = ۱۵۰m$$

با توجه به شکل روبه‌رو، فاصلهٔ دو تماشاگر از هم (AB) را به‌دست می‌آوریم:



$$AB^۲ = OA^۲ + OB^۲ - ۲(OA)(OB)\cos ۱۲۰°$$

$$AB^۲ = ۹۰^۲ + ۱۵۰^۲ - ۲(۹۰)(۱۵۰)(-\frac{۱}{۲}) = ۹۰^۲ + ۱۵۰^۲ + (۹۰\times۱۵۰)$$

$$AB^۲ = ۳۰^۲(۳^۲ + ۵^۲ + ۳\times۵) = ۳۰^۲(۴۹) \Rightarrow AB = ۳۰\times۷ = ۲۱۰m$$

۵۵۹- گزینهٔ ۴ B شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است. در همه گزینه‌ها حاصل ضرب مجذور دامنه و مجذور بسامد یکسان است.

گزینهٔ (۱) : $۲^۲\times(۴\pi)^۲ = ۶۴\pi^۲$, گزینهٔ (۲) : $(۸\pi)^۲ = ۶۴\pi^۲$, گزینهٔ (۳) : $(۰/۵)^۲(۱۶\pi)^۲ = ۶۴\pi^۲$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۵۶۰- گزینهٔ ۱ B شدت صوت با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{۱}{۱۰\sqrt{۲}})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{۱}{۲۰۰} \Rightarrow I_۱ = ۲۰۰I_۲$$

اکنون مقدارهای $I_۱$ و $I_۲$ را جایگزین می‌کنیم:

$$۱۰^{\beta_۱ - ۱۲} = ۲۰۰\times۵\times۱۰^{۲\beta_۱ - ۱۹} \Rightarrow ۱۰^{\beta_۱ - ۱۲} = ۱۰^{۲\beta_۱ - ۱۶} \Rightarrow \beta_۱ - ۱۲ = ۲\beta_۱ - ۱۶ \Rightarrow \beta_۱ = ۴dB \quad , \quad I_۱ = ۱۰^{\beta_۱ - ۱۲} \Rightarrow I_۱ = ۱۰^{-۸} W/m^۲$$

۵۶۱- گزینهٔ ۴ (B) تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 159=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 15.9=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 15+0.9=\log\frac{I}{I_0}$$

به جای عدد ۱۵، مقدار $\log 10^{15}$ و به جای عدد ۰/۹ مقدار $3\log 2$ را قرار می‌دهیم:

$$\log 10^{15}+3\log 2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=2^3\times 10^{15}\Rightarrow I=8000\ W/m^2$$

۵۶۲- گزینهٔ ۲ (C) با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 28=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 2.8=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 4\times 0.7=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 4(1-0.3)=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 4(\log 10-\log 2)=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 4\log\frac{10}{2}=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 5^4=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=6.25\times 10^{-10}\ W/m^2$$

خسته نباشید البته حل این تست بیشتر کاربرد ریاضی در حل فیزیک است.

۵۶۳- گزینهٔ ۳ (B)

$$\frac{I'}{I}=\left(\frac{r}{r'}\right)^2\Rightarrow\frac{I'}{500}=\left(\frac{2}{4}\right)^2\Rightarrow I'=125\ W/m^2$$

چون ٪۵۰ انرژی جذب هوا شده است:

$$\frac{50}{100}\times 125=62.5\ W/m^2$$

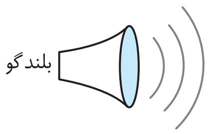
۵۶۴- گزینهٔ ۳ (B) با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{P}{A}=\frac{10\pi\times 10^{-6}}{4\pi(0.5)^2}=10^{-5}\ W/m^2\quad,\quad I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow 10^{-5}=\frac{E}{10\times 10^{-4}\times 60}\Rightarrow E=6\times 10^{-7}\ J$$

۵۶۵- گزینهٔ ۱ (B) آستانهٔ شنوایی، کمترین شدت صوتی است که برای یک بسامد معین گوش می‌تواند بشنود.

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow 10^{-8}=\frac{\frac{\pi}{100}}{4\pi r^2}\Rightarrow r^2=\frac{10^6}{4}\Rightarrow r=\frac{1000}{2}=500\ m$$

۵۶۶- گزینهٔ ۳ (B) صوت در نیمکرهٔ جلوی بلندگو گسیل شده است، پس سطحی که روی آن انرژی توزیع می‌شود، نیمکره بوده و مساحت آن $\left(A=\frac{4\pi r^2}{2}=2\pi r^2\right)$ است.



$$I=\frac{P}{A}=\frac{1.5}{2\times 3\times 50^2}=10^{-4}\ W/m^2\quad,\quad \beta=\log\frac{I}{I_0}=\log\frac{10^{-4}}{10^{-12}}=\log 10^{8}\Rightarrow\beta=8B$$

۵۶۷- گزینهٔ ۴ (B) بسامد چشمه ۴۴ درصد افزایش یافته بنابراین:

$$f_2=f_1+\frac{44}{100}f_1=1.44f_1$$

فاصله از چشمه نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد بنابراین:

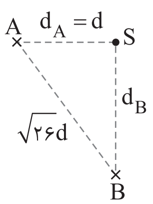
$$d_2=d_1+\frac{20}{100}d_1=1.2d_1$$

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2=(1.44)^2\times\left(\frac{1}{1.2}\right)^2=1.44$$

تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log\frac{I_2}{I_1}=10\log 1.44=10\log\frac{144}{100}=10(\log 144-\log 100)=10(\log 2^4\times 3^2-2)$$
$$=10(4\log 2+2\log 3-2)=10(1.2+1-2)=2dB$$

۵۶۸- گزینهٔ ۴ (C) ابتدا فاصلهٔ نقطهٔ B از چشمه را حساب می‌کنیم:



$$d_B^2+d_A^2=26d^2\xrightarrow{d_A=d}d_B^2=25d^2\xrightarrow{\frac{I_B}{I_A}=\left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2}\frac{I_B}{I_A}=\frac{1}{25}$$

$$d_B=5d$$

اختلاف تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_B-\beta_A=10\log\frac{I_B}{I_0}-10\log\frac{I_A}{I_0}=10\log\frac{I_B}{I_A}\Rightarrow\beta_B-\beta_A=10\log\frac{1}{25}=10\log 5^{-2}\Rightarrow\beta_B-\beta_A=-20\log 5$$

اکنون $\log 5$ را حساب می‌کنیم.

$$\log 2\times 5=1\Rightarrow\log 2+\log 5=1\xrightarrow{\log 2=0.3}\log 5=0.7$$

$$\beta_B-\beta_A=-20\times(0.7)=-14dB$$

پس تراز شدت صوت ۱۴dB کاهش می‌یابد.

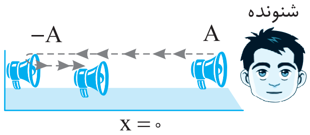
۵۶۹- گزینهٔ ۳ وقتی چشمه ساکن است طول موج ثابت می‌ماند.

۵۷۰- گزینهٔ ۱ دوره نوسان سامانه جرم - فنر را به دست می‌آوریم.

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\times۳\times\sqrt{\frac{۰/۲}{۲۰}}\Rightarrow T=۰/۶s$$

بررسی می‌کنیم که $\Delta t=۰/۴s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۴}{۰/۶}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow \Delta t=۲\frac{T}{۳}$$



مدت زمان $۲\frac{T}{۳}$ از $\frac{T}{۲}$ بیشتر و از $۳\frac{T}{۴}$ کمتر است. از این رو در لحظهٔ $t=۰/۴s$ بلندگو از مکان $+A$ به مکان $-A$ رفته و از مکان $-A$، به سوی حالت تعادل در حرکت است و چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_o>f_s$ است و از طرفی سرعتش در حال افزایش است و f_o نیز در حال افزایش است.

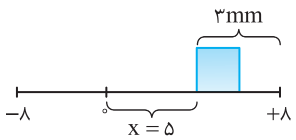
۵۷۱- گزینهٔ ۳ شخص کنار صخره ساکن است و بسامدی که دریافت می‌کند از بسامد چشمه بیشتر است زیرا چشمه در حال نزدیک شدن به اوست $(f_{o_۱}>f_s)$. صوت با بسامد $f_{o_۱}$ به صخره برخورد کرده و به سوی راننده برمی‌گردد. در این حالت صخره شبیه یک چشمهٔ ساکن رفتار می‌کند که امواجی با بسامد $f_{o_۱}$ به سوی شنوندهٔ متحرک می‌فرستد. از این رو شنونده متحرک که در حال نزدیک شدن به چشمه است بسامد دریافتی‌اش $(f_{o_۲})$ از $f_{o_۱}$ بیشتر است بنابراین: $f_s<f_{o_۱}<f_{o_۲}$

پاسخ آزمون ۱

۱- گزینهٔ ۲ در دو انتهای مسیر حرکت هماهنگ ساده، سرعت صفر و شتاب (و نیرو) بیشینه و در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب (و نیرو) صفر است. از طرفی، شتاب و مکان هم‌علامت نیستند. در نقطهٔ M شتاب منفی و در نقطهٔ N شتاب مثبت است. در این صورت جمله‌های «الف» و «ب» درست و جمله‌های «پ» و «ت» نادرست است.

۲- گزینهٔ ۳ هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) جهت نیروی وارد بر نوسانگر و جهت شتاب عوض می‌شود. در هر دوره نوسانگر دو بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، بنابراین در مدت ۳۰ ثانیه نوسانگر $\frac{۱۲۰}{۲}=۶۰$ دور کامل طی کرده است که با توجه به $T=\frac{t}{N}$ دورهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{۳۰}{۶۰}=۰/۵s\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۵}=۴\pi\ rad/s$$

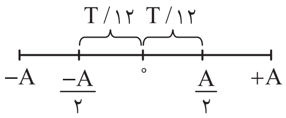


اندازهٔ شتاب خواهد شد:

$$F=kx=m|a|\Rightarrow|a|=\frac{k}{m}x\Rightarrow|a|=\omega^۲x\xrightarrow{x=۸-۳=۵mm}$$

$$|a|=(۴\pi)^۲\times۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow|a|=۱۶\times\pi^۲\times(۵\times۱۰^{-۳})\xrightarrow{\pi\simeq\sqrt{۱۰}}|a|=۰/۸m/s^۲$$

۳- گزینهٔ ۱ بیشینه سرعت متوسط در جابه‌جایی اطراف نقطهٔ تعادل است که تندی در آن نقطه بیشینه می‌باشد بنابراین نوسانگر باید از $-\frac{A}{۲}$ تا $+\frac{A}{۲}$ جابه‌جا شود که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:



$$v_{aV}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{A}{۲(\frac{T}{۱۲})}=\frac{۶A}{T}$$

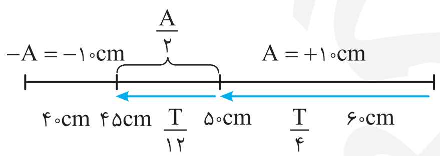
تندی در مرکز نوسانگر برابر است با:

$$v_{max}=A\omega=A\times\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow v_{max}=۲\pi\frac{A}{T}\Rightarrow\frac{v_{av}}{v_{max}}=\frac{\frac{۶A}{T}}{۲\pi\frac{A}{T}}=\frac{۳}{\pi}$$

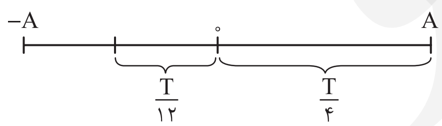
۴- گزینهٔ ۲ ابتدا با توجه به ثابت فنر و جرم جسم، دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۴}{۱۰۰}}\Rightarrow T=۲\pi\times\frac{۲}{۱۰\sqrt{۱۰}}\xrightarrow{\sqrt{۱۰}=\pi}T=۰/۴s$$

وزنه را از حالتی که طول فنر ۶۰ سانتی می‌شود رها کردیم بنابراین دامنهٔ نوسانگر برابر ۱۰cm می‌باشد تا گذر از طول ۴۵cm فنر در واقع نوسانگر از دامنهٔ $A=+۱۰cm$ به مکان $-\frac{A}{۲}=-۵cm$ می‌رود.

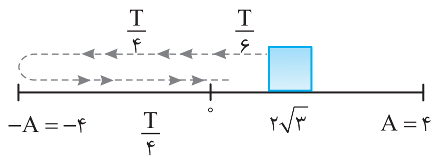


با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده داریم:



$$\Delta t=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۴T}{۱۲}=\frac{T}{۳}=\frac{۰/۴}{۳}=\frac{۴}{۳۰}=\frac{۲}{۱۵}s$$

۵- گزینهٔ ۲ هرگاه حرکت نوسانگر به سمت نقطهٔ تعادل باشد حرکت تند شونده می‌باشد بنابراین در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A=۲\sqrt{۳}cm$ و تند شونده است نوسانگر به سمت مرکز در حال حرکت می‌باشد، همچنین در گذر از $x=۰$ شتاب حرکت صفر می‌شود بنابراین متحرک از $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ تا $x=-A$ رفته و سپس از $-A$ تا $x=۰$ آمده تا دوباره شتاب صفر شود که با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:



$$\Delta t=\frac{۴}{۱۵۰}s\Rightarrow\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}=\frac{۴}{۱۵۰}s\Rightarrow\frac{۲T}{۳}=\frac{۴}{۱۵۰}s\Rightarrow T=۰/۰۴s$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر $\omega=\frac{۲\pi}{T}=۵۰\pi\ rad/s$ می‌باشد و معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{A=۴cm}x=۰/۰۴\cos(۵۰\pi t)$$

۶- گزینهٔ ۱ در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان می‌گذرد، سرعت بیشینه است:

$$x=0 \Rightarrow v_m^2=\frac{\pi^2}{400} \Rightarrow v_m=\frac{\pi}{20}\,m/s$$

در دو انتهای مسیر یعنی هرگاه $x=\pm A$ است، سرعت صفر می‌باشد:

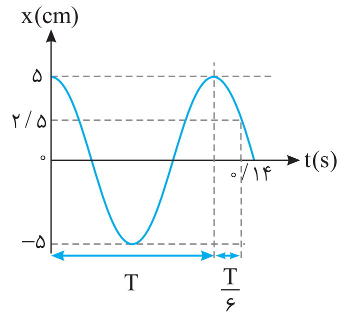
$$v=0 \Rightarrow 0=\frac{\pi^2}{400}-\frac{\pi^2}{4}A^2 \Rightarrow \frac{\pi^2}{400}=\frac{\pi^2}{4}A^2 \Rightarrow A^2=\frac{1}{100} \Rightarrow A=0/1m$$

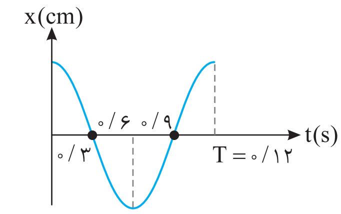
دوره را حساب می‌کنیم:

$$v_m=A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{20}=\frac{1}{10}\times\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=4s$$

۷- گزینهٔ ۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\Delta t=T+\frac{T}{6}=\frac{7T}{6} \Rightarrow 0/14=\frac{7T}{6} \Rightarrow T=0/12s$$

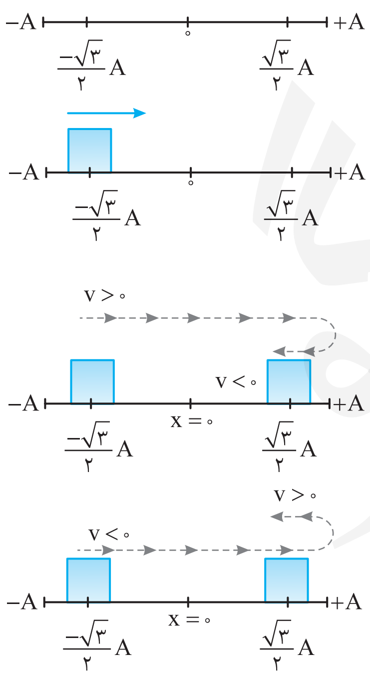




بنابراین نمودار $x-t$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. در بازه‌ای که نوسانگر تغییر جهت نداده باشد تندی متوسط و سرعت متوسط با هم برابر می‌باشد، یعنی در بازه‌های $t_1=0/6s$ تا $t_2=0/12s$ و $t=0$ تا $t=0/6s$ تندی متوسط با سرعت متوسط برابر است و گزینهٔ (۲) در بازهٔ $t=0$ تا $t=0/6s$ و پاسخ تست است.

۸- گزینهٔ ۳ اندازهٔ شتاب نوسانگر در مکان‌های $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شتاب بیشینه خود می‌باشد.

چون جابه‌جایی صفر نمی‌تواند باشد پس نمی‌توان حرکت را از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و یا از $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ در نظر گرفت و چون در ابتدا سرعت مثبت است، حتماً نوسان از $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ شروع شده و چون در انتهای مسیر سرعت منفی است پس از $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ گذشته به A رفته و دوباره به $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ رسیده است.



$$\begin{cases} l=(2A-\frac{\sqrt{3}}{2}A)+(\frac{\sqrt{3}}{2}A) \Rightarrow l=2A \\ d=\frac{\sqrt{3}}{2}A+\frac{\sqrt{3}}{2}A=\sqrt{3}A \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d}=\frac{2A}{\sqrt{3}A}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

توجه کنید که اگر مطابق شکل نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ با سرعت مثبت به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ با سرعت منفی برود تفاوتی در حل مسأله ایجاد نمی‌شود.

۹- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده در دو انتهای مسیر که سرعت صفر است $(v=0)$، نیرو بیشینه می‌باشد و در مرکز نوسان که نیرو صفر است $(F=0)$، سرعت بیشینه می‌باشد. در این صورت:

$$F^2=100-10v^2 \Rightarrow \begin{cases} v=0: F_{max}^2=100 \Rightarrow F_{max}=10\,N \\ F=0: 0=100-10v_{max}^2 \Rightarrow v_{max}=\sqrt{10}\,m/s \end{cases}$$

با توجه به رابطهٔ بیشینهٔ نیرو با دامنه و بیشینهٔ سرعت با دامنه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{max}=mA\omega^2 \\ v_{max}^2=A^2\omega^2 \end{cases} \Rightarrow F_{max}=\frac{mA^2\omega^2}{A} \Rightarrow F_{max}=\frac{mv_{max}^2}{A} \Rightarrow 10=\frac{0/01\times10}{A} \Rightarrow A=0/01m=1cm$$

۱۰- گزینهٔ ۱ (B) هنگامی‌که سرنشینان درون ماشین قرار گرفتند فنرها فشرده شده‌اند بنابراین:

$$mg=F_e \Rightarrow 4000=k\times\frac{4}{100}\Rightarrow k=10^5\,N/m$$

هنگامی‌که اتومبیل دارای سرنشین می‌باشد، دورهٔ تناوب کمک فنرهای اتومبیل برابر است با:

$$\begin{cases} m \text{ جرم اتومبیل} \\ m' \text{ جرم سرنشینان} \end{cases} \Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{m+m'}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{m+400}{10^5}}\Rightarrow 1=4\pi^2\left(\frac{m+400}{10^5}\right)\Rightarrow m+400=2500\Rightarrow m=2100\,kg$$

حال اگر اتومبیل خالی باشد، روی فنرها تنها جرم ماشین قرار دارد:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{2100}{10^5}}=\frac{2\pi\sqrt{21}}{10\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{21}}{5}\,s$$

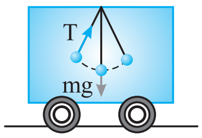
۱۱- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$T_{\text{آونگ}}=3T_{\text{فنر}}\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=3\times2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{l}{10}=9\times\frac{0/5}{450}\Rightarrow\frac{l}{10}=9\times\frac{1}{900}\Rightarrow l=0/1\,m=10\,cm$$

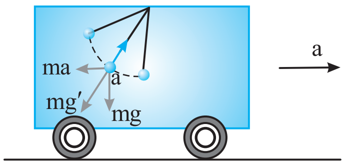
۱۲- گزینهٔ ۲ (A) معادلهٔ شتاب مکان به صورت $|a|=\omega^2x$ است:

$$\omega^2=\pi^2\Rightarrow\omega=\pi\Rightarrow\sqrt{\frac{g}{l}}=\pi\xrightarrow[g=10]{\pi\approx\sqrt{10}}\frac{10}{l}=10\Rightarrow l=1\,m$$

۱۳- گزینهٔ ۲ (D) بـه فصـل دینامیک برمی‌گردیم. اگر قطار سـاکن و یا دارای حرکت یکنواخت باشـد، از دید ناظر درون واگـن، دو نیـروی کشـش نـخ T و نیـروی وزن mg بـر آونگ وارد می‌شـود که دورهٔ نوسـان آونـگ برابر با $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است.



اما وقتی قطار با شـتاب ثابت a در حرکت اسـت، از دید ناظر درون قطار، آونگ از راستای قائم منحرف می‌گردد و به حال تعادل می‌ایستد. ناظر درون قطار برای توجیه انحراف از امتداد قائم، باید یک نیرو برابر با ma در خلاف جهت حرکـت قطار (که آن را نیروی اینرسـی می‌گوییـم) در نظر بگیرد. برآیند mg و ma نیروی mg' خواهد بود. چون mg و ma بر هم عمودند، $g'=\sqrt{g^2+a^2}$ است و g' عمل g را در این حالت انجام می‌دهد. در این صورت $T'<T$ است.



$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}\Rightarrow T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

۱۴- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به رابطهٔ میدان گرانش در سطح سیاره می‌توان نوشت:

$$g=\frac{4}{3}R\pi G\bar{\rho}\Rightarrow\frac{g_P}{g_e}=\frac{R_P\bar{\rho}_P}{R_e\bar{\rho}_e}=2\times3=6\Rightarrow g_P=6g_e$$

اکنون دورهٔ آونگ را در سیارهٔ جدید به دست می‌آوریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_P}{T_e}=\sqrt{\frac{g_e}{g_P}}\Rightarrow\frac{T_P}{2}=\sqrt{\frac{1}{6}}\Rightarrow T_P=\frac{\sqrt{6}}{3}\,s$$

۱۵- گزینهٔ ۱ (C) بیشـینه انـرژی پتانسـیل و انـرژی جنبشـی برابر انرژی مکانیکی و $\frac{1}{2}mv_m^2$ اسـت $(E=U_m=K_m)$. وقتی سـرعت $-\sqrt{2}\,cm/s$ اسـت، $U=\frac{U_m}{2}$، بنابراین انرژی جنبشی در این حالت خواهد شد:

$$E=U+K\xrightarrow{E=U_m}U_m=\frac{U_m}{2}+K\Rightarrow K=\frac{U_m}{2}$$

اکنون به جای K مقدار $\frac{1}{2}mv^2$ و به جای U_m مقدار $\frac{1}{2}mv_m^2$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv_m^2\right)\xrightarrow[\text{با توجه به نمودار}]{v=-\sqrt{2}}2=\frac{v_m^2}{2}\Rightarrow v_m=2\,cm/s$$

هنگامی انرژی جنبشی $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی یا همان بیشینه انرژی جنبشی است که سرعت نوسانگر نصف سرعت بیشینه باشد:

$$\frac{K'}{K_{max}}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}mv'^2}{\frac{1}{2}mv_m^2}=\frac{1}{4}\Rightarrow v'=\frac{v_m}{2}=1\,cm/s$$

۱۶- گزینهٔ ۳ (B) بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن می‌باشد:

$$U_{max}=E=100\,J$$

انرژی مکانیکی نوسانگر همواره ثابت است $(E=100\,J)$ در این صورت:

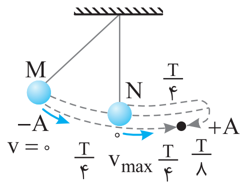
$$E=U+K\Rightarrow 100=U+36\Rightarrow U=64\,J$$

$$64=100\cos^2(\pi t)\Rightarrow\cos\pi t=0/8\Rightarrow\pi t=\frac{\pi}{5}\Rightarrow t=0/2\,s$$

۱۷- گزینهٔ ۴ با توجه به فرض مسأله و این که تندی در مبدأ بیشینه است:

$$E=U+K \xrightarrow{U=8K} E=K+8K \xrightarrow{E=K_m} K_m=9K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2=9(\frac{1}{2}mv^2) \Rightarrow v=\pm\frac{v_m}{3}$$

۱۸- گزینهٔ ۳ دو آونگ هم طول هستند و با توجه به رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ دورهٔ دو نوسانگر یکسان است. اگر آونگ‌ها در یک جهت در حال نوسان باشند دو نوسانگر به‌صورت زیر می‌باشد:



در مدت $\frac{T}{4}$ آونگ M به نقطهٔ تعادل و آونگ N به نقطهٔ A می‌رسد و پس از این مدت جهت حرکت آونگ N تغییر کرده و دو آونگ به هم نزدیک می‌شوند و چون دورهٔ حرکت هر دو آونگ یکسان است بنابراین دو آونگ پس از مدت زیر از کنار هم می‌گذرند: $\Delta t=\frac{T}{4}+\frac{T}{8}=\frac{3T}{8}$

۱۹- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P=mv \\ K=\frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K_{max}=\frac{P_{max}^2}{2m} \xrightarrow{K_2=K_1} \frac{P_2^2}{2m_2}=\frac{P_1^2}{2m_1} \xrightarrow{P_2=2P_1} \frac{4P_1^2}{m_2}=\frac{P_1^2}{m_1} \Rightarrow m_2=4m_1$$

بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها با هم برابر است:

$$K_{max_1}=K_{max_1} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_{1max}^2=\frac{1}{2}m_2v_{2max}^2 \xrightarrow{m_2=4m_1} m_1v_{1max}^2=4m_1v_{2max}^2 \Rightarrow v_{1max}=2v_{2max}$$

اندازه بیشینه سرعت نوسانگر $v_m=A\omega$ است از این‌رو:

$$A_1\omega_1=2A_2\omega_2 \xrightarrow{A_1=A_2} \omega_1=2\omega_2 \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T_1}=2\frac{2\pi}{T_2} \Rightarrow T_2=2T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=2$$

۲۰- گزینهٔ ۴ هنگامی نوسانگر وادارنده باعث تشدید مابقی نوسانگرها می‌شود که بسامد آن با بسامد دیگر نوسانگرها برابر باشد:

$$f_1=f \Rightarrow \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow l=l_1$$

بنابراین برای تشدید باید طول آونگ‌ها برابر طول آونگ وادارنده باشد. پس برای آونگ ۳ و آونگ ۷، مستقل از جرم آن‌ها تشدید رخ می‌دهد.

پاسخ آزمون ۲

۱- گزینهٔ ۲ B هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده، هرگاه ذره در انتهای مسیرش و مکان بیشینه باشد، شتاب بیشینه است.

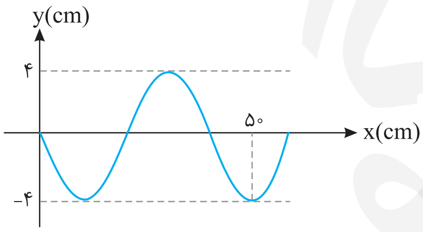
۲- گزینهٔ ۳ A تندی انتشار موج در سیم برابر است با:
$$v=f\lambda \Rightarrow v=40\times 1.2 \Rightarrow v=48\,m/s$$
بیشینه تندی ارتعاش ذرات محیط برابر است با:
$$v_m=A\omega \Rightarrow v_m=\frac{2}{100}(2\pi\times 40) \Rightarrow v_m=1.6\pi\,m/s$$

۳- گزینهٔ ۳ A موج طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.
تندی انتشار موج در سیم $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ با جذر نیروی کشش نسبت مستقیم دارد بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.
موج عرضی و موج طولی هر دو می‌توانند در فنر منتشر شوند و گزینهٔ (۳) درست است.
در موج عرضی راستای نوسان ذرات محیط بر راستای پیشروی موج عمود است بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

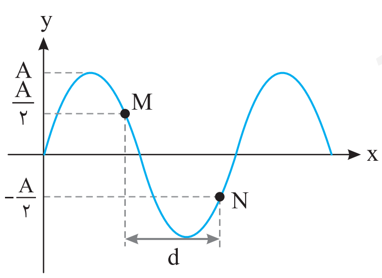
۴- گزینهٔ ۴ A تندی انتشار موج ثابت است و توان متوسط انتقال انرژی با مجذور دامنه و مجذور بسامد متناسب است از این رو:
$$\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2\times\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1}=4\times 4=16$$

۵- گزینهٔ ۲ B فاصلهٔ دو برآمدگی (ستیغ) متوالی یعنی λ که برابر $8cm$ است و در حالت دوم فاصلهٔ یک ستیغ از پاستیغ مجاورش $\frac{\lambda'}{2}=8\,cm$ است. نسبت تندی انتشار موج خواهد شد:
$$\frac{v'}{v}=\frac{f'}{f}\frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{2f}{f}\times\frac{16}{8}=4$$
از طرفی تندی با جذر نیروی کشش نسبت مستقیم دارد:
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow 4=\sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{F'}{F}=16$$

۶- گزینهٔ ۴ A سرعت موج در یک تار برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ جرم یکای طول تار است:
$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{110}{100}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow (1.1)^2=\frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1}=1.21 \quad , \quad \Delta F=F_2-F_1=1.21F_1-F_1=0.21F_1 \Rightarrow \frac{\Delta F}{F_1}\times 100=21\%$$



۷- گزینهٔ ۲ A با توجه به نقش موج طول موج به‌دست می‌آید:
$$5\frac{\lambda}{4}=50 \Rightarrow \lambda=40\,cm$$
نسبت v_m به v را به دست می‌آوریم:
$$\frac{v_m}{v}=\frac{A\omega}{f\lambda}=\frac{A(2\pi f)}{f\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v}=2\pi\frac{A}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v}=2\pi\left(\frac{4}{40}\right) \Rightarrow \frac{v_m}{v}=\frac{\pi}{5}$$

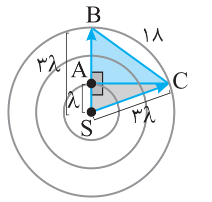


۸- گزینهٔ ۲ B **راه‌حل اول:** ذرهٔ M در هر ثانیه ۱۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، یعنی بسامد موج ۱۰ هرتز است. در این صورت طول موج برابر است با:
$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{20}{10}=2m$$
با توجه به نمودار، فاصلهٔ MN برابر است با:
$$d=\frac{\lambda}{12}+\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{6}=\frac{\lambda}{2} \Rightarrow d=\frac{1}{2}\times 2=1m$$
در نتیجه خواهیم داشت:
$$d=vt \Rightarrow 1=20t \Rightarrow t=\frac{1}{20}s$$
راه‌حل دوم: فاصلهٔ MN برابر $\frac{\lambda}{2}$ است که موج این فاصله را در $\frac{T}{2}$ طی می‌کند پس:
$$t=\frac{T}{2} \Rightarrow t=\frac{\frac{1}{10}}{2}=\frac{1}{20}s$$

۹- گزینهٔ ۱ A گسترهٔ امواج الکترومغناطیس به‌ترتیب کاهش بسامد به قرار زیر است:
گاما ← ایکس ← فرابنفش ← بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز ← فروسرخ ← رادیویی

۱۰- گزینهٔ ۳ A بسامد نور در خلأ با طول موج نسبت وارون دارد، بنابراین:
$$\begin{cases} f_B-f_A=100MHz \\ \frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow f_B-\frac{5}{6}f_B=100 \Rightarrow \frac{f_B}{6}=100 \Rightarrow f_B=600MHz$$

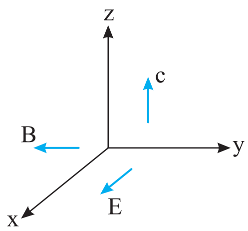
۱۱- گزینهٔ ۲ Ⓒ پرتویی از چشمهٔ S به C رسم می‌کنیم. طول SC برابر 3λ خواهد بود. در مثلث ABC و ASC که قائم‌الزاویه هستند طول AC را حساب می‌کنیم.



$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{ABC}: AC^2 = BC^2 - AB^2 \xrightarrow[BC=18]{AB=2\lambda} AC = \sqrt{18^2 - 4\lambda^2} \\ \overset{\Delta}{ASC}: AC^2 = SC^2 - AS^2 \xrightarrow[AS=\lambda]{SC=3\lambda} AC = \sqrt{9\lambda^2 - \lambda^2}\end{array}\right\} \Rightarrow 18^2 - 4\lambda^2 = 8\lambda^2 \Rightarrow \lambda = 3\sqrt{3}\,cm$$

۱۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ در لحظهٔ $t=75ns$ ، میدان مغناطیسی B را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{B} = B_m \cos(\pi\times10^7\times75\times10^{-9})\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m\cos(\frac{3\pi}{4})\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m(-\frac{\sqrt{2}}{2})\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}B_m\vec{j}$$



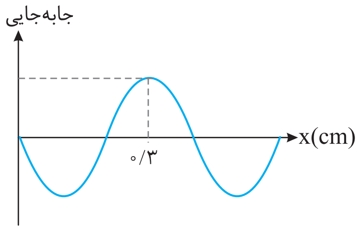
در این لحظه میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور yها است و موج در حال پیشروی در جهت مثبت محور zها است و بنا به قاعدهٔ دست راست جهت میدان الکتریکی مطابق شکل در جهت مثبت محور xها خواهد بود.

اکنون بسامد و طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \pi\times10^7 = 2\pi f \Rightarrow f = 5\times10^6\,Hz, \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3\times10^8}{5\times10^6} \Rightarrow \lambda = 60m$$

این پرتو در ناحیهٔ امواج رادیویی است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۱۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به نمودار:



$$3\frac{\lambda}{4} = 0/3 \Rightarrow \lambda = 0/4m = 40cm$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{10}{0/4} = 25Hz$$

نقش موج به تنهایی نمی‌تواند نوع موج را مشخص کند. نمودار $y-x$ در لحظهٔ معین t یک نمودار سینوسی شبیه نقش موج مسأله است و از روی آن نمی‌توان به نوع موج پی برد. مگر در متن مسأله به قلهٔ موج یا برآمدگی موج اشاره شود که در این مسأله بیان نشده است.

۱۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ بسامد موج در دو فنر با بسامد دیاپازون برابر است. دامنهٔ نوسان نیز همان دامنهٔ نوسان تیغهٔ دیاپازون است. اما تندی موج‌های طولی در جامدات از تندی موج‌های عرضی بیشتر است بنابراین تندی موج در فنر (۲) که موج آن طولی است از تندی موج در فنر (۱) که موج آن عرضی است بیشتر است بنابراین طول موج در فنر (۲) نیز بزرگ‌تر است و گزینهٔ (۳) درست است.

۱۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ موج صوتی یک موج مکانیکی طولی است و گزارهٔ (الف) درست است. تندی صوت در گاز هیدروژن از تندی صوت در متیل الکل که مایع است و غلیظ‌تر است، بیشتر می‌باشد و گزارهٔ (ب) نادرست است. درک ما از شدت صوت، بلندی صوت نامیده می‌شود و گزارهٔ (پ) نادرست است. در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و گزارهٔ (ت) نادرست است. با ورود صوت به آب تندی صوت و طول موج افزایش می‌یابد پس (ث) نیز درست است.

۱۶- گزینهٔ ۴ Ⓐ برای آب:

$$v = f\lambda \Rightarrow 1400 = f\times0/5 \Rightarrow f = 2800Hz$$

برای هوا:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{350}{2800} = 0/125m = 12/5cm$$

۱۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ ابتدا با توجه به تراز شدت صوت داده شده، شدت صوت را به‌دست می‌آوریم:

$$10\log\frac{I}{I_0} = 92dB \Rightarrow 10\log\frac{I}{I_0} \approx 100\,dB \Rightarrow \log\frac{I}{I_0} = 10 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{10} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^{10} \Rightarrow I = 10^{-2}\,W/m^2$$

شدت صوت برابر است با آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند، بنابراین:

$$\left\{\begin{array}{l} I = \frac{\overline{P}}{A} \Rightarrow I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \\ t = 70\ \text{سال} = 70\times365\times24\times60\times60 \approx 100\times100\times10\times100\times100 \simeq 10^9 s \quad \Rightarrow E = 10^{-2}\times10^{-4}\times10^9 = 10^3 J \\ A = \pi r^2 = 3/14\times(0/75\times10^{-2})^2 \approx 1\times10^{-4}\,m^2 \end{array}\right.$$

۱۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ آستانهٔ دردناکی $120dB$ است.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 120 - 100 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 2 = \log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

باید شدت صوت ۱۰۰ برابر شود. بنابراین ۱۰۰ کودک باید با هم جیغ بکشند تا شما به آستانهٔ دردناکی برسید.

۱۹- گزینهٔ ۲ Ⓑ این پدیدهٔ دوپلر است که در آن چشمهٔ صوت به سمت چپ حرکت می‌کند. فاصلهٔ جبهه‌های موج هم‌فاز در جلوی آن کم و در پشت سر آن زیاد شده است.

۲۰- گزینهٔ ۳ Ⓑ جهان در حال انبساط است. بنابراین کهکشان‌ها در حال دور شدن از هم بوده و طول موج نور آن‌ها که به زمین می‌رسد باید افزایش یابد و انتقال به سرخ صورت می‌گیرد.

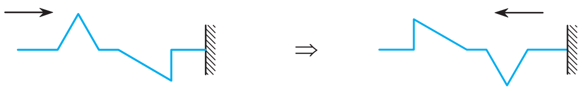
فصل چهارم

برهم‌کنش‌های موج

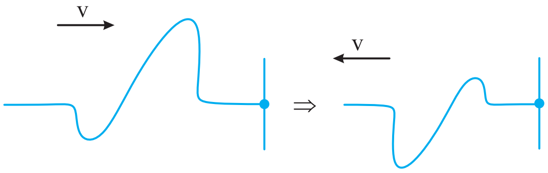
برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکـن QR Code دانلود کنیـد.

فصل ٤ برهم‌کنش‌های موج

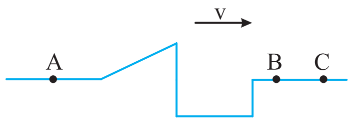
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱- گزینهٔ ۳ (A) در بازتاب تپ، تپ بازتابیده وارونگی دارد و هم‌چنین تپ قرینه می‌شود:



۲- گزینهٔ ۲ (A) تپ بازتابیده دچار وارونگی می‌شود، هم‌چنین تپ بازتابیده قرینهٔ تپ اولیه است.



۳- گزینهٔ ۳ (A) نقطهٔ B شبیه انتهای ثابت عمل کرده و تپ از آن بازتابیده می‌شود و تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارونگی دارد. قسمت مستطیل شکل تپ ابتدا به نقطهٔ B می‌رسد، بنابراین در بازتاب نیز، ابتدا برمی‌گردد و در سمت چپ تپ قرار می‌گیرد. با این توضیحات، گزینهٔ (۳) تپ بازتابیده است.

۴- گزینهٔ ۴ (A) آنتن بشقابی و اجاق خورشیدی با بازتاب امواج الکترومغناطیسی روی کانون کار می‌کنند. سونوگرافی و سونار با استفاده از مکان‌یابی پژواکی (بازتاب موج صوت) کار می‌کنند.

۵- گزینهٔ ۴ (A) هنگام بازتاب شرایط محیطی موج تغییر نمی‌کند بنابراین تندی ثابت است، هم‌چنین می‌دانیم که بسامد موج به چشمهٔ موج بستگی دارد بنابراین پس از بازتاب بسامد ثابت می‌ماند و با توجه به $\lambda=\frac{v}{f}$ و ثابت ماندن تندی و بسامد، طول موج نیز ثابت می‌ماند. هم‌چنین بازتاب موج همواره از قانون بازتاب عمومی پیروی می‌کند.

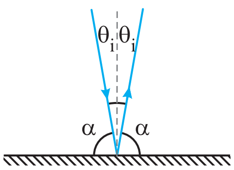
۶- گزینهٔ ۲ (A) موج صوت نیز از قانون بازتاب عمومی پیروی می‌کند بنابراین هنگامی بلندی صوت شنیده شده بیشینه است که $\theta_i=\theta_r$ باشد

$$\theta_i+\theta_r=120^\circ \Rightarrow \theta_i=60^\circ$$

زاویهٔ بین لولهٔ متصل به دهانهٔ (۱) خط AA' برابر $90^\circ-60^\circ=30^\circ$ می‌باشد.

۷- گزینهٔ ۴ (A) برای آن‌که بیشینهٔ بلندی به دهانهٔ دوم برسد باید زاویهٔ تابش موج صوتی و بازتابش با هم برابر باشند، بنابراین یا باید دهانهٔ (۱)، 15° ساعتگرد بچرخد و یا دهانهٔ (۲) 15° ساعتگرد بچرخد.

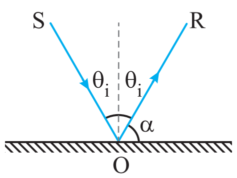
۸- گزینهٔ ۳ (A) سرعت انتشار صوت از ویژگی‌های محیط است که تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۱) نادرست است. بسامد صوت از ویژگی‌های چشمهٔ صوت بوده و در بازتاب موج (صوت) از مانع تغییری نمی‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است. با ثابت ماندن v و f، طول موج نیز ثابت می‌ماند بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است. اما با کاهش انرژی صوت، دامنهٔ صوت کاهش می‌یابد زیرا انرژی موج با مجذور دامنهٔ آن متناسب است بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



۹- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:

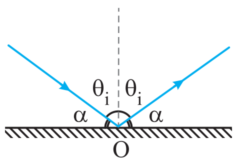
$$\theta_i+\theta_i=\frac{1}{4}\alpha \Rightarrow \alpha=8\theta_i$$

$$\alpha+\theta_i=90^\circ \Rightarrow 8\theta_i+\theta_i=90^\circ \Rightarrow \theta_i=10^\circ$$



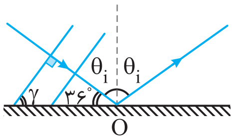
۱۰- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به صورت مسأله، پرتو بازتابش (OR) نیمساز زاویهٔ بین پرتو تابش (SO) و سطح آینه است؛ در نتیجه زاویهٔ α و $2\theta_i$ با هم برابرند.

$$\begin{cases}\alpha=2\theta_i\\ \theta_i+\alpha=90^\circ\end{cases} \Rightarrow 3\theta_i=90^\circ \Rightarrow \theta_i=30^\circ$$



۱۱- گزینهٔ ۱ (B) زاویهٔ بین پرتو تابش و پرتو بازتابیده $2\theta_i$ و زاویهٔ بین پرتو تابش و سطح آینه α است. با توجه به فرض مسأله و شکل زیر می‌توان نوشت:

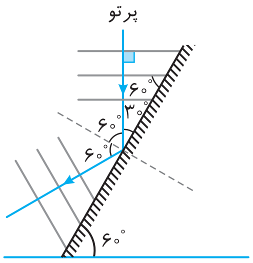
$$\begin{cases}\alpha=\frac{2}{3}(2\theta_i)\\ \alpha+\theta_i=90^\circ\end{cases} \Rightarrow \theta_i=54^\circ \text{ و } \alpha=36^\circ$$



همانطور که می‌دانید پرتو نور بر جبهه‌های موج عمود می‌باشد بنابراین:

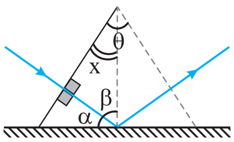
$$\gamma=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)\Rightarrow\gamma=54^\circ$$

۱۲- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به صورت مسـألهٔ جبهه‌های موج موازی افق هسـتند و بنا به خاصیـت خطـوط موازی و مورب، جبهه‌های موج با سـطح صیقلی زاویهٔ 60° می‌سـازند از این‌رو زاویهٔ تابش نیز 60° می‌شود و زاویهٔ بازتاب نیز 60° خواهد بود.



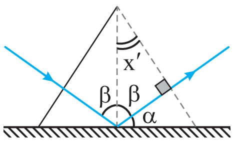
۱۳- گزینهٔ ۲ Ⓑ جبهه‌های موج بر پرتوی موج عمود است:

$$\begin{cases}\beta+x=90^\circ\\ \alpha+\beta=90^\circ\end{cases}\Rightarrow x=\alpha$$



با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش و بازتاب با هم یکسان و برابر β است:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=90^\circ\\ \beta+x'=90^\circ\end{cases}\Rightarrow x'=\alpha$$

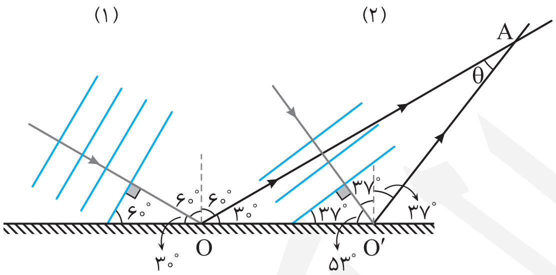


بنابراین:

$$\theta=x+x'=2\alpha$$

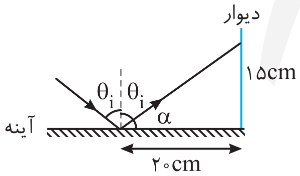
۱۴- گزینهٔ ۲ Ⓑ پرتوهای هر جبهه را رسـم می‌کنیم. زاویهٔ بین هر جبهه و سـطح آینه برابـر زاویـهٔ تابش هر پرتو می‌باشـد. زاویهٔ تابش در نقطـهٔ O، 60° و در نقطهٔ O'، 37° است. بنابراین با توجه به مثلث $OO'A$ زاویهٔ بین دو پرتو خواهد شد.

$$\theta=180-(30+53+74)=23^\circ$$



۱۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}\Rightarrow\alpha=37^\circ\xrightarrow{\theta_i+\alpha=90^\circ}\theta_i=53^\circ$$



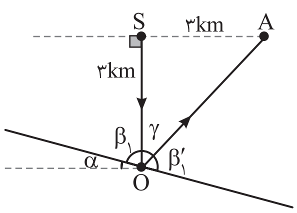
۱۶- گزینهٔ ۱ Ⓒ با استفاده از روابط مثلثاتی:

$$\tan\gamma=\frac{3}{3}=1\Rightarrow\gamma=45^\circ$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی $\theta_i=\theta_r=\frac{45^\circ}{2}$ بنابراین:

$$\beta_1=\beta_1'=\frac{180-45}{2}=67/5^\circ$$

$$\alpha+\beta_1=90^\circ\Rightarrow\alpha+67/5^\circ=90^\circ\Rightarrow\alpha=22/5^\circ$$



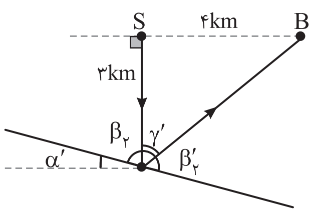
در حالت دوم با توجه به رابطهٔ رابطهٔ مثلثاتی داریم:

$$\tan\gamma'=\frac{4}{3}\Rightarrow\gamma'=53^\circ$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی در این حالت

$$\beta_2=\beta_2'=\frac{180-53}{2}=63/5^\circ$$

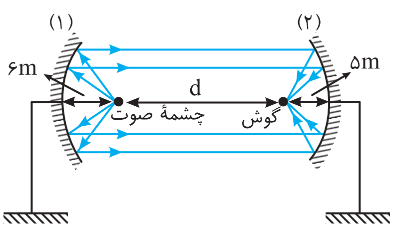
$$\alpha'+\beta_2=90^\circ\Rightarrow\alpha'=26/5^\circ$$

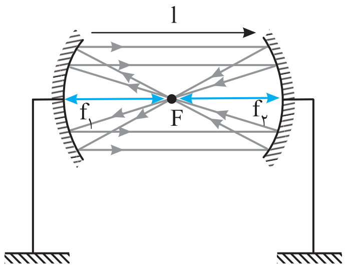


بنابراین باید تیغه را $26/5^\circ-22/5^\circ=4^\circ$ بچرخانیم.

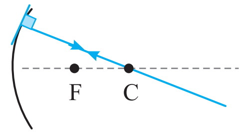
۱۷- گزینهٔ ۲ Ⓑ صوت تولیدی چون از کانون گذشـته بنابراین بازتاب این پرتو از سـطح کاو (۱) موازی با محور می‌باشـد و اگر پرتو موازی با محور به سـطح کاو (۲) برخورد کند پس از بازتاب پرتو از این سـطح از کانون سطح (۲) عبور می کند بنابراین شخص باید در کانون آینهٔ دوم قرار بگیرد تا صدا با بیشترین بلندی را بشنود:

$$d=20-(5+6)\Rightarrow d=9m$$

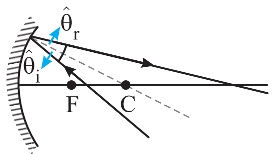




۱۸- گزینهٔ ۱ (B) تمام موج صوت تولید شده توسط شخص پس از بازتاب از هر دو سطح باید در همان نقطهٔ تولید صوت متمرکز شود تا شخص صوت پژواک را با بیشترین بلندی بشنود. همان‌طور که می‌دانیم اگر در کانون صوت تولید کنیم صوت تولیدی پس از بازتاب از سطح کاو، موازی با محور بازمی‌گردد و با توجه به سؤال صوت بازتاب پس از برخورد به سطح دوم نیز باید در محل تشکیل صوت متمرکز شود، از طرفی اگر موجی موازی با محور بر سطحی برخورد کند موج بازگشتی از کانون عبور می‌کند پس شخص در فاصلهٔ کانونی هر دو سطح قرار دارد. $l=f_1+f_2$



۱۹- گزینهٔ ۱ (B) مطابق شکل پرتو موج رادیویی تابیده شده بر سطح کاو را رسم می‌کنیم. این پرتو از مرکز این سطح می‌گذرد و در امتداد شعاع بوده بنابراین بر سطح کاو عمود است هرگاه پرتو عمود بر سطح بتابد بازتاب آن روی خود پرتو خواهد بود یعنی بازتاب از مرکز سطح کاو می‌گذرد.



۲۰- گزینهٔ ۴ (B) مطابق شکل ابتدا شعاع وارد بر سطح در نقطهٔ برخورد پرتو با سطح را رسم می‌کنیم. این خط همان خط عمود است حال با توجه به قانون عمومی بازتاب پرتوی بازتابش را رسم می‌کنیم.

۲۱- گزینهٔ ۱ (A) صوت در مدت $۰/۲\text{s}$، ۱۰۰ متر فاصلهٔ بین وال با مانع را رفته و بازگشته بنابراین:

$$v_{\text{صوت در آب}}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۱۰۰+۱۰۰}{۰/۲}=\frac{۲۰۰}{۰/۲}\Rightarrow v_{\text{صوت در آب}}=۱۰۰۰\text{m/s}$$

حال با توجه به سرعت صوت و بسامد داده شده طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰\times۱۰^{۳}}=۱۰^{-۲}\text{m}=۱\text{cm}$$

۲۲- گزینهٔ ۲ (A) تندی صوت در محیط را به‌دست می‌آوریم:

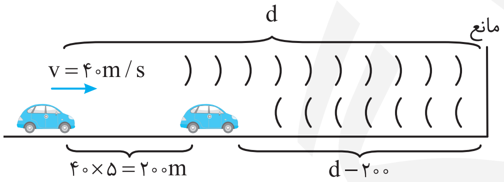
$$v=f\lambda\Rightarrow v=۴۰\times۱۰^{۳}\times۸/۷۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow v=۳۵۰\text{m/s}$$

زمان رفت صوت $\frac{۰/۴}{۲}=۰/۲\text{s}$ است، از این رو:

$$d=vt=۳۵۰\times۰/۲=۷۰\text{m}$$

۲۳- گزینهٔ ۲ (A) تپ ارسالی مسیر رفت و برگشت بین ایستگاه زمینی و ماهواره را طی می‌کند بنابراین. اگر فاصلهٔ ایستگاه تا ماهواره را d در نظر بگیریم مسافتی که موج الکترومغناطیسی طی می‌کند برابر است با:

$$c=\frac{۲d}{\Delta t}\Rightarrow c\Delta t=۲d\Rightarrow d=\frac{۳\times۱۰^{۸}\times۰/۲۴}{۲}=۳/۶\times۱۰^{۷}\text{m}=۳/۶\times۱۰^{۴}\text{km}$$



۲۴- گزینهٔ ۴ (B) با شلیک تیر، صوت حاصل از آن با تندی ۳۴۰m/s به مدت ۵s در حال انتشار بوده است و در این مدت اتومبیل به اندازهٔ $۴۰\times۵=۲۰۰\text{m}$ به مانع نزدیک شده است بنابراین:

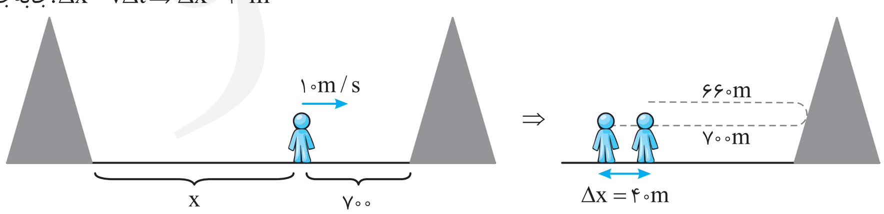
$$\Delta x_{\text{صوت}}=v_{\text{صوت}}\Delta t\Rightarrow ۲d-۲۰۰=۳۴۰\times۵\Rightarrow ۲d=۱۹۰۰\Rightarrow d=۹۵۰\text{m}$$

۲۵- گزینهٔ ۲ (A) اختلاف زمانی در رفت و برگشت برابر خواهد شد با:

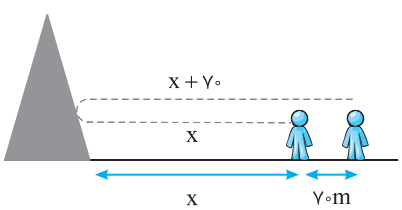
$$t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۲\times۱۶}{۳۲۰}=۰/۱\text{s}$$

۲۶- گزینهٔ ۴ (B) مطابق شکل شخص بین دو صخره قائم قرار دارد و پس از شلیک به سمت کوه نزدیک‌تر حرکت می‌کند، صوت پس از طی مسیر بین کوه و شخص به شخص می‌رسد.

جابه‌جایی شخص در مدت ۴s: $\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\Delta x=۴۰\text{m}$



$$v=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۷۰۰+۶۶۰}{۴}\Rightarrow v=۳۴۰\text{m/s}$$



جابه‌جایی شخص در مدت ۷s: $\Delta x'=v\Delta t'\Rightarrow\Delta x'=۷۰\text{m}$

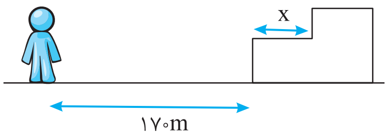
$$v=\frac{x+(x+۷۰)}{\Delta t'}\Rightarrow ۳۴۰=\frac{۲x+۷۰}{۷}\Rightarrow ۲x+۷۰=۲۳۸۰\Rightarrow x=۱۱۵۵\text{m}$$

بنابراین فاصلهٔ دو صخره از هم $x+۷۰۰=۱۸۵۵\text{m}$ می‌باشد.

۲۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ برای تشخیص دو صوت باید فاصلهٔ زمانی آن‌ها از هم حداقل $0/1s$ باشد. از این رو:

$$t_{هوا}-t_{فلز}\geq 0/1\Rightarrow \frac{l}{v_{هوا}}-\frac{l}{v_{فلز}}\geq 0/1\Rightarrow \frac{l}{300}-\frac{l}{1800}\geq 0/1\Rightarrow \frac{6l-l}{1800}\geq 0/1\Rightarrow 5l\geq 180\Rightarrow l\geq\frac{180}{5}\Rightarrow l\geq 36m$$

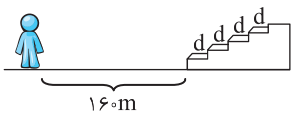
۲۸- گزینهٔ ۱ Ⓑ اگر فاصلهٔ دو پژواک رسیده کمتر از $0/1s$ دو پژواک از هم قابل تشخیص نخواهد بود.



$$t_1=\frac{170+170}{v_{هوا}}\quad,\quad t_2=\frac{170+170+x+x}{v_{هوا}}$$

$$\Delta t<0/1s\Rightarrow t_2-t_1=\frac{2x}{v_{هوا}}<0/1\Rightarrow\frac{2x}{340}<0/1\Rightarrow 2x<0/1\times 340\Rightarrow 2x<34\Rightarrow x<17m$$

۲۹- گزینهٔ ۳ Ⓒ اختلاف پژواک اول و دوم به دلیل مسیر اضافی رفت و برگشت $2d$ است.



$$\Delta t=\frac{2d}{v}\Rightarrow 0/5=\frac{2d}{v}\Rightarrow v=4d\quad(1)$$

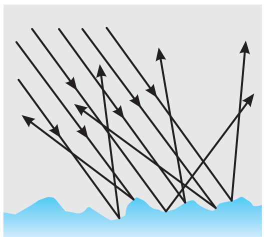
پژواک سوم پس از طی مسیر $2(d'+2d)$ بعد از $2s$ به گوش شخص رسیده است از این رو:

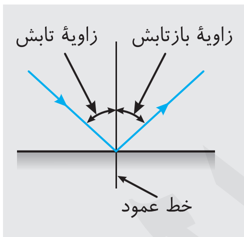
$$t_3=\frac{l}{v}\Rightarrow t_3=\frac{2d'+4d}{v}\xrightarrow{(1)}2=\frac{2d'+4d}{4d}\Rightarrow 2=\frac{2\times 160+4d}{4d}$$
$$\Rightarrow 8d=320+4d\Rightarrow 4d=320\Rightarrow d=80m$$

اکنون سرعت صوت در هوا را به‌دست می‌آوریم:

$$v=4d\Rightarrow v=4\times 80=320m/s$$

۳۰- گزینهٔ ۴ Ⓐ نـور روی سـطوح هموار و ناهموار از قانون بازتـاب عمومی پیروی می کند بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.





۳۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ طول موج نور مرئی در حدود $0/5\mu m$ است و اگر از دید میکروسکوپی سطحی که به آن نور تابیده شده دارای ناهمواری‌های بزرگ‌تر از $1\mu m$ باشد این سطح‌ها برای نور مرئی ناهموار محسوب می‌شوند و بازتاب نور از سطح آن‌ها پخشنده یا نامنظم است و اگر ناهمواری‌های سطح از $1\mu m$ بسیار کوچک‌تر باشد آن سطح برای نور مرئی هموار خواهد بود و بازتاب از این سطح آینه‌ای و منظم است، بنابراین بازتاب نور مرئی از سطح a و b و c پخشنده یا نامنظم است و بازتاب از سطح d آینه‌ای یا منظم است.

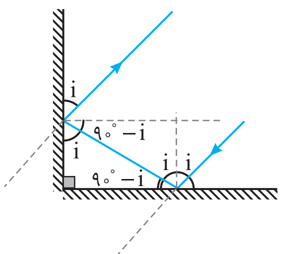
۳۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ نور از سطح دیوار بازتاب می‌شود و گزینهٔ (۳) و (۴) نادرست است. چون سطح دیوار از دید میکروسکوپی ناهموار می‌باشد نور لیزر از سطح دیوار به صورت پخشنده و در همهٔ جهات بازتاب می‌شود و باعث می‌شود همهٔ دانش‌آموزان نقطهٔ رنگی حاصل از باریکه را ببینند.

۳۳- گزینهٔ ۱ Ⓑ طول موج پرتوها را به‌دسـت آورده و با ابعاد ناهمواری‌ها مقایسـه می کنیم. اگر ابعاد ناهمواری‌ها بزرگ‌تر طول موج باشـد، پخشـندگی رخ می‌دهد و اگر کوچک‌تر از طول موج باشد، بازتاب آینه‌ای خواهد بود.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda_{UV}=\frac{3\times 10^8}{1/5\times 10^{15}}=2\times 10^{-7}m\Rightarrow\lambda_{UV}=200nm<1nm$$ بازتاب پخشنده

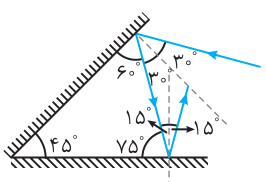
$$\lambda_{ELF}=\frac{3\times 10^8}{100}\Rightarrow\lambda_{ELF}=3\times 10^6m>1nm$$ بازتاب آینه‌ای

۳۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ اگـر زاویـهٔ بین دو آینه 90° باشـد با هر زاویه‌ای پرتـو تابش را بتابانیم، پرتـو تابش و پرتو بازتاب خروجی با هم موازی‌اند.



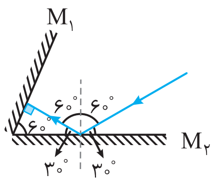
۳۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ مطابق شکل و با استفاده از قانون بازتاب عمومی داریم:

بنابراین پرتو تابیده به آینهٔ دوم 75° است پس زاویهٔ تابش برابر $\theta_i=90^\circ-75^\circ=15^\circ$ است.



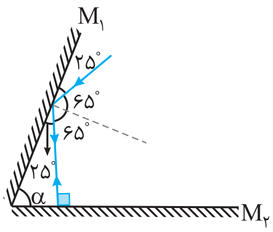
$$\theta_i=\theta_r=15^\circ$$

۳۶- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل، پرتو بر سطح آینهٔ M' عمود می‌تابد و زاویهٔ تابش صفر درجه است.

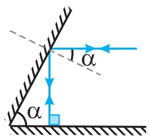


۳۷- گزینهٔ ۳ برای آن‌که پرتو روی خودش برگردد، باید عمود بر سطح آینهٔ M_2 بتابد. با توجه به شکل، خواهیم داشت:

$\alpha = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

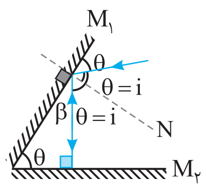


تذکر: هرگاه دو آینه با هم زاویهٔ حاده (α) بسازند چنانچه پرتو با زاویهٔ تابش α بر یکی از آینه بتابد پس از بازتاب متوالی بر روی خودش بازمی‌گردد.

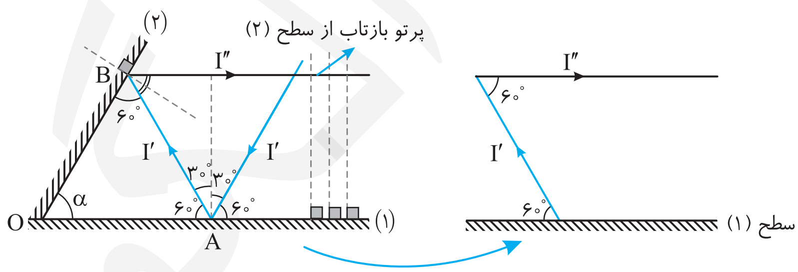


۳۸- گزینهٔ ۳ پرتو بر آینهٔ M_2 عمود است زیرا روی خودش بازتاب کرده است. خط N بر آینه عمود است.
در واقع دو ضلع زاویهٔ i بر دو ضلع زاویهٔ θ عمود است، بنابراین با زاویهٔ θ برابر است $(i=\theta)$.

در این صورت:
$$\begin{cases} \theta+\beta=90^\circ \\ 3\theta+\beta=180^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} 2\theta=90^\circ \Rightarrow \theta=45^\circ$$

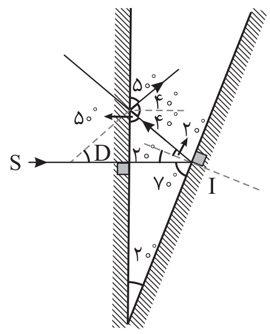


۳۹- گزینهٔ ۳ با توجه به فرض مسـأله جبهه‌های بازتاب از سـطح (۲) عمود بر سـطح (۱) هستند، بنابراین مطابق شکل پرتو بازتاب از سطح (۲) موازی سطح (۱) اسـت و با توجه به خاصیت خطوط موازی مورب زاویهٔ بین پرتو تابش I' و پرتو بازتاب I'' سـطح (۲)، 60° خواهد شـد. بنابراین زاویهٔ تابش بر سـطح (۲)، $\frac{60}{2}=30^\circ$ است و زاویه‌ای که پرتو I' با سطح آینه‌ای (۲) می‌سازد نیز 60° خواهد شد و در مثلث OAB زاویهٔ α نیز 60° می‌شود.

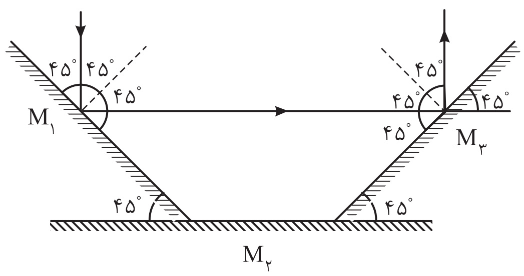


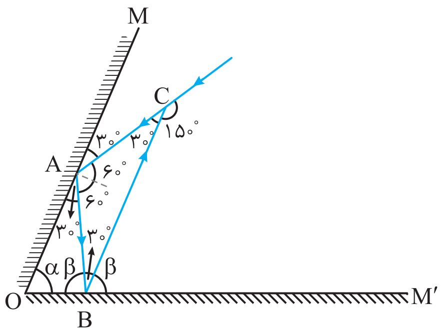
شکل خطوط موازی و مورب استفاده شده

۴۰- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل، $D=40^\circ$ است.
برای به‌دست آوردن D (زاویهٔ انحراف) کافی است زاویهٔ بین دو آینهٔ متقاطع را دو برابر کنیم.



۴۱- گزینهٔ ۱ با توجه به قانون بازتابش شکل زیر را رسم می‌کنیم:
پرتـو بازتـاب از آینهٔ M_3 به موازات پرتو تابش به آینهٔ M_1 و در خلاف جهت آن بوده، یعنی 180° از مسیرش منحرف شده است.





۴۲- گزینهٔ ۳ B با توجه به شکل روبه‌رو زاویهٔ تابش بر آینهٔ M، ۶۰° است. در مثلث ABC زاویهٔ مجاور ۱۵۰°، نیز $C=۳۰^\circ$ است. بنابراین زاویهٔ بین پرتوی تابش و بازتابش بر آینهٔ M' برابر است با:

$$۱۸۰-(۲\times۶۰+۳۰)=۳۰^\circ$$

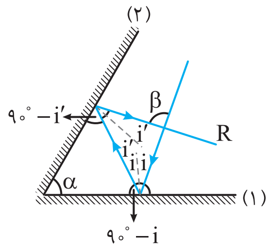
اکنون زاویهٔ بین پرتوی تابش بر آینهٔ M' با سطح آینه را به‌دست می‌آوریم:

$$۲\beta=۱۸۰-۳۰=۱۵۰^\circ\Rightarrow\beta=۷۵^\circ$$

در این صورت در مثلث OAB می‌توان نوشت: $\alpha+\beta+۳۰=۱۸۰^\circ\Rightarrow\alpha+۷۵+۳۰=۱۸۰^\circ\Rightarrow\alpha=۷۵^\circ$

نکته: در آینه‌های متقاطع همواره زاویهٔ انحراف بین پرتوی تابش اولیه و پرتوی بازتاب از روی آینهٔ دوم دو برابر زاویهٔ بین دو آینه است و به زاویهٔ تابش اولیه بستگی ندارد.

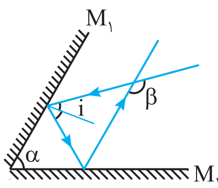
با دانستن این نکته می‌توان نوشت: $\alpha=\frac{۱۵۰^\circ}{۲}=۷۵^\circ$



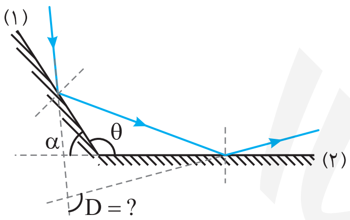
۴۳- گزینهٔ ۲ B β زاویهٔ خارجی است: $\beta=۲i+۲i'=۲(i+i')$ (۱)

از طرفی داریم: $\alpha+۹۰-i'+۹۰-i=۱۸۰\Rightarrow\alpha=i'+i$ (۲)

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت: $\beta=۲\alpha$



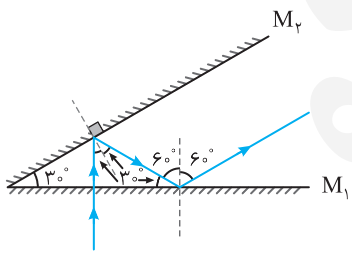
۴۴- گزینهٔ ۱ A در آینه‌های متقاطع زاویهٔ انحراف یعنی زاویهٔ بین امتداد پرتو اولیه با امتداد پرتو بازتاب از آینهٔ دوم به زاویهٔ تابش بستگی ندارد و $\beta=۲\alpha$ است (اگر α حاده باشد) بنابراین با تغییر i، β تغییر نمی‌کند. فرض این است که پرتو بعد از بازتاب از آینهٔ $M_۱$ به آینهٔ $M_۲$ بتابد.



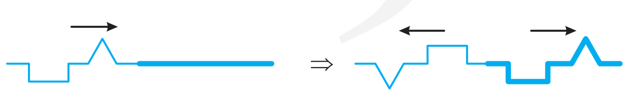
۴۵- گزینهٔ ۲ B هرگاه پرتو به آینه‌های متقاطع شکل روبه‌رو بتابد، زاویهٔ انحراف یعنی زاویهٔ بین راستای پرتو تابش بر آینهٔ (۱) و پرتو بازتابش از آینهٔ (۲) برابر است با:

$$D=۳۶۰-۲\theta$$

$$D=۳۶۰-۲(۱۸۰-\alpha)\Rightarrow D=۳۶۰-۲\times۱۸۰+۲\alpha\Rightarrow D=۲\alpha$$



۴۶- گزینهٔ ۲ B تعداد دفعات بازتاب تا لحظه‌ای رخ می‌دهد که پرتو بازتاب با یکی از آینه‌ها موازی شود و یا زاویهٔ بین پرتو و یکی از آینه‌ها از زاویهٔ بین دو آینه کوچک‌تر شود. با این توضیحات و مطابق شکل گزینهٔ (۲) درست است.



۴۷- گزینهٔ ۲ A تپ عبوری همانند تپ اولیه اما با ابعاد کوچک‌تر می‌باشد و تپ بازتابیده وارونه و همچنین قرینهٔ تپ اولیه است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۴۸- گزینهٔ ۱ A هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از یک سیم به سیم دیگر)، بسامد ثابت می‌ماند:

$$\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_۱}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu_۲}}}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\sqrt{\frac{\mu_۲}{\mu_۱}}\Rightarrow\frac{\mu_۲}{\mu_۱}=\left(\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}\right)^۲$$

۴۹- گزینهٔ ۳ B در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌ها یکسان باشد، سرعت انتشار موج ثابت است، اما در این پرسش، شرایط فیزیکی محیط از A تا B در حال تغییر است، بنابراین سرعت انتشار موج از A تا B در حال تغییر بوده و طول موج نیز از A تا B درحال تغییر خواهد بود.

سرعت انتشار موج در سیم $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ بوده و با جذر چگالی سیم نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}\xrightarrow{\rho_A>\rho_B}v_A<v_B\xrightarrow{\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{v_A}{v_B}}\lambda_A<\lambda_B$$

۵۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ است.

اکنون به حل مسأله می‌پردازیم:

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A_B}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A_A}}}\Rightarrow 3=\sqrt{\frac{A_A}{A_B}}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=9$$

۵۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می‌کند، در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}$$

از طرفی سرعت انتشار موج در طناب $(v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}})$ با قطر (شعاع) سطح مقطع طناب نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{D_2}{D_1}\Rightarrow\frac{7}{\lambda_2}=\frac{D_2}{3D_2}\Rightarrow\lambda_2=21cm$$

۵۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ در گذر موج از یک طناب به طناب دیگر بسامد ثابت می‌ماند اما سرعت و طول موج تغییر می‌کند.

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{D_1}{D_2}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{1}{2}\xrightarrow{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{1}{2}$$

۵۳- گزینهٔ ۱ Ⓐ تندی موج ۶۰٪ کاهش یافته، در واقع:

$$v_2=v_1-\frac{60}{100}v_1\Rightarrow v_2=0/4v_1$$

با توجه به $\lambda=\frac{v}{f}$ و این‌که در شکست بسامد تغییر نمی‌کند، داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}=0/4\xrightarrow[\text{برابر طول موج است}]{\text{فاصلهٔ دو ستیغ متوالی}}\frac{\lambda_2}{10}=0/4\Rightarrow\lambda_2=4cm$$

۵۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از هوا به آب)، بسامد ثابت می‌ماند. بنابراین:

$$f_1=f_2\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{2/5}=\frac{1540}{350}\Rightarrow\lambda_2=11m$$

۵۵- گزینهٔ ۳ Ⓐ بسامد از ویژگی‌های چشمه است و تغییر نمی‌کند.

$$f_1=f_2=60\,Hz\quad,\quad\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{0/5}=\frac{1}{2}\Rightarrow\lambda_2=0/25m$$

۵۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر، دوره و بسامد موج ثابت و سرعت انتشار، طول موج، امتداد و شدت موج (نور) تغییر می‌کنند.

۵۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد و هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط دیگر، بسامد و رنگ نور ثابت می‌ماند.

۵۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ وقتی موج الکترومغناطیسی از هوا وارد آب شود، سرعت آن کاهش $(v=\frac{c}{n})$ و طول موج آن نیز کاهش $(\lambda'=\frac{\lambda}{n})$ می‌یابد و بسامد آن ثابت می‌ماند $(f'=f)$.

۵۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ بسامد زاویه‌ای برابر $\omega=2\pi f$ است و می‌دانیم بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند، بنابراین بسامد زاویه‌ای موج الکترومغناطیسی در شیشه و خلأ یکسان می‌باشد.

۶۰- گزینهٔ ۲ Ⓐ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامد آن ثابت می‌ماند اما طول موج و سرعت انتشار نور تغییر می‌کند و رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{0/45}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}}\Rightarrow\lambda_2=0/4\mu m$$

۶۱- گزینهٔ ۲ Ⓐ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، سرعت و طول موج آن به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند اما بسامد آن ثابت می‌ماند، این پدیده را شکست نور گویند.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{2/25\times10^8}{3\times10^8}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{4}{3}$$

۶۲- گزینهٔ ۳ Ⓐ نور یک لامپ تکفام قرمز در آب و هوا یکسان دیده می‌شود و نور قرمز در آب و در هوا دارای بسامد مشخص است. اما طول موج نور قرمز در هوا و آب به دلیل پدیدهٔ شکست یکسان نیست بنابراین رنگ نور که توسط چشم دیده می‌شود به بسامد آن بستگی دارد.

۶۳- گزینهٔ ۴ Ⓐ وقتی نور از هوا وارد محیط شفافی به ضریب شکست n می‌شود، طول موج و سرعت نور $\frac{1}{n}$ می‌شود.

۶۴- گزینهٔ ۴ سـرعت تمام امواج الکترومغناطیسـی در خلأ یکسـان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ اسـت و هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامد آن ثابت می‌ماند، اما سرعت و طول موج آن تغییر می‌کند.

$$v=\frac{c}{n}\Rightarrow v=\frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}{\frac{4}{3}}\Rightarrow v=\frac{3}{4\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

۶۵- گزینهٔ ۴ سرعت صوت در آب از سرعت صوت در هوا بیشتر است. از این‌رو:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[\text{v افزایش یافته}]{\text{با تغییر محیط بسامد ثابت می‌ماند}}\text{ λ بیشتر می‌شود}$$

اما در مورد امواج الکترومغناطیسی با توجه به قانون شکست اسنل هرچه محیط غلیظ‌تر باشد، ضریب شکست بیشتر شده و سرعت کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases}\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow \text{سرعت کاهش می‌یابد}\\ \lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[\text{v کاهش یافته}]{\text{با تغییر محیط بسامد ثابت مانده}}\text{ λ کمتر می‌شود}\end{cases}$$

۶۶- گزینهٔ ۱ نسبت سرعت نور در دو محیط شفاف با وارون نسبت ضریب شکست دو محیط برابر است.

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2}\Rightarrow n=\frac{c}{v}\Rightarrow n=\frac{3\times10^5}{2/5\times10^5}\Rightarrow n=1/2$$

۶۷- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون شکست عمومی و قانون شکست اسنل

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{1}{\frac{6}{5}}\Rightarrow\frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{5}{6}\Rightarrow v_2=2/5\times10^8\,m/s$$

بسامد به چشم نور بستگی دارد و با تغییر محیط تغییر نمی‌کند.

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{3\times10^8}{600\times10^{-9}}\Rightarrow f=\frac{1}{2}\times10^{15}\Rightarrow f=5\times10^{14}\,Hz$$

همچنین با توجه به $\lambda=\frac{v}{f}$ و ثابت ماندن f بنابراین تغییرات λ و v یکسان می‌باشد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{600}=\frac{1}{\frac{6}{5}}\Rightarrow\lambda_2=500nm$$

۶۸- گزینهٔ ۴ رابطهٔ سرعت نور با ضریب شکست را در دو حالت می‌نویسیم و سپس در هم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\frac{n_{\text{ش}}}{n_{\text{آ}}}=\frac{v_{\text{آ}}}{v_{\text{ش}}}=\frac{9}{8}\\ \frac{n_{\text{ال}}}{n_{\text{ش}}}=\frac{v_{\text{ش}}}{v_{\text{ال}}}=\frac{8}{5}\end{cases}\Rightarrow\frac{v_{\text{آ}}}{v_{\text{ش}}}\times\frac{v_{\text{ش}}}{v_{\text{ال}}}=\frac{9}{8}\times\frac{8}{5}\Rightarrow\frac{v_{\text{آ}}}{v_{\text{ال}}}=\frac{9}{5}$$

۶۹- گزینهٔ ۱ بسـامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند و نسـبت بسـامد در هوا با نسبت بسامد در محیط شفاف دیگر تفاوتی ندارد به همین علت نسبت بسامدها در هوا را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}f_A=\frac{v}{\lambda_A}\\ f_B=\frac{v}{\lambda_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{400}{200}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=2$$

۷۰- گزینهٔ ۱ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{1}{\frac{4}{3}}\Rightarrow\lambda_2=\frac{3}{4}\lambda_1$$

طول موج در آب از طول موج در هوا کمتر شده بنابراین طول موج کاهش یافته است.

$$\lambda_1-\lambda_2=100\Rightarrow\lambda_1-\frac{3}{4}\lambda_1=100\Rightarrow\frac{\lambda_1}{4}=100\Rightarrow\lambda_1=400nm$$

که این طول موج در ناحیهٔ نور مرئی قرار دارد. بسامد موج با تغییر محیط ثابت می‌ماند. $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow400\times10^{-9}=\frac{3\times10^8}{f}\Rightarrow f=\frac{3}{4}\times10^{15}\,Hz\Rightarrow f=7/5\times10^{14}\,Hz$

۷۱- گزینهٔ ۳ اندازهٔ سرعت ۴۰٪ افزایش یافته بنابراین:

$$v_{\text{هوا}}=v_{\text{شیشه}}+\frac{40}{100}v_{\text{شیشه}}\Rightarrow v_{\text{هوا}}=1/4v_{\text{شیشه}}$$

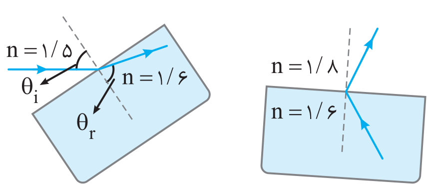
با توجه به قانون شکست اسنل:

$$\begin{cases}\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_2}{n_1}\\ \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{v_1}{v_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{v_{\text{شیشه}}}{v_{\text{هوا}}}=\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{شیشه}}}\Rightarrow\frac{v_{\text{شیشه}}}{1/4v_{\text{شیشه}}}=\frac{1}{n_{\text{شیشه}}}\Rightarrow n_{\text{شیشه}}=1/4=\frac{7}{5}$$

۷۲- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{v_۱-\frac{۳۶}{۱۰۰}v_۱}{v_۱}\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{۱۶}{۲۵}$$

۷۳- گزینهٔ ۲ برای هر سه شکل خط عمود را رسم می‌کنیم.

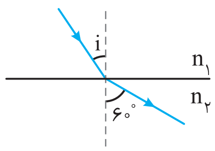


(پ) (ب) (الف)

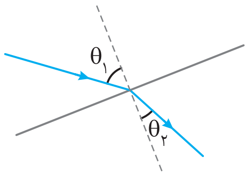
در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیشتر است. بنابراین پرتو شکست به خط عمود باید نزدیک شود و شکل (الف) درست است.

شکل (ب) کاملاً نادرست است، زیرا زاویه تابش و شکست باید در دو طرف خط عمود تشکیل شود. در حالی که در این شکل هر دو پرتو در یک طرف خط عمود رسم شده‌اند.

در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بزرگ‌تر است و باید پرتو به خط عمود نزدیک شود. اما پرتو از خط عمود دور شده که این شکل نادرست است.

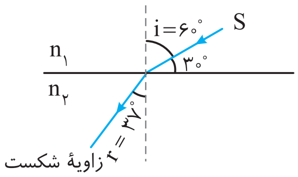


۷۴- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل روبه‌رو زاویهٔ شکست از زاویهٔ تابش بیشتر است و پرتو در گذر از مرز دو محیط از خط عمود دور شده پس محیط دوم از محیط اول رقیق‌تر است و $n_۱>n_۲$ بوده و سرعت نور در محیط اول کمتر از محیط دوم است $(v_۱<v_۲)$. در این صورت گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.



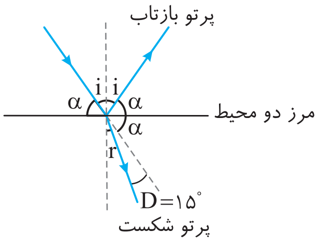
۷۵- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل و رسم خط عمود بر سطح با عبور موج الکترومغناطیسی پرتو به خط عمود نزدیک شده بنابراین سرعت در محیط دوم کمتر از سرعت در محیط اول است اما بسامد ثابت می‌ماند و طول موج نیز کاهش می‌یابد:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\xrightarrow{v_۲<v_۱}\lambda_۲<\lambda_۱$$



۷۶- گزینهٔ ۱ هرگاه پرتو نور به طور مایل از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیر آن به طور ناگهانی تغییر می‌کند و علت آن، تغییر ناگهانی سرعت نور است. در محیط‌های غلیظ سرعت نور کمتر است. پس اگر هنگام گذر نور از محیط شفاف به محیط شفاف دیگر پرتو به خط عمود نزدیک شود، محیط دوم غلیظ‌تر بوده و سرعت نور در این محیط از سرعت نور در محیط اول کمتر است.

$$r<i\Rightarrow n_۲>n_۱\xrightarrow{\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}}v_۲<v_۱$$

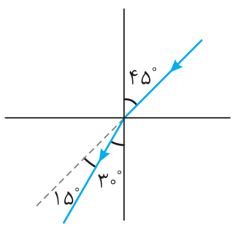


۷۷- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل داریم:

$$۲\alpha+۱۵=۱۲۵\Rightarrow\alpha=۵۵^\circ$$

$$i+\alpha=۹۰^\circ\Rightarrow i+۵۵^\circ=۹۰^\circ\Rightarrow i=۳۵^\circ$$

$$r=i-D\Rightarrow r=۳۵-۱۵\Rightarrow r=۲۰^\circ$$



۷۸- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل روبه‌رو، زاویهٔ تابش ۴۵° و زاویهٔ شکست ۳۰° است، بنابراین ضریب شکست محیط برابر است با:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow n=\frac{\sin ۴۵^\circ}{\sin ۳۰^\circ}\Rightarrow n=\sqrt{۲}$$

اکنون می‌توان طول موج پرتو مورد نظر را در محیط شفاف جدید به‌دست آورد:

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow\lambda'=\frac{۷۰۰}{\sqrt{۲}}\Rightarrow\lambda'=۳۵۰\sqrt{۲}nm\Rightarrow\lambda'=\frac{۷\sqrt{۲}}{۲۰}\mu m$$

۷۹- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_۲}{n_۱}$$

با توجه به اینکه نسبت $\frac{n_۲}{n_۱}$ ثابت است پس با افزایش θ_i که منجر به افزایش $\sin\theta_i$ می‌شود باید $\sin\theta_r$ (θ_r) نیز افزایش یابد تا این نسبت تغییر نکند. در حالت اول که زاویهٔ تابش صفر بوده زاویهٔ بازتابش نیز صفر است و هنگامی که زاویهٔ تابش ۹۰° می‌شود. داریم:

$$\frac{\sin ۹۰^\circ}{\sin\theta_r}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta_r=۳۰^\circ$$

بنابراین تغییرات θ_r در محدودهٔ $۰<\theta_r<۳۰^\circ$ می‌باشد.

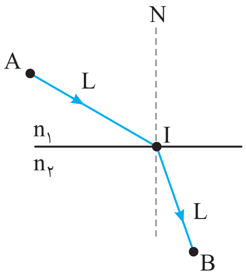
$$۰<\theta_r<۳۰^\circ$$

۸۰- گزینهٔ ۲ A

سرعت نور در یک محیط معین مقدار ثابتی است پس حرکت نور، حرکت یکنواخت روی خط راست است. در این صورت:

$$d=vt\Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}\xrightarrow{\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}}\frac{d_۲}{d_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow\frac{۱۲۰}{d_۱}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow d_۱=۱۶۰cm$$

۸۱- گزینهٔ ۱ A



سرعت نور در محیط دوم برابر است با:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow v_۲=\frac{n_۱}{n_۲}v_۱$$

زمان حرکت نور از A تا I برابر است با:

$$t_۱=\frac{L}{v_۱}$$

و از I تا B برابر است با:

$$t_۲=\frac{L}{v_۲}=\frac{L}{\frac{n_۱}{n_۲}v_۱}=\frac{n_۲}{n_۱}\frac{L}{v_۱}$$

بنابراین زمان رسیدن از A تا B برابر می‌شود با:

$$t=t_۱+t_۲=\frac{L}{v_۱}+\frac{n_۲}{n_۱}\frac{L}{v_۱}\Rightarrow t=\frac{L}{v_۱}(۱+\frac{n_۲}{n_۱})$$

۸۲- گزینهٔ ۳ A

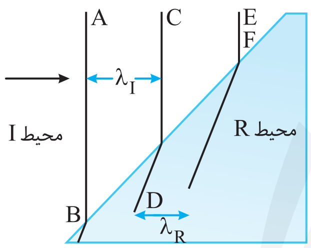
در بازتاب طول موج، ثابت می‌ماند پس باید در بازتاب فاصلهٔ جبهه‌های موج ثابت بماند. بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است. در شکست نور و ورود به محیط غلیظ‌تر $(\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲})$ طول موج کاهش می‌یابد، بنابراین باید فاصلهٔ جبهه‌های موج در ورود به شیشه از هم کم شود که در گزینهٔ (۳) جبهه‌های موج این‌گونه رسم شده‌اند.

۸۳- گزینهٔ ۱ A

با توجه به شکل با ورود جبهه‌های موج به محیط دوم فاصلهٔ جبهه‌های موج کمتر شده است، بنابراین در محیط دوم طول موج کمتر از طول موج در محیط اول است $(\lambda_۱>\lambda_۲)$. از این‌رو با توجه به رابطهٔ اسنل خواهیم داشت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\xrightarrow{\lambda_۲<\lambda_۱}n_۲>n_۱\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}>۱$$

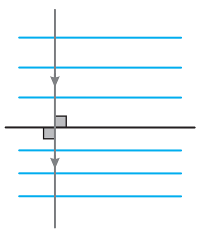
۸۴- گزینهٔ ۱ A



جبهه‌های موج شکسته شده در محیط R را رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود جبهه‌های موج به هم نزدیک شده‌اند، بنابراین طول موج در محیط R کمتر از طول موج در محیط I است. از این‌رو:

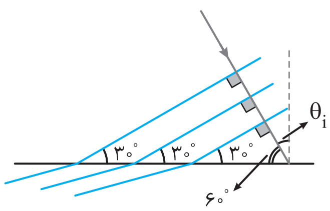
$$\lambda_I>\lambda_R\Rightarrow v_I>v_R$$

۸۵- گزینهٔ ۳ B



هنگامی که پرتو عمود بر سطح بتابد بدون انحراف موج از مرز عبور می‌کند و از طرفی می‌دانیم که پرتو بر جبهه‌های موج نیز عمود اسـت، بنابراین باید جبهه‌های موج موازی با سـطح باشـد. از طرفی $\lambda=\frac{v}{f}$ و اینکه با تغییر محیط بسامد ثابت می‌ماند پس با ورود به محیط دوم با کم شدن v، طول موج (فاصلهٔ موج‌های تخت) نیز از هم کم می‌شود.

۸۶- گزینهٔ ۱ A

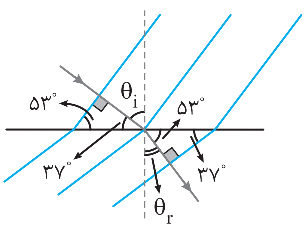


مطابق شکل تعدادی از جبهه‌های موج تخت به همراه پرتو نور تابیده شده را رسم کرده‌ایم:

$$\theta_i=۹۰^\circ-۶۰^\circ=۳۰^\circ$$

نکته: زاویهٔ تابش با زاویهٔ بین جبهه موج با مرز بین دو محیط برابر است.

۸۷- گزینهٔ ۳ B



پرتو موج همواره بر جبهه‌های موج عمود می‌باشد. با توجه به این نکته ابتدا زاویه تابش را به‌دست می‌آوریم:

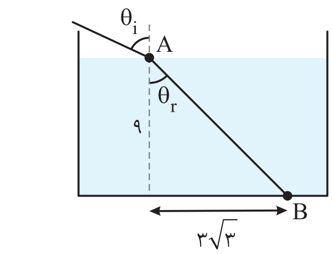
$$\hat{\theta}_i=۹۰^\circ-۳۷^\circ\Rightarrow\hat{\theta}_i=۵۳^\circ\quad,\quad\hat{\theta}_r=۹۰^\circ-۵۳^\circ\Rightarrow\hat{\theta}_r=۳۷^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin\hat{\theta}_i}{\sin\hat{\theta}_r}=\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}\Rightarrow\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ}=\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۴}{۳}$$

بنابراین $\lambda_۲=\frac{۳}{۴}\lambda_۱$.

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{-\frac{\lambda_۱}{۴}}{\lambda_۱}\times۱۰۰=-۲۵\%$$



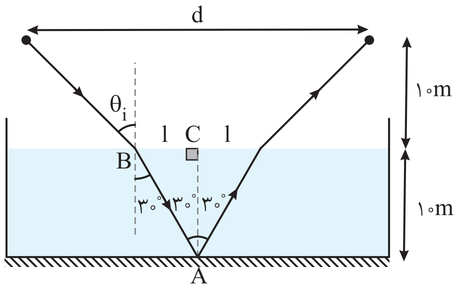
۸۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ

ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی زاویهٔ شکست (θ_r) را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan\theta_r=\frac{3\sqrt{3}}{9}\Rightarrow \tan\theta_r=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow \theta_r=30^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

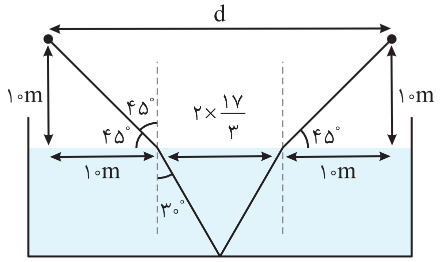
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{\sin 30^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{1}\Rightarrow \sin\theta_i=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \theta_i=45^\circ$$



۸۹- گزینهٔ ۲ Ⓒ

بـا توجـه به قانون بازتاب عمومی زاویه پرتو تابش به آینه و بازتاب از آن با هم برابر است، بنابراین در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$\Delta ABC\Rightarrow \tan 30^\circ=\frac{l}{10}\Rightarrow l=\frac{10\sqrt{3}}{3}\,m\Rightarrow l=\frac{17}{3}\,m$$

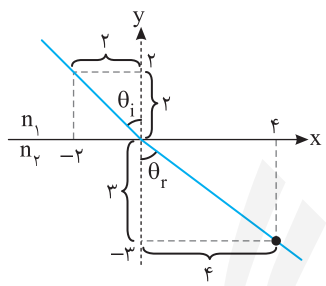


همچنین می‌توان θ_i را با توجه به قانون شکست اسنل به‌دست آورد:

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin 30^\circ}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{1}\Rightarrow \sin\theta_i=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \theta_i=45^\circ$$

در این صورت با توجه به شکل مقدار d خواهد شد:

$$d=10+2\times\frac{17}{3}+10=\frac{94}{3}\,m$$



۹۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ

ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی θ_i و θ_r را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan\theta_i=\frac{2}{2}\Rightarrow \theta_i=45^\circ\quad,\quad \tan\theta_r=\frac{4}{3}\Rightarrow \theta_r=53^\circ$$

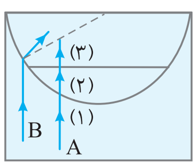
بنابراین:

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0/8}=\frac{5\sqrt{2}}{8}\xrightarrow{\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}}\frac{v_2}{v_1}=\frac{8}{5\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{5}$$

۹۱- گزینهٔ ۴ Ⓑ

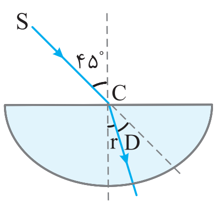
با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\cot 60^\circ=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow \frac{n_B}{n_A}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow n_B<n_A$$



۹۲- گزینهٔ ۳ Ⓑ

هرگاه نور از یک محیط شفاف به طور مایل وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیرش به طور ناگهانی تغییر می‌کند، این پدیده را شکست نور می‌گویند. اگر پرتو از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، به خط عمود نزدیک می‌شود و اگر از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، از خط عمود دور می‌شود و اگر عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، بدون انحراف وارد محیط دوم می‌شود. در شکل داده شده پرتو A بر سطح جدایی (۱) و (۲) عمود نیست، اما بدون انحراف از این سطح گذشته است؛ پس $n_1=n_2$ است. پرتو B هنگام گذر از محیط (۱) به محیط (۳) به خط عمود نزدیک شده است. پس ضریب شکست محیط (۳) از ضریب شکست محیط (۱) و (۲) بزرگ‌تر است $(n_3>n_1=n_2)$.



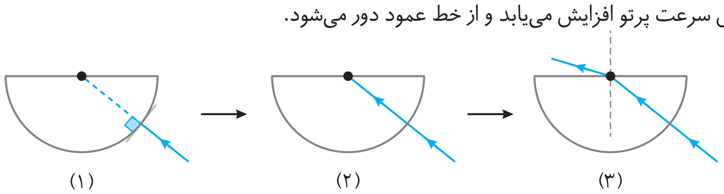
۹۳- گزینهٔ ۲ Ⓑ

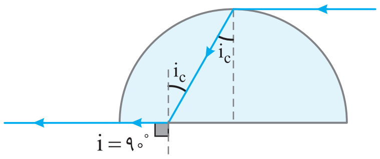
$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \sqrt{2}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin r}\Rightarrow \sin r=\frac{1}{2}\Rightarrow r=30^\circ$$

پرتو با زاویهٔ شکست 30° وارد استوانه می‌شود و چون از مرکز گذشته و در امتداد شعاع استوانه است بر وجه خمیدهٔ استوانه عمود بوده و منحرف نمی‌شود. پس امتداد پرتو خروجی با امتداد پرتو SC زاویهٔ D را می‌سازد. $D=i-r=45^\circ-30^\circ=15^\circ$

۹۴- گزینهٔ ۲ Ⓐ

پرتو ورودی به نیم کره مطابق شکل در راستای شعاع می‌باشد، بنابراین پرتو عمود بر سطح (مطابق شکل) به سطح نیم کره برخورد کرده و بدون انحراف وارد نیم کره می‌شود. هنگام خروج از نیم کره، پرتو وارد هوا خواهد شد پس سرعت پرتو افزایش می‌یابد و از خط عمود دور می‌شود.



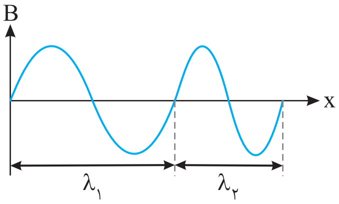


۹۵- گزینهٔ ۲ هرگاه پرتو نور از محیط رقیق، مماس بر سطح جدایی دو محیط بتابد، با زاویهٔ حد وارد محیط غلیظ می‌شود و وقتی با زاویهٔ حد به سطح جدایی دو محیط رقیق و غلیظ بتابد، با زاویهٔ $r=۹۰^\circ$ وارد محیط رقیق می‌شود. (B)

۹۶- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار $E-x$، $\frac{\lambda}{۴}=۰/۲km$ است. از این‌رو: $\lambda=۰/۸km$ (B)

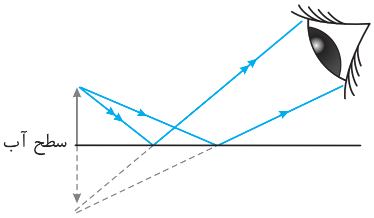
با توجه به نمودار $B-t$، $T=۴\mu s$ است. تندی نور برابر است با:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{۰/۸\times۱۰^{۳}}{۴\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow v=۰/۲\times۱۰^{۹}\Rightarrow v=۲\times۱۰^{۸}m/s\ ,\ n=\frac{c}{v}\Rightarrow n=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲\times۱۰^{۸}}=\frac{۳}{۲}$$



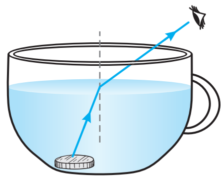
۹۷- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل با ورود به محیط دوم طول موج کاهش یافته است. (A)

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\xrightarrow{\lambda_۲<\lambda_۱}v_۲<v_۱$$

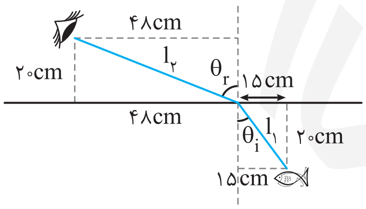


۹۸- گزینهٔ ۱ برای ناظری که بیرون از آب به سطح آب استخر نگاه می‌کند، سطح آب شبیه به یک آینهٔ تخت عمل می‌کند و تصویر میله در آب برابر طول میله است. (B)

۹۹- گزینهٔ ۱ هرگاه ناظر در محیط غلیظ به اجسام در محیط رقیق نگاه کند، آن‌ها را از محل واقعی نسبت به خود دورتر می‌بینند و هرگاه ناظر در محیط رقیق به اجسام در محیط غلیظ نگاه کند، آن‌ها را از محل واقعی نسبت به خود نزدیک‌تر می‌بینند. پس ناظر A، ناظر B را دورتر و ناظر B ناظر A را نزدیک‌تر می‌بینند و در این صورت $H_۱>H_۲$ است. (B)



۱۰۰- گزینهٔ ۳ برای آنکه شخص بتواند در همان مکان، سکه ببیند باید پرتوهای نور شکست بیشتری پیدا کنند. بنابراین با افزودن شکر و نمک به آب و حل شدن آن در آب ضریب شکست افزایش یافته، پرتو ورودی از مایع به هوا بیشتر منحرف می‌شود و احتمال دیده شدن سکه وجود دارد. بنابراین هم گزارهٔ (ب) و هم گزارهٔ (پ) درست است. (A)



۱۰۱- گزینهٔ ۴ با توجه به قانون شکست اسنل داریم: (B)

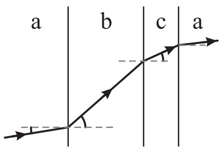
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_۲}{n_۱}$$

حال با توجه به اندازه‌های داده شده $\sin\theta_i$ و $\sin\theta_r$ را حساب می‌کنیم:

$$l_۱=\sqrt{۲۰^۲+۱۵^۲}=۲۵cm\quad,\quad l_۲=\sqrt{۲۰^۲+۴۸^۲}=۵۲cm$$

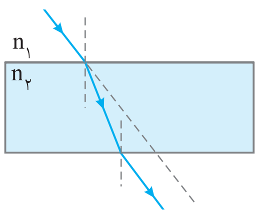
$$\sin\theta_r=\frac{۴۸}{l_۲}\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{۴۸}{۵۲}=\frac{۱۲}{۱۳}\quad,\quad\sin\theta_i=\frac{۱۵}{l_۱}\Rightarrow\sin\theta_i=\frac{۱۵}{۲۵}=\frac{۳}{۵}$$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۱۲}{۱۳}}=\frac{۱}{n_{\text{آب}}}\Rightarrow\frac{۱۳}{۲۰}=\frac{۱}{n_{\text{آب}}}\Rightarrow n_{\text{آب}}=\frac{۲۰}{۱۳}$$

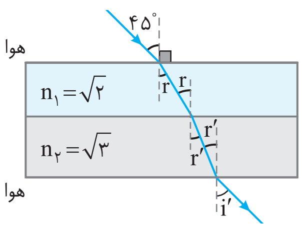


۱۰۲- گزینهٔ ۱ در هر محیطی که زاویهٔ بین پرتو با خط عمود کمتر باشد در آن محیط تندی نور کمتر است. بنابراین: (A)

$$v_b>v_c>v_a$$



۱۰۳- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل روبه‌رو مسیر (۳) پاسخ درست است. زیرا هنگام ورود پرتو از محیط $n_۱$ به $n_۲$ چون $n_۲>n_۱$ است پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود و هنگام خروج از محیط (۲) چون $n_۲>n_۱$ است پرتو از خط عمود دور می‌شود تا موازی امتداد اولیه شود. (B)



۱۰۴- گزینهٔ ۱ (A)

روی مرز هوا و $n_۱$: $\sin۴۵^\circ=\sqrt{۲}\sin r$

روی مرز $n_۱$ و $n_۲$: $\sqrt{۲}\sin r=\sqrt{۳}\sin r'$

روی مرز $n_۲$ و هوا: $\sqrt{۳}\sin r'=\sin i'$

با مقایسهٔ سه رابطه می‌توان نوشت: $\sin۴۵^\circ=\sin i'\Rightarrow i'=۴۵^\circ$

۱۰۵- گزینهٔ ۳ (B) دقت کنید که نور از شیشه که محیط غلیظ‌تری نسبت به هوا است، وارد هوا می‌شود. پس ابتدا پرتو از خط عمود دور می‌شود و وقتی از هوا وارد شیشه می‌شود به خط عمود نزدیک می‌شود، که مسیر (۱) یعنی گزینهٔ (۳) این ویژگی را دارد.

۱۰۶- گزینهٔ ۱ (B) قانون اسنل را برای مرز جدایی هر دو محیط می‌نویسیم:

$$\sin 40^\circ < \sin 50^\circ < \sin 60^\circ$$

$$n_1 \sin 60^\circ = n_2 \sin 40^\circ \Rightarrow n_2 > n_1 \quad , \quad n_2 \sin 40^\circ = n_3 \sin 50^\circ \Rightarrow n_2 > n_3$$

با توجه به رابطه‌های نوشته‌شده می‌توان نوشت:

$$n_1 \sin 60^\circ = n_3 \sin 50^\circ \Rightarrow n_3 > n_1$$

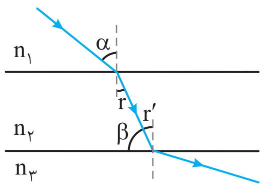
بنابراین:

$$n_2 > n_3 > n_1$$

۱۰۷- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به شکل داریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\sin 45^\circ}{\sin 20^\circ} \\ \dfrac{v_2}{v_3} = \dfrac{\sin 20^\circ}{\sin 60^\circ} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_3} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

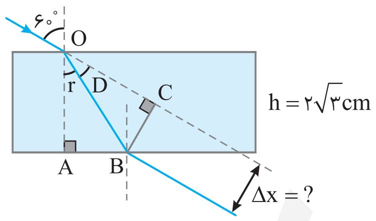
۱۰۸- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به شکل:



$$\begin{cases} r = r' \\ r' = 90 - \beta \end{cases} \Rightarrow r = 90 - \beta$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \xrightarrow{\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

۱۰۹- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا زاویهٔ شکست (r) را به‌دست می‌آوریم:



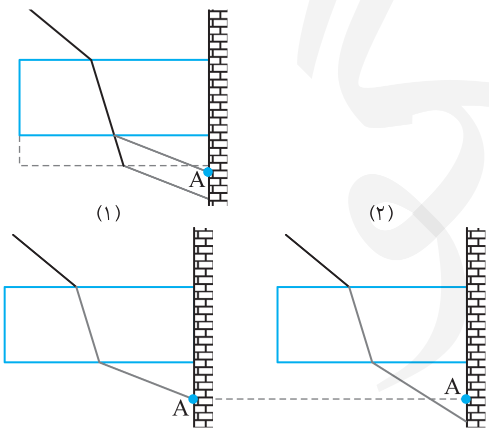
$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin r} \Rightarrow r = 30^\circ$$

زاویهٔ انحراف $D = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

در مثلث OAB می‌توان نوشت: $\cos r = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow OB = 4cm$

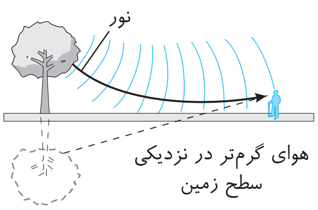
در مثلث OBC می‌توان نوشت: $\sin D = \frac{BC}{OB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2cm$

۱۱۰- گزینهٔ ۲ (B) اگر ضخامت تیغه را بیشتر کنیم با توجه به مسیر پرتو در شکل روبه‌رو نور آبی پس از خروج از منشور در نقطهٔ پایین‌تر از A قرار می‌گیرد.



هرچه ضریب شکست تیغه بیشتر باشد، پرتو شکست بیشتر به خط عمود نزدیک می‌شود پس از خروجی نیز پایین‌تر از A قرار می‌گیرد. اگر از نور با طول موج کوتاه‌تر استفاده شود ضریب شکست برای آن نور بیشتر می‌شود، بنابراین اگر به جای نور آبی از نور قرمز استفاده کنیم ضریب شکست محیط تیغه کاهش می‌یابد.

۱۱۱- گزینهٔ ۲ (A) سراب در روزهای گرم که چگالی هوای اطراف زمین کمتر شده و بنابراین ضریب شکست هوا در سطح زمین کاهش می‌یابد، اتفاق می‌افتد. همچنین چون هوای اطراف زمین دقیق‌تر است. تندی نور در این ناحیه بیشتر است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (پ) نادرست است.
همچنین جبهه‌های موج که به سمت پایین می‌آیند، با ضریب شکست‌ها کوچک‌تر روبه‌رو شده و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد که مطابق شکل این امر سبب خم شدن پرتو به سمت بالا می‌شود و گزارهٔ (ب) درست است.



۱۱۲- گزینهٔ ۱ (A) بـا افزایـش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش دما چگالی هوا رقیق‌تر می‌شـود پس ضریب شکسـت هـوا کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.

۱۱۳- گزینهٔ ۳ (A) در روزهای گرم هوای سـطح زمین نسـبتاً داغ است. از طرفی، چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست نیز می‌شود. با توجه به $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$ فاصلهٔ جبهه‌های موج در نزدیکی سطح زمین از هم باید بیشتر باشد.

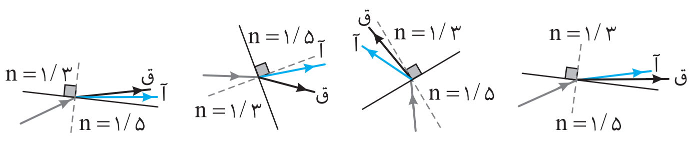
۱۱۴- گزینهٔ ۳ شخص به طور مستقیم درخت را در ناحیهٔ A می‌بینند و در اثر سراب تصویر درخت را در ناحیهٔ B می‌بینند.

۱۱۵- گزینهٔ ۱ ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. طول موج نور قرمز در نور مرئی دارای بلندترین طول موج و کمترین ضریب شکست است از این‌رو کمتر از رنگ‌های دیگر منحرف می‌شود. اما دربارهٔ تندی پرتوها:

پرتو فرابنفش دارای کمترین طول موج و بیشترین ضریب شکست است، بنابراین تندی پرتو بنفش از همه کمتر است. $\downarrow v=\frac{c}{n\uparrow}$

۱۱۶- گزینهٔ ۳ پرتو از هوا وارد شیشه شده از این‌رو پرتوهای شکست به خط عمود نزدیک‌تر می‌شوند. از طرفی ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است بنابراین پرتو قرمز کمتر منحرف می‌شود از این‌رو گزینهٔ (۳) درست است.

۱۱۷- گزینهٔ ۱ خط عمود بر سطح مشترک دو محیط را در هر شکل رسم می‌کنیم. در شکل (ب) پرتوهای تابش و شکست در یک طرف خط عمود قرار دارند که چنین چیزی ممکن نیست.



(ت) (پ) (ب) (الف)

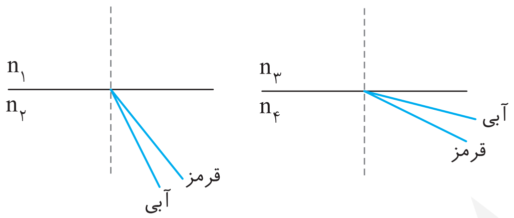
در شکل (پ)، پرتو آبی به خط عمود نزدیک و پرتو قرمز از خط عمود دور شده است در حالی که چون پرتوها از محیط با ضریب شکست کمتر وارد محیط با ضریب شکست بیشتر شده‌اند باید هر دو پرتو آبی و قرمز با زوایای شکست متفاوت به خط عمود نزدیک شوند و شکل (پ) نادرست است.

در مورد شکل (الف) و (ت) پرتویی از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شده است و پرتوها از خط عمود باید دور شوند و پرتو قرمز باید کمتر منحرف شود. از این‌رو شکل (الف) نادرست و شکل (ت) درست است. بنابراین تنها شکل (ت) درست است.

۱۱۸- گزینهٔ ۴ ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است یعنی پرتو آبی که طول موجش از پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بیشتر منحرف می‌شود.

در شکل (الف) پرتو آبی به خط عمود نزدیک‌تر از پرتو قرمز است و چون پرتو آبی بیشتر منحرف شده است باید $n_2 > n_1$ باشد.

در شکل (ب) پرتو آبی هنگام شکست از خط عمود دورتر است و قرمز به خط عمود نزدیک‌تر و چون آبی بیشتر شکسته است پس $n_3 > n_4$ است.

شکل (ب) شکل (الف)


۱۱۹- گزینهٔ ۳ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ برابر است. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست بوده و از طرفی بنا به رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، گزینهٔ (۳) درست است.

۱۲۰- گزینهٔ ۳ سرعت امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های شفاف غیر از خلأ با هم برابر نیست و پرتو با طول موج بزرگ‌تر، در محیط شفاف دارای سرعت بیشتری است.

$$\lambda_A > \lambda_B \Rightarrow n_A < n_B \Rightarrow \frac{c}{v_A} < \frac{c}{v_B} \Rightarrow v_A > v_B$$

۱۲۱- گزینهٔ ۲ تغییر ناگهانی سرعت نور وقتی از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود، سبب پدیدهٔ شکست می‌گردد. در واقع ضریب شکست دو محیط شفاف نسبت به هم با نسبت سرعت نور در دو محیط رابطهٔ وارون دارد.

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2} \qquad (1)$$

در فیزیک موج می‌خوانید که هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد f ثابت می‌ماند و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_1=\lambda_1 f \\ v_2=\lambda_2 f \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad (2)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad (3)$$

در رابطهٔ (۳)، v_1 سرعت پرتو در محیط اول و v_2 سرعت همان پرتو در محیط دوم است. λ_1 طول موج پرتو در محیط اول و λ_2 طول موج همان پرتو در محیط دوم است. از طرفی آزمایش نشان می‌دهد که ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های مختلف، متفاوت است. هرچه طول موج کوتاه‌تر باشد، انحراف پرتو بیشتر است و ضریب شکست محیط برای پرتوهای با طول موج کوتاه، بیشتر است.

ضریب شکست محیط شفاف برای پرتو دوم

$$\lambda_1 > \lambda_2 \Rightarrow n_1 < n_2 \Rightarrow \frac{c}{v_1} < \frac{c}{v_2} \Rightarrow v_1 > v_2$$

ضریب شکست محیط شفاف برای پرتو اول
سرعت نور پرتو اول در محیط شفاف
سرعت نور پرتو دوم در محیط شفاف

در این مسأله با دو طول موج λ_1 و λ_2 سر و کار داریم که λ_1 طول موج پرتو اول در خلأ و λ_2 طول موج پرتو دوم در خلأ است. (با λ_1 و λ_2 رابطهٔ (۳) که مربوط به یک پرتو در دو محیط است اشتباه نکنید.)

۱۲۲- گزینهٔ ۳ ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. بنابراین:

$$\lambda_G > \lambda_U > \lambda_\gamma \Rightarrow \frac{c}{V_G} < \frac{c}{V_U} < \frac{c}{V_\gamma} \Rightarrow V_G > V_U > V_\gamma$$

۱۲۳- گزینهٔ ۲ ضریب شکست یک محیط برای طول موج‌های مختلف موج‌های الکترومغناطیسی، متفاوت و برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است و این پرتوها هنگام گذر از منشور کمتر منحرف می‌شوند. پرتو B از دو پرتو دیگر کمتر منحرف شده است. بنابراین طول موج پرتو B از بقیه بیشتر و بسامد آن از بقیه کمتر است.

۱۲۴- گزینهٔ ۴ Ⓑ به کمک داده‌های روی نمودار تندی پرتوهای قرمز و آبی را به‌دست می‌آوریم:

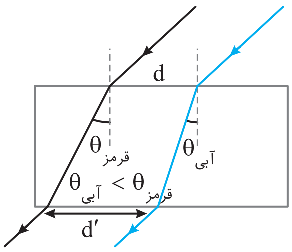
$$v_{\text{نور قرمز}}=\frac{c}{n_{\text{قرمز}}}=\frac{c}{۱/۵۱}\quad,\quad v_{\text{نور آبی}}=\frac{c}{n_{\text{آبی}}}=\frac{c}{۱/۵۳}$$

مدت زمانی که نورها طی می‌کنند تا از تیغه به ضخامت d خارج شوند برابر است با $\frac{d}{v}$، بنابراین:

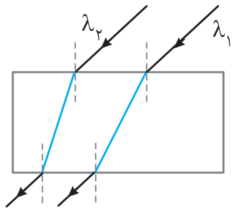
$$\begin{cases} t_{\text{قرمز}}=\dfrac{d}{\frac{c}{۱/۵۱}}\Rightarrow t_{\text{قرمز}}=۱/۵۱\dfrac{d}{c} \\ t_{\text{آبی}}=\dfrac{d}{\frac{c}{۱/۵۳}}\Rightarrow t_{\text{آبی}}=۱/۵۳\dfrac{d}{c} \end{cases}\Rightarrow t_{\text{آبی}}-t_{\text{قرمز}}=۰/۰۲\frac{d}{c}=\frac{۲d}{۱۰۰c}=\frac{d}{۵۰c}$$

در واقع نور قرمز $\frac{d}{۵۰c}$ ثانیه زودتر از نور آبی از تیغه خارج می‌شود.

۱۲۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ هرچه طول موج کوچک‌تر باشد ضریب شکست محیط برای آن پرتو بیشتر می‌شود. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است به همین دلیل نور آبی بیشتر در تیغه دچار شکست می‌شود. بنابراین مطابق شکل، فاصلهٔ دو پرتو از هم بیشتر می‌شود. $d'>d$



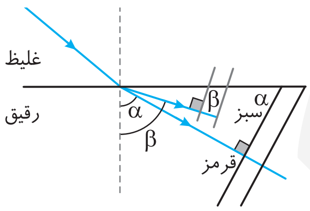
۱۲۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ پرتوها پس از خروج از تیغه به هم نزدیک شده‌اند و مطابق شکل باید پرتو λ_1 از پرتو λ_2 کمتر منحرف شده باشد، یعنی ضریب شکست تیغه برای λ_1 کمتر از ضریب شکست تیغه برای λ_2 بوده است و با توجه به اینکه ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است باید $\lambda_1>\lambda_2$ (و یا $\lambda_2<\lambda_1$) باشد.



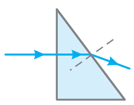
۱۲۷- گزینهٔ ۳ Ⓑ با ورود موج به محیط دوم نور پاشیده می‌شود و چون طول موج نور سبز کمتر از طول موج نور قرمز است پس نور سبز بیشتر می‌شکند.

در واقع زاویهٔ شکست نور قرمز از زاویهٔ شکست نور سبز کمتر است زاویه‌ای که جبههٔ موج با مرز مشترک دو محیط می‌سازد برابر زاویهٔ پرتو مربوط به همان موج با خط عمود است.

بنابراین زاویهٔ بین جبهه‌های موج قرمز با مرز مشترک یعنی α از زاویهٔ بین جبهه‌های موج سبز با مرز مشترک یعنی β کمتر است.



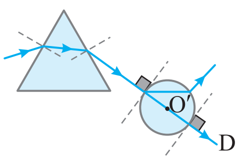
۱۲۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ هرگاه پرتو نور از هوا وارد منشور شیشه‌ای شود، به سمت قاعدهٔ منشور منحرف می‌گردد. زیرا در وجه دوم نور از شیشه به هوا وارد شده و پرتو از خط عمود دور می‌شود.



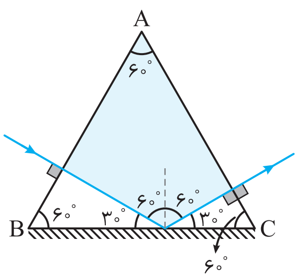
۱۲۹- گزینهٔ ۴ Ⓑ روی وجه اول پرتو منحرف نمی‌شود، زیرا پرتو بر این وجه عمود تابیده است؛ پس پرتو D نادرست است. در وجه دوم باید پرتو منحرف شود، زیرا بر این وجه عمود نمی‌تابد؛ پس پرتو B نادرست است. اما پرتو A و پرتو C می‌توانند درست باشند. اگر $n_2>n_1$ پرتو به سمت قاعدهٔ منشور منحرف می‌شود (پرتو C)، و اگر $n_2<n_1$ پرتو به سمت رأس منشور منحرف می‌شود (پرتو A).

۱۳۰- گزینهٔ ۴ Ⓐ هرگاه پرتو از خلأ به یک منشور بتابد مطابق شکل، به سمت قاعدهٔ منشور منحرف می‌شود. درنتیجه مسیرهای A و B نادرست هستند.

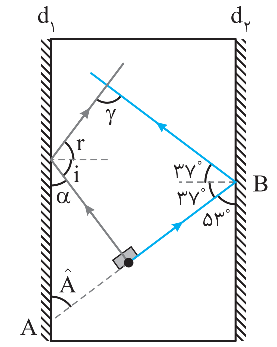
وقتی پرتو به کرهٔ شیشه‌ای به گونه‌ای بتابد که امتداد آن از مرکز کره بگذرد یعنی پرتو در امتداد قطر کره باشد، پرتو بر سطح کره عمود بوده و بدون انحراف از کره می‌گذرد. بنابراین مسیر D درست است.



۱۳۱- گزینهٔ ۱ Ⓑ نور عمود بر وجه AB تابیده و بدون انحراف وارد منشور می‌شود و طبق قانون عمومی بازتاب پس از تابیده شدن به آینه با زاویهٔ ۶۰° نسبت به خط قائم به طرف وجه AC می‌تابد بنابراین پرتو با زاویهٔ ۹۰° به AC برخورد کرده و بدون انحراف از AC خارج می‌شود در نتیجه زاویهٔ بین پرتو خروجی و وجه AC، ۹۰° است.



۱۳۲- گزینهٔ ۱ (B) نور تابیده شده و بازتاب آن‌ها که از قانون بازتاب عمومی پیروی می‌کند را رسم می‌کنیم



$$\begin{cases} d_۱ \parallel d_۲ \\ AB \text{ مورب} \end{cases} \Rightarrow A=۵۳^\circ \Rightarrow \alpha=۳۷^\circ$$

$$i=r=۹۰-\alpha \Rightarrow i=r=۵۳^\circ$$

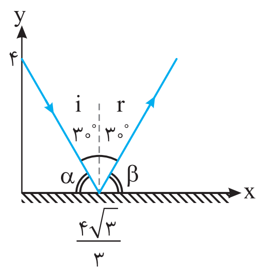
بنابراین γ یک زاویهٔ چهارضلعی است که زوایای دیگر آن $۲\times۳۷^\circ=۷۴^\circ$، ۹۰° و $i+r=۱۰۶^\circ$ می‌باشد

$$\gamma=۳۶۰^\circ-(۹۰+۷۴+۱۰۶) \Rightarrow \gamma=۹۰^\circ$$

۱۳۳- گزینهٔ ۴ (A) زاویهٔ بین پرتو تابش و پرتو بازتابش دو برابر زاویهٔ تابش است. $۲\alpha=۱۵۰^\circ \Rightarrow \alpha=۷۵^\circ$

برای آنکه پرتوی روی خودش بازتاب کند باید پرتو بر سطح آینه عمود باشد. در این حالت زاویهٔ تابش و بازتابش صفر بوده و پرتو روی خودش بازمی‌تابد، بنابراین آینه را باید ۷۵° پادساعتگرد بچرخانیم.

۱۳۴- گزینهٔ ۴ (C) ابتدا خط $y=\sqrt{۳}x+۴$ را رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ خط $+۴$ و طول از مبدأ آن $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$ است. بنابراین:



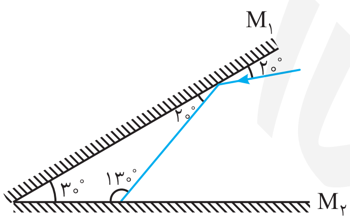
$$\tan\alpha=\frac{۴}{\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}} \Rightarrow \tan\alpha=\sqrt{۳} \Rightarrow \alpha=۶۰^\circ$$

با رسم پرتو بازتاب و با توجه به قانون عمومی بازتاب خواهیم داشت: $i=r=۳۰^\circ$

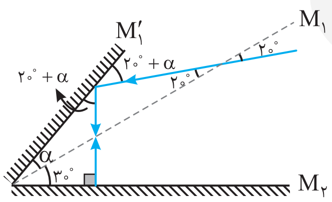
بنابراین شیب خطی که پرتو بازتاب بر آن منطبق است برابر $\tan\beta=\sqrt{۳}$ و خط از نقطهٔ $(\frac{۴\sqrt{۳}}{۳},۰)$ نیز عبور می‌کند. در این صورت:

$$y-۰=\sqrt{۳}(x-\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}) \Rightarrow y=\sqrt{۳}x-۴$$

۱۳۵- گزینهٔ ۳ (B) زاویهٔ تابش صفر یعنی پرتو بازتاب و تابش روی هم بیفتند. یعنی پرتو با سطح آینه زاویهٔ ۹۰° می‌سازد، بنابراین باید زاویهٔ پرتو با سطح آینهٔ $M_۱$ افزایش پیدا کند. در نتیجه آینهٔ $M_۱$ باید پادساعتگرد بچرخد.

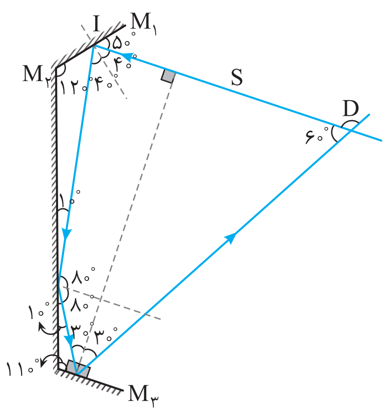


با توجه به شکل:



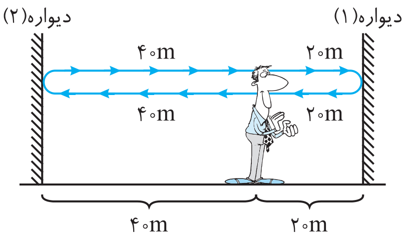
$$۲۰^\circ+\alpha+۳۰^\circ+\alpha=۹۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha=۴۰^\circ \Rightarrow \alpha=۲۰^\circ$$

۱۳۶- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل زیر زاویهٔ انحراف ۱۲۰° خواهد شد. (دقت کنید که پرتو SI و آینهٔ $M_۳$ موازی هستند، پس خطی که عمود بر $M_۳$ هست، بر SI نیز عمود است.)



$$D=۱۲۰^\circ$$

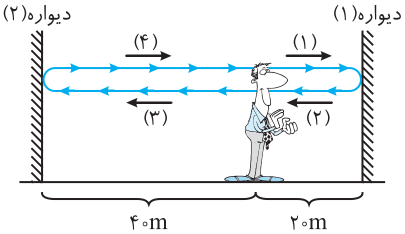
۱۳۷- گزینهٔ ۳ صوت تولید شده ابتدا به دیوار (۱) رسیده و پس از بازتاب به گوش شخص می‌رسد و پژواک دوم ناشی از پژواک از دیوار (۲) می‌باشد



$$\begin{cases} d_1 = ۲۰+۲۰=۴۰\,m \\ v_1 = ۳۲۰\,m/s \end{cases} \Rightarrow t_1 = \frac{d_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{۴۰}{۳۲۰} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵\,s$$

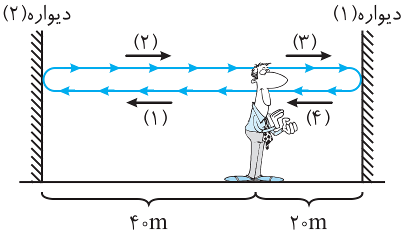
$$\begin{cases} d_2 = ۴۰+۴۰=۸۰\,m \\ v_2 = ۳۲۰\,m/s \end{cases} \Rightarrow t_2 = \frac{d_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{۸۰}{۳۲۰} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵\,s$$

بنابراین پس از یکبار بازتاب از دیواره‌ها پس از $۰/۱۲۵\,s$ و $۰/۲۵\,s$ دو پژواک به ما می‌رسد. صوت برخورد کرده به دیوارهٔ (۱) می‌تواند به دیوارهٔ (۲) برخورد کند و سپس به گوش شخص برسد؛



$$\begin{cases} d'_1 = ۲(۲۰)+۲(۴۰)=۱۲۰m \\ v=۳۲۰m/s \end{cases} \Rightarrow t'_1 = \frac{d'_1}{v} = \frac{۱۲۰}{۳۲۰} = \frac{۳}{۸} = ۰/۳۷۵s$$

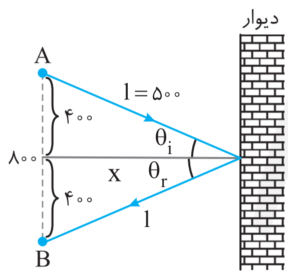
$$\begin{cases} d'_2 = ۲(۴۰)+۲(۲۰)=۱۲۰m \\ v=۳۲۰m/s \end{cases} \Rightarrow t'_2 = \frac{d'_2}{v} = \frac{۱۲۰}{۳۲۰} = \frac{۳}{۸} = ۰/۳۷۵s$$



دقت کنید اگر صوت پس از بازتاب از دیوارهٔ (۱) و (۲) به ما برسد در هر دو حالت چه ابتدا به دیوارهٔ (۱) برخورد کند و یا ابتدا به دیوارهٔ (۲) برخورد کند پس از $۰/۳۷۵\,s$ به گوش شخص می‌رسد، بنابراین پس از $۰/۳۷۵\,s$ شخص یک پژواک می‌شنوند مابقی پژواک‌ها پس از $۰/۴\,s$ به گوش شخص خواهد رسید، بنابراین جمعاً ۳ پژواک را می‌شنوند.

۱۳۸- گزینهٔ ۲ صدا اول مستقیماً از محل شلیک در امتداد AB به شنونده می‌رسد که این مدت برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۳۲۰ = \frac{۸۰۰}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = ۲/۵\,s$$



صدای دوم در اثر بازتاب صوت از دیوار به گوش شخص می‌رسد. مدت زمان رسیدن این صدا از چشمه به شخص خواهد شد:

$$\Delta t' = ۲/۵+۰/۶۲۵=۳/۱۲۵\,s$$

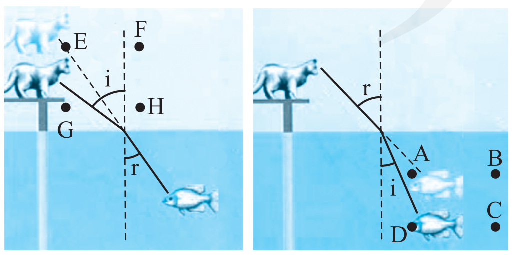
با توجه به قانون عمومی بازتاب صوت به‌صورت شکل روبه‌رو از دیوار بازتاب می‌کند، بنابراین:

$$v = \frac{۲l}{\Delta t} \Rightarrow ۳۲۰ = \frac{۲l}{۳/۱۲۵} \Rightarrow ۲l = ۱۰۰۰ \Rightarrow l = ۵۰۰\,m$$

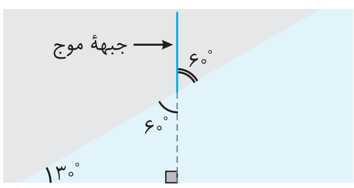
در این صورت فاصلهٔ هر شخص از دیوار خواهد شد:

$$۵۰۰^۲ = ۴۰۰^۲ + x^۲ \Rightarrow x = ۳۰۰m$$

۱۳۹- گزینهٔ ۳ هرگاه یک بیننده از یک محیط با ضریب شکست n به محیط دیگر با ضریب شکست n' نگاه کند، اجسام را در محل خود نمی‌بینند. اگر ناظر در محیط رقیق (عقاب در هوا) به محیط غلیظ (ماهی در آب) بنگرد آن را به خود نزدیک‌تر و بزرگ‌تر می‌بینند. اگر ناظر در محیط غلیظ (ماهی در آب) به محیط رقیق (عقاب در هوا) بنگرد، آن را از خود دورتر و کوچک‌تر می‌بینند.



۱۴۰- گزینهٔ ۲ تصویری که گربه یا ماهی از هم می‌بینند بالاتر یا پایین‌تر از خود جسم می‌باشد. چون ماهی از محیط غلیظ گربه را می‌بیند آن را بالاتر دیده بنابراین ماهی، گربه را در E می‌بیند و گربه، ماهی را که در محیط غلیظ قرار دارد در ناحیهٔ A می‌بینند.



۱۴۱- گزینهٔ ۲ زاویهٔ بین جبههٔ موج و مرز برابر است با زاویهٔ بین پرتو موج و خط عمود، بنابراین زاویهٔ شکست برابر ۳۰° است. همچنین زاویهٔ جبههٔ موج تابش با مرز را به‌دست می‌آوریم: بنابراین زاویهٔ بین پرتوی تابش با خط عمود نیز ۶۰° است:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin ۳۰^\circ}{\sin ۶۰^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۴۲- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به ضریب شکست‌ها سرعت نور در هر لایه را به‌دست می‌آوریم:

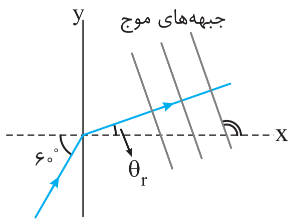
$$v_۱=\frac{c}{n}=\frac{c}{۱/۵}\ ,\ v_۲=\frac{c}{n'}=\frac{c}{۱/۷}\ ,\ v_۳=\frac{c}{n''}=\frac{c}{۱/۶}$$

پرتو یکبار از بین دو لایه با ضریب شکست‌های n و n' رد می‌شود و بار دیگر از لایه با ضریب شکست n'' و همان‌طور که می‌دانید $t=\frac{x}{v}$، بنابراین:

$$t_۱=\frac{L}{\frac{c}{۱/۵}}\Rightarrow t_۱=۱/۵\frac{L}{c},\ t_۲=\frac{L}{\frac{c}{۱/۷}}\Rightarrow t_۲=۱/۷\frac{L}{c}\Rightarrow \Delta t=t_۱+t_۲\Rightarrow \Delta t=۳/۲\frac{L}{c}\quad ,\quad t_۳=\frac{۲L}{\frac{c}{۱/۶}}\Rightarrow t_۳=۳/۲\frac{L}{c}$$

بنابراین اختلاف زمان صفر است.

۱۴۳- گزینهٔ ۴ (C) ابتدا با توجه به قانون شکست اسنل زاویهٔ شکست را به‌دست می‌آوریم:

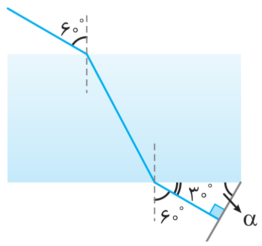


$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sin\theta_r}=\frac{\sqrt{۳}}{۱}\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta_r=۳۰^\circ$$

همان‌طور که می‌دانیم جبهه‌های موج بر پرتو عمودند، بنابراین جبهه‌های شکست بر پرتو شکست عمود بوده و جبهه‌های نور شکست با محور xها زاویهٔ ۱۲۰° می‌سازد، از این رو:

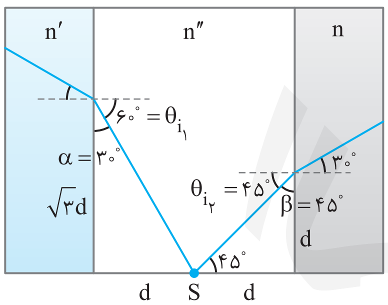
$$\text{شیب جبهه‌های موج شکست}=\tan۱۲۰^\circ=-\tan۶۰^\circ=-\sqrt{۳}\quad ,\quad \text{شیب جبهه‌های موج شکست}=\frac{-۱}{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}=-\sqrt{۳}$$

۱۴۴- گزینهٔ ۱ (B) اگر بخواهیم پس از بازتاب نور روی خودش بازگردد باید نور عمود بر آینه بتابد و همچنین می‌دانیم چون نور ورودی به تیغه و خروجی از تیغه در یک محیط قرار می‌گیرند، بنابراین نور ورودی و خروجی با هم موازی‌اند.



$$\alpha=۱۸۰^\circ-(۹۰^\circ+۳۰^\circ)\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۱۴۵- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا با توجه به روابط مثلثات، زاویهٔ تابش از S بر دو وجه را به‌دست می‌آوریم:

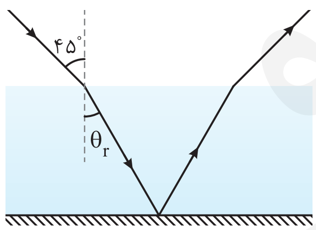


$$\tan\alpha=\frac{d}{\sqrt{۳}d}\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ\quad ,\quad \tan\beta=\frac{d}{d}\Rightarrow\beta=۴۵^\circ$$

با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

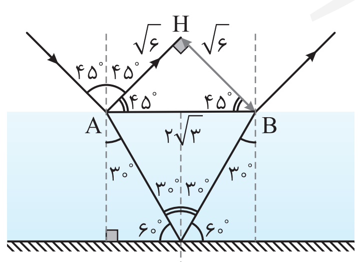
$$\begin{cases}\frac{\sin\theta_{i_۱}}{\sin۳۰^\circ}=\frac{n'}{n''}\Rightarrow n'=\sqrt{۳}n''\\ \frac{\sin\theta_{i_۲}}{\sin۳۰^\circ}=\frac{n}{n''}\Rightarrow n=\sqrt{۲}n''\end{cases}\Rightarrow\frac{n}{n'}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

۱۴۶- گزینهٔ ۴ (C) ابتدا با توجه به قانون شکست اسنل زاویهٔ شکست پرتو اولیه و زاویهٔ تابش پرتو از درون تیغه برای خروج از تیغه را به‌دست می‌آوریم:



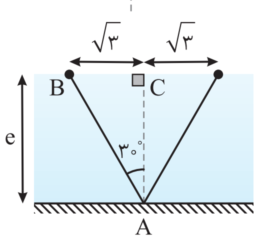
$$\frac{\sin۴۵^\circ}{\sin\theta_r}=\frac{n_{\text{تیغه}}}{n_{\text{هوا}}}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\sin\theta_r}=\frac{\sqrt{۲}}{۱}\Rightarrow\theta_r=۳۰^\circ$$

حال با توجه به هندسه مابقی زوایا را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید نور تابیده و بازتابیده از آینه طبق قانون بازتاب عمومی با هم برابر می‌باشند. فاصلهٔ بین دو پرتو (۱) و (۲) خط عمود BH است و مثلث ABH قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین خواهد بود. از این رو $AH=HB=\sqrt{۶}cm$ و خواهیم داشت:



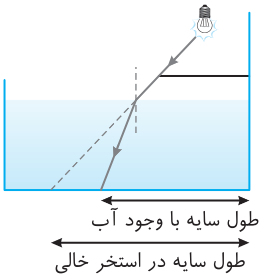
$$AB^۲=AH^۲+HB^۲\Rightarrow AB^۲=۶+۶=۱۲\Rightarrow AB=۲\sqrt{۳}cm$$

بنابراین فاصلهٔ بین پرتوی ورودی به تیغه با پرتوی خروجی از تیغه از هم $۲\sqrt{۳}cm$ می‌باشد.

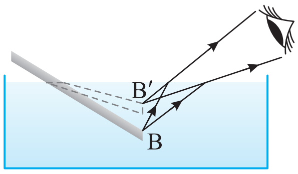


$$\tan۳۰^\circ=\frac{BC}{AC}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{e}\Rightarrow e=۳$$

۱۴۷- گزینهٔ ۱ Ⓐ هنگامی که پرتو به سطح آب می‌تابد و وارد آب می‌شود، به خط عمود نزدیک می‌شود و طول سایه کوتاه‌تر می‌شود.



۱۴۸- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به شکل، هنگامی که پرتوهای نور از آب وارد هوا می‌شوند، بیننده لبهٔ چوب را بالاتر از محل واقعی و نزدیک‌تر به سطح آب می‌بینند و طول قسمت درون آب کوتاه‌تر از مقدار واقعی دیده می‌شود.



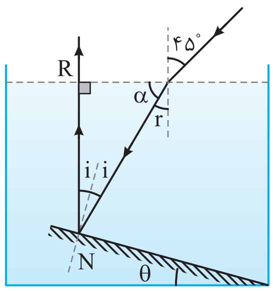
۱۴۹- گزینهٔ ۱ Ⓒ ابتدا زاویهٔ شکست در آب را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{\sin i'}{\sin r}\Rightarrow \sqrt{2}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin r}\Rightarrow r=30^\circ$$

پس زاویهٔ α روی شکل برابر $90^\circ-30^\circ=60^\circ$ است و زاویهٔ تابش بر آینه برابر خواهد بود با:

$$2i=90^\circ-60^\circ\Rightarrow i=15^\circ$$

با توجه به شکل $\theta=i=15^\circ$ است. زیرا خط N بر سطح آینه عمود است و پرتو بازتابش R بر سطح افقی عمود است، یعنی دو ضلع زاویهٔ بازتابش (i) بر دو ضلع زاویهٔ θ عمود است. هرگاه دو ضلع یک زاویه بر دو ضلع زاویهٔ دیگر عمود باشند، آن دو زاویه برابر یا مکمل هم هستند. در این‌جا هر دو حاده بوده پس برابرند.

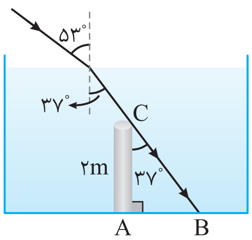


۱۵۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ ابتدا زاویهٔ ورود پرتوها به درون استخر (زاویهٔ شکست) را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \frac{4}{3}=\frac{0/8}{\sin r}\Rightarrow \sin r=0/6\Rightarrow r=37^\circ$$

با توجه به شکل از مثلث ABC طول AB (طول سایه) را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan 37^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{AB}{2}\Rightarrow AB=1/5\,m$$



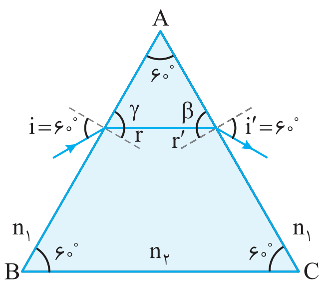
۱۵۱- گزینهٔ ۲ Ⓑ با توجه به شکل روبه‌رو زاویهٔ γ و β برابر و مساوی 60° خواهند بود.

$$\begin{cases} AB: n_1\sin i=n_2\sin r \\ AC: n_1\sin i'=n_2\sin r' \end{cases}\xrightarrow{i=i'} r=r'\Rightarrow \gamma=\beta=60^\circ$$

بنابراین زاویه‌های r و r' هرکدام برابر 30° می‌شوند:

$$n_1\sin i=n_2\sin r\Rightarrow 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=n\times\frac{1}{2}\Rightarrow n=\sqrt{3}$$

نکته: هرگاه زاویهٔ ورودی و زاویهٔ خروجی برابر باشد، پرتو درون منشور با قاعدهٔ آن موازی است. $(i=i'\Rightarrow r=r')$



۱۵۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ چون زاویهٔ ورودی و خروجی برابرند $(i=i'=45^\circ)$، زاویه‌های شکست داخلی یعنی r و r' هم برابرند. با توجه به شکل:

$$\begin{cases} \alpha+r=90^\circ \\ \beta+r'=90^\circ \end{cases}\Rightarrow \alpha+\beta+r+r'=180^\circ \quad (1)$$

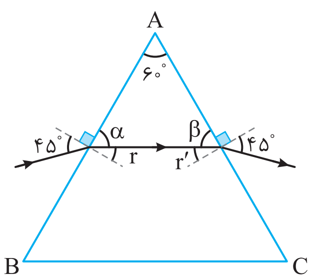
از طرفی داریم:

$$\alpha+\beta+A=180^\circ$$

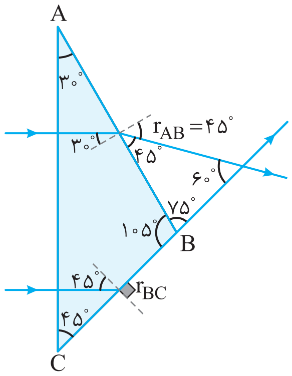
از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود: $A=r+r'$ یعنی مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر با زاویهٔ رأس منشور است.

$$A=r+r'\xrightarrow{r=r'} 60^\circ=2r\Rightarrow r=30^\circ$$

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow n=\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\Rightarrow n=\sqrt{2}$$



نکته: در منشور مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر زاویهٔ رأس منشور است. $A=r+r'$

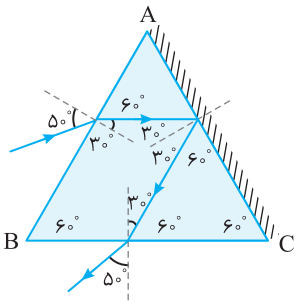


۱۵۳- گزینهٔ ۳ Ⓑ ابتدا زاویهٔ شکست پرتوها را در وجه AB و BC به‌دست می‌آوریم:

در وجه $AB: n_۱ \sin i = n_۲ \sin r \Rightarrow \sqrt{۲} \times \sin ۳۰^\circ = ۱ \times \sin r_{AB} \Rightarrow r_{AB} = ۴۵^\circ$

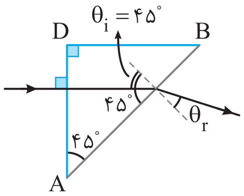
در وجه $BC: n_۱ \sin i = n_۲ \sin r \Rightarrow \sqrt{۲} \times \sin ۴۵^\circ = ۱ \times \sin r_{BC} \Rightarrow r_{BC} = ۹۰^\circ$

پس با توجه به شکل، زاویهٔ بین پرتوهای خروجی ۶۰° است.



۱۵۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ زاویهٔ شکست در وجه AB برابر با $۳۰^\circ = ۲۰ - ۵۰$ است.

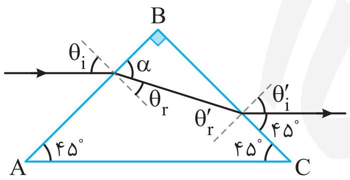
با توجه به شکل پرتو پس از بازتاب از آینه با زاویهٔ تابش ۳۰° به وجه BC می‌تابد و با زاویهٔ ۵۰° خارج می‌شود.



۱۵۵- گزینهٔ ۲ Ⓑ ابتدا در منشور اول تغییر زاویهٔ پرتو را بررسی می‌کنیم، در ورود پرتو عمود بر سطح منشور خورده پس بدون انحراف پرتو وارد منشور می‌شود. با توجه به شکل روبه‌رو زاویهٔ تابش بر وجه AB برابر ۴۵° بوده و با توجه به فرض مسأله پرتوی خروجی از وجه BC باید موازی AC باشد، بنابراین زاویهٔ خروجی از وجه BC، $\theta'_r = ۴۵^\circ$ خواهد بود. اکنون زاویهٔ θ'_i که بر وجه BC می‌تابد را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\sin \theta'_i}{\sin \theta'_r} = \frac{n_۲}{n_۱} \Rightarrow \frac{\sin ۴۵}{\sin \theta'_r} = \frac{\sqrt{۲}}{۱} \Rightarrow \sin \theta'_r = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta'_r = ۳۰^\circ$$

با توجه به زوایای روی شکل می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \alpha + \theta_r = ۹۰^\circ \\ \alpha' + \theta'_r = ۹۰^\circ \Rightarrow \theta'_r + \theta_r = ۹۰^\circ \Rightarrow ۳۰^\circ + \theta_r = ۹۰^\circ \Rightarrow \theta_r = ۶۰^\circ \\ \alpha + \alpha' = ۹۰^\circ \end{cases}$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_۲}{n_۱} \Rightarrow \frac{\sin ۴۵^\circ}{\sin ۶۰^\circ} = \frac{\sqrt{۲}}{n_۱} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{n_۱} \Rightarrow n_۱ = \sqrt{۳}$$

۱۵۶- گزینهٔ ۱ Ⓑ با توجه به قانون اسنل داریم:

$$\frac{n_۲}{n_۱} = \frac{۱}{\sin ۵۳^\circ} \xrightarrow{n_۱ = ۱} n_۲ = \frac{۱۰}{۸}$$

طول موج‌ها در دو محیط با ضریب شکست رابطهٔ عکس دارند:

$$\frac{\lambda_{\text{محیط شفاف}}}{\lambda_{\text{خلأ}}} = \frac{n_{\text{خلأ}}}{n_{\text{محیط شفاف}}} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \lambda_{\text{محیط شفاف}} = \frac{۸}{۱۰} \lambda_{\text{خلأ}}$$

حال طول موج در خلأ را با توجه به سرعت آن در خلأ به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_{\text{خلأ}} = cT \xrightarrow[\text{c=سرعت نور در خلأ}]{c = \frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰ \mu_۰}}} \lambda_{\text{خلأ}} = \frac{T}{\sqrt{\varepsilon_۰ \mu_۰}}$$

بنابراین طول موج در محیط برابر است با:

$$\lambda_{\text{محیط شفاف}} = \frac{۸}{۱۰} \times \frac{T}{\sqrt{\varepsilon_۰ \mu_۰}} = \frac{۴T}{۵\sqrt{\varepsilon_۰ \mu_۰}}$$

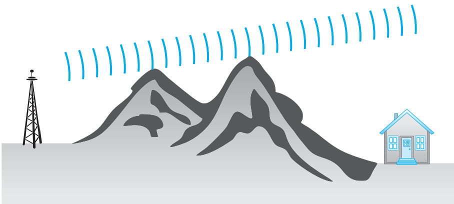
۱۵۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ شکل (الف) پراش آب هنگام گذر از شکاف است. شکل (ب) طرحوارهٔ پراش موج در برخورد به لبه‌های مانع است. شکل (پ)، شکست امواج آب در تشت موج است. شکل (ت) طرحوارهٔ جبهه‌های موج در پدیدهٔ شکست است.

۱۵۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ هرگاه موج از شکافی بگذرد که بزرگی دهانهٔ شکاف در حدود طول موج آن موج باشد، پدیدهٔ پراش رخ خواهد داد و این پدیده برای تمام امواج هنگام گذر از لبه‌های مانع یا از یک شکاف رخ می‌دهد، بنابراین برای امواج مکانیکی عرضی، امواج مکانیکی طولی و امواج الکترومغناطیسی رخ می‌دهد و برای امواج با طول موج کوتاه نیز کافی است پهنای شکاف یا ابعاد مانع در حدود طول موج باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۵۹- گزینهٔ ۳ A در گذر موج از یک شکاف یا مانع، طول موج موج پراشیده تغییر نمی‌کند در گزینهٔ (۱) فاصلهٔ بین جبهه‌های موج کم شده یعنی طول موج پس از پراش کوتاه‌تر شده که نادرست است. در گزینهٔ (۲) فاصلهٔ بین جبهه‌های موج پس از عبور از شکاف افزایش یافته یعنی طول موج بلندتر شده و این گزینه نیز نادرست است. در گزینهٔ (۳) موج پراش پیدا کرده و فاصلهٔ جبهه‌های موج یعنی طول موج تغییر نکرده و این گزینه درست است.

در گزینهٔ (۴) با توجه به آنکه پهنای شکاف با فاصلهٔ جبهه‌ها از هم تقریباً یکسان است یعنی پهنای شکاف از مرتبهٔ طول موج است، پراش رخ نداده و این گزینه نادرست است.

۱۶۰- گزینهٔ ۳ A با کوتاه شدن طول موج پراش چندانی رخ نمی‌دهد و مطابق شکل، امواج رادیویی به گیرنده نمی‌رسد.



۱۶۱- گزینهٔ ۴ A طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۴۰}{۶۸۰}\Rightarrow\lambda=۰/۵m=۵۰cm$$

پهنای شکاف اگر از مرتبهٔ طول موج ($۵۰cm$) باشد، پراش رخ می‌دهد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۶۲- گزینهٔ ۲ A پرتوی بنفش دارای طول موج کوتاه‌تری از پرتوی سبز است و پراش برای آن از پراش نور سبز کمتر است، بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است. با باریک‌تر کردن شکاف، پراش بهتر رخ خواهد داد و گزارهٔ (ب) درست است. اگر آزمایش در محیط با ضریب شکست کمتر صورت گیرد $\left(\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\right)$ طول موج پرتو افزایش یافته و پراش بارزتر رخ می‌دهد و گزارهٔ (پ) درست است. از این‌رو گزینهٔ (۲) پاسخ مسأله است.

۱۶۳- گزینهٔ ۱ A در آب‌های کم عمق مانند تشت موج با افزایش عمق آب، تندی موج و در نتیجه طول موج $\left(\uparrow\lambda=\frac{v\uparrow}{f_{\text{ثابت}}}\right)$ افزایش یافته و با افزایش طول موج، پراش بهتر اتفاق می‌افتد و گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

از طرفی با افزایش بسامد نوسان‌ساز، با ثابت بودن تندی امواج درون تشت موج، طول موج کاهش می‌یابد و با کاهش طول موج، امکان رخ‌دادن پراش کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۲) و در نتیجه گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۶۴- گزینهٔ ۱ B هرچه ضریب شکست محیطی کمتر باشد، طول موجِ موج در آن محیط بلندتر می‌شود $\left(\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\right)$ و با همان شکاف، پراش بهتری رخ می‌دهد، بنابراین اگر محیط جدید، ضریب شکستش از $۱/۴$ کمتر باشد، طول موج در آن محیط بلندتر شده و پراش بارزتر است، از این‌رو گزینهٔ (۱) درست است.

۱۶۵- گزینهٔ ۱ A در محیط با ضریب شکست بیشتر، طول موج کوتاه‌تر است و پراکندگی کمتری رخ می‌دهد. ضریب شکست محیط $n_۱$ کمتر و طول موج در آن بلندتر است، پراکندگی نور در این محیط بیشتر بوده و مساحتی از پرده که نور به آن می‌رسد، بیشتر است.

۱۶۶- گزینهٔ ۲ A با توجه به جدول کتاب درسی دربارهٔ تندی صوت در هوای $۰^{\circ}C$ و $۲۰^{\circ}C$ به ترتیب $۳۳۱m/s$ و $۳۴۳m/s$ است. با ثابت بودن بسامد طول موج صوت در هوای $۲۰^{\circ}C$ بلندتر است و پراش بهتر اتفاق می‌افتد.

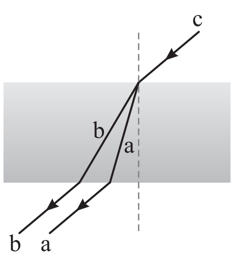
۱۶۷- گزینهٔ ۳ B در پدیدهٔ پراش، هرچه روزنه کوچک‌تر شود، پراش برای یک طول موج معین بارزتر خواهد بود و گزارهٔ (الف) درست است.

در پدیدهٔ پراش، در گذر موج از یک مانع یا یک روزنه هرچه طول موج نسبت به ابعاد مانع یا روزنه بزرگ‌تر باشد، پراش به نحو بارزتری رخ می‌دهد و گزارهٔ (ب) نادرست است.

طول موج امواج رادیویی AM از طول موج امواج رادیویی FM بلندتر است (با توجه به شکل صفحهٔ ۷۶ کتاب درسی) بنابراین پراش امواج AM در اطراف یک ساختمان از پراش امواج FM در اطراف همان ساختمان بارزتر است و گزارهٔ (پ) درست است.

بنابراین دو گزارهٔ (الف) و (پ) درست است و پاسخ گزینهٔ (۳) می‌باشد.

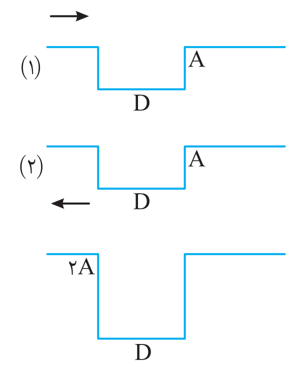
۱۶۸- گزینهٔ ۲ B در گذر از مرز دو محیط، شکست برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است. با توجه به شکل، شکست پرتو b کمتر از شکست پرتو a است، بنابراین طول موج پرتو b بلندتر از طول موج پرتو a است. هرچه طول موج یک پرتو بلندتر باشد پراش بارزتر رخ می‌دهد، بنابراین پراش حاصل از پرتو b بارزتر از پراش حاصل پرتو a است.



۱۶۹- گزینهٔ ۴ A ترکیب موج‌ها با یکدیگر را تداخل می‌گویند و ترکیب همگی امواج از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کند، بنابراین تداخل تمام امواج از هر نوعی از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کند.

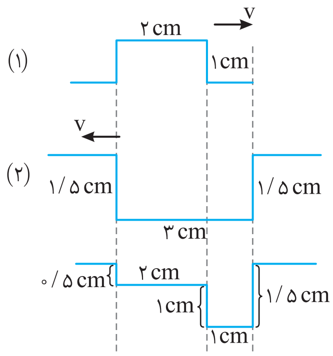
۱۷۰- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل، برهم‌نهی (تداخل) دو تپ در لحظهٔ نشان داده شده سازنده است. پهنای دو تپ D است و دامنهٔ آن‌ها A است تپ برهم‌نهاده نیز دارای دامنه ۲A و پهنای D خواهد بود.

A



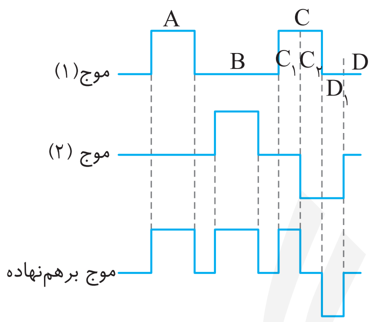
۱۷۱- گزینهٔ ۴ بر هم نهی دو تپ ویرانگر است اما در لحظهٔ نشان داده شده تنها ۲cm از پهنای این تپ‌ها بر هم نهاده می‌شوند و چون دامنهٔ موج (۱)، ۱cm و دامنه موج (۲)، ۱/۵cm است، موج برهم‌نهاده در این قسمت ۰/۵cm جابه‌جایی دارد و در ۱cm سمت راست موج (۲) برهم‌نهی رخ نمی‌دهد و جابه‌جایی این قسمت ۱/۵cm است.

A



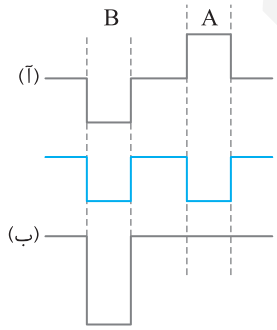
۱۷۲- گزینهٔ ۲ طبق اصل برهم‌نهی، تأثیر دو موج (۱) و (۲) را تک‌تک بررسی می‌کنیم تا اثر خالص که برابر مجموع اثرهای این دو موج است را به‌دست آوریم. در قسمت A، محیط تنها تحت تأثیر موج (۱) است و به اندازهٔ موج (۱) بالا می‌رود. در بخش میانی قسمت B، محیط تحت تأثیر موج (۲) است و در این قسمت محیط به اندازهٔ موج (۲) بالا می‌رود. در قسمت C_1 محیط تحت تأثیر موج (۱) است و بالا می‌رود و در قسمت C_2 دو موج تداخل ویرانگر دارند و محیط تغییری ندارد و در قسمت D_1 محیط تحت تأثیر موج (۲) پایین می‌رود و موج برهم‌نهاده حاصل مطابق شکل روبه‌رو است.

A



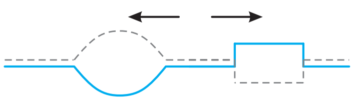
۱۷۳- گزینهٔ ۱ تپ (آ) به صورت روبه‌رو است. این تپ پس از برهم‌نهی با تپ دیگری به صورت (ب) شده است. همان‌طور که مشخص است در این تداخل در قسمت A تداخل ویرانگر و در قسمت B تداخل سازنده بوده است، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

B



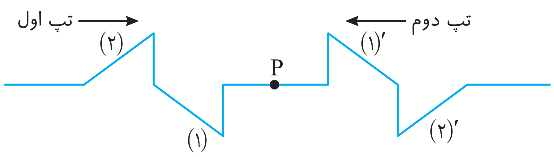
۱۷۴- گزینهٔ ۱ دقت کنید در متن سؤال از شما خواسته شده تپی را رسم کنید که در یک لحظه تپ اول را خنثی کند نه در یک نقطه، یعنی تپی که هم‌زمان قسمت مستطیلی و قسمت خمیده را خنثی کند، بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو گزینهٔ (۱) درست است. در واقع دو تپ در لحظهٔ موردنظر قرینهٔ محوری هم هستند و در یک لحظه تپ اول خنثی شده و محیط ساکن به نظر می‌رسد اما بعد از این لحظه تپ اول و دوم از هم جدا می‌شوند و به مسیر خود ادامه می‌دهند.

B

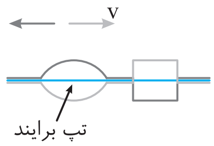


۱۷۵- گزینهٔ ۳ برای آنکه نقطهٔ P ساکن بماند، باید دو تپ در تمام لحظه‌های گذر از نقطهٔ P برهم‌نهی ویرانگر انجام دهند. با توجه به شکل وقتی قسمت (۱) تپ اول به نقطهٔ P می‌رسد می‌خواهد آن را به پایین بیاورد و هم‌زمان با آن قسمت $(1)'$ تپ دوم به P می‌رسد و می‌خواهد P را بالا ببرد به همین دلیل P ساکن می‌ماند. در ادامه مسیر، قسمت (۲) تپ اول و قسمت $(2)'$ تپ دوم به P می‌رسند و چون تداخل ویرانگر دارند P ساکن می‌ماند بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

B



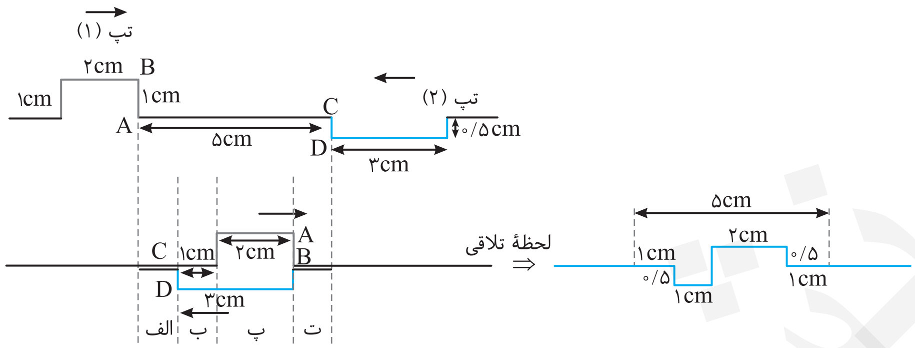
۱۷۶- گزینهٔ ۴ B



تپ گزینهٔ (۱) تنها در یک لحظه تپ نشان داده شده را خنثی می‌کند و پس از عبور دو تپ از هم، تپ‌ها با همان شکل قبلی منتشر می‌شوند بنابراین هیچ تپی نمی‌تواند برای همیشه تپ نشان داده شده را خنثی کند و آن را از بین ببرد. تپ‌های رسم شده در گزینه (۲) و (۳) در هیچ لحظه‌ای در هم‌پوشانی با تپ اول نمی‌توانند آن را خنثی کنند.

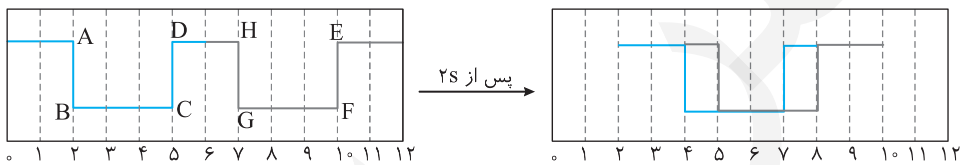
۱۷۷- گزینهٔ ۲ C

دو تپ هرکدام در مدت ۲s با سرعت ۲cm/s به اندازهٔ ۲×۲=۴cm پیشروی می‌کنند، بنابراین پیشانی تپ (۱) AB را ۴cm به جلو می‌بریم، همچنین تپ (۲) را نیز ۴cm جلو می‌بریم. در قسمت (الف) محیط تحت تأثیر هیچ‌کدام از دو تپ نیست و تغییری نمی‌کند و در قسمت (ب) محیط تنها تحت تأثیر تپ (۲) بوده و به پهنای ۱cm به اندازهٔ ۰/۵cm پایین می‌آید. در قسمت (پ) تداخل ویرانگر است و محیط به اندازهٔ ۰/۵m=۰/۵−۱ بالا می‌رود و در قسمت (ت) نیز جابه‌جایی وجود ندارد.

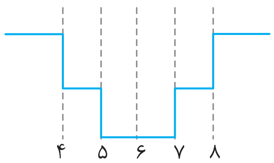


۱۷۸- گزینهٔ ۲ C

پس از ۲s تپ ABCD و تپ EFGH هر کدام ۲cm به جلو می‌روند.



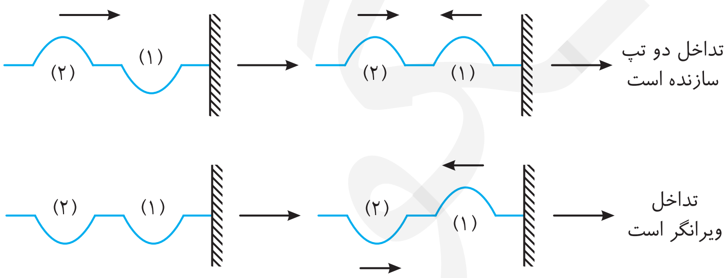
بین ۵ تا ۷، برهم‌نهی سازنده رخ می‌دهد و دامنه دو برابر می‌شود. بین ۴ تا ۵، محیط تنها تحت تأثیر تپ ABCD است و به اندازهٔ یک دامنه پایین می‌آید و بین ۷ تا ۸ نیز محیط تحت تأثیر تپ EFGH یک دامنه پایین می‌آید و شکل به صورت مقابل می‌شود:



۱۷۹- گزینهٔ ۲ A

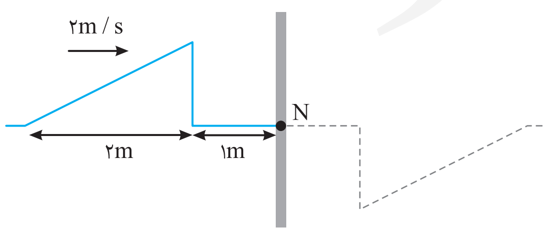
به تپ (شکل الف) نگاه کنید. ابتدا تپ (۱) به انتهای ثابت می‌رسد، در بازتاب از مانع وارونه می‌شود یعنی رو به بالا بر می‌گردد، بنابراین مطابق شکل در برگشت وقتی تپ (۱) با تپ (۲) تلاقی می‌کند، تداخل سازنده خواهد بود.

در شکل (ب) وقتی تپ (۱) به انتهای ثابت می‌رسد، در بازتاب از مانع وارونه می‌شود و رو به پایین برمی‌گردد در این صورت تپ بازتابیده می‌خواهد ذرات محیط را بالا ببرد و تپ (۲) می‌خواهد ذرات محیط را پایین بیاورد، بنابراین هنگام تلاقی آن‌ها تداخل ویرانگر است.

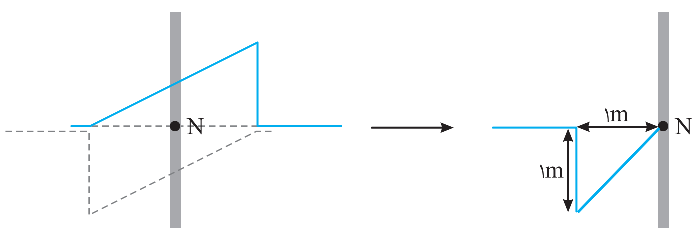


۱۸۰- گزینهٔ ۲ A

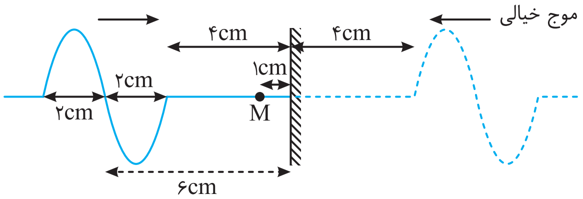
در حل این تست به این نحو عمل می‌کنیم که تپ بازتاب را مطابق شکل در سوی دیگر مانع به‌صورت خط‌چین رسم می‌کنیم سپس مطابق داده‌های مسئله دو تپ را به‌سوی هم می‌فرستیم.



دو تپ پس از ۱s به اندازهٔ ۲m پیشروی می‌کنند و روی نقطه N دو تپ یکدیگر را خنثی می‌کنند و تپ برهم‌نهاده مطابق شکل روبه‌رو است.

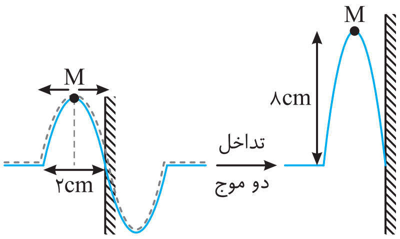


۱۸۱- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به تندی موج در مدت ۴s، موج به اندازهٔ $۱/۵\,cm/s\times ۴=۶cm$ به سمت راست پیشروی می‌کند و می‌دانیم موج پس از برخورد به مانع بازتاب می‌شود اما برای رسم موج بازتاب، از یک موج خیالی کمک می‌گیریم که به سوی مانع از راست به چپ در حرکت است و برهم‌نهادهٔ این موج را وقتی به هم می‌رسند، بررسی می‌کنیم.



پس از ۶cm از پیشروی دو موج، شکل روبه‌رو به‌دست می‌آید.

با توجه به شکل مکان نقطهٔ M از $x=۰$ به $x=+۸cm$ رسیده بنابراین جابه‌جایی نقطهٔ M برابر ۸cm است.



۱۸۲- گزینهٔ ۲ (A) بسامد از ویژگی‌های چشمه است، یعنی تنها به چشمه بستگی دارد، بنابراین پس از برهم‌نهی نیز بسامد نقاط محیط برابر همان بسامد چشمه است.

$$\omega=۱۰۰\pi\Rightarrow ۲\pi f=۱۰۰\pi\Rightarrow f=۵۰Hz$$

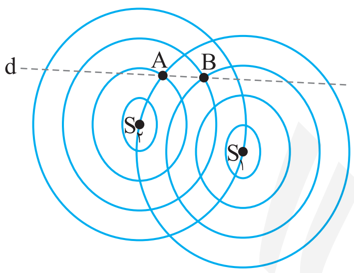
۱۸۳- گزینهٔ ۳ (A) در نقطهٔ P دو موج در حالت برآمده به هم رسیده‌اند (چون P هم روی جبههٔ موج حاصل از $S_۱$ و هم روی جبههٔ موج حاصل از $S_۲$ قرار دارد) بنابراین برهم‌نهی در نقطهٔ P سازنده است.

$$A_P=A_۱+A_۲$$

نقطهٔ Q وسط جبهه‌های موج حاصل از $S_۱$ است بنابراین Q در درهٔ موج حاصل از $S_۱$ است. همچنین نقطهٔ Q روی جبههٔ موج حاصل از $S_۲$ است پس Q در قلهٔ موج حاصل از $S_۲$ است. بنابراین برهم‌نهی در نقطهٔ Q ویرانگر است.

$$A_Q=|A_۱-A_۲|$$

۱۸۴- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به شکل دو نقطهٔ A و B بر برآمدگی جبهه‌های موج قرار دارند و برهم‌نهی در این نقاط سازنده است، بنابراین روی خط d تنها A و B دارای تداخل سازنده هستند.



۱۸۵- گزینهٔ ۳ (A) برای ایجاد نقش‌های تداخلی واضح روی سطح آب باید فاصلهٔ دو نوسان‌ساز از هم بیشتر از طول موج باشد، از این رو طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۲۰}{۲۰}=۱cm$$

بنابراین فاصلهٔ دو نوسان‌ساز از هم باید بیشتر از ۱cm باشد که تنها در گزینهٔ (۳) چنین است.*

۱۸۶- گزینهٔ ۴ (A) با استفاده از دوره و سرعت، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=vT=۰/۴\times۰/۴=۰/۱۶m=۱۶cm$$

با توجه به اینکه اختلاف راه برابر $\frac{۳}{۲}\lambda$ است داریم:

$$۵۰-d=\frac{۳}{۲}\lambda\Rightarrow ۵۰-d=\frac{۳}{۲}\times۱۶\Rightarrow d=۲۴cm$$

۱۸۷- گزینهٔ ۳ (B) بسامد موج را حساب می‌کنیم.

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۴\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۲Hz$$

تندی پیشروی موج‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow ۲=\frac{v}{۲}\Rightarrow v=۴cm/s$$

نقطهٔ M در فاصلهٔ $x_A=۱cm$ از نوسان‌ساز A و در فاصلهٔ $x_B=۵-۱=۴cm$ از نوسان‌ساز B قرار دارد.

زمان رسیدن موج به این نقطه را به دست می‌آوریم.

$$t_A=\frac{x_A}{v_A}\Rightarrow t_A=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵s\quad,\quad t_B=\frac{x_B}{v_B}\Rightarrow t_B=\frac{۴}{۴}=۱s$$

پس از ۰/۲۵s موج از نوسان‌ساز A به نقطهٔ M و پس از ۱s از نوسان‌ساز B به نقطهٔ M می‌رسد. بنابراین در لحظهٔ $t=۱s$ برای اولین بار دو موج به نقطهٔ M رسیده و با هم تداخل می‌کنند.

---

* به شکل ۴-۲۹ صفحهٔ ۱۰۳ کتاب درسی رجوع شود.

۱۸۸- گزینهٔ ۳ B نقطهٔ M دارای حرکت هماهنگ ساده است و اگر معادلهٔ حرکت آن را کسینوسی فرض کنیم دامنهٔ نوسان آن در تداخل سازنده دو برابر دامنهٔ هر چشمه است و دوره نوسان نقاط مختلف تحت تأثیر دو موج برابر دوره چشمه می‌باشد.

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۲۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۱۰Hz\Rightarrow T=\frac{۱}{f}=۰/۱s$$

در گزینه‌های (۲) و (۴) دورهٔ روی نمودارها $۰/۲s$ است، بنابراین این دو گزینه نادرست هستند.

در نقاطی که تداخل دو موج سازنده است دامنه برابر $۰/۴+۰/۴=۰/۸m$ می‌باشد بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

دقت کنید نقطهٔ M وسط دو چشمه (نوسان‌ساز) روی تشت موج است و به دو چشمه نزدیک است و دامنهٔ هر موج در نقطهٔ M با تقریب خوبی با دامنه چشمه برابر است.

۱۸۹- گزینهٔ ۴ A جابه‌جایی نقطهٔ M، حاصل از تأثیر تک‌تک موج‌ها می‌باشد و بنابر اصل برهم‌نهی خواهد شد. $y_M=y_۱-y_۲$

۱۹۰- گزینهٔ ۱ A دو صوت تولیدی از بلندگوها با هم تداخل می‌کنند و در نقاطی صوت دریافتی ضعیف (S) و در نقاطی صوت دریافتی بالا (L) می‌باشد. می‌دانیم در تداخل بسامد تغییر نمی‌کند پس بسامد در تمام نقاط ثابت است امّا دامنهٔ صوت با توجه به تداخل سازنده یا ویرانگر دو صوت متناوباً کم و زیاد می‌شوند.

۱۹۱- گزینهٔ ۲ A فاصلهٔ بین هر نقطه با صدای بالا (L) از نقطه با صدای ضعیف (S) مجاور آن، متناسب با طول موج (λ) می‌باشد.

افزایش شدت صوت تأثیری بر طول موج ندارد بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

اما اگر بسامد صوت افزایش یابد چون تندی موج ثابت است، طول موج کاهش می‌یابد و فاصلهٔ بین L و S کم می‌شود:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[\text{v ثابت}]{\text{f افزایش می‌یابد}}\lambda \text{ کاهش می‌یابد}\rightarrow \text{فاصلهٔ بین L و S مجاور کم می‌شود}$$

و گزارهٔ (ب) درست است.

در این شکل با تداخل دو موج صوتی سروکار داریم و می‌دانیم که سرعت صوت در آب بیشتر از سرعت صوت در هواست بنابراین:

$$\lambda=\frac{v}{f_{\text{ثابت}}}\xrightarrow{\text{v افزایش می‌یابد}}\lambda \text{ افزایش می‌یابد}\rightarrow \text{فاصلهٔ بین L و S مجاور افزایش می‌یابد}$$

در نتیجه تنها در حالت (ب)، طول موج کاهش و در نتیجه فاصلهٔ L و S کاهش می‌یابد.

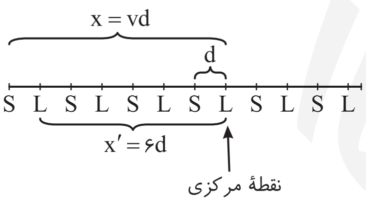
۱۹۲- گزینهٔ ۱ A ارتفاع صوت با بسامد در ارتباط است بنابراین افزایش ارتفاع صوت یعنی صوت با بسامد بیشتر و طول موج کمتر و می‌دانیم که فاصلهٔ S و L مجاور هم متناسب با طول موج است و با کاهش طول موج این فاصله کاهش می‌یابد.

$$\lambda=\frac{v}{f\uparrow}\xrightarrow{\text{بسامد افزایش یابد}}\lambda \text{ کاهش می‌یابد}\rightarrow \text{فاصلهٔ بین L و S کم می‌شود}$$

۱۹۳- گزینهٔ ۳ B فاصلهٔ نقاط متوالی که صوت در آن‌ها کمینه یا بیشینه می‌شود از هم ثابت و یکسان می‌باشد.

اگر این فاصله را d قرار دهیم با توجه به شکل روبه‌رو فاصلهٔ دو نقطه را از نقطهٔ مرکزی بر حسب d حساب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\begin{cases}x=۷d\\x'=۶d\end{cases}\Rightarrow\frac{x'}{x}=\frac{۶d}{۷d}=\frac{۶}{۷}$$



۱۹۴- گزینهٔ ۴ A هرگاه یک نور تکفام از لبه‌های یک مانع بگذرد و روی یک پرده، پراش حاصل از نور را مشاهده کنیم، شاهد وجود تعدادی نوار تاریک و روشن به موازات لبه‌های مانع خواهیم بود که به آن نقش پراش گویند. این نوارهای تاریک و روشن ناشی از پدیدهٔ تداخل است.

۱۹۵- گزینهٔ ۳ A در آزمایش یانگ به فریزهای (نوارهای) روشن و تاریک که روی پرده تشکیل می‌شود نقش‌های تداخلی گویند.

۱۹۶- گزینهٔ ۳ A در آزمایش یانگ وقتی نور تکفام به دو شکاف می‌تابد، در اثر پدیده پراش پراکندگی رخ می‌دهد و دو شکاف رفتاری شبیه دو چشمهٔ همسان خواهند داشت که موج‌های حاصل از آن‌ها با هم تداخل می‌کنند، بنابراین پراش و تداخل رخ می‌دهد. از طرفی روی پرده نوارها بازتاب نور نیز رخ خواهد داد.

۱۹۷- گزینهٔ ۳ A پرتو نور از دو رنگ سبز و قرمز تشکیل شده است. هر یک از رنگ‌ها جداگانه پدیدهٔ تداخل را انجام می‌دهند و نوارهای تاریک و روشن خاص خود را به‌وجود می‌آورند و وسط نوار روشن مرکزی که دو نوار مرکزی سبز و قرمز بر آن واقع است، زردرنگ دیده می‌شود.

۱۹۸- گزینهٔ ۲ A در شکل (الف)، در نقطهٔ M دو موج همدیگر را تضعیف می‌کنند و تداخل ویرانگر و نوار تاریک است و در شکل (ب) در نقطهٔ N، دو موج همدیگر را تقویت می‌کنند و تداخل سازنده و نوار روشن است.

۱۹۹- گزینهٔ ۴ B در نوار روشن تداخل دو موج سازنده می‌باشد و دو موج همدیگر را تقویت کرده و دامنهٔ موج بر هم نهاده برابر است با:

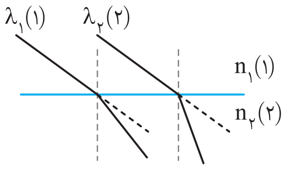
$$A_T=A_۱+A_۲\Rightarrow E_{max_T}=E_{max_۱}+E_{max_۲}=۴+۴=۸$$

۲۰۰- گزینهٔ ۲ A پهنای نوارها در آزمایش یانگ با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است بنابراین پهنای نوارها کاهش می‌یابد.

۲۰۱- گزینهٔ ۱ A پهنای نوارها در آزمایش یانگ با طول موج نور به کار رفته متناسب است. طول موج نور قرمز از طول موج نور بنفش بلندتر است بنابراین پهنای فریزهای تاریک و روشن نور قرمز بیشتر است.

از طرفی طول موج نور قرمز در خلأ از طول موج نور قرمز در آب بلندتر است $(\lambda_{\text{خلأ}}=n\lambda_{\text{آب}})$ پس پهنای فریزها در آزمایش نور قرمز در خلأ از بقیهٔ گزینه‌ها بیشتر است.

۲۰۲- گزینهٔ ۳ پرتوها با ورود به محیط $n_۲$ به خط عمود نزدیک شده‌اند، بنابراین $n_۲>n_۱$ است. از طرفی طول موج $\lambda_۱$ کمتر از طول موج $\lambda_۲$ منحرف شده است از این رو $\lambda_۱>\lambda_۲$ است. پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج متناسب است بنابراین پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج $\lambda_۱$ از پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج $\lambda_۲$ بیشتر است و گزارهٔ (الف) درست است.

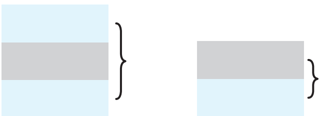


وقتی $n_۲>n_۱$ است، طول موج پرتوهای یک نور تکفام در محیط $n_۲$ کوتاه‌تر از طول موج همان پرتوها در محیط $n_۱$ است. بنابراین پهنای نوارهای تداخلی در محیط $n_۱$ از پهنای نوارهای تداخلی همان پرتو در محیط $n_۲$ بیشتر است و گزارهٔ (ب) درست است.

طول موج $\lambda_۱$ بلندتر از طول موج $\lambda_۲$ است. $(\lambda_۱>\lambda_۲)$ با ورود پرتو (۲) به محیط (۲) طول موج پرتوهای (۲) کاهش می‌یابد $(\lambda'_۲<\lambda_۲)$، بنابراین طول موج پرتو (۱) در محیط $n_۱$ $(\lambda_۱)$ از طول موج پرتو (۲) در محیط $n_۲$ $(\lambda'_۲)$ بلندتر و پهنای نوارهای تداخلی آن نیز بیشتر است $(\lambda_۱>\lambda_۲>\lambda'_۲)$ و گزاره (پ) نیز درست است.

۲۰۳- گزینهٔ ۳ در پراش پرتوها در شکل (ب)، پراکندگی بیشتر است و با توجه به یکسان بودن پهنای شکاف در هر دو آزمایش، بنابراین $\lambda_۲>\lambda_۱$ است و در آزمایش یانگ با پرتوهای $\lambda_۲$، پهنای نوارهای تداخلی از پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با پرتوهای $\lambda_۱$، بیشتر است $(I_۲>I_۱)$.

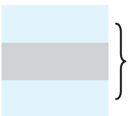
۲۰۴- گزینهٔ ۱ مطابق شکل فاصلهٔ وسط دو نوار روشن متوالی از هم برابر $۲I$ (I پهنای هر نوار) می‌باشد.



$$۲I=۰/۲mm\Rightarrow I=۰/۱mm$$

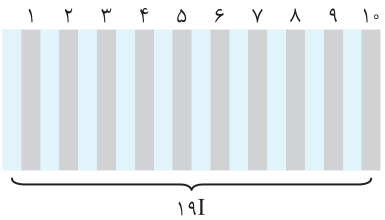
فاصلهٔ یک نوار روشن از نوار تاریک کناری آن برابر یک پهنای نوار $I=۰/۱mm$ است. $I=۰/۱\,mm$

۲۰۵- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل روبه‌رو فاصلهٔ دو نوار روشن متوالی برابر دو پهنای نوار می‌باشد.



$$۲I=۴mm\Rightarrow I=۲mm$$

حال فاصلهٔ نوار روشن روی عمودمنصف تا نوار تاریک دهم بعد از آن را به‌دست می‌آوریم:



$$۱۹I=۱۹\times۲=۳۸mm$$

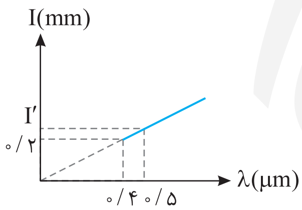
البته می‌توانستیم بنویسیم:

$$x=(۲m-۱)I=(۲\times۱۰-۱)\times۲\Rightarrow x=۳۸mm$$

۲۰۶- گزینهٔ ۳ فاصلهٔ نوار تاریک mام بعد از نوار روشن برابر است با:

$$x=(۲m-۱)I\Rightarrow x=(۲m-۱)(۳۰۰\lambda)\xrightarrow{m=۵}x=۲۷۰۰\lambda\Rightarrow\frac{x}{\lambda}=۲۷۰۰$$

۲۰۷- گزینهٔ ۲ پهنای هر نوار با طول موج متناسب است. بنابراین نمودار پهنای هر نوار بر حسب طول موج نموداری مطابق شکل روبه‌رو است. به کمک تناسب می‌توان پهنای هر نوار را با طول موج $۰/۵\mu m$ به‌دست آورد.

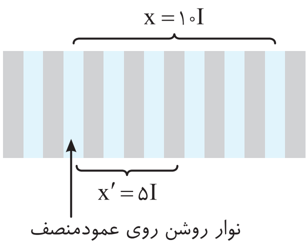


$$\frac{I'}{۰/۵}=\frac{۰/۲}{۰/۴}\Rightarrow I'=۰/۲۵mm$$

در فاصلهٔ وسط نوار روشن پنجم از وسط نوار مرکزی $۲\times۵=۱۰$ نوار وجود دارد. از این رو:

$$x=۲nI'=۲\times۵\times۰/۲۵\Rightarrow x=۲/۵mm$$

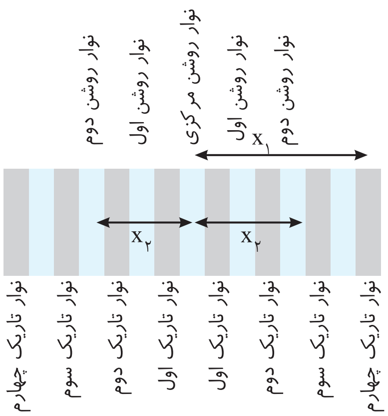
۲۰۸- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل روبه‌رو فاصلهٔ پنجمین نوار روشن و سومین نوار تاریک پس از نوار روشن روی عمودمنصف را برحسب پهنای یک نوار (I) به‌دست می‌آوریم.



در فاصلهٔ پنجمین نوار روشن تا نوار روشن روی عمودمنصف ۱۰ پهنای نوار و در فاصلهٔ سومین نوار تاریک تا نوار روشن روی عمودمنصف ۵ پهنای نوار وجود دارد. از این رو:

$$\frac{x}{x'}=\frac{۱۰I}{۵I}=۲$$

۲۰۹- گزینهٔ ۳ در صورت مسأله بیان نشده که نوار روشن و نوار تاریک مورد نظر در یک سمت نوار روشن روی عمودمنصف هستند یا در دو طرف آن، از این رو فاصله را در دو حالت به‌دست می‌آوریم.



فاصلهٔ $x_۱$ روی شکل دقیقاً ۷ برابر پهنای هر نوار است. $x_۱=۷I=۷\times۰/۲=۱/۴mm$

فاصلهٔ $x_۲$ روی شکل را اگر بشمارید ۴ نوار مشاهده می‌کنید.

$$x_۲=۴I=۴\times۰/۲=۰/۸mm$$

اگر دو نوار در دو طرف نوار روشن روی عمودمنصف باشد:

$$x_۱+x_۲=۱/۴+۰/۸=۲/۲mm$$

اگر دو نوار مورد نظر در یک طرف باشند: $|x_۱-x_۲|=۰/۶mm$

که تنها $۲/۲mm$ در گزینه‌ها است.

۲۱۰- گزینهٔ ۱ (A) در مرکز پرده نوار روشن تشکیل می‌شود و فاصلهٔ وسط نوار nام روشن از وسط نوار روشن که در مرکز پرده تشکیل می‌شود برابر $x=۲nI$ است و فاصلهٔ نوار mام تاریک از نوار روشن که در مرکز پرده تشکیل می‌شود برابر $x=(۲m-۱)I$ است. (I پهنای هر نوار است) از این رو اگر فاصله نوار از نوار روشن روی عمودمنصف را بر پهنای نوار تقسیم کنیم چنانچه عدد زوج حاصل شود A نوار روشن و اگر عدد فرد به دست آید A نوار تاریک است:

$$\frac{x}{I}=\frac{۱/۵mm}{۰/۳mm}=۵$$

نسبت $\frac{x}{d}$، عددی فرد شده است، از این رو در نقطهٔ A نوار تاریک تشکیل می‌شود که اکنون شماره این نوار را مشخص می‌کنیم.

$$۲m-۱=۵\Rightarrow m=۳$$

۲۱۱- گزینهٔ ۲ (A) تندی نور در خلأ برای تمام طول موج‌ها یکسان است از این رو:

$$\left\{\begin{array}{l}\lambda_۲=\frac{v}{f_۲}\\ \lambda_۱=\frac{v}{f_۱}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{۲}{۳}$$

فاصلهٔ فریزهای روشن و تاریک متوالی برابر پهنای یک نوار است و می‌دانیم که پهنای نوار با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین

I

$$\left\{\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۲}{۳}\right.$$

۲۱۲- گزینهٔ ۳ (A) پهنای نوارهای تداخلی تشکیل‌شده در آزمایش یانگ با طول موج نور مورد آزمایش رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{\frac{v}{f_۲}}{\frac{v}{f_۱}}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{f_۱}{f_۲}\xrightarrow{f_۲=f_۱-\frac{۲۰}{۱۰۰}f_۱}\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{f_۱}{\frac{۸۰}{۱۰۰}f_۱}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۱۰۰}{۸۰}=۱/۲۵$$

اکنون درصد تغییر پهنای نوار را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta I}{I_۱}\times۱۰۰=\frac{۱/۲۵I_۱-I_۱}{I_۱}\times۱۰۰=۲۵\%$$

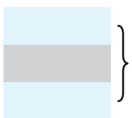
بنابراین پهنای هر نوار ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

۲۱۳- گزینهٔ ۴ (B) پهنای نوار با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۳}{۲}I_۱$$

$$I_۲-I_۱=۰/۰۱mm\Rightarrow\frac{۳}{۲}I_۱-I_۱=۰/۰۱mm\Rightarrow\frac{I_۱}{۲}=۰/۰۱mm\Rightarrow I_۱=۰/۰۲mm$$

فاصلهٔ دو نوار روشن مطابق شکل برابر دو پهنای نوار است.



$$۲I_۱=۰/۰۴mm$$

۲۱۴- گزینهٔ ۲ (B) فاصلهٔ وسط نوار روشن nام از وسط نوار روشن روی عمودمنصف ۲n برابر پهنای هر نوار (I) است. در مسأله بیان شده محل تشکیل نوار چهارم روشن λ_A و محل تشکیل نوار پنجم روشن λ_B یکسان است. بنابراین:

فاصلهٔ وسط هر نوار از وسط نوار روی عمودمنصف : $x_A=x_B\Rightarrow۲n_AI_A=۲n_BI_B\Rightarrow۵I_A=۴I_B\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۴}{۵}$

از طرفی پهنای هر نوار با طول موج متناسب است از این رو:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{I_A}{I_B}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۴}{۵}\xrightarrow{\lambda_B-\lambda_A=۱۲۰۰}\frac{۵}{۴}\lambda_A-\lambda_A=۱۲۰۰\Rightarrow\frac{\lambda_A}{۴}=۱۲۰۰\Rightarrow\lambda_A=۴۸۰۰\mathring{A}$$

۲۱۵- گزینهٔ ۲ (B) فاصلهٔ نوار روشن پنجم تا نوار روشن مرکزی در حالت اول که پهنای نوار I است برابر $۲nI=۲\times۵I=۱۰I$ است و فاصلهٔ نوار تاریک پنجم تا نوار روشن مرکزی در حالت دوم که پهنای نوار I' است برابر $(۲m-۱)I'=(۲\times۵-۱)I'=۹I'$ می‌باشد.

فرض مسأله : $۱۰I=۹I'\Rightarrow\frac{I}{I'}=\frac{۹}{۱۰}\xrightarrow{\frac{I}{I'}=\frac{\lambda}{\lambda'}}\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{۹}{۱۰}\Rightarrow\frac{۴۵۰}{\lambda'}=\frac{۹}{۱۰}\Rightarrow\lambda'=۵۰۰nm$

۲۱۶- گزینهٔ ۲ (A) وقتی پرتو از هوا وارد محیطی به ضریب شکست n می‌شود، طول موج آن $(\lambda'=\frac{\lambda}{n})$ می‌شود، از طرفی پهنای هر نوار تاریک و روشن با طول موج متناسب است از این رو:

$$\left.\begin{array}{l}\lambda'=\frac{\lambda}{n}\\ \frac{I'}{I}=\frac{\lambda'}{\lambda}\end{array}\right\}\Rightarrow I'=\frac{I}{n}$$

۲۱۷- گزینهٔ ۳ (A) با گذر نور از هوا به آب طول موج کوتاه‌تر می‌شود و پهنای نوارها و هم‌چنین فاصلهٔ نوارها از هم کاهش می‌یابد.

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow x'_۰=\frac{x_۰}{n}\Rightarrow x'_۰=\frac{۳}{۴}x_۰$$

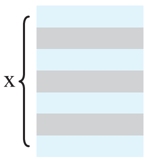
۲۱۸- گزینهٔ ۱ پهنای نوارهای تداخلی با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

۲۱۹- گزینهٔ ۲ با توجه به قانون شکست داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{9}{4}\times10^6}{3\times10^4}=\frac{3}{4}\xrightarrow{\text{پهنای نوارها با طول موج متناسب است}}\frac{I_2}{I_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{3}{4}$$

۲۲۰- گزینهٔ ۳ مطابق شکل فاصلهٔ دو نوار روشن که بین آن‌ها سه نوار تاریک قرار گرفته برابر است با:



$$x=6(\text{پهنای نوار})\Rightarrow x=6I\Rightarrow 18=6I\Rightarrow I=3mm$$

پهنای نوارها با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{I_2}{I_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{\frac{6}{5}}\Rightarrow\frac{I_2}{3}=\frac{5}{6}\Rightarrow I_2=2/5mm$$

۲۲۱- گزینهٔ ۳ با توجه به رابطهٔ اسنل برای شکست نور داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{1}{1/33}=\frac{100}{133}$$

پهنای هر نوار با طول موج متناسب است.

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\Rightarrow\frac{I_2}{b\lambda}=\frac{100}{133}\Rightarrow I_2=\frac{100}{133}b\lambda$$

۲۲۲- گزینهٔ ۲ با توجه به صورت مسأله می‌توان نوشت:

$$x=x'\Rightarrow 2nI=(2m-1)I'\Rightarrow 2\times2I=(2\times3-1)I'\Rightarrow I'=\frac{4}{5}I$$

پهنای نوارها با طول موج متناسب است از این رو:

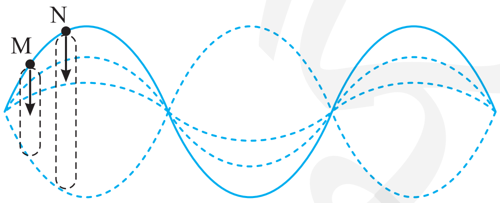
$$I'=\frac{4}{5}I\Rightarrow\lambda'=\frac{4}{5}\lambda$$

با توجه به رابطهٔ اسنل در پدیده شکست خواهیم داشت:

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow\frac{4}{5}\lambda=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow n=\frac{5}{4}$$

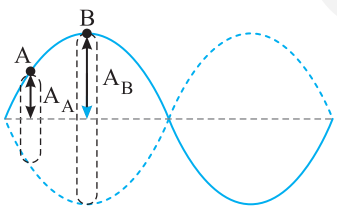
۲۲۳- گزینهٔ ۳ پهنای فریزهای تداخلی به شدت نور به کار رفته در آزمایش بستگی ندارد و به طول موج نور به کار رفته بستگی دارد.

۲۲۴- گزینهٔ ۳ تمام ذرات محیط انتشار موج دارای بسامد یکسان هستند و این موضوع دربارهٔ موج ایستاده نیز صدق می‌کند زیرا بسامد از ویژگی‌های چشمه است.



مطابق شکل روبه‌رو دامنهٔ نوسان ذرات بین دو گرهٔ متوالی متفاوت است، از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و انرژی حرکت هماهنگ ساده با مجذور دامنه متناسب است $(E\propto A^2)$ بنابراین، انرژی ذرات محیط در موج ایستاده یکسان نیست.

تمام نقاط بین دو گرهٔ متوالی هم‌زمان، با هم بالا و پایین می‌روند و جهت حرکت یکسان دارند. در نتیجه گزینهٔ (۳) درست است.



۲۲۵- گزینهٔ ۱ دامنهٔ نوسانات نقاط دو نقطهٔ روی طناب با هم متفاوت است امّا دامنهٔ یک نقطهٔ مثلاً نقطهٔ A با گذشت زمان ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند.

بسامد تمام نقاط روی طناب با هم یکسان و برابر بسامد چشمه می‌باشد و این بسامد با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

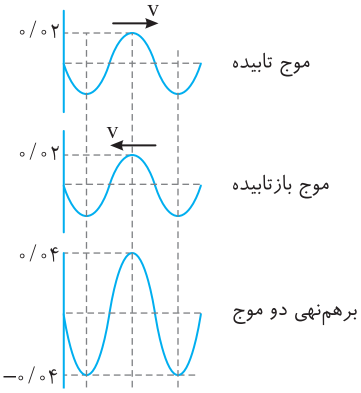
۲۲۶- گزینهٔ ۴ در امواج ایستاده، تمام نقاط بین دو گره با هم بالا و پایین می‌روند اما دامنهٔ این نقاط از گره تا شکم در حال افزایش است، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. از طرفی تمام نقاط محیط با بسامد موج در نوسان بوده و بسامد آن‌ها یکسان است و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است. سرعت هر ذره از محیط هنگام گذر از وضع تعادلش برابر $v_m=A\omega$ بوده که نقطهٔ A دارای دامنهٔ بزرگ‌تری است پس سرعتش بیشتر است و گزینه (۴) درست است.

۲۲۷- گزینهٔ ۲ بسامد، دوره و بسامد زاویه‌ای به چشمه بستگی دارد پس این ویژگی‌ها در نقاط A و B یکسان می‌باشد و گزارهٔ (الف) درست است. چون دوره‌ها یکسان است بنابراین نقاط A و B هم‌زمان به نقاط بازگشت خود می‌رسند و گزارهٔ (پ) درست است. دامنهٔ نقاط A و B یکسان نیست و $A_B<A_A$ می‌باشد و گزارهٔ (ت) نادرست است. از طرفی:

$$A_A\omega>A_B\omega\Rightarrow v_{max,A}>v_{max,B}$$

$$A_A\omega^2>A_B\omega^2\Rightarrow a_{max,A}>a_{max,B}$$

بنابراین گزارهٔ (ب) و (ث) نیز نادرست هستند.

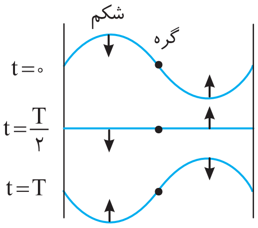


۲۲۸- گزینهٔ ۱ (B) بیشـینهٔ تندی نقاط برابر $A\omega$ اسـت. هم‌چنین با توجه به شـکل روبه‌رو دامنهٔ نقاط شکم برابر $۲A$ است.

در نقاط شکم دو موج یکدیگر را تقویت می‌کنند و تداخل سازنده است بنابراین دامنهٔ نوسان نقاط شکم بنابر اصل برهم نهی خواهد شد: $A_T=A+A=۲A$

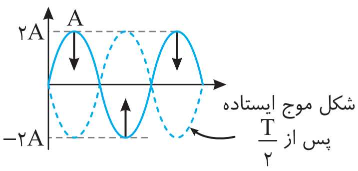
در نتیجه تندی بیشینهٔ نقاط شکم برابر است با:

$$v_{max}=۲A\omega \Rightarrow v_{max}=۰/۰۴\times ۱۰۰\pi=۴\pi\ m/s$$

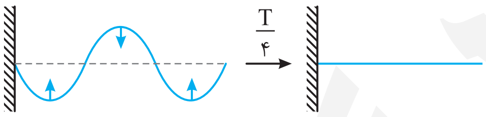


۲۲۹- گزینهٔ ۴ (B) گزینهٔ (۱) قطعاً نادرست است، زیرا یک قسمت طناب نمی‌تواند در یک زمان هم برآمدگی و هم فرورفتگی داشته باشد. در شکل روبه‌رو موج ایستاده در سه لحظهٔ $t=۰$، $t=\frac{T}{۲}$ و $t=T$ برای یک طناب نشان داده شده است که مشخص می‌کند گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.

۲۳۰- گزینهٔ ۲ (A) در نقاطی که دو موج همفاز هسـتند، شـکم و در نقاطی که دو موج ناهمفاز هسـتند، گره تشـکیل می‌شود. در نتیجه باید در شکل دو شکم و سه گره وجود داشته باشد که گزینهٔ (۲) درست است.



۲۳۱- گزینهٔ ۳ (A) در مدت نصف دوره $\frac{T}{۲}$، هر ذره از یک انتهای مسـیرش به انتهای دیگر مسـیرش می‌رود و شکل موج نسبت به حالت اول وارونه می‌شود و شبیه موج شبیه شکل گزینهٔ (۳) خواهد شد.



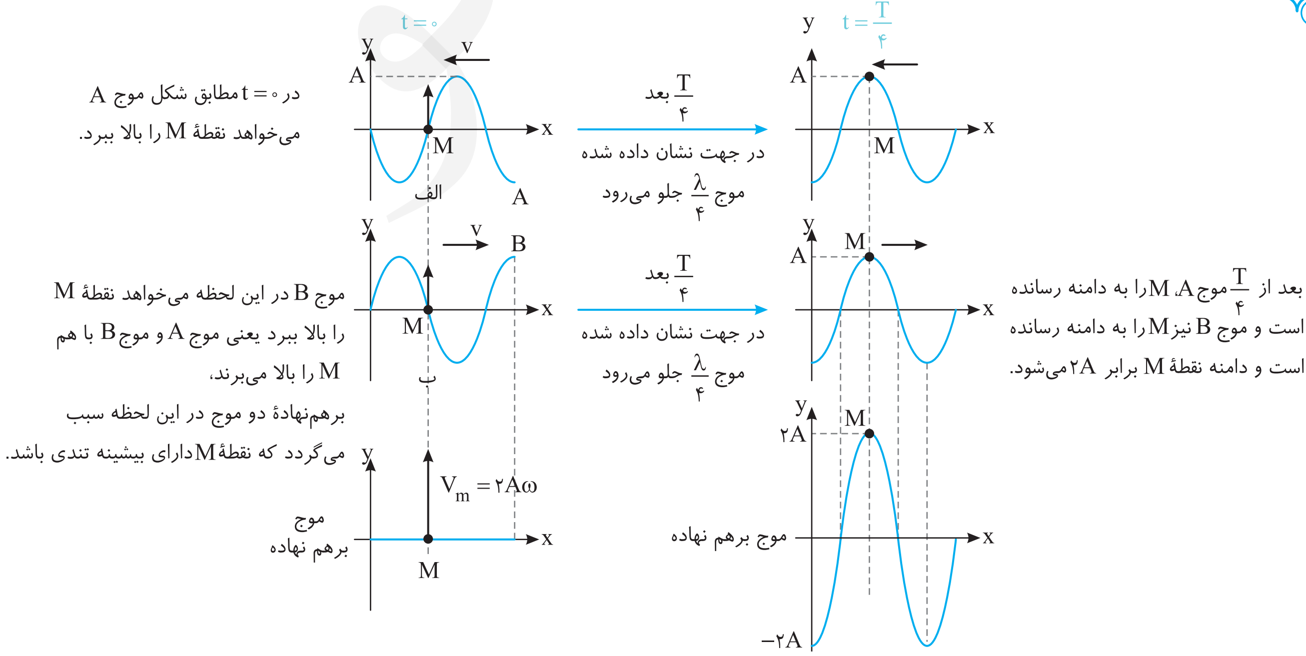
۲۳۲- گزینهٔ ۲ (A) در لحظهٔ نشـان داده شده در شکل تمام ذرات طناب در دامنهٔ خود قرار دارند و هر ذره دارای حرکت هماهنگ سـاده است و در مدت $\frac{T}{۴}$ از دامنه به حالت تعادلش می‌رسد. یعنی مکان آن $x=۰$ می‌شود.

اکنون به کمک معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده مسأله را حل می‌کنیم.

$$x=A\cos\omega t \xrightarrow{x=۰} \cos\frac{۲\pi}{T}t=۰ \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t=(۲n-۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow t=(۲n-۱)\frac{T}{۴}$$

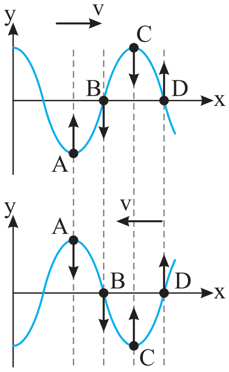
بنابراین در زمان‌های $(۲n-۱)\frac{T}{۴}$ در وضع تعادل خود قرار دارد.

۲۳۳- گزینهٔ ۴ (B) به شکل‌های زیر و توضیحات کنار آن‌ها دقت کنید.

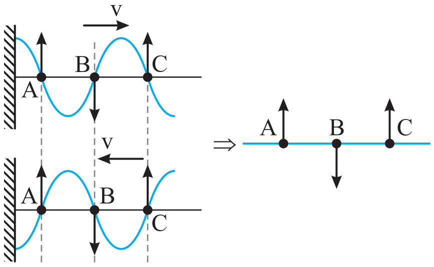


در نتیجه دو موج A و B در محل نقطهٔ M هم‌فاز بوده و در هر لحظه دارای تداخل سازنده هستند.

۲۳۴- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل‌های روبه‌رو در نقطهٔ A و هم‌چنین در نقطهٔ C دو موج در فاز مخالف هستند و این نقاط بدون حرکت خواهد بود، یعنی موج تابیده در لحظهٔ نشان‌داده شده نقطهٔ A را پایین می‌برد و همان موج بازتابیده نقطهٔ A را بالا می‌برد و دو موج در نقطهٔ A تداخل ویرانگر دارند و A ساکن می‌ماند. برای نقطهٔ C نیز همین گونه است.



۲۳۵- گزینهٔ ۳ جهت حرکت نقاط A و B و C در موج تابیده و بازتابیده را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل جهت نوسان A، B و C باید به صورت زیر باشد.
در واقع A و B و C نقاط شکم هستند که در حال گذر از وضعیت تعادل خود می‌باشند و موج‌های تابیده و بازتابیده یکدیگر را در این نقاط تقویت می‌کنند.

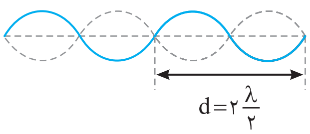


۲۳۶- گزینهٔ ۴ در لحظهٔ نشان داده شده A و B در دامنهٔ خود قرار دارند و می‌دانیم مدت زمانی که طول می‌کشد یک نوسانگر دامنهٔ (نقطهٔ بازگشت) به وضع تعادل خود برسد برابر $\frac{T}{4}$ است. هم‌چنین دورهٔ نوسانات تمام نقاط واقع بر طناب با هم برابر است بنابراین:

$$\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}=\frac{\frac{T}{4}}{\frac{T}{4}}=1$$

۲۳۷- گزینهٔ ۱ فاصلهٔ هر دو گرهٔ متوالی در موج ایستاده برابر $\frac{\lambda}{2}$ است. با توجه به شکل فاصلهٔ سه گره متوالی خواهد شد:

$$d=\frac{2\lambda}{2}=\lambda$$

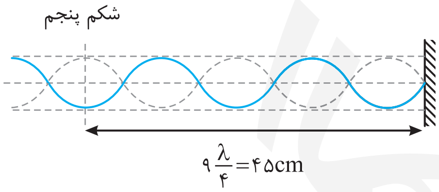


۲۳۸- گزینهٔ ۲ ابتدا شکل موج ایستاده را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل موج ایستاده‌ای که رسم شده است، فاصلهٔ شکم پنجم را بر حسب طول موج از روی شکل مشخص می‌کنیم و طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{9\lambda}{4}=45\Rightarrow\lambda=20\,cm=0/2\,m$$

اکنون می‌توان بسامد را حساب کرد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{36}{0/2}\Rightarrow f=180\,Hz$$

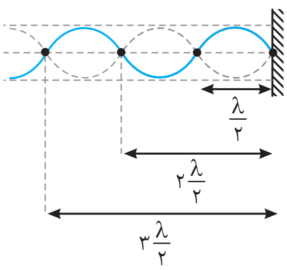


۲۳۹- گزینهٔ ۲ در بازتاب از انتهای ثابت و تشکیل امواج ایستاده، در محل انتهای ثابت، گره تشکیل می‌شود از طرفی فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی از هم $\frac{\lambda}{2}$ است و با توجه به شکل فاصلهٔ گره‌ها از انتهای ثابت مضرب صحیح نصف طول موج یعنی $d=n\frac{\lambda}{2}$ می‌شود، بنابراین ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{20}{200}=0/1\,m$$

در این صورت فاصلهٔ گره‌ها از انتهای ثابت برابر خواهد شد با:

$$d=n\frac{\lambda}{2}\Rightarrow d=0/05\,n$$



۲۴۰- گزینهٔ ۳ فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی از هم برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، طول موج را به‌دست می‌آوریم:

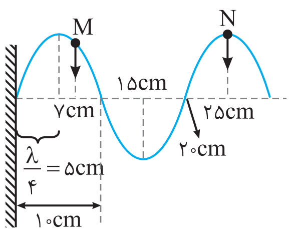
$$\frac{\lambda}{2}=20\,cm\Rightarrow\lambda=40\,cm\xrightarrow{v=f\lambda}v=20\times0/4=8\,m/s$$

تندی پیشروی موج در یک محیط مقدار ثابتی است.
موج تابیده در جهت محور xها در حال پیشروی بوده و سرعت آن $8\,m/s$ و موج بازتابیده در خلاف جهت محور xها در حال پیشروی است و سرعت آن $-8\,m/s$ است.

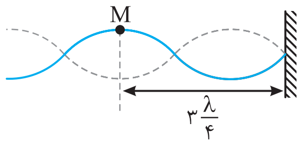
۲۴۱- گزینهٔ ۳ ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{60}{300}=\frac{1}{5}\,m=20\,cm$$

در انتهای ثابت همواره گره تشکیل می‌شود و می‌دانیم فاصلهٔ گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ و فاصلهٔ دو شکم یا دو گره مجاور $\frac{\lambda}{2}$ است. مکان M و N را با توجه به فاصلهٔ آن‌ها از مانع روی شکل مشخص می‌کنیم، با توجه به شکل هر دو نقطه در مکانی قرار دارند که در حال حرکت به سمت پایین هستند، پس در یک جهت در حال نوسان می‌باشند و در محل نقطهٔ N شکم ایجاد شده است از این رو دامنهٔ نوسان نقطهٔ N از دامنهٔ نوسان نقطهٔ M بزرگ‌تر است $(A_N>A_M)$.



۲۴۲- گزینهٔ ۲ (B)



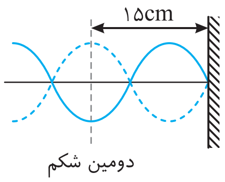
با توجه به شکل نقطهٔ M شکم است و فاصلهٔ آن از انتهای ثابت $۳\frac{\lambda}{۴}$ است.

از طرفی بسامد زاویه‌ای نوسان $\omega=۶۰\pi\, rad/s$ می‌باشد: $\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۶۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۳۰}s$

طول موج برابر خواهد شد با: $\lambda=vT\Rightarrow \lambda=۱۲\times\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow \lambda=۰/۴\,m$

فاصلهٔ M از انتهای ثابت $=۳\frac{\lambda}{۴}=۳\times\frac{۰/۴}{۴}=۰/۳\,m$

۲۴۳- گزینهٔ ۱ (A)



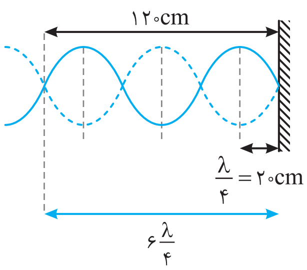
مطابق شکل فاصلهٔ دومین شکم تا انتهای ثابت برابر $۳\frac{\lambda}{۴}$ است از این‌رو: $\frac{۳}{۴}\lambda=۱۵\Rightarrow \lambda=۲۰cm$

تندی انتشار موج در ریسمان برابر خواهد شد با: $v=f\lambda\Rightarrow v=۱۰۰\times ۰/۲=۲۰m/s$

رابطهٔ تندی در ریسمان برابر است با: $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow ۲۰=\sqrt{\frac{F}{۲۰\times ۱۰^{-۳}}}\Rightarrow ۴۰۰=\frac{F}{۲۰\times ۱۰^{-۳}}\Rightarrow F=۸N$

۲۴۴- گزینهٔ ۱ (B)

راه‌حل اول: ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم. $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow \lambda=\frac{۴۰}{۵۰}\Rightarrow \lambda=۰/۸m=۸۰cm$



شکل ریسمان را رسم می‌کنیم. در فاصلهٔ ۲۰cm یعنی $\frac{\lambda}{۴}$ از انتهای ثابت، شکم تشکیل می‌شود و در نقطهٔ A دو موج همفازند و در فاصلهٔ ۱۲۰cm از انتهای ثابت گره تشکیل شده است و دو موج در نقطهٔ B ناهمفازند.

راه‌حل دوم: با توجه به شکل، در نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از انتهای ثابت مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ است شکم تشکیل می‌شود و در نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از انتهای ثابت مضرب زوج $\frac{\lambda}{۴}$ است گره تشکیل می‌شود. بنابراین می‌توان فاصلهٔ داده شده را به $\frac{\lambda}{۴}$ تقسیم کنیم اگر عدد حاصل فرد شد آن نقطه شکم و دو موج در آن نقطه همفاز هستند و اگر عدد حاصل زوج شد آن نقطه گره و دو موج در آن نقطه ناهمفاز هستند.

$\frac{d}{\frac{\lambda}{۴}}=\frac{۱۲۰}{\frac{۸۰}{۴}}=۶\xrightarrow{\text{عدد زوج}}$ گره $\Rightarrow$ دو موج ناهمفازند

$\frac{d}{\frac{\lambda}{۴}}=\frac{۲۰}{\frac{۸۰}{۴}}=۱\xrightarrow{\text{عدد فرد}}$ شکم $\Rightarrow$ دو موج همفازند

۲۴۵- گزینهٔ ۳ (A)

فاصلهٔ گره‌ها از هم مضرب صحیح نصف طول موج است. با کاهش بسامد دیاپازون و ثابت بودن سرعت انتشار موج در تار، طول موج افزایش می‌یابد و فاصلهٔ گره‌ها از هم زیاد می‌شود.

۲۴۶- گزینهٔ ۴ (B)

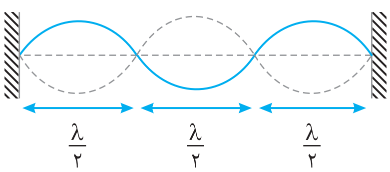
فاصلهٔ نزدیک‌ترین گره تا نقطهٔ ثابت برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است، بنابراین طول موج در حالت اول برابر است با: $\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow \lambda_۱=۴۰cm$

چون تندی موج $(v=f\lambda)$ در این تار ثابت است، بنابراین: $\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f_۲}\Rightarrow \frac{\lambda_۲}{۴۰}=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow \lambda_۲=۸۰cm$

فاصلهٔ شکم‌ها از انتهای ثابت برابر است با مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$:

$$d=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow\begin{cases} n=۱\Rightarrow d=(۲\times۱-۱)\times\frac{۸۰}{۴}=۲۰\,cm \quad , \quad n=۲\Rightarrow d=(۲\times۲-۱)\times\frac{۸۰}{۴}=۶۰cm \\ n=۳\Rightarrow d=(۲\times۳-۱)\times\frac{۸۰}{۴}=۱۰۰\,cm \quad , \quad n=۴\Rightarrow d=(۲\times۴-۱)\times\frac{۸۰}{۴}=۱۴۰\,cm \end{cases}$$

۲۴۷- گزینهٔ ۳ (B)

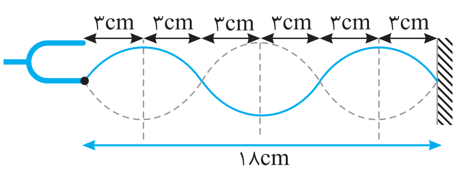


شکل تار در هماهنگ سوم مطابق شکل روبه‌رو است با توجه به شکل طول تار برابر $\frac{۳\lambda}{۲}$ و تعداد گره‌ها در تار برابر ۴ است. فاصلهٔ دو گره متوالی برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است، بنابراین:

$$L=۳\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow ۶۰=۳\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow \frac{\lambda}{۲}=۲۰cm$$

۲۴۸- گزینهٔ ۳ (B)

با توجه به شکل در طول تار، سه شکم و چهار گره تشکیل می‌شود.



۲۴۹- گزینهٔ ۳ طول تار مرتعش مضرب صحیحی از نصف طول موج است $(L=n\frac{\lambda}{۲})$ بنابراین کافی است اعداد گزینه‌ها را بر $\frac{\lambda}{۲}$ تقسیم کنیم خارج قسمت هر کدام که عدد صحیح باشد آن عدد می‌تواند طول تار باشد.

$$n=\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}} \Rightarrow \frac{۹۲}{۸}=۱۱/۵\ \text{غق} \quad , \quad \frac{۴۶}{۸}=۵/۷۵\ \text{غق} \quad , \quad \frac{۲۴}{۸}=۳\ \text{قق} \quad , \quad \frac{۱۲}{۸}=۱/۵\ \text{غق}$$

۲۵۰- گزینهٔ ۳ در یک تار مرتعش طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج است، بنابراین خارج قسمت طول تار به نصف طول موج باید عددی صحیح شود $(\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}}=n)$. حال اعداد داده شده در گزینه‌ها را طبق این شرط امتحان می‌کنیم:

$$\frac{L}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۲۴}{۸}=۳\ \text{قق} \quad , \quad \frac{L}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۴۰}{۸}=۵\ \text{قق} \quad , \quad \frac{L}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۶۰}{۸}=۷/۵\ \text{غق} \quad , \quad \frac{L}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۱۲۰}{۸}=۱۵\ \text{قق}$$

در نتیجه طول داده شده در گزینهٔ (۳) نمی‌تواند طول تار باشد.

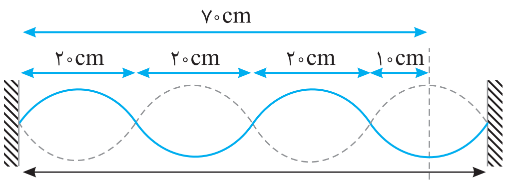
۲۵۱- گزینهٔ ۱ در یک تار دو سر بسته اگر تعداد شکم‌ها در تار n باشد تعداد گره‌ها $n+۱$ است از این رو می‌توان نوشت:

$$(n)+(n+۱)=۷ \Rightarrow n=۳$$

بنابراین تار هماهنگ سوم خود را تولید می‌کند و طول موج خواهد شد:

$$\lambda=\frac{۲L}{۳}$$

۲۵۲- گزینهٔ ۳ با توجه به‌صورت پرسش، شکل موج ایستاده در طناب را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، فاصلهٔ اولین گره تا آخرین شکم برابر $۷۰cm$ می‌شود.



۲۵۳- گزینهٔ ۳ طول موج در تار مرتعش به طول تار و شمارهٔ هماهنگ آن بستگی دارد، در این صورت:

$$L=\frac{n\lambda}{۲} \Rightarrow \lambda=\frac{۲L}{n} \begin{cases} \lambda_۱=\frac{۲L}{۱} \\ \lambda_۲=\frac{۲L}{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۲\frac{L}{۳}}{۲L}=\frac{۱}{۳}$$

۲۵۴- گزینهٔ ۳ طول تار $\lambda=۱/۸m$ می‌باشد و $\Delta\lambda=۱۸cm$ است بنابراین:

$$\lambda=\frac{۲L}{n} \Rightarrow \lambda_{n-۱}=\frac{۲L}{n-۱} \Rightarrow \Delta\lambda=\frac{۲L}{n-۱}-\frac{۲L}{n}$$

$$۱۸=\frac{۳۶۰}{n-۱}-\frac{۳۶۰}{n} \Rightarrow \frac{۱}{n-۱}-\frac{۱}{n}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{n-n+۱}{n^۲-n}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow n^۲-n-۲۰=۰ \Rightarrow (n-۵)(n+۴) \Rightarrow n=۵$$

بنابراین طول موج کوتاه‌تر $n=۵$ یا هماهنگ پنجم تار می‌باشد:

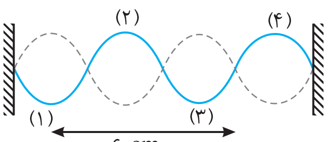
$$\lambda=\frac{۲L}{۵} \Rightarrow \lambda=\frac{۲\times۱۸}{۵} \Rightarrow \lambda=۷/۲cm$$

۲۵۵- گزینهٔ ۱ هرگاه بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت را از هم کم کنیم، بسامد هماهنگ اصلی به‌دست می‌آید.

$$f_{n+۱}-f_n=(n+۱)f_۱-nf_۱=f_۱ \Rightarrow f_۱=۲۵۰-۲۰۰=۵۰Hz$$

۲۵۶- گزینهٔ ۴ شمارهٔ هماهنگ یا شمارهٔ مد برابر تعداد شکم‌های ایجاد شده در طول تار است:

$$n=۴$$

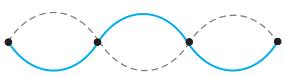


بنابراین تار مُد چهارم خود را ایجاد کرده است.

فاصلهٔ دو گره یا دو شکم متوالی برای $\frac{\lambda}{۲}$ و فاصلهٔ یک گره از شکم مجاور برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است با توجه به شکل مسأله:

$$\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۲}=۶۰ \Rightarrow \frac{۵\lambda}{۴}=۶۰ \Rightarrow \lambda=۴۸cm \xrightarrow{\lambda=v/f} ۴۸\times۱۰^{-۲}=\frac{۶۰}{f} \Rightarrow f=\frac{۶۰}{۴۸\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow f=۱۲۵Hz$$

۲۵۷- گزینهٔ ۳ در طول طناب چهار گره تشکیل شده است از این‌رو $n=۴-۱=۳$ بنابراین



بسامد طناب برابر است با:

$$f_n=\frac{nv}{۲L} \Rightarrow f=\frac{۳\times۲۴۰}{۲\times۰/۶} \Rightarrow f=۶۰۰Hz$$

۲۵۸- گزینهٔ ۲ در تار با دو انتهای ثابت، شمارهٔ هماهنگ (n) از تعداد گره‌ها یک واحد کمتر است.

$$n=۵-۱=۴$$

$$f_n=\frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۴۰۰=\frac{۴v}{۲\times۰/۴} \Rightarrow v=۸۰m/s$$

۲۵۹- گزینهٔ ۳ A در طول تار ۳ شکم ایجاد شده است و تار، هماهنگ سوم خود را تولید کرده است:

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow f_۳=\frac{۳\times۱۸۰}{۲\times۰/۴۵}\Rightarrow f_۳=۶۰۰Hz$$

۲۶۰- گزینهٔ ۳ B با توجه به این‌که دو انتهای تار ثابت است، فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{۲}=۱۰cm\Rightarrow\lambda=۲۰cm=۰/۲m$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت انتشار موج داریم:

$$v=\lambda f=۰/۲\times۵۰۰=۱۰۰m/s$$

چون در تار با دو انتهای ثابت، شمارهٔ هماهنگ برابر (۱− تعداد گره‌ها) می‌باشد، تار هماهنگ چهارم خود را ایجاد می‌کند. حال با استفاده از رابطهٔ طول موج تار با دو انتهای ثابت، می‌توان نوشت:

$$L=n\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow L=۴\times\frac{۰/۲}{۲}=۰/۴m$$

۲۶۱- گزینهٔ ۳ A اختلاف دو هماهنگ متوالی یک تار برابر هماهنگ اصلی یک تار می‌باشد:

$$f_{n+۱}-f_n=f_۱\Rightarrow f_۱=۱۲۵Hz$$

در تار سه گره ایجاد شده است بنابراین مد دوم $(n=۲)$ را ایجاد کرده است و هماهنگ بعد از آن مد سوم است $(n=۳)$ از این رو:

$$f_۳=۳\times۱۲۵=۳۷۵Hz$$

۲۶۲- گزینهٔ ۴ B تفاضل دو بسامد متوالی در تار مرتعش برابر بسامد اصلی تار می‌باشد.

$$۳۰۰-۱۵۰=۱۵۰Hz$$
$$۳۷۵-۳۰۰=۷۵Hz$$
$$۴۵۰-۳۷۵=۷۵Hz$$

همان طور مشخص است تفاضل دو بسامد متوالی باید $۷۵Hz$ باشد و بسامد جا افتاده بین ۱۵۰ هرتز تا ۳۰۰ هرتز خواهد بود.

$$۱۵۰Hz\xrightarrow{+۷۵Hz}\underbrace{\boxed{۲۲۵Hz}}_{\text{جا افتاده}}\xrightarrow{+۷۵Hz}۳۰۰Hz$$

بسامد مُد nام برابر است با $f_n=nf_۱$ بنابراین:

$$۴۵۰=n(۷۵)\Rightarrow n=۶$$

بسامد $۴۵۰Hz$ مربوط به مد ششم است.

۲۶۳- گزینهٔ ۲ B با توجه به اینکه مدهای یک تار ضریب طبیعی از مد اصلی آن است:

$$f_n=nf_۱\Rightarrow\begin{cases}f'=(m-۱)f_۱\\ f''=(m+۱)f_۱\end{cases}\Rightarrow f'+f''=(m-۱)f_۱+(m+۱)f_۱\Rightarrow f'+f''=mf_۱-f_۱+mf_۱+f_۱\Rightarrow ۲mf_۱=f'+f''\Rightarrow ۲f_m=f'+f''\Rightarrow f_m=\frac{f'+f''}{۲}$$

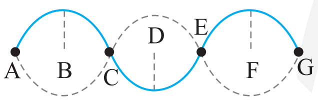
۲۶۴- گزینهٔ ۲ B طول موج و بسامد تار را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{۲L}{n}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۲\times۱۵}{۱}=۳۰cm\quad,\quad f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۱۸۰}{۰/۳}\Rightarrow f=۶۰۰Hz$$

بسامد تار با بسامد امواج صوتی منتشر شده در هوا برابر است:

$$\text{در هوا}:\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۲۰}{۶۰۰}\Rightarrow\lambda=\frac{۱/۶}{۳}=\frac{۱۶۰}{۳}cm$$

۲۶۵- گزینهٔ ۳ A شکل موج ایستاده ایجاد شده مانند روبه‌رو است پس در نقاط D و F که شکم ایجاد شده کاغذهای تا خورده ممکن است بیفتد و در نقطهٔ E با توجه به گره بودن جابه‌جایی ندارد و کاغذ نمی‌افتد.

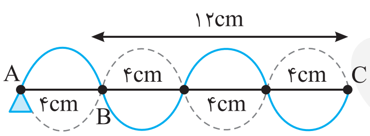


۲۶۶- گزینهٔ ۲ B کمترین بسامد خواسته شده است یعنی بیشترین طول موج را باید بررسی کنیم. در محل گیره، گره تشکیل می‌شود و برای آن که طول موج بیشینه باشد باید بین A و B مطابق شکل، گره‌ای ایجاد نشود در این صورت طول موج برابر خواهد شد با:

$$\frac{\lambda}{۲}=۴\Rightarrow\lambda=۸cm$$

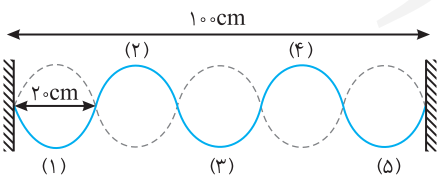
در این صورت بسامد برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۲}=\frac{۲۰}{f}\Rightarrow f=\frac{۲۰۰۰}{۸}\Rightarrow f=۲۵۰Hz$$



۲۶۷- گزینهٔ ۲ B تار با بسامد ثابت ۸۰Hz در نوسان است و در فاصلهٔ ۲۰cm از یک انتهای ثابت در تار گره تشکیل شده است. برای آنکه تندی بیشینه باشد باید طول موج بلندترین باشد. $(\lambda\uparrow=\frac{v'\uparrow}{f_{\text{ثابت}}})$

بنابراین باید بین انتهای ثابت و گره در ۲۰ سانتی‌متری، گرهٔ دیگر وجود نداشته باشد (مطابق شکل) در این صورت: $\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm$ و تندی انتشار موج خواهد شد: $v=f\lambda=۸۰\times۰/۴\Rightarrow v=۳۲m/s$



۲۶۸- گزینهٔ ۲ A رابطهٔ بسامد یک تار مرتعش به شکل زیر است:

$$f=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow f=\frac{n}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow f=\frac{۲}{۲\times۰/۲}\sqrt{\frac{۱۲۰}{۱۲\times۱۰^{-۳}}}\Rightarrow f=۵۰۰Hz$$

۲۶۹- گزینهٔ ۳ A ابتدا تندی انتشار موج عرضی را در این تار به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}=\frac{۸\times۱۰^{-۳}}{۴\times۱۰^{-۱}}=۲\times۱۰^{-۲}}v=\sqrt{\frac{۲۸۸}{۲\times۱۰^{-۲}}}=۱۲۰m/s,\ f=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow ۴۵۰=\frac{n\times۱۲۰}{۲\times۰/۴}\Rightarrow n=۳$$

تعداد گره‌ها برابر است با:

$$n=\text{تعداد گره}-۱\Rightarrow\text{تعداد گره}=۳+۱=۴$$

۲۷۰- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا سرعت موج در سیم را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{312}{7800\times 10^{-6}}}\Rightarrow v=200\,m/s$$

فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، از این رو:

$$\frac{\lambda}{2}=20\Rightarrow \lambda=0/4\,m$$

$$v=f\lambda\Rightarrow 200=f\times 0/4\Rightarrow f=500\,Hz$$

۲۷۱- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا سرعت انتشار موج در تار را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\Rightarrow v=\frac{2}{0/5\times 10^{-3}}\sqrt{\frac{60}{3\times 8000}}\Rightarrow v=4\times 10^{3}\left(\frac{1}{20}\right)\Rightarrow v=200\,m/s,\ f_n=\frac{nv}{2L}\xrightarrow{n=4-1} f_n=\frac{3\times 200}{2\times 0/3}=1000\,Hz$$

۲۷۲- گزینهٔ ۳ (B) تندی انتشار موج عرضی در این ریسمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{156}{7/8\times 10^{3}\times 0/5\times 10^{-6}}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{156}{3/9\times 10^{-3}}}\Rightarrow v=200\,m/s$$

حال بسامد تار در مد پنجم و مد هفتم را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} f_5=5f_1=5\times 400=2000\,Hz\Rightarrow \lambda_5=\frac{v}{f_5}\Rightarrow \lambda_5=\frac{200}{2000}=0/1\,m=10\,cm \\ f_7=7f_1=7\times 400=2800\,Hz\Rightarrow \lambda_7=\frac{v}{f_7}\Rightarrow \lambda_7=\frac{200}{2800}=\frac{1}{14}\,m=\frac{100}{14}=\frac{50}{7}\,cm \end{array}\right\}\Rightarrow \lambda_5-\lambda_7=10-\frac{50}{7}=\frac{70-50}{7}\Rightarrow \lambda_5-\lambda_7=\frac{20}{7}\,cm$$

۲۷۳- گزینهٔ ۳ (A) بسامد هماهنگ یک تار با دو انتهای ثابت برابر $f_n=\frac{nv}{2L}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار است.

دو تار هم‌جنس بوده و با نیروی کشش یکسان کشیده شده‌اند، از این‌رو:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\xrightarrow{\rho_2=\rho_1,\,F_2=F_1}\frac{v_1}{v_2}=\frac{D_2}{D_1}\qquad (1)$$

با توجه به رابطهٔ بسامد برای تار مرتعش داریم

$$f=n\frac{v}{2L}\xrightarrow[L_1=L_2]{n_1=n_2=1}\frac{f_1}{f_2}=\frac{v_1}{v_2}\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}}\frac{f_1}{f_2}=\frac{D_2}{D_1}\Rightarrow \frac{f_1}{f_2}=\frac{1}{2}$$

۲۷۴- گزینهٔ ۲ (B) برای تشدید باید بسامد دو تار با هم برابر باشد. در صورت سؤال گفته شده در تار A، $n+1$ گره تشکیل شده است از این‌رو تعداد شکم‌های A برابر n است و تعداد شکم‌های B، $2n$ می‌باشد، اکنون بسامدها را مساوی قرار می‌دهیم:

$$f_A=f_B\Rightarrow \frac{n_Av_A}{2L_A}=\frac{n_Bv_B}{2L_B}\xrightarrow[\text{n: تعداد شکم یا (۱-تعداد گره)}]{L_A=L_B}\frac{nv_A}{2L}=\frac{(2n)v_B}{2L}\Rightarrow v_A=2v_B$$

$$\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{\text{هم‌جنس}}\frac{2}{D_A}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}=2\left(\frac{2}{D_B}\right)\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}\Rightarrow \frac{D_A}{D_B}=\frac{1}{2}$$

۲۷۵- گزینهٔ ۲ (B) نسبت بسامدهای دو موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{f_A}{f_B}=\frac{\frac{n_Av_A}{2L_A}}{\frac{n_Bv_B}{2L_B}}\xrightarrow[n_B=2-1=1]{n_A=3-1=2}\frac{f_A}{f_B}=\frac{\frac{2v_A}{2\times 0/2}}{\frac{v_B}{2\times 0/1}}\Rightarrow \frac{f_A}{f_B}=\frac{v_A}{v_B}\Rightarrow \frac{f_A}{f_B}=\sqrt{\frac{\frac{F_A}{\rho_AA_A}}{\frac{F_B}{\rho_BA_B}}}=\sqrt{\frac{1}{4}}\Rightarrow \frac{f_A}{f_B}=\frac{1}{2}$$

۲۷۶- گزینهٔ ۱ (B) مد اصلی تار برابر $f=\frac{v}{2L}$ است، با توجه به صورت مسئله طول تار بلندتر بوده و بسامد اصلی آن بزرگ‌تر است از این‌رو:

$$f_B-f_A=8\,Hz\Rightarrow \frac{v}{2L_B}-\frac{v}{2L_A}=8\Rightarrow \frac{v}{1/4}-\frac{v}{1/5}=8\Rightarrow \frac{0/1v}{2/1}=8\Rightarrow v=168\,m/s$$

$$f_A=\frac{v}{2L_A}\Rightarrow f_A=\frac{168}{2\times 0/75}\Rightarrow f_A=\frac{168}{1/5}=112\,Hz$$

۲۷۷- گزینهٔ ۴ (B) هنگامی دو تار با هم تشدید می‌کنند که دارای بسامد یکسان باشند.

$$f_A=f_B\Rightarrow \frac{n_Av_A}{2L_A}=\frac{n_Bv_B}{2L_B}\xrightarrow{L_A=L_B}n_Av_A=n_Bv_B$$

چون ریسمان B تحت کشش بیشتر است $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$ پس $v_B>v_A$ است و برای برابری رابطهٔ $n_Av_A=n_Bv_B$ باید $n_A>n_B$ باشد بنابراین تنها در وضعیت (ت) ممکن است دو ریسمان در یک بسامد تشدیدی یکسان نوسان کنند.

۲۷۸- گزینهٔ ۲ بسامد تار با دو انتهای بسته برابر $f_n=\frac{nv}{۲L}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار بوده و $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ می‌باشد.

$$\begin{cases} n=۱\Rightarrow f_۱=\frac{۱}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ n=۲\Rightarrow f_۲=\frac{۲}{۲L}\sqrt{\frac{۲F}{\mu}} \end{cases}\Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱}=۲\sqrt{۲}$$

۲۷۹- گزینهٔ ۳ تار هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است، بنابراین $n=۵$ می‌باشد و بسامد اصلی تار خواهد شد:

$$f_۵=۵f_۱\Rightarrow ۴۵۰=۵f_۱\Rightarrow f_۱=۹۰Hz$$

با چهار برابر شدن نیروی کشش، سرعت انتشار موج در تار دو برابر می‌شود.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow[\mu'=\mu]{F'=۴F}v'=۲v$$

در این صورت، بسامد صوت اصلی تار دو برابر می‌شود.

$$f_۱=\frac{v}{۲L}\xrightarrow{v'=۲v}f'_۱=۲f_۱\Rightarrow f'_۱=۲\times۹۰=۱۸۰Hz$$

۲۸۰- گزینهٔ ۲ اگر نیروی کشش ۴۴ درصد افزایش یابد یعنی $F_۲=۱/۴۴F_۱$ بنابراین:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sqrt{\frac{F_۲}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_۱}{\mu}}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=۱/۲\Rightarrow v_۲=۱/۲v_۱$$

بنا به فرض مسأله بسامد هماهنگ تار در حالت اول و حالت دوم برابر شده است از این رو:

$$f_۱=f_۲\Rightarrow\frac{nv_۱}{۲L}=\frac{n'v_۲}{۲L}\xrightarrow{v_۲=۱/۲v_۱}n=۱/۲n'$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها بسامد هماهنگ پنجم حالت ثانویه با بسامد هماهنگ ششم حالت اولیه برابر است و گزینهٔ (۲) درست است.

۲۸۱- گزینهٔ ۳ در هر دو حالت تار با یک بسامد ارتعاش کرده است.

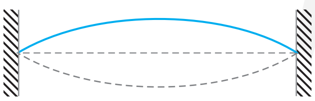
$$f=f'\Rightarrow\frac{nv}{۲L}=\frac{n'v'}{۲L}\xrightarrow[n'=۵-۱=۴]{n=۲}\frac{۲\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{۲L}=\frac{۴\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{۲L}\Rightarrow F'=\frac{F}{۴}$$

بنابراین کشش به $\frac{۱}{۴}$ مقدار اولیه خود رسیده و $\frac{۳}{۴}F$ از نیروی اولیه کاهش یافته است.

بنابراین نیرو ۷۵ درصد کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta F}{F}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{-۳\frac{F}{۴}}{F}\times۱۰۰=-۷۵\%$$

۲۸۲- گزینهٔ ۲ در تار با دو انتهای ثابت، در هماهنگ اول، فاصلهٔ دو گره از هم برابر است با: $L=\frac{\lambda_۱}{۲}\Rightarrow\lambda_۱=۲L$



و با تغییر نیروی کشش، در مقدار $\lambda_۱$ تغییر حاصل نمی‌شود.

۲۸۳- گزینهٔ ۱ تار دارای دو انتهای ثابت است، زیرا هماهنگ زوج تولید کرده است. طول موج تابعی از طول لوله و شمارهٔ هماهنگ است و به نیروی کشش بستگی ندارد.

طول موج در حالت اول:

$$L=n\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow{n=۱}L=\frac{\lambda_۱}{۲}\Rightarrow\lambda_۱=۲L$$

طول موج در حالت دوم:

$$n=۲\Rightarrow L=۲\frac{\lambda_۲}{۲}\Rightarrow\lambda_۲=L$$

بنابراین طول موج نصف حالت اول می‌شود.

۲۸۴- گزینهٔ ۴ طول موج در تار مرتعش، تابعی از طول لوله و شمارهٔ هماهنگ است. در این پرسش، طول تار و همچنین شمارهٔ هماهنگ ثابت مانده است، بنابراین طول موج هماهنگ اصلی تغییر نمی‌کند.

۲۸۵- گزینهٔ ۳ با توجه به صورت سؤال بسامد مُد سوم تار در حالت اول با بسامد هماهنگ اصلی تار برابر شده است از این‌رو:

$$f_۳=f'_۱\xrightarrow{f_n=\frac{nv}{۲L}}\frac{۳v}{۲L}=\frac{v'}{۲L}\Rightarrow ۳v=v'\xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}۳\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F'}{\mu}}\Rightarrow F'=۹F$$

با توجه به فرض مسأله $F'=mF$، در این صورت $m=۹$ است.

۲۸۶- گزینهٔ ۳ در یک تار دو انتها بسته اگر تعداد شکم n باشد تعداد گره $n+۱$ می‌باشد با توجه به صورت سؤال حاصل‌ضرب تعداد گره‌ها در تعداد شکم‌ها ۱۲ شده است از این‌رو:

$$(n)(n+۱)=۱۲\Rightarrow n(n+۱)=۳\times۴\Rightarrow n=۳$$

اگر بخواهیم در حالت دوم حاصل‌ضرب تعداد گره در شکم نصف شود، یعنی داریم:

$$(n')(n'+۱)=۶\Rightarrow n'(n'+۱)=۲\times۳\Rightarrow n'=۲$$

در دو حالت تشدید با یک دیاپازون است بنابراین $f=f'$:

$$\frac{nv}{۲L}=\frac{n'v'}{۲L}\Rightarrow nv=n'v'\xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}۳\sqrt{\frac{F}{\mu}}=۲\sqrt{\frac{F'}{\mu}}\Rightarrow ۹F=۴F'\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{۹}{۴}$$

۲۸۷- گزینهٔ ۴ B در ابتدا در طول تار دو شکم ایجاد شده در واقع تار هماهنگ دوم $(f_۲)$ خود را ایجاد کرده است:

با تغییر نیروی F می‌خواهیم تعداد شکم یک واحد تغییر کند و ممکن است یک واحد کم و یا یک واحد زیاد شود در تمام حالت‌ها موج به وسیلهٔ نوسان دیاپازون به‌وجود می‌آید در واقع بسامد نوسان در تمام حالت‌ها یکسان است.

$$\xrightarrow[n'=۱]{\text{یک شکم کم شود}} f'_۱=f_۲ \Rightarrow \frac{v'}{۲L}=\frac{۲v}{۲L}\Rightarrow v'=۲v \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} F'=۴F$$

$$\xrightarrow[n'=۳]{\text{یک شکم اضافه شود}} f'_۳=f_۲ \Rightarrow \frac{۳v'}{۲L}=\frac{۲v}{۲L}\Rightarrow ۳v'=۲v \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} ۳\sqrt{\frac{F'}{\mu}}=۲\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{۴}{۹}$$

۲۸۸- گزینهٔ ۱ B در دو حالت بسامد تار حاصل از تشدید دیاپازون بوده و بسامد تار در دو حالت یکسان است.

$$f=f'\Rightarrow \frac{nv}{۲L}=\frac{n'v'}{۲L}\xrightarrow[v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}]{n=۶}\frac{۶\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{۲L}=\frac{n'\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{۲L}\xrightarrow{F'=۹F}۶\sqrt{F}=n'\sqrt{۹F}\Rightarrow ۶=۳n'\Rightarrow n'=۲$$

بنابراین در حالت دوم تار هماهنگ دوم خود را دارد و می‌دانیم (۱ − تعداد گره) برابر شمارهٔ هماهنگ است پس در این حالت ۳ گره در طناب تشکیل شده است. موج صوت در هوا پخش می‌شود و با توجه به اینکه در هر دو حالت تندی صوت در هوا یکسان و بسامد نیز تغییر نکرده است پس طول موج صوت منتشر شده در هوا ثابت می‌ماند.

۲۸۹- گزینهٔ ۴ A با کاهش جرم وزنه، کشش ریسمان کاهش می‌یابد در نتیجه سرعت انتشار موج در تار $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ کاهش می‌یابد و با ثابت بودن بسامد دیاپازون، طول موج افزایش و تعداد شکم‌ها افزایش می‌یابد.

۲۹۰- گزینهٔ ۲ B با توجه به این‌که در دو نقطهٔ O و M گره ایجاد می‌شود، با یک طناب با دو انتهای ثابت مواجه هستیم. در طناب با دو انتهای ثابت، تعداد شکم‌ها برابر شمارهٔ هماهنگ است بنابراین، طبق رابطهٔ بسامد طناب با دو انتهای ثابت $(f_n=\frac{nv}{۲L})$ و با توجه به ثابت بودن بسامد دیاپازون (f) و طول طناب (L)، چون n از ۳ به ۱ تغییر کرده است، باید v (سرعت انتشار موج) ۳ برابر شود. طبق رابطهٔ سرعت انتشار موج $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$ و با ثابت بودن μ، باید F، ۹ برابر شود.

بنابراین:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=۹\Rightarrow\frac{m_۲g}{m_۱g}=۹\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=۹\Rightarrow m_۲=۹m_۱\Rightarrow m_۲-m_۱=۸m_۱$$

پس، ۸ برابر جرم وزنهٔ اولیه باید به آن بیفزاییم.

۲۹۱- گزینهٔ ۳ B در یک تار با دو انتهای ثابت، بسامد هماهنگ‌های تار برابر $f_n=\frac{nv}{۲L}$ است که در آن $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ می‌باشد.

هنگامی که سیم را دو لا می‌کنیم، طول آن نصف $(L'=\frac{L}{۲})$ و سطح مقطع آن دو برابر $(A'=۲A)$ می‌شود. جنس سیم و نیروی کشش تغییر نکرده است.

$$\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\times\frac{L}{L'}\xrightarrow{\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}}}\frac{f'}{f}=\sqrt{\frac{A}{A'}}\times\frac{L}{L'}=\sqrt{\frac{A}{۲A}}\times\frac{L}{\frac{L}{۲}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\sqrt{۲}$$

۲۹۲- گزینهٔ ۴ A در دو حالت نیرو و سطح مقطع و جنس ریسمان یکسان است بنابراین در دو حالت v یکسان است:

$$f_۱=\frac{v}{۲L}\quad,\quad f'_۱=\frac{v}{۲(\frac{L}{۲})}\Rightarrow f'_۱=۲f_۱$$

با توجه به رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$ و ثابت ماندن v داریم:

$$\frac{\lambda'_۱}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f'_۱}=\frac{۱}{۲}$$

۲۹۳- گزینهٔ ۲ B طول سیم ۴ برابر شده است، در این صورت سطح مقطع سیم، $\frac{۱}{۴}$ حالت اول می‌شود.

$$L'=۴L\xrightarrow[V=AL]{\text{حجم ثابت است}}A'=\frac{۱}{۴}A$$

سرعت انتشار موج در تار خواهد شد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{\frac{A}{۴}}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=۲$$

بسامد اصلی تار برابر با $f=\frac{v}{۲L}$ است، بنابراین:

$$f=\frac{v}{۲L}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\times\frac{L}{L'}\Rightarrow\frac{f'}{f}=۲\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۲۹۴- گزینهٔ ۱ B
در یک تار با دو انتهای بسته، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر بسامد اصلی است. وقتی یک گره یا یک شکم اضافه می‌شود، یعنی بسامد هماهنگ بعدی رخ داده است، پس به بسامد تار به اندازهٔ بسامد اصلی اضافه می‌شود. طول موج هماهنگ اصلی برابر است با:

$$L=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\lambda=۲m\quad,\quad f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰Hz$$

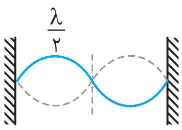
بنابراین برای آنکه به تعداد شکم‌ها یکی اضافه شود باید به بسامد ۵۰Hz افزوده شود.

۲۹۵- گزینهٔ ۱ A
وقتی تشدید رخ می‌دهد که بسامد نوسان‌کننده با بسامد یکی از هماهنگ‌های سیم ویولن برابر باشد. بسامدهای ۶۰۰Hz و ۹۰۰Hz بسامدهای دو هماهنگ متوالی این تار هستند. در این صورت بسامد اصلی تار برابر تفاضل این دو بسامد است:

$$f_۱=۹۰۰-۶۰۰\Rightarrow f_۱=۳۰۰Hz$$

$$f_۱=\frac{v}{۲L}\Rightarrow ۳۰۰=\frac{v}{۲\times ۰/۲۵}\Rightarrow v=۱۵۰m/s,\ v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow ۱۵۰\times ۱۵۰=\frac{F}{\frac{۰/۵\times ۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}}\Rightarrow F=۴۵N$$

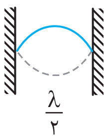
۲۹۶- گزینهٔ ۲ B
در حالت اول در طول تار دو شکم ایجاد شده است.



$$L=n\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow{n=۲}\lambda=L$$

در حالت دوم طول تار کاهش یافته است اما طول موج تغییر نکرده است چرا؟ چگالی خطی جرم (μ) و نیروی کشش (F) ثابت مانده در نتیجه تندی $(v=\sqrt{F/\mu})$ ثابت می‌ماند، از طرفی در دو حالت، تار با یک چشمه تشدید انجام داده است و بسامد ثابت می‌باشد، بنابراین:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[f=\text{ثابت}]{v=\text{ثابت}}\lambda=\text{ثابت}\Rightarrow\lambda'=\lambda$$

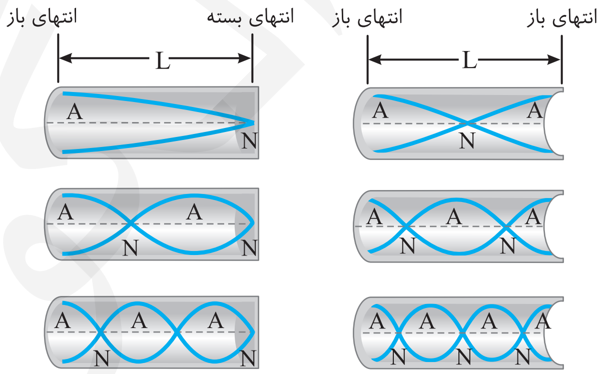


برای آنکه طول موج در تار ثابت باشد باید تار مطابق شکل روبه‌رو به نوسان در آمده باشد، یعنی $L'=\frac{\lambda}{۲}$ شود. از این‌رو:

$$L=\lambda\quad,\quad L'=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow L'=\frac{L}{۲}=۴۰cm$$

باید ۴۰cm از طول تار کم کنیم.

۲۹۷- گزینهٔ ۴ A
با توجه به شکل‌های زیر در لوله‌ها با دو انتهای باز و در لوله‌ها با دو انتهای بسته شماره مُد با تعداد گره‌ها (Nها) برابر است و مُد سوم لولهٔ صوتی دو انتهای باز و مُد دوم صوتی دو انتهای بسته را شاهد هستیم.



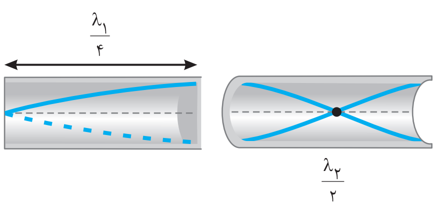
۲۹۸- گزینهٔ ۱ A
تندی انتشار صوت ثابت است. با توجه به اینکه در مُدهای بالاتر تعداد گره و شکم در طول لوله افزایش می‌یابد، بنابراین فاصلهٔ گره و شکم‌ها کاهش می‌یابد و در واقع طول موج در حال کاهش است.

۲۹۹- گزینهٔ ۲ A
امواج صوتی ایستاده درون لوله و امواج صوتی پیش‌رونده حاصل از آن‌ها در محیط طولی هستند.

۳۰۰- گزینهٔ ۲ A
فاصلهٔ گره‌های مجاور از هم برابر $\frac{\lambda}{۲}$ و فاصلهٔ گره‌ها از شکم‌های مجاور برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است. از این‌رو:

$$\begin{cases}L_۱=\frac{\lambda}{۴}\\ L_۲=۲\frac{\lambda}{۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{L_۱}{L_۲}=\frac{۱}{۴}$$

۳۰۱- گزینهٔ ۲ A
با توجه به شکل مُدهای اصلی در لوله‌های صوتی که در شکل روبه‌رو رسم شده است می‌توان نوشت:



$$\frac{\lambda_۱}{۴}=\frac{\lambda_۲}{۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=۲$$

۳۰۲- گزینهٔ ۴ طول موج مُد اصلی لوله صوتی با یک انتهای باز برابر $\lambda_۱=۴L_۱$ و طول موج مُد اصلی لولهٔ صوتی با دو انتهای باز برابر $\lambda_۲=۲L_۲$ است با توجه به فرض مسأله:

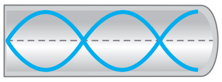
$$\lambda_۱=\lambda_۲\Rightarrow ۴L_۱=۲L_۲\Rightarrow \frac{L_۱}{L_۲}=\frac{۱}{۲}$$

۳۰۳- گزینهٔ ۴ به عنوان مثال به شکل امواج ایستاده در مُد دوم لولهٔ صوتی با دو انتهای باز (شکل الف) و مُد سوم لولهٔ صوتی با یک انتهای بسته (شکل ب) دقت کنید:

(شکل الف)

شکل الف) سه شکم - دو گره

همیشه تعداد شکم یک واحد از گره بیشتر است، بنابراین، گره و شکم یکی عدد فرد و دیگری عدد زوج است.



(شکل ب)

شکل ب)سه شکم - سه گره

همواره تعداد شکم و گره یکسان است.

با توجه به شکل‌ها گزاره‌های (الف) و (ب) درست است.

موج درون لولهٔ صوتی، موج طولی ایستاده است بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

۳۰۴- گزینهٔ ۳ A شـکم اسـت و با توجه به ANANANA در دو انتهای لوله شـکم تشکیل شده پس لوله دو انتها باز است. در لوله ۳ گره (۳ تا N) و ۴ تا شکم (۴ تا A) ایجاد شده بنابراین لوله مد سوم خود را تولید می‌کند.

۳۰۵- گزینهٔ ۲ در پدیدهٔ تشـدید باید بسـامدها و در نتیجه طول موج صوت‌ها $\left(\lambda=\frac{v_{ثابت}}{f}\right)$ برابر شـود. از این‌رو باید بررسی کنیم که در کدام یک از حالت‌های (الف)، (ب) و (پ) طول موج‌ها برابر است.

می‌دانیم فاصلهٔ دو گره یا شکم مجاور $\frac{\lambda}{۲}$ و فاصلهٔ یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{۴}$ است. در شکل (الف):

$$\begin{cases} A\text{لولهٔ}:L=\frac{\lambda_A}{۲} & \Rightarrow \lambda_A=۲L \\ B\text{لولهٔ}:۱/۵L=۳\frac{\lambda_B}{۴}\Rightarrow \lambda_B=۲L \end{cases}\Rightarrow \lambda_A=\lambda_B$$

در شکل (الف) می‌تواند تشدید رخ دهد.

در شکل (ب):

$$\begin{cases} A\text{لولهٔ}:L=۲\frac{\lambda_A}{۲}\Rightarrow \lambda_A=L \\ B\text{لولهٔ}:۱/۵L=۵\frac{\lambda_B}{۴}\Rightarrow \lambda_B=۶\frac{L}{۵} \end{cases}\Rightarrow \lambda_A\neq\lambda_B$$

تشدید رخ نمی‌دهد.

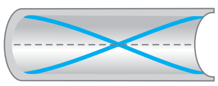
در شکل (پ):

$$\begin{cases} A\text{لولهٔ}:L=۲\frac{\lambda_A}{۲}\Rightarrow \lambda_A=L \\ B\text{لولهٔ}:۱/۵L=۳\frac{\lambda_B}{۴}\Rightarrow \lambda_B=۲L \end{cases}\Rightarrow \lambda_A\neq\lambda_B$$

تشدید رخ نمی‌دهد.

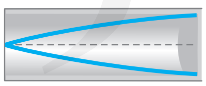
۳۰۶- گزینهٔ ۲ بم‌ترین صوت یعنی مُد اصلی هر لوله با توجه به شکل‌ها خواهیم داشت:

L



A

L



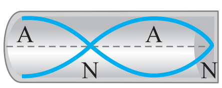
B

$$\begin{cases} A:L=\frac{\lambda_A}{۲} \\ B:L=\frac{\lambda_B}{۴} \end{cases}\Rightarrow \frac{\lambda_A}{۲}=\frac{\lambda_B}{۴}\Rightarrow \lambda_A=\frac{۱}{۲}\lambda_B$$

تندی صوت در هوای لوله‌ها یکسان و $f=\frac{v}{\lambda}$ است از این‌رو: $\frac{f_A}{f_B}=۲$

۳۰۷- گزینهٔ ۴ در طول لوله یک گره و یک شکم تشکیل شده است و فاصلهٔ یک گره از یک شکم $\frac{\lambda}{۴}$ است از این‌رو: $L=\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow\lambda=۴L$

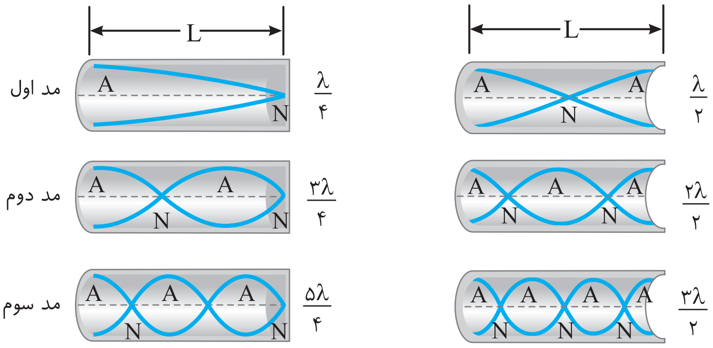
۳۰۸- گزینهٔ ۲ در انتهای باز شکم و در انتهای بسته گره تشکیل می‌شود و تعداد گره‌ها دو است بنابراین شکل موج مطابق شکل روبه‌رو است و طول لوله خواهد شد:



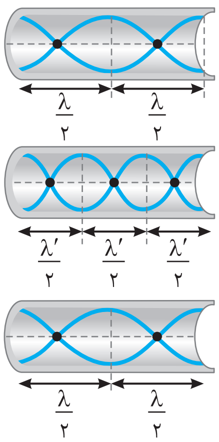
$$L=\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۴}$$

با توجه به صورت مسئله فاصلهٔ دو گره از هم یعنی $\frac{\lambda}{۲}$ برابر ۵۰cm است، از این‌رو:

$$L=۵۰+\frac{۵۰}{۲}=۷۵cm$$



۳۰۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به صورت مسأله $L=\frac{5\lambda}{4}$ باید شکل موج در لوله مطابق شکل سوم لولهٔ یک انتها باز باشد، یعنی لوله مُد سوم خود را تولید کرده و لوله یک انتها باز بوده است.



۳۱۰- گزینهٔ ۴ Ⓐ شکل موج در لوله را در دو حالت رسم می‌کنیم. در حالت اول دو گره و در حالت دوم، چهار شکم یا سه گره در لوله ایجاد شده است، حال به کمک فاصلهٔ گره‌ها و شکم مسئله قابل حل است.

$$\left.\begin{aligned}L&=2\frac{\lambda}{2}\\ L&=3\frac{\lambda'}{2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \lambda=3\frac{\lambda'}{2}\Rightarrow \lambda'=\frac{2}{3}\lambda$$

۳۱۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ فاصلهٔ دو گره یا دو شکم مجاور هم $\frac{\lambda}{2}$ است بنابراین این لوله باید مطابق شکل باشد یعنی لوله دارای دو انتهای باز بوده و مُد دوم خود را تولید کرده است.

۳۱۲- گزینهٔ ۲ Ⓐ با پر شدن ظرف، با یک لولهٔ صوتی با یک انتهای باز روبه‌رو هستیم که طول لولهٔ آن در حال کاهش است. در این صورت طول موج مُد اصلی آن در حال کاهش و بسامد تشدیدی صوت آن در حال افزایش است و صدا زیرتر شنیده می‌شود.

$$\uparrow f=\frac{\overset{\text{ثابت}}{v}}{\lambda\downarrow}$$

۳۱۳- گزینهٔ ۱ Ⓐ با خروج آب از گالن با چیزی شبیه یک لولهٔ صوتی با یک انتهای باز روبه‌رو هستیم که طول لوله و در نتیجه طول موج صوت تشدیدی آن در حال افزایش و بسامد آن در حال کاهش است و صدا بم‌تر شنیده می‌شود.

۳۱۴- گزینهٔ ۳ Ⓐ با دمیدن در بطری‌ها، بطری آب مانند لولهٔ یک انتها باز عمل می‌کند و می‌دانیم هرچه طول لوله بیشتر باشد طول موج مُد اصلی بزرگ‌تر و بسامد تشدیدی مُد اصلی کمتر است و ارتفاع صوت به بسامدی که به گوش ما می‌رسد بستگی دارد و هرچه بسامد بیشتر باشد صدا زیرتر است. در بطری C، طول لوله کوتاه‌تر، طول موج کوتاه‌تر و بسامد بیشتر و ارتفاع صوت دریافتی زیرتر است.

۳۱۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ زمانی فرفره می‌چرخد که دیاپازون و تشدیدگر دارای بسامد تشدیدی یکسانی باشند. دیاپازون C وقتی در مقابل تشدیدگر قرار می‌گیرد فرفره می‌چرخد از این‌رو برای به‌دست آوردن بسامد تشدیدگر کافی بسامد دیاپازون C را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow 0/4=\frac{320}{f}\Rightarrow f_{\text{دیاپازون}}=800\,Hz$$

بنابراین بسامد تشدیدی تشدیدگر هلمهولتز برابر $800\,Hz$ است.

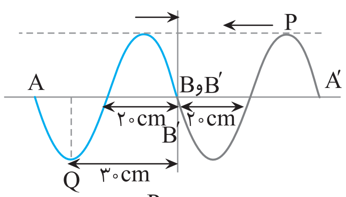
۳۱۶- گزینهٔ ۲ Ⓐ اساس کار اجاق‌های مایکروفر تداخل امواج الکترومغناطیسی و تشکیل امواج ایستاده است.

۳۱۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ اجاق‌های میکروموج براساس تداخل امواج الکترومغناطیسی و تشکیل امواج ایستاده کار می‌کنند. در محل گره‌ها، دامنهٔ نوسان میدان الکتریکی صفر است و به دلیل نبود میدان الکتریکی غذا گرم نمی‌شود و در گره اصطلاحاً نقاط سرد داریم و گزینهٔ (۳) درست است.

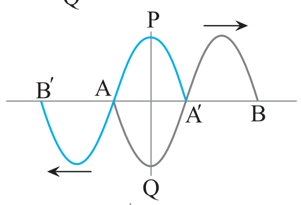
۳۱۸- گزینهٔ ۱ Ⓒ ابتدا مقدار پیشروی موج در مدت $0/2s$ را به دست می‌آوریم:

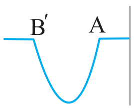
$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow \Delta x=1/5\times 0/2=0/3m=30cm$$

مطابق شکل یک تپ بازتاب تخیلی که همزمان با تپ اصلی به انتهای ثابت می‌رسد را رسم می‌کنیم تپ بازتاب از انتهای ثابت وارونگی دارد از این‌رو تپ بازتاب تخیلی به شکل مقابل است.



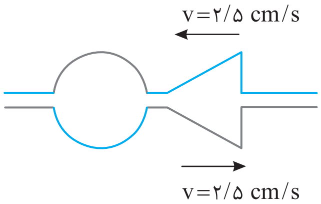
بعد از $0/2s$ موج رفت و موج بازتاب به اندازهٔ $30cm$ پیشروی کرده و مطابق شکل روبه‌رو قرار می‌گیرند.





در این صورت دو تپ AP و AQ یکدیگر را خنثی کرده و تنها تپ AB' باقی می‌ماند.

۳۱۹- گزینه ۲ Ⓑ تپ A برای آن که تپ B را در یک لحظه خنثی کند باید قرینهٔ محوری تپ B باشد. سرعت هر دو تپ برابر $۲/۵\,cm/s$ است، زیرا سرعت موج به محیط انتشار بستگی دارد و محیط یکسان است. اگر یک تپ را ساکن و تپ دیگر را این‌طور در نظر بگیریم که با سرعت $۲/۵\,cm/s+۲/۵\,cm/s=۵\,cm/s$ در حرکت است، هنگامی دو تپ یکدیگر را در یک لحظه خنثی می‌کنند تپ متحرک به اندازهٔ $۶۵+۱۰=۷۵cm$ پیشروی کند.



$$\Delta x=vt\Rightarrow ۷۵=۵t\Rightarrow t=۱۵s$$

۳۲۰- گزینه ۴ Ⓐ بسامد موج و طول موج آن را حساب می‌کنیم.

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۴۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۲۰Hz \quad , \quad \lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}m=۲۵cm$$

اختلاف راه دو چشمه از نقطهٔ M برابر است با:

$$d_۲-d_۱=۵۰-۱۲/۵=۳۷/۵cm$$

در این صورت:

$$\frac{d_۲-d_۱}{\lambda}=\frac{۳۷/۵}{۲۵}\Rightarrow d_۲-d_۱=\frac{۳}{۲}\lambda$$

۳۲۱- گزینه ۴ Ⓑ در انتشار صوت در محیط هر سه پدیده می‌تواند رخ دهد، زیرا شرایط فیزیکی محیط می‌تواند متغیر باشد.

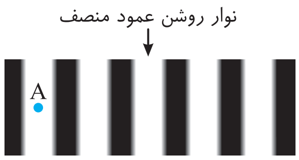
۳۲۲- گزینه ۱ Ⓑ فاصلهٔ بین L و S با طول موج نسبت مستقیم دارد. از این‌رو طول موج صوت در هوا و هلیم را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{هوا}: \lambda=\frac{v_۱}{f}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۳۶۰}{۷۲۰}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۱}{۲}m \quad , \quad \text{هلیم}: \lambda_۲=\frac{v_۲}{f}\Rightarrow\lambda_۲=\frac{۹۶۰}{۷۲۰}\Rightarrow\lambda_۲=\frac{۴}{۳}m$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{x_۲}{x_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۸}{۳}$$

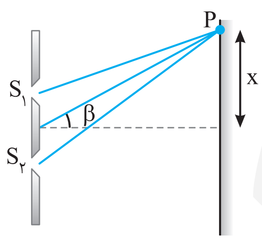
۳۲۳- گزینه ۳ Ⓑ فاصلهٔ فریزهای تاریک و روشن از هم با طول موج نور مورد آزمایش نسبت مستقیم دارد. در شکل بین نقطهٔ A تا نوار روشن روی عمودمنصف پهنای چهار نوار وجود دارد. ($x=۴I$ است) وقتی طول موج نصف می‌شود، پهنای نوارها نصف می‌شود. از این‌رو:



$$I'=\frac{I}{۲} \quad , \quad x=۲n'I'=۴I\Rightarrow ۲n'\frac{I}{۲}=۴I\Rightarrow n'=۴$$

یعنی نقطهٔ A روی چهارمین نوار روشن از نوار روشن روی عمودمنصف قرار می‌گیرد.

۳۲۴- گزینه ۳ Ⓒ نواری که در مرکز قرار دارد نوار روشن است و فاصلهٔ هر نوار روشن بعد از آن با این نوار برابر $۲nI$ می‌باشد فاصله P تا نوار روشن روی عمودمنصف را به‌دست می‌آوریم:



$$x=۲nI=۲\times۲۰\times۰/۲=۸mm=۸\times۱۰^{-۳}m$$

تانژانت زاویه β برابر ضلع روبه‌رو تقسیم بر ضلع مجاور است.

$$\tan\beta=\frac{۸\times۱۰^{-۳}}{۱۶\times۱۰^{-۱}}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۲}=۵\times۱۰^{-۳}$$

$$\lim_{x\to۰}\frac{\tan x}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{۱}{\cos x}\frac{\sin x}{x}=۱\times۱=۱$$

بنابراین در زوایای کوچک $\tan x\simeq x$ است همان‌گونه که $\sin x=x$ است. از این‌رو:

$$\tan\beta=\beta=۵\times۱۰^{-۳}rad$$

۳۲۵- گزینه ۳ Ⓒ هر نقطه از محیط مانند M و N دارای حرکت هماهنگ ساده هستند بنابراین معادلهٔ نوسان نقطهٔ M را می‌نویسیم:

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۲\pi\times۴۰\Rightarrow\omega=۸۰\pi rad/s$$

$$x=۲A\cos۸۰\pi t\xrightarrow{t=\frac{۱}{۱۲۰}s}x=۲A\cos\frac{۸۰\pi}{۱۲۰}\Rightarrow x=۲A\cos\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=۲A(-\frac{۱}{۲})=-A$$

نقطهٔ N و نقطهٔ M دو شکم مجاور بوده و هرگاه M در $۲A$ است N در $-۲A$ قرار دارد و وقتی M به $-A$ می‌رود N نیز به $+A$ می‌رود.

۳۲۶- گزینه ۱ Ⓒ نقطهٔ C شکم و نقاط A و B گره هستند. فاصلهٔ نقطهٔ A تا B برابر فاصلهٔ دو گره است که برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است. ابتدا سرعت موج در تار را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{۱۰۰}{\frac{۴۰\times۱۰^{-۳}}{۱}}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۱۰۰}{۴\times۱۰^{-۲}}}=۵۰m/s$$

بسامد را از معادله چشمه حساب می‌کنیم:

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۲۰۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۱۰۰Hz$$

طول موج برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۵۰}{۱۰۰}=۰/۵m\Rightarrow\lambda=۵۰cm$$

فاصلهٔ A تا B خواهد شد:

$$AB=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow AB=\frac{۵۰}{۲}=۲۵cm=۰/۲۵m$$

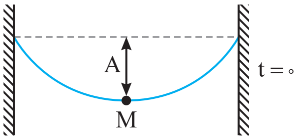
نقطهٔ C شکم است و هنگام گذر از حالت تعادلش سرعتش حداکثر خواهد شد:

$$v_m=A\omega=۰/۰۶\times۲۰۰\pi=۱۲\pi m/s$$

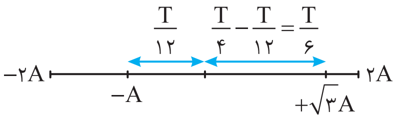
بنابراین باید نقطهٔ C در مدت $t_۱$ از حالت تعادلش بگذرد بنابراین $t_۱=\frac{T}{۴}$ است.

$$T=\frac{۱}{f}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰۰}s\Rightarrow\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۴۰۰}s$$

۳۲۷- گزینهٔ ۳ C



هر ذره از ریسمان که نوسان می‌کند دارای حرکت هماهنگ ساده است و در نقاط شکم، دامنهٔ نوسان $۲A$ است، نقطهٔ M در لحظهٔ نشان داده شده در مکان $-A$ است در بازهٔ زمانی $t=\frac{۱}{۴f}=\frac{T}{۴}$ برای آنکه سرعت متوسط نقطهٔ M بیشینه شود باید در این مدت جابه‌جایی آن بیشینه باشد. از این‌رو باید نقطهٔ M به سوی مرکز نوسان در حرکت باشد. زیرا در اطراف مرکز نوسان تندی بیشتر بوده و در یک زمان معین جابه‌جایی بزرگ‌تر است، با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در مدت $\frac{T}{۴}$ نقطه M از مکان $-A$ به مکان $+\sqrt{۳}A$ می‌رود و بیشینه سرعت متوسط M خواهد شد.



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{\sqrt{۳}A-(-A)}{\frac{۱}{۴f}}\Rightarrow v_{av}=۴(\sqrt{۳}+۱)Af$$

۳۲۸- گزینهٔ ۴ B

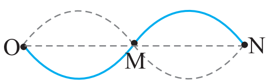
بسامد دیاپازون در دو حالت یکسان و تعداد گره‌ها یکی بیش‌تر از شکم‌ها است. از طرفی نیروی کشش تار برابر نیروی وزن وزنه‌ها است. بنابراین:

$$f_۱=f_۲\Rightarrow\frac{n_۱}{۲L}\sqrt{\frac{F_۱}{\mu}}=\frac{n_۲}{۲L}\sqrt{\frac{F_۲}{\mu}}\Rightarrow ۱\times\sqrt{mg}=۲\sqrt{m'g}\Rightarrow m=۴m'\Rightarrow m'=\frac{m}{۴}\Rightarrow\Delta m=m-\frac{m}{۴}=\frac{۳m}{۴}$$

۳۲۹- گزینهٔ ۲ B

هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد ثابت می‌ماند و سرعت تغییر می‌کند.

$$\frac{\lambda_{Fe}}{\lambda_{Al}}=\frac{v_{Fe}}{v_{Al}}=\sqrt{\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Fe}}}=\sqrt{\frac{۲/۶}{۷/۸}}=\sqrt{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow\lambda_{Al}=\sqrt{۳}\lambda_{Fe}\Rightarrow\lambda_{Al}=۱/۷\lambda_{Fe}$$



چون حداقل تعداد گره‌ها مورد پرسش است و در محل O، M و N گره تشکیل می‌شود. همچنین نسبت طول تار آهنی به طول تار آلومینیمی برابر $\frac{L_{Al}}{L_{Fe}}=\frac{۸۵}{۵۰}=۱/۷$ است که برابر نسبت طول موج‌ها است. به همین دلیل شکل زیر به‌وجود می‌آید و سه گره در تار دیده می‌شود.

۳۳۰- گزینهٔ ۱ B

$L_۱=۹۸\,cm\quad,\quad L_۲=۹۷\,cm$

با کاهش طول تار، بسامد تار افزایش می‌یابد:

$$f=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{L_۱}{L_۲}\Rightarrow\frac{f_۱+۴}{f_۱}=\frac{۹۸}{۹۷}\Rightarrow ۹۷f_۱+۳۸۸=۹۸f_۱\Rightarrow f_۱=۳۸۸Hz$$

۳۳۱- گزینهٔ ۱ A

تار دارای دو انتها ثابت است. در دو حالت رابطهٔ بسامد را می‌نویسیم و برهم تقسیم می‌کنیم:

$$f=\frac{nv}{۲L}=\frac{n}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{n'}{n}\cdot\frac{L}{L'}\cdot\sqrt{\frac{F'}{F}}\cdot\sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}\Rightarrow ۱=۱\times\frac{۰/۵}{L'}\times\sqrt{\frac{۱۶}{۴}}\times ۱\Rightarrow ۱=\frac{۰/۵}{L'}\times ۲\Rightarrow L'=۱m\Rightarrow L'=۱۰۰cm$$

۳۳۲- گزینهٔ ۴ B

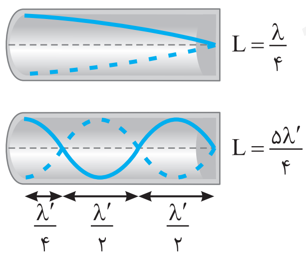
چشمهٔ صوت، امواجی در محیط گسیل می‌کند که به دیوار برخورد کرده و امواج بازتابیده از دیوار با امواج گسیلی از چشمه تداخل کرده، امواج ایستاده تشکیل می‌گردد، در نقاطی که دو موج رفت و برگشت در فاز مخالف قرار دارند، برهم‌نهی ویرانگر بوده، دامنه کمینه است و در نقاطی که دو موج هم‌فاز هستند، برهم‌نهی سازنده بوده، دامنه بیشینه است. فاصلهٔ دو نقطهٔ کمینه (گره) متوالی برابر $\frac{\lambda}{۲}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳۲۰}{۱۶۰}=۲m\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۱m$$

۳۳۳- گزینهٔ ۲ A

تعداد شکم و گره در لوله با یک انتهای باز با هم برابر است بنابراین حاصل‌ضرب تعداد شکم در گره در یک لوله با یک انتهای باز همواره یک مربع کامل می‌باشد و تنها در گزینهٔ (۲) عدد بیان شده مربع کامل است.

۳۳۴- گزینهٔ ۴ A

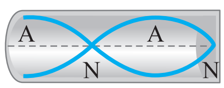


شکل موج در لوله‌ها را رسم می‌کنیم با شدت دمیدن در لوله تعداد گره دوعدد اضافه شده و تعداد گره‌ها برابر ۳ شده است. بنابراین:

$$۵\frac{\lambda'}{۴}=\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow\lambda'=\frac{\lambda}{۵}$$

تندی موج ثابت است بنابراین بسامد ۵ برابر شده است. $(v=f\lambda)$

۳۳۵- گزینهٔ ۲ A



ابتدا $\frac{\lambda}{۴}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{۴}=\frac{۹۶}{۴}=۲۴cm$$

اکنون باید مشخص کنیم چه تعداد $\frac{\lambda}{۴}$ در این لوله جای می‌گیرد. $\frac{۷۲}{۲۴}=۳$

بنابراین شکل موج در لوله مطابق شکل روبه‌رو است و این لوله با یک انتهای باز مد دوم خود را تولید می‌کند.

۳۳۶- گزینهٔ ۱ تندی موج در دو تار با هم برابر است.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{F_A=F_B \text{ و } \mu_A=\mu_B} v_A=v_B$$

بسامد مد اصلی لوله‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. $(\lambda=2L)$

$$f=\frac{v}{2L}\xrightarrow{L_A>L_B} f_A<f_B$$

بنابراین بسامد اصلی تار A از بسامد اصلی تار B کمتر است. از طرفی لولهٔ C با تار A و لولهٔ D با تار B تشدید کرده است. در این صورت:

$$f_A<f_B\xrightarrow{f_A=f_C \text{ و } f_B=f_D} f_C<f_D$$

تندی صوت در هوای درون لوله‌ها یکسان است از این‌رو:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{f_C<f_D}\lambda_C>\lambda_D$$

طول موج مد اصلی لولهٔ C از طول موج مد اصلی لولهٔ D بلندتر است بنابراین طول لولهٔ C از طول لولهٔ D بیشتر است و ارتفاع آب درون D باید کمتر باشد.

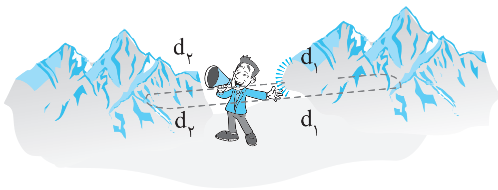
۳۳۷- گزینهٔ ۴ هنگامی فرفره می‌چرخد که بلندگو و تشدیدگر در یک بسامد تشدیدی باشند:

$$f_{\text{بلندگو}}=f_{\text{تشدیدگر}}$$

در این حالت که فرفره نمی‌چرخد $f_{\text{تشدیدگر}}\neq f_{\text{بلندگو}}$ است. می‌دانیم بنا به اثر دوپلر با حرکت چشمه (بلندگو) یا گیرنده صوت (تشدیدگر) بسامد رسیده به تشدیدگر تغییر کرده و ممکن است بسامد دریافتی توسط تشدیدگر با یکی از بسامدها تشدیدی آن برابر شده و در اثر پدیده تشدید، صوت خروجی از دهانهٔ تشدیدگر باعث حرکت فرفره شود.

پاسخ آزمون

۱- گزینهٔ ۴ مطابق شکل پس از فریاد زدن شخص، پژواک صوت آن پس از طی مسافت $۲d_۱$ از صخره به گوش می‌رسد و پس از $۲d_۲$ از صخره دورتر پژواک دوم صوت به گوشش خواهد رسید. زمان رسیدن پژواک اول، $۱/۵s$ و زمان رسیدن پژواک دوم $۱/۵+۱=۲/۵s$ خواهد بود. تندی صوت را به‌دست می‌آوریم.

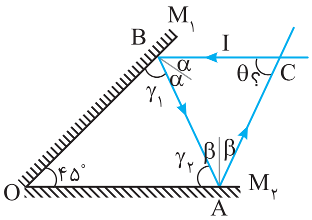


$$v=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۲۴۰+۲۴۰}{۱/۵}\Rightarrow v=۳۲۰\,m/s$$

اکنون فاصلهٔ $d_۲$ را به‌دست می‌آوریم: $d_۲=v\Delta t_۲\Rightarrow d_۲=۳۲۰\times\frac{۲/۵}{۲}\Rightarrow d_۲=۴۰۰m$

فاصلهٔ دو صخره از هم می‌شود: $۴۰۰+۲۴۰=۶۴۰m$

۲- گزینهٔ ۴ در مثلث OAB خواهیم داشت: $\gamma_۱+\gamma_۲+۴۵=۱۸۰\quad (I)$



از طرفی: $\gamma_۱+\alpha=۹۰\quad (۱)$

$\gamma_۲+\beta=۹۰\quad (۲)$

دو طرف رابطهٔ (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم: $\gamma_۱+\gamma_۲+\alpha+\beta=۱۸۰\quad (II)$

از رابطهٔ (I) و (II) نتیجه می‌شود که: $\alpha+\beta=۴۵^\circ\Rightarrow ۲\alpha+۲\beta=۹۰^\circ$

در مثلث ABC خواهیم داشت: $۲\alpha+۲\beta+\theta=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۹۰+\theta=۱۸۰^\circ\Rightarrow\theta=۹۰^\circ$

۳- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ اسنل خواهیم داشت:

$$n_۲\sin\theta_۲=n_۴\sin\theta_۴\Rightarrow n_۲\sin ۳۷^\circ=n_۴\sin ۵۳^\circ$$

$$n_۲\times ۰/۶=n_۴\times ۰/۸\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۴}=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}$$

نسبت تندی‌ها خواهد شد:

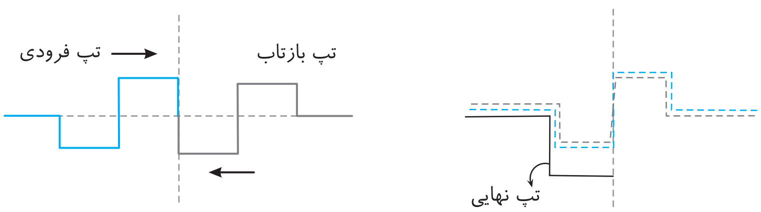
$$\frac{v_۴}{v_۲}=\frac{n_۲}{n_۴}=\frac{۴}{۳}$$

۴- گزینهٔ ۳ با توجه به قانون اسنل $\left(n=\frac{\sin i}{\sin r}\right)$ می‌توان نوشت:

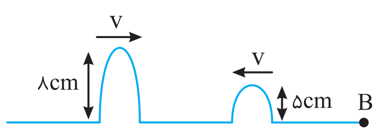
$$\begin{cases}n_A=\frac{۰/۳۸}{۰/۲}=۱/۹\\ n_B=\frac{۰/۳}{۰/۲}=۱/۵\end{cases}\Rightarrow\frac{n_A}{n_B}=\frac{۱/۹}{۱/۵}=\frac{۱۹}{۱۵}$$

۵- گزینهٔ ۴ با افزایش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست می‌شود و در نتیجه سبب سراب می‌شود. همچنین با افزایش طول موج ضریب شکست شیشه کاهش می‌یابد که این امر سبب پاشندگی نور می‌شود.

۶- گزینهٔ ۲ در مدت $۰/۱s$، تپ به اندازهٔ $\Delta x=vt=۲\times ۰/۰۱=۰/۰۲m$ پیشروی می‌کند و از روی مانع بازتابیده می‌شود در این بازهٔ زمانی نیم‌تپ بالایی وارونه شده و با تپ پایینی که به مانع می‌رسد بر هم نهاده شده و شکل تپ مطابق گزینهٔ (۲) است.



۷- گزینهٔ ۲ پس از بازتاب از انتهای ثابت تپ قرینه می‌شود و شکل موج‌ها به صورت روبه‌رو خواهد شد.



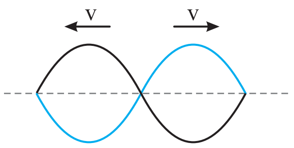
بنابراین تداخل دو موج سازنده است. $A_۱+A_۲=۸+۵=۱۳cm$

۸- گزینهٔ ۳ بسامد از ویژگی‌های چشمه می‌باشد بنابراین بسامد نقاط حاصل از تداخل نیز برابر است با:

$$۲\pi f=۱۰۰\pi\Rightarrow f=۵۰Hz$$

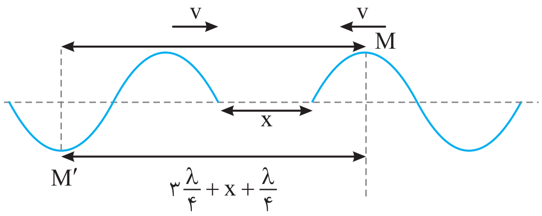
Ⓐ در تداخل سازنده دامنه برابر $A_۱+A_۲=۰/۰۴=۴cm$ و در تداخل ویرانگر دامنه $A_۱-A_۲=۰$ است.

۹- گزینهٔ ۲ دقت کنید سـرعت انتشار دو موج یکسـان بوده و با برابر بودن دوره، Ⓑ طول موج آن‌ها یکی اسـت. برای آن‌که به‌طور لحظه‌ای بُعد تمام نقاط محیط صفر شود باید دو تپ مطابق شکل روبه‌رو در یک لحظه از هم بگذرند.



در این صورت مطابق شکل باید نقطهٔ M به نقطهٔ M' برسد. در این صورت اگر تپ سمت چپ را ثابت فرض کنیم، باید تپ سمت راست به اندازهٔ $\lambda+x$ جابه‌جا شود.

$$\lambda+x=۲v(۵\frac{T}{۲})\Rightarrow\lambda+x=۵vT\xrightarrow{\lambda=vT}\lambda+x=۵\lambda\Rightarrow x=۴\lambda$$



۱۰- گزینهٔ ۳ بسـامد نقاط تداخلی با بسـامد منبع یکسان اسـت اما در نقاط S تداخل ویرانگر و دامنه کمینه و در نقاط L تداخل سازنده و دامنه بیشینه می‌باشد Ⓐ بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. هرچه محیط متراکم‌تر باشد عموماً تندی صوت افزایش می‌یابد.

$$\lambda=\frac{v\uparrow}{f_{\text{ثابت}}}\Rightarrow \lambda\ \text{افزایش می‌یابد}$$

فاصلهٔ بین نقاط L و S با طول موج رابطهٔ مستقیم دارند بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

اگر محیط ثابت باشد (v ثابت) با افزایش f، طول موج کاهش می‌یابد بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است:

$$\lambda=\frac{v_{\text{ثابت}}}{f\uparrow}\Rightarrow \lambda\ \text{کاهش می‌یابد}$$

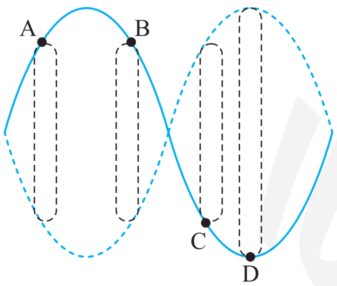
۱۱- گزینهٔ ۱ چون پهنای نوارها در محیط اول بیشتر است، بنابراین طول موج در محیط اول بلندتر است، بنابراین: Ⓑ

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\xrightarrow{\lambda_۱>\lambda_۲}n_۱<n_۲\Rightarrow\frac{n_۱}{n_۲}<۱$$

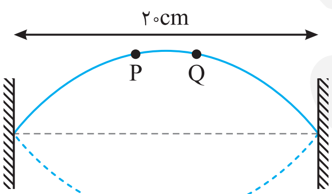
۱۲- گزینهٔ ۳ ذرات واقع بر موج ایستاده، در حال حرکت هماهنگ سـاده با بسـامد Ⓑ یکسان و با دامنه‌های مختلف هستند. همانطور که می‌دانیم انرژی مکانیکی در نوسان ذرات با $f^۲$ و $A^۲$ رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین:

$$A_A=A_B=A_C<A_D\Rightarrow E_A=E_B=E_C<E_D$$

نقاط A و B بین دو گره متوالی قرار دارند و جهت نوسان‌های آن‌ها در هر لحظه یکسان است و جهت نوسان نقطهٔ C در هر لحظه خلاف A و B است.

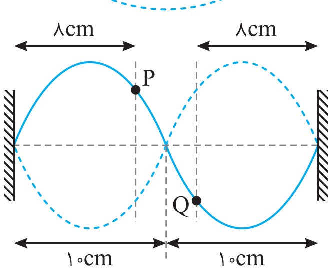


۱۳- گزینهٔ ۳ در مُـد اصلی تار با دو انتهای ثابت شـکل موج ایسـتاده در تار مطابق Ⓐ شکل روبه‌رو است و تمام نقاط بین دو گره دارای نوسان‌های هم‌جهت هستند. طول موج در این حالت برابر است با:



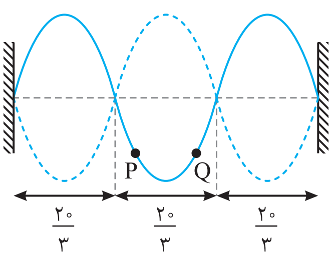
$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰cm\Rightarrow\lambda=۴۰cm\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۲۰}{۰/۴}=۵۰Hz$$

اگر با افزایش بسامد، مُد دوم تولید شود دو نقطهٔ P و Q در دو طرف یک گره قرار می‌گیرند و نوسان‌های آن در خلاف جهت هم خواهد بود.



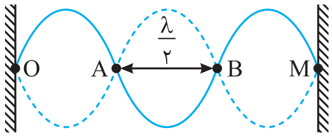
و اگر مُد سـوم تولید شـود P و Q مجدداً بین دو گره قرار می‌گیرند و نوسـان‌های آن‌ها هم جهت می‌شود. طول موج و بسامد را در این حالت به دست می‌آوریم:

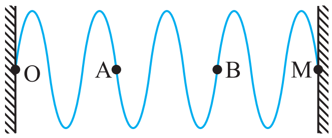
$$۳\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=\frac{۴۰}{۳}cm\Rightarrow f_۳=\frac{v}{\lambda}=\frac{۲۰}{\frac{۴۰}{۳}\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow f_۳=۱۵۰Hz$$



بنابراین باید بسامد را $۱۵۰-۵۰=۱۰۰Hz$ افزایش دهیم.

۱۴- گزینهٔ ۳ Ⓑ در هماهنگ سوم، ۴ گره موجود است که A و B دو گرهٔ میانی آن می‌باشد.





برای آن‌که بین دو نقطه A و B، ۲ گره اضافه شـود باید بین دو گرهٔ O و A و بین گرهٔ M و B نیز دو گره تشـکیل شـود پس تعداد گره‌ها ۶=۲+۲+۲ اضافه می‌شود. در این صورت تعداد گره‌ها خواهد شد:

$۴+۶=۱۰$=تعداد گره‌ها

$۱-$تعداد گره‌ها=شمارهٔ هماهنگ$=۹$

بنا به فرض مسأله دو بسامد باهم برابر است از این رو:

$$f_۳=f_۹\Rightarrow\frac{۳v_۱}{۲L}=\frac{۹v_۲}{۲L}\Rightarrow v_۱=۳v_۲\Rightarrow\sqrt{\frac{F_۱}{\mu}}=۳\sqrt{\frac{F_۲}{\mu}}\Rightarrow F_۱=۹F_۲$$

۱۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ تار با آهنگ $۱۰Hz/s$ در حال افزایش اسـت بنابراین پس از $۱۰s$ و $۲۵s$ به ترتیب $۱۰۰Hz$ و $۲۵۰Hz$ بسـامد نوسان‌سـاز افزایش یافته است. در این صورت بسامدهای $۵۰۰+۱۰۰=۶۰۰Hz$ و $۵۰۰+۲۵۰=۷۵۰Hz$ بسامدهای متوالی تشدیدی تار مرتعش هستند از این رو:

$$f_۱=f_n-f_{n-۱}=۷۵۰-۶۰۰=۱۵۰Hz$$

$$f_۱=\frac{v}{۲L}\xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}۱۵۰=\frac{\sqrt{\frac{F}{۰/۹\times۱۰^{-۳}}}}{۲\times۰/۲}\Rightarrow۶۰=\sqrt{\frac{F\times۱۰^{۳}}{۰/۹}}\Rightarrow۶۰=\frac{۱۰۰}{۳}\sqrt{F}\Rightarrow\sqrt{F}=۱/۸\Rightarrow F=۳/۲۴N$$

۱۶- گزینهٔ ۳ Ⓐ در یک تار با دو انتهای ثابت، بسـامد تولید شـده برابر $f_n=\frac{nv}{۲L}$ اسـت. با توجه به فرض پرسـش، $L=۸۰cm$ و بسامد تولید شده $f=۲۰۰Hz$ بوده و تار صوت اصلی خود را تولید می‌کند $(n=۱)$.

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow۲۰۰=\frac{۱\times v}{۲\times۰/۸}\Rightarrow v=۳۲۰m/s$$

۱۷- گزینهٔ ۴ Ⓐ در طول سیم دو گره ایجاد شده است یعنی تار هماهنگ اول خود را تولید کرده است:

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow۹۰۰=\frac{۱\times v}{۰/۴}\Rightarrow v=۳۶۰m/s$$

چگالی خطی جرم سیم برابر است با:

$$\mu=\frac{m}{L}\Rightarrow\mu=\frac{۸۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۳}}{۲۰\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow\mu=۴\times۱۰^{-۳}kg/m$$

اکنون به کمک رابطهٔ سرعت انتشار موج در سیم، نیروی کشش سیم را به‌دست می‌آوریم:

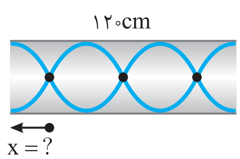
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow۳۶۰\times۳۶۰=\frac{F}{۴\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow F=۵۱۸/۴N$$

۱۸- گزینهٔ ۴ Ⓑ با توجه به رابطهٔ بسامد در تار مرتعش داریم:

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow f_n=\frac{n}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

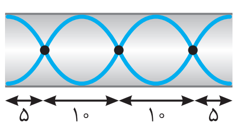
در گزینهٔ (۱) و (۳) به ترتیب F افزایش و μ کاهش می‌یابد، بنابراین در این گزینه‌ها v در حال افزایش اسـت و چون f ثابت مانده طول موج افزایش می‌یابد و با ثابت بودن L، n کاهش می‌یابد. $(L_{ثابت}=\downarrow n\frac{\lambda\uparrow}{۲})$ هم‌چنین با کاهش بسـامد که در گزینهٔ (۲) به آن اشـاره شـده با کاهش f و ثابت ماندن تندی انتشـار موج طول موج افزایش و n کاهش می‌یابد. $(L_{ثابت}=\downarrow n\frac{\lambda\uparrow}{۲})$

۱۹- گزینهٔ ۱ Ⓐ فاصلهٔ اولین گره از انتهای لوله $\frac{\lambda}{۴}$ است.



$$L=۲n\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow۱۲۰=۲\times۳\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow\frac{\lambda}{۴}=\frac{۱۲۰}{۶}\Rightarrow x=۲۰cm$$

۲۰- گزینهٔ ۳ Ⓐ شکل موج را درون لوله رسم می‌کنیم. می‌دانیم فاصلهٔ هر گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{۴}$ است اکنون این فاصله را می‌شماریم.



$$L=۵+۱۰+۱۰+۵=۳۰cm$$

فصل پنجم

آشنایی با فیزیک اتمی

برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکـن QR Code دانلود کنیـد.

فصل ۵ آشنایی با فیزیک اتمی

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۱ B برای رخ دادن اثر فوتوالکتریک باید از نور با بسامد مناسب استفاده شود یعنی رخ دادن این پدیده به بسامد نور فرودی بستگی دارد.

۲- گزینهٔ ۴ A از دیدگاه فیزیک کلاسیک، موج الکترومغناطیسی (تابش) فرودی بر سطح فلز دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده و میدان الکتریکی بر الکترون سطح فلز نیروی الکتریکی $(F=qE \Rightarrow F=eE)$ را وارد می‌کند و چنان‌چه این نیرو به اندازهٔ کافی قوی باشد الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر موج فرودی بر فلز نتواند الکترون را جدا کند، می‌توان بدون تغییر بسامد نور تنها با افزایش شدت نور سبب افزایش میدان الکتریکی تابش فرودی شده تا الکترون از سطح فلز جدا شود. در واقع فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند که رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک را می‌توان با هر بسامدی انجام داد و تنها باید شدت نور مناسب انتخاب شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۳- گزینهٔ ۴ A با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌های فرودی پرتو فرابنفش بر کلاهک الکتروسکوپ افزایش می‌یابد و سبب می‌گردد که آهنگ خروج الکترون‌ها از سطح کلاهک افزایش یابد یعنی کاهش انحراف ورقه‌ها بیشتر و در زمان کوتاه‌تری رخ می‌دهد.

۴- گزینهٔ ۲ A هنگامی که نور با بسامد بیشتر به کلاهک برخورد کند فوتون‌های نور دارای انرژی بیشتری است $(E=hf)$ بنابراین این فوتون‌ها باعث جدا شدن الکترون از سطح الکتروسکوپ شده و زاویهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش می‌یابد.

۵- گزینهٔ ۲ A هنگام تاباندن نور با بسامد مناسب $(f>f_\circ)$ در پدیدهٔ فوتوالکتریک الکترون به طور آنی از فلز جدا می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است. افزایش بسامد نور بر تعداد فوتوالکترون‌ها تأثیری ندارد اما سبب افزایش انرژی جنبشی آن‌ها می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است.

۶- گزینهٔ ۳ A یکی از نتیجه‌های نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است $(I \propto E^2)$ بنابراین با n برابر شدن دامنهٔ میدان الکتریکی شدت نور تابشی n^2 برابر می‌شود.

۷- گزینهٔ ۳ A وضعیت نشان داده شده در شکل حالت $V>\circ$ است (قطب منفی باتری به صفحه‌ای متصل است که پرتو بر آن می‌تابد). پس اگر بسامد (طول موج) پرتو مناسب باشد، حتی با شدت کم باید جریان در مدار برقرار شود (فوتوالکترون‌ها گسیل شوند). پس این که جریان در مدار برقرار نشده است نشان‌دهندهٔ آن است که بسامد پرتو کمتر از بسامد آستانه است $(f<f_\circ)$. اگر بسامد پرتو کمتر از بسامد آستانه باشد، تغییر شدت نور نمی‌تواند باعث گسیل فوتوالکترون‌ها شود پس باید بسامد پرتو افزایش یابد (طول موج کم شود).

۸- گزینهٔ ۳ A موج‌های الکترومغناطیسی از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند. موج‌های الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده اما بدون بار الکتریکی هستند و سرعت همهٔ آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\circ \mu_\circ}}$ است و سرعت آن‌ها در خلأ به بسامد آن‌ها بستگی ندارد، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۹- گزینهٔ ۳ A انرژی فوتون $E=hf$ است که با بسامد نسبت مستقیم دارد.

۱۰- گزینهٔ ۳ A بسامد و در نتیجه انرژی فوتون از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، تغییر نمی‌کند.

۱۱- گزینهٔ ۲ A نور نارنجی دارای بیشترین طول موج در چهار گزینه است، بنابراین فوتون‌های آن دارای کمترین انرژی هستند.

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow E_{min}=\frac{hc}{\lambda_{max}}$$

۱۲- گزینهٔ ۳ A انرژی فوتون برابر است با:

$$E=h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow E=۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}(ev.s)\times\frac{۳\times۱۰^{۸}(m/s)}{۰/۵\times۱۰^{-۶}(m)} \Rightarrow E=۲/۴۸۴eV$$

دقت کنید اگر یکای h، J/s باشد انرژی فوتون برحسب (J) به‌دست می‌آید و اگر یکای h، برحسب eV.s باشد، انرژی فوتون برحسب (eV) به‌دست می‌آید.

۱۳- گزینهٔ ۴ A انرژی پرتوهای نور برابر است با:

$$E=nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow ۱۲۰=n\times۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶/۶\times۱۰^{-۷}} \Rightarrow n=۴۰\times۱۰^{۱۹} \Rightarrow n=۴\times۱۰^{۲۰}$$

۱۴- گزینهٔ ۴ A رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E_X}{E}=\frac{\frac{hc}{\lambda_X}}{\frac{hc}{\lambda}}=\frac{\lambda}{\lambda_X}=\frac{۰/۴\times۱۰^{-۶}}{۲۰\times۱۰^{-۹}}=۲۰$$

۱۵- گزینهٔ ۳ (A) انرژی کل $E=nhf$ را با $E=Pt$ مساوی قرار می‌دهیم:

$$nhf=Pt\Rightarrow n\times 2=\frac{100\times 16}{1.6\times 10^{-19}}\Rightarrow n=5\times 10^{21}$$

۱۶- گزینهٔ ۲ (B)

$$E_B=3E_A\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B}=3\frac{hc}{\lambda_A}\Rightarrow \begin{cases}\lambda_A=3\lambda_B\\ \lambda_A-\lambda_B=4\end{cases}\Rightarrow \lambda_A=6nm\ ,\ \lambda_B=2nm$$

۱۷- گزینهٔ ۱ (A) انرژی فوتون در گذر از یک محیط شفاف و ورود به محیط شفاف دیگر تغییر نمی‌کند.

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=6.6\times 10^{-34}\times \frac{3\times 10^{8}}{0.33\times 10^{-6}}\Rightarrow E=6\times 10^{-19}J$$

۱۸- گزینهٔ ۱ (A) توان برابر است با:

$$P=\frac{E}{t}\xrightarrow{E=nhf}Pt=nhf\Rightarrow 4.8\times 10^{4}\times 1=n(4\times 10^{-15}\times 1.6\times 10^{-19})\times 75\times 10^{6}\Rightarrow n=10^{30}$$

۱۹- گزینهٔ ۱ (B) شدت تابشی خورشید برابر است با انرژی که در هر ثانیه به هر مترمربع از زمین می‌رسد بنابراین انرژی فرودی بر هر متر مربع زمین خواهد شد:

$$E=300\times 1\times 1=300J$$

$$E=nhf\Rightarrow E=n\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow 300=n\times 6.4\times 10^{-34}\times \frac{3\times 10^{8}}{600\times 10^{-9}}\Rightarrow 300=n\times 3.2\times 10^{-19}\Rightarrow n=\frac{300}{3.2\times 10^{-19}}\Rightarrow n=\frac{3}{3.2}\times 10^{21}\Rightarrow n=9.375\times 10^{20}$$

۲۰- گزینهٔ ۲ (B) شدت تابش چراغ $10W/m^2$ است یعنی به هر $1m^2$ میز در هر ثانیه $10J$ انرژی داده می‌شود. سطح میز برابر $1\times 2=2m^2$ است و زمان انتقال انرژی $1h=3600s$ می‌باشد، بنابراین کل انرژی فرودی بر میز در مدت $1h$ خواهد شد:

$$E=10\times 2\times 3600=72000J=72\times 10^{3}J$$

بنابراین به میز $72\times 10^{3}J$ انرژی می‌رسد و این انرژی صرف گرم کردن میز می‌شود.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 72\times 10^{3}=5\times 900\times \Delta\theta\Rightarrow \Delta\theta=16^\circ C$$

۲۱- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{6.6\times 10^{-34}\times 3\times 10^{8}}{660\times 10^{-9}}\Rightarrow E=3\times 10^{-19}J$$

تعداد فوتون‌ها با توان $15W$ برابر است با:

$$E_{\text{کل}}=Pt\xrightarrow{E_{\text{کل}}=nh\frac{c}{\lambda}}n\times 3\times 10^{-19}=15\times 1\Rightarrow n=5\times 10^{19}\ \text{فوتون}$$

این تعداد فوتون از سطح کره‌ای به شعاع ۱۰ متر می‌گذرد پس تعداد فوتون‌های گذرنده از مردمک چشم خواهد شد:

$$\frac{\pi R^2\ \text{مساحت کره}}{\pi r^2\ \text{مساحت مردمک}}=\frac{5\times 10^{19}}{N}\Rightarrow \frac{\pi\times 10^{2}}{\pi\times (1\times 10^{-3})^{2}}=\frac{5\times 10^{19}}{N}\Rightarrow N=5\times 10^{11}$$

۲۲- گزینهٔ ۳ (A) بسامد آستانه کمترین بسامدی است که می‌تواند الکترون‌های سطح یک فلز معین را از آن جدا کند و بستگی به جنس فلز دارد و به بسامد پرتوهای فرودی بر فلز بستگی ندارد.

۲۳- گزینهٔ ۳ (A) کمترین مقدار انرژی برای جدا شدن الکترون از سطح فلز، به جنس فلز بستگی دارد، بنابراین بلندترین طول موجی که سبب جدا شدن این الکترون می‌شود به جنس فلز بستگی دارد.

۲۴- گزینهٔ ۲ (A) بنابر نظریهٔ اینشتین در پدیدهٔ فوتوالکتریک، هر الکترون تنها با یک فوتون برهم‌کنش دارد. هرچه طول موج نور فرودی کمتر (بسامد نور فرودی بیشتر) باشد، انرژی فوتون فرودی بر فلز بیشتر شده، در این صورت بخشی از این انرژی صرف جدا کردن الکترون از فلز شده و بقیهٔ آن به انرژی جنبشی فوتوالکترون تبدیل می‌شود بنابراین انرژی جنبشی الکترون افزایش می‌یابد.

۲۵- گزینهٔ ۲ (A) اگر فوتون نور تک‌رنگی نتواند پدیدهٔ فوتوالکتریک را انجام دهد افزایش شدت نور آن تنها تعداد فوتون‌های آن پرتو را افزایش داده و بر انرژی یک فوتون تأثیری نداشته و افزایش شدت نور باعث جدا شدن الکترون از سطح فلز نمی‌شود. بنابراین برای آنکه پدیده رخ دهد باید انرژی فوتون نور فرودی بر فلز را افزایش دهیم. برای این منظور باید بسامد پرتو را افزایش و یا طول موج پرتو را کاهش دهیم و یا این‌که از فلزی استفاده کنیم که تابع کار آن (W_0) از انرژی نور تک رنگ با طول موج λ کمتر باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۲۶- گزینهٔ ۲ (B) با افزایش شدت نور، انرژی فوتون‌ها که برابر hf است ثابت می‌ماند بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها که برابر تفاضل انرژی فوتون از انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح فلزات $(K=hf-E)$ است پس انرژی جنبشی ثابت مانده و تندی تغییر نمی‌کند، اما با افزایش شدت نور تعداد فوتون‌های تابیده شده بر فلز افزایش یافته و تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده از فلز افزایش می‌یابد، زیرا هر فوتون با یک فوتوالکترون برهم‌کنش دارد و با زیاد شدن فوتون‌ها به تعداد بیشتری الکترون انرژی داده می‌شود که باعث جدا شدن آن‌ها از سطح فلز می‌شود.

۲۷- گزینهٔ ۴ (A) تابع کار فلز برابر حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز است.

$$W_0=hf_0\Rightarrow W_0=4\times 10^{-15}\times 10^{15}\Rightarrow W_0=4eV$$

۲۸- گزینهٔ ۴ (A) تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

۲۹- گزینهٔ ۲ (A) طول موج مربوط به بسامد آستانهٔ فلز را به دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow \lambda=\frac{3\times 10^{8}}{1.5\times 10^{15}}\Rightarrow \lambda=2\times 10^{-7}\Rightarrow \lambda=200nm$$

طول موج پرتو فرودی بر فلز باید از $200nm$ کمتر باشد تا بسامد آن از بسامد آستانهٔ فلز بیشتر بوده و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد.

۳۰- گزینهٔ ۱ طبق رابطهٔ تابع کار با طول موج داریم:

$$W_\circ=\frac{hc}{\lambda_\circ}\Rightarrow ۳/۳\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=\frac{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda_\circ}\Rightarrow\lambda_\circ=\frac{۶}{۱/۶}\times۱۰^{-۷}\Rightarrow\lambda_\circ=۳/۷۵\times۱۰^{-۷}m=۳۷۵۰Å$$

۳۱- گزینهٔ ۲ بسامد آستانه فلز خواهد شد:

$$W_\circ=hf_\circ\Rightarrow ۲/۵=۴\times۱۰^{-۱۵}f_\circ\Rightarrow f_\circ=۰/۶۲۵\times۱۰^{۱۵}=۶۲۵\times۱۰^{۱۲}Hz\Rightarrow f_\circ=۶۲۵THz$$

۳۲- گزینهٔ ۴ اگر انرژی فوتون تابیده به فلز برابر یا بیشتر از $۸eV$ باشد، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$hf\geq۸\Rightarrow h\frac{c}{\lambda}\geq۸\Rightarrow\frac{۱۲۴۰}{\lambda}\geq۸\Rightarrow\lambda\leq۱۵۵nm$$

هر سه گزینه $۱۲۰nm$، $۱۵۵nm$ و $۱۴۲nm$ می‌تواند سبب پدیدهٔ فوتوالکتریک شود.

۳۳- گزینهٔ ۴ باید انرژی فوتون طول موج $\lambda=۶۰۰nm$ را به دست آوریم. در صورتی که انرژی فوتون از تابع کار فلز (یعنی حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز) بیشتر یا با آن مساوی باشد $(hf\geq W_\circ)$، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}=۲/۰۷eV$$

انرژی الکترون از تابع کار هر سه فلز کمتر است و هیچ‌یک از سه فلز فوتوالکترون گسیل نمی‌کنند.

۳۴- گزینهٔ ۱ در پدیدهٔ فوتوالکتریک اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد، الکترون از فلز جدا می‌شود و بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود، بنابراین:

$$K=۶/۴-۲/۷=۳/۷eV$$

۳۵- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی بیشینه می‌توان نوشت:

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_\circ\Rightarrow K_{max}=۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲۷۰\times۱۰^{-۹}}-۲=۴/۶-۲=۲/۶eV$$

۳۶- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_m=h\frac{c}{\lambda}-W_\circ\Rightarrow\frac{۴\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}-۲/۵\Rightarrow۲/۵=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{\lambda}-۲/۵\Rightarrow۵=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۲/۴\times۱۰^{-۷}m=۲۴۰nm$$

۳۷- گزینهٔ ۱ با توجه به نظریهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_\circ\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۸/۵\times۱۰^{۱۴}-۲/۵=۳/۴-۲/۵\Rightarrow K_{max}=۰/۹eV$$

۳۸- گزینهٔ ۱ ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_\circ=h\frac{c}{\lambda_\circ}\Rightarrow W_\circ=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۵۰۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow W_\circ=۲/۴eV$$

اکنون بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow K_m=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۷/۵\times۱۰^{۱۴}-۲/۴\Rightarrow K_m=۰/۶eV$$

۳۹- گزینهٔ ۲ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $۴eV$ است. اکنون به کمک رابطهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک، طول موج نور فرودی را به دست می‌آوریم:

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow۴=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}-۲\Rightarrow۶=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۲\times۱۰^{-۷}m\Rightarrow\lambda=۲۰۰nm$$

۴۰- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک خواهیم داشت:

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow K_m=\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_\circ}\Rightarrow K_m=\frac{۱۲۴۰}{۲۰۰}-\frac{۱۲۴۰}{۳۱۰}\Rightarrow K_m=۶/۲-۴\Rightarrow K_m=۲/۲eV$$

۴۱- گزینهٔ ۱ ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_\circ=\frac{hc}{\lambda_\circ}\Rightarrow W_\circ=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۳۲۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow W_\circ=۳/۷۵eV$$

انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $K_m=eV_\circ=۰/۲۵eV$ است.

اکنون طول موج پرتو فرودی بر فلز را به دست می‌آوریم:

$$K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_\circ\Rightarrow۰/۲۵=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}-۳/۷۵\Rightarrow\lambda=۳\times۱۰^{-۷}m\Rightarrow\lambda=۰/۳\mu m$$

۴۲- گزینهٔ ۲

$$f=۳f_\circ\Rightarrow hf=۳hf_\circ\Rightarrow hf=۳W_\circ\Rightarrow hf=۳\times۱=۳eV$$

$$K_{max}=hf-W_\circ\Rightarrow K_{max}=۳-۱=۲eV$$

۴۳- گزینهٔ ۲ قسمتی از انرژی فوتون در پدیدهٔ فوتوالکتریک که به یک الکترون می‌رسد صرف جدا کردن الکترون از سطح و مابقی آن به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد، اما می‌دانیم وضعیت وابستگی الکترون‌ها به هسته در اتم متفاوت است. با توجه به سؤال کمینه انرژی لازم برای جدا شدن الکترون که مربوط به جدا کردن سست‌ترین الکترون از اتم است برابر $۶eV$ می‌باشد پس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها همواره مساوی یا بزرگ‌تر از $۶eV$ است پس انرژی جنبشی الکترون‌ها برابر $K=hf-$(انرژی لازم برای جدا کردن الکترون) است همواره کوچک‌تر یا مساوی بیشینه انرژی جنبشی است که برابر انرژی جنبشی داده شده به سست‌ترین الکترون است:

$$K_{max}=hf-۶\Rightarrow K_{max}=۴/۱\times۱۰^{-۱۵}\times۲\times۱۰^{۱۵}-۶=۸/۲-۶=۲/۲eV\Rightarrow K\leq K_{max}\Rightarrow K\leq۲/۲$$

که تنها گزینهٔ (۲) درست است.

۴۴- گزینهٔ ۳ A
با کاهش طول موج تابش فرودی بر فلز، انرژی هر فوتون $(E=h\frac{c}{\lambda})$ افزایش می‌یابد و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $(K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_0)$ افزایش می‌یابد. گزینهٔ (۳) درست است. فراموش نکنید تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

۴۵- گزینهٔ ۳ A
در پدیدهٔ فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم‌کنش دارد. چون تعداد فوتون‌ها در ثانیه تغییر نکرده تعداد الکترون‌های جدا شده نیز تغییری نمی‌کند.

۴۶- گزینهٔ ۱ B
با توجه به رابطهٔ اینشتین برابر پدیدهٔ فوتوالکتریک:

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow \begin{cases} 2=\frac{hc}{0.4}-W_0 \\ 1=\frac{hc}{0.6}-W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2+W_0=\frac{hc}{0.4} \\ 1+W_0=\frac{hc}{0.6} \end{cases} \Rightarrow \frac{2+W_0}{1+W_0}=\frac{6}{4}\Rightarrow 4+2W_0=3+3W_0 \Rightarrow W_0=1\,eV$$

۴۷- گزینهٔ ۲ B
با توجه به رابطهٔ اینشتین دربارهٔ فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_0$$

$$\begin{cases} 8\times10^{-19}=\frac{hc}{\lambda}-W_0 \\ 1.6\times10^{-19}=\frac{hc}{2\lambda}-W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8\times10^{-19}+W_0=\frac{hc}{\lambda} \\ 1.6\times10^{-19}+W_0=\frac{hc}{2\lambda} \end{cases} \Rightarrow \frac{8\times10^{-19}+W_0}{1.6\times10^{-19}+W_0}=2 \Rightarrow 8\times10^{-19}+W_0=3.2\times10^{-19}+2W_0 \Rightarrow W_0=4.8\times10^{-19}\,J$$

اکنون ژول را به الکترون‌ولت تبدیل می‌کنیم.

$$W_0=\frac{4.8\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}=3\,eV$$

۴۸- گزینهٔ ۲ B
با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K'_m=3K_m \Rightarrow 2hf_1-W_0=3(hf_1-W_0)\Rightarrow 2hf_1-W_0=3hf_1-3W_0 \Rightarrow 2W_0=hf_1 \Rightarrow 2hf_0=hf_1 \Rightarrow f_0=\frac{f_1}{2}$$

۴۹- گزینهٔ ۱ B
اگر فوتونی با انرژی hf به الکترون بتابانیم قسمتی از انرژی صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز و مابقی آن به صورت انرژی جنبشی در فوتوالکترون درمی‌آید در این‌جا انرژی لازم برای جدا شدن الکترون تغییر نکرده است از این رو وقتی بیان می‌شود که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $4eV$ افزایش یافته در واقع مفهوم آن این است که انرژی فوتون فرودی بر فلز $4eV$ افزایش یافته است:

$$hf'-hf=4 \Rightarrow h(f'-f)=4 \Rightarrow 4\times10^{-15}(f'-f)=4 \Rightarrow f'-f=10^{+15}$$

بنابراین بسامد نور فرودی 10^{+15} هرتز افزایش می‌یابد.

۵۰- گزینهٔ ۱ A
اگر بسامد نور از بسامد آستانه کمتر شود $(\frac{f_1}{2}<f_0)$ پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. چنانچه پس از نصف شدن بسامد نور، همچنان پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد $(\frac{f_1}{2}\ge f_0)$ در این صورت با توجه به رابطهٔ $K_{max}=eV_0=hf-W_0$، بیشینهٔ انرژی فوتوالکترون‌ها از نصف نیز کمتر می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست است.

۵۱- گزینهٔ ۱ B
در پدیدهٔ فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون برابر با $K_m=hf-W_0$ است. اگر با ثابت ماندن W_0، بسامد نور فرودی دو برابر شود، K_m بیشتر از ۲ برابر می‌شود.

$$f'=2f \xrightarrow{K_m=hf-W_0} K'_m>2K_m \Rightarrow \frac{K'_m}{K_m}>2 \Rightarrow k>2$$

برای درک سادهٔ این مطلب فرض کنید در ابتدا K_m برابر $2-1=1$ باشد و سپس برابر $K_m=(2\times2)-1=3$ شود کاملاً مشخص است که عدد ۳ از دو برابر عدد ۱ نیز بیشتر است.

۵۲- گزینهٔ ۱ B
بنا بر رابطهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک داریم:

$$K_m=hf-W_0 \xrightarrow{K'_m=4K_m} hf'-W_0=4(hf-W_0)$$

$$hf'=4hf-3W_0 \xrightarrow{f'=kf} khf=4hf-3W_0 \Rightarrow k=4-\frac{3W_0}{hf} \Rightarrow 1<k<4$$

۵۳- گزینهٔ ۳ A
در پدیدهٔ فوتوالکتریک، هر فوتون با یک الکترون برهم‌کنش دارد. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها افزایش می‌یابد اما انرژی هر فوتون ثابت می‌ماند، بنابراین بیشینهٔ انرژی فوتوالکترون‌ها و سرعت آن‌ها ثابت است.

۵۴- گزینهٔ ۱ B
بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{2}mv_m^2=K_m \Rightarrow \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v_m^2=1.6\times10^{-19}\times7.2 \Rightarrow v_m=1.6\times10^{6}\,m/s$$

۵۵- گزینهٔ ۱ B

$$K_m=\frac{1}{2}mv_m^2=\frac{hc}{\lambda}-W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v_m^2=(\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{200\times10^{-9}}-4.2)\times1.6\times10^{-19}\; v_m^2=\frac{1.8\times1.6\times10^{-19}\times2}{9\times10^{-31}}=64\times10^{10}\Rightarrow v_m=8\times10^{5}\,m/s$$

۵۶- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به رابطهٔ اینشتین دربارهٔ فوتوالکتریک:

$$K_{m_A}=h\frac{c}{\lambda}-W_{\circ A}\Rightarrow K_{m_A}=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۰۰\times ۱۰^{-۹}}-۴=۶-۴=۲eV$$

$$K_{m_B}=h\frac{c}{\lambda}-W_{\circ B}\Rightarrow K_{m_B}=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۰۰\times ۱۰^{-۹}}-۲=۶-۲=۴eV$$

$$\Rightarrow\frac{K_{m_A}}{K_{m_B}}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_{m_A}^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv_{m_B}^{۲}}\Rightarrow\frac{۲}{۴}=\frac{v_{m_A}^{۲}}{v_{m_B}^{۲}}\Rightarrow\frac{v_{m_A}}{v_{m_B}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\frac{v_{m_B}}{v_{m_A}}=\sqrt{۲}$$

۵۷- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به فرض مسأله $W_\circ=\frac{۱}{۴}\frac{hc}{\lambda}$ است از این‌رو:

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow K_m=\frac{hc}{\lambda}-\frac{۱}{۴}\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow K_m=\frac{۳}{۴}\frac{hc}{\lambda}$$

اگر طول موج پرتو فرودی ۳ برابر شود خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l}\lambda'=۳\lambda\\ K'_m=\frac{hc}{\lambda'}-W_\circ\end{array}\right\}\Rightarrow K'_m=\frac{hc}{۳\lambda}-\frac{۱}{۴}\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow K'_m=\frac{hc}{۱۲\lambda}$$

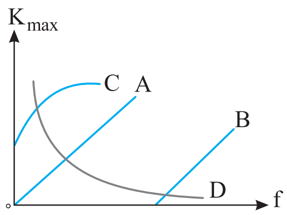
در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{K'_m}{K_m}=\frac{v'^{۲}}{v^{۲}}\Rightarrow\frac{\frac{hc}{۱۲\lambda}}{\frac{۳}{۴}\frac{hc}{\lambda}}=\frac{v'^{۲}}{v^{۲}}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow v'=\frac{۱}{۳}v$$

۵۸- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک:

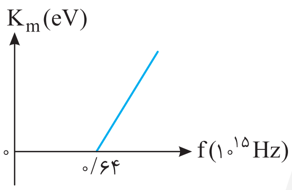
$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow h=$ شیب خط , $-W_\circ=$ عرض از مبدأ

۵۹- گزینهٔ ۲ (B) در پدیدهٔ فوتوالکتریک، هرگاه یک فوتون موج الکترومغناطیسی به سطح جسم (فلز) بتابد، اگر انرژی فوتون (hf) از تابع کار فلز $W_\circ$ بیشتر باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود و انرژی اضافی فوتون $(hf-W_\circ)$ به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود، بنابراین $K_m=hf-W_\circ$ بوده و انرژی جنبشی تابع درجهٔ اول از بسامد خواهد بود.
در مورد گزینهٔ (۱) یعنی نمودار A باید خاطر نشان کرد که نمودار انرژی جنبشی بر حسب بسامد دارای عرض از مبدأ منفی است در حالی که نمودار A دارای عرض از مبدأ صفر است و نمی‌تواند گزینهٔ درست باشد و نمودار B پاسخ درست است.



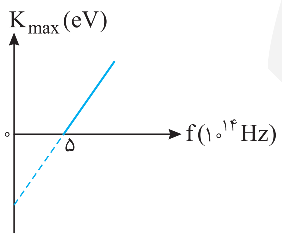
۶۰- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به نمودار، بسامد آستانهٔ فلز برابر $f_\circ=۰/۶۴\times ۱۰^{۱۵}Hz$ است، بنابراین:

$$W_\circ=hf_\circ=\frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}\times ۰/۶۴\times ۱۰^{۱۵}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=۲/۶۴eV$$



۶۱- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به نمودار، بسامد آستانه، برابر ۵×۱۰^{۱۴} هرتز است، بنابراین:

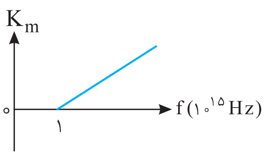
$$\lambda_\circ=\frac{c}{f_\circ}\Rightarrow\lambda_\circ=\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۵\times ۱۰^{۱۴}}=۰/۶\times ۱۰^{-۶}m=۶۰۰nm$$



۶۲- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به نمودار، بسامد آستانهٔ فلز برابر $f_\circ=۱۰^{۱۵}Hz$ است.

$$W_\circ=hf_\circ\Rightarrow W=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۱۰^{۱۵}\Rightarrow W_\circ=۴eV$$

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow ۲=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times f-۴\Rightarrow f=۱/۵\times ۱۰^{۱۵}Hz$$

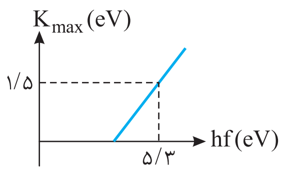


۶۳- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به رابطهٔ $K_{max}=hf-W_\circ$ و همچنین نمودار، می‌توان تابع کار را به دست آورد:

$$۱/۵=۵/۳-W_\circ\Rightarrow W_\circ=۳/۸eV$$

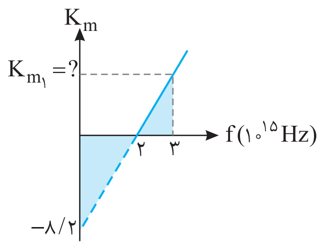
هرگاه فوتونی با بسامد $۱/۷\times ۱۰^{۱۵}Hz$ بر سطح این فلز بتابد:

$$K_m=hf-W_\circ\Rightarrow K_m=۱/۷\times ۱۰^{۱۵}\times ۴\times ۱۰^{-۱۵}-۳/۸\Rightarrow K_m=۳eV$$

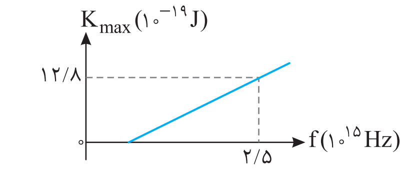


۶۴- گزینهٔ ۴ (B) در پدیدهٔ فوتوالکتریک ولتاژ متوقف‌کننده برابر $K_m=hf-W_\circ$ بوده که در آن $-W_\circ$، عرض از مبدأ است، بنابراین در این نمودار عرض از مبدأ برحسب الکترون - ولت برابر ۸/۲ می‌باشد. با توجه به تشابه دو مثلث رنگی روی شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{K_{m_1}}{۸/۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow K_{m_1}=۴/۱eV$$



۶۵- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به نمودار هرگاه بسامد $2/5\times10^{15}\,Hz$ به فلز بتابد، بیشینه انرژی فوتوالکترون‌ها برابر $12/8\times10^{-19}$ ژول است از این‌رو:



$$K_{max}=hf-W_0\Rightarrow\frac{12/8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=4\times10^{-15}\times2/5\times10^{15}-W_0$$

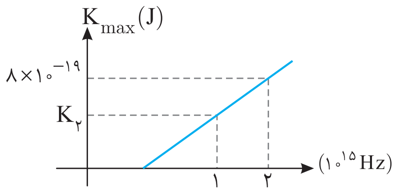
$$8=10-W_0\Rightarrow W_0=10-8=2\,eV$$

(دقت کنید تقسیم بر $1/6\times10^{-19}$ برای تبدیل J به eV صورت گرفته است.)

اگر نوری با بسامد $8\times10^{14}\,Hz$ بر فلز بتابد ولتاژ متوقف کننده برابر خواهد شد با:

$$K_{max}=hf-W_0\Rightarrow K_{max}=4\times10^{-15}\times8\times10^{14}-2\Rightarrow K_m=1/2\,eV$$

۶۶- گزینهٔ ۱ (B) طبق رابطهٔ $K_{max}=hf-W_0$ شیب خط این نمودار برابر h می‌باشد، بنابراین:

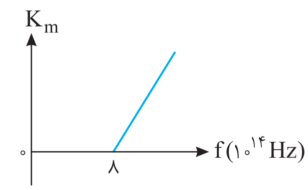


$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^{8}}{300\times10^{-9}}=10^{15}\,Hz$$

$$h=\frac{8\times10^{-19}-K_2}{2\times10^{15}-1\times10^{15}}=4\times10^{-15}\times1/6\times10^{-19}\,J.s\Rightarrow8\times10^{-19}-K_2=6/4\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow K_2=1/6\times10^{-19}\,J.s$$

۶۷- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ $K_m=hf-W_0$، شیب خط برابر h و عرض از مبدأ آن برابر $-W_0$ می‌باشد. محل تلاقی نمودار با محور f نیز برابر بسامد آستانه فلز است.



بنابراین، بسامد آستانه $f_0=8\times10^{14}\,Hz$ است و تابع کار فلز برابر است با:

$W_0=hf_0=4\times10^{-15}\times8\times10^{14}\Rightarrow W_0=3/2\,eV\Rightarrow$ گزینهٔ (۱) درست است.

دربارهٔ گزینهٔ (۲) دقت کنید که K_m با بسامد نور فرودی رابطهٔ خطی دارد و با آن متناسب نیست یعنی با دو برابر شدن بسامد نور فرودی، K_m دو برابر نمی‌شود و گزینهٔ (۲) نادرست است. طول موج آستانه فلز برابر است با:

$$\lambda_0=\frac{c}{f_0}\Rightarrow\lambda_0=\frac{3\times10^{8}}{8\times10^{14}}\Rightarrow\lambda_0=375\,nm$$

بنابراین اگر طول موج از مقدار $375\,nm$ بیشتر باشد، انرژی فوتون از تابع کار فلز کمتر شده پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

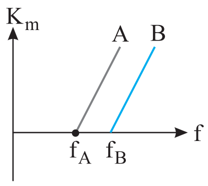
همچنین با کمتر شدن بسامد نور فرودی از مقدار $f_0=8\times10^{14}\,Hz$، انرژی فوتون از تابع کار فلز کمتر شده، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۶۸- گزینهٔ ۱ (A) به کمک تابع کار فلز، بسامد آستانه را به‌دست می‌آوریم:

$$W_0=hf_0\Rightarrow2=4\times10^{-15}\times f_0\Rightarrow f_0=5\times10^{14}\,Hz\Rightarrow f_0=5\times10^{2}\times10^{12}\,Hz\Rightarrow f_0=500\,THz$$

پس نمودار گزینهٔ (۱) پاسخ درست است.

۶۹- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به شکل بسامد آستانه فلز A از بسامد آستانه فلز B کمتر بوده بنابراین تابع کار فلز A $(W_0=hf_0)$ از تابع کار فلز B کمتر و طول موج آستانه فلز A از طول موج آستانه فلز B بیشتر است $(\lambda_0=\frac{c}{f_0})$.



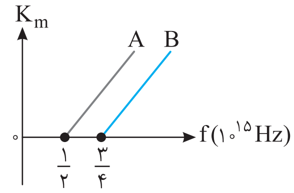
۷۰- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به نمودارهای سؤال خواهیم داشت:

$$f_{0A}<f_{0B}\xrightarrow{W_0=hf_0}W_{0A}<W_{0B}\qquad(1)$$

نور با بسامد $1/5\times10^{15}\,Hz$ باعث پدیدهٔ فوتوالکتریک برای فلز B شده است. از این‌رو:

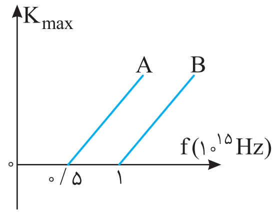
$$hf\geq W_{0B}\Rightarrow4\times10^{-15}\times1/5\times10^{15}\geq W_{0B}\Rightarrow W_{0B}\leq6\,eV\xrightarrow{(1)}W_{0A}<6\,eV$$

۷۱- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به نمودار، بسامد آستانه فلزهای A و B به ترتیب $f_A=\frac{1}{2}\times10^{15}\,Hz$ و $f_B=\frac{3}{4}\times10^{15}\,Hz$ است. رابطهٔ اثر فوتوالکتریک را برای دو فلز می‌نویسیم:



$$K_m=hf-W_0=hf-hf_0\Rightarrow\begin{cases}K_{m_A}=4\times10^{-15}\times10^{15}-4\times10^{-15}\times\frac{1}{2}\times10^{15}=2\,eV\\K_{m_B}=4\times10^{-15}\times10^{15}-4\times10^{-15}\times\frac{3}{4}\times10^{15}=1\,eV\end{cases}\Rightarrow\frac{K_{m_A}}{K_{m_B}}=2$$

۷۲- گزینهٔ ۱ (B)
با توجه به رابطهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک و داده‌های روی شکل خواهیم داشت:



$$\begin{cases} K_m = hf - W_۰ = hf - hf_۰ \\ f_{۰A} = ۰/۵\times ۱۰^{۱۵}\,Hz \\ f_{۰B} = ۱\times ۱۰^{۱۵}\,Hz \\ K_{mA} = K_{mB} \end{cases} \Rightarrow f_B > f_A$$

دقت کنید بسامد آستانه B از بسامد آستانه A بیشتر است برای آنکه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر باشد قطعاً بسامد پرتوی تابیده به B باید بزرگ‌تر باشد و تنها در گزینهٔ (۱) $\frac{f_B}{f_A}$ بزرگ‌تر از ۱ است.

۷۳- گزینهٔ ۳ (B)
انرژی هر فوتون برابر hf است.

$$\frac{E_A}{E_B} = ۲ \Rightarrow \frac{hf_A}{hf_B} = ۲ \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = ۲$$

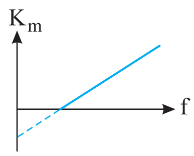
$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{۱}{۲}$$

پهنای نوار با طول موج رابطهٔ مستقیم و با بسامد رابطهٔ عکس دارد.

۷۴- گزینهٔ ۲ (B)
بعضی از الکترون‌ها محکم‌تر و بعضی از الکترون‌ها سست‌تر به سطح فلز چسبیده‌اند و برای جدا شدن، انرژی متفاوتی لازم دارند. الکترونی که محکم‌تر به سطح چسبیده است، هنگام جدا شدن، انرژی جنبشی کمتری خواهد داشت.

۷۵- گزینهٔ ۳ (A)
طبق رابطهٔ $K_m = hf - W_۰$ خواهیم داشت:

$$K_m = hf - W_۰$$



در این صورت شیب خط، همواره مقدار ثابت h است که h ثابت پلانک است.

۷۶- گزینهٔ ۴ (C)
با دو برابر شدن توان تعداد فوتون‌های نور دو برابر شده و میزان گسیل فوتوالکترون‌ها دو برابر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. با دو برابر شدن طول موج ممکن است انرژی فوتون $(E = h\frac{c}{\lambda})$ از تابع کار فلز $(W_۰)$ کمتر شده و پدیده متوقف شود بنابراین گزینهٔ (۲) در حالت کلی نادرست است.

با نصف شدن طول موج، انرژی هر فوتون $(E = h\frac{c}{\lambda})$ دو برابر می‌شود و برای ثابت ماندن $P = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t}$ باید n نصف شده بنابراین فوتوالکترون‌های جدا شده نصف می‌شود و گزینهٔ (۳) نادرست است. اگر توان دو برابر و طول موج نصف شود در این صورت:

$$P = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t} \xrightarrow[\lambda' = \frac{\lambda}{۲}]{P' = ۲P} n' = n$$

یعنی تعداد فوتون‌ها در یکای زمان ثابت مانده و تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده نیز ثابت می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

۷۷- گزینهٔ ۲ (C)
اگر بسامد نور فرودی بر فلز از بسامد آستانه کمتر باشد. پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و اگر $f = f_۰$ باشد، الکترون از فلز جدا می‌شود. در واقع انرژی فوتون با انرژی لازم برای جدا شدن سست الکترون از سطح فلز برابر است یعنی انرژی لازم برای جدا شدن الکترون برابر $hf_۰$ است.

اگر فوتونی که بر فلزی بتابد دارای انرژی hf باشد مقدار $hf_۰$ از انرژی فوتون صرف جدا شدن الکترون و بقیهٔ آن تبدیل به انرژی جنبشی فوتوالکترون می‌شود. از طرفی با توجه به سؤال تندی بیشینه در حالت دوم ۲ برابر حالت اول است و می‌دانیم که $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ می‌باشد پس انرژی جنبشی در حالت دوم ۴ برابر حالت اول است:

$$\left.\begin{aligned} & K_{max} = hf - hf_۰ \Rightarrow ۴K_{max} = ۴hf - ۴hf_۰ \\ & ۴K_{max} = hf - \frac{hf_۰}{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow hf - \frac{hf_۰}{۲} = ۴hf - ۴hf_۰ \Rightarrow \frac{۷}{۲}hf_۰ = ۳hf \Rightarrow f = \frac{۷}{۶}f_۰$$

۷۸- گزینهٔ ۱ (C)
مرتبه بزرگی شدت تابش برابر $۱۳۶۰\,W/m^۲ \approx ۱۰^۳\,W/m^۲$ که ۲۵٪ درصد آن به زمین می‌رسد.

$$۱۰^۳ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \approx ۱۰^۲\,W/m^۲$$

شدت تابش برابر است با انرژی که در مدت $۱\,s$ به $۱\,m^۲$ از جسم می‌رسد با توجه به مساحت سطح زمین که برابر $۱۱۰\times ۷۵ \approx ۱۰^۴\,m^۲$ و ۱۰ ساعت که برابر $۱۰\times ۳۶۰۰ \approx ۱۰^۴\,s$ می‌باشد انرژی رسیده به زمین چمن برابر است با:

$$E = ۱۰^۲\,W/m^۲ \times ۱۰^۴\,m^۲ \times ۱۰^۴\,s = ۱۰^{۱۰}\,J$$

$$\begin{cases} h = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\,eV.s = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} \approx ۱۰^{-۳۴}\,J.s \\ nhf = ۱۰^{۱۰}\,J \Rightarrow nh\frac{c}{\lambda} = ۱۰^{۱۰} \Rightarrow n\times ۱۰^{-۳۴}\times \frac{۳\times ۱۰^۸}{۵۹۰\times ۱۰^{-۹}} = ۱۰^{۱۰} \Rightarrow n\times ۱۰^{-۳۴}\times \frac{۱۰^۸}{۱۰^{-۶}} = ۱۰^{۱۰} \Rightarrow n = ۱۰^{۳۰} \end{cases}$$

۷۹- گزینهٔ ۳ (A)
با توجه به نمودار، تابع کار فلز $۵eV$ است:

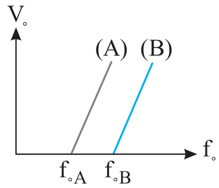
$$K_{max} = hf - W_۰ = \frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}\times ۲\times ۱۰^{۱۵}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}} - ۵ = ۸/۲۵ - ۵ = ۳/۲۵\,eV$$

۸۰- گزینهٔ ۱ (C) با توجه به شکل، تابع کار فلز b، $۱۵eV$ و بسامد هر آستانهٔ فلز a، $۳\times۱۰^{۱۵}Hz$ است:

$$W_{\circ}=hf_{\circ}\Rightarrow f_{\circ b}=\frac{۱۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۶\times۱۰^{-۳۴}}=۴\times۱۰^{۱۵}$$

$$\frac{\lambda_{\circ a}}{\lambda_{\circ b}}=\frac{f_{\circ b}}{f_{\circ a}}=\frac{۴\times۱۰^{۱۵}}{۳\times۱۰^{۱۵}}=\frac{۴}{۳}$$

۸۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به شکل، بسامد آستانه A از بسامد آستانه B کمتر است، بنابراین تابع کار فلز A $(W_{\circ}=hf_{\circ})$ نیز از تابع کار فلز B کمتر است.



۸۲- گزینهٔ ۲ (A) اجسام در هر دمایی تابش گرمایی دارند که در دماهای معمولی این تابش در محدودهٔ امواج فروسرخ می‌باشد و با افزایش دما، تابش در محدودهٔ نورهای مرئی قرار می‌گیرد بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) درست است. گازهای رقیق و کم‌فشار به دلیل برهم‌کنش ضعیف دارای طیف خطی می‌باشند، بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

۸۳- گزینهٔ ۲ (A) در جامدها برهم‌کنش بین اتم‌ها قوی بوده بنابراین تابش گرمایی آن‌ها طیف پیوسته تشکیل می‌دهد.

۸۴- گزینهٔ ۲ (A) گازها و بخار عنصرها وقتی که تحریک می‌شوند دارای طیف نشری خطی هستند.

۸۵- گزینهٔ ۳ (A) رنگ نور گسیل‌شده و طیف خطی ایجاد شده از تخلیه الکتریکی درون یک لامپ به نوع گاز درون لامپ بستگی دارد بنابراین گزارهٔ (الف) و (ب) درست است. در تمام طیف های تشکیل شده از برانگیختگی گاز درون لامپ طیف خطی می‌باشد و گزارهٔ (پ) نادرست است.

۸۶- گزینهٔ ۳ (A) $n'=۳$ است، بنابراین الکترون‌ها از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ می‌آیند. خطوط این طیف مربوط به رشتهٔ پاشن و طول موج‌های گسیل‌شده در ناحیهٔ فروسرخ است.

۸۷- گزینهٔ ۴ (B) در رابطهٔ داده شده، الکترون در تراز $n=۳$ قرار دارد و می‌تواند به تراز $n'=۲$ برود، سپس به تراز $n'=۱$ برود و یا مستقیماً از $n=۳$ به $n'=۱$ پرش کند، بنابراین یک فوتون در ناحیهٔ مرئی بالمر و دو فوتون در ناحیهٔ فرابنفش رشتهٔ لیمان را ممکن است گسیل کند.

۸۸- گزینهٔ ۳ (A) الکترون در تراز $n=۲$ قرار دارد و تنها زمانی موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به تراز $n'=۱$ برود در این صورت بلندترین طول موج گسیلی رشتهٔ لیمان را در ناحیهٔ فرابنفش گسیل می‌کند.

۸۹- گزینهٔ ۱ (A) وقتی در رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$، $n'=۲$ باشد، سری طول موج‌های گسیلی مربوط به سری بالمر بوده که دارای چهار طول موج گسیلی مرئی و یک طول موج گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش است.

۹۰- گزینهٔ ۳ (B) رشتهٔ براکت یعنی $m=n_L=۴$ با توجه به رابطهٔ مسأله $n_U=m+۲=۶$ است. اکنون به کمک رابطهٔ بالمر - ریدبرگ مسأله را حل می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n_L^{۲}}-\frac{۱}{n_U^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۳۶})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۹-۴}{۱۴۴}\Rightarrow\lambda=۲۸۸۰nm=۲/۸۸\mu m$$

۹۱- گزینهٔ ۱ (A) در رشتهٔ بالمر پرتوهای فرابنفش و مرئی وجود دارند.

۹۲- گزینهٔ ۱ (A) در طیف اتمی هیدروژن در سری‌های پاشن، براکت و پفوند تمام طول موج‌های گسیل شده در ناحیهٔ فروسرخ بوده و در سری لیمان تمام طول موج‌ها در ناحیهٔ فرابنفش و در سری بالمر، فرابنفش و مرئی هستند.

۹۳- گزینهٔ ۳ (A) الکترون از تراز $n=۳$ به تراز $n=۱$ رفته است. هرگاه مقصد الکترون تراز $n=۱$ باشد، آن رشته، رشتهٔ لیمان است و طول موج گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش طیف موج‌های الکترومغناطیسی می‌باشد.

۹۴- گزینهٔ ۳ (A) برای گسیل پرتو فرابنفش باید الکترون از مدارهای بالاتر به $n'=۱$ (سری لیمان) برود و یا اینکه در سری بالمر از $n=۷$ به $n'=۲$ برود که در گزینهٔ (۳) این گونه است.

۹۵- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$ داریم:

$$\frac{۱}{۱۲۰۰}=۱۰^{-۲}\times(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۱۲}$$

با توجه به اینکه گذار مربوط به رشتهٔ پاشن است $n'=۳$ می‌باشد. از این رو:

$$\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{n^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۳۶}=\frac{۱}{n^{۲}}\Rightarrow n=۶$$

۹۶- گزینهٔ ۱ (A) مقصد الکترون تراز $n'=۲$ بوده، بنابراین این طول موج مربوط به رشتهٔ بالمر است، اکنون به کمک رابطهٔ ریدبرگ برای اتم هیدروژن، n را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{۷۲۰}=۰/۰۱(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{۷/۲}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{n^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷/۲}\Rightarrow\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow n=۳$$

۹۷- گزینهٔ ۴ (A) هنگامی‌که بیان می‌شود رشتهٔ بالمر یعنی مقصد الکترون تراز انرژی $n'=2$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2})\Rightarrow\lambda=\frac{3600}{5}\Rightarrow\lambda=720nm\Rightarrow\lambda=720\times10^{-9}=7/2\times10^{-7}m$$

۹۸- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به رابطهٔ ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$$

در رشتهٔ بالمر $n'=2$ است، بنابراین:

$$\frac{1}{450}=\frac{1}{100}(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{4/5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}\Rightarrow\frac{1}{n^2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4/5}\Rightarrow\frac{1}{n^2}=\frac{4/5-4}{18}\Rightarrow n^2=36\Rightarrow n=6$$

۹۹- گزینهٔ ۱ (A) در رشتهٔ پفوند بسامدها از پاشن، بالمر و لیمان کمتر است.

۱۰۰- گزینهٔ ۲ (A) بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن مربوط به سری بالمر است، هنگامی که الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=R(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}) \Rightarrow \lambda=\frac{36}{5R}=\frac{7/2}{R}$$

۱۰۱- گزینهٔ ۳ (A) پرانرژی‌ترین فوتون دارای کوتاه‌ترین طول موج بوده و الکترون در اتم هیدروژن وقتی از دورترین تراز به تراز $n'=2$ برود این فوتون را گسیل می‌کند (وقتی بیان می‌شود رشتهٔ بالمر یعنی مقصد الکترون تراز $n'=2$ است). اکنون به کمک رابطهٔ ریدبرگ برای اتم هیدروژن داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty}) \Rightarrow \lambda=400nm$$

۱۰۲- گزینهٔ ۴ (B) در گزینهٔ (۲)، الکترون از تراز $n_1=3$ به تراز $n_2=1$ می‌رود و در گزینهٔ (۳)، الکترون از تراز $n_1=2$ به تراز $n_2=1$ می‌رود بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار گزینهٔ (۲) بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر است. از طرفی کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر از بلندترین طول موج سری لیمان بلندتر است، بنابراین طول موج گسیلی در گذار از $n_1=7$ به $n_2=2$ در سری بالمر قطعاً از گذار از $n_1=3$ به $n_2=1$ در سری لیمان بلندتر است، از این رو پاسخ گزینهٔ (۴) است.

۱۰۳- گزینهٔ ۴ (B) کم‌انرژی‌ترین فوتون بالمر دارای بلندترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=3$ به $n=2$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=R(\frac{5}{36}) \Rightarrow\lambda=\frac{36}{5R}$$

پرانرژی‌ترین فوتون براکت دارای کوتاه‌ترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=\infty$ به $n=4$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda'}=R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{\infty})\Rightarrow\frac{1}{\lambda'}=R(\frac{1}{16}) \Rightarrow\lambda'=\frac{16}{R} \quad , \quad \frac{E_{\text{بالمر}}}{E_{\text{براکت}}}=\frac{h\frac{c}{\lambda}}{h\frac{c}{\lambda'}}=\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{\frac{16}{R}}{\frac{36}{5R}}=\frac{20}{9}$$

۱۰۴- گزینهٔ ۱ (A) رشتهٔ بالمر یعنی $n_L=2$ از این‌رو:

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی یعنی الکترون از بالاترین تراز $n=\infty$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda_{min}}=R(\frac{1}{4}-\frac{1}{\infty})\Rightarrow\lambda_{min}=\frac{4}{R}$$

بلندترین طول موج گسیلی یعنی الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda_{max}}=R(\frac{1}{4}-\frac{1}{9})\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{36}{5R}$$

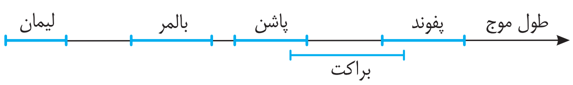
گسترهٔ طول موج سری بالمر خواهد شد:

$$\lambda_{max}-\lambda_{min}=\frac{36}{5R}-\frac{4}{R}=\frac{16}{5R}$$

۱۰۵- گزینهٔ ۱ (B) گسیل نورمرئی توسط اتم هیدروژن در سری بالمر $(n'=2)$ اتفاق می‌افتد و کوتاه‌ترین طول موج نور مرئی وقتی است که الکترون از تراز $n=6$ به تراز $n'=2$ برود، بنابراین با توجه به رابطهٔ بالمر - ریدبرگ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{4}-\frac{1}{36})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=R(\frac{9-1}{36})\Rightarrow\lambda=\frac{36}{8R}=\frac{9}{2R}nm$$

۱۰۶- گزینهٔ ۴ (B) با توجه به نمودار طول موج گسیلی روبه‌رو، گزینهٔ (۴) درست است.



۱۰۷- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به الگوی اتمی رادرفورد، الکترون در حال گردش به گرد هسته، چون دارای حرکت شتابدار است از خود تابش گسیل کرده و با از دست دادن تدریجی انرژی، بر هسته سقوط می‌کند.

۱۰۸- گزینهٔ ۴ (A) دقیقاً نتیجه‌ای است که از آزمایش رادرفورد گرفته شده و رادرفورد الگوی خود را بر آن اساس بنا کرده است، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) درست است. پایداری اتم توسط الگوی اتمی رادرفورد قابل توجیه نیست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

۱۰۹- گزینهٔ ۱ (A) آزمایش رادرفورد وجود هسته در ناحیهٔ مرکزی اتم با بار مثبت را مشخص کرد که اطراف آن را الکترون‌ها با بار منفی، در فاصلهٔ زیاد احاطه کرده‌اند. وجود بارهای مثبت و منفی در اتم قبل از آزمایش رادرفورد شناخته شده بود.

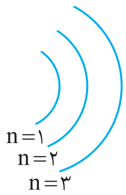
۱۱۰- گزینهٔ ۲ (B) در مدل اتمی رادرفورد با توجه به فیزیک کلاسیک با چرخش الکترون، توسط الکترون امواج الکترومغناطیسی تولید می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون یکسان است. با تولید این موج الکترومغناطیسی انرژی الکترون کاسته شده در نتیجه شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کاسته شده و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر می‌شود، بنابراین بسامد موج الکترومغناطیسی نیز زیاد شده و موج الکترومغناطیسی دارای طول موج‌های کوتاه‌تر می‌شود.

۱۱۱- گزینهٔ ۳ (A) این آزمایش ورقهٔ طلا به وسیلهٔ پرتو α می‌باشد که تعداد کمی از پرتوهای α با زاویهٔ بیش از ۹۰° باز می‌گردد که رادرفورد برخلاف مدل تامسون به این نتیجه رسید که در اتم مراکزی بسیار چگال و بار مثبت وجود دارد، بنابراین گزارهٔ (الف) و (ب) درست و گزارهٔ (پ) نادرست است.

۱۱۲- گزینهٔ ۳ (A) در مدل اتمی رادرفورد بنابر فیزیک کلاسیک حرکت الکترون به دور هسته یک حرکت شتابدار می‌باشد که سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود، چون منبع تولید امواج الکترومغناطیسی حرکت شتابدار ذرهٔ باردار می‌باشد. همچنین همواره بسامد چشمه و بسامد موج با هم برابر است پس بسامد امواج الکترومغناطیسی با بسامد چشمه که بسامد حرکت الکترون است برابر است.

۱۱۳- گزینهٔ ۳ (A) در الگوی اتمی تامسون و الگوی اتمی رادرفورد نمی‌توان خطی و منحصربه‌فرد بودن طیف عنصرها را توجیه کرد. در الگوی اتمی بور با فرض گسسته بودن انرژی الکترون در ترازهای انرژی و این که الکترون در این ترازها تابش گسیل نمی‌کند و تنها زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌رود، می‌توان خطی بودن طیف خطی را توجیه کرد از طرفی چون هر اتم دارای ترازهای انرژی ویژهٔ خود است بنابراین بنا بر الگوی اتمی بور هر عنصر تابش منحصر به خود را خواهد داشت.

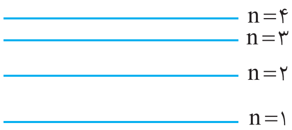
۱۱۴- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به الگوی اتمی بور اگر شعاع اولین مدار حرکت الکترون به گرد هستهٔ اتم هیدروژن را با $a_۰$ نمایش دهیم، شعاع بقیهٔ مدارها برابر $r_n = n^۲ a_۰$ می‌شود که در آن n شمارهٔ مدار است.



$$\begin{aligned} n=۱ &\Rightarrow r_۱ = a_۰ \\ n=۲ &\Rightarrow r_۲ = ۴a_۰ \\ n=۳ &\Rightarrow r_۳ = ۹a_۰ \\ n=۴ &\Rightarrow r_۴ = ۱۶a_۰ \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\Rightarrow r_۲ - r_۱ = ۳a_۰ \\ &\Rightarrow r_۳ - r_۲ = ۵a_۰ \\ &\Rightarrow r_۴ - r_۳ = ۷a_۰ \end{aligned}$$

بنابراین در الگوی اتمی بور با افزایش شمارهٔ مدار فاصلهٔ مدارها از هم افزایش می‌یابد.

۱۱۵- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^۲}$ بوده که در آن $E_R = ۱۳/۶\,eV$ است.



$$\begin{cases} n=۱ \Rightarrow E_۱ = -E_R \\ n=۲ \Rightarrow E_۲ = -\frac{E_R}{۴} \\ n=۳ \Rightarrow E_۳ = -\frac{E_R}{۹} \end{cases} \quad \begin{aligned} E_۲ - E_۱ &= -\frac{E_R}{۴} - (-E_R) = \frac{۳}{۴}E_R \\ E_۳ - E_۲ &= -\frac{E_R}{۹} - (-\frac{E_R}{۴}) = \frac{۵}{۳۶}E_R \end{aligned} \Rightarrow E_۳ - E_۲ < E_۲ - E_۱$$

با افزایش شمارهٔ تراز، اختلاف انرژی ترازها از یکدیگر کاهش می‌یابد.

۱۱۶- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ $E = -\frac{ke^۲}{۲r}$، انرژی الکترون $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

۱۱۷- گزینهٔ ۲ (A) انرژی الکترون در تراز $n=۱$ و $n=۵$ را به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$E_n = \frac{-E_R}{n^۲} \Rightarrow \begin{cases} n=۱ \Rightarrow E_۱ = -E_R \\ n=۵ \Rightarrow E_۵ = -\frac{E_R}{۲۵} \end{cases} \Rightarrow E_۵ - E_۱ = -\frac{E_R}{۲۵} - (-E_R) \Rightarrow E_۵ - E_۱ = \frac{۲۴}{۲۵}E_R = ۰/۹۶E_R$$

۱۱۸- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به الگوی اتمی بور:

$$r_n = n^۲ a_۰ \xrightarrow{n=۳} r_۳ = ۹a_۰ \Rightarrow r_۳ = ۹r_۱ \quad , \quad E_n = -\frac{E_R}{n^۲} \xrightarrow{n=۳} E_۳ = \frac{-E_R}{۹} \Rightarrow E_۳ = \frac{۱}{۹}E_۱$$

۱۱۹- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع مدار چرخش الکترون چند برابر می‌شود:

$$r_n = n^۲ a_۰ \Rightarrow \frac{r_۳}{r_۲} = \frac{۳^۲}{۲^۲} \Rightarrow \frac{r_۳}{r_۲} = \frac{۹}{۴}$$

نیروی الکتریکی با مجذور فاصله نسبت وارون دارد از این‌رو:

$$F = k\frac{q_۱ q_۲}{r^۲} \Rightarrow \frac{F_۳}{F_۲} = (\frac{r_۲}{r_۳})^۲ = (\frac{۴}{۹})^۲ = \frac{۱۶}{۸۱}$$

۱۲۰- گزینهٔ ۳ (A) انرژی ترازها را به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^۲} \Rightarrow E_۴ - E_۲ = -\frac{E_R}{۱۶} + \frac{E_R}{۴} = -۰/۸۵ + ۳/۴ = ۲/۵۵\,eV$$

۱۲۱- گزینهٔ ۱ (B) انرژی هر تراز برابر $E = \frac{-E_R}{n^۲}$ است:

$$\begin{cases} E_۱ = \frac{-E_R}{۱^۲} \\ E_۴ = \frac{-E_R}{۱۶} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_۴ - E_۱ = \frac{۱۵}{۱۶}E_R \quad , \quad \begin{cases} E_۱ = \frac{-E_R}{۱} \\ E_۲ = \frac{-E_R}{۴} \end{cases} \Rightarrow \Delta E' = E_۲ - E_۱ = \frac{۳}{۴}E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{۱۵}{۱۶}E_R}{\frac{۳}{۴}E_R} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

۱۲۲- گزینهٔ ۲ (A) با مقایسهٔ رابطهٔ ریدبرگ $\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$ و رابطهٔ بور $\frac{۱}{\lambda} = \frac{E_R}{hc}(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$ مشخص می‌شود که $R = \frac{E_R}{hc}$ است.

۱۲۳- گزینهٔ ۳ B

با توجه به رابطهٔ انرژی فوتون با طول موج می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E=A(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}) \\ E=hf\Rightarrow E=h\frac{c}{\lambda}\end{cases}\Rightarrow \frac{hc}{\lambda}=A(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{A}{hc}(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

با مقایسهٔ رابطهٔ به‌دست آمده با رابطهٔ بالمر - ریدبرگ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ خواهیم داشت:

$$R=\frac{A}{hc}\Rightarrow A=Rhc$$

۱۲۴- گزینهٔ ۲ B

کم‌انرژی‌ترین فوتون در رشتهٔ براکت هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=۵$ به تراز $n'=۴$ پرش کند. بنا بر الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n=-\frac{E_R}{n^۲}$ بوده و هرگاه الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می‌کند از این رو انرژی فوتون گسیلی خواهد شد:

انرژی فوتون گسیلی $E_۵-E_۴=-\frac{E_R}{۲۵}-(-\frac{E_R}{۱۶})=\frac{(۲۵-۱۶)}{۴۰۰}E_R=\frac{۹}{۴۰۰}E_R$

۱۲۵- گزینهٔ ۴ B

بنا بر الگوی اتمی بور، الکترون وقتی فوتون گسیل می‌کند که از یک تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین‌تر پرش کند. الکترون در تراز $n=۴$ است و هنگامی که به تراز $n'=۱$ پرش کند، پرانرژی‌ترین فوتون خود را گسیل می‌کند.

$$E=E_n-E_{n'}=-\frac{E_R}{n^۲}-(-\frac{E_R}{n'^۲})=E_R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow E=E_R(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow E=\frac{۱۵}{۱۶}E_R$$

۱۲۶- گزینهٔ ۱ B

هنگامی که الکترون از تراز بالا به تراز پایین‌تر منتقل شود، انرژی به صورت فوتون گسیل می‌کند که چون سؤال بلندترین طول موج گسیلی یعنی کمترین انرژی فوتون را می‌خواهد باید از تراز بالای $n_U=۴$ به تراز پایین $n_L=۳$ منتقل شود.

$$hf=E_U-E_L\Rightarrow hf=\frac{-E_R}{۴^۲}-\frac{E_R}{۳^۲}\Rightarrow hf=\frac{-E_R}{۱۶}-\frac{-E_R}{۹}\Rightarrow hf=\frac{۷}{۱۴۴}E_R$$

اما الکترون با جذب فوتون به تراز بالاتر می‌رود و هرچه طول موج کوتاه‌تر باشد، انرژی فوتون بیشتر می‌شود و الکترون به تراز بالاتر منتقل خواهد شد. بیشترین انرژی فوتون جذب شده هنگامی است که الکترون با جذب آن به تراز ∞ برود و یونش آن اتفاق بیفتد، از این‌رو:

$$hf=E_U-E_L\Rightarrow hf=\frac{-E_R}{\infty^۲}-\frac{-E_R}{۴^۲}\Rightarrow hf=\frac{E_R}{۱۶}\quad,\quad \text{نسبت دو انرژی}: \frac{\frac{۷}{۱۴۴}E_R}{\frac{E_R}{۱۶}}=\frac{۷\times۱۶}{۱۴۴}=\frac{۷}{۹}$$

۱۲۷- گزینهٔ ۱ A

بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن شعاع مدار الکترون برابر است با:

$$r_n=n^۲r_۱\Rightarrow ۱۶r_۱=n^۲r_۱\Rightarrow n=۴$$

طول موج گسیل شده از پرش الکترون از هر ترازی به تراز پایه $n=۱$ مربوط به سری لیمان است.

۱۲۸- گزینهٔ ۳ A

با توجه به الگوی اتمی بور خواهیم داشت:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow\begin{cases}E_۱=-E_R\\ E_۴=-\frac{E_R}{۱۶}\end{cases}\Rightarrow E_۴-E_۱=-\frac{E_R}{۱۶}-(-E_R)\Rightarrow\Delta E=\frac{۱۵}{۱۶}E_R\Rightarrow\frac{\Delta E}{E_R}=\frac{۱۵}{۱۶}\approx ۹۴\%$$

الکترون با دریافت انرژی از تراز $n_۱=۱$ به تراز $n_۲=۴$ می‌رود و انرژی آن افزایش می‌یابد.

۱۲۹- گزینهٔ ۳ B

انرژی الکترون در تراز $n=۲$ برابر است با:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_۲=-\frac{E_R}{۴}$$

به این مقدار ۸۴٪ انرژی افزوده شده است.

$$E_{n'}=-\frac{E_R}{۴}+\frac{۸۴}{۱۰۰}\times\frac{E_R}{۴}=\frac{-۱۶}{۱۰۰}\frac{E_R}{۴}=\frac{-E_R}{۲۵}=-\frac{E_R}{۵^۲}\Rightarrow n'=۵$$

۱۳۰- گزینهٔ ۱ B

انرژی الکترون در تراز $n'=۵$ برابر است با:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_۵=-\frac{E_R}{۲۵}$$

انرژی الکترون از n به $n'=۵$ به اندازهٔ $۹۶\%E_R$ افزایش یافته است از این‌رو:

$$E_۵-E_n=۹۶\%E_R\Rightarrow-\frac{E_R}{۲۵}-(-\frac{E_R}{n^۲})=\frac{۹۶}{۱۰۰}E_R\Rightarrow\frac{E_R}{n^۲}=\frac{۹۶}{۱۰۰}E_R+\frac{E_R}{۲۵}\Rightarrow\frac{E_R}{n^۲}=E_R\Rightarrow n=۱$$

۱۳۱- گزینهٔ ۲ B

انرژی الکترون در هر تراز بنا به مدل اتمی بور خواهد شد.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow\begin{cases}E_۴=-\frac{E_R}{۱۶}\\ E_۲=-\frac{E_R}{۴}\end{cases}\Rightarrow E_۲-E_۴=-\frac{E_R}{۴}-(-\frac{E_R}{۱۶})\Rightarrow\Delta E_{۲\to۴}=\frac{-۳}{۱۶}E_R\quad,\quad \text{درصد تغییرات}:\frac{\Delta E_{۲\to۴}}{E_۴}\times۱۰۰=\frac{\frac{-۳}{۱۶}E_R}{-\frac{E_R}{۱۶}}=۳\times۱۰۰=۳۰۰\%$$

الکترون با از دست دادن انرژی از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۲$ می‌رود و انرژی آن کاهش می‌یابد.

۱۳۲- گزینهٔ ۱ (B) الکترون با جذب انرژی به تراز بالاتر می‌رود

$$hf=E_U-E_L\Rightarrow\frac{۳E_R}{۳۶}=\frac{-E_R}{n^۲}-\frac{-E_R}{۹}\Rightarrow\frac{E_R}{n^۲}=\frac{E_R}{۳۶}\Rightarrow n=۶$$

در تراز $n=۳$ شعاع مدار برابر $a_۳=۳^۲a_۰=۹a_۰$ است و در تراز $n=۶$ شعاع مدار به صورت $a_۶=۶^۲a_۰=۳۶a_۰$ می‌باشد، بنابراین شعاع مدار ۴ برابر می‌شود. $\frac{a_۶}{a_۳}=\frac{۳۶a_۰}{۹a_۰}=۴$

۱۳۳- گزینهٔ ۴ (B) انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n=-\frac{E_R}{n^۲}$ است. از این‌رو انرژی بستگی الکترون در هر تراز $\frac{E_R}{n^۲}$ است: $۰/۸۵=\frac{۱۳/۶}{n^۲}\Rightarrow n^۲=۱۶\Rightarrow n=۴$

بنابراین تراز $n+۱=۵$ است و انرژی الکترون در این تراز برابر است با:

$$E_n=\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_n=\frac{۱۳/۶}{۲۵}\Rightarrow E_۵=۰/۵۴۴eV$$

$$E_n-E_{n+۱}=۰/۸۵-۰/۵۴۴=۰/۳۰۶\,eV$$

۱۳۴- گزینهٔ ۲ (B) چون الکترون انرژی گسیل کرده بنابراین الکترون از تراز $n=۴$ به تراز پایین‌تر آمده است.

$$hf=E_U-E_L\Rightarrow\frac{۳}{۱۶}E_R=\frac{-E_R}{۱۶}-E_L\Rightarrow E_L=\frac{-E_R}{۱۶}-\frac{۳E_R}{۱۶}\Rightarrow E_L=\frac{-۴E_R}{۱۶}\Rightarrow E_L=\frac{-E_R}{۴}$$

۱۳۵- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به رابطهٔ ریدبرگ:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{۱۱۲/۵}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}=\frac{۱۰۰}{۱۱۲/۵}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۹}\Rightarrow\begin{cases}n'=۱\\n=۳\end{cases}$$

۱۳۶- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا طول موج پرتو گسیل‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳\times۱۰^۸}{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}}\approx\frac{۳}{۶۰۰}\times۱۰^{-۴}=\frac{۱}{۲۰۰}\times۱۰^{-۴}=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۴}=۵۰۰\,nm$$

λ در محدودهٔ نور مرئی به‌دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=۲$ صدق می‌کند که تنها در گزینهٔ (۳)، $n'=۲$ بیان شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۱۳۷- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به الگوی اتمی بور:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow-\frac{۱}{۱۶}E_R=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow n=۴$$

با توجه به رابطهٔ ریدبرگ برای اتم هیدروژن:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱۵}{۱۶۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow n'=۱$$

۱۳۸- گزینهٔ ۲ (B) انرژی الکترون در هر تراز برابر $\frac{-E_R}{n^۲}$ است:

$$\frac{-۱۳/۶}{n_۱^۲}=-۰/۸۵\Rightarrow n_۱^۲=۱۶\Rightarrow n_۱=۴\quad,\quad\frac{-۱۳/۶}{n_۲^۲}=-۳/۴\Rightarrow n_۲^۲=۴\Rightarrow n_۲=۲$$

شعاع مدار الکترون در این ترازها خواهد شد:

$$r_n=n^۲a_۰\begin{cases}\xrightarrow{n_۱=۴}r_۱=۱۶a_۰\\\xrightarrow{n_۲=۲}r_۲=۴a_۰\end{cases}\quad,\quad \text{درصد تغییرات شعاع}=\frac{\Delta r}{r_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{۴a_۰-۱۶a_۰}{۱۶a_۰}\times۱۰۰=\frac{-۱۲a_۰}{۱۶a_۰}\times۱۰۰=-۷۵\%$$

بنابراین شعاع ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

۱۳۹- گزینهٔ ۲ (B) **راه‌حل اول:** در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیهٔ نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج ۶۵۶nm ، سبز با طول موج ۴۸۶nm ، آبی با طول موج ۴۳۴nm و بنفش با طول موج ۴۱۰nm که همگی مربوط به سری طول موج‌های بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۲$ می‌رود. طول موج ۶۶۰nm از بقیهٔ طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می‌باشد به همین دلیل الکترون از تراز $n=۳$ به تراز $n'=۲$ می‌رود.

راه‌حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به‌دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می‌کنیم.

$$E=h\frac{c}{\lambda}=\frac{۴/۱۳۶\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^۸}{۶۶۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow E=۱/۸۸eV$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=۳$ و $n'=۲$ یکسان است:

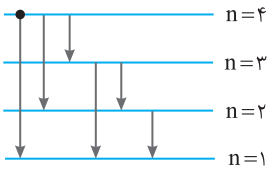
$$E_۳-E_۲=-۱/۵۱-(-۳/۳۹)\Rightarrow E_۳-E_۲=۱/۸۸eV$$

۱۴۰- گزینهٔ ۴ (A) اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیهٔ گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.

۱۴۱- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به شکل، مبدأ الکترون تراز $n=۵$ و مقصد آن تراز $n=۲$ بوده بنابراین الکترون طول موج مرئی رشتهٔ بالمر را گسیل می‌کند.

۱۴۲- گزینهٔ ۲ (B) نور مرئی مربوط به رشتهٔ بالمر است که در آن $n'=۲$ بوده و الکترون از ترازهای بالاتر به تراز ۲ برمی‌گردد. بلندترین طول موج وقتی گسیل می‌شود که الکترون از یک تراز بالاتر به تراز مجاور پایین برمی‌گردد. بنابراین گذار الکترون از تراز ۳ به تراز ۲ است.

۱۴۳- گزینهٔ ۳ B **راه‌حل اول:** با توجه به شکل روبه‌رو، ۶ نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل کند.



ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=1$ را می‌شماریم: $4\to3\to2\to1$ سه نوع فوتون

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=2$ را می‌شماریم: $4\to2$, $3\to1$ دو نوع فوتون

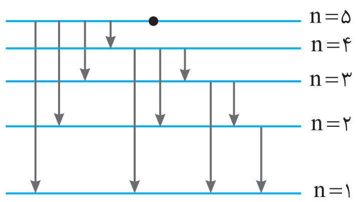
سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=3$ را می‌شماریم: $4\to1$ یک نوع فوتون

راه‌حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۴ را با هم جمع کنیم: $3+2+1=6$

۱۴۴- گزینهٔ ۳ B ترازی که در آن انرژی بستگی الکترون (انرژی یونش) $0/85\,eV$ است، تراز چهارم است که تعداد گذارهای ممکن در آن شش‌گذار است.

$4\to1$, $4\to2$, $3\to1$, $4\to3\to2\to1$

۱۴۵- گزینهٔ ۲ B با توجه به رابطهٔ ریدبرگ $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{5^2})$، تراز مبدأ الکترون $n=5$ بوده که از این تراز به ترازهای پایین‌تر پرش می‌کند.



راه‌حل اول: با توجه به پرش‌های شکل روبه‌رو ۱۰ نوع فوتون مختلف می‌تواند گسیل شود.

۴ نوع فوتون با $\Delta n=1$: $5\to4\to3\to2\to1$

۳ نوع فوتون با $\Delta n=2$: $5\to3$, $4\to2$, $3\to1$

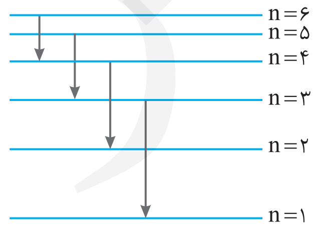
۲ نوع فوتون با $\Delta n=3$: $5\to2$, $4\to1$

۱ نوع فوتون با $\Delta n=4$: $5\to1$

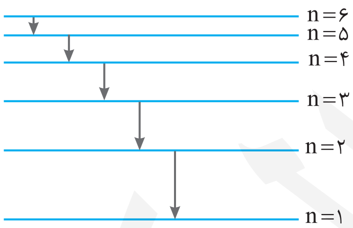
$\Rightarrow$ در مجموع ۱۰ فوتون

راه‌حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۵ را با هم جمع کنیم: $4+3+2+1=10$

۱۴۶- گزینهٔ ۴ B با توجه به ترازهای کشیده شده و اینکه انتقال تراز $\Delta n=1$ یا $\Delta n=2$ مجاز است. تعداد گذارها برابر است با:



گذرها با $\Delta n=2$: ۴ فوتون مختلف



گذرها با $\Delta n=1$: ۵ فوتون مختلف

بنابراین تعداد فوتون‌ها با انرژی مختلف برابر $9=4+5$ می‌باشد.

۱۴۷- گزینهٔ ۱ A انرژی بستگی الکترون برابر مقدار انرژیی است که برای خارج کردن الکترون از اتم باید به الکترون داده شود که به آن انرژی یونش نیز می‌گویند.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\xrightarrow{n=2}E_2=-\frac{13/6}{2^2}\Rightarrow E_2=-3/4eV$$

بنابراین انرژی بستگی الکترون $3/4eV$ است.

۱۴۸- گزینهٔ ۴ B برای یونیزه شدن باید الکترون از حالت پایه $n=1$ به حالت $n=\infty$ برود. فوتونی که در این حالت دریافت می‌کند برابر فوتونی است که هنگام گذار از $n=\infty$ به $n=1$ آزاد می‌کند. درواقع طول موج جذبی یا طول موج گسیلی برابر است. از این‌رو:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_l^2}-\frac{1}{n_u^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{1}-\frac{1}{\infty})\Rightarrow\lambda=100nm$$

۱۴۹- گزینهٔ ۳ B بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن‌که الکترون از تراز $n=1$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n=2$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیهٔ فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\xrightarrow{n=1}E_1=-13/6eV$$

انرژی فوتون باید برابر $13/6eV$ باشد از این‌رو:

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow13/6=4\times10^{-15}\times\frac{3\times10^{8}}{\lambda}\Rightarrow\lambda\approx0/882\times10^{-7}m\Rightarrow\lambda\approx88/2nm$$

بنابراین طول موج در ناحیهٔ فرابنفش است.

۱۵۰- گزینهٔ ۳ B ابتدا انرژی فوتون‌های نور را به‌دست می‌آوریم:

$$E=hf\Rightarrow E=4\times10^{-15}\times3\times10^{15}\Rightarrow E=12eV$$

انرژی الکترون با دریافت این فوتون خواهد شد:

$$-13/5+12=-1/5eV$$

اکنون باید مشخص کنیم که الکترون به کدام تراز انرژی می‌رود:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\xrightarrow{E_R=-13/5}\frac{E_n}{E_1}=\frac{-1/5}{-13/5}\Rightarrow\frac{1}{9}=\frac{1}{n^2}\Rightarrow n=3$$

در این صورت الکترون به تراز $n=3$ می‌رود و در بازگشت ۳ نوع فوتون می‌تواند گسیل کند.

۱۵۱- گزینهٔ ۳ B
انرژی الکترون در مدارهای مختلف اتم هیدروژن برابر است با $\frac{-E_R}{n^۲}$ ، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_R=\frac{۲۱/۷۶\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۳/۶\,eV \quad , \quad E_{n'}-E_n=\frac{۱۶/۳۲\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۰/۲\,eV \quad , \quad (\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})=\frac{۳}{۴}=۱-\frac{۱}{۴}\Rightarrow n'=۱, n=۲$$

۱۵۲- گزینهٔ ۲ A
نور گسیل شده از یک قطعه تنگستن گداخته دارای طیف پیوسته است اما وقتی این نور از گاز نئون می‌گذرد و در طیف‌نما تشکیل می‌شود، رنگین‌کمانی با یک سری خطوط تاریک دیده می‌شود که به این طیف، طیف جذبی خطی عنصر (گاز نئون) می‌گویند.

۱۵۳- گزینهٔ ۴ A
هرگاه جسم جامدی ملتهب شود و از خود نور گسیل کند، چنانچه نور آن را به یک منشور بتابانیم، یک رنگین‌کمان خواهیم دید که تمام طول موج بدون فاصله در کنار هم قرار دارند که به آن طیف نشری (گسیلی) پیوسته گویند. اگر این آزمایش را برای هر جسم جامد مانند آهن با رنگ تیره، طلا با رنگ زرد، شیشهٔ بدون رنگ و ... تکرار کنیم، نتیجه یکسان است، بنابراین با استفاده از طیف نشری (گسیلی) پیوسته نمی‌توان به نوع عنصر پی برد. اما هرگاه بخار عنصر و یا عنصر در حالت گازی را تحریک کنیم (آن را گرم کنیم، یا از آن جریان الکتریکی بگذرانیم و یا آن را به ولتاژ بالا متصل کنیم) از خود موج‌های الکترومغناطیسی و نور گسیل می‌کند، اگر این نور را به یک منشور بتابانیم برخلاف جسم جامد، در طیف بخار عنصر، خط‌های روشن و گسسته دیده می‌شود که آن را طیف گسیلی (نشری) خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصربه‌فرد بوده و در شناسایی عنصر کاربرد دارد. از طرفی اگر به یک بخار عنصر یا گاز نور سفید بتابانیم و نور عبوری از بخار عنصر را به یک طیف‌نما بتابانیم، رنگین‌کمان هفت‌رنگ نور سفید دیده می‌شود که در آن چند خط تاریک وجود دارد که این خط‌های تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط عنصر جذب شده است. به طیف نور سفید با خط‌های تاریک، طیف جذبی خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصربه‌فرد است، این طیف نیز در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

۱۵۴- گزینهٔ ۳ A
در شکل اول، تابش حاصل از برانگیختگی یک گاز کم فشار گاز هیدروژن توسط منشور طیف‌نمایی شده، که این طیف گسیلی خطی است.
در شکل دوم، تابش حاصل از دمای بالای رشته تنگستن لامپ که یک جامد بوده و دارای برهم‌کنش قوی است طیف گسیلی پیوسته تشکیل می‌شود.
در شکل سوم، نور حاصل از تنگستن از بین گازهای هیدروژن عبور کرده و برخی از خطها توسط این گاز جذب می‌شوند و طیف آن جذبی خطی است.

۱۵۵- گزینهٔ ۳ A
در سال ۱۸۱۴ فرانهوفر برای اولین بار در طیف نور خورشید، خطوط تاریکی را مشاهده کرد. امروزه می‌دانیم طول موج‌هایی از نور خورشید هنگام عبور نور از جو خورشید و جو زمین جذب می‌شوند که در طیف خورشید، این خط‌های تاریک جذبی را ایجاد می‌کنند. به کمک این خط‌های تاریک و مقایسهٔ آن‌ها با طیف جذبی خطی عنصرهای شناخته شده، می‌توان به عنصرهای موجود در اتمسفر زمین و اتمسفر خورشید پی برد.

۱۵۶- گزینهٔ ۲ A
خطوط فرانهوفر در طیف خورشید بیانگر طول موج‌های جذب شده توسط عناصر موجود در جو خورشید و زمین است، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. هر عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که اگر به اندازهٔ کافی تحریک شـود آن‌ها را گسیل می‌کند، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. طیف گازهای رقیق طیف اتمی عنصر است، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. گسیل نور توسط اتم در اثرگذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر است، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۵۷- گزینهٔ ۲ B
مدل بور نه تنها در مورد اتم هیدروژن بلکه در مورد اتم‌های هیدروژن‌گونه مانند اتم لیتیم که دو الکترون خود را از دست داده و دارای یک الکترون است با تجربه سازگاری خوبی دارد و گزارهٔ (الف) نادرست است. این مدل انرژی یونش، پایداری اتم و طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن را با موفقیت توجیه می‌کند و گزارهٔ (ب) و (ت) درست است. این مدل قادر به توجیه تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی و همچنین اتم‌های دارای چند الکترون موفق نیست و گزارهٔ (پ) نادرست است. بنابراین دو گزارهٔ (ب) و (ت) درست هستند.

۱۵۸- گزینهٔ ۱ A
لیزر باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم انرژی است.

۱۵۹- گزینهٔ ۳ B
هرگاه الکترون در تراز E_U قرار داشته باشد چنانچه فوتونی با انرژی E_U-E_L به اتم بتابانیم، در اثر گسیل القایی الکترون به تراز E_L می‌رود.

۱۶۰- گزینهٔ ۳ A
در لیزر انرژی فوتونی که سبب گسیل القایی می‌شود با اختلاف انرژی تراز پایه و تراز برانگیخته برابر است.

۱۶۱- گزینهٔ ۲ A
در واقع اتم در حالت اول برانگیخته است که با گسیل خودبه‌خودی یک فوتون که انرژی‌اش با اختلاف انرژی دو تراز برابر است به حالت پایه می‌رود.

۱۶۲- گزینهٔ ۴ A
نور لیزر از جنس نور مرئی است. در نور مرئی لامپ فوتون‌ها به انرژی‌های متفاوت در تمام جهت‌ها گسیل می‌شوند اما در نور مرئی لیزر، نور از فوتون‌های کاملاً مشابه که در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل شده است.

۱۶۳- گزینهٔ ۲ B
شکل (الف) گسیل فوتون و یا گسیل خودبه خودی را نشان می‌دهد. شکل (ب) جذب فوتون توسط الکترون و گذار به تراز بالاتر را نشان می‌دهد. شکل (پ) وارونی جمعیت در عمل لیزر کردن را نشان می‌دهد. شکل (ت) گسیل القایی که اساس کار لیزر است نشان داده شده است.

۱۶۴- گزینهٔ ۱ B

$$\begin{cases} E=nh\frac{c}{\lambda} \\ E=Pt \end{cases}\Rightarrow n\frac{hc}{\lambda}=Pt\Rightarrow n=\frac{۴/۵\times۶۶۰\times۱۰^{-۹}}{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}\Rightarrow n=۱/۵\times۱۰^{۱۹}$$

۱۶۵- گزینهٔ ۴ A
نیروی ربایش بین هسته و الکترون طبق رابطهٔ $F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}$ ، با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=(\frac{a_۰}{۴a_۰})^۲=\frac{۱}{۱۶}$$

۱۶۶- گزینهٔ ۴ A
در دماهای پایین گسیل هیدروژن در ناحیهٔ فروسرخ (رشتهٔ پفوند) و در دماهای بالا در ناحیهٔ فرابنفش (رشتهٔ لیمان) خواهد بود.

۱۶۷- گزینهٔ ۱ در الگوی اتمی بور، با افزایش شمارهٔ مدار و دور شدن از هسته، فاصلهٔ مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته بیشتر می‌شود.

۱۶۸- گزینهٔ ۲ با افزایش شماره تراز اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۱۶۹- گزینهٔ ۲ رشتهٔ پاشن به معنی گذار الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=3$ است و بلندترین آن هنگامی است که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ پرش کند. در این صورت:

$$\frac{r_3}{r_4}=\frac{3^2 a_0}{4^2 a_0}=\frac{9}{16} \quad , \quad \frac{E_3}{E_4}=(\frac{4}{3})^2=\frac{16}{9}$$

۱۷۰- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل مسأله الکترون با جذب انرژی یک فوتون از تراز E_2 به تراز E_5 رفته است. بنابراین:

$$E_n-E_{n'}=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow -\frac{E_R}{n^2}-\frac{-E_R}{n'^2}=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{E_R}{hc}(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}(\frac{1}{4}-\frac{1}{25})$$

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}(\frac{25-4}{100})\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}\times\frac{21}{100}\Rightarrow \lambda=\frac{1240\times100}{13/6\times21}\Rightarrow \lambda\approx434nm$$

۱۷۱- گزینهٔ ۲ در تمام موج‌ها، بسامد موج و بسامد چشمه با هم برابر است، بنابراین بسامد تابش الکترومغناطیس با بسامد حرکت الکترون که سبب گسیل موج شده است یکسان و برابر $f=\frac{1}{T}$ می‌باشد. همچنین می‌دانیم با گذشت زمان با توجه به فیزیک کلاسیک، الکترون به هسته نزدیک شده و بسامد تابش افزایش می‌یابد.

۱۷۲- گزینهٔ ۲ طول موج $1125\mathring{A}$ برابر ۱۱۲/۵ نانومتر و از طول موج پرتوهای بنفش نور مرئی $(400nm)$ کوتاه‌تر است بنابراین مربوط به ناحیهٔ فرابنفش می‌باشد. در اتم هیدروژن گسیل فرابنفش در رشتهٔ بالمر از $n=7$ به $n'=2$ صورت می‌گیرد و همچنین در رشتهٔ لیمان پرتوهای گسیلی فرابنفش هستند. به همین علت باید گزینه‌های (۲) و (۴) را مورد ارزیابی قرار دهیم.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2})\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}(\frac{8}{9})\Rightarrow \lambda=\frac{900}{8}=112/5nm=1125\mathring{A}$$

۱۷۳- گزینهٔ ۱ در سری پاشن، براکت و پفوند، نور گسیلی در ناحیهٔ فروسرخ است که انرژی فوتون‌های آن از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر که فرابنفش است کمتر بوده و پدیدهٔ فوتوالکتریک صورت نمی‌گیرد. اما در سری لیمان فوتون‌های گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش بوده از طرفی بلندترین طول موج سری لیمان از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر، کوتاه‌تر بوده و انرژی فوتون‌های آن بیشتر است و ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ بدهد.

۱۷۴- گزینهٔ ۱ طول موج های رشتهٔ بالمر در ناحیهٔ مرئی و فرابنفش بوده اما طول موج‌های رشتهٔ پفوند و پاشن و براکت در ناحیهٔ فروسرخ است و انرژی فوتون‌های آن از انرژی فوتون‌های رشتهٔ بالمر کمتر بوده و چنانچه کوتاه‌ترین طول موج رشتهٔ بالمر نتواند سبب پدیدهٔ فوتو الکتریک شود فوتون‌های رشتهٔ پفوند، پاشن و براکت نیز قادر به انجام این پدیده نخواهد بود اما فوتون‌های سری لیمان در ناحیه فرابنفش است و در این سری انرژی فوتون‌ها از تمام فوتون‌های سری بالمر بیشتر بوده و ممکن است کوتاهترین طول موج (یعنی پر انرژی‌ترین فوتون‌های) سری لیمان بتواند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند.

۱۷۵- گزینهٔ ۳ این یک اتم فرضی بوده و الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی $E_2=-2eV$ است.

ابتدا انرژی فوتون تابیده شده به اتم را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^8}{800\times10^{-9}}\Rightarrow E=1/5eV$$

حال فرض می‌کنیم که الکترون این فوتون را جذب می‌کند، در این صورت انرژی الکترون برابر خواهد شد با:

$$E_{n'}=-2+1/5=-0/5eV$$

اکنون باید بررسی کنیم آیا ترازی با انرژی $-0/5eV$ برای این الکترون وجود دارد یا نه؟

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{n^2}{n'^2}\Rightarrow \frac{-0/5}{-2}=\frac{2^2}{n'^2}\Rightarrow n'=4$$

برای n' یک عدد طبیعی به‌دست آمده، بنابراین تراز $n'=4$ دارای انرژی $-0/5ev$ بوده و الکترون با دریافت انرژی از تراز $n=2$ به تراز $n'=4$ می‌رود.

۱۷۶- گزینهٔ ۱ در حل این نوع پرسش‌ها ابتدا انرژی فوتون را به‌دست می‌آوریم:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^8}{0/72\times10^{-6}}=\frac{5}{3}eV$$

حال فرض می‌کنیم این فوتون توسط الکترون جذب شود. انرژی الکترون پس از جذب فوتون برابر می‌شود با:

$$E_{n'}=-3+\frac{5}{3}\Rightarrow E_{n'}=-\frac{4}{3}eV$$

اکنون بررسی می‌کنیم، آیا ترازی با این انرژی وجود دارد یا نه؟

بنابراین الکترون با دریافت انرژی فوتون از تراز $n=2$ به تراز $n'=3$ برانگیخته می‌شود.

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^2}}{\frac{-E_R}{n^2}}\Rightarrow \frac{\frac{-4}{3}}{-3}=\frac{(2)^2}{n'^2}\Rightarrow n'=3$$

۱۷۷- گزینهٔ ۳ ابتدا انرژی فوتون را به‌دست می‌آوریم: $E=hf\Rightarrow E=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow E=۹eV$

C

اگر الکترون این فوتون را جذب کند انرژی آن برابر $-۳+۹=+۶eV$ می‌شود در حالی که در ترازهای اتمی، انرژی الکترون منفی بوده، بنابراین فوتون برای رفتن به ترازهای بالاتر این فوتون را جذب نمی‌کند و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است. فرض می‌کنیم که الکترون با گسیل یک فوتون با انرژی $۹eV$ به تراز پایین‌تر برود در این صورت انرژی الکترون در تراز پایین‌تر برابر $-۳-۹=-۱۲eV$ خواهد شد. اکنون باید بررسی کرد که انرژی الکترون در تراز $n'=۱$ چند الکترون - ولت است:

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^۲}}{\frac{-E_R}{n^۲}}\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{۲^۲}{۱^۲}\Rightarrow\frac{E_۱}{-۳}=۴\Rightarrow E_۱=-۱۲eV$$

در این صورت الکترون تحت تأثیر فوتون، گسیل القایی انجام داده و به تراز پایهٔ $n'=۱$ می‌رود.

۱۷۸- گزینهٔ ۲ ابتدا انرژی فوتون را به‌دست می‌آوریم: $E=hf=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۶\times۱۰^{۱۴}\Rightarrow E=۲/۴eV$

C

اگر الکترون این فوتون را جذب کند، انرژی آن برابر $-۱/۵+۲/۴=۰/۹eV$ می‌گردد می‌دانیم انرژی الکترون در ترازهای اتمی منفی است و الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند و به ترازهای بالاتر اتمی نمی‌رود، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. اگر الکترون تحت تأثیر این فوتون، گسیل القایی انجام دهد، با گسیل یک فوتون با انرژی $۲/۴eV$ به تراز پایین می‌رود و انرژی الکترون برابر $-۱/۵-۲/۴=-۳/۹eV$ می‌شود. اکنون باید مشخص کرد که ترازی با این انرژی وجود دارد یا نه:

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^۲}}{\frac{-E_R}{n^۲}}\Rightarrow\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{n^۲}{n'^۲}\Rightarrow\frac{-۳/۹}{-۱/۵}=\frac{۳^۲}{n'^۲}\Rightarrow n'^۲=۳/۴۶$$

کاملاً مشخص است که n' عدد طبیعی نیست بنابراین گسیل القایی رخ نمی‌دهد و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. در نتیجه با تاباندن این فوتون اتفاقی رخ نمی‌دهد.

۱۷۹- گزینهٔ ۴ گذار ۱ و ۳، گذار از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ است که مربوط به سری پاشن است که در این سری، طول موج‌ها در ناحیهٔ فروسرخ هستند.

B

گذار ۲، گذار از تراز $n=۵$ به تراز $n'=۴$ یعنی مربوط به سری براکت است که در این سری نیز طول موج در ناحیهٔ فروسرخ است و بسامد از بقیهٔ گذارها کمتر است. بنابراین جملهٔ «الف» و «پ» درست است. گذار ۴ مربوط به سری لیمان است که در ناحیهٔ فرابنفش است. بنابراین جملهٔ «ب» نیز درست می‌باشد. در گذار ۱، الکترون از $n=۵$ به $n'=۳$ می‌رود و در گذار ۳ الکترون از $n=۴$ به $n'=۳$ می‌رود. بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار ۱ از انرژی فوتون گسیلی در گذار ۳ بیشتر است و طول موج در آن کمتر است و جملهٔ «ت» نادرست است. بنابراین جمعاً ۳ جمله درست می‌باشد.

۱۸۰- گزینهٔ ۲ با گذار از تراز $n_۱=۵$ به $n_۲=۲$، یک فوتون گسیل می‌شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز است:

B

$$\text{انرژی فوتون}=E_۱-E_۲=-\frac{E_R}{۵^۲}-(-\frac{E_R}{۲^۲})=-\frac{۱۳/۶}{۲۵}+\frac{۱۳/۶}{۴}=-۰/۵۴۴+۳/۴=۲/۸۵۶eV$$

البته اگر به گزینه‌ها دقت کنید نیاز به محاسبهٔ عددی نیست. زیرا تنها در گذاز از $n=۵$ به $n'=۲$ نور مرئی گسیل می‌شود و اگر الکترون از ۵ به ۴ و از ۴ به ۳ و از ۳ به ۲ برود دو فوتون فروسرخ و یک فوتون مرئی گسیل می‌کند بنابراین گزینهٔ (۱)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱۸۱- گزینهٔ ۳ انرژی ترازهای اتم هیدروژن برابر $\frac{-E_R}{n^۲}$ است که n شماره تراز است.

B

$$\begin{cases}\begin{cases}m-۱\ \text{در تراز}\Rightarrow E=\frac{-E_R}{(m-۱)^۲}\\ m\ \text{در تراز}\Rightarrow E'=\frac{-E_R}{m^۲}\end{cases}\Rightarrow E_۱=|E-E'|=|\frac{-E_R}{(m-۱)^۲}-(\frac{-E_R}{m^۲})|=|\frac{E_R}{m^۲}-\frac{E_R}{(m-۱)^۲}|\\ \Rightarrow E_۱=\frac{E_R|(m-۱)^۲-m^۲|}{m^۲(m-۱)^۲}\Rightarrow E_۱=\frac{E_R(۲m-۱)}{m^۲(m-۱)^۲}\\ \begin{cases}m\ \text{در تراز}\Rightarrow E'=\frac{-E_R}{m^۲}\\ m+۱\ \text{در تراز}\Rightarrow E''=\frac{-E_R}{(m+۱)^۲}\end{cases}\Rightarrow E_۲=|E'-E''|=\frac{E_R(۲m+۱)}{m^۲(m+۱)^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{\frac{E_R(۲m-۱)}{m^۲(m-۱)^۲}}{\frac{E_R(۲m+۱)}{m^۲(m+۱)^۲}}\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{(۲m-۱)(m+۱)^۲}{(۲m+۱)(m-۱)^۲}$$

۱۸۲- گزینهٔ ۳ با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی با تکانه می‌توان نوشت:

A

$$K=\frac{P^۲}{۲m}\Rightarrow۱/۸\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=\frac{P^۲}{۲\times۹\times۱۰^{-۳۱}}\Rightarrow P^۲=۱۸\times۱۸\times۱۶\times۱۰^{-۵۲}\Rightarrow P=۱۸\times۴\times۱۰^{-۲۶}\Rightarrow P=۷/۲\times۱۰^{-۲۵}kg.m/s$$

پاسخ آزمون

۱- گزینهٔ ۱ با توجه به رابطهٔ پیشنهادی اینشتین برای انرژی فوتون $E=hf$ گزینهٔ (۱) درست است.

۲- گزینهٔ ۳ انرژی هر فوتون را به‌دست‌آورده و انرژی داده شده را بر آن تقسیم می‌کنیم:

$$n=\frac{E_{\text{کل}}}{hf}\Rightarrow n=\frac{6.63\times10^{-1}}{6.63\times10^{-34}\times5\times10^{15}}=\frac{10^{18}}{5}\Rightarrow n=2\times10^{17}$$

۳- گزینهٔ ۳ برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک باید بسامد نور تابیده شده به بسامد آستانه $f_0=\frac{c}{\lambda_0}$ برسد با توجه به اینکه با λ پدیده فوتوالکتریک رخ نداده پس $\lambda>\lambda_0$ است، بنابراین برای رخ دادن پدیده باید طول موج کاهش یابد و گزینهٔ (۴) نادرست است. همچنین می‌دانیم که رخ دادن پدیده به مدت زمان تابش و شدت نور بستگی ندارد بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) نیز نادرست است. می‌دانیم بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد بنابراین با تغییر فلز ممکن است بسامد آستانه کاهش یافته و با همان طول موج اولیه، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد.

۴- گزینهٔ ۲ با توجه به نظریهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک، وقتی که فوتون نور سبب جدا شدن الکترون از فلز می‌شود، بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون (W_0) شده و باقی انرژی آن به صورت انرژی جنبشی فوتوالکترون درمی‌آید. بنابراین:

$$K_{max}=hf-W_0\Rightarrow 8=hf-4\Rightarrow hf=12eV$$

از طرفی تابع کار فلز $W_0=hf_0$ برابر $4eV$ بوده و خواهیم داشت:

$$\frac{hf}{hf_0}=\frac{12}{4}\Rightarrow\frac{f}{f_0}=3$$

۵- گزینهٔ ۳ با تابیده شدن نور به سطح فلز، به هر الکترون انرژی یک فوتون (hf) می‌رسد که قسمتی از آن صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز می‌شود و مابقی آن به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد:

$$K=hf-(\text{انرژی لازم برای جدا کردن الکترون})$$

بنابراین انرژی جنبشی به بسامد نور تابیده بستگی دارد و نه شدت نور و گزینهٔ (۱) درست است، اما اگر بسامد نور مثلاً ۴ برابر شود، انرژی جنبشی کمتر از ۴ برابر افزایش می‌یابد زیرا از hf مقدار انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز کم می‌شود پس گزینهٔ (۳) نادرست است.
بسامد آستانه کمترین بسامدی است که پدیدهٔ فوتوالکتریک در آن رخ می‌دهد که این بسامد به جنس فلز بستگی دارد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.
رخ دادن یا ندادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به بسامد نور فرودی بستگی دارد، اگر بسامد نور فرودی بیشتر یا مساوی بسامد آستانه باشد پدیده رخ می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۶- گزینهٔ ۳ همانطور که در صورت سؤال گفته شده:

$$\lambda_{0B}=2\lambda_{0A}\ ,\ K_{max}=hf-W_0\xrightarrow[W_0=hf_0]{f=\frac{c}{\lambda}}K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-h\frac{c}{\lambda_0}\Rightarrow K_{max}=hc\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)$$

$$\frac{K_{max,B}}{K_{max,A}}=\frac{hc\left(\frac{1}{\frac{1}{3}\lambda_{0A}}-\frac{1}{2\lambda_{0A}}\right)}{hc\left(\frac{1}{\frac{1}{3}\lambda_{0A}}-\frac{1}{\lambda_{0A}}\right)}=\frac{\frac{5}{2\lambda_{0A}}}{\frac{2}{\lambda_{0A}}}\Rightarrow\frac{K_{max,B}}{K_{max,A}}=\frac{5}{4}$$

۷- گزینهٔ ۲ با توجه به نظریهٔ اینشتین برای اثر فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_0\Rightarrow K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_0\Rightarrow K_{max}=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{200\times10^{-9}}-4\Rightarrow K_{max}=6-4=2eV$$

۸- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_m=hf-W_0\xrightarrow{K_{m_2}=3K_{m_1}}\frac{hc}{\lambda_2}-W_0=3\left(\frac{hc}{\lambda_1}-W_0\right)\Rightarrow\frac{3hc}{\lambda_1}-\frac{hc}{\lambda_2}=2W_0\xrightarrow{W_0=hf_0}\frac{3hc}{\lambda_1}-\frac{hc}{\lambda_2}=2hf_0$$

$$\Rightarrow\frac{3\times3\times10^{8}}{200\times10^{-9}}-\frac{3\times10^{8}}{100\times10^{-9}}=2f_0\Rightarrow\frac{9\times10^{8}-6\times10^{8}}{200\times10^{-9}}=2f_0\Rightarrow f_0=7.5\times10^{14}\,Hz=7.5\times10^{5}\,GHz$$

۹- گزینهٔ ۳ محل برخورد نمودار با محور بسامد برابر بسامد آستانهٔ فلز است از این‌رو:

$$f_{0B}>f_{0A}\xrightarrow{W_0=hf_0}W_{0B}>W_{0A}$$

۱۰- گزینهٔ ۱ با توجه به رابطهٔ اینشتین دربارهٔ پدیدهٔ فوتوالکتریک خواهیم داشت:

$$K_m=hf-W_0\Rightarrow K_m=hf-hf_0\Rightarrow\frac{K_{m_1}}{K_{m_2}}=\frac{hf_1-hf_0}{hf_2-hf_0}=\frac{f_1-f_0}{f_2-f_0}\Rightarrow\frac{K_{m_1}}{K_{m_2}}=\frac{2.7\times10^{15}-2.5\times10^{15}}{3.3\times10^{15}-2.5\times10^{15}}=\frac{0.2}{0.8}=\frac{1}{4}$$

۱۱- گزینهٔ ۱ (A) در تابش اتم هیدروژن، پرتوهای وابسته به رشته‌های پفوند، براکت و پاشن در ناحیهٔ فروسرخ است.

۱۲- گزینهٔ ۳ (A) بلندترین طول موج وقتی جذب می‌شود که الکترون از تراز ۱ به تراز ۲ برود. در این صورت:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{400}\Rightarrow\lambda=\frac{400}{3}\,nm$$

دقت کنید رابطهٔ ریدبرگ و بالمر برای طول موج‌های گسیلی است. می‌دانیم یک عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که می‌تواند گسیل کند. از این‌رو به جای گذار از تراز ۱ به ۲ و طول موج جذب، گذار از تراز ۲ به ۱ و طول موج گسیل را به‌دست آورده‌ایم.

۱۳- گزینهٔ ۱ (A) انرژی الکترون در حالت $n=1$ و $n=2$ را به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم تا انرژی فوتونی که باید توسط الکترون جذب شود تا از تراز $n=1$ به تراز بالاتر $n=2$ برود به‌دست آوریم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\begin{cases}n=1\Rightarrow E_1=-13/6eV\\ n=2\Rightarrow E_2=\frac{-13/6}{4}=-3/4eV\end{cases}\Rightarrow\Delta E=E_2-E_1=-3/4-(-13/6)=10/2eV$$

۱۴- گزینهٔ ۱ (A) با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ، n را به‌دست می‌آوریم و در ضمن چون $n'=2$ است، بنابراین گسیل در رشتهٔ بالمر است.

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\xrightarrow[\lambda=720\,nm,\,n'=2]{R=0/01\,nm^{-1}}\frac{1}{720}=0/01\times\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow n=3$$

۱۵- گزینهٔ ۴ (A) با توجه به رابطهٔ بالمر- ریدبرگ:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\frac{1600}{15}}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{15}{16}=\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow1-\frac{1}{16}=\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow n=4\text{ و }n'=1$$

۱۶- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به انرژی الکترون در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow-\frac{1}{9}E_R=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow n=3$$

اکنون به کمک رابطهٔ بالمر- ریدبرگ n' را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\frac{900}{8}}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{8}{9}=\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{9}\Rightarrow n'=1$$

۱۷- گزینهٔ ۲ (B) انرژی فوتون با طول موج نسبت وارون دارد، در این صورت:

$$\frac{E_{L\,max}}{E_{B\,max}}=\frac{\frac{hc}{\lambda_L}}{\frac{hc}{\lambda_B}}\xrightarrow{\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)}\frac{E_{L\,max}}{E_{B\,max}}=\frac{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{\infty}\right)}{\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{\infty}\right)}=16$$

۱۸- گزینهٔ ۳ (B) هرگاه الکترون در ترازهای انرژی بالاتر باشد، انرژی کمتری برای جدا شدن از اتم لازم است. یعنی انرژی یونش کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.
در برخورد فوتون به اتم چنانچه انرژی فوتون با اختلاف انرژی دو تراز برابر باشد و در تراز با انرژی پایین‌تر الکترونی برای رفتن به تراز بالاتر باشد ممکن است الکترون گذار انجام دهد. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.
در حالتی که گسیل القایی رخ می‌دهد برخورد فوتون با اتم باعث گذار الکترون به تراز پایین‌تر می‌شود و گزینهٔ (۳) درست است.
در مدل اتمی بور با افزایش شعاع مدار الکترون، انرژی ترازها نیز افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۹- گزینهٔ ۲ (A) بازده خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_o}{W_i}\times100\Rightarrow Ra=\frac{9\times10^{-3}}{20}\times100\Rightarrow Ra=45\times10^{-3}\%$$

۲۰- گزینهٔ ۳ (B) می‌دانیم با گذار از تراز بالای اتم هیدروژن به تراز پایین، الکترون یک فوتون گسیل می‌کنیم که انرژی این فوتون برابر است با:

$$E_U-E_L=hf\Rightarrow\frac{-E_R}{n_U^2}-\left(\frac{-E_R}{n_L^2}\right)=hf$$

$$hf=\frac{E_R}{n_L^2}-\frac{E_R}{n_U^2}\Rightarrow hf=E_R\left(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2}\right)\Rightarrow\frac{hc}{\lambda}=E_R\left(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{E_R}{hc}\left(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2}\right)$$

همچنین رشتهٔ خط‌های طیف گسیلی به طور تجربی برابر $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$ می‌باشد، بنابراین:

$$R=\frac{E_R}{hc}\Rightarrow\frac{E_R}{R}=hc$$

۲۱- گزینهٔ ۱ (A) در آزمایش رادرفورد تعداد کمی از پرتوهای α که از جنس هسته هلیوم دو بار مثبت است بیش از 90° منحرف می‌شود که از این آزمایش رادرفورد به این نتیجه رسید که در اتم مرکزهایی بسیار چگال وجود دارد و از رانش ذرات مثبت α توسط این مرکزها به این نتیجه رسید این مرکزهای چگال دارای بار مثبت هستند.

۲۲- گزینهٔ ۴ (A) در رشتهٔ طول موج‌های طیف اتم هیدروژن، در رشتهٔ لیمان، همهٔ طول موج‌های گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند.

۲۳- گزینهٔ ۴ با توجه به رابطهٔ $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ همواره n و n' عدد طبیعی بوده و $n>n'$ است، در صورت پرسش $n=1$ بوده و الکترون در تراز پایه است، بنابراین تابش گسیل نمی‌کند و گزینهٔ (۴) درست است.

۲۴- گزینهٔ ۱ انرژی الکترون در الگوی اتمی بور در اتم هیدروژن برابر است با:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow\begin{cases}-0/85=-\frac{-13/6}{n^2}\Rightarrow n^2=16\Rightarrow n=4\\ -3/4=\frac{-13/6}{n^2}\Rightarrow n'^2=4\Rightarrow n'=2\end{cases}$$

شعاع مدار الکترون به گرد هسته بنا به مدل اتمی بور برابر خواهد بود:

$$r_n=n^2a_0\Rightarrow\begin{cases}r_4=16a_0\\ r_2=4a_0\end{cases}\Rightarrow\frac{r_2}{r_4}=\frac{1}{4}$$

۲۵- گزینهٔ ۱ انرژی فوتون فرودی بر فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{4/14\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{0/2\times10^{-6}}=6/21\mathrm{eV}$$

از این انرژی فوتون، مقداری صرف جدا شدن الکترون و بقیه به انرژی جنبشی فوتوالکترون $(3/21\mathrm{eV})$ تبدیل شده است از این رو انرژی لازم برای جدا شدن الکترون خواهد شد:

$$6/21-3/21=3\mathrm{eV}$$

اکنون انرژی فوتون با بسامد $8\times10^{14}\,\mathrm{Hz}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$E=hf\Rightarrow E=4/14\times10^{-15}\times8\times10^{14}=3/312\mathrm{eV}$$

بنابراین اگر این فوتون به فلز بتابد مقدار $3\mathrm{eV}$ آن صرف جدا شدن الکترون شده و بقیهٔ آن یعنی $3/312-3=0/312\mathrm{eV}$ به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود.

فصل ششم

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

برای تمرین بیشتر می‌توانید فایل pdf پرسش و پاسخ را با اسکن QR Code دانلود کنید.

فصل ۶ آشنایی با فیزیک هسته‌ای

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ ۴ برای یک عنصر با نماد شیمیایی X، نماد هسته به صورت $^{A}_{Z}X_{N}$ است که Z عدد اتمی (تعداد پروتون)، N تعداد نوترون و A عدد جرمی است، اما مشـخص کردن N ضروری نیسـت و با توجه به رابطهٔ $A=Z+N$ می‌توان با مشـخص بودن عدد جرمی و عدد اتمی تعداد نوترون را به‌دست آورد. همچنین می‌توان برای خلاصه نشان دادن نماد شیمیایی عدد اتمی (Z) را نیز نشان نداد چون نماد شیمیایی عنصر نشان‌دهندهٔ مقدار Z نیز می‌باشد، برای مثال با نوشتن Al می‌فهمیم که این عنصر آلومینیوم می‌باشد که عدد اتمی آن همواره ۱۳ است، بنابراین هر سه شکل نوشته شده در گزینه‌ها درست‌اند اما نماد گزینه‌های (۲) و (۳) خلاصه‌تر است.

۲- گزینهٔ ۳ برای نمایش یک عنصر از نماد $^{A}_{Z}X$ استفاده می‌شود که Z عدد اتمی عنصر و برابر با تعداد پروتون‌ها است و A عدد جرمی که برابر با مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته می‌باشد.

۳- گزینهٔ ۲ تعداد نوکلئون‌ها همان عدد جرمی است.

۴- گزینهٔ ۲ ابعاد هستهٔ اتم حدود $10^{-15}m$ (یک فمتومتر یا یک فرمی) و ابعاد اتم حدود 10^{-10} متر (یک آنگستروم) است.

۵- گزینهٔ ۴ در واکنش‌های هســته‌ای، با تبدیل جرم به انرژی سـروکار داریم که مقدار این جرم بسـیار کوچک است به همین دلیل در فیزیک هسته‌ای به جای یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی استفاده می‌شود که عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ و جرم هر اتم کربن ۱۲ را برابر $12/000000\,u$ در نظر می‌گیرند.

۶- گزینهٔ ۳ جرم هر مول کربن یعنی $6/022\times10^{23}$ اتم کربن، $12g$ است، بنابراین:

$$1\,u=\frac{1}{12}\times\left(\frac{12}{1000}\right)\left(\frac{1}{6/022\times10^{23}}\right)=1/66\times10^{-27}kg$$

این تست را با مراجعه به گزینه‌ها نیز می‌توان پاسخ داد: گزینهٔ (۴) عدد بسیار بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینهٔ (۱) نیز برای یکای جرم اتمی عدد بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینهٔ (۲) نیز بار الکتریکی الکترون و از طرفی ضریب تبدیل یکای انرژی الکترون - ولت به ژول است.

۷- گزینهٔ ۴ نیروی هسته‌ای یک نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های مجاور هسته است. این نیرو کوتاه بُرد بوده و نسبت به نیروی الکتریکی رانشی پروتون‌ها بسیار قوی‌تر است به همین علت آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند.

۸- گزینهٔ ۴ نیروی هسته‌ای مستقل از بار ذره است، در واقع نیروی هسته‌ای بین دو پروتون و یک پروتون - یک نوترون با هم برابر است.

۹- گزینهٔ ۴ نیروی هسته‌ای در مقایسه با نیروی کولنی نیرویی بسیار قوی‌تر است اما بُرد نیروی هسته‌ای کوتاه است و در ابعاد هستهٔ اتم $(10^{-15}m)$ عمل می‌کند.

۱۰- گزینهٔ ۱ نیروهـای هسـته‌ای بیـن نوکلئون‌هـا نسـبت بـه نیـروی دافعهٔ کولنـی بیـن پروتون‌ها در هسـته بسـیار قوی‌تـر بـوده، از ایـن رو آن را نیروی هسـته‌ای قوی گویند. اما نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و در هسته‌های سنگین که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها زیاد شده و ابعاد هسته بزرگ می‌شود، نیروی دافعهٔ کولنی نقش پررنگ‌تری خواهد داشت.

۱۱- گزینهٔ ۳ نیروی هسته‌ای، قوی اما کوتاه برد است. به همین علت وقتی هسته سنگین و ابعاد آن بزرگ است، نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های دور از هم بسیار ناچیز اما نیروی دافعهٔ کولنی بین پروتون‌ها همچنان باقی و قابل ملاحظه است که سبب ناپایداری هسته‌های سنگین می‌شود، به همین علت ابعاد هسته‌های پایدار دارای یك حد است.

۱۲- گزینهٔ ۲ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. ایزوتوپ‌ها به دلیل داشـتن سـاختار ترازهای الکترونی یکسـان دارای خواص شـیمیایی یکسـان و خاصیت‌های هسته‌ای متفاوت هستند. بار هسـتهٔ آن‌ها یکسان و تعداد نوکلئون‌هایشان متفاوت است، از این رو انرژی بستگی هسته‌شان متفاوت است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

۱۳- گزینهٔ ۲ عنصر $^{59}_{26}Z$ و $^{61}_{26}X$ ایزوتوپ هم بوده و دارای عدد اتمی (یعنی تعداد الکترون‌ها) یکسـان هسـتند و رفتار شـیمیایی آن‌ها یکسـان است. اما رفتار هسته‌ای آن‌ها به دلیل تفاوت نوترون‌هایشان (عدد جرمی آن‌ها) متفاوت است.

۱۴- گزینهٔ ۳ ویژگی‌هـای هر اتم را تعداد الکترون‌های آن اتم مشـخص می‌کند اما ویژگی‌های هسـته را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌هـای آن تعیین می‌کند، بنابراین تعداد هسته‌های متفاوت موجود در طبیعت بسیار بیشتر از تعداد اتم‌های متفاوت است.

۱۵- گزینهٔ ۲ عنصر دارای ۱۷ ایزوتوپ است اگر هر ایزوتوپ با ایزوتوپ قبلی یک نوترون تفاوت داشته باشد. سبک‌ترین ایزوتوپ خواهد شد:

$$^{A}_{Z}X\,,\ ^{A-1}_{Z}X\,,\ ^{A-2}_{Z}X\ \cdots\,,\ ^{A-16}_{Z}X$$

بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ $^{A-16}_{Z}X$ است. اما اگر اختلاف نوترون‌ها برای دو ایزوتوپ پشت سر هم از یک بیشتر شود سبک‌ترین ایزوتوپ عدد جرمی آن از $A-16$ کمتر می‌شود. بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ نمی‌تواند $A-15$ باشد.

۱۶- گزینهٔ ۱ (A) در هسـتهٔ عناصر در جدول تناوبی، عناصر تا $Z=30$ را عناصر سـبک گویند که در آن‌ها $\frac{N}{Z}\approx 1$ و هسته‌های سنگین به عنصرهایی مانند اورانیوم، رادیم و غیره در انتهای جدول می‌گویند که نسبت $\frac{N}{Z}$ آن‌ها حدود ۱/۵ است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۱۷- گزینهٔ ۲ (A) وقتی تعداد پروتون‌های درون هسـته افزایش یابد، اگر هسـته بخواهد پایدار بماند باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد. البته هر چه هسته سنگین‌تر می‌شود افزایش تعداد نوترون‌ها از افزایش تعداد پروتون‌ها بیشتر است و نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

۱۸- گزینهٔ ۳ (A) محدودهٔ عدد اتمی عنصرهای موجود در طبیعت از $Z=1$ برای هیدروژن تا $Z=92$ برای اورانیوم می‌باشد و گزینهٔ (۱) درست است. سنگین‌ترین عنصر پایدار بیسموت است $(Z=83)$ و هسته‌های بعد از آن ناپایدار هستند و گزینهٔ (۲) درست است.
از عناصر ناپایدار با $Z>83$ تنها توریم $(Z=90)$ و اورانیوم $(Z=92)$ در طبیعت یافت می‌شوند و گزینهٔ (۳) نادرست است.
هر چه هسته بزرگ‌تر می‌شود (Z افزایش می‌یابد) تعداد نوترون‌ها به‌گونه‌ای افزایش می‌یابد که نسبت $\frac{N}{Z}$ زیاد می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

۱۹- گزینهٔ ۲ (A) بیسـموت با عدد اتمی ۸۳ سـنگین‌ترین هستهٔ پایدار اسـت. اما عنصری که دارای بیشترین عدد اتمی، بیشترین نوترون و سنگین‌ترین هسته است ایزوتوپ $^{238}_{92}U$ می‌باشد.

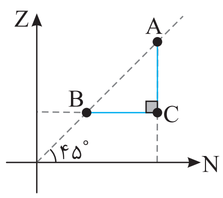
۲۰- گزینهٔ ۳ (A) ویژگی‌هـای هر اتم توسـط تعداد الکترون‌های آن مشـخص می‌شـود و گزارهٔ (الف) درسـت اسـت. ویژگی‌های هسـتهٔ هر اتم را تعـداد نوترون‌ها و پروتون‌های آن مشخص می‌کند و گزارهٔ (ب) نادرست است.
در نمودار $Z-N$ خط عمود بر نیمساز مشخص کنندهٔ عناصر با عدد جرمی یکسان است و گزارهٔ (پ) درست است.
در نمودار $Z-N$، ایزوتوپ‌های یک عنصر بر خط عمود بر محور Z واقع شده‌اند که نشان دهنده عدد اتمی یکسان این عناصر است و گزارهٔ (ت) درست است.
در نتیجه ۳ گزاره از ۴ گزاره درست است.

۲۱- گزینهٔ ۱ (A) می‌دانیم تعداد پروتون‌های دو ایزوتوپ یکسان و تعداد نوترون‌های آن‌ها مختلف است. بنابراین با توجه به نمودار دو عنصر B و E ایزوتوپ هم هستند.

۲۲- گزینهٔ ۳ (A) D و B دارای عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت هستند و ایزوتوپ یک‌دیگرند. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.
A و B دارای تعداد نوترون‌های برابرند اما عدد اتمی متفاوت دارند، بنابراین ممکن نیست که عدد جرمی آن‌ها $(A=Z+N)$ یکسان باشد و گزینهٔ (۱) نادرست است.
اگر به A و E دقت کنید تعداد نوترون‌های E، چهار واحد از تعداد نوترون‌های A بیشتر است اما تعداد پروتون‌های A، چهار واحد از تعداد پروتون‌های E کمتر است در این صورت عدد جرمی آن‌ها $(A=Z+N)$ با هم برابر است و گزینهٔ (۳) درست است.
عنصر D یک نوترون و دو پروتون از عنصر E بیشتر دارد، بنابراین $A_D>A_E$ و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲۳- گزینهٔ ۱ (B) عنصر B روی نیمساز قرار دارد و عدد اتمی آن با عدد نوترونی آن برابر است. از این رو:

$$B:\begin{cases}Z=N\\ Z+N=40\end{cases}\Rightarrow Z=N=20$$



با توجه به نمودار عنصر C و عنصر B دارای عدد اتمی یکسان هستند و ایزوتوپ‌های یک عنصر می‌باشند و بنابراین عدد اتمی عنصر C نیز برابر ۲۰ است. عدد نوترونی (تعداد نوترون‌ها) عنصر C برابر عدد نوترونی عنصر A است و چون عنصر A روی خط $Z=N$ قرار گرفته، داریم:

$$A:\begin{cases}Z=N\\ Z=25\end{cases}\Rightarrow Z=N=25$$

بنابراین عنصر C به صورت $^{N+Z}_{Z}C={}^{45}_{20}C$ معرفی می‌شود.

۲۴- گزینهٔ ۱ (A) نیروهای هسـته‌ای کوتاه بُرد هسـتند و گزینهٔ (۲) نادرسـت است. جرم هسـته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است. هر چه هستهٔ عناصر سنگین‌تر می‌شود، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد و برای هسته‌های مختلف یکسان نیست و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲۵- گزینهٔ ۴ (B) جرم اتمی درج شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است که با توجه به درصد فراوانی آن‌ها حساب می‌شود. با توجه به شکل از ۳۰ اتم بور ۶ اتم آن $^{10}_{5}B$ و ۲۴ اتم آن $^{11}_{5}B$ است بنابراین:

$$\frac{6\times(10)+24\times(11)}{30}=10/8g$$

۲۶- گزینهٔ ۲ (B) حجمی که هر نوترون اشغال می‌کند برابر است با:

$$V_{\text{نوترون}}=\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{نوترون}}\approx 1\times 1\times(10^{-15})^3\approx 10^{-45}m^3$$

گنجایش قوطی کبریت برابر است با:

$$V=6\times 4\times 2\times 10^{-6}m^3\approx 10^{-5}m^3$$

تعداد نوترون‌هایی که در این قوطی جای می‌گیرند برابر است با:

$$n=\frac{V}{V_{\text{نوترون}}}=\frac{10^{-5}}{10^{-45}}=10^{+40}$$

بنابراین 10^{+40} نوترون در این قوطی جای می‌گیرند و می‌دانیم جرم هر نوترون برابر $10^{-27}kg$ است.

$$m_{\text{کل}}=nm_{\text{نوترون}}=10^{+40}\times 10^{-27}=10^{13}kg$$

۲۷- گزینهٔ ۴ (B) در یک هستهٔ اتم کربن تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به صورت $Z=6$ و $N=A-Z=6$ است، بنابراین حجم اشغالی یک هستهٔ کربن برابر است با:

$$V_{\text{هسته}}=12\times\frac{4}{3}\pi r^3=16\pi(10^{-15})^3=16\pi\times10^{-45}\approx10\times10^{-45}=10^{-44}$$

گنجایش توپ تنیس برابر است با:

$$V_{\text{توپ}}=\frac{4}{3}\pi r^3\approx1\times1\times(10^{-2})^3=10^{-6}\,m^3\quad,\quad n=\frac{V_{\text{توپ}}}{V_{\text{هسته}}}=\frac{10^{-6}}{10^{-44}}=10^{38}$$

۲۸- گزینهٔ ۳ (A) آزمایش نشان می‌دهد، جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن کمتر است. طبق رابطهٔ اینشتین $(E=\Delta mc^2)$ هنگام تشکیل هسته، این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود که آن را انرژی بستگی می‌نامند.

۲۹- گزینهٔ ۳ (A) جرم هستهٔ اتم از جرم نوکلئون‌های آن کمتر است. این کاستی جرم به انرژی بستگی هسته تبدیل می‌شود.

۳۰- گزینهٔ ۳ (A) جرم هر اتم از مجموع جرم ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ آن کمتر است، همچنین جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های آن کمتر است، بنابراین جرم هستهٔ هلیم که دارای دو پروتون و دو نوترون است از مجموع جرم دو نوترون و دو پروتون کمتر است.

۳۱- گزینهٔ ۱ (A) اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد، جرم هستهٔ اتم از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است. در واقع برای تشکیل هسته، مقداری انرژی لازم است که از تبدیل بخش کوچکی از جرم نوکلئون‌ها به انرژی تأمین می‌شود که به آن انرژی بستگی هسته گویند. $B=\Delta Mc^2\Rightarrow B=[(NM_n+ZM_p)-M_X]c^2$

بنابراین هرچه اختلاف مجموع جرم نوکلئون‌ها با جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر بوده و هسته پایدارتر است.

۳۲- گزینهٔ ۳ (A) در یک هستهٔ پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته از جرم هسته بیشتر است.

۳۳- گزینهٔ ۴ (A) هنگام تشکیل هسته بخشی از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ هسته به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل می‌شود و با یک کاستی جرم هسته روبه‌رو هستیم و $M>M_X$ است. دقت کنید که در صورت مسأله $N\neq1$ در نظر گرفته شده است.

۳۴- گزینهٔ ۳ (A) هرگاه بخواهیم نوکلئون‌های یک هسته را از هم جدا کنیم باید به آن انرژی بدهیم، بنابراین هنگام تشکیل یک هستهٔ پایدار، انرژی آزاد می‌شود.

۳۵- گزینهٔ ۳ (A) شکل (الف)، واپاشی یک هسته به نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌اش را با دریافت انرژی نشان می‌دهد و شکل (ب)، تشکیل هسته و آزاد شدن انرژی در اثر کاستی جرم را نشان می‌دهد. بنابراین (الف) و (ب) درست است اما (پ) مفهومی ندارد.

۳۶- گزینهٔ ۴ (A) کاستی جرم هسته برابر تفاضل مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ هسته و جرم هسته است از این‌رو گزینهٔ (۴) درست است.

۳۷- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ اینشتین خواهیم داشت:

$$E=mc^2\Rightarrow E=1/67\times10^{-27}\times(3\times10^8)^2\Rightarrow E=1/67\times10^{-27}\times9\times10^{16}=15/03\times10^{-11}\approx1/5\times10^{-10}$$

۳۸- گزینهٔ ۲ (A) بنا بر نظریهٔ اینشتین، جرم و انرژی صورت‌های مختلف یک کمیت فیزیکی هستند و رابطهٔ $E=mc^2$ بین آن‌ها برقرار است که در آن c سرعت نور است.

$$E=mc^2\Rightarrow7/2\times10^{12}=m\times(3\times10^8)^2\Rightarrow m=\frac{7/2\times10^{12}}{9\times10^{16}}=0/8\times10^{-4}\,kg\Rightarrow m=0/08\,g$$

۳۹- گزینهٔ ۱ (A) با توجه به رابطهٔ $E=mc^2$ داریم:

$$\begin{cases}E=1u\times c^2=1/66\times10^{-27}\times9\times10^{16}=1/49\times10^{-10}\,J\\1J=6/25\times10^{18}eV=6/25\times10^{12}MeV\end{cases}\Rightarrow E=1/49\times10^{-10}\times6/25\times10^{12}=931/5MeV$$

نکته: این تبدیل باید به خاطر سپرده شود که انرژی معادل جرم $1u$ برابر است با: $931/5MeV$

۴۰- گزینهٔ ۱ (A) ابتدا با استفاده از رابطهٔ اینشتین، انرژی حاصل از تبدیل ۱ میلی‌گرم جرم به انرژی را به‌دست می‌آوریم:

$$m=1mg=1\times10^{-3}g=1\times10^{-6}kg\ ,\ E=mc^2=(1\times10^{-6})\times(3\times10^8)^2=9\times10^{10}J=9\times10^7kJ$$

حال مقدار نفت مورد نیاز برای تولید 9×10^7kJ انرژی را محاسبه می‌کنیم:

نفت	انرژی
$1g$	$50kJ$
m'	9×10^7kJ

$$\Rightarrow m'=\frac{9\times10^7}{50}=18\times10^5g$$

۴۱- گزینهٔ ۴ (A) انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی برابر است با:

$$E=mc^2\Rightarrow E=4\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2\Rightarrow E=36\times10^{13}\,J$$

هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مقدار انرژی زیر را مصرف می‌کند:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=100\times20\times3600\Rightarrow E=7/2\times10^6\,J$$

بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر است با:

$$n=\frac{36\times10^{13}}{7/2\times10^6}\Rightarrow n=5\times10^7=50000000$$

۴۲- گزینهٔ ۱ ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به‌دست می‌آوریم:

$$E=mc^{۲}\Rightarrow E=۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}\Rightarrow E=۹\times۱۰^{۱۳}\,J$$

اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صد متر بالا برد به‌دست می‌آوریم:

$$E=mgh\Rightarrow ۹\times۱۰^{۱۳}=m\times۱۰\times۱۰۰\Rightarrow m=۹\times۱۰^{۱۰}\,kg\Rightarrow m=۹۰\times۱۰^{۶}\,\text{تن}\Rightarrow m=۹۰\,\text{میلیون تن}$$

۴۳- گزینهٔ ۱ کافی است انرژی بستگی هسته را بر ۹۳۱/۵ تقسیم کنیم:

$$\frac{۳۱۰/۵}{۹۳۱/۵}=\frac{۱}{۳}\approx ۰/۳۳u$$

۴۴- گزینهٔ ۳ انرژی بستگی برابر است با جرم کاستی هسته (Δm) ضرب در مجذور سرعت نور $(c^{۲})$، بنابراین:

$$\frac{(\Delta mc^{۲})_{\text{کربن}}}{(\Delta mc^{۲})_{\text{دوتریم}}}=\frac{\Delta m_{\text{کربن}}}{\Delta m_{\text{دوتریم}}}=\frac{۰/۰۹}{۰/۰۱۵}=\frac{۹۰}{۱۵}=۶$$

۴۵- گزینهٔ ۲ کاستی جرم هسته را به‌دست می‌آوریم:

$$۳/۰۲۴۵-۳/۰۱۳۶=۰/۰۱۰۹۶$$

انرژی بستگی هسته خواهد شد:

$$۰/۰۱۰۹\times۹۳۱/۵\approx۱۰/۱۵MeV$$

۴۶- گزینهٔ ۲ تریتیم دارای سه نوکلئون است از این‌رو انرژی بستگی هسته به ازای هر نوکلئون خواهد شد:

$$\frac{۱۰/۱۵}{۳}=۳/۳۸۳MeV$$

۴۷- گزینهٔ ۱ تفاوت جرم هسته و نوکلئون‌ها به انرژی تبدیل می‌شود. تفاوت جرم را بر حسب kg به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta m=۰/۰۰۲\times۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷}=۳/۳۲\times۱۰^{-۳۰}\,kg$$

$$E=\Delta mc^{۲}\Rightarrow E=۳/۳۲\times۱۰^{-۳۰}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}\Rightarrow E=۲/۹۸۸\times۱۰^{-۱۳}\,J$$

۴۸- گزینهٔ ۲ تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-(۲۱۹/۰۰۹+۴/۰۰۳)\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-۲۲۳/۰۱۲=۰/۰۰۶u$$

$$E=۰/۰۰۶\times۹۳۱/۵=۵/۵۸۹MeV=۵/۵۸۹\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^{۶}=۸/۹۴۲۴\times۱۰^{-۱۳}\,J$$

۴۹- گزینهٔ ۳ هسته مانند اتم دارای ترازهای انرژی کوانتیده است و نوکلئون درون هسته نمی‌تواند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند و گزارهٔ (الف) درست است.
اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون در هسته از مرتبهٔ MeV و ترازهای انرژی الکترون در اتم از مرتبهٔ eV است بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.
نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب انرژی در هسته به ترازهای انرژی بالا بروند و هسته برانگیخته شود، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.
اختلاف انرژی ترازهای هسته از مرتبهٔ MeV و گزارهٔ (ت) نادرست است.

۵۰- گزینهٔ ۳ بدون حل کاملاً مشخص است که پرتو گسیل شده از هسته قطعاً گاما است و گزینهٔ (۳) درست است. اکنون به حل آن می‌پردازیم.

$$E=hf\Rightarrow E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow ۴\times۱۰^{+۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۶/۴\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}\quad,\quad \lambda=۳\times۱۰^{-۱۳}m=۳\times۱۰^{-۴}nm$$

طول موج فرابنفش حدود ۴۰۰۰nm و طول موج فروسرخ و رادیویی از ۷۰۰۰nm بیشتر است بنابراین این طول موج مربوط به پرتو گاما است.

۵۱- گزینهٔ ۴ هنگامی که از یک هسته ذرهٔ α گسیل می‌شود، از عدد اتمی آن ۲ واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود.

۵۲- گزینهٔ ۲ پرتو گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و هنگامی که یک هستهٔ برانگیخته با گسیل پرتو گاما به هستهٔ حالت پایه تبدیل می‌شود، عدد جرمی و عدد اتمی آن تغییر نمی‌کند.

$${}^{A}_{Z}X^{*}\rightarrow{}^{A}_{Z}X+{}^{۰}_{۰}\gamma$$

۵۳- گزینهٔ ۴ آلفا، بتا و پوزیترون ذره و گاما و ایکس موج الکترومغناطیسی هستند.

۵۴- گزینهٔ ۳ در واپاشی بتای منفی $({}^{۰}_{-۱}e)$، عدد جرمی بدون تغییر می‌ماند و به عدد اتمی یک واحد افزوده می‌شود.
در واقع یک نوترون در هستهٔ عنصر پرتوزا واپاشیده شده و به یک پروتون و یک الکترون (بتای منفی) تبدیل می‌شود که بتا از هستهٔ خارج می‌گردد. بنابراین مجموع نوکلئون‌ها $(A=Z+N)$ ثابت می‌ماند، اما به تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود.

۵۵- گزینهٔ ۳ در گسیل پوزیترون، یک پروتون به یک پوزیترون و یک نوترون تبدیل می‌شود و بار هسته به اندازه $e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است. در گسیل الکترون، یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود و بار هسته $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست است. در گسیل α دو پروتون از هسته جدا شده و بار هسته $۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است. با توضیحات داده شده گزینهٔ (۴) نادرست است.

۵۶- گزینهٔ ۲ گسیل الکترون‌زا و پوزیترون به‌ترتیب به عدد اتمی عنصر یک واحد اضافه و کم می‌شود. در گسیل آلفا، دو واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود و در تابش گاما تنها انرژی آزاد شده و عدد اتمی تغییری نمی‌کند. بنابراین بیشترین تغییر عدد اتمی مربوط به گسیل α و کمترین تغییر عدد اتمی برای گسیل γ می‌باشد.

۵۷- گزینهٔ ۴ با توجه به واپاشی‌های زیر گزاره‌های (الف) و (ب) درست هستند.

واپاشی بتای مثبت ${}^{۱}_{۱}H\rightarrow{}^{۱}_{۰}n+{}^{۰}_{+۱}e$, واپاشی بتای منفی ${}^{۱}_{۰}n\rightarrow{}^{۱}_{۱}H+{}^{۰}_{-۱}e$

با توجه به واپاشی‌های زیر، عدد جرمی در هر دو واپاشی بدون تغییر است و در واپاشی الکترون‌زا عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد. گزاره‌های (پ) و (ت) درست هستند.

$${}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A}_{Z-۱}X+{}^{۰}_{+۱}e\quad,\quad{}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A}_{Z+۱}X+{}^{۰}_{-۱}e$$

۵۸- گزینهٔ ۴ Ⓐ پرتوهای α در عمق $0/01\,mm$ و ذرات بتا تا عمق $0/1\,mm$ و پرتو گاما تا عمق $100\,mm$ سرب نفوذ می‌کنند بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

در واپاشی $\alpha({}^{4}_{2}He)$ دو نوترون و دو پروتون از هسته کاسته می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

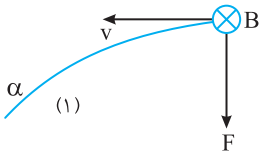
ذره‌های آلفا دارای بار مثبت بوده و ذرات سنگین شامل ۲ نوترون و دو پروتون هستند بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

برد ذره‌های آلفا کوتاه بوده و بعد از جدایی از هسته پس از طی مسافتی کوتاه در هوا (در حدود ۱ یا $2cm$) و یا با عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شود و اگر این ذره‌ها از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدیدی به بافت‌های بدن می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۵۹- گزینهٔ ۲ Ⓑ نوترون چون بدون بار است از مسیر خود منحرف نمی‌شود. آلفا دارای بار مثبت است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت بالا منحرف می‌شود. بتا دارای بار منفی است پس با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت پایین منحرف می‌شود.

۶۰- گزینهٔ ۱ Ⓑ پرتو γ خنثی است، بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف نخواهد شد پس پرتو شمارهٔ (۲) γ است. با توجه به این‌که پرتوهای α و β باردار هستند بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف خواهند شد. $F=qvB\sin\alpha$

سرعت هر دو پرتو با هم برابر است (فرض سؤال) و میدان مغناطیسی نیز برای هر دو یکسان خواهد بود، اما با توجه به این‌که جنس α از جنس هستهٔ ${}^{4}_{2}He$ است. بنابراین α دارای ۲ بار مثبت و β دارای یک بار منفی است و نیروی وارد بر آلفا دو برابر نیروی وارد بر β است $(F_\alpha=2F_\beta)$.



اما جرم پرتو α خیلی بیشتر از β است به این دلیل که α از دو پروتون و دو نوترون ساخته شده در حالی که β از یک الکترون تشکیل می‌شود و طبق قانون دوم نیوتون $F=ma$ چون جرم α خیلی بیشتر از β می‌باشد شتاب آن کمتر بوده و این پرتو کمتر منحرف می‌شود، پس پرتو (۱)، α و پرتو (۳)، β است. حال با توجه به جهت حرکت β و قاعدهٔ دست راست جهت میدان را به‌دست می‌آوریم.

۶۱- گزینهٔ ۱ Ⓐ

$${}^{11}_{6}C\to{}^{A}_{Z}X+({}^{0}_{+1}e)\Rightarrow\begin{cases}11=A+0\Rightarrow A=11\\6=Z+1\Rightarrow Z=5\end{cases}\Rightarrow{}^{11}_{5}B$$

۶۲- گزینهٔ ۴ Ⓐ معادلهٔ واپاشی ایزوتوپ ${}^{15}_{8}O$ را می‌نویسیم.

$${}^{15}_{8}O\to X+{}^{0}_{+1}\beta^+$$

که با توجه به ${}^{0}_{+1}\beta$، عدد اتمی و عدد جرمی X به صورت ${}^{15}_{7}X$ می‌شود و مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۷ مربوط به ایزوتوپ‌های نیتروژن است.

معادلهٔ واپاشی ${}^{18}_{9}F$ را می‌نویسیم.

$${}^{18}_{9}F\to Y+{}^{0}_{-1}\beta^-$$

که با توجه به ${}^{0}_{-1}\beta$، عدد اتمی و عدد جرمی Y به صورت ${}^{18}_{10}Y$ می‌شود مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۱۰ مربوط به ایزوتوپ‌های نئون است.

۶۳- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به پایستگی عدد جرمی و بار گزینهٔ (۴) درست است:

$${}^{239}_{93}Np\to{}^{0}_{-1}e^-+{}^{239}_{94}Pu$$

۶۴- گزینهٔ ۱ Ⓐ ذرهٔ آلفا هستهٔ هلیم است و دارای دو نوترون و دو پروتون است. هرگاه هستهٔ عنصر پرتوزا، آلفا گسیل کند از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هر کدام دو واحد کم می‌شود. تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های ${}^{238}_{92}U$ به ترتیب $Z=92$ و $N=238-92=146$ است، بنابراین: $Z'=92-2=90$ ، $N'=146-2=144$

۶۵- گزینهٔ ۱ Ⓐ طبق قوانین پایستگی داریم:

$${}^{239}_{92}U^*\to{}^{a}_{b}x+{}^{239}_{93}Np\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases}\Rightarrow{}_{-1}^{0}e$$

۶۶- گزینهٔ ۱ Ⓐ در واکنش شکاف هسته‌ای تعداد سه ذرهٔ نوترون گسیل می‌شود.

$$\underset{\text{هستهٔ مرکب}}{{}^{236}_{92}U^*}\to{}^{138}_{56}Ba+{}^{98}_{36}Kr+3{}^{1}_{0}n$$

۶۷- گزینهٔ ۱ Ⓐ با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{1}_{0}n+{}^{10}_{5}B\to{}^{7}_{3}Li+{}^{A}_{Z}X\to\begin{cases}1+10=7+A\Rightarrow A=4\\0+5=3+Z\Rightarrow Z=2\end{cases}$$

بنابراین X ، ذرهٔ آلفا است.

۶۸- گزینهٔ ۳ Ⓐ برای واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{30}_{15}P+{}^{A}_{Z}X\to{}^{27}_{13}Al+{}^{4}_{2}He\Rightarrow\begin{cases}30+A=27+4\Rightarrow A=1\\15+Z=13+2\Rightarrow Z=0\end{cases}$$

در این صورت X ذرهٔ نوترون ${}^{1}_{0}n$ است.

۶۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ هرگاه یک هسته، پرتو گاما گسیل کند، عدد اتمی و عدد جرمی آن تغییر نمی‌کند.

۷۰- گزینهٔ ۱ Ⓐ طبق قوانین پایستگی داریم:

$${}^{14}_{7}N+{}^{A}_{Z}X\to{}^{17}_{8}O+{}^{1}_{1}H\Rightarrow\begin{cases}14+A=17+1\Rightarrow A=4\\7+Z=8+1\Rightarrow Z=2\end{cases}\Rightarrow{}^{4}_{2}He$$

می‌بینید که با بمباران هسته‌های نیتروژن با ذره‌های آلفا $({}^{4}_{2}He)$ می‌توان یکی از ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن را ایجاد کرد.

۷۱- گزینهٔ ۱ (B)

$$ {}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb \to {}^{۱۹۷}_{۷۹}Au + ۲\,{}^{۱}_{۰}n + a\,{}^{۴}_{۲}He + b\,{}^{۰}_{-۱}e \Rightarrow \begin{cases} ۲۰۷=۱۹۷+۲+۴a+۰ \Rightarrow a=۲ \\ ۸۲=۷۹+۰+۲a-b \Rightarrow ۳=۲\times ۲-b \Rightarrow b=۱ \end{cases} $$

دو ذرهٔ آلفا و یک ذرهٔ بتای منفی گسیل شده است.

۷۲- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به فرض مسأله:

$$ {}^{A}_{Z}X \to {}^{۲۰۸}_{۸۱}Tl + {}^{۰}_{+۱}e + {}^{۴}_{۲}He \Rightarrow \begin{cases} A=۲۰۸+۰+۴ \Rightarrow A=۲۱۲ \\ Z=۸۱+۱+۲ \Rightarrow Z=۸۴ \end{cases} $$

۷۳- گزینهٔ ۳ (A)

$$ {}^{۸}_{۳}Li \to {}^{A'}_{Z'}X + {}^{۴}_{۲}He + {}^{۰}_{-۱}e \Rightarrow \begin{cases} ۸=A'+۴+۰ \Rightarrow A'=۴ \\ ۳=Z'+۲+(-۱) \Rightarrow Z'=۲ \end{cases} $$

بنابراین هسته به اتم هلیم ${}^{۴}_{۲}He$ تبدیل می‌شود.

۷۴- گزینهٔ ۲ (A)

$$ {}^{۱}_{۰}n + {}^{۲۳۵}_{۹۲}U \to {}^{۱۴۱}_{۵۵}Cs + {}^{۹۳}_{۳۷}Rb + \cdots\cdots \Rightarrow \begin{cases} ۱+۲۳۵=۱۴۱+۹۳+a \Rightarrow a=۲ \\ ۰+۹۲=۵۵+۳۷+b \Rightarrow b=۰ \end{cases} \Rightarrow ۲\,{}^{۱}_{۰}n $$

۷۵- گزینهٔ ۲ (A)

$$ {}^{۱۲}_{۶}C + {}^{A}_{Z}X \to {}^{۴}_{۲}He + {}^{۱۰}_{۵}B \Rightarrow \begin{cases} ۱۲+A=۴+۱۰ \Rightarrow A=۲ \\ ۶+Z=۲+۵ \Rightarrow Z=۱ \end{cases} $$

بنابراین هستهٔ ایزوتوپ ${}^{۲}_{۱}H$ یعنی دوتریم، واکنش را کامل می‌کند.

۷۶- گزینهٔ ۴ (A)

$$ {}^{۲۴۱}_{۹۵}Am \to {}^{۲۳۷}_{Z}Np + {}^{۴}_{۲}He \Rightarrow ۹۵=Z+۲ \Rightarrow Z=۹۳ $$

بنابراین تعداد نوترون‌های نپتونیم برابر خواهد شد با:

$$ N=A-Z \;\Rightarrow\; N=۲۳۷-۹۳ \;\Rightarrow\; N=۱۴۴ $$

۷۷- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$ {}^{۱}_{۰}n + {}^{۲۳۵}_{۹۲}U \to {}^{۱۴۱}_{۵۶}Ba + {}^{A}_{Z}X + ۳({}^{۱}_{۰}n) \Rightarrow \begin{cases} ۱+۲۳۵=۱۴۱+A+۳ \Rightarrow A=۹۲ \\ ۰+۹۲=۵۶+Z \Rightarrow Z=۳۶ \end{cases} $$

اما تعداد نوترون‌ها برابر است با:

$$ A=Z+N \Rightarrow ۹۲=۳۶+N \Rightarrow N=۵۶ $$

۷۸- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$ {}^{۴}_{۲}He + {}^{۲۷}_{۱۳}Al \to {}^{A}_{Z}X + {}^{۱}_{۰}n \Rightarrow \begin{cases} ۴+۲۷=A+۱ \Rightarrow A=۳۰ \\ ۲+۱۳=Z+۰ \Rightarrow Z=۱۵ \end{cases} $$

۷۹- گزینهٔ ۲ (A) تنها در گزینهٔ (۲) مجموع جبری عدد اتمی و مجموع جبری عدد جرمی در دو طرف واکنش برابر است.

۸۰- گزینهٔ ۳ (A) با توجه به قانون‌های پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$ {}^{۲۳۱}_{۹۱}Pa \to {}^{۲۰۷}_{۸۱}Tl + a\,{}^{۴}_{۲}He + b\,{}^{۰}_{-۱}e \Rightarrow \begin{cases} ۲۳۱=۲۰۷+۴a+۰ \Rightarrow a=۶ \\ ۹۱=۸۱+۲\times ۶+(-۱)\times b \Rightarrow b=۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۶}{۲}=۳ $$

۸۱- گزینهٔ ۴ (A) ایزوتوپ فسفر با گسیل بتای منفی، باید در جدول تناوبی به عنصر خانهٔ بعدی تبدیل شود. فسفر در گروه ۵ و آلومینیم در گروه ۳ و گوگرد در گروه ۶ جدول تناوبی است و آرگون نیز گاز نجیب بوده، پس فسفر به گوگرد تبدیل می‌شود.

$$ {}^{۳۲}_{۱۵}P \to {}^{۳۲}_{۱۶}S + {}^{۰}_{-۱}e $$

۸۲- گزینهٔ ۳ (A) سدیم عنصر شمارهٔ ۱۱ جدول و Ne عنصر شمارهٔ ۱۰ جدول است، بنابراین عدد اتمی یک واحد کاهش یافته و عدد جرمی بدون تغییر است، پس پوزیترون گسیل شده است.

$$ {}^{۲۲}_{۱۱}Na \to {}^{۲۲}_{۱۰}Ne + {}^{۰}_{+۱}e $$

۸۳- گزینهٔ ۱ (B) تعداد ذرات آلفا برابر است با:

$$ ۲۳۹=۴m+۲۰۷ \Rightarrow m=۸ $$

با توجه به اینکه مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است از این‌رو:

$$ ۹۲=۸\times ۲+n+۸۲ \Rightarrow n=-۶ $$

بنابراین β الکترون است و تعداد بتای منفی گسیل شده $n=۶$ است.

۸۴- گزینهٔ ۳ (B) ذرهٔ α از جنس هسته ${}^{۴}_{۲}He$ می‌باشد.

$$ {}^{۲۳۷}_{۹۳}Np \to m\,{}^{۴}_{۲}He + n\,{}^{۰}_{-۱}\beta + {}^{۲۲۵}_{۸۸}Ra $$

عدد اتمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$ ۹۳=۲m-n+۸۸ \Rightarrow ۲m-n=۵ \quad (۱) $$

عدد جرمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$ ۲۳۷=۴m+۲۲۵ \Rightarrow ۴m=۱۲ \Rightarrow m=۳ \qquad (۲) $$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲):

$$ m=۳\,,\; n=۱ $$

بنابراین $\frac{m}{n}=۳$ است.

۸۵- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** به ازای گسیل هر ذره آلفا، دو نوترون از هسته کاسته می‌شود بنابراین به ازای گسیل سه ذرهٔ آلفا، ۶ نوترون از هسته کاسته خواهد شد. از طرفی در گسیل بتای منفی (الکترون) یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل شده و از تعداد نوترون‌های هسته یکی کم می‌شود بنابراین جمعاً ۷=۱+۶ نوترون از هسته کاسته می‌شود.

راه‌حل دوم: اگر عنصر را به صورت ${}^{A}_{Z}X$ درنظر بگیریم واکنش به صورت: $${}^{A}_{Z}X \to {}^{\bigcirc}_{\square}Y + ۳{}^{۴}_{۲}He + {}^{۰}_{-۱}\beta$$

مجموع عدد اتمی‌ها و عدد جرمی‌ها دو طرف باید یکسان باشند. $$Z=\square+۳\times۲-۱ \Rightarrow \square=Z-۵ \quad , \quad A=\bigcirc+۳\times۴+۰ \Rightarrow \bigcirc=A-۱۲$$

تعداد نوترون‌های اولیه برابر $A-Z$ و تعداد نوترون‌های عنصر حاصل برابر $(A-۱۲)-(Z-۵)=A-Z-۷$ است پس تعداد نوترون‌ها ۷ واحد کم می‌شود.

۸۶- گزینهٔ ۳

$${}^{A}_{Z}X \to \frac{a}{۲}({}^{۴}_{۲}He)+a({}^{۰}_{-۱}e)+{}^{A'}_{Z'}Y \Rightarrow \begin{cases} A=۲a+۰+A' \Rightarrow A'=A-۲a \\ Z=a+(-a)+Z' \Rightarrow Z'=Z \end{cases}$$

بنابراین عدد جرمی کاهش می‌یابد و عدد اتمی ثابت می‌ماند.

۸۷- گزینهٔ ۲ معادلهٔ واپاشی آلفازا برای عنصر دلخواه ${}^{A}_{Z}X$ به صورت روبه‌رو است. $${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-۴}_{Z-۲}X + {}^{۴}_{۲}He$$

عدد اتمی عنصر حاصل $(Z-۲)$، $\frac{۲}{۳}$ برابر عدد اتمی عنصر اولیه (Z) است: $$\frac{Z-۲}{Z}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow ۳Z-۶=۲Z \Rightarrow Z=۶$$

عدد جرمی عنصر حاصل $(A-۴)$، $\frac{۵}{۷}$ برابر عدد جرمی عنصر اولیه (A) است. $$\frac{A-۴}{A}=\frac{۵}{۷} \Rightarrow ۷A-۲۸=۵A \Rightarrow A=۱۴$$

تعداد نوترون‌های عنصر اولیه به صورت: $N=A-Z=۱۴-۶=۸$

تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به صورت: $N'=(A-۴)-(Z-۲)=۱۰-۴=۶$

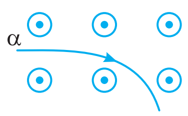
بنابراین نسبت تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به تعداد نیترون‌های عنصر اولیه به صورت: $$\frac{N'}{N}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

۸۸- گزینهٔ ۳ ابتدا نوع پرتو x را مشخص می‌کنیم. $${}^{۱}_{۰}n+{}^{۱۰}_{۵}B \to {}^{۷}_{۳}Li+{}^{A}_{Z}x$$

مجموع عدد اتمی‌های سمت چپ = مجموع عدد اتمی‌های سمت راست: $۵+۰=۳+Z \Rightarrow Z=۲$

مجموع عدد جرمی‌های سمت چپ = مجموع عدد جرمی‌های سمت راست: $۱+۱۰=۷+A \Rightarrow A=۴$

بنابراین پرتو ${}^{۴}_{۲}x$ همان پرتو α است که دارای بار مثبت است و درون میدان برونسو شکل با توجه به قاعدهٔ دست راست به صورت روبه‌رو منحرف می‌شود.



۸۹- گزینهٔ ۱ با توجه به طرحواره معادلهٔ واپاشی را می‌نویسیم: $${}^{۱}_{۰}n+{}^{A}_{Z}X \Rightarrow {}^{۱۴}_{۶}Y+{}^{۱}_{۱}H$$

مجموع عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش با هم برابر است، بنابراین: $$۱+A=۱۴+۱ \Rightarrow A=۱۴ \ , ۰+Z=۶+۱ \Rightarrow Z=۷ \ , \ N=A-Z=۱۴-۷=۷ \Rightarrow \frac{N}{Z}=۱$$

۹۰- گزینهٔ ۱ ذرهٔ گسیل شده از هسته یک ذرهٔ بتای منفی (الکترون) است. بنابراین عدد اتمی (تعداد پروتون‌های هسته) یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

۹۱- گزینهٔ ۱ معادله واپاشی به صورت روبه‌رو است: $${}^{۱۱}_{۶}X \Rightarrow {}^{A}_{Z}Y+۳{}^{۰}_{+۱}\beta$$

مجموع عدد اتمی و عدد جرمی‌ها در دو طرف واکنش با هم برابر است. $$۶=Z+۳ \Rightarrow Z=۳ \ , \ ۱۱=A+۰ \Rightarrow A=۱۱ \Rightarrow N=A-Z=۸$$

۹۲- گزینهٔ ۳ در واپاشی بتازا یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و یک بتا تبدیل می‌شود بنابراین تعداد پروتون‌ها به ۱۲=۱+۱۱ رسیده و تعداد نوترون‌ها به ۱۳=۱−۱۲ می‌رسد. در این صورت هستهٔ دختر $\begin{matrix}۱۲Z \\ ۱۲N\end{matrix}$ است.

۹۳- گزینهٔ ۳ یکی از کاربردهای گستردهٔ واپاشی α در آشکارسازهای دود است که در آن مقدار اندکی از مادهٔ پرتوزا که ذرات α گسیل می‌کند در وسط صفحه‌ای که بار مثبت دارد (که در اینجا صفحهٔ A است زیرا به پایانهٔ مثبت باتری متصل می‌باشد) می‌گذارند (باتوجه به این که پرتوهای α مثبت هستند باید در صفحهٔ مثبت قرار بگیرد تا از این صفحه به سمت صفحهٔ منفی حرکت کنند) در طی گسیل پرتوی α، به مولکول‌های هوا برخورد کرده و مولکول‌های هوا را یونیده می‌کند و یون‌های مثبت و منفی ایجاد می‌شود، این یون‌ها بین دو صفحهٔ A و B توسط صفحه‌های ناهمنام خود جذب می‌شوند در نتیجه در مدار جریان برقرار می‌شود. هنگامی که دود در هوا باشد دود موجود بین صفحات جریان را کاهش می‌دهد زیرا یون‌هایی که به ذرات دود برخورد می‌کنند معمولاً خنثی می‌شوند و این باعث می‌شود که آمپرسنج عدد کوچک‌تری نمایش می‌دهد.

۹۴- گزینهٔ ۳ بنا بر قانون پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت: $$\begin{cases} ۱۳۷=۱۳۷+A_X \Rightarrow A_X=۰ \\ ۵۵=۵۶+Z_X \Rightarrow Z_X=-۱ \end{cases} \Rightarrow {}^{۰}_{-۱}X={}^{۰}_{-۱}e$$

بنابراین X، بتای منفی است. اختلاف جرم را بر حسب kg به‌دست می‌آوریم و در رابطهٔ اینشتین جای‌گذاری می‌کنیم: $$E=mc^۲ \Rightarrow E=۰/۰۰۱\times۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\times(۳\times۱۰^{۸})^۲ \Rightarrow E=۱۵/۳\times۱۰^{-۱۴}J=۱/۵۳\times۱۰^{-۱۳}J$$

۹۵- گزینهٔ ۳ نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا به جنس هستهٔ آن بستگی دارد و با فشار، دما یا زمان تغییر نمی‌کند.

۹۶- گزینهٔ ۳ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند. ایزوتوپ‌ها دارای خاصیت‌های شیمیایی یکسان و انرژی بستگی هسته‌ای و خواص هسته‌ای متفاوت هستند.

۹۷- گزینهٔ ۱ عنصرهایی که عدد اتمی آن‌ها از ۸۳ بزرگ‌تر است، به‌طور طبیعی ناپایدار هستند.

۹۸- گزینهٔ ۲ نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا، تنها تابع نوع هستهٔ واپاشیده است و عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن ندارند و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

در اثر پرتوزایی بتازا، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد $\left({}_{Z}^{A}X\to {}_{Z+1}^{A}Y+{}_{-1}^{\ 0}e\right)$ بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

هر چه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، یعنی برای جدا کردن نوکلئون از هسته، انرژی بیشتری لازم است و هسته پایدارتر است، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. آلفا هستهٔ هلیم بوده و دارای دو پروتون و دو نوترون است. هرگاه هستهٔ پرتوزا، آلفا گسیل کند، عدد اتمی آن دو واحد و عدد جرمی آن ۴ واحد کاهش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۹۹- گزینهٔ ۳ در مدت ۴ نیمه‌عمر خواهیم داشت:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۲^۴}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۱۶}\Rightarrow \frac{N}{N_\circ}=\frac{۱}{۱۶}=۶/۲۵\%$$

۱۰۰- گزینهٔ ۴ بنا بر تعریف نیمه عمر:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۲^{\frac{۳۲}{۸}}}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۱۶}=۶/۲۵\%N_\circ\Rightarrow \Delta N=N_\circ-\%۶/۲۵N_\circ\Rightarrow \Delta N=۹۳/۷۵\%N_\circ$$ تعداد هسته‌های واپاشیده

۱۰۱- گزینهٔ ۴ ۸۷/۵ درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی مانده است.

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_\circ=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

در مدت $۲۴h$، سه نیمه‌عمر طی شده است.

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۲۴}{۳}=۸h$$

۱۰۲- گزینهٔ ۳ با توجه به رابطهٔ نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{N_\circ}{۱۲۸}=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۲^۷=۲^n\Rightarrow n=۷\quad,\quad t=nT\Rightarrow t=۷\times ۲=۱۴h$$

۱۰۳- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ نیمه‌عمر می‌توان نوشت:

$$m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۱/۵=\frac{۱۲}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۸\Rightarrow n=۳\quad,\quad \text{نیمه‌عمر}:T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۱۸}{۳}=۶$$

۱۰۴- گزینهٔ ۱ با توجه به تعریف نیمه‌عمر:

$$\text{جرم اولیه } M\xrightarrow{۱۰h}\frac{M}{۲}\xrightarrow{۱۰h}\frac{M}{۴}\xrightarrow{۱۰h}\frac{M}{۸}\xrightarrow{۱۰h}\frac{M}{۱۶}\text{ جرم باقی‌مانده}$$

$$\text{جرم عنصر پرتوزای باقی‌مانده}=\text{جرم اولیه}-\text{جرم واپاشیده}\Rightarrow \frac{M}{۱۶}=M-۱۵\Rightarrow \frac{۱۵M}{۱۶}=۱۵\Rightarrow M=۱۶g$$

۱۰۵- گزینهٔ ۴ با توجه به فرض مسأله:

$$\text{جرم واپاشیده شده}=۱۵\times\text{جرم باقی‌مانده}\Rightarrow \frac{m_\circ-m}{m}=۱۵\Rightarrow ۱۵m=m_\circ-m\Rightarrow m_\circ=۱۶m\Rightarrow m=\frac{m_\circ}{۱۶}$$

اکنون می‌توان زمان مورد نظر را حساب کرد:

$$m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{m_\circ}{۱۶}=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow n=۴\quad,\quad n=\frac{t}{T}\Rightarrow t=nT\Rightarrow t=۴\times۱۶\Rightarrow t=۶۴\text{ روز}$$

۱۰۶- گزینهٔ ۲ تعداد هسته‌های فعال A و B با هم برابر شده است.

$$N_A=N_B\Rightarrow \frac{N_{\circ A}}{۲^{n_A}}=\frac{N_{\circ B}}{۲^{n_B}}\Rightarrow \frac{N_{\circ A}}{۲^{\frac{۶۰۰}{۱۰۰}}}=\frac{N_{\circ B}}{۲^{\frac{۶۰۰}{۱۵۰}}}\Rightarrow \frac{N_{\circ A}}{۲^۶}=\frac{N_{\circ B}}{۲^۴}\Rightarrow \frac{N_{\circ A}}{N_{\circ B}}=۲^۲=۴$$

۱۰۷- گزینهٔ ۲ ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی‌مانده است، بنابراین:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_\circ=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۸\Rightarrow n=۳$$

۳ نیمه‌عمر ۹ سال شده است، پس یک نیمه‌عمر $\frac{۹}{۳}=۳$ سال است.

۱۰۸- گزینهٔ ۴ با توجه به تعریف نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\xrightarrow{n=۵}N=\frac{N_\circ}{۳۲}\quad,\quad \text{هسته‌های واپاشیده}=N_\circ-\frac{N_\circ}{۳۲}=\frac{۳۱}{۳۲}N_\circ\approx ۹۷\%N_\circ$$

۱۰۹- گزینهٔ ۳ با توجه به تعریف نیمه‌عمر، ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را به دست می‌آوریم:

$$m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۰/۱۲۵=\frac{۲}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=\frac{۲}{۰/۱۲۵}\Rightarrow ۲^n=۱۶\Rightarrow n=۴$$

زمان سپری شده: $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow ۴=\frac{t}{۲۸}\Rightarrow t=۱۱۲$ سال

۱۱۰- گزینهٔ ۲ با توجه به رابطهٔ نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۲۰۰=\frac{۱۶۰۰}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۸\Rightarrow n=۳ \quad , \quad n=\frac{t}{T}\Rightarrow ۳=\frac{t}{۶}\Rightarrow t=۱۸h$$

۱۱۱- گزینهٔ ۴ با توجه به فرض‌های مسأله می‌توان نوشت:

$$N_A=۴N_B\Rightarrow \frac{N_{\circ A}}{۲^{n_A}}=۴\frac{N_{\circ B}}{۲^{n_B}}\xrightarrow{N_{\circ A}=N_{\circ B}}\frac{۲^{n_B}}{۲^{n_A}}=۴\Rightarrow ۲^{n_B-n_A}=۲^۲\Rightarrow n_B-n_A=۲$$

۱۱۲- گزینهٔ ۳ ابتدا نیمه‌عمر را به‌دست می‌آوریم:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{N_\circ}{۸}=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow n=۳ \quad , \quad T_{\frac{1}{2}}=\frac{t}{n}=\frac{۳۰۰۰}{۳}=۱۰۰۰y$$

از ۳۰۰۰ سال تا ۶۰۰۰ سال نیز تعداد نیمه‌عمر $n=۳$ خواهد بود و تعداد هسته‌های واپاشیده خواهد شد:

$$\frac{N_\circ}{۸}\xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=۱۰۰۰}\frac{N_\circ}{۱۶}\xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=۱۰۰۰}\frac{N_\circ}{۳۲}\xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=۱۰۰۰}\frac{N_\circ}{۶۴}$$

بنابراین تعداد هسته‌های واپاشیده در این مدت برابر است با:

$$\frac{N_\circ}{۸}-\frac{N_\circ}{۶۴}=\frac{۸N_\circ-N_\circ}{۶۴}=\frac{۷N_\circ}{۶۴}$$

۱۱۳- گزینهٔ ۳ در مدت زمانی ۳۰۰ ساعت تا ۴۵۰ ساعت، جرم فعال از m_1 به $\frac{m_1}{۸}$ رسیده است از این‌رو:

$$m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{m_1}{۸}=\frac{m_1}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

نیمه عمر خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۴۵۰-۳۰۰}{۳}\Rightarrow T=۵۰h$$

اکنون مقدار عنصر فعال باقیمانده پس از گذشت ۴۵۰ ساعت را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T}\Rightarrow \frac{۴۵۰}{۵۰}\Rightarrow n=۹\ ,\ m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow m=\frac{m_\circ}{۲^۹}\Rightarrow m=\frac{m_\circ}{۵۱۲}$$

مقدار مادهٔ واپاشیده برابر است با:

$$m_\circ-m_x=m_\circ-\frac{m_\circ}{۵۱۲}=\frac{۵۱۱}{۵۱۲}m_\circ$$

۱۱۴- گزینهٔ ۱ با توجه به تعریف نیمه‌عمر یک مادهٔ پرتوزا:

$$\begin{cases}\text{جرم اولیه}: M\xrightarrow{t}\frac{M}{۲}\xrightarrow{t}\frac{M}{۴}\xrightarrow{t}\frac{M}{۸}\ \text{جرم باقی‌مانده}\\ \text{جرم واپاشیده}: M-\frac{M}{۸}=\frac{۷}{۸}M\end{cases}\Rightarrow \frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی‌مانده}}=\frac{\frac{۷}{۸}M}{\frac{M}{۸}}=۷$$

۱۱۵- گزینهٔ ۴ نسبت جرم واپاشیده به جرم باقی‌مانده برابر است با:

$$\frac{m_\circ-m}{m}=۱۵\Rightarrow ۱۵m=m_\circ-m\Rightarrow m=\frac{m_\circ}{۱۶}$$

تعداد نیمه‌عمرها را به‌دست می‌آوریم:

$$m=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{m_\circ}{۱۶}=\frac{m_\circ}{۲^n}\Rightarrow n=۴$$

بنابراین زمان نیمه‌عمر خواهد شد:

$$T_{\frac{1}{2}}=\frac{t}{n}\Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=\frac{۴۸}{۴}\Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=۱۲\ \text{روز}$$

۱۱۶- گزینهٔ ۲ وقتی تعداد هسته‌های پرتوزای فعال با تعداد هسته‌های واپاشیده برابر می‌شود، یعنی یک نیمه‌عمر از مدت واپاشی گذشته است. به راه‌حل زیر دقت کنید.

$$\frac{N_y}{N_x}=\frac{N_\circ-N}{N}=۱\Rightarrow N_\circ=۲N\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۲}\Rightarrow n=۱$$

اکنون زمان لازم برای آن که این نسبت ۱۵ شود را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{N'_y}{N'_x}=\frac{N_\circ-N'}{N'}=۱۵\Rightarrow N_\circ=۱۶N'\Rightarrow N'=\frac{N_\circ}{۱۶}\Rightarrow \frac{N_\circ}{۲^n}=\frac{N_\circ}{۱۶}\Rightarrow n=۴$$

بنابراین از آغاز واپاشی ۴ نیمه‌عمر و از زمانی که $\frac{N_y}{N_x}=۱$ است سه نیمه‌عمر یعنی $۳\times۲۰=۶۰$ روز می‌گذرد.

۱۱۷- گزینهٔ ۳ (B) تعداد ذره‌های تولید شدهٔ Y برابر تعداد ذره‌های واپاشیدهٔ X است از این‌رو: $N_Y=\Delta N_X\Rightarrow N_Y=N_{\circ X}-N_X\Rightarrow N_X+N_Y=N_{\circ X}$

با توجه به فرض مسأله N_Y، هفت برابر N_X است. $N_X+۷N_X=N_{\circ X}\Rightarrow N_X=\frac{N_{\circ X}}{۸}$

در این صورت تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد: $۲^n=۸\Rightarrow n=۳$

بنابراین عمر قطعه سنگ برابر می‌شود با سه نیمه‌عمر: $t=۱/۴\times ۱۰^۹\times ۳=۴/۲\times ۱۰^۹$ سال $=۴/۲$ میلیارد سال

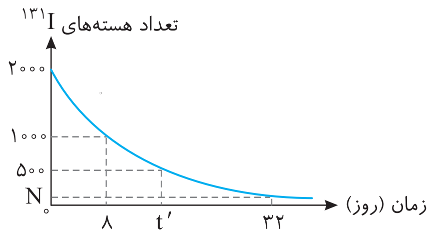
۱۱۸- گزینهٔ ۲ (A) در مدت ۴ روز داریم:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow ۲۵۰=\frac{۱۰۰۰}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۴\Rightarrow n=۲$$

پس در مدت ۴ روز ۲ نیمه‌عمر گذشته و داریم: $۱۰۰۰\xrightarrow{\text{۲ روز}}۵۰۰\xrightarrow{\text{۲ روز}}۲۵۰\rightarrow\cdots$

پس نیمه‌عمر ماده ۲ روز می‌باشد: $n=\frac{t}{T}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Rightarrow ۲^n=۲^۵=۳۲,\ N_۱=\frac{N_\circ}{۳۲}=\frac{۱۰۰۰}{۳۲}=۳۱/۲۵$

۱۱۹- گزینهٔ ۱ (B) **راه‌حل اول:** با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' برابر دو نیمه‌عمر بوده و ۱۶=۸×۲ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

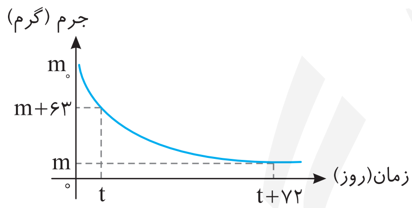


$$۲۰۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۱۰۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۵۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۲۵۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}N=۱۲۵$$

راه‌حل دوم: $n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۳۲}{۸}=۴\ ,\quad N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۲^۴}\Rightarrow N=\frac{۲۰۰۰}{۱۶}\Rightarrow N=۱۲۵$

(در مورد t' مانند راه‌حل قبل عمل می‌کنیم.)

۱۲۰- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به نمودار داریم: $m_\circ\xrightarrow{t}m+۶۳\xrightarrow{۷۲}m$



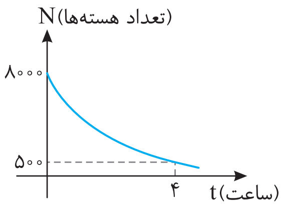
۷۲ روز معادل $\frac{۷۲}{۲۴}=۳$ نیمه‌عمر است و در این مدت ۶۳ گرم واپاشیده شده است:

$$m=\frac{m+۶۳}{۲^۳}\Rightarrow ۸m=m+۶۳\Rightarrow m=۹g$$

از $t+۷۲$ تا $t+۱۲۰$ روز، ۴۸ روز می‌گذرد که معادل دو نیمه‌عمر است، از این رو:

$$۹g\xrightarrow{T_{\frac{۱}{۲}}=۲۴d}۴/۵g\xrightarrow{۲۴d}۲/۲۵g$$

۱۲۱- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به رابطهٔ $N=N_\circ(\frac{۱}{۲})^n$ که در آن $n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$ است داریم:



$$۵۰۰=۸۰۰۰(\frac{۱}{۲})^n\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}=(\frac{۱}{۲})^n\Rightarrow n=۴\ ,\ n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۴=\frac{۴}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۱h$$

بنابراین نیمه‌عمر برابر ۱h می‌باشد: $n=\frac{t'}{T_{\frac{۱}{۲}}}\xrightarrow{t'=۳h}n=\frac{۳}{۱}=۳\quad ,\quad N'=۸۰۰۰(\frac{۱}{۲})^۳\Rightarrow N'=۱۰۰۰$

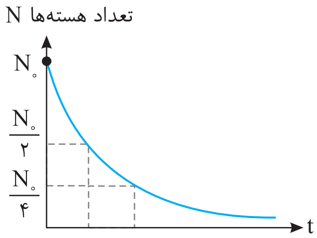
بنابراین از ۸۰۰۰ هسته بعد از ۳ ساعت ۱۰۰۰ هسته باقی‌مانده است یعنی ۷۰۰۰ هسته واپاشی شده است. $\frac{۷۰۰۰}{۸۰۰۰}\times ۱۰۰=۸۷/۵\%$

۱۲۲- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به تعداد هسته‌های اولیه $N_\circ=۳۲$ و تعداد هسته‌ها در لحظهٔ $t_۱$، $N_۱=۸$ است، $t_۱$ و به همین ترتیب $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم.

$$N_۱=N_\circ(\frac{۱}{۲})^{n_۱}\Rightarrow ۸=۳۲(\frac{۱}{۲})^{n_۱}\Rightarrow n_۱=۲\ ,\quad n_۱=\frac{t_۱}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow t_۱=۲T_{\frac{۱}{۲}}$$

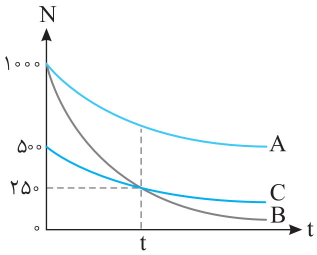
$$N_۲=N_\circ(\frac{۱}{۲})^{n_۲}\Rightarrow ۴=۳۲(\frac{۱}{۲})^{n_۲}\Rightarrow n_۲=۳\ ,\quad n_۲=\frac{t_۲}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow t_۲=۳T_{\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{۳T_{\frac{۱}{۲}}}{۲T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۳}{۲}$$



۱۲۳- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به نمودار روبه‌رو هرچه نیمه‌عمر کوتاه‌تر باشد تعداد هسته‌های فعال در زمان کوتاه‌تری واپاشیده شده و تعداد هسته‌های باقیماندهٔ فعال به سرعت کاهش می‌یابد.

بنابراین گزینهٔ (۲) درست می‌باشد. چون عنصر B زودتر هسته‌هایش کم شده، پس نیمه‌عمر آن کوتاه‌تر است.



۱۲۴- گزینهٔ ۴ Ⓐ با توجه به نمودار نیمه‌عمر A از بقیه بیشتر است زیرا در مدتی (مدت t) که تعداد هسته‌های B به $\frac{۲۵۰}{۱۰۰۰}=\frac{۱}{۴}$ و تعداد هسته‌های C به $\frac{۲۵۰}{۵۰۰}=\frac{۱}{۲}$ رسیده است تعداد هسته‌های A هنوز از نصف بسیار بیشتر است و این مدت دو نیمه‌عمر برای B و یک نیمه‌عمر برای C است در نتیجه: $T_A > T_C > T_B$

۱۲۵- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به نمودار، نیمه‌عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه‌عمر عنصر A است:

$$N=\frac{N_{\circ}}{۲^۳}\Rightarrow N=\frac{۱۰۰۰}{۲^۳}=۱۲۵ \text{ هسته}$$

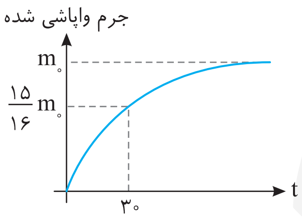
برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو:

$$N_B=\frac{N_{\circ B}}{۲^n}\Rightarrow ۱۲۵=\frac{۱۰۰۰}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

نیمه‌عمر عنصر B خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۳}{۳}=۱ \text{ روز}$$

$$N=\frac{N_{\circ}}{۲^n}\Rightarrow\frac{N_{\circ}}{۳۲}=\frac{N_{\circ}}{۲^n}\Rightarrow n=۵\,,\,T=\frac{t}{n}\Rightarrow ۱=\frac{t}{۵}\Rightarrow t=۵ \text{ روز}$$



۱۲۶- گزینهٔ ۳ Ⓑ با توجه به نمودار جرم کل برابر $m_{\circ}$ است و پس از ۳۰ سال $\frac{۱۵}{۱۶}m_{\circ}$ واپاشی شده و $\frac{۱}{۱۶}m_{\circ}$ باقی می‌ماند بنابراین تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$N=N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^n\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}m_{\circ}=m_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^n\Rightarrow n=۴$$

نیمه‌عمر برابر است با:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۴=\frac{۳۰}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۷/۵ \text{ سال}$$

اکنون زمانی که $N=\frac{۱}{۳۲}N_{\circ}$ می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

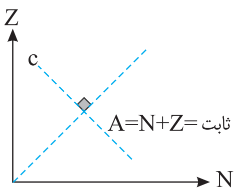
$$\frac{۱}{۳۲}N_{\circ}=N_{\circ}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{n'}\Rightarrow n'=۵\quad,\quad n'=\frac{t'}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۵=\frac{t'}{۷/۵}\Rightarrow t'=۳۷/۵ \text{ سال}$$

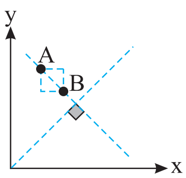
۱۲۷- گزینهٔ ۳ Ⓐ هر پروتون دارای بار $+e$ است، بنابراین تعداد پروتون‌ها برابر است با: $Z=\frac{Q}{e}$

۱۲۸- گزینهٔ ۳ Ⓑ با گسیل پوزیترون، از عدد اتمی یک واحد کاسته می‌شود و عدد نوترونی یک واحد افزایش می‌یابد، بنابراین هسته در جهت (۳) منتقل می‌شود.

۱۲۹- گزینهٔ ۴ Ⓑ با گسیل بتا، عدد اتمی، یک واحد افزایش و عدد نوترونی، یک واحد کاهش می‌یابد، بنابراین در سوی فلش (۱) منتقل می‌شود.

۱۳۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ با گسیل آلفا، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام دو واحد کاهش می‌یابند، بنابراین در سوی فلش (۴) منتقل می‌شود.





۱۳۱- گزینهٔ ۳ Ⓐ با توجه به نمودار عنصرهای روی خط c (خط عمود بر نیمساز) دارای عدد جرمی $A=Z+N$ یکسان هستند. در صفحهٔ xoy، جمع مختصات $(x+y)$ تمام نقطه‌های روی خط عمود بر نیمساز عدد ثابتی است. به‌طور مثال اگر از A به B برویم به همان اندازه که x زیاد می‌شود، y کم شده و $x+y$ ثابت می‌ماند.

۱۳۲- گزینهٔ ۲ Ⓑ انرژی بستگی هسته برابر است با:

$$B=\Delta mc^۲\Rightarrow B=[(Zm_p+Nm_n)-m_x]c^۲\Rightarrow ۴/۵\times۱۰^{-۱۰}=[(۱۴\times۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}+۱۴\times۱/۶۸\times۱۰^{-۲۷})-m_x](۳\times۱۰^۸)^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۴/۵\times۱۰^{-۱۰}}{۹\times۱۰^{۱۶}}=۱۴\times۳/۳۵\times۱۰^{-۲۷}-m_x\Rightarrow m_x=۱۴\times۳/۳۵\times۱۰^{-۲۷}-۵\times۱۰^{-۲۷}\Rightarrow m_x=۴۱/۹\times۱۰^{-۲۷}\ \text{kg}$$

۱۳۳- گزینهٔ ۲ (A) ابتدا جرم هستهٔ تریتیم را با کم‌کردن جرم الکترون از جرم اتم تریتیم به‌دست می‌آوریم:

$$m_x = ۳/۰۱۴۱\,u - ۰/۰۰۰۵\,u = ۳/۰۱۳۶\,u$$

کاستی جرم را حساب می‌کنیم.

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_x \Rightarrow \Delta m = ۱/۰۰۷۳u + ۲\times ۱/۰۰۸۶u - ۳/۰۱۳۶u \Rightarrow \Delta m = ۱/۰۰۷۳u + ۲/۰۱۷۲u - ۳/۰۱۳۶u$$

$$\Delta m = ۳/۰۲۴۵u - ۳/۰۱۳۶u = ۰/۰۱۰۹u$$

انرژی بستگی تریتیم برابر است با:

$$B = ۰/۰۱۰۹ \times ۹۳۱/۵ = ۱۰/۱۵\,MeV$$

۱۳۴- گزینهٔ ۲ (A) کافی است انرژی بستگی را به تعداد نوکلئون‌ها تقسیم کرد.

$$\frac{B}{A} = \frac{۱۰/۱۵}{۳} = ۳/۳۸۳\,MeV$$

۱۳۵- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا اختلاف جرم را در دو سوی واکنش ${}^{۱۲}_{۶}C \rightarrow ۳\,{}^{۴}_{۲}He$ به‌دست می‌آوریم، سپس Δm را که برحسب یکای جرم اتمی است در عدد ۹۳۱/۵ ضرب می‌کنیم تا انرژی برحسب MeV به‌دست آید:

$$\Delta m = ۳\times ۴/۰۰۲۶u - ۱۲/۰۰۰۰u = ۰/۰۰۷۸u\ ,\ E = ۰/۰۰۷۸ \times ۹۳۱/۵ \approx ۷/۲۷\,MeV$$

۱۳۶- گزینهٔ ۱ (A) در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$\begin{cases} ۲۳۵+۱ = ۱۴۰+۹۴+۱+x \Rightarrow x = ۱ \\ ۹۲+۰ = ۵۴+۳۸+۰+y \Rightarrow y = ۰ \end{cases} \Rightarrow {}^{۱}_{۰}n$$

۱۳۷- گزینهٔ ۴ (D) واپاشی نوترون به صورت ${}^{۱}_{۰}n \rightarrow {}^{۱}_{۱}p + {}^{۰}_{-۱}e$ است.

جرمی که به انرژی جنبشی تبدیل شده است: $\Delta M = M_n - (M_p + M_e) = ۱/۰۰۸۶۶ - (۱/۰۰۷۲۸ + ۰/۰۰۰۵۴۹)\ ,\ \ \Delta M = ۰/۰۰۰۸۳۱u$

در واقع پروتون که از الکترون خیلی سنگین‌تر است ساکن یا تقریباً ساکن می‌ماند، بنابراین بیشینه انرژی جنبشی ذره‌های بتا برابر است با:

$$E = ۰/۰۰۰۸۳۱ \times ۹۳۱/۵ = ۰/۷۷۴\,MeV$$

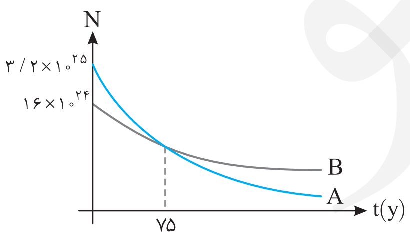
۱۳۸- گزینهٔ ۴ (A) در واکنش گزینهٔ (۱) مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(۲+۵ \neq ۶+۰)$، بنابراین این واکنش ممنوع است. در واکنش گزینهٔ (۲) مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(۱+۲۷ \neq ۲۷+۴)$، بنابراین این واکنش نیز ممنوع است.

۱۳۹- گزینهٔ ۳ (C) اگر یک ذرهٔ آلفا گسیل کند از عدد نوترونی و همچنین عدد اتمی آن دو واحد کاسته می‌شود. از طرفی هنگام گسیل بتا از تعداد نوترون یک واحد کاسته و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود، در نتیجه با گسیل یک آلفا و یک بتای منفی جمعاً ۳ واحد از عدد نوترونی و یک واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.

۱۴۰- گزینهٔ ۲ (A) برای هر یک از دو عنصر هسته‌های فعال P و Q را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} N_{۰P} \xrightarrow{۲۰\,min} \frac{N_{۰P}}{۲} \xrightarrow{۲۰\,min} \frac{N_{۰P}}{۴} \xrightarrow{۲۰\,min} \frac{N_{۰P}}{۸} \\ N_{۰Q} \xrightarrow{۳۰\,min} \frac{N_{۰Q}}{۲} \xrightarrow{۳۰\,min} \frac{N_{۰Q}}{۴} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_P}{N_Q} = \frac{\frac{N_{۰P}}{۸}}{\frac{N_{۰Q}}{۴}} = \frac{۱}{۲}$$

۱۴۱- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به شکل مسأله، نیمه‌عمر B از همه کوتاه‌تر و سرعت واپاشی آن از بقیه بیشتر است.



۱۴۲- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به نمودار ۷۵ سال برای هسته‌های B برابر $(n = \frac{۷۵}{۲۵} = ۳)$ سه نیمه‌عمر است

و تعداد هسته‌های B بعد از ۷۵ سال خواهد شد:

$$N_B = \frac{N_{۰B}}{۲^n} \Rightarrow N_B = \frac{۱۶\times ۱۰^{۲۴}}{۲^۳} = ۲\times ۱۰^{۲۴}$$

با توجه به نمودار پس از ۷۵ سال تعداد هسته‌های فعال A و B یکسان است از این‌رو:

$$N_A = N_B = ۲\times ۱۰^{۲۴}\ ,\ N_A = \frac{N_{۰A}}{۲^n} \Rightarrow ۲\times ۱۰^{۲۴} = \frac{۳/۲\times ۱۰^{۲۵}}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

نیمه‌عمر عنصر A خواهد شد:

$$T_{\frac{۱}{۲}A} = \frac{t}{n} = \frac{۷۵}{۴} = ۱۸/۷۵\,y$$

اکنون تعداد هسته‌های فعال A را بعد از ۱۱۲/۵ سال به‌دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۱۱۲/۵}{\frac{۷۵}{۴}} = \frac{۴۵۰}{۷۵} = ۶\ ,\ N = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow N_A = \frac{۳/۲\times ۱۰^{۲۵}}{۲^۶} \Rightarrow N_A = \frac{۳۲\times ۱۰^{۲۴}}{۶۴} \Rightarrow N_A = ۵\times ۱۰^{۲۳}$$

۱۴۳- گزینهٔ ۱ (B) این پدیده برخورد ماده و ضد ماده است که در آن تمام جرم به انرژی تبدیل می‌شود. با توجه به رابطهٔ اینشتین، انرژی هر فوتون خواهد شد:

$$E = mc^۲ \Rightarrow E = (۹\times ۱۰^{-۳۱})\times(۳\times ۱۰^{۸})^۲ \Rightarrow E = ۸۱\times ۱۰^{-۱۵}\,J = \frac{۸۱\times ۱۰^{-۱۵}}{۱/۶۲\times ۱۰^{-۱۹}}\,eV = ۵۰۰۰۰۰\,eV = ۵۰۰\,keV$$

۱۴۴- گزینهٔ ۳ با تبدیل $1g$ ماده به انرژی، انرژی آزاد شده برابر:

$$E=mc^2=1\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2\approx10^{13}J$$

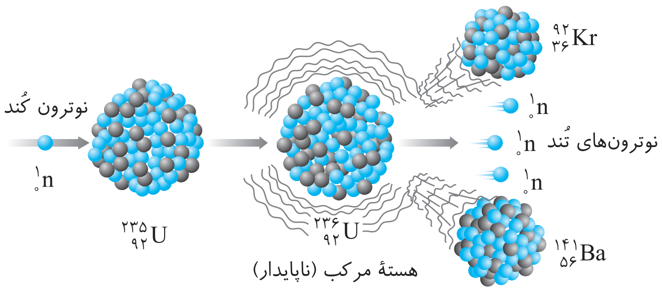
بنزین لازم برای طی مسافت $1000km$ بین تهران تا اهواز را با استفاده از تناسب زیر به‌دست می‌آوریم.

$1000kg$ بنزین لازم برای $\approx100lit$

هر lit بنزین $40kJ\approx10^4J$ انرژی آزاد می‌کند بنابراین انرژی لازم برای هر $1000km$ برابر $100\times10^4=10^6$ می‌باشد. تعداد دفعات طی کردن مسافت تهران تا اهواز و بالعکس با تبدیل $1g$ به انرژی برابر با $\frac{10^{13}}{10^6}=10^7$ است.

۱۴۵- گزینهٔ ۲ شکافت هسته‌ای به فرآیندی گویند که طی آن یک هستهٔ سنگین به دو هستهٔ با جرم کمتر تقسیم می‌شود و گداخت (هم‌جوشی) هسته‌ای به فرآیندی گویند که طی آن دو هستهٔ سبک با هم ترکیب شده و هستهٔ سنگین‌تری به‌وجود می‌آید.

۱۴۶- گزینهٔ ۳ هنگامی که نوترون کند توسط $^{235}_{92}U$ جذب می‌شود پس هسته مرکب $^{236}_{92}U$ ایجاد می‌شود.



۱۴۷- گزینهٔ ۳ واکنش شکافت هسته‌ای به‌صورت مقابل است:

$$^1_0n+^{235}_{92}U\rightarrow^{141}_{56}Ba+^{92}_{36}Kr+3^1_0n$$

هم‌چنین واکنش گداخت نیز به صورت مقابل است:

$$^2_1H+^3_1H\rightarrow^4_2He+^1_0n$$

۱۴۸- گزینهٔ ۱ برای استفاده از اورانیوم در نیروگاه‌های هسته‌ای، باید درصد فراوانی ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ را افزایش داد.

۱۴۹- گزینهٔ ۳ برای استفاده از اورانیوم در راکتورهای هسته‌ای باید از ^{235}U استفاده کرد. زیرا ^{238}U واکنش زنجیره‌ای انجام نمی‌دهد. بخش بزرگی از اورانیوم طبیعی خالص ^{238}U است، بنابراین برای استفاده از اورانیوم در نیروگاه‌های هسته‌ای باید فراوانی ^{235}U را به صورت مصنوعی زیاد کرد که این کار را غنی‌سازی می‌گویند.

۱۵۰- گزینهٔ ۴ به کمک روش‌های فیزیکی فراوانی ^{235}U را افزایش می‌دهند. یادمان باشد که ایزوتوپ‌ها را نمی‌توان با روش‌های شیمیایی از هم جدا کرد زیرا ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای رفتار شیمیایی یکسان هستند.

۱۵۱- گزینهٔ ۲ گزارهٔ (الف): در فرآیند شکافت هسته‌ای، یک هستهٔ سنگین به دو هسته با جرم کمتر تبدیل می‌شود بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست می‌باشد

گزارهٔ (ب): در شکافت هسته‌ای نوترون جذب‌شده توسط $^{235}_{92}U$، کند است و معمولاً پس از شکافت سه نوترون تند داریم بنابراین این گزاره درست است.

گزارهٔ (پ): در معادن اورانیوم به دلیل فراوانی پایین ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ (از هر ۱۴۰ اتم اورانیوم یکی از آن‌ها $^{235}_{92}U$ است)، شکافت هسته‌ای به‌طور طبیعی رخ نمی‌دهد و این گزاره درست است.

گزارهٔ (ت): در رشتهٔ اول واکنش زنجیری یک نوترون توسط $^{235}_{92}U$ جذب می‌شود و پس از شکافت، ۳ نوترون در اختیار داریم پس در بهترین حالت در رشتهٔ دوم واکنش زنجیری سه نوترون می‌توانند توسط $^{235}_{92}U$ جذب شده و واپاشیده شوند و در هر شکافت سه نوترون ایجاد می‌شود پس در این رشته که رشته سوم می‌باشد تعداد نوترون‌ها برابر $3\times3=9$ نوترون می‌باشد بنابراین این گزاره درست است.

۱۵۲- گزینهٔ ۳ برای کنترل آهنگ واکنش شکافت از میله‌هایی از جنس کادمیم و بور استفاده می‌شود.

۱۵۳- گزینهٔ ۴ در واکنش شکافت باید از نوترون کند استفاده کرد. نوترون‌هایی که در اثر واکنش شکافت به‌وجود می‌آیند، دارای انرژی جنبشی زیادی هستند، در واقع نوترون تند هستند که برای کندکردن آن‌ها از آب معمولی، گرافیت (اتم‌های کربن) و آب سنگین (دوتریم) استفاده می‌شود.

۱۵۴- گزینهٔ ۲ در راکتور با خارج کردن و فرو بردن میله‌های کنترل درون آن، جذب نوترون را کنترل کرده، آهنگ واکنش را تنظیم می‌کنند.

۱۵۵- گزینهٔ ۴ راکتور هسته‌ای دارای سوخت هسته‌ای، کندکننده، میله‌های کنترل و شاره‌ای برای خارج ساختن گرما است.

۱۵۶- گزینهٔ ۳ شمارهٔ (۲)، راکتور نیروگاه می‌باشد که درون آن میله‌های سوخت و میلهٔ کنترل که شمارهٔ (۱) است و شاره (آب) برای خروج گرما وجود دارد. هم‌چنین بخار آب پس از چرخاندن توربین به سمت چگالنده که شمارهٔ (۳) است می‌رود تا سرد و دوباره به آب مایع تبدیل شود.

۱۵۷- گزینهٔ ۲ در این واکنش همجوشی هسته‌ای، جرم هستهٔ هلیوم تولید شده، کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است که این کاستی جرم به انرژی تبدیل شده است و انرژی زیادی آزاد می‌شود. (A)

۱۵۸- گزینهٔ ۳ با توجه به اینکه در دو طرف واکنش باید مجموع عددهای جرمی برابر باشد از این‌رو: (A)

$$1+235=138+96+n \Rightarrow n=2$$

۱۵۹- گزینهٔ ۴ با توجه به اینکه مجموع عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش باید برابر باشد. در این صورت: (A)

$$1+235=a+98+4 \Rightarrow a=134 \quad , \quad 0+92=51+b \Rightarrow b=41$$

۱۶۰- گزینهٔ ۱ در هر $235g$ (یک مول) اورانیوم، 6×10^{23} اتم وجود دارد. بنابراین در m گرم آن تعداد اتم‌ها برابر است با: (B)

$$\text{تعداد اتم‌های } {}^{235}U = \frac{m}{235}\times6\times10^{23}$$

انرژی آزاد شده از این تعداد باید برابر انرژی حاصل از سوختن $1kg$ زغال باشد که برابر $30MJ$ است از این‌رو:

$$30\times10^{6}=\frac{m}{235}\times6\times10^{23}\times200\times10^{6}\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow m=\frac{235}{40\times1/6\times10^{6}} \Rightarrow m=367\times10^{-5}g=3/67mg$$

۱۶۱- گزینهٔ ۱ در واکنش شکافت $236=1+235$ نوکلئون شرکت دارند و انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون خواهد شد: (A)

$$E=\frac{200}{236}MeV$$

در واکنش گداخت دوتریم با تریتیم $5=3+2$ نوکلئون شرکت دارند و انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون خواهد شد.

$$E'=\frac{17/5}{5}=3/5 \qquad , \qquad \frac{E'}{E}=\frac{3/5}{\frac{200}{236}}=\frac{236\times3/5}{200}=\frac{118\times3/5}{100}=4/13$$

۱۶۲- گزینهٔ ۱ انرژی برق تولید شده در سال برابر است با: (B)

$$E_o=Pt=3\times10^{9}\times365\times24\times60\times60 \Rightarrow E_o\approx1\times10^{9}\times10^{2}\times10\times10^{2}\times10^{2}=10^{16}J$$

این انرژی ٪۲۰ انرژی مصرفی در نیروگاه است از این رو:

$$Ra=\frac{E_o}{E_i} \Rightarrow \frac{20}{100}=\frac{E_o}{E_i} \Rightarrow E_i=10^{16}\times\frac{10^{2}}{20} \Rightarrow E_i\approx10^{16}\times\frac{10^{2}}{10}=10^{17}J$$

تعداد اتم‌های شکافته شده خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} \text{یک شکافت} & 200\times10^{6}\times1/6\times10^{-19}J \\ \hline N\ \text{شکافت} & 10^{17}J \end{array} \Rightarrow N=\frac{10^{17}}{200\times1/6\times10^{-13}} \Rightarrow N\approx\frac{10^{17}}{10^{2}\times1\times10^{-13}} \Rightarrow N=10^{28}\ \text{اتم}$$

هر $235g$ اورانیوم ${}^{235}U$ دارای 6×10^{23} اتم است بنابراین:

$$\begin{array}{c|c} 6\times10^{23} & 235 \\ \hline 10^{28} & m \end{array} \Rightarrow m=\frac{235\times10^{28}}{6\times10^{23}}\approx\frac{10^{2}\times10^{28}}{10\times10^{23}}=10^{6}g=10^{3}kg$$

پاسخ آزمون

۱- گزینهٔ ۴ هرچه هسته سنگین‌تر شود یعنی عدد اتمی افزایش یابد نسبت $\frac{N}{Z}$ بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است.

نیروی هسته‌ای بین دو نوکلئون وجود دارد، دو نوکلئون می‌توانند هر دو پروتون یا هر دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون باشد یعنی نیروی هسته‌ای به نوع نوکلئون بستگی ندارد و گزینهٔ (۲) درست است.

هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از $Z=۸۳$ که متعلق به بیسموت ${}^{۲۰۹}_{۸۳}Bi$ است، ناپایدارند و گزینهٔ (۳) درست است.

رفتار شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل داشتن عدد اتمی یکسان و ساختار ترازهای انرژی اتمی یکسان، شبیه به هم است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

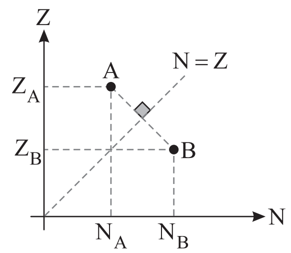
۲- گزینهٔ ۴ در واکنش‌های شیمیایی مانند ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-۴}_{Z-۱}Y + {}^{۴}_{۲}\alpha + -i\beta$ همواره مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است و هم‌چنین مجموع عدد اتمی با هم یکسان بوده که این بیانی از قانون پایستگی بار الکتریکی است و گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند اما در بحث انرژی بستگی هسته متوجه شدیم که جرم در واکنش‌های هسته‌ای پایسته نمی‌ماند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

۳- گزینهٔ ۳ با توجه به بردارهای نیروی رسم شده در شکل، نیروی هسته‌ای بین دو نوترون و یا دو پروتون و یا یک نوترون و یک پروتون وجود دارد یعنی از دید نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نیست بنابراین گزارهٔ (الف) را می‌توان نتیجه گرفت.

از طرفی در شکل نشان داده شده است که هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های مجاورش نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی هسته‌ای را کوتاه‌برد نشان می‌دهد و گزارهٔ (ب) نیز درست است.

این طرحواره در مورد واپاشیدن هسته چیزی به ما ارائه نمی‌دهد و گزارهٔ (پ) نادرست است.

۴- گزینهٔ ۱ خط‌چین $N=Z$ (چون مقدار محور قائم و مقدار محور افقی با هم برابرند.) پس شیب خط برابر ۱ است بنابراین خط رسم شده بین A و B چون بر خط $N=Z$ عمود است دارای شیب ۱− می‌باشد.



$$\text{شیب خط } AB = \frac{Z_A - Z_B}{N_A - N_B} = -۱$$

$$Z_A - Z_B = N_B - N_A \Rightarrow N_A + Z_A = N_B + Z_B$$

بنابراین عدد جرمی‌های دو اتم A و B با هم برابر می‌باشد.

۵- گزینهٔ ۳ از تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها هر کدام یک واحد کاسته شده است. بنابراین ذرهٔ گسیل شده هستهٔ دوتریم ${}^{۲}_{۱}D$ خواهد بود.

نیمه‌عمر عنصر پرتوزا: زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد. $(T_{\frac{۱}{۲}})$

برای تعداد نیمه‌عمرهای عدد صحیح، تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده را می‌توانیم از رابطه‌های زیر به‌دست آوریم:

$$N = \frac{N_\circ}{۲^n} \quad , \quad n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

$N_\circ$ تعداد هسته‌های اولیه، N تعداد هسته‌های باقی‌مانده، $T_{\frac{۱}{۲}}$ نیمه عمر، t مدت زمان سپری شده و n تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده است.

نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا به دما، فشار یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بستگی ندارد و تنها تابع نوع هسته است.

۶- گزینهٔ ۱ اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها (ZM_p) و جرم نوترون‌ها (NM_n) تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است، البته جرم اتم با توجه به کوچک بودن جرم الکترون‌های مدارهای اتم نیز از جرم مجموع نوکلئون‌ها کمتر است و هرچه این کاستی جرم هسته بیشتر باشد نشان‌دهندهٔ بزرگی انرژی بستگی هسته است.

۷- گزینهٔ ۱ با توجه به تعریف انرژی بستگی هسته، این مقدار تغییر جرم به انرژی تبدیل شده است و بنا به رابطهٔ اینشتین خواهیم داشت:

$$E = mc^۲ \Rightarrow E = ۰/۰۰۲ \times ۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۷} \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲ \Rightarrow E = ۲/۹۸۸ \times ۱۰^{-۱۳} J$$

۸- گزینهٔ ۴ در واکنش هسته‌ای، مجموع بار الکتریکی و مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است.

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A'}_{Z'}Y + a\,{}^{۴}_{۲}He + b\,{}_{-۱}^{\circ}e$$

با توجه به فرض سؤال، از عدد جرمی ۴ واحد کم شده $(A' = A - ۴)$ و عدد اتمی ثابت مانده است $(Z = Z')$ بنابراین:

$$A = A' + ۴a \xrightarrow{A' = A - ۴} A = A - ۴ + ۴a \Rightarrow a = ۱ \quad \text{یک ذرهٔ آلفا}$$

$$Z = Z' + ۲a - b \xrightarrow[a=۱]{Z = Z'} ۰ = ۲ - b \Rightarrow b = ۲ \quad \text{دو ذرهٔ بتا}$$

۹- گزینهٔ ۳ A
با توجه به رابطهٔ بین جرم و انرژی می‌توان نوشت:

$$E=mc^{۲}\Rightarrow E=۲\times۱۰^{-۶}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}\Rightarrow E=۱۸\times۱۰^{۱۰}\,J$$

هر $۱kWh$ برابر $۳/۶\times۱۰^{۶}\,J$ است، از این‌رو:

$$E=\frac{۱۸\times۱۰^{۱۰}}{۳/۶\times۱۰^{۶}}\Rightarrow E=۵\times۱۰^{۴}\,kWh$$

۱۰- گزینهٔ ۲ A
در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$^{۲۴۳}_{۹۵}X\rightarrow{}^{۲۲۳}_{۹۱}Y+a\,^{۴}_{۲}He+b\,^{۰}_{-۱}e\Rightarrow\begin{cases}۴a=۲۰\Rightarrow a=۵\\ ۲a-b=۴\Rightarrow b=۶\end{cases}$$

۱۱- گزینهٔ ۴ A
در واپاشی آلفازا، از عدد اتمی ۲ واحد و از عدد جرمی ۴ واحد کاسته می‌شود در این صورت:

$$^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb+{}^{۴}_{۲}\alpha\Rightarrow{}^{۲۱۱}_{۸۴}X$$ هستهٔ مادر

در واپاشی بتازا، عدد جرمی ثابت و به عدد اتمی یک واحد اضافه می‌شود.

$$^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb+{}^{۰}_{-۱}\beta\Rightarrow{}^{۲۰۷}_{۸۱}X$$ هستهٔ مادر

۱۲- گزینهٔ ۴ A
با توجه به رابطهٔ واپاشی هسته‌های رادیواکتیو خواهیم داشت:

$$N=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\xrightarrow{n=۵}N=\frac{N_{۰}}{۲^{۵}}\Rightarrow N=\frac{N_{۰}}{۳۲}\;,\;\Delta N=N_{۰}-N=\frac{۳۱N_{۰}}{۳۲}\Rightarrow\Delta N\approx ۹۷\%N_{۰}$$

۱۳- گزینهٔ ۲ A
با توجه به رابطهٔ تعداد هسته‌ها فعال با نیمه‌عمر خواهیم داشت:

$$N=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\xrightarrow{N=۱/۵۶\%N_{۰}}\frac{۱/۵۶N_{۰}}{۱۰۰}=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\Rightarrow\frac{۱}{۶۴}=\frac{۱}{۲^{n}}\Rightarrow ۲^{n}=۶۴\Rightarrow n=۶\;,\;t=nT\Rightarrow t=۶\times۵۷۳۰\Rightarrow t=۳۴۳۸۰s$$

با توجه به‌صورت سؤال که سن تقریبی را خواسته است $۱/۵۶\%$ را معادل $\frac{۱}{۶۴}$ گرفته‌ایم.

۱۴- گزینهٔ ۳ A
تعداد هسته‌های موجود A و B در هر مرحله از واپاشیدن برابر تعداد هسته‌های اولیه عنصر پرتوزای A است، بنابراین:

$N_{۰A}$: تعداد هسته‌های اولیه A

N_{MB} : تعداد هسته‌های B در نقطه M

N_{MA} : تعداد هسته‌های A در نقطه M

$$N_{۰A}=(N_{MA}+N_{MB})$$

$$N_{۰A}=(N_{MA}+۱۵N_{MA})\Rightarrow N_{۰A}=۱۶N_{MA}\Rightarrow N_{MA}=\frac{۱}{۱۶}N_{۰A}$$

یعنی بعد از گذشتن ۴ نیمه عمر به حالت M می‌رسد. $۴\times۱/۲\times۱۰^{۹}=۴/۸\times۱۰^{۹}$ سال یا ۴/۸ میلیارد سال

۱۵- گزینهٔ ۲ B
۰/۷ درصد از ۱۰۰ گرم برابر $۰/۷g$ اورانیم ^{۲۳۵}U است. در هر ۱ مول عنصر $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم وجود دارد بنابراین در هر مول از اورانیم یعنی در هر $۲۳۵g$ اورانیم $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم ^{۲۳۵}U وجود دارد بنابراین در $۷g$ تعداد اتم‌ها خواهد شد:

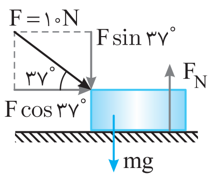
$$n=\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}{۲۳۵}\times۰/۷$$

انرژی آزادشده خواهد شد:

$$E=\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}{۲۳۵}\times۰/۷\times۲۰۰=\frac{۱۰\times۱۰^{۲۳}}{۱\times۱۰^{۲}}\times۱\times۲۰۰=۱۰^{۲۴}\,MeV\Rightarrow E=۱۰^{۲۱}\,GeV$$

ضمیمه ۲ کاربرد مشتق در حرکت‌شناسی

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱- گزینهٔ ۴ Ⓐ مشـتق مکان نسبت به زمان برابر سرعت لحظه‌ای است $v=x'$ و علامت سرعت به تنهایی دربارهٔ نوع حرکت چیزی را مشخص نمی‌کند. $x'>0$ تنها نشان می‌دهد که متحرک در جهت مثبت محور در حال پیشـروی اسـت و ممکن است مقدار سرعت ثابت باشد و یا سـرعت در حال کاهش (حرکت کندشونده) و یا در حال افزایش (حرکت تندشونده) باشد.

فراموش نکنیم که برای مشخص شدن کندشونده و تندشونده بودن حرکت باید علامت سرعت و علامت شتاب هر دو مشـخص باشـد. اگر بردار سـرعت و شتاب هم‌علامت باشند $(av>0)$ حرکت تندشـونده و اگر بردار سرعت و شتاب هم‌علامت نباشند $(av<0)$ حرکت کندشونده است.

۲- گزینهٔ ۱ Ⓐ متحرکی که روی خط راسـت (محور x ها) در حرکت اسـت، برای تغییر جهت ابتدا باید سـرعتش صفر شود. از این‌رو ابتدا معادلهٔ سرعت-زمان را به کمک مشتق‌گیری از معادلهٔ مکان-زمان به دست آورده، لحظهٔ صفر شدن سرعت و تغییر جهت را حساب می‌کنیم:

$$v=x' \Rightarrow v=3t^2-3 \xrightarrow{v=0} 3t^2-3=0 \Rightarrow t^2=1 \Rightarrow t=1s$$

$$x=t^3-3t+1 \Rightarrow x=1-3+1 \Rightarrow x=-1m$$

۳- گزینهٔ ۲ Ⓐ بازهٔ زمانی ثانیهٔ دوم یعنی از $t=1s$ تا $t=2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v=x' \Rightarrow v=3t^2-3 \xrightarrow{v=0} 3t^2-3=0 \Rightarrow t=1s$$

بنابراین در بازهٔ مورد نظر تغییر جهت رخ نمی‌دهد و مسافت طی شده با جابه‌جایی متحرک یکسان است:

$$\begin{cases} t_1=1s \Rightarrow x_1=1-3+1=-1m \\ t_2=2s \Rightarrow x_2=8-3\times2+1=+3m \end{cases} \Rightarrow \Delta x=x_2-x_1 \Rightarrow \Delta x=3-(-1)=4m$$

۴- گزینهٔ ۴ Ⓑ بازهٔ زمانی دو ثانیهٔ اول یعنی از $t=0$ تا $t=2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه، سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v=x' \Rightarrow v=3t^2-3 \xrightarrow{v=0} 3t^2-3=0 \Rightarrow t=1s$$

$$x=(1)^3-3\times(1)^2+1 \Rightarrow x=-1m$$

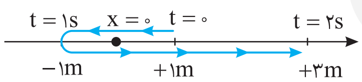
بنابراین متحرک در لحظهٔ $t=1s$ و مکان $x=-1m$ تغییر جهت داده است.

اکنون مکان متحرک در ابتدا و انتهای بازهٔ مورد نظر را به‌دست می‌آوریم:

$$t=0 \Rightarrow x=+1m$$

$$t=2s \Rightarrow x=8-6+1=+3m$$

پس متحرک از مکان $+1m$ به مکان $-1m$ رفته و سـپس به مکان $x=+3m$ برگشـته اسـت و مسافت طی‌شده برابر است با: $2+4=6m$



۵- گزینهٔ ۲ Ⓐ مسـافت طی‌شـده در ثانیهٔ دوم، یعنی مسـافت طی‌شـده در بـازهٔ زمانی $t=1s$ تـا $t=2s$. بنابراین در معادلهٔ حرکـت $t_1=1s$ و $t_2=2s$ را قرار می‌دهیم و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$x=2t^3+3t: \begin{cases} t=1s \Rightarrow x_1=5m \\ t=2s \Rightarrow x_2=22m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(2)}=22-5=17m$$

دقت کنید اگر معادلهٔ سرعت-زمان این متحرک را به‌دست آوریم سرعت صفر نمی‌شود و متحرک در هیچ لحظه‌ای پس از $t=0$ تغییر جهت نمی‌دهد و مسافت طی‌شده همان جابه‌جایی است.

$$v=x' \Rightarrow v=6t^2+3 \Rightarrow v\neq 0$$

۶- گزینهٔ ۴ Ⓐ ابتدا معادلهٔ سرعت-زمان را به‌دست می‌آوریم. در مدتی که متحرک دارای سرعت منفی می‌باشد، متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است.

$$v=x' \Rightarrow v=3t^2-6 \Rightarrow 3t^2-6=0 \Rightarrow t^2=2 \Rightarrow t=\sqrt{2}s$$

اکنون سرعت را تعیین علامت می‌کنیم؛ با توجه به جدول روبه‌رو، متحرک در بازهٔ $t=0$ تا $t=\sqrt{2}s$ در جهت منفی محور در حال حرکت است.

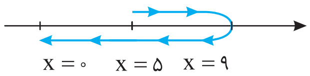
t	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
v		−	0	+	
			تغییر جهت		

۷- گزینهٔ ۴ B **راه‌حل اول:** مسافت طی شده یعنی طول کل مسیری که متحرک در ۵ ثانیه طی می‌کند. پس باید بررسی کرد که متحرک متوقف می‌شود و جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد یا خیر؟ برای این منظور ابتدا معادلهٔ سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=-۲t+۴\xrightarrow{v=۰}-۲t+۴=۰\Rightarrow t=۲s$$

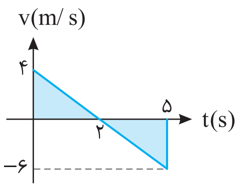
پس در لحظهٔ $t=۲s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. حال مکان تغییر جهت را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$x=-t^{۲}+۴t+۵\xrightarrow{t=۲s}x=-۴+۸+۵=۹m$$



در لحظهٔ $t=۰$ متحرک در مکان $+۵m$، در لحظهٔ $t=۲s$ در مکان $+۹m$ و در لحظهٔ $t=۵s$ در مکان $x=۰$ است. پس در کل، مسافت طی شده برابر است با: $۴+۹=۱۳m$

راه‌حل دوم: می‌توانیم نمودار سرعت - زمان $v=-۲t+۴$ را در مدت $۵s$ رسم کرده و قدرمطلق سطح‌های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.



$$\text{مسافت طی شده}=\left|\frac{۴\times۲}{۲}\right|+\left|\frac{-۶\times۳}{۲}\right|=۱۳m$$

۸- گزینهٔ ۴ A ابتدا معادلهٔ سرعت - زمان را به‌دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم. در بازهٔ زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است و در بازهٔ زمانی که سرعت مثبت است، متحرک در جهت مثبت محور در حرکت است.

$$v=x'\Rightarrow v=۳t^{۲}+۴t=۰\Rightarrow t=۰\quad,\quad t=-\frac{۴}{۳}s\ \text{غ ق ق}$$

در تمام مدت حرکت متحرک پس از لحظهٔ $t=۰$، همواره سرعت مثبت و همواره حرکت در جهت مثبت محور x ها است.

۹- گزینهٔ ۴ A در حرکت کندشونده، سرعت متحرک در حال کاهش است و بردار شتاب و بردار سرعت در خلاف جهت هم هستند. معادلهٔ سرعت - زمان و معادلهٔ شتاب - زمان را به‌دست آورده و آن‌ها را تعیین‌علامت می‌کنیم:

$$v=x'\Rightarrow v=-۳t^{۲}-۴t\xrightarrow{v=۰}\begin{cases}t=۰\\ t=-\frac{۴}{۳}s\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$a=v\Rightarrow a=-۶t-۴\xrightarrow{a=۰}t=-\frac{۲}{۳}s\ \text{غ ق ق}$$

t	۰ $+\infty$
v	−
a	−
av	+

با توجه به جدول تعیین‌علامت، هرگز حرکت این متحرک کندشونده نخواهد بود.

۱۰- گزینهٔ ۲ A متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد. معادلهٔ سرعت - زمان را به‌دست آورده، سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v=x'\Rightarrow v=t^{۲}+۳t-۴$$

$$v=۰\Rightarrow t^{۲}+۳t-۴=۰\Rightarrow(t-۱)(t+۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\\ t=-۴s\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

در لحظهٔ $t=۱s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۱۱- گزینهٔ ۱ A متحرک لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد.

$$v=x'\Rightarrow v=۳t^{۲}-۶t+۳\xrightarrow{v=۰}۳(t^{۲}-۲t+۱)=۰\Rightarrow۳(t-۱)^{۲}=۰\Rightarrow t=۱s$$

با آن‌که در لحظهٔ $t=۱s$ سرعت صفر می‌شود اما تغییر علامت نمی‌دهد و سرعت $۳(t-۱)^{۲}$ همواره مثبت است بنابراین متحرک در هیچ لحظه‌ای تغییر جهت نمی‌دهد.

۱۲- گزینهٔ ۴ A می‌دانیم سرعت لحظه‌ای، مشتق مکان نسبت به زمان است، بنابراین باید از خود بپرسیم از چه عبارتی مشتق بگیریم تا $-۶t^{۲}$ به‌دست آید که قطعاً $-۲t^{۳}$ به ذهن ما می‌رسد و با گرفتن مشتق از $۳t^{۲}$ عبارت $۶t$ به‌دست می‌آید، از این‌رو معادلهٔ مکان - زمان متحرک خواهد شد: $x=-۲t^{۳}+۳t^{۲}+x_{۰}$

با توجه به فرض پرسش در $t=۱s$، $x=-۲m$ می‌باشد:

$$-۲=۲\times(۱)^{۳}+۳\times(۱)^{۲}+x_{۰}\Rightarrow x_{۰}=-۳m$$

$$x=-۲t^{۳}+۳t^{۲}-۳$$

البته بدون حل نیز می‌توان گزینهٔ (۴) را انتخاب کرد، زیرا معادلهٔ سرعت - زمان تابع درجهٔ ۲ است و قطعاً معادلهٔ مکان - زمان تابع درجهٔ ۳ است.

۱۳- گزینهٔ ۴ A هرگاه در یک پرسش، که معادلهٔ مکان - زمان در آن مشخص است در مورد مسافت طی‌شده سؤال شود، ابتدا باید مشخص گردد که در بازهٔ زمانی مورد نظر، متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟ برای این منظور باید تعیین کرد در چه لحظه‌ای و در چه مکانی سرعت صفر می‌شود.

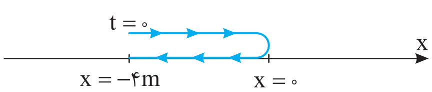
$$v=x'\Rightarrow v=-۲t+۴\xrightarrow{v=۰}-۲t+۴=۰\Rightarrow t=۲s$$

$$x=-(۲)^{۲}+۴\times۲-۴=۰$$

حال مکان متحرک را در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی به‌دست می‌آوریم:

$$t_{۱}=۰\Rightarrow x_{۱}=-۴m$$

$$t_{۲}=۴s\Rightarrow x_{۲}=-۱۶+۱۶-۴=-۴m$$



با توجه به شکل مسافت طی‌شده برابر است با:

$$d=۴+۴=۸m$$

۱۴- گزینهٔ ۴ ابتدا معادلهٔ سرعت- زمان و معادلهٔ شتاب- زمان را به کمک مشتق‌گیری به دست می‌آوریم.

$$v=x'\Rightarrow v=3t^2-12t+9$$
$$a=v'\Rightarrow a=6t-12$$

برای تغییر جهت بردار شتاب باید ابتدا شتاب صفر شود و سپس تغییر علامت دهد. از این‌رو شتاب را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$a=0\Rightarrow 6t-12=0\Rightarrow t=2s$$

معادلهٔ شتاب تابع درجه یک است که در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد بنابراین در $t=2s$ بردار شتاب تغییر جهت می‌دهد. گزینهٔ (۱) درست است.

برای بررسی تغییر جهت بردار سرعت، معادلهٔ سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$3t^2-12t+9=0\Rightarrow t^2-4t+3=0\Rightarrow (t-1)(t-3)=0\Rightarrow\begin{cases}t=1s\\t=3s\end{cases}$$

در معادلهٔ درجه ۲ در دو طرف ریشه تغییر علامت وجود دارد پس سرعت در لحظه‌های $t=1s$ و $t=3s$ تغییر علامت می‌دهد و گزینهٔ (۲) درست است.

در لحظهٔ $t=4s$ سرعت و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix}v=3(4)^2-12(4)+9\Rightarrow v=48-48+9=9>0\\a=6(4)-12=12>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow av>0 \text{ حرکت تندشونده}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

۱۵- گزینهٔ ۴ ابتدا معادلهٔ شتاب-زمان را با مشتق‌گیری از معادلهٔ سرعت- زمان به دست می‌آوریم.

$$a=v'\Rightarrow a=-16t$$

کاملاً مشخص است که با گذشت زمان، بزرگی شتاب در حال افزایش است و گزینهٔ (۱) نادرست است، همچنین گزینهٔ (۳).

سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=0\Rightarrow 200-8t^2=0\Rightarrow t^2=25\Rightarrow t=5s,\ t=-5s \quad \text{غ.ق.}$$

علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت ضریب t^2 بوده و مطابق جدول روبه‌رو در بازهٔ صفر تا $+5s$ سرعت مثبت اما شتاب $(a=-16t)$ منفی بوده و حرکت کندشونده است بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. همچنین در بازهٔ صفر تا $+5s$ علامت سرعت مثبت بوده و حرکت در جهت محور xها است و برای $t>5s$ علامت سرعت منفی شده و در خلاف جهت محورxها بوده بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

t	$-\infty$	-5	0	$+5$	$+\infty$
v	$-$	$+$	$+$	$-$	
a	غ.ق.ق		$-$	$-$	

۱۶- گزینهٔ ۲ معادلهٔ سرعت- زمان و معادلهٔ شتاب-زمان را به کمک مشتق‌گیری به‌دست می‌آوریم.

$$v=x'\Rightarrow v=6t-3t^2\xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}}a=6-6t$$

ریشهٔ معادلهٔ شتاب- زمان را به دست می‌آوریم زیرا در لحظه‌ای که شتاب صفر می‌شود و تغییر علامت می‌دهد جهت بردار شتاب عوض می‌شود.

$$a=0\Rightarrow 6-6t=0\Rightarrow t=1s$$

تابع درجه یک بوده و علامت آن در دو طرف ریشه تغییر می‌کند، پس جهت بردار شتاب در لحظهٔ $t=1s$ عوض می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است.

ریشهٔ معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم.

t	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
v		$+$	$+$	$-$	
a	غ.ق.ق	$+$	$-$	$-$	
av		$+$ تندشونده	$-$ کندشونده	$+$ تندشونده	

$$v=0 \Rightarrow 6t-3t^2=0\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=2s\end{cases}$$

پس در بازهٔ صفر تا $2s$ علامت سرعت عوض نمی‌شود و جهت حرکت جسم تغییر نمی‌کند بنابراین گزینهٔ (۲) درست و گزینهٔ (۳) نادرست است. هر چند که حل مسأله تمام شده، گزینهٔ (۴) را نیز بررسی می‌کنیم. هر دو معادلهٔ سرعت و شتاب را تعیین علامت می‌کنیم با توجه به جدول گزینهٔ (۴) نادرست است.