



فیزیک و اندازه‌گیری

فصل ۱

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسفنامه

۱- گزینه ۲ چون حرکت چتر باز با سرعت ثابت است، با توجه به آن‌چه در علوم نهم خواندید باید نیروهای وارد بر چتر باز متوازن باشد یعنی باید نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا برابر باشند و گزینه (۲) درست است.

۲- گزینه ۱ هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم تا ببینیم که کدام یک برابر با $1/0 \times 10^{-9} \text{ s}$ می‌شود:

$$1/0 \times 10^{-6} \text{ ms} = 1/0 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \text{ s} = 1/0 \times 10^{-9} \text{ s}$$

گزینه (۱):

$$1/0 \times 10^{-12} \mu\text{s} = 1/0 \times 10^{-12} \times 10^{-6} \text{ s} = 1/0 \times 10^{-18} \text{ s}$$

گزینه (۲):

$$10 \text{ ns} = 10 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-8} \text{ s}$$

گزینه (۳):

$$10 \text{ ps} = 10 \times 10^{-12} \text{ s} = 1 \times 10^{-11} \text{ s}$$

گزینه (۴):

۳- گزینه ۱ از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$312 \text{ km} \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) \times \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}\right) \times \left(\frac{1 \text{ ذرع}}{104 \text{ cm}}\right) \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ ذرع}} = \frac{312 \times 10^5}{104 \times 6 \times 10^3} = \frac{100}{2} = 50 \text{ فرسنگ}$$

۴- گزینه ۲ ابتدا سرعت را بر حسب mi/s (مایل بر ثانیه) به دست می‌آوریم:

$$v = 20 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ مایل}}{1609 \text{ m}} = \frac{1}{180} \text{ مایل/s}$$

$$\text{مسافت طی شده خواهد شد: } \frac{1}{180} \text{ مایل/s} \times 3 \times 3600 \text{ s} = 60 \text{ مایل}$$

۵- گزینه ۲ یکای تندی (v) در SI بر حسب متر بر ثانیه (m/s) و یکای جابه‌جایی (d) بر حسب متر (m) است و بنا به سازگاری یکاها باید یکای دو طرف معادله مانند هم باشد. یکای α را با نماد $[\alpha]$ نشان داده‌ایم.

$$v^2 = \alpha d \Rightarrow \text{m}^2/\text{s}^2 = \alpha \times \text{m} \Rightarrow [\alpha] = (\text{m/s}^2)$$

α باید بر حسب m/s^2 باشد.

۶- گزینه ۴ چون آمپرسنج دیجیتال است، دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم خوانده شده از روی دستگاه (اولین رقم سمت راست عدد) می‌باشد، پس دقت این دستگاه برابر است با:

$$1 \text{ mA} \times \frac{1 \text{ A}}{1000 \text{ mA}} = 0.001 \text{ A}$$

۷- گزینه ۳ دقت وسایل رقمی برابر ۱ واحد از آخرین رقم نمایشی آن‌ها می‌باشد.

دقت دستگاه سوم: 0.01Ω اهم
دقت دستگاه دوم: 0.1Ω اهم
دقت دستگاه اولی: 1Ω اهم

پس دستگاه سوم بیشترین دقت را دارد.

۸- گزینه ۴ دقت دستگاه رقمی یک واحد از آخرین رقم نمایشی آن می‌باشد، پس اگر اندازه‌گیری بر حسب میلی‌متر باشد دقت 0.1 mm و اگر بر حسب اینچ باشد 0.01 in است.

$$0.01 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 0.254 \text{ cm} = 2.54 \text{ mm}$$

$$\frac{\text{دقت دستگاه بر حسب میلی‌متر}}{\text{دقت دستگاه بر حسب اینچ}} = \frac{0.1 \text{ mm}}{2.54 \text{ mm}} = 0.04$$

۹- گزینه ۳ ابتدا با توجه به فرمول حجم کره، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (0.1)^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{16 \text{ kg}}{4 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

حال با توجه به فرمول چگالی داریم:



سیم به صورت استوانه است، پس حجم آن برابر با حاصل ضرب سطح مقطع در طول است:

$$V = Ah$$

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho Ah = 9 \text{ g/cm}^3 \times 6 \times (10^{-1} \text{ cm})^2 \times 5000 \text{ cm} \Rightarrow m = 2700 \text{ g} = 2.7 \text{ kg}$$

با توجه به چگالی، جرم را به دست می آوریم:

۱۱- گزینه ۴ ابتدا باید حجم قطعه آهن را محاسبه کنیم تا مشخص شود چه حجمی از مایع سرریز می شود:

$$V' = V \Rightarrow V' = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V' = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ g/cm}^3} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$m' = \rho' V' = 1 \text{ g/cm}^3 \times 1000 = 1 \text{ kg}$$

پس 1000 cm^3 مایع از ظرف بیرون می ریزد که جرم آن برابر است با:

۱۲- گزینه ۲ جسم A چون ته نشین شده چگالی بیشتری دارد. جسم C که روی مایع A و ته مایع B قرار دارد چگالی اش از جسم A کمتر و از جسم B بیشتر

است، از این رو:

$$\rho_A > \rho_C > \rho_B$$

۱۳- گزینه ۱ با توجه به نسبت چگالی ها داریم:

$$\rho_A = 1/5 \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = 1/5 \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{200} = 1/5 \times \frac{200}{500} \Rightarrow m_A = 120 \text{ g}$$

۱۴- گزینه ۳ جرم آب به تنهایی برابر است با:

$$m_{\text{آب}} = 75 - 25 = 50 \text{ g}$$

$$V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho} = \frac{50 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 50 \text{ cm}^3$$

حجم بخش خالی فلاسک نیز برابر با حجم آبی است که فلاسک را پر می کند:

حال با توجه به جرم گلیسرین، چگالی آن را به دست می آوریم:

$$m = 88 - 25 = 63 \text{ g} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{63 \text{ g}}{50 \text{ cm}^3} = 1.26 \text{ g/cm}^3$$

(چون گلیسرین نیز باید فلاسک را پر کند پس حجم آن نیز برابر حجم بخش خالی فلاسک $V = 50 \text{ cm}^3$ است.)



۱۵- گزینه ۲ ابتدا حجم ظاهری مکعب را به دست می آوریم، سپس باید ببینیم که حجم واقعی یا حجم مکعبی که حفره دارد، چقدر

است. به این منظور می توانیم از $V = \frac{m}{\rho}$ استفاده کنیم. تفاضل حجم واقعی و ظاهری همان حجم حفره خواهد بود.

$$\text{حجم ظاهری } V_1 = a^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

ابتدا فرض می کنیم که مکعب توپر است، حجم آن برابر است با:

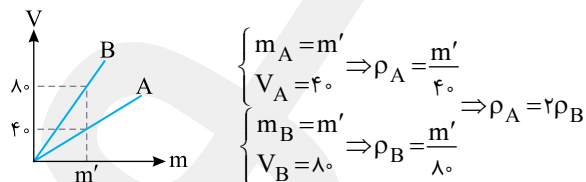
$$\text{حجم واقعی } V_2 = \frac{m}{\rho} = \frac{80 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 80 \text{ cm}^3$$

حجم مکعب دارای حفره را با استفاده از چگالی و جرم مکعب به دست می آوریم:

$$V_{\text{حفره}} = \Delta V = V_1 - V_2 = 45 \text{ cm}^3$$

با تفاضل دو حجم بالا از هم، حجم حفره را به دست می آوریم:

۱۶- گزینه ۳ ابتدا نسبت چگالی A و B را به دست می آوریم:



چون نسبت جرم ها را داده پس به جای V_B و V_A در رابطه چگالی آلیاژ از $\frac{m_B}{\rho_B}$ و $\frac{m_A}{\rho_A}$ استفاده می کنیم.

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{\rho_A = 2\rho_B} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{2m}{\frac{m}{2\rho_B} + \frac{m}{\rho_B}} \Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{2m}{\frac{m+2m}{2\rho_B}} = \frac{4}{3}\rho_B$$

یخ اولیه m یخ ذوب شده m

۱۷- گزینه ۴ جرم یخ در اثر ذوب شدن تغییر نمی کند.

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow 0.9 \times V_1 = 1(V_1 - 3) \Rightarrow V_1 = 30 \text{ cm}^3$$

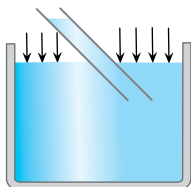


ویژگی‌های فیزیکی مواد

۲

فصل

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسفنامه



۱- گزینه ۲ با مکش هوای درون نی، فشار هوا در آن کاهش می‌یابد و فشار هوای بیرون که بر سطح نوشابه وارد می‌شود، سبب بالا رفتن نوشابه به درون نی می‌گردد. (A)

۲- گزینه ۴ سطح مایع درون لوله موئین از سطح مایع درون ظرف بالاتر است، بنابراین بزرگی نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از بزرگی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است. (A)

۳- گزینه ۳ حجم مایعی که در لوله موئین بالاتر از سطح مایع ظرف قرار می‌گیرد ثابت است، پس با کاهش قطر (سطح مقطع) ارتفاع مایع درون لوله بیشتر می‌شود و گزاره (الف) درست است. با تغییر ارتفاع لوله که درون ظرف است میزان مایع درون لوله تغییری نمی‌کند و گزاره (ب) نادرست است. با توجه به شکل و سطح فرو رفته مایع درون لوله و بالا رفتن مایع درون لوله باید نیروی دگرچسبی مایع و لوله بیشتر از نیروی هم‌چسبی مایع باشد و با ریختن مایع روی سطحی از جنس لوله موئین، سطح تر خواهد شد و گزاره (پ) درست است. (A)

۴- گزینه ۱ اثر موئینگی سبب بالا رفتن آب و مواد غذایی از لوله‌های آوندهای گیاهان می‌شود که علت آن این است که نیروی دگرچسبی از نیروی هم‌چسبی بیشتر است. (A)

$$P_{\max} = \rho g h_{\max} = 1000 \times 10 \times \frac{2}{10} = 2000 \text{ Pa} = 2 \text{ kPa}$$

$$P = P_0 + \rho g h \Rightarrow 3/4 P_0 = P_0 + \rho g h \Rightarrow 2/4 P_0 = \rho g h \Rightarrow 2/4 \times 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

پرسش

به ازای هر چند متر از عمق آب فشار مایع به اندازه یک اتمسفر افزایش می‌یابد؟

پاسخ

$$P_0 \sim 10^5 \text{ Pa}, \quad P_0 = \rho g h \Rightarrow 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

یعنی هر ۱۰ متر که از سطح آب پایین‌تر برویم تقریباً بر فشار آن یک اتمسفر اضافه می‌شود.

پرسش

اگر در آزمایش جوسنچ به جای جیوه از آب استفاده می‌کردیم، ارتفاع ستون آب در لوله آزمایش چقدر می‌شد؟ اگر آزمایش را با الکل به چگالی 0.8 g/cm^3 انجام دهیم، چطور؟

پاسخ

$$P_0 = \rho_{\text{آب}} g h \Rightarrow 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 10 \text{ m}, \quad P_0 = \rho_{\text{الکل}} g h \Rightarrow h = \frac{10^5}{8000} = 12.5 \text{ m}$$

۷- گزینه ۲ همانطور که گفته شد، فشار مایع فقط به عمق مایع بستگی دارد و شکل ظرف و سطح مقطع آن بی‌تأثیر است. (A)

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 g h_2}{\rho_1 g h_1} = \frac{h_2}{h_1} = 5$$

۸- گزینه ۱ راه حل اول: جرم و جنس مایع‌ها یکی است، پس حجم مایع A و B یکسان است: (A)

$$V_A = V_B \Rightarrow \pi r_A^2 h_A = \pi r_B^2 h_B \quad (1)$$

$$D_A = 2 D_B \Rightarrow r_A = 2 r_B \xrightarrow{(1)} (2 r_B)^2 h_A = r_B^2 h_B \Rightarrow 4 h_A = h_B$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho g h_A}{\rho g h_B} = \frac{1}{4}$$

اکنون فشار را در کف دو ظرف نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

راه حل دوم: چون گفته شده مقدار مایع در هر دو ظرف یکسان است پس $W_1 = W_2$ و از رابطه $P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{W}{A_A}}{\frac{W}{A_B}} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{D_B}{2D_B}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۹- گزینه ۱ مایعات فشار را به‌طور یکسان در تمام جهت‌ها منتقل می‌کنند. با قرار دادن چوب بر سطح آب فشار افزایش می‌یابد اما اختلاف فشار بین A و B تغییر نمی‌کند. (A)

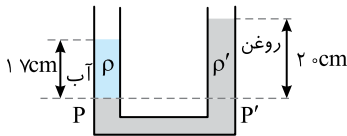
۱۰- گزینه ۳ بنا به اصل پاسکال، افزایش فشار ناشی از افزودن مایع در تمام نقاط مایع یکسان است. مقدار افزایش فشار را حساب می‌کنیم: (B)

$$\Delta P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{2 \times 10}{500 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^2 \text{ Pa}$$

اکنون افزایش نیروی وارد بر هر سطح را حساب می‌کنیم:

$$\Delta F_1 = \Delta P A_1 = 4 \times 10^2 \times 2000 \times 10^{-4} = 80 \text{ N}, \quad \Delta F_2 = \Delta P A_2 = 4 \times 10^2 \times 2000 \times 10^{-4} = 8 \text{ N}$$

۱۱- گزینه ۲ در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن فشار یکسان است: (B)

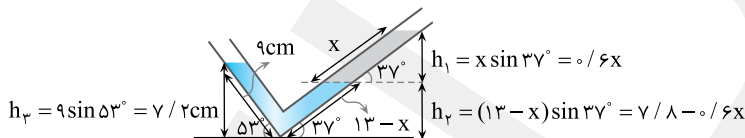


$$P = P' \Rightarrow P_0 + \rho gh = P_0 + \rho' gh'$$

$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow \frac{\rho}{\rho'} = \frac{h'}{h} = \frac{17}{20} \Rightarrow \rho' = 0.85 \rho$$

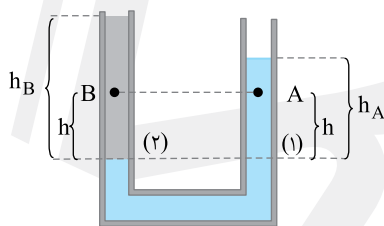
پس چگالی روغن، ۱۵ درصد کم‌تر از چگالی آب است.

۱۲- گزینه ۲ با توجه به شکل، زاویه‌ای که شاخه سمت چپ با سطح می‌سازد زاویه ۵۳° است. چون مایع‌ها در دو طرف در تعادل است پس فشار وارد بر A از دو طرف لوله یکسان است. (B)



$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 + \rho_2 gh_3$$

$$1000 \times 10 \times \frac{7}{2} = 1000 \times 10 \times \frac{(7/8 - 0.6x)}{100} + 800 \times 10 \times \frac{0.6x}{100} \Rightarrow 0.72 = 0.78 - 0.6x + 0.48x \Rightarrow 0.12x = 0.06 \Rightarrow x = 0.5 \text{ cm}$$



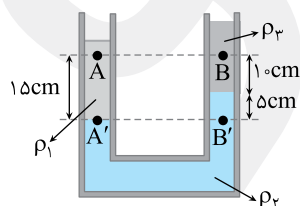
۱۳- گزینه ۲ دقت کنید که همواره نمی‌توانیم فشار نقاط هم‌تراز مایع‌ها در یک ظرف مرتبط را با هم برابر قرار دهیم. باید همیشه از پایین‌ترین سطح ظرف به سمت بالا برویم تا وقتی که به مرز مشترک با اولین مایع برسیم فشار در سطوح هم‌تراز برابر است. حال اگر از مرز مایع‌ها به یک اندازه بالاتر برویم دیگر فشار مایع‌ها برابر نیستند زیرا به علت متفاوت بودن مایع‌ها در طرفین ظرف تغییرات فشار یکسان نخواهد بود. بنابراین در اینجا فقط می‌توانیم فشار را در نقاط (۱) و (۲) با هم برابر قرار دهیم: (B)

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_A h_A = \rho_B h_B \xrightarrow{h_B > h_A} \rho_A > \rho_B$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_A hg + P_A = \rho_B hg + P_B \xrightarrow{P_A > P_B} P_A < P_B$$

دقت کنید که همواره مایعی که در زیر قرار می‌گیرد، چگالی بیشتری دارد، بنابراین می‌توانیم مستقیماً چگالی مایع در نقطه A را بیشتر از چگالی مایع در نقطه B بدانیم.

۱۴- گزینه ۴ فشار در نقطه‌های A' و B' با هم برابر است. (B)



$$P_{A'} = P_{B'} = P$$

فشار A برابر است با:

$$P_A = P_{A'} - \rho_1 g \frac{15}{100} \Rightarrow P_A = P - 1000 \times 10 \times \frac{15}{100} \Rightarrow P_A = P - 1500 \text{ Pa}$$

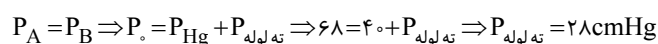
فشار B برابر است با:

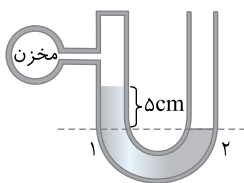
$$P_B = P_{B'} - \rho_2 g \frac{5}{100} - \rho_2 g \frac{10}{100} = P - 13600 \times 10 \times \frac{5}{100} - 800 \times 10 \times \frac{10}{100}$$

$$P_B = P - 6800 - 8000 = P - 14800$$

بنابراین اختلاف فشار این دو نقطه برابر است با:

$$\Delta P_{AB} = P_A - P_B = P - 1500 - (P - 14800) = 13300 \text{ Pa} = 13.3 \text{ kPa}$$





۲۱- گزینه ۲ بهتر است که فشار گاز در مخزن را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow 95200 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{V}{10} m = 70 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = 70 \text{ cmHg}$$

حال فشار سطوح هم تراز را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{مخزن}} + \Delta = P_0 \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

۲۲- گزینه ۲ فشار نقاط هم تراز را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A = \rho gh + P_B \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh \quad (1)$$

چون ضلع مقابل به زاویه 30° برابر با نصف وتر است، مقدار h به دست می‌آید:

$$h = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ m} \xrightarrow{(1)} P_A - P_B = 1000 \times 10 \times 5 = 50 \text{ kPa}$$

۲۳- گزینه ۴ در نقاط هم تراز، فشارها را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_C = 25 + 65 = 90 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = 90 \text{ cmHg}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow 55 + 65 = 90 + x \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

در مخزن (۱) فشار برابر با $(55 + 65)$ سانتی‌متر جیوه است. دقت کنید که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد، به همین علت باید مقدار فشار هوا (65 cmHg) به 55 cmHg (عددی که فشارسنج نشان می‌دهد) اضافه شود.

۲۴- گزینه ۳ نیرویی که قسمت بیرونی ظرف بر تکیه‌گاه وارد می‌کند برابر وزن ظرف و مایع است. دقت کنید که در این جا نیرویی که مایع از داخل بر ته ظرف

وارد می‌کند مورد نظر نیست.

اگر پاسخ نادرست داده‌اید یکبار دیگر متن سؤال را به دقت بخوانید.

۲۵- گزینه ۳ در اثر قرار گرفتن چوب درون مایع، مقداری بر ارتفاع مایع اضافه شده و اضافه نیروی $\Delta F = \Delta PA$ (مساحت ته ظرف است) بر ته ظرف

وارد می‌شود که البته اگر ظرف به صورت استوانه‌ای باشد افزایش ارتفاع بیشتری خواهد داشت. اگر ظرف به صورت استوانه‌ای باشد اضافه فشار وارد بر کف ظرف

$\Delta P = \frac{W}{A}$ خواهد بود (که A مساحت قاعده ظرف است). حال اگر ظرف با ثابت ماندن سطح مقطع مطابق این سؤال شود افزایش ارتفاع کمتری خواهیم داشت یعنی

ΔP کمتر خواهد بود پس طبق $F = \Delta PA$ ، مقدار F نیز کمتر از W خواهد شد.

۲۶- گزینه ۲ کشتی بر سطح آب شناور است، بنابراین نیروی وزن کشتی با نیرویی که آب بر آن وارد می‌کند، برابر است.

۲۷- گزینه ۳ با انداختن توپ به درون آب، فایق سبک‌تر می‌شود و کمتر در آب فرو می‌رود و آب در کناره آن پایین می‌آید.

۲۸- گزینه ۳ جرم اضافه شده به دو کفه برابر است، بنابراین جسم در حالت تعادل باقی می‌ماند.

۲۹- گزینه ۱ با توجه به معادله پیوستگی خواهیم داشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow 100 \times 5 = A_2 \times 2 \Rightarrow A_2 = \frac{500}{2} \Rightarrow A_2 = 250 \text{ cm}^2, \quad \Delta A = 250 - 100 = 150 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{150}{100} \times 100 = 150\%$$

در این صورت باید سطح مقطع لوله را ۱۵۰ درصد افزایش دهیم. (یادآوری می‌کنیم که چون سرعت شاره در مسیر کاهش می‌یابد، پس باید سطح مقطع را افزایش دهیم).

۳۰- گزینه ۲ ابتدا واحد سرعت را به واحد متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$v_1 = 10 \text{ cm/s} = 10 \text{ cm/s} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.1 \text{ m/s}$$

چون لوله‌ها به هم متصل هستند، پس می‌توان معادله پیوستگی را برای هر دو نقطه دلخواه نوشت. در نتیجه داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \times 0.1 = \pi \times \left(\frac{0.5}{100}\right)^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$



پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسفنامه

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times m \times 16 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

۱- گزینه ۳ ابتدا جرم جسم و سپس سرعت در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 20 \Rightarrow v_2 = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

۲- گزینه ۲ با توجه به این که $v_1 = v_0$ و $v_2 = v_0 + 10$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{(v_0 + 10)^2}{v_0^2} \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_0 + 10}{v_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_0 + 10}{v_0} \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_1 + 0.2v_1 = 1.2v_1, \quad K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

۳- گزینه ۲ تندی در حالت دوم ۲۰٪ بیشتر است از این رو:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(1.2v_1)^2 = 1/44 \times \frac{1}{2}mv_1^2 = 1/44 K_1$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 1/44 K_1 - K_1 = -0.44 K_1$$

پس انرژی جنبشی ۴۴ درصد افزایش می‌یابد.

۴- گزینه ۱ انرژی جنبشی واگن در هر شکل را به دست آورده و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2 = 8 \text{ J} \\ K_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9 \text{ J} \\ K_3 = \frac{1}{2}m_3v_3^2 \Rightarrow K_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3^2 = 13.5 \text{ J} \\ K_4 = \frac{1}{2}m_4v_4^2 \Rightarrow K_4 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 = 8 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow K_1 = K_4$$

پس در شکل الف و ت، انرژی جنبشی برابر است.

۵- گزینه ۴ انرژی شیمیایی سوخت باعث افزایش انرژی جنبشی می‌شود.

$$E_{\text{سوخت}} = K_2 - K_1 = \text{افزایش انرژی جنبشی}$$

$$E_{\text{سوخت}} = \text{جرم سوخت} \times \text{انرژی شیمیایی واحد جرم}$$

$$\Rightarrow v: \text{جرم} \times M = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow M = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\text{انرژی شیمیایی واحد جرم}}$$

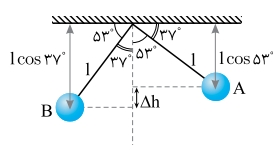
$$v \rightarrow 2v: M' = \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 3 \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow M' = 3 \times \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\text{انرژی شیمیایی واحد جرم}} = 3M$$

۶- گزینه ۱ نیروی F دارای دو مؤلفه $F_x = 4 \text{ N}$ و $F_y = 3 \text{ N}$ است. مؤلفه F_y بر محور Xها و امتداد جابه‌جایی عمود است و کار آن صفر می‌باشد. بنابراین تنها باید کار مؤلفه F_x را حساب کنیم:

$$W = F_x d \Rightarrow W = 4 \times 4 = 16 \text{ J}$$

۷- گزینه ۱ ابتدا جابه‌جایی در راستای قائم را به دست می‌آوریم:

چون جسم پایین آمده پس $W_{mg} > 0$ است.



$$\Delta h = l \cos 37^\circ - l \cos 53^\circ = l(\cos 37^\circ - \cos 53^\circ) = 1(0.8 - 0.6) = 0.2 \text{ m}$$

$$W_{mg} = +mg\Delta h = 0.5 \times 10 \times 0.2 = 1 \text{ J}$$

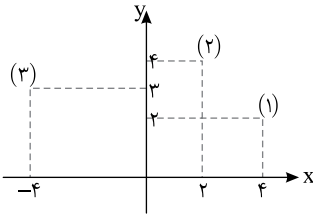


۸- گزینه ۲

ابتدا مکان جسم در r_1 و r_2 و r_3 را در نمودار مشخص می‌کنیم و جابه‌جایی جسم را در راستای قائم به دست می‌آوریم.

در مکان (۱) ارتفاع جسم ۲m و در مکان (۳) ارتفاع آن ۳m است پس در کل جسم از ابتدا تا پایان حرکت ۱m بالا می‌رود. جسم بالا می‌رود پس کار نیروی وزن منفی است:

$$W = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times 1 = -20 \text{ J}$$

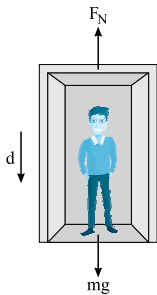


۹- گزینه ۲

خط فکری: در سؤالاتی که تندی ثابت است می‌توان جابه‌جایی را از رابطه $v = \frac{d}{t} \Rightarrow d = vt$ به دست آورد. ابتدا جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم. چون جابه‌جایی و نیروی وزن در خلاف جهت هم هستند کار نیروی وزن منفی است.

$$h = vt = 2 \times 4 = 8 \text{ m}, W_g = -mgh \Rightarrow W_g = -320 \text{ J}$$

↓
جسم بالا می‌رود و کار نیروی وزن منفی است



۱۰- گزینه ۲

با توجه به توضیحات پاسخ قبل چون سرعت ثابت است پس:

$$F_N = mg = 600 \text{ N}, \Rightarrow d = vt = 5 \times 4 = 20 \text{ m}$$

چون جابه‌جایی به سمت پایین است پس کار نیروی وزن به دلیل هم جهت بودنش با جهت جابه‌جایی مثبت و کار نیروی عمودی سطح به دلیل اینکه جهتش در خلاف جهت نیروی عمودی سطح است، منفی است.

$$W_{mg} = mgd \cos 0^\circ = 600 \times 20 = +12000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}$$

$$W_{F_N} = F_N d \cos 180^\circ = 600 \times 20 \times (-1) = -12000 \text{ J} = -12 \text{ kJ}$$

۱۱- گزینه ۲

ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی خالص را به دست می‌آوریم. دقت کنید چون جسم در حال توقف است پس شتاب جسم، -2 m/s^2 است:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow F_{\text{خالص}} = 4 \times -2 = -8 \text{ N}$$

جابه‌جایی جسم روی سطح، ۸m است بنابراین:

$$W_t = F_{\text{خالص}} d = -8 \times 8 = -64 \text{ J}$$

۱۲- گزینه ۴

کار کل انجام شده روی جسم برابر است با مجموع کار نیروی F و کار نیروی وزن:

$$\begin{cases} W_t = W_F + W_{mg} \xrightarrow{W_{mg} = +mgh} W_t = W_F + mgh \\ W_t = F_{\text{خالص}} d \xrightarrow{F_{\text{خالص}} = ma} W_t = ma \times d \end{cases} \Rightarrow W_F + mgh = ma \times d$$

$$W_F + 2 \times 10 \times 10 = 2 \times 4 \times 10 \Rightarrow W_F + 200 = 80 \Rightarrow W_F = -120 \text{ J}$$

۱۳- گزینه ۱

ابتدا طول جابه‌جایی از A تا B را به دست می‌آوریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{d_{AB}} \Rightarrow d_{AB} = 6 \text{ m}$$

$$F_t = ma \Rightarrow F_t = 2 \times 3 = 6 \text{ N}, W_t = F_t d = 6 \times 6 = 36 \text{ J}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow 90 = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 90 = \frac{1}{2} \times 5 v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

۱۴- گزینه ۱

کار کل انجام شده روی توپ برابر تغییر انرژی جنبشی توپ است.

۱۵- گزینه ۲

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (15^2 - 20^2) \Rightarrow W_t = 0.2 \times (-175) = -35 \text{ J}$$

۱۶- گزینه ۳

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای رسیدن تندی از صفر به v داریم:

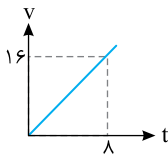
$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2} m(v^2 - 0^2) \Rightarrow F = \frac{mv^2}{2d}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای رسیدن تندی از v به ۲v داریم:

$$W'_t = \Delta K' \Rightarrow F'd = \frac{1}{2} m(4v^2 - v^2) \Rightarrow F' = \frac{3mv^2}{2d}$$

بنابراین F' سه برابر F می‌شود.





۱۷- گزینه ۳ نمودار خط راست است و معادله خط راست $y = ax + b$ بوده که a شیب خط و b عرض از مبدأ است. در این نمودار $b = 0$ است و معادله خط باید به صورت $y = ax$ باشد که در آن v به جای y و t به جای x خواهد بود. ابتدا شیب خط را به دست آورده سپس معادله خط را می نویسیم.

$$a = \frac{16 - 0}{8 - 0} = 2 \Rightarrow v = 2t \text{ معادله خط}$$

در لحظه های ۰، ۴s و ۸s سرعت را به دست می آوریم.
اکنون کار را در بازه ۰ تا ۴s (چهار ثانیه اول) و سپس در بازه ۴s تا ۸s (چهار ثانیه دوم) به دست آورده بر هم تقسیم می کنیم.

$$W = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times (8)^2 - 0 = 160 \text{ J} \\ W_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times (16)^2 - \frac{1}{2} \times 5 \times (8)^2 = 480 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{480}{160} = 3$$

۱۸- گزینه ۲ جسم روی سطح افقی جابه جا شده پس تنها مؤلفه افقی نیرو یعنی نیروی $12\hat{i}$ روی جسم کار انجام می دهد و کار مؤلفه قائم نیرو یعنی نیروی $5\hat{j}$ چون بر راستای جابه جایی عمود است ($\cos 90^\circ = 0$) صفر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} + W_{F_i} = \Delta K \xrightarrow[W_{f_k} = 0 \text{ سطح بدون اصطکاک}]{W_{mg} = W_{F_N} = 0} W_{F_i} = K_2 - K_1 \xrightarrow[K_2 = 36, K_1 = 0]{W_{F_i} = F_i d}$$

$$F_i d = 36 \Rightarrow 12d = 36 \Rightarrow d = 3 \text{ m}$$

۱۹- گزینه ۲ در ۳۰۰m آخر، حرکت با تندی ثابت است، بنابراین $\Delta K = 0$ است و با توجه به سؤال به چتر باز تنها دو نیروی f_d و mg وارد می شود بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_d} = 0 \Rightarrow W_{f_d} = -W_{mg} \Rightarrow W_{f_d} = -70 \times 10 \times 300 \Rightarrow W_{f_d} = -210 \text{ kJ}$$

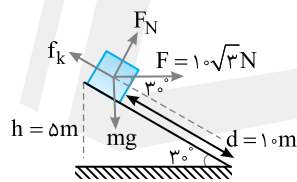
۲۰- گزینه ۲ بر جسم دو نیروی وزن و نیروی F که شخص وارد می نماید اثر می کند. بنابراین:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_F + W_{mg} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_F - mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow W_F = 2 \times 10 \times 25 + \frac{1}{2} \times 2 \times 400 = 900 \text{ J}$$

۲۱- گزینه ۲ تندی در حین بالا رفتن کاهش می یابد بنابراین بردار نیروی خالص و بردار جابه جایی خلاف جهت هم هستند و $\cos \theta = -1$ است. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

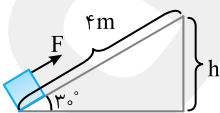
$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow F_{\text{ج}} d \cos 180^\circ = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$-F_{\text{ج}} d = K_2 - K_1 \Rightarrow -F_{\text{ج}} d = \frac{1}{2} \times \frac{F}{10} (2^2 - 6^2) \Rightarrow -F_{\text{ج}} \times 2 = \frac{F}{10} (4 - 36) \Rightarrow F_{\text{ج}} = 3/2 \text{ N}$$



۲۲- گزینه ۴ کار نیروی عمودی سطح صفر است. زاویه بین نیروی F و راستای جابه جایی 30° است. پس کار نیروی F برابر $Fd \cos 30^\circ$ می باشد. از طرفی جسم در حال حرکت به پایین است و کار نیروی وزن مثبت اما کار نیروی اصطکاک منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow Fd \cos 30^\circ + mg\Delta h - f_k d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \\ \xrightarrow[f_k = 5 \text{ N}]{m = 2 \text{ kg}} 10\sqrt{3} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \times 10 \times 5 - 5 \times 10 = \frac{1}{2} \times 2 (v_2^2 - 0^2) \Rightarrow v_2^2 = 200 \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

$$\Delta U = mgh = 500 \times 2 = 1000 \text{ J}$$

۲۳- گزینه ۳ تغییرات انرژی پتانسیل به ارتفاع بستگی دارد.

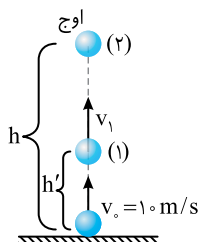
۲۴- گزینه ۴ در خلأ اتلاف انرژی رخ نمی دهد و تمام انرژی پتانسیل جسم به انرژی جنبشی آن تبدیل می شود.

$$K = mgh \Rightarrow K = 3 \times 10 \times 20 = 600 \text{ J}$$

۲۵- گزینه ۳ انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است و در شرایط خلأ اصطکاک وجود ندارد و انرژی مکانیکی جسم پایسته است و تغییر نمی کند.

۲۶- گزینه ۴ در خلأ اتلاف انرژی نداریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + 0 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 10 \times h = 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 400 \Rightarrow 10h = 250 \Rightarrow h = 25 \text{ m}$$



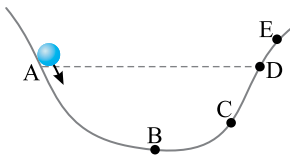
۲۷- گزینه ۴ یک بار پایداری انرژی مکانیکی بین نقطه پرتاب و نقطه اوج را می نویسیم و بار دیگر بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر:

$$E_p = E_0 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 2 \cdot h = \frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow h = 5m$$

$$E_1 = E_0 \Rightarrow mgh' + K_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 2 \cdot h' + 75 = 100 \Rightarrow h' = \frac{25}{2} = 12.5m$$

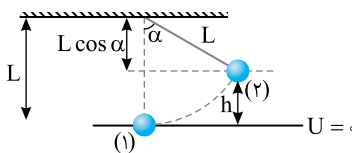
فاصله تا اوج: $h - h' = 5 - 12.5 = -7.5m$

۲۸- گزینه ۴ سطح بدون اصطکاک است. دو نقطه A و D در یک ارتفاع قرار دارند. بنابراین در A و D تندی جسم یکسان است و برای صفر شدن تندی، جسم باید به نقطه ای بالاتر از D برود، یعنی E.



۲۹- گزینه ۲ انرژی مکانیکی در نقطه A و B با هم برابر است:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 40m + 2m = 10m + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = 8m/s$$



۳۰- گزینه ۱ پایداری انرژی مکانیکی را می نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mg(L - L \cos \alpha)$$

$$\frac{1}{2} \times 25 = 10(2/5 - 2/5 \times \cos \alpha) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۳۱- گزینه ۲ هر چه گلوله پایین می رود، انرژی پتانسیل گرانشی آن کم می شود و با توجه به پایداری انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی آن زیاد می شود. پس بیشترین مقدار انرژی جنبشی و تندی گلوله در پایین ترین

نقطه مسیر است. در مثلث AOH که قائم الزاویه است: $\sin 37^\circ = \frac{OH}{OA} \xrightarrow{OA=R} OH = R \sin 37^\circ$

h را به دست می آوریم:

$$h = OB - OH = R - R \sin 37^\circ \Rightarrow h = R(1 - \sin 37^\circ) \Rightarrow h = 3(1 - 0.6) \Rightarrow h = 1.2m$$

پایداری انرژی مکانیکی را برای دو نقطه A و B می نویسیم، نقطه B را مبدأ پتانسیل اختیار می کنیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = v_A^2 + 2gh \Rightarrow v_B^2 = 1 + 2 \times 10 \times 1/2 \Rightarrow v_B^2 = 25 \Rightarrow v_B = 5m/s$$

۳۲- گزینه ۱ چون نیروهای اتلافی ناچیز است، مقدار انرژی مکانیکی ثابت می ماند. اگر سطح افقی که از B می گذرد را سطح مبنا بگیریم، مطابق پایداری انرژی

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

مکانیکی می توان نوشت:

می بینیم که سرعت هر یک از دو جسم فقط به مقدار تغییرات ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد یعنی جرم و طول مسیر در آن بی تأثیر هستند. پس داریم: $v_1 = v_2$

۳۳- گزینه ۴ انرژی پتانسیل هر دو به ترتیب $m_A gh$ و $m_B gh$ است که وقتی به پایین مسیر می رسند تبدیل به انرژی جنبشی $\frac{1}{2}m_A v_A^2$ و $\frac{1}{2}m_B v_B^2$ می شود پس:

$$\begin{cases} m_A gh = \frac{1}{2}m_A v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \\ m_B gh = \frac{1}{2}m_B v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \end{cases} \Rightarrow v_A = v_B$$

۳۴- گزینه ۲ اگر انرژی جنبشی گلوله سنگین تر را با K_2 و انرژی جنبشی گلوله سبک تر را با K_1 نمایش دهیم داریم:

$$K_2 = 5K_1$$

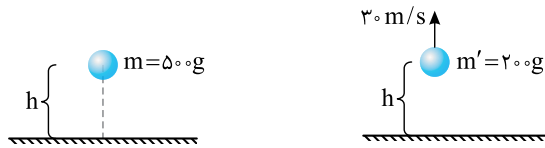
$$U_1 = K_1, U_2 = K_2$$

بنا بر اصل پایداری انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل هر جسم به انرژی جنبشی آن جسم تبدیل شده است. پس:

$$\begin{cases} mgh = K_1 \\ 3mgh = 5K_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین روابط}} \frac{h}{3h} = \frac{1}{5} \Rightarrow 3h = 5h \Rightarrow \frac{h}{h} = \frac{5}{3}$$



۳۵- گزینه ۳ بنابر پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی گلوله اول هنگام رسیدن به زمین برابر انرژی پتانسیل اولیه آن است. انرژی جنبشی گلوله دوم هنگام رسیدن به زمین برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه است.



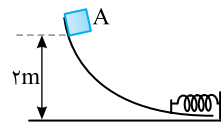
$$U_1 = K_1, K_1 = K_1'$$

$$mgh = K_1'$$

$$U_1' + K_1' = K_1' \Rightarrow m'gh + \frac{1}{2}m'v_0^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}m'v_0^2 = gh(m - m')$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 200 \times 900 = 100 \times h \Rightarrow h = \frac{90}{3} = 30m$$

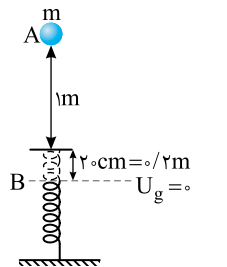
۳۶- گزینه ۴ در ابتدا دستگاه انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی دارد. در انتها تمام این انرژی، تبدیل به انرژی کشسانی فنر شده است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_g = U_e + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = U_e \Rightarrow U_e = (\frac{1}{2} \times 4 \times 16) + (4 \times 10 \times 2) = 112J$$

U_g انرژی پتانسیل گرانشی و U_e انرژی پتانسیل کشسانی فنر است.

۳۷- گزینه ۲ نقطه‌ای که فنر به بیشینه تراکم می‌رسد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی گرفته و پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:



$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = U_B$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 1/2 = 36 \Rightarrow m = 3kg$$

۳۸- گزینه ۴ وقتی جسم در هوا سقوط می‌کند انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می‌یابد ولی به دلیل وجود مقاومت هوا قسمتی از آن تلف شده و بقیه آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و اندازه کاهش انرژی پتانسیل بیشتر از افزایش انرژی جنبشی می‌باشد. پس انرژی پتانسیل بیشتر از ۳۰۰ ژول کاهش می‌یابد.

۳۹- گزینه ۲ قطعه سنگ موجود در بالای کوه به علت ارتفاع زیاد آن دارای انرژی پتانسیل گرانشی است و با غلتیدن قطعه سنگ روی سنگ‌های دیگر انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود که صرف بالا رفتن تدریجی تندی سنگ می‌شود، هم‌چنین به علت اصطکاک موجود بین قطعات سنگ مقداری انرژی نیز به صورت گرما آزاد می‌شود.

۴۰- گزینه ۴ در هر ثانیه ۳۰kJ از انرژی جنبشی اولیه جسم، صرف غلبه بر نیروهای مقاوم می‌شود. اگر زمان توقف t باشد داریم:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = 30000t \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1000 \times 30^2 = 30000t \Rightarrow t = 15s$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 400^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 160000 = 1600000J$$

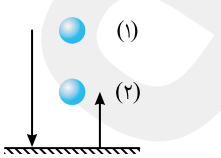
۴۱- گزینه ۱ با توجه به رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده است، پس 2×10^3 ژول گرما ایجاد می‌شود.

۴۲- گزینه ۱ کاهش انرژی جنبشی به انرژی درونی تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 100 = 10J \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 81 = 81J \end{cases} \Rightarrow \Delta K = 10 - 81 = -71J$$

۴۳- گزینه ۱ از انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن به اندازه ۲ ژول کاسته می‌شود، پس داریم:



$$\text{اتلاف انرژی} = E_1 - E_2 \Rightarrow 2 = mgh_1 - mgh_2$$

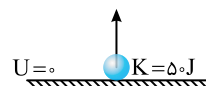
$$\Rightarrow 2 = 10 \times 10 \times 1 - 10 \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 8m$$

۴۴- گزینه ۴ جسم از سطح زمین رو به بالا پرتاب شده است و تا لحظه توقف، از انرژی جنبشی آن ۵۰ ژول کم شده است. در این صورت، انرژی جنبشی اولیه آن برابر است با:

$$\Delta K = -50J \Rightarrow 0 - K_1 = -50J \Rightarrow K_1 = 50J$$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن در مسیر ۳۰J بوده است و در سطح زمین انرژی پتانسیل گرانشی جسم صفر است. بنابراین:

$$U_2 - U_1 = 30 \Rightarrow U_2 - 0 = 30 \Rightarrow U_2 = 30J$$



$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow 30 - 50 = W_f \Rightarrow W_f = -20J$$

با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$\frac{|W_f|}{E_1} = \frac{20}{50} = 40\%$$

اکنون نسبت کار نیروی مقاومت هوا به انرژی اولیه جسم را حساب می‌کنیم:

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow K_f + U_f - (K_i + U_i) = W_f \Rightarrow \Delta K + \Delta U_g = W_f \quad (۱)$$

با توجه به پایستگی انرژی داریم:

نسبت اندازه تغییرات انرژی جنبشی به اندازه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $\frac{2}{3}$ شده است البته توجه کنید که جسم در حال سقوط است و $-\frac{\Delta K}{\Delta U}$ می‌باشد.

$$\frac{\Delta K}{\Delta U_g} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \Delta K = -\frac{2}{3} \Delta U_g \quad (۲) \xrightarrow{(۱), (۲)} -\frac{2}{3} \Delta U_g + \Delta U_g = W_f \Rightarrow \frac{1}{3} \Delta U_g = W_f$$

$$-\frac{1}{3} W_{mg} = W_f \Rightarrow \frac{W_f}{W_{mg}} = -\frac{1}{3}$$

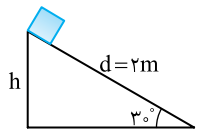
از طرفی چون $\Delta U_g = -W_{mg}$ است، بنابراین:

خط فکری: هنگام رها شدن بسته با توجه به توضیح پاسخ تست قبل، تندی بسته برابر تندی بالگرد است از این رو $v_1 = 30 \text{ m/s}$ است. بنا بر

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 - \left(\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh \right) = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times v_f^2 - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 900 + 8 \times 10 \times 60 \right) = -20 \times 10^3 \text{ J}$$

قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$4v_f^2 - (3600 + 4800) = -20000 \Rightarrow 4v_f^2 = 8400 - 2000 \Rightarrow v_f^2 = 1600 \Rightarrow v_f = 40 \text{ m/s}$$



در پایین آمدن جسم، $\frac{1}{2}$ از انرژی پتانسیل گرانشی به گرما تبدیل می‌شود و $\frac{1}{2}$ انرژی پتانسیل

گرانشی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

$$h = d \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}, \quad \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} mgh \Rightarrow \frac{1}{2} v_f^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 \Rightarrow v_f = 4 \text{ m/s}$$

گزینه ۴۸

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ K_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_1}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} m v_1^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{8} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} m v_1^2 \right) = -\frac{3}{4} K_1$$

پایین‌ترین نقطه مسیر (C) را مبدأ پتانسیل می‌گیریم. ارتفاع گلوله آونگ را در نقاط A و B نسبت

به C به کمک مثلثات به دست می‌آوریم.

$$\cos 53^\circ = \frac{OH}{OA} \Rightarrow \frac{OH}{1} = \cos 53^\circ \Rightarrow OH = \frac{3}{5} \text{ m}$$

در مثلث OAH داریم:

$$h_A = OC - OH = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ m}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{OH'}{OB} \Rightarrow \frac{OH'}{1} = \cos 37^\circ \Rightarrow OH' = \frac{4}{5} \text{ m}$$

در مثلث OBH' :

$$h_B = OC - OH' = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

اکنون انرژی گلوله را در نقاط A و B حساب کرده و از هم کم می‌کنیم تا مقدار اتلاف به دست آید:

$$\Delta E_{\text{اتلاف}} = E_B - E_A = mgh_B - mgh_A = mg \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{5} \right) \Rightarrow \Delta E_{\text{اتلاف}} = -\frac{1}{5} mgl$$

$$\frac{|\Delta E|}{E_A} = \frac{\frac{1}{5} mgl}{\frac{2}{5} mgl} = \frac{1}{2}$$

نسبت اندازه ΔE به E_A خواهد شد:

چون 60% از انرژی مکانیکی اولیه تلف می‌شود، بنابراین 40% از انرژی مکانیکی اولیه (انرژی

پتانسیل کشسانی مجموعه جرم و فنر) به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود و می‌توان نوشت:

$$\frac{40}{100} U_{\text{فنر}} = U_{\text{گرانشی}} \Rightarrow \frac{40}{100} U_{\text{فنر}} = mgh \Rightarrow U_{\text{فنر}} = \frac{10}{4} mgh$$

$$h = l \sin 30^\circ \Rightarrow h = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ m} \Rightarrow U_{\text{فنر}} = \frac{10}{4} \times 10 \times 5 = 125 \text{ J}$$

۵۱ درصد از انرژی جنبشی اولیه گلوله در لحظه برخورد به درخت در اثر اصطکاک از بین رفته در واقع:

$$\Delta K = K_f - K_i = -\frac{51}{100} K_i \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow -\frac{51}{100} \left(\frac{1}{2} m v_i^2 \right) = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow -\frac{51}{100} v_i^2 = v_f^2 - v_i^2 \Rightarrow \frac{49}{100} v_i^2 = v_f^2 \Rightarrow \frac{v_f}{v_i} = \frac{7}{10}$$

البته همون ابتدا می‌تونستید بگید 51% انرژی جنبشی از بین رفته و 49% باقی مونده بنابراین:

$$K_f = \frac{49}{100} K_i \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{49}{100} \times \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow v_f^2 = \frac{49}{100} v_i^2 \Rightarrow \frac{v_f}{v_i} = \frac{7}{10}$$





توان برابر انرژی مصرف شده در واحد زمان است. در این مسأله انرژی مصرفی موتور به صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می شود پس:

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow 2000 = \frac{1000 \times h}{10} \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

چون تندی ثابت است کار نیروی F که جسم را بالا می برد با کار نیروی وزن برابر است، پس:

$$1/5 \text{ min} = 90 \text{ s}, P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{1500 \times 12}{90} = 200 \text{ W}$$

کار انجام شده برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

$$P = \frac{W_t}{t} \Rightarrow P = \frac{K_2 - K_1}{t} = \frac{\frac{1}{2} \times 1200 \times 10^2 - 0}{60} = 1000 \text{ W} = 1 \text{ kW}$$

ابتدا تندی را برحسب m/s به دست می آوریم:

$$v = 72 \text{ km/h} \xrightarrow{\times \frac{1000}{3600}} v = 20 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 400 \Rightarrow K = 15000 \text{ J}$$

اکنون انرژی جنبشی آب را به دست می آوریم:

$$P = \frac{15000}{60} \Rightarrow P = 250 \text{ W} \Rightarrow P = 0.25 \text{ kW}$$

توان مفید برابر است با:

ابتدا با استفاده از معادله بازده می نویسیم:

$$\eta = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{10 \text{ kW}} \times 100 = 75 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 7.5 \text{ kW}$$

پس این تلمبه در هر ثانیه $7.5 \text{ kW} \times 1 \text{ s} = 7.5 \text{ kJ}$ انرژی به آب می دهد. برای این که آب به ارتفاع ۱۲ m پمپ شود داریم:

$$mgh = 7.5 \times 10^3 \Rightarrow m \times 10 \times 12 = 75 \times 10^3 \Rightarrow m = 625 \text{ kg}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3, 625 \text{ kg} = 625 \text{ kg} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ lit}}{1 \text{ m}^3} = 625 \text{ lit}$$

حال با استفاده از چگالی، حجم آب جابه جا شده را به دست می آوریم:

فصل ۴ دما و گرما

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسخنامه

۱- گزینه ۲ با توجه به رابطه دماسنجی بین درجه‌بندی سلسیوس و فارنهایت از یک سو و درجه‌بندی سلسیوس و کلونین از سوی دیگر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F = \frac{9}{5}\theta + 32 \\ T = \theta + 273 \end{cases} \xrightarrow{F=T} \theta + 273 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{4}{5}\theta = 241 \Rightarrow \theta = 301/25^\circ\text{C}$$

۲- گزینه ۴ با توجه به تبدیل واحد فارنهایت به درجه سلسیوس $(F = \frac{9}{5}\theta + 32)$

نمودار $F-\theta$ خطی به شیب $\frac{9}{5}$ و عرض از مبدأ ۳۲ می‌باشد، بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است. حال با صفر قرار دادن F ، طول از مبدأ را نیز به دست می‌آوریم:

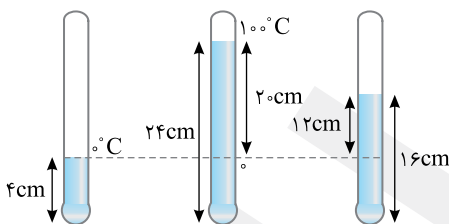
$$0 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta = -32 \Rightarrow \theta \sim -17/7^\circ\text{C}$$

در نتیجه گزینه (۴) درست است.

۳- گزینه ۱ با توجه به شکل می‌بینیم که هر ۲۰ cm از طول مایع به 100°C تقسیم شده

است، بنابراین با یک تناسب ساده داریم:

$$\frac{20\text{cm}}{12\text{cm}} = \frac{100^\circ\text{C}}{x} \Rightarrow x = 60^\circ\text{C}$$



۴- گزینه ۴ کافی است که رابطه انبساط طولی را بنویسیم.

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 2 \times 10^{-5} \times L_1 \times 1 = 2 \times 10^{-5} L_1$$

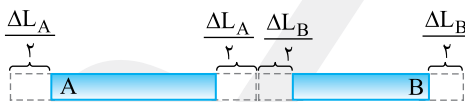
۵- گزینه ۴ انبساط قطر (یا شعاع) دایره را می‌توان شبیه انبساط طولی یک میله فرض کرد.

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta R = \alpha R \Delta \theta$$

۶- گزینه ۴ برای اینکه در هر دمایی اختلاف طول دو میله یکسان باشد، باید افزایش طول دو میله با هم برابر باشد:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \Rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta \theta_1 = \alpha_2 L_2 \Delta \theta_2 \xrightarrow{\Delta \theta_1 = \Delta \theta_2 \text{ سؤال}} \frac{L_1}{L_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

پس نسبت طول با ضریب انبساط طولی نسبت وارون دارد، بنابراین گزینه (۲) و (۳) می‌تواند درست باشد.



۷- گزینه ۱ چون میله‌ها از طرفین آزاد هستند و مقدار انبساط یا تغییر طول در دو طرف

میلۀ یکسان است، بنابراین نیمی از تغییر طول هر یک از میله‌ها را باید به حساب آورد، مثل این

است که طول اولیه هر میله نصف شده باشد:

$$\frac{\Delta L_A}{\frac{L_A}{2}} + \frac{\Delta L_B}{\frac{L_B}{2}} = 2 \Rightarrow \alpha_A \frac{L_A}{2} \Delta \theta + \alpha_B \frac{L_B}{2} \Delta \theta = 2 \Rightarrow 2 \times 10^{-5} \times 150 \times \theta + 1 \times 10^{-5} \times 100 \times \theta = 2 \Rightarrow 4 \times 10^{-3} \times \theta = 2 \Rightarrow \theta = 500^\circ\text{C}$$

۸- گزینه ۲ ابتدا یادآوری کنیم که منظور از مساحت جانبی مکعب، مساحت چهار وجه دور تا دور مکعب است، بنابراین مساحت جانبی اولیه خواهیم شد:

$$A = 4(a^2) = 4 \times (20)^2 \Rightarrow A_1 = 1600\text{cm}^2$$

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta \theta \Rightarrow 96 = 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 1600 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 15^\circ\text{C}$$

اکنون به کمک رابطه انبساط سطحی افزایش دما را به دست می‌آوریم.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta = \frac{9}{5} \times 15 \Rightarrow \Delta F = 27^\circ\text{F}$$

دقت کنید تغییر دما بر حسب فارنهایت خواسته شده است از این رو:

۹- گزینه ۳ مساحت قسمت فلزی برابر با اختلاف مساحت مربع بیرونی و مربع داخلی است:

$$A_1 = 40^2 - 30^2 = 700\text{cm}^2 : 10^\circ\text{C} \text{ مساحت قسمت فلزی در دمای } 10^\circ\text{C}$$

$$A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta) = 700(1 + 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 100) = 700 \times 1/05 = 735\text{cm}^2$$

اکنون مساحت قسمت فلزی در دمای 110°C را به دست می‌آوریم:



۱۰- گزینه ۳ با استفاده از رابطه انبساط سطحی جامدات، $\alpha \Delta \theta$ را به دست آورده و در رابطه انبساط حجمی قرار می دهیم:

$$\Delta A = (\alpha A) A_1 \Delta \theta \Rightarrow \frac{15}{100} A_1 = (\alpha A) A_1 \Delta \theta \Rightarrow \alpha \Delta \theta = \frac{15}{200}$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta \theta = 3 \times \frac{15}{200} = 22.5\%$$

۱۱- گزینه ۲ ابتدا افزایش حجم بنزین را در اثر افزایش دما به دست می آوریم.

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = 10^{-3} \times 65 \times 10^{-3} \times (40 - 10) \Rightarrow \Delta V = 1950 \text{ cm}^3$$

برای تبدیل L به cm^3

شخص باک را پر کرده است و هر افزایش حجم بنزینی که رخ دهد همان مقدار بنزین از باک سر ریز می شود.

نتیجه: هرگز نباید باک خودرو را از بنزین پر کرد، به ویژه در روزهای داغ تابستان.

۱۲- گزینه ۱ حجم مایعی که از ظرف بیرون می ریزد برابر با اختلافی است که در اثر افزایش دما در افزایش حجم مایع و ظرف وجود دارد:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = 3\alpha \times V_1 \times \Delta \theta = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 1000 \times 100 = 6 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta \theta = 1000 \times \beta \times 100 = 10^5 \beta$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 10^5 \beta - 6 = 24 \Rightarrow 10^5 \beta = 30 \Rightarrow \beta = 3 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

۱۳- گزینه ۴ ظرفیت گرمایی (C) سه جسم یکسان بوده و دمای هر سه برابر دمای جوش آب (100°C) است، بنابراین ($Q = C \Delta \theta$) برای هر سه یکسان است

و مقدار پارافین ذوب شده در هر سه برابر است. ($m_1 = m_2 = m_3$)

۱۴- گزینه ۳ هر مقدار که از انرژی جسم کاسته شود، به صورت انرژی گرمایی ظاهر شده و سبب افزایش دمای جسم می شود.

$$mgh_1 - mgh_2 = mc \Delta \theta \Rightarrow 10 \times 10 - 10 \times 5 = 400 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 0.125^\circ \text{C}$$

۱۵- گزینه ۲ فرض مسأله را نوشته و مقدار $\Delta \theta$ را به دست می آوریم:

$$\frac{6}{100} \text{ K} = Q \Rightarrow \frac{6}{100} \times \frac{1}{2} mv^2 = mc \Delta \theta \Rightarrow \frac{3}{100} (100)^2 = 400 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 7.5^\circ \text{C}$$

۱۶- گزینه ۲ توان گرمایی گرمکن برابر 60 W است. گرمای داده شده به مایع را در مدت زمان 40 s به دست می آوریم:

$$Pt = Q \Rightarrow 60 \times 40 = 2 \times c \times (15 - 5) \Rightarrow c = 1200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

پرسش: دمای یک قطعه فلز 6°C کیلوگرمی را توسط یک گرمکن 50°C واتی در مدت دو دقیقه به اندازه 2°C افزایش می دهیم. گرمای ویژه قطعه را به دست آورید، حدس می زنید که گرمای ویژه واقعی قطعه از مقداری که شما به دست آوردید، بیشتر است یا کمتر؟

پاسخ: توان مصرفی گرمکن 50 W است و در واقعیت همه 50 W صرف بالا بردن دمای قطعه فلز نمی شود، بنابراین جسم برای این افزایش دما گرمای کمتری دریافت کرده است.

$$Pt = mc \Delta \theta$$

$$c = \frac{50 \times 120}{0.6 \times 20} = 500 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

بنابراین مقدار به دست آمده از راه محاسبه بیشتر از مقدار واقعی است.

۱۷- گزینه ۲ ابتدا تغییر دمای جسم را به دست می آوریم:

$$Q = mc \Delta \theta \Rightarrow -1260 = 50 \times 4 / 2 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -6^\circ \text{C}$$

$$\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta \theta = -1 \times 2 / 7 \times 10^{-2} \times (-6) = 16 / 2 \times 10^{-2} = 0.162 \text{ g/cm}^3$$

حال تغییر چگالی را بررسی می کنیم:

۱۸- گزینه ۲ چون جرم کره توخالی کمتر است، طبق رابطه $Q = mc \Delta \theta$ به ازای گرمای معین، افزایش دمای بیشتری خواهد داشت و مطابق $\Delta V = V_1 (3\alpha) \Delta \theta$

به ازای V_1 برابر و جنس یکسان، افزایش حجم کره توخالی بیشتر است.

۱۹- گزینه ۱ گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه (۱): گرما، انرژی انتقال یافته بین دو جسم است که با هم اختلاف دما دارند و عبارت «گرمای موجود در یک جسم» نادرست است.

گزینه (۲): در دماسنج های معمولی، تعادل گرمایی بین دماسنج و محیط صورت می گیرد و به همین دلیل می گوئیم دماسنج های معمولی دمای خودشان را نشان می دهند.

گزینه (۳): از دیدگاه میکروسکوپی یعنی در مقیاس مولکولی یا اتمی در حین انتقال گرما، انرژی های جنبشی و پتانسیل مربوط به حرکت های کاتوره ای اتم ها یا مولکول ها

تغییر می کند و اگر جسم گرما از دست دهد، این انرژی ها کاهش می یابند.

گزینه (۴): اولین بار ژول فیزیکدان انگلیسی، نشان داد که انرژی مکانیکی قابل تبدیل شدن به گرماست.

۲۰- گزینه ۴ با توجه به رابطه تعادل گرمایی داریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta - \theta_1) + m_2 c (\theta - \theta_2) = 0 \Rightarrow m_1 (\theta - \theta_1) + m_2 (\theta - \theta_2) = 0 \Rightarrow m_1 \theta = m_1 \theta_1 - m_2 \theta + m_2 \theta_2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 \theta + m_2 \theta = m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2 \Rightarrow \theta (m_1 + m_2) = m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2 \Rightarrow \theta = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

اگر در تبادل گرمایی بین اجسام، هیچ‌یک از آن تغییر حالت ندهند، یعنی مثلاً در اثر دریافت گرما، ذوب یا تبخیر نشود، آن‌گاه می‌توان ثابت کرد که دمای تعادل همواره برابر است با:

$$\theta = \frac{c (m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2)}{c (m_1 + m_2)} \Rightarrow \theta = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

در اینجا چون هر دو آب هستند پس $c_1 = c_2$ است، بنابراین:

۲۱- گزینه ۲ همه گرمایی که قطعه مس از دست می‌دهد، به آب نمی‌رسد بلکه فقط $\frac{4}{5}$ این مقدار گرما را آب دریافت می‌کند، بنابراین رابطه تعادل گرمایی را این‌گونه می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{4}{5} Q_1}_{\text{گرمایی که مس از دست می‌دهد}} + \underbrace{Q_2}_{\text{گرمایی که آب می‌گیرد}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{2}{1} \times 420 (\theta - 100) + \frac{6}{1} \times 4200 (\theta - 20) = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} \times 2 \times (\theta - 100) + 6 (\theta - 20) = 0$$

$$0/16\theta - 16 + 6\theta - 120 = 0 \Rightarrow 6/16\theta = 136 \Rightarrow \theta \sim 22^\circ C$$

۲۲- گزینه ۳ با کاهش فشار، نقطه جوش آب کاهش می‌یابد. می‌دانیم در فشار ۱ atm آب در دمای $100^\circ C$ می‌جوشد. اکنون مقدار دمای $100^\circ C$ را برحسب

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow F = 212^\circ F$$

فارنهایت به دست می‌آوریم:

بنابراین با کاهش فشار نقطه جوش از $212^\circ F$ کمتر خواهد بود.

۲۳- گزینه ۴ ابتدا یخ $-20^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود، سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود:

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_F = 5 \times 2/1 \times 20 + 5 \times 340 = 1910 \text{ kJ}$$

۲۴- گزینه ۲ گرمای گرفته شده از آب برای یخ زدن برابر $Q = -mL_F$ است، با توجه به سؤال گرمای گرفته شده از آب $-40/2 \text{ kJ}$ است از این‌رو:

$$Q = -mL_F \Rightarrow -40/2 \times 10^3 = -m \times 335 \times 10^3 \Rightarrow m = \frac{40/2}{335} = 0/12 \text{ kg} = 120 \text{ g}$$

بنابراین ۱۲۰ g از آب یخ می‌زند و $180 - 120 = 60 \text{ g}$ آب باقی می‌ماند.

۲۵- گزینه ۲ گرمای لازم برای تبخیر سطحی برابر $Q = mL_V$ است. جرم آب تبخیر سطحی شده

(m) یکسان است اما هرچه دمای آب بیشتر باشد مطابق جدول روبه‌رو که در کتاب درسی نیز آمده است گرمای نهان تبخیر (L_V) آن کمتر است، پس هر آبی که دمای بیشتری دارد، گرمای کمتری برای تبخیر سطحی نیاز دارد و گزینه (۲) درست است.

مقادیر L_V برای آب در دماهای مختلف *	
L_V (kJ/kg)	دما ($^\circ C$)
۲۴۹۰	۰
۲۴۵۴	۱۵
۲۳۷۴	۵۰
۲۲۵۶	۱۰۰
۲۱۱۵	۱۵۰
۱۹۴۰	۲۰۰
* مقادیر تا $100^\circ C$ در فشار ۱ atm است.	

$$\frac{mc\Delta\theta}{mL_F} \bigg|_{15}^{100} \Rightarrow t = \frac{336 \times 15}{4/2 \times 12} = 100 \text{ min}$$

۲۶- گزینه ۲ در این‌جا هم یخچال با توان ثابتی از مواد درون خود گرما می‌گیرد، پس می‌توانیم تناسب بنویسیم:

$$Q = Pt = 500 \times 60 = 30 \text{ kJ}$$

۲۷- گزینه ۲ ابتدا کل گرمایی را که در مدت یک دقیقه به یخ داده می‌شود محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = \frac{1}{10} \times 2100 \times 30 = 6/3 \text{ kJ}$$

حالا ببینیم برای اینکه دمای ۱۰۰ گرم یخ از $-30^\circ C$ به $0^\circ C$ برسد، چقدر گرما نیاز است:

چون $6/3 < 30$ است می‌توان گفت که حتماً دمای یخ به $0^\circ C$ می‌رسد.

حال باید دید که آیا مقدار گرمای باقی‌مانده $30 - 6/3 = 23/7 \text{ kJ}$ می‌تواند تمام یخ را ذوب کند یا نه؟

$$Q = mL_F = \frac{1}{10} \times 340 = 34 \text{ kJ} > 23/7 \text{ kJ}$$

بنابراین فقط مقداری از یخ ذوب می‌شود و مخلوط آب و یخ $0^\circ C$ داریم.

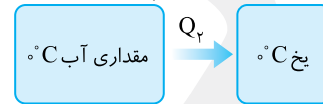
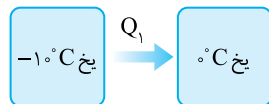


۲۸- گزینه ۴ ۱۰۰ گرم یخ باقی مانده است، پس دمای تعادل $^{\circ}\text{C}$ است. گرمایی که آب 5°C از دست می دهد تا دمایش $^{\circ}\text{C}$ شود، صرف ذوب یخ $^{\circ}\text{C}$ شده است، از این رو:

$$Q = mc\Delta\theta = m_i L_F \Rightarrow 800 \times 4200 \times 5 = 336000 m_i \Rightarrow m_i = 500 \text{ g}$$

بنابراین جرم یخ اولیه برابر $500 + 100 = 600 \text{ g}$ است.

۲۹- گزینه ۱ چون دمای آب از دمای یخ بیشتر است، آب گرما از دست می دهد، ولی باید توجه داشت که جرم آب خیلی بیشتر از یخ است، بنابراین مقداری از آب اطراف یخ منجمد می گردد. پس بر جرم یخ افزوده می شود.



$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_i c \Delta\theta - m_r L_F = 0 \Rightarrow 800 \times \frac{1}{2} \times (10) = m_r \times 80 \Rightarrow m_r = 50 \text{ g}$$

۳۰- گزینه ۳ سرعت انتشار گرما از طریق تابش هم اندازه با سرعت نور است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

۳۱- گزینه ۴ فشار ثابت است، بنا بر قانون گازها می توان نوشت:

اما در حل این تست باید از خواص تناسب کمک گرفت، به این صورت که تفصیل در صورت انجام دهیم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \Rightarrow \frac{546}{V_1} = \frac{1}{T_1} \Rightarrow T_1 = 546 \text{ K} \Rightarrow \theta = 273^{\circ}\text{C}$$

$$P_1 = 3 \text{ atm}, T_1 = 162 + 273 = 435 \text{ K}$$

۳۲- گزینه ۴ دماها را بر حسب کلوین می نویسیم و از قانون گازها استفاده می کنیم:

$$P_2 = ?, T_2 = 17 + 273 = 290 \text{ K}, V_2 = \frac{1}{2} V_1$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3 V_1}{435} = \frac{P_2 \times \frac{1}{2} V_1}{290} \Rightarrow P_2 = 6 \times \frac{290}{435} = 4 \text{ atm}$$

۳۳- گزینه ۲ فرایند گاز در حجم ثابت می باشد. ابتدا دماها را بر حسب کلوین می نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{360} \Rightarrow P_2 = \frac{6}{5} P_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = \frac{1}{5} P_1 - P_1 = -\frac{4}{5} P_1 \Rightarrow \Delta P = -80\% P_1$$

اکنون تغییر فشار را به دست می آوریم:

بنابراین فشار ۲۰٪ افزایش یافته است.

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{5} P_1 = \frac{6}{5} P_1 = \frac{6}{5} P_1, T_2 = T_1 - \frac{1}{5} T_1 = \frac{4}{5} T_1$$

۳۴- گزینه ۱ با توجه به داده های مسأله خواهیم داشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{\frac{6}{5} P_1 V_2}{\frac{4}{5} T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100}$$

$$\frac{V_2}{V_1} - 1 = \frac{64}{100} - 1 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = -\frac{36}{100}$$

به طریق روبه رو عمل می کنیم:

علامت منفی به معنی کاهش حجم است.

۳۵- گزینه ۴ خط فکری: در این سؤال نسبت شعاع کره ها داده شده است، بنابراین باید حجم گاز درون کره ها را از رابطه $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ به دست آوریم.

مقدار گاز تغییر نکرده پس $\frac{PV}{T}$ گاز ثابت می ماند و اگر شیر را باز کنیم گاز در کل مخزن پخش می شود، بنابراین حجم گاز که در ابتدا برابر $V_1 = V_A = \frac{4}{3} \pi R_A^3$

بوده، بعد از باز شدن شیر به مقدار $V_2 = V_A + V_B = \frac{4}{3} \pi R_A^3 + \frac{4}{3} \pi R_B^3$ می رسد و با توجه به صورت سؤال $P_2 = \frac{P_1}{2}$ است. اکنون به کمک قانون گازهای کامل

مسئله را حل می کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{1}{2} \times \frac{\frac{4}{3} \pi (R_A^3 + R_B^3)}{\frac{4}{3} \pi R_A^3} \xrightarrow{R_A = 2R_B} \frac{P_1}{T_1} = \frac{1}{2} \times \frac{1 + 8}{8} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{9}{16}$$

تعداد مول‌های گاز هیدروژن را حساب می‌کنیم:

۳۶- گزینه ۳

(B)

$$n = \frac{m}{M} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mol}$$

هرگاه در حل مسأله مقدار R را مشخص نکنیم، از مقایسه شرایط مسأله با شرایط متعارفی که در آن حجم یک مول گاز ($n_1 = 1$) در دمای $T_1 = 273 \text{ K}$ و فشار

$P_1 = 1 \text{ atm}$ ، برابر $V_1 = 22.4 \text{ L}$ است، استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{1 \times 273} = \frac{P_2 \times 5/6}{2 \times 273} \Rightarrow P_2 = 8 \text{ atm}$$

شرایط مسأله شرایط متعارفی

۳۷- گزینه ۱ در هر 1 cm^3 گاز، تعداد مولکول‌های هیدروژن 1000 عدد است، بنابراین در هر متر مکعب گاز، تعداد مولکول‌ها $1000 \times 10^6 = 10^9$ مولکول

(B)

می‌شود و اگر حجم گاز V متر مکعب باشد، تعداد مولکول‌های گاز $N = V \times 10^9$ خواهد بود. اکنون تعداد مول‌های گاز را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{V \times 10^9}{6 \times 10^{23}}$$

قانون گازهای آرمانی را می‌نویسیم و فشار گاز در سحایی را به‌دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times V = \frac{V \times 10^9}{6 \times 10^{23}} \times 8 \times 1000 \Rightarrow P = \frac{4}{3} \times 10^{-10} \text{ Pa}$$

۳۸- گزینه ۱ این مطلب را باز تکرار می‌کنیم که همواره حجم گاز با حجم محفظه‌اش برابر است، بنابراین حجم گاز در ابتدا $V = 20 \text{ L}$ است و پس از خارج شدن

(C)

مقدار V_{out} لیتر گاز از محفظه، حجم گاز باقی‌مانده درون محفظه همچنان $V_{\text{in}} = 20 \text{ L}$ است. باید مجموع مول‌های گاز در ابتدا و انتهای کار برابر باشد:

$$n = n_{\text{in}} + n_{\text{out}} \Rightarrow \frac{PV}{T} = \frac{P_{\text{in}} V_{\text{in}}}{T_{\text{in}}} + \frac{P_{\text{out}} V_{\text{out}}}{T_{\text{out}}} \Rightarrow \frac{5 \times 20}{T} = \frac{3 \times 20}{T} + \frac{2 \times V_{\text{out}}}{\frac{1}{2} T} \Rightarrow V_{\text{out}} = 10 \text{ L}$$

۳۹- گزینه ۲ خط فکری: فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند، اما در قانون گازهای آرمانی ما فشار مطلق ($P_0 + P_{\text{پیمانه‌ای}}$) را قرار می‌دهیم:

(A)

$$\begin{cases} V_1 = 4 \text{ L} \\ T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K} \\ P_1 = P_0 + P_{\text{پیمانه‌ای}} = 4 + 1 = 5 \text{ atm} \end{cases} \quad \begin{cases} V_2 = 8 \text{ L} \\ T_2 = 273 + 87 = 360 \text{ K} \\ P_2 = P_0 + P'_{\text{پیمانه‌ای}} = 1 + P'_{\text{پیمانه‌ای}} \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{5 \times 4}{300} = \frac{(1 + P'_{\text{پیمانه‌ای}}) \times 8}{360} \Rightarrow 1 + P'_{\text{پیمانه‌ای}} = 3 \Rightarrow P'_{\text{پیمانه‌ای}} = 2 \text{ atm}$$

۴۰- گزینه ۴ ابتدا فشار هوای داخل لوله را به‌دست می‌آوریم:

(D)

$$P_0 = P_1 + 4 \Rightarrow P_1 = 76 - 4 = 72 \text{ cmHg}$$

$$P_0 = h + P_2 \Rightarrow P_2 = 76 - h$$

فشار گاز در حالت دوم برابر است با:

قانون گازها را می‌نویسیم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 72 \times 10 \text{ A} = (76 - h) 20 \text{ A} \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

$$\text{تغییر طول لوله} = \underbrace{(20 + h)}_{\text{طول اولیه}} - \underbrace{(10 + 4)}_{\text{طول ثانویه}} = 46 \text{ cm}$$

۴۱- گزینه ۲ وقتی که اختلاف سطح جیوه در طرفین لوله به 4 cm می‌رسد،

(C)

باید گفت که سطح جیوه در سمت راست، به اندازه 2 cm پایین‌تر آمده است،

بنابراین طول ستون هوا در سمت راست از 8 cm به 10 cm می‌رسد. در حالت اول،

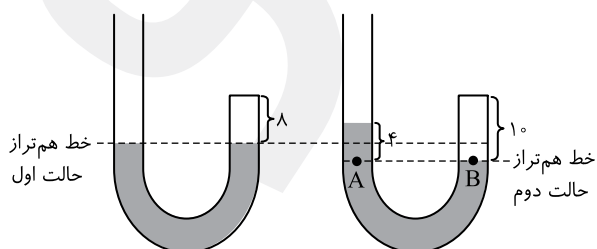
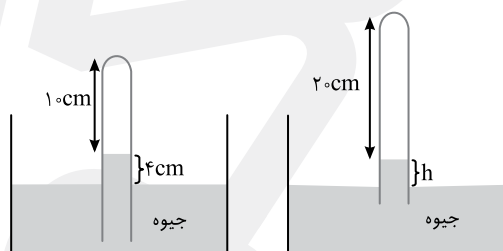
فشار هوای محبوس در لوله $P_1 = P_0$ است و در حالت دوم:

$$P_B = P_A : P_2 = P_0 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

حالا قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad V = Ah \rightarrow \frac{76 \times 8}{31 + 273} = \frac{80 \times 10}{T_2} \Rightarrow \frac{76}{304} = \frac{10}{T_2} \Rightarrow T_2 = 400 \text{ K}$$

$$\Delta T = 400 - 304 = 96 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = 96^\circ \text{ C}$$





۴۲- گزینه ۴ طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ وقتی حجم و جرم ثابت می‌مانند، چگالی تغییر نمی‌کند. (B)

۴۳- گزینه ۴ طبق رابطه $\rho = \frac{PM}{RT}$ برای مقدار معینی گاز، گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند و طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، گزینه (۳) نیز درست است. (A)

۴۴- گزینه ۳ (B)

$$\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \begin{cases} \rho_2 = \frac{PM}{RT_2} \\ \rho_1 = \frac{PM}{RT_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow[T_2 = 273 + 27 = 300\text{K}]{T_1 = 273 + 57 = 330\text{K}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{330}{300} = \frac{11}{10} \Rightarrow \Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = \frac{11}{10}\rho_1 - \rho_1 = \frac{1}{10}\rho_1 \Rightarrow \Delta\rho = 10\% \rho_1$$



ترمودینامیک

فصل ۵

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسفنامه

$$\Delta U = W + Q$$

$$W' = 200 \text{ J} \Rightarrow W = -200 \text{ J}$$

$$\Delta U = -200 + 50 = -150 \text{ J}$$

۱- گزینه ۴ بنابر قانون اول ترمودینامیک:

دستگاه گرما گرفته است، پس $Q = +50 \text{ J}$ ، بنابراین:

۲- گزینه ۱ بنا بر قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = W + Q$ است که در فرایند هم حجم $W = 0$ است، بنابراین $\Delta U = Q$ بوده و با توجه به اینکه گرمای داده

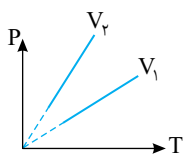
شده به دو گاز برابر است، تغییر انرژی درونی آن‌ها نیز برابر خواهد شد.

۳- گزینه ۲ در فرایند هم حجم برای مقدار معینی از یک گاز، حجم با شیب نمودار $P-T$ نسبت وارون دارد و

هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، حجم کمتر است. اگر شیب را با m نشان دهیم:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nR}{V} T \Rightarrow m = \frac{nR}{V} \Rightarrow V \propto \frac{1}{m}$$

$$m_1 < m_2 \Rightarrow V_1 > V_2$$



۴- گزینه ۱ کار انجام شده روی گاز، قرینه کاری است که روی محیط انجام می‌شود.

$$W = -W' \Rightarrow W = -300 \text{ J}$$

$$W < 0 \Rightarrow Q > 0, Q > W \Rightarrow Q > 300 \text{ J}$$

$$Q > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

در فرایند هم فشار گرما و کار مختلف‌العلامت بوده و مقدار گرما بیشتر از کار است.

در فرایند هم فشار گرما و تغییر انرژی درونی هم علامت می‌باشند:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow n = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ mol}$$

$$w = -nR\Delta T \Rightarrow W = -0.5 \times 8 \times (300 - 100) \Rightarrow W = -800 \text{ J}$$

$$W' = -W \Rightarrow W' = 800 \text{ J}$$

کار محیط روی دستگاه را حساب می‌کنیم:

کار دستگاه روی محیط برابر است با:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W = -Q$$

۶- گزینه ۲ در فرایند هم دمای گاز آرمانی، تغییر انرژی درونی صفر است. بنابراین:

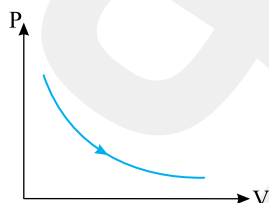
۷- گزینه ۲ تغییر انرژی درونی در مسیر AB و CD یکسان است. هر یک از فرایندهای AB و CD هم فشارند و در فرایند هم فشار می‌توانیم کار را از رابطه

$W = -nR\Delta T$ نیز به دست آوریم، چون تغییرات دما در دو فرایند یکسان است، کار در دو فرایند هم اندازه است.

$$W_{AB} = W_{CD} \Rightarrow P_{AB} \Delta V_1 = P_{CD} \Delta V_2 \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{P_{AB}}{P_{CD}} \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{4}{2} = 2$$

۸- گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله و قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U = W + Q \xrightarrow{\text{فرض مسأله } \Delta U = W} Q = 0$ (قانون اول ترمودینامیک)

چون $Q = 0$ به دست آمد، فرایند بی‌دررو است.



۹- گزینه ۴ در انبساط بی‌درروی گاز آرمانی، حجم گاز افزایش می‌یابد و کار محیط روی دستگاه منفی است ($W < 0$). از

طرفی گرمای مبادله شده صفر است ($Q = 0$)، بنابراین طبق رابطه $\Delta U = W$ ، انرژی درونی کاهش می‌یابد، در نتیجه دمای

گاز (T) کاهش می‌یابد. بر طبق رابطه $P = \frac{nRT}{V}$ ، با کاهش دما و افزایش حجم فشار گاز کاهش می‌یابد. پس حجم، فشار و

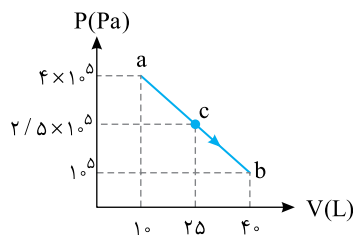
انرژی درونی هر سه تغییر می‌کنند.

۱۰- گزینه ۳ با حرکت سریع پیستون، تبادل گرما بین گاز و محیط ناچیز بوده و فرایند بی‌دررو است. با انبساط بی‌درروی گاز، کار منفی است پس دمای گاز

کاهش می‌یابد و انرژی درونی نیز گاز کاهش می‌یابد. $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W \xrightarrow{\text{انبساط } W < 0} \Delta U < 0$

۱۱- گزینه ۲ نمودار $P-V$ فرایند هم دما و بی‌دررو خمیده است. توجه کنید در تراکم هر دو فرایند، فشار افزایش می‌یابد.

در تراکم بی‌دررو چون علاوه بر کاهش حجم، دمای گاز نیز افزایش می‌یابد، فشار بیشتر از فرایند هم دما افزایش می‌یابد. $P = \frac{nRT}{V} \uparrow$



۱۲- گزینه ۴ در حل این نوع مسائل، در قدم اول دمای ابتدا و انتهای مسیر را به دست می آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{4 \times 10^5 \times 40}{nR} \\ T_b = \frac{10^5 \times 40}{nR} \end{cases} \Rightarrow T_a = T_b$$

بنابراین انرژی درونی دستگاه در حالت a و b برابر است. نقطه c را وسط ab انتخاب می کنیم، فشار گاز در این نقطه $\frac{10^5 + 4 \times 10^5}{2} = 2.5 \times 10^5$ Pa و حجم گاز

$$T_c = \frac{P_c V_c}{nR} = \frac{2.5 \times 10^5 \times 25}{nR} = \frac{6.25 \times 10^5}{nR} > T_a = T_b$$

۱۰ + ۴۰ = ۲۵ L بوده و دمای گاز برابر است با:

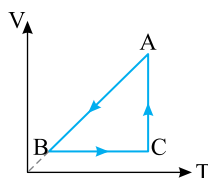
در این صورت انرژی درونی در نقطه c از a و b بیشتر است، در نتیجه انرژی درونی که تابعی از دما است از a تا b ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

۱۳- گزینه ۲ تغییر انرژی درونی در چرخه صفر است:

$$\Delta U_{ABCA} = \Delta U_{CA} + \Delta U_{AB} + \underbrace{\Delta U_{BC}}_{\text{صفر}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} + \Delta U_{AB} = 0$$

کار در فرایند هم حجم AB صفر و گرمای مبادله شده در فرایند بی درونی CA صفر است:

$$W_{CA} + \underbrace{Q_{CA}}_{\text{صفر}} + \underbrace{W_{AB}}_{\text{صفر}} + Q_{AB} = 0 \Rightarrow W_{CA} = -Q_{AB} \Rightarrow W_{CA} = -20 \text{ J} \xrightarrow{\text{فرایند بی درونی}} \Delta U = W = -20 \text{ J}$$



۱۴- گزینه ۳ فرایند AB یک تراکم هم فشار است و طی آن حجم و دمای گاز کاهش می یابد. فرایند BC یک فرایند هم حجم است که طی آن فشار و دمای گاز با دریافت گرما، افزایش می یابد. فرایند CA نیز هم دما بوده که در آن فشار کاهش و حجم افزایش می یابد. بنابراین نمودار V-T آن مطابق شکل رسم شده است.

۱۵- گزینه ۴ فرایند ab هم فشار و فرایندهای bc و da هم حجم و فرایند cd هم دماست و همه این شرایط در گزینه (۴) برقرار است.

۱۶- گزینه ۱ در ماشین بخار در مرحله ای که بخار آب حاصل از دیگ بخار با فشار وارد استوانه می شود و سبب حرکت پیستون می گردد فشار کاهش می یابد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۱۷- گزینه ۴ کار تولیدی توسط ماشین گرمایی صرف بالا بردن وزنه با تندی ثابت می شود؛ بنابراین می توان نوشت:

$$|W| = mgh = 50 \times 10 \times 20 = 10000 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{10000}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 40000 \text{ J} = 40 \text{ kJ}$$

$$Q_H = Q_{AB} + Q_{BC} \Rightarrow Q_H = 150 + 250 = 400 \text{ J}$$

۱۸- گزینه ۳ در فرایندهای AB و BC دستگاه از محیط گرما دریافت می کند (Q_H). در فرایندهای CD و DA، دستگاه به محیط گرما می دهد ($|Q_L|$)

$$|Q_L| = |Q_{CD}| + |Q_{DA}| \Rightarrow |Q_L| = 100 + 50 = 150 \text{ J}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{150}{400} \Rightarrow \eta = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$$

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 400 = |W| + 150 \Rightarrow |W| = 250 \text{ J}$$



پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

۱۸- گزینه ۲ چون گلوله در چند رفت و برگشت می‌ایستد، نمی‌توان مقاومت هوا را نادیده گرفت. اما در حالت معمول، می‌توانیم اندازه ابعاد گلوله را در نظر نگیریم، همچنین مطابق متن سؤال، نخ سبک است، بنابراین اثر جرم یا وزن آن را نادیده می‌گیریم. (A)

۱۹- گزینه ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: (B)

یکای اصلی نیست. $[A][B] = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{kg}{ms^2} = kg/s^4 \Rightarrow$ گزینه (۱):

یکای اصلی است. $\frac{m^2[B]}{[A]} = \frac{m^2 \times kg/ms^2}{m/s^2} = kg \Rightarrow$ گزینه (۲):

یکای اصلی نیست. $\frac{[B]}{m^2[A]} = \frac{kg/ms^2}{m^2 \times m/s^2} = kg/m^4 \Rightarrow$ گزینه (۳):

یکای اصلی نیست. $\frac{[B]}{[A]} = \frac{kg/ms^2}{m/s^2} = kg/m^2 \Rightarrow$ گزینه (۴):

۵۴- گزینه ۴ ابتدا حجم هر قطره را به دست می‌آوریم: (B)

$V_{\text{قطره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{1}{10}\text{cm}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 10^{-3}\text{cm}^3 = 4.19 \times 10^{-3}\text{cm}^3$, $\text{آهنگ خروج آب} = 4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ lit}}{10^3 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{4}{60 \times 10^3} \text{ lit/s}$
پس آهنگ خروج آب در هر ساعت نیز به سادگی به دست می‌آید:
 $\text{آهنگ خروج آب} = \frac{4 \text{ lit}}{6 \times 10^4 \text{ s}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 0.24 \text{ lit/h}$

۵۵- گزینه ۲ حجم هر قطره را به دست می‌آوریم: (B)

$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \xrightarrow{\pi=3} V = 4r^3 = 4 \times (2 \times 10^{-3} \text{ m})^3 = 32 \times 10^{-9} \text{ m}^3$
حجم داخل لیوان را حساب می‌کنیم:
 $V_2 = \pi r^2 h = 3 \times (4 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 10^{-1} \text{ m} = 48 \times 10^{-5} \text{ m}^3$

تعداد قطره‌هایی که لیوان را پر می‌کند، به دست می‌آوریم:
 $N = \frac{48 \times 10^{-5} \text{ m}^3}{32 \times 10^{-9}} = 1.5 \times 10^4$

در هر ثانیه، از شیر آب ۲ قطره می‌چکد، پس مدت لازم را بر حسب ثانیه به دست می‌آوریم و به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$$t = \frac{1.5 \times 10^4}{2} = 0.75 \times 10^4 \text{ s} = 75 \times 10^2 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \Rightarrow t = 125 \text{ min}$$

۵۶- گزینه ۳ ابعاد استخر را بر حسب متر می‌نویسیم: (B)

$$80 \text{ inch} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}, \quad 20 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$$

$$20 \text{ yard} \times \frac{3 \text{ ft}}{1 \text{ yard}} \times \frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 1800 \text{ cm} = 18 \text{ m}$$

حجم آب استخر برابر است با:

$$V = 2 \times 6 \times 18 = 216 \text{ m}^3$$

آهنگ ورود آب به استخر 200 L/min با $2 \text{ m}^3/\text{min}$ و آهنگ خروج آب از استخر $5 \text{ m}^3/\text{min}$ است، بنابراین در هر دقیقه 3 m^3 آب از استخر خارج می‌شود، پس مدت لازم برای خالی شدن آب استخر برابر است با:

$$t = \frac{216}{3} = 72 \text{ min} = 1.2 \text{ h}$$

۵۷- گزینه ۳

ابتدا آهنگ $30 \text{ dm}^3/\text{min}$ را به cm^3/s تبدیل می کنیم:

$$30 \text{ dm}^3/\text{min} = 30 \cdot \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ dm}}\right)^3 \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 500 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$500 t = \Delta A \times r h$$

$$60 t' = A \times r h$$

$$\frac{10 \text{ Ah}}{3 \text{ Ah}} = \frac{500 t}{60 t'} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{cases} t + t' = 70 \text{ min} \\ t = \frac{2}{5} t' \end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم:

از طرفی می دانیم که کل مدت برابر با 70 min است:

با حل معادله فوق داریم:

$$70 = \frac{2}{5} t' + t' \Rightarrow 70 = \frac{7}{5} t' \Rightarrow t' = 50 \text{ min} = 3000 \text{ s}, \quad t = \frac{2}{5} \times 50 = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$$

$$V_{\text{کل}} = 500 t + 60 t' = 500 \times 1200 + 60 \times 3000 = 780000 \text{ cm}^3 = V_{\text{کل}} = 780000 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} \Rightarrow V_{\text{کل}} = 780 \text{ L}$$

۵۸- گزینه ۳

مسافتی که الکترون در یک بار چرخش طی می کند برابر محیط دایره چرخش است. ($2\pi R$ مسافت)

اکنون به کمک مسافت، تندی حرکت الکترون را به دست می آوریم:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{تندی} = \frac{2 \times 3 \times 10^{-9} \text{ m}}{3 \times 10^{-12} \text{ s}} \Rightarrow v = \frac{1/2 \times 10^{-9} \text{ m}}{3 \times 10^{-15} \text{ s}} = 4 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\text{مسافت} = \text{تندی} \times \text{زمان} \Rightarrow x = 4 \times 10^6 \times 10^{-3} = 4 \times 10^3 \text{ m} = 4 \text{ km}$$

۵۹- گزینه ۴

مقدار هر یک از پیشنوندها را قرار می دهیم:

$$\frac{\text{Tg.Pm}^2}{(\square \text{ s})^2} = 10^{-2} \text{ fJ} \Rightarrow \frac{10^{12} \text{ g} \times (10^{-12} \text{ m})^2}{(\square \text{ s})^2} = 10^{-2} \times 10^{-15} \text{ J} \Rightarrow \frac{10^{12} \times 10^{-24} \text{ kg} \times 10^{-24} \text{ m}^2}{(\square \text{ s})^2} = 10^{-2} \times 10^{-15} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

$$\Rightarrow \frac{10^{-15}}{\square^2} = 10^{-2} \times 10^{-15} \Rightarrow \square^2 = 10^2 \Rightarrow \square = 10$$

۶۰- گزینه ۲

مقدار هر یک از پیشنوندها را قرار می دهیم و گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$\frac{1 \text{ ng.mm}}{1 \mu \text{s}^2} = 1 \times \frac{10^{-9} \text{ g} \times 10^{-3} \text{ m}}{10^{-12} \text{ s}^2} = 1 \text{ gm/s}^2 = 10^{-3} \text{ kg m/s}^2 = 10^{-3} \text{ N}$$

$$\frac{1 \text{ g.}\mu \text{m}^2}{1 \text{ ns}^3} = 1 \times \frac{10^{-3} \text{ kg} \times 10^{-12} \text{ m}^2}{10^{-27} \text{ s}^3} = 10^{12} \text{ kg m}^2/\text{s}^3$$

در این گزینه طرف دوم را بررسی می کنیم:

$$10^{15} \frac{\text{km}^2}{\text{Ts}^2 \cdot \mu \text{K}} = 1 \times \frac{10^{15} \times 10^6 \text{ m}^2}{10^{24} \text{ s}^2 \times 10^{-6} \text{ K}} = 10^3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$$

$$1 \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}} = 1 \times \frac{10^{-9} \text{ m}^3}{10^{-9} \text{ s}} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

۶۱- گزینه ۲

یکای SI ژول و نیوتون را به صورت یکای فرعی می نویسیم:

$$J = \text{kg m}^2/\text{s}^2, \quad N = \text{kg m/s}^2$$

$$J = N \cdot s \cdot x \Rightarrow \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times s \times x \Rightarrow x = \text{m/s}$$

اکنون با جای گذاری در رابطه (۱)، x را حساب می کنیم:

$$\text{m}^2/\text{s}^2 = y \times \text{m} \Rightarrow y = \text{m/s}^2$$

یکای y نیز خواهد شد:

$$\frac{x}{y} = \frac{\text{m/s}}{\text{m/s}^2} = \text{s}$$

پس نسبت $\frac{x}{y}$ را به دست می آوریم که از جنس زمان است:



حجم مایع‌های جابه‌جا شده برابر حجم جسم‌ها می‌باشد. با توجه به فرض مسئله:

$$m_1 = m_2 \xrightarrow{m = \rho V} \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r'^3 \Rightarrow \left(\frac{r}{r'}\right)^3 = 2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt[3]{2}$$

راه‌حل اول: حجم کل آب را V در نظر می‌گیریم، $\frac{9}{25}$ حجم یعنی ۳۶٪ آب یخ می‌زند و ۶۴٪ آب باقی می‌ماند. اما حجم آب یخ‌زده افزایش

می‌یابد. اکنون حجم این یخ را به‌دست می‌آوریم، البته یادمان باشد که جرم یخ ۳۶٪ جرم کل آب اولیه است.

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow \frac{0.9}{1} = \frac{0.36 m_{\text{آب}}}{V_{\text{یخ}}} \xrightarrow{m = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}} \frac{0.9}{1} = \frac{0.36 \times \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}}{V_{\text{یخ}}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1} V_{\text{یخ}} = \frac{0.36}{0.9} V_{\text{آب}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 0.4 V_{\text{آب}}$$

$$V_{\text{کل}} = 0.4 V_{\text{آب}} + 0.6 V_{\text{آب}} = 1.0 V_{\text{آب}} \Rightarrow \Delta V = 0.4 V_{\text{آب}}$$

حجم کل آب و یخ ایجاد شده برابر است با:

راه‌حل دوم: حجم کل را 100 cm^3 در نظر می‌گیریم. در حالت دوم $36 \text{ cm}^3 = \frac{9}{25} \times 100$ به یخ تبدیل شده و می‌دانیم 36 cm^3 آب برابر 36 g آب است (با توجه

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{0.9}{1} = \frac{36}{V} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 40 \text{ cm}^3$$

به $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)، بنابراین 36 g آب به یخ تبدیل می‌شود:

$$\begin{cases} V_{\text{آب}} = \frac{16}{25} V_{\text{کل}} = \frac{16}{25} \times 100 = 64 \text{ cm}^3 \\ V_{\text{یخ}} = 40 \text{ cm}^3 \end{cases} \Rightarrow V'_{\text{مجموعه}} = 104 \text{ cm}^3$$

پس حجم مخلوط آب و یخ برابر می‌شود با:

$$\frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{4}{100} \times 100 = 4\%$$

حال درصد تغییرات را به‌دست می‌آوریم:

۱۳۸- گزینه ۲ برای این که در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از آب باشد و برای این که درون مایع فرو رود باید چگالی کره از مایع بیشتر باشد (با این موضوع

در فصل ویژگی‌های فیزیکی مواد، در همین کتاب، بیشتر آشنا خواهید شد).

$$\rho_{\text{آب}} < \rho_{\text{کره}} < \rho_{\text{مایع}}$$

$$500 < \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}} < 1000 \Rightarrow 500 < \frac{4}{V_{\text{کره}}} < 1000 \Rightarrow 125 < \frac{1}{V_{\text{کره}}} < 250 \Rightarrow \frac{1}{250} < V_{\text{کره}} < \frac{1}{125} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} < \frac{4}{3} \pi R^3 < 8 \times 10^{-3}$$

$$4 \times 10^{-3} < 4R^3 < 8 \times 10^{-3} \Rightarrow 10^{-3} < R^3 < 2 \times 10^{-3} \Rightarrow 10^{-1} < R < \sqrt[3]{2} \times 10^{-1} \Rightarrow 0.1 \text{ m} < R < 0.126 \text{ m}$$

بنابراین شعاع انتخابی باید بین 10 cm تا 12.6 cm باشد که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

$$\rho_{\text{کره}} < 6400 \text{ kg/m}^3$$

۱۳۹- گزینه ۲ یک جسم زمانی در مایعی فرو نمی‌رود که چگالی آن جسم از مایع کمتر باشد:

یک جسم زمانی در مایعی فرو می‌رود که چگالی آن جسم از مایع بیشتر باشد $\rho_{\text{کره}} > 800 \text{ kg/m}^3$.

$$800 < \rho_{\text{کره}} < 6400 \Rightarrow 800 < \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}} < 6400 \Rightarrow 200 < \frac{1}{V_{\text{کره}}} < 1600 \Rightarrow \frac{1}{1600} < V_{\text{کره}} < \frac{1}{200}$$

$$\frac{1}{1600} \times 10^6 \text{ cm}^3 < V_{\text{کره}} < \frac{1}{200} \times 10^6 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{10^4}{16} < V_{\text{کره}} < \frac{10^4}{2} \Rightarrow 625 < V_{\text{کره}} < 5000$$

بنابراین تنها گزینه (۲) در این محدوده قرار دارد.

۱۴۰- گزینه ۱ با توجه به چگالی مخلوط خواهیم داشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_{\text{کل}}}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \quad (1)$$

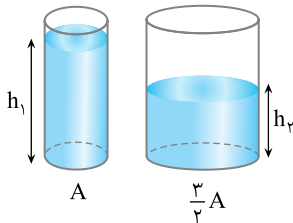
با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$m_1 = \frac{p}{q} m, \quad m_2 = (1 - \frac{p}{q}) m \xrightarrow{(1)} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{m(\frac{p}{q\rho_1} + \frac{q-p}{q\rho_2})} = \frac{1}{\frac{q\rho_2 + (q-p)\rho_1}{q\rho_1\rho_2}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{q\rho_1\rho_2}{p\rho_2 + (q-p)\rho_1}$$

فصل ۲

ویژگی‌های فیزیکی مواد

پاسخ تشریحی تست‌های سطح دوم



جرم مایع در دو ظرف یکسان و در نتیجه حجم مایع در دو ظرف یکسان است:

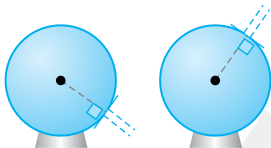
$$V_1 = V_2 \Rightarrow Ah_1 = \frac{3}{2} Ah_2 \Rightarrow h_2 = \frac{2}{3} h_1$$

$$(1) \quad P_1 = P_0 + \rho gh_1 \quad \xrightarrow{h_1 > h_2} \quad P_1 > P_2$$

$$(2) \quad P_2 = P_0 + \rho gh_2$$

طرفین رابطه (۲) را در $\frac{3}{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$(2) \Rightarrow \frac{3}{2} P_2 = \frac{3}{2} P_0 + \frac{3}{2} \rho g \frac{2}{3} h_1 \Rightarrow \frac{3}{2} P_2 = \frac{3}{2} P_0 + (P_0 + \rho gh_1) \Rightarrow \frac{3}{2} P_2 = P_1 + \frac{3}{2} P_0 \Rightarrow \frac{3}{2} P_2 > P_1$$



نیروی حاصل از شار هواره عمود بر سطح است پس آب به صورت عمود بر سوراخ

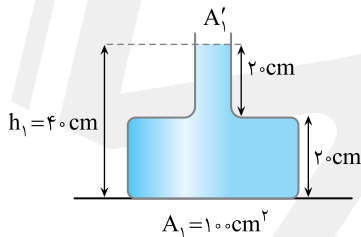
خارج خواهد شد که با توجه به کروی بودن تانکرها و اینکه شعاع هواره بر خط مماس بر دایره عمود است شکل ب و ت می‌تواند درست باشد.

اختلاف فشار بین دو نقطه از مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می‌آید بنابراین:

$$\Delta P_{AB} = \rho_1 g \Delta h = \rho_1 \times 1 \times \frac{2}{100} = 2\rho_1, \quad \Delta P_{CD} = \rho_2 g \Delta h = \rho_2 \times 1 \times \frac{2}{100} = 2\rho_2, \quad \frac{\Delta P_{CD}}{\Delta P_{AB}} = 4 \Rightarrow \frac{2\rho_2}{2\rho_1} = 4 \Rightarrow \rho_2 = 4\rho_1 \quad (\text{فرض مسأله})$$

حال اختلاف فشار بین B تا C را به دست می‌آوریم. نقطه B در مایع (۱) قرار گرفته و نقطه C درون مایع (۲) است: بنابراین:

$$\Delta P_{BC} = \rho_1 \times 1 \times \frac{1}{100} + 4\rho_1 \times 1 \times \frac{1}{100} = 5\rho_1, \quad \frac{\Delta P_{BC}}{\Delta P_{AB}} = \frac{5\rho_1}{2\rho_1} = \frac{5}{2}$$

نیروی وارد بر کف برابر $F = PA$ است. حال فشار حاصل از 40 N نیروی آب را به

$$40 = P_1 \times 100 \times 10^{-4} \Rightarrow P_1 = 4000 \text{ Pa} \Rightarrow \rho_W gh_1 = 4000 \xrightarrow{\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3} h_1 = 40 / 10 = 4 \text{ cm}$$

$$40 = P_2 \times 400 \times 10^{-4} \Rightarrow P_2 = 10000 \text{ Pa} \Rightarrow \rho_W gh_2 = 10000 \xrightarrow{\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3} h_2 = 100 / 10 = 10 \text{ cm}$$

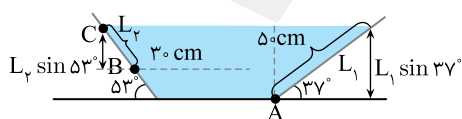
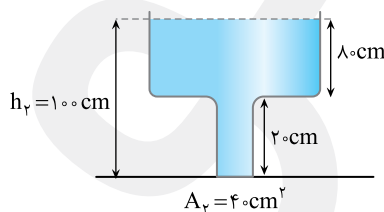
با توجه به شکل ظرف‌ها داریم:

$$V_1 = 20 \times 100 + 20 \times 400 = 2800 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 20 \times 400 + 10 \times 1000 = 8800 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{8800}{2800} = \frac{88}{28} = \frac{22}{7}$$

بنابراین:



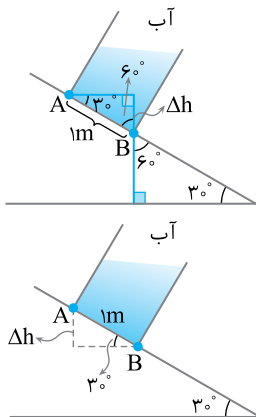
می‌دانیم که فشار مایع به عمق آن بستگی دارد:

$$P_A = \rho g L_1 \sin 37^\circ \Rightarrow 15 = \rho \times 10 \times 5 \times \sin 37^\circ \quad (1)$$

$$\Delta P_{BC} = \rho g L_2 \sin 53^\circ \Rightarrow \Delta P_{BC} = \rho \times 10 \times 3 \times \sin 53^\circ \quad (2)$$

می‌توانیم این دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{15}{\Delta P_{BC}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta P_{BC} = 10 \text{ kPa} \quad (\text{فشار مایع در نقطه C، صفر است})$$



۱۷۴- گزینه ۲ راه حل اول: اختلاف فشار در دو نقطه از مایع از رابطه $\rho g \Delta h$ به دست می آید:

$$\Delta P = \rho g \Delta h_{AB}$$

$$\Delta h_{AB} = \text{وتر ضلع کف ظرف} \times \sin 30^\circ \rightarrow \Delta h = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

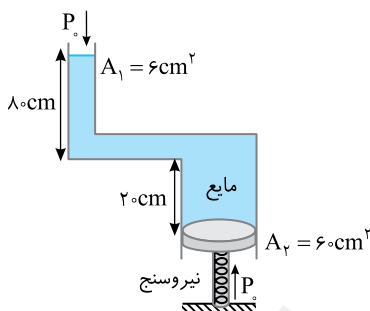
$$\Delta P = 1000 \times 10 \times 0.5 = 5000 \text{ Pa}$$

راه حل دوم: اختلاف ارتفاع در نقطه A و B به دست می آوریم:

$$\Delta h = AB \sin 30^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = 1000 \times 10 \times 0.5 \Rightarrow \Delta P = 5000 \text{ Pa}$$

اختلاف فشار برابر خواهد شد با:



۱۷۵- گزینه ۱ چگالی را بر حسب kg/m^3 می نویسیم:

$$\rho = 0.9 \text{ g/cm}^3 = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 80 + 20 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

ارتفاع مایع در بالای پیستون برابر است با:

$$P = \rho g h = 900 \times 10 \times 1 = 9000 \text{ Pa}$$

فشار مایع بر پیستون بزرگ را به دست می آوریم:

همان نیرویی که مایع بر پیستون بزرگ وارد می کند، به نیرو سنج هم وارد می شود (جرم پیستون ناچیز است):

$$F = P A = 9000 \times 6 \times 10^{-4} = 54 \text{ N}$$

دقت کنید که فشار جو بر سطح آزاد مایع و بر ته پیستون بزرگ وارد می شود. بنابراین اثر هم را خنثی می کنند.

۱۷۶- گزینه ۴ فشار را در دو حالت به دست آورده و سپس با هم مقایسه می کنیم:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + \rho g h \\ P'_2 = 2P_1 + \rho g h \end{cases} \Rightarrow P_2 < P'_2 < 2P_2$$

۱۷۷- گزینه ۲ هر چه روی کف ظرف قرار دارد، یعنی آب، پیستون، جرم و هوای روی آن بر کف فشار وارد می کند پس:

$$P_{\text{کف}} = \rho g h_{\text{آب}} + \frac{F_{\text{پیستون}}}{A} + \frac{F_{\text{جسم}}}{A} + P_0 \Rightarrow P_{\text{کف}} = 1000 \times 10 \times \frac{50}{100} + \frac{50}{10 \times 10^{-4}} + \frac{250}{10 \times 10^{-4}} + 10^5$$

$$P_{\text{کف}} = 5 \times 10^3 + 50 \times 10^3 + 250 \times 10^3 + 100 \times 10^3 = 405 \times 10^3 \text{ Pa} = 405 \text{ kPa}$$

۱۷۸- گزینه ۴ در این تست، باید ببینیم که در کل چند سانتی متر بر ارتفاع مایع افزوده می شود. ابتدا حجم قسمت خالی پایینی را به دست می آوریم:

$$V = Ah \Rightarrow V = 40 \times 10 = 400 \text{ cm}^3$$

بنابراین به اندازه $40 - 30 = 10 \text{ cm}^3$ از آب به قسمت باریک لوله اضافه می شود. ارتفاع مایع در این لوله را نیز به دست می آوریم:

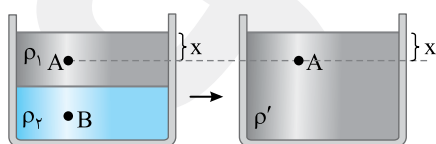
$$V = Ah \Rightarrow 10 = 10 \cdot h \Rightarrow h = 1 \text{ cm}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times \frac{1}{100} = 100 \text{ Pa}$$

بنابراین به اندازه $10 + 3 = 13 \text{ cm}$ بر ارتفاع مایع اضافه شده است.

$$\Delta F = \Delta P \times A \Rightarrow \Delta F = 100 \times 40 \times 10^{-4} = 0.4 \text{ N}$$

بنابراین افزایش نیروی وارد بر ته ظرف می شود:



۱۷۹- گزینه ۳ با توجه به وضعیت قرارگیری مایع ها در ظرف $\rho_2 > \rho_1$ است. زیرا مایع ρ_2 ته نشین شده است. اگر دو مایع با هم مخلوط شوند چگالی مخلوط ρ' خواهد شد، چگالی مخلوط بین

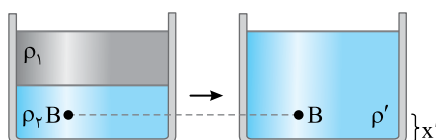
چگالی دو مایع ρ_1 و ρ_2 است. بنابراین $\rho_1 < \rho' < \rho_2$. فشار وارد بر نقطه A در حالت اول و بعد از مخلوط شدن را با هم مقایسه می کنیم:

$$\begin{cases} P_A = \rho_1 g x \\ P'_A = \rho' g x \end{cases} \xrightarrow{\rho' > \rho_1} P'_A > P_A$$

برای مقایسه فشار B به این نکته توجه کنید که فشار وارد بر ته ظرف قبل از مخلوط کردن دو مایع و بعد از آن با هم متفاوت نمی باشد، چون در هر دو حالت مجموع جرم یا وزن دو مایع یکسان و سطح مقطع نیز

$$\text{یکسان است. } (P = \frac{W}{A}) \text{ پس}$$

$$\begin{cases} P_B = P_A + \rho_2 g x' \Rightarrow P_B = P'_A - \rho_2 g x' \\ P'_B = P'_A + \rho' g x' \Rightarrow P'_B = P'_A - \rho' g x' \end{cases} \xrightarrow{\frac{\rho_2 > \rho'}{P'_A = P'_A}} P'_B > P_B$$





۱۸۰- گزینه ۴ گلوله فلزی تو پر است و کاملاً داخل مایع می‌رود، بنابراین بر حجم ظاهری مایع به اندازه حجم گلوله اضافه می‌شود. حالا باید ببینیم که این افزایش

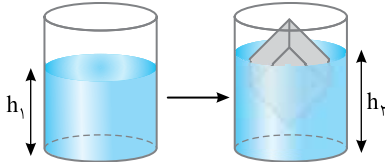
$$V = Ah \Rightarrow 200 = 4 \cdot h \Rightarrow h = 50 \text{ cm}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \frac{3}{2} \times 1000 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow \Delta P = 750 \text{ Pa}$$

حجم باعث ایجاد چه افزایش ارتفاعی می‌شود:

بنابراین افزایش فشار مایع به دست می‌آید:

۱۸۱- گزینه ۱ به اندازه حجمی از مکعب که داخل آب قرار می‌گیرد، حجم ظاهری آب بیشتر می‌شود.



$$V = \frac{2}{3}(a)^3 \Rightarrow V = \frac{2}{3}(30)^3 \Rightarrow V = 18 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

این مقدار حجم باعث بالا رفتن ارتفاع آب می‌شود. بنابراین:

$$\Delta V = A \Delta h \Rightarrow 18000 = 1800 \Delta h \Rightarrow \Delta h = 10 \text{ cm}$$

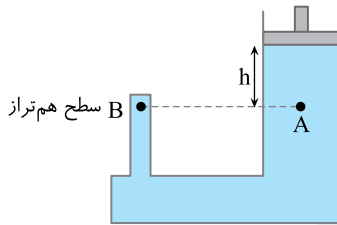
$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times \frac{10}{100} \Rightarrow \Delta P = 1000 \text{ Pa} = 1 \text{ kPa}$$

در نتیجه افزایش فشار خواهد شد:

۱۸۲- گزینه ۲ آهنگ خروج آب از شیر ثابت است، بنابراین در هر ثانیه حجم معینی آب وارد ظرف می‌شود. با بالا آمدن آب، سطح مقطع ظرف افزایش می‌یابد،

اما حجم آب ورودی به ظرف ثابت است. بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب کاهش می‌یابد. یعنی در هر ثانیه افزایش ارتفاع آب نسبت به ثانیه قبلی کمتر است. از این

رو فشار آب ($P = \rho gh$) با آهنگ کمتری افزایش می‌یابد که نمودار گزینه (۲) این موضوع را نشان می‌دهد.

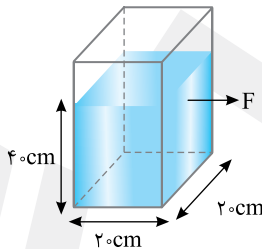


۱۸۳- گزینه ۴ فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_B = P_A \Rightarrow P_B = \rho gh + \frac{W}{A} + P_0 \Rightarrow P_B - P_0 = \rho gh + \frac{W}{A}$$

$$\Rightarrow P_B - P_0 = 2000 \times 10 \times \frac{25}{100} + \frac{20 \times 10}{4 \times 10^{-4}} = 5000 \text{ Pa} \Rightarrow P_B - P_0 = 5000 \text{ kPa}$$

۱۸۴- گزینه ۱ فشار وارد بر وجه جانبی مکعب مستطیل در ارتفاع‌های مختلف یکسان نیست، بنابراین



$$\bar{P} = \frac{\rho gh}{2} = 1000 \times 10 \times \frac{4}{2} = 2000 \text{ Pa}$$

$$F = \bar{P} A_{\text{جانبی}} = 2000 \times \frac{2}{10} \times \frac{4}{10} = 160 \text{ N}$$

میانگین آن را حساب می‌کنیم:

۱۸۵- گزینه ۱ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع:

$$F_1 = \rho gh A_{\text{کف}} = \rho gh \pi r^2$$

نیروی وارد بر سطح جانبی استوانه از طرف مایع (فشار وارد بر سطح جانبی را باید به طور متوسط یا میانگین

$$F_2 = \bar{P} A_{\text{جانبی}} = \left(\frac{\rho gh}{2} \right) \pi r h$$

فشار بالایی و پایینی سطح حساب کرد):

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \rho gh \pi r^2 = \frac{1}{2} \rho gh \times \pi r h \Rightarrow h = r$$

۱۸۶- گزینه ۴ مطابق قانون پاسکال به سادگی خواهیم داشت:

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \Rightarrow \frac{F}{100a} = \frac{20}{a} \Rightarrow F = 2000 \text{ N}$$

۱۸۷- گزینه ۳ طبق قانون پاسکال فشارها بدون توجه به شکل ظرف به یک اندازه انتقال می‌یابد.

$$\frac{f}{F} = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \Rightarrow \frac{10}{F} = \left(\frac{r}{8r} \right)^2 \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

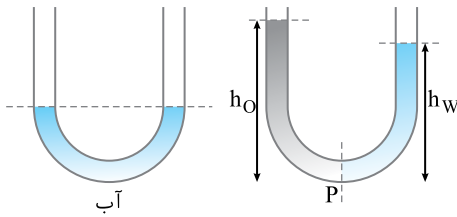
۱۸۸- گزینه ۲

۱۸۹- گزینه ۱ رابطه روبه‌رو بین نیرو و جابه‌جایی برقرار است:

$$\frac{F}{f} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{F}{10} = \frac{100}{2} \Rightarrow F = 400 \text{ N}$$



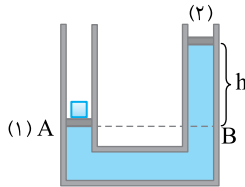
نشرالگو



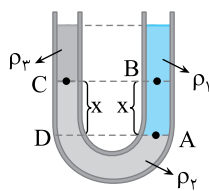
۱۹۰- گزینه ۲ روغن و آب در دو شاخه در حالت تعادل اند، بنابراین فشار در دو شاخه باید با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} \text{فشار در سمت چپ} = P_0 + \rho_O gh_O \\ \text{فشار در سمت راست} = P_0 + \rho_W gh_W \end{cases} \Rightarrow P_0 + \rho_O gh_O = P_0 + \rho_W gh_W$$

$$\Rightarrow h_O = \frac{\rho_W gh_W}{\rho_O g} = \frac{\rho_W}{\rho_O} h_W$$



۱۹۱- گزینه ۲ فشار در سطوح A و B که هم ترازند با هم برابر است:

$$P_A = P_B = \frac{W}{A} = \rho gh \Rightarrow \frac{0.48 \times 10}{200 \times 10^{-4}} = 800 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.3 \text{ m} \Rightarrow h = 30 \text{ cm}$$


۱۹۲- گزینه ۱ فشار مایع‌ها را در سطح افقی که از A می‌گذرد، برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_D, \quad P_C + \rho_2 gx = P_B + \rho_1 gx \quad (1)$$

چون مایع ρ_2 در زیر همه مایع‌ها قرار دارد، چگالی آن از ρ_1 و ρ_2 بیشتر است:

$$\rho_2 > \rho_1 \xrightarrow{(1)} P_C < P_B \quad (2)$$

و در مایع ρ_1 ، A پایین‌تر از B است:

$$P_B < P_A \xrightarrow{(2)} P_C < P_B < P_A$$

۱۹۳- گزینه ۳ سطح مایع در لوله A به اندازه x_1 و در لوله B به اندازه x_2 جابه‌جا می‌شود.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1(14 + x_1) = \rho_2(x_1 + x_2) \quad (1)$$

چون مایع تراکم‌ناپذیر است، تغییرات حجم در طرفین با هم برابر است:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow \pi r^2 x_1 = \pi R^2 x_2 \Rightarrow r^2 x_1 = (\sqrt{6}r)^2 x_2 \Rightarrow x_1 = 6x_2$$

$$\xrightarrow{(1)} 1 \times (14 + 6x_2) = 12/5(6x_2) \Rightarrow 14 + 6x_2 = 14.4x_2 \Rightarrow 7.4x_2 = 14 \Rightarrow x_2 = 1.89 \text{ cm} \approx 1.9 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 7.4x_2 = 14 \Rightarrow x_2 = 1.89 \text{ cm} \approx 1.9 \text{ cm}$$

۱۹۴- گزینه ۳ بعد از اضافه کردن مایع به شاخه سمت چپ، وضعیت به شکل روبه‌رو درمی‌آید. چون فشار در نقاط M و N برابر است، خواهیم داشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow 0.6 \times (20 + x) = 0.9 \times 30 \Rightarrow 20 + x = 45 \Rightarrow x = 25 \text{ cm}$$

افزایش ارتفاع مایع ۲۵cm است. بنابراین با توجه به سطح مقطع لوله ($A = 100 \text{ cm}^2$)، حجم مایع اضافه شده برابر خواهد شد با:

$$\Delta V_1 = A_1(x) = 100 \times 25 = 2500 \text{ cm}^3$$

۱۹۵- گزینه ۳ در مرحله اول فشار سطوح هم‌تراز را با هم برابر قرار می‌دهیم تا نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ به دست آید.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 \times 9 = \rho_1 \times 12 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \rho_2 = \frac{4}{3} \rho_1 \quad (1)$$

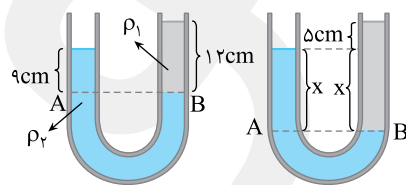
در اثر زیاد شدن ارتفاع در لوله سمت راست، مایع در سمت چپ هم قدری بالا می‌رود، دوباره فشارهای سطوح هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 \times x = \rho_1(\delta + x) \xrightarrow{(1)} \frac{4}{3} \rho_1 \times x = \rho_1(\delta + x)$$

$$\Rightarrow 4x = 15 + 3x \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

با توجه به شکل ارتفاع مایع سمت راست برابر $15 + 5 = 20 \text{ cm}$ است که قبلاً ۱۲cm بوده است. بنابراین مقدار مایع اضافه شده برابر است با:

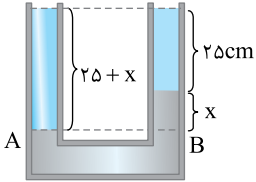
$$20 - 12 = 8 \text{ cm}$$



در حالت اول، چگالی روغن به دست می‌آید:

$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho h)_{\text{روغن}} \Rightarrow 1 \times 20 = \rho \times 25 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$$

اگر به سمت چپ لوله آب اضافه کنیم، سطح جیوه در سمت چپ لوله مقداری پایین آمده و در سمت راست مقداری بالا می‌رود. با توجه به سطح هم‌تراز:



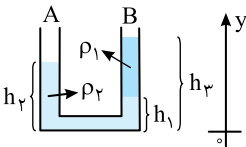
$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho g h)_{\text{آب}} = (\rho g h)_{\text{جیوه}} + (\rho g h)_{\text{روغن}} \Rightarrow 1 \times 10 \times (25 + x) = 13.6 \times 10 \times x + \frac{1}{10} \times 10 \times 25$$

$$\Rightarrow 25 + x = 13.6x + 2.5 \Rightarrow 5 = 12.6x \Rightarrow x = \frac{5}{12.6} \text{ cm}$$

بنابراین مقدار افزایش ارتفاع آب در سمت چپ لوله می‌شود:

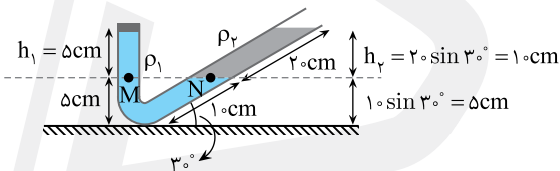
$$\Delta h = 25 + x - 20 = 5 + \frac{5}{12.6} \approx 5.4$$

البته با توجه به گزینه‌ها، نیازی نیست که $\frac{5}{12.6}$ را حساب کنیم. زیرا جواب قدری از ۵ بزرگ‌تر است و فقط در گزینه (۳) این موضوع رعایت شده است.



در سطح افقی در ارتفاع h_1 مطابق شکل، فشار در دو شاخه یکسان است. زیرا در این سطح افقی در دو لوله یک مایع قرار دارد. بنابراین از ارتفاع $y=0$ تا $y=h_1$ فشار دو طرف یکسان و $P_A - P_B = 0$ است. توجه کنید $\rho_2 > \rho_1$ است (چرا؟).

در ارتفاع بالاتر از h_1 فشار در دو لوله کم می‌شود تا در سطح آزاد مایع به مقدار P_0 برسد. می‌دانیم در لوله U شکل در نقاط هم‌تراز در دو مایع متفاوت، فشار در نقطه‌ای که مایع بالاسرش بیشتر است، بیشتر می‌باشد بنابراین تا ارتفاع h_3 ، $P_A - P_B < 0$ ، خواهد شد و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. در ارتفاع h_3 فشار در لوله A به P_0 می‌رسد ولی در لوله B برابر $P_0 + \rho_2 g(h_3 - h_1)$ است. بنابراین اختلاف فشار $P_A - P_B = -\rho_2 g(h_3 - h_1)$ خواهد شد. از ارتفاع h_3 تا h_2 فشار در لوله A برابر P_0 و ثابت است ولی فشار در لوله B بزرگ‌تر از P_0 است و در حال کاهش است تا به P_0 برسد و سرانجام $P_A - P_B = 0$ خواهد شد. بنابراین گزینه (۴) درست است.



مایع‌ها در تعادل هستند پس نقاط M و N که روی خط تراز می‌باشند فشار یکسانی دارند.

دقت کنید فشار در نقطه N، مجموع فشار هوا و فشار ستون قائم مایع $\rho_2 h_2$ است. اما فشار در نقطه M برابر مجموع فشار مایع در سمت چپ و فشاری است که بر انتهای بسته سمت چپ وارد می‌شود.

$$P_N = P_0 + \rho_1 g h_1$$

$$P_M = \frac{F}{A} + \rho_1 g h_1$$

$$\frac{F}{A} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_1 g h_1 \Rightarrow \frac{F}{A} = P_0$$

$$\frac{F}{20 \times 10^{-4}} + 3400 = 5700 + 10000 \Rightarrow \frac{F}{20 \times 10^{-4}} = 10200 \Rightarrow F = 204 \text{ N}$$

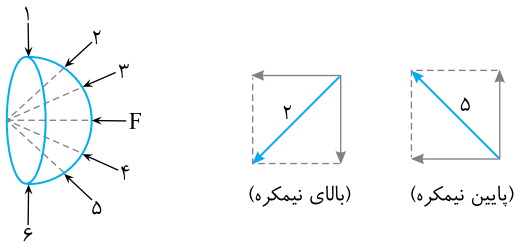
می‌دانیم به ازای هر ۱۰ متر که از سطح زمین بالاتر می‌رویم از فشار هوا به اندازه ۱ mmHg کاسته می‌شود. بنابراین به ازای ۷۵ متر به اندازه ۷۵ mmHg یا ۷/۵ cmHg از فشار هوا کاسته می‌شود. از این رو فشار هوا در سطح زمین برابر با $62/5 + 7/5 = 70$ سانتی‌متر جیوه است.

گزینه ۴

$$\begin{cases} P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \\ P_0 = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \Rightarrow 13.6 \times 6 \times 70 = 1 \times h_{\text{H}_2\text{O}} \Rightarrow h_{\text{H}_2\text{O}} = 952 \text{ cm} = 9.52 \text{ m}$$

فشاری که پمپ در پایین به آب می‌دهد باید برابر با مجموع فشار ناشی از وزن ستون آب و فشاری معادل ۱/۲ اتمسفر باشد، که در این صورت پمپ می‌تواند به طبقه آخر فشار آب برابر با ۱/۲ atm بدهد.

$$P = 1/2 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 12 \Rightarrow P = 13/2 \text{ atm}$$



گزینه ۳ اگر نیمکره سمت راست را در نظر بگیریم، بردارهای نیروی حاصل از فشار جو مطابق شکل بر آن وارد می‌شوند. مثلاً دو بردار 2 و 5 را در نظر بگیرید، ملاحظه می‌کنیم که مؤلفه‌های قائم این بردارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و فقط مؤلفه‌های افقی باقی می‌مانند. بنابراین یک نیروی خالص افقی به طرف چپ بر این نیمکره وارد می‌شود و گویی این نیرو بر دایره‌ای که مساحت آن برابر سطح فرضی مشترک دو نیمکره است، وارد می‌شود و این نیرو ناشی از فشار هوا است، $F = P_0 (\pi R^2)$ است. از این‌رو برای جدا کردن نیمکره سمت راست حداقل نیرویی برابر $P_0 (\pi R^2)$ باید به نیمکره سمت راست وارد کرد. با همین استدلال نیروی لازم برای جدا کردن نیمکره سمت چپ نیز $P_0 (\pi R^2)$ خواهد بود، بنابراین هر یک از نیروهای F برابر $P_0 (\pi R^2)$ است.

گزینه ۲ فشار در تمام نقاط هوایی که بین دو مایع گیر کرده است یکسان است بنابراین:

$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_C \Rightarrow \rho_r (H_1 - h_1) = P_A$$

$$P_B = P_D \Rightarrow P_B = \rho_l (H_r - h_r)$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_r (H_1 - h_1) = \rho_l (H_r - h_r) \xrightarrow{\rho_r = 2\rho_l} 2(H_1 - h_1) = (H_r - h_r)$$

گزینه ۱ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = \rho_r g h_r + P_0$$

$$P_{\text{مخزن}} - P_0 = \rho_r g h_r \quad (1)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = \rho_l g h_l + P_0 \Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_0 = \rho_l g h_l \quad (2)$$

با توجه به معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\rho_l g h_l = \rho_r g h_r \Rightarrow \rho_l g h_l = \rho_r g \frac{1}{2} h_l \Rightarrow \rho_l = \frac{1}{2} \rho_r \Rightarrow \frac{\rho_l}{\rho_r} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ برای آن که آب از دهانه B خارج شود، بایستی سطح آب در لوله B حداقل $18 - 25 = 7 \text{ cm}$ بالاتر برود، پس سطح مایع در لوله A باید 7 cm پایین‌تر برود.

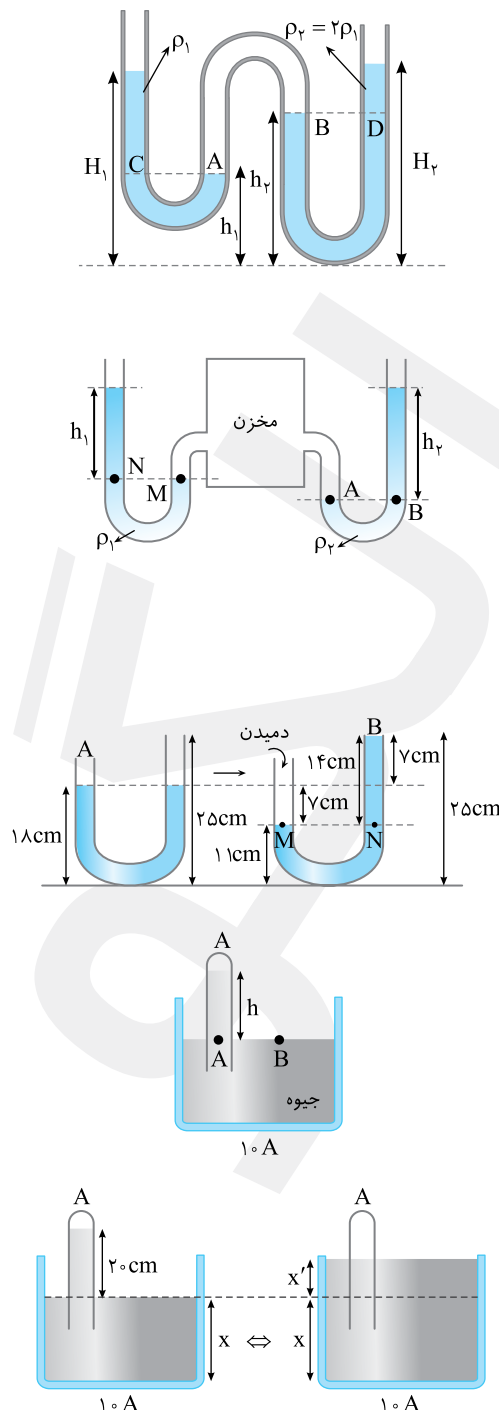
$$P_M = P_N \Rightarrow P_M = P_0 + \rho g h = 10^5 + 10^3 \times 9.8 \times 0.14 = 10^5 + 1.4 \text{ kPa}$$

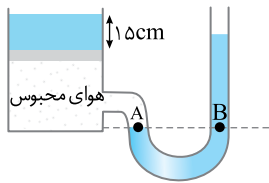
گزینه ۲ فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر 20 cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر P_0 خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت حجم $A h = 20 A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل مقابل، سطح جیوه در ظرف 2 cm بالا آید. پس جیوه در واقع 18 cm پایین آمده است.

$$20 A = 10 A \times x' \Rightarrow x' = 2 \text{ cm}$$





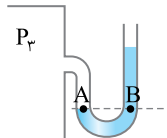
ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به دست می‌آوریم: **گزینه ۲۰۷-۱**

$$P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_W gh_W + P_0 = 1000 \times 10 \times \frac{15}{100} + P_0 = P_0 + 150 \text{ Pa}$$

این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطه A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + 150 \text{ Pa} = \rho gh + P_0 \Rightarrow 150 \text{ Pa} = 1000 \times 10 \times h$$

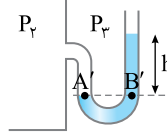
$$h = 0.015 \text{ m} = 1.5 \text{ cm}$$



با توجه به لوله بیرونی (بین P_0 و P_3) داریم: **گزینه ۲۰۸-۱**

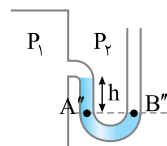
$$P_A = P_B \Rightarrow P_3 = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_3 > P_0$$

بین مخزن P_3 و P_2 داریم:



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_2 = P_3 + \rho gh \Rightarrow P_2 > P_3$$

بنابراین $P_2 > P_3 > P_0$ است حال در لوله U شکل آخر داریم:



$$P_{A''} = P_{B''} \Rightarrow P_1 + \rho g \frac{h}{2} = P_2 \Rightarrow P_2 > P_1$$

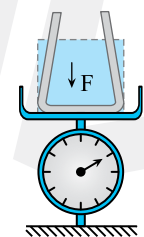
حال باید فشار P_1 و P_3 را مقایسه کنیم که با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} P_2 = P_3 + \rho gh \\ P_2 = P_1 + \rho g \frac{h}{2} \end{cases} \Rightarrow P_1 + \rho g \frac{h}{2} = P_3 + \rho gh \Rightarrow P_1 = P_3 + \rho g \frac{h}{2}$$

$$P_2 > P_1 > P_3 > P_0$$

بنابراین P_1 از P_3 بزرگ‌تر بوده ولی از P_2 کمتر است:

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P = \rho gh + P_0$ است که این رابطه از $P = \frac{W}{A} + P_0$ به دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر نکرده‌اند: (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می‌شود: اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می‌شود و این دو اثر، یکدیگر را خنثی می‌کنند. (زیرا تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است). **گزینه ۲۰۹-۲**



نیروسنج در حالت اول وزن ظرف را نشان می‌دهد و در حالت دوم، به اندازه وزن مایع اضافه شده، بیشتر نشان می‌دهد. بنابراین $\Delta N = mg$ می‌شود: **گزینه ۲۱۰-۳**

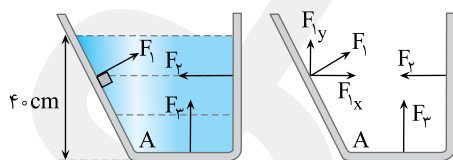
$$\Delta N = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

اما نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند، بیشتر از وزن مایع می‌شود.

$$F = PA = \rho ghA > W$$

$$F > 2 \text{ N}$$

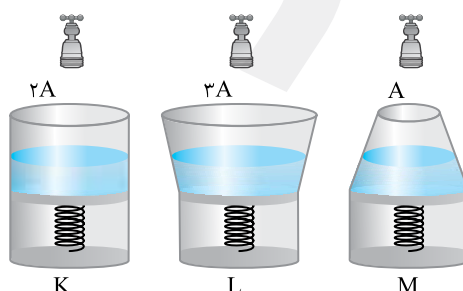
(برای توضیح بیشتر به درس‌نامه یا تست‌های ابتدای این قسمت مراجعه کنید.)



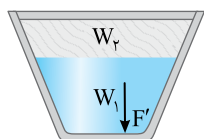
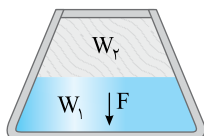
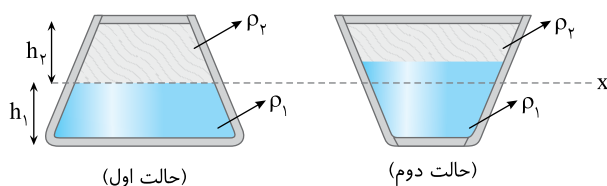
نیروی F_1 به دو مؤلفه افقی و قائم تجزیه می‌شود. مؤلفه افقی F_1 با F_2 خنثی می‌شود (زیرا مایع در حال تعادل است). **گزینه ۲۱۱-۲**

مؤلفه قائم F_1 و نیروی F_3 که رو به بالا هستند نیروی وزن را خنثی می‌کنند.

$$F_{1y} + F_3 = W \Rightarrow F_{1y} + \underbrace{\rho ghA}_{F_3} = 120 \Rightarrow F_{1y} + 1000 \times 10 \times \frac{4}{100} \times 200 \times 10^{-4} = 120 \Rightarrow F_{1y} = 40 \text{ N}$$



در هر سه ظرف نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع است که با توجه به یکسان بودن ارتفاع مایع در سه ظرف، فشار وارد بر هر سه ظرف برابر است. از این رو نیروی وارد بر کف هر سه ظرف یکسان بوده ($F = PA$) و فشردگی فنرها یکسان است. **گزینه ۲۱۲-۲**



۲۱۳- گزینه ۲ چون مایع (۱) در زیر مایع (۲) قرار گرفته است، چگالی آن بیشتر است پس اگر ظرف را وارونه کنیم باز هم مایع (۱) در زیر قرار می گیرد.

چون سطح مقطع ته ظرف در حالت دوم کمتر از حالت اول شده است، ارتفاع مایع ρ_1 در حالت دوم، بیشتر خواهد شد.

حال خط افقی و فرضی x را از مرز مشترک دو مایع در شکل حالت اول به سمت شکل حالت دوم رسم می کنیم. فشار مایع در این خط در شکل دوم بزرگتر از شکل اول است زیرا ارتفاعی از مایع ها که بالای این سطح قرار می گیرد یکسان است اما در ظرف دوم بخشی از مایع با چگالی ρ_1 که بزرگتر از ρ_2 است پر می شود. پس فشار کل در ته ظرف در حالت دوم بیشتر از حالت اول است.

اما درباره نیرو: در حالت اول (مطابق آنچه در بحث مقایسه وزن مایع و نیروی حاصل از فشار آورده ایم):

$$W_1 + W_2 = W < F$$

در حال دوم نیز:

$$W_1 + W_2 = W > F'$$

بنابراین:

$$F' < W < F \Rightarrow F' < F$$

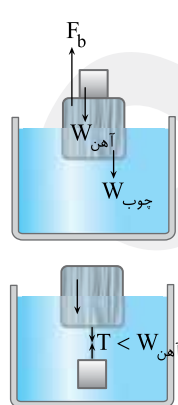
۲۳۸- گزینه ۱ ابعاد دو جسم برابر است بنابراین اختلاف فشار بالا و پایین جسم ها یکسان و نیروی شناوری در هر دو یکسان است، عددی که نیروی شناوری نشان می دهد تفاضل نیروی وزن جسم و نیروی شناوری است از این رو:

$$\begin{cases} W_A - F_b = \epsilon \\ W_B - F_b = \lambda \end{cases} \Rightarrow W_B - W_A = \epsilon \Rightarrow m_B g - m_A g = \epsilon \Rightarrow m_B - m_A = \epsilon / g \text{ kg}$$

۲۳۹- گزینه ۳ در حالت اول، m_1 نیروی وزن ظرف محتوی آب را نشان می دهد (W). در حالت دوم وقتی شخصی انگشت خود را وارد آب می کند، آب بر انگشت نیروی شناوری رو به بالا وارد می کند و بنا به قانون سوم نیوتون انگشت هم به آب همین نیرو را رو به پایین وارد می کند و ترازوی m_2 جمع نیروی وزن و نیروی شناوری را نشان می دهد ($W + F_b$). در شکل (۳) شخص انگشت خود را بیشتر در آب فرو برده است، در واقع هرچه انگشت بیشتر وارد آب شود، اختلاف فشار وارد بر ابتدا و انتهای قسمتی از انگشت که در آب قرار دارد، افزایش می یابد (در h ، $\rho g h$ ، h دانه زیاد می شه) پس نیروی شناوری در حالت سوم بیشتر می شود؛ در نتیجه $m_1 < m_2 < m_3$ بوده و گزینه (۳) درست است.

۲۴۰- گزینه ۴ اگر جسم غوطه ور باشد، $F_b = W \Leftrightarrow$ فنر تغییر طول نمی دهد.

اگر نیروی شناوری بیشتر از نیروی وزن باشد، نیروی شناوری می خواهد جسم را رو به بالا ببرد و فنر کشیده شده و مانع می شود. اگر نیروی شناوری کمتر از نیروی وزن باشد، جسم می خواهد به سمت پایین برود که فنر فشرده شده و به کمک نیروی شناوری مانع حرکت جسم می شود. بنابراین هر سه حالت ممکن است.



۲۴۱- گزینه ۳ خوب، مثل اینکه باید با هم فکر کنیم. در شکل (۱) نیروهایی که چوب را به درون آب می کشند، نیروی وزن چوب ($W_{چوب}$) و نیروی وزن قطعه آهن ($W_{آهن}$) است که البته توسط نیروی شناوری خنثی می شود.

اما در شکل (۲) نیروهایی که چوب را به درون آب می کشند، نیروی کشش نخ (T) و نیروی وزن چوب ($W_{چوب}$) است. اکنون به بررسی نیروی کشش نخ متصل به وزنه آهنی و چوب می پردازیم.

قطعه آهن ساکن است از این رو نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروی وارد بر قطعه آهن، نیروی وزن، نیروی کشش نخ و نیروی شناوری است. بنابراین $W_{آهن} = F_b + T$. بنابراین $T < W_{آهن}$.

بنابراین مجموع نیروهای وارد بر چوب که آن را به پایین می کشند، یعنی $W_{چوب}$ و T از مجموع نیروهای وارد بر چوب در حالت اول کمتر است و فرورفتگی چوب در آب کمتر از حالت اول است. البته نیروی شناوری وارد بر کل چوب و آهن، مانند حالت اول با مجموع نیروی وزن چوب و آهن برابر است. آخیش تموم شد.

۲۴۲- گزینه ۲ همان طور که می دانیم نیروی شناوری ناشی از نیروی حاصل از اختلاف فشار است. با سرد شدن گاز، جرم گاز ثابت اما حجم آن کاهش می یابد پس چگالی $\rho = m/V$ افزایش می یابد. هر چه چگالی شاره بیشتر باشد، نیروی شناوری که می تواند بر جسم وارد کند بیشتر است که این نیروی بالاسو سبب حرکت رو به بالا می شود، پس گزینه (۲) درست است.

مطابق معادله پیوستگی داریم:

گزینه ۳ - ۲۶۲

B

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3$$

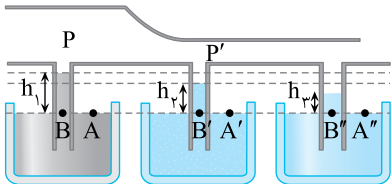
$$(\pi r_1^2) v_1 = (\pi r_2^2) v_2 + (\pi r_3^2) v_3 \xrightarrow[r_1 = \frac{1}{2} r_1 \text{ و } r_3 = \frac{1}{4} r_1]{v_1 = \Delta \text{ m/s و } v_2 = \frac{1}{2} \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{2} \text{ m/s}} \pi r_1^2 \times \Delta = \pi \frac{1}{4} r_1^2 \times \frac{1}{2} + \pi \frac{1}{16} r_1^2 \times v_3$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} v_3 \Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{1}{16} v_3 \Rightarrow v_3 = 72 \text{ m/s}$$

با توجه به خط تراز در هر ظرف داریم:

گزینه ۱ - ۲۶۳

C



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P + \rho_1 g h_1, P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_0 = P' + \rho_2 g h_2, P_{A''} = P_{B''} \Rightarrow P_0 = P' + \rho_3 g h_3$$

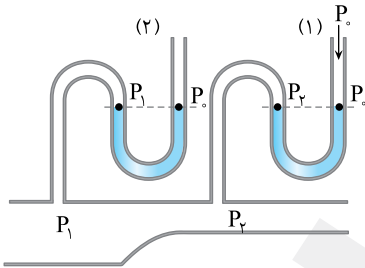
$$P' + \rho_2 g h_2 = P' + \rho_3 g h_3 \xrightarrow{h_2 > h_3} \rho_3 > \rho_2$$

با توجه به رابطه‌های بالا:

$$P + \rho_1 g h_1 = P' + \rho_2 g h_2 \xrightarrow{P > P'} P - P' = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

حال در ظرف (۱) و (۲):

$$\rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 > 0 \Rightarrow \rho_2 g h_2 > \rho_1 g h_1 \xrightarrow{h_1 > h_2} \rho_2 > \rho_1$$



با ایجاد جریان هوا در لوله، در قسمت باریک لوله فشار کمتر از قسمت پهن لوله می‌شود.

گزینه ۱ - ۲۶۴

B

یعنی $P_2 < P_1$ و اختلاف فشار با هوای بیرون در قسمت باریک لوله بیشتر است.

$$P_0 - P_2 > P_0 - P_1$$

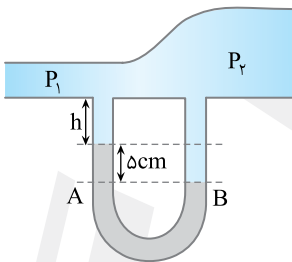
بنابراین در لوله (۱) چون اختلاف فشار بیشتری ایجاد می‌شود، اختلاف مایع درون آن بیشتر شده و مایع بیشتری در لوله (۱) تخلیه می‌شود.

به شکل دقت کنید. اختلاف فشار در واقع اختلاف فشار ستون ۵ سانتی‌متری مایع و آب.

گزینه ۴ - ۲۶۵

B

در دو طرف لوله U شکل است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + \rho_1 g h + \rho_1 g \times \frac{\Delta}{100} = P_2 + \rho_2 g h + \rho_2 g \times \frac{\Delta}{100} \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho_1 g \times \frac{\Delta}{100} - \rho_2 g \times \frac{\Delta}{100}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 3 \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} - 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta P = 10^2 \text{ Pa}$$



پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

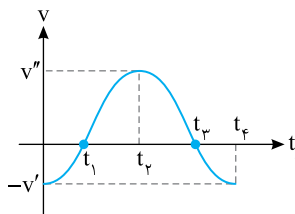
۲۵- گزینه ۲ ابتدا با توجه به رابطه چگالی، جرم کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow r = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow m = \frac{16}{3}\pi r^3 \Rightarrow m = \frac{16}{3} \times 3 \times 125 = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

با توجه به نمودار اگر تندی از v_1 به $v_1 + 2$ برسد انرژی جنبشی از K به $K + 20$ می‌رسد، بنابراین:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ K + 20 = \frac{1}{2}m(v_1 + 2)^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}]{m = 2 \text{ kg}} K + 20 - K = \frac{1}{2}m(v_1 + 2)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow 20 = (v_1 + 2)^2 - v_1^2 \xrightarrow[\text{اتحاد مزدوج}]{\text{با توجه به}} 20 = (v_1 + 2 - v_1)(v_1 + 2 + v_1) \Rightarrow 20 = 2(v_1 + 2) \Rightarrow 10 = v_1 + 2 \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s}$$



۲۶- گزینه ۴ انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است، پس گزاره (الف) نادرست است. اگر اندازه

سرعت در حال کاهش باشد یعنی در بازه t_1 تا t_2 که اندازه سرعت از v' به صفر می‌رسد و در بازه t_2 تا t_3 که اندازه

سرعت از v'' به صفر می‌رسد اندازه سرعت کاهش یافته و انرژی جنبشی در حال کاهش است و گزاره (ب) درست است.

در بازه t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 اندازه سرعت متحرک از صفر به ترتیب به v'' و v' می‌رسد، پس اندازه سرعت در حال

افزایش و گزاره (پ) درست است. در لحظه t_2 تندی متحرک بیشینه مقدار سرعت خود را دارد، بنابراین انرژی جنبشی

جسم بیشینه است و گزاره (ت) درست است. در لحظه‌های t_1 و t_3 با توجه به نمودار تندی صفر می‌شود که با توجه به

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

انرژی جنبشی نیز صفر خواهد شد و گزاره (ث) درست است.

۲۷- گزینه ۲ با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را

$$v_A = \frac{4d}{t}, v_B = \frac{d}{t} \Rightarrow v_A = 4v_B$$

طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شده A، برابر ۴d است از این رو:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = \frac{m(4v_B)^2}{8mv_B^2} = \frac{16mv_B^2}{8mv_B^2} = 2$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

۲۸- گزینه ۴ پس از برخورد و شکستن اولین صفحه شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_1 - K_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \times 3600 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \times 2500 = 11 \text{ J}$$

در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $3/6 - 1/1 = 2/5 \text{ J}$ خواهد بود و به ازای هر $1/1 \text{ J}$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحه شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین

$$2/5 - 1/1 = 1/3 \text{ J}, \quad 1/3 - 1/1 = 0/2 \text{ J}$$

دو صفحه شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m/s}^2$$

۲۹- گزینه ۱ ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2} \times 0.5 v^2 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

حال تندی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow 4 = \frac{10 - 0}{t} \Rightarrow t = 2/5 \text{ s}$$

اکنون با استفاده از معادله شتاب داریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3}{5} \text{ m/s}^2$$

۳۰- گزینه ۴ ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$a = -\frac{3}{5} \text{ m/s}^2$$

اگر جهت مثبت را جهت محور x بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow -6 = -\frac{3}{5}t + 6 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به 6 m/s رسیده است:

۳۱- گزینه ۳

در علوم سال نهم خوانده‌اید که شتاب برابر نسبت تغییر سرعت به تغییر زمان است. از طرفی سرعت اولیه جسم صفر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \xrightarrow[t=0 \text{ تا } t=1]{\text{ثانیه اول}} v = \frac{v - 0}{1} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}, \quad a = \frac{v' - v}{\Delta t} \xrightarrow[t=1 \text{ تا } t=2]{\text{ثانیه دوم}} v' = \frac{v' - 2}{1} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow \Delta K_1 = 8 - 0 = 8 \text{ J}$$

تندی جسم در ثانیه اول از صفر به ۲ m/s رسیده است:

$$\Delta K_2 = \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \Delta K_2 = 32 - 8 = 24 \text{ J}$$

تندی جسم در ثانیه دوم از ۲ m/s به ۴ m/s رسیده است:

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{24}{8} = 3$$

بنابراین:

$$F = ma \xrightarrow[a = \frac{v_2 - v_1}{t}]{\text{ثانیه دوم}} F = m \left(\frac{v - v_0}{t} \right)$$

بنا بر قانون دوم نیوتون و تعریف شتاب خواهیم داشت:

۳۲- گزینه ۳

$$\begin{cases} F = m \left(\frac{v - v_0}{t} \right) & (1) \text{ برای جسم اول} \\ 2F = \frac{2m(v' - v_0)}{2t} & (2) \text{ برای جسم دوم} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین روابط}} \frac{1}{2} = \frac{v}{v'} \Rightarrow v' = 2v$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2} \times 2m \times v'^2}{\frac{1}{2} \times m \times v^2} \xrightarrow{v' = 2v} \frac{K'}{K} = \frac{2(2v)^2}{v^2} = 8$$

اکنون نسبت انرژی‌های جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \xrightarrow[a = \frac{v - v_0}{\Delta t}]{\text{ثانیه دوم}} F = m \left(\frac{v - v_0}{\Delta t} \right)$$

قانون دوم نیوتون را برای هر دو می‌نویسیم:

۳۳- گزینه ۴

با توجه به فرض‌های سؤال $F_1 = F_2$ و $\Delta t_1 = \Delta t_2$ است:

$$F_1 = \frac{m_1(v_1 - v_0)}{\Delta t_1} \xrightarrow{F_1 = F_2, \Delta t_1 = \Delta t_2} m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۶۳- گزینه ۲

سؤال نسبتاً سختی است، اما با فکر کردن و مرحله به مرحله پیش رفتن ساده می‌شود! می‌دانیم کار نیروهای عمود بر مسیر صفر است. مؤلفه‌ی

F_x بر جابه‌جایی d_y عمود است و در این امتداد کارش صفر می‌باشد. کار مؤلفه F_y نیز در جابه‌جایی d_x صفر است، زیرا بر آن عمود می‌باشد. بنابراین کار F_x

در جابه‌جایی d_x و کار F_y در جابه‌جایی d_y را حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم:

با توجه به حل تست قبل می‌توان به سادگی این تست را حل کرد. ابتدا کار نیروی $\vec{F}$ را در جابه‌جایی روی هر یک از محورهای x و y به صورت

$$W_x = F_x x \Rightarrow W_x = \Delta \alpha J$$

$$W_y = F_y y \Rightarrow W_y = \Delta \times 4 = 20 J$$

$$W_t = W_x + W_y \Rightarrow W_t = (\Delta \alpha + 20) J$$

کار یک کمیت نرده‌ای است، بنابراین کل کار نیروی $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ برابر است با:

$$W_t = 3W_x \Rightarrow \Delta \alpha + 20 = 3 \times \Delta \alpha \Rightarrow \alpha = 20$$

با توجه به صورت سؤال، داریم:

۶۵- گزینه ۱

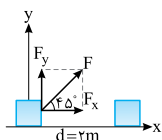
اندازه جابه‌جایی جسم ۲ متر و در جهت محور x است، کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

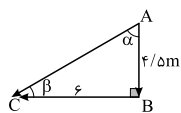
$$W = Fd \cos \alpha \xrightarrow[d = 2 \text{ m}, \alpha = 45^\circ]{W = 2J} 2 = F \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow F = \sqrt{2} \text{ N}$$

هرگاه برداری با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد، اندازه مؤلفه‌های آن بردار روی محورهای x و y با هم برابر است. بنابراین با توجه

به گزینه‌ها داریم:

$$\vec{F} = n\vec{i} + n\vec{j} \Rightarrow F = n\sqrt{2} \xrightarrow{F = \sqrt{2}} \sqrt{2} = n\sqrt{2} \Rightarrow n = 1 \Rightarrow \vec{F} = \vec{i} + \vec{j}$$





۶۶- گزینه ۳ کار کل انجام شده برابر است با مجموع کارهایی که در هر مرحله انجام می‌شود: $W_{کل} = W_{AB} + W_{BC}$

$$AC = \sqrt{(4/5)^2 + 6^2} = 7/5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{4/5}{7/5} = \frac{4}{7}, \quad \cos \beta = \frac{6}{7/5} = \frac{4}{7}$$

$$W_{AB} = F(AB) \cos \alpha = 20 \times 4/5 \times \frac{4}{7} = 54 \text{ J}$$

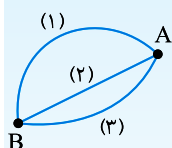
$$\Rightarrow W_t = 54 + 96 = 150 \text{ J}$$

$$W_{BC} = F(BC) \cos \beta = 20 \times 6 \times \frac{4}{7} = 96 \text{ J}$$

$$W_{AC} = F(AC) \cos 0 = 20 \times 7/5 \times 1 = 150 \text{ J}$$

کار نیروی F در مسیر AC را نیز به دست می‌آوریم:

نتیجه: می‌بینید کار نیروی ثابت F در مسیر شکسته برابر کار نیروی ثابت F در کل جابه‌جایی از ابتدا تا انتهای مسیر است؛ یعنی مقدار کار، به مسیر وابسته نیست.



تست ۱ اگر جسمی به جرم M تحت اثر نیروی ثابت $\vec{F}$ از نقطه A تا B در مسیرهای شکل روبه‌رو جابه‌جا شود کار

انجام شده به وسیله این نیرو:

(۱) در مسیر (۲) کم‌ترین مقدار را دارد.

(۳) در مسیر (۳) کم‌ترین مقدار را دارد.

(۲) در مسیر (۱) کم‌ترین مقدار را دارد.

(۴) در هر سه مسیر یکسان است.

پاسخ

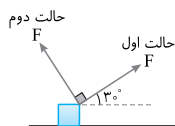
کار نیروی ثابت در هر مسیری از A تا B یکسان است.

جابه‌جایی در هر سه مسیر یکسان و برابر B می‌باشد.

و چون در هر سه مسیر نیرو ثابت و برابر F است. بنابراین W در هر سه مسیر با هم برابر است.

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A =$$

گزینه ۴



۶۷- گزینه ۴ با توجه به تعریف کار خواهیم داشت:

$$W = Fd \cos \theta \begin{cases} \text{حالت اول: } \theta = 30^\circ \rightarrow W = Fd \cos 30^\circ \Rightarrow W = \frac{\sqrt{3}}{2} Fd \\ \text{حالت دوم: } \theta = 30^\circ + 90^\circ \rightarrow W' = Fd \cos 120^\circ \Rightarrow W' = -\frac{1}{2} Fd \end{cases} \Rightarrow \frac{W'}{W} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۶۸- گزینه ۲ کار نیروی اصطکاک به مسافت پیموده شده بستگی دارد:

$$\begin{cases} \text{در مسیر AC: } W_{f_k} = f_k a \cos 180^\circ = -f_k(a) \\ \text{در مسیر ABC: } W'_{f_k} = f_k(AB) \cos 180^\circ + f_k(BC) \cos 180^\circ \Rightarrow W'_{f_k} = 2f_k(a)(-1) \Rightarrow W'_{f_k} = -2f_k(a) \end{cases} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W'_{f_k}} = +\frac{1}{2}$$

۶۹- گزینه ۴ وزن جسم ۲۰ N و نیروی آن F = ۲۴ N است، بنابراین برآیند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان، سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی به‌طور تصاعدی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی

F افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه (۱) درست است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنانچه در بازه

زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینه (۲) نیز می‌تواند درست باشد.

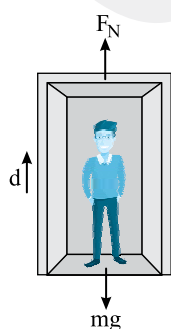
چنانچه در بازه زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین

گزینه (۳) نیز درست است.

۷۰- گزینه ۱ مطابق شکل در راستای جابه‌جایی تنها دو نیروی F_N و mg به جسم وارد می‌شود و با توجه به اینکه جابه‌جایی

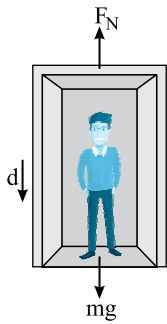
به سمت بالا است پس W_{F_N} به دلیل هم‌جهت بودن نیروی $\vec{F}_N$ و جهت $\vec{d}$ مثبت و W_{mg} به دلیل خلاف جهت هم بودن نیروی

$\vec{mg}$ و $\vec{d}$ منفی است.



$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} \quad (1), \quad W_t = F_{net} d \xrightarrow{F_{net} = ma} W_t = ma \times d \quad (2)$$

$$(1), (2): ma \times d = W_{mg} + W_{F_N} \Rightarrow 60 \times 2 \times 10 = -60 \times 10 \times 10 + W_{F_N} \Rightarrow W_{F_N} = 7200 \text{ J}$$



۷۱- گزینه ۱ جسم در حال پایین آمدن است و نیروی وزن و جابه‌جایی هم‌جهت و کار نیروی وزن مثبت است اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه منفی است. (B)

$$W_{mg} = Fd = 60 \times 10 \times 10 = 6000 \text{ J}$$

$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} \Rightarrow ma \times d = W_{mg} + W_{F_N} \Rightarrow 60 \times 2 \times 10 = 60 \times 10 \times 10 + W_{F_N} \Rightarrow W_{F_N} = -4800 \text{ J}$$

$$W_t = F_{\text{net}} d \Rightarrow W_t = ma \times d$$

۷۲- گزینه ۴ کف اتاقک آسانسور بر شخص نیروی N را رو به بالا وارد می‌کند و کره زمین نیروی وزن W را بر شخص رو به پایین وارد می‌کند. بنابراین نیروی خالص وارد شده بر شخص، $N - W$ خواهد شد. بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت: (C)

$$N - W = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

$$W_N = Nd \Rightarrow W_N = m(g + a)d$$

$$W_{mg} = mgd \cos(18^\circ) \Rightarrow W_{mg} = -mgd$$

$$\frac{W_N}{W_{mg}} = \frac{m(g+a)d}{-mgd} \Rightarrow \frac{W_N}{W_{mg}} = \frac{g+a}{-g} \Rightarrow \frac{W_N}{W_{mg}} = \frac{10+2}{-10} = -1/2$$

نسبت کارها را حساب می‌کنیم:

$$\text{وتر} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$$

۷۳- گزینه ۴ با استفاده از رابطه فیثاغورس وتر را به دست می‌آوریم: (B)

با توجه به این که $m_1 > m_2$ است بنابراین با رها کردن مجموعه از حال سکون مجموعه در جهت نشان داده شده شروع به حرکت می‌کند یعنی m_1 به سمت پایین آمده و W_{mg} آن مثبت است و m_2 به سمت بالا رفته و W_{mg} آن منفی می‌باشد.

$$W_{m_1g} = m_1gh \xrightarrow{h=2m} W_{m_1g} = 2m_1g$$

$$W_{m_2g} = -m_2gh' \xrightarrow{h'=2 \sin \alpha} W_{m_2g} = -m_2g \times 2 \times \frac{3}{5} = -1/2 m_2g$$

$$\frac{W_{m_1g}}{W_{m_2g}} = \frac{2m_1g}{-1/2 m_2g} = \frac{2m_1}{-1/2 m_2} = \frac{2 \times 2m_2}{-1/2 m_2} = \frac{4}{-1/2} = -8 \Rightarrow \frac{W_{m_1g}}{W_{m_2g}} = -8$$

۷۴- گزینه ۴ جسم m_1 ، 1 m پایین می‌آید پس کار نیروی وزن آن برابر $W_{m_1g} = +mgh = +100 \text{ J}$ است ولی m_2 (C)

روی سطح افقی جابه‌جا شده پس جابه‌جایی در راستای قائم ندارد و $W_{m_2g} = 0$ است و گزاره (الف) درست است. دو جسم به

هم وصل هستند، پس تندی هر دو جسم با هم برابر است اما چون جرم دو جسم با هم متفاوت است و با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی دو جسم با هم متفاوت خواهد بود بنابراین گزاره (ب) نیز درست است. با توجه به شکل نیروی

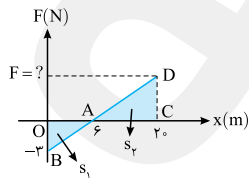
کنشش نخ برای جسم m_1 خلاف جهت جابه‌جایی است و کار این نیرو منفی است و برای جسم m_2 در جهت جابه‌جایی است و کار این نیرو مثبت است پس گزاره (پ) درست است.

۷۵- گزینه ۳ ابتدا به کمک تشابه دو مثلث OAB و ACD، اندازه نیروی F را در مکان $x = 20 \text{ m}$ به دست می‌آوریم: (B)

$$\frac{CD}{OB} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{F}{3} = \frac{14}{6} \Rightarrow F = 7 \text{ N}$$

حال به کمک سطح محصور بین نمودار و محور x ها، کار را به دست می‌آوریم:

$$W_F = S = \frac{-3 \times 6}{2} + \frac{7 \times 14}{2} = 40 \text{ J}$$



$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K > 0} W_t > 0$$

۱۱۶- گزینه ۱ در بازه ۰ تا t_1 سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی در حال افزایش است و بنا به قضیه کار و انرژی: (A)

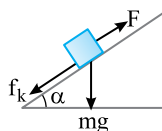
بنابراین گزاره (الف) درست است.

در بازه t_1 تا t_2 سرعت ثابت و تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر است و گزاره (ب) نادرست است.

کار در یک لحظه مفهوم فیزیکی ندارد و گزاره (ج) نادرست است. در بازه t_2 تا t_3 بزرگی سرعت در حال افزایش و انرژی جنبشی در حال افزایش بنابراین $W_t > 0$

است. و گزاره (د) نادرست است.

بنابراین تنها گزاره (الف) درست است و گزینه (۱) پاسخ است.



$$W_F + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم: چون تندی ثابت است $K_2 - K_1 = 0$ ، از طرفی جسم در این مدت $x = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$ روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود که ابتدا با استفاده از مفهوم سینوس تغییر ارتفاع جسم را به دست می‌آوریم:

$$\sin \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{0.6}{20} = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 12 \text{ m}$$

حال کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک را در رابطه قضیه کار و انرژی جنبشی جایگذاری می‌کنیم تا کار نیروی F را به دست آوریم:

$$W_F - mgh - f_k d = 0 \Rightarrow W_F = 200 \times 12 + 30 \times 20 = 3000 \text{ J}$$

دو نیروی اصطکاک بر جسم وارد می‌شود. یکی اصطکاک بین جسم و سطح (f_k)، دیگری اصطکاک هوا (f_{air})

$$E_2 - E_1 = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2(2)^2 - \frac{1}{2} \times 2(4)^2 = -(f_k + f_{\text{air}})d$$

با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$-12 = -(f_k + f_{\text{air}}) \times 3 \Rightarrow f_k + f_{\text{air}} = 4 \Rightarrow f_k = 4 - f_{\text{air}} \Rightarrow f_k < 4$$

بنابراین گزینه (۱) می‌تواند پاسخ باشد.

$$36 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 10 \text{ m/s}$$

تندی اولیه جسم هنگام ترمز برابر است با:

جسم روی سطح افقی در حال حرکت است و کار نیروی عمودی سطح (W_{F_N}) و کار نیروی وزن (W_g) صفر است و بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow f_k d = -\frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{d_1 = 20 \text{ m}} f_{k_1} \times (20) = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^3 \times 1000 \Rightarrow f_{k_1} = 7500 \text{ N} \\ \xrightarrow{d_2 = 16 \text{ m}} f_{k_2} \times (16) = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^3 \times 1000 \Rightarrow f_{k_2} = 9375 \text{ N} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta f_k}{f_{k_1}} \times 100 = \frac{9375 - 7500}{7500} \times 100 = 25\%$$

درصد افزایش نیروی اصطکاک برابر است با:

$$F = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow m(v - v_0) = F \Delta t \Rightarrow 2v = 20 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}, W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1000 - 0 = 1000 \text{ J}$$

قضیه کار و انرژی را یک بار در مسیر رفت و یک بار در مسیر برگشت می‌نویسیم، در هر دو مسیر، جسم تحت تأثیر نیروهای اصطکاک و وزن جسم است، کار نیروی اصطکاک در هر دو مسیر $-f_k d$ است اما کار نیروی وزن در مسیر رفت (۱) برابر $-mgh$ و در مسیر برگشت (۲) برابر mgh است:

$$\begin{aligned} (1): -\frac{1}{2} m \times 16 &= -mgh - f_k d & \sin 30^\circ = \frac{h}{OA} \Rightarrow OA = 10 \text{ m} \\ (2): \frac{1}{2} m \times 4 &= mgh - f_k d \end{aligned}$$



چون وزنه روی سطح A با تندی ثابتی پایین می‌آید، مؤلفه موازی سطح نیروی وزن با نیروی اصطکاک برابر است:

$$mg \sin \alpha = f_k$$

وقتی جسم بر سطح شیب‌دار B بالا می‌رود، $mg \sin \alpha$ و f_k هر دو رو به پایین سطح بوده و با هم برابرند حال می‌توانیم به دو

طریق به حل مسأله ادامه دهیم:

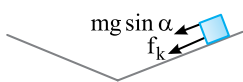
$$W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow -mgh - f_k d = -\frac{1}{2} m v^2$$

راه حل اول: از قضیه کار و انرژی استفاده می‌کنیم:

$$-mgh - mg \underbrace{(\sin \alpha) d}_h = -\frac{1}{2} m v^2$$

$$2mgh = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow h = \frac{16}{4} = 4 \text{ m}$$

راه حل دوم: محاسبه شتاب با استفاده از قانون دوم نیوتون:



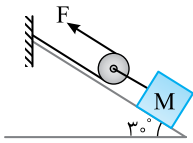
$$F_{\text{نتی}} = ma \Rightarrow -mg \sin \alpha - f_k = ma$$

$$-2mg \sin \alpha = ma \Rightarrow a = -2g \sin \alpha$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow 0 - 16 = -2 \times 20 \times \underbrace{(\sin \alpha) d}_h \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$



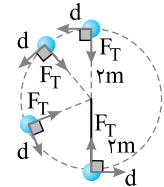
۱۲۳- گزینه ۳ راه حل اول: در اینجا دو نیروی وزن و F بر روی جسم کار انجام می‌دهند.



$$W_F + W_g = K_f - K_i, \quad h = \frac{v^2}{2} = 1.0 \text{ m}$$

$$W_F - W_g = mgh = 5.0 \times 9.8 \times 1.0 = 49.0 \text{ J}$$

راه حل دوم: تندی ثابت و تغییر انرژی جنبشی صفر است. اصطکاک و اتلاف انرژی هم نداریم. از این رو کار نیروی F به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است.
 $W_F = \Delta U = mgh = 5.0 \times 9.8 \times 1.0 = 49.0 \text{ J}$



۱۲۴- گزینه ۳ یک تست سخت اما قابل درک، به شکل نگاه کنید در هر لحظه و هر نقطه از مسیر نیروی کشش نخ در امتداد شعاع مسیر حرکت و عمود بر مسیر است از این رو کار نیروی کشش نخ صفر است. کار نیروی وزن در این مسیر مثبت می‌باشد

$$W_g = mgh \xrightarrow{h=2R} W_g = mg(2R) \Rightarrow W_g = 0.2 \times 1.0 \times 4 = 0.8 \text{ J}$$

و برابر است با:

بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_T} + W_{mg} + W_{f_d} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow 0 + mg\Delta h + W_{f_d} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4^2 - 0^2) = 0.2 \times 1.0 \times 4 + W_{f_d} = 0.8 + W_{f_d} = 0.8$$

$$\Rightarrow W_{f_d} = -0.8 \text{ J}$$

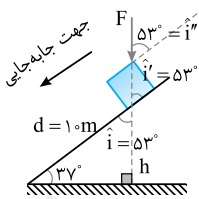
$$W_t = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} + W_F = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = -W_F \quad (1)$$

۱۲۵- گزینه ۱ جسم دارای تندی ثابت است.

با حذف نیروی F تنها نیروی وزن و اصطکاک بر جسم وارد می‌شود.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{v_i=2 \text{ m/s}, v_f=0 \text{ متوقف}} W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (0 - 4) = -4 \text{ J} \xrightarrow{W_{mg} + W_{f_k} = -W_F} -W_F = -4 \xrightarrow{W_F = -Fd} -Fd = -4 \xrightarrow{F=10 \text{ N}} d = 0.4 \text{ m}$$

۱۲۶- گزینه ۱ ابتدا به کمک شکل، مقدار h را به دست می‌آوریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{1.0} \Rightarrow 0.6 = \frac{h}{1.0} \Rightarrow h = 0.6 \text{ m}$$

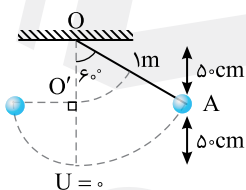
با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{i}' = \hat{i}''$ است و برابر 53° است

نیروهای وارد بر جسم، F ، نیروی وزن mg و نیروی عمودی سطح F_N است، کار نیروی عمودی سطح صفر و کار نیروی وزن به دلیل پایین آمدن جسم مثبت ($W_g = mg\Delta h$) است.

$$W_t = W_F + W_{mg} \Rightarrow W_t = Fd \cos \theta + mgh \Rightarrow W_t = 5.0 \times 1.0 \times \cos 53^\circ + 3.0 \times 1.0 \times 0.6 \Rightarrow W_t = 4.8 \text{ J}$$

حال با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{v_i=0} 4.8 = \frac{1}{2} \times 3 \times (v_f^2 - 0^2) \Rightarrow 3.2 = \frac{1}{2} v_f^2 \Rightarrow v_f = 1.6 \sqrt{2} \text{ m/s}$$

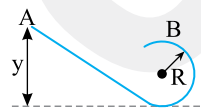


۱۸۶- گزینه ۳ راه حل اول: با توجه به شکل روبه‌رو، گلوله هنگام رها شدن از نقطه A دقیقاً روبه‌روی O' است. چون اصطکاک و اتلاف انرژی نداریم گلوله پس از گیرکردن به میخ باید دوباره تا ارتفاع اولیه‌اش، یعنی هم‌تراز نقطه A بالا رود. پس

زاویه انحراف باید 90° درجه باشد.

راه حل دوم:

$$U = mgh = mg(L - L \cos \theta) = mgL(1 - \cos \theta), \quad U_1 = U_f \Rightarrow mgL(1 - \cos 60^\circ) = mg \frac{L}{2}(1 - \cos \theta') \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta') \Rightarrow \cos \theta' = 0 \Rightarrow \theta' = 90^\circ$$



۱۸۷- گزینه ۳ انرژی مکانیکی را در A و B با هم برابر قرار می‌دهیم:

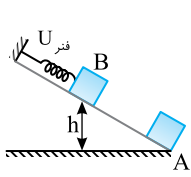
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A = U_B + K_B \Rightarrow mgy = mg(2R) + \frac{1}{2}m(2gR) \Rightarrow y = 3R$$

۱۸۸- گزینه ۱ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی با رها شدن جسم و کاهش ارتفاع انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود و تندی جسم افزایش می‌یابد.

$$E_1 = E_f \Rightarrow U_1 + K_1 = U_f + K_f \Rightarrow mgH + 0 = U_f + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow U_f = -\frac{1}{2}mv^2 + mgH$$

در واقع انرژی پتانسیل گرانش با توان دوم سرعت رابطه دارد و نمودار آن سهمی است و با توجه منفی بودن ضریب v^2 دانه سهمی مانند گزینه (۱) رو به پایین است.

۱۸۹- گزینه ۲ هر قدر جسم پایین‌تر می‌آید از انرژی پتانسیل آن کاسته شده و بر انرژی جنبشی‌اش اضافه می‌شود و در سطح افقی حداکثر انرژی جنبشی را دارد و حداکثر تا ارتفاع اولیه می‌تواند بالا برود و تندی‌اش صفر شود. (بنابراین در پایین‌ترین نقطه مسیر، بیشترین انرژی جنبشی را دارد؛ که فقط نمودار گزینه (۲) این شرط را دارد.)

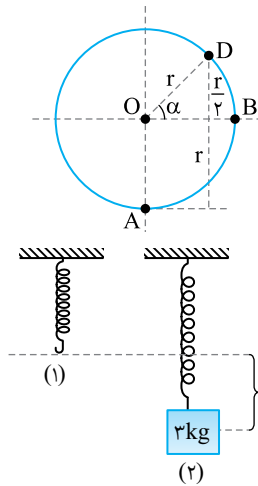


۱۹۰- گزینه ۳ جسم در ابتدای مسیر دارای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv^2$ است. با بالا رفتن از سطح شیبدار، بخشی از انرژی جنبشی جسم به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود. در برخورد به فنر، با فشردگی فنر، بخشی از انرژی جنبشی جسم به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل می‌شود. وقتی جسم متوقف می‌شود، بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_B = E_A \Rightarrow U_{\text{فنر}} + U_{\text{گرانشی}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow U_{\text{فنر}} < \frac{1}{2}mv^2$$

۱۹۱- گزینه ۲ سطح افقی گذرنده از B را سطح سنجش انرژی پتانسیل گرانشی ($U_g = 0$) در نظر می‌گیریم:

$$E_B = E_A \Rightarrow U_B + K_B = U_A + K_A \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = gR \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{2}(24)^2 = 10 \times 2 \times \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 0.6 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$



۱۹۲- گزینه ۳ ابتدا با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی باید حساب کنیم که نقطه D در چه ارتفاعی و در کجای حلقه قرار می‌گیرد:

$$E_A = E_D \Rightarrow K_A + U_A = K_D + U_D \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_D \Rightarrow gh_D = \frac{3}{4}gr \Rightarrow h_D = \frac{3}{4}r$$

بنابراین نقطه D به اندازه $\frac{r}{4}$ از نقطه B بالاتر است. $\sin \alpha = \frac{r}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

۱۹۳- گزینه ۱ قبل و بعد از آویزان کردن جسم به فنر مطابق شکل روبه‌رو است. با توجه به پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

در شکل (۱) فنر طول طبیعی خود را دارد و انرژی کشسانی در آن ذخیره نشده و اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را همانجا در نظر بگیریم انرژی پتانسیل گرانشی در آن حالت صفر است. همچنین در شکل (۲) و هنگام آویزان کردن جسم تندی اولیه صفر بوده و $K_1 = 0$ است.

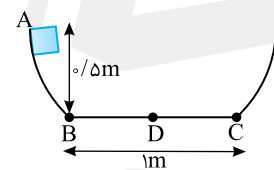
جسم ۱ cm پایین‌تر از مبدأ پتانسیل قرار می‌گیرد، پس $U_2 = -mgh$ و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر نصف انرژی جنبشی آن است پس $K_2 = 2U_2$ می‌باشد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + 0 = -mgh + U_2 + K_2 \Rightarrow 0 = -mgh + U_2 + 2U_2 \Rightarrow mgh = 3U_2 \Rightarrow 3 \times 10 \times 0.01 = 3U_2 \Rightarrow U_2 = 0.1 J$$

۲۳۶- گزینه ۱ باید انرژی جنبشی دو توپ را قبل و بعد از برخورد حساب کنیم تا کاهش انرژی جنبشی که برابر افزایش انرژی درونی است به‌دست آید.

$$\text{توپ (۱)} \begin{cases} \text{قبل از برخورد: } K = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 25 J \\ \text{بعد از برخورد: } K = 0 \end{cases}, \text{ توپ (۲)} \begin{cases} \text{قبل از برخورد: } K = 0 \\ \text{بعد از برخورد: } K = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18 J \end{cases}$$

از مجموع ۲۵ J انرژی جنبشی که توپ (۱) داشته است ۱۸ J آن صرف حرکت توپ (۲) می‌شود و بقیه آن یعنی $25 - 18 = 7 J$ در اثر برخورد دو توپ به هم به انرژی درونی دو توپ تبدیل می‌شود.



۲۳۷- گزینه ۳ انرژی اولیه جسم را نسبت به سطح افقی به‌دست می‌آوریم:

$$E_A = mgh = 20 \times 10 / 5 = 40 J$$

حال ببینیم که جسم در طی مسیر افقی چند ژول از انرژی خود را به علت اصطکاک از دست می‌دهد:

$$W_{f_k} = -f_k d = -4 \times 1 = -4 J$$

کل انرژی جسم برابر ۱۰ J است پس با یک تناسب ساده می‌توانیم بگوییم که در هر بار ۴ J از انرژی خود را از دست می‌دهد پس در کل $2/5$ بار مسیر افقی را طی می‌کند و در نهایت در وسط BC، یعنی نقطه D، می‌ایستد.

۲۳۸- گزینه ۱ دقت کنید در شکل روبه‌رو حرکت گلوله را رسم کرده‌ایم، اما چون گلوله مسیرش یک خط راست است و نمی‌توان آن را نشان داد، سه وضعیت را جدا از هم رسم کرده‌ایم. توپ بار بار برخورد به زمین $\frac{1}{4}$ انرژی خود

را از دست می‌دهد؛ بنابراین:

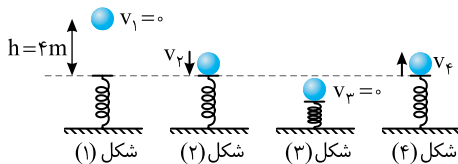
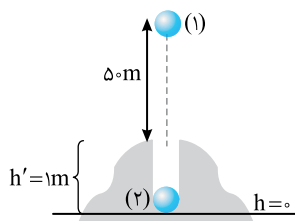
$$\Delta E = -\frac{1}{4}E_1 \Rightarrow E_2 - E_1 = -\frac{1}{4}E_1 \Rightarrow E_2 = \frac{3}{4}E_1 \quad (1)$$

حال برای برخورد دوم نیز $\frac{1}{4}$ انرژی از دست می‌رود؛ بنابراین $\Delta E' = -\frac{1}{4}E_2$ پس داریم:

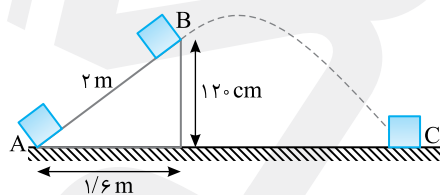
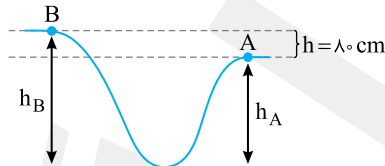
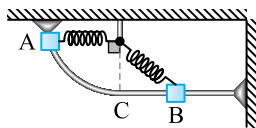
$$E_3 - E_2 = -\frac{1}{4}E_2 \Rightarrow E_3 = \frac{3}{4}E_2 \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲)، $E_3 = \frac{9}{16}E_1$ بوده و چون انرژی مکانیکی برابر است با مجموع انرژی جنبشی با انرژی پتانسیل، می‌توان نوشت:

$$E_3 = \frac{9}{16}E_1 \Rightarrow K_3 + U_3 = \frac{9}{16}(K_1 + U_1) \Rightarrow \frac{K_1 = K_2 = 0}{\Rightarrow} U_3 = \frac{9}{16}U_1 \Rightarrow mgh_3 = \frac{9}{16}mgh_1 \Rightarrow h_3 = \frac{9}{16}h_1$$



$$E_f = E_1 = 0 \Rightarrow E_1 = 0 \Rightarrow K_f = 0 \Rightarrow U_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = 0 \Rightarrow v_f = 0 \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1} = \sqrt{20} \text{ m/s}$$



پایین‌ترین نقطه‌ای که گلوله به آن می‌رسد را سطح مبنای پتانسیل می‌گیریم
یعنی ارتفاع را نسبت به آن می‌سنجیم.

بخشی از انرژی مکانیکی در داخل شن به هدر رفته است. در نقطه (۲) تندی جسم صفر است و ارتفاعی نیز ندارد پس $E_2 = 0$ است.

$$-(mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2) = -Rh' \Rightarrow -2 \times 10 \times 1 = -R \times 1 \Rightarrow R = 20 \text{ N}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود جسم در شکل (۱) رها می‌شود. در این حالت فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. در شکل (۲) تمام انرژی جسم، به صورت انرژی جنبشی است. در شکل (۳) انرژی پتانسیل کشسانی در فنر داریم و در شکل (۴) انرژی فنر آزاد شده و جسم فقط دارای انرژی جنبشی است. در این حالت، انرژی جسم، ۱۰ درصد کمتر از انرژی اولیه است. E_f فقط شامل انرژی جنبشی و E_1 فقط شامل انرژی پتانسیل گرانشی است.

با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{K_f=0} W_{\text{فنر}} + W_f + W_{\text{mg}} = -K_1 \Rightarrow W_{\text{فنر}} - 4 + (2 \times 10 \times 1) = -\frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$W_{\text{فنر}} - 4 + 2 = -4 \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -2 \text{ J}$$

دقت کنید طول فنر در ربع دایره و در OA و OC یکسان و برابر ۱۰ cm است.

تندی در نقطه A را v و در نقطه B را $\frac{v}{2}$ می‌گیریم، همچنین اتلاف انرژی نصف

انرژی جنبشی اولیه $W_f = -\frac{1}{2}K_A = -\frac{1}{2}mv^2$ ، بنابه قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت.

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow mgh_B + \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh_A\right) = -\frac{1}{2}mv^2$$

$$mg(h_B - h_A) - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = -\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mg(8) = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow v^2 = 64 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

طول سطح شیب‌دار را حساب می‌کنیم.

$$d^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0/4^2(3^2 + 4^2) = 0/4^2 \times 5^2 \Rightarrow d = 0/4 \times 5 = 1/2 \text{ m}$$

انرژی مکانیکی جسم در بالای سطح شیب‌دار را به کمک قانون پایستگی انرژی به دست می‌آوریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow E_B - \frac{1}{2}mv_A^2 = -f_k \times d \Rightarrow E_B - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = -5 \times 2 \Rightarrow E_B = 15 \text{ J}$$

اکنون پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطه B و C می‌نویسیم.

$$E_B = E_C \Rightarrow 15 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times 2v^2 \Rightarrow v = \sqrt{15} \text{ m/s}$$

پایستگی انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی را می‌نویسیم:

$$E_f - E_1 = W_f \Rightarrow (K_f + U_f) - (K_1 + U_1) = W_f \Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f \quad (1)$$

$$\frac{|K_f - K_1|}{|U_f - U_1|} > 1 \Rightarrow \frac{|\Delta K|}{|\Delta U|} > 1 \Rightarrow |\Delta K| > |\Delta U| \quad (2)$$

$$\Delta K + \Delta U = W_f \xrightarrow{W_f < 0} \Delta K + \Delta U < 0$$

طبق رابطه (۱) داریم:

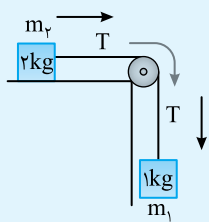
همچنین می‌دانیم که ΔK و ΔU مختلف‌العلامت می‌باشند. برای این که مجموع ΔU با ΔK منفی شود باید آن کمیتی که اندازه بزرگ‌تری دارد منفی باشد یعنی: $\Delta K < 0$, $\Delta U > 0$.

چون $\Delta U > 0$ یعنی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مثبت و انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش می‌باشد یعنی جسم در حال بالا رفتن بوده و $h_f > h_1$ می‌شود.

از طرفی با توجه به فرض سؤال داریم:

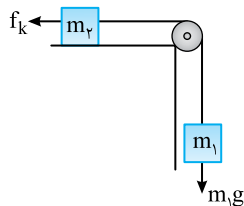


نیم نگاه



هنگامی که دو جسم به وسیله طنابی به هم متصل هستند در مدتی که یک جسم به اندازه d جلو می‌رود جسم متصل به آن نیز باید همان مقدار d جلو برود. چون زمان این جابه‌جایی‌ها یکسان است پس تندی آن‌ها با هم برابر می‌باشد. مثلاً در شکل روبه‌رو اگر وزنه m_1 ، پایین بیاید m_2 نیز همانقدر جلو رفته و $v_1 = v_2$ است. می‌دانیم انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تبدیل می‌شود، در مثال بالا هنگامی که m_1 ، ۱ متر پایین می‌آید به اندازه $mg\Delta h$ انرژی آزاد می‌شود که این انرژی به انرژی جنبشی m_1 و m_2 تبدیل می‌شود.

$$K_1 + K_2 = m_1 g \Delta h \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = m_1 g \Delta h \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 + v^2 = 1 \Rightarrow v^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

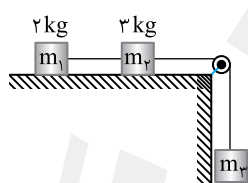


نیروهای وارد بر کل دستگاه دو جسم که بر حرکت آن تأثیر می‌گذارند، نیروی وزن m_1 و نیروی اصطکاک وارد بر m_2 می‌باشند. در اینجا هر دو جسم با هم و با تندی یکسانی به حرکت درمی‌آیند، بنابراین مجموع انرژی جنبشی نهایی آن‌ها به صورت $K_2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$ نوشته می‌شود. حال قضیه کار و انرژی را می‌نویسیم:

$$W_{g_1} + W_{f_{k_2}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (0)^2 \Rightarrow 5 \times 1 \times 2 + W_{f_{k_2}} = 8 \Rightarrow W_{f_{k_2}} = -2 \text{ J}$$

با رها کردن دستگاه، وزنه 4 kg رو به پایین حرکت کرده و کاهش انرژی پتانسیل آن برابر انرژی جنبشی ایجاد شده در دستگاه است. از این‌رو:

$$mgh = 2 \Rightarrow 4 \times h = 2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$



با پایین آمدن جسم m_3 به اندازه 90 cm ، انرژی پتانسیل گرانشی به اندازه $W = mgh = m_3 \times 10 \times \frac{9}{10} = 9m_3$ کاهش می‌یابد که این انرژی سبب افزایش تندی هر سه جسم می‌شود:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = 22/5 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{3}{2} v^2 + v^2 = \frac{5}{2} v^2 = 22/5 \Rightarrow v^2 = 9 \Rightarrow v = 3 \text{ m/s} \\ 9m_3 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} m_3 v^2 = \frac{1}{2} m_3 v^2 + 22/5 \Rightarrow 9m_3 = \frac{9}{2} m_3 + 22/5 \Rightarrow \frac{9}{2} m_3 = 22/5 \Rightarrow m_3 = 5 \text{ kg} \end{cases}$$

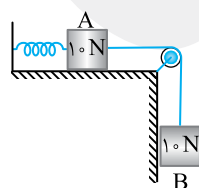
ابتدا با استفاده از رابطه انرژی جنبشی تندی وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$K_A + K_B = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} (4/2 + 1/8) v^2 \Rightarrow v = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

نیروی وزن جسم A به مجموعه انرژی جنبشی می‌دهد. انرژی جنبشی اولیه صفر است و انرژی جنبشی ثانویه برابر است با:

$$K_2 = K_A + K_B + K_C, W_{g_A} = K_2 - K_1 \Rightarrow mgh = K_A + K_B + K_C \Rightarrow 1/8 \times 10 \times 1 = 15 + K_C \Rightarrow K_C = 3 \text{ J}$$

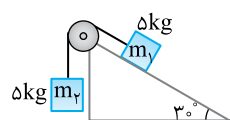
$$K_C = \frac{1}{2} m_C v^2 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} m_C \times 5 \Rightarrow m_C = 1/2 \text{ kg}$$



با پایین آمدن جسم B به اندازه 2 m ، $m_B gh = 10 \times 10/2 = 2 \text{ J}$ ، انرژی آزاد می‌شود که این انرژی صرف غلبه بر اصطکاک جسم A با سطح $(W_f = -fd = -2 \times 10/2 = -10/4 \text{ J})$ ، انرژی جنبشی دو وزنه $(10/8 \text{ J})$ و تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی فنر می‌شود.

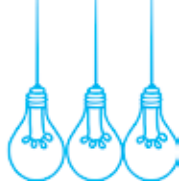
$$\Delta U = \Delta U_{\text{فنر}} + 10/4 + \Delta K \Rightarrow 2 = \Delta U_{\text{فنر}} + 10/4 + 10/8 \Rightarrow \Delta U_{\text{فنر}} = 0/8 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{فنر}} = -W_{\text{فنر}} = 0/8 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -0/8 \text{ J}$$

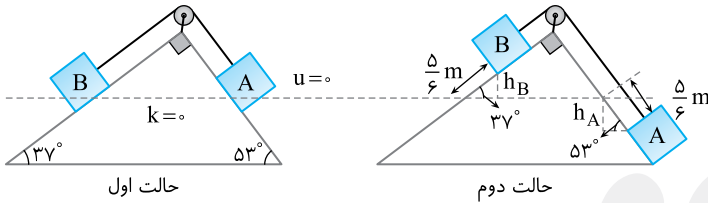


وقتی وزنه m_2 ، ۲ متر پایین می‌آید بر ارتفاع m_1 به اندازه یک متر اضافه می‌شود: $(\sin 30^\circ = \frac{1}{2})$

$$W_{g_2} + W_{g_1} + W_{f_{k_1}} = K - 0 \Rightarrow 5 \times 10 \times 2 - 5 \times 10 \times 1 - 10 \times 2 = K \Rightarrow K = 30 \text{ J}$$



گزینه ۲۵۱ - ۲ ابتدا مشخص می‌کنیم وزنه A بالا می‌رود یا پایین می‌آید. جرم A از جرم B بیشتر است از طرفی زاویه شیب در سمت A بزرگ‌تر است، بنابراین بسیار منطقی است که A پایین آمده و B بالا برود. اکنون مشخص می‌کنیم وقتی A روی سطح $\frac{\Delta}{6}$ متر پایین می‌آید، A در امتداد قائم چند متر پایین می‌آید. با توجه به شکل:



$$\sin 53^\circ = \frac{h_A}{d} \Rightarrow h_A = d \sin 53^\circ = \frac{\Delta}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \Delta$$

در این مدت، B که با طناب به A متصل است به اندازه $\frac{\Delta}{6}$ متر روی سطح بالا می‌رود.

$$\sin 37^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow h_B = d \sin 37^\circ = \frac{\Delta}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{10} \Delta$$

راه حل اول: وزنه A به اندازه $\frac{2}{3} \Delta$ متر پایین آمده است و انرژی پتانسیلی برابر $m_A g h_A = 6 \times 10 \times \frac{2}{3} \Delta = 40 \Delta$ J آزاد می‌کند و وزنه B به اندازه $h_B = \frac{1}{10} \Delta$ متر بالا رفته و انرژی پتانسیل آن برابر $m_B g h_B = 4 \times 10 \times \frac{1}{10} \Delta = 4 \Delta$ J افزایش می‌یابد و تفاوت این دو به انرژی جنبشی وزنه‌ها تبدیل می‌شود. در این صورت:

$$40 \Delta - 4 \Delta = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 \Rightarrow 36 \Delta = \frac{1}{2} (6 + 4) v^2 \Rightarrow v^2 = 36 \Delta \Rightarrow v = 6 \Delta \text{ m/s}$$

راه حل دوم: با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + 0 = U_2 + K_2 \Rightarrow K_2 = -U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = -(m_A g h_A + m_B g h_B)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (6 + 4) v^2 = -(40 \Delta + 4 \Delta) \Rightarrow v = 6 \Delta \text{ m/s}$$

البته می‌توان این مسأله را به کمک قضیه کار و انرژی نیز حل کرد.

گزینه ۲۵۲ - ۲ جعبه ۴ kg، ۲ m پایین آمده پس به اندازه $m_1 g \Delta h$ انرژی پتانسیل گرانشی آزاد می‌کند که این انرژی ابتدا صرف بالا بردن جسم m_2 به اندازه $m_2 g \Delta h$ و مابقی آن تبدیل به انرژی جنبشی m_1 و m_2 می‌شود. این دو جسم به هم متصل‌اند پس $v_1 = v_2$ می‌باشد و نسبت

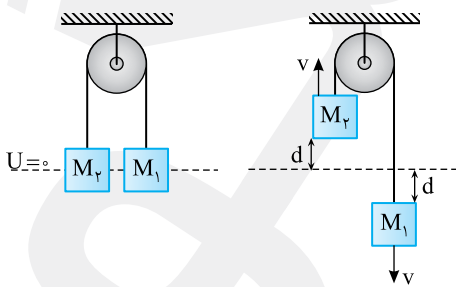
$$m_1 g \Delta h = m_2 g \Delta h + K_1 + K_2 \Rightarrow 80 = 20 + \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 24 \Rightarrow v = 2\sqrt{6} \text{ m/s}$$

انرژی جنبشی این دو وزنه است:

$$W_{g_1} + W_{g_2} = \Delta K \Rightarrow M_1 g d - M_2 g d = K \Rightarrow K = (M_1 - M_2) g d$$

گزینه ۲۵۳ - ۲ قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

جسم M_1 پایین می‌آید و جسم M_2 بالا می‌رود، یعنی اینکه هر دو یک اندازه تغییر ارتفاع می‌دهند، بنابراین کار نیروی خالص عبارت است از جمع جبری کار نیروی وزن هر جسم.



گزینه ۲۵۴ - ۲ **روش اول:** چون دو جرم به وسیله یک طناب به هم متصل‌اند مقدار جابه‌جایی دو وزنه با هم برابر است یعنی وقتی وزنه M_1 به اندازه d پایین می‌آید و وزنه M_2 به همان اندازه بالا می‌رود و همچنین تندی هر دو وزنه با هم برابر است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_2 = -U_2$$

$$\frac{1}{2} M_1 v^2 + \frac{1}{2} M_2 v^2 = -(M_2 g d - M_1 g d)$$

$$v^2 = \frac{2 g d (M_1 - M_2)}{M_1 + M_2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 g d (M_1 - M_2)}{M_1 + M_2}}$$

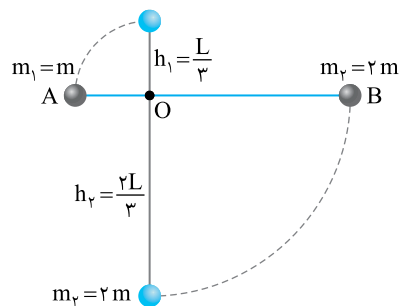
روش دوم: وزنه M_1 به اندازه d پایین می‌آید و انرژی پتانسیل $M_1 g d$ را آزاد می‌کند از طرفی وزنه M_2 به اندازه d بالا می‌آید و انرژی پتانسیل $M_2 g d$ را دریافت می‌کند و تفاوت این دو به انرژی جنبشی مجموع وزنه‌ها تبدیل می‌شود.

$$M_1 g d - M_2 g d = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{(M_1 - M_2) 2 g d}{M_1 + M_2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 g d (M_1 - M_2)}{M_1 + M_2}}$$

روش سوم: به کمک قضیه کار و انرژی برای کل دستگاه می‌توان نوشت:

$$W_{M_1 g} + W_{M_2 g} = \Delta K \Rightarrow M_1 g d - M_2 g d = \frac{1}{2} M_1 v^2 + \frac{1}{2} M_2 v^2$$

$$g d (M_1 - M_2) = \frac{1}{2} v^2 (M_1 + M_2) \Rightarrow v^2 = \frac{2 g d (M_1 - M_2)}{M_1 + M_2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 g d (M_1 - M_2)}{M_1 + M_2}}$$



۲۵۵- گزینه ۱ با توجه به این که $m_2 > m_1$ بوده $OB > OA$ بنابراین m_2 به سمت پایین حرکت

کرده و m_1 بالا می‌رود. در واقع مجموعه ساعتگرد می‌چرخد. بنابراین m_2 در راستای قائم رو به پایین $\frac{2}{3}L$

جابه‌جا می‌شود و کار نیروی وزن m_2 خواهد شد:

و m_1 در راستای قائم رو به بالا $\frac{L}{3}$ جابه‌جا می‌شود: $W_{m_1 g} = -m_1 g \frac{L}{3} = -\frac{L}{3} mg$ بنابراین:

$$\frac{W_{m_2 g}}{W_{m_1 g}} = \frac{\frac{4}{3} Lmg}{-\frac{1}{3} Lmg} = -4$$

۲۸۲- گزینه ۲ انرژی که پمپ مصرف می‌کند تا مایع را به ارتفاع h منتقل کند برابر mgh است. با توجه به چگالی می‌توان جرم را از رابطه $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2 g \frac{h_2}{t_2}}{m_1 g \frac{h_1}{t_1}} = \frac{\rho_{\text{نفت}} V_{\text{نفت}} g v_2}{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} g v_1} = \frac{0.8 \times 10^3 \times 2V}{1 \times 10^3 \times V} = 1.6$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{mg \frac{h_2}{t_2}}{mg \frac{h_1}{t_1}} = \frac{mgv_2}{mgv_1} = 1$$

۲۸۳- گزینه ۱ انرژی که پمپ مصرف می‌کند و صرف بلند کردن جسم می‌شود برابر mgh است.

۲۸۴- گزینه ۴ بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra' = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} \times 100 = 40 \Rightarrow \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} = 0.4 \xrightarrow{E_{\text{مفید}} = E_{\text{کل}} - E_{\text{اتلافی}}} \frac{E_{\text{کل}} - E_{\text{اتلافی}}}{E_{\text{کل}}} = 0.4 \Rightarrow E_{\text{اتلافی}} = 0.6 E_{\text{کل}}$$

انرژی اتلافی ۶۰٪ کاهش یافته بنابراین خواهیم داشت:

$$Ra' = \frac{E_{\text{کل}} - E'_{\text{اتلافی}}}{E_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{0.4 E_{\text{کل}}}{E_{\text{کل}}} \times 100 = 40\%$$

اکنون بازده جدید خواهد شد:

۲۸۵- گزینه ۲ ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی و ثابت بودن تندی اتومبیل داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{K_1 = K_2} W_t = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{موتور}} + W_{f_k} = 0$$

طبق سؤال $W_{f_k} = -\frac{1}{5} W_{\text{موتور}}$ علامت منفی نیز به دلیل مخالف حرکت بودن نیروی اصطکاک می‌باشد. $W_{mg} + W_{\text{موتور}} - \frac{1}{5} W_{\text{موتور}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} W_{\text{موتور}} = -W_{mg}$

جسم در حال بالا رفتن است پس $W_{mg} = (-mgh)$ می‌باشد.

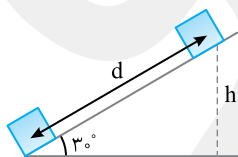
$$\frac{4}{5} W_{\text{موتور}} = -(-mgh) \Rightarrow \frac{4}{5} W_{\text{موتور}} = mgh \Rightarrow W_{\text{موتور}} = \frac{5}{4} (2000 \times 10 \times h) \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 25000h$$

با توجه به روابط مثلثاتی داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d \sin 30^\circ = \frac{d}{2}, \quad W_{\text{موتور}} = 25000 \times \frac{d}{2} = 12500d$$

حال با توجه به رابطه توان داریم:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{12500d}{t} = 12500 \times \frac{d}{t} \xrightarrow{\frac{d}{t} = v = 10} \bar{P} = 12500 \times 10 = 125 \text{ kW}$$



فصل ۴ دما و گرما

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

۲۰- گزینه ۳ در واقع دماسنج با جسمی که می‌خواهد دمای آن را نشان دهد به تعادل گرمایی می‌رسد. پس اگر جرم جسم موردنظر قابل مقایسه با جرم دماسنج باشد و دمای آن نیز متفاوت با دمای دماسنج باشد، آن گاه بین جسم و دماسنج تبادل گرمایی صورت گرفته و دمای جسم تغییر می‌کند و دماسنج این دمای جدید تعادل را نشان می‌دهد. پس در این مسئله آب داخل لیوان مقداری گرما از دماسنجی که در برابر تابش خورشید بوده، گرفته و دمایش قدری بیشتر شده است. تغییر دمای دماسنج و هوای اتاق بر اثر تعادل ناچیز است.

۲۱- گزینه ۱ کمینه اندازه‌گیری دماسنج فارنهایت برابر 10°F می‌باشد. $\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 10 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{50}{9}^\circ \text{C}$ دقت دماسنج فارنهایت

کمینه اندازه‌گیری دماسنج سلسیوس، 5°C می‌باشد، پس دقت دماسنج سلسیوس بیشتر است.

۲۲- گزینه ۱ دما برحسب فارنهایت 10° درصد کاهش یافته بنابراین دمای ثانویه برحسب فارنهایت برابر است با:

$$F_2 = F_1 - \frac{10}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = 0.9 F_1$$

$$\theta_2 = \theta_1 - 6$$

دما برحسب درجه فارنهایت کاهش یابد، دما برحسب درجه سلسیوس نیز کاهش می‌یابد:

$$F_2 = 0.9 F_1 \xrightarrow{F = \frac{9}{5} \theta + 32} \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = 0.9 \left(\frac{9}{5} \theta_1 + 32 \right) \Rightarrow \frac{9}{5} (\theta_1 - 6) + 32 = 0.9 \left(\frac{9}{5} \theta_1 + 32 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5} \theta_1 - \frac{54}{5} + 32 = \frac{81}{50} \theta_1 + \frac{288}{50} \Rightarrow \frac{9}{5} \theta_1 + \frac{21}{2} = \frac{81}{50} \theta_1 + \frac{288}{50} \Rightarrow \frac{9}{5} \theta_1 = \frac{7}{6} \Rightarrow \theta_1 = \frac{76}{9}$$

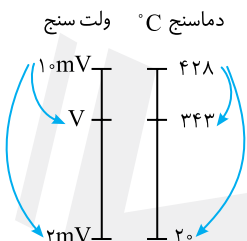
$$F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow F_1 = 76 + 32 = 108^\circ \text{F}$$

دمای ابتدایی برحسب فارنهایت برابر است با:

۲۳- گزینه ۲ دمای جسم را برحسب سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$T = 273 + \theta \Rightarrow 616 = 273 + \theta \Rightarrow \theta = 343^\circ \text{C}$$

اکنون با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان اختلاف پتانسیل ولت‌سنج ترموکوپل را در دمای 343°C به دست آورد.



$$\frac{42.8 - 34.3}{408} = \frac{10 - V}{8} \Rightarrow \frac{8.5}{408} = \frac{10 - V}{8}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10 - V}{1} \Rightarrow 5 = 10 - 3V \Rightarrow 3V = 5 \Rightarrow V = \frac{5}{3} \text{ mV}$$

۹۵- گزینه ۴ با توجه به نمودار، طول اولیه هر سه میله برابر است و با افزایش دما سرعت رشد میله X از میله Y بیشتر است و میله Z جزء مواردی است که در اثر بالا رفتن دما، طولش کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب انبساط میله X از دو میله دیگر بیشتر و ضریب انبساط میله Z منفی است: $\alpha_X > \alpha_Y > \alpha_Z$ بنابراین با افزایش دما، در بین گزینه‌های داده شده، گزینه (۴) که میله Y ضریب انبساط طولی بیشتری دارد و بیشتر منبسط شده و به طرف بالا خم می‌شود و میله Z که ضریب انبساط طولی کمتر و منفی دارد طولش کم می‌شود و سطح داخلی را تشکیل می‌دهد.

$$L_B - L_A = 3 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \quad (1)$$

۹۶- گزینه ۳ اگر میله بلندتر را B و میله کوتاه را A بنامیم، می‌توانیم بنویسیم:

دمای هر دو میله را بالا برده و هر دو میله منبسط می‌شوند. مجموع طول آن‌ها با توجه به صورت مسئله برابر $3/009$ متر می‌شود، بنابراین:

$$L'_A + L'_B = 3/009 \Rightarrow L_A (1 + \alpha_A \Delta \theta_A) + L_B (1 + \alpha_B \Delta \theta_B) = 3/009$$

چون هر دو میله هم جنس و هم دما می‌باشند پس با افزایش دمای یکسان، $\alpha \Delta \theta$ هر دو یکسان است.

$$(1 + \alpha \Delta \theta) (L_A + L_B) = 3/009 \Rightarrow (1 + 3 \times 10^{-5} \times 100) (L_A + L_B) = 3/009 \Rightarrow (1.003) (L_A + L_B) = 3/009$$

$$\Rightarrow L_A + L_B = 3 \text{ m} \quad (2)$$

حال با توجه به رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$L_A + L_B = 3 \text{ m}$$

$$L_B - L_A = 0.3 \text{ m} \quad \downarrow -$$

$$2L_A = 2.7 \Rightarrow L_A = 1.35 \text{ m}$$



۹۷- گزینه ۱ ابتدا باید افزایش دمای میله را به دست آوریم، تغییر طول میله برابر $\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$ است، پس:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow 0.1 \times 10^{-3} = \alpha \times 12 \times \Delta \theta \Rightarrow \alpha \Delta \theta = \frac{10^{-4}}{12} \text{ } ^\circ\text{C}$$

اکنون به کمک مقدار $\alpha \Delta \theta$ که به دست آورده ایم، افزایش سطح حلقه را به دست می آوریم، اما باید ابتدا شعاع حلقه ای که ساخته ایم را به دست آوریم.

$$\text{محیط} = 2\pi R \xrightarrow{\text{محیط} = 12\text{m}} 12 = 2\pi R \Rightarrow 12 = 6R \Rightarrow R = 2\text{m}$$

$$A_1 = \pi R^2 = 3 \times 4 = 12\text{m}^2$$

مساحت اولیه سطح محصور در حلقه برابر است با:

اکنون می توان تغییر سطح را به دست آورد.

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta \theta \Rightarrow \Delta A = 2A_1 (\alpha \Delta \theta) \xrightarrow{\alpha \Delta \theta = \frac{10^{-4}}{12}} \Delta A = 2 \times 12 \times \frac{10^{-4}}{12} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2 \times 10^{-4} \times 10^6 \text{ mm}^2 = 200 \text{ mm}^2$$

۹۸- گزینه ۲ باید قطر (شعاع) ثانویه سوراخ حداقل برابر قطر (شعاع) گلوله شود:

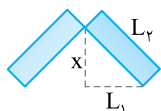
$$L_{\text{گلوله}} = L_{\text{سوراخ}} \Rightarrow L_1 (1 + \alpha \Delta \theta) = L'_1 (1 + \alpha' \Delta \theta) \Rightarrow 6 (1 + 1/2 \times 10^{-5} \Delta \theta) = 5/9 (1 + 1/9 \times 10^{-5} \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow 0.1 = \Delta \theta \times 10^{-5} (5/9 \times 1/9 - 6 \times 1/2) \Rightarrow \Delta \theta = \frac{10^{-2}}{4/18 \times 10^{-5}} \sim 239 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta \theta \sim 239 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow 239 = \theta - 30 \Rightarrow \theta = 269 \text{ } ^\circ\text{C}$$

۴/۰ را برابر با ۴ در نظر می گیریم، خواهیم داشت:

۹۹- گزینه ۱ طول اولیه هر قسمت را L_1 و طول ثانویه را L_2 می نامیم، با توجه به شکل و قضیه فیثاغورس:



$$x^2 = L_2^2 - L_1^2 \Rightarrow x^2 = L_1^2 (1 + \alpha \Delta \theta)^2 - L_1^2 \Rightarrow x^2 = L_1^2 (1 + \alpha^2 \Delta \theta^2 + 2\alpha \Delta \theta) - L_1^2$$

چون α از مرتبه 10^{-6} است، وقتی به توان ۲ می رسد، از مرتبه 10^{-12} می شود و در مقایسه با $\alpha \Delta \theta$ بسیار کوچک

شده و در مقابل آن قابل چشم پوشی است: $x^2 = 2L_1^2 \alpha \Delta \theta = 2 \times (200)^2 \times 25 \times 10^{-6} \times 32 = 64 \Rightarrow x = 8\text{cm}$

۱۰۰- گزینه ۱ افزایش حجم نهایی برابر با مجموع افزایش حجم دو مایع است.

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \Rightarrow 2/7 = V_1 \alpha_1 \Delta \theta + V_2 \alpha_2 \Delta \theta \xrightarrow{V_1 = V_2} 2/7 = V_1 (1/2 \times 10^{-3} \times 50 + 1/5 \times 10^{-3} \times 50) \Rightarrow V_1 = \frac{2/7}{135 \times 10^{-3}} = 20 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100 = n \Rightarrow \alpha \Delta \theta = \frac{n}{100} \quad (1)$$

۱۰۱- گزینه ۴ درصد تغییرات انبساط طولی یک میله برابر است با:

سؤال چند برابر شدن چگالی میله را خواسته یعنی نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ را باید به دست آورد، می دانیم $\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta \theta)$ بنابراین:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_1 (1 - \beta \Delta \theta)}{\rho_1} = 1 - \beta \Delta \theta \xrightarrow{\beta = 3\alpha} \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - 3\alpha \Delta \theta$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - 3 \left(\frac{n}{100} \right)$$

با توجه به معادله (۱) $\alpha \Delta \theta = \frac{n}{100}$ است بنابراین:

۱۰۲- گزینه ۴ اختلاف حجم مایع و ارلن $1000 - 900 = 100 \text{ cm}^3$ است. با دادن گرما هم مایع و هم ظرف منبسط می شود برای آنکه مایع سرریز نشود، باید

افزایش حجم مایع $(\Delta V')$ حداکثر به اندازه 100 cm^3 بیشتر از افزایش حجم ارلن (ΔV) باشد تا مایع سرریز نشود.

$$\Delta V' - \Delta V = 100 \xrightarrow{\Delta V = V_{\text{ظرف}} \beta \Delta \theta, \Delta V' = V_{\text{مایع}} \beta \Delta \theta} 900 (\delta \times 10^{-4}) \Delta \theta - 1000 (\delta \times 10^{-5}) \Delta \theta = 100 \Rightarrow \delta \times 10^{-5} \Delta \theta (9000 - 1000) = 100 \Rightarrow \Delta \theta = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

۱۰۳- گزینه ۳ با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته ایم فشار نقاط A و B، همچنین A' و B' با هم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = P_0, \quad P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_2 g h_2 = P_0$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

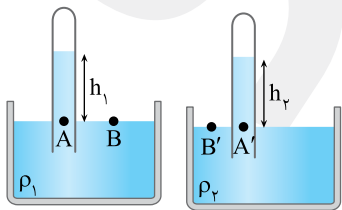
بنابراین:

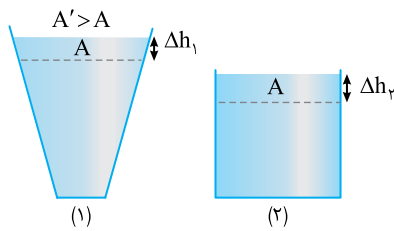
$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2 (1 - \beta \Delta \theta)} = \frac{1}{1 - \beta \Delta \theta}$$

حال با توجه به رابطه دمایی چگالی $\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta \theta)$ داریم:

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می کنیم:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{1 - \beta \Delta \theta} \times \frac{1 + \beta \Delta \theta}{1 + \beta \Delta \theta} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1 + \beta \Delta \theta}{1 - (\beta \Delta \theta)^2} \xrightarrow{(\beta \Delta \theta)^2 \sim 0} \frac{h_2}{h_1} \sim 1 + \beta \Delta \theta$$

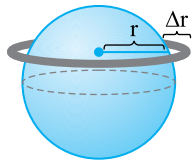




۱۰۴- گزینه ۲ مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو ظرف یکی است. با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2 = \frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین افزایش فشار نیز کمتر است $\Delta P_1 < \Delta P_2$



۱۰۵- گزینه ۲ مطابق شکل روبه‌رو با افزایش دما افزایش شعاع لوله فولادی متناسب با آن، میله از سطح زمین فاصله می‌گیرد. ابتدا شعاع میله را به دست می‌آوریم.

$$30000 = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{30000}{2\pi} \Rightarrow r = 5000 \text{ km}$$

$$\Delta r = \alpha r \Delta \theta \Rightarrow \Delta r = 1/2 \times 10^{-5} \times 5000 \times 3 \times 1 \Rightarrow \Delta r = 6 \times 10^{-2} = 0.06 \text{ km} = 60 \text{ m}$$

۱۰۶- گزینه ۳ دقت کنید از همان ابتدا مشخص است که نسبت $a = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ از یک کوچک‌تر است، چرا؟ معلوم است با افزایش دما حجم افزایش می‌یابد بنابراین

ρ_2 کوچک‌تر از ρ_1 است و a کوچک‌تر از یک خواهد شد. از طرفی $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta \theta)$ است، β ضریب کوچکی است و هر چه بزرگ شود حاصل عبارت $(1 - \beta \Delta \theta)$ زیاد از عدد یک فاصله نمی‌گیرد اکنون به حل زیر دقت کنید.

ابتدا دماها را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow 50 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow 18 = \frac{9}{5} \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 10^\circ \text{ C}, \quad F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 \Rightarrow 122 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 \Rightarrow 90 = \frac{9}{5} \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 50^\circ \text{ C}$$

دما پنج برابر شده است و اما تغییرات چگالی:

$$a = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_1(1 - \beta \Delta \theta)}{\rho_1} = 1 - \beta \Delta \theta \xrightarrow{\text{دما بالا رفته}} a = 1 - \beta(40) \Rightarrow a = 1 - 40\beta$$

ضریب انبساط حجمی از مرتبه 10^{-3} یا کوچک‌تر است. از این رو، a تقریباً خواهد شد:

$$a \sim 1 - 40 \times 10^{-3} \sim 1 - 0.04 \sim 0.96 < 1$$

۱۰۷- گزینه ۲ خط فکری: وقتی آونگ را گرم می‌کنیم هم کره برنجی و هم کابل فولادی آن منبسط می‌شوند و اگر جمع افزایش طول آن‌ها $2/7 \text{ mm}$ شود، کره برنجی آونگ به زمین می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta L_{\text{کره}} = \Delta L_{\text{کابل}} + \Delta D$$

$$\Delta L_{\text{کره}} = \alpha_{\text{فولاد}} L \Delta \theta + \alpha_{\text{برنج}} D \Delta \theta \xrightarrow{\substack{L = 1.0 \text{ m} = 10^3 \text{ mm} \\ D = 4.0 \text{ cm} = 40 \text{ mm}}} 2/7 = 10^{-5} \times 10^3 \times \Delta \theta + 2 \times 10^{-5} \times 40 \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow 2/7 = \Delta \theta (10^{-1} + 0.008) \Rightarrow 2/7 = \Delta \theta (0.108) \Rightarrow \Delta \theta = 25^\circ \text{ C}$$

۱۷۱- گزینه ۲ تغییر طول دو میله در اثر افزایش دمای آن‌ها است. از این رو، ابتدا نسبت تغییر دمای آن‌ها را به دست آوریم:

گرمای داده شده به دو میله یکسان است، بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta \theta_A = m_B c_B \Delta \theta_B \Rightarrow \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{m_B c_B}{m_A c_A} \xrightarrow{c_A = c_B} \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

با توجه به رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ جرم هر میله برابر ρV است که چون هر دو میله از جنس مس هستند، $\rho_A = \rho_B$ و برابر $\frac{m_B}{V_A}$ می‌باشد:

$$\frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho V_B}{\rho V_A} = \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V = Al, A_A = \sqrt{2} A_B, l_A = l_B} \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{A_B l}{A_A l} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

درصد تغییرات طولی برابر $\alpha \Delta \theta \times 100$ است که باز چون دو میله هم‌جنس‌اند پس $\alpha_B = \alpha_A$ می‌باشد:

$$\frac{\text{درصد تغییرات طولی میله A}}{\text{درصد تغییرات طولی میله B}} = \frac{\alpha_A \Delta \theta_A \times 100}{\alpha_B \Delta \theta_B \times 100} = \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{12.6}$$



۱۷۲- گزینه ۲ ابتدا مشخص می کنیم که جرم میله دوم چند برابر جرم میله اول است. می دانیم حجم میله برابر مساحت قاعده ($A = \pi r^2$) ضرب در ارتفاع (طول میله l) است.

$$\begin{cases} V_1 = A_1 l_1 \Rightarrow V_1 = \pi \frac{D^2}{4} l \\ V_2 = A_2 l_2 \Rightarrow V_2 = \pi \frac{(2D)^2}{4} \times \frac{l}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{m_2}{\rho}}{\frac{m_1}{\rho}} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2$$

میله ها هم جنس بوده و چگالی آن ها برابر است از این رو:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c \Delta \theta_1 = m_2 c \Delta \theta_2 \xrightarrow{m_2 = 2m_1} \Delta \theta_2 = \frac{1}{2} \Delta \theta_1$$

در هر دو مورد گرمای یکسانی داده شده:

$$\Delta l = \alpha l \Delta \theta \Rightarrow \Delta l_2 = \alpha l_2 \Delta \theta_2 = \alpha \times \frac{l_1}{2} \times \frac{1}{2} \Delta \theta_1 = \alpha \frac{l_1}{4} \Delta \theta_1 = \frac{\Delta l_1}{4} \xrightarrow{\Delta l_1 = 2 \text{ mm}} \Delta l_2 = \frac{1}{2} \text{ mm}$$

در این صورت:

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_{\text{مفید}}}{3000} \times 100 \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 2400 \text{ W}$$

۱۷۳- گزینه ۳ ابتدا توان مفید گرمکن را حساب می کنیم:

توان مفید صرف گرم کردن آب و گرم کن شده است. حال با توجه به رابطه $P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{t}$ زمان لازم برای رسیدن از دمای 10°C به 20°C را حساب می کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{t} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{Q_{\text{گرمکن}} + Q_{\text{آب}}}{t} \Rightarrow 2400 = \frac{C \Delta \theta_{\text{گرمکن}} + m c \Delta \theta}{t} \Rightarrow 2400 = \frac{3000(20-10) + 1 \times 4200(20-10)}{t} \Rightarrow t = \frac{45000}{2400} = 18.75 \text{ s}$$

$$Q = m c \Delta \theta \Rightarrow 2/5 \times 10^3 = m \times 250 \times 20 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

۱۷۴- گزینه ۳ ابتدا به کمک رابطه گرماسنجی، جرم ماده را به دست می آوریم:

جرم مولی یعنی جرم یک مول از ماده بنابراین کافی است جرم به دست آمده را به تعداد مول ها (10 مول) تقسیم کنیم.

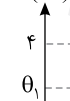
$$M = \frac{m}{n} \Rightarrow M = \frac{0.5}{10} = 0.05 \text{ kg/mol} \Rightarrow M = 50 \text{ g/mol}$$

۱۷۵- گزینه ۱ قانون پایستگی انرژی (گرمایی) را می نویسیم:

$$\underbrace{m_1 c_1 (\theta - \theta_1)}_{\text{آلومینیوم}} + \underbrace{m_2 c_2 (\theta - \theta_2)}_{\text{آب}} + Q_r = 0 \Rightarrow \frac{2}{10} \times 900 (\theta - 200) + \frac{5}{10} \times 4000 (\theta - 10) + 3300 = 0$$

$$180\theta - 36000 + 2000\theta - 20000 + 3300 = 0 \Rightarrow 2180\theta = 52700 \Rightarrow \theta \sim 24^\circ \text{C}$$

$\theta (^\circ \text{C})$



$\frac{Q}{m} \text{ (kJ/kg)}$

نمودار (ب) به صورت خطی است که از مبدأ می گذرد. بنابراین می توانیم تناسب ساده ای بنویسیم:

$$\frac{16}{8} = \frac{4}{\theta_1} \Rightarrow \theta_1 = 2^\circ \text{C}$$

$$Q = m c \Delta \theta \Rightarrow \frac{Q}{m} = c \Delta \theta \Rightarrow 16 \times 10^3 = c_B \times 4 \Rightarrow c_B = 4 \times 10^3 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

با توجه به نمودار (الف)، تا رسیدن به حالت تعادل یعنی دمای 40°C ، تغییر دماها نیز مشخص شده است، قانون پایستگی انرژی گرمایی را می نویسیم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A (40 - \theta_A) + m_B c_B (40 - \theta_B) = 0 \Rightarrow 5 \times c_A (40 - 100) + 1/5 \times 4 \times 10^3 \times (40 - 20) = 0 \Rightarrow c_A = 400 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

۱۷۶- گزینه ۳ تبادل گرما بین دو جسم A و B صورت گرفته است:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A \left(\frac{\theta_A + \theta_B}{2} - \theta_A \right) + m_B c_B \left(\frac{\theta_A + \theta_B}{2} - \theta_B \right) = 0 \Rightarrow m_A c_A \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right) + m_B c_B \left(\frac{\theta_A - \theta_B}{2} \right) = 0$$

$$m_A c_A \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right) = -m_B c_B \left(\frac{\theta_A - \theta_B}{2} \right) \Rightarrow m_A c_A \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right) = m_B c_B \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right)$$

بنابراین $m_A c_A = m_B c_B$ می باشد، پس ظرفیت گرمایی دو جسم با هم برابر است. ظرفیت گرمایی A را از روی نمودار به دست می آوریم.

$$\begin{cases} Q = 10 \text{ kJ} \\ \Delta \theta = 20^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow 10 \times 10^3 = m_A c_A \times 20 \Rightarrow m_A c_A = 500 \text{ J/kg} \Rightarrow C_A = 500 \text{ J/kg}$$

ظرفیت گرمایی جسم B نیز برابر 500 J/kg می باشد.

۱۷۸- گزینه ۲ به هر دو مایع یک اندازه گرما داده شده است:

$$\begin{cases} (۱): Q = mc_A \theta \\ (۲): Q = 2mc_B \theta \Rightarrow mc_A \theta = 2mc_B \theta \Rightarrow c_A = 2c_B \end{cases}$$

حال اگر به مخلوط دو جسم گرمای Q دهیم، چون دمای ابتدایی آن‌ها یکسان است و از طرفی با هم در تماس هستند دمای نهایی آن‌ها یکسان می‌باشد.

$$Q = Q_A + Q_B \Rightarrow Q = mc_A \Delta\theta + 2mc_B \Delta\theta \xrightarrow{c_A = 2c_B} Q = 2mc_B \Delta\theta + 2mc_B \Delta\theta \Rightarrow Q = 4mc_B \Delta\theta \quad (۳)$$

با توجه به رابطه (۲) گرمای Q برابر $Q = 2mc_B \theta$ بوده است. از این رو:

$$(۲), (۳) \Rightarrow 2mc_B \theta = 4mc_B \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\theta}{2}$$

۱۷۹- گزینه ۳ سؤال نسبتاً طولانی هست چون باید دوبار در شرایط مختلف، تعادل گرمایی دو جسم را بررسی کنیم. اگر دمای مایع (۱) را θ_1 و دمای مایع‌های (۲) و (۳) در شرایط اولیه را $\theta' > \theta_1$ بگیریم با شرط $\theta_1 > \theta'$ دمای تعادل θ از θ' بزرگ‌تر و از θ_1 کوچک‌تر خواهد بود:

$$|Q_1| = Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) = m_2 c_2 (\theta - \theta') \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) = 3c_2 (\theta - \theta') \quad (۱)$$

$$|Q_1| = Q_3 \Rightarrow m_1' c_1 (\theta_1 - \theta) = m_3 c_3 (\theta - \theta') \Rightarrow \frac{m_1}{3} c_1 (\theta_1 - \theta) = 5c_3 (\theta - \theta') \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) = 15c_3 (\theta - \theta') \quad (۲)$$

$$\frac{m_1 c_1 (\theta_1 - \theta)}{m_1 c_1 (\theta_1 - \theta)} = \frac{3c_2 (\theta - \theta')}{15c_3 (\theta - \theta')} \Rightarrow 1 = \frac{3c_2}{15c_3} \Rightarrow \frac{c_2}{c_3} = \frac{1}{3}$$

اگر دو معادله (۱) و (۲) را بر هم تقسیم کنیم داریم:

۱۸۰- گزینه ۴ ابتدا با توجه به تبادل گرمایی، دمای تعادل را به دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{مایع}} + Q_{\text{میله}} = 0 \Rightarrow C \Delta\theta_{\text{میله}} + m_{\text{مایع}} \Delta\theta_{\text{مایع}} = 0 \Rightarrow 500(\theta_e - 400) + 5 \times 400(\theta_e - 0) = 0 \Rightarrow (\theta_e - 400) + 4\theta_e = 0 \Rightarrow 5\theta_e = 400 \Rightarrow \theta_e = 80^\circ \text{C}$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100 = 2 \times 10^{-5} (-320) \times 100 = -0.64\%$$

بنابراین دمای میله به اندازه $\theta_e - \theta_1 = (80 - 400) = -320^\circ \text{C}$ کاهش یافته است.

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 10 \times \frac{1}{3} \left[\frac{4}{3} \pi (10^3 - 5^3) \right] = 1750 \text{ g} = 1.75 \text{ kg}$$

۱۸۱- گزینه ۱ جرم فلز به کار رفته در ساخت نیمکره برابر است با:

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{حفره}} \Rightarrow m_{\text{آب}} = 1 \times \frac{1}{3} \left[\frac{4}{3} \pi (125) \right] = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}$$

آب درون حفره ریخته شده پس حجم آب برابر حجم حفره است:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow 1750 \times 100 \times (\theta_e - 80) + 0.25 \times 4200 \times (\theta_e - 10) = 0.25 \times 4200 \times (\theta_e - 10) = 1750 \times 100 \times (80 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 10/5 (\theta_e - 10) = 1750/5 (80 - \theta_e) \Rightarrow 10/5 \theta_e - 10/5 = 1400 - 1750/5 \theta_e \Rightarrow 28\theta_e = 1505 \Rightarrow \theta_e = 53.75^\circ \text{C}$$

۱۸۲- گزینه ۱ در هر مرحله پایداری انرژی گرمایی را می‌نویسیم. البته کافی است که فقط دوبار این کار را انجام دهیم و سپس به رابطه موجود پی می‌بریم:

$$(M - m)c(\theta - \theta_1) + mc\theta = 0 \Rightarrow \theta(M - m + m) = (M - m)\theta_1 \Rightarrow \theta = \frac{(M - m)\theta_1}{M}$$

مرحله اول داریم:

در مرحله دوم $(M - m)$ گرم آب θ درجه و m گرم آب صفر درجه داریم. اگر دمای تعادل در این حالت θ' باشد و قانون پایداری انرژی گرمایی را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$(M - m)c(\theta' - \theta) + mc\theta' = 0 \Rightarrow (M - m)\left(\theta' - \frac{(M - m)\theta_1}{M}\right) + m\theta' = 0 \Rightarrow \theta' = \frac{(M - m)^2}{M^2} \theta_1 \Rightarrow \theta_n = \frac{(M - m)^n}{M^n} \theta_1$$

۲۴۶- گزینه ۲ خط فکری: تنها نکته مهم این است که توان گرمایی که در مدت ۳۰s دمای آب از 40°C به 100°C می‌رسد با توان گرمایی که صرف تبخیر 100 cc آب می‌شود برابر است.

200 cc برابر 200 cm^3 است که با توجه به چگالی آب 1 g/cm^3 ، 200 cm^3 آب برابر 200 g است. توان گرمایی چراغ گازی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{mc\Delta\theta}{t_1} = \frac{mL_V}{t_2} \Rightarrow \frac{0.2 \times 4200 \times 60}{30} = \frac{0.1 \times L_V}{120 + 25} \Rightarrow L_V = 243600 \text{ J/kg} = 243.6 \text{ J/g}$$

۲۴۷- گزینه ۳ ابتدا گرمایی که یخ -8°C می‌گیرد تا به یخ صفر 0°C تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_1 = m_1 c \Delta\theta = 250 \times 1 \times 8 = 2000 \text{ cal}$$

$$Q'_1 = m_1 L_F = 250 \times 80 = 20000 \text{ cal}$$

حال گرمایی که یخ 0°C می‌گیرد تا به آب 0°C تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$|Q_2| = m_2 c \Delta\theta = 150 \times 1 \times 60 = 9000 \text{ cal}$$

حداکثر مقدار گرمایی که آب 60°C می‌تواند از دست بدهد را نیز به دست می‌آوریم:

$Q_2 > Q_1$ ، پس یخ -8°C به یخ صفر درجه تبدیل می‌شود، اما برای آن که همه یخ ذوب شود، به 20000 cal گرما نیاز دارد در حالی که آب به اندازه

$8000 \text{ cal} = 10000 - 9000$ گرما می‌تواند بدهد تا با یخ هم‌دما شود. از این رو، مخلوط آب و یخ 0°C خواهیم داشت. اکنون جرم یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$8000 = mL_F \Rightarrow m = \frac{8000}{80} = 100 \text{ g}$$

یخ ذوب شده 100 g

در نتیجه 250 گرم آب صفر درجه و 150 گرم یخ صفر درجه باقی خواهد ماند.



تست ۱ ۱۰۰ گرم آب 10°C را روی 50°C یخ می‌ریزیم. دمای تعادل و جرم یخ پس از تعادل کدام است؟
($L_F = 336 \text{ J/g}$ و $c_W = 4/2 \text{ J/g}^\circ\text{C}$ ، $c_I = 2/1 \text{ J/g}^\circ\text{C}$)

- (۱) 40°C ، 40 g (۲) 0°C ، 50 g (۳) -10°C ، 60 g (۴) 10°C ، صفر

$$Q_i = mc\Delta\theta = 50 \times 2/1 \times 40 = 4200 \text{ J}$$

پاسخ کابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش 0°C شود به دست می‌آوریم:

$$Q_W = mc\Delta\theta = 100 \times 4/2 \times (0 - 10) = -4200 \text{ J}$$

گرمایی که آب 10°C از دست می‌دهد تا دمایش 0°C شود برابر است با:

$Q_i = Q_W$ شده است، بنابراین دمای مخلوط یخ و آب صفر می‌شود و جرم یخ تغییر نمی‌کند.

گزینه ۲

۲۴۸- گزینه ۲ همه گرمایی که قطعه مس به آب می‌دهد، به آب نمی‌رسد بلکه فقط $\frac{4}{5}$ این مقدار گرما را آب دریافت می‌کند بنابراین رابطه تعادل گرمایی را

این گونه می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{4}{5} Q_1}_{\text{گرمایی که آب می‌گیرد}} + \underbrace{Q_2}_{\text{گرمایی که مس می‌دهد}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{2}{1} \times 4200 (\theta - 10) + \frac{6}{1} \times 4200 (\theta - 20) = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} \times (\theta - 10) + 6 (\theta - 20) = 0$$

$$0/160 - 16 + 6\theta - 120 = 0 \Rightarrow 6/160 = 136 \Rightarrow \theta = 22^\circ\text{C}$$

۲۴۹- گزینه ۴ در اثر ذوب شدن یخ جرم ثابت می‌ماند، اما از حجم یخ کاسته می‌شود:

$$\Delta V = V' - V \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} 40 = \frac{m}{0/9} - \frac{m}{1} \Rightarrow 40 = \frac{m - 0/9m}{0/9} \Rightarrow 40 = \frac{1}{9}m \Rightarrow m = 360 \text{ گرم}$$

جرم اولیه یخ 360°C گرم بوده است.

$$Q = mL_F = 360 \times 336 = 122400 \text{ J} = 122/4 \text{ kJ}$$

۲۵۰- گزینه ۲ قرار است دمای مخلوط آب و یخ 2°C تغییر کند. یک بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از 0°C باید به 2°C برسد اما برای این

کار ابتدا آب 0°C باید به یخ 0°C تبدیل شود و کل یخ (50 g) به دمای 2°C برود. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمای آن از 0°C به 2°C برسد اما این بار

ابتدا باید یخ 0°C ذوب شود سپس کل آب 0°C یعنی 50 g آب، باید با دریافت گرما دمایش به 2°C برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.

$$(1) |Q_{\text{کل}}| = |Q_1| + |Q_2| \Rightarrow |Q_{\text{کل}}| = 0/5 \times 336000 + 0/5 \times 50 \times 210 \times 2 = 67200 + 21000 = 88200 \text{ J}$$



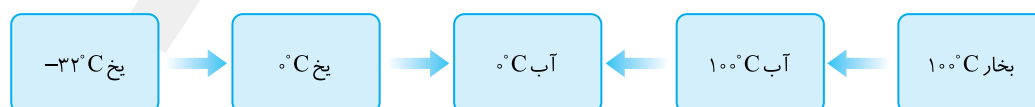
$$(2) Q'_{\text{کل}} = Q'_1 + Q'_2 \Rightarrow Q'_{\text{کل}} = 0/3 \times 336000 + 0/5 \times 4200 \times 2 = 100800 + 42000 = 142800 \text{ J}$$



$$\frac{Q_{\text{کل}}}{Q'_{\text{کل}}} = \frac{88200}{142800} = \frac{231}{350} = \frac{33}{50}$$

۲۵۱- گزینه ۲ گرمایی که یخ برای ذوب شدن لازم دارد، توسط گرمای گرفته شده از بخار تأمین می‌شود. اما بخار 100°C ابتدا به آب 100°C سپس به آب

0°C تبدیل می‌شود. در طول این فرایند، به یخ گرما می‌دهد تا دمای آن را از -32°C به 0°C برساند سپس آن را به آب 0°C تبدیل کند. در این صورت:



$$m_i c_i \Delta\theta_i + m_i L_F = m_v L_V + m_v c \Delta\theta_v \Rightarrow 40 \times 2/1 \times 32 + 40 \times 336 = m_v \times 2268 + m_v \times 4/2 \times 100$$

$$40 \times 0/5 \times 32 + 40 \times 80 = m_v \times 540 + 100 \times m_v \Rightarrow m_v = \frac{6400 + 3200}{640} \Rightarrow m_v = 6 \text{ g}$$

دو طرف را به $4/2$ تقسیم می‌کنیم.



۲۵۲- گزینه ۲

در حل این مسائل باید مرحله به مرحله پیش رفت و مشخص کرد که آیا تمام یخ ذوب می‌شود؟ و یا تمام بخار آب به آب تبدیل می‌شود؟ برای این منظور ابتدا گرمایی که یخ -15°C می‌گیرد تا دمایش صفر شود و گرمایی که بخار آب 100°C از دست می‌دهد تا به آب 100°C تبدیل شود را به هم مقایسه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= m_1 c_i \Delta\theta \Rightarrow Q = 200 \times \frac{4}{2} \times 15 = 1500 \times 4 / 2 \text{ J} \\ Q_2 &= m_2 L_V = 10 \times 540 \times 4 / 2 = 5400 \times 4 / 2 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_2 > Q_1$$

بنابراین تمام یخ -15°C به یخ 0°C تبدیل می‌شود.

$$Q_3 = m_3 L_F = 200 \times 80 \times 4 / 2 = 16000 \times 4 / 2 \text{ J}$$

اکنون بررسی می‌کنیم، گرمایی که یخ 0°C لازم دارد تا به‌طور کامل ذوب شود چه مقدار است.

که مقدار Q_3 به مراتب از مقدار Q_2 بیشتر است و حتماً تمام بخار آب به آب 100°C تبدیل می‌شود.

مرحله بعدی بررسی مقدار گرمایی است که آب 100°C با از دست دادن آن به آب 0°C تبدیل می‌شود.

$$Q_4 = m_4 c \Delta\theta = 10 \times 4 / 2 \times 100 = 1000 \times 4 / 2 \text{ J}$$

در مجموع 100 g بخار آب با از دست دادن $Q_2 + Q_4 = 5400 \times 4 / 2 + 1000 \times 4 / 2 = 6400 \times 4 / 2 \text{ J}$ گرمای $Q_1 + Q_3 = 17500 \times 4 / 2 \text{ J}$ را دریافت کند.

که این مقدار گرما به مراتب از مقدار گرمایی که بخار از دست می‌دهد بیشتر بوده، بنابراین تنها بخشی از یخ به آب تبدیل می‌شود و در نهایت مخلوط آب و یخ در حال تعادل (0°C) خواهیم داشت.

۲۵۳- گزینه ۴

مجدداً یادآوری می‌کنیم خط فکری‌ای که شما باید دنبال کنید این است که وقتی از مخلوط گرما می‌گیریم چه مرحله‌ای اتفاق می‌افتد، قطعاً در این حالت ابتدا بخار آب 100°C موجود در مخلوط با از دست دادن گرما به آب 100°C تبدیل می‌شود که باید این گرما را به‌دست بیاوریم.

$$Q = mL_V \Rightarrow Q = 10^3 \times 540 \Rightarrow Q = 540 \text{ kcal}$$

اما از مخلوط 1110 kcal گرفته‌ایم، بنابراین مراحل تغییرات ادامه دارد و مقدار $1110 - 540 = 570 \text{ kcal}$ سبب کاهش دمای 3 kg آب 100°C خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -570 = 3 \times 1 \times (\theta - 100) \Rightarrow -190 = \theta - 100 \Rightarrow \theta = -90^{\circ}\text{C}$$

جواب عجیبی به‌دست آمد آب با دمای -90°C که غیرممکن است. چه اتفاقی افتاده است؟

ابتدا آب از 100°C به 0°C می‌رسد و سپس به یخ 0°C تبدیل می‌شود. اما برای این امر باید چه مقدار گرما از آب بگیریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 3 \times 1 \times 100 = 300 \text{ kcal}$$

و هنوز $570 - 300 = 270 \text{ kcal}$ گرما از مخلوط گرفته‌ایم که این کار، سبب تبدیل 3 kg آب 0°C به یخ 0°C می‌شود. اما آیا همه آب، یخ می‌زند؟ ابتدا گرمایی که

$$Q = mL_F = 3 \times 80 = 240 \text{ kcal} < 270 \text{ kcal}$$

باید از 3 kg آب 0°C بگیریم تا یخ بزند را به دست می‌آوریم.

وای خدای من هنوز مسئله ادامه داره!!!

تمام آب به یخ 0°C تبدیل می‌شود اما هم‌چنان از یخ 30 kcal گرما گرفته می‌شود و دمای آن از 0°C پایین‌تر می‌رود.

$$Q = m_i c_i \Delta\theta \Rightarrow -30 = 3 \times 0.5 \times (\theta - 0) \Rightarrow \theta = -20^{\circ}\text{C}$$

عجب تست وحشتناکی!!! ☹

۲۵۴- گزینه ۴

خط فکری: در حل این تست، مرحله به مرحله باید اتفاقی که برای آب با از دست دادن گرما رخ می‌دهد، بررسی کنیم. یعنی مشخص کنیم برای آنکه آب دمای 0°C شود، چه مقدار گرما از دست می‌دهد و آن را با 126 kJ مقایسه کنیم، سپس معین کنیم برای آنکه آب 0°C به یخ 0°C تبدیل شود چه مقدار گرما باید از دست بدهد و آن را نیز با 216 kJ مقایسه کنیم برای درک بهتر به مراحل حل مسئله دقت کنید.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0.2 \times 4 / 2 \times 50 \Rightarrow Q_1 = -42 \text{ kJ}$$

(۱) ابتدا گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمای 0°C شود را حساب می‌کنیم.

(۲) گرمایی که آب 0°C از دست می‌دهد تا به یخ 0°C تبدیل شود را نیز حساب می‌کنیم. چون آب گرما از دست می‌دهد باید بنویسیم:

$$Q_2 = -mL_F \Rightarrow Q_2 = -0.2 \times 336 = -67.2 \text{ kJ}$$

(۳) اکنون اگر جمع $|Q_1|$ و $|Q_2|$ از مقدار 126 kJ گرمای گرفته شده از آب کمتر باشد، تمام آب، یخ می‌زند.

$$|Q_1| + |Q_2| = 42 + 67.2 = 109.2 \text{ kJ} < 126 \text{ kJ}$$

(۴) بنابراین تمام آب یخ زده است و چون به گرفتن گرما ادامه داده‌ایم، دمای یخ از 0°C پایین‌تر می‌رود. اما چه مقدار گرما از یخ گرفته‌ایم:

$$|Q_3| = |126 - 109.2| = 16.8 \text{ kJ}$$

$$Q_3 = mc\Delta\theta \Rightarrow -16.8 = 0.2 \times 2 / 1 (\theta_f - 0) \Rightarrow \theta_f = -40^{\circ}\text{C}$$

(۵) اکنون دمای نهایی یخ را حساب می‌کنیم.

در نتیجه در نهایت 200 g یخ با دمای -40°C تولید شده است.



۲۵۵- گزینه ۲ خط فکری: گرمکن به آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهد. در آب و یخ در حال تعادل، دمای هر دو صفر درجه است و هرچه گرما به آنها داده شود تنها باعث ذوب یخ شده تا دمای تعادل همان صفر درجه باقی بماند.

روش اول: با توجه به نمودار در مدت ۱۰۰s، ۵۰g یخ ذوب شده است، بنابراین:

$$Q = mL_F \Rightarrow Q = 50 \times 10^{-3} \times 336 \times 10^3 = 16800 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{16800}{100} = 168 \text{ J/s}$$

توان گرمکن ثابت است، پس توان گرمکن را به‌دست می‌آوریم تا آهنگ گرما دادن به مخلوط آب و یخ مشخص شود:

جرم اولیه یخ ۲۰۰g و مجموع جرم آب و یخ ۲۵۰g است پس در مخلوط ۵۰g آب داریم، برای اینکه هر دو هم‌جرم شوند، باید نصف جرم یخ و نصف دیگر آب باشد یعنی $g \frac{250}{2} = 125$ یخ و $g \frac{250}{2} = 125$ آب داشته باشیم.

$$\begin{array}{l} \text{جرم یخ ذوب شده} \quad \text{جرم ثانویه یخ} \quad \text{جرم اولیه یخ} \\ 75 \text{ g} \quad 125 \text{ g} \quad 200 \text{ g} \\ 200 \text{ g} - 125 \text{ g} = 75 \text{ g} \end{array}$$

$$Q' = m' L_F \Rightarrow Q' = 75 \times 10^{-3} \times 336 \times 10^3 = 25200 \text{ J}$$

گرما لازم برای ذوب ۷۵g یخ را حساب می‌کنیم:

$$P = 168 = \frac{Q'}{t'} \Rightarrow t' = \frac{25200}{168} = 150 \text{ s}$$

گفتیم توان ثابت است پس با توجه به توان گرمایی به‌دست آمده، مدت زمان خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

روش دوم: با توجه به نمودار در مدت ۱۰۰s، $g \frac{200 - 150}{2} = 25$ یخ ذوب شده برای اینکه جرم یخ و آب یکسان شود باید جرم هرکدام از آنها $g \frac{250}{2} = 125$ شود یعنی $g \frac{200 - 125}{2} = 75$ یخ ذوب شود. چون نمودار خطی است می‌توان از تناسب به راحتی پاسخ را به‌دست آورد.

$$\begin{array}{l|l} \text{مدت زمان ذوب ۱۰۰} & 50 \text{ g یخ ذوب شده} \\ \hline 75 \text{ g} & t \Rightarrow t = \frac{100 \times 75}{50} = 150 \text{ s} \end{array}$$

۲۵۶- گزینه ۲ با توجه به نمودار در مدت ۴۰ دقیقه دمای یخ از 3°C به 1°C و دمای آب نیز از 4°C به 0°C رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

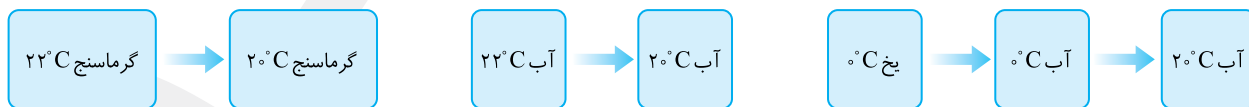
$$|Q_{\text{آب}}| = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 0/5 \times 4200 \times 40 = m \times 2100 \times 20 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

از ۴۰ دقیقه تا ۶۰ دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P = \frac{Q_{\text{آب}}}{40 - 0} = \frac{Q_{\text{تبدیل آب به یخ}}}{60 - 40} \Rightarrow \frac{0/5 \times c \times 40}{40} = \frac{m' \times 80}{20} \Rightarrow m' = 0/125 \text{ kg}$$

بنابراین به اندازه $2 + 0/125 = 2/125 \text{ kg}$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

۲۵۷- گزینه ۲ رابطه کالری و ژول به صورت $1 \text{ cal} = 4/186 \text{ J}$ است، البته در این سؤال همه یکاهای گرما برحسب کالری است پس نیازی به تبدیل یکا نداریم. چون گرماسنج محتوی آب 22°C بوده است، دمای اولیه گرماسنج نیز 22°C است. مراحلی که مبادله گرما صورت می‌گیرد به صورت زیر است:



که باز هم جمع جبری گرماهای مبادله شده صفر خواهد بود.

$$m_1 c_1 (20 - 22) + m_2 c_2 (20 - 22) + m_3 L_F + m_4 c (20 - 0) = 0$$

$$\underbrace{m_1 c_1 (20 - 22)}_{\text{گرماسنج}} + \underbrace{750 \times 1 \times (20 - 22)}_{\text{آب}} + \underbrace{20 \times 80 + 20 \times 1 \times (20 - 0)}_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow -2m_1 c_1 - 1500 + 1600 + 4000 = 0 \Rightarrow 2m_1 c_1 = 500$$

$$\Rightarrow \text{ظرفیت گرمایی گرماسنج} = m_1 c_1 = C_1 = 250 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

۳۷۲- گزینه ۱ مجموع مول‌ها باید ثابت بماند، از این رو:

$$n_N + n_O = n_{\text{mix}} \Rightarrow \frac{P_N V_N}{T_N} + \frac{P_O V_O}{T_O} = \frac{P_{\text{mix}} V_{\text{mix}}}{T_{\text{mix}}} \Rightarrow \frac{4 \times 3}{273 + 273} + \frac{3 \times 2}{0 + 273} = \frac{P_{\text{mix}} (3 + 2)}{91 + 273}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{273} + \frac{6}{273} = \frac{5}{91 + 273} P_{\text{mix}} \Rightarrow \frac{6}{3 \times 91} + \frac{6}{3 \times 91} = \frac{P_{\text{mix}} \times 5}{4 \times 91} \Rightarrow P_{\text{mix}} = \frac{16}{5} \text{ atm}$$

۳۷۳- گزینه ۳

در هر دو حالت فشار وارد بر گاز برابر مجموع فشار جو P_0 و فشار ناشی از وزن پیستون $\frac{W}{A}$ است:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \left(\frac{W}{A} + P_0\right) V_1 = \left(\frac{2W}{A} + P_0\right) V_2$$

$$P_1 < P_2 < 2P_1$$

کاملاً مشخص است که فشار افزایش یافته اما دو برابر نشده است.

$$\frac{1}{2} V_1 < V_2 < V_1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{V_2}{V_1} < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < k < 1$$

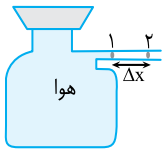
پس حجم نیز کاهش می‌یابد اما نصف نمی‌شود.

$$k = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{W}{A} + P_0}{\frac{2W}{A} + P_0} \Rightarrow k < 1, \quad \frac{1}{k} = \frac{\frac{2W}{A} + P_0}{\frac{W}{A} + P_0} \Rightarrow \frac{1}{k} < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} < k$$

به روابط ریاضی زیر نیز دقت کنید:

۳۷۴- گزینه ۴

هنگامی که بالن را گرم می‌کنیم، حجم هوای درون بالن زیاد می‌شود و قطره جیوه از مکان (۱) به مکان (۲) می‌رسد. در این مدت فشار ثابت می‌ماند، زیرا فشار محیط ثابت است.



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \quad P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\Delta V = V_1 \frac{\Delta T}{T_1} = 1/4 \times \frac{11 - 7}{7 + 273} = 0.02 L$$

اگر سطح مقطع لوله باریک، A و تغییر مکان قطره جیوه Δx باشد:

$$\Delta V = A \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta V}{A} \Rightarrow \Delta x = \frac{0.02 \times 10^{-3}}{0.5} = 4 \text{ cm}$$

پیستون به حالت اولیه برگشته است، بنابراین حجم گاز ثابت است ($V_1 = V_2$).

در حالت اول تعداد مول‌های گاز $n_1 = 2 \text{ mol}$ است، اما در حالت دوم تعداد مول‌های گاز $n_2 = 2 + 1 = 3 \text{ mol}$ است.

فشار گاز در حالت اول به دلیل ناچیز بودن جرم پیستون برابر فشار هوای محیط است ($P_1 = 1.05 \text{ Pa}$).

فشار گاز در حالت دوم مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن و وزن اضافه شده روی پیستون است.

$$P_2 = P_0 + \frac{W}{A} \Rightarrow P_2 = 1.05 + \frac{2.0}{25 \times 10^{-4}} \Rightarrow P_2 = 1.05 + 8 \times 10^4 \Rightarrow P_2 = 1/8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

یکای دما را به کلون تبدیل می‌کنیم $T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}$. اکنون همه چیز برای استفاده از قانون گازهای آرمانی مهیاست:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{1.05}{2 \times 300} = \frac{1/8 \times 10^5}{3 \times T_2} \Rightarrow T_2 = 360 \text{ K}$$

خط فکری: در دو طرف لوله U شکل سطح جیوه در سطح تراز است، بنابراین فشار هوای محبوس با فشار هوای محیط برابر است ($P_1 = P_0$).

می‌خواهیم جیوه در نقطه M باقی بماند، این یعنی حجم گاز محبوس تغییر نکند ($V_1 = V_2$) قرار است در شاخه سمت راست جیوه بریزیم، بنابراین فشار گاز محبوس

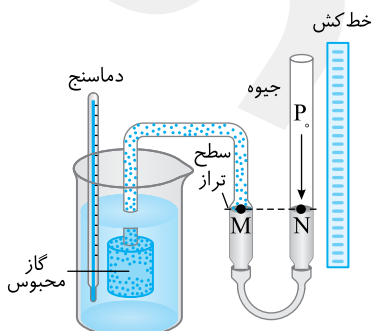
افزایش می‌یابد و $P_2 = P_0 + P_{Hg}$.

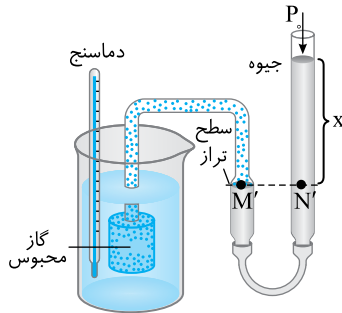
با توجه به اینکه خواسته شده جیوه در شاخه سمت چپ جابه‌جا نشود، پس حجم گاز ثابت باقی می‌ماند. قانون

گازها به صورت $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ خواهد بود. در حالت اول فشار در نقطه M و N با هم برابر است:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

$$T_1 = 273 + 12 = 285 \text{ K}$$





در حالت دوم به لوله سمت راست بدون تغییر در ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ، مایع اضافه شده پس:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_P = P_0 + x \Rightarrow P_P = 75 + x$$

$$T_P = 273 + 107 = 380^\circ K$$

بنابراین:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75}{285} = \frac{75+x}{380} \Rightarrow \frac{75}{3} = \frac{75+x}{4}$$

$$75 + x = 100 \Rightarrow x = 25 \text{ cm}$$

۳۷۷- گزینه ۲ خط فکری: در حل این تست باید ذهن شما کاملاً مرحله‌ای عمل کند یعنی نباید به جواب آخر فکر کنید. در مرحله اول باید تمام متغیرهای ترمودینامیکی دو گاز را در حالت اول و حالت دوم به طور کامل بررسی کنید.

در مرحله اول وقتی دو گاز وارد استوانه می‌شود، حجم دو گاز با هم برابر است $V_1 = V_2$. به کمک قانون گازها به سراغ مقایسه تعداد مول‌های دو گاز می‌رویم:

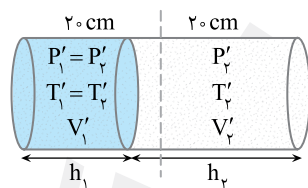
$$\begin{matrix} P_1 = 2 \text{ atm} & P_2 = 5 \text{ atm} \\ T_1 = 300^\circ K & T_2 = 500^\circ K \end{matrix}$$

$$\begin{cases} P_1 = 2 \text{ atm} \\ T_1 = 273 + 227 = 500^\circ K \end{cases} \quad \begin{cases} P_2 = 5 \text{ atm} \\ T_2 = 273 + 227 = 500^\circ K \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \quad V_1 = V_2 \rightarrow \frac{2}{n_1 \times 500} = \frac{5}{n_2 \times 500} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{2}$$

در مرحله دوم، دو گاز با هم تبادل گرمایی انجام می‌دهند و دمای آن‌ها برابر می‌شود ($T_1' = T_2'$) از طرفی پیستون به راحتی می‌تواند حرکت کند، فشار گاز (۲)، برابر 5 atm است و از فشار گاز (۱) بیشتر است. از این رو پیستون حرکت می‌کند تا در یک محل به تعادل برسد یعنی فشار گاز سمت چپ (گاز شماره ۱) با فشار گاز سمت راست (گاز شماره ۲) برابر شود ($P_1' = P_2'$). در این صورت قطعاً حجم گازها در این حالت برابر نیست. اکنون قانون گازهای آرمانی را برای حالت جدید دو گاز می‌نویسیم:

$$\frac{P_1' V_1'}{n_1 T_1'} = \frac{P_2' V_2'}{n_2 T_2'} \quad P_1' = P_2' \quad T_1' = T_2' \rightarrow \frac{V_1'}{V_2'} = \frac{n_2}{n_1} \quad V = Ah \rightarrow \frac{Ah_1}{Ah_2} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{2}$$



هنوز مسئله به سرانجام نرسیده پس صبور باشید. با توجه به شکل، مجموع h_1 و h_2 برابر طول استوانه است یعنی

$$h_1 + h_2 = 40 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} h_2 = \frac{5}{2} h_1 \\ h_1 + h_2 = 40 \end{cases} \Rightarrow h_1 + \frac{5}{2} h_1 = 40 \Rightarrow \frac{7}{2} h_1 = 40 \Rightarrow h_1 = 11.4 \text{ cm}$$

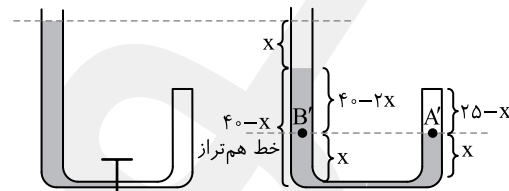
بنابراین پیستون باید از وسط ۴ cm جابه‌جا شود. اووف بالاخره حل شد.

۳۷۸- گزینه ۴ وقتی لوله استوانه‌ای را درون جیوه برده، در بالای جیوه (بین جیوه و انگشت) ستونی از هوا با فشار $P_1 = P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و حجم $V_1 = (40 - 30)A = 10A$ ایجاد می‌شود. هنگامی که لوله را از جیوه بیرون می‌آوریم، حجم ستون هوای بالای جیوه برابر $V_2 = (10 + x)A$ و فشار آن برابر

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad P_2 = P_0 - (30 - x) = 45 + x$$

$$75(10)A = (45 + x)(10 + x)A \Rightarrow 750 = 450 + 55x + x^2 \Rightarrow x^2 + 55x - 300 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 60) = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

بنابراین $30 - 5 = 25 \text{ cm}$ جیوه درون لوله باقی می‌ماند.



$$P_1 = 80 \text{ cm} \quad P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_P = P_0 + (40 - 2x) \Rightarrow P_P = 110 - 2x$$

$$V_1 = 25A \quad V_2 = (25 - x)A$$

$$T_1 = T \quad T_2 = T$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow 80 \times 25A = (110 - 2x)(25 - x)A \Rightarrow 2000 = (110 - 2x)(25 - x)$$

اکنون می‌توان از قانون گازهای آرمانی مسئله را حل کرد:

حال معادله درجه دوم را نوشته و معادله را حل می‌کنیم:

$$2x^2 - 160x + 2750 = 2000 \Rightarrow 2x^2 - 160x + 750 = 0 \Rightarrow x^2 - 80x + 375 = 0 \Rightarrow (x - 75)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 75 \text{ cm} \text{ یا } x = 5 \text{ cm}$$

جواب $x = 5 \text{ cm}$ است. دقت کنید کل ارتفاع ستون جیوه 40 cm است و نمی‌تواند 75 cm آن به شاخه سمت راست برود و $x = 75 \text{ cm}$ قابل قبول نیست. حال باید

$$P_P = 110 - 2x \Rightarrow P_P = 110 - 2 \times 5 \Rightarrow P_P = 100 \text{ cmHg}$$

فشار P_P را حساب کرد:

فصل ۵ ترمودینامیک

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

در یک دستگاه ترمودینامیکی کار انجام شده به مسیر فرایند بستگی دارد و به حالت اولیه و نهایی فرایند بستگی ندارد.

۱۳۴- گزینه ۳

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nR}{P} T$$

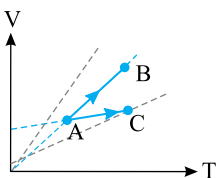
معادله V بر حسب T را به دست می‌آوریم:

۱۳۵- گزینه ۱

فرایند هم‌فشار روی یک گاز آرمانی در نمودار $V-T$ خط راستی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد، زیرا $\frac{nR}{P}$ ثابت است. شیب این

خط برابر $\frac{nR}{P}$ است. بنابراین در فرایند AB فشار گاز ثابت می‌ماند. مطابق شکل اگر چند نمودار هم‌فشار رسم کنیم، شیب نمودارها از

A تا C کاهش می‌یابد، بنابراین $\frac{nR}{P}$ کاهش یافته در نتیجه فشار گاز افزایش می‌یابد. یعنی در فرایند AC فشار گاز افزایش می‌یابد.



$$\Delta U = Q + W$$

قانون اول ترمودینامیک که بیانگر قانون پایستگی انرژی است. به صورت روبه‌رو نوشته می‌شود:

۱۳۶- گزینه ۴

که در آن ΔU تغییر انرژی درونی دستگاه، Q گرمای گرفته شده توسط دستگاه و W کار انجام شده روی دستگاه است.

بررسی گزینه‌ها:

$$W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q, Q > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

گزینه (۱):

می‌تواند برقرار باشد.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W, \text{ اگر } Q > 0 \Rightarrow W < 0$$

گزینه (۲):

می‌تواند برقرار باشد.

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W, \text{ اگر } W < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$$

گزینه (۳):

می‌تواند برقرار باشد.

$$W < 0, Q < 0 \Rightarrow \Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U < 0$$

گزینه (۴):

بنابراین امکان ندارد که در یک فرایند $Q < 0$ و $W < 0$ بوده و $\Delta U > 0$ باشد.

$$\Delta U = Q + W$$

۱۳۷- گزینه ۴

$$T_a = \frac{3 \times 1}{nR}, T_b = \frac{2 \times 3}{nR} \Rightarrow T_b > T_a$$

دما از a تا b افزایش می‌یابد، زیرا طبق $T = \frac{PV}{nR}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U = 456 \text{ J}$$

پس انرژی درونی افزایش یافته است.

$$S_{ab} = \left(\frac{3+2}{2} \right) \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 500 \text{ J}$$

سطح زیر نمودار $P-V$ برابر با کار انجام شده است:

چون فرایند انبساطی است، $W < 0$ پس $W = -500 \text{ J}$.

$$\Delta U = Q + W$$

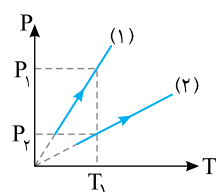
حال قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم.

$$456 = Q - 500 \Rightarrow Q = 956 \text{ J}$$

معادله حالت گازها را در دو حالت می‌نویسیم، سپس برای نقاطی که دما و فشار آن مشخص است داده‌های نمودار را در رابطه‌ها قرار می‌دهیم:

۱۳۸- گزینه ۱

$$\frac{P_O V_O}{P_H V_H} = \frac{n_O R T_O}{n_H R T_H} \Rightarrow \frac{\frac{m_O}{M_O} \times 300}{\frac{m_H}{M_H} \times 400} = \frac{3 \times V_O}{4 \times V_H} \Rightarrow \frac{3 \times V_O}{4 \times V_H} = \frac{2 \times 2 \times 3}{1 \times 32 \times 4} \Rightarrow \frac{V_O}{V_H} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

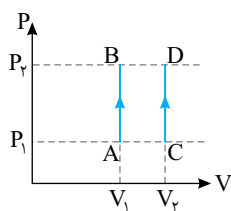


نمودارهای (۱) و (۲) مربوط به فرایند هم‌حجم است. شیب نمودار (۲) کمتر از نمودار (۱) است بنابراین:

$$V_1 < V_2$$

$$\Delta T_1 = \Delta T_2 \Rightarrow \xrightarrow{PV = nRT} V_1 \Delta P_1 = V_2 \Delta P_2 \xrightarrow{V_1 < V_2} \Delta P_1 > \Delta P_2$$

۱۳۹- گزینه ۲



۱۴۰- گزینه ۳ با توجه به نمودار داده شده هر دو فرایند در حجم ثابت است و می‌دانیم انرژی درونی تنها تابع دماست بنابراین هر فرایند که تغییر دمای بیشتری داشته باشد، تغییر انرژی درونی آن بیشتر است:

$$\text{فرایند AB: } \frac{P_1}{T_A} = \frac{P_2}{T_B} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_A}{T_B} \xrightarrow[\text{داریم}]{\text{با تفاضل صورت در مخرج}} \frac{P_1}{\Delta P} = \frac{T_A}{\Delta T_{AB}}$$

$$\text{فرایند CD: } \frac{P_1}{T_C} = \frac{P_2}{T_D} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_C}{T_D} \xrightarrow[\text{داریم}]{\text{با تفاضل صورت در مخرج}} \frac{P_1}{\Delta P} = \frac{T_C}{\Delta T_{CD}}$$

با توجه به دو معادله بالا، سمت چپ معادله‌ها یکسان می‌باشد، بنابراین سمت راست معادله‌ها نیز با هم برابر است.

$$\begin{cases} \frac{T_C}{\Delta T_{CD}} = \frac{T_A}{\Delta T_{AB}} \\ P_A V_A = nRT_A \Rightarrow T_A = \frac{P_1 V_1}{nR} \\ P_C V_C = nRT_C \Rightarrow T_C = \frac{P_1 V_2}{nR} \end{cases} \xrightarrow{V_2 > V_1} T_C > T_A$$

چون T_C بیشتر از T_A است پس برای برقراری تساوی اول باید ΔT_{CD} نیز از ΔT_{AB} بیشتر باشد بنابراین ΔU_{CD} بزرگ‌تر از ΔU_{AB} است.

۱۴۱- گزینه ۲ در نمودار $P-T$ خط گذرا از مبدأ فرایند هم‌حجم را نشان می‌دهد، بنابراین گازهای A و B فرایندهای هم‌حجم را طی می‌کنند. با توجه به اطلاعات روی نمودار و معادله حالت، حجم گاز در نقطه (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\text{A در نمودار: } P_1 V_1 = n_A R T_1 \Rightarrow 3 \times 10^5 \times V_1 = 2 \times 8 \times 300 \Rightarrow V_1 = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{B در نمودار: } P_2 V_2 = n_B R T_2 \Rightarrow 1/5 \times 10^5 \times V_2 = 2 \times 8 \times 300 \Rightarrow V_2 = 32 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

بنابراین در فرایندی که از حالت (۱) به حالت (۲) رفته‌ایم، فرایند هم‌فشار بوده و: $W = -P \Delta V = -3 \times 10^5 (32 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-3}) = -3 \times 10^5 (16 \times 10^{-3}) = -4800 \text{ J}$

۱۴۲- گزینه ۲ فرایند ذوب در فشار ثابت انجام شده پس کار انجام شده روی گاز برابر است با: $W = -P \Delta V \Rightarrow W = -(10^5) \times (-4 \times 10^{-6}) = 0.4 \text{ J}$

گرمای داده شده به یخ برابر $m L_F$ است که باید جرم یخ را به دست بیاوریم:

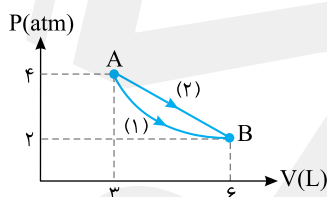
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V, \quad m_{\text{یخ}} = m_{\text{ب}} \quad \frac{V_{\text{ب}} = V}{V_{\text{یخ}} = V + 4} \Rightarrow 0.9(V + 4) = 1 \times V \Rightarrow 0.9V = 4 \Rightarrow V = 4.44 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{ب}} = \frac{m}{V_{\text{ب}}} \Rightarrow 1 = \frac{m}{36} \Rightarrow m = 36 \text{ g}, \quad Q = m L_F \Rightarrow Q = 36 \times 330 = 11880 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = 11880 + 0.4 = 11880.4 \text{ J}$$

تغییر انرژی درونی گاز آرمانی:

۱۴۳- گزینه ۱ در فرایند هم‌دمای AB یعنی (۱):



$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow 4 \times 3 = 2 V_B \Rightarrow V_B = 6 \text{ L}$$

$$\text{در فرایند (۲): } W_{AB} = -S_{PV} \Rightarrow W_{AB} = -\left(\frac{4+2}{2}\right) \times 3 = -9 \text{ atm.L}$$

$$W_{AB} = -9 \times 10^5 \times 10^{-3} = -900 \text{ J}$$

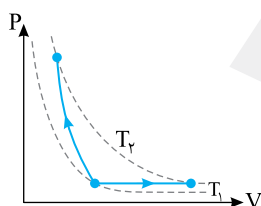
$$T_A = T_B \Rightarrow \Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow W_{AB} + Q_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{AB} = +900 \text{ J}$$

۱۴۴- گزینه ۲ استوانه فلزی می‌تواند با مخلوط آب و یخ در حال تعادل در دمای 0°C تبادل گرمایی انجام دهد و دمای ثابت بماند، بنابراین فرایند هم‌دما است:

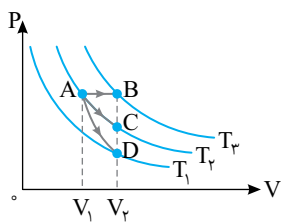
$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = -W \Rightarrow Q = -8/4 \text{ kJ}$$

$$Q_F = m L_F \Rightarrow 8/4 = 336(m) \Rightarrow m = 0.025 \text{ kg} \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$

این گرما سبب ذوب یخ 0°C می‌شود:



۱۴۵- گزینه ۳ چون تغییرات انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل فقط تابع تغییرات دمای مطلق گاز است و به نوع فرایند بستگی ندارد، بنابراین تغییرات انرژی درونی طی هر دو فرایند یکسان است. بی‌دررو هم‌فشار $\Delta U_{\text{هم‌فشار}} = \Delta U$



در فرایند AD که بی‌دررو است گرمای مبادله شده صفر است. در فرایند AC که هم‌دما است تغییرات انرژی درونی درونی برابر با صفر است:

$$\Delta U_{AC} = Q_{AC} + W_{AC} \xrightarrow{\Delta U_{AC}=0} Q_{AC} = -W_{AC} \quad (1)$$

در فرایند AB که هم‌فشار است، دما از T_1 به T_2 رسیده است یعنی انرژی درونی زیاد شده است.

$$\Delta U > 0 \Rightarrow \Delta U = Q + W$$

چون فرایند انبساطی است $W_{AB} < 0$ است و چون $\Delta U > 0$ پس:

$$|Q_{AB}| > |W_{AB}| \quad (2)$$

$$Q_{AC} = |W_{AC}| \quad |W_{AB}| > |W_{AC}| \rightarrow Q_{AB} > Q_{AC}$$

اما سطح زیر نمودار AB بزرگ‌تر از AC است پس طبق روابط (۱) و (۲):

$$Q_{AB} > Q_{AC} > Q_{AD} = 0$$

تغییر انرژی درونی گاز در هر دو مسیر ACB و ADB یکسان است.

$$\Delta U_{ACB} = \Delta U_{ADB}$$

چون گاز منبسط شده است کار محیط روی دستگاه منفی است ($W_{ACB} = -150 \text{ J}$)، در این صورت:

$$\Delta U_{ACB} = W + Q = -150 + 80 = -70 \text{ J}$$

از طرفی در مسیر ADB تغییر انرژی درونی برابر است با:

$$\Delta U_{ADB} = \Delta U_{AD} + \Delta U_{DB} = W_{AD} + Q_{AD} + W_{DB} + Q_{DB}$$

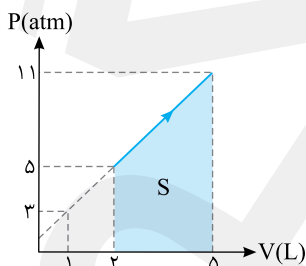
گاز منبسط شده است، پس W_{AD} منفی است.

$$\Delta U_{ADB} = \Delta U_{ACB} \Rightarrow -70 + Q_{DB} = -70 \Rightarrow Q_{DB} = 0$$

$$U \propto T$$

انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی متناسب با دمای مطلق آن است:

$$\begin{cases} \frac{U_D}{U_A} = \frac{T_D}{T_A} \\ T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow T \propto PV \end{cases} \Rightarrow \frac{U_D}{U_A} = \frac{P_D V_D}{P_A V_A} \Rightarrow \frac{U_D}{U_A} = \frac{1 \times 3}{2 \times 1} = 1/2 \Rightarrow \frac{U_D}{50} = 1/2 \Rightarrow U_D = 25 \text{ J}$$



ابتدا با توجه به داده‌های مسئله نمودار P-V را رسم کرده سپس به کمک سطح محصور بین نمودار و محور حجم، کار انجام شده توسط گاز را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = 2L \Rightarrow P_1 = (2 \times 2) + 1 = 5 \text{ atm}$$

$$V_2 = 5L \Rightarrow P_2 = (2 \times 5) + 1 = 11 \text{ atm}$$

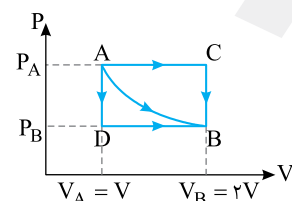
$$S = |W| \Rightarrow W = \frac{5+11}{2} \times 1.5 \times 3 \times 10^{-3} = 2400 \text{ J} = 2.4 \text{ kJ}$$

چون گاز منبسط شده است کار محیط روی دستگاه منفی و کار انجام شده توسط گاز مثبت است.

نکته: به طور کلی در یک فرایند گاز آرمانی وقتی فشار با حجم دارای یک رابطه خطی باشد کار محیط روی دستگاه با توجه به نمودار رسم شده برابر خواهد شد با:

$$W = -\frac{P_2 + P_1}{2} \Delta V$$

(توجه داشته باشید که واحدها در SI باشند.)



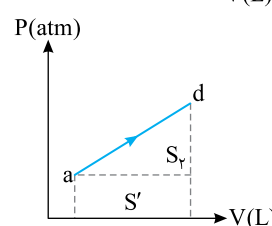
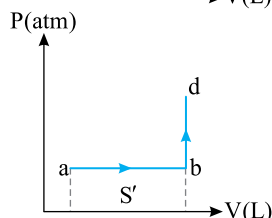
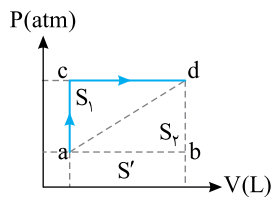
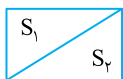
نمودار P-V هر سه فرایند را رسم می‌کنیم. در فرایند هم‌دما AB داریم:

$$P_A V_A = P_B V_B \xrightarrow{V_B = 2V_A} P_B = \frac{P_A}{2}$$

$$W' = P \Delta V$$

کار انجام شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار برابر است با:

$$W'_{ACB} = (P_A \times V) + 0 = P_A V, \quad W'_{ADB} = 0 + P_B \times V = \frac{P_A}{2} \times V = \frac{P_A}{2} V \Rightarrow W'_{ACB} = 2W'_{ADB}$$



۱۵۱- گزینه ۱ خط فکری: در مستطیل با رسم یک قطر مساحت مستطیل به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود. $S_1 = S_2 \Rightarrow S_{\text{مستطیل}} = 2S_2$

راه حل اول: در فرایندهای ترمودینامیک سطح زیر نمودار $P - V$ برابر کاری است که روی گاز انجام شده:

فرایند انبساطی

$$W_{acd} = -(S_1 + S_2 + S') = -500 \Rightarrow 2S_1 + S' = 500 \text{ J}$$

$$W_{abd} = -S' = -300 \text{ J} \Rightarrow S' = 300 \text{ J}$$

$$2S_1 + 300 = 500 \Rightarrow S_1 = 100 \text{ J}$$

$$W_{ad} = -(S_2 + S') = -(100 + 300) = -400 \text{ J}$$

راه حل دوم: سطح زیر نمودار ad برابر $S_2 + S'$ می‌شود پس می‌توان گفت که مساحت زیر نمودار ad برابر میانگین سطح زیر نمودار acd و abd است.

$$\frac{W_{acd} + W_{abd}}{2} = \frac{-((2S_1 + S') + S')}{2} = -(S_1 + S')$$

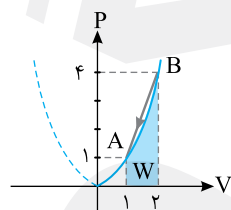
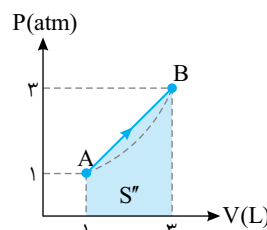
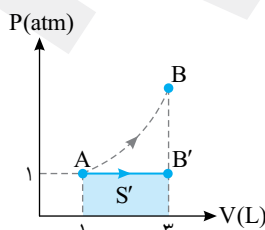
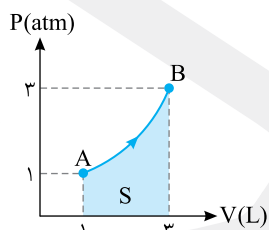
$$\frac{W_{acd} + W_{abd}}{2} = \frac{(-500) + (-300)}{2} = -400 \text{ J}$$

۱۵۲- گزینه ۳ کاری که روی گاز انجام می‌شود برابر سطح زیر نمودار $P - V$ است این سطح مطمئناً از سطح زیر نمودار AB' بیشتر و از سطح زیر نمودار AB (که به صورت خط راست کشیده شده) کوچک‌تر است:

$$S' = -(10^5 \times (3-1) \times 10^{-3}) = -200 \text{ J}$$

$$S'' = -\left(\frac{2 \times 10^5 \times ((3+1) \times 10^{-3})}{2}\right) = -400 \text{ J}$$

کاری که روی گاز انجام شده بین -200 J تا -400 J به دست آمده پس کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد بین 200 J تا 400 J است که تنها گزینه (۳) درست است.



$$S_{\text{دورزنه}} = \left(\frac{4+1}{2}\right) \times 1 = 2.5$$

$$W > 0, W < 2.5 \text{ J}$$

۱۵۳- گزینه ۲ نمودار $P - V$ قسمتی از یک سهمی مطابق شکل است. سطح رنگی از سطح دورزنه کمتر است، چون گاز متراکم شده است، داریم:

۱۵۴- گزینه ۳ خط فکری: نقطه ابتدایی و انتهایی هر دو مسیر یکسان است پس تغییر انرژی درونی در هر دو مسیر یکسان است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2$$

تغییر انرژی درونی را در مسیر (۱) که اطلاعات آن را داریم به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_1 = \Delta U_{\text{تراکم بی دررو}} + \Delta U_{\text{انبساط بی دررو}} + \Delta U_{\text{انبساط هم‌دما}}$$

$$\frac{\Delta U_{\text{هم‌دما}}}{\Delta U_{\text{بی دررو}} = W_{\text{بی دررو}}} \rightarrow \Delta U = 0 + (-40) + 0 + (25) = -15 \text{ J}$$

فرایند تراکمی است. فرایند انبساطی است.

در مسیر (۲) مطابق شکل فرایندهای AB و CD هم‌حجم بوده و $W_{\text{هم‌حجم}} = 0$ است و در فرایند BC با توجه به سطح زیر نمودار می‌توان کار فرایند هم‌فشار را به دست آورد.

$$\Delta U_2 = \Delta U_1 = -15 \text{ J} \Rightarrow \Delta U_2 = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} = -15 \text{ J} \Rightarrow \Delta U_2 = Q_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CD} = -15 \text{ J}$$

$$\Delta U_2 = Q_{AB} + Q_{BC} + (-0.1 \times 10^5 \times 10^{-3}) + Q_{CD} = -15 \text{ J} \Rightarrow \Delta U_2 = Q_{AB} + Q_{BC} - 10 + Q_{CD} = -15 \text{ J} \Rightarrow Q_{CD} = -5 \text{ J}$$

۱۵۵- گزینه ۳

(۱) علامت گرما و کار با هم متفاوت است:

$$\Delta U = Q + W$$

$$|Q| > |W|$$

منفی مثبت
↑ ↑

(۲) مقدار گرما همواره از مقدار کار بیشتر است:

بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) با توجه به علامت کار و گرما نادرست است.

چون در انرژی درونی مطابق معادله بالا از مقدار گرما به اندازه کار کاهش می‌یابد پس $\Delta U < Q$ است و گزینه (۳) درست است که نمودار مربوط به Q بالاتر از ΔU قرار گرفته است.

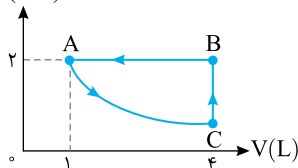
$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 4 \times 2 = P \times 5 \Rightarrow P = 1/5 \text{ atm}$$

$$P_C V_C = nRT_C \Rightarrow 1/5 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 1 \times 8 T_C \Rightarrow T_C = 100 \text{ K}$$

دما در نقاط C و B یکسان است.

۲۱۹- گزینه ۱

P(atm)



در یک چرخه $\Delta U = 0$ بنابراین:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{AC} + \underbrace{Q_{CB} + Q_{BA}}_{-250} + W_{AC} + W_{CB} + W_{BA} = 0$$

چون چرخه به صورت پادساعتگرد است $W_{\text{کل}} > 0$ پس $Q_{\text{کل}} < 0$:

$$-250 + W_{AC} + W_{BA} = 0 \Rightarrow -250 + W_{AC} - 2 \times 10^5 \times (-3 \times 10^{-3}) = 0 \Rightarrow W_{AC} = -600 + 250 = -350 \text{ J}$$

پس کار انجام شده توسط دستگاه 350 J می‌شود.

۲۲۱- گزینه ۳

بررسی گزینه (۱): در فرایند BC: حجم در فرایند هم‌فشار کاهش یافته از این رو دما نیز کاهش

می‌یابد پس گاز گرما از دست می‌دهد و در فرایند هم‌حجم CA فشار و در نتیجه دما افزایش یافته و گاز گرما گرفته است.

بنابراین گزینه (۱) نادرست است (دقت کنید که طبق $PV = nRT$ وقتی (PV) زیاد می‌شود، دما هم زیاد می‌شود).

بررسی گزینه (۲): با توجه به اینکه در چرخه و در فرایند هم‌دما برای یک گاز کامل تغییرات انرژی درونی صفر است، داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \xrightarrow{\Delta U_{AB} = 0} \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} + (W_{CA} + Q_{CA}) = 0$$

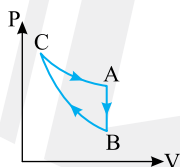
بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

بررسی گزینه (۳): فرایند AB هم‌دماست از این رو $T_A = T_B$ است. بنابراین:

$$\Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = 0 \xrightarrow{W_{CA} = 0} |\Delta U_{BC}| = |Q_{CA}|$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

بررسی گزینه (۴): قدر مطلق سطح زیر نمودار BC کمتر از AB است پس $|W_{AB}| > |W_{BC}|$. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.



۲۲۲- گزینه ۲

می‌دانیم به ازای یک تغییر حجم معین، همواره اندازه تغییر فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از فرایند هم‌دما است. بنابراین فرایند BC فرایند بی‌دررو و فرایند CA هم‌دما است.

در فرایند هم‌حجم AB، چون فشار کاهش یافته است، $T_B < T_A$ می‌شود و در نتیجه $Q_{AB} < 0$ است. در فرایند

بی‌دررو BC، چون $\Delta U_{BC} = W_{BC}$ ، $Q = 0$ می‌باشد و با توجه به اینکه حجم گاز کاهش یافته است ($V_C < V_B$)

بنابراین $W_{BC} > 0$ است و در نتیجه $\Delta U_{BC} > 0$ خواهد بود.

در فرایند هم‌دما CA، چون $\Delta U_{CA} = 0$ است، $Q_{CA} = -W_{CA}$ می‌باشد و چون حجم گاز افزایش یافته است ($V_A > V_C$)، بنابراین $W_{CA} < 0$ می‌شود و

در نتیجه $Q_{CA} > 0$ خواهد بود.

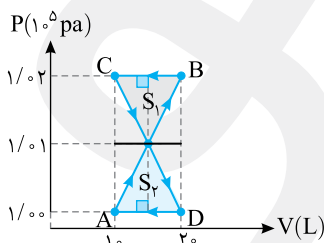
۲۲۳- گزینه ۳

خط فکری: گاز یک چرخه را طی کرده و می‌دانیم در چرخه:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$$

همچنین کار روی گاز در چرخه برابر سطح محصور در نمودار P-V فرایند است که اگر ساعتگرد باشد $W < 0$ و اگر

پادساعتگرد باشد $W > 0$ خواهد بود:



$$\text{پادساعتگرد است } S_1 \Rightarrow W_1 = +S_1 = +\frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \times ((1/0 - 1/00) \times 10^5) \times ((2/0 - 1/0) \times 10^{-3}) = +5 \text{ J}$$

$$\text{ساعتگرد است } S_2 \Rightarrow W_2 = -S_2 = -\frac{1}{2} \times ((1/0 - 1/00) \times 10^5) \times ((2/0 - 1/0) \times 10^{-3}) = -5 \text{ J}$$

$$W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 = 5 + (-5) = 0 \xrightarrow{Q = -W} Q = 0$$

دقت کنید با توجه به هندسه‌ای که خوانده‌اید دو مثلث با هم متساوی بوده و از همان ابتدا مشخص است S_1 و S_2 با هم برابر است و چون یکی ساعتگرد و دیگری پادساعتگرد است، کار کل صفر می‌شود.



$$Q_L = Q_H - W = 1200 - 300 = 900 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{300}{1200} = 0.25$$

$$Q'_L = \frac{90}{100} \times 900 = 810 \text{ J}$$

$$\eta' = 1 - \frac{Q'_L}{Q_H} = 1 - \frac{810}{1200} = \frac{390}{1200} = 0.325$$

$$\eta' - \eta = 0.325 - 0.25 = 0.075$$

۲۲۴- گزینه ۴ ابتدا گرمای تلف شده در حالت اول را به دست می آوریم:

بازده در حالت اول:

اگر گرمای تلف شده، ۵٪ کم شود مقدار جدید آن خواهد شد:

بازده جدید:

بازده برحسب درصد ۳/۷۵ درصد افزایش می یابد.

۲۲۵- گزینه ۳ خط فکری: محاسبه نشان می دهد که با بالا بردن نسبت تراکم یا انبساط (r) بازده ماشین های درون سوز بنزینی بیشتر می شود، بنابراین:

$$\begin{cases} r_B = \frac{V_f}{V_1} \\ r_A = \frac{V_2}{V_f} \end{cases} \Rightarrow r_B > r_A \Rightarrow \eta_B > \eta_A$$

۲۲۶- گزینه ۱ ۲۵ درصد Q_H یا $\frac{25}{100} Q_H$ به Q_L و Q_H اضافه شده است:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

کسر را تفکیک می کنیم

$$\eta' = 1 - \frac{|Q_L| + \frac{25}{100} Q_H}{Q_H + \frac{25}{100} Q_H} \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{|Q_L| + \frac{Q_H}{4}}{\frac{4}{5} Q_H} = 1 - \left(\frac{4}{5} \frac{|Q_L|}{Q_H} + \frac{1}{5} \right) \Rightarrow \eta' = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \frac{|Q_L|}{Q_H} = \frac{4}{5} \left(1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \right) = \frac{4}{5} \eta$$

۲۲۷- گزینه ۴ باید گرمایی را که ماشین گرمایی اول به چشمه سرد (منبع دمای پایین) می دهد به کمک بازده به دست آوریم:

$$\eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_H} \Rightarrow |W_1| = \eta_1 Q_H \quad (1) \quad , \quad Q_H = |W_1| + |Q_{L1}| \Rightarrow Q_H = \eta_1 Q_H + |Q_{L1}| \Rightarrow |Q_{L1}| = (1 - \eta_1) Q_H$$

$$|Q_{L1}| = Q_{Hr} = (1 - \eta_1) Q_H \quad \text{برای ماشین گرمایی دوم گرمایی اول به چشمه گرم (منبع دمای بالا) دریافت می کند:}$$

$$\eta_r = \frac{|W_r|}{Q_{Hr}} \Rightarrow \eta_r = \frac{|W_r|}{Q_H (1 - \eta_1)} \Rightarrow |W_r| = \eta_r (1 - \eta_1) Q_H \quad (2)$$

بازده را برای ماشین گرمایی دوم می نویسیم:

$$\frac{|W_1|}{|W_r|} = \frac{\eta_1}{\eta_r (1 - \eta_1)}$$

حال رابطه (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می کنیم:

۲۲۸- گزینه ۲ توان الکتریکی هر دو یخچال یکسان است یعنی کاری که روی یخچال ها انجام می شود (W) با هم برابر است، با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$A \text{ یخچال: } |Q_{HA}| = |Q_{LA}| + W \Rightarrow W = |Q_{HA}| - |Q_{LA}| \Rightarrow W = Q - Q_{LA}$$

$$B \text{ یخچال: } |Q_{HB}| = |Q_{LB}| + W \Rightarrow W = |Q_{HB}| - |Q_{LB}| \Rightarrow W = 2Q - Q_{LB}$$

با توجه به اینکه سمت چپ هر دو معادله یکسان است پس باید سمت راست دو معادله با هم برابر باشد.

$$Q - Q_{LA} = 2Q - Q_{LB} \Rightarrow Q_{LB} - Q_{LA} = Q$$

$$Q_L = 4W$$

$$|Q_H| = Q_L + W \Rightarrow 50 = 4W + W \Rightarrow W = 10 \text{ kJ}$$

۲۲۹- گزینه ۲ با توجه به سؤال $\frac{Q_L}{W} = 4$ است:

کار به دست آمده کار مفید است و با توجه به بازده ۴۰٪ یعنی $\frac{40}{100}$ کار کل یا انرژی الکتریکی کل به کار تبدیل شده بنابراین:

$$\frac{0.4}{1} \times \frac{10 \text{ kJ}}{E_{\text{الکتریکی}}} \Rightarrow E_{\text{الکتریکی}} = 25 \text{ kJ}$$

۲۳۰- گزینه ۳ هنگامی که در یخچال باز باشد همه اجسام درون اتاق جزئی از یخچال خواهند بود. در این حالت تمام اجسام درون اتاق و هوای اتاق، چشمه سرد

به حساب می آیند که موتور باید با انجام کار از آن ها گرما دریافت کند، بنابراین موتور باید کار بیشتری انجام دهد و این کار موتور یخچال به صورت گرما به محیط داده

می شود ($W = |Q_H| - |Q_L|$) و سبب افزایش دمای اتاق می شود. وقتی در یخچان قدیمی را باز کنیم، یخ برای ذوب از هوا و اجسام درون اتاق گرما می گیرد و هوای

اتاق خنک می شود یعنی دمای اتاق پایین می آید.

۲۳۱- گزینه ۴

(B)

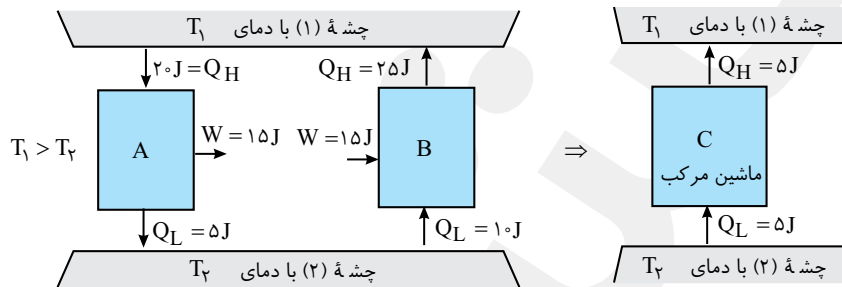
بازده ماشین گرمایی $\frac{W}{Q_H}$ است که آن را با η نشان داده است.

$$|Q_H| = Q_L + W \Rightarrow Q_L = |Q_H| - W \Rightarrow \frac{Q_L}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1 \xrightarrow{\eta = \frac{W}{Q_H}} \frac{Q_L}{W} = \frac{1}{\eta} - 1$$

خواسته سؤال $\frac{Q_L}{W}$ یخچال است:

۲۳۲- گزینه ۲

(C)



در شکل بالا ماشین گرمایی A از چشمه گرم (T_1) ، گرمای 20 ژول را می‌گیرد، 15 ژول کار به محیط و 5 ژول گرما را به چشمه سرد (T_2) می‌دهد. حال فرض می‌کنیم که یخچال B با گرفتن 15 ژول کار از محیط، 10 ژول گرما را از چشمه سرد می‌گیرد و 25 ژول گرما به چشمه گرم منتقل می‌کند اکنون مجموع A و B را یک ماشین مرکب در نظر بگیرید، مجموع کار مبادله شده این ماشین با محیط صفر است. این ماشین مرکب بدون گرفتن کار از محیط، 5 ژول گرما را از چشمه سرد به چشمه گرم شارش می‌دهد که با بیان یخچالی قانون دوم ترمودینامیک در تناقض است و قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند. توجه کنید که قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود، زیرا در کل فرایند $\Delta U = 0$ است.