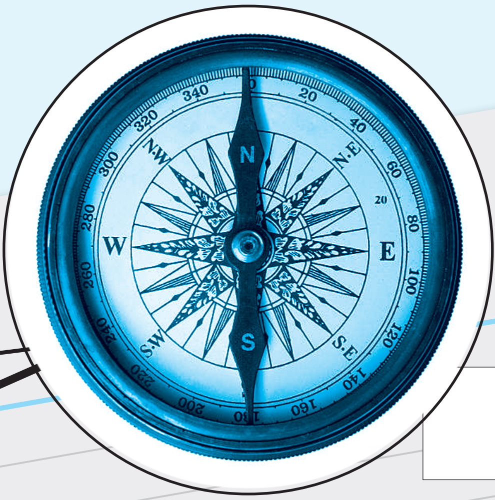
بسم الله الرحمن الرحیم

فهرست

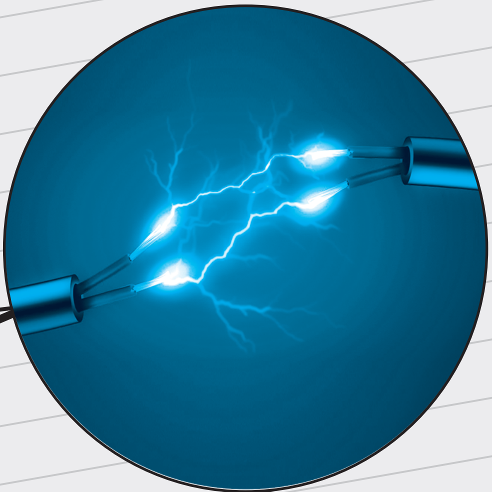
نمودارهای درختی درسنامه

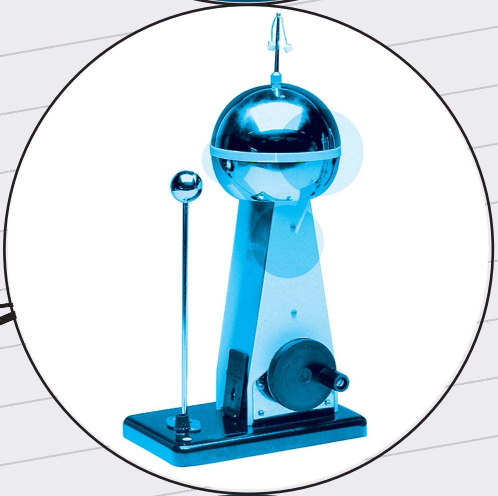
پاسخ تشریحی تست‌های در پاسخ

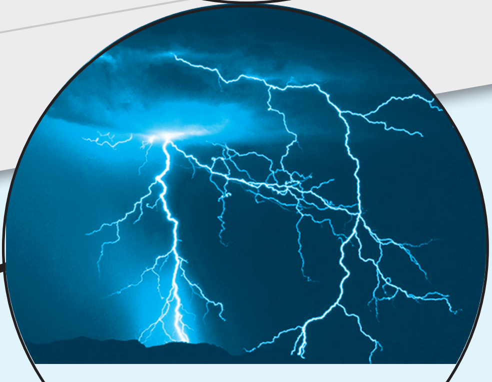


درسنامه‌های درختی

فیزیک ۱







الگو یادآوری

۱

فیزیک دانش بنیادی - مدل‌سازی - کمیت‌های فیزیکی

فرمول‌های جانبی

فیزیک یعنی شناخت طبیعت

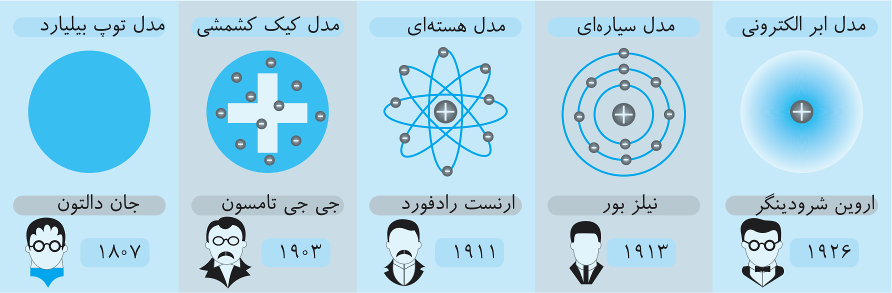
فیزیکدان در جستجوی الگوها و نظم خاص بین پدیده‌هاست.

توصیف جهان در قالب قانون، مدل و نظریهٔ فیزیکی صورت می‌گیرد.

فیزیک علمی تجربی است و مدل، قانون یا نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش مورد آزمون قرار می‌گیرند.

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند.

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطهٔ قوت دانش فیزیک است، مثالی از این فرآیند اصلاح و تکامل را در زیر در مورد نظریه‌های اتمی می‌بینید.



مدل توپ بیلیارد دالتون ← مدل کیک کشمشی تامسون ← مدل هسته‌ای رادرفورد ← مدل سیاره‌ای بور ← مدل ابر الکترونی شرودینگر

آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد؛ اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

مدل‌سازی

مدل‌سازی فرآیندی است که طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

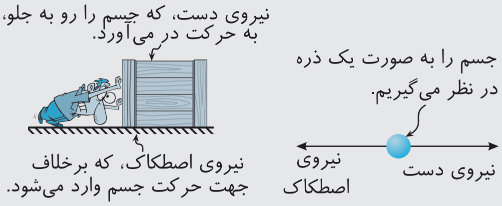
در سقوط جسم، صرف نظر کردن از مقاومت هوا یک نوع مدل‌سازی است.

در حرکت سیارات به گرد خورشید، ذره‌ای فرض کردن سیارات یک نوع مدل‌سازی است.

در مدل‌سازی اثرهای جزئی نادیده گرفته می‌شود، نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده.

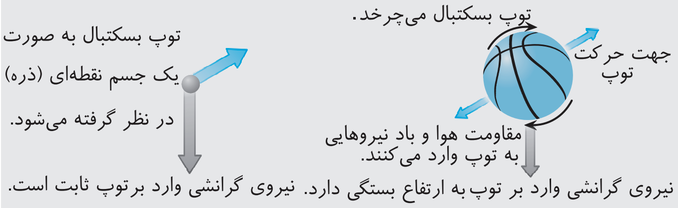
مثال

کشیدن جسمی روی سطح زمین



از ابعاد جسم و مقاومت هوا صرفنظر شده است.

پرتاب کردن توپ بسکتبال



از مقاومت هوا، چرخیدن توپ و تغییر نیروی وزن صرفنظر شده است.

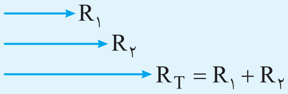
کمیت‌های فیزیکی

کمیت نرده‌ای: برای بیان این کمیت‌ها تنها از یک عدد و یکای مناسب استفاده می‌شود و جمع آن‌ها مانند جمع دو عدد (جمع جبری) است. مانند جرم، زمان، مسافت، تندی، دما، جریان الکتریکی، ...

کمیت برداری: کمیتی است که علاوه بر عدد و یکای مناسب، دارای جهت بوده و از قاعدهٔ جمع‌برداری پیروی می‌کند. مانند: سرعت، شتاب، جابه‌جایی، نیرو، میدان الکتریکی و ...

جمع‌برداری

دو بردار هم جهت



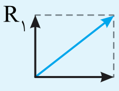
$$R_T = R_۱ + R_۲$$

در دورهٔ دبیرستان جمع‌برداری ← سه حالت را باید یاد بگیریم.

دو بردار خلاف جهت هم

$$R_T = | R_۲ - R_۱ |$$

دو بردار عمود برهم



$$R_T = \sqrt{R_۱^۲ + R_۲^۲}$$

الگو یادآوری

۲

یکاها

یکاهای بین‌المللی

یکاهای اندازه‌گیری باید غیرقابل تغییر و دارای **قابلیت بازتولید** در مکان‌های مختلف باشد.

در SI هفت کمیت به عنوان **کمیت اصلی** انتخاب شده‌اند و مابقی کمیت‌ها که به کمک کمیت‌های اصلی ساخته می‌شوند را کمیت‌های فرعی گویند.

کمیت‌های اصلی و یکای آن‌ها

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کِلوین	K
مقدار ماده	مُول	mol
جریان‌الکتریکی	آمپر	A
شدت‌روشنایی	کَندِلا(شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی

کمیت	یکای SI	یکای فرعی
تندی و سرعت	m/s	m/s
شتاب	$m/s^۲$	$m/s^۲$
نیرو	نیوتون (N)	$kg\,m/s^۲$
فشار	پاسکال (Pa)	$kg/ms^۲$
انرژی	ژول (J)	$kg\,m^۲/s^۲$

تبدیل یکاها

روش زنجیره‌ای برای تغییر یکا، اندازهٔ کمیت را در یک ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) ضرب می‌کنیم.

نمونه: تبدیل یکای $\frac{g}{cm^۳}$ به $\frac{kg}{m^۳}$ $\left(۱\frac{g}{cm^۳}=۱\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times\frac{۱cm^۳}{۱۰^{-۶}m^۳}=۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}\right)$

سازگاری یکاها

در کاربرد رابطه‌های فیزیکی باید یکاها در دو طرف رابطه با هم سازگار باشد.

سازگاری در رابطهٔ فشار: $\text{پاسکال} \leftarrow P=\frac{F\rightarrow \text{نیوتون}}{A\rightarrow \text{متر مربع}}$

در فیزیک تنها کمیت‌های یکسان با یکای برابر قابلیت جمع یا کم شدن از هم را دارند و حاصل این جمع و تفریق همان یکا و کمیت تک‌تک پارامترها خواهد شد، به‌طور مثال:

زمان

$x=vt+x_۰$ → مکان اولیه (m)

مکان (m)

سرعت

پیشوندهای SI

پیشوندهای یکاها

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
$۱۰^{۲۴}$	یوتا	Y	$۱۰^۹$	گیگا(جیگا)	G	$۱۰^{-۲۴}$	یوکتو	y	$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^{۲۱}$	زِتا	Z	$۱۰^۶$	مگا	M	$۱۰^{-۲۱}$	زپتو	z	$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ
$۱۰^{۱۸}$	اِگزا	E	$۱۰^۳$	کیلو	k	$۱۰^{-۱۸}$	آتو	a	$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^{۱۵}$	پِتا	P	$۱۰^۲$	هِکتو	h	$۱۰^{-۱۵}$	فمتو	f	$۱۰^{-۲}$	سانتی	c
$۱۰^{۱۲}$	ترا	T	$۱۰^۱$	دِکا	da	$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p	$۱۰^{-۱}$	دِسی	d

پیشوندهایی که کاربرد بیشتری دارند و بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپارید با رنگ متفاوت نشان داده شده‌اند.

پیشوند	ضریب تبدیل	نماد	پیشوند	ضریب تبدیل	نماد	پیشوند	ضریب تبدیل	نماد
دسی	$\frac{۱}{۱۰}=۱۰^{-۱}$	d	نانو	$\frac{۱}{۱۰^۹}=۱۰^{-۹}$	n	کیلو	$۱۰^۳$	k
سانتی	$\frac{۱}{۱۰۰}=۱۰^{-۲}$	c	پیکو	$\frac{۱}{۱۰^{۱۲}}=۱۰^{-۱۲}$	p	مگا	$۱۰^۶$	M
میلی	$\frac{۱}{۱۰۰۰}=۱۰^{-۳}$	m	دکا	$۱۰^۱$	da	گیگا	$۱۰^۹$	G
میکرو	$\frac{۱}{۱۰^۶}=۱۰^{-۶}$	μ	هکتو	$۱۰^۲$	h	ترا	$۱۰^{۱۲}$	T

الگو یادآوری

۳

اندازه‌گیری - چگالی

نمادگذاری علمی

اندازهٔ هر کمیت فیزیکی شامل سه قسمت است. قسمت اول یک عدد بین ۱ تا ۱۰، قسمت دوم یک توان صحیح از عدد ۱۰ و قسمت سوم یکای کمیت

(یکا) $\text{عدد} = a \times ۱۰^{b} \leftarrow b \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z}, ۱ < a < ۱۰$

نمونه: حجم یک بشکه نفت $۱۵۹L = ۱/۵۹ \times ۱۰^{۲} L$

یکاهای خاص

در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامیم.

به طور مثال آهنگ خروج آب از شیری $۱۲۵ \frac{cm^{۳}}{s}$ اعلام شده، یعنی در هر ثانیه از این شیر $۱۲۵cm^{۳}$ آب خارج می‌شود.

یکاهای خاص

یکای نجومی: میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و با نماد AU نشان داده می‌شود: $۱AU \simeq ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱} m$

سال نوری: مسافتی که نور با تندی $۳ \times ۱۰^{۸} m/s$ در خلأ در مدت یک سال طی می‌کند و آن را با نماد Ly نشان می‌دهند:

$۱Ly \simeq ۹ \times ۱۰^{۱۵} m$

فوت (پا) و اینچ: یکاهای طول در دستگاه بریتانیایی است.

گره دریایی: برای بیان تندی کشتی استفاده می‌شود.

$۱ = ۰/۵۱۴۴ m/s$ گره

مایل دریایی: یکایی برای مسافت در دستگاه بریتانیایی است.

$۱ = ۱۸۵۲m$ مایل دریایی

عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری

۱- دقت وسیله اندازه‌گیری

ابزار اندازه‌گیری مدرج:

مانند خط‌کش:

کمینه درجه‌بندی آن = دقت دستگاه

ابزار اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال):

مانند دماسنج‌ها و یا ساعت‌های دیجیتال:

یک واحد از آخرین رقمی که ابزار نشان می‌دهد. = دقت دستگاه

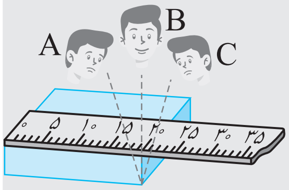
دقت این دماسنج $۱^{\circ}C$ است.

کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، ۱mm است.

دقت این خط‌کش ۱mm و خطای اندازه‌گیری توسط آن ±۰/۵mm است.

۲- مهارت شخص آزمایشگر

به طور مثال در شکل روبه‌رو عددی که شخص A می‌خواند کمتر و عددی که شخص C می‌خواند بیشتر از مقدار واقعی است:



۳- تعداد دفعات اندازه‌گیری

برای کاهش خطا، هر اندازه‌گیری را چندین بار تکرار کرده میانگین عددها را به‌دست می‌آورند.

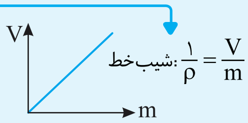
در میانگین‌گیری، اعدادی که خیلی متفاوت با بقیه هستند به حساب نمی‌آیند.

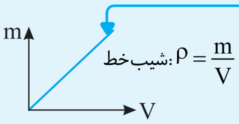
چگالی

جرم یکای حجم جسم $\text{kg} \leftarrow m,\ \text{m}^{۳} \leftarrow V$ ، $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{kg}{m^{۳}}$ یکاهای مورد نیاز دیگر چگالی

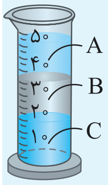
$$\frac{g}{cm^{۳}} \xrightarrow{\times ۱۰۰۰} \frac{kg}{m^{۳}}, \frac{g}{L} = \frac{kg}{m^{۳}}, \frac{kg}{L} = \frac{g}{cm^{۳}}$$

چگالی ویژگی ذاتی یک جسم است. به طور مثال چگالی آهن $۷/۸ g/cm^{۳}$ است و به جسم و جرم آهن بستگی ندارد.





هر گاه چند مایع در یک ظرف گذاشته شود، مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود.



به طور مثال: اگر پرتقال با پوست را در ظرف آب قرار دهیم، روی سطح آب می‌ماند. اگر پرتقال بدون پوست را در ظرف آب قرار دهیم، ته‌نشین می‌شود و به دلیل کاهش حجم چگالی افزایش می‌یابد.

اگر جسمی از فلزی با چگالی ρ ساخته شده باشد و دارای حفره باشد:

چگالی فلز $\leftarrow \rho = \frac{m}{V}$ ، $m \rightarrow$ جرم قسمت تو پر ، $V \rightarrow$ حجم قسمت تو پر

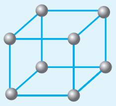
چگالی آلیاژ در صورت عدم کاهش حجم $\rho = \frac{m_{۱} + m_{۲} + \cdots}{V_{۱} + V_{۲} + \cdots}$

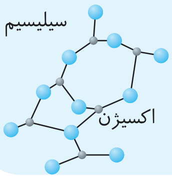
الگو یادآوری

۱ حالت‌های مختلف ماده

جامد

- مولکول‌ها در جای خود دارای حرکت‌های نوسانی بسیار کوچکی هستند. می‌توان فرض کرد ذرات جامد با فنر به‌هم وصل هستند.
- فاصلهٔ مولکول‌ها از هم حدود یک آنگستروم $(۱\mathring{A})$ یعنی $۱۰^{-۱۰}m$ است.
- جامد بلورین ← جامدی که از تکرار یک طرح منظم تشکیل می‌شود مانند نمک طعام و الماس.
  - ← با آرام سرد شدن مایع زمان کافی برای تشکیل بلور ایجاد می‌شود.
- جامد بی‌شکل (آمورف) ← طرح منظمی ندارند.
  - ← سریع سرد شدن مایع سبب می‌گردد که مولکول‌ها، زمان کافی برای تشکیل بلور نداشته باشند.



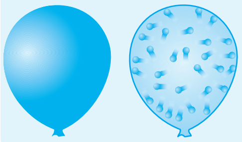


مایع

- دارای حجم معین است و به شکل ظرف خود در می‌آید.
- فاصلهٔ مولکول‌ها از هم در مایع تقریباً مانند فاصلهٔ مولکول‌ها از هم در جامد است.
- مولکول‌های مایع می‌توانند آزادانه بر هم بلغزند که این سبب جاری شدن مایع می‌شود.
- مایع‌ها تقریباً تراکم‌ناپذیرند.
- پخش ← علت آن حرکت کاتوره‌ای و نامنظم مولکول‌های مایع است. ← پخش جوهر در آب

گاز

- فاصلهٔ بین مولکول‌ها در گاز چند ده برابر فاصلهٔ بین مولکول‌های جامد و مایع است.
- فاصلهٔ میانگین مولکول‌های هوا در شرایط معمولی $۳۵\mathring{A}$ است.
- گازها حجم و شکل مشخصی ندارند و تراکم‌پذیرند.
- پخش: مولکول‌های گاز دارای حرکت کاتوره‌ای هستند که سبب پدیدهٔ پخش می‌شود.
- سرعت پدیدهٔ پخش در گازها بیشتر از سرعت پدیدهٔ پخش در مایع‌هاست.



پلاسما

- حالت چهارم ماده، پلاسما نامیده می‌شود.
- پلاسما اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.
- مادهٔ درون ستارگان، بیشتر فضای بین ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش و مادهٔ درون لولهٔ تابان لامپ مهتابی نمونه‌هایی از پلاسما است.

الگو یادآوری

۲

نیروهای بین‌مولکولی

هم‌چسبی

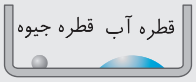
- نیروی بین‌مولکول‌های همسان که سبب پیوستگی جامد یا مایع می‌شود را نیروی **هم‌چسبی** گویند.
- با کاهش فاصلهٔ بین‌مولکولی، نیروی رانشی بزرگی ایجاد می‌شود که سبب تراکم‌ناپذیری مایع می‌شود.
- با افزایش فاصلهٔ بین‌مولکولی نیروی جاذبه (ربایش) بین مولکول‌ها ظاهر می‌شود.
- این نیرو سبب می‌گردد آب به صورت قطره درآید.
- این نیرو کوتاه بُرد است.
  - برای اتصال قطعه‌های یک شیشه شکسته آن‌ها را گرم می‌کنیم تا نرم شده و مولکول‌ها به‌هم نزدیک شوند و نیروی بین مولکولی که کوتاه بُرد است سبب چسبیدن قطعات شیشه شود.
- گرما سبب کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شود.

کشش سطحی

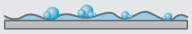
- کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.
- نیروی ربایشی بین مولکولی سبب می‌گردد سطح مایع شبیه پوستهٔ تحت کشش رفتار کند.
- علت فرو نرفتن سوزن فولادی در آب و حرکت حشرات روی سطح آب کشش سطحی است.
- هنگام سقوط آب، کشش سطحی و تمایل به کمینه شدن، سطح آب را به صورت قطره در می‌آورد.

دگرچسبی

- نیروی جاذبه بین مولکول‌های نامشابه (مانند آب و شیشه)
- ترشوندگی ← نیروی دگرچسبی بین مایع و جامد از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است.
  - آب خاصیت ترشوندگی دارد، جیوه خاصیت ترشوندگی ندارد.

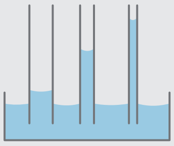


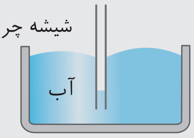
ظرف شیشه‌ای

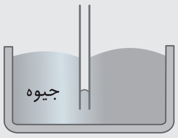


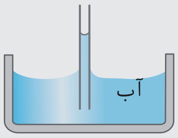
ظرف شیشه‌ای چرب شده

مویینگی



- عامل ایجاد مویینگی تفاوت در نیروی هم‌چسبی مایع و دگرچسبی بین مایع و لولهٔ مویین است.
- عوامل مؤثر در مویینگی، قطر لوله، نوع مایع و جنس لوله است.
- بالا و پایین رفتن لولهٔ مویین در درون مایع تأثیری در ارتفاع مایع درون لوله ندارد.
- اگر قطر لوله افزایش یابد سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک می‌شود.
- در شکل‌های زیر نحوه قرار گرفتن مایع در لولهٔ مویین نشان داده شده
  - 

    نیروی هم‌چسبی آب > نیروی دگرچسبی آب و لولهٔ چرب
  - 

    نیروی هم‌چسبی جیوه > نیروی دگرچسبی جیوه و لوله
  - 

    نیروی هم‌چسبی آب < نیروی دگرچسبی آب و لوله

الگو یادآوری

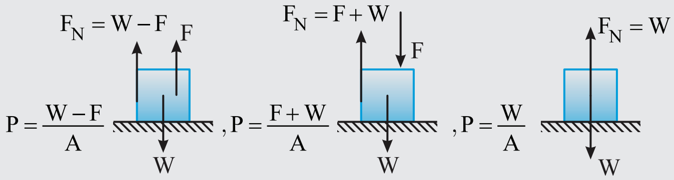
۳

فشار

تعریف: بزرگی نیروی عمودی وارد بر یکای سطح « $P=\frac{F}{A}$ « کمیت نرده‌ای « یکای آن $Pa=N/m^۲$ پاسکال

فشار جامدات

نیروی عمودی همان نیروی عمودی تکیه‌گاه « نمونه



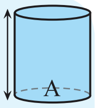
$P=\frac{W}{A}$, $P=\frac{F+W}{A}$, $P=\frac{W-F}{A}$

در جامدهای همگن و توپر مانند استوانهٔ قائم، مکعب و مکعب مستطیل $P=\rho gh$

ρ چگالی

h ارتفاع

فشار مایع



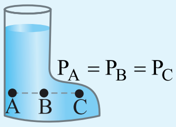
عمق $=h$ « $P=\frac{W}{A}$ « $P=\frac{mg}{A}$ « $P=\frac{\rho Vg}{A}$ « $P=\frac{\rho Ahg}{A}$ « $\boxed{P=\rho gh}$ « $\boxed{P_{\text{کل}}=\rho gh+P_۰}$

$P=\rho gh$: فشار حاصل از مایع در عمیق h

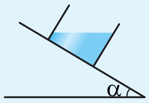
$P_{\text{کل}}=\rho gh+P_۰$: فشار یا فشار کل در عمق h

فشار مایع به عمق و چگالی مایع بستگی دارد.

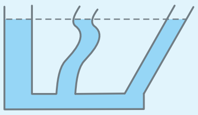
در مایع ساکن فشار در نقاط هم‌عمق برابر است.



و سطح آزاد مایع همواره افقی است.



ظروف مرتبط «



« یکسان بودن سطح آزاد مایع در همهٔ ظرف‌ها

در هر نقطهٔ درون مایع ساکن فشار در تمام راستاها یکسان وارد می‌شود « در غیر این صورت حرکت از فشار بیشتر به فشار کمتر رخ می‌دهد.

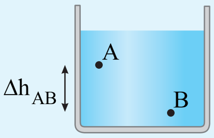
فشار شاره‌ها

نیروی وارد بر یک سطح از طرف شاره: « $F=PA$, $P=\frac{F}{A}$

$F=(P_۰+\rho gh)$ نیروی وارد بر سطح

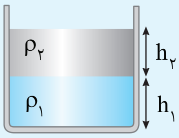
$F=\rho gh_A$ نیروی ناشی از مایع

اختلاف فشار بین دو نقطه از مایع:



$\Delta P_{AB}=\rho g\Delta h_{AB}$

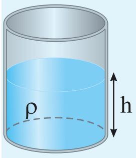
فشار حاصل از چند مایع:



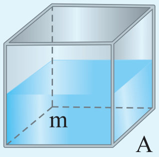
$P_{\text{از طرف مایع}}=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲$

$P_{\text{کل}}=P_۰+\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲$

در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها تغییر نمی‌کند، فشار حاصل از مایع را به صورت زیر حساب می‌کنیم:



$P=\rho gh$



$P=\frac{mg}{A}$

الگو یادآوری

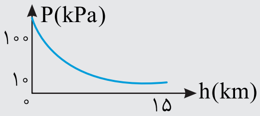
۴

فشارشماره‌ها

فشار گازها

فشار هوا

- هوا دارای فشـار اسـت « مقدار این فشـار در سـطح دریای آزاد برابر: $P_{\circ}=\text{۱ atm}$
- با دور شدن از سطح زمین چگالی و فشار هوا مطابق نمودار شکل روبه‌رو کاهش می‌یابد.



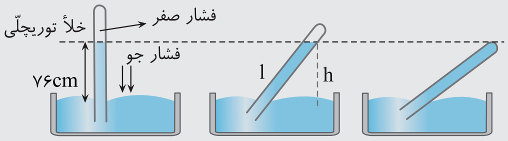
- اختلاف فشار هوا در دو نقطه در نزدیکی سطح زمین $P_{\text{نقطهٔ پایینی}}-P_{\text{نقطهٔ بالایی}}=\Delta P=\rho_{\text{چگالی هوا}}g\Delta h$
- فشار هوا تقریباً معادل فشار ستون ۱۰ متری آب است.
- یکای دیگر فشـار بار (bar) اسـت. یکای اتمسـفر کمی از یکای بار بزرگ‌تر اسـت.

تبدیل یکاهای فشار $\text{atm}\xrightarrow{\times ۱۰^{۵}}\text{Pa}$ و $\text{bar}\xrightarrow{\times ۱۰^{۵}}\text{Pa}$

- تا ارتفاع ۲۰۰۰ متری سطح زمین به ازای هر ۱۰m بالا رفتن فشار هوا ۱ mmHg کاهش می‌یابد.

فشارسنج هوا (بارومتر)

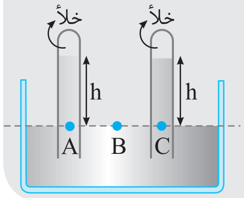
آزمایش توریچلّی



« $\text{۱ atm}=\text{۱ جو}=\text{۷۶cmHg}=\text{۷۶۰mmHg}=\text{۱/۰۱}\times ۱۰^{۵}\,\text{Pa}$

« $\text{۱mmHg}=\text{۱torr}$

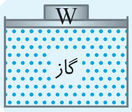
- ارتفاع قائم سـتون جیوه بسـتگی به شـکل و سطح لوله ندارد.
- خلأ توریچلّی: یک خلأ نسـبی است. زیرا در اثر تبخیر سطحی جیوه، فشار بسیار اندکی از بخار جیوه ایجاد می‌شود.



$P_A=P_B=P_C=P_{\circ}$

فشار گاز درون یک محفظه با پیستون متحرک بدون اصطکاک

$$P_{\text{گاز}}=P_{\circ}+\frac{W}{A}$$



الگو یادآوری

۵

فشار

تبدیل فشار بر حسب Pa به فشار برحسب cmHg « $Pa \underset{\div ۱۳۶۰}{\overset{\times ۱۳۶۰}{\rightleftarrows}} cmHg$: $۱۳/۶ g/cm^۳$= چگالی جیوه

$Pa \underset{\div ۱۳۵۰}{\overset{\times ۱۳۵۰}{\rightleftarrows}} cmHg$: $۱۳/۵ g/cm^۳$= چگالی جیوه

۱ mmHg را یک تور (Torr) می‌نامند.

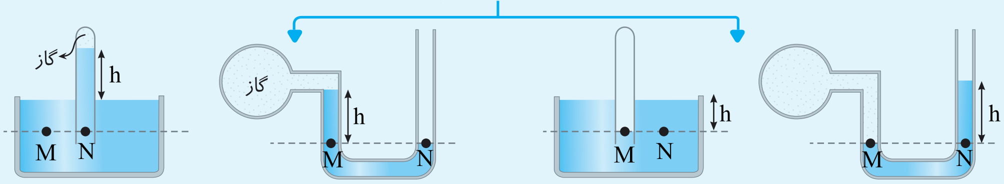
فشارسنج شاره‌ها (مانومتر)

فشار پیمانه‌ای (سنجه‌ای): اختلاف فشار گاز با فشار هوا « $P_g = P - P_\circ$

$P > P_\circ$ ← فشار پیمانه‌ای مثبت

$P < P_\circ$ ← فشار پیمانه‌ای منفی

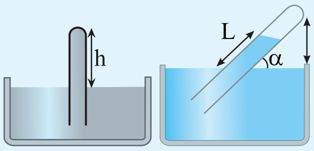
فشار گازهای محبوس



$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_\circ + \rho gh$, $P_{\text{گاز}} - P_\circ = P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho gh$

$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_\circ - \rho gh, P_{\text{گاز}} - P_\circ = P_{\text{پیمانه‌ای}} = -\rho gh$

فشار وارد بر انتهای لوله $= P_\circ - \rho g(L \sin \alpha)$



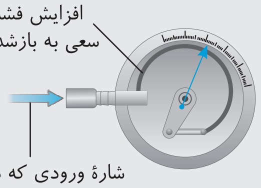
فشار وارد بر انتهای داخلی لوله $= P_\circ - \rho gh$

فشارسنج بوردون

دارای یک لولهٔ خمیدهٔ یک سر بسته و قابل انعطاف است.

تغییر فشار پیمانه‌ای شاره درون لوله سبب تغییر شکل لوله و حرکت عقربه می‌شود.

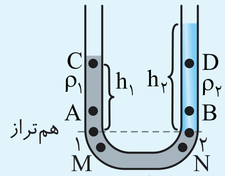
برای اندازه‌گیری فشار در مخزن گازها و اندازه‌گیری فشار باد لاستیک خودروها به‌کار می‌رود.



لولهٔ فلزی خمیده که با افزایش فشار درونی سعی به بازشدن می‌کند.

شارهٔ ورودی که می‌خواهیم فشار آن‌را اندازه بگیریم.

لوله‌های U شکل



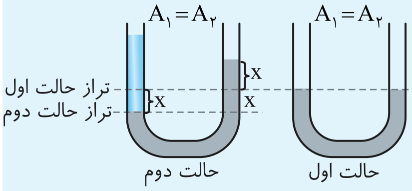
سطح هم‌تراز

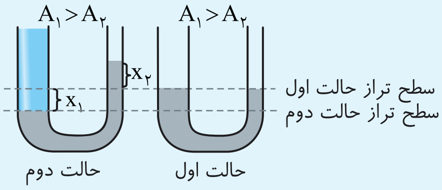
- ابتدا با رسم یک خط افقی از محل مرز مشترک دو مایع سطح هم‌تراز را مشخص می‌کنیم.
- در سطح هم‌تراز فشار دو مایع برابر است.
- $P_۱ = P_۲ \Rightarrow \rho_۱ gh_۱ = \rho_۲ gh_۲ \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \xrightarrow{h_۱<h_۲} \rho_۱ > \rho_۲$

فشار در نقاط پایین‌تر از خط تراز یکسان است: $P_M = P_N$

- فشار در نقاط بالاتر سطح هم‌تراز باهم برابر نیست.
- هنگامی دو مایع در لوله باشد، برای نقاطی مانند A و B که در یک خط افقی اما در دو مایع‌اند، می‌توان ثابت کرد فشار در نقطه‌ای بیشتر است که مایع بالای آن بیشتر است: $P_A < P_B$
- $P_C - P_A > P_D - P_B$

اضافه کردن مایع با چگالی متفاوت به لوله U شکل در حال تعادل «



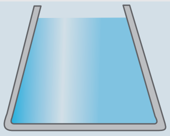
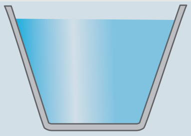
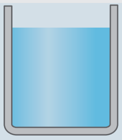


« $\Delta V_۱ = \Delta V_۲ \Rightarrow x_۱ A_۱ = x_۲ A_۲ \Rightarrow \frac{x_۲}{x_۱} = \frac{A_۱}{A_۲}$

الگو یادآوری

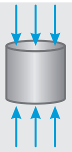
۶ فشار

مقایسهٔ نیروی وزن مایع (W) با نیرویی که مایع بر کف ظرف (F) وارد می‌کند و همچنین نیرویی که ظرف به تکیه‌گاه (F_N) وارد می‌کند. (جرم ظرف ناچیز)

			نوع ظرف
$P=\rho gh$	$P=\rho gh$	$P=\rho gh=\frac{mg}{A}$	فشار وارد بر کف
$F>mg$	$F<mg$	$F=mg$	نیروی وارد بر کف
$F_N=mg$	$F_N=mg$	$F_N=mg$	نیروی وارد بر سطح (تکیه‌گاه)
$P'=\frac{mg}{A}$	$P'=\frac{mg}{A}$	$P'=\frac{mg}{A}$	فشار وارد بر تکیه‌گاه

شناوری و برنولی

ارشمیدس

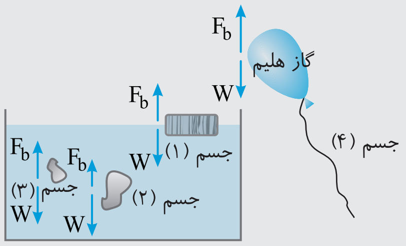


وقتی تمام یا قسمتی از یک جسم در شاره‌ای فرو رود، شاره نیرویی بالاسو بر آن وارد می‌کند به این نیرو، **نیروی شناوری** گویند.

علت وجود نیروی شناوری تفاوت نیروی وارد بر سطح بالایی و سطح پایینی جسم در اثر اختلاف فشار است.

بررسی نحوهٔ قرارگیری جسمی درون شاره (چگالی جسم ρ، چگالی شاره ρ_L):

- جسم (۱) ← $\rho<\rho_L$ و $F_b=W$ شناوری
- جسم (۲) ← $\rho>\rho_L$، $W>F_b$ جسم در حال فرورفتن
- جسم (۳) ← $\rho_L=\rho$، $W=F_b$ جسم غوطه‌ور
- جسم (۴) ← $\rho<\rho_{\text{هوا}}$، $W<F_b$ جسم در حال بالا رفتن

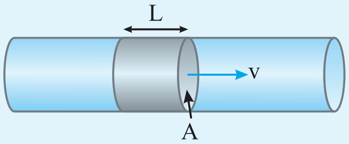


برنولی

در بررسی حرکت شاره از مدل آرمانی و ساده شدهٔ شارهٔ بدون تلاطم، تراکم‌ناپذیر و بدون اصطکاک داخلی (گران‌رَوی) استفاده می‌کنیم.

با کاهش سطح مقطع، جریان آب تندتر می‌شود.

اصل برنولی ← در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.



آهنگ شارش ← نسبت حجم شارش شده به زمان شارش

$$\text{آهنگ شارش شاره}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=Av$$

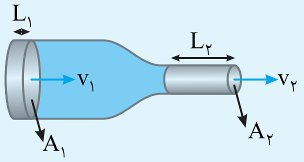
حجم شاره جابه‌جا شده

بازه زمانی

سطح مقطع

تندی شاره

معادله پیوستگی ← $A_1v_1=A_2v_2$



الگو یادآوری

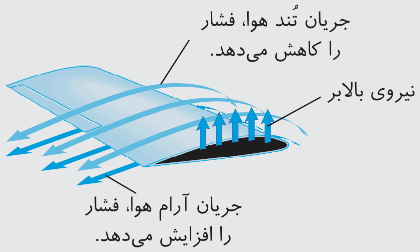
۷

اصل برنولی

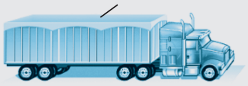
نمونه‌هایی از اصل برنولی

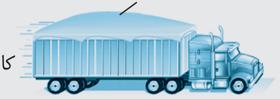
باریک شدن آب خروجی از شیر آب وقتی به آرامی پایین می‌آید به دلیل افزایش تندی، سطح مقطع کاهش می‌یابد.

تأمین بخشی از نیروی بالابر هواپیما



با به حرکت در آمدن کامیون، فشار هوای بالای سقف برزنتی کامیون کاهش یافته و باعث می‌شود این پوشش پف کند.





الگو یادآوری

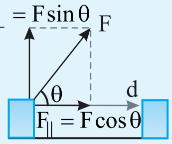
۱

کار و انرژی

کار

کار کمیت نرده‌ای و یکای آن ژول است.

کار نیروی ثابت $W = Fd\cos\theta$ « θ زاویهٔ بین نیرو و راستای حرکت



$W_{F_\perp} = ۰$

$W_F = W_{F_\parallel} = F_\parallel d$

$۰ \le \theta < \frac{\pi}{۲} \Leftrightarrow W > ۰$

$\theta = \frac{\pi}{۲} \Leftrightarrow W = ۰$

$\frac{\pi}{۲} < \theta \le \pi \Leftrightarrow W < ۰$

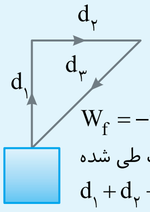
کار نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ « $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j} \rightarrow W = F_x d_x + F_y d_y$

کار نیروی برایند برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. $W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + \dots$

معرفی کار برخی از نیروهای خاص

کار نیروی اصطکاک

کار این نیرو در یک مسیر شکسته به صورت زیر است:

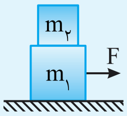


$W_f = -f_k d$

d = مسافت طی شده = $d_۱ + d_۲ + d_۳$

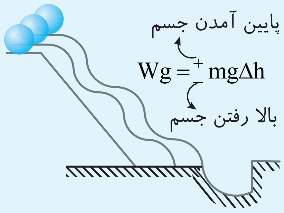
نکته: دقت کنید کار نیروی اصطکاک ممکن است مثبت نیز باشد.

عامل حرکت $m_۲$ اصطکاک بوده و کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم $m_۲$ مثبت است.



کار نیروی وزن

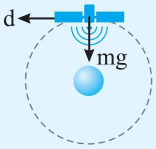
به مسیر بستگی ندارد و تنها تابع اختلاف ارتفاع نقطهٔ انتهایی و نقطهٔ ابتدایی است.



در تمام مسیرهای بالا کار نیروی وزن از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان است.

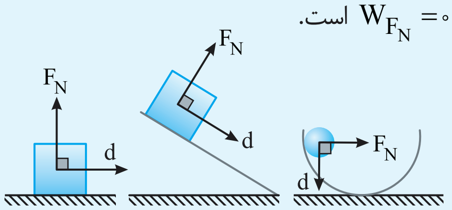
نکته: اگر ابتدا و انتهای مسیر حرکت جسمی یکسان باشد، کار نیروی وزن در آن مسیر صفر است.

نکته: در حرکت ماهواره به دور زمین کار نیروی وزن صفر است.

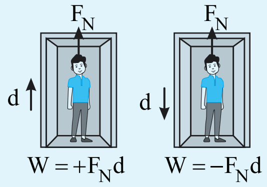


کار نیروی عمودی سطح

نیروی عمودی سطح همواره بر مسیر حرکت ذره عمود است، پس برای جسمی که روی سطحی در حال حرکت است، این نیرو و جابه‌جایی بر هم عمود بوده و $W_{F_N} = ۰$ است.



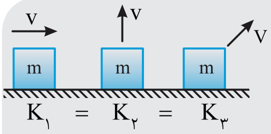
در بالابر و آسانسور کار نیروی عمودی سطح صفر نیست.



نکته: در یک جابه‌جایی افقی کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی وزن صفر است.

انرژی

انرژی جنبشی $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ « کمیت نرده‌ای است « v اندازهٔ سرعت (تندی) است و جهت آن مهم نیست.



انرژی پتانسیل

- انرژی پتانسیل کمیتی نسبی و مقایسه‌ای است و برای آن باید یک مبدأ اختیار کرد.
- انرژی پتانسیل به مکان اجسام یک سامانه نسبت به یکدیگر بستگی دارد.
- گرانشی « $U_g = mgh$ « $W_{mg} = -\Delta U_g$
- کشسانی « $W_e = -\Delta U_e$
- الکتریکی « $W_E = -\Delta U_E$

قضیه کار و انرژی

قضیه کار و انرژی جنبشی: تغییر انرژی جنبشی برابر کار نیروی برایند (کار کل)

$$\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = W_{F_T} = W_t$$

نکته: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$W_t = \Delta K \Rightarrow (۱) W_t > ۰ \Rightarrow v_۲ > v_۱ \Rightarrow$ حرکت تندشونده ، $(۲) W_t < ۰ \Rightarrow v_۲ < v_۱ \Rightarrow$ حرکت کندشونده

الگو یادآوری

۲

کار و انرژی

پایستگی انرژی

انرژی مکانیکی

- مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل $E = U + K$
- پایستگی انرژی مکانیکی « $E_۲ = E_۱$ (اصطکاک و نیروی اتلافی نداریم.)

قانون پایستگی انرژی $E_۲ - E_۱ = W_f$

نکته: W_f کار نیروی اتلافی بوده و همواره منفی است. W_f باعث افزایش انرژی درونی جسم و محیط می‌شود.

بازده و توان

توان

کار یا انرژی مصرفی در یکای زمان

$$\overset{\text{W وات}}{P} = \frac{W \rightarrow \text{J}}{t \rightarrow \text{s}} \quad \text{یا} \quad \frac{E}{t}$$

اگر توان کل خواسته شود: $P_{\text{کل}} = \frac{W_t}{t} = \frac{\Delta K}{t}$

توان بیانگر سرعت انجام کار یا سرعت مصرف انرژی است.

یکای دیگر توان اسب بخار است.

$$hp = ۷۴۶W \simeq ۷۵۰W$$

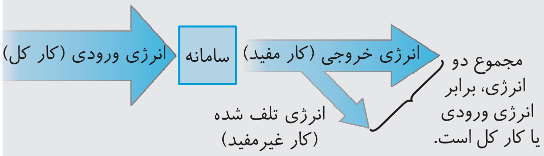
اگر در سؤال سرعت متوسط داده شود یا گفته شود سرعت ثابت است: $P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F.v_{av}$

بازده

بازده: بیانگر نسبت کار مفید به کل کار است:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times ۱۰۰ \quad \text{یا} \quad \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \quad \text{یا} \quad \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times ۱۰۰$$

در واقع هر وسیله‌ای که بازده بیشتری داشته باشد، اتلاف انرژی آن کمتر است.



چند نمونه از دستگاه‌های دارای بازده

انرژی خروجی	انرژی ورودی	
$mgh(+\frac{۱}{۲}mv^۲)$	انرژی الکتریکی	آسانسور
$mgh(+\frac{۱}{۲}mv^۲)$	انرژی الکتریکی	پمپ (تلمبه)
انرژی الکتریکی	mgh	توربین

الگو یادآوری

۱

دما و دماسنجی

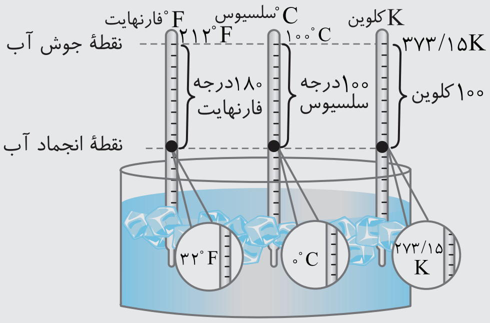
دما

- دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی اجسام را مشخص می‌کند.
- اگر دو جسم در تعادل گرمایی با جسم سومی باشند آن دو نیز در تعادل گرمایی هستند. (پایهٔ دماسنجی)
- عامل جابه‌جا شدن گرما اختلاف دماست نه اختلاف انرژی درونی.

دماسنجی

- تغییر خواص فیزیکی در اثر گرما اساس دماسنجی (مانند حجم یک مایع، فشار گاز در حجم ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم و غیره که به آن‌ها کمیت دماسنجی گویند.)
- درجه‌بندی سلسیوس θ_C » دمای ذوب یخ $۰^\circ C$ »
- دمای جوش آب $۱۰۰^\circ C$
- درجه‌بندی فارنهایت θ_F » دمای انجماد آب $۳۲^\circ F$ »
- دمای جوش آب $۲۱۲^\circ F$ درجه
- رابطهٔ بین درجه‌بندی سلسیوس و فارنهایت »

$$\boxed{\theta_F=\frac{۹}{۵}\theta_C+۳۲}\leftarrow\frac{\theta_C}{۱۰۰}=\frac{\theta_F-۳۲}{۱۸۰}$$



مقایسه‌ی یکاهای فارنهایت، سلسیوس و کلوین

- رابطهٔ بین تغییر دما در دماسنج فارنهایت و سلسیوس » $۱^\circ C=\frac{۹}{۵}\ ^\circ F$ » $\boxed{\Delta\theta_C=\frac{۵}{۹}\Delta\theta_F}$
- رابطهٔ کلی دماسنجی بین دو درجه‌بندی $\frac{x-a}{b-a}=\frac{x'-a'}{b'-a'}$
  - a و a' دمای محیط اول در دو درجه‌بندی، b و b' دمای محیط دوم در دو درجه‌بندی
  - x و x' دمای محیطی که در دو درجه‌بندی اندازه‌گیری می‌شود.
- درجه‌بندی کلوین » صفر کلوین برابر $-۲۷۳/۱۵^\circ C$ » که کمترین دمای ممکن است.
- عدد تغییر دما در درجه‌بندی کلوین و سلسیوس یکسان است. $\boxed{\Delta T=\Delta\theta}$
- رابطه دماسنجی کلوین با درجه‌بندی سلسیوس (سانتی‌گراد) $\boxed{T=۲۷۳+\theta^\circ C}$

دماسنج‌ها

- دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی ساده‌ترین و متداول‌ترین دماسنج‌ها هستند.
  - کمیت دماسنجی در این دماسنج‌ها ارتفاع مایع درون دماسنج است.

دماسنج‌های معیار

① دماسنج گازی

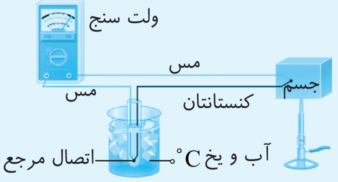
② دماسنج مقاومت پلاتینی

③ تف‌سنج (پیرومتر)

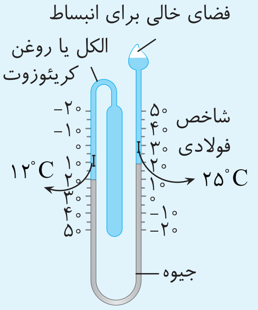
اساس کار آن مبتنی بر تابش گرمایی است.

دماسنج ترموکوپل

- کمیت دماسنجی آن، ولتاژ است.
- دقت آن از دماسنج‌های معیار کمتر است.
- گسترهٔ دماسنجی آن می‌تواند از $-۲۷۰^\circ C$ تا $۱۳۷۲^\circ C$ باشد.
- از دو سیم غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان ساخته می‌شود.
- مزیت آن کوچک بودن محل اتصال و سریع بودن در رسیدن به تعادل گرمایی با جسم است.



- دماسنج کمینه و بیشینه: تعیین کمینه و بیشینه دمای یک محل
  - قسمت پایین شاخص فولادی نشان‌گر دما است.
  - شـاخهٔ سمت راسـت دمای بیشینه و شاخهٔ سمت چپ دمای کمینه را نشان می‌دهد.



انبساط گرمایی

جامدها

انبساط طولی « $\Delta L = L_۱ \underset{\downarrow}{\alpha} \Delta T \leftarrow L_۱$ طول اولیه و ΔT تغییر دما $\Delta T = \Delta\theta$

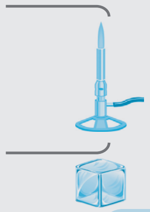
ضریب انبساط طولی: مقدار تغییر طول جسم به طول یک متر به ازای ۱K تغییر دما

درصد تغییرات: $\frac{\Delta L}{L_۱} \times ۱۰۰ = \frac{L_۱ \alpha \Delta\theta}{L_۱} \times ۱۰۰ = \alpha\Delta\theta \times ۱۰۰$

از اختلاف ضریب انبساط طولی در موارد زیر استفاده می‌شود.

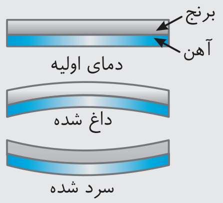
دماسنج نواری دوفلزه

از یک نوار دوفلزه پیچه‌ای استفاده شده است.



ترموستات (دماپا)

دو فلز با ضریب انبساط مختلف با طول یکسان به هم پرچ شده‌اند.
از ترموستات در یخچال‌ها، موتورخانه‌ها و آب‌گرم‌کن‌ها استفاده می‌شود.



انبساط سطحی « $\Delta A = A_۱ ۲\alpha\Delta T \leftarrow$ ضریب انبساط سطحی تقریباً دو برابر ضریب انبساط طولی است.

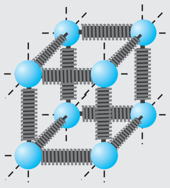
درصد تغییرات $۲\alpha\Delta\theta \times ۱۰۰$

انبساط حجمی « $\Delta V = V_۱ \beta \Delta T \leftarrow \beta \approx ۳\alpha$ ضریب انبساط حجمی جامد

درصد تغییرات $۳\alpha\Delta\theta \times ۱۰۰$

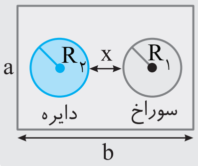
تغییر چگالی « در جسم جامد همگن $\rho_۲ = \frac{\rho_۱}{۱+\beta\Delta T}$ و $\rho_۲ = \rho_۱(۱-\beta\Delta T)$

دیدگاه مولکولی « نیروهای بین اتمی در جامدها شبیه فنر هستند و هر اتم به این فنرها متصل است. با افزایش دما دامنهٔ نوسان‌ها افزایش می‌یابد و جسم منبسط می‌شود.



نکاتی در مورد انبساط

- در انبساط تمام نقاط جسم از هم دور می‌شوند.
- اگر روی یک صفحه، سوراخی باشد با انبساط صفحه، دهانهٔ سوراخ نیز بازتر می‌شود.
- در شکل روبه‌رو با دادن گرما، x، $R_۱$، $R_۲$، a و b و ... افزایش می‌یابد.



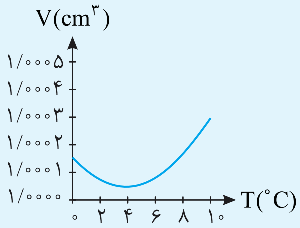
مایع‌ها

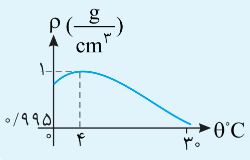
- افزایش حرکت کاتوره‌ای اتم‌ها و مولکول‌ها در اثر افزایش دما سبب دور شدن مولکول‌ها از هم و افزایش حجم مایع می‌شود.
- $\Delta V = V_۱ \ \beta\Delta T \leftarrow \beta$ ضریب انبساط حجمی مایع
- ضریب انبساط حجمی در مایع‌ها از ضریب انبساط حجمی جامدها بیشتر است.
- در صورت گرم شدن ظرف لبریز از مایع، مایع از آن سرریز می‌شود.
  - مقدار مایع سرریز شده = انبساط ظرف − انبساط واقعی مایع

تغییر چگالی « $\rho_۲ = \frac{\rho_۱}{۱+\beta\Delta T}$ ، $\rho_۲ = \rho_۱(۱-\beta\Delta T)$

انبساط غیرعادی آب

- از $۰^\circ C$ تا $۴^\circ C$ حجم آب به جای افزایش، کاهش می‌یابد.
- کمترین حجم و بیشترین چگالی آب در $۴^\circ C$ « این امر سبب یخ بستن آب دریاچه‌ها از سطح آن‌ها می‌شود.
- نمودارها





الگو یادآوری

۳

گرما

گرما » مقدار انرژی که به‌دلیل اختلاف دما بین دو جسم مبادله می‌شود.

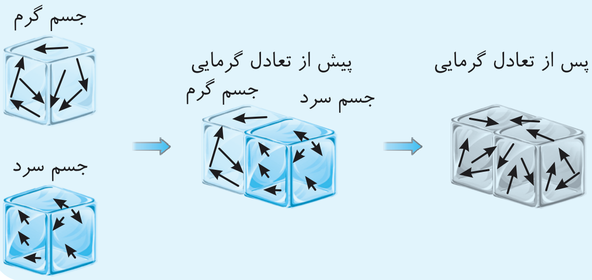
یکای گرما در SI ژول و یکای فرعی آن کالری است. $1\,\text{cal} \approx ۴/۲\text{J}$

انرژی درونی » مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی تمام مولکول‌های ماده

تعادل گرمایی » هرگاه دمای دو جسم که با هم در تبادل گرمایی هستند برابر شود، مبادله گرما متوقف می‌شود. به این حالت **تعادل گرمایی** و به این دمای مشترک **دمای تعادل** گویند.

از دیدگاه میکروسکوپی در تماس دو جسم سرد و گرم، انرژی‌های پتانسیل و جنبشی حرکت کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی درون جسم گرم کاهش و به همین اندازه برای جسم سرد افزایش می‌یابد تا دو جسم به تعادل گرمایی برسند.

دماسنج با جسمی که دمای آن را اندازه‌گیری می کند به تعادل گرمایی می‌رسد بنابراین دماسنج دمای خود را نشان می‌دهد.



گرماسنجی

گرمای ویژه
- مقدار گرمایی که باید به یک کیلوگرم جسم داده شود تا دمای آن 1°C (یا $1\,\text{K}$) افزایش یابد.
- به جنس جسم بستگی دارد.
- یکای آن در SI » $\text{J}/\text{kg.K}$
- گرمای ویژهٔ آب از اغلب اجسام بیشتر است.
  - این امر سبب استفاده از آب در رادیاتورهای اتومبیل و گرم‌کردن فضای خانه‌ها به وسیلهٔ شوفاژ می‌شود.

رابطهٔ گرماسنجی » $\boxed{Q = mc\Delta T}$
- c گرمای ویژه
- m جرم جسم
- ΔT تغییر دما
- اگر جسم گرما بگیرد $Q > ۰$ و اگر جسم گرما از دست بدهد $Q < ۰$

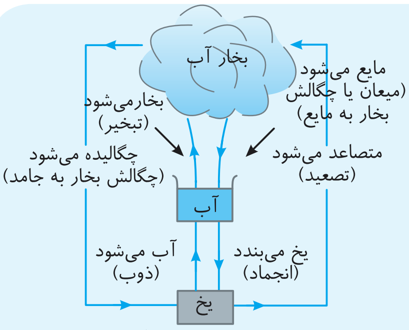
دمای تعادل
- بدون اتلاف گرما » $Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + \cdots = ۰ \Rightarrow Q_T = ۰$
- با اتلاف گرما » $Q_۱ + Q_۲ = Q_{\text{اتلاف}}$ » $Q_{\text{اتلاف}}$ منفی
- بدون تغییر حالت $m_۱c_۱(\theta_e - \theta_۱) + m_۲c_۲(\theta_e - \theta_۲) + \cdots = ۰ \rightarrow \theta_e = \dfrac{m_۱c_۱\theta_۱ + m_۲c_۲\theta_۲ + \ldots}{m_۱c_۱ + m_۲c_۲ + \cdots}$

گرماسنج
- کالری‌متر یا گرماسنج: ظرفی فلزی و درپوش‌دار با عایق‌بندی گرمایی خوب که در آزمایش‌های گرماسنجی مانند تعیین گرمای ویژهٔ اجسام کاربرد دارد.
- ظرفیت گرمایی: حاصل‌ضرب جرم جسم در گرمای ویژهٔ جسم $C = mc$ » یکای آن J/K یا $\text{J}/^\circ\text{C}$

حالت‌های ماده

ذوب

- تبدیل جامد به مایع » فرایند ذوب گرماگیر است.
- نقطهٔ ذوب: دمایی که در آن جسم جامد شروع به ذوب شدن می‌کند.
- در مدت عمل ذوب دما ثابت می‌ماند.
- معمولاً در جامدهای بلوری به استثناء یخ هنگام ذوب حجم افزایش می‌یابد.
- جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و قیر نقطهٔ ذوب کاملاً مشخصی ندارند.
- افزایش فشار سبب افزایش نقطهٔ ذوب می‌شود در حالی‌که در مورد یخ سبب کاهش نقطهٔ ذوب می‌شود.
- در قلهٔ کوه‌ها به دلیل کاهش فشار هوا نقطهٔ ذوب بالا رفته و برف می‌تواند در دمای بالاتر از $۰^{\circ}\mathrm{C}$ نیز به‌صورت جامد باقی بماند.



«انواع تغییر حالت‌های آب»

گرمای نهان ذوب

- نسبت گرمای لازم برای تغییر حالت جسم از جامد به مایع در دمای ذوب به جرم جسم را گرمای ذوب (یا گرمای نهان ذوب گویند)
- $L_F = Q/m \leftarrow \boxed{Q = mL_F}$ » L_F به جنس جسم بستگی دارد.

انجماد

- تبدیل مایع به جامد » فرایند انجماد گرماده است. » نقطه انجماد و ذوب یک جسم یکسان است.
- ناخالصی مانند نمک می‌تواند سبب کاهش دمای انجماد آب شود و انجماد کامل را تا دمای $-۱۸^{\circ}\mathrm{C}$ پایین ببرد.
- $Q = -mL_F$

تفاوت یخ و برف

یخ از انجماد آب و برف از چگالش بخار حاصل می‌شود. در انجماد زمان کافی برای تشکیل بلور وجود دارد اما چگالش برف سریع رخ می‌دهد.

تبخیر و جوشیدن

تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند. تبخیر گرماگیر است.

تبخیر سطحی

- مایع در هر دمایی تبخیر می‌شود این فرایند را تبخیر سطحی گویند.
- آهنگ تبخیر سطحی به عوامل مختلفی مانند دمای مایع و مساحت سطح آن بستگی دارد.
- تبخیر سطحی عرق بدن سبب خنک شدن می‌شود.

جوشیدن

- با دادن گرما به مایع و بالا رفتن دما، در دمای خاصی حباب‌های گاز درون مایع شکل می‌گیرند و از مایع خارج می‌شوند. به این پدیده جوشیدن مایع و به این دما، نقطهٔ جوش گویند.
- دما در حین جوشیدن تغییر نمی‌کند.
- در جوشیدن کل مایع در فرایند تبخیر شرکت می‌کند.
- نقطه جوش با افزایش فشار، بالا می‌رود، ناخالصی سبب افزایش نقطه جوش می‌شود.

گرمای تبخیر

- نسبت گرمای لازم برای تبخیر مایع، به جرم مایع را گرمای تبخیر مایع (یا گرمای نهان تبخیر مایع) گویند و با (L_V) نمایش می‌دهند. $(J/kg) \leftarrow L_V = Q/m \leftarrow \boxed{Q = mL_V}$
- با کاهش دما به‌دلیل محکم‌تر شدن پیوند مولکول‌های مایع، L_V افزایش می‌یابد. L_V به جنس و دما بستگی دارد.

میعان

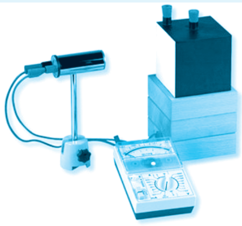
- میعان » وارون فرایند تبخیر » گرماده است » $Q_V = -mL_V$
- نقطهٔ جوش و نقطه میعان یک جسم یکسان است.

الگو یادآوری

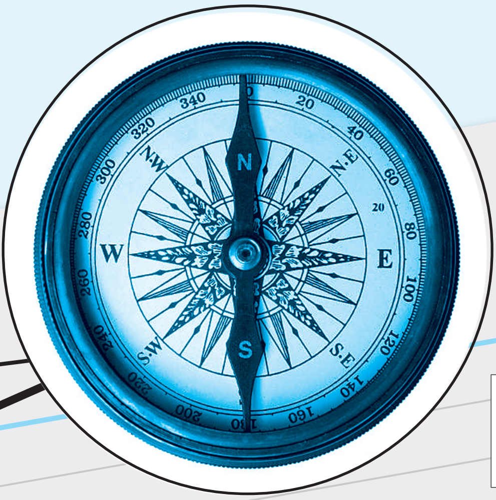
۵

انتقال گرما

- **رسانش**
  - ارتعاش اتم‌ها و الکترون‌های آزاد در ناحیهٔ گرم شدهٔ جسم موجب انتقال بخشی از انرژی آن‌ها به اتم‌ها و الکترون‌های مجاور می‌شود و به این روش انتقال گرما رسانش گویند.
  - در رساناهای فلزی، الکترون‌های آزاد نقش اساسی دارند.
  - در نارساناها مانند شیشه رسانش گرمایی به دلیل ارتعاش اتم‌ها و گسترش این ارتعاش در طول آن‌هاست و به جهت نبود الکترون آزاد، این اجسام رسانای گرمایی خوبی نیستند.
- **همرفت**
  - انتقال گرما در شاره‌ها به روش همرفت صورت می‌گیرد.
  - **طبیعی**
    - هوای سرد در کنار بخاری گرم شده بالا می‌رود و هوای سرد چگال‌تر جای آن را می‌گیرد.
    - آب درون کتری به همین روش روی شعلهٔ اجاق گرم می‌شود.
    - روز: زمین ساحل گرم‌تر از آب دریا، نسیم همرفتی از سوی دریا به سوی ساحل
    - شب: زمین ساحل سردتر از آب دریا، نسیم همرفتی از سوی ساحل به سمت دریا
  - **واداشته**
    - شاره به کمک یک تلمبه طبیعی (قلب جانوران خونگرم) یا تلمبه مصنوعی (واترپمپ اتومبیل) به چرخش واداشته می‌شود تا با این چرخش انتقال گرما صورت پذیرد.
- **تابش گرمایی**
  - هر جسم می‌تواند از خود تابش الکترومغناطیسی گسیل کند که شدت و بسامد این تابش به دمای جسم بستگی دارد و آن را تابش گرمایی گویند.
  - این انتقال گرما به محیط مادی نیاز ندارد و در خلأ منتشر می‌شود.
  - سریع‌ترین روش انتقال گرما بوده و سرعت آن در خلأ برابر $c=۳\times۱۰^{۸} m/s$ است.
  - تابش گرمایی در دماهای زیر حدود $۵۰۰^{\circ}C$ عمدتاً به‌صورت تابش فروسرخ است.
  - برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از دستگاه دمانگار استفاده می‌شود « تصویر حاصل از دمانگار را دمانگاشت گویند.
  - تابش گرمایی علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح جسم بستگی دارد.
  - تابش سطح‌های صیقلی با رنگ‌های روشن کم و از سطح تیره، ناصاف و مات بیشتر است.
  - برای آزمایش تأثیر سطح و رنگ از مکعب لسلی استفاده می‌شود.
  - یکی از کاربردهای تابش گرمایی دماسنج تف‌سنج است و به روش اندازه‌گیری دما مبتنی بر تابش گرمایی، تف‌سنجی گویند.
  - دو نوع تف‌سنج تابشی و نوری داریم که تف‌سنج تابشی جزء دماسنج‌های معیار است.

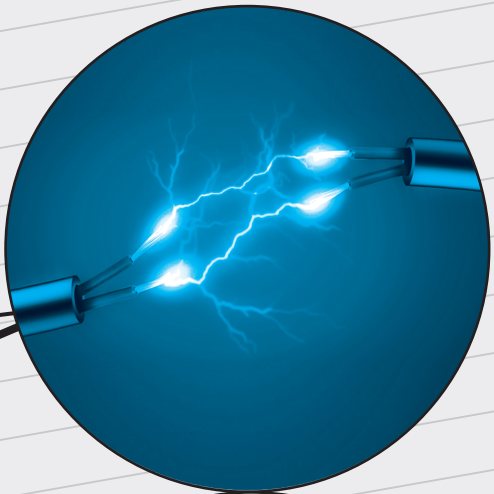


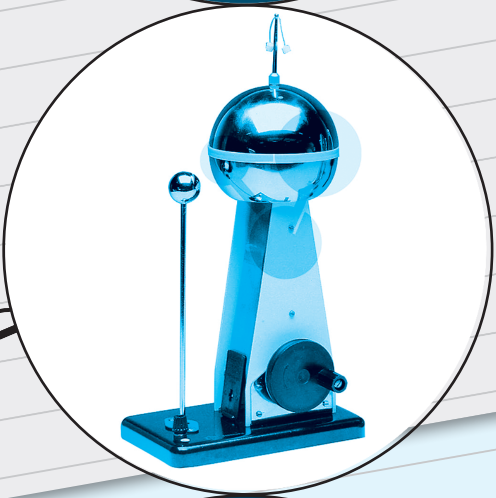
  - **نمونه پدیده‌های زیستی**
    - شکار تابش فروسرخ: اندام حفره‌ای روی پوزهٔ برخی مارهای زنگی که نسبت به تابش فروسرخ حساس است سبب می‌گردد که مار طعمه‌های خونگرم مانند موش را در تاریکی تشخیص دهد.
    - کلم اسکانک: می‌تواند دمایش را با دمای محیط بالاتر ببرد و انرژی خود را با تابش فروسرخ از دست داده و برف پیرامونش را در زمستان آب کند.
  - پرتوسنج (رادیومتر): وسیله‌ای است که از یک حباب شیشه‌ای تشکیل شده است که درون آن چهار پرهٔ فلزی قائم قرار دارد که می‌توانند حول یک محور (سوزن عمودی) بچرخند. دو وجه هر چهارپره، یک در میان سفید و سیاه است. وقتی این وسیله کنار یک چشمه نور قرار گیرد، پره‌ها حول محور شروع به چرخیدن می‌کنند.



درسنامه‌های درختی

فیزیک ۲





الگو یادآوری

۱

الکتریسیته ساکن

با مالش یک شانهٔ پلاستیکی در آن خاصیتی به‌وجود می‌آید که می‌تواند ذرات ریز کاغذ (کاه) را جذب کند. به این خاصیت الکتریسیته (کهربا) گویند. در واقع جسم باردار می‌شود.

ویژگی‌های بار

۱ بارهای همنام یکدیگر را می‌رانند و بارهای ناهمنام یکدیگر را می‌ربایند.

۲ بار کمیتی کوانتیده (گسسته) است و همواره مضربی از یک بار پایه (بار الکترون) است. $\boxed{q=\pm ne}$

$e=1/6\times10^{-19}C$

۳ مجموع جبری بار الکتریکی یک دستگاه منزوی ثابت است. (اصل پایستگی بار)

اجسام باردار بر اجسام باردار یا بدون بار نیرو وارد می‌کنند.

روش‌های باردار کردن

۱ **روش مالش**: در این روش که برای باردار کردن اجسام نارسانا به‌کار می‌رود. دو جسم به هم مالیده شده که سبب می‌گردد الکترون از یک جسم به جسم دیگر مطابق جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبو الکتریک) منتقل شود و دو جسم باردار شوند.

جدول: سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)

انتهای منفی سری	تفلون	لاستیک	پلاستیک، پلی‌اتیلن	برنج، نقره	کهربا	پارچهٔ کتان	چوب	کاغذ	پوست انسان	آلومینیوم	ابریشم	سرب	موی گربه	پشم	نایلون	شیشه	موی انسان	انتهای مثبت سری

۲ **روش تماس**: در این روش یک جسم باردار را به یک جسم بدون بار (معمولاً رسانا) تماس می‌دهند. مقداری بار از جسم باردار به جسم بدون بار منتقل شده و هر دو جسم دارای بار همنام می‌شوند.

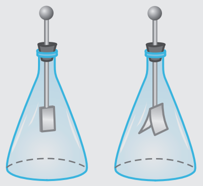
۳ **روش القا**: روشی برای باردار کردن اجسام رسانا

الکتروسکوپ

وسیله‌ای برای مشخص کردن باردار بودن و نوع بار یک جسم است.

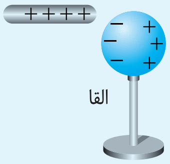
باردار کردن الکتروسکوپ با روش القا انجام می‌شود.

اگر جسمی باردار به آرامی به یک الکتروسکوپ باردار نزدیک شود، چنانچه انحراف ورقه‌ها بیشتر شود جسم دارای بار همنام با بار الکتروسکوپ و اگر انحراف ورقه‌ها کمتر شود، جسم دارای بار ناهمنام با بار الکتروسکوپ است.

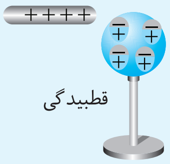


ربایش

اگر یک جسم باردار به یک جسم رسانای خنثی نزدیک شود در اثر القا، بار الکتریکی در رسانا ایجاد شده و سبب ربایش جسم رسانا توسط جسم باردار می‌شود.



اگر جسم باردار به جسم نارسانا (ذرات کاغذ) نزدیک شود قطبیدگی سبب ربایش خرده‌های کاغذ می‌شود.



الگو یادآوری

۲

قانون کولن

نیرویی که دو بار بر هم وارد می‌کنند با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله دو بار نسبت وارون دارد.

$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} \leftarrow$ ثابت کولن $k=۹\times ۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲} \leftarrow k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_\circ}$، $\varepsilon_\circ =۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲} \frac{C^۲}{N.m^۲}$ ضریب گذردهی خلأ

نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند برابر نیرویی است که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند.

در بررسی نیروی کولنی بار را نقطه‌ای درنظر می‌گیرند.

اگر جسم گسترده باشد، شکل، ابعاد و چگونگی توزیع بار در اندازهٔ نیروی کولنی مؤثر است.

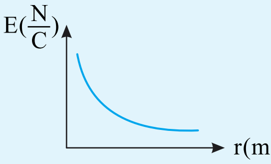
نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند.

میدان الکتریکی

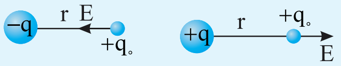
در اطراف هربار خاصیتی وجود دارد که بر اجسام دیگر نیرو وارد می‌کند، این خاصیت فضای اطراف بار را میدان الکتریکی گویند. میدان الکتریکی کمیتی برداری است.

میدان الکتریکی برابر نیروی وارد بر یکای بار مثبت است. $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_\circ}(N/C)$

میدان بار نقطه‌ای q در فاصله r از بار $E=kq/r^۲$ « نمودار $E-r$

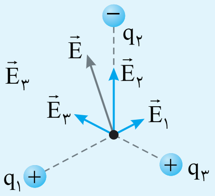


جهت میدان الکتریکی هم‌جهت با نیروی وارد بر بار مثبت است.



برایند میدان‌های الکتریکی ◄ میدان الکتریکی خالص حاصل از چند بار در یک نقطه برایند میدان هر بار در همان نقطه است.

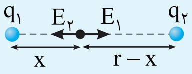
$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲+\vec{E}_۳$



مثال‌های ساده

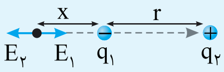
- میدان روی خط واصل دو بار همنام: میدان در نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

$E_۱=E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{x^۲}=\frac{kq_۲}{(r-x)^۲}$

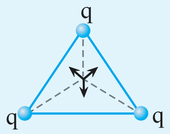


- میدان روی خط واصل دوبار ناهمنام: میدان در خارج دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

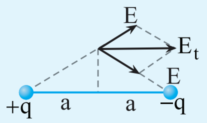
$E_۱=E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{x^۲}=\frac{kq_۲}{(r+x)^۲}$



- میدان در مرکز یک مثلث متساوی‌الاضلاع ناشی از سه بار یکسان صفر می‌شود.



- **دو قطبی**: دوبار ناهمنام با اندازه‌های یکسان
  - میدان روی عمودمنصف دو قطبی موازی محور دو قطبی است.



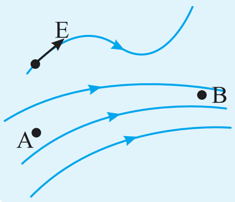
میدان الکتریکی درون رسانا صفر است.

خطهای میدان الکتریکی

برای تجسم میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار، از خطهای جهت‌داری به نام خطهای میدان استفاده می‌شود.

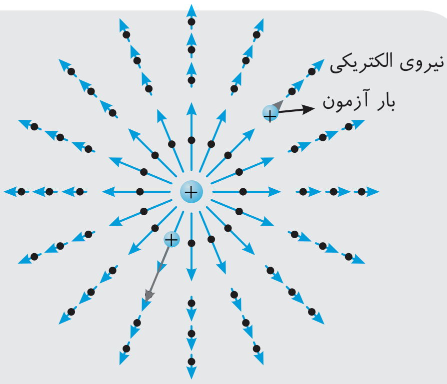
ویژگی‌های خطوط میدان

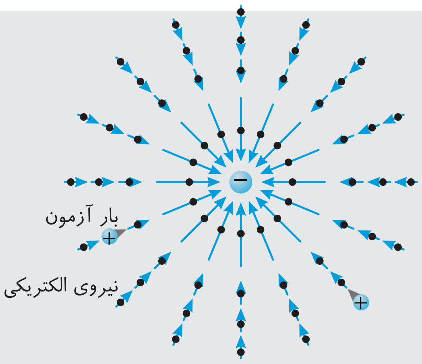
- خطهای میدان در هر نقطه در جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.
- خطهای میدان از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند.
- بردار میدان در هر نقطه بر خطهای میدان مماس است.
- هرچه تراکم خطوط بیشتر باشد میدان قوی‌تر است. $(E_B>E_A)$
- خطهای میدان یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

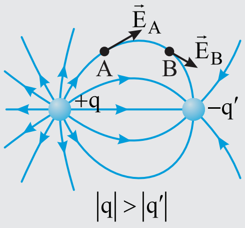


الگو یادآوری

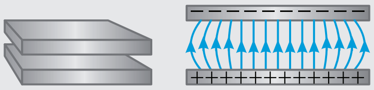
۳







خطوط میدان الکتریکی یکنواخت



الکتریسیته ساکن

انرژی پتانسیل الکتریکی

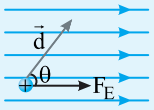
هرگاه دو بار مثبت را به هم نزدیک کرده رها کنیم از هم دور می‌شوند، علت آن ذخیره شدن انرژی در مجموعه دو بار است. این نوع انرژی را که در اجسام باردار نزدیک به هم وجود دارد انرژی پتانسیل الکتریکی گویند.

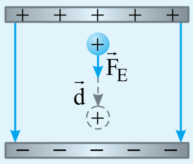
تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذرهٔ باردار برابر منفی کار میدان الکتریکی است. $\Delta U_E = -W_E$

هرگاه بار مثبت در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شـود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

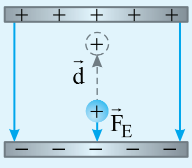
$W_E = F_E d \cos\theta$

$F_E = qE$

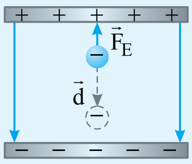




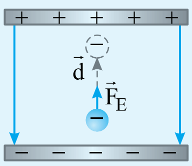
$\Delta U_E < 0, W_E > 0$



$\Delta U_E > 0, W_E < 0$



$\Delta U_E > 0, W_E < 0$



$\Delta U_E < 0, W_E > 0$

اختلاف پتانسیل الکتریکی

عامل شارش بار

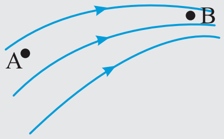
نسـبت تغییر انرژی پتانسیل به بار ذره، مستقل از نوع و اندازه بار بوده و آن را اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه گویند.

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_0} = -\frac{W_{A\to B}}{q_0}$$

پتانسیل الکتریکی

انرژی یکای بار مثبت در یک نقطه از فضا را پتانسیل آن نقطه گویند. $V = \frac{U_E}{q}$ ، کولن/ژول = ولت

با حرکت در جهت میدان، به سمت نقاط با پتانسیل الکتریکی کمتر و با حرکت در خلاف جهت میدان به سمت نقاط با پتانسیل الکتریکی بیشتر می‌رویم.

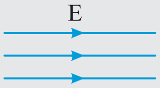


مهم: در روابط پتانسیل باید علامت بار در نظر گرفته شود.

میدان الکتریکی یکنواخت

در میدان الکتریکی یکنواخت خطوط میدان با هم موازی و فاصلهٔ بین خطوط یکسان است.

برای ایجاد میدان الکتریکی یکنواخت از دو صفحهٔ رسـانای بارداری که فاصلهٔ آن‌ها از هم نسبت به ابعادشان، کوچک است استفاده می‌شود و این صفحات رسانا دارای بارالکتریکی یکسان $+q$ و $-q$ هستند.



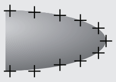
میدان الکتریکی یکنواخت: $E = \frac{|\Delta V|}{d} \leftarrow \frac{\text{ولت}}{\text{متر}} = \frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$

الگو یادآوری

٤

توزیع بار در اجسام رسانا

- بار داده شده به رسانا در سطح خارجی آن توزیع می‌شود.
- اگر میلهٔ بارداری به یک رسانا نزدیک کنیم، بار الکتریکی در آن به گونه‌ای القا می‌شود که میدان درون رسانا صفر شود.
- میدان الکتریکی درون رسانا در پدیده‌های الکتروستاتیک صفر است.
- تراکم بار در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از بقیه نقاط بیشتر است.



- صفر بودن میدان در رسانا و توزیع بار در سطح خارجی آن سبب می‌گردد شخص درون قفس فاراده یا شخص درون اتومبیل هنگام صاعقه آسیب نبیند.

خازن

اسبابی برای ذخیره‌سازی الکتریسیته

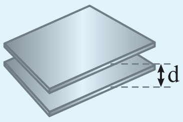
ظرفیت خازن

- خارج قسمت بار الکتریکی خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن » $C=\frac{Q}{V}$ » بار صفحات یک خازن همواره با هم برابر است.
- واحد ظرفیت الکتریکی خازن فاراد است » ولت / کولن = فاراد
  - $۱\mu F=۱۰^{-۶}F$ میکروفاراد، $۱nF=۱۰^{-۹}F$ نانوفاراد، $۱pF=۱۰^{-۱۲}F$ پیکوفاراد
- ظرفیت خازن از خصوصیات ساختمانی خازن است و به Q و V بستگی ندارد.

خازن تخت

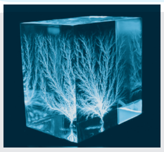
$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$

- A سطح مقطع صفحات خازن
- d فاصله دو صفحه از هم
- $\varepsilon_{\circ}$ ضریب گذردهی الکتریکی خلأ
- κ ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن



فرو ریزش الکتریکی

- با حضور دی‌الکتریک بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن بالا می‌رود.

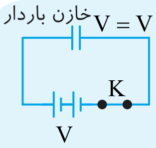


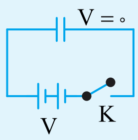
- اگر ولتاژ دو سر خازن زیاد شود برخی از الکترون‌های اتم دی‌الکتریک توسط میدان الکتریکی کنده شده و از مسیرهای رسانای درون دی‌الکتریک می‌گذرد و خازن تخلیه می‌شود. (فروریزش الکتریکی)
- فروریزش معمولاً با ایجاد جرقه همراه بوده و اغلب باعث سوختن خازن می‌شود.
- رابطهٔ بین ولتاژ بیشینه و میدان بین صفحات خازن $E_{max}=V_{max}/d$

انرژی خازن

$$\left(U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C}\leftarrow U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\right)\xleftarrow{Q=CV}U=\frac{۱}{۲}QV\leftarrow U=\frac{\circ+V}{۲}Q\leftarrow U=\bar{V}.Q$$

- انرژی خازن همواره نصف انرژی‌ای است که مولد به مدار می‌دهد. $U_C=\frac{۱}{۲}U_{\varepsilon}$


خازن باردار


خازن بدون بار

دو نکتهٔ ساده و مهم

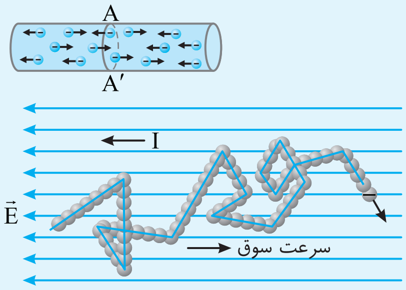
- هرگاه خازن به باتری متصل شده و پس از شارژ از باتری جدا شود بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. (ثابت = Q)
- هرگاه خازن به باتری متصل و شارژ باشد، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت است. (ثابت = V)

الگو یادآوری

۱

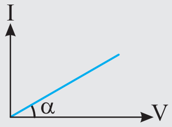
الکتریسیتهٔ جاری

جریان الکتریکی

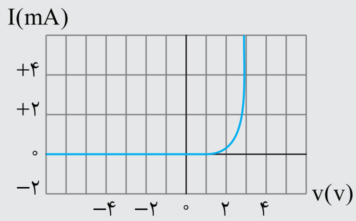


- الکترون‌ها در یک رسانا دارای حرکت کاتوره‌ای هستند.
- با اتصال سیم رسانا به باتری و برقراری اختلاف پتانسیل به دو سر سیم در آن بار شارش می‌کند و جریان برقرار می‌شود.
- با حضور باتری و اعمال میدان الکتریکی در رسانا، الکترون در خلاف جهت میدان با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق که حدود ۱mm/s است حرکت می‌کند.
- به نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ جریان الکتریکی متوسط گویند $(\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t})$ و یکای جریان آمپر است.

قانون اهم

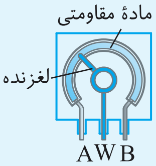


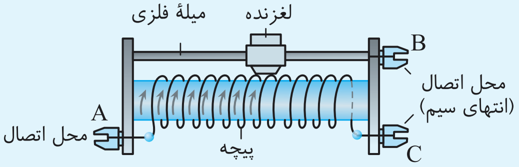
- نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان گذرنده از آن در دمای ثابت مقدار ثابتی است که آن را مقاومت الکتریکی می‌گویند. $R=\frac{V}{I}$
- نمودار $I-V$ خط راست است. شیب این نمودار وارون مقاومت است: $\tan\alpha=\frac{۱}{R}$
- این قانون برای اغلب فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.
- وسیله‌هایی مانند دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کنند و نمودار جریان بر حسب ولتاژ آن‌ها خطی نیست.



عوامل مؤثر بر مقاومت

- مقاومت الکتریکی به طول و سطح مقطع رسانا و نیز ترکیب و ساختار آن بستگی دارد.
- $R=\rho\frac{l}{A}$
  - l طول سیم، A سطح مقطع سیم $A=\pi\frac{D^۲}{۴}$ و D، قطر سیم ← $\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{l_۲}{l_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$
  - ρ مقاومت ویژه و یکای آن $\Omega.m$
- هرگاه یک رسانای فلزی را از یک حدیده بگذرانیم تا با افزایش طول، سطح مقطع آن کاهش یابد به دلیل ثابت ماندن حجم $A_۱l_۱=A_۲l_۲$ است و $\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{l_۱}{l_۲}$ خواهد بود.
- **نیم‌رسانا** ← مقاومت ویژهٔ دسته‌ای از مواد بین مقاومت ویژهٔ رساناها و نارساناهاست این مواد را نیم‌رسانا گویند.
- **تأثیر دما بر مقاومت**
  - مقاومت ویژهٔ رساناهای فلزی با افزایش دما افزایش می‌یابد.
  - مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.
- **ابررسانایی** ← در برخی مواد، مانند جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند. این پدیده را ابررسانایی گویند.
- **رئوستا**
  - رئوستا یک مقاومت متغیر است که از سیم با مقاومت ویژه زیاد که بر روی استوانه‌ای نارسانا پیچیده شده ساخته می‌شود.
  - در مدارهای الکترونیکی وسیله‌ای به نام پتانسیومتر نقش رئوستا دارد.



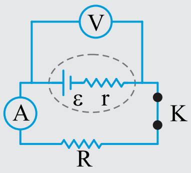


الگو یادآوری

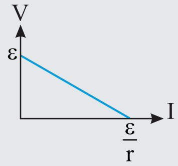
۲

الکتریسیته جاری

نیروی محرکه‌ی الکتریکی در مدارها



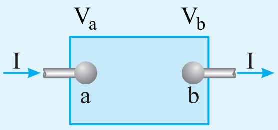
- در مدار روبه‌رو با باز بودن کلید ولت‌سنج نیروی محرکه باتری (ε) را نشان می‌دهد.
- با بستن کلید و برقراری جریان افت پتانسیل (Ir) در باتری رخ می‌دهد و ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد و ولت‌سنج V را نمایش می‌دهد.
- نمودار $V-I$ دو سر باتری



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\,,\ V=\varepsilon-Ir$$

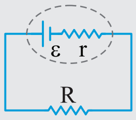
- شیب این نمودار $(-r)$ و عرض از مبدأ آن ε است.
- اگر با باز کردن و بستن کلید عدد ولت‌سنج تغییر نکند و $V=\varepsilon$ باشد، آن‌گاه
  - مقاومت درونی ناچیز است.
  - مقاومت خارجی R بسیار بزرگ است.
- **ظرفیت باتری** مقدار باری که باتری می‌تواند به مدار دهد و یکای آن Ah است. اگر ظرفیت باتری $۱۲۰Ah$ باشد به معنای آن است که با جریان $۱A$، باتری می‌تواند $۱۲۰h$ کار کند $(Q=It)$.

توان در مدارهای الکتریکی

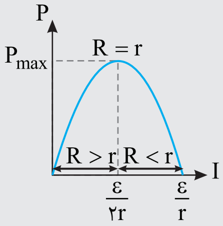


- تـوان الکتریکی، آهنگ تغییر انرژی پتانسـیل الکتریکی بـار q هنگام گذر از این بخش مدار است.
  - $$P=\frac{\Delta U}{t}=\frac{q\Delta V}{t}\Rightarrow P=I\Delta V$$
  - $$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$$
- انرژی مصرفی (گرما) در مقاومت: $U=Pt\Rightarrow U=RI^۲t=\frac{V^۲}{R}t=VIt$
  - انرژی الکتریکی مصرفی بر حسب کیلووات ساعت: $۱kWh=۳/۶\times۱۰^۶J$

توان خروجی باتری



- در مدار روبه‌رو توان خروجی باتری (یا توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار) $P=VI$ است.
- $P=VI=(\varepsilon-Ir)\,I\Rightarrow P=\varepsilon I-rI^۲$ توان خروجی باتری
  - εI: توان تولیدی باتری
  - $rI^۲$: اتلاف توان در مقاومت درونی باتری
  - P تابع درجه ۲ از I است و نمودار آن سهمی است.
- **بیشینه توان خروجی**: $I=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$
  - $R=r$ شرط توان بیشینه $\Leftarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}\,,\ I=\frac{\varepsilon}{۲r}$
  - با تغییر مقاومت خارجی مدار نمی‌توان در مورد چگونگی توان مصرفی در مدار خارجی اظهار نظر کرد.



الگو یادآوری

۳

الکتریسیته‌ی جاری

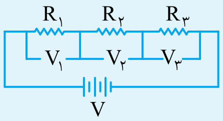
به هم بستن مقاومت‌ها

سری (متوالی)

$$V=V_۱+V_۲+V_۳$$

$$I=I_۱=I_۲=I_۳$$

$$R=R_۱+R_۲+R_۳ \leftarrow IR=IR_۱+IR_۲+IR_۳ \leftarrow$$



موازی

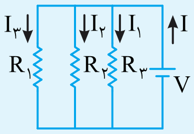
$$V=V_۱=V_۲=V_۳$$

$$I=I_۱+I_۲+I_۳$$

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳} \leftarrow \frac{V}{R}=\frac{V}{R_۱}+\frac{V}{R_۲}+\frac{V}{R_۳} \leftarrow$$

دو مقاومت $R=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

n مقاومت یکسان $R=\frac{R_۱}{n}$

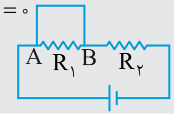


مقاومت معادل مقاومت‌های موازی از کوچک‌ترین مقاومت موازی کوچک‌تر است.

مقاومت کمتر « جریان عبوری بیشتر « جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

اتصال کوتاه

هرگاه دو نقطه از مدار را با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل کنیم اختلاف پتانسیل بین دو نقطه صفر می‌شود.



$V_{AB}=۰$ (اتصال کوتاه)

در مقاومت‌های سری که جریان‌ها برابر است توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

در مقاومت‌های موازی که ولتاژها برابر است توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

اتصال به برق شهر

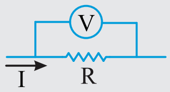
تمام وسایل برق شهر به جز فیوز و کنتور به صورت موازی به برق متصل می‌شوند.

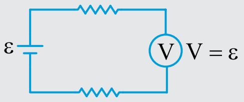
یک اتو با مشخصات $(۱۰۰۰W, ۲۲۰V)$ دارای مقاومت الکتریکی کمتری نسبت به یک لامپ با مشخصات $(۱۰۰W, ۲۲۰V)$ است.

وسایل اندازه‌گیری

ولت‌سنج

- وسیله‌ای برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه
- مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است و از شاخه شامل ولت‌سنج جریان نمی‌گذرد.
- ولت‌سنج به طور موازی در مدار قرار می‌گیرد.
- اگر ولت‌سنج در مداری مطابق شکل، متوالی بسته شود نیروی محرکهٔ باتری را نمایش می‌دهد.

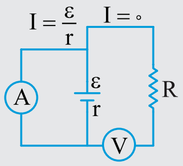




آمپرسنج

- وسیله‌ای برای اندازه‌گیری جریان
- مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز است.
- آمپرسنج به طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد.
- اگر آمپرسنج به طور موازی در مدار قرار گیرد شبیه اتصال کوتاه عمل می‌کند و جریان زیادی از آن می‌گذرد و ممکن است آسیب ببیند.

در مدار روبه‌رو ولت‌سنج و آمپرسنج اشتباه بسته شده و اگر آمپرسنج آسیب نبیند عدد $I=\frac{\varepsilon}{r}$ و ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.



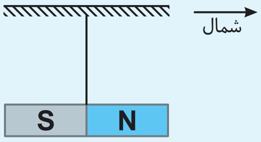
الگو یادآوری

۱

مغناطیس

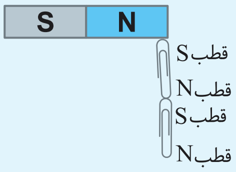
مفاهیم اولیه

آهنربا به هر شکلی که باشد دو ناحیه دارد که خاصیت مغناطیسی در آن‌ها بیشتر است، به این دو ناحیه قطب‌های مغناطیسی (آهنربا) گفته می‌شود.



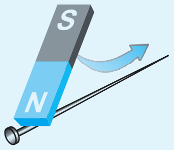
اگر آهنربای میله‌ای را با ریسمانی از مرکز آویزان کنیم، یک سر آن به سوی شمال قرار می‌گیرد که آن را قطب N و سر دیگر به سمت جنوب قرار می‌گیرد که آن را قطب S می‌نامیم.

تمام آهنرباها دارای قطب S و N هستند حتی اگر یک آهنربا را به تکه‌های کوچک تبدیل کنیم، در واقع تاکنون تک‌قطبی مغناطیسی نداشته‌ایم.



هنگامی که یک گیرهٔ آهنی جذب آهنربا می‌شود خود دارای خاصیت آهنربایی شده و گیرهٔ دیگر را جذب می‌کند به این خاصیت، القای مغناطیسی گویند.

آهن، نیکل، کبالت و آلیاژهایی از آن‌ها دارای این ویژگی هستند.



وقتی یکی از قطب‌های آهنربای دائمی را چندین بار و در یک جهت به یک سوزن ته‌گرد بکشید سوزن برای مدتی آهنربا می‌شود. در شکل روبه‌رو نوک سوزن قطب S می‌شود.

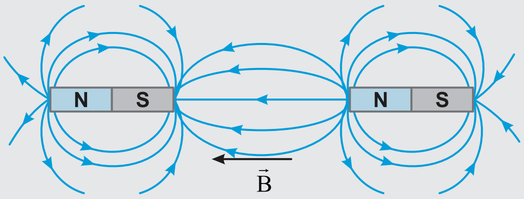
میدان مغناطیسی به خواص فضای اطراف یک جسم مغناطیسی که در این فضا به اجسام مغناطیسی نیرو وارد می‌کند میدان مغناطیسی گویند.

کمیت برداری است، یکای SI آن تسلا (T) است.

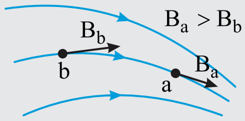
یکای قدیمی آن گاؤس است. $۱\,G=۱۰^{-۴}\,T$

خطوط میدان مغناطیسی

خطوطی فرضی که برای تجسم و رسم میدان مغناطیسی از آن‌ها استفاده می‌شود.

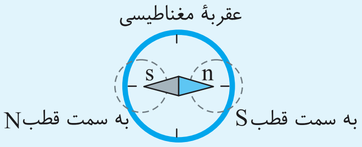


- خطوط میدان در خارج از آهنربا از N خارج و به S وارد می‌شود.
- خطوط میدان درون آهنربا از S به N است.
- بردار $\vec{B}$ (میدان مغناطیسی) در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است.

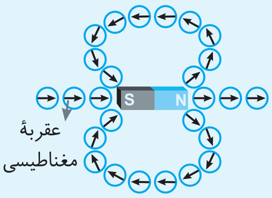


- تراکم خطوط میدان نشان‌دهندهٔ قوی‌تر بودن میدان است.
- خطوط میدان بسته هستند زیرا تک‌قطبی مغناطیسی نداریم.
- خطوط میدان هیچ‌گاه هم را قطع نمی‌کنند.

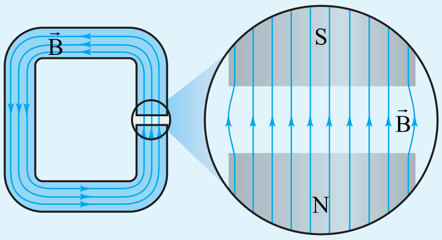
عقربهٔ مغناطیسی



عقربهٔ مغناطیسی وسیله‌ای برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی



تعیین جهت میدان مغناطیسی به کمک عقربه مغناطیسی

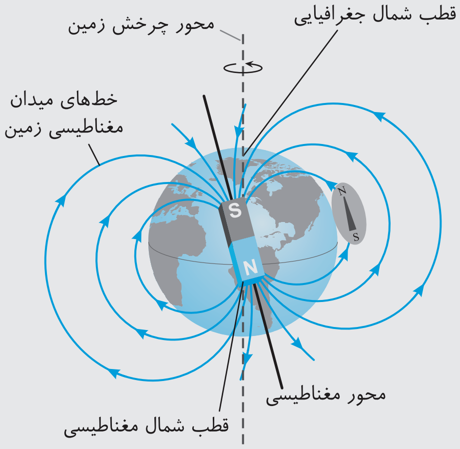


میدان مغناطیسی یکنواخت هرگاه در نقاط مختلف ناحیه‌ای از فضا جهت و اندازه میدان یکسان باشد.

مغناطیس

میدان مغناطیسی زمین

- زمین یک آهنربای بزرگ است که قطب S آن در شمال و قطب N آن در جنوب قرار دارد.
- جهت میدان مغناطیسی زمین از جنوب به شمال است.
- قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین برهم منطبق نیست.
- عقربه مغناطیسی قطب‌نما در نمایش قطب شمال جغرافیایی دارای انحراف است.
- قطب جنوب مغناطیسی در فاصله تقریبی ۱۸۰۰ کیلومتری قطب شمال جغرافیایی قرار دارد.



- **شیب مغناطیسی** ← زاویه‌ای که یک سوزن مغناطیسی آویزان با سطح افقی می‌سازد.
- برای رسم جهت میدان مغناطیسی زمین می‌توان به دو روش زیر عمل کرد:

روش اول:

شمال
شرق ⊗ غرب
جنوب
جهت درونسو رو به پایین

روش دوم:

بالا
شرق ⊗ غرب
پایین
جهت درونسو جهت شمال

نیروی مغناطیسی

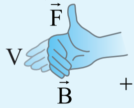
ذره باردار متحرک

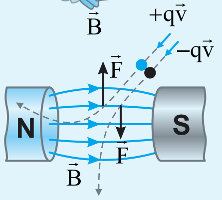
اندازهٔ نیرو $|F| = qvB\sin\theta$

$F(N)$ نیرو، $v(m/s)$ سرعت، $q(C)$ بار الکتریکی

$B(T)$ میدان مغناطیسی، θ زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$

قاعدهٔ دست راست





(حرکت بارها به خارج صفحه)

- بزرگی سرعت ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی همواره ثابت است و کار میدان روی بار متحرک صفر است و انرژی جنبشی بار ثابت است.

جهت نیرو (قاعدهٔ دست راست)

- چهار انگشت باز در جهت سرعت v
- خم کردن در جهت طبیعی جهت میدان B
- انگشت شست در جهت نیرو
- اگر بار منفی باشد جهت نیرو را وارون می‌کنیم البته می‌توان از دست چپ استفاده کرد.

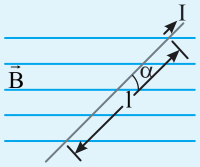
- اگر بار در امتداد میدان حرکت کند نیرویی بر بار وارد نمی‌شود.

سیم حامل جریان

اندازهٔ نیرو $|F| = IlB\sin\alpha$

$F(N)$ نیرو، $I(A)$ جریان، $B(T)$ میدان مغناطیسی

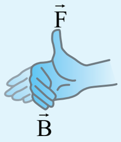
$l(m)$ طول سیم، α زاویهٔ بین سیم و میدان مغناطیسی



- هرگاه سیم در راستای خط‌های میدان باشد نیرویی بر آن وارد نمی‌شود.

جهت نیرو (قاعدهٔ دست راست)

- **چهار انگشت**: سوی جریان، کف دست و خم کردن انگشتان: جهت میدان، انگشت شست: جهت نیرو



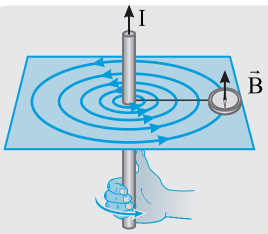
الگو یادآوری

۳

میدان مغناطیسی حاصل از جریان

سیم راست حامل جریان

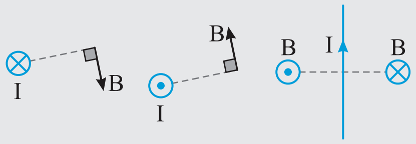
خطوط میدان به‌صورت دایره‌های هم‌مرکزی به مرکز سیم هستند.



قاعده دست راست

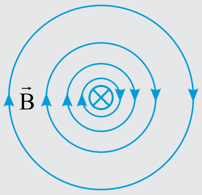
شست در سوی جریان، خم کردن چهار انگشت سوی خطوط میدان

نکته: همواره میدان مغناطیسی در یک نقطه بر خط واصل آن نقطه و سیم حامل جریان عمود است.

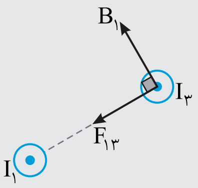


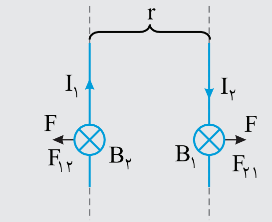
با افزایش جریان میدان مغناطیسی در اطراف سیم میدان قوی‌تر می‌شود.

با نزدیک شــدن به سیم میدان مغناطیسی افزایش یافته خطوط میدان به هم نزدیک‌تر می‌شود. به شکل روبه‌رو نگاه کنید.

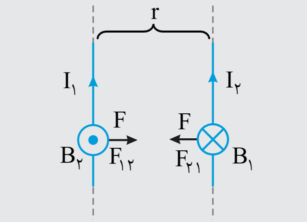


نیروی بین دو سیم موازی حامل جریان





ب) اگر جریان‌ها ناهمسو باشند، نیروی بین دو سیم رانشی مغناطیسی است.



الف) اگر جریان‌ها همسو باشند، نیروی بین دو سیم ربایشی مغناطیسی است.

علت نیروی بین دو ســیم همان‌گونه که در شــکل‌ها مشخص است ایجاد میدان مغناطیسی هر سیم در محل سیم دیگر است که این میدان بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند.

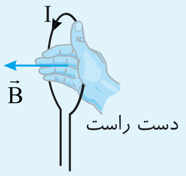
حلقه (پیچهٔ مسطح)

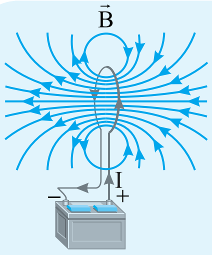
خط‌های میدان درون حلقه به یکدیگر نزدیک‌تر و میدان قوی‌تر است.

میدان روی محور حلقه موازی محور حلقه

جهت میدان (قاعدهٔ دست راست)

انگشت شست: سوی جریان، چهار انگشت به درون حلقه: جهت میدان

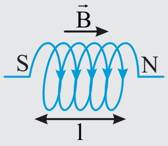




سیملوله

اندازهٔ میدان $B = \mu_\circ \frac{N}{l} I$

تراوایی مغناطیسی خلأ $\mu_\circ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} T.m/A$



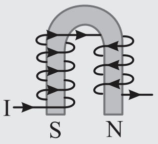
جهت میدان (قاعدهٔ دست راست)

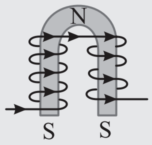
چهار انگشت: در سوی چرخش جریان، انگشت شست: جهت میدان و قطب N سیملوله

با قرار دادن هستهٔ آهنی میدان مغناطیسی درون سیملوله افزایش می‌یابد.

میدان درون سیملوله یکنواخت و خط‌های میدان با فاصله‌های یکسان از هم و موازی هم هستند.

مثال:





الگو یادآوری

٤

ویژگی‌های مغناطیسی مواد

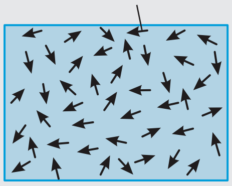
مواد مغناطیسی

- موادی که اتم‌ها و مولکول‌های سازندهٔ آن‌ها خاصیت مغناطیسی دارند.
- کوچک‌ترین ذره‌های تشکیل‌دهنده این مواد نیز آهنربا بوده و مانند دوقطبی مغناطیسی رفتار می‌کند.

تقسیم‌بندی مواد از نظر مغناطیسی

پارامغناطیسی

- اتم‌های مواد مغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند.
- آرایش دوقطبی‌های این مواد کاتوره‌ای است و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند.
- در میدان مغناطیسی قوی بعضی از دو قطبی‌های آن در جهت میدان قرار می‌گیرند و هرچه میدان قوی‌تر باشد دو قطبی‌های بیشتری هم‌جهت میدان می‌شوند.
- با حذف میدان مادهٔ پارامغناطیسی به حالت اول برمی‌گردد.
- اورانیوم، پلاتین، آلومینیوم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن



هر ذرهٔ سازندهٔ مواد پارامغناطیسی یک آهنربای میکروسکوپی است.

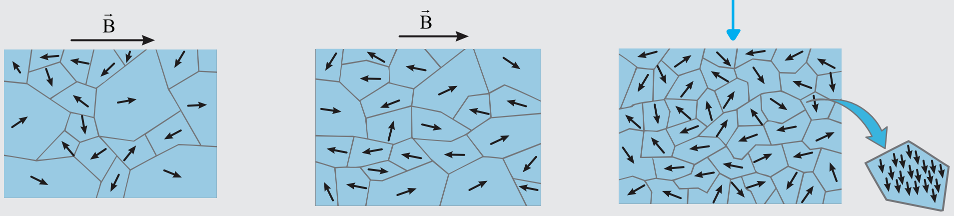
دیامغناطیسی

- این مواد به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.
- هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالص نیستند.
- در این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی در اثر القا دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی ایجاد می‌شود.
- مس، نقره، سرب، بیسموت

فرومغناطیسی

- اتم‌های آن‌ها به‌طور ذاتی دارای دوقطبی هستند.
- در اثر برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی مغناطیسی در این مواد دوقطبی‌ها در ناحیه‌ای به نام حوزه‌های مغناطیسی همسو می‌شوند.
- این مواد در میدان مغناطیسی آهنربا می‌شوند.

طرز قرار گرفتن حوزه‌ها در میدان



دسته‌بندی مواد فرومغناطیسی

نرم

- حوزه‌ها به راحتی جابه‌جا شده و به راحتی مغناطیسی می‌شود.
- با حذف میدان نیز به سرعت خاصیت خود را از دست می‌دهند.
- آهن، نیکل و کبالت خالص

سخت

- مرز حوزه‌ها به سختی جابه‌جا می‌شود و جسم سخت‌تر از فرومغناطیسی نرم خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند.
- با حذف میدان مغناطیسی به سختی خاصیت خود را از دست می‌دهد.
- آلیاژهای آهن، نیکل و کبالت

الگو یادآوری

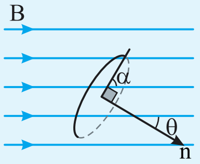
۵

القای الکترومغناطیسی

شار مغناطیسی

شار مغناطیسی یک کمیت نرده‌ای است.

شار مغناطیسی که از سطح یک حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت می‌گذرد: $\Phi = BA\cos\theta$



Φ: شار مغناطیسی یکای آن وبر

B: میدان مغناطیسی (T)

A: مساحت سطح حلقه $(m^۲)$

θ: زاویهٔ بین خطوط میدان و نیم‌خط عمود بر سطح

θ: متمم زاویه‌ای است که سطح با خط‌های میدان می‌سازد. $(\theta=۹۰-\alpha)$

برای هر سطح دو جهت برای رسم نیم‌خط عمود وجود دارد که با اختیار یکی از جهت‌ها نباید تا پایان مسأله آن را تغییر دهیم.

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده

هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

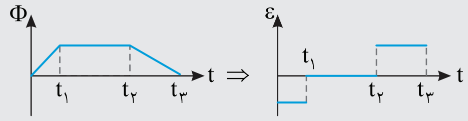
رابطهٔ قانون القا $\bar{\varepsilon}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

جریان متوسط القایی گذرنده در مقاومت R: $\bar{I}=\dfrac{\varepsilon}{R}\Rightarrow \bar{I}=-\dfrac{N}{R}\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

بار گذرنده از هر مقطع مدار در اثر تغییر شار: $|\Delta q|=\dfrac{N}{R}\Delta\Phi$

شیب نمودار شار - زمان برابر منفی نیروی محرکه القایی در یک حلقه است.

مثال:

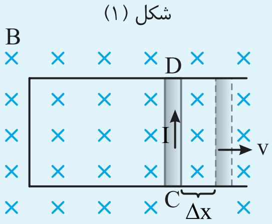


روش‌های تغییر شار

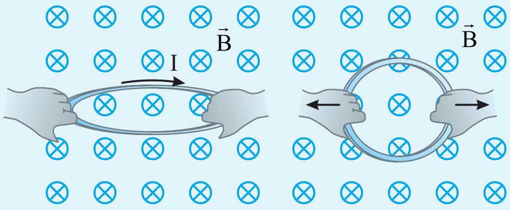
① **تغییر میدان مغناطیسی**: با حرکت یک آهنربا به سوی یک پیچه، میدان در محل پیچه تغییر کرده و جریان القایی به‌وجود می‌آید.

شکل (۱)

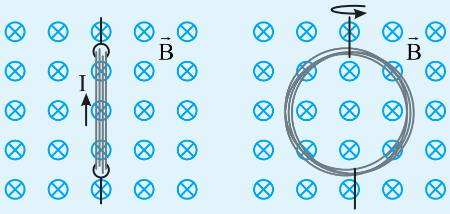
② **تغییر سطح** (ΔA): در شکل روبه‌رو با حرکت سیم CD بر سیم رسانای U شکل در یک میدان مغناطیسی به دلیل تغییر سطح مدار، نیروی محرکهٔ القایی به‌وجود می‌آید.



شکل (۲)



③ **تغییر** θ: زاویه بین سطح مدار و خطوط میدان



الگو یادآوری

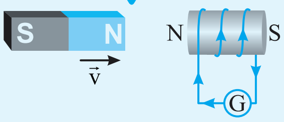
۶

القای الکترومغناطیسی

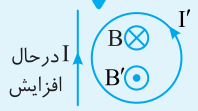
قانون لنز

جریان حاصل از نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با عامل به‌وجود آورنده‌اش یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

مثال‌هایی از کاربرد قانون لنز



حرکـت آهنربـا ← افزایش B ← ایجـاد جریان ← مخالفت جریان با حرکت آهنربا ← قطب N در سمت چپ سیملوله ← جریان القایی مطابق شکل

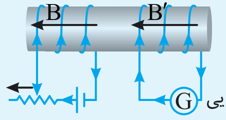


میدان درونسوی B

B′ القایی ناهمسو با B ⇐ B↑

↓

جریان القایی پادساعتگرد



حرکـت لغزنده به سـمت چپ، افزایـش مقاومت ← کاهـش جریان ← کاهش میدان ← میدان سـیملوله سمت راست مطابق شکل

خود - القاوری

هرگاه از یک سـیملوله جریان متغیری بگذرد، در آن نیروی محرکه‌ای القا می‌شـود که با تغییر جریان مخالفت می‌کند. این نیروی محرکه را نیرو محرکه القایی، سیملوله را القاگر و این پدیده را اثر خود - القاوری گویند.

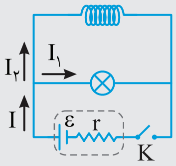
نماد مداری القاگر، ꟷꞁꞁꞁꞁꞁꟷ است.

ضریب القاوری ← تعیین‌کننده: ویژگی‌های فیزیکی هر القاگر

- ← عوامل مؤثر بر L، تعداد دور، طول و سطح القاگر و جنس هسته درون آن
- ← یکای SI ضریب القاوری، هانری (H) است.

انرژی ذخیره شده در میدان القاگر با ضریب القاوری L: $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$

مثالی از اثر خود- القاوری ←

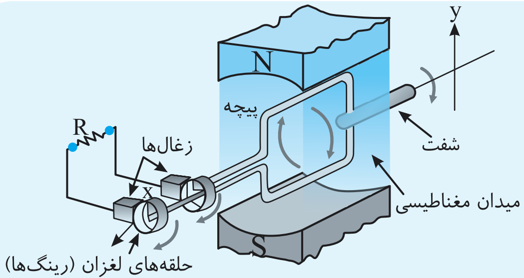


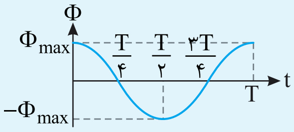
- ← لحظه وصل کلید ← لامپ روشن ← $I=I_۱$ و $I_۲=۰$
- ← پس از ثبات جریان
  - اگر $R_L=۰$ ← $I=I_۲$ ← $I_۱=۰$ و لامپ خاموش می‌شود.
  - اگر $R_L\neq۰$ ← $I=I_۱+I_۲$ ← لامپ با نور کمتر روشن می‌ماند.
- ← لحظه قطع کلید ← لامپ پرنور و به آرامی خاموش می‌شود.

جریان متناوب (ac)

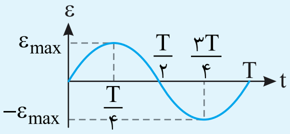
تغییر زاویه θ

با چرخش قاب، θ تغییر کرده و تغییر شار سبب ایجاد نیروی محرکهٔ القایی می‌شـود که جریان حاصل از آن سینوسی بوده و به آن جریان متناوب می‌گویند.

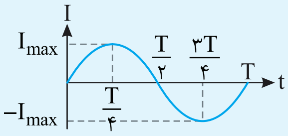




$$\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t$$



$$\varepsilon=\varepsilon_m\sin\frac{۲\pi}{T}t$$



$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t$$

در مولدهای صنعتی جریان متناوب، پیچه‌ها ساکن و آهنربای الکتریکی در آن‌ها می‌چرخد.

مبدل‌ها ← یکی از مزیت‌های جریان متناوب ac بر جریان dc کاهش و افزایش ولتاژ به کمک مبدل‌ها است.

- ← در توزیع برق از نیروگاه به خانه‌ها ابتدا با مبدل در نیروگاه ولتاژ را افزایش می‌دهند و در ورودی شهرها ولتاژ را با مبدل کاهش می‌دهند و قبل از توزیع در خانه‌ها مجدداً با یک مبدل ولتاژ را کاهش می‌دهند.
- ← تغییر ولتاژ توسط مبدل‌ها باعث کاهش اتلاف توان در خطوط انتقال برق است.

درسنامه‌های درختی

فیزیک ۳

الگو یادآوری

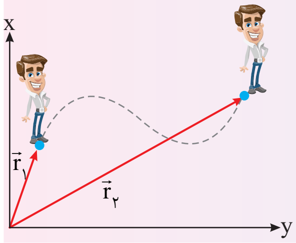
۱

حرکت بر خط راست (مشخصه‌های حرکت)

مکان

بردار مکان ($\vec{r}$)

- برداری که مبدأ مکان را به مکان متحرک وصل می‌کند.
- کمیتی برداری است. $(\vec{r}_۱ ، \vec{r}_۲)$



بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$)

- برداری است که مکان اولیهٔ متحرک را به مکان نهایی آن وصل می‌کند.
- کمیتی برداری است.
- به مسیر حرکت بستگی ندارد.

مسافت طی‌شده (l)

- طول مسیر حرکت را مسافت طی‌شده گویند.
- به مسیر حرکت بستگی دارد.
- کمیتی نرده‌ای است.

نکته ① مسافت طی‌شده متحرک مساوی و یا بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است: $l \geq |\vec{d}|$

② اگر متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند: $l = |\vec{d}|$

معادلهٔ حرکت

- معادلهٔ مکان - زمان حرکت است: $x = f(t)$
  - مثلاً $x = t^۲ - ۴t + ۵$

مبدأ مکان $x = ۰$	مکان اولیه (مبدأ حرکت) $x = f(t = ۰)$

- به ازای $x > ۰$ بردار مکان مثبت (بردار مکان در جهت مثبت محور x است)
- به ازای $x < ۰$ بردار مکان منفی (بردار مکان خلاف جهت محور x است)
- تغییر جهت بردار مکان در لحظه‌ای است که مکان متحرک صفر شود $(x = ۰)$ و علامت و جهت بردار مکان تغییر کند.

بازهٔ زمان

- n ثانیهٔ mام: $t_۱ = nm - n$ تا $t_۲ = nm$
  - مثلاً دو ثانیهٔ سوم: $t_۱ = ۲ \times ۳ - ۲ = ۴s$ تا $t_۲ = ۲ \times ۳ = ۶s$
- ثانیهٔ nام: $t_۱ = n - ۱$ تا $t_۲ = n$
  - مثلاً ثانیهٔ پنجم: $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۵s$

الگو یادآوری

۲

حرکت بر خط راست (مشخصه‌های حرکت)

سرعت – تندی

سرعت متوسط: جابه‌جایی تقسیم بر بازهٔ زمانی:

$$\text{m/s} \leftarrow \vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x} \rightarrow \text{m}}{\Delta t \rightarrow \text{s}}$$

کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است.

اگر متحرک به مکان اولیهٔ خود باز گردد: $\Delta x=۰ \Rightarrow v_{av}=۰$

تندی متوسط: مسافت طی‌شده تقسیم بر بازهٔ زمانی

$$\text{m/s} \leftarrow s_{av}=\frac{\Delta l \rightarrow \text{m}}{\Delta t \rightarrow \text{s}}$$

کمیتی نرده‌ای است.

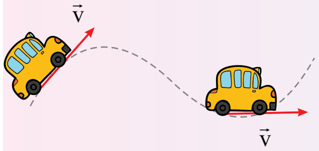
کمیتی همواره مثبت است.

نکته ۱ تندی متوسط همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ سرعت متوسط است: $s_{av} \geq |v_{av}|$

۲ در یک حرکت روی خط راست اگر متحرک تغییر جهت ندهد: $s_{av}=v_{av}$

سرعت لحظه‌ای: سرعت متحرک در هر لحظه بوده و کمیتی برداری است.

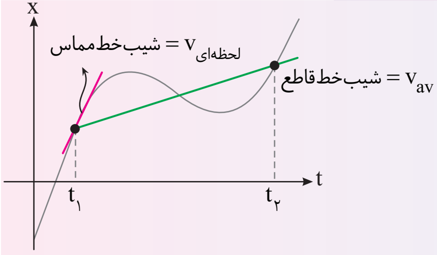
تندی لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه بوده و برابر اندازهٔ سرعت است.



جهت سرعت متحرک در هر لحظه مماس برمسیر متحرک است.

سرعت متوسط در نمودار $x-t$ ← شیب خط قاطع بین دو لحظهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ در نمودار $x-t$ است.

سرعت لحظه‌ای در نمودار $x-t$ ← شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در هر لحظه است.



معادلهٔ سرعت – زمان: تابعی است که در هر لحظه سرعت متحرک را مشخص می‌کند: $v=f(t)$

مثلاً: $v=t^۲-۴t+۵$

سرعت‌متحرک‌مشخص‌کنندهٔ‌جهت‌حرکت‌متحرک‌است.

- $v>۰$: متحرک در جهت محور x در حال حرکت است.
- $v<۰$: متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

تغییر جهت حرکت: لحظه‌ای است که سرعت متحرک صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند.

شتاب (a)

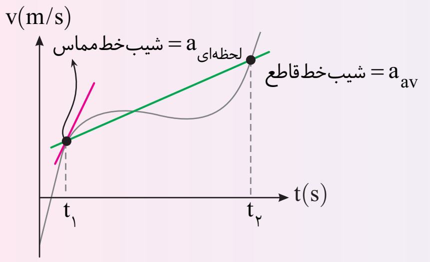
شتاب متوسط: آهنگ تغییر سرعت است:

$$\vec{a}_{av}(\text{m/s}^۲)=\frac{\Delta\vec{v} \rightarrow \text{m/s}}{\Delta t \rightarrow \text{s}}$$

کمیتی برداری است و اندازهٔ آن برابر شیب خط قاطع نمودار $v-t$ است.

شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه است.

کمیتی برداری است و اندازهٔ آن برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ است.



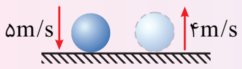
نوع حرکت

- حرکت تندشونده: $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌جهت باشند $\Leftarrow av>۰$
- حرکت کندشونده: $\vec{a}$ و $\vec{v}$ خلاف جهت هم باشند $\Leftarrow av<۰$

نکته ۱ جهت شتاب متوسط هم‌جهت با بردار تغییر سرعت است.

۲ در محاسبهٔ شتاب متوسط باید به جهت سرعت دقت کنیم، به طور مثال در شکل روبه‌رو اگر گوی با سرعت ۵m/s به زمین برخورد کرده و با سرعت ۴m/s به سمت بالا برگردد، تغییر سرعت برابر است با:

$$\Delta\vec{v}=+۴\vec{j}-(-۵\vec{j})=+۹\vec{j}$$



الگو یادآوری

۳

حرکت بر خط راست (دو حرکت خاص)

سرعت ثابت

حرکتی که در آن، اندازه و جهت سرعت ثابت است.

- $v_{لحظه‌ای} = v_{av}$
- جهت حرکت ثابت و بدون تغییر است.
- شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط صفر است.

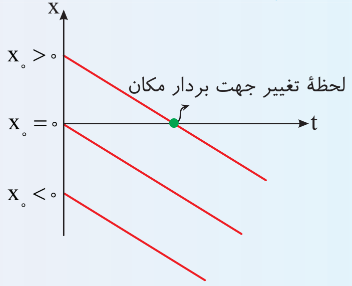
معادلهٔ مکان - زمان: $x = vt + x_۰ \Rightarrow \Delta x = vt$

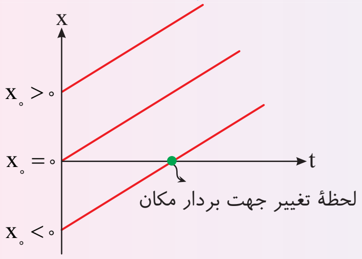
مکان اولیه

سرعت متحرک

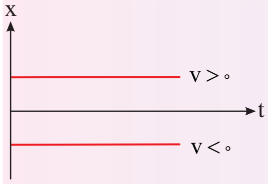
مکان متحرک در هر لحظه

نمودار مکان - زمان: شیب خط ثابت و برابر سرعت متحرک است.





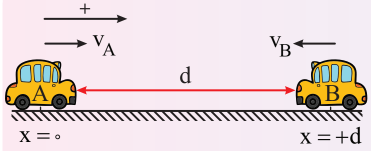
نمودار سرعت - زمان:



حرکت چند مرحله‌ای: اگر متحرک در چند بازهٔ زمانی $\Delta t_۱$، $\Delta t_۲$ و ... جابه‌جایی‌های $\Delta x_۱$، $\Delta x_۲$ و ... را با سرعت‌های $v_۱$، $v_۲$ و ... طی کند:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \cdots}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \cdots} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_۱\Delta t_۱ + v_۲\Delta t_۲ + \cdots}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \cdots} \quad , \quad v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \cdots}{\frac{\Delta x_۱}{v_۱} + \frac{\Delta x_۲}{v_۲} + \cdots}$$

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت: در بررسی حرکت دو متحرک نوشتن معادلهٔ حرکت مهم است. برای این کار جهت مثبت اختیاری (معمولاً به سمت راست) و مبدأ مکان اختیاری (معمولاً مکان اولیهٔ یکی از متحرک‌ها) را باید مشخص کنیم.



$$\begin{cases} x_A = v_A t + ۰ \\ x_B = -v_B t + d \end{cases}$$

شتاب ثابت

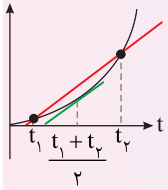
حرکتی که در آن آهنگ تغییر سرعت (شتاب) ثابت است و شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای متحرک با هم برابر است.

- معادلهٔ حرکت: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰$
- معادلهٔ سرعت - زمان: $v = at + v_۰$
- معادلهٔ مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t$
- معادلهٔ مستقل از زمان: $v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x$

فرمول‌های جانبی

سرعت متوسط

- در بازهٔ صفر تا t: $v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_۰ \quad , \quad v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$
- در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ با سرعت در لحظهٔ $\frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ برابر است.



شتاب ثابت

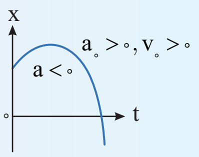
فرمول‌های جانبی ← مدت زمان و جابه‌جایی توقف متحرک

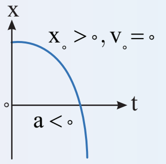
$$\Delta x_{توقف} = \frac{v_۰^۲}{|۲a|} \qquad \Delta t_{توقف} = \frac{v_۰}{|a_{قرمز}|}$$

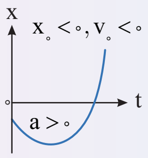
جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام: $\Delta x(t\,ام) = \frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰$

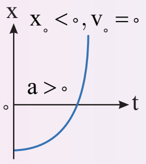
← جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تصاعد حسابی با قدر نسبت a تشکیل می‌دهند.

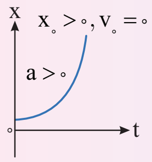
نمودار مکان – زمان: جهت دهانهٔ نمودار علامت شتاب را مشخص می‌کند.



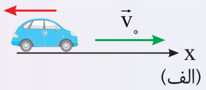




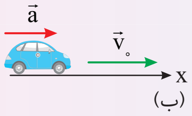




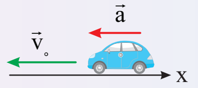
نمودار سرعت – زمان: شیب خط نمودار شتاب را مشخص می‌کند.



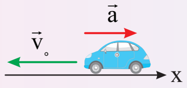
(الف)



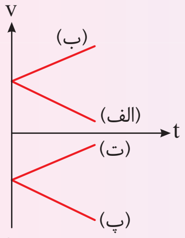
(ب)



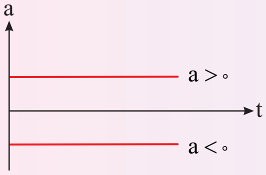
(پ)



(ت)

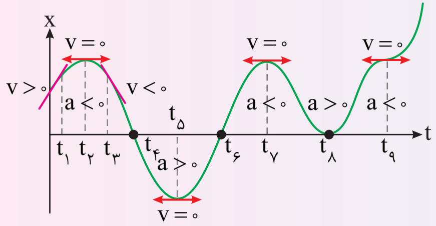


نمودار شتاب – زمان



حرکت‌شناسی در یک بعد (ویژگی‌های نمودارها)

نمودار مکان – زمان



شیب خط مماس بر نمودار برابر سرعت لحظه‌ای است.

- در بازه‌ای که نمودار صعودی بوده یا زاویهٔ خط مماس برنمودار با جهت مثبت محور زمان حاده است: $v > ۰$
- در بازه‌ای که نمودار نزولی بوده یا زاویهٔ خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان منفرجه است: $v < ۰$
- در قله و درهٔ نمودار: $v_{t_۲} = v_{t_۵} = v_{t_۷} = v_{t_۸} = v_{t_۹} = ۰$

شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط است.

محل تلاقی نمودار با محور زمان « لحظهٔ گذر از مبدأ $t_۴$ و $t_۶$ » لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان

← در لحظهٔ $t_۸$ به مبدأ می‌رسد و از آن نمی‌گذرد « جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.

جهت دهانه نمودار:
- رو به بالا شتاب مثبت ∪ $a > ۰$ 🙂
- رو به پایین شتاب منفی ∩ $a < ۰$ ☹

با تشخیص علامت سرعت و شتاب از روی نمودار می‌توان نوع حرکت را مشخص کرد.
- در لحظهٔ $t_۱$، $av < ۰$ کندشونده
- در لحظهٔ $t_۳$، $av > ۰$ تندشونده

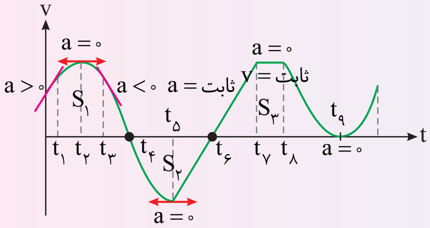
به تعداد نقاط قله و درهٔ نمودار علامت سرعت و جهت حرکت تغییر می‌کند.

← در $t_۲$، $t_۵$، $t_۷$، $t_۸$ متحرک تغییر جهت می‌دهد. در $t_۹$ جسم به طور لحظه‌ای متوقف شده امّا علامت سرعت تغییر نمی‌کند و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

الگو یادآوری ۵

حرکت‌شناسی در یک بعد (ویژگی‌های نمودارها)

نمودار سرعت - زمان



شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب لحظه‌ای
- در بازه‌ای که نمودار صعودی است یا زاویه خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان حاده است: $a > ۰$
- در بازه‌ای که نمودار نزولی است یا زاویه خط مماس بر نمودار با جهت مثبت محور زمان منفرجه است: $a < ۰$
- در نقاط قله و درهٔ نمودار: $a_{t_۵} = a_{t_۲} = ۰$

شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر شتاب متوسط است.

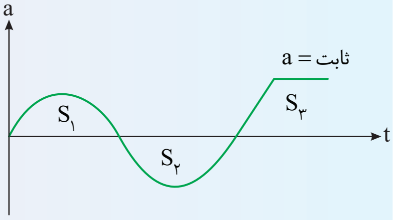
در محل تلاقی نمودار $v - t$ با محور زمان
- تغییر جهت سرعت (حرکت) مانند لحظه‌های $t_۴$ و $t_۶$
- عدم تغییر جهت سرعت (حرکت) مانند لحظهٔ $t_۹$

سطح محصور بین نمودار و محور زمان
- $S_۲ < ۰ \quad , \quad S_۱ , S_۳ > ۰ \quad$ جابه‌جایی$= S_۱ + S_۲ + S_۳ + \cdots$
- مسافت[1] $= |S_۱| + |S_۲| + |S_۳| + \cdots$

در بازه‌ای که
- نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود حرکت متحرک کندشونده است.
- نمودار از محور زمان دور می‌شود حرکت متحرک تندشونده است.

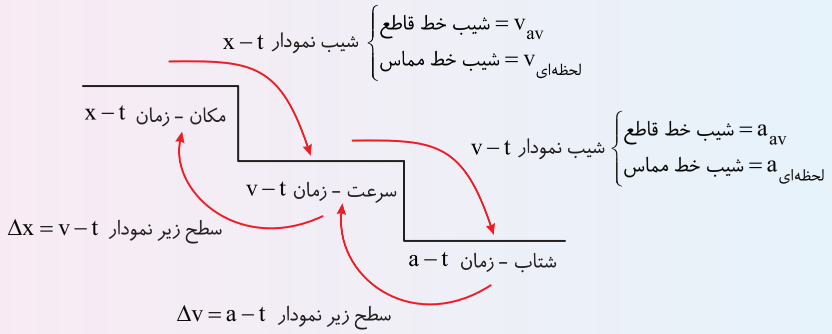
نمودار شتاب - زمان

از روی نمودار شتاب - زمان نمی‌توان نوع حرکت را مشخص کرد مگر آن که سرعت اولیه مشخص باشد.



سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. $\Delta v = S_۱ + S_۲ + S_۳ \quad , \quad S_۱ , S_۳ > ۰ \quad , \quad S_۲ < ۰$

جمع‌بندی



---

[1] ۱- می‌دانیم سطح مثبت است تنها برای نمادگذاری از این روش استفاده کرده‌ایم.

الگو یادآوری

۱

علم بررسی علل سکون و حرکت اجسام به کمک نیروهای وارد بر آن‌ها را دینامیک گویند.

نیرو: برهم‌کنش دو جسم را نیرو گویند. ← نیرو کمیتی است برداری و دارای اندازه و جهت است.

اثر نیرو: تغییر تندی جسم، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل جسم

دینامیک

قوانین حرکت نیوتون

قانون اول نیوتون

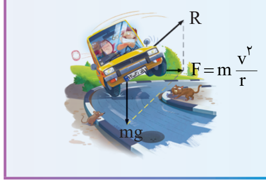
یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.

اگر نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند $(F_{net} = ۰)$
- جسم ساکن، ساکن می‌ماند (تعادل ایستایی)
- جسم متحرک به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی)

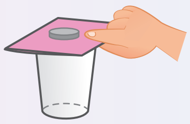
لختی تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لَختی (اینرسی) گویند.

مثال

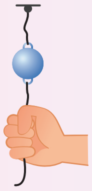
انحراف سرنشین در پیچ جاده به دلیل لختی و تمایل به حرکت روی خط راست



کشیدن سریع مقوا از زیر سکه و سقوط سکه در لیوان در اثر لختی



حرکت سریع دست و پاره شدن نخ پایینی در اثر لختی وزنه



قانون دوم نیوتون

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم در جهت نیرو شتابی می‌گیرد که با نیرو نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Leftarrow \vec{a} = \vec{F}_{net} / m$$

در کاربرد قانون دوم نیوتون، ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برایند آن‌ها را مساوی $m\vec{a}$ قرار می‌دهیم.

تذکر! $m\vec{a}$ نیرو نیست بلکه نیروی خالص وارد بر جسم برابر جرم جسم در شتاب آن است.

قانون سوم نیوتون

هر گاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم اندازه F و در خلاف جهت وارد می‌کند $(F_{AB} = -F_{BA})$

نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم مختلف وارد می‌شوند و بررسی برایند آن‌ها غیرفیزیکی است.

نمونه‌هایی از قانون سوم نیوتون

راه رفتن: زمین را به عقب هل می‌دهیم زمین رو به جلو به ما نیرو وارد می‌کند و ما جلو می‌رویم.

عامل رانش موشک به جلو: موشک به گازهای خروجی نیرو وارد می‌کند و گازها نیروی رو به جلو به موشک وارد می‌کنند.

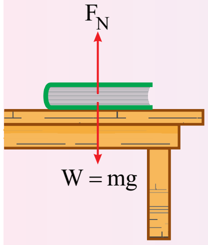
شلیک گلوله از تفنگ سبب می‌گردد که گلوله به جلو برود و تفنگ به عقب لگد بزند.

مثالی از تحلیل واکنش نیروهای وارد بر جسم

نیروهای وارد بر کتاب ← نیروی وزن و نیروی عمودی سطح

W توسط کره زمین بر جسم وارد می‌شود و واکنش W نیرویی است که توسط جسم به کرهٔ زمین وارد می‌شود.

F_N نیرویی که سطح میز بر کتاب رو به بالا وارد می‌کند، واکنش F_N توسط کتاب بر سطح میز رو به پایین وارد می‌شود.



الگو یادآوری ۲

نیروهای خاص

وزن

وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود $(\vec{W}=m\vec{g})$

جهت نیروی وزن همواره در امتداد قائم و به طرف مرکز زمین است.

مقاومت شاره

نیرویی که در اثر حرکت جسم در شاره توسط شاره در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود (f_D).

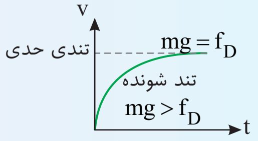
بعضی از عوامل مؤثر در مقاومت شاره ← بزرگی و شکل جسم

تندی جسم ← هرچه تندی بیشتر شود، مقاومت هوا (شاره) بیشتر می‌شود.

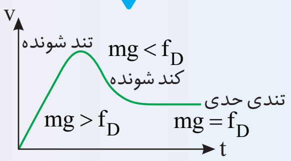
تندی حدی ← با افزایش تندی، لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا برابر می‌شود $(f_D=W)$ و حرکت جسم با تندی ثابتی به نام تندی حدی ادامه می‌یابد.

تندی حدی چترباز ۵m/s و قطرهٔ باران ۷m/s است.

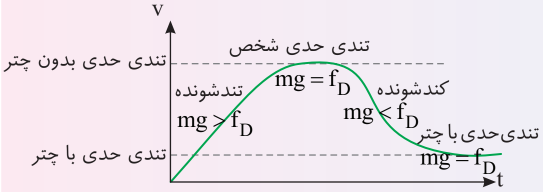
حرکت چترباز



نمودار تندی - زمان وقتی از ابتدا چتر باز است



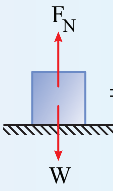
نمودار تندی - زمان وقتی ابتدا چترباز پرش آزاد دارد و سپس چترش را باز می‌کند



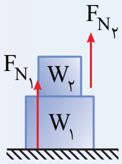
نیروی عمودی سطح

نیرویی که از طرف سطح، عمود بر سطح در جهت جسم بر جسم وارد می‌شود (F_N).

مثال

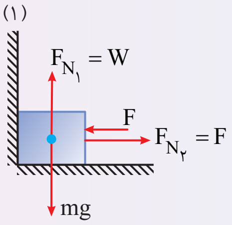


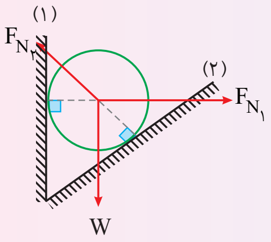
$\Rightarrow F_N=mg$



$F_{N_۲}=W_۲$

$F_{N_۱}=W_۱+W_۲$





نکته نیروسنج همواره نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد.

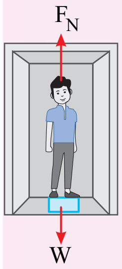
آسانسور

سرعت ثابت $F_N=W$

حرکت رو به بالا: $F_N-mg=ma$

تندشونده $a>0$

کندشونده $a<0$



حرکت رو به پایین: $mg-F_N=ma$

تندشونده $a>0$

کندشونده $a<0$

پاره شدن کابل آسانسور ← سقوط آزاد ← شتاب g ← $F_N=0$

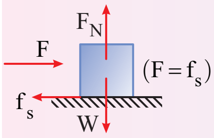
ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

اصطکاک

هر گاه دو جسم که با یکدیگر در تماس‌اند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند، بین آن‌ها یک نیروی تماسی ایجاد می‌شود که با حرکت آن‌ها نسبت به هم مخالفت می‌کند. این نیرو را اصطکاک گویند.

نیروی اصطکاک به جنس سطح دو جسم و زبری و نرمی آن‌ها و ... بستگی دارد.

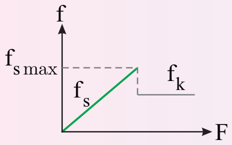
نیروی اصطکاک برای دویدن، راه رفتن، ترمز کردن و ... مفید است.



اصطکاک ایستایی ← بر جسم نیرو وارد می‌شود و جسم حرکت نمی‌کند. در این حالت اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک ایستایی است (f_s).

← این اصطکاک مقدار ثابتی ندارد.

← بیشینه اصطکاک ایستایی: اصطکاک در آستانهٔ حرکت $f_{s_{max}}=\mu_s F_N$ ، $f_s<f_{s_{max}}$



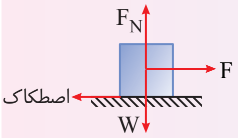
اصطکاک جنبشی این اصطکاک، وقتی جسم در حال حرکت روی سطح است، ظاهر می‌شود (f_k).

← $f_k=\mu_k F_N$

μ_s ضریب اصطکاک ایستایی، μ_k ضریب اصطکاک جنبشی ← $\mu_k<\mu_s$

بررسی اصطکاک

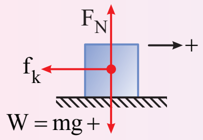
← اگر $F<f_k$ ← $F<f_{s_{max}}$ جسم ساکن می‌ماند ← اصطکاک ایستایی $(f_s=F)$



← اگر $F=f_{s_{max}}$ ← جسم ساکن می‌ماند ← اصطکاک آستانهٔ حرکت

$F=F_{s_{max}}=\mu_S F_N$

← اگر $F>f_{s_{max}}$ ← جسم به حرکت در می‌آید ← اصطکاک جنبشی: $f_k=\mu_k F_N$



پرتاب جسم با سرعت اولیه ←

جسم نیروی جلوبری ندارد

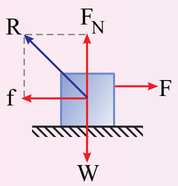
← $F_{net}=ma\Rightarrow-\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g$

این شتاب به جرم جسم بستگی ندارد.

مسافت توقف $\Delta x=\frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g}$ ← به جرم بستگی ندارد.

زمان توقف $\Delta t=\frac{v_۰}{\mu_k g}$ ← به جرم جسم بستگی ندارد.

نیروی سطح

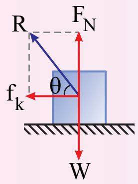


نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (R).

این نیرو دارای دو مؤلفهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

اگر جسم در اثر نیروی F همچنان ساکن بماند $R=\sqrt{f_s^۲+F_N^۲}$

اگر جسم به حرکت در آید. $R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}$



زاویهٔ بین نیروی سطح و امتداد افقی: (جسم در حال حرکت) $\tan\theta=\frac{F_N}{f_k}=\frac{F_N}{\mu_k F_N}\Rightarrow\tan\theta=\frac{۱}{\mu_k}$

← این زاویه به اندازهٔ نیروی عمودی سطح بستگی ندارد.

اگر سطح بدون اصطکاک باشد، نیروی سطح وارد بر جسم همان نیروی عمودی سطح است. $f_{\text{اصطکاک}}=۰\Rightarrow R=F_N$

الگو یادآوری

۴

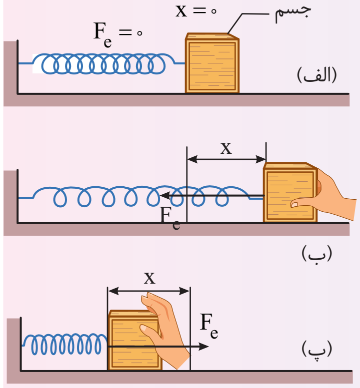
نیروهای خاص

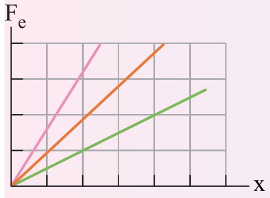
نیروی کشسانی فنر

هر گاه بخواهیم طول یک فنر را تغییر دهیم (فنر را بکشیم یا فشرده کنیم)، فنر با اعمال نیرویی با تغییر طولش مخالفت می‌کند، این نیرو را نیروی کشسانی فنر گویند.

یادمان باشد برای کشیدگی و فشردگی فنر باید از دو طرف فنر به آن نیرو وارد شود.

همواره نیروی کشسانی فنر به سمت حالت طبیعی آن است.





قانون هوک: $|F_e|=k|x| \Leftarrow F_e=-kx$

تغییر طول فنر از طول طبیعی‌اش

ثابت فنر (N/m)

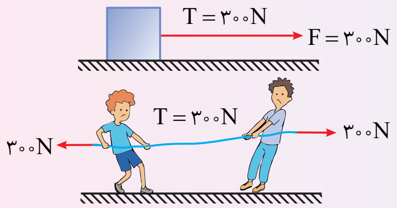
- به اندازه، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد.
- شیب نمودار F_e-x

کشش طناب

برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن در محل پارگی باید وارد شود تا نخ در وضعیت اولیهٔ کشیدگی باقی بماند.

کشش یک طناب که جرم ناچیز دارد در تمام نقاط آن یکسان است.

نیروی کشش طناب در دو شکل روبه رو $۳۰۰N$ است.



گرانش

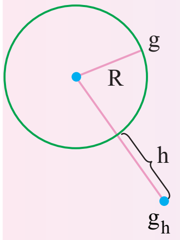
تمام اجرام بر هم نیروی ربایشی وارد می‌کنند که به آن نیروی گرانشی گویند.

قانون گرانش عمومی نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲} \quad G \leftarrow \text{ثابت گرانش عمومی} \quad G=۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}Nm^۲/kg^۲$$

میدان گرانشی

- خاصیتی در فضای اطراف هر جرم که بر اجرام دیگر نیرو وارد می‌کند.
- برابر نیروی وارد بر یکای جرم جسم $(\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m})$ است که به آن **شتاب گرانشی** نیز می‌گویند.
- در سطح سیاره $g=G\frac{M}{R^۲}$، M جرم سیاره، R شعاع سیاره
- در ارتفاع h از سطح سیاره $g=G\frac{M}{(R+h)^۲}$



الگو یادآوری

۵

تکانه و قانون دوم نیوتون

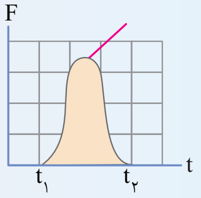
حاصل‌ضرب جرم در سرعت جسم را تکانه گویند. $\vec{P}=m\vec{v}$ ، کمیت برداری است.

رابطهٔ نیرو و تغییر تکانه: $\vec{F}_{net}=m\vec{a}=m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$

آهنگ تغییر تکانه برابر نیروی وارد بر جسم است (بیان دیگر قانون دوم نیوتون).

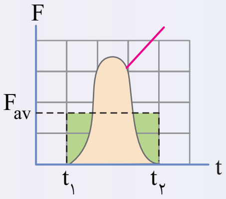
سطح محصور بین نمودار نیرو – زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است.

تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو- زمان است.

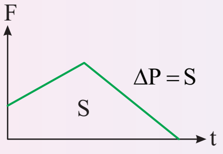


(الف)

تغییرتکانهٔ ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانهٔ نیروی واقعی متغیر با زمان است.



(ب)

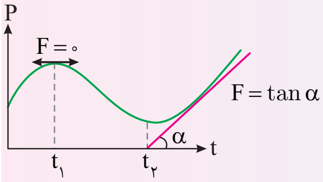


(پ)

رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی $(K=\frac{1}{2}mv^2, P=mv)\rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$

ویژگی‌های نمودار $(P-t)$

- شیب خط مماس بر نمودار برابر بزرگی نیرو است.
- در نقاط max و min نیرو صفر است.
- از صفر تا t_1 حرکت تندشونده، از t_1 تا t_2 کندشونده، از t_2 به بعد تندشونده



تعادل

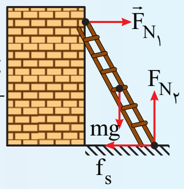
هر گاه نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند، جسم در حال تعادل است.

دیوار بدون اصطکاک

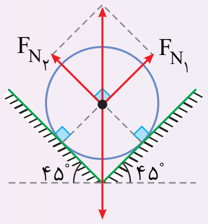
$F_{N_1}=f_s$

$F_{N_2}=mg$

$R=\sqrt{f_s^2+W^2}$



- اگر نردبان در آستانهٔ حرکت باشد
- $F_{N_1}=f_{s_{max}}$



$F_{N_1}^2+F_{N_2}^2=W^2$

$F_{N_1}=F_{N_2}$

الگو یادآوری

۱

حرکت نوسانی

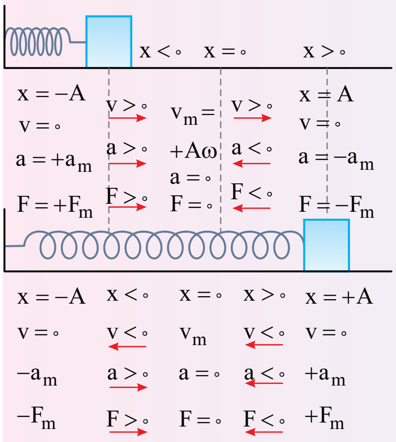
مفاهیم اولیه

نوسان دوره‌ای نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای یا غیردوره‌ای باشند.

- در نوسان‌های دوره‌ای، نوسان‌ها در هر دوره تکرار می‌شوند.
- به نوسان‌های سینوسی، حرکت هماهنگ ساده (SHM) گویند.

حرکت هماهنگ ساده حرکت روی یک پاره‌خط در دو طرف نقطه‌ای در وسط مسیر (حالت تعادل، مرکز نوسان، مبدأ).

در این حرکت یک نیروی برگرداننده وجود دارد که همواره رو به مرکز نوسان است.



دوره (T) زمان یک نوسان کامل

بسامد (f) تعداد نوسان در یکای زمان

$$f(Hz)=\frac{۱}{T(s)}$$

بُعد یا مکان (x) فاصله از مبدأ (مرکز نوسان، حالت تعادل)

دامنه بیشینه بُعد $x_m=\pm A$، به نقاط $\pm A$ نقاط بازگشت گویند.

- طول پاره‌خط مسیر نوسان ۲A است.
- در یک دوره مسافت طی‌شده ۴A و جابه‌جایی صفر است.

با گذر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب و نیرو تغییر می‌کند.

همواره شتاب (نیرو) با مکان مختلف‌العلامه هستند.

قانون هوک $F=-kx$

در یک دوره شتاب، نیرو و سرعت دوبار صفر و دوبار بیشینه می‌شوند.

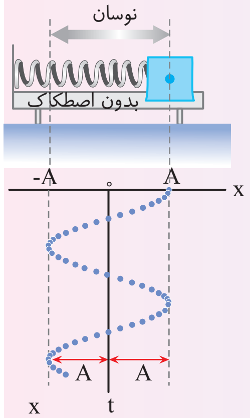
مشخصه‌های حرکت نوسانی

مکان یا بُعد

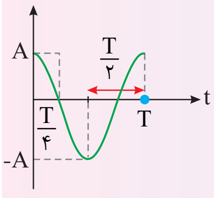
معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده را می‌توان به صورت سینوسی یا کسینوسی نوشت.

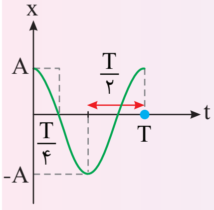
معادلهٔ مکان ـ زمان $x=A\cos\omega t$

- x مکان (فاصله از مبدأ) و A دامنه
- ωt شناسه تابع کسینوسی (فاز) بر حسب رادیان
- بسامد زاویه‌ای: $\omega=۲\pi f$ و $\omega=\frac{۲\pi}{T}(rad/s)$

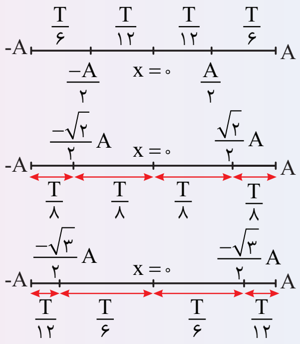


نمودار مکان ـ زمان





بازه‌های زمانی شناخته شده



الگو یادآوری

۲

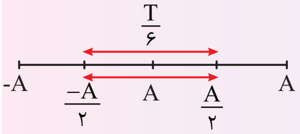
حرکت نوسانی

مشخصه‌های حرکت نوسانی

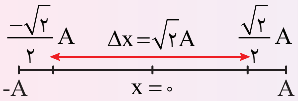
مکان یا بُعد

بازه‌های زمانی شناخته شده

حداقل مدت زمان طی جابه‌جایی به اندازهٔ یک دامنه، برابر $\frac{T}{۶}$ است.



بیشینه سرعت متوسط در بازه‌های قرینه در دو طرف حالت تعادل اتفاق می‌افتد. مثلاً در $\frac{T}{۴}$ بیشترین جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ $\frac{T}{۸}$ در دو طرف مبدأ رخ می‌دهد.

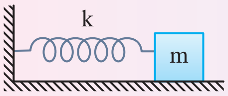


$$v_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}A}{\frac{T}{۴}}=\frac{۴\sqrt{۲}A}{T}$$

سامانه جرم – فنر

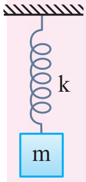
دوره

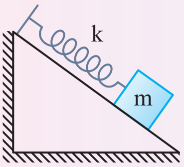
$T=۲\pi\sqrt{m/k}$ ، بسامد زاویه‌ای $\omega=\sqrt{k/m}$ و $\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{m'}{m}}\times\sqrt{\frac{k}{k'}}$



دوره به دامنه بستگی ندارد.

دورهٔ یک سامانه جرم – فنر در همهٔ محیط‌ها و نقاط کرهٔ زمین ثابت است و تنها به جرم نوسانگر و ثابت فنر بستگی دارد.





شتاب – نیرو

معادله شتاب – مکان

$|a|=+\omega^{۲}x \Leftarrow a=-\frac{k}{m}x \Leftarrow ma=-kx$

بیشینه شتاب

$a_m=A\omega^{۲}$

معادله نیرو – مکان

$F=ma\Rightarrow|F|=m\omega^{۲}|x|$

نیروی بیشینه $F_m=mA\omega^{۲}$

انرژی حرکت هماهنگ ساده

انرژی پتانسیل

در نقاط بازگشت بیشینه و در مرکز نوسان صفر است.

انرژی جنبشی

در نقاط بازگشت صفر و در مرکز نوسان بیشینه است.

$K_m=\frac{۱}{۲}mv_m^{۲} \leftarrow K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$

انرژی مکانیکی

$E=U+K$ در تمام نقاط مسیر، مقدار ثابتی است.

انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی و بیشینه انرژی پتانسیل است. $E=U_m=K_m$

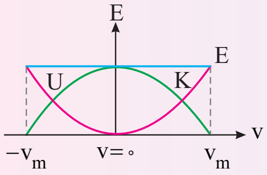
روابط انرژی مکانیکی $\leftarrow$ $E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}$ ، $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ ، $E=\frac{۱}{۲}mv_m^{۲}$

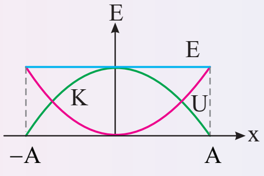
انرژی پتانسیل بر حسب سرعت

$$E=K+U\Rightarrow U=E-K$$

$$\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}mv_m^{۲}-\frac{۱}{۲}mv^{۲}=\frac{۱}{۲}m(v_m^{۲}-v^{۲})$$

نمودارهای انرژی بر حسب مکان و سرعت





بیشینه تندی

$v=A\omega$

رابطه بیشینه تندی و بیشینه شتاب $v_m=A\omega$ ، $a_m=A\omega^{۲}\Rightarrow a_m=v_m\omega$

الگو یادآوری

۳

حرکت نوسانی

آونگ

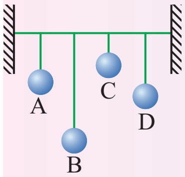
آونگ ساده آونگی با وزنهٔ کوچکی متصل به یک نخ با طول ثابت و جنس کش نیامدنی و زاویهٔ انحراف کوچک از حالت تعادل

دوره $T=۲\pi\sqrt{l/g}$ ، بسامد زاویه‌ای $\omega=\sqrt{g/l}$ ، $\frac{T}{T'}=\sqrt{\frac{l}{l'}}\times\sqrt{\frac{g'}{g}}$

- دورهٔ آونگ به جرم آونگ و دامنه بستگی ندارد.
- دورهٔ آونگ با دور شدن از سطح زمین و کاهش g افزایش می‌یابد.
- دورهٔ آونگ در قطب‌های زمین از استوا کمتر است.
- اگر دورهٔ آونگ یک ساعت آونگ‌دار کاهش یابد، ساعت تندتر کار می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.

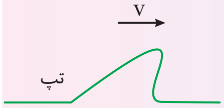
تشدید

- هر نوسانگر می‌تواند با بسامدی ویژهٔ خود که به ساختار آن بستگی دارد نوسان کند که به آن بسامد طبیعی $(f_\circ)$ گویند.
- برای جلوگیری از میرایی نوسان یک نوسانگر مانند یک آونگ، باید به آن انرژی داده شود تا نوسان‌ها میرا نباشد، این نوع نوسان‌ها را نوسان واداشته گویند.
- هر گاه بر جسمی که می‌تواند با دوره یا بسامد خاصی (بسامد طبیعی) نوسان کند نیرویی دوره‌ای با همان بسامد وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنهٔ نوسان افزایش می‌یابد $(f_d=f_\circ)$ و در این حالت تشدید رخ داده است.
- از پدیده تشدید برای نامیرا کردن نوسان‌های میرا استفاده می‌شود.
- در شکل روبه‌رو با نوسان آونگ A به آونگ‌های B و C انرژی منتقل می‌شود و آن‌ها می‌جنبند و به نوسان در می‌آیند، این آونگ‌ها با بسامدهای دیگر به نوسان در می‌آیند اما هر گاه بسامد نوسان واداشته با بسامد آونگی برابر شود $(f_\circ=f_d)$ در مورد آن آونگ تشدید رخ می‌دهد.



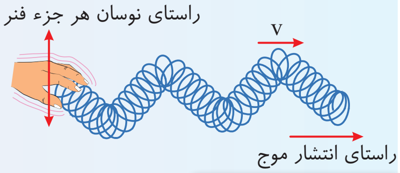
موج مکانیکی (مفاهیم اولیه)

- آشفتگی منتشر شده در محیط را **تپ** گویند و انتقال تپ را در محیط انتشار تپ گویند.
- به تپ‌های متوالی ایجاد شده در یک محیط کشسان **موج** گویند.

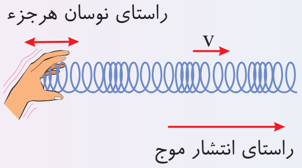


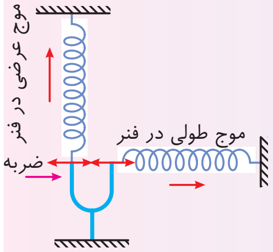
- موج‌ها عموماً به دو دسته تقسیم می‌شوند.
  - **موج‌های الکترومغناطیسی** این موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.
  - **موج‌های مکانیکی** این موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند.

موج عرضی: موجی است که راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است.



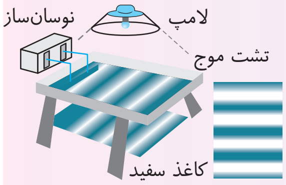
موجی طولی: موجی است که راستای نوسان ذره‌های محیط هم‌راستای پیشروی موج است.



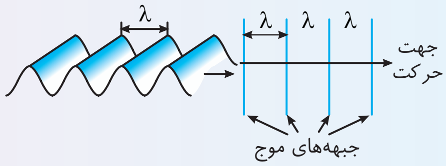


مشخصه‌های موج

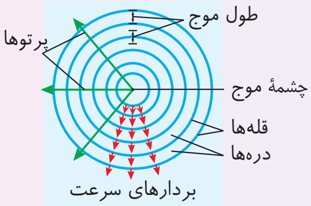
- برای مطالعهٔ مشخصات موج از وسیله‌ای موسوم به تشت موج استفاده می‌شود.
- به برآمدگی‌های موج ایجاد شده **قله (ستیغ)** و به فرورفتگی‌ها **درّه (پاستیغ)** گفته می‌شود.
- **طول موج** به فاصلهٔ بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور، طول موج (λ) گویند.
  - مسافتی که موج در مدت یک دوره طی می‌کند.
- برای رسم موج می‌توان تنها مکان قله‌ها یا دره‌های موج را در شکل نشان داد که به آن‌ها جبههٔ موج گویند.
  - به طور مثال:



(ب)



(الف)



(ب)

(الف)

الگو یادآوری

۴

موج مکانیکی (مفاهیم اولیه)

مشخصه‌های موج

ویژگی‌های وابسته به چشمه

دامنه (A): بیشینهٔ فاصلهٔ یک ذره از مکان تعادل، دامنهٔ موج نامیده می‌شود که همان فاصلهٔ قله یا دره نسبت به سطح آرام یا ساکن است.

دورهٔ تناوب (T): مدت زمانی که هر ذرهٔ محیط یک نوسان کامل انجام می‌دهد، دورهٔ تناوب موج نامیده می‌شود که برابر دورهٔ چشمه نوسان است.

بسامد (f): تعداد نوسان‌های انجام شده توسط هر ذرهٔ محیط در یک ثانیه بسامد موج نامیده می‌شود که برابر بسامد چشمهٔ موج است. $(f=\frac{۱}{T})$

ویژگی‌های وابسته به محیط

تندی انتشار موج (v): اگر جبهه‌های موج در مدت Δt مسافت l را طی کنند، تندی انتشار موج از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $v=\frac{l}{\Delta t}=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\ \ (\lambda \propto T)$

تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.

به طور مثال: در آب‌های عمیق تندی انتشار موج به عمق آب بستگی ندارد، اما در عمق‌های کم‌عمق هر چه عمق آب کمتر شود، تندی انتشار موج کاهش می‌یابد.

بررسی طول موج در دو حالت مختلف $(\lambda=\frac{v}{f})$

دو موج توسط یک چشمه در دو محیط منتشر شوند:
چون چشمهٔ موج‌ها یکسان است پس بسامد دو نیز یکسان است.

$$\frac{\lambda_{۲}}{\lambda_{۱}}=\frac{\frac{v_{۲}}{f}}{\frac{v_{۱}}{f}}\Rightarrow\frac{\lambda_{۲}}{\lambda_{۱}}=\frac{v_{۲}}{v_{۱}}$$

دو موج توسط دو چشمه در یک محیط منتشر شوند:
چون موج‌ها در یک محیط منتشر شده‌اند، تندی انتشار آن‌ها یکسان است.

$$\frac{\lambda_{۲}}{\lambda_{۱}}=\frac{\frac{v}{f_{۲}}}{\frac{v}{f_{۱}}}\Rightarrow\frac{\lambda_{۲}}{\lambda_{۱}}=\frac{f_{۱}}{f_{۲}}$$

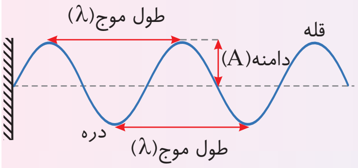
موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن

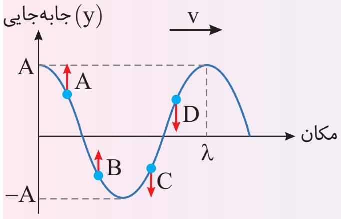
موج سینوسی

هر گاه چشمهٔ موج دارای حرکت هماهنگ ساده باشد، موج سینوسی است.

هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است.

بسامد دورهٔ نوسان تمام نقاط محیط با بسامد و دورهٔ چشمه برابر است.





رفتار ذرات محیط

هر ذره از محیط حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند.

ذرهٔ A: در حال حرکت رو به بالا، کندشونده (شبیه نوسانگر در حال حرکت به سوی دامنه)
$a<۰ ،v>۰ ،y>۰$

ذرهٔ B: رو به بالا، تندشونده (نوسانگر در حال نزدیک شدن به حالت تعادل)
$a>۰ ،v>۰ ،y<۰$

ذرهٔ C: رو به پایین، کندشونده، $a>۰ ،v<۰ ،y<۰$

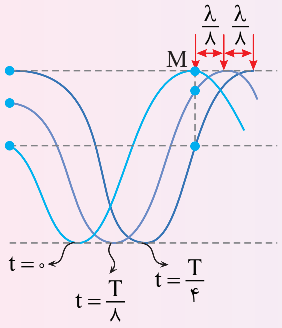
ذرهٔ D: رو به پایین، تندشونده، $a<۰ ،v<۰ ،y>۰$

الگو یادآوری

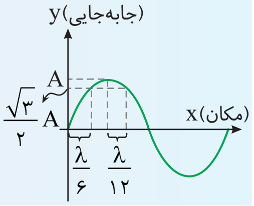
۵

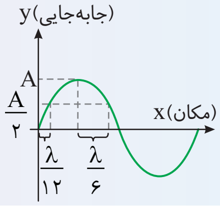
موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن

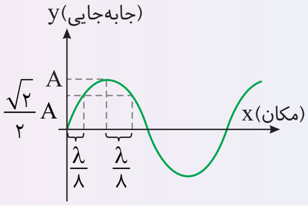
موج سینوسی

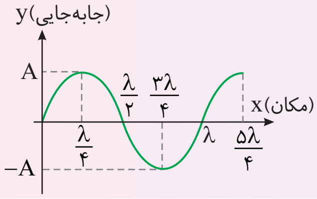


- در شکل روبه‌رو از یک موج در بازه‌های زمانی $\frac{T}{۸}$ عکس گرفته شده است. با توجه به شکل و همانطور که در بالا نیز گفته شده ذرهٔ M حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار کرده و به سمت پایین در حال نوسان است و قلهٔ موج در حال پیشروی به سمت راست است.
- همانطور که در شکل نیز مشخص است با توجه به ثابت بودن تندی انتشار موج، طول موج و دورهٔ موج با هم متناسب‌اند. $T \propto \lambda \Rightarrow \frac{T}{۸} \propto \frac{\lambda}{۸}$
- بررسی طول موج در شکل موج سینوسی:









تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر

- سرعت انتشار موج در تار یا فنر: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، $v \to$ m/s، $F \to$ N (نیوتون)، F: نیروی کشش طناب، $\mu = \frac{m}{L}$: چگالی خطی جرمی ($m \to$ kg، $L \to$ m)
- تندی انتشار موج به طول تار بستگی ندارد. $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$

  ρ: چگالی سیم، A: سطح مقطع سیم، D: قطر سیم

نکته
- اگر طول تار یا فنر n برابر شود، جرم آن نیز n برابر شده و μ ثابت می‌ماند.
- اگر تار را بکشیم تا با ثابت ماندن جرم، طول تار n برابر شود، در این صورت μ تار $\frac{۱}{n}$ می‌شود.

انتقال انرژی در موج مکانیکی عرضی

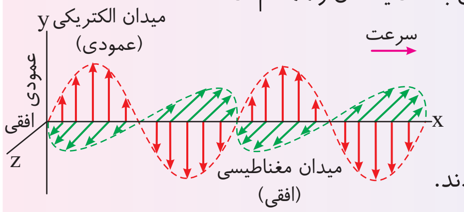
- هر موجی حامل انرژی است.
- با انتشار موج مکانیکی این انرژی به صورت انرژی جنبشی و پتانسیل در موج منتقل می‌شود.
- در یک موج سینوسی (برای همهٔ انواع امواج مکانیکی) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) با مربع دامنه و بسامد موج متناسب است. $(f^{۲}A^{۲})$

امواج الکترومغناطیسی

- امواج الکترومغناطیسی از رابطهٔ متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند، یعنی تغییر در هر کدام از آن‌ها میدان متغیر دیگری را به‌وجود می‌آورد.
- منشأ تولید امواج الکترومغناطیسی، حرکت شتابدار ذرهٔ باردار است.

موج الکترومغناطیسی

۱ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی دارای بسامد یکسان و همگام‌اند.



۲ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند.

۳ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر مسیر انتشار موج (راستای انتقال انرژی) عمودند و موج عرضی است.

الگو یادآوری ۶

موج‌های عرضی و مشخصه‌های آن

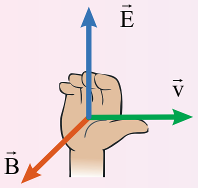
امواج الکترومغناطیسی

موج الکترومغناطیسی

۴ این موج‌ها حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

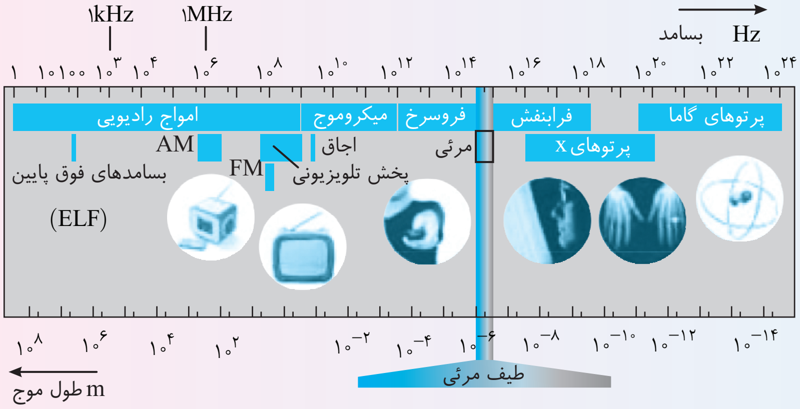
۵ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}=۳\times۱۰^۸ m/s$ است.

طول موج الکترومغناطیسی در خلأ برابر است با: $\lambda=\frac{c}{f}$



۶ جهت انتشار امواج الکترومغناطیسی را می‌توان مطابق شکل از قاعدهٔ دست راست به‌دست آورد.

۷ **طیف امواج الکترومغناطیسی** امروزه طیف وسیعی از امواج الکترومغناطیسی را می شناسیم. این طیف شامل امواج رادیویی، میکروموج، فروسرخ، طیف نور مرئی، فرابنفش، پرتوهای x و پرتوهای گاما است که از کمترین بسامد تا بیشترین بسامد گسترده شده‌اند. تمام این امواج به رغم تفاوت فراوان در روش های تولید و کاربردهای آن‌ها، امواجی الکترومغناطیسی هستند و همگی با تندی نور در خلأ حرکت می کنند و هیچ گسستگی‌ای در این طیف وجود ندارد.



هر چه از پرتوهای گاما به سمت امواج رادیویی حرکت کنیم، طول موج امواج افزایش یافته و انرژی و بسامد آن‌ها کاهش می‌یابد.

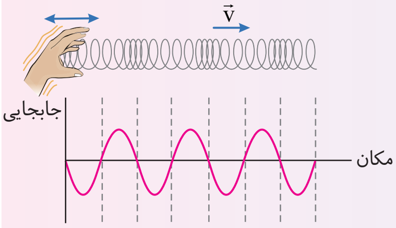
موج طولی و مشخصه‌های آن

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده شده ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی به طور متناوب در طول فنر ظاهر می‌شود.

در یک لحظه از زمان در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.

در یک لحظه در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

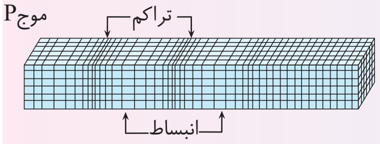
برای فنر زیر نمودار جابه‌جایی - مکان رسم شده است:

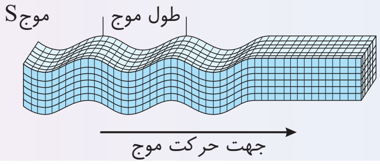


برای موج طولی
- طول موج برابر با فاصلهٔ بین دو تراکم (برای فنر، جمع‌شدگی) یا دو انبساط متوالی (برای فنر، بازشدگی) است.
- همچنین دامنهٔ موج طولی برابر با بیشینهٔ جابه‌جایی از مکان تعادل است.

برای امواج مکانیکی، تندی انتشار امواج طولی در یک محیط جامد بیشتر از تندی انتشار امواج عرضی در همان محیط است.

به طور مثال: امواج زمین لرزه از دو موج P (طولی) و S (عرضی) تشکیل شده است: $v_P > v_S$





الگو یادآوری

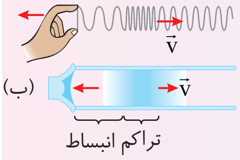
۷

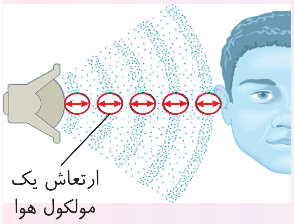
صوت

مشخصه‌های امواج صوتی

امواج صوتی موج‌های مکانیکی است که راستای نوسان ذرات محیط هم راستا با انتشار صوت است.

- صوت به صورت ناحیه‌های بازشدگی (لایه‌های انبساطی) و ناحیه‌های جمع‌شدگی (لایه‌های تراکمی) در محیط منتشر می‌شود.
- هر مولکول هوا با موج حرکت نمی‌کند، بلکه در مکان ثابتی به جلو و عقب نوسان می‌کند.





جبهه‌های موج صوتی به صورت کروی‌اند $(A = ۴\pi r^۲)$

تندی انتشار موج

- مشابه بقیه امواج از ویژگی‌های محیط بوده و از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ به‌دست می‌آید.
- در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود.
- عموماً: تندی صوت در جامدها > تندی صوت در مایع‌ها > تندی صوت در گازها
- آزمایش نشان می‌دهد که تندی صوت افزون بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد و در یک محیط با افزایش دما، تندی نیز افزایش می‌یابد.

شدت و تراز شدت صوت

شدت صوت: به مقدار انرژی صوتی که در واحد زمان در یکای سطح عمود بر راستای انتشار صوت می‌گذرد.

$$I = \frac{E}{t.A} = \frac{\overline{P}}{A}$$

انرژی صوت ← E ؛ توان صوت ← $\overline{P}$

برای یک چشمهٔ نقطه‌ای صوت با جبهه‌های موج کروی:

$$A = ۴\pi r^۲$$

فاصله از چشمه ← r

عوامل مؤثر بر شدت صوت:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲ \times \left(\frac{f_۲}{f_۱}\right)^۲ \times \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$$

دامنه بسامد فاصله از چشمه

- شدت صوت به محیط انتشار نیز بستگی داشته و با آشکارساز قابل اندازه‌گیری است.

تراز شدت صوت: به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰}$$

دسی بل ← β ؛ شدت صوت ← I

$I_۰$: شدت مرجع بوده و نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنوایی است:

$$I_۰ = ۱۰^{-۱۲} W/m^۲$$

یادآوری ریاضی:

۱) $\log ab = \log a + \log b$

۲) $\log \frac{a}{b} = lag\, a - \log b$

۳) $\log a^n = n \log a$

۴) $\log a = \log b \Rightarrow a = b$

۵) $\log ۱ = ۰$

۶) $\log ۱۰ = ۱$

اختلاف تراز شدت صوت:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\left(\log \frac{I_۲}{I_۰} - \log \frac{I_۱}{I_۰}\right) \Rightarrow \Delta\beta = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱}$$

ادراک شنوایی

به صوت حاصل از چشمهٔ موجی کم‌میرا که دارای حرکت هماهنگ ساده است (مثل دیاپازون) تُن موسیقی یا به اختصار تن گویند.

شنیدن هر تن موسیقی دارای دو ویژگی متمایز **ارتفاع** و **بلندی** است که هر دو به ادراک شنوایی ما مربوط می‌شود:

ارتفاع بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند. به طور مثال اگر چند دیاپازون با بسامدهای مختلف به طور یکسان نواخته شوند بسامدهای آن را می‌توان از کمترین (بم‌ترین) تا بیشترین (زیرترین) مقدار تشخیص داد.

بلندی شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. به طور مثال اگر یک دیاپازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، بسامد صوت (ارتفاع صوت) ثابت امّا بلندی‌های مختلفی به گوش می‌رسد.

نکته بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با آشکارساز اندازه گرفت اما بلندی چیزی است که ما حس می‌کنیم.

دستگاه شنوایی انسان به بسامدهای متفاوت حساسیت‌های متفاوتی نشان می‌دهد.

- بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گسترهٔ ۲۰۰۰Hz تا ۵۰۰۰Hz است.
- گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz است.
- **نکته ۱** اگر به مدت ۱۰ دقیقه در معرض صوتی با تراز شدت ۱۲۰dB باشیم، آستانهٔ شنوایی به طور موقت از ۰dB به ۲۸dB افزایش می‌یابد.
- **نکته ۲** مطالعه نشان می‌دهد که به طور متوسط اگر به مدت ۱۰ سال در معرض صدایی با تراز شدت ۹۲dB قرار گیریم، آستانهٔ شنوایی به طور دائم ۲۸dB افزایش می‌یابد.

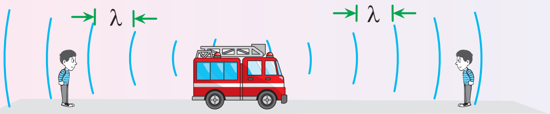
الگو یادآوری

۸

اثر دوپلر

تغییر بسامد صوت در اثر حرکت منبع یا شنونده یا هر دو را اثر دوپلر گویند.

اگر چشمهٔ صوت و ناظر شنونده ثابت باشند، طول موج و بسامد رسیده به شنونده با طول موج و بسامد چشمه یکسان است.



چشمهٔ متحرک و ناظر (شنونده) ساکن:

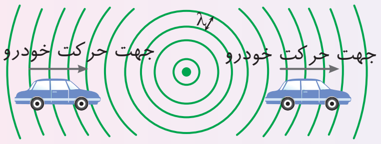
طول موج: طول موج نسبت به حالت سکون چشمه در جلوی چشمه کاهش و در عقب آن افزایش می‌یابد.

بسامد موج: بسامد موج نسبت به حالت سکون چشمه در جلوی چشمه $(\downarrow\lambda=\frac{V}{\uparrow f})$ افزایش و در پشت چشمه $(\uparrow\lambda=\frac{V}{f\downarrow})$ کاهش می‌یابد.

چشمه ساکن و ناظر (شنونده) متحرک باشد:

ناظر در حال نزدیک شدن به چشمه ← طول موج ثابت ← بسامد موج افزایش می‌یابد.

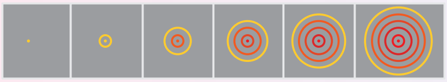
ناظر در حال دور شدن از چشمه ← طول موج ثابت ← بسامد موج کاهش می‌یابد.



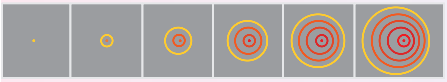
نکته ① اگر در اثر حرکت چشمه یا شنونده یا هر دو، بسامد افزایش یابد ← ارتفاع صوت افزایش می‌یابد.

② اگر در اثر حرکت چشمه یا شنونده یا هر دو، بسامد کاهش یابد ← ارتفاع صوت کاهش می‌یابد.

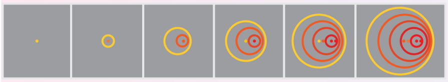
مقایسه جبهه‌های موج در اثر دوپلر



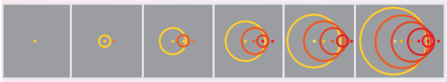
چشمه و ناظر ساکن



چشمه با تندی کمتر از تندی صوت در حال حرکت به سمت راست است.



چشمه با تندی برابر با تندی صوت در حال حرکت به سمت راست است.



چشمه با تندی بیشتر از تندی صوت به سمت راست در حرکت است.

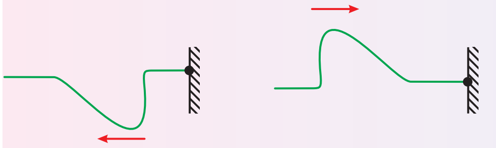
بازتاب امواج

بازتاب موج در یک بعد

اگر تپی را در یک فنر کشیدهٔ بلند که یک سر آن به تکیه‌گاهی ثابت شده است، روانه کنیم وقتی تپ به تکیه‌گاه (مرز) می‌رسد نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتون تکیه‌گاه نیز نیرویی با اندازهٔ برابر و خلاف جهت بر فنر وارد می‌کند.

تپ بازتاب نسبت به تپ فرودی قرینه و معکوس است.

به طور مثال:



تپ فرودی و تپ بازتاب (در یک محیط منتشر شده‌اند) دارای تندی یکسان‌اند ← بسامد آن‌ها نیز یکی است.

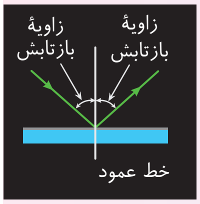
الگو یادآوری

۹

بازتاب امواج

بازتاب موج در دو یا سه بعد

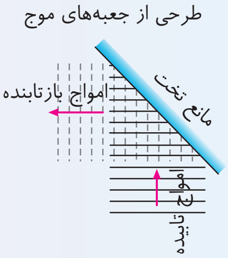
قانون بازتاب عمومی زاویهٔ پرتو تابش با نیم‌خط عمود (زاویهٔ تابش) با زاویهٔ پرتو بازتاب با نیم‌خط عمود (زاویهٔ بازتاب) با هم برابرند.

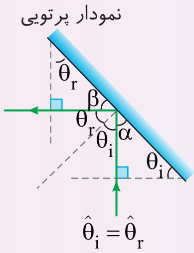


پرتوی تابش، پرتوی بازتابش و خط عمود بر سطح بازتابنده در هر بازتابشی در یک صفحه قرار دارند.

فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی برابر طول موج است. پرتو موج بر جبهه‌های موج عمود بوده و راستای انتشار موج را نشان می‌دهد.

به طول مثال:


طرحی از جعبه‌های موج

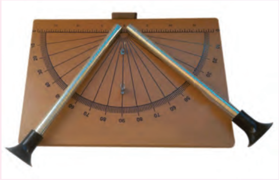

نمودار پرتویی

زاویهٔ بین جبهه‌های موج و سطح برابر زاویهٔ بین پرتو و خط عمود است.

$\theta_r =$ زاویه بین جبهه‌های بازتاب و سطح، $\theta_i =$ زاویه بین جبهه‌های تابش و سطح، $\theta_r =$ زاویه بازتاب، $\theta_i =$ زاویه تابش

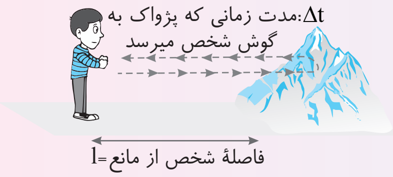
نکته اگر پرتویی عمود بر سطح به آن برخورد کند پرتو روی خودش بازتاب می‌شود.

در اسباب نشان داده شده در شکل روبه‌رو، با توجه به قانون بازتاب عمومی هنگامی صوت ایجاد شده در یکی از دهانه‌ها در دهانهٔ دیگر با بلندی بیشینه شنیده می‌شود که زاویه‌ای که هر دو لوله با نیم‌خط عمود $(\theta_i = \theta_r)$ می‌سازند یکسان باشد.

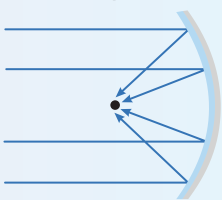

نمایشی از اسباب آزمایش بازتاب صوت

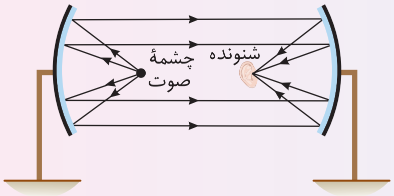
پژواک: به بازتاب صوت از یک سطح پژواک گویند.

برای تشخیص دو صوت از هم باید اختلاف زمانی رسیدن دو صوت به گوش از $0/1s$ بیشتر باشد.



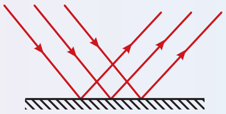
بازتاب از سطح کاو: اگر پرتوهای موج موازی با محور سطح به آن برخورد کند، پرتوهای بازتاب از کانون سطح عبور می‌کنند:



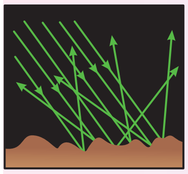


در بازتاب دو نوع سطح وجود دارد، امّا در هر دو حالت قانون بازتاب عمومی برقرار است.

بازتاب منظم یا آینه‌ای: اگر یک دسته پرتو موازی به سطح صیقلی تابیده شود، پرتوهای بازتاب از سطح نیز با یکدیگر موازی‌اند.



بازتاب نامنظم یا پخشنده: اگر یک دسته پرتو موازی به سطح غیر صیقلی تابیده شود، پرتوهای بازتاب در جهت‌های مختلف پخش می‌شوند که این پدیده را پخش نور گویند.



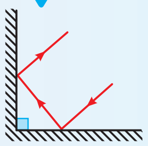
نکته یک سطح برای پرتوهای نوری غیرصیقلی است که ناهمواری‌های سطح بزرگ‌تر از طول موج نور باشد.

الگو یادآوری **۱۰**

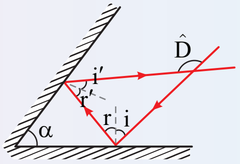
بازتاب امواج

کاربرد بازتاب:
- **۱** میکروفون سهموی که با استفاده از بازتاب صوت از سطح کاو صدای رسیده به آن را تقویت می‌کند.
- **۲** لیتوتریپسی که از آن برای شکستن سنگ‌های کلیه به کمک بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود.
- **۳** در دستگاه سونار که در کشتی‌ها برای مکان‌یابی اجسام زیر آب به‌کار می‌رود از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.
- **۴** در دستگاه سونوگرافی از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.
- **۵** برای اندازه‌گیری تندی شارش خون از مکان‌یابی پژواکی به همراه اثر دوپلر می‌توان استفاده کرد.
- **۶** در دوربین‌های کنترل سرعت (رادار دوپلری) از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده شده است.

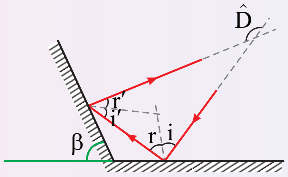
بررسی چند نمونه بازتاب از روی آینه‌های متقاطع



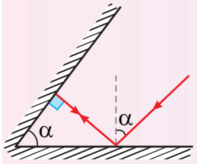
اگر دو آینه بر هم عمود باشند پرتوی تابش و بازتاب از سطح دوم با هم موازی‌اند



$\hat{D} = ۲\alpha$



$\hat{D} = ۲\beta$



شکست موج

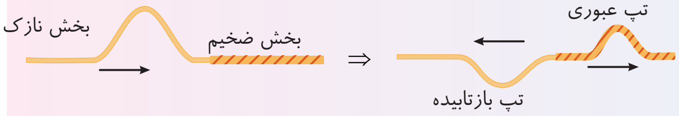
تغییر تندی پیشروی موج در ورود به محیط جدید را گویند.

هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند اما تندی انتشار موج و طول موج تغییر می‌کند. $f_۱ = f_۲ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}$

شکست موج در یک بعد

هنگام رسیدن موج به مرز جدایی دو محیط بخشی از موج بازتاب و بخشی دیگر عبور می‌کند.

اگر یک تپ را در سمت نازک ریسمان تولید کنیم.



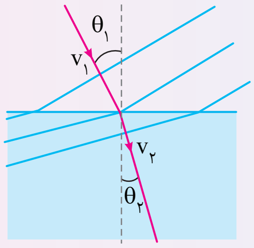
اگر موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد شود، قطر سیم کاهش یافته و با توجه به رابطهٔ تندی موج در ریسمان $v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$ تندی موج افزایش می‌یابد: $\begin{cases} v_۲ > v_۱ \\ \text{.چشمهٔ موج تغییر نکرده است} : f_۲ = f_۱ \end{cases} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda_۲ > \lambda_۱$

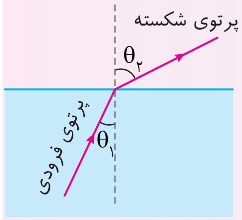
شکست موج در دو یا سه بعد

اگر یک موج به طور مایل از یک محیط به محیط دیگر وارد شود، جهت پیشروی موج در مرز بین دو محیط تغییر می‌کند.

قانون شکست عمومی نسبت سینوس زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست با نسبت تندی در دو محیط برابر است.

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}$$





در هر محیطی که تندی موج در آن بیشتر است، زاویهٔ پرتو موج با نیم‌خط عمود بر مرز بین دو محیط بزرگ‌تر است.

نکته اگر پرتو موجی عمود بر مرز بین دو محیط بتابد، در ورود به محیط دوم منحرف نمی‌شود اما تندی و طول موج آن تغییر می‌کند.

الگو یادآوری ۱۱

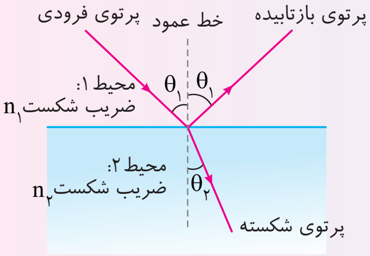
شکست امواج الکترومغناطیسی

ضریب شکست هر محیط برابر نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط است. $n=\frac{\text{تندی نور در خلأ}}{\text{تندی نور در یک محیط}}=\frac{c}{v}$

هر چه ضریب شکست یک محیط بیشتر باشد، تندی نور در آن محیط کمتر است، می‌توان گفت آن محیط غلیظ‌تر است.

در یک محیط با ضریب شکست بیشتر، طول موج کوتاه‌تر است.

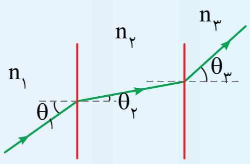
قانون شکست اسنل $n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲$



جمع‌بندی $\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}$

در گذر نور از چند محیط به سه نکته زیر دقت کنید:

هر محیطی که در آن زاویهٔ پرتو با خط عمود بزرگ‌ترین باشد، تندی نور در آن محیط بیشترین است و آن محیط کمترین ضریب شکست را دارد.

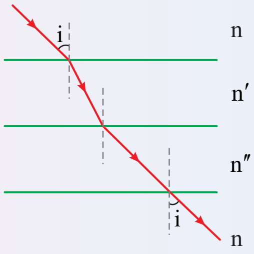


$\theta_۳ > \theta_۱ > \theta_۲$

$v_۳ > v_۱ > v_۲$

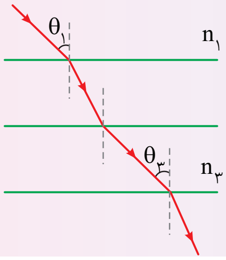
$n_۳ < n_۱ < n_۲$

اگـر محیط ابتـدا اول و آخر یکسـان باشـند. پرتو نـور ورودی و خروجی با هم موازی می‌شوند.



بـرای هـر دو محیـط دلخواهی می‌توانیـم روابط شکست را بنویسیم به طور مثال:

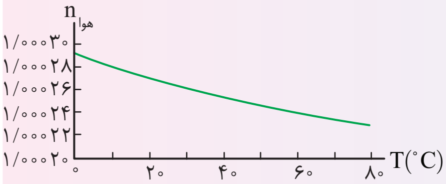
$\frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۳}=\frac{v_۱}{v_۳}=\frac{\lambda_۱}{\lambda_۳}=\frac{n_۳}{n_۱}$



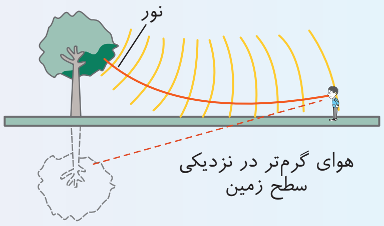
سراب

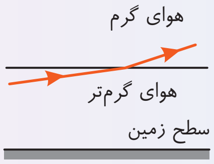
۱ در روزهای گرم اتفاق می‌افتد.

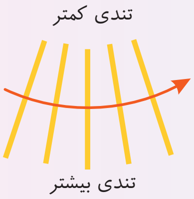
۲ ضریب شکست یک محیط مثل هوا به دمای آن نیز بستگی دارد و با افزایش دما ضریب شکست محیط کاهش می‌یابد.

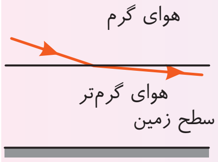


۳ در بررسـی دقیق‌تر پدیدهٔ سـراب متوجه می‌شویم که در روزهای گرم لایه‌های هوایی نزدیک به زمین گرم‌تر است و مطابق شـکل زیـر بخش‌های پایینی جبهه موج کمی تندتـر از بخش بالایی جبههٔ موج حرکت می‌کنند (زیـرا با افزایش دما محیط رقیق‌تر و تندی موج در آن محیط بیشتر می‌شود) و این باعث می‌شود پرتوهای موج رو به بالا خم شوند:



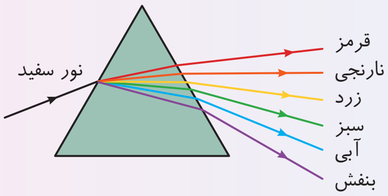


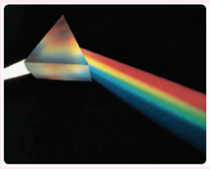




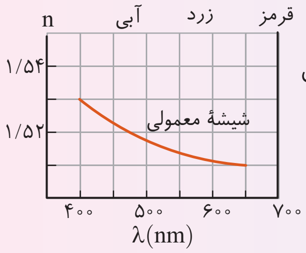
پاشندگی نور

تجزیه نور سفید به رنگ‌های متفاوت به وسیلهٔ منشور نمونه‌ای از پاشندگی نور است:

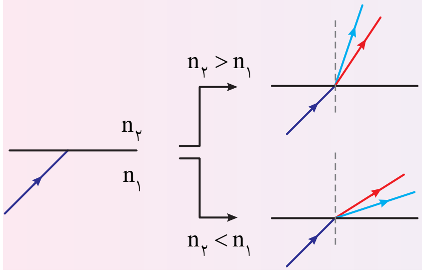




- علت پاشندگی نور متفاوت بودن ضریب شکست یک محیط معین غیر خلأ برای طول موج‌های مختلف است.
- عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است.
  - ضریب شکست یک محیط معین، برای نور قرمز کمترین و برای نور بنفش بیشترین مقدار است.



- مثال: پرتو نور اولیه ترکیبی از نور آبی و قرمز است.



الگو یادآوری

۱

آشنایی با فیزیک اتمی

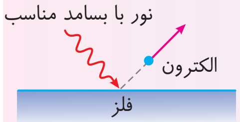
فیزیک کلاسیک

به مکانیک نیوتونی، نظریه الکترومغناطیس ماکسول و ترمودینامیک، فیزیک کلاسیک گویند.

فیزیک جدید

- شالودهٔ فیزیک جدید نظریه‌های نسبیت خاص و عام و نظریه کوانتومی است.
- نظریهٔ نسبیت خاص، پدیده‌های فیزیکی در سرعت‌های بسیار زیاد و قابل مقایسه با سرعت نور را توجیه می‌کند.
- نظریهٔ نسبیت عام، پدیده‌های مربوط به مطالعهٔ هندسه فضا - زمان و گرانش را بررسی می‌کند.
- نظریهٔ کوانتومی به مطالعه پدیده‌ها در مقیاس بسیار کوچک، مانند مولکول‌ها، اتم‌ها و ذره‌های ریزی که اتم‌ها را می‌سازند (ذره‌های زیراتمی) می‌پردازد.
- فیزیک جدید در واقع به پدیده‌هایی می‌پردازد که توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه نیست از جمله این پدیده‌ها می‌توان به اثر فوتوالکتریک، ساختار اتم، طیف اتمی و ساختار هسته اشاره کرد.

اثر فوتوالکتریک



- جدا کردن الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور (تابش الکترومغناطیسی) بر آن را پدیدهٔ فوتوالکتریک گویند و الکترون‌های جداشده را فوتوالکترون می‌نامند.

دیدگاه فیزیک کلاسیک

← عامل جدا شدن الکترون نیرویی است که توسط میدان الکتریکی نور بر الکترون وارد می‌شود $(\vec{F}=e\vec{E})$

- ← رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به شدت نور فرودی بر فلز بستگی دارد.
- ← رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به بسامد نور فرودی بر فلز بستگی ندارد و با هر بسامدی رخ می‌دهد.
- ← در نظریهٔ ماکسول شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکی موج متناسب است $(I\propto E^{۲})$ و با افزایش شدت نور باید انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش یابد.

تجربه آزمایشگاهی

← رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به شدت نور فرودی بر فلز بستگی ندارد.

- ← رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک به بسامد نور بستگی دارد.
- ← کمترین بسامد (و بلندترین طول موج) که با آن پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد را بسامد آستانه (طول موج آستانه) گویند.
- ← با افزایش شدت نور، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند و تنها تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

نظریهٔ اینشتین

- نور از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده است.
- انرژی هر فوتون hf و انرژی کل پرتو نور $E=nhf$ است.
- h ثابت پلانک و برابر $h=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\,J.s$ است.
- برای هر فلز، یک حداقل انرژی لازم است تا الکترون از فلز جدا شود این حداقل انرژی به جنس فلز بستگی دارد.

الکترون ولت

- مقدار انرژی مورد نیاز برای گذر یک الکترون در اختلاف پتانسیل $۱V$ در خلأ را الکترون‌ولت (eV) گویند.
- هر الکترون ولت معادل $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$ است. $(۱eV=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J)$
- ثابت پلانک: $h=۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s \leftarrow$ تقریب مهم $hc=۱۲۴۰eV.nm$
- نمودار k_m-f خطی است و شیب آن برای هر فلزی h است.
- اگر بسامد نور دو برابر شود، انرژی جنبشی بیشینه، بیش از دو برابر افزایش می‌یابد.

الگو یادآوری

۲

آشنایی با فیزیک اتمی (طیف اتمی، الگوهای اتمی)

طیف گسیلی از گازها و بخار عنصرها از خطوط رنگی جدا از هم با طول موج‌های معین تشکیل شده است که به آن **طیف گسیلی (نشری) خطی** گویند.

طیف نور سفیدی را که بعضی از خط‌ها یا طول موج‌های آن جذب شده باشد **طیف جذبی** گویند.

طیف خورشید

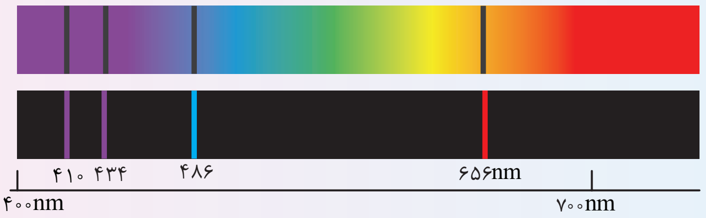
- در طیف نور خورشید خط‌های تاریک جذبی (به نام خطوط فرانهوفر) دیده می‌شود.
- خط‌های جذبی طیف خورشید معرف عنصرهای موجود در جو خورشید و جو زمین است.
- با بررسی طیف جذبی نور ستارگان می‌توان به عنصرهای تشکیل‌دهنده آن‌ها پی برد.

طیف اتمی

به طیف گسیلی خطی و طیف جذبی خطی عنصری طیف اتمی می‌گویند.

ویژگی‌های طیف اتمی

- طیف اتمی هیچ دو عنصری شبیه به هم نیست و طول موج‌های گسیلی و جذبی هر عنصر منحصر به فرد است.
- اتم هر عنصر دقیقاً همان طول موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کند که اگر دمای آن به اندازه کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شود، آن‌ها را تابش می‌کند.



جذب و گسیل نور توسط اتم هیدروژن

تصویر بالایی: طیف جذبی، خط‌های تاریک در زمینهٔ روشن معرف طول موج‌های جذب شده هستند.

تصویر پایینی: طیف گسیلی، خط‌های روشن معرف طول موج‌های گسیلی هستند.

رابطهٔ ریدبرگ – بالمر

$$\frac{۱}{\lambda}=R_H\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)$$

$n'<n$

$R_H=۰/۰۱۰۹(nm^{-۱})$

- در هر رشته خطوط شماره‌گذاری دارند. اولین خط طیفی بلندترین طول موج گسیلی آن رشته و گذار الکترون از اولین تراز بالاتر به آن تراز است.
- این رابطه تنها برای اتم هیدروژن است.

نام رشته	مقدار n′	رابطهٔ ریدبرگ مربوط	مقدارهای n	گسترهٔ طول موج
لیمان	$n'=۱$	$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۱^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$	$n=۲,۳,۴,...$	فرابنفش
بالمر	$n'=۲$	$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$	$n=۳,۴,۵,...$	فرابنفش و مرئی
پاشن	$n'=۳$	$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$	$n=۴,۵,۶,...$	فروسرخ
براکت	$n'=۴$	$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۴^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$	$n=۵,۶,۷,...$	فروسرخ
پفوند	$n'=۵$	$\frac{۱}{\lambda}=(\frac{۱}{۵^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$	$n=۶,۷,۸,...$	فروسرخ

الگوهای اتمی

الگوی اتمی تامسون

اتم به صورت توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت است که الکترون‌ها درون آن قرار دارند.

- این الگو توانایی توجیه کردن طیف اتمی را ندارد.
- این الگو با آزمایش رادرفورد و کشف هستهٔ اتم در تضاد است.

الگوی اتمی رادرفورد

آزمایش ورقهٔ طلا: انحراف غیر عادی ذرات آلفای تابیده‌شده به ورقهٔ نازک طلا و پراکندگی غیرعادی آن‌ها سبب ارائهٔ الگوی اتمی رادرفورد شد.

همهٔ بار مثبت اتمی در فضای کوچکی به نام هسته قرار دارد و الکترون‌ها در فاصلهٔ زیادی از هسته قرار دارند. این مدل را **مدل اتم هسته‌ای** یا **مدل هسته‌ای اتم** می‌نامند.

الگو یادآوری

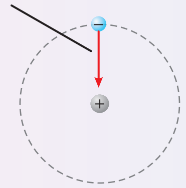
۳

آشنایی با فیزیک اتمی (طیف اتمی، الگوهای اتمی)

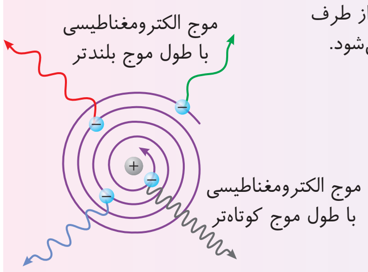
الگوهای اتمی

نارسایی‌های الگوی رادرفورد

- این الگو در مورد چگونگی حرکت الکترون‌ها اظهار نظری ندارد.
- این الگو پایداری اتم را توجیه نمی‌کند.
  - الکترون ساکن باشد جذب هسته می‌شود. (شکل الف)
  - الکترون متحرک باشد به دلیل تابش الکترومغناطیسی سرانجام بر هسته سقوط می‌کند. (شکل ب)
- این الگو ساختار هسته را توجیه نمی‌کند.
- این الگو گسسته بودن طیف اتمی را توضیح نمی‌دهد.



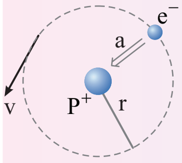
شکل (الف)



شکل (ب)

الگوی اتمی بور

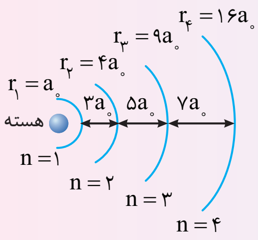
۱ مدارها و انرژی الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند، یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند.

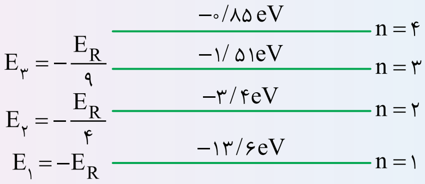


۲ الکترون در حین حرکت روی یک مدار مانا، بر خلاف نظریهٔ الکترومغناطیسی کلاسیک، تابشی گسیل نمی‌کند. این حالت الکترون را **مدار مانا یا حالت مانا** گویند.

شعاع مدارهای مانا دارای مقدارهای مشخص گسسته‌ای است.

- $r_n=n^{۲}a_{۰}$ ← n عدد طبیعی
  - $a_{۰}$ کوچک‌ترین شعاع مدار الکترون که به آن شعاع اتمی بور می‌گویند. $a_{۰}=۰/۵۲۹\,\mathring{A}$
- انرژی الکترون در این مدارها مقدارهای مشخص گسسته‌ای است.
  - $E_R \leftarrow E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}$ را یک ریدبرگ گویند. $E_R=۱۳/۶eV=۲/۱۷\times۱۰^{-۱۸}J$
    - $n=۱$ را حالت پایه گویند و مدارهای بالاتر را حالت‌های برانگیخته می‌نامند.
    - **نکتهٔ مهم** با افزایش n، فاصلهٔ مدارها از هم در اتم هیدروژن افزایش می‌یابد، اما اختلاف انرژی ترازهای انرژی کاهش می‌یابد.





- دقت کنید با پرش الکترون از $n=۱$ به $n=۲$، نسبت انرژی‌ها به صورت $\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۱}{۴}$ است، اما به دلیل دریافت انرژی توسط الکترون انرژی آن افزایش می‌یابد.

۳ الکترون تنها هنگامی که از حالت مانای $(E_U=-\frac{E_R}{n_U^{۲}})$ به حالت مانای $(E_L=-\frac{E_R}{n_L^{۲}})$ با انرژی کمتر می‌رود، تابش الکترومغناطیسی به صورت فوتون گسیل می‌کند. انرژی فوتون برابر اختلاف انرژی دو تراز است.

$$R_H=\frac{E_R}{hc} \Leftarrow \boxed{\frac{۱}{\lambda}=\frac{E_R}{hc}\left(\frac{۱}{n_L^{۲}}-\frac{۱}{n_U^{۲}}\right)} \leftarrow h\frac{c}{\lambda}=\frac{-E_R}{n_U^{۲}}-\frac{-E_R}{n_L^{۲}} \leftarrow hf=E_U-E_L$$

الگو یادآوری

۴

آشنایی با فیزیک اتمی (الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن)

انرژی یونش الکترون

انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از اتم و قید هسته را انرژی یونش الکترون گویند.

توانایی‌های الگوی بور

- توجیه جذب و گسیل تابش توسط اتم
- توجیه خطی بودن طیف اتمی
- توجیه منحصر به فرد بودن طیف اتمی
- قابل کاربرد در هر اتم تک‌الکترونی که به آن اتم هیدروژن‌گونه گویند، هر چند بار هستهٔ آن بیشتر از +e باشد.

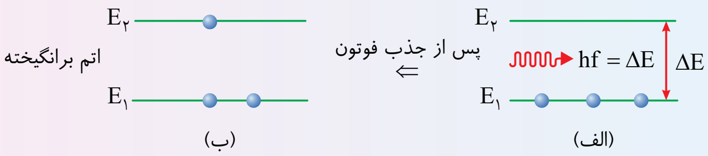
نارسایی‌های الگوی بور

- رفتار اتم‌های چند الکترونی را توجیه نمی‌کند.
- این الگو متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را نمی‌تواند توضیح دهد.

آشنایی با فیزیک اتمی (آشنایی با لیزر)

برانگیختگی اتم

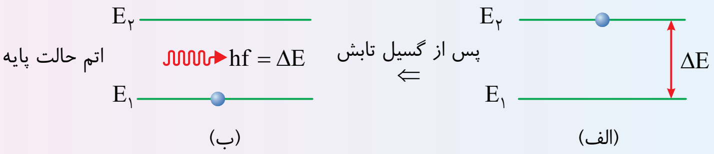
- جذب انرژی توسط الکترون و رفتن از حالت n_1 به حالت n_2 $(n_2 > n_1)$
- اتم* → فوتون + اتم



(الف) (ب)

گسیل خودبه‌خودی

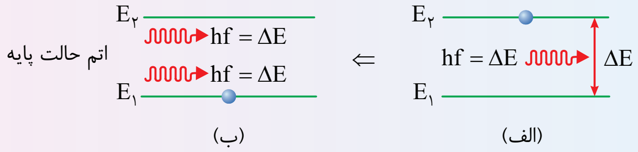
- الکترون با گسیل تابش و از دست دادن انرژی از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رود.
- فوتون + اتم → اتم*



(الف) (ب)

گسیل القایی

- تابش یک فوتون به یک اتم برانگیخته
- انرژی فوتون تابیده به اتم برابر اختلاف انرژی دو تراز حالت برانگیخته و حالت پایه
- پرش الکترون از حالت برانگیخته به حالت پایه و گسیل یک فوتون هم‌انرژی و هم‌جهت فوتون تابیده شده به اتم برانگیخته
- ۲ فوتون + اتم → اتم* + فوتون



(الف) (ب)

- در گسیل القایی، فوتون گسیل شده با فوتون فرودی هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی است.

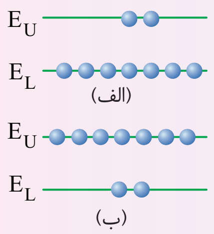
الگو یادآوری

۵

آشنایی با فیزیک اتمی (آشنایی با لیزر)

لیزر

- اساس کار لیزر گسیل القایی است.
- به باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی، باریکهٔ لیزری گویند.
- لیزر نور مرئی است.
- در تولیـد لیـزر، ابتدا یک چشـمهٔ خارجی سـبب برانگیختن الکترون‌ها می‌شـود تا لحظه‌ای که وارونی جمعیت رخ دهد.
- **وارونی جمعیت** تعداد الکترون‌ها در یک محیط لیزری در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه‌پایدار نسبت به ترازهای پایین‌تر بیشتر است.
  - در ترازهای شبه‌پایدار الکترون در مدت زمان بسیار طولانی $(۱۰^{-۳}s)$ از حالت معمولی $(۱۰^{-۸}s)$ باقی می‌مانند.



الف) به طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.
ب) در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.

آشنایی با ساختار هسته

تعریف‌ها

- با آزمایش رادرفورد مشخص شد که اتم تقریباً از فضای تهی تشکیل شده است و بیشتر جرم آن در یک هستهٔ چگال با بار مثبت قرار دارد.
- ابعاد هسته حدود $۱۰^{-۱۵}m$ (۱ فمتومتر یا ۱ فرمی) و حدود صدهزار مرتبه کوچک‌تر از ابعاد اتم $(۱\mathring{A}=۱۰^{-۱۰}m)$ است.
- **عدد اتمی Z** تعداد پروتون‌های هسته » محدودهٔ عدد اتمی عناصر طبیعی $۱\leq Z\leq ۹۲$
  - عناصری که عدد اتمی آن‌ها بیشـتر از ۸۳ باشـد، ناپایدارند. هسـتهٔ پایدار با بیشـترین تعـداد پروتون $Z=۸۳$ متعلق به بیسموت $({}^{۲۰۹}_{۸۳}Bi)$ است.
- **عدد نوترونی N** تعداد نوترون‌های هسته » محدودهٔ عدد نوترونی عناصر طبیعی $۰\leq N\leq ۱۴۶$
- **نوکلئون** به پروتون و نوترون، نوکلئون می‌گویند.
- **عدد جرمی A** مجموع عدد اتمی و عدد نوترونی (تعداد نوکلئون‌های هسته) $A=Z+N$
- **نماد هسته** $X_{\text{اتم}}$ هسته $={}^{A}_{Z}X$
- **ایزوتوپ**
  - اتم‌های با مقدار پروتون معین و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) گویند.
  - رفتار شـیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر یکسـان است. به همین دلیل با روش‌های شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر را نمی‌توان جدا کرد.
  - برای جداسـازی ایزوتوپ‌های یک عنصر از اختلاف جرم آن‌ها اسـتفاده می‌شـود و جداسـازی با روش‌های فیزیکی صورت می‌گیرد.

الگو یادآوری

۶

آشنایی با ساختار هسته

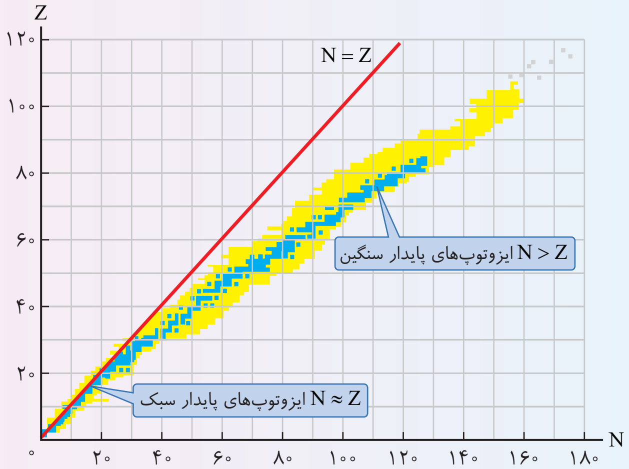
نیروی هسته‌ای

نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های هسته را نیروی هسته‌ای گویند.

۱ این نیرو کوتاه‌بُرد است و در ابعاد هسته عمل می‌کند و در ابعاد اتمی اثری از آن مشاهده نمی‌شود.

۲ از نیروی رانش کولنی بین پروتون‌های هسته قوی‌تر است به همین علت به نیروی هسته‌ای قوی مشهور است.

۳ با بزرگ شدن هسته در عناصر سنگین نیروی رانش کولنی بارزتر شده و هسته ناپایدار می‌شود.



از منظر نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون وجود ندارد به همین علت آن‌ها را نوکلئون گویند.

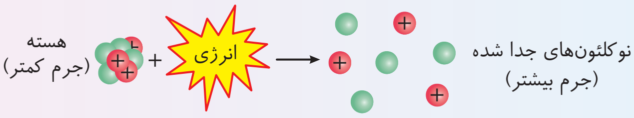
ترازهای انرژی هسته انرژی نوکلئون‌ها کوانتیده است.

- اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته بسیار بیشتر از اختلاف ترازهای انرژی اتم است.
  - در هسته‌های سبک اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون حدود MeV (مگاالکترون ولت) است.
  - در هسته‌های سنگین اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون حدود keV (کیلوالکترون ولت) است.
  - بزرگ بودن اختلاف ترازهای انرژی هسته نسبت به ترازهای انرژی الکترون سبب می‌گردد که هسته در واکنش‌های شیمیایی تغییر نکند.

انرژی بستگی هسته

جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های هسته کمتر است. این اختلاف جرم را **کاستی جرم هسته** گویند.

نظریهٔ اینشتین هرگاه کاستی جرم هسته را در رابطهٔ معروف اینشتین $(\mathbf{E=mc^{۲}})$ در مربع تندی نور $(c^{۲})$ ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته‌ای به‌دست می‌آید.



قانون پایستگی جرم و انرژی مجموع جرم و انرژی در برهم‌کنش پایسته می‌ماند.

یکای جرم اتمی $\frac{۱}{۱۲}$ جرم اتم کربن ۱۲ که طبق تعریف ۱۲/۰۰۰۰۰۰u است را یکای جرم اتمی گویند.

- یکای جرم اتمی برابر $۱/۶۶\times ۱۰^{-۲۷}kg$ است.
- جرم پروتون ۱/۰۰۷۲۷۶u، جرم الکترون ۰/۰۰۰۵۴۹u و جرم نوترون ۱/۰۰۸۶۶۵u است.
- انرژی معادل جرم ۱u برابر ۹۳۱/۵MeV است. برای به‌دست آوردن انرژی آزاد شده در فرایندهای هسته‌ای کافی است اختلاف جرم در دو طرف واکنش بر حسب u، در ۹۳۱/۵ ضرب شود تا انرژی بر حسب MeV به‌دست آید.

الگو یادآوری ۷

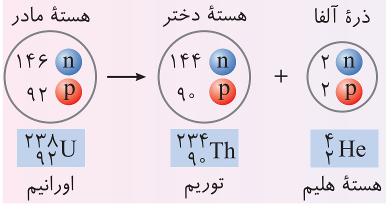
آشنایی با ساختار هسته (پرتوزایی)

واپاشی هسته‌های ناپایدار را پرتوزایی (رادیواکتیویته) گویند.

هسته‌های پرتوزا با گسیل یکی از پرتوهای آلفا، بتا (الکترون)، بتای مثبت (پوزیترون) و گاما واپاشیده می‌شوند.

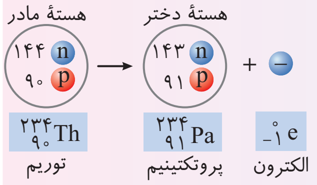
آلفا

- آلفا ذره است » آلفا از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است. $(\alpha = {}^{۴}_{۲}He)$
- در واپاشی آلفازا، از عدد اتمی و عدد نوترونی دو واحد و از عدد جرمی چهار واحد کاسته می‌شود.
- واپاشی آلفازا: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}He$ ، هسته X را «هسته مادر» و هسته Y را «هسته دختر» می‌گویند.
- در اثر ورود ذرات آلفا از راه تنفس و گوارش به بدن، بافت‌های بدن به شدت آسیب می‌بینند.
- بُرد ذرات آلفا کم است و به سرعت جذب می‌شوند.

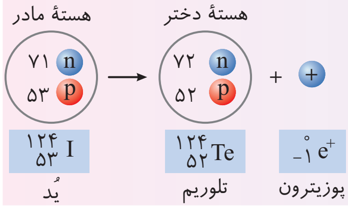


بتا

- بتا ذره است.
- در اثر واپاشی یک نوترون در هسته، بتا (الکترون) و یک پروتون ایجاد می‌شود.
- ${}^{۱}_{۰}n \to {}^{۱}_{۱}H + {}_{-۱}^{۰}e$
  - واپاشی بتازای منفی: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+۱}Y + {}^{۰}_{-۱}e^-$
  - در واپاشی بتای منفی (الکترون)، عدد جرمی تغییر نمی‌کند و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد و عنصر به عنصر خانه بعدی جدول تناوبی تبدیل می‌شود.

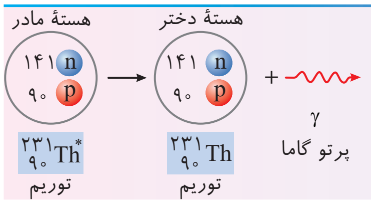


- بتای مثبت (پوزیترون): در اثر واپاشی یک پروتون ایجاد می‌شود: ${}^{۱}_{۱}H \to {}^{۱}_{۰}n + {}^{۱}_{۰}e^+$
  - واپاشی بتازای مثبت: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z-۱}Y + {}^{۰}_{+۱}e^+$
  - در این واپاشی عدد جرمی ثابت و عدد اتمی یک واحد کاهش می‌یابد.



گاما

- گاما موج الکترومغناطیسی است و همان ویژگی‌های پرتو X را دارد اما از آن پرانرژی‌تر است.
- در واپاشی گامازا عدد جرمی و عدد اتمی تغییر نمی‌کند. ${}^{A}_{Z}X^* \to {}^{A}_{Z}X + {}^{۰}_{۰}\gamma$
- گسیل گاما اغلب با گسیل آلفا و بتا همراه است.



قانون‌های پایستگی

1. مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش‌های هسته‌ای یکسان است.
2. مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش‌های هسته‌ای یکسان است.

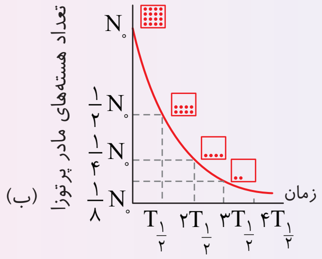
نیمه‌عمر $(T_{\frac{۱}{۲}})$

نیمه‌عمر زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد.

$N = \frac{N_۰}{۲^n}$ و $n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \leftarrow n$ تعداد نیمه‌عمرها و t زمان واپاشی

$N_۰$ تعداد هسته‌های اولیه، N تعدادهسته‌های فعال باقیمانده

نمودارها



پاسخ تشریحی فیزیک دهم

پاسخ فصل اول

A ۱ ②

جرم، زمان، طول، دما، شدت جریان، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند.

A ۲ ④

در فیزیک کمیت‌های طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده جریان الکتریکی و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی هستند. میدان مغناطیسی، نیرو و شتاب کمیت‌های برداری هستند.

A ۳ ④

حجم باران باریده برابر است با:

$$۲۵۰۰(km)^۲\times ۴۰mm=۲۵۰۰\times ۱۰^۶\times ۴۰\times ۱۰^{-۳}m^۳=۱۰^۸m^۳$$

با استفاده از رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=۱۰^۳\times ۱۰^۸kg=۱۰^{۱۱}kg$$

B ۴ ①

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با:

$$۵۰۰\text{مثقال}\times\frac{۴/۸۶g}{۱\text{مثقال}}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}=۲/۴۳kg$$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب $kg/m^۳$ خواهد شد.

$$\rho_A=۱۲۰۰g/L=۱۲۰۰\frac{g}{L}\times\frac{۱۰^۳L}{۱m^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\Rightarrow\rho_A=۱۲۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

به همین ترتیب $\rho_B=۱۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow ۱۲۰۰=\frac{۲}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{۲}{۱۲۰۰}\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۶۰۰}m^۳$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow ۱۵۰۰=\frac{۴}{V_B}\Rightarrow V_B=\frac{۴}{۱۵۰۰}=\frac{۲}{۷۵۰}m^۳$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{۲+۴}{\frac{۱}{۶۰۰}+\frac{۲}{۷۵۰}}=\frac{۶}{\frac{۵+۸}{۳۰۰۰}}\Rightarrow\rho=\frac{۱۸۰۰۰}{۱۳}$$

B ۵ ②

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شدهٔ درون استوانه است: $V=۵۴-۵۰=۴cm^۳$

چگالی گلوله برابر با $\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵g/cm^۳$ خواهد شد.

A ۶ ③

با توجه به اینکه هر قیراط ۲۰۰mg است، ابتدا هر قیراط را به میلی‌گرم تبدیل می‌کنیم.

۲۰۰ قیراط چند میلی‌گرم است:

$$m=۲۰۰\text{قیراط}\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{۱\text{قیراط}}}_{\text{ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم}}=۴\times ۱۰^۴mg$$

هر ۱۰۰۰ میلی‌گرم، ۱ گرم است. بنابراین خواهیم داشت:

$$m=۴\times ۱۰^۴mg\times\underbrace{\frac{۱g}{۱۰۰۰mg}}_{\text{ضریب تبدیل میلی‌گرم به گرم}}=۴۰g$$

B ۷ ③

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸=\frac{۶۰۰۰}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۷۵۰cm^۳$$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم:

$$V=a^۳\Rightarrow V_{\text{مکعب}}=۱۰^۳cm^۳$$

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است، بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $۱۰۰۰-۷۵۰=۲۵۰cm^۳$ است.

B ۸ ①

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با:

$$۵۰۰\text{مثقال}\times\frac{۴/۸۶g}{۱\text{مثقال}}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}=۲/۴۳kg$$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب $kg/m^۳$ خواهد شد.

$$\rho_A=۱۲۰۰g/L=۱۲۰۰\frac{g}{L}\times\frac{۱۰^۳L}{۱m^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\Rightarrow\rho_A=۱۲۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

به همین ترتیب $\rho_B=۱۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow ۱۲۰۰=\frac{۲}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{۲}{۱۲۰۰}\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۶۰۰}m^۳$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow ۱۵۰۰=\frac{۴}{V_B}\Rightarrow V_B=\frac{۴}{۱۵۰۰}=\frac{۲}{۷۵۰}m^۳$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{۲+۴}{\frac{۱}{۶۰۰}+\frac{۲}{۷۵۰}}=\frac{۶}{\frac{۵+۸}{۳۰۰۰}}\Rightarrow\rho=\frac{۱۸۰۰۰}{۱۳}$$

A ۹ ①

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}$$

جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم $(m=\rho V)$:

$$\rho=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}\xrightarrow[V_۲=\frac{۲}{۳}V]{V_۱=\frac{۱}{۳}V}\rho=\frac{\rho_۱\times\frac{۱}{۳}V+\rho_۲\times\frac{۲}{۳}V}{V}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_۱+۲\rho_۲}{۳}$$

B ۱۰ ②

چگالی قطعه جواهر و حجم آن را در اختیار داریم بنابراین جرم قطعه جواهر را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[\rho=۱۳/۶g/cm^۳]{V=۵cm^۳}۱۳/۶=\frac{m}{۵}\Rightarrow m=۶۸g$$

بنابراین مجموع جرم طلا و نقره‌ای که در این جواهر به‌کار برده شده ۶۸g است.

$$m_{Ag}+m_{Au}=۶۸\xrightarrow{m=\rho V}\rho_{Ag}V_{Ag}+\rho_{Au}V_{Au}=۶۸$$

$$\xrightarrow[\rho_{Ag}=۱۰g/cm^۳]{\rho_{Au}=۱۹g/cm^۳}۱۰V_{Ag}+۱۹V_{Au}=۶۸\qquad(۱)$$

حجم کل قطعه $۵cm^۳$ است یعنی مجموع حجم طلا و نقره در این آلیاژ برابر $۵cm^۳$ شده است.

$$V_{Ag}+V_{Au}=۵\qquad(۲)$$

دستگاه دو معادله دو مجهول (۱) و (۲) را حل می‌کنیم.

$$-۱۹\times\begin{cases}۱۰V_{Ag}+۱۹V_{Au}=۶۸\\ V_{Ag}+V_{Au}=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱۰V_{Ag}+۱۹V_{Au}=۶۸\\ -۱۹V_{Ag}-۱۹V_{Au}=-۹۵\end{cases}$$

$$-۹V_{Ag}=-۲۷\Rightarrow V_{Ag}=۳cm^۳$$

اکنون می‌توان جرم نقره را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=۱۰\times۳\Rightarrow m_{Ag}=۳۰g$$

A ۱۱ (۴)

خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود.

جرم مایع اول برابر $۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰g$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{۲۴۰}{۱/۲}\Rightarrow V=۲۰۰cm^۳:\text{حجم ظرف}$$

جرم روغن برابر $۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰g$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با $۲۰۰cm^۳$ است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\Rightarrow\rho=۰/۸g/cm^۳=۸۰۰g/L$$

A ۱۲ (۱)

ترازوی رقمی جرم جسم را $۱۱/۵g$ نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج است.

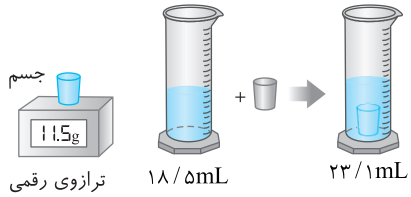
$$V_{\text{جسم}}=۲۳/۱-۱۸/۵\Rightarrow V_{\text{جسم}}=۴/۶mL=۴/۶cm^۳$$

چگالی جسم خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۱/۵}{۴/۶}\Rightarrow\rho=۲/۵g/cm^۳$$

چگالی را برحسب $kg/m^۳$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۲/۵\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times\frac{۱۰^۶cm^۳}{۱m^۳}\Rightarrow\rho=۲/۵\times۱۰^۳=۲۵۰۰kg/m^۳$$



B ۱۳ (۳)

با ذوب شدن یخ جرم، آن ثابت اما حجم آب $۵cm^۳$ کاهش یافته است.

$$\begin{cases}\rho_{\text{یخ}}=\dfrac{m}{V_i}\xrightarrow{\rho_{\text{یخ}}=۰/۹g/cm^۳}m=۰/۹V_i\\ \rho_{\text{یخ ذوب شده}}=\dfrac{m}{V_i-۵}\xrightarrow{\rho_{\text{یخ ذوب شده}}=۱\,g/cm^۳}m=V_i-۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow۰/۹V_i=V_i-۵\Rightarrow V_i=۵۰\,cm^۳$$

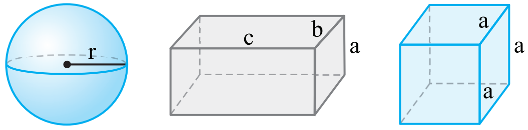
بنابراین جرم یخ اولیه برابر است با:

$$m_i=۰/۹\times۵۰=۴۵g$$

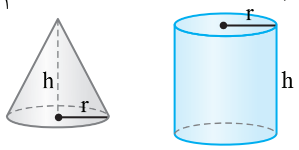
B ۱۴ (۲)

یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:

مکعب: $V=a^۳$ مکعب مستطیل: $V=abc$ کره: $V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳$



استوانه: $V=\pi r^۲h$ مخروط: $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$



جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است $(m_۱=m_۲)$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_۱=a^۳$ است.

ارتفاع مخروط برابر طول ضلع مکعب یعنی $h=a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب $(r=\frac{a}{۲})$ است. حجم مخروط خواهد شد:

$$V_۲=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h\Rightarrow V_۲=\frac{۱}{۳}\pi(\frac{a}{۲})^۲\times a\xrightarrow{\pi=۳}V_۲=\frac{a^۳}{۴}$$

اکنون $V_۱$ و $V_۲$ را داریم، نسبت $\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\rho_۱=\dfrac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\dfrac{m_۲}{V_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{m_۱}{m_۲}\times\frac{V_۲}{V_۱}\xrightarrow{m_۱=m_۲}\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۱\times\frac{\frac{a^۳}{۴}}{a^۳}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{۱}{۴}$$

A ۱۵ (۳)

خط فکری نسبت جرم‌ها را دارید $(\frac{m_A}{m_B}=۱)$، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا بتوانید نسبت چگالی‌ها را به‌دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

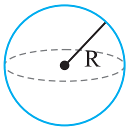
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow[r_A=۳cm,\,r_B=۶cm]{V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi(۶)^۳}{\frac{۴}{۳}\pi(۳)^۳}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۸$$

A ۱۶ (۳)

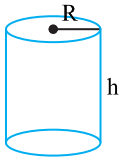
یادآوری ریاضی حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$$

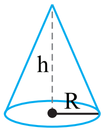


حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\pi R^۲h$$



حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:



$$V=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h$$

ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^{۳}\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^{۳}$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^{۳})\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

B ۱۷ ④

خط فکری نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به‌دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

① حجم استوانهٔ توپر A برابر است با: $V_A=\pi R^{۲}h_A=\pi R^{۲}h$

② ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانهٔ A است. $(R_O=R$ و $h_A=h_B)$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_i=\frac{R}{۲})$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B=\pi(R_O^{۲}-R_i^{۲})h_B\Rightarrow V_B=\pi(R^{۲}-\frac{R^{۲}}{۴})h=\frac{۳}{۴}\pi R^{۲}h$$

③ نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{\frac{۳}{۴}\pi R^{۲}h}{\pi R^{۲}h}\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{۳}{۴}$$

④ نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

پاسخ فصل دوم

A ۱۸ (۲)

در لوله‌های مویین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۹ (۳)

در شرایط عادی مولکول‌ها به هم نیروی جاذبه وارد می‌کنند، ولی اگر بخواهیم فاصلهٔ بین مولکول‌های مایع را از هم کم کنیم، نیروی دافعهٔ بزرگی بین آن‌ها ایجاد می‌شود.

A ۲۰ (۱)

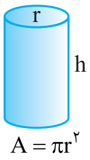
مسئلهٔ ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار $\left(P=\frac{F}{A}\right)$ آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعدهٔ مکعب $A=۰/۲\times۰/۲=۰/۰۴m^۲$ است، بنابراین:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{W}{A}\Rightarrow P=\frac{۸۰۰}{۰/۰۴}\Rightarrow P=۲۰۰۰۰Pa\Rightarrow P=۲۰kPa$$

A ۲۱ (۴)

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به‌دست آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم‌وزن هستند.

(۱) فشار وارد بر قاعدهٔ هر استوانه را به‌دست می‌آوریم:



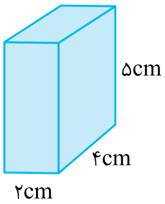
$$P=\frac{W}{A}\Rightarrow\begin{cases}P_A=\frac{m_Ag}{A_A}\Rightarrow P_A=\frac{m_Ag}{\pi(r_A)^۲}\\ P_B=\frac{m_Bg}{A_B}\xrightarrow{r_B=۲r_A}P_B=\frac{m_Bg}{\pi(۲r_A)^۲}\end{cases}$$

(۲) اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{m_Ag}{\pi r_A^۲}}{\frac{m_Bg}{۴\pi r_A^۲}}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{P_A}{P_B}=۴$$

B ۲۲ (۴)

خط فکری بنا به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ هر چه مساحت سطح A کمتر باشد، با ثابت بودن F فشار بیشتر می‌شود، بنابراین باید مسئله را این گونه حل کرد که مکعب مستطیل روی کوچک‌ترین سطح خود قرار دارد، در این حالت ارتفاع مکعب مستطیل بیشینه و فشار بیشینه است.



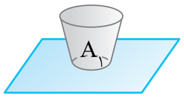
یادآوری برای یک جامد همگن توپر با شکل مکعب مستطیل فشار برابر است با: $P=\rho gh$

فشار بیشینه را حساب می‌کنیم.

$$P_{max}=\rho gh_{max}=۸۰۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}$$

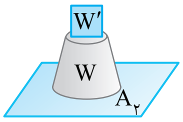
$$\Rightarrow P_{max}=۴\times۱۰^۳Pa$$

B ۲۳ (۲)



(۱) در حالت اول فشار وارد بر قاعدهٔ کوچک مخروط برابر است:

$$P_۱=\frac{W}{A_۱}$$



(۲) در حالت دوم مخروط روی قاعدهٔ بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم، فشار در این حالت برابر است با:

$$P_۲=\frac{W+W'}{A_۲}$$

(۳) در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعدهٔ بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است.

$$\begin{cases}A_۱=\pi r_۱^۲\\ A_۲=\pi(۲r_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow A_۲=۴A_۱$$

(۴) از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند:

$$P_۱=P_۲$$

$$\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{(W+W')}{A_۲}\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{W+W'}{۴A_۱}\Rightarrow۴W=W+W'\Rightarrow W'=۳W$$

B ۲۴ (۴)

فشار در یک نقطه از مایع برابر است با: $P=P_۰+\rho gh$

(۱) فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A=P_۰+\rho gh_A\xrightarrow[\rho_{آب}=۱g/cm^۳=۱۰۰۰kg/m^۳]{h_A=۱۰cm=۰/۱m}P_A=۹/۹\times۱۰^۴+۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۱$$

$$\Rightarrow P_A=۹/۹\times۱۰^۴+۰/۱\times۱۰^۴=۱۰\times۱۰^۴Pa$$

(۲) فشار در نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

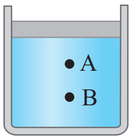
$$P_B=P_۰+\rho gh_B\xrightarrow{h_B=۶۰cm=۰/۶m}$$

$$P_B=۹/۹\times۱۰^۴+۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۶\Rightarrow P_B=۹/۹\times۱۰^۴+۰/۶\times۱۰^۴=۱۰/۵\times۱۰^۴Pa$$

(۳) نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_B}{P_A}=\frac{۱۰/۵\times۱۰^۴}{۱۰\times۱۰^۴}\Rightarrow\frac{P_B}{P_A}=\frac{۱۰/۵}{۱۰}=\frac{۲/۱}{۲}=\frac{۲۱}{۲۰}$$

A ۲۵ (۴)



به شکل نگاه کنید، عمق B از عمق A بیشتر است و با توجه به رابطهٔ $(P=\rho gh)$ قطعاً فشار مایع در عمق B از فشار مایع در عمق A بیشتر است $(P_A<P_B)$. با قرار دادن وزنه روی پیستون، این وزنه فشاری برابر $P=\frac{W}{A}$ بر مایع وارد می‌کند و بنا بر اصل پاسکال، مایع این افزایش فشار را به‌طور یکسان به تمام نقاط منتقل می‌کند، بنابراین افزایش فشار در نقطهٔ A با افزایش فشار در نقطهٔ B برابر است $(\Delta P_B=\Delta P_A)$.

B ۲۶ (۴)

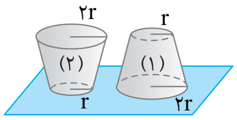
خط فکری نکتهٔ اصلی در حل این مسئله هم‌جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ استفاده کرد.

در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{\frac{W_{آب}}{A_A}}{\frac{W_{جیوه}}{A_B}}\xrightarrow{W_{آب}=W_{جیوه}}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A_B=۴A_A}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=۴$$

A ۲۷ (۳)



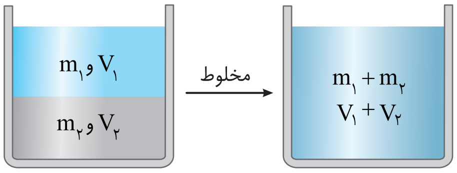
خط فکری به عبارت نیروی وارد بر سطح افقی دقت کنید. یک جسم ساکن همواره نیرویی برابر نیروی وزن را بر تکیه‌گاهش وارد می‌کند. چون وزن ظرف و آب درون آن‌ها یکسان است، نیرویی که هر دو ظرف بر سطح افقی وارد می‌کنند یکسان است $(F_۱=F_۲)$.

ارتفاع آب در دو ظرف یکسان است بنابراین فشار آب در کف ظرف‌ها یکسان است.

$$P=\rho gh\xrightarrow{h_۱=h_۲}P_۱=P_۲$$

A ۲۸ ①

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف برابر نسبت مجموع وزن دو مایع بر کف ظرف است $(P_{\text{کل}}=\frac{W_{\text{کل}}}{A})$ ، بنابراین $P_۱=P_۲$ است.



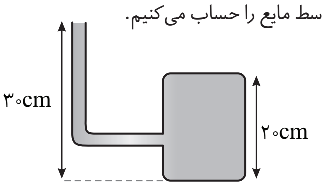
$$P=\frac{m_۱g}{A}+\frac{m_۲g}{A} \qquad P=\frac{(m_۱+m_۲)g}{A}$$

B ۲۹ ③

① نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع ناشی از فشار مایع است. ابتدا فشار مایع را به‌دست می‌آوریم، البته یادآوری می‌کنیم که عمق مایع را از سطح آزاد آن اندازه‌گیری می‌کنند یعنی در این ظرف $h=۳۰cm$ است بنابراین:

$$P=\rho gh \Rightarrow P=۸۰۰\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\Rightarrow P=۲۴۰۰Pa$$

② اکنون نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را حساب می‌کنیم.



$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA$$
$$\Rightarrow F=۲۴۰۰\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow F=۲۴N$$

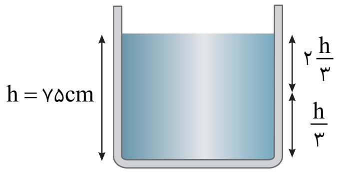
B ۳۰ ①

خط‌فکری چه دو مایع با هم مخلوط شوند و چه به صورت مخلوط نشده در ظرف استوانه‌ای قرار بگیرند، چون وزن مایع درون ظرف یکسان است، فشار وارد بر کف ظرف در دو حالت یکسان است. در حل این سؤال برای راحتی فرض می‌کنیم که دو مایع مخلوط نشده باشند.

چگالی مایع A از چگالی مایع B بیشتر است و مایع A ته‌نشین می‌شود. با توجه به شکل ارتفاع مایع A و ارتفاع مایع B را می‌توان به‌دست آورد.

$$\begin{cases}V_A=\frac{۱}{۳}V\\ V_B=\frac{۲}{۳}V\end{cases}\xrightarrow{V=Ah}\begin{cases}h_A=\frac{۱}{۳}h\\ h_B=\frac{۲}{۳}h\end{cases}$$

$$h_A=\frac{h}{۳}=\frac{۷۵}{۳}=۲۵cm \quad , \quad h_B=\frac{۲h}{۳}=\frac{۲}{۳}\times۷۵=۵۰cm$$



فشار وارد بر کف ظرف توسط مخلوط برابر است با:

$$P=\rho_A gh_A+\rho_B gh_B=۱۲۰۰\times۱۰\times\frac{۲۵}{۱۰۰}+۶۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P=۳۰۰۰+۳۰۰۰=۶۰۰۰Pa$$

B ۳۱ ②

خط‌فکری بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند تحمل کند و نشکند ۱۳۵N است. بنابراین ابتدا باید فشار قابل تحمل توسط کف ظرف را مشخص کنیم، سپس به کمک آن می‌توان ارتفاع ستونی از جیوه که می‌تواند این فشار را ایجاد کند به‌دست آورد.

① بیشینه فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$P_{max}=\frac{F_{max}}{A}=\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}Pa$$

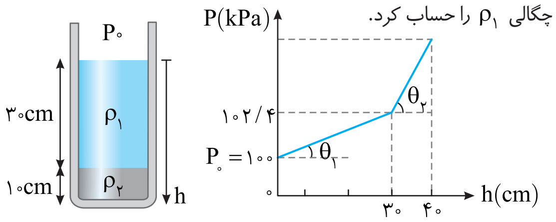
② بیشینه ارتفاع جیوه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{max}=\rho_{Hg}gh_{max}\Rightarrow\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}=۱۳۵۰۰\times۱۰h_{max}\Rightarrow h_{max}=۵۰cm$$

③ درون ظرف تا ارتفاع ۴۰cm جیوه ریخته شده است بنابراین حداکثر باید $۵۰-۴۰=۱۰cm$ به جیوه درون ظرف اضافه کرد.

A ۳۲ ④

فشار ۳۰cm از مایع $\rho_۱$ برابر $۱۰۲/۴-۱۰۰=۲/۴kPa$ شده است و می‌توان به کمک آن چگالی $\rho_۱$ را حساب کرد.



$$P=\rho_۱gh_۱\Rightarrow۲۴۰۰=\rho_۱\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\Rightarrow\rho_۱=۸۰۰kg/m^۳$$

به نمودارها دقت کنید شیب این نمودارها برابر است با:

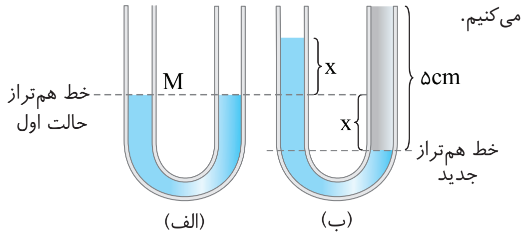
$$\tan\theta=\frac{\Delta P}{\Delta h}\xrightarrow{\Delta P=\rho g\Delta h}\tan\theta=\frac{\rho g\Delta h}{\Delta h}\Rightarrow\tan\theta=\rho g$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_۲=۱۷\tan\theta_۱\Rightarrow\rho_۲g=۱۷\rho_۱g\Rightarrow\rho_۲=۱۷\times۸۰۰\Rightarrow\rho_۲=۱۳۶۰۰kg/m^۳$$

B ۳۳ ②

در دو حالت شکل را کنار هم رسم می‌کنیم. خط هم‌تراز حالت اول و حالت جدید را رسم می‌کنیم.



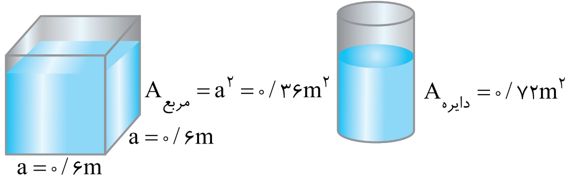
وقتی در شاخهٔ سمت راست نفت می‌ریزیم، آب در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین رفته و در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ x بالا می‌رود و ارتفاع آب در شاخهٔ سمت چپ از خط هم‌تراز جدید برابر $h_W=۲x$ می‌شود. اکنون در خط هم‌تراز جدید فشار نفت و آب را مساوی قرار می‌دهیم. $P_W=P_O\Rightarrow\rho_Wgh_W=\rho_Ogh_O\Rightarrow۱\times(۲x)=۰/۸\times۵\Rightarrow x=۲cm$

B ۳۴ ②

نکته برای ظروفی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است فشار حاصل از مایع درون آن‌ها از دو رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

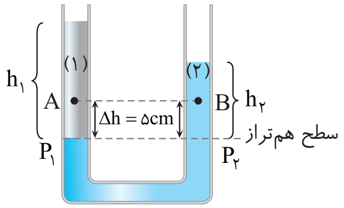
$$P=\frac{\overset{\text{جرم مایع}}{mg}}{\underset{\text{مساحت سطح مقطع}}{A}}=\overset{\text{چگالی مایع}}{\rho}gh$$

مقدار آب در هر دو ظرف مکعبی و استوانه‌ای یکسان است، بنابراین جرم آب در دو ظرف یکسان است:



$$\frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مکعب}}}=\frac{\frac{m_۱g}{A_{\text{دایره}}}}{\frac{m_۲g}{A_{\text{مربع}}}}\xrightarrow[A_{\text{دایره}}=۰/۷۲m^۲,A_{\text{مربع}}=۰/۳۶m^۲]{m_۱=m_۲}\frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مربع}}}=\frac{A_{\text{مربع}}}{A_{\text{دایره}}}=\frac{۰/۳۶}{۰/۷۲}=\frac{۱}{۲}$$

B ۳۵ ④



یادآوری برای دو مایع مخلوط‌نشدنی که در یک ظرف قرار دارند مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است.

با توجه به یادآوری در شاخهٔ سمت چپ، مایع (۲) زیر مایع (۱) است، پس چگالی مایع سمت چپ $\rho_۱ = ۸۰۰kg/m^۳$ و چگالی مایع سمت راست $\rho_۲ = ۱۰۰۰kg/m^۳$ است.

فشار در نقطهٔ A برابر است با: $P_A = P_۱ - \rho_۱ g\Delta h$

فشار در نقطهٔ B برابر است با: $P_B = P_۲ - \rho_۲ g\Delta h$

$$P_A - P_B = P_۱ - \rho_۱ g\Delta h - (P_۲ - \rho_۲\Delta h) = (\rho_۲ - \rho_۱)g\Delta h$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (۱۰۰۰ - ۸۰۰) \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow P_A = P_B + ۱۰۰$$

میانبر اگر دو مایع در لوله U شکل داشته باشیم، اختلاف فشار بین دو نقطه در ارتفاع یکسان از کف لوله و در دو مایع مختلف برابر است با: $\Delta P_{AB} = (\Delta\rho)gh$

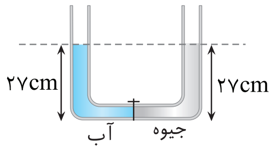
B ۳۶ ③

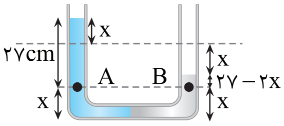
چگالی جیوه از چگالی آب بیشتر است، پس با باز کردن شیر، جیوه زیر آب قرار می‌گیرد. چون سطح مقطع دو لوله یکسان است، اگر در شاخه سمت راست جیوه به ارتفاع x پایین بیاید در شاخهٔ سمت چپ به همان اندازه بالا خواهد رفت.

در این حالت در شاخهٔ سمت چپ ۲۷cm آب و به اندازهٔ x سانتی‌متر جیوه قرار می‌گیرد و در شاخهٔ سمت راست به اندازه $۲۷ - x$ جیوه قرار دارد. شکل را در دو حالت رسم می‌کنیم و خط هم‌تراز را می‌کشیم و فشار در این نقاط را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_W gh_W = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow ۱ \times ۲۷ = ۱۳/۵(۲۷ - ۲x)$$

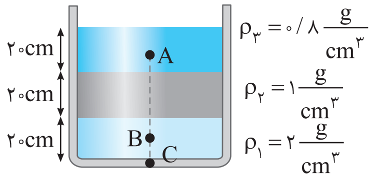
$$۲x = ۲۵ \Rightarrow x = ۱۲/۵cm$$

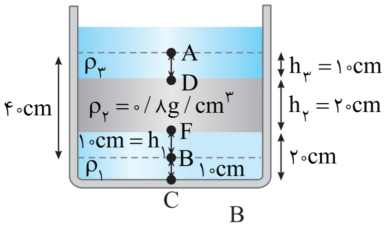




B ۳۷ ④

خط‌فکری به شکل دقت کنید، در فاصلهٔ AB، ۱۰cm از مایع با چگالی $\rho_۱$، ۲۰cm از مایع با چگالی $\rho_۲$ و ۱۰cm از مایع با چگالی $\rho_۳$ قرار دارد. بنابراین برای به‌دست آوردن اختلاف فشار بین AB باید فشار حاصل از ۱۰cm مایع $\rho_۱$ و ۲۰cm مایع $\rho_۲$ و ۱۰cm مایع $\rho_۳$ را با هم جمع کنیم.





اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر است با: $\Delta P_{AB} = \rho_۱ gh_۱ + \rho_۲ gh_۲ + \rho_۳ gh_۳$

$$= ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} + ۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰}$$

$$= ۲۰۰۰ + ۲۰۰۰ + ۸۰۰ = ۴۸۰۰Pa$$

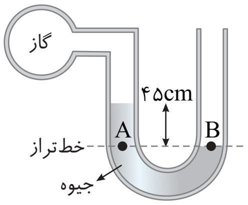
A ۳۸ ①

خط‌فکری خط تراز را می‌کشیم. فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است. در شاخهٔ سمت راست در نقطهٔ B، فشار برابر فشار هوای محیط $P_B = P_۰$ و در شاخهٔ سمت چپ در نقطهٔ A، فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون ۴۵cm جیوه است.

فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_۰ \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_۰ - P_{Hg} \xrightarrow{P_{Hg} = \rho_{Hg} gh_{Hg}}$$

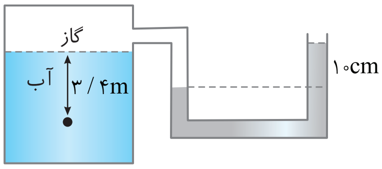
$$P_{\text{گاز}} = ۱۰^۵ - ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴۵}{۱۰۰} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۳۸۸۰۰Pa$$



۳۹ ④

فشار نقطهٔ A، برابر فشار گاز به علاوهٔ فشار ستون آب بالای آن است:

$$P_A = P_{\text{گاز}} + P_{\text{آب}}$$



با توجه به شکل فشار گاز برابر فشار هوا به علاوهٔ فشار ستون ۱۰cm مایع است.

ابتدا فشار ستون مایع ۱۰cm را به فشار جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مایع}} \times g \times h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times g \times h_{\text{جیوه}}$$

$$P_{\text{مایع بر حسب cmHg}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{۶/۸ \times ۱۰}{۱۳/۶} = ۵cmHg$$

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{هوا}} + P_{\text{مایع}} = ۷۵ + ۵ = ۸۰cmHg$$

فشار ۳/۴ متر ستون آب را بر حسب cmHg می‌نویسیم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{\rho_{\text{آب}} \times h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{۳۴۰ \times ۱}{۱۳/۶} = ۲۵cmHg \Rightarrow P_A = ۲۵ + ۸۰ = ۱۰۵cmHg$$

B ۴۰ ④

خط‌فکری مجدداً مسئله را بخوانید. جرم جیوه و جرم آب هر دو ۱۳۶g و وزن آن‌ها برابر است، بنابراین برای حل این مسئله بهتر است از تعریف اصلی فشار یعنی $P = \frac{F}{A}$ که در آن F مجموع وزن دو مایع است $(F = ۲mg)$، استفاده کرد.

① در ظرف استوانه‌ای دو مایع به جرم‌های $m = ۱۳۶g$ ریخته شده، پس فشار را از $P = \frac{W}{A}$ حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W}{A} = \frac{۲mg}{A} = \frac{۲ \times ۱۳۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۵ \times ۱۰^{-۴}} = ۵۴۴۰Pa$$

② فشار هوا را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$$P_۰ = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow P_۰ = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۷۶ = ۱۰۳۳۶۰Pa$$

③ فشار کل خواهد شد:

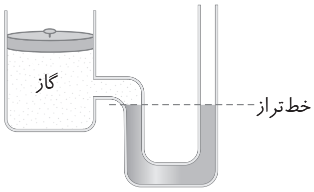
$$P_{\text{کل}} = P_{\text{دو مایع}} + P_۰ \Rightarrow P_{\text{کل}} = ۵۴۴۰ + ۱۰۳۳۶۰ = ۱۰۸۸۰۰Pa$$

B ۴۱ ③

خط‌فکری در ابتدا ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله یکسان است و این یعنی فشار گاز درون مخزن و فشار هوای محیط یکسان است. وقتی وزنه را روی پیستون قرار می‌دهیم،

فشـاری برابر $\frac{W}{A}$ به گاز وارد می‌شـود و این افزایش فشـار سـبب می‌گردد که جیوه در شـاخهٔ سـمت چپ پایین رفته و در شاخهٔ سمت راست بالا برود. مثل همیشه خط تراز را رسم کرده، مسئله را حل می‌کنیم.

حالت اول: فشار هوای محیط و فشار گاز برابر است. $P_{\text{گاز}}=P_{\circ}$

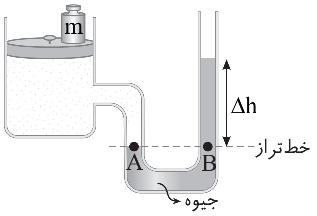


حالت دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\circ}+\frac{W}{A}=P_{\circ}+\rho g\Delta h$$

$$\Rightarrow\frac{W}{A}=\rho g\Delta h\Rightarrow mg=\rho g\Delta hA\Rightarrow m=\rho\Delta hA$$

$$\Rightarrow m=۱۳۶۰۰\times\frac{۷/۵}{۱۰۰}\times ۵۰\times ۱۰^{-۴}\Rightarrow m=۵/۱kg$$



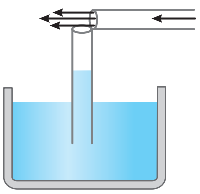
میانبر همان‌گونه که در خط فکری بیان شـد، با قرار دادن وزنه و افزایش فشـار در سمت چپ، جیوه در سمت راست بالا میرود تا فشار در دو سوی لوله یکی شود. بنابراین فشار حاصل از وزنه برابر فشار ستون اضافی جیوه است. $\Delta P=\frac{W}{A}=\rho_{Hg}g(\Delta h_{Hg})$

A ۴۲ (۱)

خط فکری بنا بر اصل برنولی برای شـاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به اصل برنولی در نقطهٔ B مسـاحت سـطح مقطع لوله کمتر از مسـاحت سـطح مقطع آن در نقطهٔ A اسـت، بنابراین تندی شـاره در نقطهٔ B بیشتر و فشار شاره در نقطهٔ B کمتر است. $v_A<v_B$ و $P_A>P_B$.

A ۴۳ (۴)



وقتـی در نی افقـی می‌دمیم، تندی شـارش هوا در دهانـهٔ لولـهٔ قائـم افزایـش می‌یابد و بنـا به اصل برنولی، فشـار هوا در بالای دهانـهٔ نی قائم کاهش می‌یابد و همین امر سـبب می‌گردد که سـطح آب درون لولهٔ قائم بالا بیاید.

B ۴۴ (۱)

ابتدا فشار آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_T=P_{\circ}+P_W\Rightarrow ۱۰۰=۷۵+P_W\Rightarrow P_W=۲۵cmHg$$

حال فشـار آب را با فشـار سـتون ۲۵ سـانتی‌متری از جیـوه برابر قـرار داده و عمق آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_W=P_{Hg}\Rightarrow\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow\rho_W h_W=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow$$

$$۱\times h_W=۱۳/۶\times ۲۵\Rightarrow h_W=۳۴۰cm=۳/۴m$$

نکته برای تبدیل یکای فشار ستونی از مایع به ارتفاع $h_{\text{مایع}}$ به سانتی‌متر جیوه، کافی است بنویسیم: $\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow P_{cmHg}=\frac{\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}}$

B ۴۵ (۴)

خط فکری در حل این مسـئله می‌توان از تعریف اصلی فشار $P=\frac{F}{A}$ استفاده کرد و کافی اسـت وزن آب اضافه شـده را بر مسـاحت سـطح دهانهٔ ظرف تقسـیم کنیم، زیرا افزایش فشار در سطح بالایی آب به تمام نقاط به‌طور یکسان منتقل می‌شود.

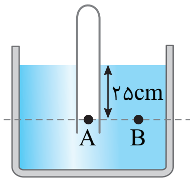
نکته عدد حجم آب بر حسـب لیتر با عدد جرم آن برحسـب kg برابر است. وقتی حجم آب ۲lit اسـت، جرم آن ۲kg اسـت و فشاری که این مقدار آب ایجاد می‌کند برابر است با:

$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\xrightarrow{\Delta F=\Delta W=\Delta mg}\Delta P=\frac{\Delta mg}{A}=\frac{۲\times ۱۰}{۰/۰۴}=۵۰۰Pa$$

B ۴۶ (۳)

با توجه به خط تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشـار در نقطهٔ A برابر فشـار گاز محبوس در لوله و فشـار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری مایع است:



$$P_{\text{گاز}}=P_{\circ}+\rho gh\xrightarrow{\rho=۲g/cm^۳=۲۰۰۰kg/m^۳}$$

$$P_{\text{گاز}}=۱۰^۵+۲۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۲۵}{۱۰۰}$$

$$P_{\text{گاز}}=۱۰۵\times ۱۰^۳Pa=۱۰۵kPa$$

A ۴۷ (۱)

خط فکری با توجه به معادلهٔ پیوستگی آهنگ شارش مایع درون لوله ثابت است.

تندی مایع
سطح مقطع لوله
حجم شارش شده

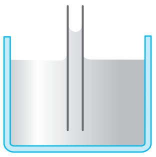
آهنگ شارش مایع برابر $\frac{V}{\Delta t}=Av$ است، بنابراین در دو مقطع $A_۱$ و $A_۲$ از یک لوله که مایع در آن ها تندی $v_۱$ و $v_۲$ دارد، داریم: $A_۱v_۱=A_۲v_۲$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_Av_A=A_Bv_B$$

$$\Rightarrow\pi r_A^۲v_A^۲=\pi r_B^۲v_B^۲=\xrightarrow{d_A=۲d_B\Rightarrow r_A=۲r_B}v_B=۴v_A\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\frac{۱}{۴}$$

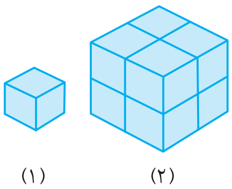
A ۴۸ (۳)



هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله مویین بالا می‌رود و سـطح مایع درون لوله از سـطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرورفته است.

A ۴۹ (۳)

به دو شـکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شـامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشـت مکعب مانند مکعب (۱) اسـت. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابـر جـرم و حجم مکعب (۱) اسـت. از طرفی مسـاحت قاعدهٔ مکعـب (۲) چهار برابر مساحت قاعدهٔ مکعب (۱) است، بنابراین:



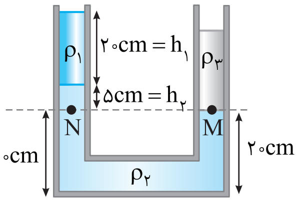
$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{W_۲}{A_۲}}{\frac{W_۱}{A_۱}}=\frac{W_۲}{W_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=۸\times\frac{۱}{۴}=۲$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن اسـت می‌تـوان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز مسـئله را حل کرد. ارتفاع شـکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

A ۵۰ ①

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم، فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N = P_M \Rightarrow P_۰ + P_{\text{مایع ۱}} + P_{\text{مایع ۲}} = P_{\text{مایع ۳}} + P_۰$$

$$\xrightarrow{P=\rho gh} \rho_۱ gh_۱ + \rho_۲ gh_۲ = P_{\text{۳مایع}}$$

$$\Rightarrow ۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} + ۲۴۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = P_{\text{۳مایع}}$$

$$P_{\text{۳مایع}} = ۱۶۰۰ + ۱۲۰۰ = ۲۸۰۰Pa$$

بـرای پیـدا کردن جـرم مایع $\rho_۳$ ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشـار حسـاب می‌کنیم.

$$P_۳ = \frac{W_۳}{A} \xrightarrow{A=۲cm^۲} ۲۸۰۰ = \frac{W_۳}{۲ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow W_۳ = ۰/۵۶N$$

جرم مایع خواهد شد

$$W_۳ = m_۳ g \Rightarrow ۰/۵۶ = m_۳ \times ۱۰ \Rightarrow m_۳ = ۰/۰۵۶kg = ۵۶g$$

A ۵۱ ①

نکته در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، فشار یکسان است.

در هر سه حالت غشای D واقع بر دهانهٔ فشارسنج‌های A ، B و C در عمق یکسانی قرار دارد، بنابراین در هر سه حالت فشار یکسانی بر آن وارد می‌شود و $P_A = P_B = P_C$ است.

B ۵۲ ②

$$\rho_{\text{آب}} gh - \rho_{\text{جیوه}} gh + P_۰ = P_A$$

$$۴ \times ۱۰ \times ۱۰^۳ - ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۱۵ \times ۱۰^{-۲} + ۱۰^۵ = P_A$$

$$P_A = ۴۰۰۰۰ - ۲۰۴۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ = ۱۱۹/۶ \times ۱۰^۳ Pa = ۱۱۹/۶kPa$$

پاسخ فصل سوم

B ۵۳ ①

ابتدا سرعت اتومبیل را برحسب متر بر ثانیه به‌دست می‌آوریم:

$$v=۹۰\frac{km}{h}=\frac{۹۰}{۳/۶}\Rightarrow v=۲۵m/s$$

قرار است انرژی جنبشی با افزایش سرعت دو برابر شود از این رو می‌نویسیم:

$$K_۲=۲K_۱\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲}\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=۲\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow$$

$$v_۲^۲=۲v_۱^۲\Rightarrow v_۲=\sqrt{۲}v_۱\Rightarrow v_۲=\sqrt{۲}\times۲۵$$

اگر $\sqrt{۲}$ را برابر ۱/۴ قرار دهیم خواهیم داشت: $v_۲=۱/۴\times۲۵\Rightarrow v_۲=۳۵m/s$

$$\Rightarrow v_۲-v_۱=۳۵-۲۵=۱۰m/s$$

پس سرعت باید $۱۰m/s$ افزایش یابد.

A ۵۴ ④

انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته، یعنی به انرژی جنبشی اولیه $K_۱$ به اندازهٔ $۰/۴۴K_۱$ اضافه شده است، بنابراین: $K_۲=K_۱+۰/۴۴K_۱\Rightarrow K_۲=۱/۴۴K_۱$

جرم جسم ثابت است، اکنون به جای $K_۱$ و $K_۲$ رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود. $\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=۱/۴۴\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow v_۲^۲=۱/۴۴v_۱^۲\Rightarrow v_۲=۱/۲v_۱\quad(۱)$

با توجه به فرض مسئله $v_۲=v_۱+۵$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

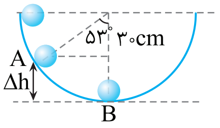
$$\xrightarrow{(۱)}v_۱+۵=۱/۲v_۱\Rightarrow ۰/۲v_۱=۵\Rightarrow v_۱=۲۵m/s$$

B ۵۵ ①

$$W_{\text{وزن}}=mg\Delta h$$

$$\Delta h=R-R\cos ۵۳^\circ=۳۰-۳۰\times۰/۶=۳۰-۱۸=۱۲$$

$$W_{\text{وزن}}=۰/۱\times۱۰\times۰/۱۲=۰/۱۲J$$



B ۵۶ ①

خط‌فکری هرگاه بردار نیرو $\vec F$ و بردار جابه‌جایی $\vec d$ برحسب بردارهای یکه $\vec i$ و $\vec j$ بیان شود و کار نیروی $\vec F$ در جابه‌جایی $\vec d$ از شما خواسته شود، باید این‌گونه عمل کنید: مؤلفهٔ F_x که عمود بر d_y است $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین کار این مؤلفه در امتداد محور yها صفر است و تنها در امتداد محور xها کار انجام می‌دهد و مؤلفهٔ F_y نیز که عمود بر امتداد d_x است، کارش در این امتداد صفر است و تنها در امتداد d_y کار انجام می‌دهد، بنابراین کار $\vec F=F_x\vec i+F_y\vec j$ در جابه‌جایی $\vec d=d_x\vec i+d_y\vec j$ برابر است با: $W_F=F_xd_x+F_yd_y$

برای یافتن کار نیروی $\vec F=۳۰\vec i+۴۰\vec j$ در جابه‌جایی $\Delta\vec x=۶\vec i$ باید بنویسیم:

کار مؤلفهٔ قائم نیروی $\vec F=۳۰\vec i+۴۰\vec j$ در امتداد محور xها صفر است.

$$W_y=Fd\cos\theta\xrightarrow{\theta=۹۰^\circ}W_y=۰$$

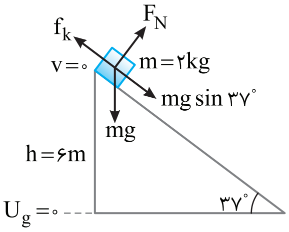
حال کار نیروی مؤلفهٔ x را به‌دست می‌آوریم:

$$W_x=Fd\cos\theta\Rightarrow W_x=۳۰\times۶=۱۸۰J$$

البته از همان ابتدا می‌توانستید بنویسید:

$$W_F=F_xd_x+F_yd_y\xrightarrow{d_y=۰}W_F=۳۰\times۶+۰=۱۸۰J$$

B ۵۷ ①



راه‌حل اول: بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر کار کل است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_{f_k}+W_W$$

$$=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰\qquad(۱)$$

طول سطح شیبدار یعنی جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم:

$$d=\frac{h}{\sin ۳۷^\circ}\Rightarrow d=\frac{۶}{۰/۶}=۱۰m$$

اکنون با جای‌گذاری در رابطهٔ به‌دست آمده سرعت را حساب می‌کنیم:

$$(۱)\Rightarrow -f_kd+mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow -۴\times۱۰+۲\times۱۰\times۶=\frac{۱}{۲}\times۲\times v^۲$$

$$\Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

راه‌حل دوم: تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است. از این‌رو:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow K_۲+U_۲-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲\,,\,U_۱=mgh}\frac{۱}{۲}mv^۲-mgh=-f_kd$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۲\times v^۲-۲\times۱۰\times۶=-۴\times۱۰\Rightarrow v^۲=۸۰\Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

B ۵۸ ③

یادآوری انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین باید انرژی جنبشی ثانویه را حساب کنیم. از این رو می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\\ K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲})$$

$$\xrightarrow[v_۱=۱۰m/s\,,\,v_۲=۲۰m/s]{K_۱=۱۰۰J}\frac{K_۲}{۱۰۰}=(\frac{۲۰}{۱۰})^۲\Rightarrow K_۲=۴\times۱۰۰=۴۰۰J$$

کار کل خواهد شد:

$$W_t=\Delta K=۴۰۰-۱۰۰=۳۰۰J$$

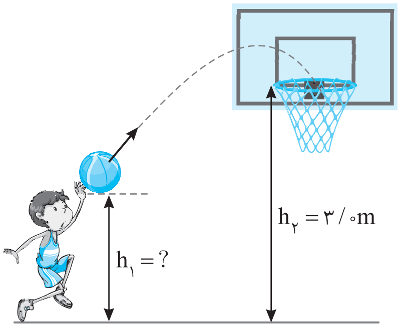
A ۵۹ ①

اتلاف انرژی نداشته و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

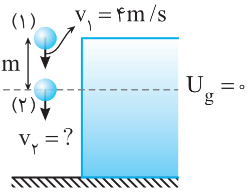
$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{U=mgh\,,\,K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$

$$mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\xrightarrow{v_۱=۶m/s\,,\,v_۲=۵m/s}$$

$$۱۰h_۱+\frac{۱}{۲}\times۳۶=۳۰+\frac{۱}{۲}\times۲۵\Rightarrow ۲۰h_۱+۳۶=۶۰+۲۵\Rightarrow h_۱=۲/۴۵m$$



B ۶۰ (۴)



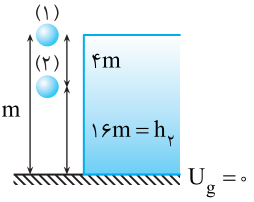
می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم و به کمک آن تندی گلوله را پس از ۴ متر پایین آمدن به‌دست آوریم. یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=۰}mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$۱۰\times۴+\frac{۱}{۲}\times۱۶=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۱^۲=۹۶$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_۲}{K_۱}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}=(\frac{۹۶}{۱۶})\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=۶$$



اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنید آن‌گاه خواهید دید که تفاوتی در حل مسئله وجود ندارد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

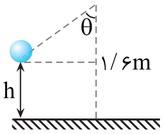
$$\Rightarrow۸+۲۰۰=۱۶۰+\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow۹۶=v_۲^۲\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}=\frac{۹۶}{۱۶}=۶$$

B ۶۱ (۳)

مقاومت هوا ناچیز است، وقتی گلوله از پایین‌ترین نقطه می‌گذرد، به بیشینه انرژی جنبشی خود رسیده است.

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times m\times۱۶=۸m$$

بالاترین نقطه مسیر جایی است که تمام انرژی گلوله به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.



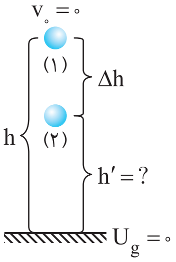
$$U_m=K_m\Rightarrow mgh=۸m\Rightarrow۱۰h=۸\Rightarrow h=۰/۸m$$

$$h=۱/۶-۱/۶\cos\theta\Rightarrow۰/۸=۱/۶(۱-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow۱-\cos\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۶۰^\circ$$

B ۶۲ (۱)

خط فکری هر گاه در یک نقطه از مسیر رابطهٔ بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم را به شما بدهند و در مورد ارتفاع آن (محل آن) نقطه سؤال کنند شما باید K را برحسب U در رابطهٔ انرژی مکانیکی قرار دهید. یعنی وقتی گفته می‌شود انرژی جنبشی $\frac{۱}{۴}$ انرژی پتانسیل است شما باید به جای K مقدار $\frac{۱}{۴}U$ را قرار دهید.



بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow U_۲+K_۲=U_۱$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۴}U_۲}\frac{۵}{۴}U_۲=U_۱$$

$$\Rightarrow\frac{۵}{۴}mgh'=mgh\Rightarrow h'=\frac{۴}{۵}h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=h-h'}\Delta h=\frac{۱}{۵}h\Rightarrow\frac{\Delta h}{h}=\frac{۱}{۵}$$

A ۶۳ (۳)

$W_۱$ و $W_۲$ را با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم:

$$W_۱=\Delta K_۱\Rightarrow W_۱=\frac{۱}{۲}m(v^۲-۰)\Rightarrow W_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

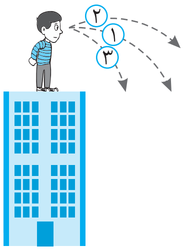
$$W_۲=\Delta K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\xrightarrow{v_۱=v,\,v_۲=۳v}W_۲=\frac{۱}{۲}m((۳v)^۲-v^۲)\Rightarrow W_۲=\frac{۸}{۲}mv^۲$$

حال $\frac{W_۲}{W_۱}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{\frac{۸}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv^۲}=۸$$

A ۶۴ (۱)



یادآوری کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است. علامت مثبت برای وقتی است که جسم پایین می‌آید و علامت منفی برای وقتی است که جسم بالا می‌رود و منظور از h فاصلهٔ قائم بین نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر است.

سه توپ دارای جرم یکسان بوده و از یک نقطه پرتاب شده‌اند، بنابراین برای هر سه توپ کار نیروی وزن $W_W=mgh$ خواهد بود و $W_۱=W_۲=W_۳$ است.

A ۶۵ (۱)

خط فکری انرژی مکانیکی در نبود نیروهای اتلافی در تمام نقاط مسیر حرکت ثابت و یکسان است بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ اوج همان انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب است.

برای یافتن انرژی مکانیکی در اوج کافی است انرژی جنبشی اولیه را حساب کنیم.

$$E=U+K\xrightarrow{U=۰}E=K_۰=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times۹۰۰=۴۵J$$

B ۶۶ (۱)

خط فکری در صورت مسئله کاهش انرژی مکانیکی خواسته شده است بنابراین شما باید انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت دوم را حساب کنید و از هم کم کنیم.

(۱) انرژی مکانیکی در حالت اول برابر است با:

$$E_۱=K_۱+U_۱=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰=\frac{۱}{۲}\times۱\times۳۶=۱۸J\Rightarrow E_۱=۱۸J$$

(۲) انرژی مکانیکی در حالت دوم را حساب می‌کنیم. اما ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

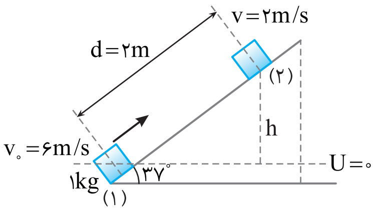
$$\sin۳۷^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow۰/۶=\frac{h}{۲}\Rightarrow h=۱/۲m$$

$$E_۲=K_۲+U_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh\Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}\times۱\times۴+۱\times۱۰\times(۱/۲)=۲+۱۲=۱۴J$$

(۳) کاهش انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_۲-E_۱\Rightarrow\Delta E=۱۴-۱۸\Rightarrow\Delta E=-۴J$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی مکانیکی است.

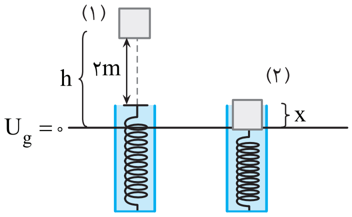


B ۶۷ ④

با توجه به نبود اتلاف انرژی با توجه اصل به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

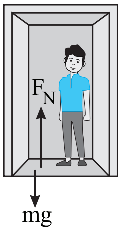
$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh=U_e\xrightarrow[U_e=۴۶J]{h=۲+x}$$

$$\frac{۱}{۲}\times۲\times۲^۲+۲\times۱۰(۲+x)=۴۶\Rightarrow۲+x=۲/۱\Rightarrow x=۲/۱-۲=۰/۱\Rightarrow x=۱۰cm$$



B ۶۸ ④

خط‌فکری تمام داستان حرکت از طبقهٔ سوم به طبقهٔ دهم در حل مسـئله تأثیری ندارد. تنها نکتهٔ مهم این مسئله تندی ثابت آسانسـور در مسافت $۶m$ است و زمان بیان شده در مسئله نیز مهم نیسـت و مسـئله بـه کمک قضیـه کار و انرژی جنبشـی به راحتی قابل حل است.



جرم کل شخص $۷۰+۵=۷۵kg$ است. کار نیروی وزن در $۶m$ جابه‌جایی خواهد شد:

$$W_W=-mgh\xrightarrow{m=۷۵kg}W_W=-۷۵\times۱۰\times۶\Rightarrow W_W=-۴۵۰۰J$$

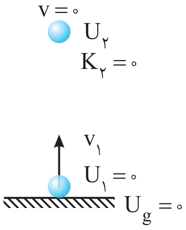
نیرویی که آسانسـور به شخص وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) است. تندی جسم ثابت است و تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و کار کل نیز صفر است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W+W_{F_N}=۰\Rightarrow W_{F_N}=-W_W\Rightarrow W_{F_N}=-(-۴۵۰۰)=۴۵۰۰J$$

A ۶۹ ③

خط‌فکری ارتفاع اوج گلوله جایی است که تندی گلوله صفر می‌شود و گلوله به سمت پایین بر می‌گردد، پس ارتفاع اوج یعنی جایی که $v=۰$ است.

سـطح زمین را مبدأ پتانسـیل گرانشـی فرض می‌کنیم. سـپس انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و در اوج را مساوی قرار می‌دهیم.



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۱=۰,\,K_۲=۰}$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh\Rightarrow v_۱=\sqrt{۲gh}$$

$$\Rightarrow v_۱=\sqrt{۲\times۱۰\times۷/۲}\Rightarrow v_۱=۱۲m/s$$

B ۷۰ ①

یادآوری وقتی گلوله در راسـتای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود، این نقطه را نقطهٔ اوج گلوله گویند.

حالـت اول: گلوله در هنگام بالا رفتن $۱۰J$ انرژی از دسـت می‌دهـد یعنی تغییر انرژی مکانیکی آن $E_۲-E_۱=-۱۰J$ است و با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow mgh-\frac{۱}{۲}mv^۲=-۱۰\Rightarrow۲h-\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۹۰۰=-۱۰$$

$$\Rightarrow h=۴۰m$$

حالـت دوم: اگر مقاومت هوا وجود نداشـت با توجه به اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow mgh'=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow۱۰h'=\frac{۱}{۲}\times۹۰۰\Rightarrow h'=۴۵m$$

بنابراین گلوله $۴۵-۴۰=۵m$ بالاتر می‌رفت.

B ۷۱ ②

① جرم ۳ مترمکعب آب را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=۱g/cm^۳=۱۰۰۰kg/m^۳}۱۰۰۰=\frac{m}{۳}\Rightarrow m=۳۰۰۰kg$$

② کار مفیـد پمپ بالا فرسـتادن $۳۰۰۰kg$ آب بـه ارتفاع ۲۴ متری اسـت از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{\text{مفید}}=W_{\text{خروجی}}=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=۳۰۰۰\times۱۰\times۲۴\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=۷۲\times۱۰^۴J$$

$$\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=۷۲۰kJ$$

③ کار ورودی پمپ را به کمک توان پمپ حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{ورودی}}=\frac{W_{\text{ورودی}}}{t}\Rightarrow W_{\text{ورودی}}=P_{\text{ورودی}}t$$

$$\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=۲۰kW]{t=۱min=۶۰s}W_{\text{ورودی}}=۲۰\times۶۰=۱۲۰۰kJ$$

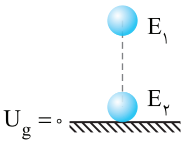
④ اکنون بازده قابل محاسبه است.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۷۲۰}{۱۲۰۰}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=۶۰\%$$

۷۲ ④

خط‌فکری کار مفیدی که ماشـین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانش در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشـی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشـین بالابر کافی اسـت، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

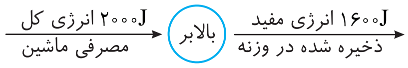
۱) انرژی ذخیره شـده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشـین بـالا برده شـده اسـت را با توجه به پایسـتگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۱=۰\,,U_۲=۰}E_۱=K_۲$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times۵۰\times۶۴=۱۶۰۰J$$

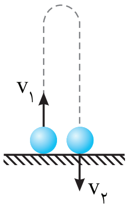
۲) بنابراین ماشین $۲۰۰۰J$ انرژی مصرف کرده اما به جسم $۱۶۰۰J$ انرژی رسیده است:



$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۱۶۰۰}{۲۰۰۰}\times۱۰۰=۸۰\%$$

B ۷۳ ③

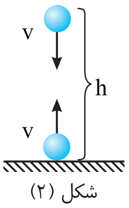
به شکل روبه‌رو دقت کنید اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب کنید و گلوله یک مسیر رفت و برگشت را طی کند، وقتی به نقطـهٔ پرتـاب بازمی‌گـردد تنـدی آن برابـر تنـدی اولیـه اسـت $(v_۱=v_۲)$ و تغییرات انرژی جنبشـی گلوله در این مسیر صفر است $(\Delta K=۰)$ و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی برایند) نیز صفر است.



شکل (۱)

اما در تمام مسیر نیروی وزن بر جسم وارد می‌شود، یعنی نیروی برایند صفر نیست، بنابراین الزامی ندارد که گزینه (۱) درست باشد.

جسمی را با تندی ثابت v از سطح زمین بالا می‌برید، در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است بنابراین کار کل (کار نیروی برایند) صفر است اما با بالا رفتن جسم، انرژی پتانسیل گرانشـی آن در حال افزایش است در نتیجه انرژی مکانیکی آن $(\uparrow E=U\uparrow+K)$ افزایش می‌یابد و گزینه (۲) نیز نادرست است.

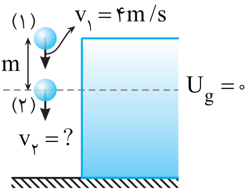


شکل (۲)

می‌دانیـم که کار برایند نیروهای وارد بر جسـم، برابر با مجموع کار تک‌تـک نیروهـای وارد بر جسـم (کار کل) اسـت، بنابراین گزینه (۳) درست است.

شـکل (۲) نشان می‌دهد که ممکن اسـت انرژی مکانیکی ثابت نباشـد اما قطعاً چون سـرعت ثابت است و شتاب صفر است بنا به قانون دوم نیوتون الزاماً برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است و گزینه (۴) نادرست است.

B ۷۴ ④



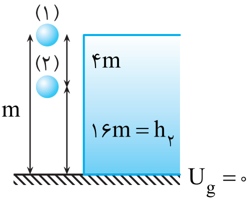
می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم و به کمک آن تندی گلوله را پس از ۴ متر پایین آمدن به‌دست آوریم. یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \xrightarrow{U_۲=۰} mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$۱۰ \times ۴ + \frac{۱}{۲} \times ۱۶ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ \Rightarrow v_۱^۲ = ۹۶$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_۲}{K_۱}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_۲}{K_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} = (\frac{۹۶}{۱۶}) \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = ۶$$



اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنید آن‌گاه خواهید دید که تفاوتی در حل مسئله وجود ندارد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

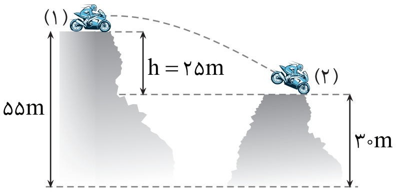
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۸ + ۲۰۰ = ۱۶۰ + \frac{۱}{۲}v_۲^۲ \Rightarrow ۹۶ = v_۲^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} = \frac{۹۶}{۱۶} = ۶$$

A ۷۵ ③

روش اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

نیروی مقاومت هوا وجود ندارد بنابراین می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد. محل تپهٔ دوم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \xrightarrow[U_۱=mgh]{U_۲=۰} mgh + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$۱۰ \times ۲۵ + \frac{۱}{۲} \times (۲۰)^۲ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۳۰m/s$$

روش دوم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کُل یعنی کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[W_g=+mgh]{W_t=W_g} W_g = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$mgh = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲) - \frac{۱}{۲}m(۲۰)^۲ \xrightarrow{h=۲۵m} ۲۵۰ = \frac{v_۲^۲}{۲} - ۲۰۰$$

$$\frac{v_۲^۲}{۲} = ۴۵۰ \Rightarrow v_۲^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۳۰m/s$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $(v_۲^۲ = v_۱^۲ + ۲g\Delta h)$

A ۷۶ ②

تندی جسم $۵m/s$ افزایش یافته یعنی $v_۲ = v_۱ + ۵$ است. با افزایش تندی، افزایش انرژی جنبشی $\frac{۵}{۴}$ انرژی جنبشی اولیه شده است $(K_۲ = K_۱ + \frac{۵}{۴}K_۱)$. با توجه به این داده‌ها مسئله به راحتی قابل حل است.

$$K_۲ = K_۱ + \frac{۵}{۴}K_۱ \Rightarrow K_۲ = \frac{۹}{۴}K_۱ \xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲} \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۹}{۴}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)$$

$$\Rightarrow v_۲ = \frac{۳}{۲}v_۱ \xrightarrow{v_۲=v_۱+۵} v_۱ + ۵ = \frac{۳}{۲}v_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۱ = ۵ \Rightarrow v_۱ = ۱۰m/s$$

B ۷۷ ③

$$E_A = U_A = mgh = ۵ \times ۱۰ \times ۲ = ۱۰۰J$$

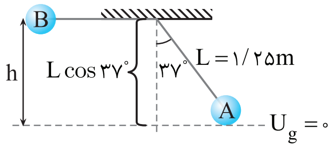
$$E_B = K_B \Rightarrow K_B = ۱۰۰J$$

$$|W_f| = -\Delta K \Rightarrow |W_f| = K_B - K_C \Rightarrow W_f = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow f_k \times L_{BC} = ۱۰۰ \xrightarrow{f_k=۱۰N} L_{BC} = ۱۰m$$

B ۷۸ ②

خط فکری وضعیت افقی یعنی گلوله آن‌قدر بالا برود تا ریسمان در امتداد افق قرار گیرد، یعنی به وضعیت B برسد. از طرفی حداقل تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. یعنی وقتی گلوله به وضعیت B می‌رسد تندی‌اش صفر شده و تمام انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل گرانشی باشد.



سطحی که نقطه A در آن است را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم $(U_A = ۰)$، فاصلهٔ قائم B از A را حساب می‌کنیم:

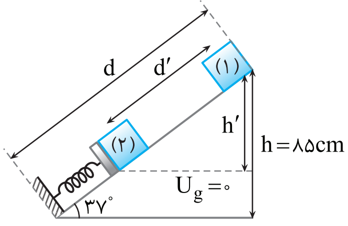
$$h_B = L\cos ۳۷^\circ \xrightarrow[\cos ۳۷^\circ=۰/۸]{L=۱/۲۵m} h_B = ۱/۲۵ \times ۰/۸ \Rightarrow h_B = ۱m$$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_A=۰, K_B=۰} K_A = U_B$$

$$\frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_A^۲ = ۱۰ \times ۱ \Rightarrow v_A = ۲\sqrt{۵}m/s$$

B ۷۹ ④



ابتدا طول سطح (d) را به کمک روابط مثلثاتی حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۸۵}{d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{۸۵۰}{۶}cm$$

فنر هنگامی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی را دارد که وزنه متوقف شده و تمام انرژی جنبشی اولیه و انرژی پتانسیل گرانشی‌اش به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow U_e = U_g + K \xrightarrow{U_e=۱/۸K} ۱/۸K = U_g + K$$

$$\Rightarrow U_g = ۰/۸K \Rightarrow mgh' = ۰/۸(\frac{۱}{۲}mv^۲) \Rightarrow ۱۰h' = ۰/۴ \times ۴^۲$$

$$\Rightarrow h' = ۰/۶۴m = ۶۴cm$$

اکنون d' یعنی مقداری که وزنه روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h'}{d'} \Rightarrow d' = \frac{۶۴}{۰/۶} = \frac{۶۴۰}{۶}cm$$

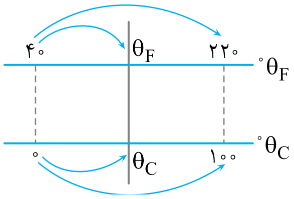
بنابراین کمترین طول فنر برابر اختلاف d و d' بوده و مقدار آن خواهد شد:

$$d - d' = \frac{۸۵۰}{۶} - \frac{۶۴۰}{۶} = \frac{۲۱۰}{۶} = ۳۵cm$$

پاسخ فصل چهارم

B ۸۰ (۱)

دو دماسنج را روبه‌روی هم کشیده و با نوشتن تناسب‌های یکسان در دو دماسنج و مساوی قرار دادن آن‌ها با هم می‌توان نوشت:



$$\frac{\theta_F-۴۰}{۲۲۰-۴۰}=\frac{\theta_C-۰}{۱۰۰-۰}\Rightarrow\theta_F=\frac{۹}{۵}\theta_C+۴۰$$

A ۸۱ (۳)

خط فکری هرگاه صحبت از انبساط قطر کره یا شعاع دایره یا ضلع مکعب و یا … باشد در واقع صحبت از انبساط طولی است.

درصد تغییر طول قطر را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\frac{\Delta D}{D_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{\Delta D=D_۱\alpha\Delta\theta}$$

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=۲\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times۱۰۰=۱۰^{-۱}\%=۰/۱\%$$

A ۸۲ (۴)

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میلهٔ A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با $۳۰^\circ C$ افزایش دما ممکن نیست که میلهٔ A که طول کمتری دارد $(۵۰cm)$ طولش آن‌قدر زیاد شود تا از میلهٔ B که طول بیشتری دارد $(۷۰cm)$، $۲۰cm$ بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A=\Delta L_B\Rightarrow L_A\alpha_A\Delta\theta_A=L_B\alpha_B\Delta\theta_B$$

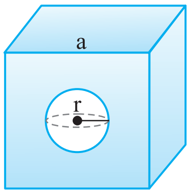
$$\Rightarrow۵۰\alpha_A(۳۰)=۷۰\alpha_B(۳۰)\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{۷}{۵}$$

A ۸۳ (۲)

رابطهٔ انبساط ضلع مکعب و شعاع حفره را می‌نویسیم.

ضلع مکعب و شعاع دایره هم‌جنس‌اند، بنابراین ضریب انبساط طولی یکسانی دارند.

اما دقت کنید برای به‌دست آوردن تغییر شعاع حفره توخالی با آن شبیه انبساط طولی یک میله از همان جنس مکعب فلزی رفتار می‌کنیم.



$(\Delta r=\alpha r_۱\Delta\theta)$

$$\begin{cases}\Delta a=\alpha a_۱\Delta\theta\\ \Delta r=\alpha r_۱\Delta\theta\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta a}{\Delta r}=\frac{a_۱}{r_۱}\Rightarrow\frac{\Delta a}{\Delta r}=\frac{۲۰}{۵}=۴\xrightarrow{\Delta a=۰/۰۰۴mm}$$

$$\frac{۰/۰۰۴}{\Delta r}=۴\Rightarrow\Delta r=۰/۰۰۱mm$$

بنابراین شعاع کره ۰/۰۰۱ میلی‌متر افزایش می‌یابد.

B ۸۴ (۴)

خط فکری هر قطعه از ریل دارای دو سر آزاد است، بنابراین در اثر انبساط هر قطعه از دو طرف منبسط می‌شود و مطابق شکل اگر فاصلهٔ بین دو قطعه x باشد، هر قطعه از هر طرف $\frac{x}{۲}$ منبسط می‌شود تا دو قطعه به هم برسند. یعنی هر قطعه در مجموع به اندازهٔ $\frac{x}{۲}+\frac{x}{۲}=x$ منبسط می‌شود.

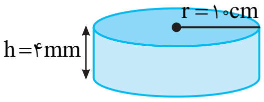
مقدار فاصله‌گذاری بین ریل‌ها حداقل باید به اندازهٔ مقدار انبساط طول هر ریل باشد:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=۱۰\times۱۲\times۱۰^{-۶}\times(۴۰-(-۱۰))$$

$$\Rightarrow\Delta L=۶۰\times۱۰^{-۴}m=۶mm$$

A ۸۵ (۴)

ابتدا حجم قرص فلزی را قبل از انبساط حساب می‌کنیم:



$$V_۱=\pi r^۲h\xrightarrow{r=۱۰cm,h=۰/۴cm}$$

$$V_۱=۳\times۱۰^{+۲}\times۰/۴\Rightarrow$$

$$V_۱=۱/۲\times۱۰^{+۲}cm^۳$$

تغییر حجم قرص از رابطهٔ $\Delta V=V_۱۳\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta V=V_۱(۳\alpha)\Delta T\Rightarrow\Delta V=۱/۲\times۱۰^۲\times۳\times۵\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰=۱/۸cm^۳$$

B ۸۶ (۴)

درصد تغییرات حجمی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم}=\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰\xrightarrow[\Delta\theta=۸۰^\circ C]{\Delta V=V_۱(۳\alpha)\Delta\theta}$$

$$۰/۰۸=(۳\alpha)\times\Delta\theta\times۱۰۰\Rightarrow۰/۰۸=(۳\alpha)\times۸۰\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۵}$$

درصد تغییرات سطحی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح}=\frac{\Delta A}{A_۱}\times۱۰۰\xrightarrow[\Delta\theta'=۶۰^\circ,\alpha=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۵}]{\Delta A=A_۱(۲\alpha)\Delta\theta'}$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=۲\alpha\Delta\theta'\times۱۰۰$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=(\frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵})\times۶۰\times۱۰۰=۰/۰۴\%$$

میانبر نسبت درصد تغییرات سطح به درصد تغییرات حجم برابر است با:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات حجم}}=\frac{۲}{۳}\times\frac{\Delta\theta_{\text{سطح}}}{\Delta\theta_{\text{حجم}}}$$

B ۸۷ (۳)

(۱) چگالی جسم را در دمای $۰^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳=\frac{۴}{۳}\times۳\times۱^۳=۴cm^۳\end{cases}\Rightarrow\rho=\frac{۴۴g}{۴cm^۳}\Rightarrow\rho=۱۱g/cm^۳$$

(۲) تغییر چگالی برابر است با:

$$\rho_۲=\rho_۱(۱-۳\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\rho_۲=\rho_۱-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta$$

دقت کنید چون تغییر چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب می‌خواهد، باید چگالی در دمای $۰^\circ C$ را بر حسب $kg/m^۳$ قرار دهیم:

$$\rho_۱=۱۱g/cm^۳\times۱۰۰۰=۱۱۰۰۰kg/m^۳$$

$$\Delta\rho=-\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta\rho=-۱۱۰۰۰\times(۹\times۱۰^{-۵})\times۱۰۰=-۹۹kg/m^۳$$

بنابراین چگالی جسم $۹۹kg/m^۳$ کاهش یافته است.

A ۸۸ (۳)

خط فکری در ابتدا طول میلهٔ آهنی $۱mm$ بیشتر از طول میلهٔ مسی است. با $۱۰۰^\circ C$ افزایش دمای میله‌ها، چون ضریب انبساط طولی مس از آهن بیشتر است، انبساط آن بیشتر خواهد بود و طول میلهٔ مسی $۰/۵mm$ بیشتر از طول میلهٔ آهنی می‌شود، بنابراین کافی است دو رابطهٔ $L_{Fe}-L_{Cu}=۱$ و $L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵$ را نوشته و با قرار دادن اطلاعات مسئله، آن را حل کرد.

$$L_{Fe}-L_{Cu}=۱$$

$$L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵\Rightarrow L_{Cu}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=۰/۵\Rightarrow$$

$$\overbrace{L_{Cu}-L_{Fe}}^{-۱}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=۰/۵\Rightarrow$$

$$L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta=۱/۵\Rightarrow$$

$$(L_{Fe}-۱)\times۱/۸\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰-L_{Fe}\times۱/۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰=۱/۵\Rightarrow$$

$$۱/۸\times۱۰^{-۳}L_{Fe}-۱/۸\times۱۰^{-۳}-۱/۲\times۱۰^{-۳}L_{Fe}=۱/۵\Rightarrow$$

$$۰/۶\times۱۰^{-۳}L_{Fe}=۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow$$

$$L_{Fe}=\frac{۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳}}{۰/۶\times۱۰^{-۳}}=(۲/۵\times۱۰^۳+۳)mm=۲۵۰۳mm\Rightarrow$$

$$L_{Fe}=۲/۵۰۳m$$

B **۸۹** ④

خط فکری درصد تغییرات یک کمیت یعنی نسبت تغییرات آن کمیت به مقدار اولیهٔ آن ضرب در صد. البته نگران این جمله عجیب نباشید یعنی:

$$\text{درصد تغییر طول}=\frac{\Delta L}{L_۱}\times ۱۰۰=\frac{L_۱\alpha\Delta\theta}{L_۱}\times ۱۰۰=(\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰$$

$$\text{درصد تغییر حجم}=\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=\frac{V_۱(۳\alpha)\Delta\theta}{V_۱}\times ۱۰۰=(۳\alpha)\Delta\theta\times ۱۰۰$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنید به نتیجهٔ زیر می‌رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(۳\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰}{(\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰}=۳$$

برای نسبت تغییرات سطح به تغییرات طول نیز می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر سطح}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(۲\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰}{(\alpha\Delta\theta)\times ۱۰۰}=۲$$

اکنون مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم میله}}{\text{درصد تغییر طول میله}}=۳\Rightarrow\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{۱\%}=۳\Rightarrow\text{درصد تغییر حجم}=۳\%$$

پیشنهاد می‌کنیم نتایج به‌دست آمده را به‌خاطر بسپارید.

B **۹۰** ④

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده است، بنابراین میلهٔ مسی از سمت راست و میلهٔ آلومینیمی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصلهٔ دو میله از هم شود.

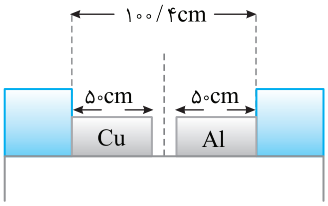
با توجه به شکل، فاصلهٔ دو میله از هم $۱۰۰/۴-۱۰۰=۰/۴cm$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $۰/۴cm$ شود تا این دو به هم برسند:

$$۰/۴=\Delta L_{Cu}+\Delta L_{Al}\Rightarrow ۰/۴=\alpha_{Cu}L_{۱\,Cu}\Delta\theta+\alpha_{Al}L_{۱\,Al}\Delta\theta$$

$$۰/۴=۱/۷\times ۱۰^{-۵}\times ۵۰\times\Delta\theta+۲/۳\times ۱۰^{-۵}\times ۵۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۴=\Delta\theta\times ۵۰\times ۱۰^{-۵}(۱/۷+۲/۳)\Rightarrow\Delta\theta=۲۰۰^\circ C$$

تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T=۲۰۰K$.



A **۹۱** ②

خط فکری تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین باهم برابر است، بنابراین اگر یکای گرمای ویژه برحسب $J/kg.K$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

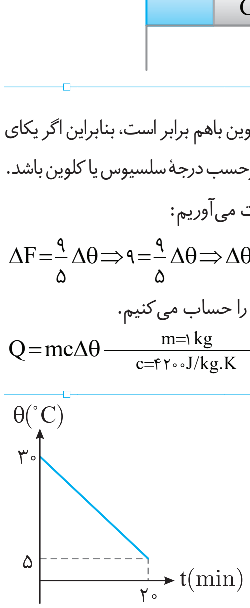
$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow ۹=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg.K]{m=۱kg}Q=۱\times ۴۲۰۰\times ۵=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

A **۹۲** ④

توان وسیلهٔ سرمازا ۳ وات است، یعنی وسیله در هر ثانیه $۳J$ گرما از جسم می‌گیرد. بنابراین با توجه به نمودار در مدت ۲۰ دقیقه مقدار گرمایی که جسم از دست می‌دهد تا دمایش از $۳۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسد برابر است با:



$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt=۳\times(۲۰\times ۶۰)=۳۶۰۰J$$

به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژه جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۳۶۰۰=۰/۳\times c\times ۲۵\Rightarrow c=۴۸۰\frac{J}{kg\cdot K}$$

A **۹۳** ①

ابتدا دمای ثانویهٔ آب را بر اثر دریافت $۱۶۸۰J$ گرما به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۱۶۸۰=۰/۱\times ۴۲۰۰\times(\theta-۰)\Rightarrow\theta=۴^\circ C$$

آب دارای انبساط غیرعادی است و از $۰^\circ C$ تا $۴^\circ C$ حجم آن با افزایش دما به جای افزایش، کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

B **۹۴** ④

① گرمای داده شده به دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\xrightarrow[c_A=\frac{۱}{۲}c_B]{m_A=m_B}$$

$$m_B\frac{۱}{۲}c_B\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=\frac{۱}{۲}\Delta\theta_A$$

② نسبت تغییر حجم دو جسم خواسته شده است.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(۳\alpha_A)\Delta\theta_A}{V_B(۳\alpha_B)\Delta\theta_B}\xrightarrow[\Delta\theta_A=۲\Delta\theta_B]{V_B=۴V_A}\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\times ۲$$

$$\xrightarrow{\alpha_A=\frac{۱}{۲}\alpha_B}\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times ۲=\frac{۱}{۴}$$

A **۹۵** ①

وقتی آلومینیم و مس $۲۰^\circ C$ را درون مقداری آب $۱۰۰^\circ C$ بیندازیم، آب به آلومینیم و مس آن قدر گرما می‌دهد تا هر سه جسم به تعادل گرمایی برسند و دمای آن‌ها باهم برابر شود. یعنی دمای نهایی آلومینیم و مس برابر است. بنابراین افزایش دمای آن‌ها یکسان است. در نتیجه گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما برای تغییر دمای یکسان $۱kg$ آلومینیم و $۱kg$ مس، قطعاً گرمایی که آلومینیم باید دریافت کند، با توجه به رابطهٔ گرمایی $Q=mc\Delta\theta$ بیش از دو برابر مس خواهد بود زیرا گرمای ویژهٔ آلومینیم بیش از دو برابر گرمای ویژهٔ مس است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

A **۹۶** ②

خط فکری در این سؤالات باید یک‌بار گرمایی که مایع می‌گیرد تا دمایش افزایش پیدا کند را حساب کنیم. سپس گرمایی که گرمکن در مدت $۲۴s$ تولید می‌کند را به‌دست می‌آوریم، تا مشخص شود چقدر از گرمای گرمکن به مایع رسیده است.

① گرمایی که دمای $۶۰g$ مایع را از $۳۰^\circ C$ به $۵۰^\circ C$ می‌رساند برابر است:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۵۰۰J/kgK}Q=\frac{۶۰}{۱۰۰۰}\times ۱۵۰۰\times(۵۰-۳۰)\Rightarrow Q_{\text{مایع}}=۱۸۰۰J$$

② گرمایی که گرمکن تولید می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=Pt\xrightarrow{P=۳۰۰W\,,\,t=۲۴s}$$

$$Q_{\text{گرمکن}}=۳۰۰\times ۲۴\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=۷۲۰۰J$$

③ اکنون مشخص می‌کنیم $Q_{\text{مایع}}$ چند درصد $Q_{\text{گرمکن}}$ است.

$$\frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{گرمکن}}}\times ۱۰۰=\frac{۱۸۰۰}{۷۲۰۰}\times ۱۰۰=۰/۲۵\times ۱۰۰=۲۵\%$$

میانبر در سؤالاتی که با توان و بازده سروکار داریم، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$Q=Ra\times P\times t$$

راندمان به صورت نسبت
مدت زمان
توان وسیله
گرمایی که وسیله داده

A **۹۷** ④

بنابر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_۱+Q_۲=۰\Rightarrow ۰/۸\times ۴۲۰۰\times(\theta_e-۰)=۰/۴۲\times ۴۰۰\times(۸۴-\theta_e)$$

$$\Rightarrow ۸۰\theta_e=۴(۸۴-\theta_e)\Rightarrow ۸۴\theta_e=۴\times ۸۴\Rightarrow\theta_e=۴^\circ C$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $\theta_e=\dfrac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲}{m_۱c_۱+m_۲c_۲}$

B ۹۸ ②

① حجم فلزی که کرهٔ A از آن ساخته شده است برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\xrightarrow{R_A=۲۰cm}V_A=\frac{۴}{۳}\pi(۲۰)^۳=\frac{۴}{۳}\pi(۸۰۰۰)$$

② حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده است برابر خواهد شد با:

$$V_B=\frac{۴}{۳}\pi(R_o^۳-R_i^۳)\Rightarrow V_B=\frac{۴}{۳}\pi(۲۰^۳-۱۰^۳)=\frac{۴}{۳}\pi(۷۰۰۰)$$

③ دو کره هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها باهم برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi(۸۰۰۰)}{\frac{۴}{۳}\pi(۷۰۰۰)}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۸}{۷}$$

④ گرمای داده شده به دو کره یکسان است، از طرفی دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژه آن‌ها برابر است $(c_A=c_B)$، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{۸}{۷}$$

B ۹۹ ①

دو کره هم‌جنس (مسی) و شعاع آن‌ها یکی است، پس جرم کرهٔ توخالی کمتر است و برای افزایش دمای یکسان به گرمای کمتری نیاز دارد.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\begin{cases}Q_A=m_Ac\Delta\theta_A\\Q_B=m_Bc\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow[\Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{m_A<m_B}Q_A<Q_B$$

از طرفی دمای هر دو کره به یک اندازه افزایش یافته است و بنا بر رابطه انبساط حجمی $\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta$، افزایش حجم دو کره و همچنین افزایش شعاع دو کره $(\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta)$ باهم برابر است.

A ۱۰۰ ①

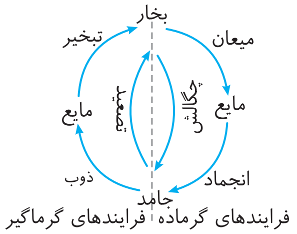
گرمای داده شده به مادهٔ A و مادهٔ B باهم برابر است. گرمای داده شده را طبق رابطهٔ گرما می‌نویسیم و باهم برابر قرار می‌دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{Q_A=Q_B}m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_A=۵^\circ C,\Delta\theta_B=۳^\circ C]{m_A=۳g,m_B=۲g}۳\times c_A\times۵=۲\times c_B\times۳\Rightarrow\frac{c_A}{c_B}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

A ۱۰۱ ④

خط فکری گذار از یک حالت (فاز) به حالت دیگر را یک تغییر حالت (گذار فاز) می‌نامند.



با توجه به نمودار خط فکری، تبدیل بخار به مایع را میعان، تبدیل جامد به بخار را تصعید و تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند.

A ۱۰۲ ②

① ابتدا مشخص می‌کنیم که وقتی $۴۰/۲kJ$ گرما از آب $۰^\circ C$ می‌گیریم، چند گرم از آب یخ می‌زند.

$$Q_F=mL_F\Rightarrow۴۰/۲=m\times۳۳۵\Rightarrow m=۰/۱۲kg$$

② بنابراین $۱۲۰g$ آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و $۱۸۰-۱۲۰=۶۰g$ آب $۰^\circ C$ باقی می‌ماند.

B ۱۰۳ ①

① ابتدا گرمایی که توسط گرمکن در مدت ۱۲۲/۵ ثانیه تولید می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow۷۵۰=\frac{W}{۱۲۲/۵}\Rightarrow W=۷۵۰\times۱۲۲/۵\,J$$

② از این مقدار گرما ٪۸۰ صرف گرم کردن یخ می‌شود.

$$Q=\frac{۸۰}{۱۰۰}W\Rightarrow Q=\frac{۴}{۵}\times۷۵۰\times۱۲۲/۵\Rightarrow Q=۶۰۰\times۱۲۲/۵J\Rightarrow Q=۷۳۵۰۰J$$

③ مقدار گرمایی که یخ $-۶^\circ C$ لازم دارد تا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q'=mc\Delta\theta\Rightarrow Q'=۰/۵\times۲۱۰۰\times۶\Rightarrow Q'=۶۳۰۰J$$

④ بنابراین از $۷۳۵۰۰J$ گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، $۶۳۰۰J$ صرف تبدیل یخ $-۶^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ می‌شود و باقی آن صرف ذوب یخ خواهد شد.

$$Q_{\text{ذوب}}=Q-Q'\Rightarrow Q_{\text{ذوب}}=۷۳۵۰۰-۶۳۰۰=۶۷۲۰۰J$$

⑤ حال با توجه به گرمای ذوب به‌دست آمده، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{ذوب}}=mL_F\Rightarrow۶۷۲۰۰=m\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m=۰/۲kg=۲۰۰g$$

در نتیجه $۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰g$ یخ باقی می‌ماند.

B ۱۰۴ ③

دو صفحه روی قطعهٔ بزرگ یخی قرار دارند و به یخ گرما می‌دهند تا جایی که دمای نهایی هر دو صفحه صفر شود. مقدار گرمایی که یخ $۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود برابر گرمایی است که هر فلز به قطعه یخ می‌دهد. از این‌رو:

$$\begin{cases}\text{صفحهٔ مسی}: mL_F=m_۱c_۱|\Delta\theta_۱| & (۱)\\ \text{صفحهٔ آلومینیومی}: m'L_F=m_۲c_۲|\Delta\theta_۲| & (۲)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)}\frac{m}{m'}=\frac{m_۱c_۱|\Delta\theta_۱|}{m_۲c_۲|\Delta\theta_۲|}\xrightarrow[\theta_۲=۲۰۰^\circ C,\theta_{\text{نهایی}}=۰^\circ C]{\theta_۱=۱۵۰^\circ C}$$

$$۲=\frac{m_۱\times۴۰۰\times۱۵۰}{m_۲\times۹۰۰\times۲۰۰}\Rightarrow m_۱=۶m_۲$$

A ۱۰۵ ③

با توجه به رابطهٔ گرمای نهان ذوب (انجماد)، جرمی از آب را که یخ می‌زند به دست می‌آوریم.

$$Q_F=mL_F\Rightarrow۱۰۰/۸=m(۳۳۶)\Rightarrow m=۰/۳kg=۳۰۰g$$

از $۵۰۰g$ آب، $۳۰۰g$ یخ زده است بنابراین $\frac{۳۰۰}{۵۰۰}\times۱۰۰=۶۰٪$ از آب یخ می‌زند.

B ۱۰۶ ③

خط فکری قرار است تمام یخ ذوب شود، اما دمای نهایی یخ ذوب شده مشخص نیست. یعنی سؤال به طور مستقیم به ما نگفته که پس از ذوب یخ قرار است دمای آن $۰^\circ C$ باشد یا بیشتر، همچنین در سؤال حداقل مقدار آب خواسته شده است، ما می‌دانیم هر چه مقدار آب بیشتر باشد، گرمایی که آب به یخ داده بیشتر و دمای تعادل بالاتر از صفر می‌شود، بنابراین کمترین مقدار آب یعنی مقدار آب به قدری باشد که تمام گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها باعث ذوب یخ شود و دمای تعادل $۰^\circ C$ بماند.

① ابتدا گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_i=mc\Delta\theta+mL_F\Rightarrow Q_i=۰/۲\times۲۱۰۰\times۵+۰/۲\times۳۳۶۰۰۰$$

$$\Rightarrow Q_i=۰/۵\times۴۲۰۰+۰/۲\times۸۰\times۴۲۰۰=۱۶/۵\times۴۲۰۰J$$

② این مقدار گرما باید توسط مقداری آب $۱۰۰^\circ C$ تأمین شود و در نهایت دمای آب باید $۰^\circ C$ شود، بنابراین:

$$Q_i=Q_W\Rightarrow۱۶/۵\times۴۲۰۰=m\times۴۲۰۰\times۱۰۰\Rightarrow m=۱۶۵g$$

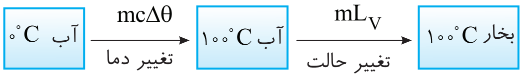
B ۱۰۷ ④

تذکر! اگر در رابطه‌های تغییر حالت یکای L_F و L_V را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم نیز بر حسب kg باشد، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول است.

① گرمایی که $۱۰۰g$ یخ $۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q_۱=mL_F\Rightarrow Q_۱=۰/۱\times۳۳۴\Rightarrow Q_F=۳۳/۴kJ$$

② گرمایی که $۱۰۰g$ آب $۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۱۰۰^\circ C$ و سپس به بخار $۱۰۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:



$$Q_۲=mc\Delta\theta+mL_V\xrightarrow{L_V=۲۲۵۶kJ/kg,c=۴/۲J/kg.K}$$

$$Q=۰/۱\times۴/۲\times۱۰۰+۰/۱+۲۲۵۶\Rightarrow Q_۲=۴۲+۲۲۵/۶\Rightarrow Q_۲=۲۶۷/۶kJ$$

③ توان گرمایی گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{Q_۱}{t_۱}=\frac{Q_۲}{t_۲}\Rightarrow\frac{۳۳/۴}{۱۰}=\frac{۲۶۷/۶}{t_۲}\Rightarrow t_۲\simeq۸۰\,min$$

میانبر چون مقدار تقریبی زمان خواسته شده می‌توانستیم با توجه به توضیحاتی کـه قبلاً داده‌ایم $c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.K=c$ گرفته و $L_V=۵۴۰c$ و $L_F=۸۰c$ در رابطه‌ها قرار دهیم.

B ۱۰۸ ②

خط فکری هنگامی کـه به مجموعهٔ آب و یـخ در حال تعادل گرما می‌دهیم، ابتدا گرما سبب ذوب یخ $۰^\circ C$ می‌شود و چنانچه تمام یخ ذوب شود و دادن گرما به مجموعه ادامه یابد، دما بالا می‌رود. ابتدا گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=۱\times۳۳۶=۳۳۶kJ$$

گرمای داده شـده به مجموعه $۵۴۶kJ$ اسـت و از گرمایی که برای ذوب یخ لازم اسـت بیشتر است $(۵۴۶>۳۳۶)$، بنابراین تمام یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و جمعاً $۴+۱=۵kg$ آب $۰^\circ C$ در اختیار داریم و مقدار $۵۴۶-۳۳۶=۲۱۰kJ$ گرما که دمای $۵kg$ آب را بالا می‌برد، بنابراین:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۲۱۰=۵\times۴/۲\times\Delta\theta\xrightarrow{\theta_۱=۰}\theta_۲=۱۰^\circ C$$

B ۱۰۹ ③

خط فکری هر گاه به مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل $(۰^\circ C)$ گرما داده شود، ابتدا گرمای گرفته شـده باعث ذوب یخ می‌شـود و سـپس گرمای مابقی دمای آب و یخ ذوب شـده را بالا می‌برد. در این سـؤال فلز با دمای بیشتر گرما از دست داده که بخشی از این گرمـا باعـث ذوب یـخ و مابقی آن باعث بالا رفتـن دمای $۴۰۰g$ آب و یخ ذوب شـده از $۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ شده است.

① گرمایی را که فلز از دسـت می‌دهد تا دمایش از $۱۰۵^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسـد حساب می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow|Q|=۰/۲\times۸۴۰\times(۱۰۵-۵)\Rightarrow|Q|=۱۶۸۰۰J$$

② گرمایـی کـه ۴۰۰ گرم آب (مخلوط آب و یخ پس از ذوب یخ) می‌گیرد تا دمایش از $۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسد را نیز به دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۴\times۴۲۰۰\times۵\Rightarrow Q=۸۴۰۰J$$

③ بنابراین از ۱۶۸۰۰ ژول گرمایی که فلز از دسـت می‌دهد، ۸۴۰۰ ژول آن صرف بالا بردن دمای آب می‌شـود. اما بقیهٔ آن چه شـده است؟ قطعاً صرف ذوب یخ شده است و می‌توان مقدار یخ را به‌دست آورد: $Q_F=mL_F\Rightarrow۱۶۸۰۰-۸۴۰۰=m_i\times۳۳۶۰۰۰$

$$\Rightarrow m_i=\frac{۸۴۰۰}{۳۳۶۰۰۰}\Rightarrow m_i=\frac{۱}{۴۰}kg\Rightarrow m_i=۲۵g$$

B ۱۱۰ ③

ابتدا گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰/۵kJ/min\times۲۰\,min=۲۱۰kJ=۲۱\times۱۰^۴J$$

گرمای ویژهٔ یخ نصف گرمای ویژهٔ آب است: $c_{یخ}=\frac{c}{۲}$

گرمای نهان ذوب یخ، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب است: $\frac{L_F}{c}=\frac{۳۳۶۰۰۰}{۴۲۰۰}\Rightarrow L_F=۸۰c$

گرمای داده شده به یخ را نیز برحسب c به‌دست می‌آوریم: $\frac{Q}{۴۲۰۰}c=\frac{۲۱۰\times۱۰^۳}{۴۲۰۰}c=۵۰c$

حال سؤال را حل می‌کنیم:

① ابتـدا دمای یخ از $-۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌رسـد که گرمـای لازم برای این تغییر دما برابر است با: $Q_۱=mc_{یخ}\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۵\times\frac{c}{۲}\times۲۰=۵c$

② گرمای باقی‌مانده یعنی $۵۰c-۵c=۴۵c$ باعث ذوب یخ می‌شـود، اما باید گرمای لازم برای ذوب یخ را حساب کنیم: $Q_۲=mL_F\Rightarrow Q_۲=۰/۵\times۸۰c=۴۰c$

③ بنابرایـن همچنـان $۴۵c-۴۰c=۵c$ گرما باقـی می‌ماند که باعـث افزایش دمای آب می‌شود:

$$۵c=mc\times\Delta\theta\Rightarrow۵c=۰/۵c\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C$$

$$\Rightarrow\theta_۲-۰=۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۰^\circ C$$

B ۱۱۱ ④

خط فکری وقتـی آب $۵۰^\circ C$ روی $۴۵۰g$ یخ $۰^\circ C$ ریخته می‌شـود، آب به یخ گرما می‌دهد و یخ شـروع به ذوب شدن می‌کند. در صورت مسئله بیان شده سرانجام $۵۲۰g$ آب $۰^\circ C$ خواهیم داشـت که شـامل دو قسـمت اسـت. یکی همان آب اولیهٔ $۵۰^\circ C$ و دیگری آب حاصل از ذوب یخ، بنابراین اگر جرم آب اولیه را با $m_{آب}$ نشان دهیم، جرم یخ ذوب شده قطعاً $۵۲۰-m_{آب}$ است. البته گرمایی که آب از دست می‌دهد با گرمایی کـه یـخ دریافت می‌کند تا ذوب شـود برابر اسـت. این خط فکری را دنبـال کنید تا حل مسئله را راحت انجام دهید.

مجمـوع جـرم آب و یـخ ذوب شـده در حالـت ثانویـه برابـر $۵۲۰g$ اسـت. در واقـع $m_{یخ ذوب شده}+m_{آب}=۵۲۰g$ است و $m_{آب}-۵۲۰=$جرم یخ ذوب شده

تمام گرمای لازم برای آنکه $(۵۲۰-m_{آب})g$ یخ ذوب شود از آب گرفته شده است. در واقع:

$$Q_F=Q_{آب}\Rightarrow(۵۲۰-m)\times۳۳۶۰۰۰=m\times۴۲۰۰\times۵۰\xrightarrow{\div۴۲۰۰}$$

$$۵۲۰\times۸۰-۸۰m=۵۰m\Rightarrow۵۲۰\times۸۰=۱۳۰m\Rightarrow m=۳۲۰g$$

B ۱۱۲ ③

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیم $۲/۳mm$ بیشـتر از طـول میلهٔ فولادی اسـت بنابراین $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳mm$ اسـت. اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییـر طـول آلومینیـم و تغییر طول فولاد را حسـاب می‌کنیم سـپس آن‌هـا را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\xrightarrow[\alpha_{Al}=۲۳\times۱۰^{-۶}K^{-۱},\,\alpha_M=۱۱/۵\times۱۰^{-۶}K^{-۱}]{L_{Al}=L_M=۴m}$$

$$(۴\times۲۳\times۱۰^{-۶}-۴\times۱۱/۵\times۱۰^{-۶})\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow۴۶\times۱۰^{-۶}\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۲/۳\times۱۰^{-۳}}{۴۶\times۱۰^{-۶}}=\frac{۲/۳\times۱۰^{۳}}{۴۶}=۵۰^\circ C$$

A ۱۱۳ ②

خط فکری تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین باهم برابر است، بنابراین اگر یکای گرمای ویژه برحسب $J/kg.K$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow۹=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg.K]{m=۱\,kg}Q=۱\times۴۲۰۰\times۵=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

A ۱۱۴ ③

خط فکری جرم هر لیتر آب $۱kg$ است. بعد از برقراری تعادل $۶۰L$ یعنی $۶۰kg$ آب $۴۰^\circ C$ داریم. بنابراین مجموع جرم دو مقدار آب $۶۰kg$ است. مسئله را حل کرده

و جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم عددی که برای جرم‌ها به‌دست می‌آید، همان مقدار حجم آن‌ها برحسب لیتر است.

با توجه به قانون پایستگی انرژی مجموع گرمای مبادله شده صفر است.

$$Q_۱+Q_۲=۰\Rightarrow m_۱c(\theta_e-\theta_۱)+m_۲c(\theta_e-\theta_۲)=۰$$

$$\Rightarrow m_۱(۴۰-۵۰)+m_۲(۴۰-۲۰)=۰\Rightarrow m_۱=۲m_۲ \qquad (۲)$$

جمع $m_۱$ و $m_۲$ برابر $۶۰kg$ است بنابراین:

$$m_۱+m_۲=۶۰\Rightarrow ۲m_۲+m_۲=۶۰\Rightarrow m_۲=۲۰kg\,,m_۱=۴۰kg$$

حجم آب $۵۰^\circ C$، $۴۰L$ و حجم آب $۲۰^\circ C$، $۲۰L$ بوده است.

A ۱۱۵ ③

حداقل گرمایی که یخ لازم دارد تا ذوب شود برابر است با:

$$Q_{\text{یخ}}=mc\Delta\theta+mL_F=۲۰۰\times۲/۱\times۱۰+۲۰۰\times۳۳۶$$

این مقدار گرما باید توسط آب تأمین شود، بنابراین:

$$Q_{\text{یخ}}=(mc\Delta\theta)_{\text{آب}}\xrightarrow{\text{تقسیم بر } c_{\text{آب}}=۴/۲}۲۰۰\times۵+۲۰۰\times۸۰=m\times۲۰$$

$$\Rightarrow۱۰۰۰+۱۶۰۰۰=m\times۲۰\Rightarrow m=\frac{۱۷۰۰۰}{۲۰}=۸۵۰g$$

A ۱۱۶ ②

ابتدا دمای $۱۲۲^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow۱۲۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow۹۰=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow\theta=۵۰^\circ C$$

حال دمای $۵۰^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow T=۵۰+۲۷۳=۳۲۳K$$

A ۱۱۷ ④

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میلهٔ A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با $۳۰^\circ C$ افزایش دما ممکن نیست که میلهٔ A که طول کمتری دارد $(۵۰cm)$ طولش آن‌قدر زیاد شود تا از میلهٔ B که طول بیشتری دارد $(۷۰cm)$، $۲۰cm$ بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A=\Delta L_B\Rightarrow L_A\alpha_A\Delta\theta_A=L_B\alpha_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow۵۰\alpha_A(۳۰)=۷۰\alpha_B(۳۰)\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{۷}{۵}$$

B ۱۱۸ ②

با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{m=\rho V}\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho V_A}{\rho V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B} \qquad (۱)$$

گرمای داده شده به هر دو کره یکسان است، دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژهٔ آن‌ها یکی است به کمک رابطهٔ گرما خواهیم داشت:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \qquad (۲)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

اکنون نسبت تغییر حجم کره A و کرهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(\beta)\Delta\theta_A}{V_B(\beta)\Delta\theta_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=۱$$

دقت کردید که اعداد داده شده در صورت مسئله تأثیری در حل این مسئله ندارد. از طرفی حجم کرهٔ A که توپر است برابر حجم فلزی است که کره از آن ساخته شده است اما حجم کرهٔ B و حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده یکی نیست و در صورت مسئله نسبت حجم کرهٔ A به حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است مدنظر است.

جمع بندی برای یک کرهٔ دارای حفره در مسائل می‌تواند افزایش حجم کره، یا حفره یا فلز به کار رفته در قسمت توپر خواسته شود:

افزایش حجم فلز به کار رفته:

$$\Delta V=V\beta\Delta\theta$$

$$\searrow\left(\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{خارجی}}-\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{داخلی}}\right)$$

افزایش حجم حفره:

$$\Delta V=V\beta\Delta\theta$$

$$\searrow\left(\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{داخلی}}\right)$$

افزایش حجم کره:

$$\Delta V_{\text{کره}}=V_{\text{کره}}\beta\Delta\theta$$

$$\searrow\left(\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{خارجی}}\right)$$

B ۱۱۹ ④

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده است، بنابراین میلهٔ مسی از سمت راست و میلهٔ آلومینیمی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصلهٔ دو میله از هم شود.

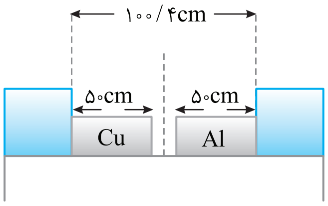
با توجه به شکل، فاصلهٔ دو میله از هم $۱۰۰/۴-۱۰۰=۰/۴cm$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $۰/۴cm$ شود تا این دو به هم برسند:

$$۰/۴=\Delta L_{Cu}+\Delta L_{Al}\Rightarrow۰/۴=\alpha_{Cu}L_{۱\,Cu}\Delta\theta+\alpha_{Al}L_{۱\,Al}\Delta\theta$$

$$۰/۴=۱/۷\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta+۲/۳\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow۰/۴=\Delta\theta\times۵۰\times۱۰^{-۵}(۱/۷+۲/۳)\Rightarrow\Delta\theta=۲۰۰^\circ C$$

تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T=۲۰۰K$.



B ۱۲۰ ④

خط فکری نمودار تغییرات را رسم می‌کنیم و در هر مرحله گرمایی که یخ دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم و زمان آن را به‌دست می‌آوریم. آن‌گاه زمان‌های به‌دست آمده را با زمان‌های نمودارهای داده شده مقایسه می‌کنیم تا به جواب برسیم.

آهنگ گرمای داده شده $P=\frac{Q}{t}$ است و برابر $۲۱۰J/s$ است.

$$\boxed{\text{یخ}\ -۱۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۱}\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۲}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۳}\boxed{\text{آب}\ ۱۰^\circ C}$$

مدتی که طول می‌کشد تا یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود:

$$P=\frac{Q_۱}{t}\Rightarrow۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta]{\text{یخ}\ -۱۰^\circ C \text{ به یخ } ۰^\circ C}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۲۱۰۰\times۱۰}{\Delta t_۱}\Rightarrow\Delta t_۱=۲۰s$$

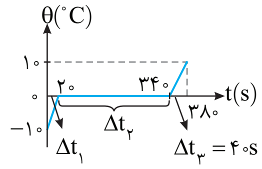
مدت زمان ذوب کامل یخ:

$$P=\frac{Q_۲}{t}\Rightarrow۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۲=mL_F]{\text{یخ}\ ۰^\circ C \text{ به آب } ۰^\circ C}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۳۳۶۰۰۰}{\Delta t_۲}\Rightarrow\Delta t_۲=۳۲۰s$$

مدت زمان تبدیل آب $۰^\circ C$ به یخ $۱۰^\circ C$:

$$P=\frac{Q_۳}{t}\Rightarrow۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۳=mc_{\text{آب}}\Delta\theta]{\text{آب}\ ۰^\circ C \text{ به آب } ۱۰^\circ C}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۴۲۰۰\times۱۰}{\Delta t_۳}\Rightarrow\Delta t_۳=۴۰s$$

بنابراین:



میانبر باتوجه‌به‌اینکه گرمای نهان ذوب به‌صورت $L_F=۳۳۶۰۰۰=۸۰\times۴۲۰۰$ است پس گرمای مورد نیاز برای ذوب برابر $mL_F=۸۰mc$ بوده و گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای $۲۰^\circ C$ آب برابر $mc\Delta\theta=۲۰mc$ است، بنابراین مدت زمان لازم برای ذوب یخ باید ۴ برابر مدت زمان تغییر دمای $۲۰^\circ C$ آب باشد که این مورد در سه گزینهٔ (۱) تا (۳) رعایت نشده است.

B ۱۲۱ ③

ابتدا گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰/۵kJ/min\times۲۰min=۲۱۰kJ=۲۱\times۱۰^۴J$$

گرمای ویژهٔ یخ نصف گرمای ویژهٔ آب است: $c_{یخ}=\frac{c}{۲}$

گرمای نهان ذوب یخ، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب است: $\frac{L_F}{c}=\frac{۳۳۶۰۰۰}{۴۲۰۰}\Rightarrow L_F=۸۰c$

گرمای داده شده به یخ را نیز برحسب c به‌دست می‌آوریم: $\frac{Q}{۴۲۰۰}c=\frac{۲۱۰\times۱۰^۳}{۴۲۰۰}c=۵۰c$

حال سؤال را حل می‌کنیم:

① ابتدا دمای یخ از $-۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌رسد که گرمای لازم برای این تغییر دما برابر است با: $Q_۱=mc_{یخ}\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۵\times\frac{c}{۲}\times۲۰=۵c$

② گرمای باقی‌مانده یعنی $۵۰c-۵c=۴۵c$ باعث ذوب یخ می‌شود، اما باید گرمای لازم برای ذوب یخ را حساب کنیم: $Q_۲=mL_F\Rightarrow Q_۲=۰/۵\times۸۰c=۴۰c$

③ بنابراین همچنان $۴۵c-۴۰c=۵c$ گرما باقی می‌ماند که باعث افزایش دمای آب می‌شود:

$$۵c=mc\times\Delta\theta\Rightarrow ۵c=۰/۵c\times\Delta\theta\Rightarrow \Delta\theta=۱۰^\circ C$$

$$\Rightarrow\theta_۲-۰=۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۰^\circ C$$

پاسخ تشریحی فیزیک یازدهم

پاسخ فصل پنجم

A ۱۲۲ (۳)

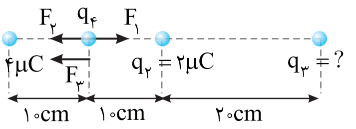
با مالش جسم A به جسم B، جسم A دارای بار منفی می‌شود. بنابراین در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جسم A پایین‌تر از جسم B قرار دارد. با مالش جسم A با جسم C، جسم A دارای بار مثبت می‌شود. بنابراین در جدول جسم A بالاتر از جسم C قرار دارد. نتیجه می‌گیریم که در جدول تریبوالکتریک ترتیب A و B و C مطابق شکل روبه‌رو است و اگر جسم B را با جسم C مالش دهیم، جسم B دارای بار مثبت و جسم C دارای بار منفی می‌شود.

B
A
C

B ۱۲۳ (۱)

بار $q_{۲}=۲\mu C$ و $q_{۱}=۴\mu C$ در فاصلهٔ یکسانی از بار $q_{۴}$ قرار دارند و چون بار $q_{۱}$ بزرگ‌تر است، بنابراین نیرویی که $q_{۱}$ بر $q_{۴}$ وارد می‌کند از نیرویی که $q_{۲}$ بر $q_{۴}$ وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_{۱}>F_{۲})$. دو بار $q_{۲}$ و $q_{۱}$ همنام بوده و نیرویی که بر $q_{۴}$ وارد می‌کنند در خلاف جهت هم خواهد بود. از طرفی نیروی خالص وارد بر $q_{۴}$ صفر شده است بنابراین نیرویی که بار $q_{۳}$ بر بار $q_{۴}$ وارد می‌کند یعنی $F_{۳}$ باید در جهت $F_{۲}$ باشد تا به کمک نیروی $F_{۲}$ بتواند نیروی $F_{۱}$ را خنثی کند $(F_{۲}+F_{۳}=F_{۱})$.

نکته در حل پایین فرض شده که بار $q_{۴}$ مثبت است. شما می‌توانید فرض کنید این ذره دارای بار منفی بوده، بنابراین تمام جهت‌های شکل قرینه می‌شود، اما پاسخ سؤال تغییری نخواهد کرد.



اکنون با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{k|q_{۲}||q_{۴}|}{r_{۲}^{۲}}+\frac{k|q_{۳}||q_{۴}|}{r_{۳}^{۲}}=\frac{k|q_{۱}||q_{۴}|}{r_{۱}^{۲}}$$

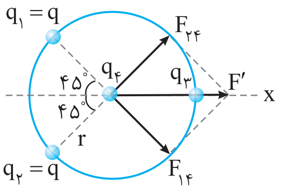
$$\Rightarrow\frac{۲}{۱۰۰}+\frac{|q_{۳}|}{۹۰۰}=\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow|q_{۳}|=۱۸\mu C$$

چون نیروهای $F_{۲}$ و $F_{۳}$ هم‌جهت‌اند و در یک سمت $q_{۴}$ قرار گرفته‌اند، پس باید این دو ذره همنام باشند: $q_{۳}=+۱۸\mu C$

B ۱۲۴ (۳)

خط فکری هر گاه برایند نیروهای وارد بر یک بار صفر شود. علامت و مقدار آن بار در حل مسئله نقشی نخواهد داشت. به حل مسئله دقت کنید. خواهید دید که بار $q_{۴}$ از محاسبات حذف می‌شود.

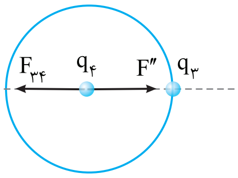
نیروها را رسم کنید و به تحلیل مسئله بپردازید.



بار $q_{۴}$ را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر آن را از طرف بارهای $q_{۱}$ و $q_{۲}$ رسم کرده و اندازه این دو نیرو را حساب می‌کنیم. بارهای $q_{۱}$ و $q_{۲}$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از $q_{۴}$ یکسان است، بنابراین نیروی این دو بار برابر است، مقدار این نیرو را حساب می‌کنیم. $F_{۲۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}}$

برایند دو نیروی هم‌اندازه روی نیمساز آن دو نیرو قرار می‌گیرد، یعنی برایند $F_{۱۴}$ و $F_{۲۴}$ روی محور xها می‌افتد و مقدار آن خواهد شد. $F'=\sqrt{F_{۲۴}^{۲}+F_{۱۴}^{۲}}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_{۴}|}{r^{۲}}$

برای آنکه نیروی خالص وارد بر $q_{۴}$ صفر شود، باید نیروی $F_{۳۴}$ هم‌اندازه و در خلاف F' باشد، یعنی $q_{۳}$ باید $q_{۴}$ را دفع کند بنابراین $q_{۳}$ و $q_{۴}$ همنام بوده یعنی $q_{۳}$ مثبت است



حال می‌نویسیم $F_{۳۴}=F'\Rightarrow k\frac{|q_{۳}||q_{۴}|}{r^{۲}}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_{۴}|}{r^{۲}}\Rightarrow\frac{q_{۳}}{q_{۲}}=\frac{q_{۳}}{q}=\sqrt{۲}$

A ۱۲۵ (۱)

با توجه به سؤال $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}$ بار $q_{۱}$ را برداشته و به بار $q_{۲}$ اضافه کرده‌ایم، بنابراین:

$$q'_{۱}=q_{۱}-\frac{۲۵}{۱۰۰}q_{۱}=۸-\frac{۱}{۴}\times۸=۶\mu C\,,\,q'_{۲}=q_{۲}+\frac{۱}{۴}q_{۱}=q_{۲}+\frac{۱}{۴}\times۸\Rightarrow q'_{۲}=q_{۲}+۲$$

نیروی بین دو بار ۵۰ درصد افزایش یافته پس: $F'=F+۵۰\%F=\frac{۳}{۲}F$

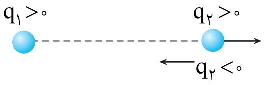
حال نیرویی الکتریکی را در دو حالت با توجه به قانون کولن $(\frac{kq_{۱}q_{۲}}{r^{۲}})$ به دست آورده و برهم تقسیم می‌کنیم تا ثابت کولن (k) و فاصلهٔ دو بار که در دو حالت یکسان می‌ماند، با هم ساده شوند.

$$F=k\frac{q_{۱}q_{۲}}{r^{۲}}\Rightarrow F=k\frac{(۸)q_{۲}}{r^{۲}},F'=k\frac{q'_{۱}q'_{۲}}{r^{۲}}\Rightarrow F'=k\frac{(۶)(q_{۲}+۲)}{r^{۲}}$$

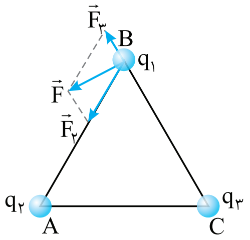
$$\Rightarrow\frac{F}{F'}=\frac{F}{\frac{۳}{۲}F}=\frac{۸q_{۲}}{۶(q_{۲}+۲)}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۳}(\frac{q_{۲}}{q_{۲}+۲})\Rightarrow۲q_{۲}=q_{۲}+۲\Rightarrow q_{۲}=۲\mu C$$

B ۱۲۶ (۱)

خط فکری همواره نیروی بین دو بار الکتریکی در امتداد خط وصل‌کنندهٔ آن‌ها است (شکل روبه‌رو).



با توجه به خط فکری بیان شده نیروی $\vec{F}_{۲}$ که بار $q_{۲}$ بر بار $q_{۱}$ وارد می‌کند در امتداد ضلع AB، و نیروی $\vec{F}_{۳}$ که بار $q_{۳}$ بر بار $q_{۱}$ وارد می‌کند در امتداد ضلع CB است. برایند دو نیروی $\vec{F}_{۲}$ و $\vec{F}_{۳}$ نیروی خالص $\vec{F}$ شده است. بنابراین $\vec{F}_{۲}$ و $\vec{F}_{۳}$ مؤلفه‌های F در دو امتداد AB و CB هستند. از این‌رو نیروی $\vec{F}$ را در این دو امتداد تجزیه می‌کنیم.



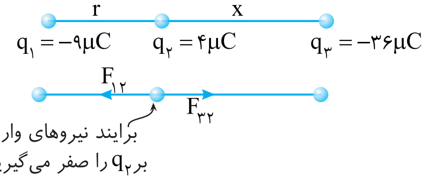
مشاهده می‌شود که $F_{۲}$ بزرگ‌تر از $F_{۳}$ است. پس بار $q_{۲}$ بزرگ‌تر از $q_{۳}$ است. ضمن اینکه $q_{۲}$، $q_{۱}$ را می‌رباید، پس $q_{۱}$ و $q_{۲}$ ناهمنام هستند و $q_{۳}$، $q_{۱}$ را می‌راند، بنابراین دو بار $q_{۱}$ و $q_{۳}$ همنام هستند. برای یادآوری تجزیه کردن بردار روی دو امتداد یادداشت ریاضی زیر که از کتاب ریاضی هشتم است را مطالعه کنید.

B ۱۲۷ (۴)

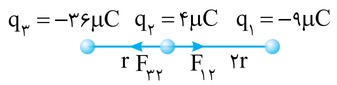
خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای $q_{۳}$ و $q_{۱}$ را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار $q_{۲}$ و $q_{۱}$ را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

۱) با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر $q_{۲}$ را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار $q_{۱}$ و $q_{۳}$ به بار $q_{۲}$ وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_{۱}|q_{۲}}{r^{۲}}=k\frac{|q_{۳}|q_{۲}}{x^{۲}}\Rightarrow\frac{۹}{r^{۲}}=\frac{۳۶}{x^{۲}}\Rightarrow\frac{x^{۲}}{r^{۲}}=۴\Rightarrow x=۲r$$



۲) جای بارهای $q_{۱}$ و $q_{۳}$ را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار $q_{۲}$ را حساب می‌کنیم:



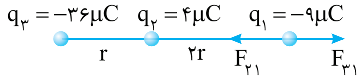
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{(۲r)^{۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_{۳}||q_{۲}|}{(r)^{۲}}\Rightarrow F_{۳۲}=k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^{۲}}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

دو بردار $F_{۳۲}$ و $F_{۱۲}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر $q_{۲}$ برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_{۲}|=\underbrace{|\vec{F}_{۱۲}-\vec{F}_{۳۲}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow|\vec{F}_{۲}|=\frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}=\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

۳) نیروی خالص وارد بر بار $q_{۱}$ را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{۲۱}|=|\vec{F}_{۱۲}|=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_{۱}||q_{۳}|}{(۳r)^{۲}}\Rightarrow F_{۳۱}=k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^{۲}}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

دو بردار $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_{۱}|=\underbrace{|\vec{F}_{۳۱}-\vec{F}_{۲۱}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow F_{۱}=\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}$$

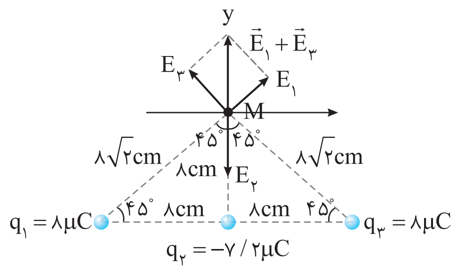
۴) حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{۲}}{F_{۱}}=\frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^{۲}}}=۵$$

B ۱۲۸ (۴)

میدان حاصل از بارهای $q_{۱}$ و $q_{۳}$ را در نقطهٔ M محاسبه می‌کنیم و چون اندازه بارهای $q_{۱}$ و $q_{۳}$ و فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ M با هم برابر است، $E_{۱}=E_{۳}$ است.

$$E_{۳}=E_{۱}=\frac{kq_{۱}}{r^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۸\times۱۰^{-۶}}{۶۴\times۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۱۶}\times۱۰^{۷}N/C$$



اندازهٔ میدان برایند $E_{۱}$ و $E_{۳}$ خواهد شد:

$$E_{۳۱}=|\vec{E}_{۳}+\vec{E}_{۱}|=\sqrt{E_{۱}^{۲}+E_{۳}^{۲}}=\frac{۹\sqrt{۲}}{۱۶}\times۱۰^{۷}=\frac{۱۲/۶}{۱۶}\times۱۰^{۷}N/C$$

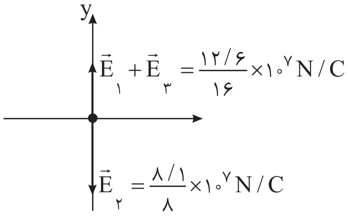
چون $E_{۱}$ و $E_{۳}$ هم‌اندازه هستند برایند آن در امتداد نیم‌ساز زاویهٔ بین آن‌ها و روی محور yها قرار می‌گیرد. اکنون میدان الکتریکی بار $q_{۲}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$E_{۲}=\frac{kq_{۲}}{r^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۷/۲\times۱۰^{-۶}}{۶۴\times۱۰^{-۴}}=\frac{۸/۱}{۸}\times۱۰^{۷}N/C$$

با توجه به شکل بزرگی میدان خالص برابر تفاضل دو میدان $\vec{E}_{۲}$ و $\vec{E}_{۳۱}$ است از این‌رو:

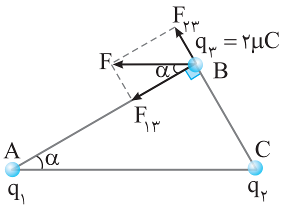
$$E_{T}=\frac{۸/۱}{۸}\times۱۰^{۷}-\frac{۱۲/۶}{۱۶}\times۱۰^{۷}=\frac{۳/۶}{۱۶}\times۱۰^{۷}$$

$$\Rightarrow E_{T}=\frac{۱/۸}{۸}\times۱۰^{۷}=\frac{۱۸}{۸}\times۱۰^{۶}\Rightarrow E_{T}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۶}N/C$$



B ۱۲۹ (۴)

خط فکری در سؤالاتی مانند شکل زیر که امتداد نیروها بر هم عمودند و جهت نیروی برایند مشخص شده است، باید با استفاده از تجزیه بردار برایند و استفاده از روابط مثلثاتی سؤال را حل کنیم (اخیراً از این مدل تست زیاد استفاده می‌شود.). روابط زیر را می‌توانید در حل اینگونه مسائل به‌کار ببرید.

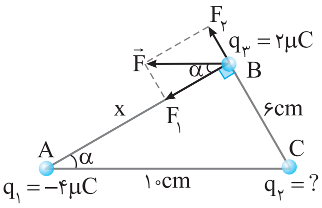


$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\ ,\ \sin\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F}\ ,\ \cos\alpha=\frac{F_{۱۳}}{F}$$

البته در مثلث ABC نیز این روابط را برای اضلاع مثلث می‌توانید بنویسید.

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB},\quad \sin\alpha=\frac{BC}{AC},\quad \cos\alpha=\frac{AB}{AC}$$

۱ ابتدا فاصلهٔ بار $q_{۱}$ از $q_{۳}$ را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AC^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}$$

$$\Rightarrow۱۰^{۲}=x^{۲}+۶^{۲}$$

$$\Rightarrow x=۸cm\Rightarrow AB=۸cm$$

۲ بارهای $q_{۱}$ و $q_{۳}$ ناهمنام هستند و $q_{۱}$ بر بار $q_{۳}$ نیروی ربایشی (جاذبه) وارد می‌کند و این نیرو روی ضلع AB و به سوی $q_{۱}$ است.

۳ نیروی F را روی امتداد اضلاع AB و BC تجزیه می‌کنیم. نیروی $F_{۲}$ که در امتداد BC است، نیروی دافعه‌ای است که از سوی بار $q_{۲}$ بر بار $q_{۳}$ وارد شده است، بنابراین $q_{۲}$ و $q_{۳}$ همنام هستند و بار $q_{۲}$ مثبت است.

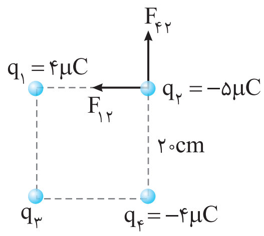
(۴) اگر زاویهٔ بین بردار F و بردار $F_۱$ را α بنامیم، با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

(۵) اکنون تانژانت α را برای نیروها نوشته از قانون کولن در آن جای‌گذاری کرده و $q_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{F_۲}{F_۱}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{k\frac{q_۲\times q_۳}{۶^۲}}{k\frac{q_۱\times q_۳}{۸^۲}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۶۴}{۳۶}\times\frac{q_۲}{۴}\Rightarrow q_۲=\frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

B ۱۳۰ (۴)



ابتدا نیروهایی را که بارهای $q_۱$ و $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کنند رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. البته حواسمان هست که چون بارهای $q_۱$ و $q_۴$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_۲$ برابر است، $F_{۱۲}$ با $F_{۴۲}$ برابر است.

$$F_{۴۲}=F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴/۵N$$

برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۴۲}$ را با توجه به جهت و اندازه‌های آن برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به‌صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

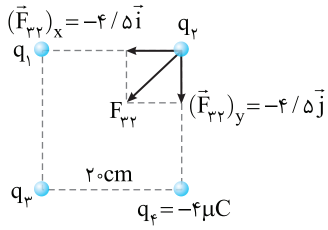
$$\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}=-۴/۵\vec{i}+۴/۵\vec{j}$$

با توجه به صورت مسئله نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر $-۹\vec{i}$ است. بنابراین:

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}+\vec{F}_{۳۲}\xrightarrow[\vec{F}=-۹\vec{i}]{\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}=-۴/۵\vec{i}-۴/۵\vec{j}}$$

$$-۹\vec{i}=-۴/۵\vec{i}+۴/۵\vec{j}+\vec{F}_{۳۲}\Rightarrow\vec{F}_{۳۲}=-۴/۵\vec{i}-۴/۵\vec{j}$$

بنابراین نیرویی که $q_۳$ به $q_۲$ وارد می‌کند مطابق شکل زیر است.



(۱) نیروی $\vec{F}_{۳۲}$ ربایشی است پس بارهای $q_۲$ و $q_۳$ ناهمنام بوده و $q_۳$ مثبت است.

(۲) اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{۳۲}$ برابر است با:

$$F_{۳۲}=\sqrt{(F_{۳۲})_x^۲+(F_{۳۲})_y^۲}=۴/۵\sqrt{۲}N$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲}\xrightarrow[r_{۲۳}=\sqrt{۲۰^۲+۲۰^۲}=۲۰\sqrt{۲}cm]{\text{فاصله } q_۲ \text{ و } q_۳ \text{ برابر قطر مربع}}$$

$$۴/۵\sqrt{۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۳\times۵\times۱۰^{-۶}}{۸۰۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۳=۸\sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}C=۸\sqrt{۲}\mu C$$

روش دوم: البته با کمی فکر کردن نیز می‌توانیم بردار $\vec{F}_{۳۲}$ را به دست آوریم.

نیروی برایند $\vec{F}=-۹\vec{i}$ مؤلفه قائم ندارد. بنابراین مؤلفه قائم نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند.

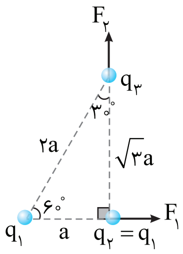
$$F_{(۳۲)y}=F_{۴۲}=۴/۵N$$

نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند ربایشی و مقدار آن $۴/۵N$ و در خلاف جهت محور xهاست، یعنی $\vec{F}_{۱۲}=-۴/۵\vec{i}$ بنابراین مؤلفهٔ x نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند نیز باید برابر $\vec{F}_{(۳۲)x}=-۴/۵\vec{i}$ باشد، در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l}(F_{۳۲})_y=F_{۴۲}\Rightarrow(F_{۳۲})_y=۴/۵N\\(F_{۳۲})_x+F_{۱۲}=۹N\Rightarrow(F_{۳۲})_x=۴/۵N\end{array}\right.\Rightarrow F_{۳۲}=\sqrt{۴/۵^۲+۴/۵^۲}=۴/۵\sqrt{۲}N$$

با توجه به اینکه نیروی $F_{۳۲}$ نیروی ربایشی است پس $q_۲$ و $q_۳$ مختلف‌العلامت هستند و $q_۳$ مثبت است. در ادامه مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم.

B ۱۳۱ (۱)



خط فکری ابتدا باید با توجه به زاویه‌های داده شده برای مثلث قائم‌الزاویه می‌توان طول ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه را به‌دست آورد. اگر فاصلهٔ بار $q_۲$ از بار $q_۱$ را a بگیریم با توجه به اینکه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است پس فاصلهٔ بار $q_۱$ تا بار $q_۳$ برابر ۲a است و ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر بوده و فاصلهٔ بین $q_۲$ تا $q_۳$، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲a=\sqrt{۳}a$ است. اکنون نیروهایی که $q_۱$ بر $q_۲$ و $q_۲$ بر $q_۳$ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم و با توجه به فرض مسئله $(F_۱=F_۲)$ آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۱|}{a^۲}\\F_۲=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۳}a)^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۲=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\end{cases}$$

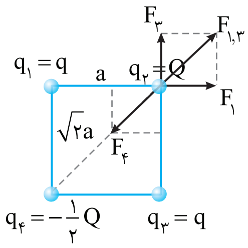
$$\Rightarrow F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{q_۱^۲}{a^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\Rightarrow|q_۳|=۳|q_۱|$$

حال نیرویی را که $q_۱$ به $q_۳$ وارد می‌کند حساب می‌کنیم و مقدار آن را برحسب $F_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۲a)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{|q_۱|\times|۳q_۱|}{۴a^۲}\Rightarrow F'=\frac{۳}{۴}k\frac{q_۱^۲}{a^۲}\xrightarrow{F_۱=k\frac{q_۱^۲}{a^۲}}F'=\frac{۳}{۴}F_۱$$

B ۱۳۲ (۲)

خط فکری (۱) بر حل مسئله باید دقت کنید که نوع بارها چگونه باشد تا برایند نیروها صفر شود و همیشه از جایی شروع کنید که جهت نیرو مشخص است که در این مسئله شما باید از نیرویی که $q_۴$ بر $q_۲$ وارد می‌کند، شروع کنید زیرا می‌دانیم این دو بار همنام هستند و می‌توانیم جهت $F_۴$ را مشخص کنیم و سپس به حل مسئله بپردازیم.



بارهای $q_۲$ و $q_۴$ ناهمنام هستند و نیروی وارد بر $q_۲$ از طرف $q_۴$ ربایشی (جاذبه) است. بنابراین باید بارهای q و Q همنام باشند و نیروی بین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و نیروی بین بارهای $q_۳$ و $q_۲$ رانشی باشد تا برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ صفر شود.

از طرفی بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هم‌اندازه هستند و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۲=Q$ برابر است، بنابراین نیرویی که این دو بار بر بار $q_۲$ وارد می‌کنند یکسان است $(F_۱=F_۲)$. به شکل نگاه کنید. برایند $F_۱$ و $F_۲$ نیرویی است که در امتداد قطر مربع است $(F_{۱۳})$ و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۱۳}=\sqrt{۲}F=\sqrt{۲}(k\frac{qQ}{a^۲})$$

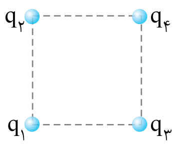
نیرویی را که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند به‌دست می‌آوریم:

$$F_۴=k\frac{\frac{۱}{۲}Q\times Q}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{Q^۲}{a^۲}$$

اکنون نیروهای $F_{۱۳}$ و $F_{۴}$ را مساوی قرار می‌دهیم. البته هنوز یادمان هست که q و Q همنام هستند.

$$\sqrt{۲}(\frac{kqQ}{a^{۲}})=\frac{۱}{۴}k\frac{Q^{۲}}{a^{۲}}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}q}{۱}=\frac{Q}{۴}\Rightarrow\frac{Q}{q}=۴\sqrt{۲}$$

میانبر هرگاه در چهار رأس مربع بارهایی قرار گیرند تا برایند نیروهای وارد بر بار موجود در یک رأس (مثلاً $q_{۴}$) صفر شود:



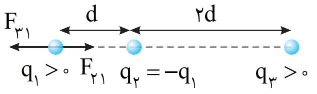
(۱) باید دو بار مجاور یعنی $q_{۲}$ و $q_{۳}$ همنام باشند.

(۲) می‌توان ثابت کرد $\frac{q_{۱}}{q_{۲}}=-۲\sqrt{۲}$

C ۱۳۳ (۴)

خط‌فکری مسیر مشخص است باید برایند نیروهای وارد بر $q_{۱}$ و $q_{۲}$ را حساب کنید و نیروها را برابر قرار دهید. اما محاسبات طولانی و با دقت در انتظار شما است.

(۱) بررسی نیروی وارد بر $q_{۱}$:



بار $q_{۲}$، بار $q_{۱}$ را می‌رباید اما با $q_{۳}$، بار $q_{۱}$ را می‌راند. نیروی وارد بر بار $q_{۱}$ از طرف بار $q_{۲}$ برابر است با:

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_{۲}||q_{۱}|}{r^{۲}}\xrightarrow{q_{۲}=-q_{۱}}F_{۲۱}=k\frac{q_{۱}^{۲}}{d^{۲}}$$

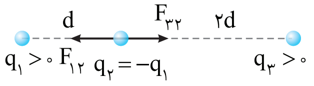
نیروی وارد بر بار $q_{۱}$ از طرف بار $q_{۳}$ برابر است با:

$$F_{۳۱}=\frac{k|q_{۳}||q_{۱}|}{r^{۲}}\xrightarrow{r=۳d}F_{۳۱}=k\frac{|q_{۳}||q_{۱}|}{۹d^{۲}}$$

نیروی خالص وارد بر بار $q_{۱}$ برابر خواهد شد با:

$$F_{۱}=|F_{۲۱}-F_{۳۱}|=k\frac{q_{۱}^{۲}}{d^{۲}}-k\frac{|q_{۳}||q_{۱}|}{۹d^{۲}}=\frac{kq_{۱}}{d^{۲}}|q_{۱}-\frac{۱}{۹}q_{۳}|$$

(۲) بررسی نیروی وارد بر $q_{۲}$:



نیرویی که $q_{۱}$ بر $q_{۲}$ وارد می‌کند همان نیروی $q_{۲}$ بر $q_{۱}$ است. $F_{۱۲}=k\frac{q_{۱}^{۲}}{d^{۲}}$

نیرویی که $q_{۳}$ بر $q_{۲}$ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_{۲}||q_{۳}|}{(۲d)^{۲}}\xrightarrow{q_{۲}=-q_{۱}}F_{۳۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{q_{۱}q_{۳}}{d^{۲}}$$

نیروی خالص وارد بر بار $q_{۲}$ برابر است با:

$$F_{۲}=|F_{۱۲}-F_{۳۲}|=|\frac{kq_{۱}^{۲}}{d^{۲}}-\frac{۱}{۴}k\frac{q_{۱}q_{۳}}{d^{۲}}|=\frac{kq_{۱}}{d^{۲}}(q_{۱}-\frac{۱}{۴}q_{۳})$$

حال دو نیرو را برابر قرار می‌دهیم. $F_{۱}=F_{۲}\Rightarrow\frac{kq_{۱}}{d^{۲}}|q_{۱}-\frac{۱}{۹}q_{۳}|=\frac{kq_{۱}}{d^{۲}}|q_{۱}-\frac{۱}{۴}q_{۳}|$

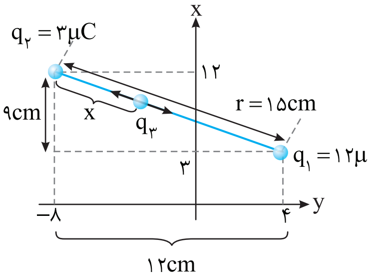
$$|q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۹}|=|q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۴}|\Rightarrow\begin{cases}q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۹}=q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۴} & \text{غ ق ق}\\ q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۹}=-(q_{۱}-\frac{q_{۳}}{۴})\Rightarrow ۲q_{۱}=\frac{q_{۳}}{۴}+\frac{q_{۳}}{۹}\end{cases}$$

$$۲q_{۱}=\frac{۹q_{۳}+۴q_{۳}}{۳۶}\Rightarrow ۲q_{۱}=\frac{۱۳q_{۳}}{۳۶}\Rightarrow\frac{q_{۳}}{q_{۱}}=\frac{۲\times۳۶}{۱۳}=\frac{۷۲}{۱۳}$$

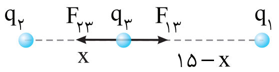
B ۱۳۴ (۳)

خط‌فکری به ظاهر تست نگاه نکنید، در واقع مسئله این است که دو بار $q_{۱}$ و $q_{۲}$ بر بار $q_{۳}$ نیرو وارد می‌کنند و نیروی خالص وارد بر $q_{۳}$ صفر است. بنابراین بارهای $q_{۱}$، $q_{۲}$ و $q_{۳}$ روی یک خط راست قرار دارند. دو بار $q_{۱}$ و $q_{۲}$ هم‌علامت‌اند پس باید بار $q_{۳}$ بین این دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی $q_{۲}$ باشد تا برایند نیروهای وارد بر $q_{۳}$ صفر شود. ابتدا فاصلهٔ بین $q_{۱}$ و $q_{۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$r=\sqrt{۱۲^{۲}+۹^{۲}}=۳\sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}}=۳\times۵=۱۵cm$$



برای آن‌که مسئله را راحت بفهمیم شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



برایند نیروهای وارد بر $q_{۳}$ صفر است پس باید اندازهٔ نیروهایی که $q_{۱}$ و $q_{۲}$ بر بار $q_{۳}$ وارد می‌کنند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

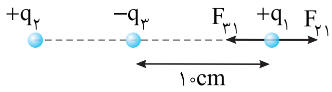
$$F_{۲۳}=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{q_{۲}q_{۳}}{(x)^{۲}}=k\frac{q_{۱}q_{۳}}{(۱۵-x)^{۲}}\xrightarrow{\text{k و }q_{۳}\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}$$

$$\frac{۳}{x^{۲}}=\frac{۱۲}{(۱۵-x)^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۱۵-x}\Rightarrow ۱۵-x=۲x\Rightarrow x=۵cm$$

بنابراین بار $q_{۳}$ در فاصلهٔ ۵cm بار $q_{۲}$ و در فاصلهٔ ۱۰cm بار $q_{۱}$ قرار دارد. با توجه به فرض مسئله که نیروی خالص وارد بر هر ذره صفر است باید نیروهایی که بارهای $q_{۲}$ و $q_{۳}$ بر بار $q_{۱}$ وارد می‌کنند برابر و خلاف جهت هم باشد تا یکدیگر را خنثی کنند. از این‌رو بار $q_{۳}$ باید منفی باشد تا بار $+q_{۱}$ را برباید. با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_{۱}$ از طرف بارهای $q_{۲}$ و $q_{۳}$، بار $q_{۳}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۳۱}=F_{۲۱}\Rightarrow k\frac{|q_{۳}||q_{۱}|}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^{۲}}=k\frac{|q_{۲}||q_{۱}|}{(۱۵\times۱۰^{-۲})^{۲}}\Rightarrow\frac{|q_{۳}|}{۱۰^{+۲}}=\frac{۳\times۱۰^{-۶}}{۱۵^{۲}}$$

$$\Rightarrow|q_{۳}|=\frac{۱۰۰}{۷۵}\times۱۰^{-۶}C=\frac{۴}{۳}\mu C\Rightarrow q_{۳}=-\frac{۴}{۳}\mu C$$



A ۱۳۵ (۲)

خط‌فکری یک بار میدان الکتریکی در فاصلهٔ r و بار دیگر میدان الکتریکی را در فاصلهٔ r+۱۰cm بنویسید و میدان‌ها را بر هم تقسیم کنید.

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

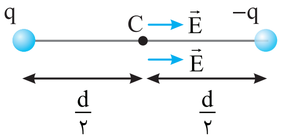
$$\begin{cases}E_{۱}=k\frac{q_{۱}}{r_{۱}^{۲}}\\ E_{۲}=k\frac{q_{۱}}{r_{۲}^{۲}}\end{cases}\Rightarrow\frac{E_{۲}}{E_{۱}}=(\frac{r_{۱}}{r_{۲}})^{۲}\Rightarrow\frac{۱۶۰}{۲۵۰}=(\frac{r}{r+۱۰})^{۲}$$

$$\frac{۴}{۵}=\frac{r}{r+۱۰}\Rightarrow ۴r+۴۰=۵r\Rightarrow r=۴۰cm$$

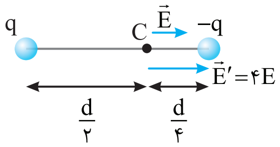
B ۱۳۶ (۳)

خط‌فکری فاصلهٔ بار از یک نقطه با میدان حاصل از بار در آن نقطه رابطه عکس و مجذوری دارد، مثلاً اگر فاصله را دو برابر کنیم، میدان $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

۱) با توجه به علامت بارها جهت میدان حاصل از دو بار در نقطهٔ C هم‌جهت هم بوده و میدان خالص در این نقطه برابر مجموع میدان هر یک از بارها، یعنی برابر ۲E می‌شود.



۲) وقتی یکی از بارها، $\frac{d}{۴}$ به دیگری نزدیک می‌شود، فاصلهٔ آن بار از نقطهٔ C نصف ($\frac{۱}{۲}$ برابر) می‌شود و میدان مربوط به آن بار، ۴ برابر می‌شود.



در این صورت میدان خالص $E+۴E=۵E$ شده که نسبت به حالت اول میدان ۲/۵ برابر می‌شود. $(\frac{۵E}{۲E}=۲/۵)$

A ۱۳۷ ④

خط فکری ابتدا میدان هر بار را در نقطهٔ A به‌دست آورده و با توجه به جهت آن بردار میدان را بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم. اگر میدان‌ها در راستای محور y باشد، بر حسب $\vec{j}$ و اگر میدان‌ها در راستای محور x باشند بر حسب $\vec{i}$ نوشته می‌شوند.

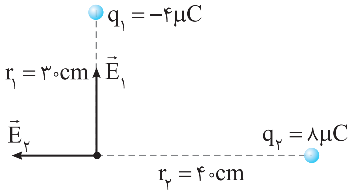
اندازهٔ میدان‌های دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۵N/C$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱۶۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴/۵\times۱۰^۵N/C$$

میدان $E_۱$ در جهت مثبت محور yها و میدان $E_۲$ در جهت منفی محور xها است. در نتیجه:

$$\vec{E}=E_۲\vec{i}+E_۱\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=-۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}+۴\times۱۰^۵\vec{j}$$



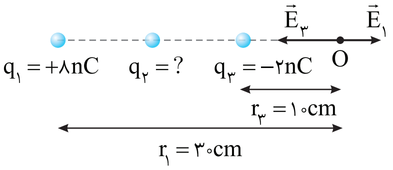
B ۱۳۸ ①

خط فکری ابتدا میدان حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم.

توجه کنید که اندازهٔ میدان خالص داده شده است اما جهت آن را نمی‌دانیم، یعنی میدان خالص در نقطهٔ O می‌تواند دو حالت زیر را داشته باشد.

① ۱۰۰N/C در جهت راست ② ۱۰۰N/C در جهت چپ

اندازه میدان حاصل از $q_۱$ و $q_۳$ را در نقطهٔ O که به ترتیب $E_۱$ و $E_۳$ می‌نامیم را به‌دست می‌آوریم و با توجه به علامت بارها جهت این دو میدان را مشخص می‌کنیم:



(میدان مثبت در هر نقطه به سمت خارج بار و میدان بار منفی در هر نقطه به سمت بار است.)

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۹}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۸\times۱۰^۲=۸۰۰N/C$$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r_۳^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}=۱۸\times۱۰^۲=۱۸۰۰N/C$$

$\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ خلاف جهت هم‌اند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$\vec{E}_{۱۳}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۳\xrightarrow{\text{خلاف جهت هم}}E_{۱۳}=E_۳-E_۱=۱۰۰۰N/C$$

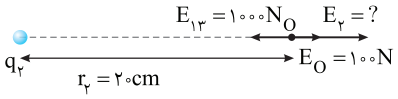
جهت میدان $E_{۱۳}$ به سمت بردار بزرگ‌تر $(\vec{E}_۳)$ یعنی به سمت چپ است. حال دو حالت را بررسی می‌کنیم.

① میدان $E_{۱۳}$ به سمت چپ است. اگر میدان خالص در O به سمت راست باشد یعنی $|\vec{E}_{۱۳}|>|\vec{E}_۲|$ است و $\vec{E}_۲$ نیز به سمت راست خواهد بود. از این‌رو میدان برایند در نقطه O از تفاضل $E_{۱۳}$ و $E_۲$ که در خلاف جهت هم هستند به‌دست می‌آید.

$$E_O=E_۲-E_{۱۳}\Rightarrow۱۰۰=E_۲-۱۰۰۰\Rightarrow E_۲=۱۱۰۰N/C$$

اکنون $q_۲$ را حساب می‌کنیم.

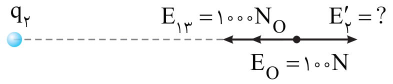
$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow۱۱۰۰=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۲}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۲=\frac{۴۴}{۹}\times۱۰^{-۹}=\frac{۴۴}{۹}nC$$



② اگر میدان خالص ۱۰۰N/C به سمت چپ باشد:

$$E_O=E_{۱۳}-E'_۲\Rightarrow۱۰۰=۱۰۰۰-E'_۲\Rightarrow E'_۲=۹۰۰N/C$$

$$\xrightarrow[\text{پس } q_۲ \text{ مثبت است}]{E'_۲ \text{ به سمت راست است}}۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۲}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}=۹۰۰\Rightarrow q_۲=۴\times۱۰^{-۹}C=۴nC$$



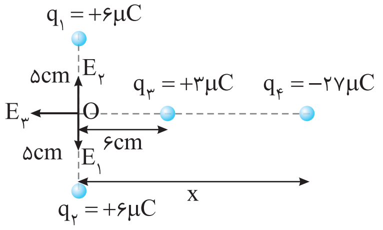
A ۱۳۹ ①

به شکل ترسناک مسأله نگاه نکنید! مسأله ساده‌ای است که در نگاه اول شما را به اشتباه می‌اندازد. اندازهٔ میدان الکتریکی بارهای یکسان $q_۱=q_۲=+۶\mu C$ که در فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ O قرار دارند برابر است و این میدان‌ها در خلاف جهت هم بوده و میدان الکتریکی برایند آن‌ها در نقطهٔ O صفر است.

در واقع سؤال این است که بار $q_۴$ در چه فاصله‌ای از O قرار گیرد تا برایند میدان‌های $q_۳$ و $q_۴$ در O صفر شود. فاصله بار $q_۴$ را در حالت جدید از O برابر x در نظر می‌گیریم و میدان‌ها را در O برابر قرار می‌دهیم.

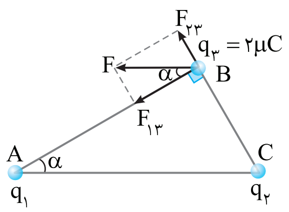
$$E_۳=E_۴\Rightarrow k\frac{q_۳}{۶^۲}=k\frac{q_۴}{x^۲}\Rightarrow\frac{۳}{۳۶}=\frac{۲۷}{x^۲}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{x}\Rightarrow x=۱۸cm$$

فاصلهٔ بار $q_۴$ از O در حالت اول $۶+۸=۱۴cm$ بوده است و اکنون فاصلهٔ $q_۴$ تا O باید ۱۸cm شود یعنی بار $q_۴$، ۴cm به سمت راست منتقل شود.



B ۱۴۰ ④

خط فکری در سؤالاتی مانند شکل زیر که امتداد نیروها بر هم عمودند و جهت نیروی برایند مشخص شده است، باید با استفاده از تجزیه بردار برایند و استفاده از روابط مثلثاتی سؤال را حل کنیم (اخیراً از این مدل تست زیاد استفاده می‌شود.). روابط زیر را می‌توانید در حل اینگونه مسائل بکار ببرید.

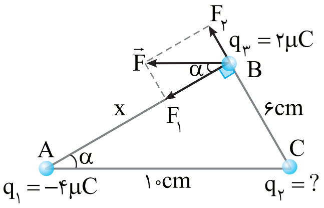


$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\ ,\ \sin\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F}\ ,\ \cos\alpha=\frac{F_{۱۳}}{F}$$

البته در مثلث ABC نیز این روابط را برای اضلاع مثلث می‌توانید بنویسید.

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB},\quad\sin\alpha=\frac{BC}{AC},\quad\cos\alpha=\frac{AB}{AC}$$

① ابتدا فاصلهٔ بار $q_{۱}$ از $q_{۳}$ را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AC^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}$$
$$\Rightarrow ۱۰^{۲}=x^{۲}+۶^{۲}$$
$$\Rightarrow x=۸cm \Rightarrow AB=۸cm$$

② بارهای $q_{۱}$ و $q_{۳}$ ناهمنام هستند و $q_{۱}$ بر بار $q_{۳}$ نیروی ربایشی (جاذبه) وارد می‌کند و این نیرو روی ضلع AB و به سوی $q_{۱}$ است.

③ نیروی F را روی امتداد اضلاع AB و BC تجزیه می‌کنیم. نیروی $F_{۲}$ که در امتداد BC است، نیروی دافعه‌ای است که از سوی بار $q_{۲}$ بر بار $q_{۳}$ وارد شده است، بنابراین $q_{۲}$ و $q_{۳}$ همنام هستند و بار $q_{۲}$ مثبت است.

④ اگر زاویهٔ بین بردار F و بردار $F_{۱}$ را α بنامیم، با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

⑤ اکنون تانژانت α را برای نیروها نوشته از قانون کولن در آن جای‌گذاری کرده و $q_{۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{F_{۲}}{F_{۱}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{k\frac{q_{۲}\times q_{۳}}{۶^{۲}}}{k\frac{q_{۱}\times q_{۳}}{۸^{۲}}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۶۴}{۳۶}\times\frac{q_{۲}}{۴}\Rightarrow q_{۲}=\frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

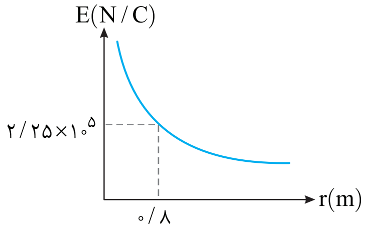
B ۱۴۱ ③

با توجه به نمودار در مکان $r_{۱}=۰/۸m$، میدان الکتریکی $E_{۱}=۲/۲۵\times۱۰^{۵}N/C$ است. در مکان $r_{۲}=۰/۹m$ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}E_{۱}=k\frac{q}{r_{۱}^{۲}}\\E_{۲}=k\frac{q}{r_{۲}^{۲}}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{E_{۲}}{E_{۱}}=(\frac{r_{۱}}{r_{۲}})^{۲}\Rightarrow\frac{E_{۲}}{۲/۲۵\times۱۰^{۵}}=(\frac{۰/۸}{۰/۹})^{۲}\Rightarrow E_{۲}=\frac{۱۶\times۱۰^{۵}}{۹}N/C$$

نیرویی که بر بار الکتریکی $q'=۹\mu C$ در این میدان وارد می‌شود برابر است با:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=۹\times۱۰^{-۶}\times\frac{۱۶\times۱۰^{۵}}{۹}=۱/۶N$$



B ۱۴۲ ①

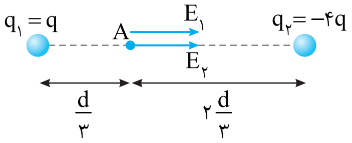
ابتدا میدان الکتریکی بارهای $q_{۱}=q$ و $q_{۲}=-۴q$ را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.

$$E_{۱}=\frac{kq}{(\frac{d}{۳})^{۲}}\Rightarrow E_{۱}=\frac{۹kq}{d^{۲}}\quad,\quad E_{۲}=\frac{k(۴q)}{(\frac{۲d}{۳})^{۲}}\Rightarrow E_{۲}=\frac{۹}{۴}(\frac{k\times۴q}{d^{۲}})=۹\frac{kq}{d^{۲}}$$

بنابراین $E_{۱}$ و $E_{۲}$ در نقطهٔ A هم‌اندازه هستند. میدان‌های $\vec{E}_{۱}$ و $\vec{E}_{۲}$ در نقطهٔ A هم‌جهت و به سمت راست‌اند و میدان خالص در نقطه A، جمع میدان‌های $\vec{E}_{۱}$ و $\vec{E}_{۲}$ است $(\vec{E}_{T}=\vec{E}_{۱}+\vec{E}_{۲})$ در صورت سؤال میدان خالص در نقطهٔ A را E معرفی کرده است، از این‌رو:

$$\vec{E}=\vec{E}_{۱}+\vec{E}_{۲}\xrightarrow{\vec{E}_{۱}=\vec{E}_{۲}}\vec{E}=۲\vec{E}_{۱}\Rightarrow\vec{E}_{۱}=\frac{\vec{E}}{۲},\vec{E}_{۲}=\frac{\vec{E}}{۲}$$

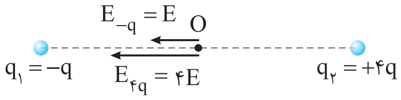
با حذف بار $q_{۱}=q$ تنها بار $q_{۲}=-۴q$ باقی می‌ماند که میدان الکتریکی آن در نقطهٔ A برابر $\frac{\vec{E}}{۲}$ است.



B ۱۴۳ ②

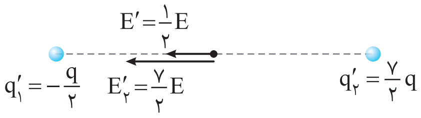
حالت اول: میدان الکتریکی بار $q_{۱}=-q$ را در نقطهٔ O، وسط d، E می‌نامیم. در این صورت میدان الکتریکی بار $q_{۲}=+۴q$ در همان نقطه $۴E_{۱}$ است (میدان با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد) در این صورت میدان خالص در نقطهٔ O که مسئله آن را $E_{۱}$ نامیده است خواهد شد:

$$E_{۱}=E+۴E\Rightarrow E_{۱}=۵E$$



حالت دوم: وقتی نصف بار $q_{۱}=-q$ را برمی‌داریم، بار آن برابر $q'_{۱}=\frac{-q}{۲}$ می‌شود و وقتی این مقدار بار منفی را به $q_{۲}$ منتقل می‌کنیم بار الکتریکی آن خواهد شد:

$$q'_{۲}=۴q+(-\frac{q}{۲})=\frac{۷}{۲}q$$



در این صورت میدان بار $q'_{۱}$ نصف میدان $E_{۱}$ $(-E'_{q_{۱}}=\frac{۱}{۲}E)$ و میدان بار $q'_{۲}=\frac{۷}{۴}q$ برابر $E'_{q'_{۲}}=\frac{۷}{۲}E$ می‌شود و میدان برایند خواهد شد:

$$E'_{۲}=\frac{۱}{۲}E_{۱}+\frac{۷}{۲}E=۴E$$

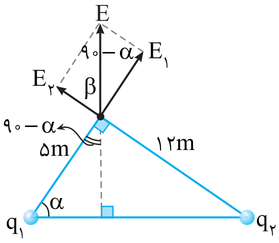
در نتیجه:

$$\frac{E_{۱}}{E_{۲}}=\frac{۵E}{۴E}=\frac{۵}{۴}$$

C ۱۴۴ ②

روش همیشگی یعنی تجزیه میدان الکتریکی E بر امتداد اضلاع مثلث را انجام می‌دهیم، تا جهت میدان‌های ناشی از بارهای الکتریکی $q_{۱}$ و $q_{۲}$ مشخص شود.

در شکل زیر زاویه α و زاویه β با هم برابراند و تانژانت آن‌ها نیز با هم یکسان و برابر است با:



$$\tan\alpha=\frac{۱۲}{۵},\tan\beta=\frac{E_{۱}}{E_{۲}}\Rightarrow\frac{E_{۱}}{E_{۲}}=\frac{۱۲}{۵}$$

$$\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^{۲}}}\Rightarrow\frac{k\frac{q_{۱}}{۵^{۲}}}{k\frac{q_{۲}}{۱۲^{۲}}}=\frac{۱۲}{۵}$$

$$\Rightarrow\frac{q_{۱}\times۱۲^{۲}}{q_{۲}\times۵^{۲}}=\frac{۱۲}{۵}\Rightarrow\frac{q_{۱}}{q_{۲}}=\frac{۵}{۱۲}$$

A ۱۴۵ ③

اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ $r_{۱}=۳۰cm$ به اندازهٔ $۱/۶\times۱۰^{۴}N/C$ کمتر از اندازهٔ میدان در فاصلهٔ $r_{۲}=۱۰cm$ است، یعنی $E_{۲}-E_{۱}=۱/۶\times۱۰^{۴}N/C$. از طرفی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^{۲}}$$

از این رو می‌توان به جای $E_{۱}$ و $E_{۲}$ مقدار آن‌ها یعنی $k\frac{q}{r_{۱}^{۲}}$ و $k\frac{q}{r_{۲}^{۲}}$ را در رابطه قرار داد.

$$E_۲-E_۱=۱/۶\times۱۰^{۴}\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^۲}}۹\times۱۰^{۹}\frac{q}{۱۰^{-۲}}-۹\times۱۰^{۹}\frac{q}{۹\times۱۰^{-۲}}=۱/۶\times۱۰^{۴}$$

$$۹\times۱۰^{۱۱}q-۱۰^{۱۱}q=۱/۶\times۱۰^{۴}\Rightarrow ۸\times۱۰^{۱۱}q=۱/۶\times۱۰^{۴}\Rightarrow q=\frac{۱/۶\times۱۰^{۴}}{۸\times۱۰^{۱۱}}$$

$$\Rightarrow q=۰/۲\times۱۰^{-۷}=۲\times۱۰^{-۸}C$$

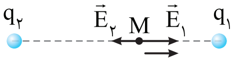
میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک‌متری برابر است با: $E=\frac{kq}{r^۲}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۸}}{۱}=۱۸۰N/C$

B ۱۴۶ (۴)

از ابتدا بگوییم که گزینهٔ (۴) کاندید اصلی پاسخ است، زیرا با توجه به مثبت و منفی بودن بار $q_۱$ و $q_۲$ و اینکه کدام یک از بارها بزرگ‌تر است هر حالتی ممکن است. برای همین حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم تا ادعای خود را ثابت کنیم.

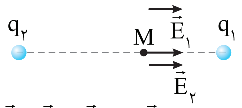
$\vec{E}$ برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ است و می‌تواند حالت‌های زیر را داشته باشد:

حالت اول: در این شکل $q_۲$ و $q_۱$ منفی هستند و $|q_۱|>|q_۲|$، بنابراین میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.



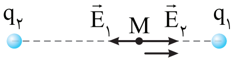
$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲\Rightarrow|\vec{E}|=E_۱-E_۲$$

حالت دوم: در این شکل $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت می‌باشد و برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۲) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲\Rightarrow|\vec{E}|=E_۱+E_۲$$

حالت سوم: در این شکل $q_۲$ و $q_۱$ مثبت هستند و $|q_۲|>|q_۱|$، بنابراین برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_۲+\vec{E}_۱\Rightarrow|\vec{E}|=E_۲-E_۱$$

B ۱۴۷ (۳)

بر بار $q_۳$ دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ به ترتیب از طرف دو بار $q_۱$ و $q_۲$ وارد می‌شود. این دو نیرو اگر هم‌جهت باشند برایند آن‌ها از جمع دو بردار به‌دست می‌آید $(F_۳=F_{۱۳}+F_{۲۳})$ یعنی نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ از هر یک از دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ بزرگ‌تر است. در حالی‌که در صورت مسئله بیان شده که نیروی برایند وارد بر $q_۳$ با نیرویی که $q_۱$ بر $q_۳$ وارد می‌کند برابر است $(F_۳=F_{۱۳})$، بنابراین دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌جهت نیستند و در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها از تفاضل‌شان به‌دست می‌آید. $F_۳=|F_{۱۳}-F_{۲۳}|$

از طرفی خلاف جهت هم بودن دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ بیان می‌کند که یکی از دوبار $q_۱$ و $q_۲$ بار $q_۳$ را دفع می‌کند و دیگری آن را جذب می‌کند؛ بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ باید ناهمنام باشند، پس $q_۲$ قطعاً دارای بار منفی است. اکنون مقدار بار $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=|F_{۲۳}-F_{۱۳}|\xrightarrow{F_T=F_{۱۳}\text{ فرض مسئله }}F_{۱۳}=|F_{۲۳}-F_{۱۳}|$$

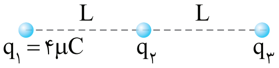
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}-F_{۱۳}\Rightarrow F_{۲۳}=۲F_{۱۳}\qquad(I)$$

$$-F_{۱۳}=F_{۲۳}-F_{۱۳}\Rightarrow F_{۲۳}=۰\qquad\text{غیر قابل قبول}$$

از قانون کولن در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$F_{۲۳}=۲F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}=۲k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{L^۲}=۲\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۴L^۲}$$

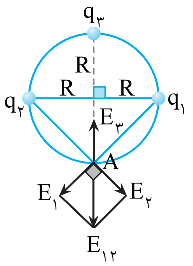
$$\Rightarrow|q_۲|=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_۲=-۲\mu C$$



۱۴۸ (۲)

۱) اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله $q_۳$ تا A برابر $۲R$ و فاصلهٔ $q_۱$ و $q_۲$ تا A برابر خواهد شد با:

$$R_{۱A}=R_{۲A}=\sqrt{R^۲+R^۲}=\sqrt{۲}R$$



۲) برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان $E_۳$ قرار گیرد. از طرفی برایند $E_۱$ و $E_۲$ باید هم‌اندازهٔ $E_۳$ و در خلاف جهت آن باشد. پس $q_۱$ و $q_۲$ همنام و با $q_۳$ ناهمنام هستند. اگر $q_۱$ و $q_۲$ را مثبت بگیریم، $q_۳$ منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_۱=E_۲=k\frac{|q_۱|}{(\sqrt{۲}R)^۲}\Rightarrow E_۱=E_۲=\frac{k|q_۱|}{۲R^۲}$$

$$E_۳=k\frac{|q_۳|}{(۲R)^۲}\Rightarrow E_۳=\frac{k|q_۳|}{۴R^۲}$$

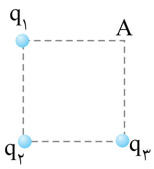
۳) برایند $E_۱$ و $E_۲$ خواهد شد:

$$E_{۱۲}=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}=\sqrt{۲}E_۱\Rightarrow E_{۱۲}=\sqrt{۲}\frac{k|q_۱|}{۲R^۲}$$

۴) سرانجام خواهیم داشت:

$$E_۳=E_{۱۲}\Rightarrow\frac{k|q_۳|}{۴R^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{۲R^۲}\Rightarrow\frac{|q_۳|}{|q_۱|}=۲\sqrt{۲}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که: $q_۱=q_۳\quad,\quad q_۲=-۲\sqrt{۲}q_۱$



در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

A ۱۴۹ (۳)

با توجه به رابطه $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ بردار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

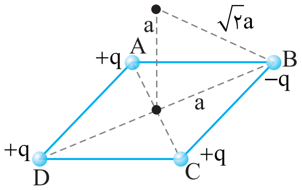
$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\xrightarrow[q=۲\times۱۰^{-۶}C]{\vec{F}=۱۰/۸\vec{i}-۱۴/۴\vec{j}}\vec{E}=\frac{۱۰/۸\vec{i}-۱۴/۴\vec{j}}{۲\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=۵/۴\times۱۰^{۶}\vec{i}-۷/۲\times۱۰^{۶}\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(۵/۴\times۱۰^{۶})^۲+(۷/۲\times۱۰^{۶})^۲}=۹\times۱۰^{۵}\sqrt{(۶)^۲+(۸)^۲}=۹\times۱۰^{۶}N/C$$

D ۱۵۰ (۱)

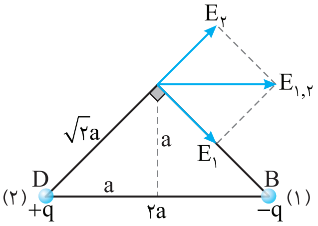


قطر مربع $\sqrt{۲}$ برابر ضلع آن است، بنابراین قطر مربع $\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}a=۲a$ است. فاصلهٔ وسط مربع از هر بار، a و هم‌چنین فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از مرکز مربع a است، پس فاصلهٔ هر بار از نقطهٔ مورد نظر خواهد شد:

$$\sqrt{a^۲+a^۲}=\sqrt{۲}a$$

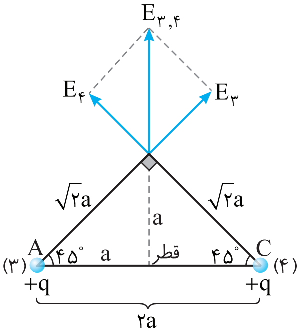
اندازهٔ میدان هر بار برابر است با:

$$E=\frac{kq}{(\sqrt{۲}a)^{۲}}=\frac{kq}{۲a^{۲}}$$



میدان بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در یک صفحه قرار دارند و بر هم عمودند. برایند آن‌ها در جهت محور افقی است:

$$E_{۱,۲}=\sqrt{۲}\frac{kq}{۲a^{۲}}$$



میدان بارهای $q_۳$ و $q_۴$ در یک صفحه قرار دارند و بر هم عمودند. برایند آن‌ها در جهت محور قائم است:

$$E_{۳,۴}=\sqrt{۲}\frac{kq}{۲a^{۲}}$$

میدان برایند برابر می‌شود با:

$$E_T=\sqrt{E_{۱,۲}^{۲}+E_{۳,۴}^{۲}}=\sqrt{۲(\frac{kq}{۲a^{۲}})^{۲}+۲(\frac{kq}{۲a^{۲}})^{۲}}\Rightarrow E_T=\frac{kq}{a^{۲}}$$

A ۱۵۱ ②

یادآوری ۱ کار نیروی ثابت برابر است با: $W=Fd\cos\theta$ که در آن F نیرو، d جابه‌جایی و θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است و اگر θ زاویهٔ حاده $(\theta<۹۰^{\circ})$ باشد، کار نیرو مثبت و اگر θ زاویهٔ باز (منفرجه $۹۰<\theta<۱۸۰$) باشد، کار نیرو منفی است و اگر $\theta=۹۰^{\circ}$ باشد کار نیرو صفر است.

یادآوری ۲ هر گاه جسم ساکن تحت تأثیر نیروی ثابت به حرکت در آید، جسم در جهت نیرو حرکت خواهد کرد و کار نیرو مثبت است.

ذره در میدان الکتریکی، تحت تأثیر میدان از حال سکون شروع به حرکت کرده است. بنابراین، ذره در جهت نیروی الکتریکی شروع به حرکت کرده و چون نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی مثبت است.

B ۱۵۲ ②

تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است، با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{W_t=W_E}W_E=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰^{-۳}(۱۰۰-۰)\Rightarrow W_E=۵\times ۱۰^{-۳}J$$

از طرفی می‌دانیم، $W_E=-\Delta U$ ، بنابراین $\Delta U=-۵\times ۱۰^{-۳}J$ است پس:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow \Delta V=\frac{۵\times ۱۰^{-۳}}{۲۵\times ۱۰^{-۶}}=-۲۰۰V$$

$$\Rightarrow \Delta V=V_B-V_A=-۲۰۰\Rightarrow V_B-۱۰۰=-۲۰۰\Rightarrow V_B=-۱۰۰V$$

A ۱۵۳ ④

بار منفی از A تا B خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و تغییر انرژی پتانسیل آن منفی است $(\Delta U=-۵mJ)$. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت.

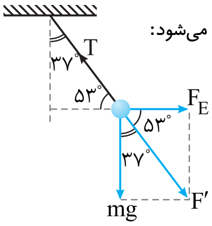
$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow \Delta V=\frac{-۵\times ۱۰^{-۳}}{-۵۰\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow \Delta V=۱۰۰V$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی تفاضل پتانسیل مکان نهایی و پتانسیل مکان اولیه:

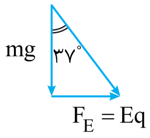
$$\Delta V=۱۰۰V\Rightarrow V_B-V_A=۱۰۰\Rightarrow V_B-۱۲۰=۱۰۰\Rightarrow V_B=۲۲۰V$$

C ۱۵۴ ④

خط فکری ابتدا با توجه به تعادل گلولهٔ باردار درون میدان الکتریکی باید اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب کرد و در گام بعد با توجه به فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری داده شده و میدان الکتریکی به‌دست آمده، اختلاف پتانسیل الکتریکی $(V=Ed)$ را حساب کرد.



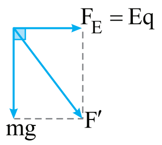
① به گلوله سه نیروی الکتریکی، وزن و کشش نخ وارد می‌شود:



$$\tan ۳۷^{\circ}=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{Eq}{mg}$$

$$\frac{۳}{۴}=\frac{Eq}{mg}\Rightarrow mg=\frac{۴}{۳}Eq$$

دو نیروی F_E و mg بر هم عمودند بنابراین F' که برایند این دو نیرو است را حساب می‌کنیم:



$$F'=\sqrt{(Eq)^{۲}+(mg)^{۲}}\xrightarrow{mg=\frac{۴}{۳}Eq}F'=\sqrt{(Eq)^{۲}+\frac{۱۶}{۹}(Eq)^{۲}}$$

$$F'=\sqrt{\frac{۲۵}{۹}(Eq)^{۲}}\Rightarrow F'=\frac{۵}{۳}Eq$$

برای اینکه گلوله در تعادل باشد باید نیروهای خلاف جهت F' و T (کشش نخ) با هم برابر باشند:

$$T'=F'\xrightarrow{F'=\frac{۵}{۳}qE}۰/۱=\frac{۵}{۳}\times E\times ۴۰\times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۰/۳}{۲۰۰\times ۱۰^{-۶}}=\frac{۳۰۰۰}{۲}=۱۵۰۰\frac{N}{C}$$

② حال اختلاف پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=Ed\Rightarrow \Delta V=۱۵۰۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۱۵۰V$$

A ۱۵۵ ①

وقتی رسانای خنثی را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌دهیم، بار طوری روی سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی می‌کند. در این شکل درون کره در اثر میدان خارجی، یک میدان الکتریکی در اثر بارهای القایی ایجاد شده بنابراین این کره رساناست و در اجسام رسانا پتانسیل در نقاط مختلف یکسان است و با حرکت روی رسانا و درون آن پتانسیل ثابت می‌ماند.

B ۱۵۶ ①

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_۰A}{d}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$C_{\text{میکا}}=\frac{۷}{۰/۳\times ۱۰^{-۳}}\varepsilon_۰A=\frac{۷\times ۱۰^{۴}}{۳}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{شیشه}}=\frac{۵}{۰/۲\times ۱۰^{-۲}}\varepsilon_۰A=\frac{۵\times ۱۰^{۳}}{۲}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{پارافین}}=\frac{۲}{۰/۱\times ۱۰^{-۲}}\varepsilon_۰A=۲\times ۱۰^{۳}\varepsilon_۰A$$

$$C_{\text{پلاستیک}}=\frac{۳}{۰/۲\times ۱۰^{-۳}}\varepsilon_۰A=\frac{۳}{۲}\times ۱۰^{۴}\varepsilon_۰A$$

بنابراین بیشترین ظرفیت خازن برای میکا است.

میانبر البته چون مساحت صفحات و $\varepsilon_۰$ در همه یکسان است کافی بود که شما نسبت $\frac{\kappa}{d}$ را به‌دست بیاورید و در هرکدام که این نسبت بزرگ‌تر بود، ظرفیت بیشتر است. البته حتماً یکای d در همهٔ موارد باید یکسان باشد.

B ۱۵۷ ②

از آخر شروع می‌کنیم.

۱ فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن دو برابر شده است، بنابراین ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\kappa\varepsilon_\circ A/d \xrightarrow{d'=۲d} C'=\frac{۱}{۲}C$$

بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

۲ خازن هم‌چنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و برابر ولتاژ دو سر باتری است. $V_۲=V_۱$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

۳ با کاهش ظرفیت و ثابت ماندن ولتاژ، بار روی صفحه‌ها کاهش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV \xrightarrow[V=\text{ثابت}]{C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱} Q_۲=\frac{۱}{۲}Q_۱$$

گزارهٔ (ت) درست است.

۴ میدان الکتریکی بین صفحات خازن با توجه به ثابت ماندن ولتاژ و افزایش d کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d} \xrightarrow[\text{d دو برابر شده}]{\text{V ثابت}} E_۲=\frac{E_۱}{۲}$$

گزارهٔ (الف) درست است.

B ۱۵۸ ①

ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند. ظرفیت را در دو حالت مساوی قرار می‌دهیم:

$$C_۱=C_۲ \xrightarrow{C=\frac{Q}{V}} \frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}$$

با توجه به فرض مسئله $V_۲=۱/۵V_۱$ و $Q_۲=Q_۱+۲۰$ از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۱+۲۰}{۱/۵V_۱}\Rightarrow ۱/۵Q_۱=Q_۱+۲۰\Rightarrow ۰/۵Q_۱=۲۰\Rightarrow Q_۱=۴۰\mu C$$
$$Q_۲=Q_۱+۲۰=۶۰\mu C$$

انرژی ذخیره شده در خازن را از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ برای حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

انرژی در حالت اول: $$U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{C}\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۶۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}$$

انرژی در حالت دوم: $$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳۶۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۱۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم $۲۰۰\mu J$ بیشتر از انرژی ذخیره شده در حالت اول است:

$$U_۲-U_۱=۲۰۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow\frac{۱۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}-\frac{۸۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times۱۰^{-۶}$$
$$\Rightarrow\frac{۱۰۰۰\times۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow C=۵\times۱۰^{-۶}F=۵\mu F$$

A ۱۵۹ ①

نکته هرگاه خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن همواره با ولتاژ دو سر باتری برابر است و تغییر ظرفیت خازن در ولتاژ دو سر آن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است $(V_۲=V_۱)$

۲ با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $(\uparrow C=\varepsilon_\circ\frac{A}{d\downarrow})$

۳ با ثابت بودن ولتاژ دو سر خازن و افزایش ظرفیت خازن با توجه به رابطهٔ $(\uparrow U=\frac{۱}{۲}\uparrow CV^۲)$ انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۶۰ ①

خط فکری وقتی از صفحهٔ منفی خازن بار مثبت جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌کنیم، بار صفحهٔ منفی، منفی‌تر و بار صفحهٔ مثبت، مثبت‌تر می‌شود و بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. انرژی خازن را در حالت اول که بار آن $Q_۱$ است و در حالت دوم که بار آن $Q_۲=Q_۱+۳$ میکروکولن است نوشته و انرژی‌ها را از هم کم می‌کنیم و برابر $۹۰۰mJ$ قرار می‌دهیم. البته ظرفیت خازن را به جای $۱۵\mu F$ برحسب mF قرار می‌دهیم تا محاسبات ساده شود.

انرژی خازن در حالت اول برابر است با: $$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C}=\frac{Q_۱^۲}{۲\times۱۵\times۱۰^{-۳}}$$

انرژی خازن در حالت دوم برابر است با: $$U_۲=\frac{Q_۲^۲}{۲C}\Rightarrow U_۲=\frac{(Q_۱+۳)^۲}{۲\times۱۵\times۱۰^{-۳}}$$

اکنون $U_۲-U_۱$ را برابر $۹۰۰mJ$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{(Q_۱+۳)^۲}{۲\times۱۵\times۱۰^{-۳}}-\frac{Q_۱^۲}{۲\times۱۵\times۱۰^{-۳}}=۹۰۰\Rightarrow Q_۱^۲+۶Q_۱+۹-Q_۱^۲=۲۷$$
$$\Rightarrow۶Q_۱=۱۸\Rightarrow Q_۱=۳mC$$

اکنون انرژی اولیهٔ خازن را حساب می‌کنیم.

$$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C}=\frac{(۳)^۲}{۲\times۱۵\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow U_۱=\frac{۹}{۳۰\times۱۰^{-۳}}=۳\times۱۰^{+۲}=۳۰۰mJ$$

B ۱۶۱ ③

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_\circ\frac{A}{d}$ به‌دست می‌آید. ظرفیت خازن در حالت اول برابر است با:

$$C_۱=\kappa\varepsilon_\circ\frac{A}{d_۱}\xrightarrow[\text{بین صفحات خازن هواست}]{\kappa=۱}$$
$$C_۱=۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۴۰\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow C_۱=۷/۲\times۱۰^{-۱۲}F=۷/۲pF$$

ظرفیت خازن در حالت دوم خواهد شد:

$$C_۲=\kappa\varepsilon_\circ\frac{A}{d_۲}\xrightarrow{d_۲=d_۱-۴=۱mm}C_۲=۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۴۰\times۱۰^{-۴}}{۱\times۱۰^{-۳}}$$
$$\Rightarrow C_۲=۳۶\times۱۰^{-۱۲}F=۳۶pF$$

افزایش ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم: $\Delta C=C_۲-C_۱=۳۶-۷/۲=۲۸/۸pF$

A ۱۶۲ ①

نکته هرگاه خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن همواره با ولتاژ دو سر باتری برابر است و تغییر ظرفیت خازن در ولتاژ دو سر آن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است $(V_۲=V_۱)$

۲ با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $(\uparrow C=\varepsilon_\circ\frac{A}{d\downarrow})$

۳ با ثابت بودن ولتاژ دو سر خازن و افزایش ظرفیت خازن با توجه به رابطهٔ $(\uparrow U=\frac{۱}{۲}\uparrow CV^۲)$ انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۶۳ ④

حالت اول:

۱ خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. $V_۲=V_۱$

۲ با n برابر کردن فاصلهٔ صفحات ظرفیت خازن خواهد شد:

$$C=\varepsilon_\circ\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=nd}C'=\frac{C}{n}$$

۳ در این صورت با ثابت بودن ولتاژ و $\frac{۱}{n}$ برابر شدن ظرفیت انرژی ذخیره شده برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\xrightarrow[V'=V]{C'=\frac{C}{n}}U'=\frac{U}{n}\qquad(۱)$$

حالت دوم: خازن را از مولد جدا کرده‌ایم بنابراین بار الکتریکی روی صفحات خازن ثابت می‌ماند $Q_۲=Q_۱$.

فاصلهٔ صفحات را n برابر کرده‌ایم بنابراین ظرفیت خازن مجدداً برابر است با: $C''=\frac{۱}{n}C$

برای بررسی انرژی خازن در این حالت از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{U''}{U}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C''}}{\frac{Q^۲}{۲C}}=\frac{C}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U}=\frac{C}{\frac{C}{n}}\Rightarrow U''=nU \qquad (۲)$$

در این صورت نسبت $\frac{U''}{U'}$ خواهد شد: $\frac{U''}{U'}=\frac{nU}{\frac{U}{n}}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=n^۲$

B ۱۶۴ ①

خط‌فکری سؤال زیبایی است. از صفحهٔ منفی به اندازهٔ $-۶\mu C$ بار منفی جدا کرده بنابراین بار صفحهٔ منفی به‌اندازهٔ $۶\mu C$ کاهش می‌یابد از طرفی این بار به صفحهٔ مثبت منتقل شده است، بنابراین $۶\mu C$ از بارهای مثبت صفحه مثبت خنثی شده و بار این صفحه نیز به‌اندازهٔ $۶\mu C$ کم می‌شود. در این صورت اگر بار اولیهٔ خازن در ابتدا $Q_۱$ بوده اکنون بار خازن $Q_۲=Q_۱-۶$ است. با کاهش بار خازن، بنابه رابطهٔ $\downarrow U=\frac{\downarrow Q^۲}{۲\underset{ثابت}{C}}$ انرژی خازن کاهش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله انرژی را در دو حالت بنویسید و تفاضل آن‌ها را برابر $۲۸/۵\mu J$ قرار دهید.

نکته هرگاه در روابط انرژی، ظرفیت خازن را برحسب μF و بار را برحسب μC قرار دهید، انرژی برحسب μJ به‌دست می‌آید. بنابراین نیازی به تبدیل واحد نیست.

اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$U_۱-U_۲=۲۸/۵\Rightarrow\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{۱۲}-\frac{۱}{۲}\frac{(Q_۱-۶)^۲}{۱۲}=۲۸/۵$$

$$\Rightarrow Q_۱^۲-Q_۱^۲+۱۲Q_۱-۳۶=۲۴\times۲۸/۵\Rightarrow Q_۱-۳=۵۷\Rightarrow Q_۱=۶۰\mu C$$

در این صورت $V_۱$ خواهد شد: $V_۱=\frac{Q_۱}{C}=\frac{۶۰}{۱۲}=۵V$

A ۱۶۵ ②

خط‌فکری در این تست‌ها باید با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی را در دو حالت به‌دست آورده و با تقسیم آن‌ها نسبت خواسته شده را به‌دست بیاوریم. بارهای اولیه را $q_۱$ و $q_۲$ و فاصلهٔ دو بار را r می‌گیریم. در این صورت نیرویی که دو بار در حالت اول به هم وارد می‌کنند برابر است با: $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$

در حالت دوم اندازهٔ هر بار سه برابر شده پس $q'_۱=۳q_۱$ و $q'_۲=۳q_۲$ و فاصلهٔ دو بار سه برابر شده بنابراین $r'=۳r$ است. نیرو در حالت دوم خواهد شد:

$$F'=k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{(r')^۲}\Rightarrow F'=k\frac{(۳q_۱)(۳q_۲)}{(۳r)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow F'=F$$

میانبر رابطهٔ قانون کولن را بنویسید و تغییرات را روی آن اعمال کنید. هر بار ۳ برابر شده، بالای هر بار ۳ برابر نوشتیم و فاصلهٔ ۳ برابر شده بنابراین نیرو $\frac{۱}{۹}$ می‌شود اکنون $۳\times۳\times\frac{۱}{۹}=۱$ خواهد شد.

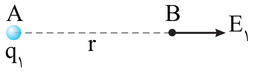
$$F=k\frac{\overset{\text{۳ برابر}}{|q_۱|}\,\overset{\text{۳ برابر}}{|q_۲|}}{\underset{\text{۹ برابر}}{r^۲}}\Rightarrow F'=F$$

B ۱۶۶ ②

خط‌فکری تست ساده و زیبایی است، به خصوص در رابطه با جهت میدان الکتریکی، زیرا ممکن است تنها با توجه به اینکه بار $q_۲$ منفی و بار $q_۱$ مثبت است سریعاً بگویید که جهت میدان عوض می‌شود اما شما اول باید بردار میدان هر بار را دقیقاً در محل گفته شده رسم کنید تا بتوانید جهت آن را تشخیص دهید و بتوانید جهت میدان‌ها را مقایسه کنید و به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^۲}$ نیز اندازهٔ میدان‌ها را مقایسه کنید.

① بررسی میدان الکتریکی بار $q_۱$ در محل بار $q_۲$:

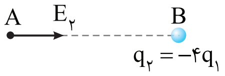
میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ B به سمت راست است و اندازهٔ آن خواهد شد: $E_۱=k\frac{q}{r^۲}$



② بررسی میدان الکتریکی بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$:

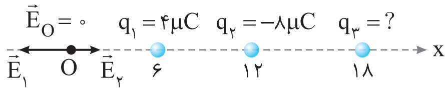
میدان بار منفی به سمت خود بار است یعنی میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A به سمت بار یعنی به سمت راست است و اندازهٔ آن برابر است با $E_۲=k\frac{۴q_۱}{r^۲}$

در نتیجه دو میدان هم‌جهت‌اند و $E_۲=۴E_۱$ است و گزینهٔ (۲) درست است.



B ۱۶۷ ②

خط‌فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ O صفر شده است. ابتدا میدان الکتریکی بارهای $q_۱=۴\mu C$ و $q_۲=-۸\mu C$ را به‌دست می‌آوریم، تا به کمک آن مشخص کنیم بار $q_۳$ چه مقدار و چه نوع باشد، تا میدان حاصل از آن برایند $E_۱$ و $E_۲$ را خنثی کند.



① میدان الکتریکی بار $q_۱=۴\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_۱=k\frac{|q|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_۱=۱۰^۷N/C$$

② میدان الکتریکی بار $q_۲=-۸\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_۲=k\frac{|q|}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{(۱۲\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷N/C$$

③ میدان‌های $E_۱$ و $E_۲$ در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

این میدان به سمت چپ است

$$E_{۱۲}=E_۱-E_۲=۱۰^۷-\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷=\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷N/C$$

④ میدان $\vec{E}_۳$ باید با $\vec{E}_{۱۲}$ در نقطهٔ O برابر و جهت آن به سمت راست باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود، بنابراین $q_۳$ باید منفی باشد.

$$E_۳=E_{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۳|}{۱۸\times۱۸\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q_۳=-۱۸\mu C$$

A ۱۶۸ ②

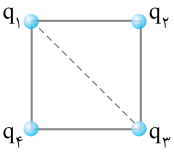
خط‌فکری انرژی پتانسیل بار q در دو نقطهٔ A و B و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A داده شده است. بنابراین مسئله را با تعریف اختلاف پتانسیل باید حل کنید. البته در رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی علامت بار باید در نظر گرفته شود.

$$V_B-V_A=\frac{U_{EB}-U_{EA}}{q}\xrightarrow[V_A=۲۰V\,,q=-۲\mu C]{U_{EA}=۰/۴\times۱۰^{-۳}\,J,U_{EB}=۰/۶\times۱۰^{-۳}\,J}$$

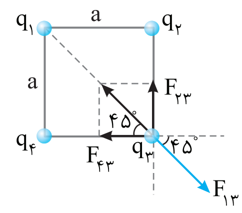
$$V_B-۲۰=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۳}-۰/۴\times۱۰^{-۳}}{-۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow V_B-۲۰=\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{-۲\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow V_B-۲۰=-۱۰۰\Rightarrow V_B=-۸۰V$$

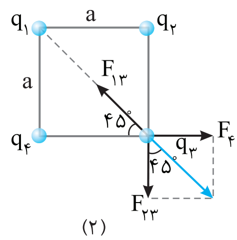
B ۱۶۹ ②



خط فکری به بار $q_۳$ از طرف سه بار $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۴$ به‌ترتیب نیروهای الکتریکی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۳$ برهم عمودند و نیروی وارد از طرف $q_۱$ $(F_{۱۳})$ در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که $q_۱$ به $q_۳$ $(F_{۱۳})$ وارد می‌کند، در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:



(۱)



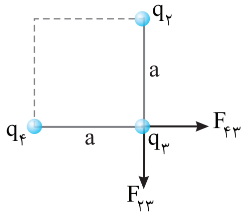
(۲)

دقت کنید که برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ دقیقاً خلاف جهت با $F_{۱۳}$ است و چون $F_{۱۳}$ در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° می‌سازد پس باید نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° بسازد. از طرفی هر دو بار $q_۲$ و $q_۴$ بار $q_۳$ را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید $q_۲$ و $q_۴$ همنام باشند.

$$F_{۲۳}=F_{۴۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\Rightarrow|q_۲|=|q_۴|\Rightarrow q_۲=q_۴$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ ربایشی باشند، نیروی $F_{۱۳}$ رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی $F_{۱۳}$ با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار $q_۱$ با $q_۲$ و $q_۴$ مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ برابر $F_{۱۳}$ باشد:



$$\begin{cases}F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\\F_{۴۳}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow[q_۲=q_۴]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}$$

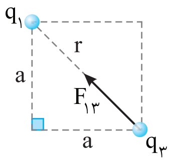
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^۲+R^۲}=R\sqrt{۲}$$

در این سؤال نیز $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ باهم برابراند چون $q_۲$ و $q_۴$ باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}$$

این نیرو باید با $F_{۱۳}$ برابر باشد:



$$\text{فیثاغورس}: r=\sqrt{a^۲+a^۲}=a\sqrt{۲}$$

$$\text{قانون کولن}: F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

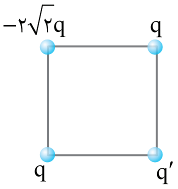
$$F=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲}|q_۲|=|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}|q_۱|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{\sqrt{۲}}{۴}|q_۱|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

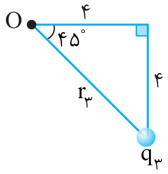


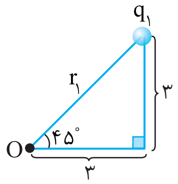
میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-۲\sqrt{۲}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.

B ۱۷۰ ①

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار $q_۱$ و $q_۳$ و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتن میدان خالص در نقطهٔ O می‌توان بزرگی میدان بار $q_۲$ در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱) فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۳$ را تا نقطهٔ O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.





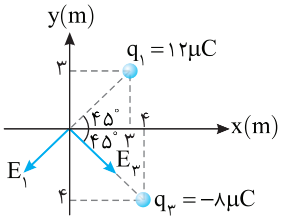
$$r_۳=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}m$$

$$r_۱=\sqrt{۳^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۲}m$$

میانبر البته با توجه به زاویهٔ ۴۵° مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{۲}$ برابر ساق‌ها است.

۲) بار $q_۱$ مثبت و میدان در راستا خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و از بار $q_۱$ خارج می‌شود. بار $q_۳$ منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و به بار $q_۳$ وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم:

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۸}=۶\times۱۰^۳\,N/C$$



$$E_۳=k\frac{q_۳}{r_۳^۲}$$

$$\Rightarrow E_۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲}$$

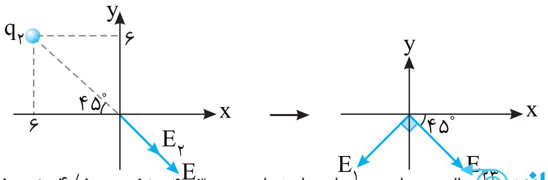
$$=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳ N/C$$

۳) بار $q_۲$ نیز مثبت است و میدان در نقطهٔ O در راستای خط واصل بین بار $q_۲$ و O است از بار $q_۲$ خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های $E_۲$ و $E_۳$ هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها مطابق شکل با میدان $E_۱$ عمود است.

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲$$

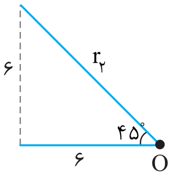
$$\Rightarrow ۷/۵\times۷/۵\times۱۰^۶=۶\times۶\times۱۰^۶+E_{۲۳}^۲$$

$$E_{۲۳}^۲=(۷/۵\times۷/۵-۶\times۶)۱۰^۶=۲۰/۲۵\times۱۰^۶\Rightarrow E_{۲۳}=۴/۵\times۱۰^۳ N/C$$



میانبر البته با توجه به اعداد فیثاغورس ۳، ۴ و ۵ که به ۴/۵، ۶ و ۷/۵ تبدیل شده بودند می‌توانستیم سریع‌تر به $E_{۲۳}$ برسیم.

$$E_{۲۳}=E_۲+E_۳\Rightarrow ۴/۵\times۱۰^۳=E_۲+\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳\Rightarrow E_۲=۲/۲۵\times۱۰^۳$$

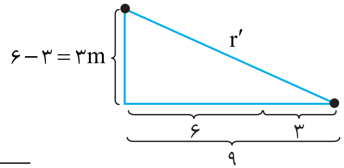


حال با توجه به $E_۲$، $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم. ابتدا فاصلهٔ $q_۲$ تا نقطهٔ O را با توجه به فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$r_۲=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r_۲=۶\sqrt{۲}$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow ۲/۲۵\times۱۰^۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times q_۲}{۷۲}\Rightarrow q_۲=۱۸\times۱۰^{-۶}C$$

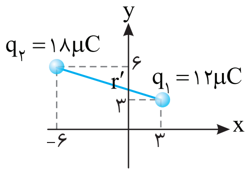
خط‌فکری حال فاصلهٔ بین بار $q_۱$ و $q_۲$ را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازهٔ این نیرو را حساب می‌کنیم.



$$r'=\sqrt{(۹)^۲+(۳)^۲}\Rightarrow r'=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

$$F_{۱۲}=k\frac{q_۱q_۲}{r'^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۱۲}}{۹۰}$$

$$\Rightarrow F_{۱۲}=۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۴}=۲/۱۶\times۱۰^{-۲}N$$



میانبر فاصلهٔ دو نقطه به مختصات $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۲,y_۲)$ را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$r'=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}\xrightarrow[(-۶,۶)]{(۳,۳)}$$

$$r'=\sqrt{(-۶-۳)^۲+(۶-۳)^۲}=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

B ۱۷۱ ②

به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین پایانه مثبت و پایانه منفی برابر $۸۰V$ است. پایانه مثبت به عنوان مرجع پتانسیل فرض شده است $(V_E=۰)$، بنابراین پتانسیل پایانهٔ منفی باتری یعنی صفحهٔ C برابر $V_C=-۸۰V$ خواهد بود.

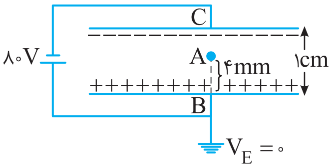
میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۸۰}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۸۰۰۰V/m$$

پتانسیل نقطهٔ A خواهد شد:

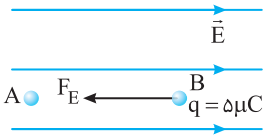
$$|V_A-V_E|=Ed_A\Rightarrow |V_A-۰|=۸۰۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰۰}=۳۲V$$

از صفحهٔ مثبت اگر به سوی نقطهٔ A برویم یعنی در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد از این‌رو $V_A=-۳۲V$ خواهد شد.



B ۱۷۲ ①

خط‌فکری بار الکتریکی پس از رها شدن در اثر نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شده و دارای انرژی جنبشی شده است. بنابراین باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم و با به‌دست آوردن کار میدان، انرژی جنبشی بار را حساب کنیم.



نیروی وارد بر بار الکتریکی از B تا A در جهت جابه‌جایی است یعنی زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=۰$ است و کار نیرو میدان خواهد شد:

$$W_E=F_Ed\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=۱}W_E=F_Ed$$

نیروی وارد بر بار q در میدان الکتریکی برابر است با $(F_E=|q|E)$ بنابراین:

$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[d=۰/۲m]{|q|=۵\times۱۰^{-۶}C,\,E=۱۰^۵N/C}$$

$$W_E=۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۵\times۰/۲\Rightarrow W_E=۰/۱J$$

بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی خواهد شد.

$$\Delta K=W_E\Rightarrow K_۲-K_۱=W_E\Rightarrow K_۲-۰=۰/۱\Rightarrow K_۲=۰/۱J$$

B ۱۷۳ ③

ولتاژ دو سر خازن‌ها را داریم. بنابراین برای بررسی انرژی خازن‌ها از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ استفاده می‌کنیم.

انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱$: $U_۱=\frac{۱}{۲}C_۱V_۱^۲$

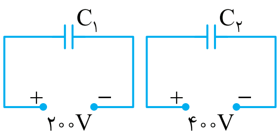
انرژی ذخیره شده در خازن $C_۲$: $U_۲=\frac{۱}{۲}C_۲V_۲^۲$

دو انرژی را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{V_۱}{V_۲})^۲$ (۱)

انرژی خازن $C_۱$، ۲۰ درصد $(\frac{۲۰}{۱۰۰})$ انرژی خازن $C_۲$ است یعنی: (۲) $\frac{U_۱}{U_۲}=۰/۲$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۰/۲=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{۲۰۰}{۴۰۰})^۲\Rightarrow ۰/۲=\frac{C_۱}{C_۲}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{C_۱}{C_۲}=۰/۸\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{۵}{۴}$$



پاسخ فصل ششم

A ۱۷۴ ②

خط فکری این مسـئله از مسائلی است که صورت آن ما را به سمت حل مسئله می‌برد. ولتـاژ $۳V$ و جریان $۱/۲A$ داده شـده اسـت، بنابرایـن در گام اول مقاومـت آن را می‌توان به‌دسـت آورد $(R=V/I)$، مقاومت ویژهٔ سـیم را داریم یعنی در گام دوم به سـراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت بروید و سطح مقطع سیم را حساب کنید. با کمک آن و طول سیم، حجم سیم را حساب کنید و در گام آخر با استفاده از چگالی سیم، جرم آن را به‌دست بیاورید.

۱ مقاومت سیم را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲}\Rightarrow R=۲/۵\,\Omega$$

۲ از رابطهٔ ساختمانی مقاومت سطح مقطع خواهد شد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{L=۲۵m\,,\,\rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m}۲/۵=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A}$$

$$\Rightarrow A=۱/۸\times۱۰^{-۷}m^۲$$

۳ حجم سیم را حساب می‌کنیم:

$$V=AL\Rightarrow V=۱/۸\times۱۰^{-۷}\times۲۵\Rightarrow V=۴۵\times۱۰^{-۷}m^۳$$

۴ اکنون جرم سیم قابل محاسبه است.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۸g/cm^۳\,,\,\rho=۸۰۰۰kg/m^۳}m=۸۰۰۰\times۴۵\times۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow m=۰/۰۳۶kg\Rightarrow m=۳۶g$$

A ۱۷۵ ②

جرم سـیم ثابت اسـت، جنس سـیم نیز تغییر نکرده و چگالی سـیم در دو حالت یکسان است:

$$m_۱=m_۲\xrightarrow{\rho\ \text{چگالی}}\rho V_۱=\rho V_۲\Rightarrow V_۱=V_۲$$

خط فکری مقاومت الکتریکی سیم پس از عبور از ابزار افزایش یافته است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، قطعاً طول آن زیاد شده و چون حجم سیم ثابت است، سطح مقطع آن کاهش یافته است.

اگر طول n برابر شده باشد آن‌گاه:

$$\text{حجم اولیه}=\text{حجم ثانویه}\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\xrightarrow{L_۲=nL_۱}A_۲=\frac{۱}{n}A_۱$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت:

$$\begin{cases}R_۲=\rho\frac{L_۲}{A_۲}\\ R_۱=\rho\frac{L_۱}{A_۱}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow{\frac{R_۲}{R_۱}=۱۶}۱۶=\frac{nL_۱}{L_۱}\times\frac{A_۱}{\frac{A_۱}{n}}\Rightarrow n^۲=۱۶\Rightarrow n=۴$$

بنابراین طول آن برابر است با:

$$L_۲=nL_۱\Rightarrow L_۲=۴\times۱۰=۴۰cm$$

میانبر هر گاه یک سـیم از دستگاهی بگذرد و بدون تغییر جرم طول آن n برابر شود آن‌گاه:

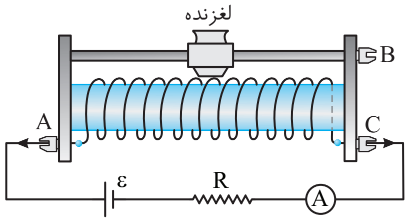
$$R_۲=n^۲R_۱$$

و اگر قطر سطح مقطع آن $\frac{۱}{n}$ شود آن‌گاه:

$$R_۲=n^۴R_۱$$

A ۱۷۶ ①

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود (نه از B)، بنابراین مکان لغزنده تأثیری در طـول سـیمی که جریـان از آن عبور می‌کند، نـدارد یعنی مقاومت رئوسـتا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند، بنابراین جریان نیز ثابت می‌ماند.



A ۱۷۷ ④

نکته در پدیدهٔ ابررسـانایی مقاومت ویژه در دمـای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شـیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شـدن دما پس از پدیدهٔ ابررسـانایی همچنان مقاومت صفر اسـت و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

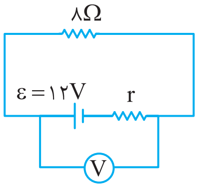
A ۱۷۸ ②

خط فکری اگر باتری به مدار وصل نباشـد، از آن جریانی عبور نمی‌کند و ولت‌سـنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=۰}V=\varepsilon$

نیروی محرکهٔ باتری مشخصهٔ باتری است و همواره مقداری ثابت دارد.

۱ باتری به مداری وصل نیسـت و ولت‌سـنج متصل آن $۱۲V$ را نشـان داده است، بنابراین نیروی محرکهٔ آن $\varepsilon=۱۲V$ است. این باتری را به مقاومت خارجی ۸Ω وصل کرده‌ایم و اختلاف پتانسیل دو سر آن $۹/۶V$ شده است، بنابراین:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۹/۶=۱۲-Ir\Rightarrow Ir=۲/۴V$$



۲ جریـان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۲}{۸+r}$ اسـت، بنابراین:

$$\frac{۱۲}{۸+r}\times r=۲/۴\Rightarrow\frac{r}{۸+r}=۰/۲$$

$$\Rightarrow r=۱/۶+۰/۲r\Rightarrow ۰/۸r=۱/۶\Rightarrow r=۲\Omega$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$.

پس از اتصال باتری به مقاومت ۸Ω ولتاژ دو سر آن $۹/۶V$ شده است. بنابراین:

$$۹/۶=\frac{۸}{۸+r}\times۱۲\Rightarrow ۸+r=۱۰\Rightarrow r=۲\Omega$$

بهتر است رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$ را به خاطر بسپارید.

B ۱۷۹ ②

۱ ابتدا انرژی صرفه‌جویی شده برای هر لامپ را در مدت ۵ ساعت برحسب kWh به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{t}\Rightarrow U=Pt\xrightarrow{P=۱۰۰W}U=\frac{۱۰۰}{۱۰۰۰}kW\times۵h=۰/۵kWh$$

۲ انـرژی صرفه‌جویـی شـده برای یـک لامپ در هر شـبانه‌روز $۰/۵kWh$ اسـت، بنابراین در مدت یک ماه پاییزی انرژی‌ای که صرفه‌جویی می‌شود برابر است با:

$$U=۰/۵\times۳۰=۱۵kWh$$

۳ برای دو میلیون خانه صرفه‌جویی برابر است با:

$$U_t=۲\times۱۰^۶\times۱۵kWh=۳\times۱۰^۷kWh$$

۴ بهای هر kWh برابر ۱۰۰ ریال است، بنابراین بهای برق صرفه‌جویی شده خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c}۱kWh & ۱۰۰\ \text{ریال}\\ \hline ۳\times۱۰^۷ & ?\end{array}\Rightarrow ?=۳\times۱۰^۹\ \text{ریال}=۳\ \text{میلیارد ریال}$$

B ۱۸۰ ③

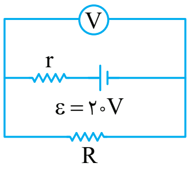
با توجه به اینکه ولتاژ دو سـر لامپ با ولتاژ نوشـتـه شـده روی لامپ برابر است، بنابراین توان آن نیز با توان نوشته شده روی لامپ برابر است. $P=۱۸۰W$

انرژی مصرفی برابر است با: $U=Pt=۱۸۰\times۵۴۰۰J$

برای تبدیل J به kWh از رابطهٔ مقابل استفاده می‌کنیم: $J \underset{\div ۳/۶\times۱۰^۶}{\overset{\times۳/۶\times۱۰^۶}{\rightleftarrows}} kWh$

بنابراین: $U=\frac{۱۸۰\times۵۴۰۰}{۳/۶\times۱۰^۶}=۰/۲۷kWh$

B ۱۸۱ ④



خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت R و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، از این رو می‌توان افت پتانسیل را حساب کرد، سپس با رابطهٔ $P=VI$ ، توان مصرفی در مقاومت R را با توان مصرفی در مقاومت درونی r مقایسه کرد.

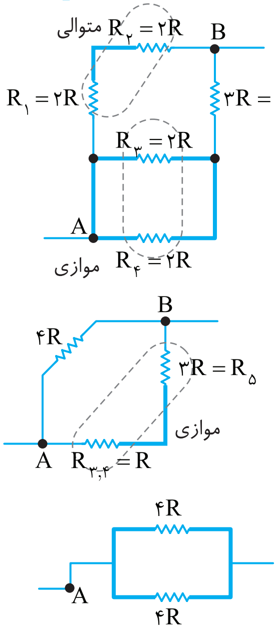
افت پتانسیل باتری (اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت درونی) برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{rI=V_r}V_r=\varepsilon-V\Rightarrow V_r=۲۰-۱۸=۲V$$

نسبت توان خروجی باتری به توان مصرفی در r برابر است با:

$$\frac{P_R}{P_r}=\frac{V_RI}{V_rI}\xrightarrow[V_r=۲V]{V_R=۱۸V}\frac{P_R}{P_r}=\frac{۱۸}{۲}=۹$$

B ۱۸۲ ③



① $R_۱$, $R_۲$ پشت سرهم و بدون انشعاب‌اند پس متوالی هستند.

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۲R+۲R=۴R$$

مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ دو دست‌شان در دست هم و موازی‌اند.

$$R_{۳۴}=\frac{۲R}{۲}=R$$

② مدار را مجدداً رسم می‌کنیم.

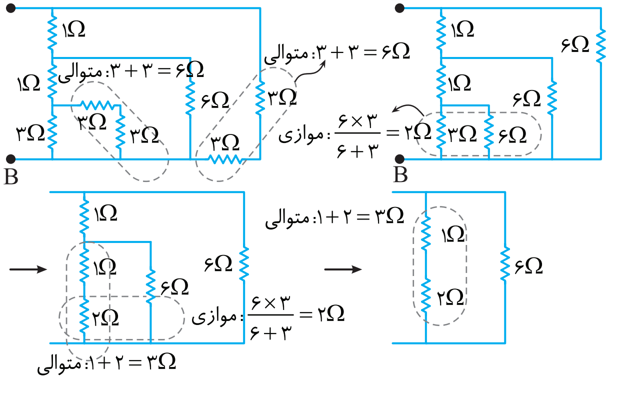
مقاومت $R_۵$ و $R_{۳۴}$ متوالی هستند، بنابراین:

$$R_{۳۴۵}=۳R+R=۴R$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

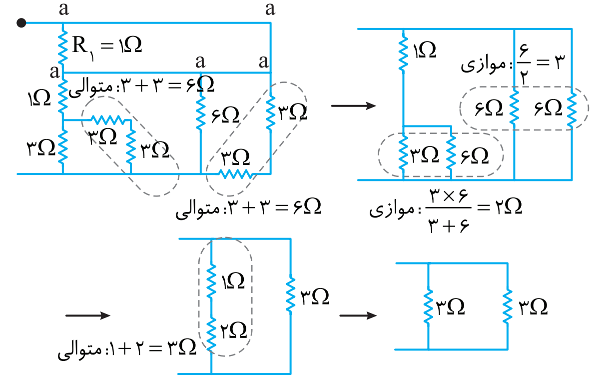
B ۱۸۳ ②

① **کلید K باز است:** مدار به صورت زیر بوده و با توجه به نوع اتصال مقاومت‌ها مدار را مرحله به مرحله ساده‌تر می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲Ω$$

② **کلید K بسته است:** به شکل نگاه کنید، دو سر مقاومت $R_۱=۱Ω$ حروف یکسانی قرار گرفته بنابراین $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مدار به صورت زیر است:



$$\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۳}{۲}=۱/۵Ω$$

بنابراین مقاومت معادل مدار از ۲Ω به ۱/۵Ω می‌رسد و ۰/۵Ω کاهش می‌یابد.

B ۱۸۴ ①

خط فکری دو سیم موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکی است، بنابراین جریان آن‌ها با مقدار مقاومت‌هایشان نسبت وارون دارد و می‌توان ابتدا نسبت مقاومت R_A و R_B را به‌دست آورد، سپس به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت نسبت سطح مقطع $\frac{A_A}{A_B}$ را حساب کرد.

دو سیم باهم موازی هستند و ولتاژ دو سر سیم‌ها باهم برابر است:

$$V_A=V_B\Rightarrow R_A\times\frac{I}{۳}=R_B\times\frac{۲I}{۳}\Rightarrow R_A=۲R_B$$

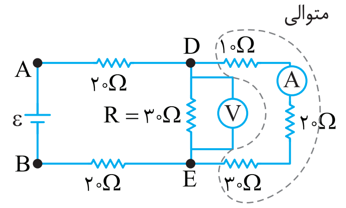
اکنون می توان نسبت $\frac{A_A}{A_B}$ را به‌دست آورد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{R_A=۲R_B}\rho_A\frac{L_A}{A_A}=۲\rho_B\frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۳\rho_B]{L_A=L_B}۳\rho_B\frac{۱}{A_A}=۲\rho_B\frac{۱}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=\frac{۳}{۲}$$

B ۱۸۵ ①

به شکل نگاه کنید. مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω متوالی هستند و معادل این سه مقاومت با مقاومت $R=۳۰Ω$ موازی است و در شاخه‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است یعنی اختلاف پتانسیل شاخهٔ سمت راست شامل ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با اختلاف پتانسیل $R=۳۰Ω$ برابر است. ولت‌سنج عدد ۱۲V را نشان می‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه سمت راست با مقاومت $۳۰+۲۰+۱۰=۶۰Ω$ نیز ۱۲V است و جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow I=۰/۲A$$

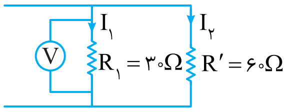
مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر جریان شاخهٔ سمت راست یعنی ۰/۲A می‌شود.

دقت کنید که آمپرسنج نیز در این شاخه و متوالی با این سه مقاومت بسته شده پس آمپرسنج جریان ۰/۲A را نشان می‌دهد.

آمپرسنج روی شاخهٔ سمت راست قرار دارد و جریان عبوری از این شاخه را نشان می‌دهد.

روش دوم: با توجه به توضیحات بالا مقاومت معادل سه مقاومت ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با مقاومت ۳۰Ω موازی است. با توجه به اختلاف پتانسیل، جریان مقاومت

$۳۰\,\Omega$ را به‌دست می‌آوریم و در ادامه با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود جریان شاخهٔ سمت راست را حساب می‌کنیم:

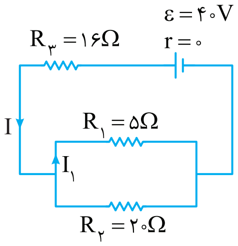


$$V = RI_۱ \Rightarrow ۱۲ = ۳۰ \times I_۱ = ۰/۴A$$

$$R' = ۲R_۱ \Rightarrow I_۲ = \frac{I_۱}{۲} = ۰/۲A$$

B ۱۸۶ (۲)

مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم تا راحت‌تر متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم. مقاومت‌های $۲۰\,\Omega$ و $۵\,\Omega$ موازی بوده و معادل آن با مقاومت $۱۶\,\Omega$ متوالی است. مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:



$$R_{۱۲} = \frac{R_۱ \times R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰} = ۴\,\Omega$$

$$R_{eq} = R_{۱۲} + R_۳ = ۴+۱۶ = ۲۰\,\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۴۰}{۲۰+۰} \Rightarrow I = ۲A$$

در شاخه‌های موازی ولتاژها برابر است:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow ۵I_۱ = ۲۰I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۴}I_۱ \xrightarrow{I=I_۱+I_۲} ۲ = I_۱ + \frac{I_۱}{۴} \Rightarrow I_۱ = \frac{۸}{۵} = ۱/۶A$$

روش دیگر برای جریان‌ها: در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود به همین دلیل برای تقسیم جریان در شاخه‌های موازی معمولاً جریان مقاومت بزرگ‌تر $(R_۲ = ۲۰\Omega)$ را x نمایش می‌دهند و جریان مقاومت کوچک‌تر $(R_۱ = ۵\,\Omega)$ برابر $۴x$ می‌شود، بنابراین جریان کل مدار برابر می‌شود با:

$$I = x + ۴x = ۵x \xrightarrow{I=۲A} ۲ = ۵x \Rightarrow x = ۰/۴A\,,\,I_۲ = ۰/۴A$$

و جریان $I_۱$ برابر است با :

$$I_۱ = ۴x = ۴\times۰/۴ = ۱/۶A$$

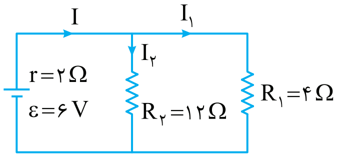
که این همان روش بالایی است.

B ۱۸۷ (۳)

خط فکری در سوالاتی که مقدار تمام مقاومت‌های خارجی مدار، مقاومت داخلی مدار و نیروی محرکهٔ باتری داده شده، بهتر است در گام اول مقاومت معادل مدار و در گام دوم جریان مدار را به‌دست آوریم.

(۱) مقاومت‌های $۴\,\Omega$ و $۱۲\,\Omega$ باهم موازی‌اند و مدار را می‌توان به شکل زیر رسم کرد. مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = \frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴} = ۳\,\Omega$$



(۲) جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۶}{۳+۲} \Rightarrow I = ۱/۲A$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان شاخه‌ها با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارند:

$$R_۲ = ۳R_۱ \;,\; I_۲ = \frac{I_۱}{۳}$$

(۳) بنابراین می‌توان نوشت:

$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow ۱/۲ = I_۱ + \frac{I_۱}{۳} \Rightarrow \frac{۴I_۱}{۳} = ۱/۲ \Rightarrow I_۱ = ۰/۹A$$

C ۱۸۸ (۲)

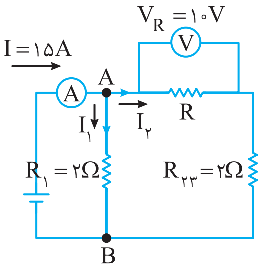
برای جریان‌ها داریم:

(۱) مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲\Omega$$

(۲) مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ با جریان کل مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است.

$$I_{کل} = I_۱ + I_۲ \Rightarrow I_۱ + I_۲ = ۱۵A \quad (۱)$$



مقاومت $R_۱$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، شاخه سمت راست که شامل مقاومت R و $R_{۲۳}$ است نیز بین این دو نقطه بسته شده است بنابراین مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}$ و R موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$V_{AB} : V_۱ = V_R + V_{۲۳} \Rightarrow I_۱R_۱ = ۱۰ + I_۲R_{۲۳}$$

$$\Rightarrow ۲I_۱ = ۱۰ + ۲I_۲ \Rightarrow I_۱ = I_۲ + ۵ \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

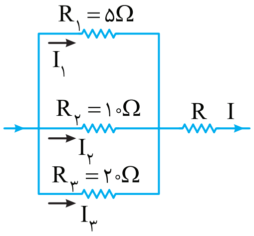
$$\begin{cases} I_۱ + I_۲ = ۱۵A \\ I_۱ - I_۲ = ۵A \end{cases} \Rightarrow I_۱ = ۱۰A\,,\,I_۲ = ۵A$$

اکنون با استفاده از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I_۲} = \frac{۱۰}{۵} = ۲\Omega$$

A ۱۸۹ (۴)

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ باهم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی باهم برابر است. وقتی بیان می‌شود اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۵\,\Omega$، $۱۰V$ است یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $۱۰\,\Omega$ و $۲۰\,\Omega$ نیز $۱۰V$ است.



(۱) جریان هر مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱ = \frac{V}{R_۱} \Rightarrow I_۱ = \frac{۱۰}{۵} = ۲A \;,\; I_۲ = \frac{V}{R_۲} \Rightarrow I_۲ = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱A$$

$$I_۳ = \frac{V}{R_۳} \Rightarrow I_۳ = \frac{۱۰}{۲۰} = ۰/۵A$$

(۲) جریان کل برابر مجموع جریان سه مقاومت است.

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ = ۲+۱+۰/۵ = ۳/۵A$$

روش دوم:

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۵Ω، جریان این مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱ = R_۱I_۱ \Rightarrow ۱۰ = ۵\times I_۱ \Rightarrow I_۱ = ۲A$$

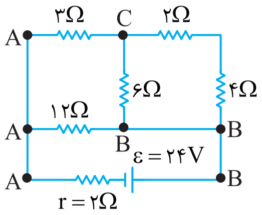
مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ موازی با یکدیگرند بنابراین جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۲ = \frac{I_۱}{۲} = ۱A$ و مقاومت $R_۳$ چهار برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۳ = \frac{I_۱}{۴} = ۰/۵A$. بنابراین جریان I برابر است با:

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ = ۳/۵A$$

B ۱۹۰ (۲)

ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم.

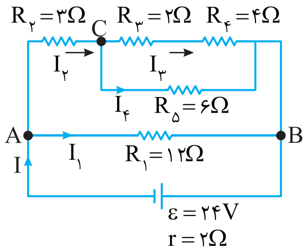


مقاومت $۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ باهم متوالی هستند: $R_{۳۴}=۲+۴=۶\,\Omega$

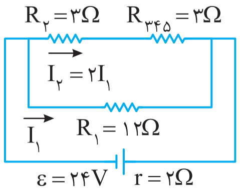
و معادل $۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ با $۶\,\Omega$ موازی است: $R_{۳۴۵}=\frac{۶}{۲}=۳\,\Omega$

مقاومت $R_{۳۴۵}$ با $R_۲$ متوالی است:

$R_{۲۳۴۵}=۳+۳=۶\,\Omega$



مقاومت شاخه بالایی موازی مقاومت $R_۱$ است و مقاومت کل برابر خواهد شد با: $R_{eq}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\,\Omega$



جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۴+۲}\Rightarrow I=۴A$$

مقاومت شاخهٔ بالایی نصف مقاومت شاخه پایینی است از این‌رو جریان گذرنده از شاخه بالایی دو برابر جریان شاخه پایینی است:
$$\begin{cases}I=I_۱+I_۲\\ I_۲=۲I_۱\end{cases}\Rightarrow I_۱=\frac{۴}{۳}A\ ,\ I_۲=\frac{۸}{۳}A$$

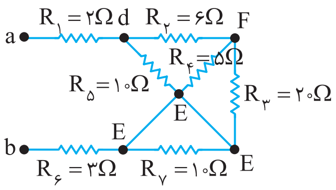
جریان $I_۲=\frac{۸}{۳}A$ به دو جریان $I_۳$ و $I_۴$ تقسیم می‌شود. البته مقاومت $R_۵=۶\Omega$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}=۲+۴=۶\,\Omega$ برابر است و جریان به‌طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود و جریان $I_۴$ خواهد شد:

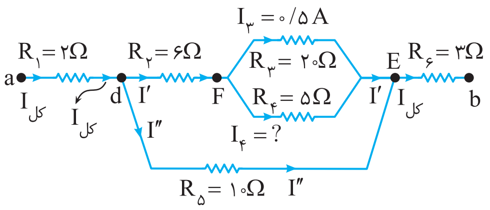
$$I_۴=\frac{\frac{۸}{۳}}{۲}=\frac{۴}{۳}A$$

B ۱۹۱ (۴)

خط فکری مدار تا حدودی پیچیده است و باید با نام‌گذاری آن را ساده‌تر کنیم تا متوالی و موازی‌بودن مقاومت‌ها به راحتی تشخیص داده شود. از طرفی اگر در نام‌گذاری، مقاومتی وجود داشته باشد که حرف دو طرف آن یکسان باشد، آن مقاومت از مدار حذف می‌شود.

(۱) ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. در نام‌گذاری دو سر مقاومت $R_۷=۱۰\,\Omega$ دارای حرف یکسان E است، بنابراین این مقاومت از مدار حذف می‌شود. با توجه به شکل قرار است از $I_۳$ به $I_{کل}$ برسیم (جزء به کل).





(۲) مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت $R_۴$، $\frac{۱}{۴}$ مقاومت $R_۳$ و جریان آن ۴ برابر $I_۳$ یعنی $I_۴=۴\times۰/۵=۲A$ است. بنابراین جریان شاخهٔ بالایی I' خواهد شد: $I'=I_۳+I_۴=۰/۵+۲=۲/۵A$

(۳) به سراغ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی می‌رویم. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۴\,\Omega$$

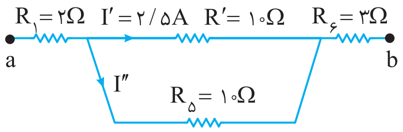
این مقاومت با مقاومت $R_۲=۶\,\Omega$ متوالی است. از این‌رو:

$$مقاومت\ شاخه\ بالایی=R_{۳۴}+R_۲=۴+۶=۱۰\,\Omega$$

(۴) مقاومت شاخهٔ بالایی و مقاومت شاخهٔ پایینی باهم برابر شد، از این‌رو جریان آن‌ها نیز یکسان و برابر $I''=I'=۲/۵A$ است.

(۵) جریان مقاومت $R_۱=۲\,\Omega$ که جریان کل است خواهد شد:

$$I=I'+I''=۲/۵+۲/۵=۵A$$

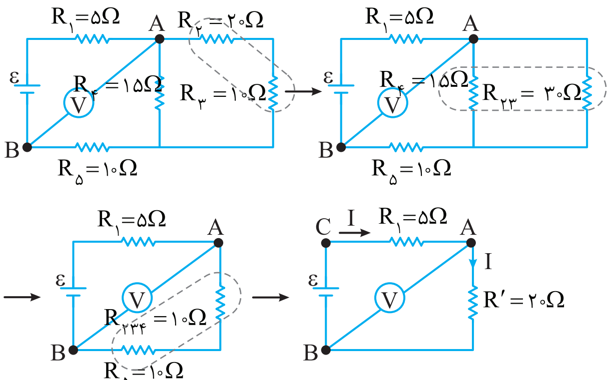


B ۱۹۲ (۴)

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل این قسمت را حساب می‌کنیم.

$R_{۲۳۴}=\frac{۳۰\times۱۵}{۳۰+۱۵}=۱۰\Omega$

متوالی: $۲۰+۱۰=۳۰\Omega$



متوالی: $۱۰+۱۰=۲۰\Omega$

از این جا به بعد کمی خوش فکری لازم است. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است، یعنی مقاومت $R_۱=۵\Omega$ و مقاومت معادل $R'=۲۰\Omega$ دارای جریان برابر هستند. ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰Ω را ۶ولت نشان داده است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱=۵\Omega$ خواهد شد:

$$\begin{cases}V_{AC}=IR_۱\\ V_{AB}=IR'\end{cases}\xrightarrow{تقسیم}\frac{V_{AC}}{۶}=\frac{۵}{۲۰}\Rightarrow V_{AC}=۱/۵V$$

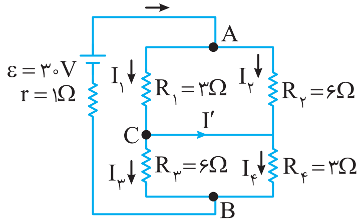
در نتیجه ولتاژ دو سر مولد یعنی V_{BC} خواهد شد:

$$V_{BC}=V_{CA}+V_{AB}=۱/۵+۶=۷/۵V$$

B ۱۹۳ (۱)

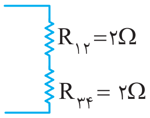
خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا جریان کل مدار را به کمک مقاومت معادل به‌دست بیاورید، سپس باید جریان تک‌تک مقاومت‌ها را حساب کرد و در آخر با توجه به جریان مقاومت‌ها به سراغ جریان عبوری از سیم بدون مقاومت یعنی جریان I' بروید.

① مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند: $R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$



مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند: $R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$

مقاومت‌های $R_{۱۲}$ و $R_{۳۴}$ متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=R_{۱۲}+R_{۳۴}=۲+۲=۴\Omega$



② جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۴+۱}\Rightarrow I=۶A$

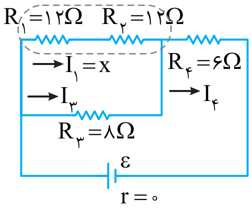
③ مقاومت $R_۲=۶\Omega$ دو برابر مقاومت $R_۱=۳\Omega$ است، از طرفی در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت $R_۲=۶\Omega$ برابر $I_۲$ باشد، جریان مقاومت $R_۱=۳\Omega$ دو برابر آن خواهد بود و $I_۱=۲I_۲$ است از این رو: $I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۶=۲I_۲+I_۲\Rightarrow I_۲=۲A, I_۱=۴A$

همین مطلب در مورد مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ نیز درست است و جریان $I_۴=۴A$ و جریان $I_۳=۲A$ می‌شود.

④ برای نقطهٔ C روی شکل می‌توانید بنویسید: $I_۱=I_۳+I'\Rightarrow ۴=۲+I'\Rightarrow I'=۲A$

۱۹۴ ④ B

① مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت $R_۳$ موازی است و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد. اگر جریان مقاومت $R_{۱۲}=۲۴\Omega$ را x در نظر بگیریم، چون مقاومت $R_۳=۸\Omega$، $\frac{۱}{۳}$ مقاومت $R_{۱۲}$ است، بنابراین جریان $R_۳$ سه برابر جریان مقاومت $R_{۱۲}$ است، یعنی $I_۳=۳x$ است.

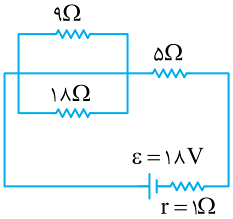


② مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۳$ برابر $I_۴$ است، از این رو: $I_۴=I_۱+I_۳\Rightarrow I_۴=x+۳x\Rightarrow I_۴=۴x$

③ اکنون نسبت توان مصرفی $R_۴$ و توان مصرفی $R_۱$ به کمک رابطهٔ $P=RI^۲$ قابل محاسبه است. $\frac{P_۴}{P_۱}=\frac{R_۴I_۴^۲}{R_۱I_۱^۲}\Rightarrow\frac{P_۴}{P_۱}=\frac{۶\times(۴x)^۲}{۱۲\times(x)^۲}=\frac{۱۶}{۲}=۸$

۱۹۵ ① A

دو سر مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و این مقاومت‌ها اتصال کوتاه شده‌اند و از آن‌ها جریانی نمی‌گذرد و توان مصرفی (آهنگ مصرف انرژی) در آن‌ها صفر است.



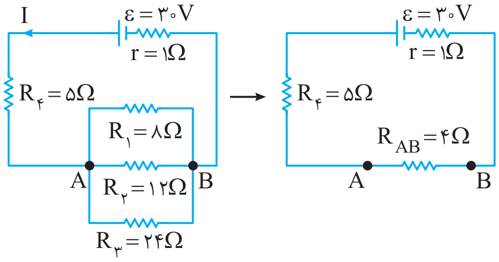
۱۹۶ ① A

خط‌فکری با توجه به اینکه تمام مشخصات مدار داده شده است، می‌توانیم مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام ولتاژ یا جریان دو سر مقاومت $R_۳$ را به دست بیاوریم و به وسیلهٔ آن گرمای تولید شده در $R_۳$ را حساب کنیم.

① ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم. $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند: $\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۲۴}=\frac{۳+۲+۱}{۲۴}\Rightarrow R_{AB}=۴\Omega$

مقاومت R_{AB} و مقاومت $R_۴$ متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$R_{eq}=۴+۵=۹\Omega$



② جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۹+۱}\Rightarrow I=۳A$

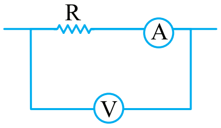
اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۳\times۴=۱۲V$

چون هر سه مقاومت بین نقاط A و B با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان و برابر V_{AB} است اکنون گرمای تولید شده در مقاومت $R_۳$ در مدت ۱۰۰s را حساب می‌کنیم: $U=\frac{V^۲}{R_۳}t\Rightarrow U=\frac{۱۲\times۱۲}{۲۴}\times۱۰۰\Rightarrow U=۶۰۰J$

۱۹۷ ① B

مقاومت آمپرسنج ۵Ω و جریان آن ۰/۱A است بنابراین ولتاژ دو سر آمپرسنج خواهد شد:



$V_A=IR_A=۰/۱\times۵=۰/۵V$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آمپرسنج و مقاومت R را ۱۲V نشان می‌دهد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

$V_V=V_R+V_A\Rightarrow ۱۲=V_R+۰/۵\Rightarrow V_R=۱۱/۵V$

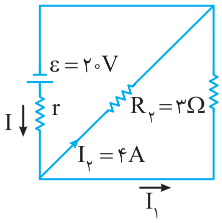
اکنون توان مصرفی در مقاومت R را به‌دست می‌آوریم.

$P_R=V_RI_R\xrightarrow[I_R=I_A=۰/۱A]{V_R=۱۱/۵V}P_R=۱۱/۵\times۰/۱$

$\Rightarrow P_R=۱/۱۵W$

۱۹۸ ② B

① مقاومت‌های ۲Ω و ۳Ω با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است. بنابراین می‌توان جریان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ را به‌دست آورد.



$V_۲=V_۱\Rightarrow I_۲R_۲=I_۱R_۱\Rightarrow ۴\times۳=I_۱\times۲\Rightarrow I_۱=۶A$

(در واقع همان نکته‌ای که می‌گفتیم جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.)

② جریان مدار برابر مجموع جریان دو شاخهٔ موازی است.

$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=۶+۴\Rightarrow I=۱۰A$

۳ مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$(\text{موازی } R_۲ \text{ و } R_۱):R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳\times۲}{۳+۲}=۱/۲\Omega$$

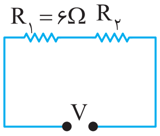
اکنون مقاومت درونی به کمک رابطهٔ جریان قابل محاسبه است.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱۰=\frac{۲۰}{۱/۲+r}\Rightarrow r=۰/۸\Omega$$

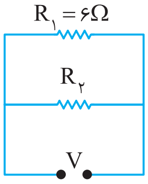
B ۱۹۹ (۴)

خط فکری ولتاژ دو سر مقاومت‌ها در شکل‌های (۱) و (۲) ثابت و برابر V است.

بنابراین باید از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان‌ها را مقایسه کرد، برای این کار باید مقاومت معادل را در دو حالت به دست بیاورید.



شکل(۱)



شکل(۲)

۱ مقاومت معادل در شکل (۱): $\text{متوالی } R_۲ \text{ و } R_۱ \Rightarrow R_{(۱)}=R_۱+R_۲=۶+R_۲$

مقاومت معادل در شکل (۲): $\text{موازی } R_۲ \text{ و } R_۱ \Rightarrow R_{(۲)}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}$

۲ توان مصرفی شکل (۲)، ۴/۵ برابر توان مصرفی شکل (۱) است، از این رو می‌توان نوشت:

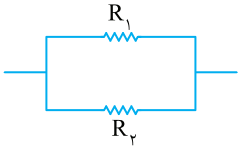
$$P_{(۲)}=۴/۵P_{(۱)}\Rightarrow\frac{V^۲}{R_{(۲)}}=۴/۵\frac{V^۲}{R_{(۱)}}\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow$$

$$\frac{۶+R_۲}{۶R_۲}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow ۳۶+R_۲^۲+۱۲R_۲=۲۷R_۲\Rightarrow R^۲-۱۵R_۲+۳۶=۰$$

$$(R_۲-۱۲)(R_۲-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۱۲\Omega\\R_۲=۳\Omega\end{cases}$$

B ۲۰۰ (۴)

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:



$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

۱ مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

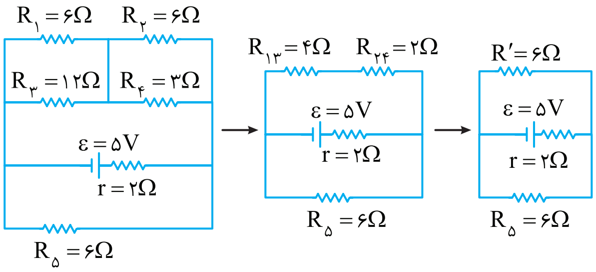
مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۳$ موازی هستند: $R_{۱۳}=\frac{R_۱R_۳}{R_۱+R_۳}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۴$ موازی هستند. $R_{۲۴}=\frac{R_۲R_۴}{R_۲+R_۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$

مقاومت‌های $R_{۲۴}$ و $R_{۱۳}$ متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها را که با R' نمایش می‌دهیم خواهد شد: $R'=R_{۱۳}+R_{۲۴}=۴+۲=۶\Omega$

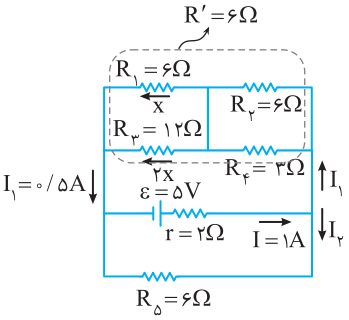
مقاومت‌های $R'=۶\Omega$ و $R_۵=۶\Omega$، دست در دست هم دارند و موازی هستند.

بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد. $R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۵}{۳+۲}=۱A$

۳ به سراغ تقسیم جریان در مقاومت‌ها می‌رویم: مقاومت شاخهٔ R' با مقاومت شاخهٔ $R_۵$ مساوی و موازی‌اند و جریان بین این دو شاخه به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ برابر است با: $I_۱=I_۲=\frac{I}{۲}=۰/۵A$.

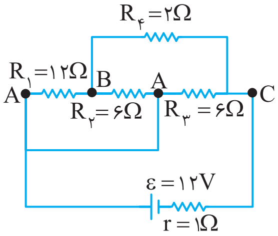


جریان $I_۱=۰/۵A$ بین مقاومت‌های ۶Ω و ۱۲Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۶Ω را x فرض کنید، جریان مقاومت ۱۲Ω، $\frac{x}{۲}$ خواهد بود که جمع آن‌ها برابر $I_۱$ یعنی $۰/۵A$ است. $I_۱=\frac{x}{۲}+x\Rightarrow ۰/۵=\frac{۳x}{۲}\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}A$

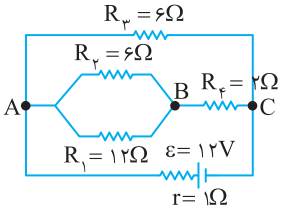
۴ بنابراین جریان مقاومت $R_۱=۶\Omega$ برابر $\frac{۱}{۳}A$ است و توان مصرفی در آن خواهد شد. $P_۱=R_۱I_x^۲\Rightarrow P_۱=۶\times(\frac{۱}{۳})^۲=\frac{۲}{۳}W$

B ۲۰۱ (۱)

ابتدا مدار را به شکل زیر ساده کرده، سپس جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل می‌شوند در حکم یک نقطه از مدار هستند و با یک حرف نامگذاری می‌شوند.



مقاومت‌های $R_۱=۱۲\Omega$ و $R_۲=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی‌اند. مقاومت $R_۳=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ A و C و مقاومت $R_۴=۲\Omega$ بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد و مدار به شکل مقابل در می‌آید.



۱ مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{۱۲}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است: $R_{۱۲۴}=۴+۲=۶\Omega$

مقاومت $R_{۱۲۴}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶}{۲}=۳\Omega$$

۲ جریان مدار را به دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳+۱}\Rightarrow I=۳A$

۳ توان تلف شده در باتری برابر است با: $rI^۲=۱\times(۳)^۲=۹W$

B ۲۰۲ (۲)

۱ با داشتن توان مصرفی مقاومت $R_۱=۱\Omega$ که برابر $۴W$ است، می‌توانیم جریان شاخهٔ بالا را به دست بیاوریم: $P_۱=I_۱^۲R_۱\Rightarrow ۴=I_۱^۲\times۱\Rightarrow I_۱=۲A$

۲ جریان شاخهٔ پایینی نیز که موازی شاخهٔ بالایی است و مقاومت آن برابر مقاومت شاخهٔ بالایی است، برابر $۲A$ است $(I_۳=۲A)$ و جریان کل مدار $I=۲+۲=۴A$ خواهد بود.

۳ به سراغ مقاومت معادل مدار می‌رویم، مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند:

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۱+۳=۴\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و چون هم‌اندازه هستند، برای به دست

آوردن مقاومت معادل آن‌ها، مقاومت یکی از آن‌ها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$$

۴ اکنون نیروی محرکهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲+۱}\Rightarrow \varepsilon=۱۲V$$

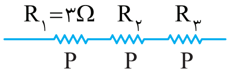
۵ ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۴\times۱=۸V$

B ۲۰۳ ①

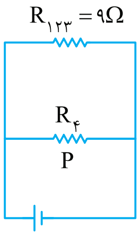
توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

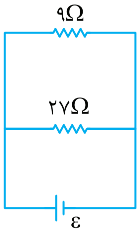
۱ ابتدا مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ را بررسی می‌کنیم. این سه مقاومت با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ برای اینکه توان مصرفی آن‌ها با هم برابر باشد باید مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ با هم برابر باشد:

$$R_۱=R_۲=R_۳=۳\Omega$$



۲ سه مقاومت $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ متوالی‌اند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{۱۲۳}=۳+۳+۳=۹\Omega$ است و چون هر کدام از آن‌ها توان P مصرف کرده پس $R_{۱۲۳}$ توان $۳P$ را مصرف می‌کند. مقاومت $R_۴$ و $R_{۱۲۳}$ با هم موازی‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی هستند.





$$\begin{cases}P_{R_۴}=P\\ P_{R_{۱۲۳}}=۳P\end{cases}\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}\begin{cases}\frac{V^۲}{R_۴}=P\\ \frac{V^۲}{۹}=۳P\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div}\frac{۹}{R_۴}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow R_۴=۲۷\Omega$$

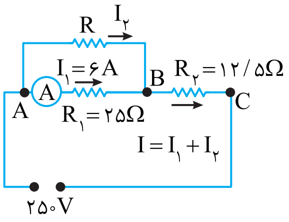
۳ حال مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۲۷}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۴}{۲۷}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۷}{۴}$$

B ۲۰۴ ①

خط فکری باید از مقاومتی که جریان آن داده شده است، شروع کنید و به کمک آن جریان و ولتاژ شاخه‌های دیگر را به دست آورید.

۱ آمپرسنج جریان مقاومت $R_۱$ را ۶A نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱=۲۵\Omega$ را به دست می‌آوریم:



$$V_{AB}=I_۱R_۱=۶\times۲۵$$
$$\Rightarrow V_{AB}=۱۵۰V$$

۲ مجموع V_{AB} و V_{BC} برابر اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه است.

از این رو: $V_{AB}+V_{BC}=۲۵۰\Rightarrow ۱۵۰+V_{BC}=۲۵۰\Rightarrow V_{BC}=۱۰۰V$

۳ جریان مقاومت $R_۲$ که با منبع متوالی است برابر جریان کل مدار است. جریان I را می‌توان به دست آورد: $I=\frac{V_{BC}}{R_۲}\Rightarrow I=\frac{۱۰۰}{۱۲/۵}\Rightarrow I=۸A$

۴ جریان کل مدار برابر مجموع جریان $I_۱$ و $I_۲$ است. جریان مقاومت R برابر خواهد شد با: $I_۱+I_۲=I\Rightarrow I_۲=I-I_۱\Rightarrow I_۲=۸-۶\Rightarrow I_۲=۲A$

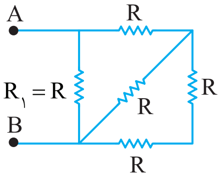
۵ ولتاژ دو سر R برابر V_{AB} و $۱۵۰V$ و جریان آن $۲A$ است، بنابراین انرژی مصرفی آن در مدت ۳۰ دقیقه برابر خواهد شد با:

$$U=Pt\Rightarrow U=VIt\Rightarrow U=۱۵۰\times۲\times\frac{۳۰}{۶۰}=۱۵۰Wh\Rightarrow U=۰/۱۵kWh$$

B ۲۰۵ ④

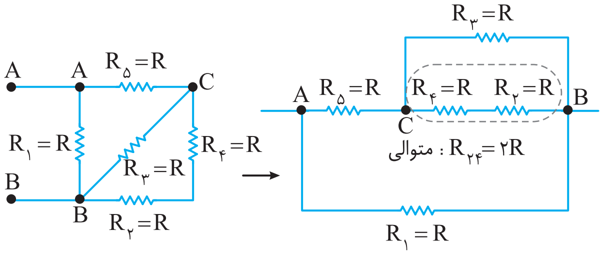
خط فکری در سؤالاتی که گفته می‌شود بیشینه توان مصرفی هر مقاومت می‌تواند P باشد، ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را در مدار مصرف می‌کند پیدا می‌کنیم و توان مصرفی آن را برابر P قرار می‌دهیم، در این صورت بقیهٔ مقاومت‌ها حتماً کمتر از توان P مصرف خواهند کرد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ به صورت موازی به دو سر A و B وصل شده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن بیشینه است و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



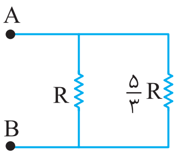
$$P_{max}=\frac{V_{AB}^۲}{R_۱}\xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=R}۲۰=\frac{V_{AB}^۲}{R}$$

۲ توان مصرفی در مدار برابر $P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}}$ است، حال مقاومت معادل را برحسب R به‌دست می‌آوریم. برای این کار از نقطه‌گذاری استفاده کرده و شکل مدار را ساده‌تر رسم کردیم (البته شما می‌توانید با توجه به شکل مدار نیز مقاومت معادل را به‌دست آورید.)



$$R_{۲۳۴}=\frac{۲R\times R}{۳R}=\frac{۲}{۳}R : \text{موازی } R_۳ \text{ و } R_{۲۴}$$

$$R_{۲۳۴۵}=R+\frac{۲}{۳}R=\frac{۵}{۳}R : \text{متوالی } R_۵ \text{ و } R_{۲۳۴}$$



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{۵}{۳}R\times R}{\frac{۸}{۳}R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۵}{۸}R$$

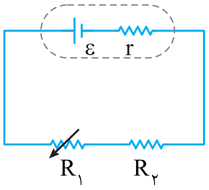
۳ توان مصرفی در مدار را حساب می‌کنیم:

$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{\frac{۵}{۸}R}\Rightarrow P_{کل}=\frac{۸}{۵}\frac{V_{AB}^۲}{R}\xrightarrow{\frac{V_{AB}^۲}{R}=۲۰W}$$

$$P_{کل}=\frac{۸}{۵}\times۲۰=۳۲W$$

B ۲۰۶ ②

۱ با افزایش مقاومت $R_۱$ که با مقاومت $R_۲$ متوالی است، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.



$$\uparrow R_{eq}=\uparrow R_۱+R_۲$$

۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

(۳) با کاهش جریان مدار، افت پتانسیل در باتری کاهش می‌یابد. $\downarrow V'=\downarrow Ir$

(۴) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد.

$$\downarrow V_۲=\downarrow IR_۲$$

(۵) اختلاف پتانسیل دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

(۶) با توجه به اینکه ولتاژ دو سر باتری برابر مجموع ولتاژ دو سر مقاومت‌هاست، داریم:

$$V=V_۱+V_۲ \xrightarrow{V\uparrow ,V_۲\downarrow} V_۱\uparrow$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد.

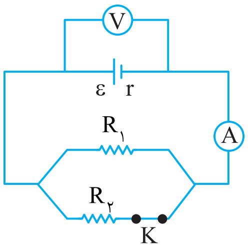
میانبر در مدارهای دارای مقاومت متغیر هرگاه مقاومت متغیر در حال تغییر باشد.

(۱) ولتاژ و جریان مقاومت متغیر مخالف هم تغییر می‌کنند و همیشه تغییرات مقاومت متغیر و ولتاژ آن مشابه است.

(۲) ولتاژ و جریان مقاومت ثابت در مدار مشابه یکدیگر تغییر می‌کند.

$R_۱$ افزایش یافته پس ولتاژ آن افزایش می‌یابد و جریان آنکه همان جریان مدار است کاهش می‌یابد و با کاهش جریان، مقاومت r که ثابت است ولتاژ دو سرش $V'=Ir$ کاهش می‌یابد.

B ۲۰۷ (۴)



(۱) **بررسی مقاومت معادل:** ابتدا در مدار دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها از هر یک از مقاومت‌ها کوچک‌تر است $(R_{eq_۱}<R_۱)$. با باز کردن کلید مقاومت $R_۲$ از مدار جدا می‌شود و مقاومت معادل برابر $R_۱$ شده یعنی مقاومت معادل افزایش می‌یابد.

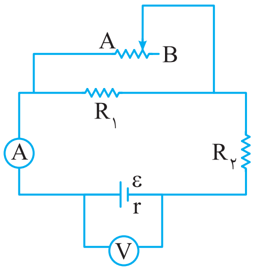
$$R_{eq_۲}=R_۱\Rightarrow R_{eq_۲}>R_{eq_۱}$$

(۲) **بررسی جریان مدار:** با افزایش مقاومت کل مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$ و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

(۳) ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد از این‌رو $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$ ، بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش خواهد داد.

B ۲۰۸ (۲)

خط فکری هر گاه یکی از مقاومت‌های درون مدار چه موازی، چه متوالی افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و اگر کاهش یابد، مقاومت معادل کاهش می‌یابد. بنابراین باید بررسی کنید که حرکت لغزنده، مقاومت رئوستا را که موازی مقاومت $R_۱$ است افزایش می‌دهد یا کاهش، سپس می‌توانید در مورد ولتاژ و جریانی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند اظهار نظر کنید.



(۱) با حرکت لغزنده از A تا B مقاومت رئوستا زیاد می‌شود که سبب افزایش مقاومت کل مدار می‌شود. $(R_{eq}\uparrow)$

(۲) با افزایش مقاومت کل مدار جریان کل کاهش‌می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

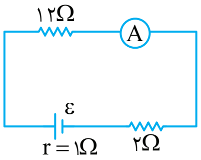
بنابراین $I'<I$ است.

(۳) ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$ و $V'>V$ می‌شود.

B ۲۰۹ (۱)

خط فکری در این مدار مقدار نیروی محرکه (ε) داده نشده، ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده برای حالتی که کلید باز است، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم و سپس در گام بعدی با داشتن نیروی محرکه و در حالتی که کلید بسته است خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم.

حالت اول در حالتی که کلید باز است



مقاومت ۶Ω در مدار حضور ندارد و دو مقاومت ۲Ω و ۱۲Ω در مدار بوده که با هم متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

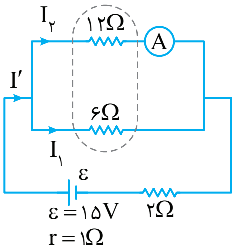
$$R_{eq}=۱۲+۲=۱۴\Omega$$

با توجه به رابطهٔ جریان مدار، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow \varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم وقتی کلید K را می‌بندیم، دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω دست در دست هم می‌دهند و موازی می‌شوند و مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۴+۲\Rightarrow R'_{eq}=۶\Omega$

$$\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}=۴\Omega \text{ : موازی}$$



جریان مدار برابر است با:

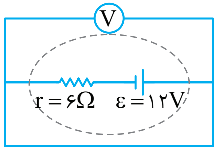
$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۵}{۶+۱}=\frac{۱۵}{۷}A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود بنابراین $I_۱=۲I_۲$ است:

$$I_۱+I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow ۳I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow I_۲=\frac{۵}{۷}A$$

آمپرسنج $\frac{۵}{۷}$ آمپر را نشان می‌دهد.

B ۲۱۰ (۱)



جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۰+۶}=I=۲A$$

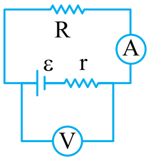
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times ۶\Rightarrow V=۰$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

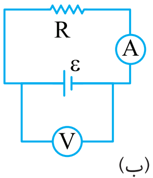
جمع‌بندی همان‌طور که در علوم نیز خواندید، آمپرسنج آرمانی جریان را نشان می‌دهد و مقاومت آن ناچیز است. ولت‌سنج آرمانی نیز اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد و مقاومت آن بسیار زیاد است. در پایین حالت‌های مختلف بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی در مدار ساده را آورده‌ایم، البته در پنجرهٔ سوم یک بخش کامل راجع به آمپرسنج و ولت‌سنج صحبت می‌کنیم.

I و V به‌ترتیب اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند.



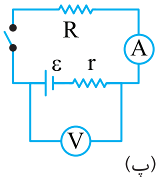
(الف)

$I=\frac{\varepsilon}{R+r},V=\varepsilon-Ir$



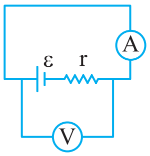
(ب)

$I=\frac{\varepsilon}{R},V=\varepsilon$



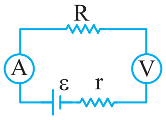
(پ)

$I=۰,V=\varepsilon$



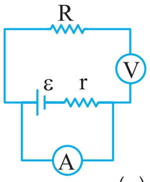
(ت)

$I=\frac{\varepsilon}{r},V=۰$



(ث)

$I=۰,V=\varepsilon$



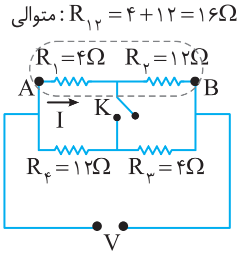
(ج)

$I=\frac{\varepsilon}{r},V=۰$

در شکل‌های (الف) تا (ت) ولت‌سنج و آمپرسنج در مدار به درستی قرار گرفته‌اند، اما

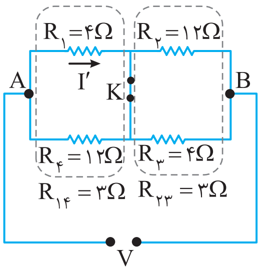
نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها در مدارهای (ث) و (ج) نادرست است.

B ۲۱۱ ①



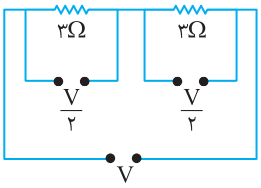
حالت اول: به مدار نگاه کنید. دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند و دو سر آن‌ها به دو سر منبع نیروی محرکه متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر $R_۱$ و $R_۲$ برابر V می‌باشد. از این‌رو جریان $R_۱$ در این حالت برابر است با:

$$V=V_{AB}=I(R_۱+R_۲)\Rightarrow V=I(۴+۱۲)\Rightarrow I=\frac{V}{۱۶}$$



حالت دوم: با بستن کلید K، مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۴$ همان‌گونه که در مدار نشان داده شده با هم موازی می‌شوند. مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ نیز موازی می‌شوند. مقاومت معادل $R_{۱۴}=۳\Omega$ و مقاومت معادل $R_{۲۳}=۳\Omega$ است، بنابراین ولتاژ دو سر هر یک از آن‌ها نصف ولتاژ دو سر مدار یعنی $V_{۱۴}=V_{۲۳}=\frac{V}{۲}$ است. در این صورت ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱=۴\Omega$ نیز $\frac{V}{۲}$ خواهد بود.

$$V_{۱۴}=\frac{V}{۲}\Rightarrow R_۱I'=\frac{V}{۲}\Rightarrow I'=\frac{V}{۲\times۴}=\frac{V}{۸}$$



حاصل $\frac{I'}{I}$ به‌دست می‌آید.

$$\frac{I'}{I}=\frac{\frac{V}{۸}}{\frac{V}{۱۶}}=۲$$

B ۲۱۲ ②

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. وقتی کلید باز است، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ باتری برابر است $(V=\varepsilon)$ و اگر کلید بسته شود و از باتری جریان بگذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است که Ir افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری است. اگر با باز کردن و بستن کلید در عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، تغییر قابل ملاحظه‌ای حاصل نشود، یعنی افت پتانسیل تقریباً صفر است در این صورت دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد.

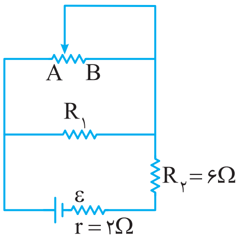
$V=\varepsilon\Rightarrow Ir=۰$

مقاومت خارجی بسیار بزرگ است $I=۰$

مقاومت درونی ناچیز است $r=۰$

یعنی یا مقاومت درونی صفر است و یا مقاومت خارجی متصل به باتری بسیار بزرگ است.

C ۲۱۳ ③



① با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت متغیر زیاد می‌شود و با افزایش هر مقاومت در مدار، مقاومت معادل افزایش می‌یابد.

$(R_{eq}\uparrow)$

② با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

③ با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ کاهش می‌یابد.

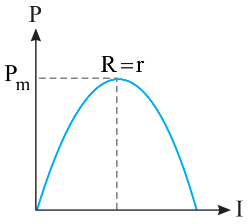
$(\downarrow V_۲=R_۲I\downarrow)$

④ ولتاژ دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد.

$(\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-I\downarrow r)$

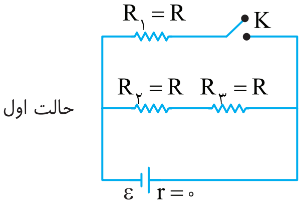
⑤ ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت $R_۱$ که باهم موازی هستند افزایش می‌یابد. $(V_{R_۱}=\uparrow V_{\text{باتری}}-V_۲\downarrow)$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد. $(\uparrow P_۱=\frac{\uparrow V_۱^۲}{R_۱})$



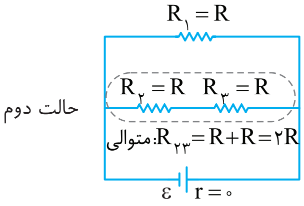
توان خروجی مولد برحسب جریان مدار یک تابع درجه دو $P=-rI^۲+\varepsilon I$ است که نمودار آن سهمی است و وقتی توان بیشینه است که مقاومت خارجی با مقاومت درونی برابر باشد $(R=r)$، در این صورت اگر مقاومت خارجی مدار هنگام افزایش در حال دور شدن از مقاومت درونی باشد، توان در حال کاهش است. به مدار نگاه کنید. مقاومت $۶\,\Omega$ $(R_۲>r)$ با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت مدار از $۶\,\Omega$ بزرگ‌تر است و با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و از r دورتر می‌شود بنابراین توان خروجی کاهش می‌یابد.

B ۲۱۴ ④



در حالت اول که کلید باز است دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ متوالی بوده و توان مصرفی مدار برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^۲}{R+R}=\frac{\varepsilon^۲}{۲R}$$



حالت دوم با بستن کلید K مقاومت $R_۱=R$ به طور موازی به مقاومت‌های متوالی $R_۲$ و $R_۳$ اضافه می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq}=\frac{R_۱\times R_{۲۳}}{R_۱+R_{۲۳}}=\frac{R\times۲R}{R+۲R}=\frac{۲}{۳}R$$

توان مصرفی مدار در حالت دوم برابر است با: $P'=\frac{V^۲}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^۲}{\frac{۲}{۳}R}\Rightarrow P'=\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}$

بنابراین نسبت توان حالت دوم به توان حالت اول خواهد شد: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}}{\frac{\varepsilon^۲}{۲R}}=۳$

میانبر هرگاه باتری آرمانی باشد $(r=۰)$ با هر تغییری در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکهٔ آن است، از این‌رو: $\frac{P'}{P}=\frac{I'}{I}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$

① توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

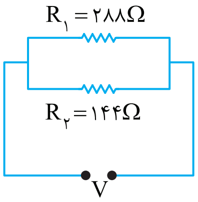
② جریان کل مدار (جریان خروجی از باتری) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

B ۲۱۵ ③

خطفکری ۱ در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌های مدار کوچک‌تر است.

② با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ اگر مقدار اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت باشد، هرچه R کوچک‌تر باشد، توان مصرفی مدار بزرگ‌تر خواهد شد.

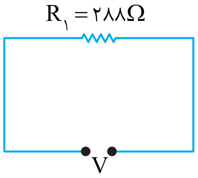
بیشینهٔ توان مصرفی برای اختلاف پتانسیل دو سر مدار نشان داده شده، هنگامی است که هر دو کلید بسته باشند و هر دو مقاومت موازی در مدار قرار گیرند تا مقاومت مدار کمترین مقدار شود.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۲۸۸}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۹۶\Omega\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}P_{max}=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{V^۲}{۹۶}$$

برای آنکه توان مصرفی کمترین مقدار باشد باید مقاومت $R_۱$ که بیشترین مقاومت است در مدار قرار گیرد، یعنی کلید شاخهٔ $R_۱$ بسته و کلید شاخهٔ $R_۲$ باز باشد.



$$P_{min}=\frac{V^۲}{R_۱}=\frac{V^۲}{۲۸۸}$$

بنابراین

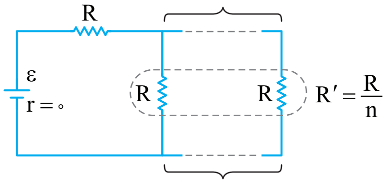
$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{V^۲}{۹۶}}{\frac{V^۲}{۲۸۸}}=\frac{۲۸۸}{۹۶}=۳$$

C ۲۱۶ ③

یادآوری برای به‌دست آوردن مقاومت معادل در مقاومت‌های موازی یکسان، یک مقاومت را به تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم.

با توجه به شکل مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $\frac{R}{n}$ است که این مقاومت با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=\frac{n+۱}{n}R$$



n مقاومت موازی

جریان عبوری از باتری خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{n+۱}{n}R}=\frac{n}{n+۱}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

اگر تعداد مقاومت‌های موازی $n+۱$ شود، مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$R'_{eq}=R+\frac{R}{n+۱}=\frac{n+۲}{n+۱}R$$

و جریان باتری خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{n+۲}{n+۱}R}=\frac{n+۱}{n+۲}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

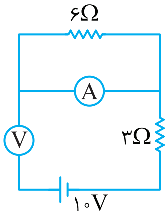
با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$I'=\frac{۱۶}{۱۵}I\Rightarrow(\frac{n+۱}{n+۲})\frac{\varepsilon}{R}=\frac{۱۶}{۱۵}(\frac{n}{n+۱})\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow۱۶n^۲+۳۲n=۱۵(n+۱)^۲$$

$$\Rightarrow۱۶n^۲+۳۲n=۱۵n^۲+۳۰n+۱۵$$

$$\Rightarrow n^۲+۲n-۱۵=۰\Rightarrow(n-۳)(n+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}n=۳\\ n=-۵\ \text{غ.ق}\end{cases}$$

B ۲۱۷ ②



یادآوری هر گاه آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود آن شاخه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. از طرفی وقتی که ولت‌سنج با باتری متوالی بسته می‌شود، جریان به مدار صفر می‌شود.

به مدار نگاه کنید. ولت‌سنج متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد، اما ولت‌سنج در این حالت نیروی محرکهٔ باتری یعنی $۱۰V$ را نشان خواهد داد.

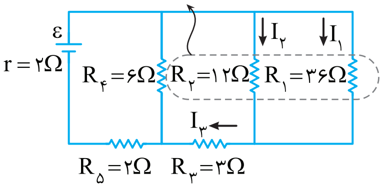
C ۲۱۸ ④

به چه فکر می‌کنید؟ راهی نیست مگر اینکه ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را مصرف می‌کند، پیدا کنید.

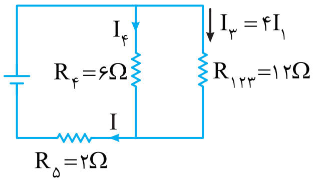
① جریان بزرگ‌ترین مقاومت موازی مدار یعنی $R_۱=۳۶\Omega$ را برابر $I_۱$ فرض می‌کنیم. جریان مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$، سه برابر جریان $R_۱$ یعنی $I_۲=۳I_۱$ خواهد بود. جریان مقاومت $R_۳$ جمع $I_۱$ و $I_۲$ است.

$$I_۳=I_۱+I_۲=I_۱+۳I_۱=۴I_۱\Rightarrow I_۳=۴I_۱$$

$$\text{موازی}:\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۳+۱}{۳۶}\Rightarrow R_{۱۲}=۹\,\Omega$$



مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است. $R_{۱۲۳}=۳+۹=۱۲\Omega$



جریان مقاومت ۱۲Ω، $۴I_۱$ است و جریان مقاومت $R_۴=۶\Omega$ موازی با آن برابر $I_۴=۸I_۱$ می‌شود (فراموش نکنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود). جریان کل مدار با مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:

$$I=I_۳+I_۴=۴I_۱+۸I_۱\Rightarrow I=۱۲I_۱$$

② اکنون توان تک‌تک مقاومت‌ها را با استفاده از رابطهٔ $P=RI^۲$ به‌دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_۱=R_۱I_۱^۲\xrightarrow{R_۱=۳۶\Omega}P_۱=۳۶I_۱^۲$$

$$P_۲=R_۲I_۲^۲\xrightarrow[I_۲=۳I_۱]{R_۲=۱۲\Omega}P_۲=۱۲\times(۳I_۱)^۲\Rightarrow P_۲=۱۰۸I_۱^۲$$

$$P_۳=R_۳I_۳^۲\xrightarrow[I_۳=۴I_۱]{R_۳=۳\Omega}P_۳=۳\times(۴I_۱)^۲\Rightarrow P_۳=۴۸I_۱^۲$$

$$P_۴=R_۴I_۴^۲\xrightarrow[I_۴=۸I_۱]{R_۴=۶\Omega}P_۴=۶\times(۸I_۱)^۲\Rightarrow P_۴=۳۸۴I_۱^۲$$

$$P_۵=R_۵I_۵^۲\xrightarrow[I_۵=۱۲I_۱]{R_۵=۲\Omega}P_۵=۲\times(۱۲I_۱)^۲\Rightarrow P_۵=۲۸۸I_۱^۲$$

مقاومت $R_۴=۶\Omega$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، پس اختلاف پتانسیل دو سر $R_۴$، $۱۲V$ و جریان آن $۸I_۱$ است. $I_۱$ را به‌دست می‌آوریم.

$$V_۴=I_۴R_۴\Rightarrow۱۲=۸I_۱\times۶\Rightarrow I_۱=۰/۲۵A$$

جریان کل مدار یا جریان مقاومت $R_۵$ خواهد شد: $I_{\text{کل}}=I_۵=۱۲I_۱=۱۲\times۰/۲۵=۳A$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:

$$V_۵=I_۵R_۵\xrightarrow[R_۵=۲\Omega]{I_۵=۳A}V_۵=۳\times۲\Rightarrow V_۵=۶V$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V=V_۴+V_۵=۱۲+۶=۱۸V$$

نیروی محرکهٔ باتری خواهد شد:

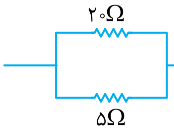
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۸=\varepsilon-۳\times ۲\Rightarrow \varepsilon=۲۴V$$

خوب خسته نباشید. تست کنکور تجربی ۹۸. به نظر می‌رسد باید این تست در سطح دوم یا سطح سوم قرار می‌گرفت نه به دلیل سختی آن بلکه به دلیل راه‌حل طولانی حوصله سربر آن.

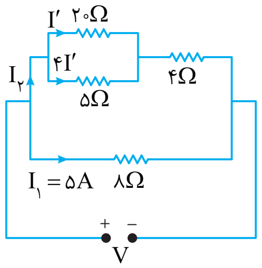
C ۲۱۹ ①

خط فکری در حل این مسائل باید یادمان باشد که در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است و نمی‌تواند با هیچ یک از مقاومت‌ها برابر باشد. از طرفی باید مقداری پیشگویی در چگونگی مدار به خرج داد و برای این چهار مقاومت نحوه‌های مختلف را بررسی کرد تا به جواب رسید.

مقاومت معادل ۴Ω است و مقاومت‌ها به ترتیب ۴Ω، ۵Ω، ۸Ω و ۲۰Ω است، بنابراین مقاومت‌ها با هم موازی نیستند. از طرفی این چهار مقاومت با هم متوالی نیستند زیرا در این صورت مقاومت معادل $۲۰+۸+۵+۴=۳۷\Omega$ می‌شود که از ۴Ω بزرگ‌تر است. بنابراین باید مدار دارای شاخه‌های موازی باشد. به سراغ موازی کردن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۴Ω و ۵Ω، $\frac{۲۰}{۹}\Omega$ $(\frac{۵\times ۴}{۵+۴})$ هم‌چنین مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۵Ω و ۸Ω، $\frac{۴۰}{۱۳}\Omega$ $(\frac{۸\times ۵}{۸+۵})$ است که چون عدد کسری هستند احتمال این نحوه بستن آن‌ها کم است. اما به سراغ دو مقاومت ۵Ω و ۲۰Ω می‌رویم، در ذهن خود آن‌ها را موازی می‌بندیم، مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$\Rightarrow \frac{۲۰\times ۵}{۲۰+۵}=۴\Omega$$

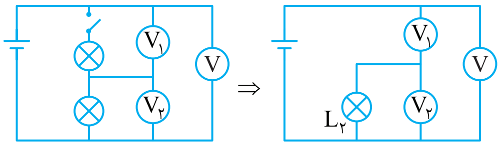


اکنون مدار مقابل را پیشنهاد می‌دهیم. مقاومت شاخهٔ بالایی $۴+۴=۸\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی نیز ۸Ω است و مقاومت معادل ۴Ω می‌شود که برابر مقدار مقاومت معادلی است که در صورت سؤال داده شده است. اکنون جریان‌ها را حساب می‌کنیم. جریان مقاومت پایینی $۵A$ است و چون دو شاخه دارای مقاومت ۸Ω هستند، جریان شاخهٔ بالایی نیز $۵A$ است بنابراین جریان $۵A$ بین دو مقاومت موازی ۵Ω و ۲۰Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت ۲۰Ω جریان I' بگذرد از مقاومت ۵Ω جریان $۴I'$ می‌گذرد و جمع I' و $۴I'$ باید برابر $۵A$ شود بنابراین

$$۵I'=۵\Rightarrow I'=۱A$$

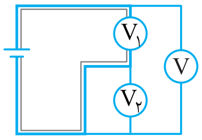
B ۲۲۰ ②

هنگامی که کلید $K_۱$ باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید $K_۱$ حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:

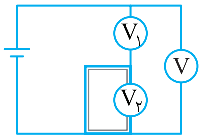


با توجه به شکل لامپ $L_۲$ با ولت‌سنج $V_۱$ متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

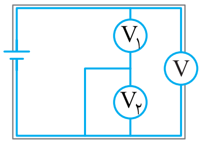
دو سر ولت‌سنج $V_۲$ به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند، اما ولت‌سنج‌های $V_۱$ و V به دو سر باتری وصل بوده و نیروم‌حرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولت‌سنج را در زیر کشیده‌ایم:



دوسر ولت‌سنج $V_۱$ به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد.
$V_۱=\varepsilon$



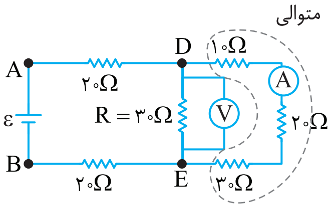
دوسر ولت‌سنج $V_۲$ با سیم به‌هم وصل بوده و $V_۲=۰$ است.



دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

B ۲۲۱ ①

به شکل نگاه کنید. مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω متوالی هستند و معادل این سه مقاومت با مقاومت $R=۳۰\Omega$ موازی است و در شاخه‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است یعنی اختلاف پتانسیل شاخهٔ سمت راست شامل ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با اختلاف پتانسیل $R=۳۰\Omega$ برابر است. ولت‌سنج عدد $۱۲V$ را نشان می‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه سمت راست با مقاومت $۳۰+۲۰+۱۰=۶۰\Omega$ نیز $۱۲V$ است و جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



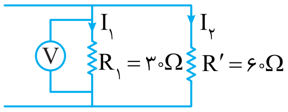
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow I=۰/۲A$$

مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر جریان شاخهٔ سمت راست یعنی $۰/۲A$ می‌شود.

دقت کنید که آمپرسنج نیز در این شاخه و متوالی با این سه مقاومت بسته شده پس آمپرسنج جریان $۰/۲A$ را نشان می‌دهد.

آمپرسنج روی شاخهٔ سمت راست قرار دارد و جریان عبوری از این شاخه را نشان می‌دهد.

روش دوم: با توجه به توضیحات بالا مقاومت معادل سه مقاومت ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با مقاومت ۳۰Ω موازی است. با توجه به اختلاف پتانسیل، جریان مقاومت ۳۰Ω را به‌دست می‌آوریم و در ادامه با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود جریان شاخهٔ سمت راست را حساب می‌کنیم:



$$V=RI_۱\Rightarrow ۱۲=۳۰\times I_۱=۰/۴A$$

$$R'=۲R_۱\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۰/۲A$$

A ۲۲۲ ④

خط فکری رابطهٔ ساختمانی را در دو حالت نوشته برهم تقسیم کرده و در رابطهٔ به‌دست آمده، داده‌های مسئله را قرار می‌دهیم. هر دو سیم مسی هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases} R_A=\rho\dfrac{L_A}{A_A} \\ R_B=\rho\dfrac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow[\text{D: قطر سیم}]{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{D_A^۲}$$

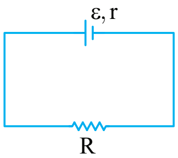
$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۱}{۴}L_B}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{(۲D_B)^۲}\xrightarrow{R_A=۵\Omega}\frac{۵}{R_B}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_B=۸۰\Omega$$

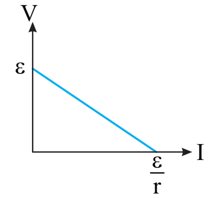
میانبر نسبت مقاومت در دو حالت برابر است با: $\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲$

B **۲۲۳** ②

خط فکری در یک باتری که در مداری مطابق شکل زیر بسته شده است، ولتاژ دو سر باتری برابر خواهد شد با: $V=\varepsilon-Ir$

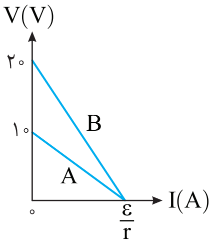
در این صورت نمودار $V-I$ آن خط راستی است که عرض از مبدأ آن ε و شیب آن $-r$ است.





با توجه به نمودار مسئله $\varepsilon_A=۱۰V$ و $\varepsilon_B=۲۰V$ است. از طرفی مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ در هر دو نمودار برابر است از این‌رو:

$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=\frac{\varepsilon_A}{r_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲$$



B **۲۲۴** ③

خط فکری در حل این مسائل فرض اصلی این است که مقاومت لامپ ثابت است.

همچنین ولتاژ دو سر لامپ داده شده، در این صورت رابطهٔ توان به‌صورت $P=\frac{V^۲}{R}$ قابل استفاده است.

بنا بر فرض مسئله توان مصرفی لامپ ٪۱۹ کاهش یافته یعنی $P_۲=P_۱-\frac{۱۹}{۱۰۰}P_۱=\frac{۸۱}{۱۰۰}P_۱$ بوده و توان ثانویه لامپ با ولتاژ جدید، ٪۸۱ توان آن با ولتاژ $۲۰۰V$ است بنابراین:

$$P_۲=۰/۸۱P_۱\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}\frac{V_۲^۲}{R}=\frac{۸۱}{۱۰۰}\frac{V_۱^۲}{R}\xrightarrow{V_۱=۲۰۰V}$$

$$V_۲^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}\times۲۰۰^۲\Rightarrow V_۲=\frac{۹}{۱۰}\times۲۰۰\Rightarrow V_۲=۱۸۰V$$

در نتیجه ولتاژ از $۲۰۰V$ به $۱۸۰V$ رسیده و $۲۰۰-۱۸۰=۲۰V$ افت داشته است.

A **۲۲۵** ③

خط فکری اختلاف پتانسیل منبع و جریان مدار را در اختیار داریم، بنابراین ابتدا باید مقاومت معادل را به‌دست بیاوریم و سپس بررسی کنیم با چه تعداد مقاومت ۴۰ اهمی می‌توان این مقاومت معادل را ساخت.

مقاومت کل مدار برابر است با:

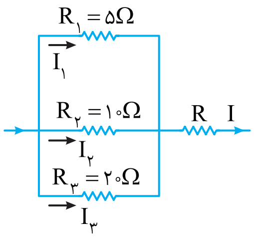
$$R_{eq}=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰}{۱۵}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$$

مقاومت معادل ۸Ω است که از مقاومت ۴۰Ω کمتر است بنابراین باید مقاومت‌ها را با هم موازی ببندیم.

یادآوری اگر n تا مقاومت مشابه R را با یکدیگر موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{n}$ می‌شود.

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow۸=\frac{۴۰}{n}\Rightarrow n=۵$$

A **۲۲۶** ④



خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ باهم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی باهم برابر است. وقتی بیان می‌شود اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω، $۱۰V$ است یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω نیز $۱۰V$ است.

① جریان هر مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{V}{R_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۰}{۵}=۲A\ ,\ I_۲=\frac{V}{R_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

$$I_۳=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵A$$

② جریان کل برابر مجموع جریان سه مقاومت است.

$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۲+۱+۰/۵=۳/۵A$$

روش دوم:

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۵Ω، جریان این مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱=R_۱I_۱\Rightarrow۱۰=۵\times I_۱\Rightarrow I_۱=۲A$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ موازی با یکدیگرند بنابراین جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۱A$ و مقاومت $R_۳$ چهار برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۳=\frac{I_۱}{۴}=۰/۵A$. بنابراین جریان I برابر است با:

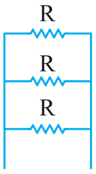
$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۳/۵A$$

A **۲۲۷** ④

خط فکری در هر دو حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر است، بنابراین برای مقایسهٔ توان مجموعهٔ مقاومت‌ها بهتر است از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده شود. البته ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت به دست آورد.

یادآوری اگر n مقاومت مشابه R اهمی متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها nR می‌شود و اگر n مقاومت مشابه R اهمی موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}$ می‌شود.

$R_{eq}=nR$



$R_{eq}=\frac{R}{n}$

در اتصال متوالی، مقاومت معادل $R_{eq}=۳R$ و در اتصال موازی مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{R}{۳}$ است. توان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

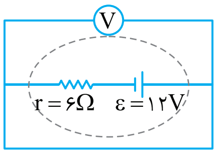
$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^۲}{R'_{eq}}}{\frac{V^۲}{R_{eq}}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}\Rightarrow P'=۸۱۰W$$

B **۲۲۸** ③

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ برای آنکه مقاومت بیشینه باشد باید طول مقاومت (L) بیشینه و سطح مقطع آن (A) کمینه باشد و برای آنکه مقاومت کمینه باشد بالعکس.

$$R_{max}=\rho\times\frac{۴}{۲}=۲\rho\ ,\ R_{min}=\rho\times\frac{۱}{۸}=\frac{\rho}{۸}\Rightarrow\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{۲\rho}{\frac{\rho}{۸}}=۱۶$$

B ۲۲۹ ①



جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۰+۶}=I=۲A$$

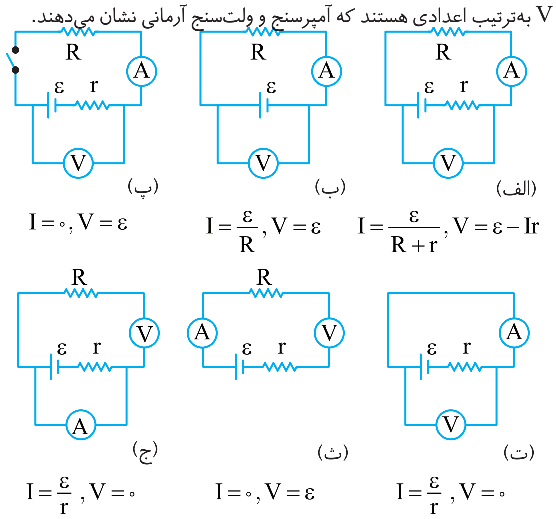
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۶\Rightarrow V=۰$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

جمع‌بندی همان‌طور که در علوم نیز خواندید، آمپرسنج آرمانی جریان را نشان می‌دهد و مقاومت آن ناچیز است. ولت‌سنج آرمانی نیز اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد و مقاومت آن بسیار زیاد است. در پایین حالت‌های مختلف بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی در مدار ساده را آورده‌ایم، البته در پنجرهٔ سوم یک بخش کامل راجع به آمپرسنج و ولت‌سنج صحبت می‌کنیم.

I و V به‌ترتیب اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند.



(الف) $I=\frac{\varepsilon}{R+r}, V=\varepsilon-Ir$

(ب) $I=\frac{\varepsilon}{R}, V=\varepsilon$

(پ) $I=۰, V=\varepsilon$

(ت) $I=\frac{\varepsilon}{r}, V=۰$

(ث) $I=۰, V=\varepsilon$

(ج) $I=\frac{\varepsilon}{r}, V=۰$

در شکل‌های (الف) تا (ت) ولت‌سنج و آمپرسنج در مدار به درستی قرار گرفته‌اند، اما نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها در مدارهای (ث) و (ج) نادرست است.

A ۲۳۰ ②

خط فکری در فرض مسئله صراحتاً بیان شده که مقاومت ثابت است و چون ولتاژ تغییر می‌کند باید از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ برای بررسی توان استفاده کرد.

رابطهٔ توان را برای ولتاژ ۲۲۰V و ولتاژ ۲۰۰V نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم تا توان برای ولتاژ ۲۰۰V به‌دست آید.

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{V_۲^۲}{R}}{\frac{V_۱^۲}{R}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲\Rightarrow\frac{P_۲}{۱۰۰}=(\frac{۲۰۰}{۲۲۰})^۲=(\frac{۱۰}{۱۱})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{۱۰۰}=\frac{۱۰۰}{۱۲۱}\Rightarrow P_۲=\frac{۱۰^۴}{۱۲۱}W$$

انرژی مصرف شده برابر $U=Pt$ است. برای آنکه یکای انرژی را بر حسب کیلووات ساعت به‌دست آوریم، باید در رابطهٔ انرژی، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم:

$$U=Pt\xrightarrow[t=۱۱h]{P_۲=\frac{۱۰^۴}{۱۲۱},W=\frac{۱۰}{۱۲۱}kWh}U=\frac{۱۰}{۱۲۱}\times۱۱=\frac{۱۰}{۱۱}kWh$$

A ۲۳۱ ①

خط فکری به کمک نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ می‌توان مقاومت رسانا را به‌دست آورد. به کمک داده‌های روی نمودار مقاومت‌های A و B را به سادگی به‌دست می‌آوریم:

با توجه به نمودار برای مقاومت A داریم:

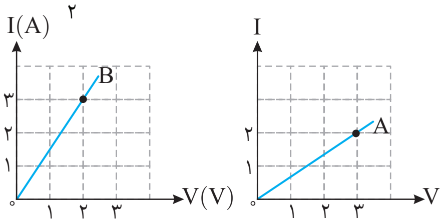
$$R_A=\frac{V}{I}\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۲}\Omega\quad(۱)$$

برای مقاومت B نیز داریم:

$$R_B=\frac{V}{I}\Rightarrow R_B=\frac{۲}{۳}\Omega\quad(۲)$$

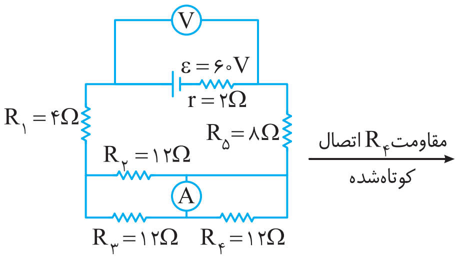
بنابراین نسبت دو مقاومت A و B برابر است با:

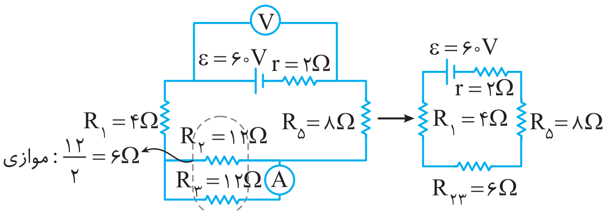
$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۹}$$



B ۲۳۲ ①

آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد. بنابراین مقاومت $R_۴$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. اکنون مقاومت معادل را مرحله به مرحله به‌دست می‌آوریم:





مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۴+۸+۶=۱۸\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۶۰}{۱۸+۲}=\frac{۶۰}{۲۰}\Rightarrow I=۳A$$

آمپرسنج با مقاومت $R_۳$ متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد.

جریان ۳A بین دو شاخهٔ موازی با مقاومت‌های یکسان ۱۲Ω نصف شده، پس جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ برابر $\frac{۳}{۲}=۱/۵A$ است و آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

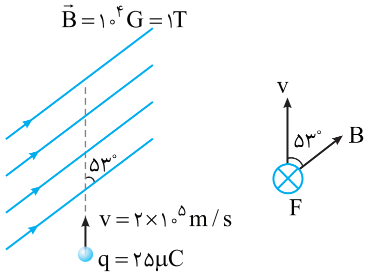
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۶۰-(۳)(۲)=۵۴V$$

پاسخ فصل هفتم

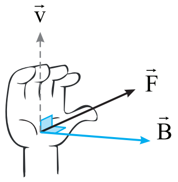
A ۲۳۳ ④

با توجه به شکل زاویهٔ بین جهت $\vec{v}$ و جهت $\vec{B}$، ۵۳° است و نیروی وارد بر بار خواهد شد:



$$F=|q|vB\sin\theta \Rightarrow F=۲۵\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۵}\times۱\times\sin۵۳^\circ$$

$$\Rightarrow F=۵۰\times۱۰^{-۱}\times۰/۸\Rightarrow F=۴N$$



قاعده دست راست: چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به سمت راست باشد، چهار انگشت خود را خم کنید تا روی میدان B قرار گیرد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما به سوی درون صفحه کاغذ است، یعنی نیروی مغناطیسی F درونسو است.

A ۲۳۴ ①

خط فکری صحبت شتاب شده، بنابراین شما باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را حساب کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را به‌دست می‌آوریم.

نیروی وارد بر ذره خواهد شد:

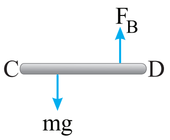
$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=۴\times۱۰^{-۳}T,\,\theta=۹۰^\circ]{|q|=۵۰\times۱۰^{-۶}C,\,v=۱۰^{۳}m/s}$$

$$F=۵۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۳}\times۴\times۱۰^{-۳}\Rightarrow F=۲\times۱۰^{-۴}N$$

شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=ma \xrightarrow{m=۵۰۰mg=۵\times۱۰^{-۴}kg} ۲\times۱۰^{-۴}=a\times۵\times۱۰^{-۴}\Rightarrow a=۰/۴m/s^{۲}$$

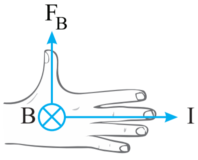
A ۲۳۵ ①



به میله نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود که سبب کشیدگی فنر خواهد شد، برای آنکه فنر کشیده نشود باید نیروی وزن میله توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود، پس باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی وزن و به سمت بالا به میله وارد شود از این‌رو خواهیم داشت:

$$F_B=mg\Rightarrow IlB\sin\theta=mg \xrightarrow[\theta=۹۰^\circ \text{ مغناطیسی عمود است}]{\text{راستای سیم بر راستای میدان}}$$

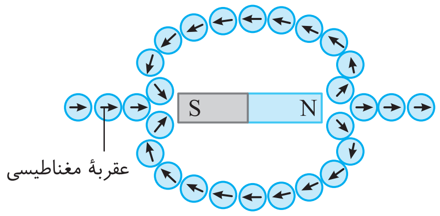
$$I\times۰/۸\times۰/۴=۱۶۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow۰/۳۲I=۱/۶\Rightarrow I=۵A$$



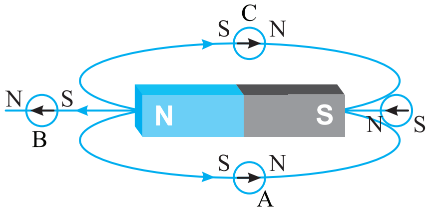
حال با استفاده از قاعدهٔ دست راست باید جهت جریان را به‌دست آوریم. کف دست راست را در جهت میدان مغناطیسی یعنی درونسو (به سمت صفحهٔ کاغذ) و شست دست راست را در جهت نیروی مغناطیسی (به سمت بالا) قرار می‌دهیم. در این‌صورت چهار انگشت باز دست راست جهت جریان را از C به D نشان می‌دهد.

A ۲۳۶ ①

خط فکری شکل زیر نحوهٔ قرار گرفتن عقربهٔ مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای را نشان می‌دهد و کاملاً مشخص است که نوک پیکان عقربه که بیانگر قطب N است توسط قطب S آهنربا جذب و توسط قطب N آهنربا دفع می‌شود. هم‌چنین انتهای عقربه مغناطیسی که قطب S است توسط قطب N جذب و توسط قطب S آهنربا دفع می‌شود.



با توجه به جهت عقربه مغناطیسی که در کنار Y است و قطب N عقربه به سوی آن قرار دارد باید Y، قطب S آهنربا و در این صورت X، قطب N باشد و عقربه‌های مغناطیسی به‌صورت شکل زیر قرار می‌گیرند، بنابراین گزینهٔ (۱) درست می‌باشد.

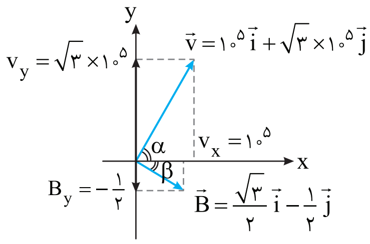


C ۲۳۷ ③

خط فکری باید هریک از بردارها را در صفحه $x-y$ رسم کنید. سپس زاویه‌ای که این بردارها با محور xها می‌سازند را حساب کنید تا بتوانید زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ را به‌دست آورده و با حساب کردن اندازه هریک از بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$، نیروی مغناطیسی را به‌دست بیاورید.

① به شکل زیر نگاه کنید. بردار $\vec{v}$ را رسم کرده‌ایم. زاویهٔ بین بردار $\vec{v}$ و محور xها خواهد شد:

$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{\sqrt{۳}\times۱۰^{۵}}{۱۰^{۵}}=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$



② زاویه بین بردار $\vec{B}$ و محور x را حساب می‌کنیم.

$$\tan\beta=\frac{|B_y|}{B_x}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\beta=۳۰^\circ$$

③ بنابراین زاویهٔ بین دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ خواهد شد:

$$\theta=\alpha+\beta=۶۰+۳۰\Rightarrow\theta=۹۰\Rightarrow\sin\theta=۱$$

④ اندازه بردار $\vec{v}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}|=\sqrt{v_x^{۲}+v_y^{۲}}\Rightarrow v=\sqrt{(۱۰^{۵})^{۲}+(\sqrt{۳}\times۱۰^{۵})^{۲}}\Rightarrow v=۲\times۱۰^{۵}m/s$$

⑤ اندازه بردار $\vec{B}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$B=\sqrt{B_x^{۲}+B_y^{۲}}\Rightarrow B=\sqrt{(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^{۲}+(\frac{-۱}{۲})^{۲}}=۱T$$

⑥ نیروی مغناطیسی وارد بر بار می‌توان حساب کرد.

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow{q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^{۵}$$

$$\Rightarrow F=۳/۲\times۱۰^{-۱۴}N$$

B ۲۳۸ ③

خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر

این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

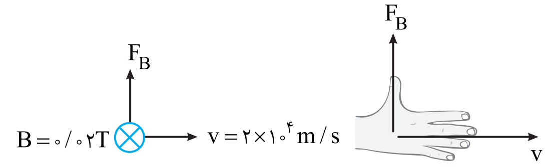
نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\|q\|vB\sin\alpha$ زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره	$F_E=E\|q\|$

۱) نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است بنابراین $\alpha=۹۰^\circ$ است:

$$F_B=qvB\Rightarrow F_B=۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۴}\times۲\times۱۰^{-۲}$$

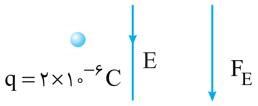
$$\Rightarrow F_B=۸\times۱۰^{-۴}\,N=۰/۸\times۱۰^{-۳}\,N$$

جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲) نیروی الکتریکی: $F_E=Eq\Rightarrow F_E=۵۰۰\times۲\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۳}\,N$

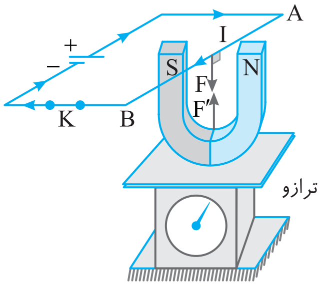
ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.



دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B\Rightarrow F_T=۱۰^{-۳}-۰/۸\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰^{-۴}\,N$$

B ۲۳۹ ①

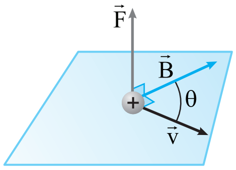


خط فکری آهنربا روی ترازو قرار دارد پس ترازو وزن آهنربا را نشان می‌دهد اما اگر به آهنربا نیروی F رو به پایین وارد شود ترازو عدد بزرگ‌تری یعنی $W+F$ را نشان دهد و اگر به آهنربا نیروی F رو به بالا وارد شود ترازو عدد کمتری یعنی $W-F$ را نشان می‌دهد. با بستن کلید، با توجه به جهت جریان (از A به B) و قاعدهٔ دست راست، آهنربا نیروی F را روبه پایین بر سیم وارد می‌کند. بنابر قانون سوم نیوتون سیم نیز بر آهنربا نیروی F' رو به بالا وارد می‌کند. بنابراین با بستن کلید، ترازو عدد کمتری $(W-F')$ را نشان می‌دهد.

A ۲۴۰ ①

نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی بر راستای حرکت ذره عمود است و تنها سبب تغییر جهت حرکت ذره می‌شود و تندی ذره تغییر نمی‌کند، بنابراین $\frac{v'}{v}=۱$ خواهد بود.

A ۲۴۱ ③

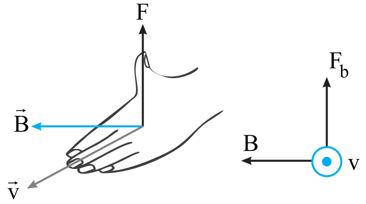


هرگاه یک بار الکتریکی با سرعت $\vec{v}$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ شود به‌گونه‌ای که سرعت بار در جهت راستای خطوط میدان مغناطیسی نباشد، از طرف میدان به آن نیرویی وارد می‌شود که این نیرو همواره بر دو بردار سرعت $\vec{v}$ و میدان $\vec{B}$ عمود است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۲۴۲ ④

خط فکری هرگاه در مسئله بیان شود که ذره بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی نیروی خالص وارد بر ذره که می‌تواند سبب انحراف شود باید صفر باشد. در این مسئله نیز باید برایند نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر الکترون صفر شود. ابتدا با توجه به منفی بودن بار و قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

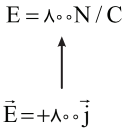
چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت (برونسو) قرار می‌دهیم به‌طوری که خم کردن انگشت‌ها جهت میدان را نشان دهد، چون بار منفی است خلاف جهت شست دست راست جهت نیرو را نشان می‌دهد.



برای آنکه نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی خنثی شود تا جهت حرکت ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی به سمت پایین و هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی باشد:

$$F_E=F_b\Rightarrow qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

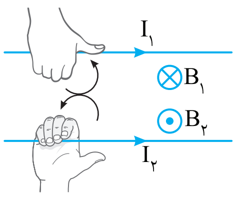
$$\xrightarrow{B=۴۰G=۴\times۱۰^{-۳}T}E=(۲\times۱۰^{۵})\times(۴\times۱۰^{-۳})\Rightarrow E=۸۰۰\frac{N}{C}$$



بر بار منفی در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان رو به پایین است قطعاً بردار میدان الکتریکی به سمت بالاست و در جهت محور yهاست، از این‌رو:

B ۲۴۳ ④

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. $(I_2<I_1)$

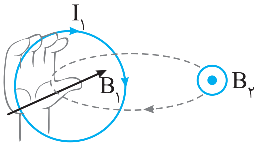
با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_2 با I_1 هم‌جهت است.

جمع‌بندی: اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

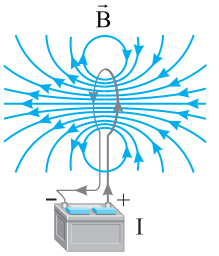
اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

A ۲۴۴ (۲)

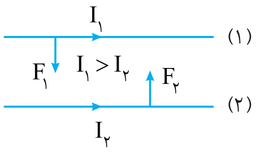
با توجه به قاعده دست راست با توجه به اینکه میدان در مرکز حلقه درونسو است مطابق شکل باید جریان حلقه ساعتگرد باشد.



در یک حلقهٔ حامل جریان خط‌های میدان در ناحیهٔ داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است و افزون بر این در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور حلقه است. بنابراین در نقاط درون حلقه به ویژه در مرکز آن میدان قوی‌تر از نقاط بیرون حلقه است و $B_۱ > B_۲$ است.



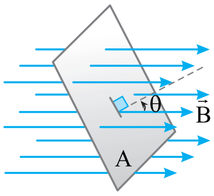
A ۲۴۵ (۱)



جریان دو سیم همسو بوده بنابراین نیروی بین آن‌ها ربایشی است و جهت نیروی وارد بر $I_۱$ رو به پایین (↓) و جهت نیروی وارد بر $I_۲$ رو به بالا (↑) است. بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که سیم $I_۱$ بر هر متر از سیم $I_۲$ وارد می‌کند با نیرویی که سیم $I_۲$ بر هر متر از سیم $I_۱$ وارد می‌کند برابر است.

A ۲۴۶ (۴)

خط فکری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$، زاویه‌ای (θ) است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد و همواره این زاویه، متمم زاویه‌ای است که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.



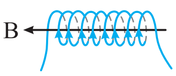
نیم‌خط عمود بر سطح، با میدان یکنواخت $\vec{B}$ زاویه θ می‌سازد.

زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی ساخته °۶۰ بوده پس نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ °۳۰ می‌سازد.

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = ۴\times۱۰^{-۳}\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\cos ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = ۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵}\,Wb$$

A ۲۴۷ (۲)



یادآوری میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ حامل جریان برابر $B = \frac{\mu_{\circ} N}{l} I$ است که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.

(۱) میدان مغناطیسی درون سیملوله را حساب می کنیم

$$B = \mu_{\circ}\frac{N}{l}I \Rightarrow B = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰۰}{۰/۲}\times۰/۵ = ۴\times\pi\times۱۰^{-۵}\times\frac{۵}{۲} = \pi\times۱۰^{-۴}\,T$$

(۲) شار گذرنده از سیملوله برابر است با: $\Phi = BA\cos\theta$

خطوط میدان درون سیملوله در امتداد محور سیملوله و عمود بر سطح حلقه‌های آن است $(\theta = ۰, \cos\theta = ۱)$ در این صورت: $\Phi = BA \Rightarrow \Phi = \pi\times۱۰^{-۴}\times\pi\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲$

$$\Rightarrow \Phi = ۴\pi^۲\times۱۰^{-۸} \xrightarrow{\pi^۲ = ۱۰} \Phi = ۴\times۱۰^{-۷}\,Wb$$

A ۲۴۸ (۱)

وبر واحد شار مغناطیسی و ثانیه واحد زمان است و وبر بر ثانیه یکای آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است، که با توجه به قانون القای فاراده متناسب با نیرو محرکهٔ القایی است:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = -\frac{Wb}{s}$$

و می‌دانیم یکای نیروی محرکه ولت است، پس $\frac{Wb}{s}$ معادل ولت است.

B ۲۴۹ (۴)

خط فکری π رادیان، برابر °۱۸۰ درجه است، پس $\frac{\pi}{۲}$ رادیان، °۹۰، $\frac{۳\pi}{۲}$ رادیان، °۲۷۰ و ۲π رادیان، °۳۶۰ است.

(۱) شار عبوری در لحظه‌های $t = \frac{۱}{۲۰۰}s$ و $t = \frac{۱}{۱۰۰}s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$t_۱ = \frac{۱}{۲۰۰}s \Rightarrow \Phi_۱ = ۴\times۱۰^{-۳}\cos ۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۲۰۰} \Rightarrow \Phi_۱ = ۴\times۱۰^{-۳}\cos\frac{\pi}{۲}$$

$$\xrightarrow[\frac{\pi}{۲} = ۹۰^\circ]{\cos\frac{\pi}{۲} = ۰} \Phi_۱ = ۰$$

$$t_۲ = \frac{۱}{۱۰۰}s \Rightarrow \Phi_۲ = ۴\times۱۰^{-۳}\cos ۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow \Phi_۲ = ۴\times۱۰^{-۳}\cos\pi$$

$$\Rightarrow \Phi_۲ = ۴\times۱۰^{-۳}\cos ۱۸۰^\circ = -۴\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

(۲) حال با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب می کنیم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \xrightarrow{N=۱} |\bar{\varepsilon}| = |-۶۰\times\frac{\Phi_۲ - \Phi_۱}{t_۲ - t_۱}|$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |\frac{-۶۰(-۴\times۱۰^{-۳} - ۰)}{\frac{۱}{۱۰۰} - \frac{۱}{۲۰۰}}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = ۴۸V$$

B ۲۵۰ (۳)

(۱) نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القا به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -۲۰۰\times\frac{\Phi_۲ - \Phi_۱}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -۲۰۰\times\frac{-۰/۰۵}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{۱۰}{\Delta t}$$

(۲) با قانون اهم، جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}} \bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\frac{۱۰}{\Delta t}}{۱۰} = \frac{۱}{\Delta t}$$

(۳) بار شارش شده در این بازهٔ زمانی را حساب می کنیم:

$$q = \bar{I}\Delta t \Rightarrow q = \frac{۱}{\Delta t}\times\Delta t \Rightarrow q = ۱C$$

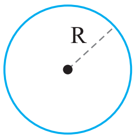
میانبر بار گذرنده از هر مقطع پیچه در اثر تغییر شار از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\Delta q = N\frac{\Delta\Phi}{R} \Rightarrow \Delta q = ۲۰۰\times\frac{۰/۰۵}{۱۰} \Rightarrow \Delta q = ۱C$$

B ۲۵۱ (۱)

خط فکری با توجه به قانون اهم $R = \frac{V}{I} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \bar{I}R$ برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی ابتدا باید با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ مقاومت حلقه را به‌دست آوریم و سپس با استفاده از قانون اهم، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم و در گام آخر از قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برای به‌دست آوردن آهنگ میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم.

(۱) مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم. در رابطهٔ مقاومت حلقه $R = \rho\frac{L}{A}$، منظور از L طول سیمی است که با آن حلقه‌ای به شعاع



$L_{سیم} = ۲\pi R_{پیچه}$

$A_{سیم} = \pi r^۲_{مقطع\ سیم}$

۲cm ساخته شده است، بنابراین $L=۲\pi R_{\text{پیچه}}$ است و منظور از A، مساحت سطح مقطع سیم ($\pi r^۲_{\text{مقطع سیم}}$) است:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲\pi\times۲\times۱۰^{-۲}}{\pi\times(۲\times۱۰^{-۳})^۲}$$

$$=\frac{۱/۷\times۱۰^{-۸}\times۴\pi\times۱۰^{-۲}}{۴\pi\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۱/۷\times۱۰^{-۴}\pi$$

② با توجه به جریان القایی و مقاومت الکتریکی به‌دست آمده نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=\overline{I}R\Rightarrow\overline{\varepsilon}=۰/۲\times۱/۷\times۱۰^{-۴}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=۰/۳۴\times۱۰^{-۴}V$$

③ با توجه به سؤال تنها میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در حال تغییر است:

$$\begin{cases}\overline{\varepsilon}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\\ \Delta\Phi=B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta\end{cases}\Rightarrow۰/۳۴\times۱۰^{-۴}=\left|-۱\times\frac{(B_۲-B_۱)A\cos\theta}{\Delta t}\right|$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط}]{\theta=۰}۰/۳۴\times۱۰^{-۴}=\pi(۲\times۱۰^{-۲})^۲(\frac{\Delta B}{\Delta t})\times۱$$

$$\xrightarrow{n\simeq۳}۳۴\times۱۰^{-۶}=۱۲\times۱۰^{-۴}\frac{\Delta B}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\simeq۲/۸\times۱۰^{-۲}=۰/۰۲۸T/s$$

B ۲۵۲ ②

خط فکری در سؤال نمودار B−t به صورت یک خط داده شده است. می‌دانیم در نمودارهای خطی شیب ثابت است، و پس در نمودار B−t شیب خط یعنی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در هر بازه‌ای مقدار ثابتی دارد.

① میدان مغناطیسی در بازهٔ ۰ تا ۴۰ms به‌طور یکنواخت تغییر می‌کند. ابتدا آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{\text{۰ تا ۳۰ms}}=\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{\text{۰ تا ۴۰ms}}\Rightarrow\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{\text{۰ تا ۳۰ms}}=\frac{۰/۸}{۴۰\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{\text{۰ تا ۳۰ms}}=۲۰T/s$$

② حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\Phi=BA\cos\theta]{\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱}|\overline{\varepsilon}|=۵۰۰\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{\Delta t}$$

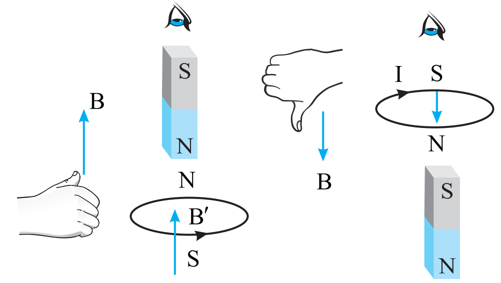
$$\Rightarrow\overline{\varepsilon}=۵۰۰\times A(\frac{\Delta B}{\Delta t})\cos\theta$$

سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است و $\theta=۰$ است و همچنین مساحت سطح هر حلقه $۴۰\times۱۰^{-۴}m^۲$ است:

$$|\varepsilon|=|-۵۰۰\times۲۰\times(۴۰\times۱۰^{-۴})|=۴۰V$$

B ۲۵۳ ③

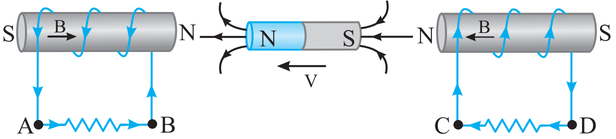
هنگام نزدیک شدن آهنربا به حلقه در اثر تغییر شار، در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید و سطح بالایی حلقه قطب N می‌شود تا با نزدیک شدن آهنربا به حلقه مخالفت کند. در این صورت با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی از دید ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادساعتگرد است. پس از عبور آهنربا سطح پایینی حلقه قطب N می‌شود و با دور شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین سوی جریان القایی از دید ناظر بالای حلقه ساعتگرد می‌شود.



B ۲۵۴ ①

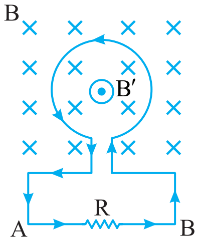
هنگامی که آهنربا به سمت چپ می‌رود باعث تغییر شار در سیملوله‌ها می‌شود. بنا بر قانون لنز، جریان القایی در سیملوله‌ها با ایجاد اثرات مغناطیسی با عامل تغییر شار یعنی حرکت آهنربا به سمت چپ مخالفت می‌کند.

در این صورت سمت راست سیملولهٔ (الف) قطب N شده تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند و سمت چپ سیملولهٔ (ب) قطب N شده تا قطب S آهنربا را برباید و با دور شدن آهنربا مخالفت کند. اکنون به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیملوله، سوی جریان در هر سیملوله را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل در مدار (الف) جریان در مقاومت AB از A به B و در مدار (ب) جریان در مقاومت CD از D به C خواهد بود.



B ۲۵۵ ①

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیس فاراده $(\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در دو لحظهٔ داده شده، شار با توجه به معادلهٔ شار - زمان $\Phi=(۵t^۲+۶t)\times۱۰^{-۳}$ مشخص است که با گذشت زمان و افزایش t، شار در حال افزایش است. میدان مغناطیسی B درونسوست در نتیجه بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند از این رو بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی حلقه پادساعتگرد و در مقاومت R از A به B است.



برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی متوسط، ابتدا شار مغناطیسی در $t=۰$ و $t=۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$t=۰\Rightarrow\Phi_۱=۰\ ,\ t=۲s\Rightarrow\Phi_۲=(۵\times۲^۲+۶\times۲)\times۱۰^{-۳}=۳۲\times۱۰^{-۳}Wb$$

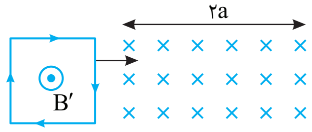
بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=\left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{۳۲\times۱۰^{-۳}}{۲}=۱۶\times۱۰^{-۳}V=۱۶mV$$

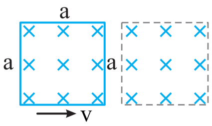
B ۲۵۶ ①

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست عبارت درون پرانتز در آخر مسئله است که با توجه به آن اگر جریان درون حلقه فلزی در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) باشد، آن جریان را مثبت در نظر می‌گیریم. نکته بعدی سرعت ثابت حرکت حلقه است که باعث می‌شود آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در هنگام ورود به میدان مغناطیسی و هنگام خروج از آن ثابت بماند و جریان القایی ثابت باشد یعنی، گزینهٔ (۴) نادرست است.

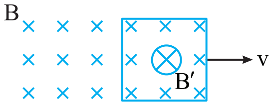
سرعت حلقهٔ فلزی ثابت است بنابراین در مدت ورود قاب به درون میدان مغناطیسی شار مغناطیسی به‌طور یکنواخت در حال افزایش و جریان القایی در آن ثابت است شکل (الف)، اما با ورود کامل قاب به درون میدان و حرکت آن در میدان تغییر شاری وجود ندارد و جریان القایی صفر می‌شود شکل (ب) و گزینهٔ (۳) نادرست است. اما در هنگام خروج قاب از میدان، چون سرعت قاب ثابت است، آهنگ تغییر شار ثابت بوده و جریان القایی ثابتی در خلاف جهت اولیه ایجاد می‌شود. (شکل پ)



شکل (الف)



شکل (ب)



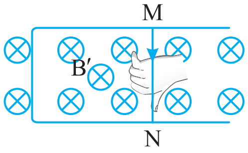
شکل (پ)

دقت کنید که شار مغناطیسی در حال ورود به میدان در حال افزایش است و در قاب یک میدان مغناطیسی القایی برونسو (B') ایجاد می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جهت جریان القایی باید پادساعتگرد و در جهت مثلثاتی بوده بنابراین طبق فرض مسئله جریان مثبت است و هنگام خروج به دلیل کاهش شار یک میدان مغناطیسی القایی درونسو ایجاد شده که طبق قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند. بنابر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جریان ساعتگرد و در خلاف جهت مثبت مثلثاتی و منفی است.

B ۲۵۷ (۱)

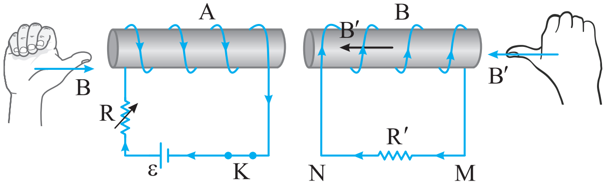
خط فکری وقتی یک جسم از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید تندی آن افزایش می‌یابد.

در اینجا با حرکت تندشوندهٔ میلهٔ رسانای MN، سطح مدار و در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و چون تندی میله در حال افزایش است آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در حال افزایش است. یعنی جریان القایی هر لحظه در حال افزایش خواهد بود. اما با کاهش سطح و ایجاد جریان القایی، میدان مغناطیسی القایی درونسو خواهد شد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند در این صورت سوی جریان القایی در سیم MN از M به سمت N است.



B ۲۵۸ (۴)

جریان مدار از پایانه مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی است بنابراین با توجه به جهت جریان در سیملوله A میدان درون سیملوله A به سمت راست است. با توجه به فرض مسئله جریان القایی در مقاومت R' از M به N است، پس میدان مغناطیسی درون سیملوله B، به سمت چپ است، بنابراین بنا بر قانون لنز، شار مغناطیسی حاصل از سیملوله A باید در حال افزایش باشد تا به دلیل مخالفت با این افزایش، میدان مغناطیسی القایی B' در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملوله A ایجاد شده باشد. در این صورت گزینه (۴) درست است. زیرا با حرکت سیملوله A به سمت راست، دو سیملوله به هم نزدیک شده و شار گذرنده از سیملوله B افزایش می‌یابد.



بررسی گزینه‌های دیگر: با قطع کلید K، جریان کاهش می‌یابد در نتیجه و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و B و B' باید هم‌جهت باشند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

با افزایش مقاومت رئوستا، جریان سیملوله A کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R+r})$ و مجدداً برای آنکه شار کم نشود B و B' باید هم‌جهت باشند که چنین نیست و گزینه (۲) نادرست است.

اگر سیملوله B را به سمت راست حرکت دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از سیملولهٔ B کاهش یافته، شار کاهش می‌یابد بنابراین B و B' باید هم‌جهت باشند و گزینه (۳) نادرست است.

B ۲۵۹ (۴)

خط فکری میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی از $+B$ به $-B$ تغییر کند، اندازهٔ تغییرات میدان مغناطیسی برابر $۲B$ است.

میدان مغناطیسی در حالت اول $۰/۱T$ رو به بالا است و $B_۱=+۰/۱T$ است و در حالت دوم این میدان $۰/۱T$ رو به پایین است و $B_۲=-۰/۱T$ است.

بزرگی نیروی محرکه القایی از رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{۰/۲۵}|$$

سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان صفر درجه است و $\cos\theta$ برابر ۱ می‌شود:

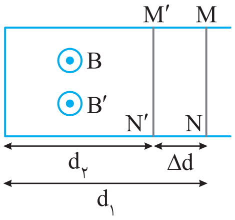
$$|\overline{\varepsilon}|=|\frac{(۱۰۰\times۱۰^{-۴})(-۰/۱)-(۰/۱)(۱۰۰\times۱۰^{-۴})}{۰/۲۵}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}=۸\times۱۰^{-۳}V$$

$$|\overline{\varepsilon}|=۸mV$$

B ۲۶۰ (۱)

① با حرکت MN به سمت چپ، سطح مدار کاهش می‌یابد.
② با کاهش سطح مدار شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد.
③ با تغییر شار در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید.
④ بنا به قانون لنز جهت جریان به‌گونه‌ای است که با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') نیز باید برونسو باشد.
⑤ حال که میدان القایی برونسو است، به کمک قاعدهٔ دست راست برای سیم راست باید جریان در سیم MN از N به سمت M باشد.
⑥ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=۱}|\overline{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta A=l\Delta d}|\overline{\varepsilon}|=Bl\frac{\Delta d}{\Delta t}$$



در مبحث حرکت شناسی خوانده‌اید که $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ برابر تندی است از این‌رو:

$$|\overline{\varepsilon}|=Blv^{*}\Rightarrow۰/۱۵=۰/۱۲\times۰/۲۵\times v$$

$$\Rightarrow v=۵m/s$$

B ۲۶۱ (۳)

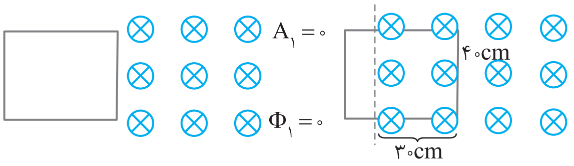
در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$ منظور از A مساحت سطحی از یک قاب یا پیچه است که درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است.

خط فکری با توجه به سرعت $۳m/s$، به این نتیجه می‌رسیم که قاب در هر ثانیه، به اندازهٔ $۳m$ به سمت راست حرکت می‌کند، حال گفته شده قاب $۳۰cm$، جابه‌جا شود، ابتدا با استفاده از تناسب مدت زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم، در گام بعدی مساحت سطح قابی که درون میدان قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم و در آخر با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم:

① قاب در هر ثانیه $۳m$ یا $۳۰۰cm$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود، با تناسب زیر مدت زمان جابه‌جایی $۳۰cm$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|c} ۱s & ۳۰۰cm \\ \hline \Delta t & ۳۰cm \end{array}\Rightarrow\Delta t=۰/۱s$$

② در ابتدا قاب در میدان نبوده و مساحت سطح (A) را در رابطهٔ شار باید صفر قرار داد و در حالت دوم $۳۰cm$ از قاب درون میدان است، بنابراین:



$$A_۲=۳۰\times۴۰=۱۲۰۰cm^۲\Rightarrow A_۲=۱۲\times۱۰^{-۲}m^۲$$

$$\Phi_۲=BA_۲\cos\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۰}\Phi_۲=۰/۵\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times۱=۶\times۱۰^{-۲}Wb$$

③ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-۲۰\times\frac{۶\times۱۰^{-۲}-۰}{۰/۱}|=۱۲V$$

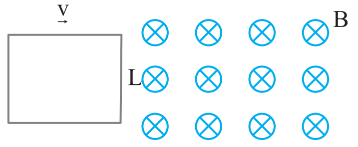
میانبر هرگاه مربع یا مستطیلی با ضلعی به طول L و با سرعت v وارد میدان

---

۱ این رابطه در کتاب درسی تجربی نیست اما با ترکیب حرکت‌شناسی و القای الکترومغناطیسی به‌دست می‌آید.

مغناطیسی شود و یا از آن خارج شود می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد:

$$\varepsilon=BLv$$



B ۲۶۲ (۳)

خط فکری ابتدا به گزینه‌های داده شده دقت کنید، تفاوت بین گزینه‌ها چیست

(۱) شار بیشینه (برحسب μWb) در دو گزینه $۰/۳$ و در دو گزینهٔ دیگر ۳۰ است.

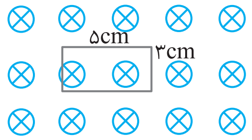
(۲) مـدت زمانی که شـار ثابت بـوده در دو گزینـه $۷۵-۲۵=۵۰ms$ و در دو گزینه $۵۰-۲۵=۲۵ms$ اسـت. بنابراین برای حل این سـؤال ابتدا شـار بیشـینه را حسـاب می‌کنیـم تـا دو گزینـه خط بخورنـد و در گام بعدی مدت زمانی که شـار ثابت اسـت را به‌دست می‌آوریم.

(۳) شار بیشینه زمانی است که تمام قاب درون میدان قرار داشته باشد:

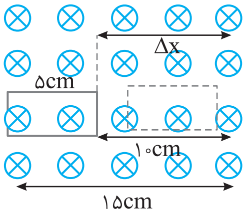
$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow[\text{باشد }\theta=۰]{\text{حلقه باید عمود بر خطوط}}\Phi_{max}=BA$$

$$\xrightarrow[B=۲G=۲\times۱۰^{-۴}T]{A=۳\times۵=۱۵cm^۲=۱۵\times۱۰^{-۴}m^۲}\Phi_{max}=۱۵\times۱۰^{-۴}\times۲\times۱۰^{-۴}=۳\times۱۰^{-۷}Wb$$

$$\Phi_{max}=۰/۳\mu Wb$$



در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند.



(۴) در تمام بـازه‌ای که قاب به‌طور کامل در میدان مغناطیسـی قرار دارد. شـار مغناطیسی ثابـت و برابـر $۰/۳\mu Wb$ اسـت؛ جابه‌جایی قاب در این بازه را به‌دست می‌آوریم.

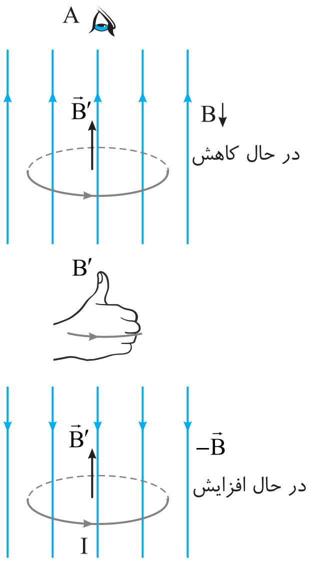
سـرعت قاب ثابت و برابر $۲m/s$ اسـت و با توجه به تعریف سرعت خواهیم داشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{۰/۱۰}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۲۰}s=\frac{۱۰۰۰}{۲۰}ms=۵۰ms$$

بنابرایـن بـازه زمانی که شـار مغناطیسـی ثابـت بـوده ۵۰ میلی‌ثانیه اسـت و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۲۶۳ (۱)

مرحله اول: ابتدا میدان مغناطیسی از B بـه صفـر کاهش می‌یابـد در این حالـت بنا بـه قانون لنز سـوی جریان القایـی به‌گونه‌ای اسـت کـه با کاهش شـار مخالفـت کنـد بنابرایـن جهـت میدان مغناطیسـی القایی حلقه (B') باید هم‌جهت B یعنی رو به بالا باشـد و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریـان القایـی از دیـد ناظـر A بایـد پادساعتگرد باشد.



مرحله دوم: سپس میدان مغناطیسی از صفر تـا $-B$ تغییر کرده و جهت میـدان تغییـر کـرده و رو بـه پاییـن خواهد شـد و اندازهٔ آن نیـز افزایش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در حال افزایش است، بنابراین جهت جریـان القایی به‌گونه‌ای اسـت که میدان مغناطیسـی القایی B' بایـد در خلاف جهت میدان مغناطیسی B باشد یعنی B' هم‌چنان رو به بالا بوده و جریان القایی از دید ناظر هم‌چنان پادساعتگرد است.

A ۲۶۴ (۴)

(۱) دو برابر شـدن جریان الکتریکی سیملوله باعث می‌شود که میدان مغناطیسی درون سیملوله دو برابر شود.

$$B_۱=\mu_۰\frac{N}{l}I_۱\xrightarrow{I_۲=۲I_۱}B_۲=۲B_۱$$

(۲) با دو برابر شدن میدان مغناطیسی درون سیملوله شار مغناطیسی گذرنده از آن دو برابر می‌شود.

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow{B_۲=۲B_۱}\Phi_۲=۲\Phi_۱$$

(۳) اما با دو برابر شدن جریان سیملوله انرژی ذخیره شده در آن چهار برابر می‌شود.

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\xrightarrow{I_۲=۲I_۱}\frac{U_۲}{U_۱}=(\frac{I_۲}{I_۱})^۲=۴$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۲۶۵ (۳)

خط فکری اگر در ابتدا $(t=۰)$ شـار عبوری از قاب بیشـینه باشد (سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسـی باشـد) با چرخیـدن قاب با دورهٔ ثابـت (به‌طور یکنواخت) معادلهٔ شـار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t$ بوده و کسینوسی اسـت همچنین معادلهٔ جریان - زمان و نیرو محرکه - زمان به‌ترتیب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ و $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ بوده و سینوسی است.

ابتدا سطح قاب بر میدان عمود است، پس در ابتدا شار عبوری از قاب بیشینه مقدار بوده و معادلـهٔ شـار - زمـان خواهد شـد $(\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t)$ در نتیجـه نمودار $\Phi-t$ کسینوسی است.

همچنین می‌توان گفت که در مبدأ زمان $t=۰$، شار برابر است با:

$$\Phi=BA\cos(\frac{۲\pi}{T}\times۰)=BA\cos۰^\circ=BA$$

و نیروی محرکه برابر $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}\times۰)=\varepsilon_{max}\sin۰^\circ=۰$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۲۶۶ (۱)

(۱) ابتدا باید به کمک انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان مدار را به‌دست بیاوریم.

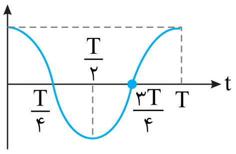
$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow۰/۴=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۵\times I^۲\Rightarrow I^۲=۱۶\Rightarrow I=۴A$$

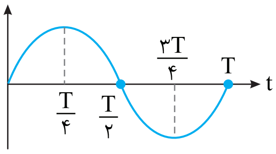
(۲) با داشتن جریان سیملوله می‌توان میدان مغناطیسی آن را حساب کرد.

$$B=\mu_۰\frac{N}{l}I\Rightarrow B=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰۰}{۰/۰۸}\times۴\Rightarrow B=۶\times۱۰^{-۳}T=۶۰G$$

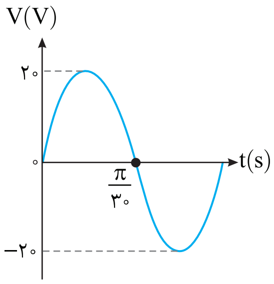
B ۲۶۷ (۱)

خط فکری در نمودارهای سینوسی و کسینوسی به زمان‌های زیر دقت کنید:





① با توجه به نمودار، نصف دوره برابر $\frac{\pi}{۳۰}$ شده است، بنابراین:



$$\frac{T}{۲}=\frac{\pi}{۳۰}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۱۵}s$$

② اکنون می‌توانیم معادلهٔ نیروی محرکه را برحسب زمان بنویسیم:

$$\varepsilon=\varepsilon_m \sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\varepsilon=۲۰\sin ۳۰t$$

③ به کمک قانون اهم، معادله جریان زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۵}\sin ۳۰t\Rightarrow I=۴\sin ۳۰t$$

B ۲۶۸ ②

خط فکری با توجه به ریاضی می‌دانید که π رادیان برابر ۱۸۰° است و در تابع سینوسی $\sin ۱۸۰^\circ=\sin\pi=۰$ و $\sin ۲\pi=\sin ۳۶۰^\circ=۰$ است.

ابتدا جریان را در لحظهٔ $t=۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$I=-t^۲+۲\sin\pi t\xrightarrow{t=۲s}I=-۴+۲\sin ۲\pi=-۴A$$

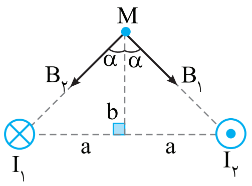
اکنون انرژی ذخیره شده در سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۲\times(-۴)^۲=۰/۱۶J$$

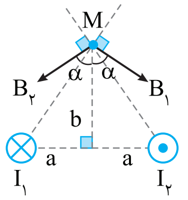
B ۲۶۹ ①

یادآوری ۱ جهت میدان مغناطیسی دو سیم موازی حامل جریان در نقطه واقع بر عمود منصف دو سیم:

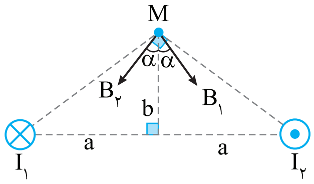
$a=b\Rightarrow\alpha=۴۵^\circ$



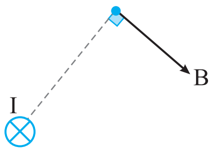
$b>a\Rightarrow\alpha>۴۵^\circ$



$a>b\Rightarrow\alpha<۴۵^\circ$



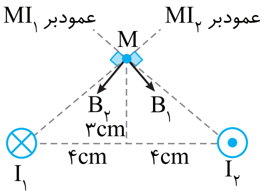
یادآوری ۲ میدان مغناطیسی یک سیم راست طویل حامل جریان بر خط واصل بین سیم و نقطهٔ مشاهده عمود است.



اکنون به حل مسئله می‌پردازیم:

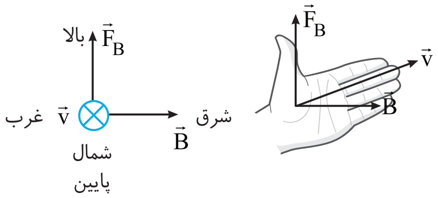
خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۱$ و خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۲$ را رسم می‌کنیم. در واقع میدان $B_۱$ ناشی از سیم $I_۱$ بر خط عمود بر $MI_۱$ منطبق و میدان $B_۲$ ناشی از سیم $I_۲$ بر خط عمود بر $MI_۲$ منطبق است و گزینه (۱) پاسخ درست است.

البته می‌توان با قاعده دست راست جهت $B_۱$ و $B_۲$ را نیز مشخص کرد که با توجه به گزینه‌ها لازم نیست.



B ۲۷۰ ④

خط فکری نیروی وزن همواره به سمت پایین و برابر mg است. برای آنکه نیروی مغناطیسی آن را خنثی کند باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالا و برابر mg باشد (دقت کنید ذره دارای بار منفی است و باید از دست چپ برای تعیین جهت استفاده کنیم.)



جهت میدان مغناطیسی به کمک قاعدهٔ دست چپ مطابق شکل مقابل خواهد بود.

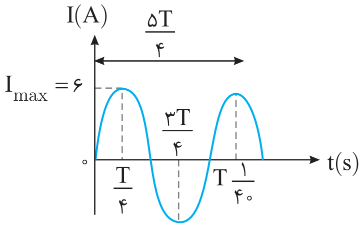
$$F_B=mg\Rightarrow|q|vB=mg\Rightarrow B=\frac{mg}{|q|v}\Rightarrow B=\frac{۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۵}\times۲/۵\times۱۰^۳}$$

$$\Rightarrow B=\frac{۱}{۲/۵}=\frac{۱۰}{۲۵}=۰/۴T$$

B ۲۷۱ ①

یادآوری معادلهٔ جریان متناوب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است.

① ابتدا با توجه به نمودار معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:



$$\frac{۵T}{۴}=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s$$

$$I=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow I=۶\sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵۰}}t)\Rightarrow I=۶\sin ۱۰۰\pi t$$

② حال جریان عبوری از سیملوله را در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$I=۶\sin ۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۴۰۰}\Rightarrow I=۶\sin\frac{\pi}{۴}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}}I=۳\sqrt{۲}A$$

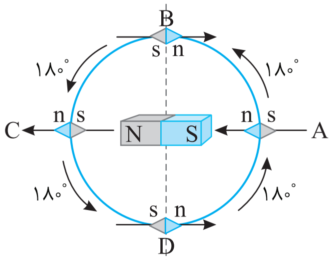
انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\xrightarrow[U=۷۲mJ=۷۲\times۱۰^{-۳}J]{I=۳\sqrt{۲}A}$$

$$۷۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}L\times(۳\sqrt{۲})^۲\Rightarrow۷۲\times۱۰^{-۳}=۹L\Rightarrow L=۸\times۱۰^{-۳}H=۸mH$$

A ۲۷۲ ④

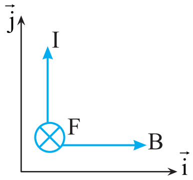
با توجه به شکل از حالت A تا B عقربه ۱۸۰° و از B تا C نیز ۱۸۰° و از C تا D مجدداً ۱۸۰° و سرانجام از D تا A نیز ۱۸۰° می‌چرخد. بنابراین عقربه $۴\times۱۸۰=۷۲۰^\circ$ خواهد چرخید.



۲۷۳ B ②

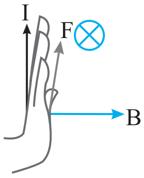
خط فکری بردار میدان مغناطیسی برحسب بردارهای یکه بیان شده از طرفی سیم حامل جریان در امتداد محور yهاست. هرگاه سیم در امتداد میدان مغناطیسی باشد بر سیم حامل جریان نیرویی وارد نمی‌شود. بنابراین مؤلفهٔ y میدان (B_y) برسیم نیرو وارد نمی‌کند و شما باید نیرویی که مؤلفهٔ x میدان (B_x) برسیم وارد می‌کند را به‌دست بیاورید.

برای اندازهٔ نیروی میدان مغناطیسی و هم‌چنین جهت این نیرو به‌طور کامل B_y را نادیده می‌گیریم. از این‌رو اندازه نیروی وارد بر سیم برابر است با:



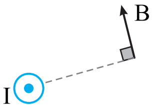
$$F=IlB_x\sin\theta \xrightarrow[I=۵۰A\,,\,\theta=۹۰^\circ\,,\,l=۰/۲m]{B_x=۰/۶T \text{ بر محور y عمود است}}$$

$$F=۵۰\times۰/۲\times۰/۶\Rightarrow F=۶N$$



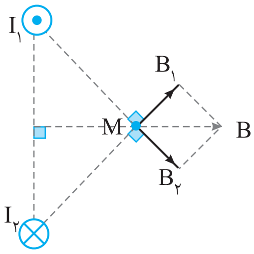
با توجه به قاعده دست راست چهار انگشت دست راست خود را در امتداد محور yها قرار دهید (در سوی جریان) به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست و در جهت محور x باشد در این حالت انگشت باز شست شما به سوی درون صفحه کاغذ خواهد بود یعنی F درونسوست.

۲۷۴ A ①

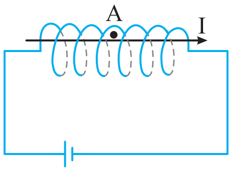


یادآوری میدان مغناطیسی در یک نقطه در اطراف سیم راست حامل جریان بر کوتاه‌ترین خط وصل کنندهٔ آن نقطه به سیم عمود است.

خط عمود بر I_1M را رسم می‌کنیم و جهت میدان B_1 در امتداد این خط به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل خواهد بود. میدان B_2 را نیز به همین روش مطابق شکل رسم می‌کنیم، در این حالت میدان مغناطیسی خالص برایند B_1 و B_2 در جهت مثبت محور xها خواهد بود.

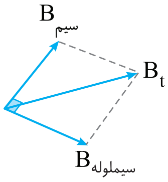


۲۷۵ B ②



خط فکری سیم راست موازی محور سیملوله رسم شده است. میدان مغناطیسی سیملوله در امتداد محور سیملوله است و میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I در نقطهٔ A به خط واصل بین A و سیم راست عمود است. یعنی میدان مغناطیسی سیم راست در نقطهٔ A بر میدان مغناطیسی سیملوله عمود است. بنابراین شما باید میدان مغناطیسی سیملوله را حساب کنید سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A را به‌دست بیاورید.

یادآوری نسبت $\frac{N}{l}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملوله در واحد طول است.



① میدان مغناطیسی سیملوله در تمام نقاط درون آن برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[I=۴۰A]{\frac{N}{l}=\frac{۵}{۰/۰۱}=۵۰۰}B=۱۲\times۱۰^{-۷}\times۵۰۰\times۴۰$$
$$\Rightarrow B=۲۴\times۱۰^{-۳}T=۲۴mT$$

② میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$B_t=\sqrt{B^۲_{\text{سیم}}+B^۲_{\text{سیملوله}}}=\sqrt{۱۰^۲+۲۴^۲}=\sqrt{۲^۲(۵^۲+۱۲^۲)}$$
$$=۲\times۱۳=۲۶mT\Rightarrow B_t=۲۶mT$$

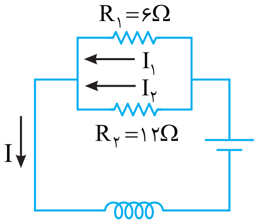
۲۷۶ A ①

خط فکری در این سؤالات باید با استفاده از مدار جریان عبوری از سیملوله را به‌دست بیاوریم. ابتدا جریان مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم، توان مصرفی مقاومت برابر $P=RI^۲$ است، بنابراین:

$$P_1=I_1^۲R_1\Rightarrow۲۴=I_1^۲\times۶\Rightarrow I_1=۲A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{I_2}{۲}=\frac{۶}{۱۲}\Rightarrow I_2=۱A$$



بنابراین جریان مدار که از سیملوله نیز عبور می‌کند برابر است با:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=۲+۱=۳A$$

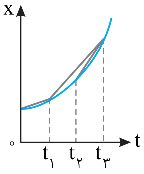
$\frac{N}{l}=n=۱۰۰۰$ تعداد دور در هر متر است، اکنون می‌توان میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست آورد:

$$B=\mu_0nI\Rightarrow B=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰۰۰\times۳\Rightarrow B=۱/۲\pi\times۱۰^{-۳}T$$

پاسخ تشریحی فیزیک ۱۲

پاسخ فصل هشتم

B ۲۷۷ (۳)



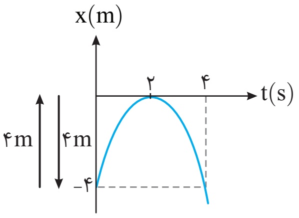
با توجه به این‌که سرعت متوسط در بین دو نقطه، برابر شیب خط قاطع نمودار بین آن دو نقطه، در نمودار مکان - زمان است، از آن‌جایی که شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ بیشتر است، سرعت متوسط در این بازه بیشتر است.

B ۲۷۸ (۴)

نمودار $x-t$ حرکت را رسم می‌کنیم:

$$x=-t^{۲}+۴t-۴$$

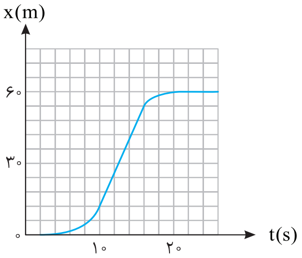
$$\Delta x=-(t-۲)^{۲}$$



مسافت طی شده برابر است با:

$$l=۴+۴=۸m$$

B ۲۷۹ (۳)



در نمودار $x-t$ ، سرعت برابر با شیب خط مماس در هر لحظه است. پس در نمودار هرچه شیب تندتر باشد، در آن نقطه سرعت بیشتر است. با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه شیب نمودار که به صورت خطی نیز هست از سایر بازه‌ها بیشتر و برابر است با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰}=\frac{۴۲}{۶}\Rightarrow v=۷m/s$$

B ۲۸۰ (۱)

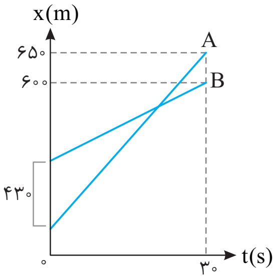
حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت در حال افزایش است. در نمودار گزینهٔ (۱) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت کندشونده است. در نمودار گزینهٔ (۳) ابتدا سرعت در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.

B ۲۸۱ (۳)

شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت است:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\vec{v}=\vec{v}_۲-\vec{v}_۱}\vec{a}_{av}=\frac{۱۰\vec{i}-۱۶\vec{j}-(-۶\vec{i}+۴\vec{j})}{۴}\Rightarrow\vec{a}_{av}=۴\vec{i}-۵\vec{j}$$

B ۲۸۲ (۳)



سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است، از این‌رو با توجه به نمودار داریم:

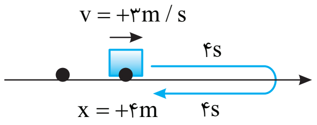
$$v_A=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}$$

$$v_B=\frac{۶۰۰-(۴۳۰+x)}{۳۰}$$

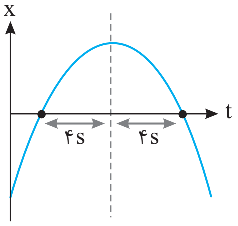
تفاضل سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A-v_B=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}-\frac{۱۷۰-x}{۳۰}=\frac{۴۸۰}{۳۰}\Rightarrow v_A-v_B=۱۶m/s$$

B ۲۸۳ (۱)



حرکت دارای شتاب ثابت است و در مبدأ زمان از مکان $+۴m$ با سرعت $+۳m/s$ می‌گذرد. متحرک در لحظهٔ $t=۴s$ در بیشترین فاصله از مبدأ است یعنی متحرک در این نقطه متوقف شده و بر می‌گردد و پس از ۴ ثانیهٔ دیگر $(۸-۴=۴s)$ مجدداً به محل ابتدایی حرکتش می‌رسد، یعنی مکانش $+۴m$ می‌شود.



دقت کنید که معادلهٔ مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ $(x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_۰t+x_۰)$ بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصلهٔ زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.

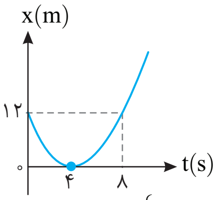
D ۲۸۴ (۲)

جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است و متحرکی که شتابش بیشتر است زودتر به مقصد می‌رسد و متحرکی که شتاب کمتری دارد، حرکت آن ۲s بیشتر طول می‌کشد.

$$\Delta x_۱=\Delta x_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}at_۱^{۲}=\frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(t_۱+۲)^{۲}\Rightarrow t_۱=\frac{۳}{۴}(t_۱+۲)$$

$$\Rightarrow t_۱=\frac{۳}{۴}t_۱+\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۴}t_۱=\frac{۳}{۲}\Rightarrow t_۱=۶s$$

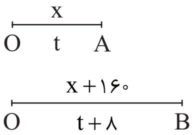
A ۲۸۵ (۳)



نمودار سهمی نسبت به رأس $(t=۴s)$ متقارن است، پس سرعت اولیه و سرعت در لحظهٔ $t=۸s$ باهم برابر است و در رأس سهمی شیب خط مماس افقی بوده و سرعت در این لحظه $(t=۴s)$ صفر است:

$$t=۸s \text{ تا } t=۴s \text{ از}\begin{cases}\Delta t=۴s\\ v_۱=۰\\ v_۲=?\\ \Delta x=۱۲m\end{cases}\begin{aligned}&\Rightarrow\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t\\&\Rightarrow ۱۲=\frac{v_۲}{۲}\times۴\Rightarrow v_۲=۶m/s\end{aligned}$$

B ۲۸۶ (۲)



متحرک از نقطهٔ O با شتاب $۲m/s^{۲}$ شروع به حرکت می‌کند، اگر متحرک مسیر OA به طول x را در t طی کند، متحرک مسیر OB به طول $۱۶۰+x$ را در مدت $۸+t$ طی می‌کند:

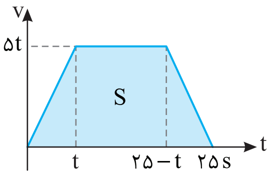
$$\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}at^{۲}=t^{۲}\\ x+۱۶۰=\frac{۱}{۲}a(t+۸)^{۲}=(t+۸)^{۲}\end{cases}\xrightarrow[\text{هم کم کنیم}]{\text{دو معادله را از}}$$

$$۱۶۰=(t+۸)^{۲}-t^{۲}\Rightarrow۱۶۰=۱۶t+۶۴\Rightarrow t=۶s$$

بنابراین x برابر است با:

$$x=t^{۲}\Rightarrow x=۳۶m$$

B ۲۸۷ (۳)



نمودار $v-t$ حرکت این متحرک به‌صورت مقابل است (در نمودار $v-t$ شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب حرکت است پس در قسمت اول و آخر حرکت شیب نمودار قرینه هم هستند و بازه‌های زمانی برابر دارند.)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\text{برابر جابه‌جایی است.}]{v-t\ \text{مساحت زیر نمودار}}v_{av}=\frac{S}{۲۵}=\frac{\frac{۵t(۲۵+۲۵-۲t)}{۲}}{۲۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۵t(۵۰-۲t)}{۵۰}=۲۰\Rightarrow-۲t^{۲}+۵۰t=۲۰۰\Rightarrow t^{۲}-۲۵t+۱۰۰=۰\Rightarrow\begin{cases}t=+۵s\\ t=۲۰s\end{cases}$$

بنابرایـن مدت زمان حرکت یکنواخت برابر اسـت بـا از $t=۵s$ تا $۲۵-t=۲۰s$ یعنی مدت حرکت یکنواخت $۱۵s$ بوده است.

B ۲۸۸ ②

دو ثانیهٔ سوم یعنی $t=۴s$ تا $t=۶s$:

$$v_{۱}=-۲(۴)+۴=-۴m/s\,,\,v_{۲}=-۲(۶)+۴=-۸m/s$$

جابه‌جایی را حساب می‌کنیم: $\Delta x=\frac{v_{۱}+v_{۲}}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta x=-۶\times۲\Rightarrow|\Delta x|=۱۲m$

B ۲۸۹ ②

جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t\,,\,\Delta x_{A}=\Delta x_{B}\Rightarrow\frac{۱}{۲}a_{A}t_{A}^{۲}=\frac{۱}{۲}a_{B}t_{B}^{۲}$$

$$\xrightarrow[\text{فرض‌مسأله}]{a_{A}=۴a_{B}}۴t_{A}^{۲}=t_{B}^{۲}\Rightarrow t_{B}=۲t_{A}$$

اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{av_{A}}}{v_{av_{B}}}=\frac{\frac{\Delta x_{A}}{t_{A}}}{\frac{\Delta x_{B}}{t_{B}}}=\frac{t_{B}}{t_{A}}=۲$$

A ۲۹۰ ④

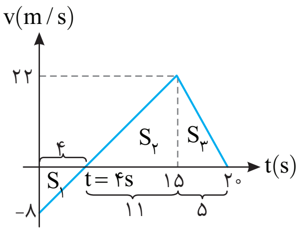
برای به دسـت آوردن مسـافت طی شـده کافی اسـت قدر مطلق مسـاحت محصور بین نمودار سرعت زمان با محور زمان را حساب کنیم.

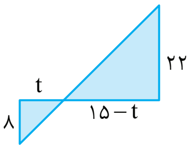
با توجه به تشابه مثلث‌ها زمان t را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۸}{t}=\frac{۲۲}{۱۵-t}\Rightarrow\frac{۴}{t}=\frac{۱۱}{۱۵-t}\Rightarrow۶۰-۴t=۱۱t\Rightarrow t=۴s$$

اکنون مساحت‌ها را حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.

$$l=|S_{۱}|+S_{۲}+S_{۳}\Rightarrow l=\frac{۸\times۴}{۲}+\frac{۲۲\times۱۶}{۲}\Rightarrow l=۱۶+۱۷۶=۱۹۲m$$



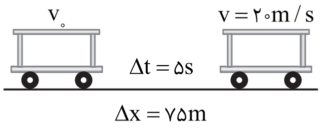


B ۲۹۱ ②

جابه‌جایـی متحـرک در ۵s اول ($t=۰$ تـا $t=۵s$) ۷۵ متر اسـت و در لحظهٔ $t=۵s$ تندی آن $۲۰m/s$ است.

$$\Delta x=\frac{v+v_{\circ}}{۲}\times\Delta t\Rightarrow۷۵=\frac{۲۰+v_{\circ}}{۲}\times۵\ ,\ v_{\circ}=۱۰m/s$$

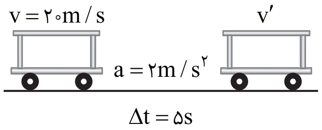
$$v=at+v_{\circ}\Rightarrow۲۰=a\times۵+۱۰\Rightarrow a=۲m/s^{۲}$$



در مدت ۵s دوم حرکت شتاب متحرک برابر $a=۲m/s^{۲}$ (حرکت شتاب ثابت است) است:

$$v'=at+v\Rightarrow v'=۲\times۵+۲۰\Rightarrow v'=۳۰m/s$$

$$v_{av}=\frac{v+v'}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲۰+۳۰}{۲}=۲۵m/s$$



روش دیگـر: جابه‌جایـی در T ثانیه دوم به اندازهٔ $(T=۵s)aT^{۲}$ بیشـتر از T ثانیهٔ نخست است و چون شتاب حرکت برابر $a=۲m/s^{۲}$ به‌دست آمده پس:

$$\Delta x_{۲}-\Delta x_{۱}=aT^{۲}\Rightarrow\Delta x_{۲}-۷۵=۲\times۲۵\Rightarrow\Delta x_{۲}=۱۲۵$$

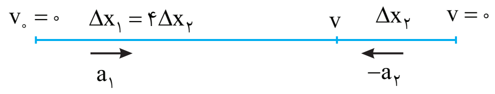
$$v_{av}=\frac{\Delta x_{۲}}{\Delta t_{۲}}=\frac{۱۲۵}{۵}=۲۵m/s$$

B ۲۹۲ ②

با توجه به فرض‌های پرسش، شکل زیر را رسم کرده و سپس به کمک معادلهٔ مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲a\Delta x\Rightarrow\begin{cases}v^{۲}-۰=۲a_{۱}\Delta x_{۱}\ \text{برای قسمت اول حرکت}\\ ۰-v^{۲}=۲(-a_{۲})\Delta x_{۲}\ \text{برای قسمت دوم حرکت}\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم: $۱=\frac{۲a_{۱}(۴\Delta x_{۲})}{۲a_{۲}(\Delta x_{۲})}\Rightarrow a_{۲}=۴a_{۱}$



D ۲۹۳ ③

حرکت دارای شـتاب ثابت $-۴m/s^{۲}$ اسـت وقتی جابه‌جایی در ثانیه سـوم صفر می‌شود یعنی متحرک در بازهٔ $۲s$ تا $۲/۵s$ مسـیری را طی کرده و در $t=۲/۵s$ سـرعتش صفر شده و در بازهٔ $۲/۵s$ تا $۳s$ همین مسیر را بر می‌گردد، بنابراین: $t=۲/۵s\Rightarrow v=۰$

با توجه به مطالب فوق نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.

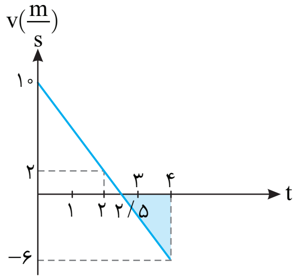
$$v=at+v_{\circ}\xrightarrow{t=۲/۵s}۰=-۴\times۲/۵+v_{\circ}\Rightarrow v_{\circ}=۱۰m/s$$

$$v=at+v_{\circ}\xrightarrow{t=۲s}v=-۴\times۲+۱۰=۲m/s$$

$$v=at+v_{\circ}\xrightarrow{t=۴s}v=-۴\times۴+۱۰=-۶m/s$$

اکنون نمودار را رسم می‌کنیم و مسافت را از $۲s$ تا $۴s$ حساب می‌کنیم.

$$l=\frac{۲\times۰/۵}{۲}+\frac{۱/۵\times(۶)}{۲}=۰/۵+۴/۵=۵m$$



B ۲۹۴ ①

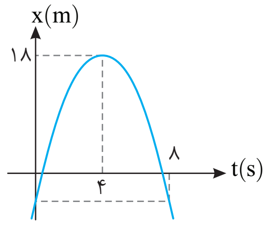
ابتـدا با توجه بـه اینکه معادلهٔ مکان - زمـان متحرک درجهٔ دوم بـوده و حرکت متحرک شتاب ثابت است، معادلهٔ سرعت - زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}x=۲t^{۲}+۴t-۸\\ x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{۲}a=۲\Rightarrow a=۴\ m/s^{۲}\\ v_{\circ}=۴m/s\end{cases},\ v=at+v_{\circ}\Rightarrow v=۴t+۴$$

برای آنکه متحرک تغییر جهت دهد باید $v=۰$ شود: $۴t+۴>۰$

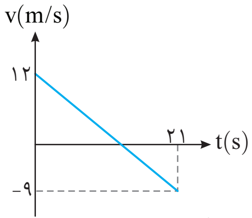
اما $۴t+۴$ همواره مثبت است و هرگز برای $t>۰$، صفر نمی‌شود، بنابراین متحرک تغییر جهت نداده و جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه‌اند.

B ۲۹۵ ③



شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد، بنابراین در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازهٔ شیب‌ها یکسان می‌باشد پس شیب خط مماس در $t=۰$ و $t=۸s$ هم‌اندازه و بزرگی سرعت در این دو لحظه یکسان است.

B ۲۹۶ ②



شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب است.

$$a=\frac{-۹-۱۲}{۲۱}=-۱\,m/s^۲$$

معادلهٔ سرعت - زمان متحرک برابر است با:

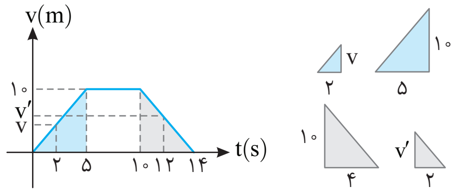
$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-t+۱۲\begin{cases}\xrightarrow{t_۱=۶s} v_۱=۶m/s\\ \xrightarrow{t_۲=۱۲s} v_۲=۰\end{cases}$$

جابجایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta x=\frac{۶}{۲}\times ۶=۱۸m$$

B ۲۹۷ ①

سرعت در لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۲s$ را با توجه تشابه به مثلث به دست می‌آوریم.



$$\frac{v}{۲}=\frac{۱۰}{۵}\Rightarrow v=۴m/s$$

$$\frac{v'}{۲}=\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow v'=۵m/s\ ,\ a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v'-v}{\Delta t}=\frac{۵-۴}{۱۲-۲}=\frac{۱}{۱۰}m/s^۲$$

C ۲۹۸ ②

نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت می‌باشد. شتاب هر یک را حساب می‌کنیم:

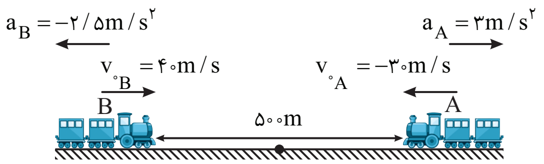
$$a_B=\frac{۰-۴۰}{۱۶}=۲/۵m/s^۲\ ,a_A=\frac{۰-(-۳۰)}{۱۰}=۳m/s^۲$$

محل قطار A را در $t=۰$ مبدأ اختیار کرده و معادلهٔ حرکت آن را می‌نویسیم:

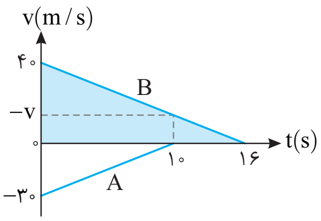
$$x_A=\frac{۱}{۲}\times ۳\times t^۲-۳۰t\xrightarrow{t=۱۰s}x_A=۱۵۰-۳۰۰\Rightarrow x_A=-۱۵۰m$$

$$x_B=\frac{۱}{۲}\times(-۲/۵)t^۲+۴۰t-۵۰۰\xrightarrow{t=۱۰s}x_B=-۱۲۵+۴۰۰-۵۰۰\Rightarrow x_B=-۲۲۵m$$

$$\Delta x=|x_A-x_B|=۷۵m$$



روش دیگر: در لحظهٔ $t=۱۰s$ متحرک A می‌ایستد. به کمک تشابه سرعت متحرک B را در لحظهٔ $t=۱۰s$ به‌دست می‌آوریم.



$$\frac{۴۰}{v}=\frac{۱۶}{۶}\Rightarrow v=۱۵m/s$$

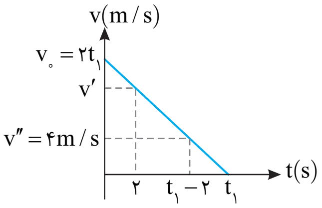
اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازهٔ صفر تا $۱۰s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A=\frac{-۳۰\times ۱۰}{۲}=-۱۵۰m\ ,\ \Delta x_B=\frac{۴۰+۱۵}{۲}\times ۱۰=۲۷۵m$$

اکنون متحرک A، $۱۵۰m$ و متحرک B، ۲۷۵ متر به سمت هم حرکت کرده‌اند و در ابتدا فاصلهٔ آن‌ها از هم $۵۰۰m$ بوده بنابراین در این لحظه فاصلهٔ آن‌ها از هم خواهد شد،

$$۵۰۰-(۱۵۰+۲۷۵)=۷۵m$$

B ۲۹۹ ②



نمودار $v-t$ به‌صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. برای دو ثانیهٔ آخر به کمک فرمول طلایی می‌توان نوشت:

$$\Delta x_۲=\frac{v''}{۲}\times ۲\Rightarrow v''=۴m/s$$

با توجه به قسمت آخر حرکت، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰-۴}{۲}=-۲m/s^۲$$

اکنون به کمک معادلهٔ جابه‌جایی زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

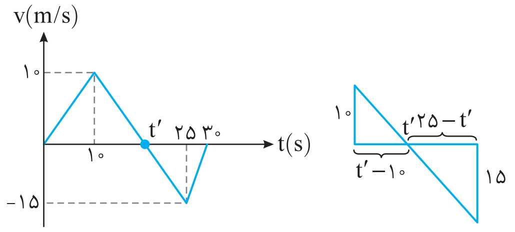
$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow ۳۶=\frac{۱}{۲}(-۲)\times(۲)^۲+v_۰\times ۲\Rightarrow v_۰=۲۰m/s$$

به کمک معادلهٔ سرعت زمان، $t_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=-۲t+۲۰\Rightarrow t=۱۰s$$

B ۳۰۰ ②

در بازه‌ای که سرعت متحرک منفی بوده، متحرک خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است.

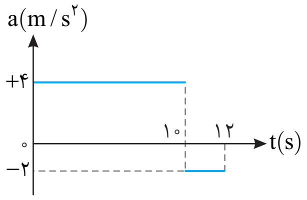


$$\frac{۲۵-t'}{t'-۱۰}=\frac{۱۵}{۱۰}\Rightarrow ۵۰-۲t'=۳t'-۳۰\Rightarrow ۸۰=۵t'\Rightarrow t'=۱۶s$$

سرعت متوسط در بازهٔ $t'=۱۶s$ تا $۳۰s$ خواسته شده است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-(\frac{۱۵(۳۰-۱۶)}{۲})}{۳۰-۱۶}=-۷/۵m/s\Rightarrow |v_{av}|=۷/۵m/s$$

B ۳۰۱ ④



جابه‌جایی را در بازه‌های زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه و همچنین ۱۰ تا ۱۲ ثانیه به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$۰\rightarrow ۱۰s:\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱۰۰+۵\times ۱۰=۲۵۰m$$

سرعت در لحظهٔ $t=۱۰s$ را حساب می‌کنیم: $v_۱=at+v_۰\Rightarrow v_۱=۴\times ۱۰+۵=۴۵m/s$

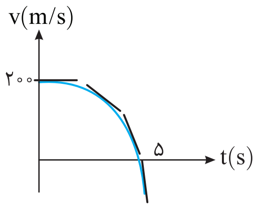
این سرعت، سرعت اولیهٔ قسمت بعدی است، از این رو:

$$۱۰s\rightarrow ۱۲s:\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۱t\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{۱}{۲}\times(-۲)\times ۴+۴۵\times ۲=۸۶m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\overline{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۲۵۰+۸۶}{۱۲}=\frac{۳۳۶}{۱۲}=\frac{۱۱۲}{۴}\Rightarrow \overline{v}=۲۸m/s$$

B ۳۰۲ ④



ابتدا نمودار $v-t$ معادلهٔ داده شده را رسم می‌کنیم:

با گذشت زمان شیب خط مماس بر نمودار تندتر می‌شود و در نمودار $v-t$ شیب خط مماس همان شتاب متحرک بوده که در حال افزایش است.

از $t=۰$ تا $t=۵s$ تندی از $۲۰۰m/s$ به صفر رسیده است و تندی در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است.

در $t=۵s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر علامت می‌دهد و جهت بردار شتاب تغییری نمی‌کند.

از صفر تا $۵s$ سرعت مثبت و متحرک در جهت محور x ها در حال حرکت و از $t=۵s$ به بعد سرعت منفی و متحرک خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند.

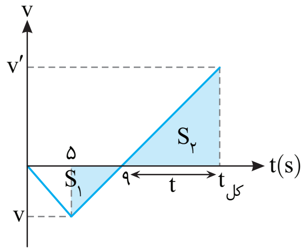
B ۳۰۳ ①

در نمودار $v-t$ شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در آن لحظه است. در بازهٔ صفر تا $t_۱$ و $t_۳$ تا $t_۴$ این شیب مثبت و شتاب متحرک مثبت است.

D ۳۰۴ ①

برای آن‌که متحرک به جای اول بازگردد باید جابه‌جایی آن صفر شود یعنی سطح محصور بین نمودار $v-t$ با محور زمان صفر می‌شود از این‌رو باید $|S_۱|=|S_۲|$ باشد، با توجه به تشابه دو مثلث رنگی خواهیم داشت:

$$\frac{v'}{v}=\frac{t}{۴}\Rightarrow v'=v\frac{t}{۴}$$



اکنون می‌توان نوشت:

$$S_۱=S_۲\Rightarrow\frac{۹\times v}{۲}=\frac{v'\times t}{۲}$$

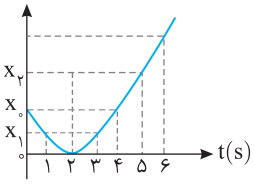
$$\Rightarrow\frac{۹\times v}{۲}=\frac{vt}{۴}\times\frac{t}{۲}$$

$$\Rightarrow t^۲=۳۶\Rightarrow t=۶s$$

بنابراین: $t_{\text{کل}}=۶+۹=۱۵s$

D ۳۰۵ ④

گزینهٔ (۱): با توجه به نمودار که یک سهمی است قطعاً مسافت طی‌شده از ۳ تا ۶ ثانیه بزرگ‌تر از مسافت طی شده از صفر تا ۳s است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



گزینهٔ (۲): با توجه به نمودار مسافت طی‌شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر است با:

$$L=x_۰+x_۱$$

و جابه‌جایی در ۳ ثانیه اول برابر است با: $|d|=|x_۱-x_۰|$

کاملاً مشخص است که $L>|d|$ بوده و گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): $t=۲s$ رأس سهمی است و نمودار نسبت به محور گذرنده از $t=۲s$ دارای تقارن است یعنی اگر متحرک در $t=۰$ در مکان $x_۰$ است در $t=۴s$ نیز در مکان $x_۰$ است و جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ ۰ تا ۴s صفر است، در حالیکه جابه‌جایی در بازهٔ $t=۱s$ تا $t=۵s$ برابر $x_۲-x_۱$ است و مخالف صفر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

گزینهٔ (۴): در سه ثانیهٔ اول اندازهٔ جابه‌جایی $|d|=|x_۱-x_۰|$ و دربازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۴s$ اندازهٔ جابه‌جایی $|d'|=|x_۰-x_۱|$ است و $|d'|=|d|$ می‌باشد در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ صفر تا ۳s با اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ ۱s تا ۴s برابر است و گزینهٔ (۴) درست است.

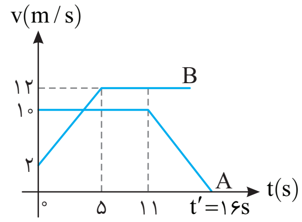
D ۳۰۶ ③

با توجه به داده‌های سؤال نمودار $v-t$ مربوط به حرکت متحرک‌های A و B را رسم می‌کنیم. متحرک A در ابتدا تا لحظهٔ $t=۱۱s$ با تندی ثابت $۱۰m/s$ حرکت می‌کند و بعد از آن با شتاب $a=-۲m/s^۲$ از تندی خود کاسته تا متوقف شود:

$$\begin{cases} v_۱=۱۰m/s \\ v_۲=۰ \\ \Delta t=(t'-۱۱) \\ a=-۲m/s^۲ \end{cases}\Rightarrow v_۲=a(t'-۱۱)+v_۱\Rightarrow ۰=-۲(t'-۱۱)+۱۰ \Rightarrow t'-۱۱=۵\Rightarrow t'=۱۶s$$

متحرک B از تندی $۲m/s$ شروع به حرکت کرده و مدت ۵s به طور شتابدار حرکت می‌کند و سپس با تندی ثابت و چون دو متحرک به هم می‌رسند پس باید علامت تندی هر دو متحرک یکسان باشد.

$$\begin{cases} v'_۲=? \\ v'_۱=۲m/s \\ t=۵s \\ a'=۲m/s^۲ \end{cases}\Rightarrow v'_۲=a't+v'_۱\Rightarrow v'_۲=۲\times۵+۲\Rightarrow v'_۲=۱۲m/s$$



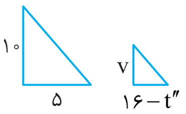
هر دو متحرک از یک نقطه (مبدأ مختصات) شروع به حرکت کردند پس برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی هر دو متحرک یکسان باشد. ابتدا جابه‌جایی دو متحرک تا لحظهٔ $t=۵s$ را از سطح زیر نمودار $v-t$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A=S_A=۱۰\times۵=۵۰m\,,\ \Delta x_B=S_B=\frac{۵\times(۲+۱۲)}{۲}=۳۵m$$

تندی اولیهٔ متحرک A بیشتر از تندی اولیه متحرک B است و در ابتدا A از متحرک B جلو زده و همانطور که در حساب کردن جابه‌جایی مشخص است متحرک A در ۵s اولیه بیشتر از متحرک B جابه‌جا شده است و این دو در این مدت به هم نمی‌رسند. حال جابه‌جایی در بازهٔ ۰ تا ۱۱s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_A=۱۱\times۱۰=۱۱۰m\ ,\ \Delta x_B=۳۵+(۱۲\times۶)=۱۰۷m$$

بنابراین تا لحظهٔ $t=۱۱s$ متحرک A به اندازهٔ $۱۱۰-۱۰۷=۳m$ جلوتر از متحرک B است و اگر در لحظهٔ t'' این دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی متحرک B از $t=۱۱s$ تا t'' به اندازهٔ $۳m$ بیشتر از متحرک A در این بازه باشد و با توجه به تشابه مثلث، سرعت متحرک در لحظهٔ t'' را به‌دست می‌آوریم:

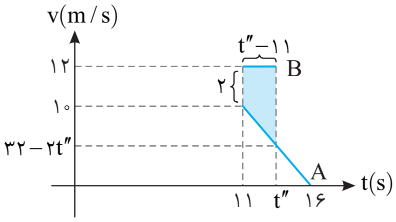


$$\frac{۱۰}{v}=\frac{۵}{۱۶-t''}\Rightarrow v=۳۲-t''$$

$$\Delta x_B-\Delta x_A=۳m\xrightarrow[\text{جابه‌جایی برابر سطح رنگی زیر نمودار است}]{\text{با توجه به شکل این اختلاف}}$$

$$\frac{(t''-۱۱)(۲+(۲t''-۲۰))}{۲}=۳$$

$$(t''-۱۱)\times۲(t''-۹)=۶\Rightarrow(t''-۱۱)(t''-۹)=۳\Rightarrow\begin{cases} t''=۱۲s \\ t''=۸s.\text{غ.ق} \end{cases}$$



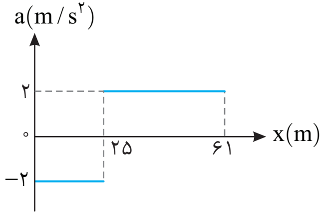
سرعت A در این لحظه برابر $۳۲-۲(۱۲)=۸m/s$ است و تندی آن به اندازهٔ $۱۲-۸=۴m/s$ از تندی متحرک B کمتر است.

A ۳۰۷ (۲)

سرعت متحرک را به کمک معادلهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$x=۲۵m:v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v_۱^۲-۱۰۰=۲(-۲)(۲۵)\Rightarrow v_۱^۲=۰\Rightarrow v_۱=۰$$

اکنون سرعت را در مکان $x=۶۱m$ را به دست می‌آوریم:



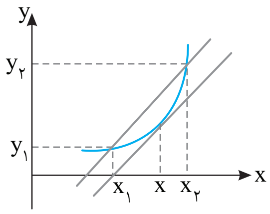
$$x=۶۱m:v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x$$

$$\Rightarrow v^۲-۰=۲(۲)\times(۶۱-۲۵)$$

$$\Rightarrow v^۲=۴\times ۳۶$$

$$\Rightarrow v=۲\times ۶=۱۲m/s$$

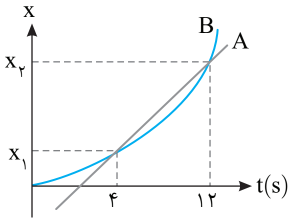
D ۳۰۸ (۲)



با توجه به آنچه در کتاب حسابان برای شکل شبیه نمودار این مسئله بیان می‌شود، شیب خط قاطع بین دو نقطه $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۲,y_۲)$ با شیب خط مماس گذرنده از نقطهٔ $x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ برابر است از این رو در نمودارهای A و B نیز شیب خط مماس بر نمودار سهمی (B) در لحظهٔ $t=\frac{t_۱+t_۲}{۲}$ با شیب خط قاطع A برابر می‌شود، بنابراین $t=\frac{۴+۱۲}{۲}=۸s$.

روش دیگر: جابه‌جایی متحرک A و B در بازهٔ $t=۴s$ و $t=۱۲s$ یکسان است.

متحرک A حرکت سرعت ثابت داشته و سرعت لحظه‌ای و متوسط آن همواره باهم برابر است:



$$v_{av_A}=v_A\xrightarrow{v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta t}=v_A$$

$$\xrightarrow{\Delta x_A=\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲+v\Delta t}$$

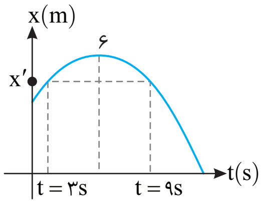
$$v_A=\frac{\frac{۱}{۲}a\Delta t^۲+v\Delta t}{\Delta t}=\frac{۱}{۲}a\Delta t+v\Rightarrow v_A=a\frac{\Delta t}{۲}+v$$

برای متحرک B معادلهٔ سرعت به صورت $v_B=a\Delta t'+v$ است و چون سرعت A و B باهم برابر است:

$$a\frac{\Delta t}{۲}+v=a\Delta t'+v\Rightarrow \Delta t'=\frac{\Delta t}{۲}\Rightarrow \Delta t'=\frac{۱۲-۴}{۲}=۴s$$

بنابراین لحظه مورد نظر خواهد شد: $۴+۴=۸s$

B ۳۰۹ (۱)



نمودار سهمی نسبت به رأس خود متقارن است بنابراین مکان متحرک در $t=۳s$ و $t=۹s$ که فاصلهٔ یکسانی از رأس سهمی $t=۶s$ دارند با هم برابر می‌باشند بنابراین $\Delta x=۰$ است. $\Delta x=x_{(۹)}-x_{(۳)}=x'-x'=۰$

B ۳۱۰ (۴)

برای آن‌که معادلهٔ $v=\frac{-\sqrt{-۲x}}{۴}$ صحیح باشد باید زیر رادیکال مثبت باشد. از این رو مقدارهای x باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی باشد. از طرفی $v^۲=\frac{-x}{۸}$ بوده و در $x=۰$ ، $v=۰$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان در جهت منفی محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار x، سرعت نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است. البته می‌توان با مقایسهٔ این تابع با معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب را به دست آورد.

$$\begin{cases}v^۲=۲ax\\ v^۲=-\frac{x}{۸}\end{cases}\Rightarrow ۲a=-\frac{۱}{۸}\Rightarrow a=-\frac{۱}{۱۶}m/s^۲$$

D ۳۱۱ (۱)

سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی متحرک است.

با توجه به تشابه دو مثلث سرعت v' را به‌دست می‌آوریم:

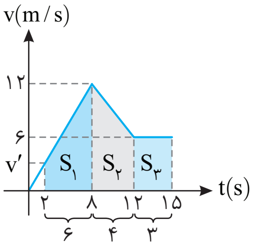
$$\frac{v'}{۲}=\frac{۱۲}{۸}\Rightarrow v'=۳m/s$$

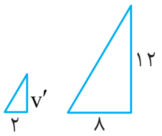
$$\Delta x=S_۱+S_۲+S_۳\Rightarrow \Delta x=\frac{۶(۱۲+۳)}{۲}+\frac{۴(۱۲+۶)}{۲}+۶(۳)$$

$$\Delta x=۴۵+۳۶+۱۸=۹۹m$$

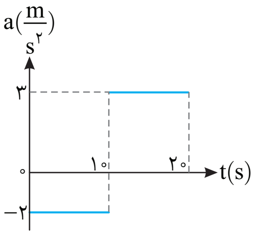
مکان اولیه متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ برابر $-۶m$ است:

$$x_۲-(-۶)=۹۹\Rightarrow x_۲=+۹۳m$$

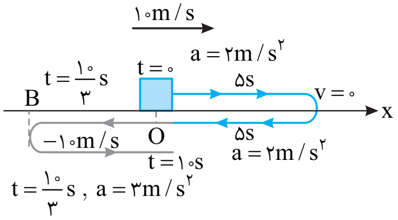




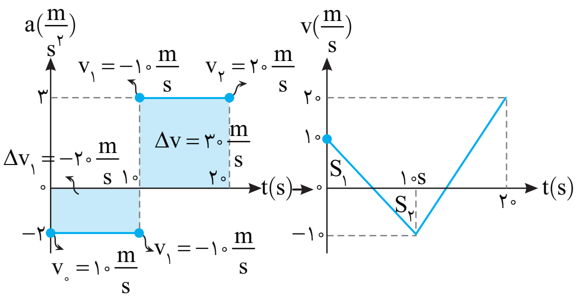
D ۳۱۲ (۴)



سؤال سختی برای جلسه کنکور است. اما با توجه به رفتار متحرک در حرکت با شتاب ثابت می‌توان آن را حل کرد. متحرک با تندی $۱۰m/s$ و شتاب $۲m/s^۲$ بعد از $۵s$ متوقف می‌شود و در مدت لحظه $t=۱۰s$ یعنی $۵s$ بعد از توقف در نقطهٔ A از نقطه O مبدأ می‌گذرد و در این لحظه سرعتش $-۱۰m/s$ است و با شتاب $۳m/s^۲$ بعد از مدت $t=\frac{v}{a}=\frac{۱۰}{۳}s$ در نقطهٔ B متوقف می‌شود و پس از $\frac{۱۰}{۳}s$ مجدداً به مبدأ می‌رسد و برای همیشه از آن دور می‌شود. بنابراین در لحظهٔ $t=۵+۵+\frac{۱۰}{۳}+\frac{۱۰}{۳}=\frac{۵۰}{۳}s$ برای سومین بار از مبدأ می‌گذرد. لازم به ذکر است که در صورت سؤال لحظهٔ $t=۰$ را لحظهٔ اولین عبور از مبدأ در نظر گرفته است از این رو لحظهٔ $\frac{۵۰}{۳}s$ سومین بار عبور از مبدأ خواهد بود.

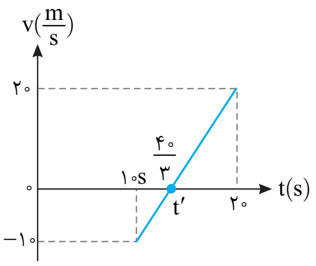


روش دیگر: با توجه به نمودار $a-t$ ، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:



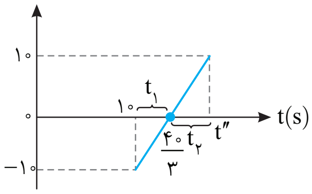
متحرک از $x=۰$ شروع به حرکت کرده برای آن‌که مجدداً به مبدأ برسد باید Δx یا مجموع سطح زیر نمودار $v-t$ صفر شود. در شکل داده شده $S_۱$ و $S_۲$ یکسان امّا $S_۲$ منفی است پس در لحظهٔ $t=۱۰s$ متحرک به مبدأ مکان رسیده و حال زمان دیگری بعد $t=۱۰s$ را به دست می‌آوریم که متحرک به مبدأ مکان رسیده باشد.

با توجه به تشابه: $\frac{t'-۱۰}{۱۰}=\frac{۲۰-t'}{۲۰}\Rightarrow ۲t'-۲۰=۲۰-t'\Rightarrow ۳t'=۴۰\Rightarrow t'=\frac{۴۰}{۳}s$



حال باید زمانی را به‌دست آورد که مساحت مثلث بالا محور زمان با مثلث پایین محور زمان یکسان باشد، یعنی دو مثلث همنهشت باشند.

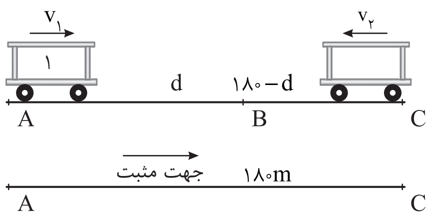
$$t_۲=t_۱\Rightarrow \frac{۴۰}{۳}-۱۰=t''-\frac{۴۰}{۳}\Rightarrow t''=\frac{۵۰}{۳}s$$



D ۳۱۳ ②

سرعت متحرک (۱) در جهت مثبت اختیاری بوده و سرعت متحرک (۲) منفی است و دو متحرک (۱) و (۲) در مدت زمان t به نقطهٔ B می‌رسند:

$$\begin{rcases}(۱)\text{متحرک}: d=v_۱t\\ (۲)\text{متحرک}: ۱۸۰-d=|v_۲|t\end{rcases}\Rightarrow \frac{v_۱}{|v_۲|}=\frac{d}{۱۸۰-d}$$



با توجه به سؤال متحرک (۲) فاصلهٔ AB را در مدت ۲۵s طی می‌کند:

$$(۲)\text{متحرک}: d=|v_۲|\times ۲۵\Rightarrow |v_۲|=\frac{d}{۲۵}$$

و متحرک (۱) فاصله BC را در مدت ۱۶s طی می‌کند:

$$(۱)\text{متحرک}: ۱۸۰\text{-}d=v_۱\times ۱۶\Rightarrow v_۱=\frac{۱۸۰-d}{۱۶}$$

حال با توجه به معادلهٔ اول:

$$\frac{\frac{۱۸۰-d}{۱۶}}{\frac{d}{۲۵}}=\frac{d}{۱۸۰-d}\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}\times\frac{۱۸۰-d}{d}=\frac{d}{۱۸۰-d}$$

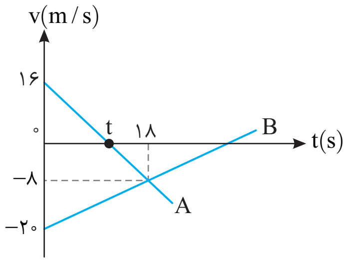
$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}=\frac{d^۲}{(۱۸۰-d)^۲}\Rightarrow \frac{۵}{۴}=\frac{d}{۱۸۰-d}\Rightarrow ۹۰۰-۵d=۴d\Rightarrow d=۱۰۰$$

حال $v_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۱=\frac{۱۸۰-d}{۱۶}=\frac{۸۰}{۱۶}=۵m/s$$

B ۳۱۴ ②

در بازهٔ صفر تا t ثانیه حرکت A در جهت محور xها بوده است. ابتدا زمان t را به کمک تشابه مثلث به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{۱۶}{t}=\frac{۸}{۱۸-t}\Rightarrow ۳۶-۲t=t\Rightarrow t=۱۲s$$

شتاب حرکت B را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a_B=\frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸}=\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۲}{۳}m/s^۲$$

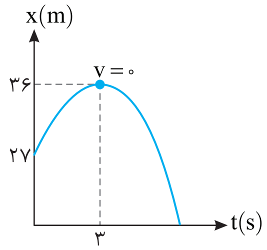
جابه‌جایی B در مدت $t=۱۲s$ خواهد شد: $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$

$$\Rightarrow \Delta x_B=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times(۱۲)^۲+(-۲۰)\times ۱۲\Rightarrow \Delta x_۲=۴۸-۲۴۰\Rightarrow \Delta x_۲=-۱۹۲m$$

بنابراین بزرگی جابه‌جایی B برابر ۱۹۲ متر است.

A ۳۱۵ ③

حرکت متحرک شتاب ثابت است و با توجه به اطلاعات داده شده در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۳s$ شتاب متحرک و سرعت اولیه آن را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید در لحظهٔ $t=۳s$ شیب خط مماس بر نمودار افقی شده و سرعت متحرک صفر است: (رأس سهمی)



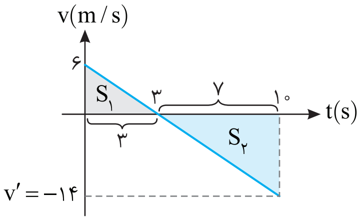
$$\begin{rcases}\Delta x=۳۶-۲۷=۹m\\ \Delta t=۳s\\ v_۰=?\\ v=۰\end{rcases}\Rightarrow \Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\times\Delta t\Rightarrow ۹=\frac{۰+v_۰}{۲}\times ۳\Rightarrow v_۰=۶m/s$$

$$\begin{rcases}v_۰=۶m/s\\ v=۰\\ \Delta t=۳s\\ a=?\end{rcases}\Rightarrow v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۳a+۶\Rightarrow a=-۲m/s^۲$$

$$t=۱۰s\Rightarrow v'=at+v_۰\Rightarrow v'=-۲\times ۱۰+۶=-۱۴m/s$$

با توجه به اطلاعات به‌دست آمده نمودار $v-t$ متحرک را رسم و از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می‌کنیم:

$$\begin{rcases}S_۱=\frac{۶\times ۳}{۲}=۹m\\ |S_۲|=\frac{۷\times ۱۴}{۲}=۴۹m\end{rcases}\Rightarrow L=S_۱+|S_۲|=۵۸m$$



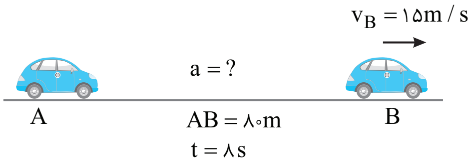
A ۳۱۶ ④

ابتدا به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

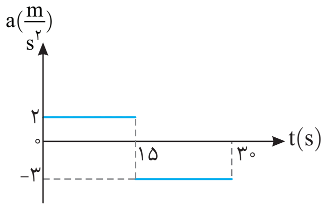
$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{۲}\Delta t\Rightarrow ۸۰=\frac{۱۵+v_A}{۲}\times ۸\Rightarrow v_A=۵m/s$$

اکنون می‌توان شتاب را به دست آورد:

$$a=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۱۵-۵}{۸}=\frac{۵}{۴}m/s^۲$$



D ۳۱۷ ①



ابتدا در ۵ ثانیهٔ اول جابه‌جایی را حساب می‌کنیم. حرکت دارای شتاب ثابت $۲m/s^۲$ و سرعت اولیه $-۱۰m/s$ است، از این رو در پنج ثانیه اول جابه‌جایی خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۲۵-۱۰\times ۵\Rightarrow |\Delta x_۱|=۲۵m$$

برای به‌دست آوردن جابه‌جایی در پنج ثانیهٔ ششم (یعنی بازهٔ ۲۵s تا ۳۰s) مراحل زیر را باید طی کنیم.

① سرعت در لحظهٔ $t=۱۵s$ را حساب می‌کنیم.

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۲\times ۱۵-۱۰=۲۰m/s$$

② سرعت در لحظهٔ $t=۲۵s$ و $t=۳۰s$ را حساب می‌کنیم.

$$t=۲۵s\ ,\ \ v_۱=-۳(۲۵-۱۵)+۲۰\Rightarrow v_۱=-۱۰m/s$$

$$t=۳۰s\ ,\ \ v_۲=-۳(۳۰-۱۵)+۲۰\Rightarrow v_۲=-۲۵m/s$$

③ اندازه جابه‌جایی در این بازه خواهد شد:

$$|\Delta x_۲|=|\frac{v_۱+v_۲}{۲}|\Delta t\Rightarrow |\Delta x_۲|=\frac{۱۰+۲۵}{۲}\times ۵=۸۷/۵m$$

اکنون نسبت اندازه جابه‌جایی‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{|\Delta x_۲|}{|\Delta x_۱|}=\frac{۸۷/۵}{۲۵}=۳/۵$$

البته شما می‌توانید این مسئله را به کمک رسم نمودار سرعت زمان نیز حل کنید اما فراموش نکنید برای رسم نمودار $v-t$ نیز باید تمام محاسبات بالا را انجام دهید.

پاسخ فصل نهم

B ۳۱۸ (۳)

نیرویی که توسط طناب به هر دو شخص وارد می‌شود یکسان است:

$$F_۱=m_۱a_۱\Rightarrow a_۱=\frac{F_۱}{m_۱}$$
$$F_۲=m_۲a_۲\Rightarrow a_۲=\frac{F_۲}{m_۲}\ \xrightarrow[F_۱=F_۲]{m_۱>m_۲} a_۱<a_۲$$

دو جسم در ابتدا ساکن هستند و $a_۱<a_۲$ است پس متحرک (۲) سریع‌تر حرکت می‌کند و هنگام رسیدن دو متحرک به هم متحرک (۲) جابه‌جایی بیشتری انجام می‌دهد بنابراین دو متحرک بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

A ۳۱۹ (۳)

ابتدا برایند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=(۲۰\vec{i}-۵۰\vec{j})+(۱۰\vec{i}+۲۰\vec{j})+(-۱۰\vec{j})=۳۰\vec{i}-۴۰\vec{j}$$
$$\Rightarrow|\vec{F}_{net}|=\sqrt{F_x^۲+F_y^۲}=۵۰N$$

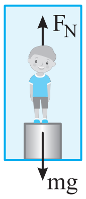
با توجه به قانون دوم نیوتون داریم: $F_{net}=ma\Rightarrow a=\frac{F_T}{m}=\frac{۵۰}{۵}=۱۰m/s^۲$

A ۳۲۰ (۳)

به جسم دو نیروی W و f_D عمود بر هم وارد می‌شود.

$$W=mg\Rightarrow ۴/۸=m\times۱۰\Rightarrow m=۰/۴۸kg$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+W^۲}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۰/۴۸\times\frac{۶۵}{۶}$$
$$\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۵/۲\Rightarrow f_D^۲=۴\Rightarrow f_D=۲N$$

B ۳۲۱ (۱)



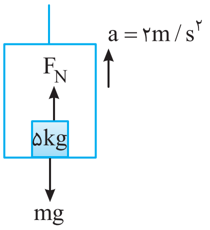
ابتدا شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_N=ma$$
$$\Rightarrow ۶۰۰-۴۸۰=۶۰a\Rightarrow a=۲m/s^۲$$

برایند نیروها رو به پایین است، پس شتاب حاصل از آن هم رو به پایین است.

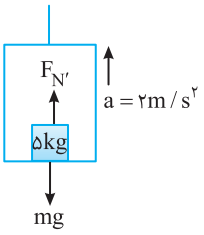
B ۳۲۲ (۳)

در حالت اول داریم:



$$F_{net}=ma\xrightarrow{\text{جسم رو به بالا حرکت می‌کند}}$$
$$F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-۵۰=۱۰$$
$$\Rightarrow F_N=۶۰N$$

در حالت دوم داریم:

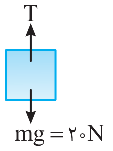


$$F_{net}=ma\xrightarrow{\text{جسم رو به پایین حرکت می‌کند}}$$
$$ma-F_{N'}=ma$$
$$\Rightarrow ۵۰-F_{N'}=۱۰\Rightarrow F_{N'}=۴۰N$$

اختلاف نیروی عمودی سطح برابر است با: $F_N-F_{N'}=۶۰-۴۰=۲۰N$

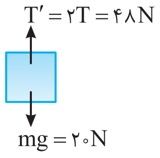
میانبر هرگاه آسانسور یکبار با شتاب a رو به بالا و بار دیگر با همان شتاب رو به پایین حرکت کند، اختلاف نیروی عمودی سطح برابر ۲mg است (البته باید نوع حرکت در دو حالت یکسان باشد).

B ۳۲۳ (۲)



به جسم نیروی کشش طناب به سمت بالا و نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود حرکت تندشونده رو به بالاست‌بنابراین:

$$T-mg=ma\Rightarrow T-۲۰=۲\times۲\Rightarrow T=۲۴N$$

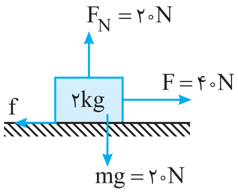


حال اگر کشش طناب دو برابر شود یعنی $T'=۲T=۴۸N$ شود:

$$T'-mg=ma'\Rightarrow ۴۸-۲۰=۲a'$$
$$\Rightarrow a'=۱۴m/s^۲$$

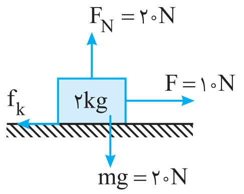
بنابراین شتاب حرکت از $۲m/s^۲$ به $۱۴m/s^۲$ رسیده و ۷ برابر شده است.

B ۳۲۴ (۴)



ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s_{max}})$ را حساب می‌کنیم. اگر نیروی افقی وارد بر جسم $(F=۴۰N)$ بزرگ‌تر از $f_{s_{max}}$ باشد جسم به حرکت در می‌آید:

$$f_{s_{max}}=\mu_sF_N\Rightarrow f_{s_{max}}=۰/۶\times۲۰=۱۲N<F$$



بنابراین جسم به حرکت در می‌آید و پس از ۵s سرعتش به v می‌رسد. حال F از ۳۰N کم شده و مقدار آن به ۱۰N می‌رسد. جسم درحال حرکت بوده پس همچنان به جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود.

$$f_k=\mu_kF_N\Rightarrow f_k=۰/۵\times۲۰=۱۰N$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow ۱۰-۱۰=۲\times a\Rightarrow a=۰$$

بنابراین جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

B ۳۲۵ (۲)

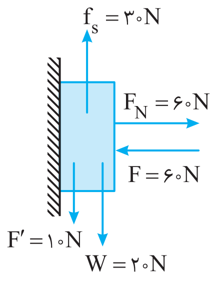
سرعت متحرک از $v_۱=۵۴km/h=۱۵m/s$ به صفر رسیده است:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{-۱۵}{۰/۳}=-۵۰m/s^۲$$

نیروی وارد بر شخص از طرف کمربند برابر است با:

$$|\vec{F}_{av}|=m|\vec{a}_{av}|\Rightarrow|\vec{F}_{av}|=۶۰\times۵۰=۳۰۰۰N$$

B ۳۲۶ (۴)



بنابه قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند برابر نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند. برای بررسی، ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم تا متوجه شویم که در اثر اعمال نیروی ۱۰N رو به پایین، جسم به حرکت در می‌آید یا نه؟

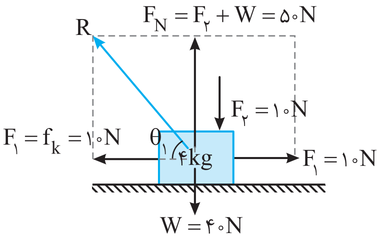
$$f_{s_{max}}=\mu_sF_N=۰/۶\times۶۰=۳۶N$$

نیروی وزن ۲۰N و نیروی موازی با دیوار ۱۰N رو به پایین است که جمعاً ۳۰N می‌شود و از $f_{s_{max}}=۳۶N$ کوچک‌تر است و جسم همچنان ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک ایستایی در این حالت برابر $F_{met}=۰\Rightarrow f_s=F'+W=۱۰+۲۰=۳۰N$ می‌شود. در این صورت: $R'=\sqrt{F_N^۲+f_s^۲}=\sqrt{۶۰^۲+۳۰^۲}\Rightarrow R'=۳۰\sqrt{۵}N$

B ۳۲۷ ①

سرعت جسم ثابت است و برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است اکنون ضریب اصطکاک را به‌دست می‌آوریم.

$$f_k=\mu_k F_N \Rightarrow ۱۰=\mu_k(۵۰)\Rightarrow \mu_k=۰/۲$$



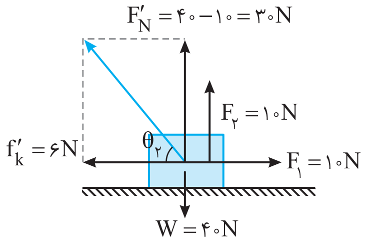
اکنون نیروی اصطکاک جدید را حساب می‌کنیم.

$$f'_k=\mu_k F'_N=۰/۲\times۳۰=۶N$$

در حالت اول: $\tan\theta_۱=\frac{۵۰}{۱۰}=۵$

در حالت دوم: $\tan\theta_۲=\frac{۳۰}{۶}=۵$

$$\Rightarrow \theta_۲=\theta_۱<۹۰^\circ$$



B ۳۲۸ ④

عامل توقف صندوق اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد.

$$f_{s_{max}}=ma\Rightarrow \mu_s mg=ma\Rightarrow a=\mu_s g=۰/۲۵\times۱۰=۲/۵m/s^۲$$

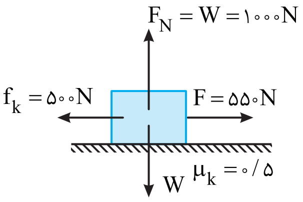
شتاب توقف کامیون حداکثر باید $۲/۵m/s^۲$ باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد از این رو: $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۲۲۵=۲(-۲/۵)\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{۲۲۵}{۵}=۴۵m$

B ۳۲۹ ④

ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\xrightarrow[f_k=۵۰۰N]{f_k=\mu_k F_N}$$

$$۵۵۰-۵۰۰=۱۰۰a\Rightarrow a=۰/۵m/s^۲$$



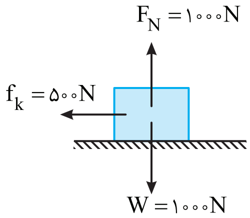
جابه‌جایی و سرعت را تا لحظهٔ پاره شدن طناب حساب می‌کنیم.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times۰/۵\times۱۶\Rightarrow \Delta x=۴m$$

$$v_۱=at+v_۰\Rightarrow v_۱=۰/۵\times۴=۲m/s$$

پس از پاره شدن طناب تنها نیروی وارد بر جسم اصطکاک است که سبب توقف جسم می‌شود.

$$f_{net}=ma\xrightarrow{f_{net}=f_k}-۵۰۰=۱۰۰a\Rightarrow a=-۵m/s^۲$$



جابه‌جایی از این لحظه تا توقف خواهدشد:

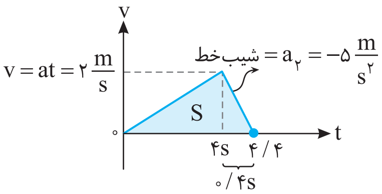
$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۴=۲(-۵)\Delta x\Rightarrow \Delta x=۰/۴m$$

بنابراین کل جابه‌جایی برابر است با: $۴+۰/۴=۴/۴m$

روش دوم: ابتدا با توجه به دینامیک، شتاب حالت اول و حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{(۱)}F-f_k=ma\Rightarrow ۵۵۰-(۱۰۰۰)(۰/۵)=۱۰۰a\\ \Rightarrow a_۱=۰/۵m/s^۲\\ \xrightarrow{(۲)}-f_k=ma\Rightarrow -۵۰۰=۱۰۰a_۲\Rightarrow a_۲=-۵m/s^۲\end{cases}$$

حال نمودار $v-t$ را کشیده و از سطح زیر نمودار مسافت را به‌دست می‌آوریم:



$$S=\frac{۴/۴\times۲}{۲}=۴/۴m$$

B ۳۳۰ ④

شتاب حرکت وزنه‌های A و B را به‌دست می‌آوریم.

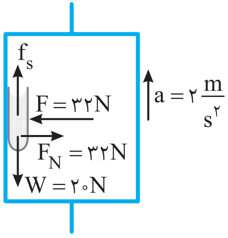
$$F_{net}=ma\begin{cases}\mu_{k_A}m_A g=m_A a_A\Rightarrow a_A=\mu_{k_A}g\\ \mu_{k_B}m_B g=m_B a_B\Rightarrow a_B=\mu_{k_B}g\end{cases}\xrightarrow{\mu_{k_A}=۲\mu_{k_B}}\frac{a_A}{a_B}=۲$$

سرعت اولیهٔ هر دو یکسان است. به کمک معادلهٔ مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم.

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\xrightarrow{v=۰}\Delta x=\frac{v_۰^۲}{-۲a}\Rightarrow\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{a_B}{a_A}=\frac{۱}{۲}$$

B ۳۳۱ ④

عامل حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا نیروی اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیوارهٔ آسانسور است. نیروهای وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم و چون کتاب و آسانسور هر دو با شتاب $a=۲m/s^۲$ به سمت بالا در حال حرکت‌اند، برایند آن‌ها را مساوی ma قرار می‌دهیم $f_s-W=ma\Rightarrow f_s-۲۰=۲\times۲\Rightarrow f_s=۲۴N$



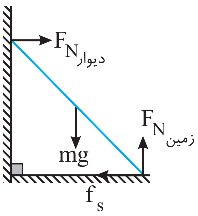
اکنون نیرویی که کتاب به دیواره یا دیواره به کتاب وارد می‌کند برابر است با:

$$R=\sqrt{f_s^۲+F_N^۲}=\sqrt{۲۴^۲+(۳۲)^۲}$$

$$=۸\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۴۰N$$

B ۳۳۲ ②

توسط دیوار قائم تنها نیروی عمودی سطح و توسط سطح زمین دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به نردبان وارد می‌شود. نیروی اصطکاک مانع لیز خوردن نردبان به سمت راست می شود بنابراین جهت f_s به سمت چپ است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم و نیروهای افقی را برابر هم و نیروهای قائم را نیز برابر هم قرار می‌دهیم.



$$نردبان در حال تعادل:\begin{cases}f_s=F_{N_{دیوار}}=۳۰۰N\\ F_{N_{زمین}}=mg=۴۰۰N\end{cases}$$

هر دو نیروی $F_{N_{زمین}}$ و f_s از زمین به نردبان وارد شده و نیرویی که زمین به نردبان وارد می‌کند برابر است با: $R=\sqrt{۳۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۵۰۰N$

B ۳۳۳ ③

نیرویی که جسم بر دیواره‌ها وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح F_N است که توسط دیواره‌ها بر جسم وارد می‌شود، بنابراین باید F_N را حساب کنیم.

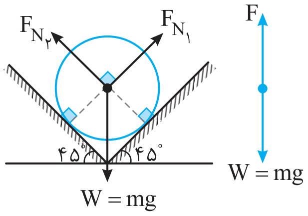
زاویهٔ دیواره‌ها با سطح یکسان است پس نیروی عمودی سطح دو دیواره یکسان است:

$$F=\sqrt{F_{N_۱}^۲+F_{N_۲}^۲}\xrightarrow{F_{N_۱}=F_{N_۲}}F=F_{N_۱}\sqrt{۲}$$

جسم در حال تعادل است پس نیروی وزن و نیروی F هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند:

$$F_{N_۱}\sqrt{۲}=mg\Rightarrow F_{N_۱}\sqrt{۲}=۵۰$$

$$\Rightarrow F_{N_۱}=\frac{۵۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow F_{N_۱}=۲۵\sqrt{۲}N$$



B ۳۳۴ ③

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی و رابطه تکانه می‌توانیم K را بر حسب P بنویسیم:

$$P=mv, K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow K=\frac{P^۲}{۲m}$$

در صد تغییر انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{K_۲-K_۱}{K_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{P_۲^۲}{۲m}-\frac{P_۱^۲}{۲m}}{\frac{P_۱^۲}{۲m}}\times۱۰۰=\frac{P_۲^۲-P_۱^۲}{P_۱^۲}\times۱۰۰$$

$$\xrightarrow[P_۲=۲۲,P_۱=۲۰]{P_۲=P_۱+۲}\frac{(P_۱+۲)^۲-P_۱^۲}{P_۱^۲}\times۱۰۰=\frac{P_۱^۲+۴+۴P_۱-P_۱^۲}{P_۱^۲}\times۱۰۰$$

$$=\frac{۴+۴\times(۲۰)}{(۲۰)^۲}\times۱۰۰=\frac{۸۴}{۴}\%=۲۱\%$$

A ۳۳۵ ③

شتاب گرانش را در محل سفینه به‌دست می‌آوریم.

$$g_h=G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}\quad,\quad \text{در سطح زمین } g_e=G\frac{M_e}{R_e^۲}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e}=\frac{R_e^۲}{(R_e+h)^۲}\Rightarrow\frac{g_h}{۹/۸}=\frac{(۶۴۰۰)^۲}{(۶۴۰۰+۶۴۰۰)^۲}$$

$$\Rightarrow g_h=\frac{۱}{۴}\times۹/۸\Rightarrow g_h=۲/۴۵\,m/s^۲$$

نیروی وزن فضانورد خواهد شد:

$$W_h=mg_h\Rightarrow W_h=۸۰\times۲/۴۵\Rightarrow W_h=۱۹۶N$$

البته چون فاصله سفینه از مرکز زمین دو برابر شعاع زمین است بنابراین وزن فضانورد در آن محل $\frac{۱}{۴}$ وزن فضانورد برسطح زمین است.

$$W_h=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲\times W\Rightarrow W_h=\frac{۱}{۴}W$$

A ۳۳۶ ①

با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net}=ma$ اگر نیروی خالص وارد بر ذره صفر باشد، شتاب حرکت صفر بوده و سرعت جسم تغییر نمی‌کند.

A ۳۳۷ ①

شتاب گرانشی در فاصلهٔ h از سطح زمین از رابطهٔ $g=G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{R_e^۲}{(R_e+nR_e)^۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{R_e}{R_e+nR_e}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow۲R_e=R_e+nR_e\Rightarrow n=۱$$

B ۳۳۸ ①

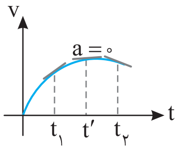
رابطهٔ بین تکانه و انرژی جنبشی $K=\frac{P^۲}{۲m}$ است:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{P_A^۲}{۲m_A}}{\frac{P_B^۲}{۲m_B}}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_B}{m_A}\times(\frac{P_A}{P_B})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۵}{۸}m_A}{m_A}\times(\frac{\frac{۴}{۳}P_B}{P_B})^۲=\frac{۵}{۸}\times\frac{۱۶}{۹}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{۱۰}{۹}$$

A ۳۳۹ ④

نیروی وارد بر جسم برابر $F=ma$ است که جرم جسم ثابت است و بزرگی نیرو متناسب با بزرگی شتاب تغییر می‌کند. شتاب نیز در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ است. با توجه به شکل بزرگی شیب (بزرگی شتاب) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد.



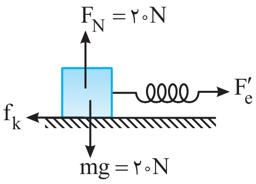
B ۳۴۰ ③

در حالت اول به جسم نیروی کشش فنر به سمت بالا و نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود:

$$F_e-mg=ma\Rightarrow k\Delta x-mg=ma$$

$$k(\frac{۴۲}{۱۰۰}-\frac{۳۰}{۱۰۰})-۲۰=۲\times۲\Rightarrow k=۲۰۰N/m$$

در حالت دوم نیروی کشش فنر در جهت حرکت و نیروی اصطکاک خلاف جهت به جسم وارد می‌شود:



$$F'_e-f_k=ma'$$

$$\Rightarrow k\Delta x'-f_k=ma'$$

$$۲۰۰\times(\frac{۶}{۱۰۰})-f_k=۲\times۲$$

$$\Rightarrow f_k=۸N$$

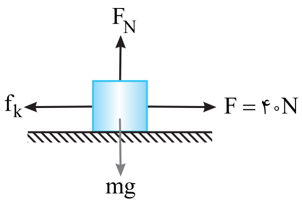
نیروی اصطکاک برابر است با:

$$f_k=\mu_kF_N\Rightarrow۸=\mu_k(۲۰)\Rightarrow\mu_k=۰/۴$$

C ۳۴۱ ④

ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$f_k=\mu_kmg\Rightarrow f_k=\frac{۱}{۴}\times۴۰=۱۰N$$



نیروی افقی وارد بر جسم ۴۰N است. هنگامی‌که جسم شروع به حرکت می‌کند، تا زمانی که $F>f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می‌شود و وقتی $F=f_k=۱۰N$ سرعت جسم ثابت می‌ماند و اگر $F<f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می‌کند. بنابراین نیروی F را می‌توان از ۴۰N تا ۱۰N کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد. بنابراین:

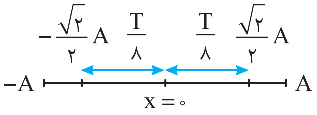
$$\Delta F=۴۰-۱۰=۳۰N$$

پاسخ فصل دهم

B ۳۴۲ ④

زمان بیان شده $(\frac{T}{۴})$ را به دو بازهٔ یکسان $(\frac{T}{۸})$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم زیرا در این ناحیه سرعت بیشتر از انتهای مسیر بوده و جابه‌جایی بیشتر است. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، در مدت $\frac{T}{۸}$ نوسانگر از مرکز به $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رود از این‌رو:

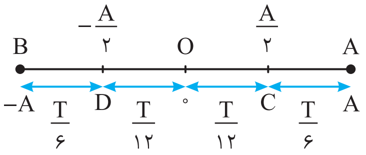
$$\Delta x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=\sqrt{۲}A\Rightarrow \Delta x=\sqrt{۲}\times\frac{۸}{۲}\Rightarrow \Delta x=۴\sqrt{۲}cm$$



B ۳۴۳ ①

راه‌حل اول: سریع‌ترین راه‌حل استفاده از بازه‌های زمانی است که بهتر است به‌خاطر بسپارید:

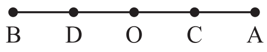
$$\left.\begin{array}{l} \text{از C تا D}: t_۱=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶} \\ \text{از D تا B}: t_۲=\frac{T}{۶} \end{array}\right\}\Rightarrow\frac{t_۱}{t_۲}=۱$$



راه‌حل دوم: معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت $x=A\cos\omega t$ می‌باشد. در نقطهٔ C متحرک در فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از مرکز تعادل $(x=۰)$ قرار دارد.

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{A}{۲}=A\cos\omega t_C\Rightarrow\cos\omega t_C=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\frac{۲\pi}{T}t_C=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_C=\frac{T}{۶}$$

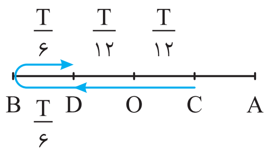


بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{۶}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

$$t_{C\to O}=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۶}=\frac{T}{۱۲}$$

به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز $\frac{T}{۱۲}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{۶}$ خواهد بود از این‌رو:

$$t_{C\to D}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶},t_{D\to B}=\frac{T}{۶}\Rightarrow\frac{T_{C\to D}}{T_{D\to B}}\Rightarrow\frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۶}}=۱$$

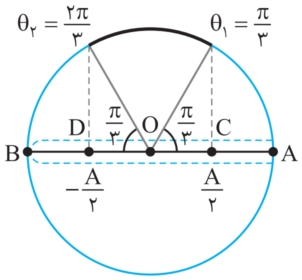


راه‌حل سوم: با استفاده از دایرهٔ مثلثاتی کمان متناظر $\frac{A}{۲}$ و $-\frac{A}{۲}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. اکنون می‌توان نوشت:

$$\omega t_D-\omega t_C=\frac{۲\pi}{۳}-\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}(t_۱)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۶}$$

$$\omega t_B-\omega t_D=\pi-\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow\omega(t_۲)=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t_۲=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_۲=\frac{T}{۶}$$

دقت کنید تغییر شناسهٔ تابع کسینوسی با زمان رابطهٔ خطی دارد. یعنی شناسهٔ تابع کسینوسی در زمان‌های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در مسألهٔ بالا در جابه‌جایی از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ بوده و در جابه‌جایی از $-\frac{A}{۲}$ تا $-A$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{۳}$ است، بنابراین این دو جابه‌جایی در مدت‌زمان یکسان طی می‌شود.



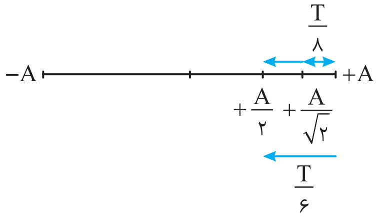
B ۳۴۴ ④

جابه‌جایی نوسانگر برابر است با:

$$\Delta x=\frac{+A}{۲}-\frac{A}{\sqrt{۲}}=\frac{(\sqrt{۲}-۲)A}{۲\sqrt{۲}}\Rightarrow|\Delta x|=|(\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}})A|=\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}A$$

زمان حرکت از $+A$ تا $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ برابر $\frac{T}{۸}$ و از $+A$ تا $+\frac{A}{۲}$ برابر $\frac{T}{۶}$ است. بنابراین زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ تا $\frac{+A}{۲}$ برابر $\Delta t=\frac{T}{۶}-\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲۴}$ است. بزرگی سرعت متوسط خواهد شد:

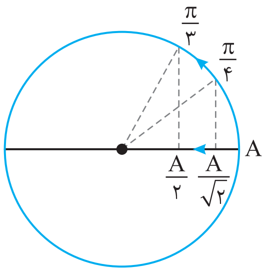
$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}A}{\frac{T}{۲۴}}\Rightarrow|v_{av}|=۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$$



روش مثلثاتی: زمان حرکت از $\frac{A}{+\sqrt{۲}}$ تا $+\frac{A}{۲}$ را به کمک دایرهٔ مثلثاتی به‌دست می‌آوریم:

$$\omega t_۲-\omega t_۱=\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۲۴}$$

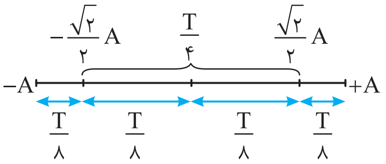
باقی راه‌حل شبیه روش قبلی است.



C ۳۴۵ (۳)

سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین هنگامی بیشینه است که جابه‌جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه‌جایی بیشینه در یک بازهٔ معین در دو طرف نقطهٔ تعادل رخ می‌دهد زیرا در نقطهٔ تعادل سرعت بیشینه است. بنابراین بازه $\frac{T}{۴}$ را به دو بازهٔ یکسان $\frac{T}{۸}$ در دو طرف نقطهٔ تعادل تقسیم می‌کنیم. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است. یعنی در بازهٔ $\frac{T}{۴}$ بیشترین اندازه جابه‌جایی برابر است با:

$$|\Delta x|=|-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A|=\sqrt{۲}A\Rightarrow|\Delta x|=۲\sqrt{۲}cm$$



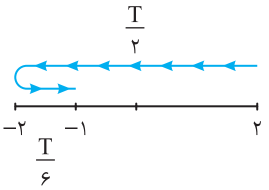
اکنون دوره را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow\frac{۲T}{۳}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow T=۴s$$

اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{T}{۴}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{۴}{۴}}=۲\sqrt{۲}cm/s$$

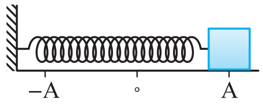
$$\Rightarrow|v_{av}|=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱۰۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۵۰}m/s$$



B ۳۴۶ (۱)

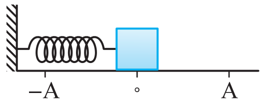
نوسانگر در نقاط بازگشت $(x=A)$ تغییر جهت می‌دهد و در این نقاط شتاب نوسانگر بیشینه است.

$$|a_{max}|=A\omega^۲\Rightarrow ۰/۸\pi^۲=A\omega^۲ \qquad (۱)$$



هنگام عبور نوسانگر از نقطه تعادل $(x=۰)$ نیرو و شتاب نوسانگر صفر شده و در این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است:

$$|v_{max}|=A\omega\Rightarrow ۰/۲\pi=A\omega \qquad (۲)$$



با تقسیم معادلهٔ (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{۰/۸\pi^۲}{۰/۲\pi}=\frac{A\omega^۲}{A\omega}\Rightarrow ۴\pi=\omega$$

با قرار دادن $\omega=۴\pi$ در معادلهٔ (۲) مقدار A را به‌دست می‌آوریم:

$$۰/۲\pi=A\times۴\pi\Rightarrow A=\frac{۰/۲}{۴}=۰/۰۵m=۵cm$$

با توجه به رابطهٔ $|a|=\omega^۲x$ داریم:

$$\begin{cases}|a|=\omega^۲(۱)\\ ۰/۸\pi^۲=\omega^۲(۵)\end{cases}\Rightarrow|a|=\frac{۰/۸\pi^۲}{۵}\Rightarrow a=۰/۱۶\pi^۲$$

B ۳۴۷ (۲)

در لحظهٔ $t_۱$ با توجه به نمودار، مدت زمانی که از نوسان‌های نوسانگر A و B گذشته برابر است با:

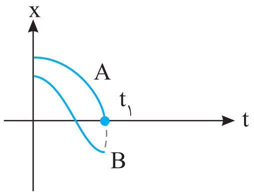
$$\begin{cases}t_۱=\frac{T_A}{۴}\\ t_۱=\frac{T_B}{۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{T_A}{۴}=\frac{T_B}{۲}\Rightarrow T_A=۲T_B\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega_B=۲\omega_A$$

معادلهٔ نیرو - مکان $|F|=m\omega^۲x$ می‌باشد بنابراین بیشینه نیرو برابر است با:

$$|F_{max}|=m\omega^۲A$$

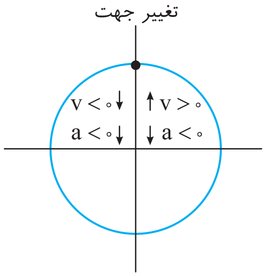
$$\frac{|F_{max_A}|}{|F_{max_B}|}=\frac{(m\omega^۲A)_A}{(m\omega^۲A)_B}$$

$$=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{\omega^۲_A}{\omega^۲_B}\times\frac{A_A}{A_B}=۴\times(\frac{۱}{۲})^۲\times(\frac{۸}{۲})=۴$$



A ۳۴۸ (۲)

سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x=+A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



A ۳۴۹ (۳)

تندی بیشینه برابر $A\omega$ است:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}v_{max}=۰/۱\times\sqrt{\frac{۱۰۰}{۱}}=۰/۱\times۱۰=۱m/s$$

B ۳۵۰ (۳)

دورهٔ آونگ را از رابطهٔ $T=\frac{t}{N}$ به‌دست می‌آوریم:

$$T_۱=\frac{t}{N_۱}\Rightarrow T_۱=\frac{۷۲}{۴۰}=۱/۸s \quad , \quad T_۲=\frac{t}{N_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۷۲}{۴۵}=۱/۶s$$

دورهٔ آونگ برابر $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است:

$$T_۱=۲\pi\sqrt{\frac{l_۱}{g}}\Rightarrow ۱/۸=۲\pi\sqrt{\frac{l_۱}{\pi^۲}}\Rightarrow\sqrt{l_۱}=۰/۹\Rightarrow l_۱=۰/۸۱m=۸۱cm$$

$$T_۲=۲\pi\sqrt{\frac{l_۲}{g}}\Rightarrow ۱/۶=۲\pi\sqrt{\frac{l_۲}{\pi^۲}}\Rightarrow\sqrt{l_۲}=۰/۸\Rightarrow l_۲=۰/۶۴m=۶۴cm$$

بنابراین طول آونگ $۸۱-۶۴=۱۷cm$ کاهش می‌یابد.

A ۳۵۱ (۱)

با توجه به مسیر نوسان دامنهٔ حرکت برابر $۲cm$ است و اندازهٔ شتاب نوسانگر از رابطهٔ $|a|=\omega^۲|x|$ به‌دست می‌آید

$$۴=\omega^۲(\frac{۱}{۱۰۰})\Rightarrow ۴۰۰=\omega^۲\Rightarrow\omega=۲۰rad/s$$

بسامد زاویه‌ای سیستم جرم فنر برابر است با:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow ۲۰=\sqrt{\frac{k}{۲}}\Rightarrow ۴۰۰=\frac{k}{۲}\Rightarrow k=۸۰۰N/m$$

A ۳۵۲ (۱)

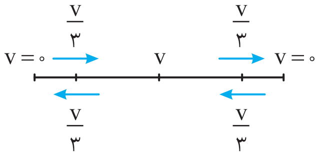
در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطه تعادل، انرژی پتانسیل نوسانگر صفر است:

$$E=K+U\Rightarrow E=K_{max}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}mv^۲_{max}\Rightarrow v^۲_{max}=\frac{۲E}{m}\Rightarrow v_{max}=(\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$$

A ۳۵۳ (۳)

تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطهٔ تعادل بیشینه یعنی v است از این‌رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل زیر در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{۳}$ می‌شود.

نتیجه: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{۱}{n}v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.



A ۳۵۴ ③

طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$\lambda = vT \xrightarrow{T=\frac{۱}{f}} \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{v}{۱۰۰} \Rightarrow v = ۵۰ m/s$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۱۰ = ۵۰(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۵} s$$

A ۳۵۵ ①

ابتدا تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم.

$$v = f\lambda \xrightarrow{f=۶۰۰Hz,\lambda=۰/۲m} v = ۶۰۰\times ۰/۲ \Rightarrow v = ۱۲۰ m/s$$

تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[\rho=۱۰۰۰۰kg/m^۳]{F=۳۶N} ۱۲۰ = \sqrt{\frac{۳۶}{۱۰۰۰۰\times A}}$$

$$\Rightarrow ۱۲۰\times ۱۲۰ = \frac{۳۶}{۱۰۰۰۰A}$$

$$A = \frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰} m^۲ = \frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰}\times ۱۰^۶ mm^۲ \Rightarrow A = ۰/۲۵ mm^۲$$

B ۳۵۶ ④

تندی موج در ریسمان برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۸۰}{۰/۲}} = ۲۰ m/s$$

با توجه به نقش موج داده شده طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۲} = ۱۵cm \Rightarrow \frac{۳\lambda}{۲} = ۱۵ \Rightarrow \lambda = ۱۰cm = ۰/۱m$$

دورهٔ نوسان موج خواهد شد:

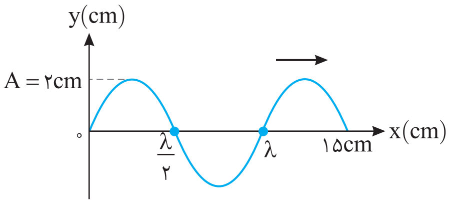
$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f=\frac{۱}{T}} \lambda = vT \Rightarrow ۰/۱ = ۲۰T \Rightarrow T = \frac{۱}{۲۰۰} s = ۰/۰۰۵s$$

در حل این نوع مسائل پس از به‌دست آوردن دوره، بازهٔ زمانی داده شده را با آن مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۵} \Rightarrow \Delta t = ۲T$$

بازهٔ ارائه شده دو دورهٔ کامل است و در هر دوره ذره مسافت ۴A را طی می‌کند بنابراین:

۱نوسان کامل	۴A=۸cm
۲ نوسان کامل	۱۶cm



B ۳۵۷ ②

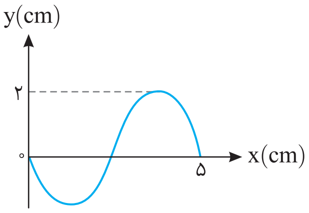
رابطهٔ تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{cases} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{۱۶۰} = \sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}} \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}} \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} = \frac{F'}{۱۲۸} \Rightarrow F' = ۲۰۰N$$

$$\Delta F = F' - F = ۲۰۰ - ۱۲۸ = ۷۲ N$$

A ۳۵۸ ③

با توجه به نقش موج داده شده طول موج برابر ۵cm است.



$$\begin{cases} \lambda = ۵cm \\ v = ۲۰cm/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow ۵ = ۲۰\times T$$

$$\Rightarrow T = \frac{۱}{۴} s$$

بنابراین $\Delta t = \frac{۱}{۸} s$ برابر نصف دوره است و مسافتی که هر ذره در نصف دوره طی می‌کند برابر نصف مسافت یک نوسان کامل است یعنی مسافتی برابر ۲A را طی می‌کند.

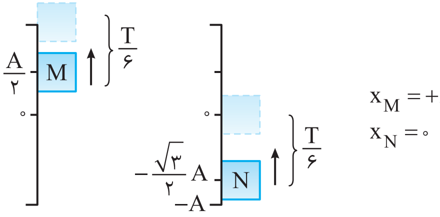
۱ نوسان کامل	۴A=۸cm
$\frac{۱}{۲}$ نوسان کامل	؟=۴cm

B ۳۵۹ ④

طول موج ۲m و تندی موج برابر ۱۰m/s است.

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow ۱۰ = \frac{۲}{T} \Rightarrow T = \frac{۱}{۵} s \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۶}$$

در لحظهٔ $t=۰$ ذرهٔ M در مکان $+\frac{A}{۲}$ بوده و در حال حرکت به سمت بالا (نقطه بازگشت) است و نقطهٔ N در مکان $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و در حال حرکت به سمت بالا (نقطهٔ تعادل) است.

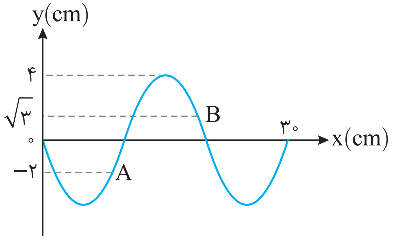


$$x_M = +A$$
$$x_N = ۰$$

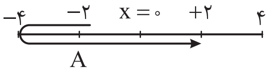
B ۳۶۰ ②

طول موج برابر است با:

$$۳\frac{\lambda}{۲} = ۳۰ \Rightarrow \lambda = ۲۰cm \xrightarrow{v=\lambda/T} T = \frac{۰/۲}{۸} \Rightarrow T = \frac{۱}{۴۰} s$$

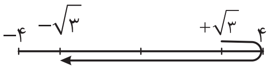


بازهٔ زمانی $\frac{۱}{۸۰} s$ نصف دوره $(T = \frac{۱}{۴۰} s)$ است و در مدت نصف دوره مسیر ذرهٔ A و ذرهٔ B مطابق شکل‌های زیر است.



(مسیرA)

$$\Delta y_A = ۲+۲ = ۴$$



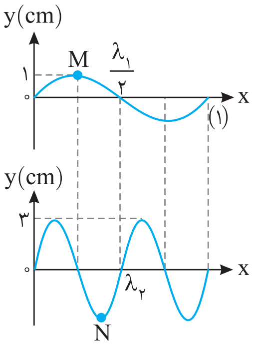
(مسیرB)

$$|\Delta y_B| = \sqrt{۳} + \sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

B ۳۶۱ ④

با توجه به شکل دو نمودار طول موج تار (۱) دو برابر طول موج تار (۲) است:



$$\begin{cases}\lambda_۱=\frac{v_۱}{f_۱}\\ \lambda_۲=\frac{v_۲}{f_۲}\end{cases}\xrightarrow{v_۱=v_۲}\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{f_۲}{f_۱}$$

$$\Rightarrow\frac{f_۲}{f_۱}=۲\Rightarrow\frac{\frac{۱}{T_۲}}{\frac{۱}{T_۱}}=۲\Rightarrow\frac{T_۱}{T_۲}=۲$$

دورهٔ نوسان ذرات موج (۱) (مثل نقطهٔ M) دو برابر دورهٔ نوسان ذرات موج (۲) (مثل نقطهٔ N) است

$$\begin{cases}T_M=\frac{t_M}{N_M}\\ T_N=\frac{t_N}{N_N}\end{cases}\xrightarrow{t_M=t_N}\frac{T_M}{T_N}=\frac{N_N}{N_M}\Rightarrow ۲=\frac{N_N}{۲}\Rightarrow N_N=۴$$

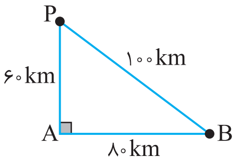
A ۳۶۲ ①

فاصلهٔ ایستگاه رادیویی B را از گیرندهٔ P حساب می‌کنیم:

$$PB^۲=۶۰^۲+۸۰^۲\Rightarrow PB=۱۰۰km$$

اختلاف راه A و B از P را به‌دست می‌آوریم:

$$\delta=PB-PA=۱۰۰-۶۰=۴۰km$$



اختلاف زمانی رسیدن سیگنال به P برابر است با:

$$\Delta x=vt\Rightarrow t=\frac{\delta}{v}=\frac{۴۰\times۱۰^۳}{۳\times۱۰^۸}=\frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۴}s$$

A ۳۶۳ ①

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta=۱۰\lg o\frac{I}{I_۰}=۷۶\Rightarrow\log\frac{I}{I_۰}=۷/۶=۷+۰/۶\Rightarrow\log۱۰^۷+۲\log۲$$

$$\Rightarrow\frac{I}{I_۰}=۴\times۱۰^۷\Rightarrow\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}=۴\times۱۰^۷\Rightarrow I=۴\times۱۰^{-۵}\frac{W}{m^۲}$$

B ۳۶۴ ①

تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۲۶=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow۲/۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}},۲+۰/۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

به‌جای عدد ۲، $\log۱۰^۲$ و به جای عدد ۰/۶، $۲\log۲$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log۱۰^۲+۲\log۲=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow\log(۲^۲\times۱۰^۲)=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

$$\Rightarrow۲^۲\times۱۰^۲=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۴\times۱۰^{-۱۰}W/m^۲$$

A ۳۶۵ ②

تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۸۰=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۸=\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۱۰^۸=\frac{I}{I_۰}\Rightarrow I=۱۰^۸I_۰=۱۰^{-۴}\frac{W}{m^۲}$$

شدت صوت از رابطهٔ $I=\frac{P}{A}$ به‌دست می‌آید که چون جبهه‌های موج صوتی کروی هستند، $A=۴\pi r^۲$ است:

$$۱۰^{-۴}=\frac{۴۸}{A}\Rightarrow A=۴۸\times۱۰^۴\Rightarrow۴\pi r^۲=۴۸\times۱۰^۴\xrightarrow{\pi=۳}$$

$$۱۲r^۲=۴۸\times۱۰^۴\Rightarrow r^۲=۴\times۱۰^۴\Rightarrow r=۲\times۱۰^۲=۲۰۰m$$

B ۳۶۶ ③

با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}-۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰}\Rightarrow\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{\frac{I_۱}{I_۰}}{\frac{I_۲}{I_۰}}\Rightarrow\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}$$

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد. $\frac{I_۱}{I_۲}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$

$$۵۴-۴۰=۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow۱۴=۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow۱/۴=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

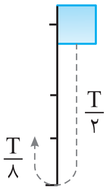
$$\Rightarrow۲-۰/۶=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow\log۱۰^۲-۲\log۲=\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow\frac{۱۰۰}{۴}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

$$\Rightarrow r_۲=۵r_۱\xrightarrow{r_۲-r_۱=۳۶}۵r_۱-r_۱=۳۶\Rightarrow r_۱=۹m$$

B ۳۶۷ ①

ابتدا دورهٔ موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\frac{\lambda}{۴}=۱۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm=۰/۴m\\ v=۲۰m/s\end{cases}\Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=T=\frac{۰/۴}{۲۰}=\frac{۱}{۵۰}s$$



$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۸۰}}{\frac{۱}{۵۰}}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{۵}{۸}\Rightarrow\Delta t=\frac{۵T}{۸}=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۸}$$

ذرهٔ A ابتدا در دامنهٔ مثبت قرار دارد و هنگام عبور از نقطهٔ تعادل بردار شتاب آن تغییر می‌کند.

B ۳۶۸ ②

ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۸۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow۱۰^۸=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۱۰^{-۴}W/m^۲$$

توان در محل شنونده را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P'}{A}\Rightarrow I=\frac{P'}{۴\pi R^۲}\Rightarrow۱۰^{-۴}=\frac{P'}{۴\times۳\times(۲۰)^۲}$$

$$\Rightarrow P'=۴۸۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۰^۳W\Rightarrow P'=۴۸۰mW$$

توان جذب شده توسط محیط برابر است با:

$$\Delta P=۴۸۰-۵۰۰=-۲۰\text{میلی وات}\Rightarrow\frac{\Delta P}{P}=\frac{۲۰}{۵۰۰}=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}=۰/۰۴=۴\%$$

B ۳۶۹ ③

با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\beta'=۱/۳\beta\Rightarrow\log\frac{I'}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\log\frac{۸I}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰}$$

$$\Rightarrow\log۸+\log\frac{I}{I_۰}=۱/۳\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۳\log۲=۰/۳\log\frac{I}{I_۰}$$

$$\Rightarrow۳\times۰/۳=۰/۳\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\log\frac{I}{I_۰}=۳,\ \beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}=۱۰\times۳=۳۰dB$$

A ۳۷۰ ②

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\xrightarrow{\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱})^۲}\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log(\frac{A_۲}{A_۱})^۲$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=۱۰\log(\frac{۰/۸A_۱}{A_۱})^۲=۱۰\log۰/۶۴$$

$$\Delta\beta=۱۰\log\frac{۶۴}{۱۰۰}=۱۰(\log۶۴-\log۱۰۰)\Rightarrow\Delta\beta=۱۰(\log۲^۶-\log۱۰^۲)$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=۱۰(۶\log۲-۲)=۱۰(۶\times۰/۳-۲)\Rightarrow\Delta\beta=-۲dB$$

A ۳۷۱ (۱)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۵\beta_۱-\beta_۱=۴\beta_۱\Rightarrow\log\frac{I_۲}{I_۰}-\log\frac{I_۱}{I_۰}=۴\log\frac{I_۱}{I_۰}$$

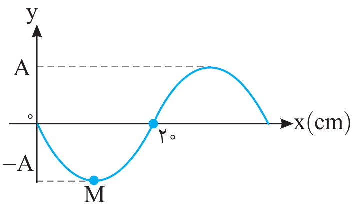
$$\Rightarrow\log\frac{\frac{I_۲}{I}}{\frac{I_۱}{I_۰}}=۴\log\frac{I_۱}{I_۰}\Rightarrow\log\frac{I_۲}{I_۱}=۴\log\frac{I_۱}{I_۰}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{I_۱}{I_۰})^۴$$

$$\Rightarrow\frac{۱۶I_۱}{I_۱}=(\frac{I_۱}{I_۰})^۴\Rightarrow۲=\frac{I_۱}{I_۰}\Rightarrow I=۲\times۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}$$

C ۳۷۲ (۱)

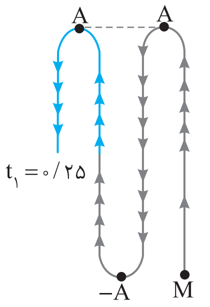
ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm$$



دوره را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۴}{۲}\Rightarrow T=۰/۲s$$



در لحظهٔ $t_۱=۰/۲۵s$ ، نقطهٔ M، یک نوسان کامل را در ۰/۲s انجـام داده به محـل اولش باز می‌گردد سـپس در مـدت $۰/۲۵-۰/۲=۰/۰۵s$ بـه محل تعـادل خـود می‌رسـد $(y=۰)$ و از آن جا به مدت ۰/۰۵s به انتهای مسیر (نقطهٔ A) می‌رود که حرکت کندشـونده اسـت $(t=۰/۳s)$ و در ۰/۰۵s باقیمانـده از A بـه تعـادل بـر می‌گـردد و حرکـت تندشونده است.

(البته این مسیر روی خط راست است که برای نمایش آن به صورت شکل بالا نمایش داده شده است.)

B ۳۷۳ (۲)

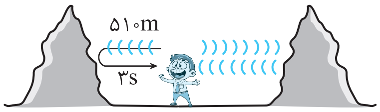
شـخص اولین پژواک صدایش را پس از ۳s شـنیده اسـت یعنی صوت در مدت ۳s به صخرهٔ نزدیک‌تر در فاصلهٔ ۵۱۰m برخورد کرده و بازگشته است از این رو سرعت صوت در محیط خواهد شد. $l=v\Delta t\Rightarrow۲\times۵۱۰=v\times۳\Rightarrow v=۳۴۰\ m/s$ مسافت

پـژواک دوم ۱s پـس از پـژواک اول شـنیده شـده اسـت از ایـن رو پـژواک دوم پس از $۳+۱=۴s$ شـنیده می‌شود. یعنی صوت از شنونده تا صخره دورتر ۲s در راه بوده است و فاصله شخص از صخرهٔ دورتر خواهد شد.

$$l_۲=vt=۳۴۰\times۲=۶۸۰m$$

فاصله دو صخره از هم برابر است با:

$$۵۱۰+۶۸۰=۱۱۹۰m$$



A ۳۷۴ (۱)

سرعت نور در محیط دوم برابر است با:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow v_۲=\frac{n_۱}{n_۲}v_۱$$

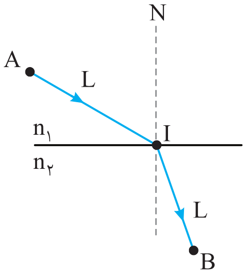
زمان حرکت نور از A تا I برابر است با:

$$t_۱=\frac{L}{v_۱}$$

و از I تا B برابر است با:

$$t_۲=\frac{L}{v_۲}=\frac{L}{\frac{n_۱}{n_۲}v_۱}=\frac{n_۲}{n_۱}\frac{L}{v_۱}$$

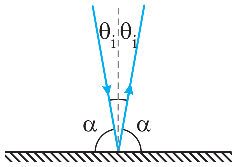
بنابراین زمان رسیدن از A تا B برابر می‌شود با:



$$t=t_۱+t_۲=\frac{L}{v_۱}+\frac{n_۲}{n_۱}\frac{L}{v_۱}\Rightarrow t=\frac{L}{v_۱}(۱+\frac{n_۲}{n_۱})$$

A ۳۷۵ (۱)

با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:



$$\theta_i+\theta_i=\frac{۱}{۴}\alpha\Rightarrow\alpha=۸\theta_۱$$

$$\alpha+\theta_i=۹۰^\circ\Rightarrow۸\theta_i+\theta_i=۹۰^\circ\Rightarrow\theta_i=۱۰^\circ$$

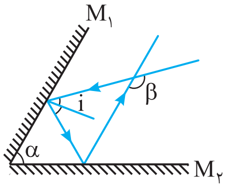
A ۳۷۶ (۱)

با توجه به ضریب شکست داریم:

$$v=\frac{c}{n}\Rightarrow v\frac{\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰\mu_۰}}$$

A ۳۷۷ (۱)

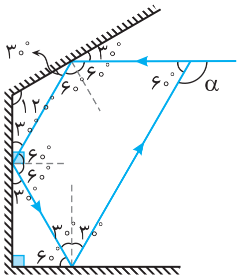
در آینه‌های متقاطع زاویهٔ انحراف یعنی زاویهٔ بین امتداد پرتو اولیه با امتداد پرتو بازتاب از آینهٔ دوم به زاویهٔ تابش بسـتگی ندارد و $\beta=۲\alpha$ است (اگر α حاده باشد) بنابراین با تغییر i، β تغییر نمی‌کند. فرض این است که پرتو بعد از بازتاب از آینهٔ $M_۱$ به آینهٔ $M_۲$ بتابد.



A ۳۷۸ (۲)

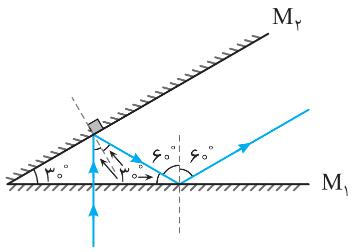
بـا توجه بـه نیم خـط عمـود و قانـون بازتاب عمومی داریم:

$$\alpha=۱۸۰^\circ-۶۰^\circ=۱۲۰^\circ$$



B ۳۷۹ (۲)

تعداد دفعات بازتاب تا لحظه‌ای رخ می‌دهد که پرتو بازتاب با یکی از آینه‌ها موازی شـود و یا زاویهٔ بین پرتو و یکی از آینه‌ها از زاویهٔ بین دو آینه کوچک‌تر شود. با این توضیحات و مطابق شکل گزینهٔ (۲) درست است.

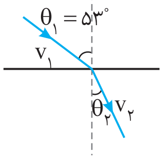


B ۳۸۰ ④

با توجه به صورت مسئله سرعت نور از محیط ۱ به محیط ۲، ۲۵٪ کاهش یافته است:

$$v_۲ = v_۱ \overset{\text{کاهش}}{-} \overset{۲۵٪}{\frac{۲۵}{۱۰۰}} v_۱ \Rightarrow v_۲ = ۰/۷۵ v_۱$$

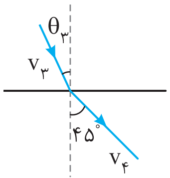
رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و زاویه شکست $\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}$ است.



$$\frac{v_۱}{v_۲} = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} \Rightarrow \frac{v_۱}{۰/۷۵ v_۱} = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۰/۷۵} = \frac{۰/۸}{\sin\theta_۲} \Rightarrow \sin\theta_۲ = ۰/۶ \Rightarrow \theta_۲ = ۳۷°$$

سرعت نور در محیط (۴)، ۴۰ درصد بیشتر از سرعت نور در محیط (۳) است:



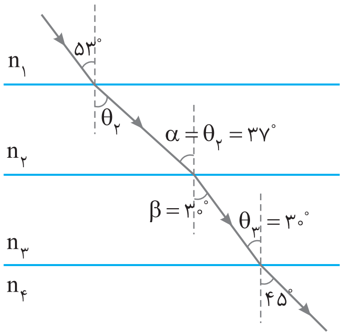
$$v_۴ = v_۳ + \frac{۴۰}{۱۰۰} v_۳ \Rightarrow v_۴ = ۱/۴ v_۳$$

$$\frac{v_۳}{v_۴} = \frac{\sin\theta_۳}{\sin\theta_۴} \Rightarrow \frac{v_۳}{۱/۴ v_۳} = \frac{\sin\theta_۳}{\sin ۴۵°}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۱/۴} = \frac{\sin\theta_۳}{۰/۷} \Rightarrow \sin\theta_۳ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_۳ = ۳۰°$$

حال با توجه به خطوط موازی و مورب، α در مرز دو محیط ۲ و ۳ برابر ۳۷° و β در مرز دو محیط ۳ و ۴ برابر ۳۰° است.

رابطهٔ بین ضریب شکست دو محیط و زاویهٔ پرتو تابش و شکست به صورت زیر است:



$$\frac{n_۲}{n_۳} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{n_۲}{n_۳} = \frac{\sin ۳۰°}{\sin ۳۷°}$$

$$\Rightarrow \frac{n_۲}{n_۳} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۶}{۱۰}} \Rightarrow \frac{n_۲}{n_۳} = \frac{۵}{۶}$$

B ۳۸۱ ①

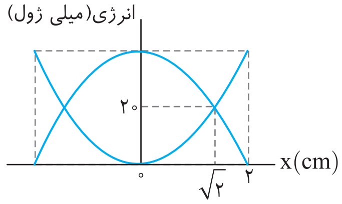
با توجه به نمودار دامنه نوسانگر ۲cm است و در مکان $\sqrt{۲}\,\text{cm}$ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر و برابر ۲۰mJ است، بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$E = U + K = ۲۰ + ۲۰ \Rightarrow E = ۴۰\text{mJ}$$

از طرفی انرژی مکانیکی برابر مقدار بیشینه انرژی جنبشی $(E = K_m)$ است. در نتیجه تغییر انرژی از صفر تا ۴۰mJ یعنی جابه‌جایی نوسانگر از انتهای مسیر تا مرکز نوسان که $\frac{۱}{۴}$ دوره $(\frac{T}{۴})$ طول می‌کشد. با توجه به فرض مسئله: $\frac{T}{۴} = ۰/۰۵ \Rightarrow T = ۰/۲\text{s}$

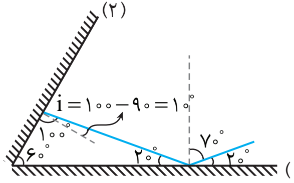
در لحظهٔ گذر از مرکز نوسان $(x = ۰)$ تندی بیشینه و برابر است با:

$$v_m = A\omega \xrightarrow[A = ۰/۰۲\text{m}]{\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۲} = ۱۰\pi\,\text{rad/s}} v_m = ۰/۰۲ \times ۱۰\pi = \frac{\pi}{۵}\,\text{m/s}$$



B ۳۸۲ ①

خط عمود بر سطح آینهٔ (۱) را رسم می‌کنیم و زاویهٔ تابش به سطح آینهٔ (۲) را به‌دست می‌آوریم، که مطابق شکل ۱۰° است.



A ۳۸۳ ①

در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می‌کند، در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد. $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{v_۱}{v_۲}$

از طرفی سرعت انتشار موج در طناب $\left(v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi p}}\right)$ با قطر (شعاع) سطح مقطع طناب نسبت وارون دارد، بنابراین: $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{D_۲}{D_۱} \Rightarrow \frac{۷}{\lambda_۲} = \frac{D_۲}{۳D_۲} \Rightarrow \lambda_۲ = ۲۱\text{cm}$

B ۳۸۴ ②

نوسانگر در دامنهٔ خود بوده و از جرم کاسته شده پس در دورهٔ جدید حرکت دامنهٔ نوسان تغییر نمی‌کند. بسامد حرکت از رابطهٔ $f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ به‌دست می‌آید، $\frac{۳}{۴}$ از جرم جسم کاسته شده بنابراین جرم جسم $\frac{۱}{۴}$ شده است و چون بسامد با جرم رابطهٔ عکس و جذری دارد $\left(f \propto \frac{۱}{\sqrt{m}}\right)$، بسامد نوسان دو برابر می‌شود.

A ۳۸۵ ④

در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

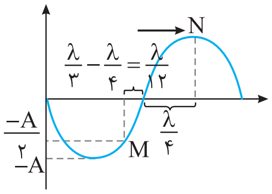
رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیشترین بسامد را دارد.

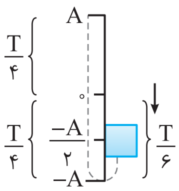
B ۳۸۶ ①

ابتدا دورهٔ موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳\lambda}{۴} = ۳۰\text{cm} \Rightarrow \lambda = ۴۰\text{cm} = ۰/۴\text{m} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow ۰/۴ = ۴۰ \times T \Rightarrow T = \frac{۱}{۱۰۰}\text{s}$$



مدت زمانی که موج از M به N رسیده $\frac{۱}{۳۰۰}\text{s}$ یعنی $\frac{T}{۳}$ است، پس فاصلهٔ نقاط M و N از هم $\frac{\lambda}{۳}$ است.



بنابراین ذرهٔ M در این لحظه از مکان $-\frac{A}{۲}$ به سمت پایین در حال نوسان است:

$$\Delta t = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۴} + \frac{T}{۶} = \frac{۴T}{۶}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{۲T}{۳} = \frac{۲}{۳۰۰} = \frac{۱}{۱۵۰}\text{s}$$

A ۳۸۷ ③

شدت صوت را در محل پردهٔ گوش شخص به‌دست می‌آوریم:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۵۰ = ۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow I = ۱۰^{-۷}\,\text{W/m}^۲$$

انرژی در مدت ۵۰ ثانیه برابر است با:

$$I = \frac{E}{A.t} \Rightarrow E = IAt \Rightarrow E = ۱۰^{-۷} \times ۶۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۵۰ = ۳ \times ۱۰^{-۱۰}\,\text{J} = ۳ \times ۱۰^{-۴}\,\mu\text{J}$$

پاسخ فصل یازدهم

A **۳۸۸** (۳)

انرژی کل $E=nhf$ را با $E=Pt$ مساوی قرار می‌دهیم:

$$nhf=Pt\Rightarrow n\times ۲=\frac{۱۰۰\times ۱۶}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}\Rightarrow n=۵\times ۱۰^{۲۱}$$

B **۳۸۹** (۳)

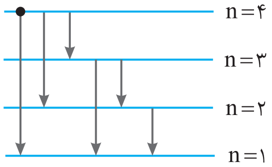
راه‌حل اول: با توجه به شکل روبه‌رو، ۶ نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل کند.

ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=۱$ را می‌شماریم: ۴→۳→۲→۱ سه نوع فوتون

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=۲$ را می‌شماریم: ۴→۲ , ۳→۱ دو نوع فوتون

سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=۳$ را می‌شماریم: ۴→۱ یک نوع فوتون

راه‌حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۴ را با هم جمع کنیم: ۳+۲+۱=۶



A **۳۹۰** (۳)

از لیزر در برش فلزات استفاده می‌شود و گزینهٔ (۳) درست است.

B **۳۹۱** (۲)

راه‌حل اول: در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیهٔ نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج ۶۵۶nm ، سبز با طول موج ۴۸۶nm ، آبی با طول موج ۴۳۴nm و بنفش با طول موج ۴۱۰nm که همگی مربوط به سری طول موج‌های بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۲$ می‌رود. طول موج ۶۶۰nm از بقیهٔ طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می‌باشد به همین دلیل الکترون از تراز $n=۳$ به تراز $n'=۲$ می‌رود.

راه‌حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به‌دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می‌کنیم.

$$E=h\frac{c}{\lambda}=\frac{۴/۱۳۶\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۶۶۰\times ۱۰^{-۹}}\Rightarrow E=۱/۸۸eV$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=۳$ و $n'=۲$ یکسان است:

$$E_{۳}-E_{۲}=-۱/۵۱-(-۳/۳۹)\Rightarrow E_{۳}-E_{۲}=۱/۸۸eV$$

A **۳۹۲** (۱)

بلندترین طول موج رشتهٔ پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۳$ برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow \frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow \lambda\sim ۲۰۰۰nm\Rightarrow \lambda\sim ۲\mu m$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشتهٔ پاشن وقتی است که الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=۳$ برود.

$$\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow \lambda=۹۰۰nm=۰/۹\mu m$$

A **۳۹۳** (۲)

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطهٔ $E_n=\frac{E_R}{n^{۲}}$ به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} E_{۱}=\frac{E_R}{۱} \\ E_{۳}=\frac{E_R}{۹} \end{cases}\xrightarrow{\Delta E=E_{۱}-E_{۳}}\Delta E=\frac{E_R}{۱}-\frac{E_R}{۹}\Rightarrow \Delta E=\frac{۸}{۹}E_R$$

$$\begin{cases} E_{۴}=\frac{E_R}{۱۶} \\ E_{۶}=\frac{E_R}{۳۶} \end{cases}\xrightarrow{\Delta E'=E_{۴}-E_{۶}}$$

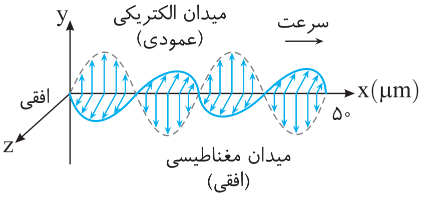
$$\Delta E'=\frac{E_R}{۱۶}-\frac{E_R}{۳۶}\Rightarrow \Delta E'=\frac{۹E_R}{۱۴۴}-\frac{۴E_R}{۱۴۴}=\frac{۵E_R}{۱۴۴}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{\frac{۸}{۹}E_R}{\frac{۵E_R}{۱۴۴}}\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{۸\times ۱۴۴}{۵\times ۹}=\frac{۱۲۸}{۵}=\frac{۲۵۶}{۱۰}=۲۵/۶$$

D **۳۹۴** (۴)

با توجه به نقش موج داده شده می‌توان به راحتی طول موج را به‌دست آورد:



$$۲\lambda=۵۰\times ۱۰^{-۶}m\Rightarrow \lambda=۲۵\times ۱۰^{-۶}m$$

انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۵\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow E=۴/۸\times ۱۰^{-۲}eV$$

B **۳۹۵** (۳)

انرژی فوتون تابشی، برابر اختلاف انرژی مدارهای $n_{۲}$ و $n_{۱}$ است و داریم:

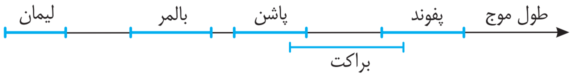
$$E_{n_{۲}}-E_{n_{۱}}=-\frac{E_R}{n_{۲}^{۲}}-(-\frac{E_R}{n_{۱}^{۲}})\Rightarrow ۱۲/۷۵=E_R(\frac{۱}{n_{۱}^{۲}}-\frac{۱}{n_{۲}^{۲}})$$

$$\Rightarrow ۱۲/۷۵=۱۳/۶(\frac{۱}{n_{۱}^{۲}}-\frac{۱}{n_{۲}^{۲}})$$

با جای‌گذاری گزینه‌ها در رابطهٔ بالا، $n_{۱}=۱$ و $n_{۲}=۴$ به‌دست می‌آید و گزینهٔ (۳) درست است.

B **۳۹۶** (۴)

با توجه به نمودار طول موج گسیلی زیر، گزینهٔ (۴) درست است.



A **۳۹۷** (۳)

در گسیل پوزیترون، یک پروتون به یک پوزیترون و یک نوترون تبدیل می‌شود و بار هسته به اندازه $e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

در گسیل الکترون، یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود و بار هسته $۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C$ افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست است. در گسیل α دو پروتون از هسته جدا شده و بار هسته $۲\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}C$ کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است با توضیحات داده شده گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۳۹۸ ③

با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$^{۴}_{۲}He+^{۲۷}_{۱۳}Al\rightarrow ^{A}_{Z}X+^{۱}_{۰}n\Rightarrow\begin{cases}۴+۲۷=A+۱\Rightarrow A=۳۰\\ ۲+۱۳=Z+۰\Rightarrow Z=۱۵\end{cases}$$

A ۳۹۹ ③

با توجه به فرض مسأله:

$$^{A}_{Z}X\rightarrow ^{۲۰۸}_{۸۱}Tl+^{۰}_{+۱}e+^{۴}_{۲}He\Rightarrow\begin{cases}A=۲۰۸+۰+۴\Rightarrow A=۲۱۲\\ Z=۸۱+۱+۲\Rightarrow Z=۸۴\end{cases}$$

B ۴۰۰ ③

راه‌حل اول: استفاده از تعریف:

$$m\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{۲}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{۴}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{۸}\xrightarrow{\text{۵ روز}}\frac{m}{۱۶}$$ باقی‌مانده

بنابراین $\frac{۱۵}{۱۶}$ مقدار اولیه واپاشیده شده است. $m-\frac{m}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}m=۷۵g\Rightarrow m=۸۰\,g$

در مدت ۲۰ شبانه روز، از $۸۰\,g$ ، ۷۵ گرم واپاشیده شده است یعنی ۵ گرم باقی‌مانده است و پس از گذشت یک نیمه‌عمر دیگر یعنی گذشت ۵ شبانه‌روز دیگر، $\frac{۵}{۲}=۲/۵\,g$ از آن باقی می‌ماند.

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه‌های نیمه‌عمر است. در این رابطه‌ها n تعداد نیمه‌عمرها و M ، جرم مادهٔ پرتوزای اولیه و m جرم ماده پرتوزای باقی‌مانده است.

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow n=\frac{۲۰}{۵}=۴$$

$$m=\frac{M}{۲^n}\Rightarrow M-۷۵=\frac{M}{۲^۴}\Rightarrow M-۷۵=\frac{M}{۱۶}\Rightarrow M=۸۰\,g$$

$$m=\frac{M}{۲^n}\Rightarrow ۲/۵=\frac{۸۰}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۳۲\Rightarrow n=۵$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۵=\frac{t}{۵}\Rightarrow t=۲۵ \text{ شبانه‌روز}$$

B ۴۰۱ ③

با توجه به نمودار، نیمه‌عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه‌عمر عنصر A است:

$$N=\frac{N_۰}{۲^۳}\Rightarrow N=\frac{۱۰۰۰}{۲^۳}=۱۲۵ \text{ هسته}$$

برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو:

$$N_B=\frac{N_{۰B}}{۲^n}\Rightarrow ۱۲۵=\frac{۱۰۰۰}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

نیمه‌عمر عنصر B خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۳}{۳}=۱ \text{ روز}$$

$$N=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{N_۰}{۳۲}=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow n=۵, T=\frac{t}{n}\Rightarrow ۱=\frac{t}{۵}\Rightarrow t=۵ \text{ روز}$$

B ۴۰۲ ②

$$E_B=۳E_A\Rightarrow\frac{hc}{\lambda_B}=۳\frac{hc}{\lambda_A}\Rightarrow\begin{cases}\lambda_A=۳\lambda_B\\ \lambda_A-\lambda_B=۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow\lambda_A=۶nm\ ,\ \lambda_B=۲nm$$

A ۴۰۳ ①

ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به‌دست می‌آوریم:

$$E=mc^۲\Rightarrow E=۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^۸)^۲\Rightarrow E=۹\times۱۰^{۱۳}J$$

اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صد متر بالا برد به‌دست می‌آوریم:

$$E=mgh\Rightarrow ۹\times۱۰^{۱۳}=m\times۱۰\times۱۰۰\Rightarrow m=۹\times۱۰^{۱۰}kg$$

$$\Rightarrow m=۹۰\times۱۰^۶\text{ تن}\Rightarrow m=۹۰\text{ میلیون تن}$$

A ۴۰۴ ①

ذرهٔ گسیل شده از هسته یک ذرهٔ بتای منفی (الکترون) است. بنابراین عدد اتمی (تعداد پروتون‌های هسته) یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

A ۴۰۵ ①

تعداد هسته‌های باقی‌مانده $۱۰۰-۸۷/۵=۱۲/۵$ درصد تعداد هسته‌های اولیه است:

$$\frac{N}{N_۰}\times۱۰۰=۱۲/۵\Rightarrow N=\frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_۰\Rightarrow N=\frac{۱}{۸}N_۰$$

با توجه به رابطه نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۸}N_۰=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow n=۳\ ,\ T_{\frac{۱}{۲}}=\frac{t}{n}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=\frac{۲۴}{۳}=۸h$$

B ۴۰۶ ①

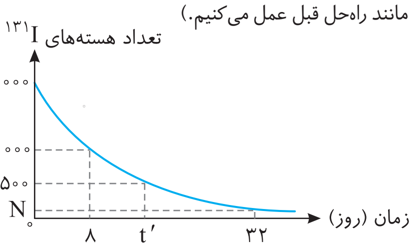
راه‌حل اول: با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' برابر دو نیمه‌عمر بوده و $۲\times۸=۱۶$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$$۲۰۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۱۰۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۵۰۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}۲۵۰\xrightarrow{\text{۸ روز}}N=۱۲۵$$

راه‌حل دوم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۳۲}{۸}=۴\ ,\ N=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow N=\frac{N_۰}{۲^۴}\Rightarrow N=\frac{۲۰۰۰}{۱۶}\Rightarrow N=۱۲۵$$

(در مورد t' مانند راه‌حل قبل عمل می‌کنیم.)



B ۴۰۷ ③

رشتهٔ بالمر یعنی $n'=۲$ ، بلندترین طول موج گسیلی یعنی فوتون گسیلی کمترین انرژی را داشته باشد از این رو در رشتهٔ بالمر باید الکترون از $n=۳$ به $n'=۲$ برود. انرژی الکترون در هر تراز برابر $E_n=\frac{-E_R}{n^۲}$ است بنابراین:

$$\begin{cases}E_۳=\frac{E_R}{n^۲}=\frac{۱۳/۶}{۹}\\ E_۲=\frac{E_R}{n'^۲}=\frac{۱۳/۶}{۴}\end{cases}\Rightarrow\Delta E=hf\Rightarrow\frac{۱۳/۶}{۴}-\frac{۱۳/۶}{۹}=\frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow\frac{۶۸}{۳۶}=\frac{۱۲۴۰}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۲۴۰\times۳۶}{۶۸}\simeq۶۵۶nm$$

A ۴۰۸ ①

وقتی در رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ ، $n'=۲$ باشد، سری طول موج‌های گسیلی مربوط به سری بالمر بوده که دارای چهار طول موج گسیلی مرئی و یک طول موج گسیلی در ناحیهٔ فرابنفش است.

B ۴۰۹ ③

ابتدا طول موج پرتو گسیل‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳\times۱۰^۸}{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}}\approx\frac{۳}{۶۰۰}\times۱۰^{-۴}=\frac{۱}{۲۰۰}\times۱۰^{-۴}=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۴}=۵۰۰nm$$

λ در محدودهٔ نور مرئی به‌دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=۲$ صدق می‌کند که تنها در گزینهٔ (۳)، $n'=۲$ بیان شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۴۱۰ ④

با توجه به فرض‌های مسأله می‌توان نوشت:

$$N_A=۴N_B\Rightarrow\frac{N_{۰A}}{۲^{n_A}}=۴\frac{N_{۰B}}{۲^{n_B}}\xrightarrow{N_{۰A}=N_{۰B}}\frac{۲^{n_B}}{۲^{n_A}}=۴$$

$$\Rightarrow ۲^{n_B-n_A}=۲^۲\Rightarrow n_B-n_A=۲$$

پاسخ فصل دوازدهم (جامع)

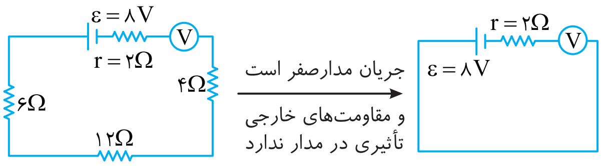
A ۴۱۱ (۱)

مسئلهٔ ساده‌ای است. نیروی وارد بر سیم را در دو حالت می‌نویسیم. یک‌بار برای وقتی که $\theta=۳۰^\circ$ است و بار دیگر برای $\theta=۶۰^\circ$

$$F=IlB\sin\theta \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=\frac{IlB\sin ۶۰^\circ}{IlB\sin ۳۰^\circ}\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=\sqrt{۳}$$

A ۴۱۲ (۱)

خط‌فکری اگر ولت‌سنج آرمانی به طور متوالی به باتری مدار وصل شود، به دلیل زیاد بودن مقاومت ولت‌سنج، جریان مدار صفر می‌شود. در این حالت:



$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=۰} V=\varepsilon=۸V$$

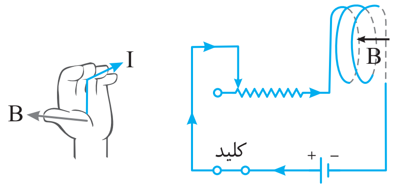
B ۴۱۳ (۱)

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت فلزی، نسبت هر دو مقاومت را به‌دست می‌آوریم. البته مساحت سطح مقطع هر سه مقاومت یکسان است.

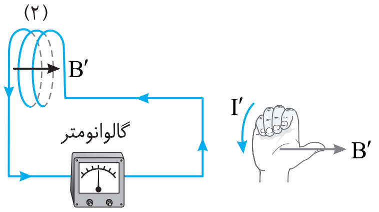
$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\text{قطر یکسان}}\begin{cases}\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}=\frac{۱/۵\rho}{۰/۵\rho}\times\frac{۲L}{L}=۶\Rightarrow R_A=۶R_B\\ \frac{R_A}{R_C}=\frac{\rho_A}{\rho_C}\times\frac{L_A}{L_C}=\frac{۱/۵\rho}{\rho}\times\frac{۲L}{L}=۳\Rightarrow R_A=۳R_C\\ \frac{R_B}{R_C}=\frac{\rho_B}{\rho_C}\times\frac{L_B}{L_C}=\frac{۰/۵\rho}{\rho}\times\frac{L}{L}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_C=۲R_B\end{cases}$$

B ۴۱۴ (۴)

جریان مدار سمت چپ از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) به سمت چپ است. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند، در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.

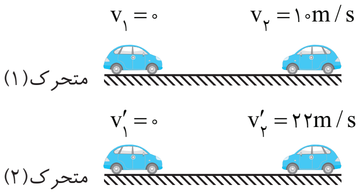


با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



B ۴۱۵ (۲)

هر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و تندی اولیهٔ آن‌ها صفر است و با توجه به رابطهٔ $v=at+v_۱$ داریم:



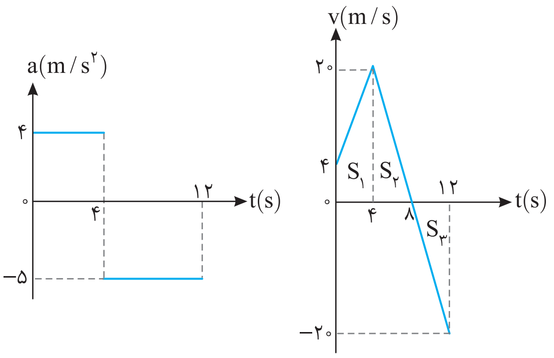
$$۱۰=at\Rightarrow ۱۰=at \qquad (۱)$$

$$۲۲=(a+۱/۵)t\Rightarrow ۲۲=at+۱/۵t \qquad (۲)$$

اگر معادلهٔ (۲) را از معادلهٔ (۱) کم کنیم: $۲۲-۱۰=۱/۵t\Rightarrow ۱۲=\frac{۳}{۲}t\Rightarrow t=۸s$

B ۴۱۶ (۳)

سرعت در $t=۰$ برابر $v_۰=۴m/s$ است. سرعت در $t=۴s$ و $t=۱۲s$ را به دست می‌آوریم، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:



$$t=۴s\Rightarrow v=at+v_۰\Rightarrow v=۴\times۴+۴=۲۰m/s$$

$$t=۱۲s\Rightarrow v=-۵\times۸+۲۰\Rightarrow v=-۲۰m/s$$

نمودار رسم شده در $t=۸s$ محور زمان را قطع می‌کند. در این صورت:

$$d=|S_۱|+|S_۲|+|S_۳|$$

$$d=\frac{۲۰+۴}{۲}\times۴+\frac{۲۰\times۴}{۲}+\frac{۲۰\times۴}{۲}$$

$$d=۴۸+۴۰+۴۰=۱۲۸m$$

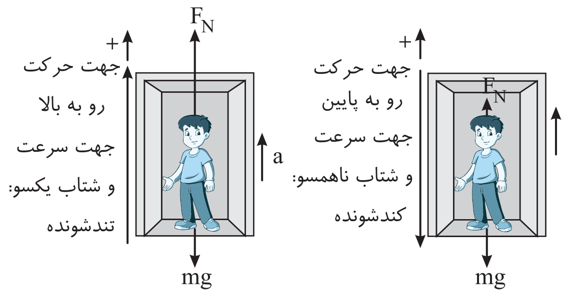
A ۴۱۷ (۳)

وقتی جسم روی باسکول (نیروسنج) قرار می‌گیرد توسط نیروسنج نیروی عمودی سطح F_N رو به بالا بر جسم وارد می‌شود بنابه قانون سوم نیوتون جسم هم بر باسکول نیروی واکنش F_N را رو به پایین اعمال می‌کند و باسکول در واقع F_N را نشان می‌دهد.

۱

$$\underset{\text{عددباسکول}}{F_N}>mg \Rightarrow \begin{cases}\text{حرکت تندشونده رو به بالا}\\ \text{حرکت کندشونده رو به پایین}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N=mg+ma$$



(۲)

$$\Leftarrow \begin{rcases}\text{حرکت کندشونده رو به بالا}\\ \text{حرکت تندشونده رو به پایین}\end{rcases} \Leftarrow \underset{\text{عددباسکول}}{F_N} < mg$$

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\Rightarrow F_N-mg=-ma\Rightarrow F_N=mg-ma$$

B ۴۱۸ (۳)

به ازای هر ۴ نوسان آونگ A، آونگ B، ۵ نوسان کامل انجام می‌دهد، بنابراین دورهٔ A بزرگ‌تر است و می‌توان نوشت:

$$۴T_A=۵T_B\Rightarrow T_A=\frac{۵}{۴}T_B\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{۵}{۴}$$

همچنین می‌دانیم طبق رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، دورهٔ تناوب آونگ با جذر طول نخ آونگ رابطهٔ مستقیم دارد و برای دو آونگ A و B داریم:

$$\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{L_A}{L_B}}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\sqrt{\frac{L_A}{L_B}}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{۲۵}{۱۶}$$

B ۴۱۹ (۴)

$$K=۳U\Rightarrow U=\frac{K}{۳}$$

$$E=K+U\Rightarrow E=K+\frac{K}{۳}=\frac{۴}{۳}K\xrightarrow{E=K_{max}}\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$v_{max}^{۲}=\frac{۴}{۳}v^{۲}\Rightarrow\frac{v^{۲}}{v_{max}^{۲}}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{v}{v_{max}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

B ۴۲۰ (۲)

هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند $(v_{\circ A}=v_{\circ B}=۰)$ و در مدت t متحرک B به اندازهٔ $۷۵-(-۷۵)=۱۵۰m$ و متحرک A به اندازهٔ ۷۵m جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta x_A=\frac{۱}{۲}a_At^{۲}\Rightarrow ۷۵=\frac{۱}{۲}\times ۱/۵\times t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=۱۰۰\Rightarrow t=۱۰s$$

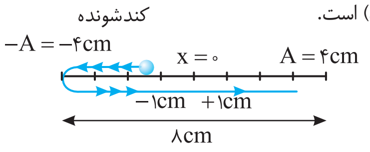
$$\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^{۲}\Rightarrow ۱۵۰=\frac{۱}{۲}a_B\times ۱۰^{۲}\Rightarrow a_B=۳m/s^{۲}$$

زمان سبقت دو متحرک $t=۱۰s$ است، در این لحظه به کمک معادلهٔ سرعت زمان، سرعت هر یک را حساب می‌کنیم:

$$\begin{matrix}v_A=a_At+v_{\circ A}\Rightarrow v_A=(۱/۵)(۱۰)\Rightarrow v_A=۱۵\,m/s\\ v_B=a_Bt+v_{\circ B}\Rightarrow v_B=(۳)(۱۰)\Rightarrow v_B=۳۰\,m/s\end{matrix}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\frac{۳۰}{۱۵}=۲$$

B ۴۲۱ (۳)

نکتهٔ مهم: حداقل زمانی که طی آن مکان و سرعت نوسانگر هر دو قرینه می‌شوند برابر $\frac{T}{۲}$ (نصف دوره) است.



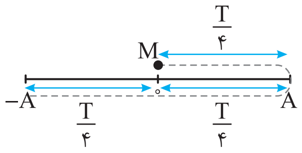
بنابراین

$$t_{۲}-t_{۱}=\frac{T}{۲}\xrightarrow[f=۵]{T=\frac{۱}{f}}t=\frac{\frac{۱}{۵}}{۲}=۰/۱s$$

B ۴۲۲ (۴)

با توجه به تعریف طول موج که میزان پیشروی موج در یک دوره (T) است، موج در مدت زمان $\frac{۳T}{۴}$ به اندازهٔ $\frac{۳\lambda}{۴}$ پیشروی می‌کند.

با توجه به جهت پیشروی نقطهٔ M که رو به بالاست و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده برای نقطهٔ M در مدت $\frac{۳T}{۴}$ داریم:



بنابراین مکان نقطهٔ M بعد از $\frac{۳T}{۴}$ ، $-A$ است.

B ۴۲۳ (۳)

$$\frac{v_{۱}}{v_{۲}}=\frac{n_{۲}}{n_{۱}}\Rightarrow\frac{v_{۱}}{\frac{۱}{۲}v_{۱}}=\frac{n}{۱}\Rightarrow n=۲$$ ضریب شکست محیط شفاف

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_{۲}}{n_{۱}}\Rightarrow n_{۱}\sin i=n_{۲}\sin r\Rightarrow ۲\times\sin ۳۰^{\circ}=۱\times\sin r\Rightarrow\sin r=۱\Rightarrow r=۹۰^{\circ}$$

زاویهٔ انحراف $D=r-i=۹۰^{\circ}-۳۰^{\circ}=۶۰^{\circ}$

A ۴۲۴ (۳)

با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{۱۲۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{n^{۲}})$$

$$\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۴-۳}{۳۶}\Rightarrow n^{۲}=۳۶\Rightarrow n=۶$$

A ۴۲۵ (۲)

تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-(۲۱۹/۰۰۹+۴/۰۰۳)$$

$$\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-۲۲۳/۰۱۲=۰/۰۰۶u$$

$$E=۰/۰۰۶\times ۹۳۱/۵=۵/۵۸۹MeV=۵/۵۸۹\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۱۰^{۶}=۸/۹۴۲۴\times ۱۰^{-۱۳}J$$

A ۴۲۶ (۳)

$$N_{\circ}-N=\frac{۷}{۸}N_{\circ}\Rightarrow N=\frac{۱}{۸}N_{\circ},\ N=\frac{N_{\circ}}{۲^{n}}\Rightarrow ۲^{n}=۸\Rightarrow n=۳$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۳=\frac{t}{۵}\Rightarrow t=۱۵$$ روز

A ۴۲۷ (۴)

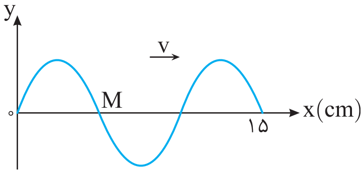
در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتوگاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعهٔ گاما بیشترین بسامد را دارد.

B ۴۲۸ (۳)

در حل این مسائل دوره را به‌دست می‌آوریم و بازهٔ زمانی داده شده را با دوره مقایسه می‌کنیم بنابراین ابتدا دوره را حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار نقش موج می‌توان طول موج را به‌دست آورد.



$$۳\frac{\lambda}{۲}=۱۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm$$

بسامد موج خواهد شد:

$$v=f\lambda\Rightarrow ۲۰=f(۱۰)$$

$$\Rightarrow f=۲Hz$$

و دوره برابر است با:

$$T=\frac{۱}{f}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

اکنون $\Delta t=\frac{۹}{۴}s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\Delta t=\frac{۹}{۲}T$$

وقتی که در مسئله دربارهٔ حرکت یک ذره از محیط پرسش می‌شود، یعنی شما باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید. در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره، نوسانگر به موقعیت قبلی خود باز می‌گردد یعنی مکان و سرعت خود را تکرار می‌کند. با توجه به جهت پیشروی موج نقطهٔ M در مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالاست و در هر بازهٔ $\frac{T}{۲}$ ، یکبار جهت حرکتش عوض می‌شود بنابراین در مدت $۹(\frac{T}{۲})$ ، ۹ بار جهت حرکتش عوض می‌شود.

B ۴۲۹ (۲)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\Rightarrow ۱۲=۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow ۱/۲=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲\Rightarrow ۴\times ۰/۳=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

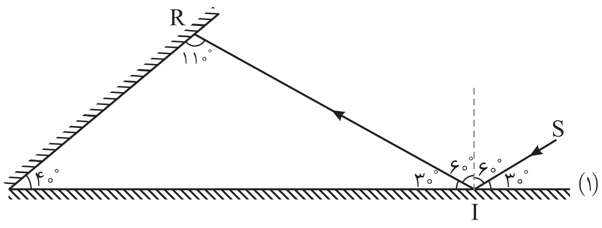
$$\Rightarrow ۴\log ۲=\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲\Rightarrow ۲^۴=(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow ۲^۲=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow ۲^۲=\frac{۸}{d_۲}\Rightarrow d_۲=۲m$$

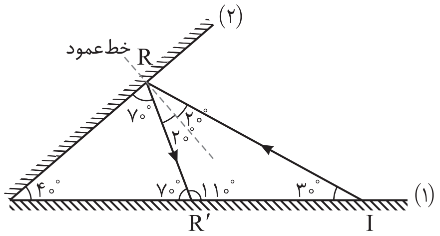
بنابراین باید $۸-۲=۶m$ به چشمه نزدیک شود.

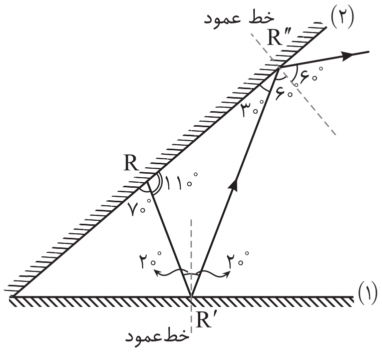
B ۴۳۰ (۱)

بـا توجـه به قانون بازتاب زاویه r تابش و بازتاب با هم برابر اسـت مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است:



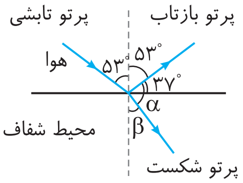
⇒





B ۴۳۱ (۱)

با توجه به شکل زیر داریم:



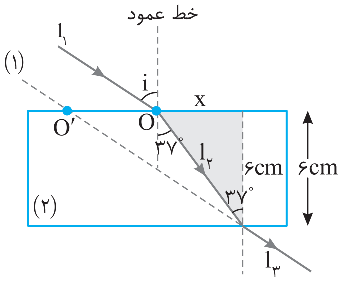
پرتوی بازتاب و شکست برهم عمودند. $\Rightarrow\alpha+۳۷^\circ=۹۰^\circ\Rightarrow\alpha=۵۳^\circ$

$$\alpha+\beta=۹۰^\circ\Rightarrow\beta=۳۷^\circ$$

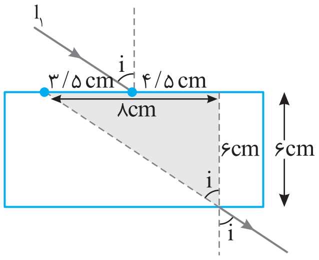
$$n_۱\sin i=n_۲\sin r\Rightarrow ۱\times\sin ۵۳^\circ=n\sin ۳۷^\circ\Rightarrow n=\frac{۴}{۳}$$

B ۴۳۲ (۲)

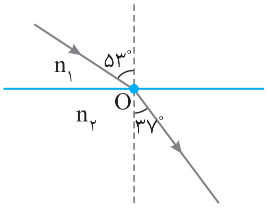
با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه پرتو $l_۲$ با خط عمود بر سـطح متوازی‌السـطوح هنگام خروج نیز ۳۷° اسـت. در مثلث رنگی با داشـتن تانژانت زاویهٔ ۳۷° مقدار x را به‌دست می‌آوریم. $\tan ۳۷^\circ=\frac{x}{۶}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{x}{۶}\Rightarrow x=۴/۵cm$



پرتوهای ورودی و خروجی در یک محیط هسـتند، پس پرتوهای ورودی و خروجی موازی هم هستند و زاویه خروج از متوازی‌السطوح نیز i است: $\tan i=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow i=۵۳^\circ$



حال ضریب شکست را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ}=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{n_۲}{۱}\Rightarrow n_۲=\frac{۴}{۳}$$

A ۴۳۳ (۲)

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطهٔ $E_n=\frac{E_R}{n^۲}$ به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}E_۱=\frac{E_R}{۱}\\ E_۳=\frac{E_R}{۹}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E=E_۱-E_۳}\Delta E=\frac{E_R}{۱}-\frac{E_R}{۹}\Rightarrow\Delta E=\frac{۸}{۹}E_R$$

$$\begin{cases}E_۴=\frac{E_R}{۱۶}\\ E_۶=\frac{E_R}{۳۶}\end{cases}\xrightarrow{\Delta E'=E_۴-E_۶}$$

$$\Delta E'=\frac{E_R}{۱۶}-\frac{E_R}{۳۶}\Rightarrow\Delta E'=\frac{۹E_R}{۱۴۴}-\frac{۴E_R}{۱۴۴}=\frac{۵E_R}{۱۴۴}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{\frac{۸}{۹}E_R}{\frac{۵E_R}{۱۴۴}}\Rightarrow\frac{\Delta E}{\Delta E'}=\frac{۸\times ۱۴۴}{۵\times ۹}=\frac{۱۲۸}{۵}=\frac{۲۵۶}{۱۰}=۲۵/۶$$

A ۴۳۴ (۱)

بلندترین طول موج رشتهٔ پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۳$ برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow\lambda\simeq ۲۰۰۰nm\Rightarrow\lambda\simeq ۲\mu m$$

کوتاه‌ترین طول موج گسـیلی رشتهٔ پاشن وقتی اسـت که الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=۳$ برود. $\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\lambda=۹۰۰nm=۰/۹\mu m$

A ۴۳۵ (۳)

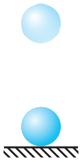
ایزوتوپهای یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان (تعداد پروتون‌های یکسان) و جرم‌های متفاوت‌اند و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۴۳۶ (۳)

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی به مدت زمان طی این جابه‌جایی است. در بازه زمانی t' تا ۲۵ ثانیه که آن را برابر Δt می‌گیریم، سرعت متحرک خلاف جهت محور x است. در این بازه زمانی سرعت متوسط برابر $\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است، از طرفی جابه‌جایی در این بازه زمانی برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان می‌باشد: $\Delta x=\Delta t\times\frac{۱۵}{۲}$

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta t\times\frac{۱۵}{۲}}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۲}=۷/۵m/s$$

B ۴۳۷ (۲)



ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۲۴/۲=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times v^۲\Rightarrow v^۲=۴۸۴$$

$$|v_۲|=۲۲m/s$$

شتاب حرکت گلوله $۱۰m/s^۲$ بوده یعنی در هر ثانیه به تندی گلوله $۱۰m/s$ افزوده می‌شود پس سرعت گلوله 1s قبل از برخورد به زمین $|v_۱|=۱۲m/s$ است، بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{|v_۱|+|v_۲|}{۲}=\frac{۱۲+۲۲}{۲}=\frac{۳۴}{۲}=۱۷m/s$$

A ۴۳۸ (۳)

به جسم دو نیروی W و f_D عمود بر هم وارد می‌شود.

$$W=mg\Rightarrow ۴/۸=m\times ۱۰\Rightarrow m=۰/۴۸kg$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+W^۲}=ma\Rightarrow\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۰/۴۸\times\frac{۶۵}{۶}$$

$$\sqrt{f_D^۲+(۴/۸)^۲}=۵/۲\Rightarrow f_D^۲=۴\Rightarrow f_D=۲N$$

A ۴۳۹ (۴)

ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}mA^۲\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}m\times(\frac{۵}{۱۰۰})^۲\times\frac{۴\pi^۲}{(\frac{۱}{۱۰})^۲}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}m(\frac{۲۵}{۱۰^۴})\times ۴\pi^۲\times ۱۰۰\Rightarrow E=\frac{\pi^۲}{۲}m$$

انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است:

$$E=K+U\xrightarrow{K=U}\frac{\pi^۲}{۲}m=۲K\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲}\frac{\pi^۲}{۲}m=mv^۲$$

$$\Rightarrow v^۲=\frac{\pi^۲}{۲}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi\, m/s\xrightarrow{m/s\xrightarrow{\times ۱۰۰}cm/s}v=۵۰\sqrt{۲}\pi\, cm/s$$

A ۴۴۰ (۲)

ابتدا به کمک نمودار طول موج را حساب می‌کنیم. $۳\frac{\lambda}{۲}=۱۲۰\Rightarrow\lambda=۸۰cm$

با داشتن طول موج و تندی، دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۸}{۱۰}=۰/۰۸s\\ \Delta t=۰/۰۵-۰/۰۱=۰/۰۴s\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۰۴}{۰/۰۸}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین بازهٔ زمانی داده شده نصف دوره است و در نصف دوره یک نوسانگر ساده همواره مسافت 2A را طی می‌کند، بنابراین $۲\times ۳=۶cm$ مسافت طی شده است.

B ۴۴۱ (۳)

بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن‌که الکترون از تراز $n=۱$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n=۲$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیهٔ فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\xrightarrow{n=۱}E_۱=-۱۳/۶eV$$

انرژی فوتون باید برابر 13/6eV باشد از این‌رو:

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow ۱۳/۶=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^۸}{\lambda}$$

$$\Rightarrow\lambda\approx ۰/۸۸۲\times ۱۰^{-۷}m\Rightarrow\lambda\approx ۸۸/۲nm$$

بنابراین طول موج در ناحیهٔ فرابنفش است.

A ۴۴۲ (۴)

با توجه به اطلاعات داده شده سرعت نهایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

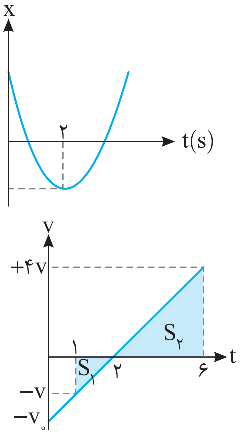
$$\begin{cases}\Delta x=x_۲-x_۱=-۱۲۲/۵-۰\Rightarrow\Delta x=-۱۲۲/۵\,m\\ \Delta t=۵s\\ v_۰=۰\\ v=?\end{cases}$$

$$\Rightarrow\Delta x=\frac{v_۰+v}{۲}\Delta t\Rightarrow -۱۲۲/۵=\frac{۰+v}{۲}\times ۵\Rightarrow v=-۴۹\,m/s$$

بزرگی سرعت برابر 49m/s است.

B ۴۴۳ (۳)

حرکت با شتاب ثابت است و نمودار سهمی است، سرعت اولیه منفی و شتاب مثبت است زیرا جهت تقعر رو به بالاست. نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.



$$\Delta x=v_{at}\Delta t\Rightarrow\Delta x=۳\times ۵=۱۵m$$

$$S_۱+S_۲=۱۵m\Rightarrow\frac{-v\times ۱}{۲}+\frac{۴v\times ۴}{۲}=۱۵$$

$$\Rightarrow v=۲m/s$$

اکنون مسافت را به‌دست می‌آوریم:

$$L=|S_۱|+|S_۲|\Rightarrow L=|-۱|+۱۶=۱۷m$$

A ۴۴۴ (۴)

$$\begin{cases}F=-\pi^۲y\\ F=m\omega^۲y\end{cases}\Rightarrow ۱۰\times ۱۰^{-۳}\omega^۲=\pi^۲\Rightarrow\omega=۱۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۵Hz$$

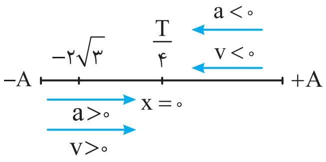
این نوسانگر در هر ثانیه ۵ نوسان انجام می‌دهد، پس در یک دقیقه (۶۰ ثانیه)، تعداد ۳۰۰ نوسان انجام خواهد داد.

B ۴۴۵ (۲)

ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم. $\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰}s$

بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۲۴}s$ قطعاً از یک دوره $T=\frac{۱}{۱۰}s$ کمتر است.

با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازهٔ +A تا صفر و −A تا صفر شتاب و سرعت هم‌جهت است. اکنون مکان متحرک را در $t=\frac{۱}{۲۴}$ حساب می‌کنیم.



$$x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi t\Rightarrow x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۶}$$

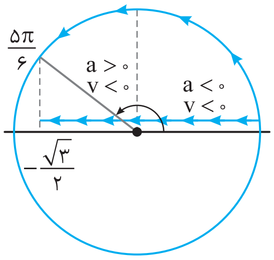
$$\Rightarrow x=۰/۰۴\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})\Rightarrow x=-۲\sqrt{۳}cm$$

از $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۲۴}s$ نوسانگر از $x=۰$ به $x=-۲\sqrt{۳}cm$ می‌رود و در بازهٔ زمانی حرکت از $+A$ تا $x=۰$ بردار شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند: $\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$

حل به کمک دایره مثلثاتی (دایره مرجع): فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۴}s$ را حساب می‌کنیم. $\theta=\omega t\Rightarrow\theta=۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۴}=\frac{۵\pi}{۶}$

در تغییر از صفر تا $\frac{\pi}{۲}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم‌علامت است، یعنی به مدت $\frac{T}{۴}$:

$$\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۴}=\frac{۱}{۴۰}s$$



۴۴۶ ② A

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند یعنی در هر لحظه اگر یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است. از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۴۴۷ ④ B

بنابر تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}=۱۰\log\frac{۵۰۰}{۱۰۰}$$

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{۱۰}{۲}=۱۰(\log۱۰-\log۲)\Rightarrow\beta_۲-\beta_۱=۱۰(۱-۰/۳)=۷dB$$

۴۴۸ ③ B

انرژی الکترون در مدارهای مختلف اتم هیدروژن برابر است با $\frac{-E_R}{n^۲}$، بنابراین می‌توان نوشت:

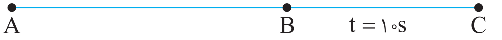
$$E_۱=E_R=\frac{۲۱/۷۶\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۳/۶eV$$

$$E_{n'}-E_n=\frac{۱۶/۳۲\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱۰/۲eV$$

$$(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})=\frac{۳}{۴}=۱-\frac{۱}{۴}\Rightarrow n'=۱\ ,\ n=۲$$

۴۴۹ ② B

حرکت دارای شتاب ثابت است.



سرعت در نقطهٔ B را به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v_C+v_B}{۲}\Delta t\Rightarrow۱۲۰=\frac{۲۰+v_B}{۲}\times۱۰\Rightarrow v_B=۴m/s$$

شتاب را حساب می‌کنیم: $a=\frac{v_C-v_B}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۲۰-۴}{۱۰}\Rightarrow a=۱/۶m/s^۲$

اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، فاصلهٔ A تا B را به دست می‌آوریم:

$$v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow۱۶-۰=۲\times۱/۶\times\Delta x\Rightarrow\Delta x=۵m$$

۴۵۰ ② A

تندی صوت در محیط را به‌دست می‌آوریم:

$$v=f\lambda\Rightarrow v=۴۰\times۱۰^۳\times۸/۷۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow v=۳۵۰m/s$$

زمان رفت صوت $\frac{۰/۴}{۲}=۰/۲s$ است، از این رو: $d=vt=۳۵۰\times۰/۲=۷۰m$

۴۵۱ ③ A

با توجه به شکل داریم:

$$\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin\hat{i}}{\sin\hat{r}}\Rightarrow\begin{cases}\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{\sin۴۵^\circ}{\sin۲۰^\circ}\\ \frac{v_۲}{v_۳}=\frac{\sin۲۰^\circ}{\sin۶۰^\circ}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۳}=\frac{\sin۴۵^\circ}{\sin۶۰^\circ}\Rightarrow\frac{v_۳}{v_۱}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

۴۵۲ ④ A

انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی برابر است با:

$$E=mc^۲\Rightarrow E=۴\times۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^۸)^۲\Rightarrow E=۳۶\times۱۰^{۱۳}J$$

هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مقدار انرژی زیر را مصرف می‌کند:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=۱۰۰\times۲۰\times۳۶۰۰\Rightarrow E=۷/۲\times۱۰^۶J$$

بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر است با: $n=\frac{۳۶\times۱۰^{۱۳}}{۷/۲\times۱۰^۶}\Rightarrow n=۵\times۱۰^۷=۵۰۰۰۰۰۰۰$

۴۵۳ ② A

$$P=۶kgm/s\ ,m=۲kg\ ,K=\frac{P^۲}{۲m}=\frac{(۶)^۲}{۲\times۲}=\frac{۳۶}{۴}=۹J$$

۴۵۴ ④ B

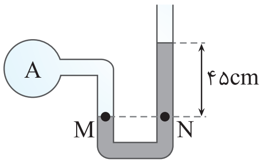
برای مخزن A با توجه به خط تراز داریم:

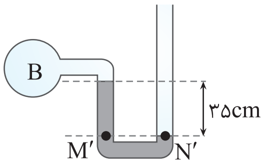
$$P_M=P_N\Rightarrow P_A=P_۰+P_{\text{مایع}}\Rightarrow P_A=۷۵+۴۵=۱۲۰cmHg$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_B+P_{\text{مایع}}=P_۰\Rightarrow P_B+۳۵=۷۵\Rightarrow P_B=۴۰cmHg$$

بنابراین نسبت فشار مخزن A به فشار مخزن B برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{۱۲۰}{۴۰}=۳$





۴۵۵ ① C

طبق فرض مسأله داریم:

$$۲Q_۱=Q_۲\Rightarrow۲(m_۱c\Delta\theta_۱)=m_۲c\Delta\theta_۲$$

$$\xrightarrow{m=\rho V}۲(\rho_۱V_۱\Delta\theta_۱)=\rho_۲V_۲\Delta\theta_۲$$

$$\xrightarrow[\rho_۱=\rho_۲]{V=S.h}۲S_۱\Delta\theta_۱=S_۲\Delta\theta_۲\xrightarrow{S_۲=۲S_۱}\Delta\theta_۱=\Delta\theta_۲$$

از طرفی شعاع ورقهٔ مسی بزرگ‌تر، $\sqrt{۲}$ برابر شعاع ورقهٔ مسی کوچک‌تر است:

$$S_۲=۲S_۱\Rightarrow\pi R_۲^۲=۲\pi R_۱^۲\Rightarrow R_۲=\sqrt{۲}R_۱$$

اکنون $\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}$ را به دست می‌آوریم: $\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}=\frac{\alpha R_۲\Delta\theta_۲}{\alpha R_۱\Delta\theta_۱}\Rightarrow\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}=\sqrt{۲}$

۴۵۶ ③ B

با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=q\vec{E}$ داریم:

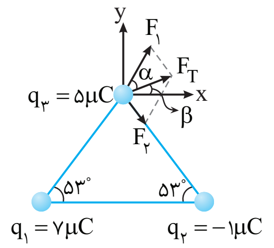
$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow۱۰/۸\vec{i}-۱۴/۴\vec{j}=۲\times۱۰^{-۶}(\vec{E})\Rightarrow\vec{E}=۵/۴\times۱۰^۶\vec{i}-۷/۲\times۱۰^۶\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(۵/۴\times۱۰^۶)^۲+(۷/۲\times۱۰^۶)^۲}=۹\times۱۰^۵\sqrt{(۶)^۲+(۸)^۲}=۹\times۱۰^۶N/C$$

C ۴۵۷ (۳)

ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_۳$ و جهت آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$F_۱=k\frac{q_۱q_۳}{r^۲}=۳۵\frac{k}{r^۲}\times۱۰^{-۱۲}\ ,\ F_۲=\frac{kq_۲q_۳}{r^۲}=۵\frac{k}{r^۲}\times۱۰^{-۱۲}$$

$$\tan\alpha=\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{۱}{۷}$$

از طرفی می‌دانیم که $\alpha+\beta=۵۳^\circ$ است (با توجه به خطوط موازی و مورب).

$$\tan ۵۳^\circ=\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\tan\beta}\xrightarrow[\tan\alpha=\frac{۱}{۷}]{\tan ۵۳^\circ=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}}$$

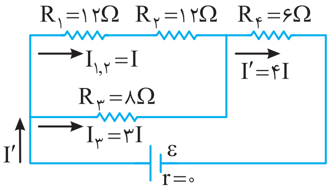
$$\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{\frac{۱}{۷}+\tan\beta}{۱-\frac{۱}{۷}\tan\beta}\Rightarrow\frac{۳}{۷}+۳\tan\beta=۴-\frac{۴}{۷}\tan\beta$$

$$\Rightarrow\frac{۲۵}{۷}\tan\beta=\frac{۲۵}{۷}\Rightarrow\tan\beta=۱\Rightarrow\beta=۴۵^\circ$$

B ۴۵۸ (۴)

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ برابر $۱۲+۱۲=۲۴\Omega$ است که با مقاومت $R_۳=۸\Omega$ موازی است، پس اگر جریان عبوری از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ را I بگیریم:

$$\begin{cases}R_۳=۸\Omega\\R_{۱,۲}=۲۴\Omega\end{cases}\xrightarrow{I_{۱,۲}=I}I_۳=۳I$$

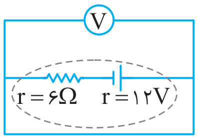


بنابراین جریان کل مدار (I') برابر است با: $I'=I_{۱,۲}+I_۳=۴I$

اکنون توان‌های مصرفی را مقایسه می‌کنیم: $\frac{P_۴}{P_۱}=\frac{R_۴I'^۲}{R_۱I_{۱,۲}^۲}=\frac{۶\times(۴I)^۲}{۱۲\times(I)^۲}=۸$

B ۴۵۹ (۱)

جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۰+۶}\Rightarrow I=۲A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۶\Rightarrow V=۰$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

A ۴۶۰ (۴)

خط فکری: گرمای تولید شده در مقاومت یعنی انرژی الکتریکی مصرفی در مقاومت که همان $U=qV$ است.

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$U=Vq\Rightarrow۴۰۰۰=V\times۲۰۰\Rightarrow V=۲۰\,V$$

به کمک قانون اهم جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۵}=۴\,A$

با توجه به تعریف جریان $I=q/t$ ، زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$q=It\Rightarrow۲۰۰=۴t\Rightarrow t=۵۰s$$

A ۴۶۱ (۳)

زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{۱}{۴}$ دوره و دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر است.

$$\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow T=۱s\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=۲\pi\ rad/s$$

$$A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰cm$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه است و K_m برابر انرژی مکانیکی است از این‌رو:

$$K_m=E\Rightarrow K_m=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$$

$$\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times(۰/۱)^۲\times(۲\pi)^۲$$

$$\Rightarrow K=۰/۰۲J=۲۰mJ$$

A ۴۶۲ (۴)

با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\\T'=۲\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}\end{cases}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{l'}{l}}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\sqrt{\frac{l'}{l}}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۹}=\frac{l'}{l}\Rightarrow l'=\frac{l}{۹}\ ,\ \Delta l=l-l'=l-\frac{l}{۹}=\frac{۸}{۹}l$$

A ۴۶۳ (۲)

تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})$$

$$\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-(۲۱۹/۰۰۹+۴/۰۰۳)$$

$$\Rightarrow\Delta M=۲۲۳/۰۱۸-۲۲۳/۰۱۲=۰/۰۰۶u$$

$$E=۰/۰۰۶\times۹۳۱/۵=۵/۵۸۹MeV$$

$$=۵/۵۸۹\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^۶=۸/۹۴۲۴\times۱۰^{-۱۳}J$$

A ۴۶۴ (۲)

راه‌حل اول: نیروی اولیهٔ بین دو گلوله ربایشی است. در نتیجه بار آن‌ها در ابتدا ناهمنام است. پس از تماس آن دو با هم بار هر دو برابر می‌شود:

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=+۳\,\mu C\Rightarrow q_۱+q_۲=+۶\mu C=۶\times۱۰^{-۶}C$$

از طرفی با توجه به فرض مسأله و قانون کولن خواهیم داشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow-۴=۹\times۱۰^۹\,\frac{q_۱q_۲}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow q_۱q_۲=-۴\times۱۰^{-۱۱}=-۴۰\times۱۰^{-۱۲}C^۲$$

با توجه به خاصیت معادلهٔ درجه دوم می‌توان $q_۱$ و $q_۲$ را ریشه‌های یک معادلهٔ درجه دوم دانست که حاصل‌ضرب دو ریشه -۴۰×۱۰^{-۱۲} و حاصل‌جمع آن‌ها $+۶\times۱۰^{-۶}$ شده است و معادله را نوشت:

$$q^۲-۶\times۱۰^{-۶}q-۴۰\times۱۰^{-۱۲}=۰$$

$$\Rightarrow q=\frac{+۳\times۱۰^{-۶}\pm\sqrt{۹\times۱۰^{-۱۲}+۴۰\times۱۰^{-۱۲}}}{۱}$$

$$\Rightarrow q=۳\times۱۰^{-۶}\pm۷\times۱۰^{-۶}\Rightarrow\begin{cases}q_۱=۱۰\times۱۰^{-۶}=+۱۰\mu C\\q_۲=-۴\times۱۰^{-۶}=-۴\,\mu C\end{cases}$$

راه‌حل دوم: در این روش با توجه به این‌که در فرض مسأله نیروی جاذبه $۴N$ است، داریم:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow -۴=۹\times ۱۰^۹\times\frac{q_۱q_۲}{۹\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow q_۱q_۲=-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}C^۲$$

اکنون از گزینه‌ها کمک می‌گیریم، تنها گزینه‌ای که حاصل‌ضرب اعداد آن $-۴۰\times ۱۰^{-۱۲}C^۲$ می‌شود، گزینهٔ (۲) است.

A ۴۶۵ ③

ابتدا سرعت جسم را در لحظهٔ $t_۱=۲۰s$ و $t_۲=۳۵s$ حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازهٔ صفر تا $۱۰s$ حرکت دارای شتاب ثابت $-۲m/s^۲$ است از این‌رو:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-۲\times ۱۰+۰\Rightarrow v=-۲۰m/s$$

در بازهٔ $۱۰s$ تا $۲۰s$ شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان $-۲۰m/s$ است. در بازهٔ $۲۰s$ تا $۳۵s$ حرکت دارای شتاب ثابت $۲m/s^۲$ است، در نتیجه:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۲(۳۵-۲۰)+(-۲۰)\Rightarrow v=۱۰m/s$$

سرعت از $-۲۰m/s$ به $۱۰m/s$ رسیده است در این‌صورت از $-۲۰m/s$ تا صفر، حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است و در لحظه‌ای بین $۲۰s$ تا $۳۵s$ که سرعت صفر شده (سرعت از منفی به مثبت تبدیل شده است)، متحرک تغییر جهت داده است و گزینهٔ (۳) درست است.

در مدتی که سرعت منفی است جهت حرکت در جهت منفی محور x و سپس که سرعت مثبت شده است، سرعت در جهت مثبت محور x است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

می‌توان لحظهٔ صفر شدن سرعت را به راحتی به دست آورد:

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۲t+(-۲۰)\Rightarrow t=۱۰s$$

یعنی در لحظه $۲۰+۱۰=۳۰s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. که در حل این مسأله به دست آوردن زمان تغییر جهت لازم نبود.

B ۴۶۶ ③

چگالی آلیاژ برابر است با:

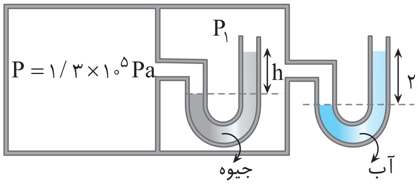
$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow[\rho_A=۶۰۰kg/m^۳,\ \rho_B=۸۰۰kg/m^۳]{\rho_{\text{آلیاژ}}=۰/۷۵\times ۱۰۰۰=۷۵۰kg/m^۳}۷۵۰=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}$$

$$۷۵۰=\frac{۶۰۰V_A+۸۰۰V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow ۷۵۰V_A+۷۵۰V_B=۶۰۰V_A+۸۰۰V_B$$

$$\Rightarrow ۱۵۰V_A=۵۰V_B\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}$$

B ۴۶۷ ②

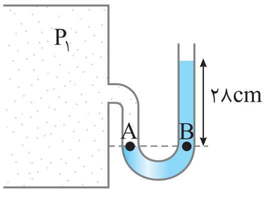
خط فکری: با توجه به شکل، در تست دو لولهٔ U شکل داریم که در هر مورد خط هم‌تراز را کشیده و در دو مرحله مجهول‌های مسأله را به‌دست می‌آوریم.



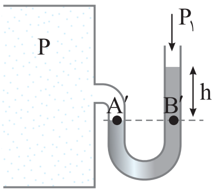
۳ ابتدا با توجه به لولهٔ U شکل حاوی آب فشار $P_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_۱=\rho gh+P_۰\Rightarrow P_۱=۱۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۲۸}{۱۰۰}+۱۰^۵$$

$$P_۱=۱۰۲۸۰۰\,Pa=۱۰۲/۸\,kPa$$



۴ در لولهٔ U شکل حاوی جیوه با توجه به خط هم‌تراز داریم:



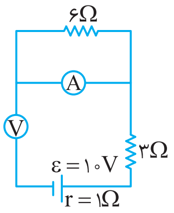
$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P=P_۱+\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow ۱/۳\times ۱۰^۵=۱۰۲/۸\times ۱۰^۳+۱۳۶۰۰\times ۱۰\times h$$

$$۰/۲۷۲\times ۱۰^۵=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times h\Rightarrow ۱۳۶h=۲۷/۲$$

$$\Rightarrow h=۰/۲m=۲۰\,cm$$

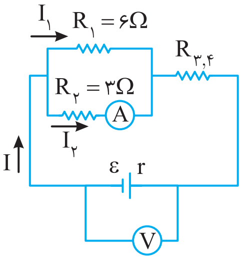
B ۴۶۸ ②



خط فکری: هرگاه ولت‌سنج آرمانی به طور اشتباه متوالی با باتری بسته شود، جریان خروجی باتری یعنی جریان مدار صفر می‌شود. با توجه به شکل ولت‌سنج با باتری متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است ($I=۰$) در نتیجه آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد. در این حالت مقاومت ۶Ω اتصال کوتاه شده است و از مقاومت ۳Ω نیز جریانی نمی‌گذرد و ولتاژ دو سر مقاومت ۳Ω صفر است بنابراین ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان خواهد داد:

$$V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=۰}V=\varepsilon=۱۰V$$

B ۴۶۹ ②



ابتدا مقاومت معادل $R_۳$ و $R_۴$ را به‌صورت یک مقاومت فرض کنید. البته محاسبهٔ مقدار آن مهم نیست. حال حل را شروع می‌کنیم.

۱ با افزایش مقاومت $R_۲=۳\Omega$ به ۶Ω، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$$

۳ با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

$$\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $(R_{۳,۴})$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد:

$$\downarrow V_{۳,۴}=R_{۳,۴}I\downarrow$$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱,۲}$ افزایش می‌یابد زیرا:

$$\uparrow V_{\text{باتری}}=V_{۱,۲}+\downarrow V_{۳,۴}\Rightarrow V_{۱,۲}\uparrow$$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، جریان گذرنده از $R_۱$ افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V_۱=I_۱\overset{\text{ثابت}}{R_۱}\Rightarrow I_۱\uparrow$$

جریان کل مدار $I=I_۱+I_۲$ است از این‌رو:

$$I_۲=\downarrow I-I_۱\uparrow\Rightarrow I_۲\downarrow$$

و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

B ۴۷۰ ④

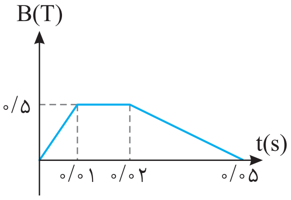
با توجه به نمودار، میدان مغناطیسی بر حسب زمان در بازهٔ صفر تا $۰/۰۱s$ تغییر می‌کند، پس برای شار مغناطیسی داریم:

$$\begin{cases}\Phi_۱=B_۱A\\ \Phi_۲=B_۲A\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=\Delta BA$$

حال با توجه به رابطهٔ نیروی محرکه و شار مغناطیسی داریم:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times A=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times(\pi r^{۲})$$

چون نمودار $B-t$ از صفر تا $۰/۰۱s$ خطی است، پس $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار برابر شیب خط در بازهٔ صفر تا $۰/۰۱s$ است:



$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_۲-B_۱}{t}=\frac{۰/۵}{۰/۰۱}=۵۰T/s$$

$$\varepsilon=-\frac{\Delta B}{\Delta t}(\pi r^{۲})\xrightarrow[r=۰/۱]{\frac{\Delta B}{\Delta t}=۵۰}$$

$$\varepsilon=-۵۰\times۳\times(۰/۱)^{۲}=-۱/۵V$$

آهنگ تولید انرژی گرمایی یا همان توان برای مقاومت ۵Ω در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^{۲}}{R}=\frac{(۱/۵)^{۲}}{۵}=\frac{۲/۲۵}{۵}=۰/۴۵W$$

در بازهٔ ۰/۰۱ تا ۰/۰۲ ثانیه چون میدان تغییر نمی‌کند، $\Delta B=۰$ بوده پس تغییر شار نیز صفر است و نیروی محرکهٔ القایی ایجاد نشده، پس انرژی گرمایی هم در این بازه تولید نمی‌شود. در بازهٔ ۰/۰۲ تا ۰/۰۵ ثانیه نیز مانند حالت اول ابتدا تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان را به‌دست می‌آوریم و چون نمودار خطی است، این تغییرات برابر شیب خط نمودار است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_۲-B_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۰/۵}{۰/۰۳}=-\frac{۵۰}{۳}\frac{T}{s}$$

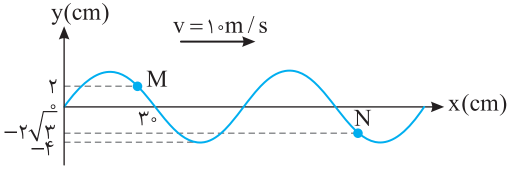
$$\varepsilon=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-۱\times(-\frac{۵۰}{۳})\times(\pi r^{۲})=\frac{۵۰}{۳}\times۳\times۱۰^{-۲}=۰/۵V$$

پس توان ایجاد شده (آهنگ تولید انرژی گرمایی) در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^{۲}}{R}=\frac{۰/۵\times۰/۵}{۵}=۰/۰۵W$$

C ۴۷۱ (۴)

با توجه به شکل طول موج دوره را حساب می‌کنیم.

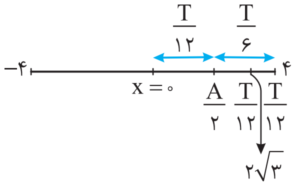


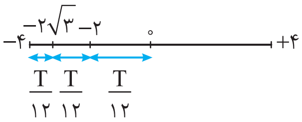
$$\frac{\lambda}{۲}=۳۰\Rightarrow\lambda=۶۰cm=۰/۶m\quad,\quad T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۶}{۱۰}=۰/۰۶s$$

مشخص می‌کنیم مدت زمان $\frac{۱}{۲۰۰}s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۲۰۰}}{\frac{۶}{۱۰۰}}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۱۲}$$

با توجه به جهت پیشروی موج ذرهٔ M از مکان $x=۲cm$ در جهت رو به بالا در حرکت است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نقطهٔ M بعد از $\frac{T}{۱۲}$ به مکان $۲\sqrt{۳}$ می‌رسد اما نقطهٔ N در مدت $\frac{T}{۱۲}$ از مکان $-۲\sqrt{۳}$ به مکان $-۲cm$ می‌رسد. بنابراین خواهیم داشت:





$$|\frac{a_M}{a_N}|=|\frac{\omega^{۲}y_M}{\omega^{۲}y_N}|=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}$$

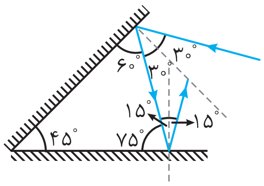
A ۴۷۲ (۱)

$$\beta_۲-\beta_۱=۳dB\Rightarrow۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰}-۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}=۳$$

$$\log\frac{\frac{I_۲}{I_۰}}{\frac{I_۱}{I_۰}}=۰/۳\Rightarrow\log\frac{I_۲}{I_۱}=\log۲\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=۲$$

A ۴۷۳ (۱)

مطابق شکل و با استفاده از قانون بازتاب عمومی داریم:



بنابراین پرتو تابیده به آینهٔ دوم ۷۵° است پس زاویهٔ تابش برابر $\theta_i=۹۰^\circ-۷۵^\circ=۱۵^\circ$ است.

$$\theta_i=\theta_r=۱۵^\circ$$

B ۴۷۴ (۴)

انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}$ اســت. از این‌رو انرژی بســتگی الکترون در هر تراز $\frac{E_R}{n^{۲}}$ است: $۰/۸۵=\frac{۱۳/۶}{n^{۲}}\Rightarrow n^{۲}=۱۶\Rightarrow n=۴$

بنابراین تراز $n+۱=۵$ است و انرژی الکترون در این تراز برابر است با:

$$E_n=\frac{E_R}{n^{۲}}\Rightarrow E_n=\frac{۱۳/۶}{۲۵}\Rightarrow E_۵=۰/۵۴۴eV$$

$$E_n-E_{n+۱}=۰/۸۵-۰/۵۴۴=۰/۳۰۶eV$$

A ۴۷۵ (۳)

توصیهٔ ریاضی: باید حجم‌های اشکال مشخص هندسی را به خاطر بسپارید.

$$V_{\text{مکعب}}=a^{۳}\ ,\ V_{\text{مکعب مستطیل}}=abc\ ,\ V_{\text{استوانه}}=\pi r^{۲}h$$

$$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\ ,\ V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h$$

ابتدا حجم جسم را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^{۳}\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^{۳}$$

یکای چگالی را به $kg/m^{۳}$ تبدیل می‌کنیم: $\rho=۶g/cm^{۳}\times۱۰۰۰=۶\times۱۰^{۳}kg/m^{۳}$

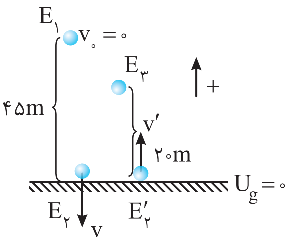
اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^{۳})\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}$$

$$\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

B ۴۷۶ (۴)

ابتدا به کمک اصل پایســتگی انرژی مکانیکی ســرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



$$E_{۲}=E_{۱}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}=mgh\Rightarrow v^{۲}=۲\times ۱۰\times ۴۵\Rightarrow v=-۳۰m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که ما جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین گلوله ابتدا متوقف می‌شود و سپس با سرعت v' روبه بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{۱}{۲}mv'^{۲}$ است و تا ۲۰m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.

$$\frac{۱}{۲}mv'^{۲}=mgh'\Rightarrow v'^{۲}=۲gh'=۲\times ۱۰\times ۲۰\Rightarrow v'=۲۰m/s$$

v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما بود.

اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{v'-v}{t}=\frac{۲۰-(-۳۰)}{۲\times ۱۰^{-۳}}=۲۵\times ۱۰^{۳}m/s^{۲}$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=۰/۲\times ۲۵\times ۱۰^{۳}=۵۰۰۰N$$

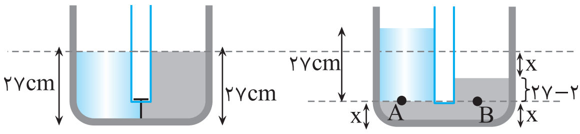
میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطهٔ $v=\sqrt{۲gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

B ۴۷۷ ③

چگالی جیوه از آب بیشتر است، پس با باز شدن شیر جیوه زیرآب قرار می‌گیرد. چون سطح مقطع دو لوله یکسان است اگر در شاخه سمت راست جیوه به ارتفاع x پایین بیاید در شاخهٔ سمت چپ به همان اندازه بالا خواهد رفت:

$$P_{A}=P_{B}\Rightarrow \rho_{w}gh_{w}=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۱\times ۲۷=۱۳/۵\,(۲۷-۲x)$$

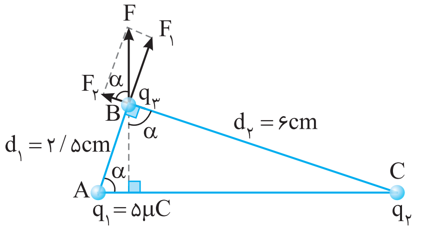
$$\Rightarrow ۲x=۲۵\Rightarrow x=۱۲/۵\,cm$$



B ۴۷۸ ③

در حل این نوع مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱ نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است.



۲ نیروی خالص، برایند دو نیروی $F_{۱}$ و $F_{۲}$ است، یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا $F_{۱}$ و $F_{۲}$ به‌دست آید. به شکل دقت کنید.

در مثلث‌های $BF_{۲}F$ و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود:

$$\Delta BF_{۲}F\Rightarrow \tan\alpha=\frac{F_{۱}}{F_{۲}},\Delta ABC:\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\Rightarrow \frac{F_{۱}}{F_{۲}}=\frac{BC}{AB}=\frac{d_{۲}}{d_{۱}}$$

بنا بر قانون کولن:

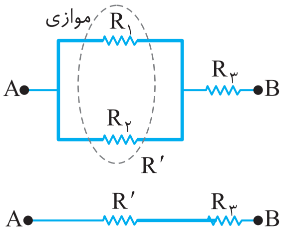
$$\frac{k\frac{q_{۱}q_{۳}}{(d_{۱})^{۲}}}{k\frac{q_{۲}q_{۳}}{(d_{۲})^{۲}}}=\frac{d_{۲}}{d_{۱}}\Rightarrow \frac{q_{۱}}{q_{۲}}=\frac{d_{۱}}{d_{۲}}\Rightarrow \frac{۵}{q_{۲}}=\frac{۲/۵}{۶}\Rightarrow q_{۲}=۱۲\mu C$$

میانبر در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید یعنی $\frac{q_{۱}}{q_{۲}}=\frac{d_{۱}}{d_{۲}}$

A ۴۷۹ ②

با توجه به شکل مدار:

$$R'=\frac{R_{۱}R_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}\Rightarrow R_{AB}=R'+R_{۳}\Rightarrow R_{AB}=\frac{R_{۱}R_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}+R_{۳}$$



با توجه به فرض مسئله:

$$R_{AB}=R_{۱}\Rightarrow \frac{R_{۱}R_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}+R_{۳}=R_{۱}$$

$$R_{۳}=R_{۱}-\frac{R_{۱}R_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}\Rightarrow R_{۳}=\frac{R_{۱}^{۲}+R_{۱}R_{۲}-R_{۱}R_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}\Rightarrow R_{۳}=\frac{R_{۱}^{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}$$

B ۴۸۰ ③

ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۲۰Ω، ۳۰Ω و ۶۰Ω موازی‌اند:

$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow R'=۱۰\Omega$$

مقاومت‌های ۲۰Ω و ۲۰Ω با هم موازی‌اند:

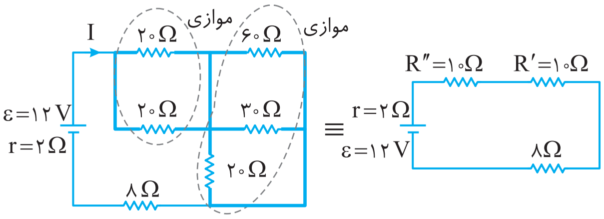
$$R''=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$$

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R''+R'+۸=۱۰+۱۰+۸=۲۸\Omega$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲۸+۲}\Rightarrow I=۰/۴\,A$$

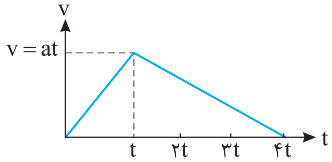


B ۴۸۱ ④

شتاب در قسمت کندشونده $\frac{۱}{۳}$ شتاب در قسمت تندشونده است بنابراین زمان و مسافت توقف در قسمت کندشونده به ترتیب ۳ برابر زمان و مسافت در قسمت تندشونده است. مسافت طی شده خواهد شد:

$$S=\frac{v\times ۴t}{۲}=\frac{at\times ۴t}{۲}\xrightarrow{a=۳m/s^{۲}}\frac{۳t\times ۴t}{۲}=۶۰۰\Rightarrow t=۱۰s$$

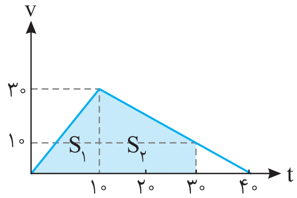
$$v=at=۳\times ۱۰=۳۰m/s$$



اکنون سطح زیر نمودار را از صفر تا $۳۰s$ حساب می‌کنیم. ابتدا سرعت را در لحظهٔ $t=۳۰s$ حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_{۰}\Rightarrow v=-۱\times ۲۰+۳۰\Rightarrow v=۱۰m/s$$

$$\Delta x=S_{۱}+S_{۲}=\frac{۳۰\times ۱۰}{۲}+\frac{۳۰+۱۰}{۲}\times ۲۰\Rightarrow \Delta x=۱۵۰+۴۰۰=۵۵۰m$$



A **۴۸۲** (۱)

ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$T=\frac{۱}{۲}s\xrightarrow{\omega=۲\pi/T}\omega=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow \omega=۴\pi\ rad/s$$

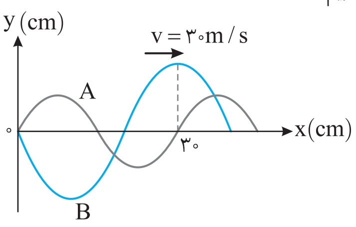
طول پاره‌خط مسیر $۱۰cm$ است بنابراین دامنه خواهد شد: $A=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$

اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{max}=mA\omega^{۲}\xrightarrow{m=۰/۵kg}F_{m}=۰/۵\times ۰/۰۵\times ۱۶\pi^{۲}\Rightarrow F_{m}=۴N$$

A **۴۸۳** (۴)

با توجه به شکل داریم:



$$\lambda_{A}=۳۰cm=۰/۳m\xrightarrow{v=\lambda/T}۳۰=\frac{۰/۳}{T_{A}}\Rightarrow T_{A}=۰/۰۱s$$

$$\frac{۳}{۴}\lambda_{B}=\lambda_{A}\Rightarrow \frac{۳}{۴}\lambda_{B}=۳۰\Rightarrow \lambda_{B}=۴۰cm=۰/۴m$$

$$\xrightarrow{v=\lambda T}۳۰=\frac{۰/۴}{T_{B}}\Rightarrow T_{B}=\frac{۴}{۳۰۰}s$$

حال با توجه به این که $T=\frac{t}{n}$ ، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت $۲۰s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۰/۰۱=\frac{۲۰}{n_{A}}\Rightarrow n_{A}=۲۰۰۰\\ \frac{۴}{۳۰۰}=\frac{۲۰}{n_{B}}\Rightarrow n_{B}=۱۵۰۰\end{cases}\Rightarrow n_{A}-n_{B}=۵۰۰\ \text{نوسان}$$

A **۴۸۴** (۱)

طول موج را به‌دست می‌آوریم.

$$E=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۷}=\frac{۱۲۴۰}{\lambda}\Rightarrow \lambda=\frac{۱۲۴۰}{۴\times ۱۰^{-۷}}=۳۱۰\times ۱۰^{۷}nm$$

$$\lambda=۳۱۰\times ۱۰^{۷}\times ۱۰^{-۹}=۳/۱m\Rightarrow \text{رادیویی}$$

دقت کنید تمام اعداد داده شده در پرانتز روبه‌روی سؤال به هیچ دردی نمی‌خورد.

A **۴۸۵** (۴)

اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ (D) از بقیهٔ گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.

A **۴۸۶** (۴)

۸۷/۵ درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی مانده است.

$$N=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\Rightarrow \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_{۰}=\frac{N_{۰}}{۲^{n}}\Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۲^{n}}\Rightarrow n=۳$$

در مدت $۲۴h$ ، سه نیمه‌عمر طی شده است.

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۲۴}{۳}=۸h$$