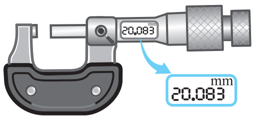
پاسخ تشریحی آزمون ۱۴۰۰

A | ۲۱۲۰ | ۱

وسیلهٔ نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می‌دهد، بنابراین دقت این وسیله ۰/۰۱mm است.



۲۱۲۱ | ؟

مبحث تعداد ارقام بامعنا از کتاب درسی حذف شده است.

A | ۲۱۲۲ | ۲

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...)، بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطهٔ بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به‌دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow{F=ma}P=\frac{\overset{kg}{m}\,\overset{m/s^{۲}}{a}}{\underset{m^{۲}}{A}}$$

$$\text{یکای فرعی فشار}\Rightarrow\frac{kgm/s^{۲}}{m^{۲}}=kg/m.s^{۲}$$

یادآوری پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن $kg/m.s^{۲}$ است.

۲۱۲۳ | ؟

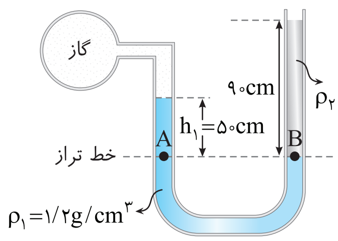
مبحث تعداد ارقام بامعنا و خطای وسیله اندازه‌گیری از کتاب درسی حذف شده است.

B | ۲۱۲۴ | ۱

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B برابر است.

$$P_A=P_B$$

$$P_{\text{گاز}}+\rho_{۱}gh_{۱}=P_{۰}+\rho_{۲}gh_{۲}$$



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_{۰}=\rho_{۲}gh_{۲}-\rho_{۱}gh_{۱}\Rightarrow P_g=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۹۰}{۱۰۰}-۱۲۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P_g=۹۰۰۰-۶۰۰۰=۳۰۰۰Pa$$

B | ۲۱۲۵ | ۳

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با: $P=P_{۰}+\rho gh$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\text{در عمق ۵cm}:P_{۱}=P_{۰}+\rho gh_{۱}\Rightarrow۱۰^{۵}=P_{۰}+\rho\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}=P_{۰}+۰/۵\rho$$

$$\text{در عمق ۲۰cm}:P_{۲}=P_{۰}+\rho gh_{۲}\Rightarrow۱/۰۶\times۱۰^{۵}=P_{۰}+\rho\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=P_{۰}+۲\rho$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$۰/۰۶\times۱۰^{۵}=۲\rho-۰/۵\rho\Rightarrow۶\times۱۰^{۳}=۱/۵\rho\Rightarrow\rho=۴۰۰۰kg/m^{۳}$$

فشار هوا خواهد شد:

$$۱۰^{۵}=P_{۰}+۰/۵\rho\Rightarrow۱۰^{۵}=P_{۰}+۲\times۱۰^{۳}$$

$$۱۰۰\times۱۰^{۳}=P_{۰}+۲\times۱۰^{۳}\Rightarrow P_{۰}=۹۸\times۱۰^{۳}Pa=۹۸kPa$$

میانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(۱۰۶-۱۰۰)۱۰^{۳}=\rho\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\Rightarrow\rho=۴۰۰۰kg/m^{۳}$$

B | ۲۱۲۶ | ۳

داوری فشار در عمق h یک مایع از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $P=\rho gh+P_{۰}$

۱) فشار در عمق ۱۰cm، برابر است با:

$$P=P_{۰}+\rho gh_{۱}\Rightarrow P_{۱}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\Rightarrow P_{۱}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho$$

۲) فشار در عمق ۵۳cm برابر است:

$$\begin{cases}P_{۲}=P_{۰}+\rho gh_{۲}\\P_{۲}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho\times۱۰\times\frac{۵۳}{۱۰۰}\end{cases}\Rightarrow P_{۲}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+۵/۳\rho$$

۳) با توجه به صورت سؤال $P_{۲}=۱/۵P_{۱}$ است:

$$\begin{cases}P_{۲}=۱/۵P_{۱}\Rightarrow۱/۵P_{۱}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+۵/۳\rho\\P_{۱}=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho\end{cases}$$

۴) رابطهٔ $P_{۱}$ و $P_{۲}$ را برهم تقسیم می‌کنیم تا مجهول $P_{۱}$ از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\frac{P}{۱/۵P}=\frac{۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho}{۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+۵/۳\rho}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+\rho}{۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}+۵/۳\rho}$$

$$\Rightarrow۲(۱/۰۲۶\times۱۰^{۵})+۱۰/۶\rho=۳(۱/۰۲۶\times۱۰^{۵})+۳\rho\Rightarrow۷/۶\rho=۱/۰۲۶\times۱۰^{۵}$$

$$\rho=۱۳۵۰۰kg/m^{۳}=۱۳/۵g/cm^{۳}$$

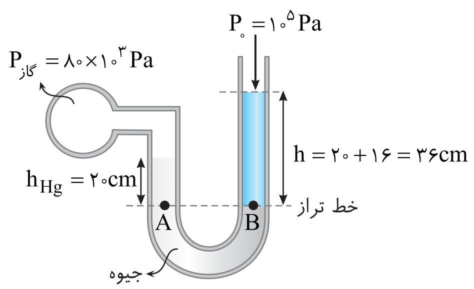
B | ۲۱۲۷ | ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لولهٔ U سروکار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطهٔ A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}$.

فشار در نقطهٔ B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B=P_{۰}+\rho gh$.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}=P_{۰}+\rho gh$$

$$۸۰\times۱۰^{۳}+۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۱۰^{۵}+\rho\times۱۰\times\frac{۳۶}{۱۰۰}$$

$$۸\times۱۰^{۴}+۲۷۲۰۰=۱۰^{۵}+۳/۶\rho\Rightarrow۸\times۱۰^{۴}+۲/۷۲\times۱۰^{۴}-۱۰^{۵}=۳/۶\rho$$

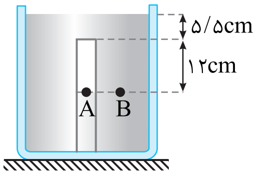
$$\Rightarrow۰/۷۲\times۱۰^{۴}=۳/۶\rho\Rightarrow\rho=۲۰۰۰kg/m^{۳}$$

A ۲۱۲۸ ۴

آهنگ شارش سیال از هر مقطع لوله مقدار یکسانی است. از این‌رو گزینهٔ (۴) درست است، یعنی نسبت آهنگ شارش سیال در مقطع A به آهنگ شارش در مقطع B برابر یک است.

B ۲۱۲۹ ۱

ابتدا مشخص می‌کنیم که این مسئله ترکیبی از فصل گرما (قانون گازها) و فصل ویژگی‌های ماده است.

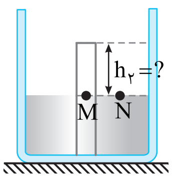


۱) با توجه به خط تراز فشار نقطهٔ A و B برابر است.

فشار در نقطهٔ A، فشار گاز محبوس (P_1) بوده و فشار در نقطهٔ B، مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوهٔ بالای نقطهٔ B $(P_{Hg}=5/5+12=17/5cmHg)$ است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_1=P_0+P_{Hg}=75+17/5\Rightarrow P_1=92/5cmHg$$

۲) حجم گاز در حالت اول برابر است با: $V_1=Ah_1\xrightarrow{h_1=12cm}V_1=12A$



۳) وقتی سطح جیوه در لوله و ظرف یکی می‌شود، فشار گاز درون محفظه با فشار هوای بیرون یکسان شده است.

$$P_M=P_N\Rightarrow P_2=P_0=75cmHg$$

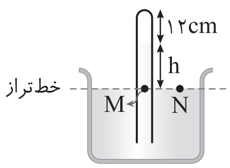
۴) حجم گاز در حالت جدید $V_2=Ah_2$ می‌شود.

۵) قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T_1=T_2}92/5\times12A=75\times Ah_2\Rightarrow h_2=14/8cm$$

B ۲۱۳۰ ۲

در بالای لوله گاز محبوس است و با جابه‌جا کردن لوله چون حجم گاز محبوس در حال تغییر است پس فشار آن نیز تغییر می‌کند.

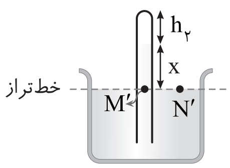


در حالت اول فشار گاز محبوس 2cmHg داده شده است. خط تراز را رسم می‌کنیم، در نقاط M و N واقع بر خط تراز خواهیم داشت:

$$P_M=P_N\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_0\Rightarrow 2+h=76\Rightarrow h=74cm$$

حجم گاز محبوس در این حالت برابر است با:

$$V_1=Ah\xrightarrow{h=12cm}V_1=12A$$



در حالت دوم نیز فشار گاز محبوس 3cmHg است، بنابراین فشار در نقاط M' و N' روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_0$$
$$\Rightarrow 3+x=76\Rightarrow x=73cm$$

حجم گاز محبوس در حالت دوم: $V_2=Ah_2$

در طول فرایند دما ثابت است، با توجه به قانون گازها برای گاز محبوس شده در ته لوله در دو حالت داریم:

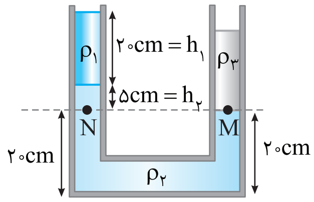
$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow[P_1=2cmHg\,,\,P_2=3cmHg]{T_1=T_2}2(12A)=3(Ah_2)\Rightarrow h_2=8cm$$

بنابراین در حالت اول طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $12+h=12+74=86cm$ بوده و در حالت دوم طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $h_2+x=73+8=81cm$ است بنابراین لوله را به اندازهٔ $86-81=5cm$ بیشتر در جیوه فرو برده‌ایم.

B ۲۱۳۱ ۱

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم، فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N=P_M\Rightarrow P_0+P_{\text{مایع ۱}}+P_{\text{مایع ۲}}=P_{\text{مایع ۳}}+P_0$$
$$\xrightarrow{P=\rho gh}\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=P_{\text{مایع ۳}}$$
$$\Rightarrow 800\times10\times\frac{20}{100}+2400\times10\times\frac{5}{100}=P_{\text{مایع ۳}}$$
$$P_{\text{مایع ۳}}=1600+1200=2800Pa$$

برای پیدا کردن جرم مایع ρ_3 ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب می‌کنیم.

$$P_3=\frac{W_3}{A}\xrightarrow{A=2cm^2}2800=\frac{W_3}{2\times10^{-4}}\Rightarrow W_3=0/56N$$

جرم مایع خواهد شد: $W_3=m_3g\Rightarrow 0/56=m_3\times10\Rightarrow m_3=0/056kg=56g$

B ۲۱۳۲ ۴

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازهٔ h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-60\times10^3\times10\times600\Rightarrow W_{mg}=-3/6\times10^8J$$

افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

افزایش انرژی پتانسیل گرانشی $\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow\Delta U=3/6\times10^8J$

$$\Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\Rightarrow\Delta K=\frac{1}{2}\times60\times10^3\times(160^2-80^2)$$
$$\Rightarrow\Delta K=30000\times(80)^2(2^2-1)\Rightarrow\Delta K=5/76\times10^8J$$

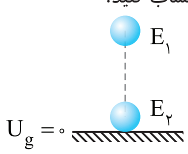
در این صورت:

$$\Delta E=\Delta U+\Delta K\Rightarrow\Delta E=3/6\times10^8+5/76\times10^8\Rightarrow\Delta E=9/36\times10^8J$$

میانبر البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۱۳۳ ۴

خط فکری کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانش در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.



۱) انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow{K_1=0,U_2=0}E_1=K_2$$
$$\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times50\times64=1600J$$

۲) بنابراین ماشین 2000J انرژی مصرف کرده اما به جسم 1600J انرژی رسیده است:

2000J انرژی کل مصرفی ماشین ← بالابر ← 1600J انرژی مفید ذخیره شده در وزنه

$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times ۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۱۶۰۰}{۲۰۰۰}\times ۱۰۰=۸۰\%$$

B ۲۱۳۴ ۳

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطهٔ آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

۱ انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow[m=۲/۱\times ۱۰^{+۴}\,kg]{v=۸km/s=۸۰۰۰m/s}K=\frac{۱}{۲}\times ۲/۱\times ۱۰^۴(۸\times ۱۰^۳)^۲$$

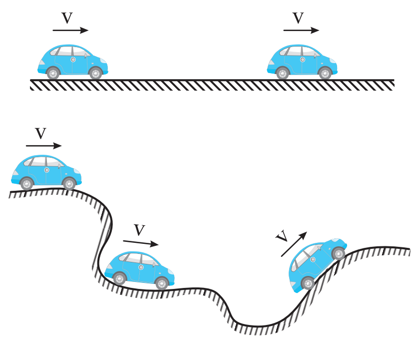
$$K=\frac{۱}{۲}\times ۲/۱\times ۱۰^{-۴}\times ۶۴\times ۱۰^۶\Rightarrow K=۳۲\times ۲/۱\times ۱۰^{۱۰}J$$

۲ با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $۴/۲\times ۱۰^۹J$ است، بنابراین می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\begin{array}{c|c} ۴/۲\times ۱۰^۹J & ۱ton \\ ۳۲\times ۲/۱\times ۱۰^{۱۰}J & m \end{array}\Rightarrow m=\frac{۳۲\times ۲/۱\times ۱۰^{۱۰}}{۴/۲\times ۱۰^۹}=۱۶۰ton$$

B ۲۱۳۵ ۱

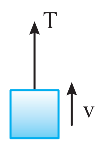
نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



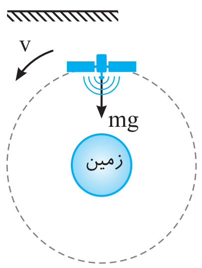
الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t=\Delta K$ با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت:

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\xrightarrow{v_۱=v_۲}W_t=۰$$

گزارهٔ (الف) درست است.



ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.



پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود:

بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

B ۲۱۳۶ ۴

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می‌دهیم. سپس مقدار گرمای لازم را برای تبدیل ۲۰g یخ $۰^\circ C$ به ۲۰g آب $۰^\circ C$ و پس از آن افزایش دمای آب تا دمای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از $۵۰^\circ F$ به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۵۰=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۱۸=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow \theta=۱۰^\circ C$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل ۲۰g یخ $۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_F\Rightarrow Q_۱=۲۰g\times ۳۳۶J/g\Rightarrow Q_۱=۶۷۲۰J$$

۳ گرمایی که آب $۰^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $۱۰^\circ C$ شود خواهد شد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۲=۲۰g\times(۴/۲J/g^\circ C)\times ۱۰\Rightarrow Q_۲=۸۴۰J$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با:

$$Q=۶۷۲۰+۸۴۰\Rightarrow Q=۷۵۶۰J$$

B ۲۱۳۷ ۲

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس آب $۰^\circ C$ به آب $۲۰^\circ C$ تغییر دما می‌دهد:

$$\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۱=mL_F}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۲=mc\Delta\theta}\boxed{\text{آب}\ ۲۰^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲\Rightarrow Q_{\text{کل}}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}}=m\times ۳۳۶۰۰۰+m\times ۴۲۰۰\times ۲۰$$

$$Q_{\text{کل}}=۳۳۶۰۰۰m+۸۴۰۰۰m=۴۲۰۰۰۰mJ$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ $(Q_۱)$ به کل گرمای داده شده به آن $(Q_{\text{کل}})$ را برحسب درصد خواسته است:

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{\text{کل}}}\times ۱۰۰=\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}\times ۱۰۰=\frac{۳۳۶۰۰۰m}{۴۲۰۰۰۰m}\times ۱۰۰=۸۰\%$$

روش دوم: برای حل سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب $c_{\text{آب}}=۴۲۰۰J/kg.K$ به خاطر بسپارید:

$$L_F=۳۳۶۰۰۰=۸۰\times ۴۲۰۰=۸۰c_{\text{آب}}$$

$$L_V=۲۲۶۸۰۰۰=۵۴۰\times ۴۲۰۰=۵۴۰c_{\text{آب}}$$

گرمای نهان ذوب $L_F=۳۳۶\times ۱۰^۳J/kg$، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب $c=۴۲۰۰J/kg.K$ است بنابراین برای سادگی $L_F=۸۰c$ می‌گیریم:

$$Q_{\text{کل}}=\overset{\text{صرف ذوب یخ}}{Q_۱}+\overset{\text{صرف افزایش دمای آب}}{Q_۲}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}}=m(۸۰c)+mc\times ۲۰=۱۰۰mc$$

$$\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۱}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۲}\boxed{\text{آب}\ ۲۰^\circ C}$$

از ۱۰۰mc گرما، ۸۰mc صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}\times ۱۰۰=\frac{۸۰mc}{۱۰۰mc}\times ۱۰۰=۸۰\%$$

B ۲۱۳۸ ۱

یادآوری درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=\frac{V_۱ ۳\alpha\Delta\theta}{V_۱}\times ۱۰۰=۳\alpha\Delta\theta\times ۱۰۰$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$۳\alpha\Delta\theta\times ۱۰۰=۳\times(۲\times ۱۰^{-۵})\times(۲۵۰-۰)\times ۱۰۰=۱۵۰۰\times ۱۰^{-۵}\times ۱۰۰$$

$$\text{درصد تغییرات حجم}=۰/۱۵\%$$

بنابراین حجم ۱۵٪ درصد افزایش می‌یابد.

B ۲۱۳۹ ۳

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیم

۲/۳mm بیشتر از طول میلهٔ فولادی است بنابراین $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳mm$ است. اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیم و تغییر طول فولاد را حساب می‌کنیم سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳\times۱۰^{-۳}\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

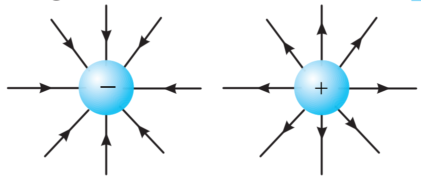
$$\xrightarrow[\alpha_{Al}=۲۳\times۱۰^{-۶}K^{-1},\ \alpha_M=۱۱/۵\times۱۰^{-۶}K^{-1}]{L_{Al}=L_M=۴m}$$

$$(۴\times۲۳\times۱۰^{-۶}-۴\times۱۱/۵\times۱۰^{-۶})\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴۶\times۱۰^{-۶}\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۲/۳\times۱۰^{-۳}}{۴۶\times۱۰^{-۶}}=\frac{۲/۳\times۱۰^{۳}}{۴۶}=۵۰^\circ C$$

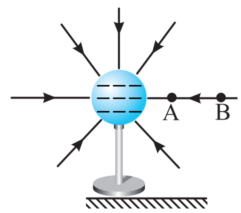
B ۲۱۴۰ ۱

نکته ۱ خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:



نکته ۲ با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

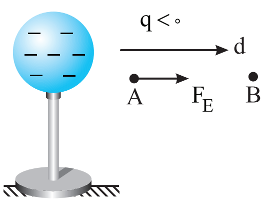
۱ خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم: ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B>V_A$



۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.

البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

$$\Delta U_{BA}<۰\Rightarrow U_B-U_A<۰\Rightarrow U_B<U_A$$

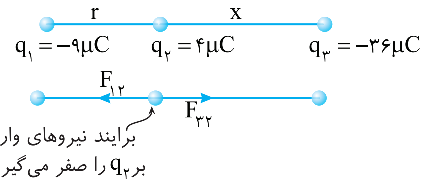


B ۲۱۴۱ ۴

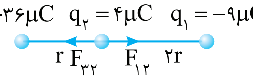
خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_3 و q_1 را جابه‌جا کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 و q_1 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{x^2}\Rightarrow\frac{۹}{r^2}=\frac{۳۶}{x^2}\Rightarrow\frac{x^2}{r^2}=۴\Rightarrow x=۲r$$



۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:



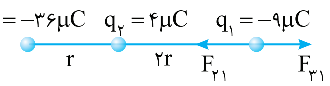
$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{(۲r)^2}\Rightarrow F_{12}=k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^2}=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{(r)^2}\Rightarrow F_{32}=k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^2}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

دو بردار F_{32} و F_{12} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec F_2|=\underbrace{|\vec F_{12}-\vec F_{32}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow|\vec F_2|=\frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}=\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:



$$|\vec F_{21}|=|\vec F_{12}|=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(۳r)^2}\Rightarrow F_{31}=k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^2}\Rightarrow F_{31}=\frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

دو بردار F_{21} و F_{31} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec F_1|=\underbrace{|\vec F_{31}-\vec F_{21}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow F_1=\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

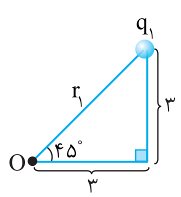
۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

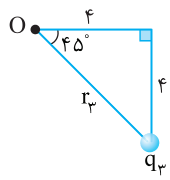
$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}}=۵$$

B ۲۱۴۲ ۱

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار q_1 و q_3 و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتن میدان خالص در نقطهٔ O می‌توان بزرگی میدان بار q_2 در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱ فاصلهٔ دو بار q_1 و q_3 را تا نقطهٔ O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.





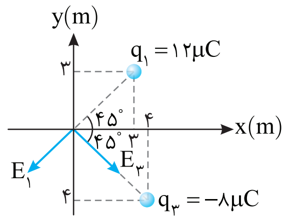
$$r_1=\sqrt{۳^2+۳^2}=۳\sqrt{۲}m$$

$$r_3=\sqrt{۴^2+۴^2}=۴\sqrt{۲}m$$

میانبر البته با توجه به زاویهٔ ۴۵° مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{۲}$ برابر ساق‌ها است.

۲ بار $q_۱$ مثبت و میدان در راستا خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و از بار $q_۱$ خارج می‌شود. بار $q_۳$ منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و به بار $q_۳$ وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۸}=۶\times۱۰^۳\,N/C$$

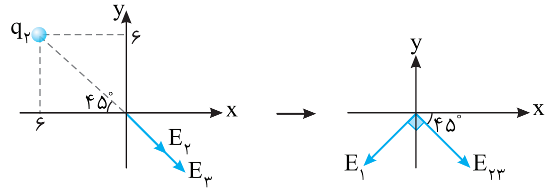


$$E_۳=k\frac{q_۳}{r_۳^۲}\Rightarrow E_۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳\,N/C$$

۳ بار $q_۲$ نیز مثبت است و میدان در نقطهٔ O در راستای خط واصل بین بار $q_۲$ و O است از بار $q_۲$ خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های $E_۲$ و $E_۳$ هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها مطابق شکل با میدان $E_۱$ عمود است.

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲\Rightarrow ۷/۵\times۷/۵\times۱۰^۶=۶\times۶\times۱۰^۶+E_{۲۳}^۲$$

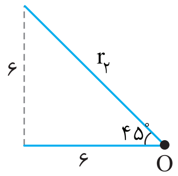
$$E_{۲۳}^۲=(۷/۵\times۷/۵-۶\times۶)۱۰^۶=۲۰/۲۵\times۱۰^۶\Rightarrow E_{۲۳}=۴/۵\times۱۰^۳\,N/C$$



میانبر البته با توجه به اعداد فیثاغورس ۳، ۴ و ۵ که به ۴/۵، ۶ و ۷/۵ تبدیل شده بودند می‌توانستیم سریع‌تر به $E_{۲۳}$ برسیم.

$$E_{۲۳}=E_۲+E_۳\Rightarrow ۴/۵\times۱۰^۳=E_۲+\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳\Rightarrow E_۲=۲/۲۵\times۱۰^۳$$

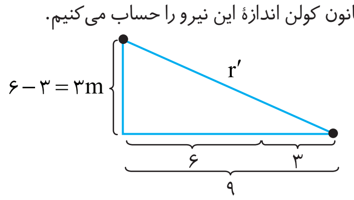
حال با توجه به $E_۲$، $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم. ابتدا فاصلهٔ $q_۲$ تا نقطهٔ O را با توجه به فیثاغورس حساب می‌کنیم:



$$r_۲=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r_۲=۶\sqrt{۲}$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow ۲/۲۵\times۱۰^۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times q_۲}{۷۲}\Rightarrow q_۲=۱۸\times۱۰^{-۶}C$$

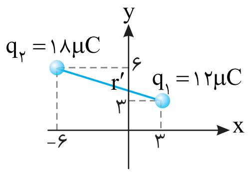
خط فکری حال فاصله بین بار $q_۱$ و $q_۲$ را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازهٔ این نیرو را حساب می‌کنیم.



$$r'=\sqrt{(۹)^۲+(۳)^۲}\Rightarrow r'=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

$$F_{۱۲}=k\frac{q_۱q_۲}{r'^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۱۲}}{۹۰}$$

$$\Rightarrow F_{۱۲}=۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۴}=۲/۱۶\times۱۰^{-۲}N$$



میانبر فاصلهٔ دو نقطه به مختصات $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۲,y_۲)$ را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$r'=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}\xrightarrow[(-۶,۶)]{(۳,۳)}$$

$$r'=\sqrt{(-۶-۳)^۲+(۶-۳)^۲}=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

A ۲۱۴۳ ۱

خط فکری ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی داشته و با توجه به رابطهٔ

مساحت سطح صفحه‌ها

$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ با تغییر فاصلهٔ دو صفحه (d) ظرفیت خازن تغییر می‌کند.

ثابت خازن

فاصله صفحه‌ها

هر فاراد برابر $۱۰^{۱۲}$ پیکوفاراد است.

۱ ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_۱=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۱}\Rightarrow C_۱=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۳}}=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_۱=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱}pF=۱/۴۱۶pF$$

۲ فاصلهٔ بین صفحات $۳mm$ کاهش یافته: $d_۲=d_۱-۳\Rightarrow d_۲=۲mm$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۲}\Rightarrow C_۲=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۳}}=۳۵/۴\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_۲=۳۵/۴\times۱۰^{-۱}pF=۳/۵۴pF$$

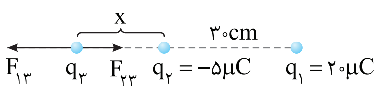
۳ حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_۲-C_۱\Rightarrow\Delta C=۳/۵۴-۱/۴۱۶=۲/۱۲۴pF$$

B ۲۱۴۴ ۲

خط فکری با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$، فاصله بار $q_۳$ از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ محاسبه می‌شود. برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۳$ به‌دست می‌آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ دو بار ناهمنام هستند، بنابراین بار $q_۳$ باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر $q_۳$ صفر شود باید دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌اندازه باشند.



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{+۵}{x^۲}=\frac{۲۰}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow ۲x=۳۰+x\Rightarrow x=۳۰cm$$

۲ نیرویی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

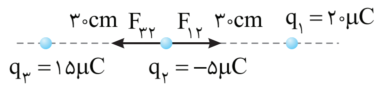
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}\times۲۰\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=۱۰N$$

این نیرو جاذبه است و بر $q_۲$ به سمت راست وارد می‌شود.

۳ نیرویی که بار $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند نیز جاذبه بوده و به سمت چپ است و مقدار آن برابر است با:

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۵\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}}=۷/۵N$$

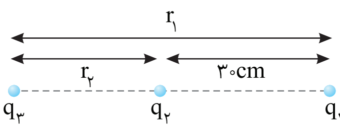
۴ نیروی خالص وارد بر $q_۲$ خواهد شد: $F_۲=F_{۱۲}-F_{۳۲}=۱۰-۷/۵=۲/۵N$



میانبر اگر فاصلهٔ بار $q_۱$ و $q_۲$ از بار $q_۳$ را به ترتیب $r_۱$ و $r_۲$ فرض کنیم و برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود، نسبت دو بار با نسبت فاصله‌ها رابطه مستقیم و مجذوری خواهد داشت:

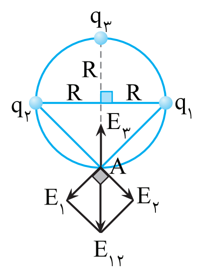
$$\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\frac{۲۰}{۵}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow۲=\frac{r_۱}{r_۲}\xrightarrow{r_۱-r_۲=۳۰cm}$$

$r_۱=۶۰cm\ ,\ r_۲=۳۰cm$



B ۲۱۴۵ ۲

۱ اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله $q_۳$ تا A برابر ۲R و فاصله $q_۱$ و $q_۲$ تا A برابر خواهد شد با: $R_{۱A}=R_{۲A}=\sqrt{R^۲+R^۲}=\sqrt{۲}R$



۲ برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان $E_۳$ قرار گیرد. از طرفی برایند $E_۱$ و $E_۲$ باید هم‌اندازهٔ $E_۳$ و در خلاف جهت آن باشد. پس $q_۱$ و $q_۲$ همنام و با $q_۳$ ناهمنام هستند. اگر $q_۱$ و $q_۲$ را مثبت بگیریم، $q_۳$ منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_۱=E_۲=k\frac{|q_۱|}{(\sqrt{۲}R)^۲}\Rightarrow E_۱=E_۲=\frac{k|q_۱|}{۲R^۲}$$

$$E_۳=k\frac{|q_۳|}{(۲R)^۲}\Rightarrow E_۳=\frac{k|q_۳|}{۴R^۲}$$

۳ برایند $E_۱$ و $E_۲$ خواهد شد:

$$E_{۱۲}=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}=\sqrt{۲}E_۱\Rightarrow E_{۱۲}=\sqrt{۲}\frac{k|q_۱|}{۲R^۲}$$

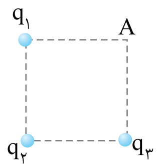
۴ سرانجام خواهیم داشت:

$$E_۳=E_{۱۲}\Rightarrow\frac{k|q_۳|}{۴R^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{۲R^۲}\Rightarrow\frac{|q_۳|}{|q_۱|}=۲\sqrt{۲}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که:

$q_۱=q_۳\ \ ,\ \ q_۲=-۲\sqrt{۲}q_۱$

در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.



B ۲۱۴۶ ۳

پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یافته است، بنابراین باید بارهای دو گوی ناهمنام بوده باشد تا پس از تماس، بار تک‌تک آن‌ها برابر $q'_۲=q'_۱=\frac{|q_۲|-q_۱}{۲}$ شود.

نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با: $F=k\frac{q_۱|q_۲|}{r^۲}$

نیروی بین دو بار در حالت دوم برابر است با: $F'=k\frac{(\frac{|q_۲|-q_۱}{۲})^۲}{r^۲}$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=\frac{۸۰}{۱۰۰}F\Rightarrow k\frac{\frac{(|q_۲|-q_۱)^۲}{۴}}{r^۲}=\frac{۸۰}{۱۰۰}k\frac{q_۱|q_۲|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_۲|^۲+q_۱^۲-۲q_۱|q_۲|}{۴}=۰/۸q_۱|q_۲|$$

$$|q_۲|^۲+q_۱^۲-۲q_۱|q_۲|=۳/۲q_۱|q_۲|\Rightarrow|q_۲|^۲+q_۱^۲-۵/۲q_۱|q_۲|=۰$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } q_۱^۲}(\frac{|q_۲|}{q_۱})^۲+۱-۵/۲\frac{|q_۲|}{q_۱}=۰$$

به جای $\frac{|q_۲|}{q_۱}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$x^۲+۱-۵/۲x=۰\Rightarrow(x-۵)(x-۰/۲)=۰\Rightarrow x=۵$ یا $۰/۲$

چون مقدار $q_۲$ بزرگ‌تر از $q_۱$ است پس ۰/۲ غلط است.

B ۲۱۴۷ ۲

خط فکری به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود.

بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحهٔ منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد: $q'=q+۳$

نکته در رابطهٔ $U=\frac{q^۲}{۲C}$ اگر یکای q بر حسب میلی‌کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به‌دست می‌آید، به طور مثال اگر بار ۲mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

با تبدیل یکا: $U=\frac{q^۲}{۲C}=\frac{(۲\times۱۰^{-۳})^۲}{۲\times۱۰^{-۶}}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۲\times۱۰^{-۶}}=۲J$

بدون تبدیل یکا: $U=\frac{q^۲}{۲C}=\frac{(۲)^۲}{۲\times۱}=۲J$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

نکته با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

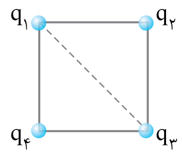
$$U'=U+۴/۵\xrightarrow[U'=\frac{q'^۲}{۲C}]{U=\frac{q^۲}{۲C}}\frac{q'^۲}{۲C}=\frac{q^۲}{۲C}+۴/۵\Rightarrow\frac{(q+۳)^۲}{۲\times۵}=\frac{(q)^۲}{۲\times۵}+۴/۵$$

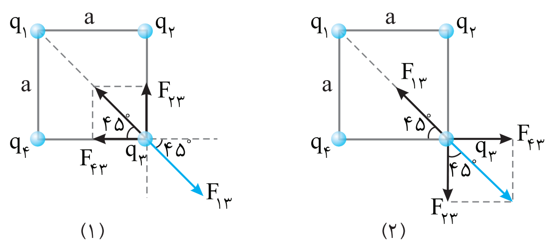
$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در ۱۰}}(q+۳)^۲=q^۲+۴۵\Rightarrow q^۲+۶q+۹=q^۲+۴۵$$

$$\Rightarrow۶q=۳۶\Rightarrow q=۶\mu C$$

B ۲۱۴۸ ۲

خط فکری به بار $q_۳$ از طرف سه بار $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۴$ به‌ترتیب نیروهای الکتریکی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۳$ برهم عمودند و نیروی وارد از طرف $q_۱$ $(F_{۱۳})$ در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که $q_۱$ به $q_۳$ $(F_{۱۳})$ وارد می‌کند، در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:





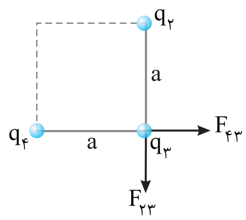
(۱) (۲)

دقت کنید که برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ دقیقاً خلاف جهت با $F_{۱۳}$ است و چون $F_{۱۳}$ در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° می‌سازد پس باید نیروهای $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° بسازد. از طرفی هر دو بار $q_۲$ و $q_۴$ بار $q_۳$ را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید $q_۲$ و $q_۴$ همنام باشند.

$$F_{۲۳}=F_{۴۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\Rightarrow |q_۲|=|q_۴|\Rightarrow q_۲=q_۴$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ ربایشی باشند، نیروی $F_{۱۳}$ رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی $F_{۱۳}$ با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار $q_۱$ با $q_۲$ و $q_۴$ مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ برابر $F_{۱۳}$ باشد:



$$\begin{cases}F_{۲۳}=k\dfrac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\\[2mm] F_{۴۳}=k\dfrac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow[q_۲=q_۴]{\text{دو بردار برهم عمودند}} F=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}$$

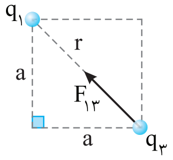
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^۲+R^۲}=R\sqrt{۲}$$

در این سؤال نیز $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ باهم برابراند چون $q_۲$ و $q_۴$ باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}$$

این نیرو باید با $F_{۱۳}$ برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^۲+a^۲}=a\sqrt{۲}$

قانون کولن: $F_{۱۳}=k\dfrac{|q_۱||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}$

$$\Rightarrow F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

$$F=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

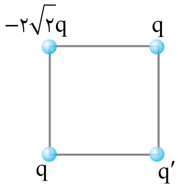
$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲}|q_۲|=|q_۱|\Rightarrow |q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}|q_۱|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}|q_۱|\Rightarrow |q_۲|=\frac{\sqrt{۲}}{۴}|q_۱|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-۲\sqrt{۲}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



B ۲۱۴۹ ۴

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-۲q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B$$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-۲q]{q_A=q_B=q}۲q=q'_A-۲q\Rightarrow q'_A=۴q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$q_A=q$ r $q_B=q$

$$F_۱=k\frac{|q_A||q_B|}{r^۲}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_۱=k\frac{q^۲}{r^۲}$$

$q'_A=+۴q$ r $q'_B=-۲q$

$$F_۲=k\frac{q'_Aq'_B}{r^۲}\xrightarrow[|q'_B|=۲q]{|q'_A|=۴q}F_۲=k\frac{۸q^۲}{r^۲}$$

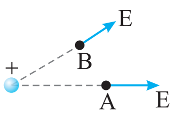
نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{k\frac{۸q^۲}{r^۲}}{k\frac{q^۲}{r^۲}}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=۸$$

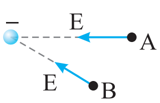
B ۲۱۵۰ ۳

خط فکری ابتدا با توجه به اینکه بار $q_۲$ و $q_۳$ داده شده میدان آن‌ها در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم، این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار $q_۲$ و $q_۳$، میدان حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ O را به‌دست آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_۱=k\dfrac{q_۱}{r^۲}$، مقدار بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم.

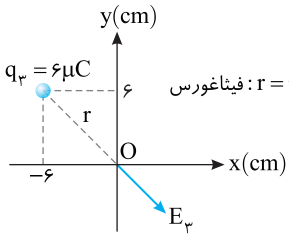
نکته اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی:



اگر ذره‌ای دارای بار منفی باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

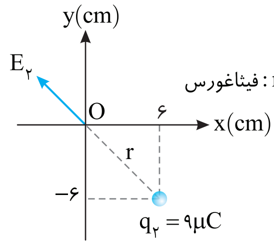


۱ میدان حاصل از بار $q_۲$ و $q_۳$ را حساب می‌کنیم.



فیثاغورس : $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

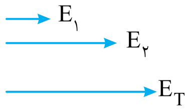


فیثاغورس : $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

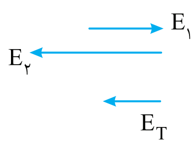
نکته برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

۱) اگر دو بردار هم‌جهت باشند:



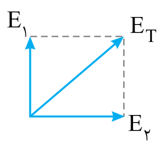
$$E_T=E_۱+E_۲$$

۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:



$$E_T=|E_۱-E_۲|$$

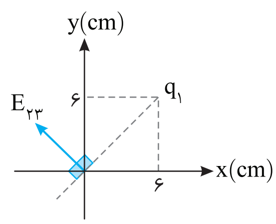
۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:



$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}$$

۲ دو میدان $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند و $E_۲$ بزرگ‌تر از $E_۳$ است. بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{۲۳}=|E_۲-E_۳|$ است و جهت آن به سمت $E_۲$ است:

$$E_{۲۳}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷-\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷\Rightarrow E_{۲,۳}=\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$



۳ بار $q_۱$ چه منفی و چه مثبت باشد $E_۱$ با $E_{۲۳}$ عمود است پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم $E_۱$ و $E_{۲۳}$ است:

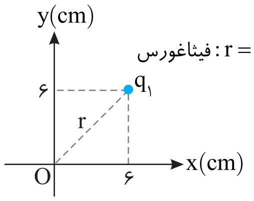
$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲\Rightarrow(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲=E_۱^۲+(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲$$

$$E_۱^۲=(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲-(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۶۲۵}{۱۰۰})^۲-(\frac{۳۰}{۸})^۲)$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۲۵}{۴})^۲-(\frac{۱۵}{۴})^۲)E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(\frac{۶۲۵-۲۲۵}{۱۶})$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(۲۵)\Rightarrow E_۱=۵\times۱۰^۶ N/C$$

حال با توجه به $E_۱$، مقدار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



فیثاغورس : $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r=۶\sqrt{۲}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E=k\frac{|q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵\times۱۰^۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{۷۲\times۱۰^{-۴}}$

$$\Rightarrow ۴۰\times۱۰^۶=۱۰^{۱۳}\times|q_۱|\Rightarrow|q_۱|=۴\times۱۰^{-۶}C=۴\mu C$$

B ۲۱۵۱ ۴

نکته در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شـده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱ ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_۲=V_۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۹V_۱$$

۲ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم.

$$\left\{\begin{array}{l}C_۲=\frac{Q_۲}{V_۲}\\ C_۱=\frac{Q_۱}{V_۱}\end{array}\right.\xrightarrow[V_۲=۰/۹V_۱]{C_۱=C_۲}\frac{Q_۲}{۰/۹V_۱}=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow Q_۲=۰/۹Q_۱$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ۱۰٪ کاهش یافته است.

نکته درصد تغییرات برابر است با: $\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰$

$$\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰=\frac{Q_۲-Q_۱}{U_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{Q_۲=۰/۹Q_۱}$$

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{-۰/۹Q_۱}{Q_۱}\times۱۰۰=\underbrace{-۱۰٪}_{\text{کاهش}}$$

میانبر اگر تنهـا ولتاژ یـا بار تغییـر کند و ظرفیت خـازن ثابت باشـد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

برای به‌دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}QV$ استفاده می‌کنیم،

بنابراین:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱$$

$$U_۲=\frac{۱}{۲}Q_۲V_۲=\frac{۱}{۲}(۰/۹Q_۱)(۰/۹V_۱)=۰/۸۱(\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱)=۰/۸۱U_۱$$

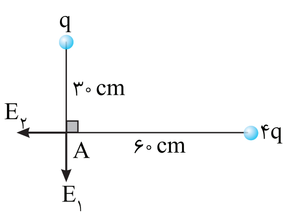
درصد تغییرات انرژی برابر است با:

$$\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰=\frac{۰/۸۱U_۱-U_۱}{U_۱}\times۱۰۰$$

$$\text{درصد تغییرات}=-۰/۱۹\times۱۰۰=-۱۹٪$$

B ۲۱۵۲ ۳

مسـئله سـاده‌ای اسـت. کافـی اسـت میدان هر بار را در نقطهٔ A توسط رابطهٔ $E=kq/r^۲$ پیـدا کنیـم، چـون دو میـدان بر هم عمودند بـه کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها به‌دست آورده برابر $۱۰۰۰\sqrt{۲}N/C$ قرار دهیم.



۱ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}=E_1=9\times10^{9}\times\frac{q}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_1=10^{11}q$$

۲ میدان بار $4q$ را در محل A حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E_2=9\times10^{9}\times\frac{4q}{(60\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_2=10^{11}q$$

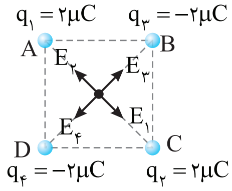
۳ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t^2=E_1^2+E_2^2\Rightarrow(1000\sqrt{2})^2=(10^{11}q)^2+(10^{11}q)^2$$

$$2\times10^{6}=2\times(10^{22}\times q^2)\Rightarrow q^2=10^{-16}\Rightarrow q=10^{-8}C=10nC$$

B ۲۱۵۳ | ۲

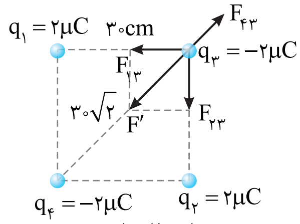
۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.



۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم.

$$AC=BD=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$$

۳ نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند، یکسان بوده و برابر است با:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\Rightarrow F_{13}=F_{23}=9\times10^{9}\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13}=F_{23}=0/4N$$

۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}=9\times10^{9}\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_{43}=0/2N$$

۵ برایند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F'=\sqrt{(0/4)^2+(0/4)^2}\Rightarrow F'=0/4\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}F'=0/4\times1/4=0/56$$

۶ برایند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این‌رو نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد:

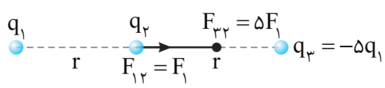
$$F_t=F'-F_{43}\Rightarrow F_t'=0/56-0/2\Rightarrow F_t=0/36N$$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

B ۲۱۵۴ | ۲

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم.

در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3=5q_1$ برابر ۵ F_1 می‌شود.



$(F_3=5F_1)$ زیرا فاصلهٔ q_3 و q_1 تا q_2 برابر است اما بار q_3، ۵ برابر q_1 است.

با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F=F_1+5F_1\Rightarrow F=6F_1\ (I)$$

نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن $(F=kq_1q_2/r^2)$ با فاصله دو بار نسبت وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_3 تا q_2، $\frac{4r}{5}$ کم شده و برابر $r-\frac{4r}{5}=\frac{r}{5}$ می‌شود، نیروی آن ۲۵ برابر می‌شود $(F_3'=25F_3)$. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F'=F_1+25F_3\xrightarrow{F_3=5F_1}F'=F_1+125F_1=126F_1\qquad(II)$$

با توجه به رابطه I و II خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{126F_1}{6F_1}=21$$

B ۲۱۵۵ | ۳

به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_1=30V$ به پتانسیل $V_2=80V$، انرژی جنبشی ذرهٔ باردار $2mJ$ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن $2mJ$ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-2\times10^{-3}J}80-30=\frac{-2\times10^{-3}}{q}$$

$$q=\frac{-2\times10^{-3}}{50}\Rightarrow q=-0/04\times10^{-3}\Rightarrow q=-40\mu C$$

B ۲۱۵۶ | ۱

در حل این مسائل ابتدا شما باید دقت کنید که خازن پس از شارژ از باتری جدا شده یا نه؟ اگر جدا شده باشد بار روی صفحات خازن ثابت است $(q=\text{ثابت})$ و اگر همچنان به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است $(V=\text{ثابت})$

۱ با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$\begin{array}{l}C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\\C'=\varepsilon_0\frac{A}{d}\end{array}\Rightarrow\frac{C}{C'}=\kappa\xrightarrow{\kappa=2}C'=\frac{1}{2}C$$

۲ با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{C}{C'}\xrightarrow{C'=\frac{1}{2}C}\frac{V'}{V}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}\Rightarrow V'=2V$$

۳ از رابطهٔ انرژی خازن $U=\frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\left\{\begin{array}{l}U=\frac{Q^2}{2C}\\U'=\frac{Q^2}{2C'}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}=2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

A ۲۱۵۷ | ۴

نکته در پدیدهٔ ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

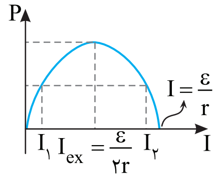
در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیدهٔ ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۱۵۸ ۴

نکته نمودار توان خروجی برحسب جریان $P=\varepsilon I-rI^{۲}$ سهمی شکل بوده و در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:



$$I_{ex}=\frac{I_۱+I_۲}{۲}$$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های ۳A و ۵A، توان خروجی یکسان است:

$$I_{ex}=\frac{۳+۵}{۲}=۴A$$

نکته بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}$$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow \varepsilon=۸r$$

هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=۰}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=۸r}I=۸A$$

آمپرسنج $I=۸A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همواره به ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود. جریان $I_{ex}=۴A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی ۸A جریانی است که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

B ۲۱۵۹ ۳

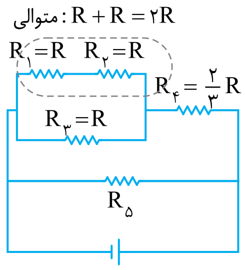
خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱) در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

۲) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

باید از مقاومت $R_۳=R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.



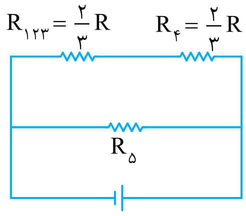
۱ توان مقاومت $R_۳$، P است مقاومت $R_{۱۲}=۲R$ با $R_۳$ موازی بنابراین توان مصرفی در شاخه $R_۱$ و $R_۲$ نصف P $(\frac{P}{۲})$ است.

۲ مجموع توان مصرفی در کل مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر است با:

$$P+\frac{P}{۲}=۳\frac{P}{۲}$$

۳ مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ را حساب می‌کنیم

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۲R}{۳}$$



۴ مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین توان $R_۴$ نیز $\frac{۳P}{۲}$ است.

۵ کل توان $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ برابر است با:

$$\frac{۳P}{۲}+\frac{۳P}{۲}=۳P$$

۶ جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت $R_۳$، $\frac{۱}{۳}$ توان مقاومت $R_۵$ است یعنی

$$P_۳=\frac{۱}{۳}P_۵\Rightarrow P_۵=۳P_۳\xrightarrow{P_۳=P}P_۵=۳P$$

کل توان شاخه شامل $R_{۱۲۳۴}$ با توان شاخه شامل $R_۵$ که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت $R_۵$ برابر مقاومت معادل $R_{۱۲۳۴}$ است.

$$R_{۱۲۳۴}=\frac{۲}{۳}R+\frac{۲}{۳}R\Rightarrow R_۵=\frac{۴}{۳}R$$

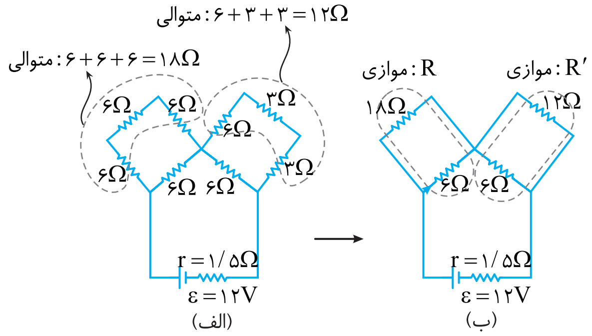
دو مقاومت $R_۵$ و $R_{۱۲۳۴}$ موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۴R}+\frac{۳}{۴R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۳}R$$

B ۲۱۶۰ ۳

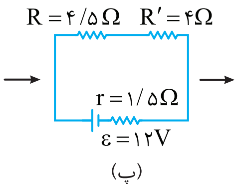
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده و در گام بعدی جریان کل $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را حساب می‌کنیم و در گام آخر جریان شاخهٔ خواسته شده را با تقسیم جریان به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



مقاومت‌های R و R′ متوالی‌اند:

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۴}{۱۸}\Rightarrow R=۴/۵\Omega\ ,\ \frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R'=۴\Omega$$

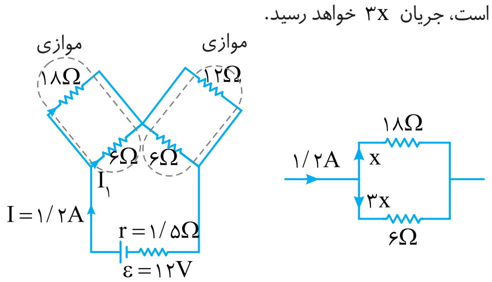


$$R_{eq}=R+R'\Rightarrow R_{eq}=۴/۵+۴=۸/۵\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۸/۵+۱/۵}=۱/۲A$$

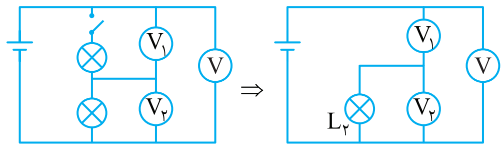
با توجه به مدار شکل (ب) جریان $I_۱$ خواسته شده را حساب می‌کنیم. دقت کنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی جریان $I=۱/۲A$ بین دو مقاومت ۶Ω و ۱۸Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر به مقاومت ۱۸Ω جریان x برسد به مقاومت ۶Ω که مقدار آن $\frac{۱}{۳}$، مقاومت ۱۸Ω است، جریان ۳x خواهد رسید.



$$x+۳x=۱/۲\Rightarrow x=۰/۳A\ ,\ I_۱=۳x\Rightarrow I_۱=۰/۹A$$

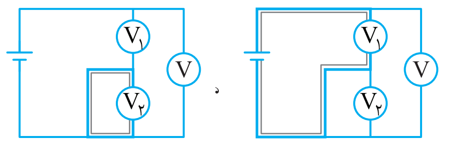
B ۲۱۶۱ ۲

هنگامی که کلید $K_۱$ باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید $K_۱$ حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:

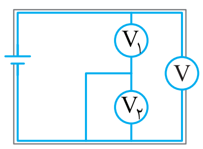


با توجه به شکل لامپ $L_۲$ با ولت‌سنج $V_۱$ متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

دو سر ولت‌سنج $V_۲$ به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند، اما ولت‌سنج‌های $V_۱$ و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرومحرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولت‌سنج را در زیر کشیده‌ایم:

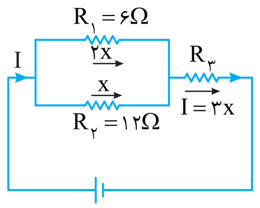


دوسر ولت‌سنج $V_۱$ به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد. $V_۱ = \varepsilon$ ، دوسر ولت‌سنج $V_۲$ با سیم به‌هم وصل بوده و $V_۲ = ۰$ است.



دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V = \varepsilon$ را نشان می‌دهد.

B ۲۱۶۲ ۳



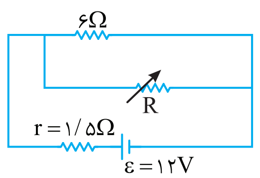
در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت $R_۲ = ۱۲\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت $R_۱ = ۶\Omega$ برابر $۲x$ می‌شود و جریان مدار خواهد شد:

$$I = x + ۲x = ۳x$$

با توجه به فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت $R_۳$ ، ۶ برابر توان مصرفی در مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$$P_۳ = ۶P_۲ \xrightarrow{P=RI^۲} R_۳(۳x)^۲ = ۶\times۱۲(x)^۲ \Rightarrow ۹R_۳ = ۶\times۱۲ \Rightarrow R_۳ = ۸\Omega$$

B ۲۱۶۳ ۴



حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است. سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+۰} = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow V = \varepsilon - rI = ۰$$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر ۱۸Ω می‌شود، این مقاومت با مقاومت ۶Ω موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = \frac{۶\times۱۸}{۶+۱۸} \Rightarrow R_{eq} = ۴/۵\Omega$$

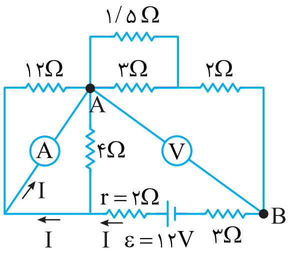
جریان مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۴/۵+۱/۵} \Rightarrow I = ۲A$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

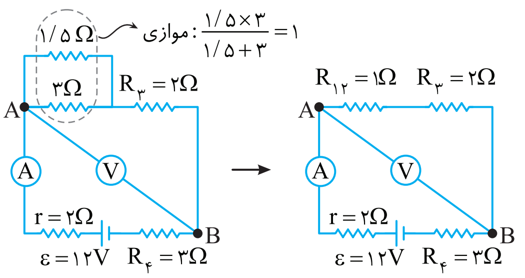
$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = ۱۲ - ۲\times۱/۵ \Rightarrow V = ۹V$$

B ۲۱۶۴ ۳



خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.

۱ آمپرسنج با مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = ۱+۲+۳ = ۶\Omega$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۶+۲} \Rightarrow I = ۱/۵A$$

بنابراین آمپرسنج $۱/۵A$ را نشان می‌دهد.

۴ ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین B و A را حساب می‌کنیم:

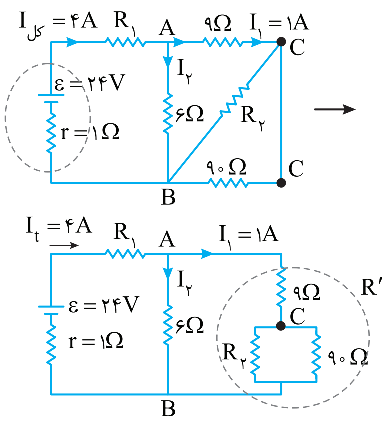
$$R_{AB} = R_{۱۲} + R_۳ = ۱+۲ = ۳\Omega$$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$V_{AB} = IR_{AB} \Rightarrow V_{AB} = ۱/۵\times۳ = ۴/۵V$$

B ۲۱۶۵ ۲

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.



۱ جریان کل مدار $۴A$ وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱ = ۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد:

$$I_t = I_۱ + I_۲ \Rightarrow ۴ = ۱ + I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۳A$$

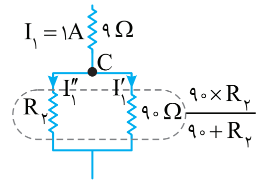
۲ مقاومت ۶Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_۲\times۶ = I_۱\times R' \Rightarrow ۳\times۶ = ۱\times R' \Rightarrow R' = ۱۸\Omega$$

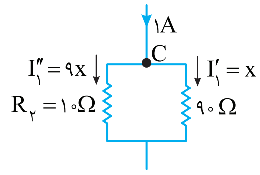
به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل ۹۰Ω و R_2 متوالی است:

$$R'=9+\frac{90\times R_2}{90+R_2}\Rightarrow 18=9+\frac{90\times R_2}{90+R_2}$$

$$9=\frac{90\times R_2}{90+R_2}\Rightarrow 1=\frac{10R_2}{90+R_2}\Rightarrow 90+R_2=10R_2\Rightarrow R_2=10\Omega$$



جریان I_1 در نقطهٔ C به دو جریان I_1' و I_1'' تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر ۹x می‌شود در این صورت:

$$1A=x+9x\Rightarrow I_1'=x=0.1A$$

$$I_1''=1-0.1=0.9A$$

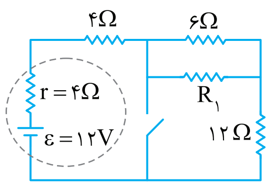
یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$P=VI=\frac{V^2}{R}=RI^2$$

از رابطهٔ $P=RI^2$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$P_2=R_2 I_1''^2\Rightarrow P_2=10\times(0.9)^2\Rightarrow P_2=8.1W$$

B ۲۱۶۶ ۳



خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_2=0.6V_1$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت ۶Ω و R_1 و ۱۲Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۴Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.

۱ جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب I_1 و I_2 می‌نامیم بنابراین:

$$V_2=0.6V_1\xrightarrow{V=\varepsilon-Ir}\varepsilon-I_2r=0.6(\varepsilon-I_1r)$$

$$12-4I_2=0.6(12-4I_1)\Rightarrow 12-4I_2=7.2-2.4I_1$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}}3-I_2=1.8-0.6I_1$$

$$\Rightarrow I_2-0.6I_1=1.2\quad (I)$$

۲ در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار ۴Ω است.

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_2=\frac{12}{4+4}\Rightarrow I_2=1.5A$$

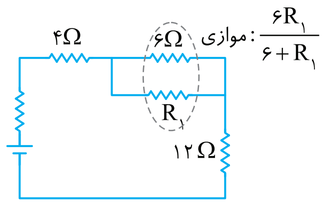
۳ I_2 را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا I_1 را به‌دست بیاوریم.

$$1.5-0.6I_1=1.2\Rightarrow 0.3=0.6I_1\Rightarrow I_1=0.5A$$

۴ مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq_1}+r}\Rightarrow 0.5=\frac{12}{R_{eq_1}+4}\Rightarrow R_{eq_1}=20\Omega$$

۵ با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq_1}=4+\frac{6R_1}{6+R_1}+12\xrightarrow{R_{eq_1}=20\Omega}20=16+\frac{6R_1}{6+R_1}\Rightarrow 4=\frac{6R_1}{6+R_1}$$

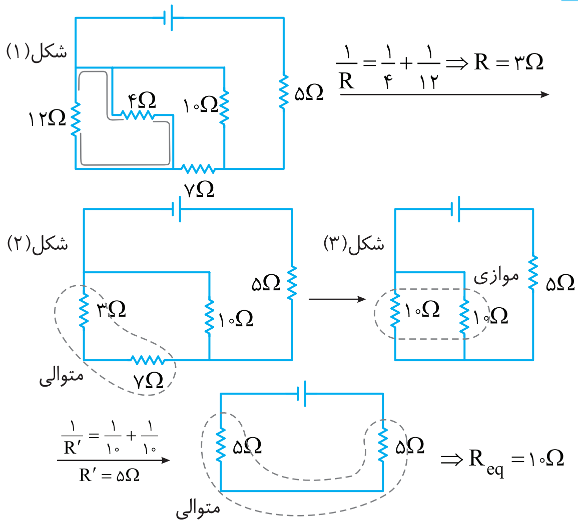
$$1=\frac{1.5R_1}{6+R_1}\Rightarrow 6+R_1=1.5R_1\Rightarrow 0.5R_1=6\Rightarrow R_1=12\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

B ۲۱۶۷ ۲

خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $\left(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

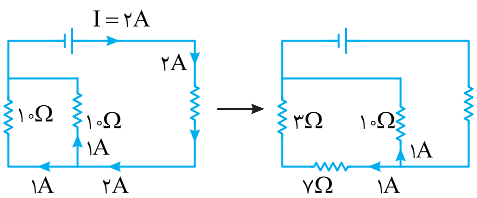
۱ دو سر مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

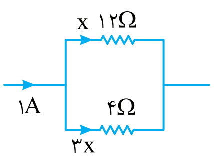
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=0,\ \varepsilon=20V]{R_{eq}=10\Omega}I=\frac{20}{10+0}=2A$$

۳ دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۷Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت ۱۲Ω، ۴Ω و ۷Ω با مقاومت ۱۰Ω موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت ۳Ω که معادل دو مقاومت موازی ۱۲Ω و ۴Ω است جریان ۱A می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$x+3x=1\Rightarrow x=\frac{1}{4}A$$

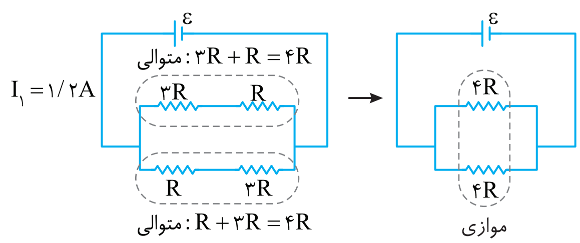
جریان عبوری از مقاومت ۴Ω خواهد شد:

$$I_{4\Omega}=3x\Rightarrow I_{4\Omega}=3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}A$$

B ۲۱۶۸ ۴

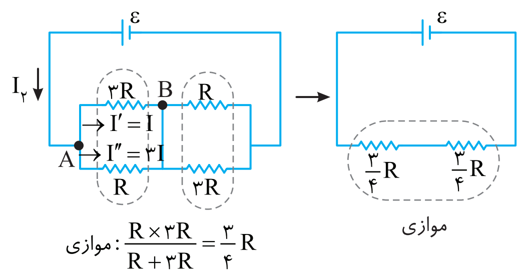
آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است، به سراغ قانون اهم $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویم. جریان مدار با مقاومت مدار رابطه وارون دارد یعنی $\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_{۱eq}}{R_{۲eq}}$ بنابراین باید مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست بیاوریم.

حالت اول: کلید باز:



$$R_{۱eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{۲eq}=\frac{۳}{۴}R+\frac{۳}{۴}R=\frac{۳}{۲}R$$

اکنون می‌توان $I_۲$ را حساب کرد.

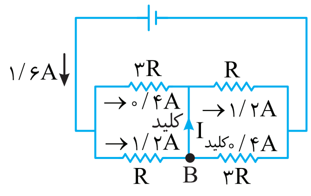
$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۲R}{\frac{۳}{۲}R}\xrightarrow{I_۱=۱/۲A}\frac{I_۲}{۱/۲}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I_۲=۱/۶A$$

در مقاومت‌هـای مـوازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شـود، یعنی اگر جریان مقاومت ۳R برابر I باشـد، جریان مقاومت R، ۳I است، بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$$I'+I''=I_۲\Rightarrow ۳I+I=I_۲\Rightarrow ۴I=۱/۶$$

$$I=۰/۴A\ ,\ I'=۰/۴A\ ,\ I''=۱/۲A$$

اکنون با نوشتن قاعدهٔ انشعاب برای نقطـهٔ B مسیـر کلیـد I را حسـاب می‌کنیم.



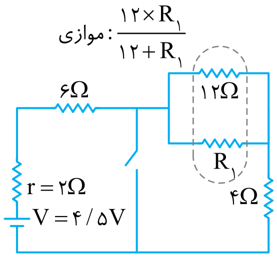
$$۱/۲=I_{کلید}+۰/۴\Rightarrow I_{کلید}=۰/۸A$$

B ۲۱۶۹ ۳

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω دو برابر شـده اسـت، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ بایـد جریان مدار دو برابر شـده باشد. $(I'=۲I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

حالت اول: کلید باز:

مقاومـت ۱۲Ω و $R_۱$ مـوازی بـوده و معـادل آن‌هـا بـا مقاومـت ۶Ω و ۴Ω متوالی است.



$$R_{eq}=۶+\frac{۱۲\times R_۱}{۱۲+R_۱}+۴$$

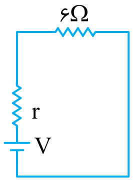
$$R_{eq}=۱۰+\frac{۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}=\frac{۱۲۰+۱۰R_۱+۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}$$

حالت دوم: کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راسـت اتصال کوتاه شـده و تنهـا مقاومت مدار همان مقاومت ۶Ω خواهد بود.



$$R'_{eq}=۶\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۶+۲}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۸}A$$

با توجه به فرض مسئله $I'=۲I$ خواهیم داشت:

$$\frac{۴/۵}{۸}=۲\times\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲\right)\Rightarrow ۸=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}+۱$$

$$۷=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow ۸۴+۷R_۱=۶۰+۱۱R_۱\Rightarrow ۲۴=۴R_۱\Rightarrow R_۱=۶\Omega$$

B ۲۱۷۰ ۳

خط فکری با توجه به سـؤال جرم ذره ناچیز بـوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسـم صرف‌نظر شـده اسـت. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسـی به ذره وارد می‌شـود را به‌دست می‌آوریم و اگر ایـن دو نیرو هم‌جهت باشـند نیروی خالـص مجموع آن‌ها و اگر ایـن نیرو خلاف جهت هـم باشـند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودنـد، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسـی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

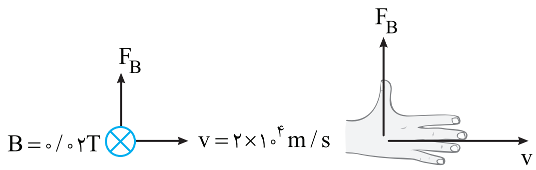
نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\lvert q\rvert vB\sin\alpha$ (زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره)	$F_E=E\lvert q\rvert$

۱ نیروی مغناطیسـی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسـی در حال حرکت است بنابراین $\alpha=۹۰^\circ$ است:

$$F_B=qvB\Rightarrow F_B=۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۴}\times۲\times۱۰^{-۲}$$

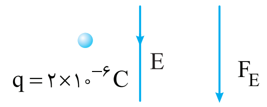
$$\Rightarrow F_B=۸\times۱۰^{-۴}N=۰/۸\times۱۰^{-۳}N$$

جهت نیروی مغناطیسـی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دسـت راسـت را در جهـت حرکت ذره به سـمت راسـت گرفتـه به‌طوری که خم شـدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی: $F_E=Eq \Rightarrow F_E=۵۰۰\times۲\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۳}N$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.

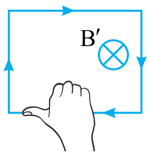


دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B \Rightarrow F_T=۱۰^{-۳}-۰/۸\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰^{-۴}N$$

B ۲۱۷۱ ۲

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان ۱ms و تغییر شار ۰/۰۲Wb در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.



قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱ms=۱۰^{-۳}s]{N=۱,\ \Delta\Phi=-۰/۰۲Wb}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{(-۰/۰۲)}{۱۰^{-۳}}=۲۰V$$

B ۲۱۷۲ ۱

خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت 2e است. با داشتن جرم ذرهٔ آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma \Rightarrow F=۶/۶۸\times۱۰^{-۲۷}\times۴\times۱۰^{۵}N$$

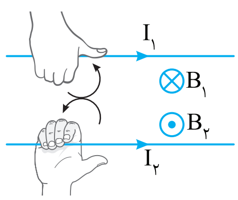
اکنون به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[\theta=۹۰]{|q|=۲e=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$۶/۶۸\times۴\times۱۰^{-۲۲}=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}\times۵۰\times B \Rightarrow B=۰/۱۶۷\times۱۰^{-۳}T \Rightarrow B=۱/۶۷G$$

B ۲۱۷۳ ۴

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است.

بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم $I_۲$ نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم $I_۲$ از جریان سیم $I_۱$ کمتر است. $(I_۲<I_۱)$

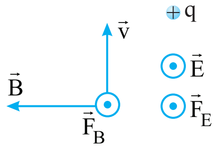
با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم $I_۱$ در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم $I_۲$ باید برونسو باشد یعنی $I_۲$ با $I_۱$ هم‌جهت است.

جمع‌بندی اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

B ۲۱۷۴ ۱

خط فکری برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار بیشینه شود باید نیروهای که میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر بار وارد می‌کنند هم‌جهت باشند.

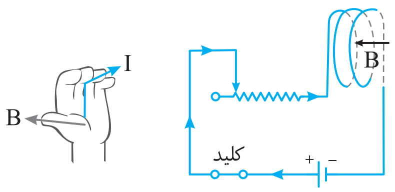


میدان الکتریکی مطابق شکل برونسو است و بر بار مثبت در میدان الکتریکی نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود، یعنی نیروی F_E نیز برونسو است.

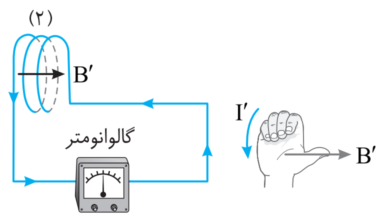
نیروی مغناطیسی F_B باید با F_E هم‌جهت باشند. میدان مغناطیسی به سمت چپ بوده و نیروی مغناطیسی وارد بر بار برونسو است، از این‌رو با توجه به قاعدهٔ دست راست سرعت ذره را به‌دست می‌آوریم. اگر شست دست راست را در جهت نیرو به صورت برونسو روی کاغذ قرار دهیم به گونه‌ای که کف دست سمت چپ یعنی میدان مغناطیسی را نشان دهد، چهار انگشت دست راست به سمت بالا (A) جهت حرکت را نشان می‌دهد.

B ۲۱۷۵ ۴

جریان مدار سمت چپ از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) به سمت چپ است. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند، در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.



با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



B ۲۱۷۶ ۲

ضریب القاوری سیملوله به ساختمان سیملوله بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L=\mu_۰\frac{N^۲A}{l}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=(\frac{N_A}{N_B})^۲\times\frac{A_A}{A_B}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=۲N_B]{A_A=A_B\ ,\ l_A=۲l_B}\frac{L_A}{L_B}=(۲)^۲\times۱\times(\frac{۱}{۲})\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=۲$$

ضریب القاوری سیملولهٔ A دو برابر سیملولهٔ B بوده و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. از این‌رو انرژی ذخیره‌شده در سیملوله A، $(U=\frac{۱}{۲}LI^۲)$ دو برابر B می‌شود و میدان مغناطیسی آن دو $(B=\mu_۰\frac{N}{l}I)$ با هم برابر است.

B ۲۱۷۷ ۱

خط فکری به کمک نیروی مغناطیسی وارد بـر بار $(F=qvB\sin\alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

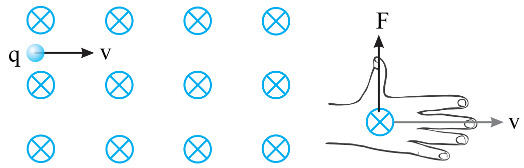
۱ اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\alpha \xrightarrow[\alpha=۹۰^\circ \ \text{خطوط میدان}]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}} F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{B=۱۷۰G=۱۷۰\times۱۰^{-۴}T} F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^{۴}\times۱۷۰\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow F=۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور yها است.

$$\vec{F}=(۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹})\vec{j}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$ ، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}\vec{j}=۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=۱/۶\times۱۰^{۱۰}\vec{j}$$

B ۲۱۷۸ ۴

خط فکری در گام اول بـا توجـه به قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

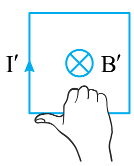
نکته ۱ نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[N=۱,\ \Delta t=۱ms=۱۰^{-۳}s]{\Phi=BA\cos\theta}\bar{\varepsilon}=-\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=۱]{\text{صفحه برخطوط عمود است}}\bar{\varepsilon}=\frac{-(B_۲-B_۱)A}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[A=۶۰۰\times۱۰^{-۴}m^۲]{\Delta B=-۲۰۰G=-۲۰۰\times۱۰^{-۴}T}\bar{\varepsilon}=\frac{-(-۲۰۰\times۱۰^{-۴})\times(۶۰۰\times۱۰^{-۴})}{۱۰^{-۳}}=۱/۲V$$

نکته ۲ طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شـود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



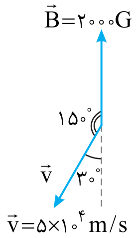
میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شـده یعنی درونسـو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسـی (که عامل تغییر شـار است) مخالفت کند. حـال با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت و جهت میـدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دسـت می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۲۱۷۹ ۴

یادآوری یک گاوس برابر $۱۰^{-۴}$ تسلا است.

B ۲۱۸۰ ۱

۱ رابطهٔ نیروی مغناطیسـی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسـی به صورت زیر است:

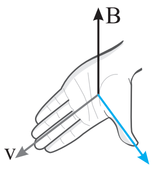


$$F=|q|vB\sin\theta$$

$$F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۵\times۱۰^{۴}\times۲۰۰۰\times۱۰^{-۴}\times\sin(۱۵۰^\circ)$$

$$\xrightarrow{\sin۱۵۰^\circ=\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}}F=۸\times۱۰^{-۱۶}N$$

۲ برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعدهٔ دسـت راسـت اسـتفاده می‌کنیم. چهار انگشت دسـت راسـت خود را در امتداد v قرار دهید به گونه‌ای که چرخش چهارانگشـت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست راسـت شما رو به درون صفحهٔ کاغذ اسـت یعنی نیرو درونسوست، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو برونسو است. البتـه مطابق شـکل می‌توانید که از دسـت چپ اسـتفاده کنید.

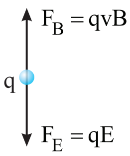


B ۲۱۸۰ ۱

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

۱ ذرهٔ آلفا دارای بار مثبت است $\alpha={}^{۴}_{۲}He^{++}$

۲ بـر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیروی $F_E=qE$ وارد می‌شـود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

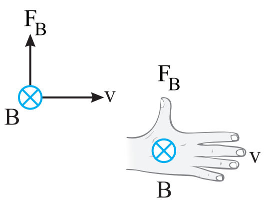


۳ بـرای آنکه ذرهٔ آلفا بدون انحـراف از دو میدان بگذرد، بایـد نیروهایی کـه از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شـود. متوازن باشـند. یعنی اندازهٔ آن‌ها یکسـان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشـد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد. اکنون مسئله قابل حل است.

دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE\ ,\ F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

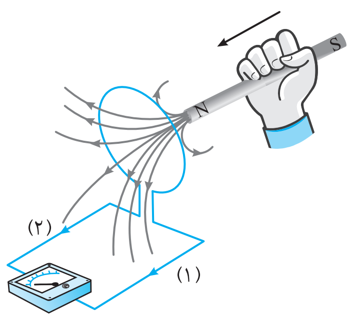
$$\xrightarrow{E=۱۰۰۰N/C,B=۱۰^{۳}\times۱۰^{-۴}=۰/۱T}۱۰۰۰=۰/۱v\Rightarrow v=۱۰^{۴}m/s$$



نیـروی F_B بالا سـو و میدان مغناطیسـی درونسو بوده و بنا به قاعدهٔ دست راست اگر شـما انگشت شست دست راست خود را رو بـه بالای صفحه بـه گونه‌ای قـرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشـت شما به سمت راسـت صفحه و در جهت محور xهاسـت، یعنی سـرعت در جهت مثبت محور xها باید باشد.

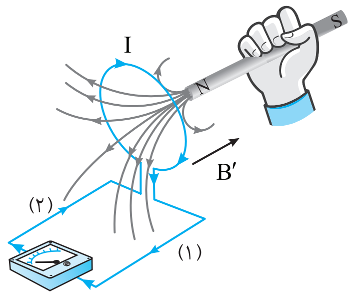
B ۲۱۸۱ ۲

یادآوری قانـون لنـز: جهـت جریـان القایـی همواره بـه گونه‌ای اسـت که بـا عامل به‌وجودآورنده‌اش (تغییر شار) مخالفت می‌کند.



با توجه به شکل آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است. با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و این بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده باعث ایجاد نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی می‌شود.

این جریان به گونه‌ای است که با نزدیک شدن آهن‌ربا مخالفت می‌کند. یعنی حلقه بر آهن‌ربا نیروی مغناطیسی دافعه وارد می‌کند. برای این منظور باید سمتی از حلقه که به سوی آهن‌رباست قطب N شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در جهت (۱) خواهد شد.



B ۲۱۸۲ ۲

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی داخل سیملولهٔ حامل جریان از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{l_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{l_B}}\xrightarrow[l_A=2l_B\ ,\ N_A=2N_B]{I_A=I_B}$$

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{I_A}{I_B}\times\frac{l_B}{l_A}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=2\times\frac{1}{2}=1$$

یادآوری ۲ ضریب القاوری سیملوله از رابطهٔ $L=\frac{\mu_0 AN^2}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{L_A}{L_B}=\frac{\frac{\mu_0 A_A N_A^2}{l_A}}{\frac{\mu_0 A_B N_B^2}{l_B}}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{N_A^2}{N_B^2}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=2N_B\ ,\ l_A=2l_B]{A_A=A_B}\frac{L_A}{L_B}=4\times\frac{1}{2}=2$$