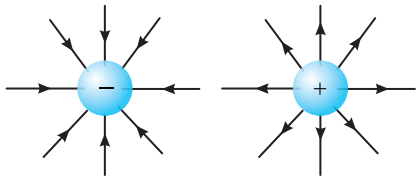
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای کنکور ۱۴۰۰

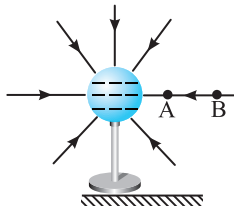
۱ ۱ A

نکته ۱) خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:



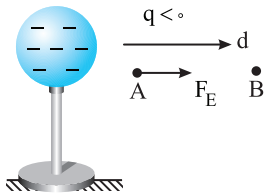
۲) با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۱ خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم:



ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B > V_A$

۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.



البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

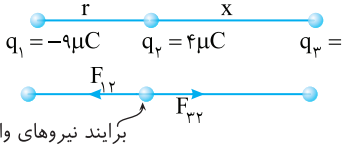
$$\Delta U_{BA} < ۰ \Rightarrow U_B - U_A < ۰ \Rightarrow U_B < U_A$$

۴ ۲ B

خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_3 و q_1 را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار q_2 و q_1 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

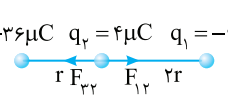
۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم. از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم. در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{|q_3||q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{۹}{r^2} = \frac{۳۶}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2} = ۴ \Rightarrow x = ۲r$$



برایند نیروهای وارد بر q_2 را صفر می‌گیریم.

۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:



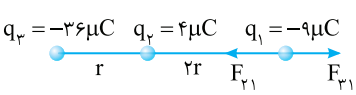
$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{(۲r)^2} \Rightarrow F_{12} = k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^2} = \frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

$$F_{32} = k\frac{|q_2||q_2|}{(r)^2} \Rightarrow F_{32} = k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^2} = \frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

دو بردار F_{32} و F_{12} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_2| = |\underbrace{\vec{F}_{12} - \vec{F}_{32}}_{\text{خلاف جهت هم}}| \Rightarrow |\vec{F}_2| = \frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2} = \frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| = \frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

$$F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{(۳r)^2} \Rightarrow F_{31} = k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^2} \Rightarrow F_{31} = \frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

دو بردار F_{31} و F_{21} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_1| = |\underbrace{\vec{F}_{31} - \vec{F}_{21}}_{\text{خلاف جهت هم}}| \Rightarrow F_1 = \frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}$$

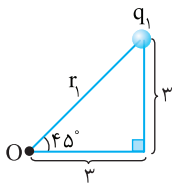
۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^2}} = ۵$$

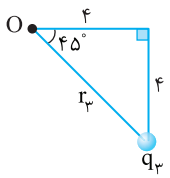
۱ ۳ B

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار q_1 و q_2 و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتنمیدان خالص در نقطهٔ O می‌توان بزرگی میدان بار q_2 در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱ فاصلهٔ دو بار q_1 و q_3 را تا نقطهٔ O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.



$$r_1 = \sqrt{۳^2 + ۳^2} = ۳\sqrt{۲}m$$

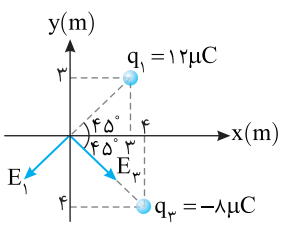


$$r_3 = \sqrt{۴^2 + ۴^2} = ۴\sqrt{۲}m$$

میانبر البته با توجه به زاویهٔ ۴۵° مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{۲}$ برابر ساق‌ها است.

۲ بار q_1 مثبت و میدان در راستا خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و از بار q_1 خارج می‌شود. بار q_3 منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و به بار q_3 وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۸} = ۶\times۱۰^۳ N/C$$



$$E_3 = k\frac{q_3}{r_3^2}$$

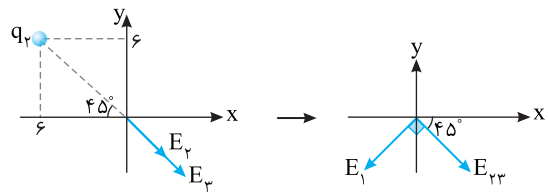
$$\Rightarrow E_3 = \frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲} = \frac{۹}{۴}\times۱۰^۳ N/C$$

۳ بار $q_۲$ نیز مثبت است و میدان در نقطهٔ O در راستای خط واصل بین بار $q_۲$ و O است از بار $q_۲$ خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های $E_۲$ و $E_۳$ هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها مطابق شکل با میدان $E_۱$ عمود است.

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲$$

$$\Rightarrow ۷/۵\times ۷/۵\times ۱۰^۶=۶\times ۶\times ۱۰^۶+E_{۲۳}^۲$$

$$E_{۲۳}^۲=(۷/۵\times ۷/۵-۶\times ۶)۱۰^۶=۲۰/۲۵\times ۱۰^۶\Rightarrow E_{۲۳}=۴/۵\times ۱۰^۳\,N/C$$

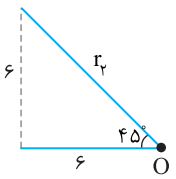


میانبر البتـه بـا توجه به اعـداد فیثاغـورس ۳، ۴ و ۵ که به ۴/۵، ۶ و ۷/۵ تبدیل شده بودند می‌توانستیم سریع‌تر به $E_{۲۳}$ برسیم.

$$E_{۲۳}=E_۲+E_۳\Rightarrow ۴/۵\times ۱۰^۳=E_۲+\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۳$$

$$\Rightarrow E_۲=۲/۲۵\times ۱۰^۳$$

حال بـا توجه به $E_۲$، $q_۲$ را به‌دسـت می‌آوریـم. ابتدا فاصلـهٔ $q_۲$ تـا نقطهٔ O را با توجه به فیثاغورس حسـاب می‌کنیم:

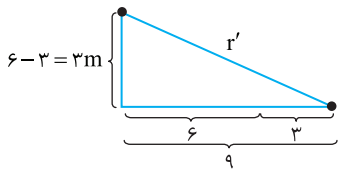


$$r_۲=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r_۲=۶\sqrt{۲}$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow ۲/۲۵\times ۱۰^۳=\frac{۹\times ۱۰^۹\times q_۲}{۷۲}$$

$$\Rightarrow q_۲=۱۸\times ۱۰^{-۶}\,C$$

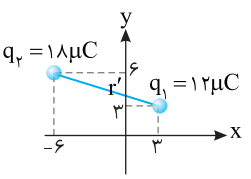
خط فکری حال فاصلهٔ بین بار $q_۱$ و $q_۲$ را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازهٔ این نیرو را حساب می‌کنیم.



$$r'=\sqrt{(۹)^۲+(۳)^۲}\Rightarrow r'=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}\,m$$

$$F_{۱۲}=k\frac{q_۱q_۲}{r'^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۱۲\times ۱۸\times ۱۰^{-۱۲}}{۹۰}$$

$$\Rightarrow F_{۱۲}=۱۲\times ۱۸\times ۱۰^{-۴}=۲/۱۶\times ۱۰^{-۲}\,N$$



میانبر فاصلـهٔ دو نقطه به مختصـات $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۲,y_۲)$ را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$r'=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}\xrightarrow[(-۶,۶)]{(۳,۳)}$$

$$r'=\sqrt{(-۶-۳)^۲+(۶-۳)^۲}=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}\,m$$

۴ **۱** B

خط فکری ظرفیـت خـازن به شـکل هندسـی خـازن بسـتگی داشـته و بـا توجه بـه رابطـهٔ $C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ (مساحت سطح صفحه‌ها در A، ثابت خازن در κ، فاصلهٔ صفحه‌ها در d) ظرفیـت خازن بـا تغییـر فاصلـهٔ دو صفحـه (d) تغییر می‌کند.

هر فاراد برابر $۱۰^{۱۲}$ پیکوفاراد است.

۱ ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_۱=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۱}\Rightarrow C_۱=۴\times ۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times ۱۰^{-۴}}{۵\times ۱۰^{-۳}}=۱۴/۱۶\times ۱۰^{-۱۳}\,F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}\,pF} C_۱=۱۴/۱۶\times ۱۰^{-۱}\,pF=۱/۴۱۶\,pF$$

۲ فاصلهٔ بین صفحات ۳mm کاهش یافته: $d_۲=d_۱-۳\Rightarrow d_۲=۲mm$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۲}\Rightarrow C_۲=۴\times ۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times ۱۰^{-۴}}{۲\times ۱۰^{-۳}}=۳۵/۴\times ۱۰^{-۱۳}\,F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}\,pF} C_۲=۳۵/۴\times ۱۰^{-۱}\,pF=۳/۵۴\,pF$$

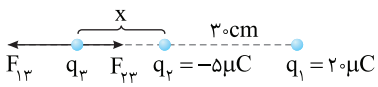
۳ حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_۲-C_۱\Rightarrow \Delta C=۳/۵۴-۱/۴۱۶=۲/۱۲۴\,pF$$

۵ **۲** B

خط فکری با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$، فاصله بار $q_۳$ از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ محاسـبه می‌شـود. برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۳$ به‌دست می‌آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ دو بار ناهمنام هسـتند، بنابراین بار $q_۳$ باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر $q_۳$ صفر شـود باید دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌اندازه باشند.



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{+۵}{x^۲}=\frac{۲۰}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow ۲x=۳۰+x\Rightarrow x=۳۰cm$$

۲ نیرویی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

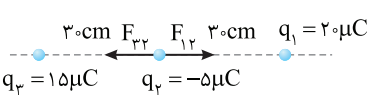
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۵\times ۱۰^{-۶}\times ۲۰\times ۱۰^{-۶}}{۹\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=۱۰N$$

این نیرو جاذبه است و بر $q_۲$ به سمت راست وارد می‌شود.

۳ نیرویی که بار $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند نیز جاذبه بوده و به سـمت چپ اسـت و مقدار آن برابر است با:

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۲۳}^۳}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۱۵\times ۱۰^{-۶}\times ۵\times ۱۰^{-۶}}{۹\times ۱۰^{-۲}}=۷/۵N$$

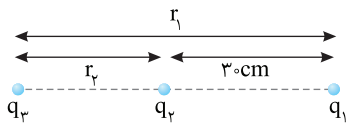
۴ نیروی خالص وارد بر $q_۲$ خواهد شد: $F_۲=F_{۱۲}-F_{۳۲}=۱۰-۷/۵=۲/۵N$



میانبر اگر فاصلهٔ بار q_1 و q_2 از بار q_3 را به ترتیب r_1 و r_2 فرض کنیم و برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود، نسبت دو بار با نسبت فاصله‌ها رابطه مستقیم و مجذوری خواهد داشت:

$$\frac{|q_1|}{|q_2|}=(\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{20}{5}=(\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow 2=\frac{r_1}{r_2} \xrightarrow{r_1-r_2=30cm}$$

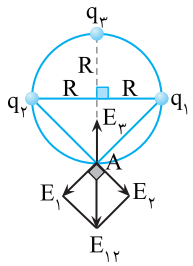
$$r_1=60cm \ , \ r_2=30cm$$



B ۶ ۲

۱ اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله q_3 تا A برابر $2R$ و فاصلهٔ q_1 و q_2 تا A برابر خواهد شد با:

$$R_{1A}=R_{2A}=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$



۲ برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان E_3 قرار گیرد. از طرفی برایند E_1 و E_2 باید هم‌اندازهٔ E_3 و در خلاف جهت آن باشد. پس q_1 و q_2 همنام و با q_3 ناهمنام هستند. اگر q_1 و q_2 را مثبت بگیریم، q_3 منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{(\sqrt{2}R)^2} \Rightarrow E_1=E_2=\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{(2R)^2} \Rightarrow E_3=\frac{k|q_3|}{4R^2}$$

۳ برایند E_1 و E_2 خواهد شد:

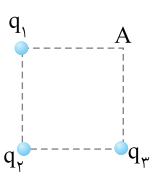
$$E_{12}=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}E_1 \Rightarrow E_{12}=\sqrt{2}\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

۴ سرانجام خواهیم داشت:

$$E_3=E_{12} \Rightarrow \frac{k|q_3|}{4R^2}=\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{2R^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_1|}=2\sqrt{2}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای q_1، q_2 و q_3 قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که:

$$q_1=q_3 \quad , \quad q_2=-2\sqrt{2}q_1$$



در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

B ۷ ۳

۳ پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یافته است. بنابراین باید بارهای دو گوی ناهمنام بوده باشند تا پس از تماس، بار تک‌تک آن‌ها برابر $q'_2=q'_1=\frac{|q_2|-q_1}{2}$ شود.

نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با: $F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$

نیروی بین دو بار در حالت دوم برابر است با: $F'=k\frac{(\frac{|q_2|-q_1}{2})^2}{r^2}$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=\frac{80}{100}F \Rightarrow k\frac{\frac{(|q_2|-q_1)^2}{4}}{r^2}=\frac{80}{100}k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|}{4}=0/8q_1|q_2|$$

$$|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|=3/2q_1|q_2| \Rightarrow |q_2|^2+q_1^2-5/2q_1|q_2|=0$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } q_1^2}(\frac{|q_2|}{q_1})^2+1-5/2\frac{|q_2|}{q_1}=0$$

به جای $\frac{|q_2|}{q_1}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$$x^2+1-5/2x=0 \Rightarrow (x-5)(x-0/2)=0 \Rightarrow x=5 \text{ یا } 0/2$$

چون مقدار q_2 بزرگ‌تر از q_1 است پس ۰/۲ غلط است.

B ۸ ۲

خط فکری به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود.

بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحهٔ منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد:

$$q'=q+3$$

نکته در رابطهٔ $U=\frac{q^2}{2C}$ اگر یکای q بر حسب میلی‌کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به‌دست می‌آید. به طور مثال اگر بار 2mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

با تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2\times10^{-3})^2}{2\times10^{-6}}=\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}=2J$

بدون تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2)^2}{2\times1}=2J$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

نکته با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$U'=U+4/5 \xrightarrow[U'=\frac{q'^2}{2C}]{U=\frac{q^2}{2C}} \frac{q'^2}{2C}=\frac{q^2}{2C}+4/5 \Rightarrow \frac{(q+3)^2}{2\times5}=\frac{(q)^2}{2\times5}+4/5$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در ۱۰}}(q+3)^2=q^2+45 \Rightarrow q^2+6q+9=q^2+45$$

$$\Rightarrow 6q=36 \Rightarrow q=6\mu C$$

B ۹ ۳

۱ چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_1}=\frac{q_{A_1}}{A}=\frac{20}{4\times3\times(5\times10^{-2})^2} \Rightarrow \sigma_{A_1}=\frac{20}{12\times25\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{A_1}=\frac{2000}{3}\mu C/m^2$$

۲ بعد از تماس دو کره فلزی بار هر کره خواهد شد:

$$q_{A_2}=q_{B_2}=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{20+(-4)}{2}=8\mu C$$

۳ چگالی سطحی بار کرهٔ A را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_2}=\frac{q_{A_2}}{A}=\frac{۸}{۴\times۳(۵\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۸}{۱۲\times۲۵\times۱۰^{-۴}}=\frac{۸\times۱۰^۴}{۳۰۰}$$

$$\Rightarrow\sigma_{A_2}=\frac{۸۰۰}{۳}\mu C/m^۳$$

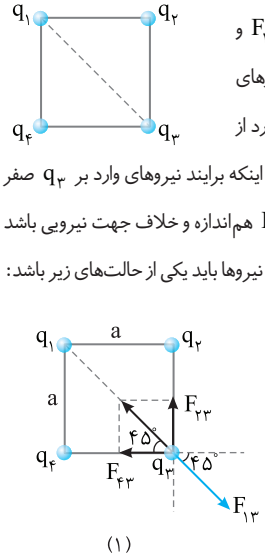
۴ کاهش مقدار چگالی سطحی بار کره A خواهد شد:

$$\sigma_{A_1}-\sigma_{A_2}=\frac{۲۰۰۰}{۳}-\frac{۸۰۰}{۳}=\frac{۱۲۰۰}{۳}=۴۰۰\mu C/m^۳$$

یادآوری مساحت کره به شعاع r برابر است با $۴\pi r^۲$.

۱۰ ۲

خط فکری به بار $q_۳$ از طرف سه بار $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۴$ به‌ترتیب نیروهای الکتریکی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۳$ برهم عمودند و نیروی وارد از طرف $q_۱$ $(F_{۱۳})$ در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که $q_۱$ به $q_۳$ $(F_{۱۳})$ وارد می‌کند. در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:

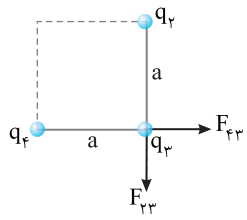


دقت کنید که برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ دقیقاً خلاف جهت با $F_{۱۳}$ است و چون $F_{۱۳}$ در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° می‌سازد پس باید نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° بسازد. از طرفی هر دو بار $q_۲$ و $q_۴$ بار $q_۳$ را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید $q_۲$ و $q_۴$ همنام باشند.

$$F_{۲۳}=F_{۴۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\Rightarrow|q_۲|=|q_۴|\Rightarrow q_۲=q_۴$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ ربایشی باشند، نیروی $F_{۱۳}$ رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی $F_{۱۳}$ با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار $q_۱$ با $q_۲$ و $q_۴$ مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ برابر $F_{۱۳}$ باشد:



$$\begin{cases}F_{۲۳}=k\dfrac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\\ F_{۴۳}=k\dfrac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow[q_۲=q_۴]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}$$

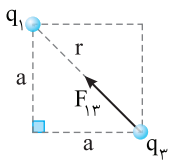
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^۲+R^۲}=R\sqrt{۲}$$

در این سؤال نیز $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ باهم برابراند چون $q_۲$ و $q_۴$ باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}$$

این نیرو باید با $F_{۱۳}$ برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^۲+a^۲}=a\sqrt{۲}$

قانون کولن: $F_{۱۳}=k\dfrac{|q_۱||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}$

$$\Rightarrow F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

$$F=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

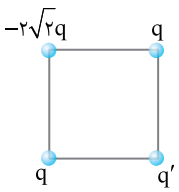
$$\Rightarrow۲\sqrt{۲}|q_۲|=|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}|q_۱|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{\sqrt{۲}}{۴}|q_۱|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-۲\sqrt{۲}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



۱۱ ۴ B

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-۲q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B$$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-۲q]{q_A=q_B=q}۲q=q'_A-۲q\Rightarrow q'_A=۴q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$$q_A=q\quad r\quad q_B=q$$

$$F_۱=k\frac{|q_A||q_B|}{r^۲}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_۱=k\frac{q^۲}{r^۲}$$

$$q'_A=+۴q\quad r\quad q'_B=-۲q$$

$$F_۲=k\frac{q'_Aq'_B}{r^۲}\xrightarrow[|q'_B|=۲q]{|q'_A|=۴q}F_۲=k\frac{۸q^۲}{r^۲}$$

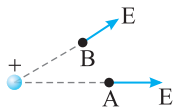
نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{k\frac{۸q^۲}{r^۲}}{k\frac{q^۲}{r^۲}}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=۸$$

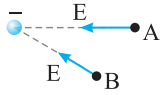
۱۲ B **۳**

خط فکری ابتـدا با توجـه به اینکه بـار $q_۲$ و $q_۳$ داده شـده میدان آن‌هـا در مبدأ مختصات را حسـاب می‌کنیم، این دو بردار در یک راسـتا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار $q_۲$ و $q_۳$، میدان حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ O را به‌دسـت آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_۱=k\frac{q_۱}{r^۲}$، مقدار بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم.

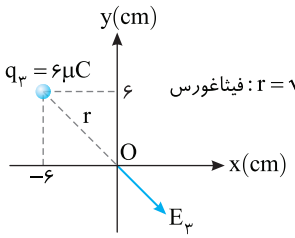
نکته اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی:



اگـر ذره‌ای دارای بار منفی باشـد، میـدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

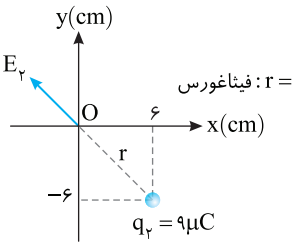


۱ میـدان حاصـل از بار $q_۲$ و $q_۳$ را حسـاب می‌کنیم.



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷N/C$$

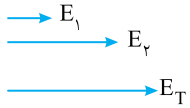


فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷N/C$$

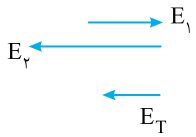
نکته برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

۱) اگر دو بردار هم‌جهت باشند:



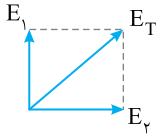
$$E_T=E_۱+E_۲$$

۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:



$$E_T=|E_۱-E_۲|$$

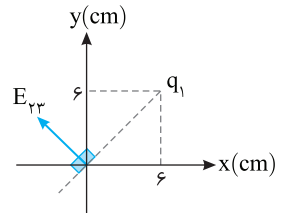
۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:



$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}$$

۲ دو میـدان $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند و $E_۲$ بزرگ‌تر از $E_۳$ اسـت. بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{۲۳}=|E_۲-E_۳|$ است و جهت آن به سمت $E_۲$ است:

$$E_{۲۳}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷-\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷\Rightarrow E_{۲۳}=\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷N/C$$



۳ بار $q_۱$ چه منفی و چه مثبت باشـد $E_۱$ با $E_{۲۳}$ عمود اسـت پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم $E_۱$ و $E_{۲۳}$ است:

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲$$

$$\Rightarrow(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲=E_۱^۲+(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲$$

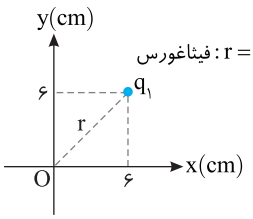
$$E_۱^۲=(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲-(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۶۲۵}{۱۰۰})^۲-(\frac{۳۰}{۸})^۲)$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۲۵}{۴})^۲-(\frac{۱۵}{۴})^۲)$$

$$E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(\frac{۶۲۵-۲۲۵}{۱۶})\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(۲۵)$$

$$\Rightarrow E_۱=۵\times۱۰^۶N/C$$

حال با توجه به $E_۱$، مقدار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r=۶\sqrt{۲}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E=k\frac{|q_۱|}{r^۲}\Rightarrow۵\times۱۰^۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{۷۲\times۱۰^{-۴}}$

$$\Rightarrow۴۰\times۱۰^۶=۱۰^{۱۳}\times|q_۱|\Rightarrow|q_۱|=۴\times۱۰^{-۶}C=۴\mu C$$

۴ B **۱۳**

نکته در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شـده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱ ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_۲=V_۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۹V_۱$$

۲ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U_۲=\frac{۱}{۲}C(۰/۹V_۱)^۲\Rightarrow U_۲=۰/۸۱U_۱\Rightarrow\Delta U=-۰/۱۹J$$

انرژی ذخیره شده ۱۹٪ کاهش می‌یابد.

۳ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}C_۲=\frac{Q_۲}{V_۲}\\C_۱=\frac{Q_۱}{V_۱}\end{cases}\xrightarrow[V_۲=۰/۹V_۱]{C_۱=C_۲}\frac{Q_۲}{۰/۹V_۱}=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow Q_۲=۰/۹Q_۱$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ۱۰٪ کاهش یافته است.

نکته درصد تغییرات برابر است با: $\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰$

$$\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰=\frac{Q_۲-Q_۱}{U_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{Q_۲=۰/۹Q_۱}$$

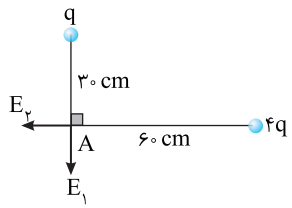
$$\text{درصد تغییرات}=\frac{-۰/۹Q_۱}{Q_۱}\times۱۰۰=-۱۰\%$$

(کاهش)

میانبر اگر تنها ولتاژ یا بار تغییر کند و ظرفیت خازن ثابت باشد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

۱۴ ۳ B

مسئله ساده‌ای است. کافی است میدان هر بار را در نقطهٔ A توسط رابطه $E=kq/r^2$ پیدا کنیم، چون دو میدان بر هم عمودند به کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها به‌دست آورده برابر $1000\sqrt{2}N/C$ قرار دهیم.



۴ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}=E_1=9\times10^9\times\frac{q}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_1=10^{11}q$$

۵ میدان بار ۴q را در محل A حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{4q}{(60\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_2=10^{11}q$$

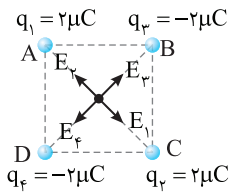
۶ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t^2=E_1^2+E_2^2\Rightarrow(1000\sqrt{2})^2=(10^{11}q)^2+(10^{11}q)^2$$

$$2\times10^6=2\times(10^{22}\times q^2)\Rightarrow q^2=10^{-16}\Rightarrow q=10^{-8}C=10nC$$

۱۵ ۲ B

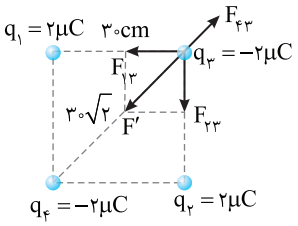
۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.



۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم.

$$AC=BD=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$$

۳ نیرویی که بارهای q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می‌کنند، یکسان بوده و برابر است با:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\Rightarrow F_{13}=F_{23}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13}=F_{23}=0/4N$$

۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_{43}=0/2N$$

۵ برایند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F'=\sqrt{(0/4)^2+(0/4)^2}\Rightarrow F'=0/4\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}$$

$$F'=0/4\times1/4\Rightarrow F'=0/56$$

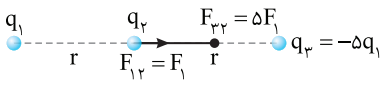
۶ برایند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این‌رو نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد:

$$F_t=F'-F_{43}\Rightarrow F_t=0/56-0/2\Rightarrow F_t=0/36N$$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

۱۶ ۲ B

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم. در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3=5q_1$ ۵ برابر F_1 می‌شود.



$(F_3=5F_1)$ زیرا فاصلهٔ q_3 و q_1 تا q_2 برابر است اما بار q_3، ۵ برابر q_1 است. با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F=F_1+5F_1\Rightarrow F=6F_1\ (I)$$

نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن $(F=kq_1q_2/r^2)$ با فاصله دو بار نسبت وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_3 تا q_2، $\frac{4r}{5}$ کم شده و برابر $r-\frac{4r}{5}=\frac{r}{5}$ می‌شود، نیروی آن ۲۵ $(F'_3=25F_3)$ برابر می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F'=F_1+25F_3\xrightarrow{F_3=5F_1}F'=F_1+125F_1=126F_1\qquad(II)$$

با توجه به رابطهٔ I و II خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{126F_1}{6F_1}=21$$

۱۷ ۳ B

به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_1=30V$ به پتانسیل $V_2=80V$، انرژی جنبشی ذرهٔ باردار ۲mJ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۲mJ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-2\times10^{-3}J}80-30=\frac{-2\times10^{-3}}{q}$$

$$q=\frac{-2\times10^{-3}}{50}\Rightarrow q=-0/04\times10^{-3}\Rightarrow q=-40\mu C$$

۱۸ ۱ B

در حل این مسائل ابتدا شما باید دقت کنید که خازن پس از شارژ از باتری جدا شده یا نه؟ اگر جدا شده باشد بار روی صفحات خازن ثابت است (ثابت$=q$) و اگر همچنان به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است (ثابت$=V$)

۱ با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C}{C'}=\kappa\xrightarrow{\kappa=2}C'=\frac{1}{2}C$$
$$C'=\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

۲ با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{C}{C'}\xrightarrow{C'=\frac{1}{2}C}\frac{V'}{V}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}\Rightarrow V'=2V$$

۳ از رابطهٔ انرژی خازن $U=\frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases}U=\frac{Q^2}{2C}\\U'=\frac{Q^2}{2C'}\end{cases}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}=2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۱۹ ۴ B

نکته در پدیدهٔ ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

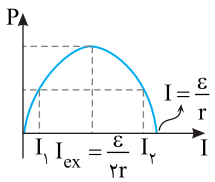
در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیدهٔ ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

۲۰ B

نکته نمودار توان خروجی برحسب جریان $P=\varepsilon I-rI^2$ سهمی شکل بوده و در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:



$$I_{ex}=\frac{I_1+I_2}{2}$$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های ۳A و ۵A، توان خروجی یکسان است:

$$I_{ex}=\frac{3+5}{2}=4A$$

نکته بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}$$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow 4=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow\varepsilon=8r$$

هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=0}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=8r}I=8A$$

آمپرسنج $I=8A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همواره به ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود. جریان $I_{ex}=4A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی 8A جریانی است که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

۲۱ B **۳**

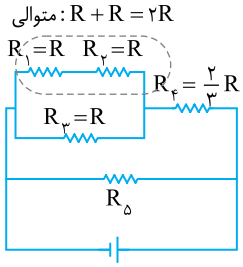
خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱ در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}$

۲ در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_2}{R_1}$

باید از مقاومت $R_3=R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.



۱ توان مقاومت R_3، P است مقاومت $R_{12}=2R$ با R_3 موازی بنابراین توان مصرفی در شاخه R_1 و R_2 نصف P $(\frac{P}{2})$ است.

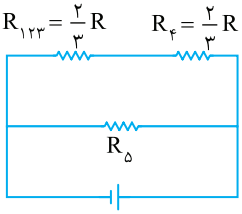
۲ مجموع توان مصرفی در کل مقاومت R_1، R_2 و R_3 برابر است با:

$$P+\frac{P}{2}=3\frac{P}{2}$$

۳ مقاومت معادل R_1، R_2 و R_3 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{123}}=\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}\Rightarrow R_{123}=\frac{2R}{3}$$

۴ مقاومت R_{123} با مقاومت R_4 متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین توان R_4 نیز $\frac{3P}{2}$ است.



۵ کل توان R_1، R_2، R_3 و R_4 برابر است با: $\frac{3P}{2}+\frac{3P}{2}=3P$

۶ جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت R_3، $\frac{1}{3}$ توان مقاومت R_5 است یعنی

$$P_3=\frac{1}{3}P_5\Rightarrow P_5=3P_3\xrightarrow{P_3=P}P_5=3P$$

کل توان شاخه شامل R_{1234} با توان شاخه شامل R_5 که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت R_5 برابر مقاومت معادل R_{1234} است.

$$R_{1234}=\frac{2}{3}R+\frac{2}{3}R\Rightarrow R_5=\frac{4}{3}R$$

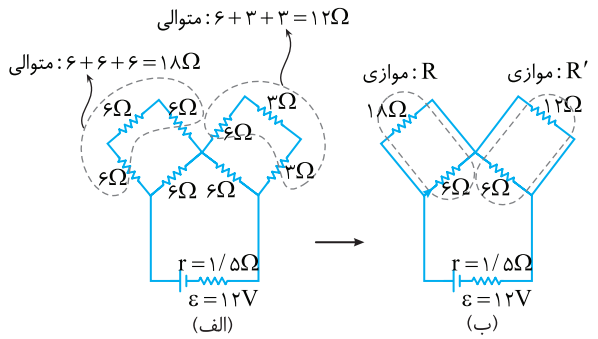
دو مقاومت R_5 و R_{1234} موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{3}{4R}+\frac{3}{4R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{2}{3}R$$

۲۲ B **۳**

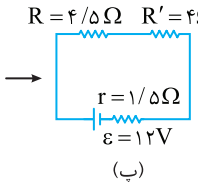
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده و در گام بعدی جریان کل $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را حساب می‌کنیم و در گام آخر جریان شاخهٔ خواسته شده را با تقسیم جریان به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



مقاومت‌های R و R′ متوالی‌اند:

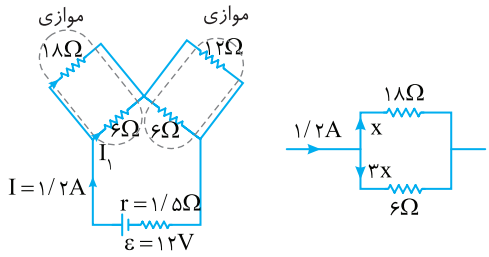
$$\frac{1}{R}=\frac{1}{18}+\frac{1}{6}=\frac{4}{18}\Rightarrow R=4/5\Omega\ ,\ \frac{1}{R'}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}\Rightarrow R'=4\Omega$$



$$\rightarrow R_{eq}=R+R'\Rightarrow R_{eq}=4/5+4=8/5\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{8/5+1/5}=1/2A$

با توجه به مدار شکل (ب) جریان I_1 خواسته شده را حساب می‌کنیم. دقت کنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی جریان $I=1/2A$ بین دو مقاومت 6Ω و 18Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر به مقاومت 18Ω جریان x برسد به مقاومت 6Ω که مقدار آن $\frac{1}{3}$، مقاومت 18Ω است، جریان $3x$ خواهد رسید.



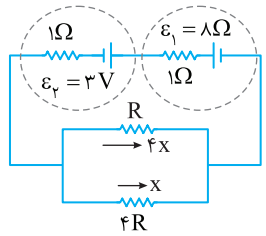
$x+3x=1/2\Rightarrow x=0/3A\ ,\ I_1=3x\Rightarrow I_1=0/9A$

۲۳ ۱ B

خط فکری با توجه به بزرگ‌تر بودن ε_1 از ε_2 و خلاف جهت یکدیگر بودن آن‌ها، جهت جریان در جهت جریان خروجی از (۱) بوده و پادساعتگرد است. جریان به قطب مثبت باتری (۲) وارد شده و این باتری در حال شارژ بوده و اختلاف پتانسیل آن از رابطهٔ $v=\varepsilon+rI$ به‌دست می‌آید.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2 برابر است با:

$$V_2=\varepsilon_2+Ir\xrightarrow{V=3/5V}3/5=3+I\times1\Rightarrow I=0/5A$$



۲ مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=\frac{R\times4R}{R+4R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{4}{5}R$

۳ با داشتن جریان مدار مقدار R را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_{eq}+r_1+r_2}\Rightarrow0/5=\frac{8-3}{\frac{4}{5}R+2}$$

$$\Rightarrow\frac{4}{5}R+2=10\Rightarrow\frac{4}{5}R=8\Rightarrow R=10\Omega$$

۴ در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت $4R$ برابر x باشد، جریان مقاومت R برابر $4x$ است، از این‌رو خواهیم داشت: $I=x+4x\Rightarrow0/5=x+4x\Rightarrow x=0/1A$

بنابراین جریان مقاومت R برابر $4\times0/1=0/4A$ بوده و توان مصرفی آن خواهد شد:

$$P=RI^2\Rightarrow P=10\times(0/4)^2=1/6W$$

راه دوم: توان خروجی باتری (۱) و توان ورودی به باتری (۲) را حساب می‌کنیم:

جریان را با توجه به روش قبل، ۰/۵ آمپر به‌دست می‌آوریم.

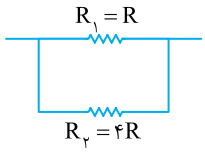
$$P_1=\varepsilon_1I-r_1I^2\Rightarrow P_1=8\times0/5-1\times(0/5)^2=3/75W$$

$$P_2=\varepsilon_2I+r_2I^2\Rightarrow P_2=3\times0/5+1\times(0/5)^2=1/75W$$

از ۳/۷۵ وات توان خروجی باتری (۱)، ۱/۷۵ W را باتری (۲) مصرف می‌کند، بنابراین دو مقاومت خارجی توان ۲W را مصرف خواهند کرد:

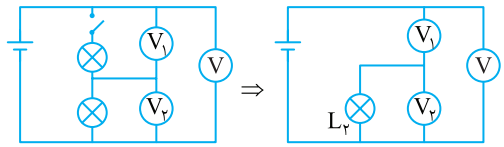
$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R}\\P_2=\frac{V^2}{4R}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=4\Rightarrow P_1=4P_2$$

$$P_1+P_2=2\Rightarrow5P_2=2\Rightarrow P_2=0/4W\ ,\ P_1=1/6W$$



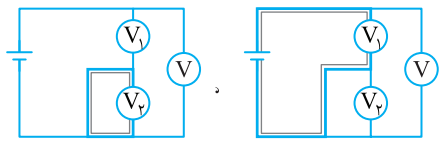
۲۴ ۲ B

هنگامی که کلید K_1 باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید K_1 حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:



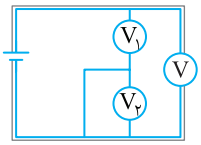
با توجه به شکل لامپ L_2 با ولتسنج V_1 متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

دو سر ولتسنج V_2 به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند، اما ولتسنج‌های V_1 و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرومحرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولتسنج را کشیده‌ایم:



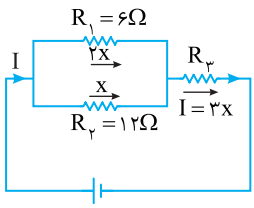
دوسر ولتسنج V_1 به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد. $V_1=\varepsilon$

دوسر ولتسنج V_2 با سیم به‌هم وصل بوده و $V_2=0$ است.



دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

۲۵ ۳ B



در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت $R_2=12\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت $R_1=6\Omega$ برابر $2x$ می‌شود و جریان مدار خواهد شد:

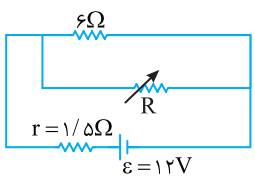
$I=x+2x=3x$

با توجه به فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت R_3، ۶ برابر توان مصرفی در مقاومت R_2 است، بنابراین:

$$P_3=6P_2\xrightarrow{P=RI^2}R_3(3x)^2=6\times12(x)^2$$

$$\Rightarrow9R_3=6\times12\Rightarrow R_3=8\Omega$$

۲۶ ۴ B



حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است. سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+0}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow V=\varepsilon-rI=0$$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر 18Ω می‌شود، این مقاومت با مقاومت 6Ω موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{6\times18}{6+18}\Rightarrow R_{eq}=4/5\Omega$$

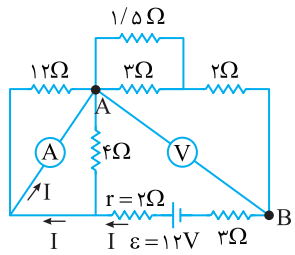
جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{4/5+1/5}\Rightarrow I=2A$$

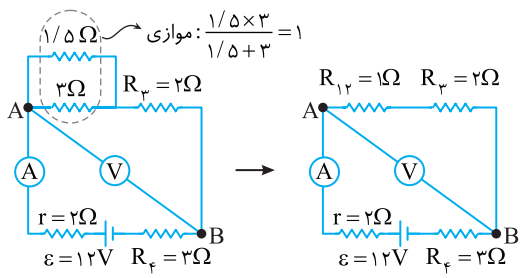
ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times1/5\Rightarrow V=9V$

۲۷ B **۳**

خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.



۱ آمپرسنج با مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=۱+۲+۳=۶\Omega$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶+۲}\Rightarrow I=۱/۵A$

بنابراین آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

۴ ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد. بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین B و A را حساب می‌کنیم:

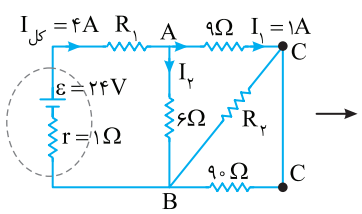
$R_{AB}=R_{۱۲}+R_۳=۱+۲=۳\Omega$

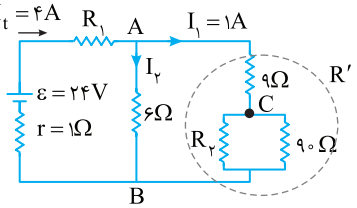
عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۱/۵\times۳=۴/۵V$

۲۸ B **۲**

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.





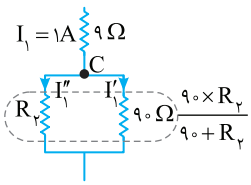
۱ جریان کل مدار ۴A وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱=۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد: $I_t=I_۱+I_۲\Rightarrow ۴=۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳A$

۲ مقاومت ۶Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر V_{AB} است. بنابراین می‌توان نوشت: $I_۲\times۶=I_۱\times R'\Rightarrow ۳\times۶=۱\times R'\Rightarrow R'=۱۸\Omega$

به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل ۹۰Ω و $R_۲$ متوالی است:

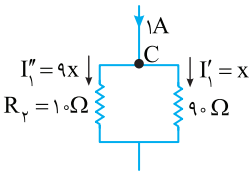
$$R'=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱۸=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}$$

$$۹=\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱=\frac{۱۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹۰+R_۲=۱۰R_۲\Rightarrow R_۲=۱۰\Omega$$



جریان $I_۱$ در نقطهٔ C به دو جریان $I'_۱$ و $I''_۱$ تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر ۹x می‌شود در این صورت:



$۱A=x+۹x\Rightarrow I'_۱=x=۰/۱A\ ,\ I''_۱=۱-۰/۱=۰/۹A$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

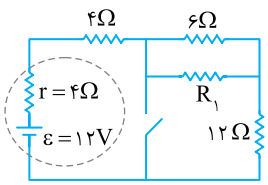
$$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$$

از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$P_۲=R_۲I''^۲_۱\Rightarrow P_۲=۱۰\times(۰/۹)^۲\Rightarrow P_۲=۸/۱W$

۲۹ B **۳**

خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_۲=۰/۶V_۱$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت ۶Ω و $R_۱$ و ۱۲Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۴Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.



۱ جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب $I_۱$ و $I_۲$ می‌نامیم بنابراین:

$$V_۲=۰/۶V_۱\xrightarrow{V=\varepsilon-Ir}\varepsilon-I_۲r=۰/۶(\varepsilon-I_۱r)$$

$$۱۲-۴I_۲=۰/۶(۱۲-۴I_۱)\Rightarrow ۱۲-۴I_۲=۷/۲-۲/۴I_۱$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}}۳-I_۲=۱/۸-۰/۶I_۱$$

$$\Rightarrow I_۲-۰/۶I_۱=۱/۲\quad (I)$$

۲ در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار ۴Ω است.

$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲}{۴+۴}\Rightarrow I_۲=۱/۵A$

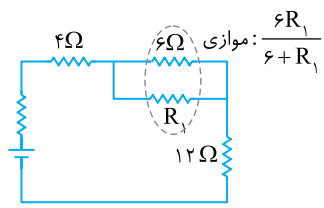
۳ $I_۲$ را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا $I_۱$ را به‌دست بیاوریم.

$$۱/۵-۰/۶I_۱=۱/۲\Rightarrow ۰/۳=۰/۶I_۱\Rightarrow I_۱=۰/۵A$$

۴ مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۱}+r}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۲}{R_{eq_۱}+۴}\Rightarrow R_{eq_۱}=۲۰\Omega$$

۵ با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq_۱}=۴+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}+۱۲\xrightarrow{R_{eq_۱}=۲۰\Omega}$$

$$۲۰=۱۶+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۴=\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}$$

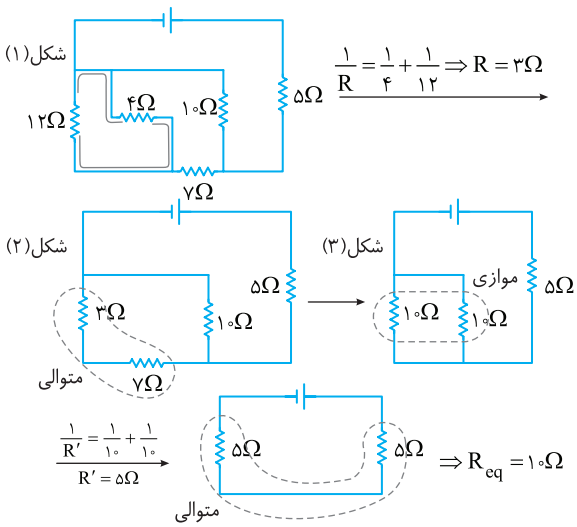
$$۱=\frac{۱/۵R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۶+R_۱=۱/۵R_۱\Rightarrow ۰/۵R_۱=۶\Rightarrow R_۱=۱۲\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

۳۰ B **۲**

خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $\left(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ دو سر مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow R=۳\Omega$$

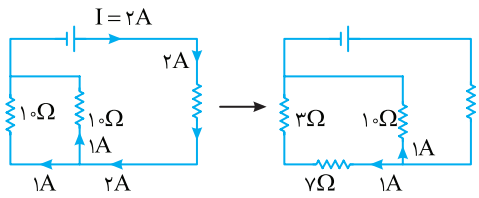
$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow R'=۵\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۱۰\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

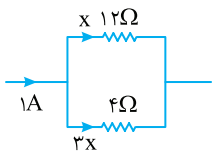
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۰,\ \varepsilon=۲۰V]{R_{eq}=۱۰\Omega}I=\frac{۲۰}{۱۰+۰}=۲A$$

۳ دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۷Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت ۱۲Ω، ۴Ω و ۷Ω با مقاومت ۱۰Ω موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت ۳Ω که معادل دو مقاومت موازی ۱۲Ω و ۴Ω است جریان ۱A می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}A$$

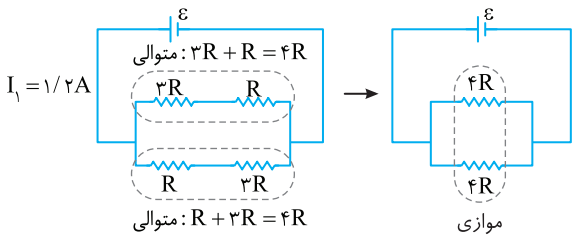
جریان عبوری از مقاومت ۴Ω خواهد شد:

$$I_{۴\Omega}=۳x\Rightarrow I_{۴\Omega}=۳\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}A$$

۳۱ B **۴**

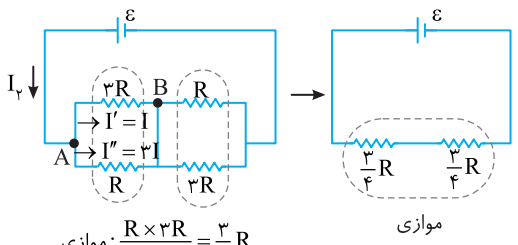
آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است، به سراغ قانون اهم $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویم. جریان مدار با مقاومت مدار رابطه وارون دارد یعنی $\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_{۱eq}}{R_{۲eq}}$ بنابراین باید مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست بیاوریم.

حالت اول: کلید باز:



$$R_{۱eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{۲eq}=\frac{۳}{۴}R+\frac{۳}{۴}R=\frac{۳}{۲}R$$

اکنون می‌توان $I_۲$ را حساب کرد.

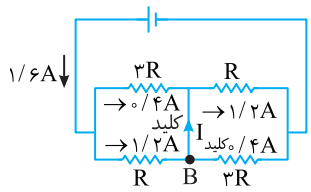
$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۲R}{\frac{۳}{۲}R}\xrightarrow{I_۱=۱/۲A}\frac{I_۲}{۱/۲}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I_۲=۱/۶A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۳R برابر I باشد، جریان مقاومت R، ۳I است، بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$$I'+I''=I_۲\Rightarrow ۳I+I=I_۲\Rightarrow ۴I=۱/۶$$

$$I=۰/۴A\ ,\ I'=۰/۴A\ ,\ I''=۱/۲A$$

اکنون با نوشتن قاعدهٔ انشعاب برای نقطهٔ B مسیر کلید I را حساب می‌کنیم.

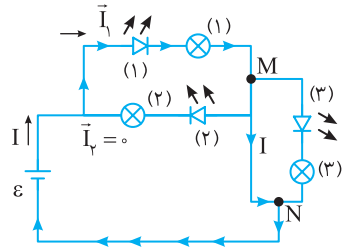


$I_{کلید}=۰/۸A \Rightarrow I_{کلید}+۰/۴=۱/۲$

C ۳۲ ۱

یادآوری هرگاه دو نقطه از مدار توسط یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شوند پتانسیل آن دو نقطه با هم برابر شده و اختلاف پتانسیل بین آن دو نقطه صفر می‌شود.

به شکل دقت کنید دیود نوری و لامپ (۳) توسط سیم بدون مقاومت MN اتصال کوتاه شده و از آن شاخه جریانی نمی‌گذرد و تمام جریان از سیم بدون مقاومت گذشته و لامپ (۳) روشن نمی‌شود.



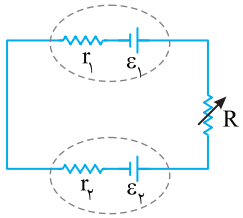
یادآوری دیود و دیود نوری (LED) از یک سو جریان را عبور می‌دهد یعنی در دیود (⟶|⟶) اگر جریان در جهت فلش دیود باشد. جریان از آن می‌گذرد.

دوباره به مدار برگردد. در مداری که لامپ (۲) وجود دارد جریان از دیود نوری نمی‌گذرد و این لامپ خاموش می‌ماند جریان در جهت فلش دیود بوده و از دیود جریان می‌گذرد و لامپ (۱) روشن می‌شود.

۱ ۳۳

در حل این مسائل مرحله به مرحله جلو می‌رویم.

۱ با کاهش مقاومت R، جریان کلی مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$



۲ با توجه به نحوهٔ اتصال دو باتری در مدار و فرض مسئله $(\varepsilon_۲<\varepsilon_۱)$، باتری $\varepsilon_۱$، مولد جریان و باتری $\varepsilon_۲$ مصرف‌کننده است.

۳ ولتاژ دو سر باتری (۱)، با افزایش جریان I، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_۱=\varepsilon_۱-\uparrow Ir_۱)$

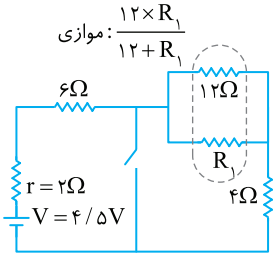
۴ توان ورودی باتری (۲) یعنی $P=\varepsilon I+rI^۲$ با افزایش I افزایش می‌یابد.

B ۳۴ ۳

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ باید جریان مدار دو برابر شده باشد. $(I'=۲I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

کلید باز:

مقاومت ۱۲Ω و $R_۱$ موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω و ۴Ω متوالی است.



$R_{eq}=۶+\frac{۱۲\times R_۱}{۱۲+R_۱}+۴$

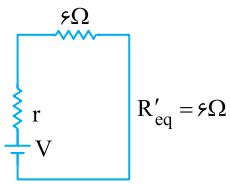
$R_{eq}=۱۰+\frac{۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}=\frac{۱۲۰+۱۰R_۱+۱۲R_۱}{۱۲+R_۱} \Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}$

جریان مدار خواهد شد:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}$

کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت ۶Ω خواهد بود.



جریان مدار خواهد شد:

$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} \Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۶+۲} \Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۸}A$

با توجه به فرض مسئله $I'=۲I$ خواهیم داشت:

$\frac{۴/۵}{۸}=۲\times\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲} \Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲) \Rightarrow ۸=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}+۱$

$۷=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱} \Rightarrow ۸۴+۷R_۱=۶۰+۱۱R_۱ \Rightarrow ۲۴=۴R_۱ \Rightarrow R_۱=۶\Omega$

B ۳۵ ۳

خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

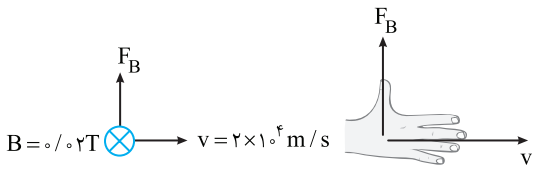
نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\lvert q\rvert vB\sin\alpha$ (زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره)	$F_E=E\lvert q\rvert$

۱ نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است بنابراین $\alpha=۹۰^\circ$ است:

$F_B=qvB \Rightarrow F_B=۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^۴\times۲\times۱۰^{-۲}$

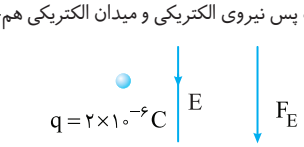
$\Rightarrow F_B=۸\times۱۰^{-۴}N=۰/۸\times۱۰^{-۳}N$

جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی: $F_E=Eq \Rightarrow F_E=۵۰۰\times۲\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۳}N$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.



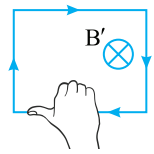
دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$F_T=F_E-F_B \Rightarrow F_T=۱۰^{-۳}-۰/۸\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰^{-۴}N$

۳۶ B **۲**

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان $1ms$ و تغییر شار $0/02Wb$ در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.

قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم: چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.



با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=1ms=10^{-3}s]{N=1,\ \Delta\Phi=-0/02Wb}\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{(-0/02)}{10^{-3}}=20V$$

۳۷ A **۱**

خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت $2e$ است. با داشتن جرم ذرهٔ آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma\Rightarrow F=6/68\times10^{-27}\times4\times10^{5}N$$

اکنون به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[\theta=90^\circ]{|q|=2e=3/2\times10^{-19}C}$$

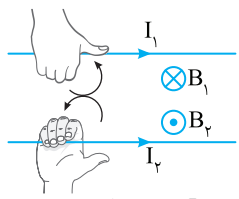
$$6/68\times4\times10^{-22}=3/2\times10^{-19}\times50\times B$$

$$\Rightarrow B=0/167\times10^{-3}T\Rightarrow B=1/67G$$

۳۸ B **۴**

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. $(I_2<I_1)$



با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_2 با I_1 هم‌جهت است.

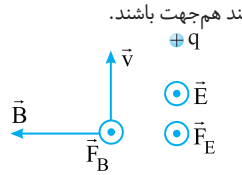
جمع‌بندی: اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

۳۹ B **۱**

خط فکری برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار بیشینه شود باید نیروهایی که میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر بار وارد می‌کنند هم‌جهت باشند.

میدان الکتریکی مطابق شکل برونسو است و بر بار مثبت در میدان الکتریکی نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود، یعنی نیروی F_E نیز برونسو است.



نیروی مغناطیسی F_B باید با F_E هم‌جهت باشند. میدان مغناطیسی به سمت چپ بوده و نیروی مغناطیسی وارد بر بار برونسو است، از این‌رو با توجه به قاعدهٔ دست راست سرعت ذره را به‌دست می‌آوریم. اگر شست دست راست را در جهت نیرو به صورت برونسو روی کاغذ قرار دهیم به گونه‌ای که کف دست سمت چپ یعنی میدان مغناطیسی را نشان دهد، چهار انگشت دست راست به سمت بالا (A) جهت حرکت را نشان می‌دهد.

۴۰ B **۲**

ضریب القاوری سیملوله به ساختمان سیملوله بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L=\mu_0\frac{N^2A}{l}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2\times\frac{A_A}{A_B}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=2N_B]{A_A=A_B\ ,\ l_A=2l_B}\frac{L_A}{L_B}=(2)^2\times1\times\left(\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=2$$

ضریب القاوری سیملوله A دو برابر سیملولهٔ B بوده و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. از این‌رو انرژی ذخیره‌شده در سیملوله A، $(U=\frac{1}{2}LI^2)$ دو برابر B می‌شود و میدان مغناطیسی آن دو $(B=\mu_0\frac{N}{l}I)$ با هم برابر است.

۴۱ B **۱**

خط فکری به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F=qvB\sin\alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

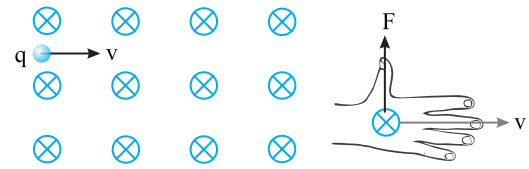
۱ اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\alpha\xrightarrow[\text{خطوط میدان}\ \alpha=90^\circ]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}}F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=1/6\times10^{-19}C]{B=170G=170\times10^{-4}T}F=1/6\times10^{-19}\times10^{4}\times170\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow F=1/6\times170\times10^{-19}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور yها است. $\vec{F}=(1/6\times170\times10^{-19})\vec{j}$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$1/6\times170\times10^{-19}\vec{j}=1/7\times10^{-27}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=1/6\times10^{10}\vec{j}$$

۴۲ B **۴**

خط فکری در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

نکته ۱) نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

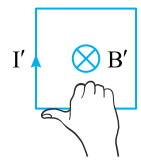
$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[N=1,\ \Delta t=1ms=10^{-3}s]{\Phi=BA\cos\theta}$$

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\text{صفحه برخطوط عمود است}}\bar{\varepsilon}=\frac{-(B_2-B_1)A}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[A=600\times10^{-4}m^2]{\Delta B=-200G=-200\times10^{-4}T}\bar{\varepsilon}=\frac{-(-200\times10^{-4})\times(600\times10^{-4})}{10^{-3}}=1/2V$$

نکته ۲) طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.

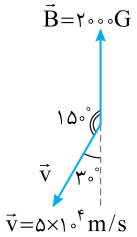


میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درونسو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

۴۳ B

یادآوری یک گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.

۱ رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر است:



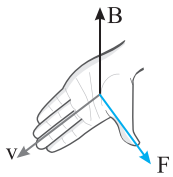
$$F=|q|vB\sin\theta$$

$$F=1/6\times10^{-19}\times5\times10^{4}\times2000\times10^{-4}\times\sin(150^\circ)$$

$$\xrightarrow{\sin150^\circ=\sin30^\circ=\frac{1}{2}} F=8\times10^{-16}\,N$$

۲ برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در امتداد v قرار دهید به گونه‌ای که چرخش چهارانگشت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست راست شما رو به درون صفحهٔ کاغذ است یعنی نیرو درونسوست، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو برونسو است.

البته مطابق شکل می‌توانید که از دست چپ استفاده کنید.



۴۴ B

یادآوری میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ به‌دست می‌آید که در آن N تعداد حلقه‌ها، R شعاع حلقه و I جریان گذرنده از پیچه است.

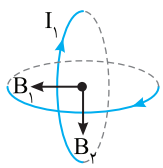
۱ میدان مغناطیسی هر حلقه $(N=1)$ را حساب می‌کنیم.

$$B_1=\mu_0\frac{N_1I_1}{2R_1}\Rightarrow B_1=4\pi\times10^{-7}\times\frac{1\times20}{2\times2/5\times10^{-2}}\Rightarrow B_1=16\pi\times10^{-5}\,T$$

$$B_1=16\pi\times\underbrace{10^{-5}\times10^{4}}\Rightarrow B_1=1/6\pi G$$

برای تبدیل تسلا به گاوس

نکته وقتی سطح حلقه‌ها بر هم عمود باشند آنگاه بردار میدان مغناطیسی حلقه‌ها نیز برهم عمود است.



$$B_2=\mu_0\frac{N_2I_2}{2R_2}\Rightarrow B_2=4\pi\times10^{-7}\times\frac{1\times18}{2\times3\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow B_2=12\pi\times10^{-5}\,T=1/2\pi G$$

۲ به کمک رابطهٔ فیثاغورس میدان خالص را در مرکز حلقه‌ها به‌دست می‌آوریم.

$$B_T=\sqrt{B_1^2+B_2^2}\Rightarrow B_T=\sqrt{(1/6\pi)^2+(1/2\pi)^2}$$

$$B_T=\sqrt{(0/4\pi)^2(4^2+3^2)}\Rightarrow B_T=0/4\pi\times5\Rightarrow B_T=2\pi G$$

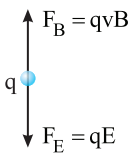
۴۵ B

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

۱ ذرهٔ آلفا دارای بار مثبت است $\alpha={}^4_2He^{++}$

۲ بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیروی $F_E=qE$ وارد می‌شود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

۳ برای آنکه ذرهٔ آلفا بدون انحراف از دو میدان بگذرد، باید نیروهایی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شود. متوازن باشند. یعنی اندازهٔ آن‌ها یکسان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد. اکنون مسئله قابل حل است.

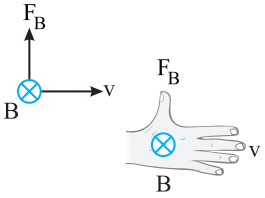


دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE\ ,\ F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

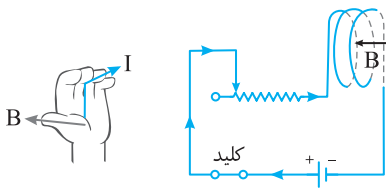
$$\xrightarrow{E=1000\,N/C,B=10^{3}\times10^{-4}=0/1T}1000=0/1v\Rightarrow v=10^{4}\,m/s$$

نیروی F_B بالا سو و میدان مغناطیسی درونسو بوده و بنا به قاعدهٔ دست راست اگر شما انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشت شما به سمت راست صفحه و در جهت محور xهاست، یعنی سرعت در جهت مثبت محور xها باید باشد.

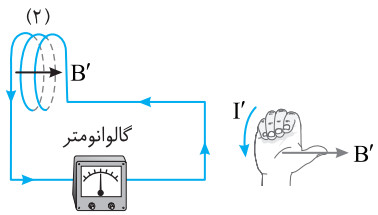


۴۶ B

جریان مدار سمت چپ از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) به سمت چپ است. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند، در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.

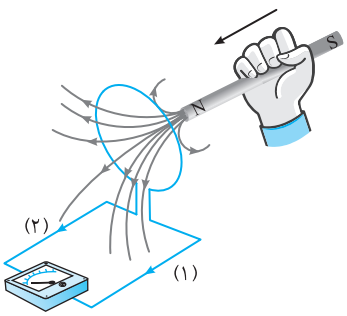


با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.

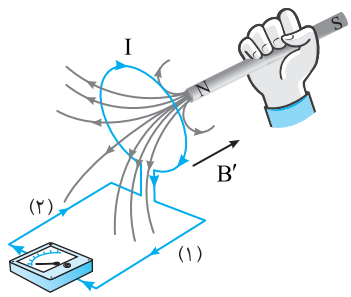


۴۷ B

یادآوری قانون لنز: جهت جریان القایی همواره به گونه‌ای است که با عامل به‌وجودآورنده‌اش (تغییر شار) مخالفت می‌کند.



با توجه به شکل آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است. با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و این بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده باعث ایجاد نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی می‌شود.



این جریان به گونه‌ای است که با نزدیک شدن آهن‌ربا مخالفت می‌کند. یعنی حلقه بر آهن‌ربا نیروی مغناطیسی دافعه وارد می‌کند. برای این منظور باید سمتی از حلقه که به سوی آهن‌رباست قطب N شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در جهت (۱) خواهد شد.

B ۴۸ ۲

۱) رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\Rightarrow\begin{cases}B_A=\mu_{\circ}\dfrac{N_A}{l_A}I\\ B_B=\mu_{\circ}\dfrac{N_B}{l_B}I\end{cases}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{l_B}{l_A}\ (I)$$

۲) با توجه به فرض مسئله طول سیملوله A دو برابر طول سیملوله B $(l_A=۲l_B)$ و تعداد حلقه‌های A نیز دو برابر تعداد حلقه‌های B $(N_A=۲N_B)$ است ازاین‌رو:

$$(I)\ \frac{B_A}{B_B}=\frac{۲N_B}{N_B}\times\frac{L_B}{۲L_B}=۱$$

۳) رابطهٔ ضریب القاوری را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{l}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_A}{A_B}.(\frac{N_A}{N_B})^{۲}\times\frac{l_B}{l_A}\xrightarrow[\text{فرض مسئله}]{A_A=A_B}$$

$$\frac{L_A}{L_B}=(\frac{۲N_B}{N_B})^{۲}\times\frac{l_B}{۲l_B}=۲$$