

پاسخ ریاضی (۱۴۰۱)

۱۲۰۱۷ A

ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۶ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱۰۰۰ \text{m}}{۱ \text{km}} \times \frac{۱ \text{mi}}{۱۸۰۰ \text{m}} = ۱۲۰ \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$۱۲۰ \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{۱ \text{h}}{۶۰ \text{min}} = ۲ \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

۲۲۰۱۸ A

ضریب انبساط طولی (α) ، $\frac{۱}{^\circ\text{C}} \times ۳ \times ۱۰^{-۵}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی

۳α برابر $\frac{۱}{^\circ\text{C}} \times ۹ \times ۱۰^{-۵}$ می‌شود، همچنین تغییرات دما ۲۰۰°C است. چون در سؤال

گفته شده، دما ۲۰۰°C افزایش یافته است.

پیداوی درصد تغییرات حجمی برابر $۳\alpha \Delta\theta \times ۱۰۰$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{V_1 ۳\alpha \Delta\theta}{V_1} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = ۱/۸\% = ۹ \times ۱۰^{-۵} \times (۲۰۰) \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = ۱/۸\%$$

۴۲۰۱۹ B

۱ اندازه نیروی مغناطیسی از رابطه

$$F = I \ell B \sin \alpha \quad \text{به دست می‌آید. } \alpha \text{ زاویه بین } B \text{ و } I \text{ است.}$$

پیداوی هر گاوس برابر $۱۰^{-۴}$ تسلا است.

$$B = ۰ / \Delta G$$

$$F = I \ell B \sin \alpha \xrightarrow{\alpha = 90^\circ, \ell = r/fm} \xrightarrow{I = r/\Delta A}$$

$$F = ۲/5 \times ۲/۴ \times (۰/5 \times ۱۰^{-۴}) \Rightarrow F = ۳ \times ۱۰^{-۴} \text{ N}$$

۲ برای به دست آوردن جهت، چهار انگشت دست

راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری که کف

دست در جهت میدان مغناطیسی درونش باشد، در

این حالت شست دست راست جهت نیرو را مشخص

می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.

۳۲۰۲۰ B

راه حل اول: هسته مادر را با نماد X و هسته دختر را با نماد Y نشان می‌دهیم:

$$\begin{matrix} \text{هسته مادر} \\ N = ۷۱ \\ Z = ۵۳ \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{هسته دختر} \\ N = ۷۲ \\ Z = ۵۲ \end{matrix}$$

$$Z = ۵۳$$

$$Z = ۵۲$$

$$A = Z + N \Rightarrow A = ۵۳ + ۷۱ = ۱۲۴$$

$$A = Z + N \Rightarrow A = ۵۲ + ۷۲ = ۱۲۴$$

$$\frac{A}{Z} X \Rightarrow \frac{۱۲۴}{۵۳} X$$

$$\frac{A}{Z} Y \Rightarrow \frac{۱۲۴}{۵۲} Y$$

$$۱۲۴ X \rightarrow ۱۲۴ Y + \dots$$

حال معادله واکنش را می‌نویسیم:

برای آنکه عدد اتمی دو طرف معادله یکسان باشد ذره ^0_+1e گسیل شده باشد،

یعنی در واپاشی گسیل پوزیترون داریم.

راه حل دوم: با توجه به شکل هسته‌ها، یک پروتون به یک نوترون تبدیل شده چون

تعداد پروتون هسته دختر یک واحد کم و تعداد نوترون آن یک واحد افزایش یافته است.

در واپاشی (گسیل) پوزیترون یک پروتون به یک نوترون تبدیل می‌شود.

۱۲۰۲۱ B

پیداوی تندی انتشار موج در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \ell}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{۲}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

با توجه به اینکه چگالی و سطح مقطع داده شده از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ برای حل استفاده

می‌کنیم، دقت کنید در این رابطه باید واحد چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد و بنابراین ابتدا $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

را به $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ تبدیل می‌کنیم:

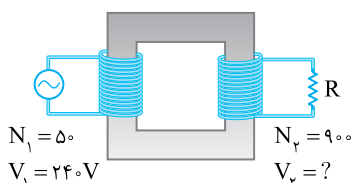
$$\rho = ۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = ۸۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad A = ۲ \text{mm}^2 = ۲ \times ۱۰^{-۶} \text{m}^2$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow ۲۵ = \sqrt{\frac{F}{۸۰۰۰ \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}} \xrightarrow{\text{به توان دو}} ۶۲۵ = \frac{F}{۱۶ \times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow F = ۱۰ \text{N}$$

۴۲۰۲۲ A

در یک مبدل تعداد دور با ولتاژ دو سر مبدل رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{۲۴۰} = \frac{۹۰۰}{۲۴۰} \Rightarrow V_2 = ۴۳۲۰ \text{V}$$



۴۲۰۲۳ A

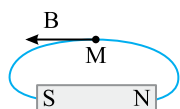
عقربه مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A با توجه به عقربه مغناطیسی به گونه‌ای است که

خط میدان از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان

N است:

۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است:



۳۲۰۲۴ B

۱ بسامد تار مرتعش از رابطه $f_n = \frac{nv}{2\ell}$ به دست می‌آید. f_1 برابر ۱۶Hz و

f_4 برابر ۳۲۰Hz است بنابراین:

$$\begin{cases} f_4 = \frac{4v}{2\ell} \\ f_1 = \frac{v}{2\ell} \end{cases} \Rightarrow f_4 - f_1 = \frac{3v}{2\ell} \xrightarrow{f_4 = 320 \text{Hz}, f_1 = 16 \text{Hz}} \frac{3v}{2\ell} = 304 \text{Hz}$$

بسامد f_1 برابر $\frac{v}{2\ell}$ و بسامد f_4 برابر $\frac{3v}{2\ell}$ است:

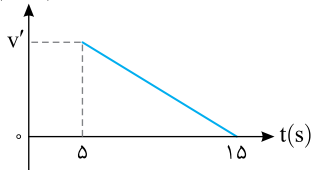
$$f_4 - f_1 = \frac{3v}{2\ell} - \frac{v}{2\ell} \Rightarrow \frac{2v}{2\ell} = 304 \text{Hz}$$

۲۲۰۲۵ A

معادله جریان متناوب برابر $I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t$ است:

$$\begin{cases} I_{\max} = ۲ \text{A} \\ T = ۰.۰۲ \text{s} \end{cases} \Rightarrow I = ۲ \sin \frac{2\pi}{0.02} t \Rightarrow I = ۲ \sin ۱۰۰\pi t$$

v(m/s)



۲ شتاب در بازه ۵s تا

برابر شیب خط نمودار
در این بازه است:

$$a_v = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_v = \frac{-v'}{10}$$

۳ سرعت در t=۲s و t=۱۱s را

حساب می‌کنیم:

$$v_t = at + v_1 \Rightarrow v_{t=2s} = \frac{v'}{5} \times 2$$

$$\Rightarrow v_{t=2s} = \frac{2v'}{5}$$

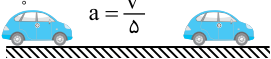
$$v_t = at + v_1 \xrightarrow{\Delta t=6s} \rightarrow$$

$$v_{t=11s} = \frac{-v'}{10} \times 6 + v' = \frac{4v'}{10} = \frac{2v'}{5}$$

t=۰

v_۰=۰

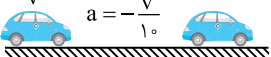
t=۲s



t=۵s

v'

t=۱۱s

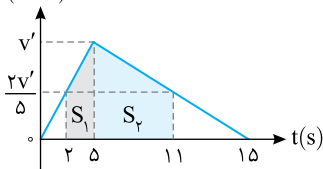


۴ حال با توجه به سطح زیر نمودار v-t که برابر جابه‌جایی است خواهیم داشت:

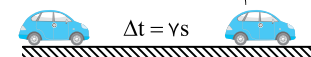
$$\Delta x = S_1 + S_2 \Rightarrow 126 = \frac{v' \left(\frac{2v'}{5} + v' \right)}{2} + \frac{v' \left(\frac{2v'}{5} + v' \right)}{2}$$

$$\Rightarrow 126 = \frac{2}{2} \left(\frac{2v'^2}{5} + \frac{v'^2}{2} \right) \Rightarrow 126 = \frac{2}{2} \left(\frac{4v'^2 + 5v'^2}{10} \right) \Rightarrow 126 = \frac{9v'^2}{5} \Rightarrow v' = 20 \text{ m/s}$$

v(m/s)



v' = 20 m/s

v_۲ = ?

t=۵s a=-۲m/s² t=۱۲s

$$v_t = at + v' \Rightarrow v_{t=12s} = -2 \times 12 + 20 = -4 \text{ m/s}$$

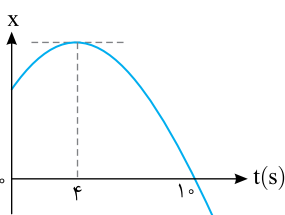
می‌شود:

در بازه ۵s تا ۱۵s شتاب برابر

$$\frac{-v'}{10} = \frac{-20}{10} = -2 \text{ m/s}^2 \text{ است و}$$

سرعت در هر ثانیه ۲m/s² کم

B ۲۰۳۰

v_۱ = ?v_۲ = ۰

t=۲s t=۵s

۱ شتاب حرکت را ثابت و

برابر a می‌گیریم. سرعت در t=۴s

که رأس سهمی است برابر صفر است

زیرا در نمودار x-t شیب خط

مماس برابر سرعت بوده که مطابق

شکل این شیب در لحظه t=۴s برابر

صفر است:

۱ سرعت در t=۴s برابر صفر

است. سرعت در t=۲s را به‌دست

می‌آوریم:

$$v_t = at + v_1 \Rightarrow 0 = 2a + v_1$$

$$\Rightarrow v_1 = -2a$$

تندی در t=۲s برابر |۲a| است.

۲ سرعت در لحظه t=۴s برابر

صفر است. سرعت در t=۸s را

به‌دست می‌آوریم:

$$v_t = at + v_1 \Rightarrow v_{t=8s} = 4a$$

تندی در t=۸s برابر |۴a| است.

v_۳ = ۰v_۲ = ?

t=۴s t=۸s

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{|4a|}{|-2a|} = 2$$

۳ نسبت تندی v_۳ و v_۱ را حساب می‌کنیم:

B ۲۰۲۶

۱ حفظی

جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

الف) کار نیروی سطح برابر برابند کار عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی اصطکاک داشته و گزاره (الف) نادرست است. ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل

$$E = K + U \xrightarrow{\text{U کم شده}} \downarrow E$$

گرانشی کاهش یافته پس:

گزاره (ب) درست است.

پ) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_t = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است. در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g = mg\Delta h)$ و گزاره (پ) نادرست است.

ت) با توجه به توضیحات گزاره (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

B ۲۰۲۷

۲ پادآوری

کار انجام شده در فرایند فشار ثابت از رابطه $W = -P\Delta V = -nRT\Delta V$ به‌دست می‌آید.

تغییرات حجم و فشار داده شده پس:

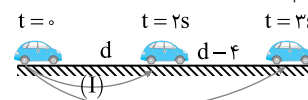
$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P=1.0^5 \text{ Pa}} \xrightarrow{V_2-V_1=1/5-2=-1/5 \text{ L}} W = -1.0^5 \left(-\frac{1}{5} \times 10^{-3} \right) = 50 \text{ J}$$

B ۲۰۲۸

۳ حفظی

شتاب حرکت مثبت بوده و با توجه به سؤال متحرک در جهت محور X در حال حرکت بوده پس سرعت نیز مثبت است. حرکت تندشونده $(a_v > 0)$ با شتاب ثابت بوده و تغییر جهت نداریم بنابراین مسافت و جابه‌جایی با هم برابر است.

۱ جابه‌جایی در بازه ۰ تا ۲s را برابر d می‌گیریم و جابه‌جایی در بازه ۲s تا ۳s برابر d-۴ متر است. سؤال سرعت اولیه را خواسته بنابراین برای بازه ۰ تا ۲s و ۰ تا ۳s به

کمک رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ سؤال را حل می‌کنیم:

(II)

$$I) d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{t=2s} d = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2)$$

$$\Rightarrow d = 2a + 2v_0 \xrightarrow{a=f} d = 8 + 2v_0$$

$$II) 2d - 4 = \frac{1}{2}a(t')^2 + v_0t' \xrightarrow{t'=3s} 2d - 4 = \frac{1}{2}a(3)^2 + v_0(3)$$

$$\xrightarrow{a=f} 2d - 4 = 18 + 3v_0 \Rightarrow 2d = 22 + 3v_0$$

۲ حال با توجه به دو معادله دو مجهول بالا، v_۰ را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} d &= 8 + 2v_0 \xrightarrow{\times 2} 2d = 16 + 4v_0 \\ 2d &= 22 + 3v_0 \xrightarrow{\times 1} 2d = 22 + 3v_0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 0 = 6 - v_0 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

B ۲۰۲۹

۲ حفظی

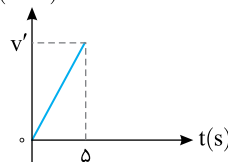
سرعت متحرک در لحظه ۵s را v' می‌گیریم.

۱ شتاب در بازه ۰ تا ۵s برابر شیب

خط نمودار در این بازه است:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v'}{5}$$

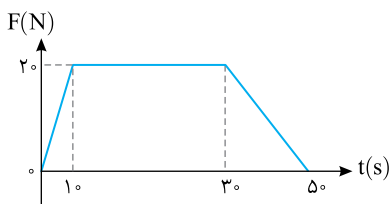
v(m/s)



۲۰۳۴ B

به کمک سطح زیر نمودار نیرو - زمان، تغییر تکانه را حساب می‌کنیم:

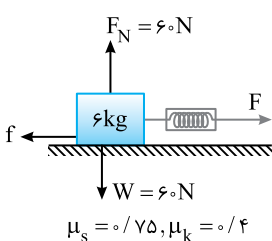
$$\Delta P = S = (\Delta t) \times \frac{F}{t} = 700 \text{ kgm/s}$$



نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر آهنگ تغییر تکانه است. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{700}{5} \Rightarrow F_{av} = 140 \text{ N}$$

۲۰۳۵ B

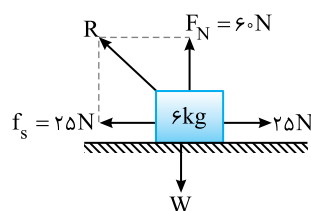


۱ ابتدا نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم تا مشخص شود که جسم به حرکت درمی‌آید یا نه؟

$$\begin{aligned} f_{s \max} &= \mu_s F_N \\ &\Rightarrow f_{s \max} = \mu_s mg \\ &\Rightarrow f_{s \max} = 0.75 \times 60 \\ &\Rightarrow f_{s \max} = 45 \text{ N} \end{aligned}$$

۲ نیروی کشسانی نیروسنج ۲۵ N بوده و از $f_{s \max}$ کمتر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_s = F_e \Rightarrow f_s = 25 \text{ N}$$



۳ بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند هم‌اندازه نیرویی است که سطح بر جسم وارد می‌کند.

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{F_s^2 + F_N^2} \\ &\Rightarrow R = \sqrt{25^2 + 60^2} \Rightarrow R = 65 \text{ N} \end{aligned}$$

۲۰۳۶ B

۱ جسم در هر دقیقه (t=60s)، ۳ دور می‌چرخد بنابراین دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{3} \Rightarrow T = 20 \text{ s}$$

۲ تندی حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{r=2\text{m}} v = \frac{2\pi \times 2}{2} \Rightarrow v = 2\pi \text{ m/s}$$

۳ انرژی جنبشی جسم را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{m=5\text{kg}} K = \frac{1}{2} \times 5 \times (2\pi)^2 \Rightarrow K = 10\pi^2 \text{ J}$$

۲۰۳۷ B

با توجه به تعریف تراز شدت صوت ابتدا، شدت صوت در فاصله ۵۰ متری چشمه را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta=60\text{dB}} 60 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

اکنون با استفاده از شدت صوت، توان چشمه را حساب می‌کنیم:

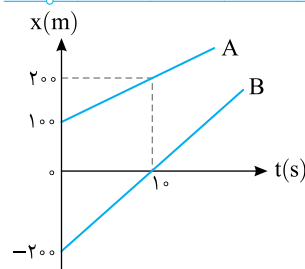
$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{P}{4 \times 3 \times 50^2} \Rightarrow P = 0.3 \text{ W} = 30 \text{ mW}$$

۲۰۳۱ B

خطای

معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم. فاصله دو متحرک برابر $|x_A - x_B|$ بوده که باید کمتر یا مساوی ۲۰ متر باشد.

۱ شیب خط نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است:



$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x_2=100\text{m}, x_1=0\text{m}} v_A = \frac{100}{1} = 100 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x_2=-200\text{m}, x_1=0} v_B = \frac{200}{1} = 200 \text{ m/s}$$

۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 10t + 100$$

$$x_B = v_B t + x_0 \Rightarrow x_B = 20t - 200$$

۳ خواسته سؤال این است که فاصله دو متحرک از هم کمتر یا مساوی ۲۰ متر باشد:

$$|x_B - x_A| \leq 20 \text{ m} \Rightarrow |20t - 200 - 10t - 100| \leq 20$$

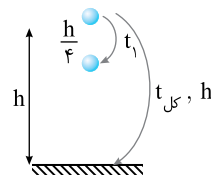
$$\Rightarrow |10t - 300| \leq 20 \Rightarrow -20 \leq 10t - 300 \leq 20$$

$$\Rightarrow 280 \leq 10t \leq 320 \Rightarrow 28 \leq t \leq 32$$

بنابراین بازه زمانی برابر $32 - 28 = 4 \text{ s}$ است.

۲۰۳۲ B

ابتدا مدت بازه زمانی سقوط در جابه‌جایی h و پایانی مسیر را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \frac{h}{4} = \frac{1}{2} g t_1^2 \\ h = \frac{1}{2} g t_{kl}^2 \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{1}{4} = \frac{t_1^2}{t_{kl}^2} \Rightarrow t_1 = \frac{t_{kl}}{2}$$

بنابراین اول مسیر در مدت نصف زمان

کل سقوط و $\frac{3h}{4}$ دیگر مسیر نیز در مدت نصف دیگر طی خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\frac{3h}{4}}{\frac{t_{kl}}{2}} \xrightarrow{s_{av}=1.5} 1.5 = \frac{3h}{2t_{kl}} \Rightarrow \frac{h}{t_{kl}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s'_{av} = \frac{h}{t_{kl}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲۰۳۳ B

تکانه: حاصلضرب جرم در بردار سرعت جسم است.

وقتی که جرم ثابت است برای دو برابر شدن تکانه کافی است سرعت جسم دو برابر شود. بنابراین ابتدا، شتاب حرکت را حساب می‌کنیم، سپس مدت زمانی که سرعت دو برابر می‌شود را به دست می‌آوریم.

۱ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{F_{\text{net}}=4\text{N}} 4 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ با توجه به فرض مسئله:

$$P_2 = 2P_1 \Rightarrow mv_2 = 2mv_1 \Rightarrow v_2 = 2v_1 \Rightarrow v_2 = 2 \times 5 \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

۳ با توجه به تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{10 - 5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{2} \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ s}$$

۲۰۴۲ B

انرژی فوتون B، ۲۵٪ از انرژی فوتون A کمتر است.

$$E_B = E_A - 0.25 E_A \Rightarrow E_B = \frac{3}{4} E_A \quad (I)$$

انرژی هر فوتون از رابطه $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ به دست می آید. از این رو:

$$\frac{hc}{\lambda_B} = \frac{3}{4} \times \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{3}{4} \lambda_B \quad (II)$$

بنا به فرض مسئله $\lambda_B - \lambda_A = 50 \text{ nm}$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda_B - \frac{3}{4} \lambda_B = 50 \Rightarrow \frac{1}{4} \lambda_B = 50 \Rightarrow \lambda_B = 200 \text{ nm}$$

$$\lambda_A = \frac{3}{4} \times 200 \Rightarrow \lambda_A = 150 \text{ nm}$$

بسامد هر پرتو را حساب کرده و از هم کم می کنیم:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \text{A} \rightarrow f_A = \frac{3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} \Rightarrow f_A = 2 \times 10^{15} \text{ Hz} \\ \text{B} \rightarrow f_B = \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} \Rightarrow f_B = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz} \end{cases}$$

$$\Delta f = 2 \times 10^{15} - 1.5 \times 10^{15} \Rightarrow \Delta f = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

۲۰۴۳ B

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی الکترون را حساب می کنیم:

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow K_m = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (5 \times 10^5)^2$$

$$\Rightarrow K_m = \frac{1}{2} \times 9 \times 25 \times 10^{-21} \text{ J} = 4.5 \times 25 \times 10^{-21} \text{ J}$$

یکای انرژی جنبشی را به eV تبدیل می کنیم:

$$K_m = \frac{4.5 \times 25 \times 10^{-21}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{4.5 \times 25 \times 10^{-2}}{1.6} \text{ eV}$$

نکته دقت کنید که hc برابر $1240 \text{ eV} \cdot \mu\text{m}$ داده شده پس در رابطه $\frac{hc}{\lambda}$ اگر

طول موج را نیز برحسب میکرومتر قرار دهیم، انرژی برحسب eV به دست می آید.

با توجه به نظریه اینشتین داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \frac{4.5 \times 25 \times 10^{-2}}{1.6} = \frac{1240}{\lambda} - 4.46$$

چون سؤال مقدار تقریبی طور موج نور را خواسته پس به جای $1/5$ ، $1/6$ قرار می دهیم:

$$\frac{4.5 \times 25 \times 10^{-2}}{1.6} = \frac{1240}{\lambda} - 4.46 \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} = \frac{1240}{\lambda} - 4.46$$

$$\Rightarrow \frac{1240}{\lambda} = 5.21 \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{5.21} \mu\text{m}$$

طول موج برحسب نانومتر خواسته شده پس طول موج به دست آمده برحسب میکرومتر

$$\lambda = \frac{1240}{5.21} \times 1000 = \frac{1240}{5.21}$$

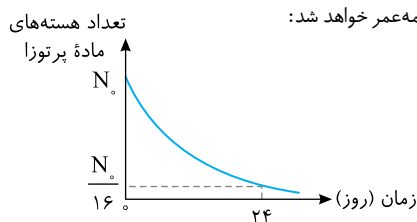
را در ۱۰۰۰ ضرب می کنیم:

λ به دست آمده از ۲۰۰ بزرگتر و از ۳۰۰ کوچکتر است بنابراین گزینه (۳) مقدار

تقریبی خواسته شده سؤال است.

۲۰۴۴ A

تعداد نیمه عمر خواهد شد:



$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{16} = \frac{N_0}{2^n}$$

$$2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

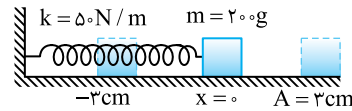
۲۰۳۸ B

نکته هرگاه وزنه متصل به فنر را از حالت تعادل کشیده و رها کنیم مقدار کشیدگی برابر دامنه نوسان سامانه جرم فنر است.

۱) دوره حرکت را حساب می کنیم:

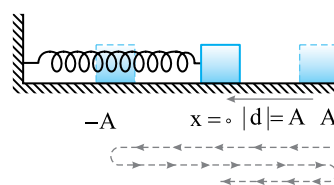
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{\pi = \sqrt{10}} T = 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{0.2}{50}}$$

$$T = \frac{2}{5} \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$



۲) بازه زمانی $\Delta t = 0.5 \text{ s}$ را با دوره مقایسه می کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{4} T = T + \frac{T}{4}$$



۳) مسیر حرکت وزنه در مدت

نیم ثانیه اول را رسم می کنیم.

با توجه به مسیر حرکت نوسانگر

در مدت $\frac{5}{4} T$ مسافتی برابر

$$\frac{\ell}{d} = \frac{\Delta A}{A} = 5$$

ΔA را طی می کند و جابه جایی آن برابر A است. از این رو:

۲۰۳۹ A

آونگ در هر ثانیه یک نوسان انجام می دهد بنابراین دوره آن $T = 1 \text{ s}$ است. با توجه به رابطه دوره آونگ، طول آن را حساب می کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow{g = \pi^2} 1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\pi^2}} \Rightarrow \ell = 0.25 \text{ m} \Rightarrow \ell = 25 \text{ cm}$$

۲۰۴۰ B

۱) فنر را از حالت تعادل ۴ cm کشیده و رها کرده ایم بنابراین دامنه حرکت A = ۴ cm است.

۲) انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{k = 50 \text{ N/cm} = 5000 \text{ N/m}, A = 4 \text{ cm}} E = \frac{1}{2} \times 5000 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 5000 \times 16 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 0.4 \text{ J}$$

نکته انرژی مکانیکی نوسانگر همواره برابر بیشینه انرژی جنبشی آن است. ($K_m = E$)

۳) وقتی تندی نوسانگر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ تندی بیشینه است نسبت انرژی جنبشی نوسانگر به

انرژی جنبشی بیشینه خواهد شد:

$$\frac{K}{K_m} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m v_m^2} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} K_m \Rightarrow K = \frac{1}{2} E \Rightarrow K = 0.2 \text{ J}$$

$$E - K = 0.4 - 0.2 = 0.2 \text{ J}$$

۴) اختلاف K و E خواهد شد:

۲۰۴۱ A

پیداوی هرگاه پرتو نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، پرتو به خط عمود نزدیک می شود.

نکته ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج های کوتاه تر بیشتر است یعنی این پرتوها بیشتر منحرف می شوند.

طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است بنابراین وقتی این دو پرتو وارد شیشه می شوند، نور آبی بیشتر منحرف شده و به خط عمود نزدیک تر می شود.

۱. ظرفیت خازن با دی الکتریک خواهد شد:

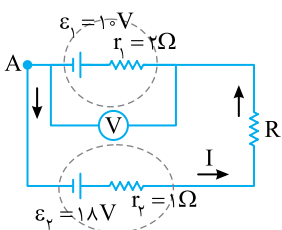
$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{U = 2 \times 10^{-3} \text{ J}, V = 20 \text{ V}} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times C \times 400$$

$$\Rightarrow C = 10 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C = 10 \mu\text{F}$$

۲. به کمک رابطه ساختمانی ظرفیت خازن، K را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} C = K \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = K \Rightarrow K = \frac{10}{5} = 2$$

۳. ۲۰۴۹ B



خط خنکی به مدار نگاه کنید. نیروی

محركة باتری ϵ_1 از نیروی محركه باتری

ϵ_1 بیشتر است و جریان دو باتری

ناهمسو هستند نتیجه می گیریم باتری

ϵ_2 مولد و باتری ϵ_1 مصرف کننده

است. وقتی باتری مصرف کننده است،

ولتاژ دو سر آن $V_1 = \epsilon_1 + Ir_1$ خواهد شد بنابراین ابتدا جریان مدار را به کمک ولتاژ دو سر

باتری ϵ_1 به دست می آوریم سپس اختلاف پتانسیل دو سر آن را حساب می کنیم.

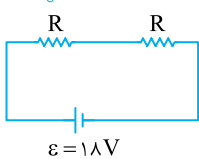
۱. ولتاژ دو سر باتری ϵ_1 ، 14 V است بنابراین:

$$V_1 = \epsilon_1 + Ir_1 \Rightarrow 14 = 10 + I \times 2 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

۲. از نقطه A در جهت جریان قدم می زنیم:

$$V_A + \epsilon_2 - Ir_2 - V_R - 14 = V_A \Rightarrow 18 - 2 - V_R - 14 = 0 \Rightarrow V_R = 2 \text{ V}$$

۴. ۲۰۵۰ B



وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و

توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_1 = \frac{\epsilon^2}{2R} \Rightarrow P_1 = \frac{(18)^2}{2R} = \frac{9 \times 18}{R}$$

وقتی کلید بسته می شود مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

توان در این حالت را به دست می آوریم:

$$P_2 = \frac{\epsilon^2}{R_{eq}} \Rightarrow P_2 = \frac{2\epsilon^2}{3R} \Rightarrow P_2 = \frac{2 \times 18 \times 18}{3R} \Rightarrow P_2 = \frac{12 \times 18}{R}$$

بنا به فرض مسئله اختلاف توانها برابر 9 W است از این رو خواهیم داشت:

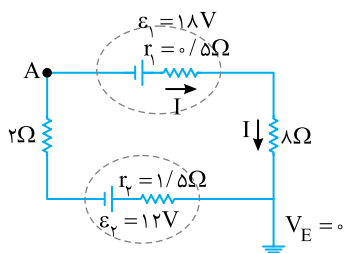
$$P_2 - P_1 = 9 \Rightarrow \frac{12 \times 18}{R} - \frac{9 \times 18}{R} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{12-9}{R} \times 18 = 9 \Rightarrow (12-9) \times 2 = R \Rightarrow R = 6 \Omega$$

۲. ۲۰۵۱ B

از مقایسه ϵ_1 و ϵ_2 مشخص می شود که $\epsilon_1 > \epsilon_2$ بوده و جریان مدار ساعتگرد است.

در این حالت ϵ_1 مولد و ϵ_2 مصرف کننده است و جریان مدار خواهد شد:



$$I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{18 - 12}{10 + 2} \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

۲. نیمه عمر را حساب می کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t = 24 \text{ روز}} T = \frac{24}{4} = 6 \text{ روز}$$

۲. ۲۰۴۵ A

فاصله بین دو بار 20% افزایش یافته بنابراین:

$$r_2 = r_1 + 0.2r_1 \Rightarrow r_2 = 1.2r_1$$

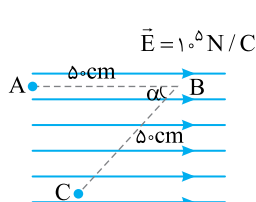
قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}}{k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{1.44} \Rightarrow F_2 = 0.7F_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{0.7F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -30\%$$

۱. ۲۰۴۶ B



یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی

یک بار در میدان الکتریکی برابر قرینه کار

نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -F_E d \cos \alpha$$

$$F_E = qE \Rightarrow \Delta U_E = -qEd \cos \alpha$$

۱. تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می کنیم:

$$\Delta U_{EAB} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.05 \Rightarrow \Delta U_{EAB} = 0.25 \text{ J}$$

۲. تغییر انرژی پتانسیل از C تا B را به دست می آوریم:

$$\Delta U_{EBC} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.05 \times (-0.6) \Rightarrow \Delta U_{EBC} = -0.15 \text{ J}$$

۳. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

$$\Delta U_{EABC} = +0.25 - 0.15 = +0.1 \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار 0.1 J افزایش می یابد.

۴. ۲۰۴۷ B

هر یک از مؤلفه های میدان الکتریکی $\vec{E} = -2 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$ میدان الکتریکی

یکی از بارها است.

$$E_x = -2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_y = -1/8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

مؤلفه $E_x = -2 \times 10^5 \text{ N/C}$

میدان الکتریکی حاصل از بار q_1

است و چون میدان به سوی خارج

بار است این بار مثبت است.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_1|}{(0.6)^2} \Rightarrow q_1 = +8 \times 10^{-6} \Rightarrow q_1 = +8 \mu\text{C}$$

مؤلفه $E_y = -1/8 \times 10^5 \text{ N/C}$ ، میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بوده و چون میدان

به سوی بار است، بار q_2 منفی است.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 1/8 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_2|}{(0.8)^2} \Rightarrow q_2 = -12/8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_2 = -1.5 \mu\text{C}$$

۲. ۲۰۴۸ B

خط خنکی ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده

شده است بنابراین با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را به دست

آورده سپس ثابت دی الکتریک را حساب می کنیم.

پاسخ ریاضی (۱۴۰۱ خارج)

۲۰۵۷ A

پیداوی در هسته‌های سبک مانند اکسیژن $^{16}_8\text{O}$ ، تعداد نوترون‌ها (N) و تعداد پروتون‌ها (Z) با هم برابر است و هرچه در جدول تناوبی به سمت هسته‌های (عناصر) سنگین‌تر با عدد اتمی بزرگ‌تر برویم تعداد نوترون‌ها افزایش می‌یابد. با توجه به یادآوری بالا، در هسته‌های پایدار سنگین‌تر نسبت N/Z بزرگ‌تر است.

۲۰۵۸ A

نیمه عمر ماده پرتوزا ۴۵ دقیقه یعنی $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}h$ است، بنابراین تعداد نیمه عمرهای این ماده در مدت ۳h خواهد شد:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow n = \frac{3}{\frac{3}{4}} \Rightarrow n = 4$$

مقدار ماده اولیه باقی مانده را حساب می‌کنیم.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16}$$

۲۰۵۹ A

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$182 \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 182 \times 200 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

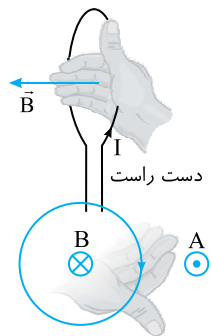
ضریب تبدیل ضریب تبدیل ضریب تبدیل

قیراط به میلی گرم میلی گرم به گرم گرم به کیلوگرم

$$\Rightarrow 182 \times 200 \times 10^{-6} \text{ kg} = 36400 \times 10^{-6} \text{ kg} = 364 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

۲۰۶۰ A

پیداوی قاعده دست راست: انگشت شست دست راست را مطابق شکل در جهت جریان قرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.



در نقطه A میدان مغناطیسی برونسو بوده بنابراین جریان الکتریکی حلقه ساعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درونسو است.

میانبر در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.

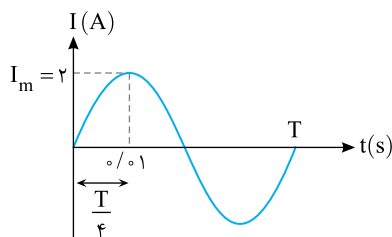
۲۰۶۱ B

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر ۲A بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4} = 0.1 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

اکنون معادله جریان را می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.4} t \Rightarrow I = 2 \sin 5\pi t$$



از A در جهت جریان تا نقطه اتصال به زمین قدم می‌زنیم:

$$V_A + \varepsilon_1 - Ir_1 - \lambda I = 0 \Rightarrow V_A + 18 - 0.5 \times 0.5 - 8 \times 0.5 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = -13/75 \text{ V}$$

۲۰۵۲ A

توان ورودی به باتری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \varepsilon I + r I^2 \Rightarrow P = 12 \times 2 + 2(2)^2$$

$$\Rightarrow P = 24 + 12 \Rightarrow P = 36 \text{ W}$$

۲۰۵۳ A

فشار برحسب سانتی متر جیوه برابر است با:

$$P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0.5 \text{ cm}$$

بنابراین فشار ۶۸kPa معادل ۵۰ سانتی متر جیوه است.

۲۰۵۴ A

پیداوی رابطه تکانه و انرژی جنبشی به صورت $K = \frac{P^2}{2m}$ است:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{P_A^2}{2m_A}}{\frac{P_B^2}{2m_B}} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A}$$

$$\frac{P_A = P_B}{K_A = 4K_B} \Rightarrow 4 = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{m_A = 2 \text{ kg}} m_B = 8 \text{ kg}$$

۲۰۵۵ B

با توجه به معادله حالت داریم: $PV = nRT \Rightarrow \frac{5}{4} P_0 \times V = 1 \times R \times T$ (I)

در حالت دوم هم جرم نیتروژن، هلیوم به مخزن اضافه شده، مول هلیوم اضافه شده را به دست می‌آوریم:

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \xrightarrow{\frac{n_{N_2}}{M_{N_2}} = 1} 1 = \frac{m_{N_2}}{28} \Rightarrow m_{N_2} = 28 \text{ g}$$

$$n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} = \frac{28}{4} = 7 \text{ mol}$$

پس در حالت ثانویه تعداد مول درون مخزن برابر $1 + 7 = 8 \text{ mol}$ می‌شود:

$$P'V = n'RT \Rightarrow P' \times V = 8RT$$
 (II)

دو معادله (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

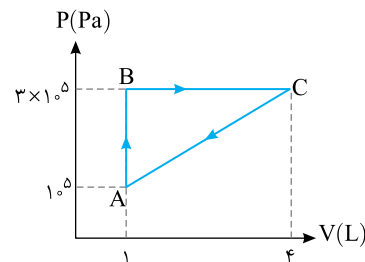
$$\frac{(II)}{(I)}: \frac{P'V}{\frac{5}{4} P_0 V} = \frac{8RT}{RT} \Rightarrow P' = 1.6 P_0$$

دقت کنید فشار P' به دست آمده فشار مطلق است نه فشار پیمانه‌ای پس:

$$P' = 1.6 P_0 \xrightarrow{P' = P'_{\text{پیمانه‌ای}} + P_0} P'_{\text{پیمانه‌ای}} + P_0 = 1.6 P_0 \Rightarrow P'_{\text{پیمانه‌ای}} = 0.6 P_0 = 9 P_0$$

۲۰۵۶ B

مساحت سطح محصور



در چرخه برابر اندازه کار مبادله شده با محیط و همچنین گرمای مبادله شده با محیط است.

از طرفی هرگاه چرخه ساعتگرد باشد، کار محیط روی دستگاه منفی و گرمای

مبادله شده مثبت است بنابراین کافی است سطح مثلث ABC را حساب کنیم:

$$|Q| = S = \frac{(4-1) \times 10^5 \times (3 \times 10^5 - 10^5)}{2} = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^5}{2} \Rightarrow |Q| = 3 \times 10^5 \text{ J}$$

برای انشعاب C مشخص است که جریان $I''' = 4 - 4 = 0$ بوده از این رو برای انشعاب D خواهیم داشت:
 $I = 2A$
 و I در سوی (۲) است.

۲۰۶۷ B

(۱) جهت جریان سیم را مشخص می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است ($\leftarrow I$).

(۲) چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحه کاغذ (درونسو) باشد. در این حالت انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. ($F \downarrow$)

۲۰۶۸ B

باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به دست می‌آوریم.

(۱) در گزینه (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعده دست ارست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درونسو است.

(۲) جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درونسو است.

(۳) به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جهت جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینه (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینه دیگر لازم نیست.

میانبر
 هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.

۲۰۶۹ B

بنا به قانون اول ترمودینامیک مجموع گرمایی که ماشین به منبع دما پایین (Q_L) می‌دهد و کار تولیدشده توسط ماشین (W) برابر گرمایی است که ماشین از منبع دمابالا (Q_H) دریافت می‌کند. از این رو:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \xrightarrow[|Q_L|=60J]{Q_H=100J} 100 = |W| + 60 \Rightarrow |W| = 40J$$

توان خروجی: آهنگ انجام کار است از این رو:

$$P = \frac{|W|}{t} \xrightarrow[t=0.5s]{t=0.5s} P = \frac{40}{0.5} \Rightarrow P = 80W$$

۲۰۶۲ A

(۱) تندی آونگ هنگام عبور از مرکز نوسان (حالت قائم) بیشینه است و زمانی که طول می‌کشد تا آونگ از انتهای مسیر به مرکز نوسان برسد $\frac{T}{4}$ است و زمانی که طول می‌کشد تا آونگ از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر برود $\frac{T}{2}$ ثانیه است. بنابراین با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\frac{T_A}{4} = \frac{T_B}{2} \Rightarrow T_A = 2T_B \quad (1)$$

(۲) دوره آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است. دوره را در رابطه (۱) جای گذاری می‌کنیم.

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}} = 2(2\pi)\sqrt{\frac{\ell_B}{g}} \Rightarrow \ell_A = 4\ell_B$$

۲۰۶۳ A

یادآوری هرگاه بسامدهای دو مُد متوالی یک تار مرتعش را از هم کم کنیم، بسامد مُد اصلی به دست می‌آید.

بسامدهای متوالی این تار به ترتیب 150 Hz و 225 Hz است، بنابراین بسامد مُد اصلی آن خواهد شد:

یادآوری بسامد مُد اصلی n ام یک تار n برابر مُد اصلی آن است که در آن n برابر تعداد شکم‌ها (و یا تعداد گره‌ها منهای یک) است.

تعداد گره‌ها برابر ۵ است، بنابراین $n = 5 - 1 = 4$ بوده و بسامد مُد چهارم خواهد شد:

$$f_n = 4 \times 75 \Rightarrow f_n = 300\text{ Hz}$$

۲۰۶۴ A

(۱) تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم.

$$f_n = \frac{nv}{\ell} \xrightarrow[n=1]{\text{مد اصلی}} \frac{1 \times v}{1} = 125 \Rightarrow v = 250\text{ m/s}$$

(۲) چگالی خطی جرم را به دست می‌آوریم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \xrightarrow[\ell=1m]{m=9 \times 10^{-3}\text{ kg}} \mu = 9 \times 10^{-3}\text{ kg/m}$$

(۳) نیروی کشش تار خواهد شد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 250 = \sqrt{\frac{F}{9 \times 10^{-3}}} \Rightarrow (250)^2 = \frac{F}{9 \times 10^{-3}}$$

$$F = 56250 \times 10^{-3}\text{ N} \Rightarrow F = 562.5\text{ N}$$

۲۰۶۵ A

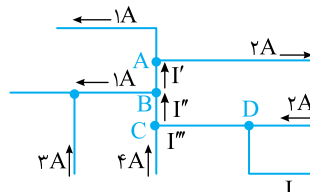
یادآوری به پدیده‌ای که موج در عبور از یک شکاف با پهنایی از مرتبه طول موج، به اطراف گسترده می‌شود پراش گویند. پراش هنگام عبور موج از لبه‌های مانعی که ابعاد آن در حدود طول موج باشد نیز رخ می‌دهد. تحلیل نقش پراش مبتنی بر بحث تداخل امواج است.

۲۰۶۶ B

یادآوری قاعده انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطه انشعاب وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌شود.

خط‌نکته محل اتصال انشعاب‌ها (گره‌ها) را نام گذاری می‌کنیم و قانون انشعاب جریان‌ها را برای این گره‌ها می‌نویسیم تا مقدار و سوی جریان I مشخص شود. جریان‌های ۱A و ۲A از انشعاب A خارج می‌شوند، بنابراین جریان $I' = 1 + 2 = 3A$ به این انشعاب وارد می‌شود.

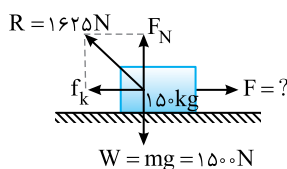
جریان‌های $I' = 3A$ و ۱A از انشعاب B خارج می‌شوند بنابراین جریان $I'' = 3 + 1 = 4A$ به این انشعاب وارد می‌شود.



(۲) در مقایسه بازه t_2 تا t_3 با بازه t_1 تا t_2 مشخص است که در بازه t_2 تا t_3 با گذشت زمان تندی متحرک به صفر می‌رسد. در این صورت تندی متوسط در بازه t_1 تا t_2 از بازه t_2 تا t_3 بیشتر است و گزینه (۴) نیز حذف می‌شود.

(۳) در بازه صفر تا t_2 نیز در یک مدت زمان طولانی تندی در هر لحظه از تندی در بازه t_1 تا t_2 کوچک‌تر است از این رو تندی متوسط در این بازه از تندی متوسط در بازه t_1 تا t_2 کمتر خواهد بود و گزینه (۲) درست است.

B ۲۰۷۳ ۴



یادآوری نیرویی که سطح زمین به جسم وارد می‌کند (R) برابری نیروی اصطکاک (f_k) و نیروی عمودی سطح است ($R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$).

(۱) جسم در راستای قائم حرکتی ندارد
بنابراین $F_N = W \Rightarrow F_N = 1500 \text{ N}$

(۲) نیروی اصطکاک جنبشی را به کمک نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند حساب می‌کنیم.

$$1625 = \sqrt{f_k^2 + (1500)^2} \Rightarrow (1625)^2 = f_k^2 + (1500)^2$$

$$\Rightarrow f_k^2 = (1625)^2 - (1500)^2 \Rightarrow f_k^2 = (1625 - 1500)(1625 + 1500)$$

$$f_k^2 = 125(3125) \Rightarrow f_k^2 = 125 \times (125 \times 25) \Rightarrow f_k^2 = 125 \times 25 = 6250$$

(۳) با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{a=2\text{m/s}^2} F - 625 = 150 \times 2$$

$$\Rightarrow F = 925 \text{ N}$$

B ۲۰۷۴ ۳

تذکره دقت کنید: نیم ثانیه اول: بازه 0 تا 0.5 s

نیم ثانیه دوم: بازه 0.5 s تا 1 s

نیم ثانیه سوم: بازه 1 s تا 1.5 s

تندی متوسط در حرکت با شتاب ثابت که در آن متحرک تغییر جهت نمی‌دهد برابر

$$v_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

سرعت متوسط است. از طرفی در یک بازه زمانی سرعت متوسط برابر

است. بنابراین سرعت در $t = 1 \text{ s}$ و $t = 1.5 \text{ s}$ را حساب کرده و سرعت (تندی) متوسط را حساب می‌کنیم.

$$v = gt \Rightarrow v_1 = 9/8 \times 1 = 9/8 \text{ m/s} \quad \text{سرعت در لحظه } t = 1 \text{ s}$$

$$v = gt \Rightarrow v_2 = 9/8 \times 1.5 = 14/8 \text{ m/s} \quad \text{سرعت در لحظه } t = 1.5 \text{ s}$$

تندی متوسط خواهد شد:

$$v_{\text{av}} = \frac{9/8 + 14/8}{2} = \frac{23/8}{2} \Rightarrow v_{\text{av}} = 12/8 \text{ m/s}$$

B ۲۰۷۵ ۴

(۱) جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم.

سرعت برخورد گلوله به زمین را حساب می‌کنیم.

$$v^2 = +2gy \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 20 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

(۲) تندی برگشت رو به بالا 10 m/s است. چون جهت مثبت را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم، سرعت برگشت رو به بالا -10 m/s می‌شود. بنابراین بزرگی شتاب در بازه زمانی تماس توپ با زمین خواهد شد:

$$|a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 0.2 \text{ s}} |a| = \frac{|-10 - 20|}{0.2} \Rightarrow |a| = 150 \text{ m/s}^2$$

(۳) نیروی متوسط وارد بر گلوله را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{av}} = ma \xrightarrow{m = 0.2 \text{ kg}} F_{\text{av}} = 0.2 \times 150 \Rightarrow F_{\text{av}} = 30 \text{ N}$$

B ۲۰۷۰ ۳

(۱) به کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت متحرک را حساب می‌کنیم.

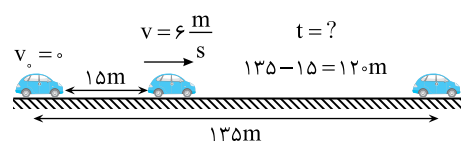
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (6)^2 - 0 = 2a \times 15 \Rightarrow a = \frac{36}{30} \Rightarrow a = 1.2 \text{ m/s}^2$$

(۲) در قسمت دوم مسیر، متحرک مسافت $135 - 15 = 120 \text{ m}$ را طی کرده است. زمان این قسمت را به کمک معادله جابه‌جایی - زمان به دست می‌آوریم. سرعت اولیه این قسمت 6 m/s است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} \times 1.2t^2 + 6t \Rightarrow 0.6t^2 + 6t - 120 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به } 0.6 \text{ تقسیم می‌کنیم}} t^2 + 10t - 200 = 0 \Rightarrow (t+20)(t-10) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 10 \text{ s} \\ t = -20 \text{ s} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



B ۲۰۷۱ ۱

تذکره هرگاه سرعت متوسط در یک بازه زمانی صفر شود، یعنی متحرک در ابتدا و انتهای بازه در یک مکان قرار دارد. از طرفی در حرکت با شتاب ثابت نمودار مکان - زمان سهمی است و سهمی نسبت به محور گذرا از رأس آن دارای تقارن است و در بازه زمانی یکسان در دو طرف محور مکان یکسان است. اکنون با توجه به این نکات مسئله را حل می‌کنیم.

(۱) در مدت 8 s اول سرعت متوسط صفر است یعنی مکان متحرک در $t = 0$ و $t = 8 \text{ s}$ یکسان است و این دو لحظه نسبت به محور دارای تقارن بوده و مختصات رأس سهمی خواهد شد $(t = 4 \text{ s}, x = -50 \text{ m})$.

(۲) تندی در لحظه t_1 برابر 20 m/s بوده و از طرفی شیب خط مماس در این لحظه مثبت است یعنی سرعت متحرک در این لحظه 20 m/s است و در لحظه $t = 4 \text{ s}$ سرعت صفر است. در بازه زمانی t_1 تا 4 s متحرک جابه‌جایی $\Delta x = +50 \text{ m}$ را طی کرده است، بنابراین به کمک معادله مستقل از زمان شتاب حرکت خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 20^2 - 0 = 2a(+50) \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

(۳) سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4 \text{ s}, v=0} 0 = 4 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -16 \text{ m/s}$$

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت در یک بازه زمانی معین، سرعت متوسط میانگین

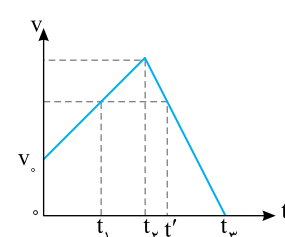
$$v_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

سرعت ابتدایی و انتهای متحرک در آن بازه است.

(۴) سرعت متوسط در بازه $t = 0$ تا $t = 8 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v_{\text{av}} = \frac{-16 + 20}{2} = 2 \text{ m/s}$$

B ۲۰۷۲ ۲



(۱) در تمام لحظات در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، تندی متحرک از تندی آن در بازه زمانی 0 تا t_1 بیشتر است. بنابراین تندی متوسط در بازه t_1 تا t_2 قطعاً از تندی متوسط در بازه 0 تا t_1 بیشتر است و گزینه (۱) حذف می‌شود.

نشرالگو

با توجه به فرض مسئله $\beta_A - \beta_B = 10 \text{ dB}$ و $I_A = 0.4 \text{ W/m}^2$ است. از این رو خواهیم داشت:

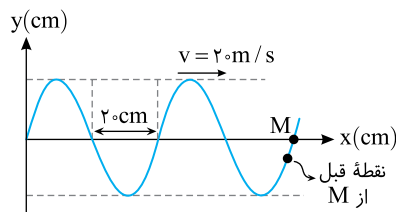
$$10 = 10 \log \frac{0.4}{I_B} \Rightarrow \log \frac{0.4}{I_B} = 1 \Rightarrow \frac{0.4}{I_B} = 10$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{0.4}{10} = 0.04 \text{ W/m}^2$$

در این صورت اختلاف شدت این دو صوت خواهد شد:

$$I_A - I_B = 0.4 - 0.04 = 0.36 \text{ W/m}^2 \Rightarrow I_A - I_B = 36 \text{ mW/m}^2$$

خط‌نکته در حل مسائل نقش موج معمولاً ابتدا از روی محور افقی، طول موج را حساب کرده سپس به کمک تندی انتشار موج دوره را حساب می‌کنیم و بعد از آن با توجه به جهت حرکت موج، رفتار نقطه مورد نظر را بررسی می‌کنیم.



$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$

گام اول: یافتن طول موج:

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{40}{20} = 2 \text{ s}$$

گام دوم: یافتن دوره:

گام سوم: نقطه M در حال گذر از مرکز نوسانش بوده و نقطه قبل از M پایین‌تر از نقطه M است. یعنی M در حال حرکت رو به پایین و دارای بیشینه تندی است.

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = A \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{A=0.2\text{m}} v_m = 0.2 \times \frac{2\pi \times 14}{2} = 6.28 \text{ m/s}$$

(۱) معادله حرکت نوسانگر به صورت $x = 0.4 \cos 4\pi t$ است. بنابراین دوره حرکت آن خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

(۲) اندازه بازه زمانی $t_1 = 0.1 \text{ s}$ تا $t_2 = 1/35 \text{ s}$ برابر $\Delta t = 1/35 - 0.1 = 1/25 \text{ s}$ است. این بازه را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/25}{1/2} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{25} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{25} T \Rightarrow \Delta t = 2T + \frac{T}{25}$$

یادآوری در هر دوره نوسانگر مسافتی چهار برابر دامنه ($4A$) را طی می‌کند و در نیم دوره مسافت $2A$ را طی می‌کند.

(۳) مسافت طی شده توسط نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$\ell = 4A + 4A + 2A \Rightarrow \ell = 10A \xrightarrow{A=0.4\text{m}} \ell = 10 \times 0.4 = 4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \ell = 0.4 \text{ m} \Rightarrow \ell = \frac{2}{5} \text{ m}$$

(۱) انرژی الکترون در تراز سوم ($n=3$) را حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{E_R=13.6\text{eV}} E_3 = -\frac{13.6}{3^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13.6}{9} \text{ eV}$$

(۲) اختلاف انرژی تراز سوم و تراز پایه را به‌دست می‌آوریم.

$$E_3 - E_1 = -\frac{13.6}{9} - (-13.6) \Rightarrow \Delta E = \frac{13.6 \times 8}{9} \text{ eV}$$

(۳) اختلاف انرژی دو تراز به صورت یک فوتون الکترومغناطیسی گسیل می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta E = hf \xrightarrow{h=4.1 \times 10^{-15} \text{ eV.s}} \frac{13.6 \times 8}{9} = 4.1 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow f \sim 3.22 \times 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow f = 3.22 \times 10^{15} \text{ THz}$$

۲۰۷۶ B

معادله حرکت دو متحرک را به کمک نمودار مکان - زمان نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. نمودار هر دو خط راست مایل است. بنابراین حرکت هر دو متحرک با سرعت ثابت صورت می‌گیرد.

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{-16}{1-0} = -2 \text{ m/s}$$

(۱) سرعت متحرک A برابر است با:

مکان اولیه A، $x_{0A} = +16 \text{ m}$ بوده و معادله حرکت A خواهد شد:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = -2t + 16$$

(۲) سرعت متحرک B را حساب می‌کنیم.

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{-25 - (-29)}{1-0} \Rightarrow v_B = +\frac{1}{2} \text{ m/s}$$

مکان اولیه متحرک B، $x_{0B} = -29 \text{ m}$ بوده و معادله حرکت B خواهد شد:

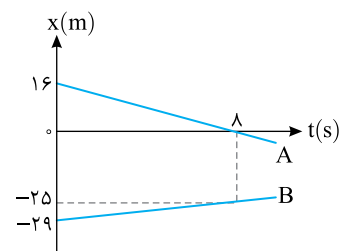
$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t - 29$$

(۳) دو معادله را برابر قرار داده و لحظه رسیدن دو متحرک به هم را به‌دست می‌آوریم.

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t + 16 = \frac{1}{2}t - 29 \Rightarrow 45 = \frac{5}{2}t \Rightarrow t = 18 \text{ s}$$

(۴) مکان رسیدن دو متحرک به هم خواهد شد:

$$x = -2 \times 18 + 16 \Rightarrow x = -36 + 16 \Rightarrow x = -20 \text{ m}$$



۲۰۷۷ B

یادآوری با توجه به تعریف تکانه و قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a=\Delta v/\Delta t} F_{\text{net}} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta p=m\Delta v} F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F_{\text{net}} \Delta t$$

نیروی خالص وارد بر جسم مطابق شکل مسئله خواهد شد:

$$f_k = 60 \text{ N} \quad F = 100 \text{ N} \quad F_{\text{net}} = F - f_k = 100 - 60 \Rightarrow F_{\text{net}} = 40 \text{ N}$$

تغییر تکانه در مدت یک ثانیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta p = F_{\text{net}} \Delta t \Rightarrow \Delta p = 40 \times 1 \Rightarrow \Delta p = 40 \text{ kg.m/s}$$

۲۰۷۸ B

یادآوری در حرکت بر مسیر دایره‌ای، تندی حرکت یک ذره که با دوره T بر دایره‌ای به شعاع r در حال چرخش است از رابطه $v = 2\pi r/T$ به‌دست می‌آید.

نکته دوره حرکت عقربه ثانیه‌شمار $T_s = 60 \text{ s}$ و دوره حرکت عقربه ساعت‌شمار $T_h = 12 \times 60 \times 60 = 12 \times 3600 \text{ s}$ است.

نسبت تندی نوک عقربه ثانیه‌شمار به نوک عقربه ساعت‌شمار خواهد شد:

$$\frac{v_s}{v_h} = \frac{T_s}{T_h} \Rightarrow \frac{v_s}{v_h} = \frac{r_s}{r_h} \times \frac{T_h}{T_s} \Rightarrow \frac{v_s}{v_h} = 2 \times \frac{12 \times 3600}{60} \Rightarrow \frac{v_s}{v_h} = 144$$

۲۰۷۹ B

اختلاف تراز شدت صوت A و B از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

۲۰۸۵ B

(۱) نیروی وارد بر الکترون را به دست می آوریم.

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = qE \xrightarrow{E=125 \text{ N/C}, q=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$F = 125 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow F = 2 \times 10^{-17} \text{ N}$$

(۲) شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می کنیم.

$$F_E = ma \xrightarrow{m=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} 2 \times 10^{-17} = 9.1 \times 10^{-31} a \Rightarrow a = 2 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

(۳) زمان جابه جایی 10 cm را با شتاب $2 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$ به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0.1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} t^2 \Rightarrow t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7} \text{ s}$$

$$t = 10^{-7} \times 10^9 \Rightarrow t = 100 \text{ ns}$$

↓
برای تبدیل به نانوثانیه

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار نیروی میدان است.
 $\Delta U_E = -W_E$

(۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

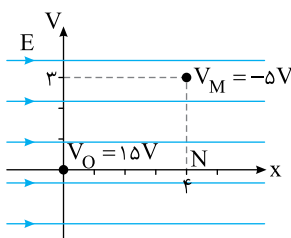
$$\Delta U_E = -(F_E d) \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-17} \times 0.1$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} \text{ J} \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -12/5 \text{ eV}$$

ضریب تبدیل زول به eV

۲۰۸۶ B



یادآوری هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می یابد. در حرکت از مبدأ تا نقطه $M(4, 3)$ پتانسیل الکتریکی از 15 V به -5 V کاهش یافته بنابراین باید جهت میدان الکتریکی در جهت مثبت محور x باشد.

نکته نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم پتانسیل هستند.

فقط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها یکی است. بنابراین:

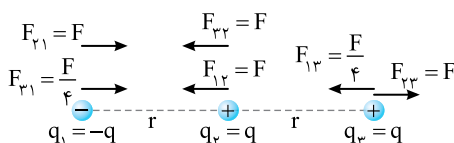
$$V_N - V_O = V_M - V_O = -5 - (-15) = -20 \text{ V}$$

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V| = Ed$ است. بزرگی میدان الکتریکی را حساب می کنیم.

$$20 = E(d_{NO}) \Rightarrow 20 = E(0.4) \Rightarrow E = \frac{2000}{4} = 500 \text{ N/C}$$

۲۰۸۷ B

خط فکری بارها را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسط دو بار دیگر وارد می شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگ ترین و کوچک ترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می شود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصله r را برابر F بگیریم نیروی بین دو بار $-q$ و $+q$ که در فاصله $2r$ از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{4}$ می شود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



(۱) نیروهای وارد بر $q_2 = q$ که در وسط دو بار دیگر است هم جهت بوده و نیروی خالص وارد بر q_2 برابر q_2 است با:

$$F_p = F + F = 2F$$

۲۰۸۳ B

یادآوری در رابطه اینشتین در مورد اثر فوتوالکتریک $W_0 (K_m = hf - W_0)$

تابع کار فلز f بسامد نور فرودی بر فلز و K_m بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون هاست. (۱) یکای بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون‌ها را به یکای الکترون ولت تبدیل می کنیم.

$$K_{m1} = 8 \times 10^{-19} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} \Rightarrow K_{m1} = 5 \text{ eV}$$

(۲) بسامد نور 25 درصد کاهش یافته یعنی:

$$f_2 = f_1 - \frac{25}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{3}{4} f_1$$

(۳) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون‌ها در حالت جدید 40 درصد کمتر از حالت اول است. بنابراین:

$$K_{m2} = K_{m1} - \frac{40}{100} K_{m1} \Rightarrow K_{m2} = \frac{60}{100} K_{m1} \Rightarrow K_{m2} = 3 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow K_{m2} = 3 \text{ eV}$$

(۴) با توجه به رابطه اینشتین می توان نوشت:

$$K_m = hf - W_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 = 4 \times 10^{-15} f_1 - W_0 & (I) \\ 3 = 3 \times 10^{-15} f_2 - W_0 & (II) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 = 4 \times 10^{-15} f_1 - W_0 & (I) \\ 3 = 3 \times 10^{-15} f_2 - W_0 & (II) \end{cases}$$

(۵) f_1 را از رابطه (I) به دست آورده و در رابطه (II) قرار می دهیم.

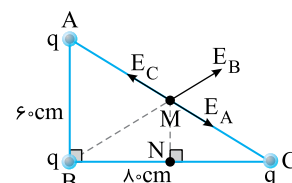
$$(I) f_1 = \frac{5 + W_0}{4 \times 10^{-15}} \xrightarrow{(II)} 3 = 3 \times 10^{-15} \times \frac{5 + W_0}{4 \times 10^{-15}} - W_0$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{15 + 3W_0}{4} - W_0 \Rightarrow 3 = \frac{15 + 3W_0 - 4W_0}{4} \Rightarrow 12 = 15 - W_0$$

$$\Rightarrow W_0 = 3 \text{ eV}$$

۲۰۸۴ B

(۱) فاصله بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطه M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطه M هم اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می کنند. $(E_A = E_C)$. بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطه M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطه B است.



از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصله BM را حساب کنیم. (۲) طول ضلع AC را حساب می کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow AC = 10 \text{ cm}$$

(۳) فاصله MC را به دست می آوریم:

$$MC = \frac{AC}{2} = 5 \text{ cm}$$

(۴) هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می کند. یعنی نقطه N وسط BC بوده و طول ضلع $BN = NC = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ است.

(۵) در مثلث قائم الزاویه CMN ، طول MN را حساب می کنیم.

$$MC^2 = MN^2 + NC^2 \Rightarrow 5^2 = MN^2 + 4^2 \Rightarrow MN = 3 \text{ cm}$$

(۶) در مثلث قائم الزاویه BMN ، طول ضلع BM را به دست می آوریم.

$$BM^2 = BN^2 + MN^2 \Rightarrow BM^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow BM = 5 \text{ cm}$$

(۷) اکنون مقدار بار q را حساب می کنیم.

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q}{(0.5)^2} \Rightarrow q = 0.25 \times 10^{-5} \text{ C}$$

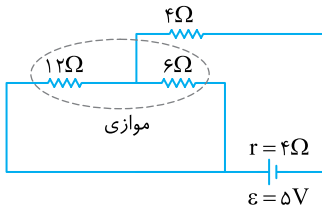
$$\Rightarrow q = 2.5 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = 2.5 \mu\text{C}$$

مقاومت 4Ω با مقاومت معادل 3Ω و 6Ω متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = 2 + 4 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{5}{6 + 4} \Rightarrow I = 0.5A$$

$$P = \varepsilon I_1 \Rightarrow P = 5 \times 0.5 = 2.5W$$



حالت دوم: با قرار دادن مقاومت 12Ω به جای 3Ω مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 4 = 8\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{5}{8 + 4} \Rightarrow I' = \frac{5}{12}A$$

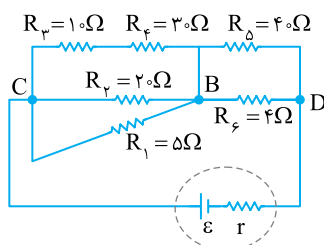
توان تولیدی باتری را به دست می‌آوریم.

$$P' = \varepsilon I' \Rightarrow P' = 5 \times \frac{5}{12} \Rightarrow P' = \frac{25}{12}W$$

تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P - P' = \frac{5}{2} - \frac{25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{30 - 25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{5}{12}W$$

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_6 = 4\Omega$ از جریان کل مدار از بقیه مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطه $P = RI^2$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



(۱) ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

$$R_{34} = 1 + 3 = 4\Omega$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند.

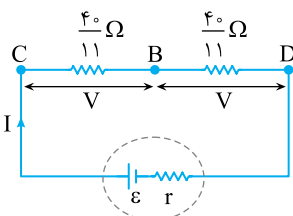
$$\frac{1}{R_{CB}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{8 + 2 + 1}{4} \Rightarrow R_{CB} = \frac{4}{11}\Omega$$

مقاومت معادل بین B و D خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{BD}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1 + 1}{4} \Rightarrow R_{BD} = \frac{4}{11}\Omega$$

(۲) بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{CB} و R_{DB} با هم برابر بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است.

$$V_{CB} = V_{DB} = V$$



$$F_1 = F + \frac{F}{4} = \frac{5}{4}F$$

(۳) نیروهای وارد بر بار q_3 در خلاف جهت هم بوده و اندازه نیروی خالص وارد بر بار

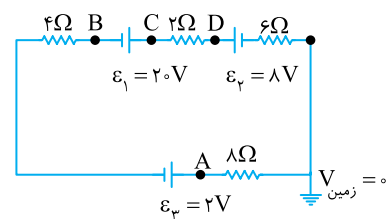
$$F_3 = F - \frac{F}{4} = \frac{3}{4}F$$

$$\frac{2F}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{3}{4}F \quad \text{است از این رو:}$$

$$20.88 \quad B$$

به مدار نگاه کنید. نیروی محرکه $\varepsilon_1 = 20V$ از مجموع نیروهای محرکه دو باتری ε_1 و ε_3 (بزرگ‌تر بوده و جهت جریان ساعتگرد و اندازه جریان الکتریکی مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{20 - 10}{4 + 2 + 6 + 8} \Rightarrow I = \frac{10}{20} = 0.5A$$



پتانسیل الکتریکی هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

به ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط A, B, C و D را حساب می‌کنیم.

پتانسیل نقطه A: از A تا اتصال زمین در خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_A + 8 \times 0.5 = 0 \Rightarrow V_A = -4V$$

پتانسیل نقطه B: از B در جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_B + 20 - 0.5 \times 2 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_B = -8V$$

پتانسیل نقطه C:

$$V_C - 0.5 \times 2 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_C = 12V$$

پتانسیل نقطه D:

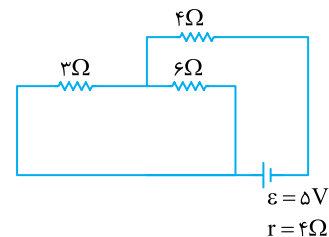
$$V_D - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_D = 11V$$

بنابراین پتانسیل نقطه C از بقیه نقاط بیشتر است.

باتری ε_1 مولد بوده و نقطه C از قطب مثبت آن کمترین فاصله را دارد بنابراین پتانسیل آن نسبت به نقاط دیگر بیشتر است.

$$20.89 \quad B$$

برای یافتن توان تولیدی باتری ($P = \varepsilon I$) ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.



حالت اول: دو دست مقاومت‌های 3Ω و 6Ω در دست هم بوده و این دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{36} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

۲۰۹۳ B

نیروهای وارد بر صندوق را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را حساب کرده و جابه‌جایی صندوق در مدت ۲s را با استفاده از فرمول‌های حرکت‌شناسی به‌دست می‌آوریم و سرانجام کار نیروی F ($W = Fd$) را حساب می‌کنیم.

(۱) نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.4} f_k = 0.4 \times 500 = 200 \text{ N}$$

(۲) بنا به قانون دوم نیوتون:

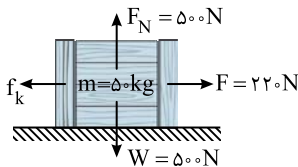
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 220 - 200 = 50a \Rightarrow a = 0.4 \text{ m/s}^2$$

(۳) جابه‌جایی متحرک در مدت ۲s خواهد شد:

$$\Delta x = d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 2^2 \Rightarrow d = 0.8 \text{ m}$$

(۴) کار نیروی F را به‌دست می‌آوریم.

$$W = Fd \Rightarrow W = 220 \times 0.8 \Rightarrow W = 176 \text{ J}$$



۲۰۹۴ B

بیادآوری به حاصل ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژه جسم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_1 c = 2100 \text{ J/K}$ بوده و با کم کردن جرم به اندازه 1 kg ($m_2 = m_1 - 1$) ظرفیت گرمایی ۲۰٪ کاهش یافته بنابراین:

$$m_2 c = \frac{1}{100} m_1 c \Rightarrow m_1 - 1 = \frac{1}{100} m_1 \Rightarrow \frac{1}{100} m_1 = 1 \Rightarrow m_1 = 100 \text{ kg}$$

گرمای ویژه خواهد شد:

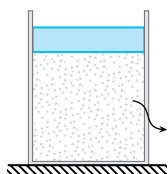
$$m_1 c = 2100 \Rightarrow 100 c = 2100 \Rightarrow c = 21 \text{ J/kgK}$$

۲۰۹۵ B

خط‌خطی فشار گاز برابر مجموع فشار هوا P_0 و فشار ناشی از وزن پیستون است که در دو حالت قبل و بعد از افزایش دما، یکسان است ($P_1 = P_2$) اکنون کافی است با توجه به این مطالب به کمک قانون گازها مسئله را حل کنید.

(۱) بنا به قانون گازها:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1}$$



(۲) در کسر بالا تفصیل نسبت در صورت انجام می‌دهیم.

$$\frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\Delta V}{V_1} \quad (I)$$

(۳) دمای اولیه گاز برحسب کلونین برابر $T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$ و تغییر حجم آن

خواهد شد:

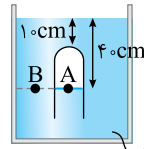
$$\Delta V = A \times \Delta h \xrightarrow{\Delta h = 5 \text{ cm}} \Delta V = 50 \times 2 = 100 \text{ cm}^3$$

(۴) در رابطه (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$\frac{\Delta T}{300} = \frac{100}{2000} \Rightarrow \Delta T = 15 \text{ K}$$

وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_2 = 4 \Omega$ از بقیه بیشتر است.

۲۰۹۱ B



(۱) فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است.

$$P_A = P_B$$

(۲) فشار در نقطه B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۴۰cm مایع است و فشار در نقطه A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B = P_A \Rightarrow P_g + \rho g h = P_{\text{گاز}} \quad (1)$$

(۳) فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است،

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h \Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times \frac{1}{100} = 170 \text{ Pa}$$

بنابراین:

فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

$$\rho h = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 17 \times 40 = 13.6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 5 \text{ cm}$$

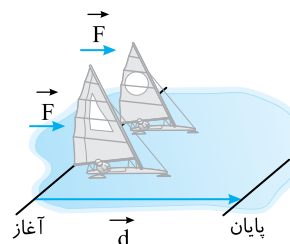
$$\Rightarrow P_g = 5 \text{ cmHg}$$

۲۰۹۲ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

(۱) نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W = Fd \Rightarrow W_1 = W_2$$



بیادآوری کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

(۲) با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W = \Delta K \xrightarrow{W_1 = W_2} \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_1 = K_2$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2} m v^2} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \xrightarrow{m_1 = 4 m_2} \frac{1}{2} (4 m_2) v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2 v_1$$

بنابراین تندى قایق سبک‌تر دو برابر قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر قایق دوم است ($m_1 = 4 m_2$)

و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \xrightarrow{F_1 = F_2} m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow 4 m_2 a_1 = m_2 a_2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{4} a_2 \quad (1)$$

با توجه به رابطه مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 = d} \begin{cases} v_1^2 - 0 = 2a_1 d \\ v_2^2 - 0 = 2a_2 d \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (1)} \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

(۱) گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است. از طرفی سطح محصور بین نمودار $P-V$ و محور افقی برابر کار محیط روی دستگاه است، بنابراین:

$$|W| = S = \frac{2 \times 10^5 + 3 \times 10^5}{2} \times (4-1) \times 10^{-3} \Rightarrow |W| = 750 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{W < 0} W = -750 \text{ J}$$

(۲) انرژی درونی یک گاز کامل فقط تابع دمای گاز است. $(U \propto T)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (I)$$

(۳) بنا به قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} P_1 V_1 &= nRT_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}}{3 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}} \\ P_2 V_2 &= nRT_2 \\ \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} &= \frac{4}{3} \quad (II) \end{aligned}$$

(۴) از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{U_2}{750} = \frac{4}{3} \Rightarrow U_2 = 1000 \text{ J}$$

(۵) با توجه به قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده را به دست می‌آوریم.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 1000 - 750 = Q - 750 \Rightarrow Q = 2000 \text{ J}$$

