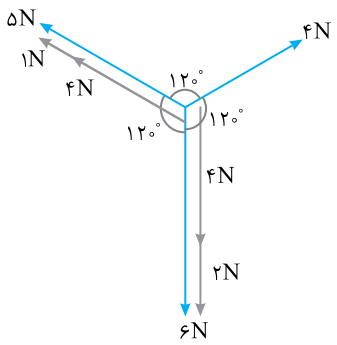
فصل اول
حرکت‌شناسی

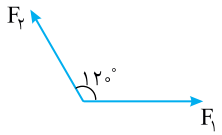
فصل اول: حرکت‌شناسی

پاسخ‌های تشریحی



B ۱- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم سه نیروی هم‌اندازه ۴N دو به دو با هم زاویه‌ی ۱۲۰° در این صورت برآیند آن‌ها صفر است و تنها دو نیروی ۱N و ۲N با زاویه‌ی ۱۲۰° باقی می‌ماند که برآیند آن‌ها خواهد شد.

$$R^2=1^2+2^2+1\times2\times2\cos120^\circ=5+4(-\frac{1}{2})\Rightarrow R=\sqrt{3}$$



A ۲- گزینه‌ی ۱ اندازه نیروی برآیند را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2\xrightarrow{F_1=F_2}|\sum\vec{F}|=\sqrt{2F^2+2F^2\cos\theta}=\sqrt{2F^2(1+\cos\theta)}$$

$$=\sqrt{2F^2\times2\cos^2\frac{\theta}{2}}\Rightarrow|\sum\vec{F}|=2F\cos\frac{\theta}{2}\xrightarrow{\theta=120^\circ}|\sum\vec{F}|=F$$

بنابراین چون نیروی برآیند با یکی از نیروها برابر است، اگر یکی از نیروها نیز به جسم وارد شود به جسم شتاب $3\frac{m}{s^2}$ می‌دهد:

$$a=\frac{|\sum\vec{F}|}{m}\quad,\quad a'=\frac{F}{m}\xrightarrow{F=|\sum\vec{F}|}a'=a=3\frac{m}{s^2}$$

A ۳- گزینه‌ی ۱ هرگاه، جسم در حال تعادل باشد، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، پس بزرگی هر نیرو برابر بزرگی برآیند دو نیروی دیگر است و با حذف نیروی ۱۲N، دو نیروی ۶N و ۸N باقی می‌ماند که بزرگی برآیند آن‌ها در این تست ۱۲N است.

$$F=ma\Rightarrow12=4a\Rightarrow a=3\frac{m}{s^2}$$

A ۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی برآیند دو بردار داریم:

$$F^2=F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta\Rightarrow F^2=5^2+10^2+2\times5\times10\times(-\frac{1}{2})=5^2(1+4-2)\Rightarrow F=5\sqrt{3}N$$

B ۵- گزینه‌ی ۳ به کمک رابطه‌ی برآیند دو بردار مسأله به راحتی قابل حل است.

$$R^2=F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha\Rightarrow4900=900+F_2^2+2\times30\times F_2\times\frac{1}{2}\Rightarrow F_2^2+30F_2-4000=0$$

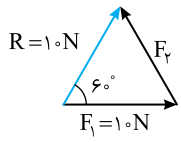
$$\Rightarrow(F_2-50)(F_2+80)=0\Rightarrow F_2=50N$$

A ۶- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی برآیند دو بردار هم‌اندازه می‌توان نوشت:

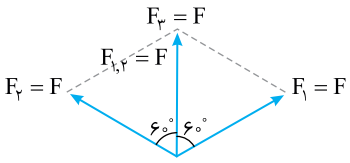
$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{2F\cos\frac{\alpha}{2}}{2F\cos\frac{\beta}{2}}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}}\Rightarrow\cos\frac{\beta}{2}=2\cos\frac{\alpha}{2}$$

A ۷- گزینه‌ی ۲ برآیند دو نیرو برابر $\sqrt{2}F$ و به سوی شمال شرقی است، پس باید نیرویی برابر $\sqrt{2}F$ در جهت جنوب غربی به ذره وارد شود تا ذره در تعادل قرار گیرد.

A ۸- گزینه‌ی ۳ بیشینه‌ی مقدار جابه‌جایی برابر $4+3=7m$ و کمینه‌ی آن برابر $4-3=1m$ است بنابراین باید بزرگی برآیند جابه‌جایی‌ها بین ۱m و ۷m باشد که ۱/۵m بین این دو مقدار است.



Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به روش مثلث، شکل روبه‌رو را می‌کشیم. مثلث حاصل یک متساوی‌الاضلاع است، بنابراین $F_۲=۱۰N$ خواهد بود.

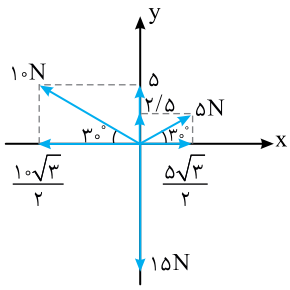


Ⓑ ۱۰- گزینه‌ی ۳ شکل مسأله را رسم می‌کنیم دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ در دو طرف نیروی سوم است.

برآیند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ برابر F و منطبق بر $F_۳$ بوده بنابراین برآیند سه نیرو برابر $F+F=۲F$ است.

Ⓑ ۱۱- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی اندازه بردار برآیند را نوشته و فرض‌های مسأله را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.

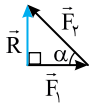
$$\begin{cases}|\vec{F}+\vec{F}'|^۲=F^۲+F'^۲+۲FF'\cos\alpha\\ |\vec{F}|=۲|\vec{F}'|\\ |\vec{F}+\vec{F}'|=|\vec{F}'|\end{cases}\Rightarrow F'^۲=۴F'^۲+F'^۲+۴F'^۲\cos\alpha\Rightarrow\cos\alpha=-۱\Rightarrow\alpha=\pi$$



Ⓐ ۱۲- گزینه‌ی ۳ مطابق شکل، سه بردار را رسم می‌کنیم؛ نیروها را تجزیه کرده و برآیند آن‌ها را در دو راستای x و y نوشته و سپس برآیند کلی را به‌دست‌می‌آوریم:

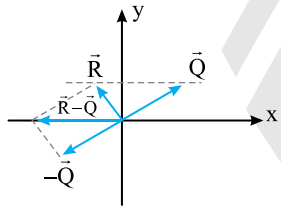
$$\sum F_x=۵\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=-\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}N\ ,\ \sum F_y=۵\times\frac{۱}{۲}+۱۰\times\frac{۱}{۲}-۱۵=-\frac{۱۵}{۲}N$$

$$F=\sqrt{\frac{۷۵}{۴}+\frac{۲۲۵}{۴}}=\sqrt{\frac{۳۰۰}{۴}}=\sqrt{۷۵}=۵\sqrt{۳}N$$



Ⓑ ۱۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به روش مثلث، شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم:

$$R=\frac{۱}{۲}F_۱\ ,\ F_۲^۲=R^۲+F_۱^۲\Rightarrow F_۲^۲=\frac{۱}{۴}F_۱^۲+F_۱^۲\Rightarrow F_۲^۲=\frac{۵}{۴}F_۱^۲\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$$



Ⓑ ۱۴- گزینه‌ی ۲ برای یافتن بردار $\vec{R}-\vec{Q}$ کافی است بردار برآیند $\vec{R}$ و $-\vec{Q}$ را به‌دست آوریم.

از این رو ابتدا قرینه‌ی بردار Q را رسم می‌کنیم البته نکته‌ی بسیار ظریفی در این تست وجود دارد و آن وجود خط چینی است که مشخص می‌کند مؤلفه y دو بردار Q و R برابرند $(R_y=Q_y)$.

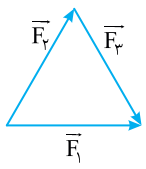
بنابراین وقتی بردار $-Q$ را رسم می‌کنیم مؤلفه‌ی y آن مؤلفه‌ی y بردار R را خنثی کرده و بردار $\vec{R}-\vec{Q}$ روی محور yها مؤلفه‌ای نداشته و در امتداد محور xها خواهد بود.

Ⓑ ۱۵- گزینه‌ی ۱ بزرگی تفاضل دو بردار هم‌اندازه برابر مقدار زیر است:

$$R'=۲F\sin\frac{\theta}{۲}\xrightarrow{R'\le F\ \text{فرض مسأله}}۲\sin\frac{\theta}{۲}\le۱\Rightarrow\sin\frac{\theta}{۲}\le\frac{۱}{۲}\Rightarrow۰\le\frac{\theta}{۲}\le۳۰^\circ\Rightarrow۰\le\theta\le۶۰^\circ$$

Ⓐ ۱۶- گزینه‌ی ۳ دقت کنید اگر بخواهیم در حل این مسأله از روابط $R=۲F\cos\frac{\alpha}{۲}$ و $R'=۲F\sin\frac{\alpha}{۲}$ استفاده کنیم به مقدار $\cos\frac{۳۷^\circ}{۲}$ و $\sin\frac{۳۷^\circ}{۲}$ برمی‌خوریم و نمی‌توانیم مسأله را حل کنیم از این‌رو روابط اصلی برآیند و تفاضل را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{R^۲}{R'^۲}=\frac{F^۲+F^۲+۲F.F\cos۳۷^\circ}{F^۲+F^۲-۲F.F\cos۳۷^\circ}=\frac{۱+\cos۳۷^\circ}{۱-\cos۳۷^\circ}=\frac{۱/۸}{۰/۲}=۹\Rightarrow\frac{R}{R'}=۳$$



Ⓐ ۱۷- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل داریم:

$$\vec{F}_۳=\vec{F}_۱-\vec{F}_۲$$

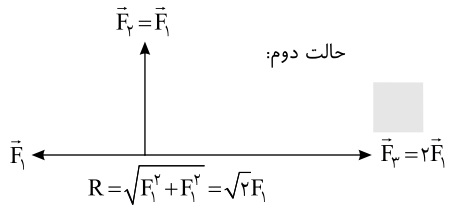
در این صورت:

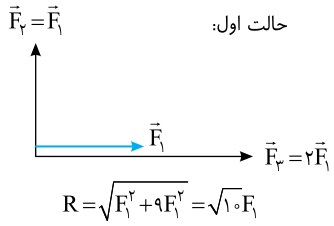
$$\vec{F}_۱-\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=\vec{F}_۳+\vec{F}_۳=۲\vec{F}_۳$$

۱۸- گزینه‌ی ۴ (B)

$$|\vec{F}_1-\vec{F}_2|=|\vec{F}_1+\vec{F}_2|\Rightarrow \vec{F}_1\perp\vec{F}_2 \quad , \quad (\vec{F}_1-\vec{F}_2)\perp(\vec{F}_1+\vec{F}_2)\Rightarrow \vec{F}_1=\vec{F}_2$$

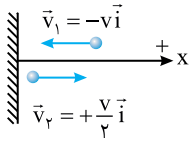
از رابطه‌ی (الف) و (ب) مشخص شد بزرگی دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ برابر و بر هم عمودند. از رابطه‌ی (پ) مشخص می‌شود که $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ نیز بر هم عمودند، پس $\vec{F}_3$ در راستای $\vec{F}_1$ است. با توجه به فرض مسأله $\vec{F}_1=\vec{F}_2=\frac{\vec{F}_3}{2}$ و نتایج فوق، دو حالت مطابق شکل‌های زیر است:





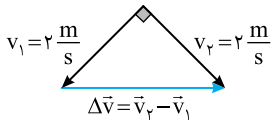
۱۹- گزینه‌ی ۳ (B) اعداد ۷/۵، ۱۰ و ۱۲/۵ ضرایب ۳ $(3\times 2/5=7/5)$، ۴ و ۵ $(5\times 2/5=12/5)$ و اعداد فیثاغورثی هستند، پس دو بردار بر هم عمودند. هرگاه دو بردار بر هم عمود باشند، تفاضل و برآیند دو بردار هم‌اندازه و اندازه‌ی بردار تفاضل نیز ۱۲/۵ است.

۲۰- گزینه‌ی ۲ (B) اگر سرعت برخورد به دیوار $\vec{v}_1=-v\vec{i}$ باشد، باید سرعت برگشت را $\vec{v}_2=\frac{v}{2}\vec{i}$ در نظر گرفت.



$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1=\frac{v}{2}\vec{i}-(-v\vec{i})=\frac{3}{2}v\vec{i}$$

۲۱- گزینه‌ی ۲ (B) هم‌سنگ دو بردار سرعت v را از یک نقطه رسم می‌کنیم، سپس بزرگی بردار تفاضل را به دست می‌آوریم:

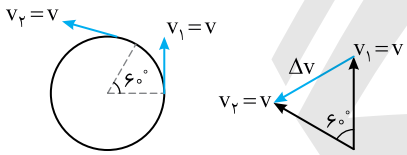


$$\Delta v=2v\sin\frac{\theta}{2}\Rightarrow \Delta v=2\times 2\times\sin 45^\circ=2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

۲۲- گزینه‌ی ۲ (B)

تذکر: بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است.

وقتی متحرک $\frac{1}{6}$ محیط دایره را طی می‌کند، مطابق شکل 60° روی دایره دوران کرده است.



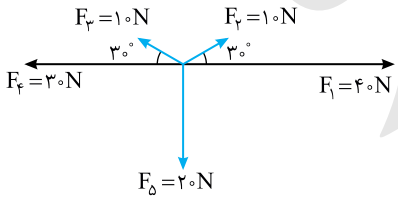
هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم با توجه به شکل بردار تفاضل را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v=2v\sin\frac{60^\circ}{2}\Rightarrow \Delta v=v$$

۲۳- گزینه‌ی ۴ (A) هرگاه $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ باشد، متوازی‌الاضلاعی که بر دو بردار بنا می‌شود لوزی است و برآیند آن‌ها نیمساز زاویه‌ی بین دو بردار است. از طرفی قطرهای لوزی بر هم عمودند.

۲۴- گزینه‌ی ۴ (B) برآیند دو نیروی F_1 و F_4 برابر است با: $F_{1,4}=40-30=10N$

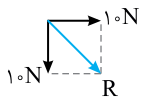
برآیند دو نیروی F_2 و F_3 که زاویه‌ی بین آن‌ها 120° است برابر است با:



$$F_{2,3}=2\times 10\cos\frac{120^\circ}{2}=10N$$

برآیند دو نیروی F_5 و $F_{2,3}$ برابر است با: $20-10=10N$

سرانجام دو نیروی $10N$ به سوی راست و $10N$ رو به پایین وجود دارد که برآیند آن‌ها $10\sqrt{2}N$ است.



$$R=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}N$$

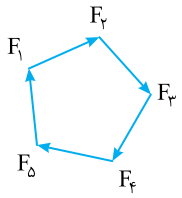
C **۲۵- گزینه‌ی ۴** هرگاه دو بردار هم‌اندازه با هم زاویه‌ی $\frac{۳۶۰^\circ}{۲}=۱۸۰^\circ$ بسازند برآیند آن‌ها صفر می‌شود.

هرگاه سه بردار هم‌اندازه با هم زاویه‌ی $\frac{۳۶۰^\circ}{۳}=۱۲۰^\circ$ بسازند برآیند آن‌ها صفر می‌شود.

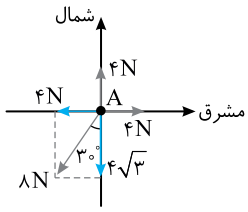
هرگاه چهار بردار هم‌اندازه با هم زاویه‌ی $\frac{۳۶۰^\circ}{۴}=۹۰^\circ$ بسازند برآیند آن‌ها صفر می‌شود.

هرگاه پنج بردار هم‌اندازه با هم زاویه‌ی $\frac{۳۶۰^\circ}{۵}=۷۲^\circ$ بسازند برآیند آن‌ها صفر می‌شود.

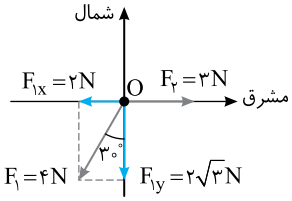
نتیجه: می‌توان اثبات کرد هرگاه n بردار هم‌اندازه در یک صفحه دوبه‌دو با هم زاویه‌ی یکسان و برابر $\frac{۳۶۰}{n}$ بسازند تشکیل یک چندضلعی منتظم می‌دهند و برآیند آن‌ها صفر است.



B **۲۶- گزینه‌ی ۱** نیروها را تجزیه می‌کنیم. پس از تجزیه‌ی نیروی ۸N مشخص است که جمع مؤلفه‌ها در راستای مشرق - مغرب صفر است و در راستای شمال - جنوب، برآیند رو به جنوب است و ذره به سوی جنوب حرکت می‌کند.



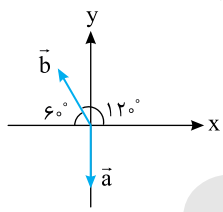
B **۲۷- گزینه‌ی ۱** برای آن‌که نقطه‌ی مادی به سوی جنوب حرکت کند، باید برآیند نیروها در راستای مشرق - مغرب صفر شود، پس نیروها را تجزیه می‌کنیم. اگر به شکل دقت کنید، کافی است در امتداد مغرب به شکل، نیروی ۱N اضافه گردد تا برآیند نیروها در راستای شرق - غرب صفر شود و نقطه‌ی مادی تحت تأثیر نیروی $F_{۱y}=-۲\sqrt{۳}$ به سوی جنوب برود.



A **۲۸- گزینه‌ی ۱** مسأله بسیار راحتی است کافی است سه بردار را با هم جمع کنیم.

$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=۵\vec{i}-\frac{۵}{۲}\vec{i}+\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}\vec{j}+\frac{۵}{۲}\vec{i}-\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}\vec{j}=۵\vec{i}$$

B **۲۹- گزینه‌ی ۲** چون بردار $\vec{a}$ در جهت منفی محور yها است با محور xها زاویه‌ی -۹۰° می‌سازد. زاویه‌ی بین بردار $\vec{b}$ و جهت مثبت محور xها را نیز به‌دست می‌آوریم:



$$\tan\theta=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=-\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۱۲۰^\circ$$

با توجه به شکل، زاویه‌ی بین a و b برابر است با: $۹۰^\circ+۶۰^\circ=۱۵۰^\circ$

تذکر: در هندسه‌ی تحلیلی این نوع تست را می‌توان به کمک ضرب نرده‌ای نیز حل کرد.

A **۳۰- گزینه‌ی ۲** زاویه‌ی بردار برآیند با جهت مثبت محور xها از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\tan\theta=\frac{\sum y}{\sum x}\Rightarrow\tan(۱۳۵^\circ)=\frac{۴+۵}{\alpha+۱}\Rightarrow-۱=\frac{۹}{\alpha+۱}\Rightarrow-\alpha-۱=۹\Rightarrow\alpha=-۱۰$$

B **۳۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به صورت مسأله، بردار $\vec{C}$ بر محور x عمود است، پس موازی محور yها است. $\vec{C}=\beta\vec{j}$

بردار $\vec{B}$ نیز با محور xها زاویه‌ی ۴۵° می‌سازد، پس مؤلفه‌های آن با هم برابر است و می‌توان نوشت: $\vec{B}=\alpha\vec{i}+\alpha\vec{j}$

بردار $\vec{A}$ برآیند دو بردار $\vec{B}$ و $\vec{C}$ است. در این صورت:

$$\vec{A}=\vec{B}+\vec{C}\Rightarrow۳\vec{i}+۵\vec{j}=\alpha\vec{i}+\alpha\vec{j}+\beta\vec{j}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۳\\ \alpha+\beta=۵\Rightarrow\beta=۲\end{cases}$$

در نتیجه بردار $\vec{C}$ برابر است با: $\vec{C}=۲\vec{j}$

۳۲- گزینه‌ی ۴ (B) اندازه‌ی بردار $\vec{A}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\sqrt{۹^۲+۱۲^۲}=۱۵$$

برآیند دو بردار را به‌دست می‌آوریم و برابر بردار $۱۵\vec{j}$ قرار می‌دهیم:

$$\vec{A}+\vec{B}=۱۵\vec{j}\Rightarrow(۹+B_x)\vec{i}+(۱۲+B_y)\vec{j}=۱۵\vec{j}\Rightarrow\begin{cases}۹+B_x=۰\Rightarrow B_x=-۹\\ ۱۲+B_y=۱۵\Rightarrow B_y=۳\end{cases}\Rightarrow\vec{B}=-۹\vec{i}+۳\vec{j}$$

بردار $\vec{A}-\vec{B}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{A}-\vec{B}=۹\vec{i}+۱۲\vec{j}-(-۹\vec{i}+۳\vec{j})=۱۸\vec{i}-۹\vec{j}$$

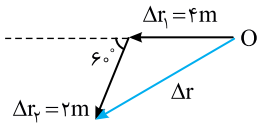
اندازه‌ی $\vec{A}-\vec{B}$ برابر خواهد شد با:

$$|\vec{A}-\vec{B}|=\sqrt{(۱۸)^۲+۹^۲}=۹\sqrt{۲^۲+۱^۲}=۹\sqrt{۵}$$

۳۳- گزینه‌ی ۲ (A) کافی است دو رابطه را از هم کم کنیم:

$$\vec{A}+\vec{B}-(\vec{A}-\vec{B})=۶\vec{i}+۸\vec{j}-(۲\vec{i}+۴\vec{j})\Rightarrow ۲\vec{B}=۴\vec{i}+۴\vec{j}\Rightarrow\vec{B}=۲\vec{i}+۲\vec{j}\Rightarrow|\vec{B}|=\sqrt{۲^۲+۲^۲}=۲\sqrt{۲}$$

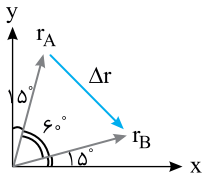
۳۴- گزینه‌ی ۴ (A) ابتدا یک شکل ساده از مسأله رسم می‌کنیم. جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند.



$$\Delta r=\sqrt{۴^۲+۲^۲+۲\times۲\times۴\times\cos۶۰^\circ}\Rightarrow\Delta r=\sqrt{۲۸}=۲\sqrt{۷}m$$

مسافت طی شده برابر مجموع طول مسیر ۴ متری و طول مسیر ۲ متری یعنی ۶m است.

۳۵- گزینه‌ی ۱ (B) بردار جابه‌جایی، برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند.

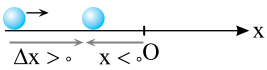


چون طول بردارهای r_A و r_B یکی است، پس:

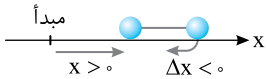
$$\Delta r=۲r\sin\frac{\alpha}{۲}\Rightarrow\Delta r=۲\times۲۰\sin\frac{۶۰^\circ}{۲}=۲۰m$$

البته می‌توان به سادگی به کمک این مطلب که مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است، پی برد که $\Delta r=۲۰m$ است.

۳۶- گزینه‌ی ۴ (B) با توجه به شکل روبه‌رو متحرک در جهت مثبت محور جابه‌جا شده اما مکان‌های آن منفی بوده است و گزینه‌ی (۱) درست است.



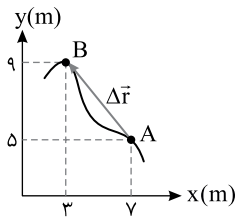
ممکن است متحرک در مکان مثبت در جهت مثبت جابه‌جا شده سپس تغییر جهت داده باشد و در جهت منفی جابه‌جا شود اما از مبدأ نگذرد و بردار مکان با آن‌که تغییر می‌کند اما تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



اگر متحرک در یک جهت از مبدأ بگذرد بردار مکان تغییر جهت می‌دهد اما جهت حرکت تغییر نمی‌کند و گزینه‌ی (۳) درست است. بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست و پاسخ تست است. (نادرستی آن نیز با توجه به شکل دوم کاملاً مشخص است).

۳۷- گزینه‌ی ۳ (B) اگر متحرک در یک جهت در حال حرکت از A به B برود $\frac{\Delta x}{d}=\pm۱$ خواهد شد. علامت مثبت برای هنگامی است که متحرک در جهت مثبت محور از A به B برود و علامت منفی برای زمانی است که متحرک در جهت منفی محور از A به B برود. اگر متحرک تغییر جهت داده باشد آن‌گاه $\frac{|\Delta x|}{d}<۱$ خواهد بود. d همواره مثبت است. اگر جابه‌جایی در جهت مثبت محور xها باشد $\frac{\Delta x}{d}>۰$ و اگر جابه‌جایی در جهت منفی محور xها باشد $\frac{\Delta x}{d}<۰$ است. بنابراین $-۱\le\frac{\Delta x}{d}\le۱$ خواهد بود و گزینه‌ی (۳) درست است.

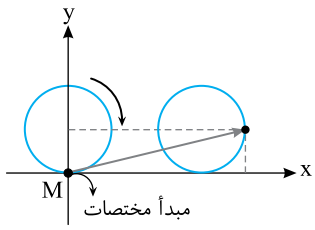
۳۸- گزینه‌ی ۲ (A) بردار مکان ذره در نقطه‌های A و B به ترتیب $\vec{r}_A=۷\vec{i}+۵\vec{j}$ و $\vec{r}_B=۳\vec{i}+۹\vec{j}$ می‌باشد و جابه‌جایی برابر خواهد شد با:



$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$$

$$\Delta\vec{r}=۳\vec{i}+۹\vec{j}-۷\vec{i}-۵\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r}=-۴\vec{i}+۴\vec{j}$$



B ۳۹- گزینه‌ی ۱ مطابق شکل وقتی حلقه روی سطح افقی به اندازه‌ی $\frac{۳}{۴}$ دور می‌چرخد نقطه‌ی M در امتداد سطح افقی به اندازه‌ی $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره جابه‌جا می‌شود و در امتداد قائم به اندازه‌ی شعاع دایره بالا می‌رود. بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x=\frac{۳}{۴}(۲\pi R) \Rightarrow \Delta x=\frac{۳}{۲}\pi\times ۱=\frac{۳}{۲}\pi\ m\\ \Delta y=R \Rightarrow \Delta y=۱m\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\vec{r}=\frac{۳}{۲}\pi\vec{i}+\vec{j}$$

B ۴۰- گزینه‌ی ۴ طبق صورت مسأله در هر قسمت مسیر، حرکت روی خط راست صورت گرفته است. مسافت طی شده در هر قسمت را به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{array}{l}d_۱=\sqrt{(۱-۲)^۲+(-۱+۳)^۲}=\sqrt{۵}m\\ d_۲=\sqrt{(۱-۱)^۲+(۱-(-۱))^۲}=۲m\end{array} \Rightarrow d=d_۱+d_۲=(\sqrt{۵}+۲)m$$

A ۴۱- گزینه‌ی ۱ جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. بنابراین در این مسأله جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_۳-\vec{r}_۱=(\vec{i}+\vec{j})-(۲\vec{i}-۳\vec{j})=-\vec{i}+۴\vec{j}$$

و بزرگی بردار جابه‌جایی برابر است با:

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{۱^۲+۴^۲}=\sqrt{۱۷}m$$

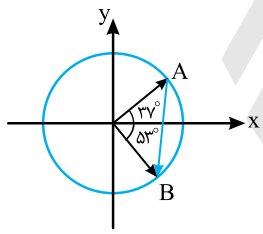
A ۴۲- گزینه‌ی ۴ جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر یعنی مکان $\vec{r}_۱$ به انتهای مسیر یعنی مکان $\vec{r}_۳$ رسم می‌شود و در این جابه‌جایی مکان $r_۲$ نقشی ندارد.

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_۳-\vec{r}_۱=۴\vec{i}-\vec{j}-(۲\vec{i}-۳\vec{j})=۲\vec{i}+۲\vec{j}$$

A ۴۳- گزینه‌ی ۲ برای به دست آوردن بردار جابه‌جایی باید تمام جابه‌جایی‌ها را با هم جمع کنیم:

$$\Delta\vec{r}=\Delta\vec{r}_۱+\Delta\vec{r}_۲+\Delta\vec{r}_۳=(۲\vec{i}-۳\vec{j})+(\vec{i}-\vec{j})+(\vec{i}+\vec{j})$$

$$\Delta\vec{r}=۴\vec{i}-۳\vec{j}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=\sqrt{۴^۲+(-۳)^۲}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۵m$$

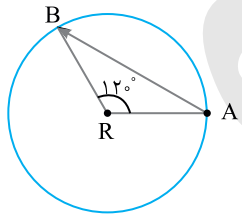


B ۴۴- گزینه‌ی ۳ ابتدا بردارهای مکان A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}_A=۸\cos ۳۷^\circ\vec{i}+۸\sin ۳۷^\circ\vec{j}=۶/۴\vec{i}+۴/۸\vec{j}$$

$$\vec{r}_B=۸\cos ۵۳^\circ\vec{i}-۸\sin ۵۳^\circ\vec{j}=۴/۸\vec{i}-۶/۴\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=۴/۸\vec{i}-۶/۴\vec{j}-۶/۴\vec{i}-۴/۸\vec{j}=-۱/۶\vec{i}-۱۱/۲\vec{j}$$

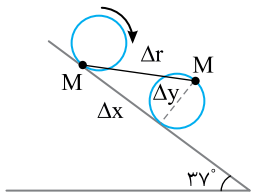


A ۴۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل، مسافت طی شده برابر طول کمان AB است که $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره یعنی $\frac{۱}{۳}۲\pi R$ می‌باشد و جابه‌جایی برابر با طول وتر AB است که برابر است با:

$$|\overrightarrow{AB}|=۲R\sin\frac{۱۲۰^\circ}{۲}\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{۳}R$$

بنابراین:

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{L به L ایی}}=\frac{\frac{۲}{۳}\pi R}{\sqrt{۳}R}=\frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}\pi}{۹}$$



B ۴۶- گزینه‌ی ۴ نقطه‌ی M پس از نیم دور چرخش به بالای استوانه منتقل می‌شود و به اندازه‌ی Δr جابه‌جا می‌شود. Δx و Δy را به دست می‌آوریم.

$$\Delta y=۲R=۲\times ۵\Rightarrow\Delta y=۱۰cm$$

$$\Delta x=\text{نصف محیط}\Rightarrow\Delta x=\pi\times R=۳\times ۵=۱۵cm$$

$$\Delta r=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲}=\sqrt{۱۵^۲+۱۰^۲}\Rightarrow\Delta r=۵\sqrt{۱۳}cm$$

۴۷- گزینه‌ی ۲ سرعت متوسط یک کمیت برداری می‌باشد که جهت آن در جهت بردار جابه‌جایی (تغییر مکان) است.

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

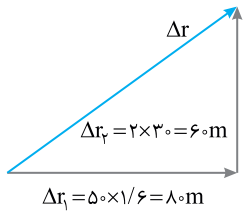
۴۸- گزینه‌ی ۱ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان است و جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند، در این صورت این ذره در مدت ۲۰s، جابه‌جایی اش برابر +۲۰m است.

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۲۰}\Rightarrow \bar{v}=۱\frac{m}{s}$$

۴۹- گزینه‌ی ۲ با توجه به تعریف سرعت متوسط:

$$\bar{v}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۶-۴}{۶-۲}=\frac{-۱۰}{۴}=-۲/۵\frac{m}{s}$$

۵۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا با توجه به شکل روبه‌رو جابه‌جایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

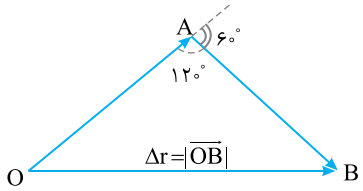


$$\Delta r=\sqrt{\Delta r_۱^۲+\Delta r_۲^۲}\Rightarrow \Delta r=\sqrt{۸۰^۲+۶۰^۲}\Rightarrow \Delta r=۱۰۰m$$

اکنون سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{۱۰۰}{۵۰+۳۰}\Rightarrow \bar{v}=۱/۲۵\frac{m}{s}$$

۵۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا باید بردار جابه‌جایی یعنی $\overrightarrow{OB}$ را به‌دست آوریم. $\overrightarrow{OB}$ برآیند دو جابه‌جایی $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ است. با توجه به ریاضیات بردارها و یکسان بودن اندازه‌ی OA و AB می‌توان نوشت:



$$|\overrightarrow{OB}|=۲|\overrightarrow{OA}|.\cos\frac{\theta}{۲}=۲\times۳۰۰\cos\frac{۶۰}{۲}=۳۰۰\sqrt{۳}m$$

$$\frac{|\overrightarrow{OB}|}{\Delta t}=\frac{۳۰۰\sqrt{۳}}{۵+۳}=\frac{۷۵\sqrt{۳}}{۲}\frac{m}{s}$$

۵۲- گزینه‌ی ۱ جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر، یعنی از نقطه‌ی A با مختصات $A(-۱,۱۰)$ به انتهای مسیر یعنی نقطه‌ی B با مختصات $B(۸,-۲)$ رسم می‌شود.

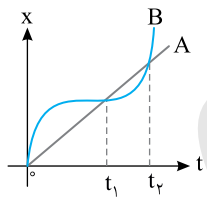
$$AB=\sqrt{(۸-(-۱))^۲+(-۲-۱۰)^۲}=\sqrt{۸۱+۱۴۴}\Rightarrow AB=۱۵m$$

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.

$$\bar{v}=\frac{AB}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{۱۵}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۷/۵\,s$$

۵۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی $\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ جهت بردار سرعت متوسط همواره در جهت بردار جابه‌جایی است. در این صورت اگر سرعت متوسط منفی شده است، الزاماً جابه‌جایی کل در جهت منفی محور بوده است.

۵۴- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل در بازه‌های ۰ تا $t_۱$ و $t_۱$ تا $t_۲$ و ۰ تا $t_۲$ جابه‌جایی دو متحرک برابر و سرعت متوسط آن‌ها در این بازه‌های زمانی (نه هر بازه‌ای) با هم برابر است.

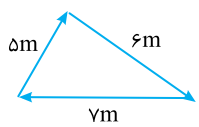


۵۵- گزینه‌ی ۴ در مدت ۸s جابه‌جایی صورت‌گرفته برابر ۱۵×۸=۱۲۰m است و متحرک در یک جهت جابه‌جا شده است. بنابراین سرعت متوسط آن در مدت ۳s نمی‌تواند از $\bar{v}=\frac{۱۲۰}{۳}=۴۰\frac{m}{s}$ بیش‌تر باشد و تمام مقدارهای کم‌تر ۴۰$\frac{m}{s}$ می‌تواند درست باشد. از این‌رو گزینه‌ی (۴) درست است.

۵۶- گزینه‌ی ۲ بیش‌ترین مقدار سرعت متوسط هنگامی است که جابه‌جایی بیشینه باشد در این صورت باید ذره در یک جهت در حرکت باشد و جابه‌جایی برابر ۷+۶+۵=۱۸m است.

$$\bar{v}_{max}=\frac{۱۸}{۲+۲+۲}=۳\frac{m}{s}$$

کم‌ترین مقدار سرعت متوسط نیز زمانی است که جابه‌جایی کمینه باشد؛ کم‌ترین مقدار جابه‌جایی صفر است زیرا این سه بردار جابه‌جایی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند و جابه‌جایی کل صفر باشد بنابراین کمینه سرعت متوسط صفر خواهد بود.



Ⓐ **۵۷- گزینه‌ی ۴** برآیند این سه بردار جابه‌جایی نمی‌تواند صفر شود زیرا سه بردار با طول ۵m، ۶m و ۱۲m نمی‌توانند تشکیل یک مثلث دهند و برآیندشان صفر شود. از این‌رو کم‌ترین مقدار جابه‌جایی این ذره برابر خواهد شد با: $\Delta r_{min}=۱۲-(۶+۵)=۱m$

و کمینه سرعت متوسط برابر خواهد بود با: $\bar{v}_{min}=\frac{\Delta r_{min}}{\Delta t}=\frac{۱}{۲+۲+۲}=\frac{۱}{۶}\frac{m}{s}$

Ⓑ **۵۸- گزینه‌ی ۱** جابه‌جایی‌ها روی یک خط راست صورت گرفته است و بیش‌ترین مقدار جابه‌جایی هنگامی است که ذره در یک جهت حرکت کند: $\Delta x_{max}=۵+۶+۷=۱۸m$

و بیشینه سرعت متوسط برابر خواهد شد با: $v_{max}=\frac{\Delta x_{max}}{\Delta t}=\frac{۱۸}{۲+۲+۲}=۳\frac{m}{s}$

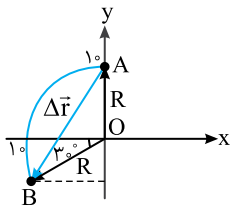
کم‌ترین مقدار جابه‌جایی روی خط راست در این حرکت برابر خواهد شد با: $\Delta x_{min}=۶+۵-۷=۴m$

و کمینه سرعت متوسط برابر است با: $v_{min}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}\frac{m}{s}$

Ⓐ **۵۹- گزینه‌ی ۴** همان‌طور که می‌دانید فاصله‌ی دو نقطه‌ی (x_A, y_A) و (x_B, y_B) از رابطه‌ی $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}$ به دست می‌آید. پس:

$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(۷-۳)^۲+(۴-۱)^۲}=۵m$, $\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۵}{۵}\Rightarrow\bar{v}=۱\frac{m}{s}$

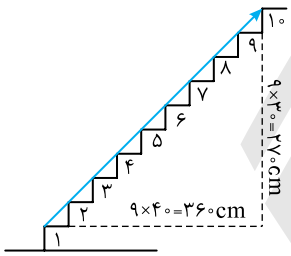
Ⓑ **۶۰- گزینه‌ی ۴** شکل مسأله را رسم می‌کنیم وقتی متحرک از مکان $A(۰,۱۰)$ ۱۲۰° پادساعتگرد می‌چرخد به نقطه‌ی B می‌رسد. جابه‌جایی از A تا B را مطابق شکل به‌دست می‌آوریم.



$AB=|\Delta\vec{r}|=۲R\sin\frac{\theta}{۲}$, $\theta=۹۰^\circ+۳۰^\circ=۱۲۰^\circ\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۲\times۱۰\times\sin۶۰^\circ=۱۰\sqrt{۳}m$

سرعت متوسط خواهد شد: $\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲}=۵\sqrt{۳}\frac{m}{s}$

Ⓑ **۶۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، جابه‌جایی متحرک برابر است با:



$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(۲۷۰)^۲+(۳۶۰)^۲}=\sqrt{۹^۲\times(۳۰^۲+۴۰^۲)}$

$|\Delta\vec{r}|=۴۵۰cm$

$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{۴۵۰}{۴۵}=۱۰\frac{cm}{s}=۰/۱\frac{m}{s}$

Ⓑ **۶۲- گزینه‌ی ۴** بردار جابه‌جایی، برداری است که از ابتدای مسیر (مکان $\vec{r}_۱$) به انتهای مسیر (مکان $\vec{r}_۳$) رسم می‌شود، پس:

$\Delta\vec{r}=\vec{r}_۳-\vec{r}_۱=-\vec{i}+۴\vec{j}-۳\vec{i}-۸\vec{j}=-۴\vec{i}-۴\vec{j}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۴\sqrt{۲}m\Rightarrow\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۳+۲}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}\frac{m}{s}$

Ⓐ **۶۳- گزینه‌ی ۲** دقت کنید $\vec{d}_۱$، $\vec{d}_۲$ و $\vec{d}_۳$ بردارهای جابه‌جایی هستند که متحرک پیموده است، بنابراین جابه‌جایی کل برآیند این جابه‌جایی‌هاست.

$\Delta\vec{r}=\vec{d}_۱+\vec{d}_۲+\vec{d}_۳=۱۲\vec{i}+۹\vec{j}$

$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{۱۴۴+۸۱}=\sqrt{۲۲۵}=۱۵m$, $\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۳+۵+۴}=\frac{۱۵}{۱۲}=۱/۲۵\frac{m}{s}$

Ⓐ **۶۴- گزینه‌ی ۴** با توجه به سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{\frac{x}{۲}+\frac{x}{۲}}{\frac{x}{۲v_۱}+\frac{x}{۲v_۲}}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}\Rightarrow۴۸=\frac{۲\times۴۰\times v}{۴۰+v}\Rightarrow۲۴۰+۶v=۱۰v\Rightarrow v=۶۰\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۶۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به این که جابه‌جایی‌ها روی خط راست در یک سو است، می‌توان نوشت:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}\Rightarrow \bar{v}=\frac{x+2x+3x}{\frac{x}{v}+\frac{2x}{2v}+\frac{3x}{3v}}=\frac{6x}{\frac{3x}{v}}=2v$$

Ⓐ **۶۶- گزینه‌ی ۴** سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است. بنابراین:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\Delta x_4}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3+\Delta t_4}\Rightarrow \bar{v}=\frac{v_1\Delta t_1+v_2\Delta t_2+v_3\Delta t_3+v_4\Delta t_4}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3+\Delta t_4}$$

$$\bar{v}=\frac{8\times\frac{1}{60}+24\times\frac{2}{60}+40\times\frac{1}{60}+48\times\frac{2}{60}}{\frac{6}{60}}=\frac{8+48+40+2\times48}{6}=\frac{4\times48}{6}=32\,\frac{km}{h}$$

Ⓑ **۶۷- گزینه‌ی ۲** ابتدا در هر قسمت از مسیر، زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1=\frac{2}{3}x\ ,\ \Delta t_1=\frac{\Delta x_1}{v_1}\Rightarrow \Delta t_1=\frac{\frac{2}{3}x}{28}\Rightarrow \Delta t_1=\frac{x}{42}\quad ,\quad \Delta x_2=\frac{1}{7}x\ ,\ \Delta t_2=\frac{\Delta x_2}{v_2}\Rightarrow \Delta t_2=\frac{\frac{x}{7}}{6}\Rightarrow \Delta t_2=\frac{x}{42}$$

$$\Delta x_3=x-\frac{2x}{3}-\frac{1}{7}x=\frac{4x}{21}\ ,\ \Delta t_3=\frac{\Delta x_3}{v_3}\Rightarrow \Delta t_3=\frac{\frac{4x}{21}}{8}\Rightarrow \Delta t_3=\frac{x}{42}$$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را به‌دست آورد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}\Rightarrow \bar{v}=\frac{x}{\frac{x}{42}+\frac{x}{42}+\frac{x}{42}}\Rightarrow \bar{v}=14\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۶۸- گزینه‌ی ۲** زمان حرکت در هر قسمت را به دست می‌آوریم. طول کل مسیر را x فرض می‌کنیم.

$$t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t_1=\frac{\frac{x}{2}}{5}=\frac{x}{10}$$

$\frac{1}{3}$ باقی‌مانده‌ی مسیر برابر $\Delta x_2=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}x=\frac{1}{6}x$ خواهد شد. از این‌رو:

$$t_2=\frac{\Delta x_2}{v_2}\Rightarrow t_2=\frac{\frac{x}{6}}{10}=\frac{x}{60}$$

سرانجام زمان قسمت آخر مسیر برابر می‌شود با:

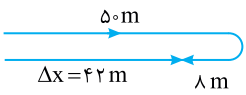
$$t_3=\frac{\Delta x_3}{v_3}\ \Rightarrow\ t_3=\frac{x-(\frac{x}{2}+\frac{x}{6})}{15}=\frac{\frac{x}{3}}{15}\ \Rightarrow\ t_3=\frac{x}{45}$$

اکنون سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{t_1+t_2+t_3}\ \Rightarrow\ \bar{v}=\frac{x}{\frac{x}{10}+\frac{x}{60}+\frac{x}{45}}$$

$$\bar{v}=\frac{x}{\frac{18x+3x+4x}{180}}\ \Rightarrow\ \bar{v}=\frac{180}{25}=7/2\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۶۹- گزینه‌ی ۳** زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:



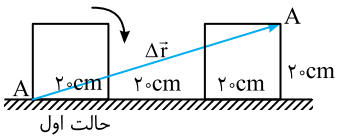
$$t=\frac{\Delta x}{v}\ \Rightarrow\ t_1=\frac{50}{5}\ \Rightarrow\ t_1=10s$$

زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t_2=\frac{50}{2}=25s$$

بنابراین در لحظه‌ی $t=14s$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت $2\,\frac{m}{s}$ در مدت $4s$، مسافت ۸ متر برگشته است. بنابراین جابه‌جایی شناگر $50-8=42m$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

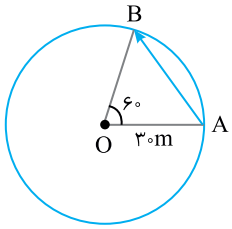
$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\ \Rightarrow\ \bar{v}=\frac{42}{14}=\frac{6}{2}=3\,\frac{m}{s}$$



B **۷۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل روبه‌رو، با نیم دور غلتیدن مکعب، جابه‌جایی نقطه‌ی A برابر خواهد شد با:

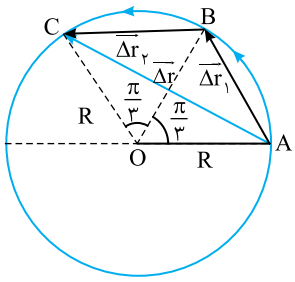
$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(۶۰)^۲+(۲۰)^۲}=\sqrt{۳۶۰۰+۴۰۰}=\sqrt{۴۰۰۰}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=۲۰\sqrt{۱۰}\ cm$$

$$\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۰/۲}=۱۰۰\sqrt{۱۰}\ \frac{cm}{s}=\sqrt{۱۰}\ \frac{m}{s}$$



A **۷۱- گزینه‌ی ۴** ابتدا با توجه به شکل بردار جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم. مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. بنابراین $AB=۳۰m$ خواهد بود.

$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{طول AB}}{\text{زمان}}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۳۰}{۵-۲}=۱۰\ \frac{m}{s}$$



B **۷۲- گزینه‌ی ۴** انـدازه‌ی جابه‌جایی‌هـای $\Delta\vec{r}_۱$ و $\Delta\vec{r}_۲$ با توجه به متسـاوی‌الاضلاع بودن مثلث‌های OAB و OBC، برابر شـعاع دایره اسـت و زمان حرکت از A تا B و از B تا C برابر است با:

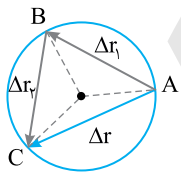
$$\begin{cases} t_۱=\frac{|\Delta\vec{r}_۱|}{\bar{v}_۱}=\frac{R}{۸} \\ t_۲=\frac{|\Delta\vec{r}_۲|}{\bar{v}_۲}=\frac{R}{۱۲}\end{cases}\Rightarrow t=t_۱+t_۲=\frac{R}{۸}+\frac{R}{۱۲}=\frac{۵R}{۲۴}$$

با توجه به شکل جابه‌جایی خواهد شد:

$$AC=|\Delta\vec{r}|=۲R\sin\frac{\theta}{۲}=۲R\sin\frac{\frac{۲\pi}{۳}}{۲}=۲R\sin\frac{\pi}{۳}=\sqrt{۳}R$$

حال سرعت متوسط را در حرکت از A تا C به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۳}R}{\frac{۵R}{۲۴}}=\frac{۲۴\sqrt{۳}}{۵}\ \frac{m}{s}$$



B **۷۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل و فرض مسأله سرعت متوسط از A تا C برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}=\frac{AC}{t+t}=\frac{AC}{۲t}\qquad(۱)$$

سرعت متوسط از A تا B و از B تا C نیز برابر است با:

$$\bar{v}_۱=\frac{\Delta r_۱}{t}=\frac{AB}{t}\ ,\ \bar{v}_۲=\frac{\Delta r_۲}{t}=\frac{BC}{t}$$

$\bar{v}_۱$ و $\bar{v}_۲$ را با هم جمع می‌کنیم:

$$\bar{v}_۱+\bar{v}_۲=\frac{AB+BC}{t}\Rightarrow\frac{\bar{v}_۱+\bar{v}_۲}{۲}=\frac{AB+BC}{۲t}\qquad(۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) و این‌که $AC<AB+BC$ است می‌توان نتیجه گرفت:

$$\bar{v}<\frac{\bar{v}_۱+\bar{v}_۲}{۲}$$

C **۷۴- گزینه‌ی ۱** در حل این تست دقت کنید و ابتدا به این پرسش پاسخ دهید که اگر در یک مسیر ۱۰۰ کیلومتری در تمام لحظات اندازه‌ی سرعت متحرک ثابت و برابر $۲۰\frac{km}{h}$ باشد، متحرک در چه مدت این مسیر را طی می‌کند؟ قطعاً پاسخ شما این خواهد بود که: $t=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵h$ یعنی در یک مسـیر با اندازه‌ی سـرعت ثابت، زمان طی مسیر برابر است با مسافت طی شده (طول مسیر) تقسیم بر اندازه‌ی سرعت. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت طی شده (طول کمان)}}{\text{بزرگی سرعت}}=\frac{\frac{۱}{۶}\ \text{محیط کمان}}{\text{بزرگی سرعت}}=\frac{\frac{۱}{۳}\pi R}{۴}=\frac{\pi R}{۱۲}$$

$$\bar{v}=\frac{\text{جابه‌جایی (طول وتر AB)}}{\text{زمان}}=\frac{R}{\frac{\pi R}{۱۲}}=\frac{۱۲}{\pi}\ \frac{m}{s}$$

Ⓐ **۷۵- گزینه‌ی ۲**

معادله‌ی مکان- زمان یا معادله‌ی حرکت:

به رابطه‌ی ریاضی بین مکان متحرک و زمان، معادله‌ی حرکت گویند. در این رابطه مکان به‌صورت تابعی از زمان بیان می‌شود:

$x=f(t)$

ابتدا باید مکان متحرک در لحظه‌های $t=0$ و $t=3s$ را به‌دست آورد:

$t=0 \Rightarrow x_1=2m$

$t=3s \Rightarrow x_2=-45+60+2=17m$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را به‌دست آورد:

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \bar{v}=\frac{17-2}{3-0} \Rightarrow \bar{v}=\frac{15}{3}=5\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۷۶- گزینه‌ی ۱** کافی است مکان متحرک را در لحظه‌های $t_1=2s$ و $t_2=4s$ به کمک معادله‌ی مکان- زمان به‌دست آورد، سپس سرعت متوسط را حساب کرد.

$t_1=2s \Rightarrow x_1=(2)^2+4\times2-20 \Rightarrow x_1=-8m$

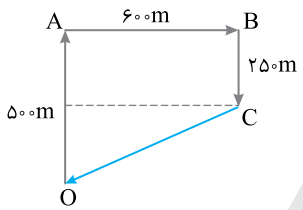
$t_2=4s \Rightarrow x_2=(4)^2+4\times4-20 \Rightarrow x_2=12m$

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \bar{v}=\frac{12-(-8)}{4-2} \Rightarrow \bar{v}=\frac{20}{2}=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۷۷- گزینه‌ی ۳** سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-3\vec{i}+6\vec{j}-\vec{i}-2\vec{j}}{\Delta t} \Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-4\vec{i}+4\vec{j}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=4s$$

Ⓑ **۷۸- گزینه‌ی ۲** سرعت متوسط وقتی صفر می‌شود که متحرک به مکان اولیه‌اش باز گردد، در این‌صورت بردار جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط نیز صفر می‌شود. بنابراین مطابق شکل باید متحرک در ۱۰ ثانیه‌ی آخر از نقطه‌ی C به O برود.



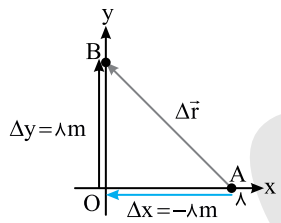
$OC^2=250^2+600^2=50^2(5^2+12^2)=50^2(169)$

$OC=50\times13=650m$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را در ۱۰s آخر به‌دست آورد:

$$\bar{v}=\frac{OC}{\Delta t}=\frac{650}{10}=65\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۷۹- گزینه‌ی ۲** متحرک در امتداد محور x از نقطه‌ی ۸+ به صفر رفته است، پس ۸- متر جابه‌جا شده است.



$$\bar{v}_x=\frac{-8}{5}=-1/6\frac{m}{s}$$

دقت کنید که مسأله سرعت متوسط در امتداد محور xها را از شما می‌خواهد.

Ⓐ **۸۰- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی مکان- زمان حرکت با سرعت ثابت روی خط راست به‌صورت $x=vt+x_0$ است.

$$\begin{cases} t_1=2s \\ x_1=-11m \end{cases} \Rightarrow -11=2v+x_0 \quad , \quad \begin{cases} t_2=7s \\ x_2=-31 \end{cases} \Rightarrow -31=7v+x_0$$

دو رابطه‌ی به‌دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$-11-(-31)=2v-7v \Rightarrow +20=-5v \Rightarrow v=-4\frac{m}{s}$$

اکنون مکان اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$-11=2\times(-4)+x_0 \Rightarrow x_0=-3m$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان به این‌صورت می‌باشد: $x=-4t-3$

Ⓐ **۸۱- گزینه‌ی ۳** چون سرعت متحرک $2\frac{m}{s}$ است، پس در هر ثانیه 2m جابه‌جا می‌شود.

۸۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به معادله‌ی حرکت با سرعت ثابت روی خط راست داریم:

$$x = vt + x_{\circ} \Rightarrow ۱ = v \times ۲ + ۵ \Rightarrow v = -۲\frac{m}{s}$$

$$x = -۲t + ۵ \xrightarrow{x=۳} ۳ = -۲t + ۵ \Rightarrow t = ۱s$$

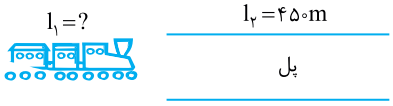
۸۳- گزینه‌ی ۳

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_۱ = \frac{۱۵۰}{۸۰} \times ۶۰ = ۱۱۲/۵ \text{ min} \\ \Delta t_۲ = \frac{۱۵۰}{۱۲۰} \times ۶۰ = ۷۵ \text{ min} \end{cases} \Rightarrow ۱۱۲/۵ - ۷۵ = ۳۷/۵ \text{ min}$$

۸۴- گزینه‌ی ۳ در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، معادله‌ی جابه‌جایی - زمان به‌صورت زیر است:

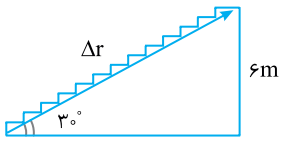
$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta x_۱ = \Delta x_۲} v_{\circ} \times ۸ = (v_{\circ} + ۳) \times ۵ \Rightarrow ۸v_{\circ} = ۵v_{\circ} + ۱۵ \Rightarrow v_{\circ} = ۵\frac{m}{s}$$

۸۵- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل روبه‌رو برای عبور کامل قطار از روی پل، قطار باید جابه‌جایی برابر مجموع طول پل و قطار را طی کند.



$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = l_۱ + l_۲ \\ \Delta x = vt \end{array}\right\} \Rightarrow l_۱ + l_۲ = vt \Rightarrow l_۱ + ۴۵۰ = ۲۵ \times ۳۰ \Rightarrow l_۱ = ۳۰۰m$$

۸۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل، جابه‌جایی بین دو طبقه، به کمک پله برقی برابر است با:

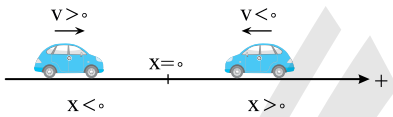


$$\sin ۳۰^{\circ} = \frac{۶}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = ۱۲m$$

در این صورت بازه‌ی زمانی پیمودن این جابه‌جایی با سرعت $۶\frac{m}{s}$ برابر خواهد شد با:

$$\Delta r = v\Delta t \Rightarrow ۱۲ = ۰/۶\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۲۰s$$

۸۷- گزینه‌ی ۲ مطابق شکل وقتی متحرک به مبدأ نزدیک می‌شود حاصل‌ضرب xv منفی خواهد بود.



۸۸- گزینه‌ی ۴ لحظه‌ی تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ی گذر از مبدأ مختصات. در صورت مسأله فاصله از مبدأ داده شده است و مشخص نیست مکان ذره منفی است یا مثبت.

اگر دو نقطه در یک طرف مبدأ مختصات باشند آن‌گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|۵-۶|}{۵-۳} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

در این صورت زمان رسیدن ذره از فاصله‌ی ۶ متری مبدأ با سرعت $\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$ به مبدأ برابر خواهد شد با:

$$\Delta t = \frac{۶}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \Delta t = ۱۲s$$

و زمان گذر از مبدأ برابر خواهد بود با:

$$t = ۱۲ + ۳ = ۱۵s$$

و اگر نقاط در دو طرف مبدأ باشند آن‌گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|۵+۶|}{۵-۳} = \frac{۱۱}{۲}\frac{m}{s}$$

و زمان رسیدن ذره به مبدأ خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{۶}{\frac{۱۱}{۲}} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱۲}{۱۱}s$$

و زمان گذر از مبدأ خواهد شد:

$$t = \frac{۱۲}{۱۱} + ۳ \Rightarrow t = \frac{۴۵}{۱۱}s$$

۸۹- گزینه‌ی ۲ زمان رکاب زدن دوچرخه‌سوار را به‌دست می‌آوریم:

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{۹۰}{۲۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵h$$

زمان رفع خستگی‌ها برابر است با:

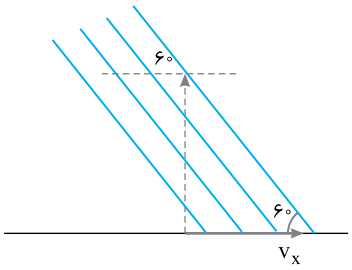
$$۴/۵ - ۳/۷۵ = ۰/۷۵h = ۴۵ \text{ min}$$

Ⓐ ۹۰- گزینه‌ی ۲

$$\Delta x = v\Delta t = \frac{۱۰۸}{۳/۶}\times ۱ = ۳۰\ m$$

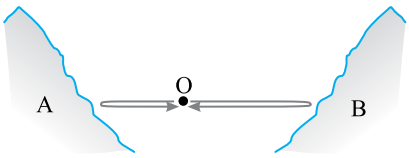
این تست ساده بیان می‌کند که هنگام رانندگی با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$، در هر ثانیه ۳۰ متر جلو می‌روید و اگر مانعی در ۳۰ متری مقابل شما باشد، با همان سرعت به آن برخورد می‌کنید.

Ⓐ ۹۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل روبه‌رو با بالارفتن هلیکوپتر سایه‌ی آن روی زمین در حرکت است.



$$\tan ۶۰^\circ = \frac{v}{v_x} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{۹۰}{v_x} \Rightarrow v_x = ۳۰\sqrt{۳}\ \frac{km}{h}$$

Ⓑ ۹۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل روبه‌رو، صدا از چشمه‌ی صوت (محل شلیک گلوله) به رشته‌کوه A رفته و پژواک آن از کوه A به محل شلیک باز می‌گردد و همچنین صدا از چشمه‌ی صوت به رشته‌کوه B رفته پژواک آن از کوه B به محل شلیک باز می‌گردد. مسیر رفت‌وبرگشت به کوه B بزرگ‌تر، پس زمان آن نیز به اندازه‌ی ۳s بیش‌تر است. بنابراین هنگام رفت از O تا B زمان ۱/۵s طولانی‌تر از زمان رفت از O تا A است.

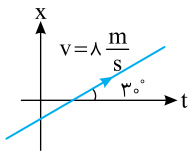


$$OB - OA = v(t_B - t_A) \Rightarrow OB - OA = ۳۴۰(۱/۵)m$$

Ⓑ ۹۳- گزینه‌ی ۱ ابتدا معادله‌ی خط را به شکل استاندارد آن می‌نویسیم:

$$y = \frac{\sqrt{۳}}{۳}x - ۳\sqrt{۳}$$

در این معادله شیب خط $\tan\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است و خط با محور xها زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد. در این صورت تصویر بردار سرعت روی محور xها برابر خواهد بود با:



$$v_x = v\cos ۳۰^\circ = ۸\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}\ \frac{m}{s}$$

و جابه‌جایی در امتداد محور xها برابر خواهد شد با:

$$\Delta x = v_x t \Rightarrow \Delta x = ۴\sqrt{۳}\times ۵ \Rightarrow \Delta x = ۲۰\sqrt{۳}m$$

Ⓐ ۹۴- گزینه‌ی ۲ لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند:

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow ۲t - ۴ = ۳t - ۱۲ \Rightarrow t = ۸\ s$$

$$x = ۲t - ۴ = ۲\times ۸ - ۴ = ۱۲m$$

Ⓑ ۹۵- گزینه‌ی ۴ وقتی دو خودرو به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است.

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow v_۱\Delta t_۱ = v_۲\Delta t_۲ \Rightarrow ۶۰\Delta t_۱ = ۸۰(\Delta t_۱ - ۱) \Rightarrow ۶۰\Delta t_۱ = ۸۰\Delta t_۱ - ۸۰ \Rightarrow \Delta t_۱ = ۴h$$

Ⓑ ۹۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا زمان رسیدن صدای بوق به دانش‌آموز را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۶۰ = ۳۰۰\ \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۰/۲\ s$$

حال باید مشخص کرد در این مدت خودرو چند متر جلو آمده است.

$$v = ۷۲\ \frac{km}{h} = ۲۰\ \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = ۲۰\times ۰/۲ = ۴\ m \Rightarrow ۶۰ - ۴ = ۵۶\ m$$

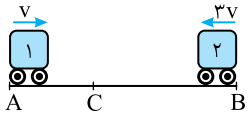
Ⓐ ۹۷- گزینه‌ی ۳ جابه‌جایی دو متحرک را با هم برابر قرار می‌دهیم، خودرویی که سرعتش بیش‌تر است، مسیر را در زمان کوتاه‌تری، طی می‌کند.

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow ۶۰t_۱ = ۵۰t_۲ \xrightarrow{t_۲ = t_۱ + ۱} ۶۰t_۱ = ۵۰(t_۱ + ۱) \Rightarrow t_۱ = ۵h$$

در این صورت مسافت طی شده برابر خواهد شد با:

$$\Delta x = v_۱ t_۱ = ۶۰\times ۵ = ۳۰۰km$$

Ⓐ **۹۸- گزینه‌ی ۲** مطابق شکل، در لحظه‌ای که دو متحرک در نقطه‌ی C به هم می‌رسند، متحرک کندرو مسافت $AC=vt$ و متحرک تندرو مسافت $BC=۳vt$ را می‌پیمایند. پس:



$$\frac{BC}{AC}=\frac{۳vt}{vt}\Rightarrow BC=۳AC$$

دقت کنید متحرک کندرو با سرعت ثابت v، AC را در مدت t طی کرده است، پس مسیر CB را که ۳ برابر AC است در مدت ۳t طی می‌کند.

Ⓐ **۹۹- گزینه‌ی ۱** با قرار دادن $x=+۸m$ در معادله‌ی حرکت Q، زمان رسیدن آن را به این مکان به‌دست می‌آوریم:

$$x_Q=۴t-۲۴\Rightarrow ۸=۴t-۲۴\Rightarrow t=\frac{۳۲}{۴}\Rightarrow t=۸s$$

اکنون با قرار دادن $t=۸s$ و $x=۸m$ در معادله‌ی حرکت P، سرعت v را به‌دست می‌آوریم:

$$x_P=vt+۱۲\Rightarrow ۸=v(۸)+۱۲\Rightarrow v=-۰/۵\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۰۰- گزینه‌ی ۴** یک بار هنگام نزدیک شدن دو متحرک به هم، فاصله‌ی آن‌ها از هم ۱۰۰متر و بار دیگر بعد از رسیدن به هم و دور شدن از هم، فاصله‌ی آن‌ها از هم ۱۰۰ متر است.

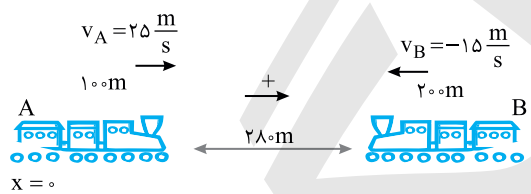
وقتی هنگام نزدیک شدن فاصله‌ی آن‌ها ۱۰۰ متر است، دو متحرک در مجموع باید مسافت $۳۰۰-۱۰۰=۲۰۰m$ را طی کرده باشند.

$$\begin{matrix}|\Delta x_۱|=v_۱t\\|\Delta x_۲|=v_۲t\end{matrix}\Rightarrow|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|=(v_۱+v_۲)t\Rightarrow ۲۰۰=۵۰t\Rightarrow t=۴s$$

و هنگامی که از کنار هم می‌گذرند و مجدداً فاصله‌ی آن‌ها از هم ۱۰۰ متر است، باید دو متحرک در مجموع مسافت $۳۰۰+۱۰۰=۴۰۰m$ را بپیمایند.

$$\begin{matrix}|\Delta x_۱|=v_۱t\\|\Delta x_۲|=v_۲t\end{matrix}\Rightarrow(v_۱+v_۲)t=۴۰۰\Rightarrow ۵۰t=۴۰۰\Rightarrow t=۸s$$

Ⓑ **۱۰۱- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** مطابق شکل روبه‌رو وقتی دو قطار به طورکامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای هر دو قطار یعنی نقاط A و B از کنار هم بگذرند. معادله‌ی حرکت این دو نقطه را می‌نویسیم و معادله‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم.



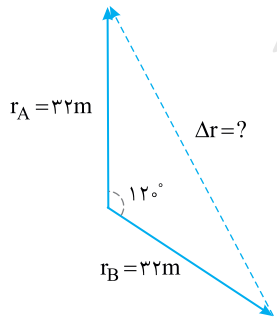
$$x_A=v_At+x_۰\Rightarrow x_A=۲۵t$$
$$x_B=v_Bt+x_۰\Rightarrow x_B=-۱۵t+۵۸۰$$
$$\xrightarrow{x_A=x_B}۲۵t=-۱۵t+۵۸۰\Rightarrow t=۱۴/۵s$$

راه‌حل دوم: استفاده از حرکت نسبی است.

هرگاه دو متحرک به سوی هم با سرعت‌های ثابت در حرکت باشند می‌توان یکی از آن‌ها را ساکن و دیگری را با سرعتی معادل جمع اندازه‌های سرعت‌های آن دو در حال نزدیک شدن به اولی فرض کرد.

$$v_{نسبی}=v_۱+v_۲$$
$$\Delta x=v_{نسبی}t\Rightarrow ۵۸۰=(۲۵+۱۵)t\Rightarrow t=۱۴/۵s$$

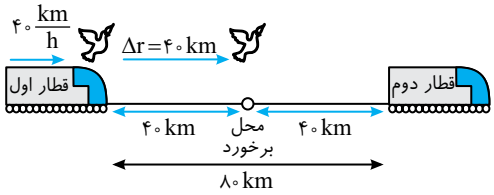
Ⓐ **۱۰۲- گزینه‌ی ۳** متحرک A در امتداد محور yها در مدت ۴s، جابه‌جایی‌اش برابر $۸\times۴=۳۲m$ و جابه‌جایی متحرک B نیز ۳۲ متر است.



$$\Delta r=۲r\sin\frac{\alpha}{۲}\Rightarrow\Delta r=۲\times۳۲\times\sin ۶۰^\circ$$
$$\Delta r=۳۲\sqrt{۳}m$$

۱۰۳- گزینه‌ی ۲ پس از ۱h هر قطار ۴۰km به دیگری نزدیک می‌شود. یعنی پس از ۱h دو قطار به هم برخورد می‌کنند. در این مدت پرنده با سرعت ثابت $۶۰\frac{km}{h}$ در حال پرواز بوده است و مسافت طی شده برابر است با: $d=|v|t=۶۰\times۱=۶۰\ km$

۱۰۴- گزینه‌ی ۳ سرعت هر قطار $۴۰\frac{km}{h}$ است و پس از ۱h هر قطار ۴۰km حرکت کرده است که جمعاً ۸۰km می‌شود و دو قطار به هم برخورد می‌کنند. در این صورت پرنده از محل ابتدایی خود به اندازه‌ی ۴۰km جابه‌جا شده است.

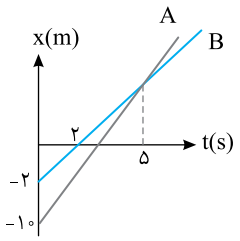


توجه شود که تفاوت این سؤال با سؤال قبلی در مفهوم مسافت طی شده و جابه‌جایی می‌باشد.

۱۰۵- گزینه‌ی ۱ بیشینه‌ی فاصله وقتی است که متحرک تندرو به مقصد رسیده باشد.

$$\Delta x_۲=v_۲\Delta t\Rightarrow ۴۰۰=۸\Delta t\Rightarrow \Delta t=۵۰s\ ,\ \Delta x_۱=v_۱\Delta t\Rightarrow \Delta x_۱=۵\times۵۰=۲۵۰m\Rightarrow ۴۰۰-۲۵۰=۱۵۰m$$

۱۰۶- گزینه‌ی ۱ نمودار x−t هر دو متحرک خط راست مایل است، بنابراین حرکت هر دو یکنواخت است. ابتدا سرعت متحرک B را با توجه شکل به دست می‌آوریم:



$$v_B=\frac{۰-(-۲)}{۲-۰}=۱\frac{m}{s}$$

معادله‌ی حرکت B برابر خواهد شد با: $x_B=v_Bt+x_{۰B}\Rightarrow x_B=t-۲$

مکان متحرک B در لحظه‌ی t=۵s را به دست می‌آوریم: $x_B=۵-۲=۳m$

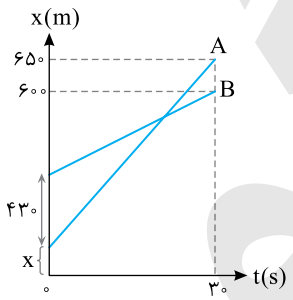
در t=۵s مکان متحرک A نیز $x_A=+۳m$ است. به کمک معادله‌ی حرکت A، سرعت A را حساب می‌کنیم:

$$x_A=v_At+x_{۰A}\Rightarrow ۳=v_A\times۵+(-۱۰)\Rightarrow v_A=۲/۶\frac{m}{s}$$

در لحظه‌ی t=۲s متحرک B از مبدأ می‌گذرد و در این لحظه متحرک A در مکان −۴/۸m خواهد بود:

$$x_A=۲/۶t-۱۰\xrightarrow{t=۲s}x_A=-۴/۸\ m$$

۱۰۷- گزینه‌ی ۳ سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار x−t است، از این‌رو با توجه به نمودار داریم:



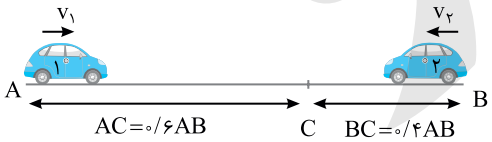
$$\vec{v}_A=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}\ ,\ \vec{v}_B=\frac{۶۰۰-(۴۳۰+x)}{۳۰}$$

تفاضل سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_A-\vec{v}_B=\frac{۶۵۰-x}{۳۰}-\frac{۱۷۰-x}{۳۰}=\frac{۴۸۰}{۳۰}\Rightarrow \vec{v}_A-\vec{v}_B=۱۶\frac{m}{s}$$

۱۰۸- گزینه‌ی ۴ در بازه‌ی زمانی t که دو متحرک در نقطه‌ی C به هم می‌رسند، متحرک (۱) مسیر AC=۰/۶AB و متحرک (۲) مسیر BC=۰/۴AB را طی کرده‌اند.

بنابراین سرعت متحرک (۱)، $\frac{۳}{۲}$ سرعت متحرک (۲) است.

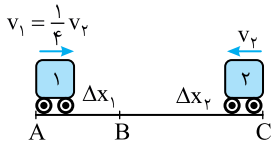


$$\begin{cases}AC=v_۱t\Rightarrow ۰/۶AB=v_۱t\\ BC=v_۲t\Rightarrow ۰/۴AB=v_۲t\end{cases}\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{۳}{۲}$$

از طرفی متحرک (۱) در ادامه‌ی مسیرش، جابه‌جایی BC را در ۴۰ ثانیه طی کرده است:

$$\begin{cases}BC=v_۱t_۱\\ AC=v_۲t_۲\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم}}\frac{BC}{AC}=\frac{v_۱}{v_۲}\times\frac{t_۱}{t_۲}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۴۰}{t_۲}\Rightarrow t_۲=۹۰s$$

C **۱۰۹- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:**



$$\begin{cases}\Delta x_2=v_2t\\ \Delta x_1=v_1t\end{cases}\Rightarrow \Delta x_1+\Delta x_2=(v_1+v_2)t\Rightarrow 900=(\frac{1}{4}v_2+v_2)\times 4$$

$$\Rightarrow 900=(\frac{5}{4}v_2)\times 4\Rightarrow v_2=\frac{900}{5}=180\,\frac{km}{h}$$

راه‌حل دوم: در این روش معادله‌ی حرکت دو متحرک را نسبت به یک مبدأ اختیاری مثلاً نقطه‌ی A می‌نویسیم:
جهت حرکت v_1 را مثبت می‌گیریم.

$$x=vt+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_1=v_1t+0\Rightarrow x_1=\frac{1}{4}v_2t\\ x_2=-v_2t+900\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{4}v_2\times 4=-v_2\times 4+900\Rightarrow 5v_2=900\Rightarrow v_2=180\,\frac{km}{h}$$

راه‌حل سوم: با استفاده از سرعت نسبی می‌توان گفت که اگر دو متحرک به سوی هم بیایند می‌توان فرض کرد یکی ساکن است و دیگری با سرعت v_1+v_2 به آن نزدیک می‌شود. پس خواهیم داشت:

$$\Delta x=(v_1+v_2)t\Rightarrow 900=(\frac{1}{4}v_2+v_2)\times 4\Rightarrow v_2=180\,\frac{km}{h}$$

B **۱۱۰- گزینه‌ی ۲** این نوع پرسش‌ها به مبحث جمع سرعت‌ها مربوط است.
وقتی شناگر در جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر جمع اندازه‌ی سرعت‌ها می‌شود (v_S+v_W) و هنگامی که در خلاف جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر تفاضل اندازه‌ی سرعت‌ها می‌شود (v_S-v_W)، بنابراین: $\Delta x=v\Delta t$

$$\begin{cases}900=(v_S+v_W)(90)\Rightarrow v_S+v_W=10\\ 900=(v_S-v_W)(150)\Rightarrow v_S-v_W=6\end{cases}\Rightarrow\frac{v_S+v_W}{v_S-v_W}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$$

$$3v_S+3v_W=5v_S-5v_W\Rightarrow 8v_W=2v_S\Rightarrow\frac{v_S}{v_W}=4$$

B **۱۱۱- گزینه‌ی ۴** این تست در واقع به جمع سرعت‌ها مربوط می‌شود.

$$v=v_1+v_2\Rightarrow\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t_1}+\frac{\Delta x}{\Delta t_2}\Rightarrow\frac{1}{\Delta t}=\frac{1}{1}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}\Rightarrow t=\frac{3}{4}\min=45\,s$$

B **۱۱۲- گزینه‌ی ۲** این تست به جمع سرعت‌ها مربوط می‌شود. وقتی سرعت‌ها در یک جهت هستند با هم جمع و وقتی خلاف جهت هم هستند از هم کم می‌شوند.

$v_B=$ سرعت قایق $\quad v_W=$ سرعت آب

$$\begin{cases}\Delta x=(v_B+v_W)\Delta t_1\Rightarrow\Delta x=(v_B+v_W)\times 10\\ \Delta x=(v_B-v_W)\Delta t_2\Rightarrow\Delta x=(v_B-v_W)\times 30\end{cases}\Rightarrow v_B+v_W=(v_B-v_W)\times 3\Rightarrow v_B+v_W=3v_B-3v_W$$

$$\Rightarrow -2v_B=-4v_W\Rightarrow v_B=2v_W$$

$$\Delta x=(v_B+v_W)\Delta t\Rightarrow\Delta x=(2v_W+v_W)\times 10=30\,v_W\Rightarrow\Delta x=30v_W$$

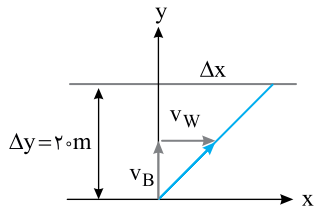
جابه‌جایی Δx توسط جریان آب که همان سرعت گروه نجات است در مدت $30\min$ طی می‌شود:

$$\begin{cases}\Delta x=30v_W\\ \Delta x=v_W\Delta t\end{cases}\Rightarrow\Delta t=30\min$$

C **۱۱۳- گزینه‌ی ۴** این تست مربوط به جمع سرعت‌هاست. سرعت‌های هم‌جهت را با هم جمع کرده و سرعت‌های خلاف جهت را از هم کم می‌کنیم.

$$360+90+2/5-5=447/5\,\frac{cm}{s}$$

B **۱۱۴- گزینه‌ی ۱** کوتاه‌ترین زمان عبور قایق از عرض رودخانه، وقتی است که قایق عمود بر مسیر جریان آب جهت‌گیری کرده باشد، در این صورت، سرعت جریان آب تنها باعث تغییر مسیر قایق می‌شود و بر اندازه‌ی سرعت قایق در گذر از عرض رودخانه تأثیری ندارد.



زمان طی مسیر را از حرکت روی محور y ها به‌دست می‌آوریم:

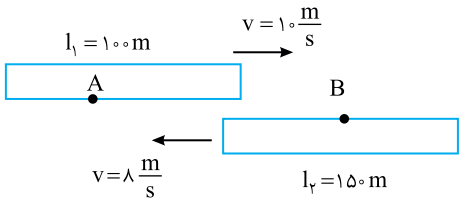
$$\Delta y = v_B \Delta t \Rightarrow ۲۰ = ۲t \Rightarrow t = ۱۰s$$

در این مدت، قایق تحت تأثیر جریان آب به اندازه‌ی $\Delta x = v_W t = ۱/۵ \times ۱۰ = ۱۵m$ در امتداد محور x ها جابه‌جا می‌شود. بنابراین جابه‌جایی کل آن برابر است با:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^۲ + (\Delta y)^۲} = \sqrt{۱۵^۲ + ۲۰^۲} \Rightarrow \Delta r = ۲۵m$$

A **۱۱۵- گزینه‌ی ۱** اگر باد نمی‌وزید هواپیما پس از $t = \frac{x}{v} = \frac{۱۲۰۰}{۶۰۰} = ۲h$ به مقصد می‌رسید، اما با وزیدن باد، هواپیما تحت تأثیر سرعت باد در مدت ۲h به اندازه‌ی $۱۰۰ \times ۲ = ۲۰۰km$ به سمت شرق مقصد منحرف می‌شود.

A **۱۱۶- گزینه‌ی ۱** ناظر A مطابق شکل، قطار ۱۵۰ متری را می‌بیند که در مدت $t_۱$ از مقابل او با سرعت $v = v_۱ + v_۲ = ۱۰ + ۸ = ۱۸ \frac{m}{s}$ می‌گذرد.



$$t_۱ = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۵۰}{۱۸}$$

ناظر B مطابق شکل، قطار ۱۰۰ متری را می‌بیند که در مدت $t_۲$ از مقابل او با سرعت $v = v_۱ + v_۲ = ۱۸ \frac{m}{s}$ می‌گذرد.

$$t_۲ = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_۲ = \frac{۱۰۰}{۱۸} s$$

بنابراین:

$$\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{\frac{۱۵۰}{۱۸}}{\frac{۱۰۰}{۱۸}} \Rightarrow \frac{t_۱}{t_۲} = ۱/۵s$$

B **۱۱۷- گزینه‌ی ۲** سرعت قطار دوم نسبت به ناظر درون قطار اول برابر $۵ + ۵ + ۰/۵ = ۱۰/۵ \frac{m}{s}$ است. در این صورت طول قطارها برابر است با:

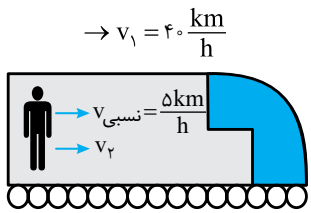
$$l = vt = ۱۰/۵ \times ۱۰ = ۱۰۵m$$

B **۱۱۸- گزینه‌ی ۲**

$$\begin{cases} \Delta x = (v_۱ + v_۲)\Delta t \\ \Delta x = (v_۱ - v_۲)\Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_۱ + v_۲ = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱/۶ \frac{m}{s} & \text{وقتی دو متحرک به سوی هم حرکت می‌کنند :} \\ v_۱ - v_۲ = \frac{۳}{۵} = ۰/۶ \frac{m}{s} & \text{وقتی در یک جهت حرکت می‌کنند :} \end{cases}$$

با حل این دستگاه دو معادله دو مجهول، به جواب می‌رسیم: $v_۲ = ۰/۵ \frac{m}{s}$ و $v_۱ = ۱/۱ \frac{m}{s}$

A **۱۱۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل، $v_۱$ و $v_۲$ سرعت قطار و شخص نسبت به ناظر ساکن روی زمین است.



$$v_{نسبی} = |v_۲ - v_۱| \Rightarrow ۵ = v_۲ - ۴۰ \Rightarrow v_۲ = ۴۵ \frac{km}{h}$$

A **۱۲۰- گزینه‌ی ۱** دو متحرک خلاف جهت هم در حرکت هستند:

$$v_{نسبی} = v_۱ + v_۲ \Rightarrow ۷۵ = ۴۵ + v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۳۰ \frac{km}{h}$$

Ⓐ **۱۲۱- گزینه‌ی ۳** شتاب متوسط، تغییر بردار سرعت در یکای زمان است.

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\Rightarrow \bar{a}=\frac{9-5}{3-1}=2\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۲۲- گزینه‌ی ۴** شیب خط قاطع در لحظه‌های t_1 و t_2 روی نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط است.

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

Ⓐ **۱۲۳- گزینه‌ی ۳** ابتدا از معادله‌ی حرکت مشتق می‌گیریم و معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=0/3\pi\cos(5\pi t)$$

در لحظه‌ی $t=2s$ و $t=5s$ سرعت لحظه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t=2s\Rightarrow v_1=0/3\pi\cos(10\pi)\Rightarrow v_1=0/3\pi\,\frac{m}{s} \\ t=5s\Rightarrow v_2=0/3\pi\cos(25\pi)\Rightarrow v_2=-0/3\pi\,\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-0/3\pi-0/3\pi}{5-2}=-0/2\pi\,\frac{m}{s^2}$$

پس بزرگی بردار شتاب متوسط برابر $0/2\pi\,\frac{m}{s^2}$ است.

Ⓐ **۱۲۴- گزینه‌ی ۲** با توجه به تعریف شتاب متوسط، ابتدا بردار شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\vec{\bar{a}}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}\Rightarrow \vec{\bar{a}}=\frac{30\vec{i}+19\vec{j}+2\vec{i}+5\vec{j}}{12-2}\Rightarrow \vec{\bar{a}}=\frac{32\vec{i}+24\vec{j}}{10}\Rightarrow \vec{\bar{a}}=3/2\vec{i}+2/4\vec{j}$$

اکنون اندازه‌ی شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\bar{a}=\sqrt{(3/2)^2+(2/4)^2}=\sqrt{(0/8)^2\times(4^2+3^2)}=0/8\times5\Rightarrow \bar{a}=4\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۲۵- گزینه‌ی ۳** برای یافتن شتاب متوسط ابتدا باید معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورد. کافی است از معادله‌ی مکان-زمان مشتق بگیریم تا سرعت لحظه‌ای به دست آید.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-12t+9$$

$$t=1s\Rightarrow v_1=3-12+9=0\quad,\quad t=2s\Rightarrow v_2=12-24+9=-3$$

اکنون به کمک تعریف شتاب متوسط مسأله را حل می‌کنیم.

$$|\bar{a}|=\left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right|\Rightarrow|\bar{a}|=\left|\frac{-3-0}{2-1}\right|=3\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۲۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا باید معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-12t$$

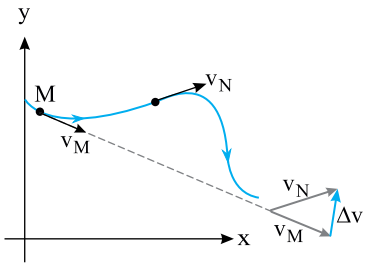
اکنون در لحظه‌های $t=\frac{1}{3}s$ و $t=\frac{2}{3}s$، سرعت متحرک را حساب می‌کنیم:

$$t_1=\frac{1}{3}s\Rightarrow v_1=3\times(\frac{1}{9})-12\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{11}{3}\,\frac{m}{s}$$

$$t_2=\frac{2}{3}s\Rightarrow v_2=3\times(\frac{4}{9})-12\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}-\frac{24}{3}=-\frac{20}{3}\,\frac{m}{s}$$

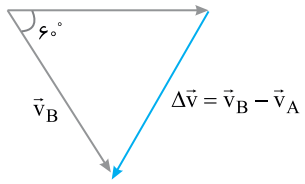
شتاب متوسط برابر است با:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-\frac{20}{3}-(-\frac{11}{3})}{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}=\frac{-3}{\frac{1}{3}}=-9\,\frac{m}{s^2}$$



Ⓐ **۱۲۷- گزینه‌ی ۳** بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه بر مسیر حرکت مماس است و شتاب متوسط برابر تغییر بردار سرعت در یکای زمان بوده و بردار شتاب متوسط در جهت بردار تغییر سرعت می‌باشد.

کافی است هم‌سنگ بردارهای v_M و v_N را رسم کرده و جهت بردار تغییر سرعت را به‌دست بیاوریم تا جهت بردار شتاب متوسط به دست آید.

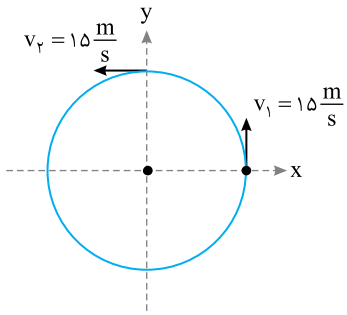


Ⓐ **۱۲۸- گزینه‌ی ۴** بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. هم‌سنگ بردارهای سرعت را از یک نقطه رسم کرده، تغییر بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v = ۲v\sin\frac{\theta}{۲} \Rightarrow \Delta v = ۲\times۵\times\sin\frac{۶۰^\circ}{۲} \Rightarrow \Delta v = ۵\,\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک تعریف شتاب متوسط، مقدار شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

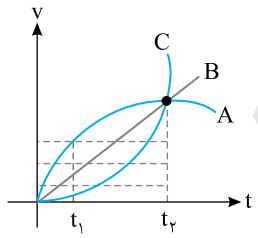
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \bar{a} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \bar{a} = ۱/۲۵\,\frac{m}{s^۲}$$



Ⓐ **۱۲۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل بردار سرعت $\vec{v}_۱ = ۱۵\vec{j}$ و $\vec{v}_۲ = -۱۵\vec{i}$ است. از این‌رو:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_۲ - \vec{v}_۱ = -۱۵\vec{i} - ۱۵\vec{j}$$

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\vec{a}} = \frac{-۱۵\vec{i} - ۱۵\vec{j}}{۸-۳} \Rightarrow \bar{\vec{a}} = -۳\vec{i} - ۳\vec{j}$$



Ⓑ **۱۳۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل تغییر سرعت متحرک C از متحرک B بیش‌تر و تغییر سرعت B از تغییر سرعت A بیش‌تر است.

$$\Delta v_C > \Delta v_B > \Delta v_A$$

با توجه به تعریف شتاب متوسط:

$$\begin{cases} \bar{a}_C = \dfrac{\Delta v_C}{t_۲ - t_۱} \\ \bar{a}_B = \dfrac{\Delta v_B}{t_۲ - t_۱} \\ \bar{a}_A = \dfrac{\Delta v_A}{t_۲ - t_۱} \end{cases} \Rightarrow \bar{a}_C > \bar{a}_B > \bar{a}_A$$

Ⓐ **۱۳۱- گزینه‌ی ۱** سرعت لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی حرکت نسبت به زمان است.

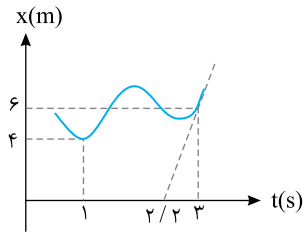
$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = ۳t^۲ - ۲$$

$$t = ۳s \Rightarrow v = ۳(۳)^۲ - ۲ = ۲۵\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۳۲- گزینه‌ی ۳** شتاب لحظه‌ای، مشتق دوم معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان است.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{۳}{۵}t^۲ + ۲ \;,\; a = \frac{dv}{dt} = \frac{۶}{۵}t$$

$$t = ۲s \Rightarrow a = \frac{۶}{۵}\times۲ = ۲/۴\,\frac{m}{s^۲}$$

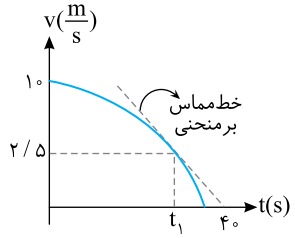


B **۱۳۳- گزینه‌ی ۱** در $t=1s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان موازی محور زمان بوده و سرعت لحظه‌ای صفر است $(v_1=0)$. در $t=3s$ شیب خط مماس برابر است با:

$$v_2=\frac{6-0}{3-2/2}=\frac{6}{0/8}=\frac{60}{8}=7/5\,\frac{m}{s}$$

در این صورت شتاب متوسط برابر است با:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{7/5-0}{3-1}=\frac{7/5}{2}\Rightarrow \bar{a}=3/75\,\frac{m}{s^2}$$



B **۱۳۴- گزینه‌ی ۱** شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای است، بنابراین:

$$\bar{a}=a\Rightarrow\frac{2/5-10}{t_1-0}=-\frac{2/5-0}{40-t_1}\Rightarrow\frac{-7/5}{t_1}=\frac{-2/5}{40-t_1}\Rightarrow 120-3t_1=t_1\Rightarrow t_1=30s$$

A **۱۳۵- گزینه‌ی ۳** اندازه‌ی شتاب‌های متوسط با هم برابر است از این‌رو در قسمت اول که شتاب منفی است قدر مطلق آن‌را باید با شتاب مثبت در کل زمان از $t_1=1s$ تا $t_3=7s$ برابر قرار داد.

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow-\frac{-15-(10)}{t_2-1}=\frac{40-10}{7-1}\Rightarrow\frac{25}{t_2-1}=\frac{30}{6}\Rightarrow t_2-1=5\Rightarrow t_2=6s$$

B **۱۳۶- گزینه‌ی ۴** شتاب لحظه‌ای مشتق معادله‌ی سرعت- زمان است. حال باید فکر کرد که از چه عبارتی می‌توان مشتق گرفت تا $a=4t^2+3$ به دست آید. با کمی فکر معادله‌ی سرعت-زمان برابر است با: $v=\frac{4}{3}t^3+3t+v_0$

ثانیه‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=1s$ تا $t=2s$، از این‌رو سرعت را در این لحظه‌ها به دست می‌آوریم.

$$t_1=1s\quad v_1=\frac{4}{3}+3+v_0=\frac{13}{3}+v_0\quad,\quad t_2=2s\quad v_2=\frac{32}{3}+6+v_0=\frac{50}{3}+v_0$$

شتاب متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{\frac{50}{3}+v_0-\frac{13}{3}-v_0}{2-1}=\frac{\frac{37}{3}}{1}=\frac{37}{3}\,\frac{m}{s^2}$$

B **۱۳۷- گزینه‌ی ۱** این‌که سرعت متحرک در حال کاهش است یعنی حرکت کندشونده است. برای آن‌که کندشونده و یا تندشونده بودن حرکت را مشخص کنیم کافی است در آن لحظه علامت سرعت و علامت شتاب را معین کنیم. برای این منظور با مشتق‌گیری از معادله‌ی حرکت، معادله‌های سرعت- زمان و شتاب- زمان را به دست می‌آوریم.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=6t^2-4t+2\xrightarrow{v=0}3t^2-2t+1=0$$

این معادله‌ی درجه ۲ ریشه ندارد $(\Delta=1-3<0)$ و همواره علامت آن موافق علامت ضریب t^2، یعنی مثبت است. $(v>0)$

حال به بررسی معادله‌ی شتاب- زمان می‌پردازیم:

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=6t-2\xrightarrow{a=0}t=\frac{1}{3}s$$

برای $t<\frac{1}{3}s$ شتاب منفی و برای $t>\frac{1}{3}s$ شتاب مثبت است، بنابراین از بین گزینه‌ها در $t=0/2s$، حاصل ضرب av منفی و حرکت کندشونده است.

A **۱۳۸- گزینه‌ی ۴** کافی است در معادله‌ی مکان- زمان، $t=0/5s$ را قرار دهیم:

$$x=2(\tfrac{1}{2})^2-3(\tfrac{1}{2})+5\Rightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+5=4m$$

Ⓐ **۱۳۹- گزینه‌ی ۴** مشتق مکان نسبت به زمان برابر سرعت لحظه‌ای است $v=\frac{dx}{dt}$ و علامت سرعت به تنهایی درباره‌ی نوع حرکت چیزی را مشخص نمی‌کند. $\frac{dx}{dt}>0$ تنها نشان می‌دهد که متحرک در جهت مثبت محور در حال پیشروی است و ممکن است مقدار سرعت ثابت باشد و یا سرعت در حال کاهش (حرکت کندشونده) و یا در حال افزایش (حرکت تندشونده) باشد.

فراموش نکنیم که برای مشخص شدن کندشونده و تندشونده بودن حرکت باید علامت سرعت و علامت شتاب هر دو مشخص باشد. اگر بردار سرعت و شتاب هم‌علامت باشند $(av>0)$ حرکت تندشونده و اگر بردار سرعت و شتاب هم‌علامت نباشند $(av<0)$ حرکت کندشونده است.

Ⓐ **۱۴۰- گزینه‌ی ۱** متحرکی که روی خط راست (محور xها) در حرکت است، برای تغییر جهت ابتدا باید سرعتش صفر شود. از این‌رو ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به کمک مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان به دست آورده، لحظه‌ی صفر شدن سرعت و تغییر جهت را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-3\xrightarrow{v=0}3t^2-3=0\Rightarrow t^2=1\Rightarrow t=1s$$

$$x=t^3-3t+1\Rightarrow x=1-3+1\Rightarrow x=-1m$$

Ⓐ **۱۴۱- گزینه‌ی ۲**

پرسش: ثانیه‌ی دوم، دو ثانیه‌ی اول و دو ثانیه‌ی سوم هر کدام چه مفهومی دارد؟

پاسخ: ثانیه‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=1s$ تا $t=2s$.

دو ثانیه‌ی اول یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=0$ تا $t=2s$

دو ثانیه‌ی سوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=4s$ تا $t=6s$

بنابراین در حل تست‌ها باید به این مفاهیم دقت کرد در این‌صورت شما بگویید سه ثانیه‌ی پنجم یعنی چه؟

درست است یعنی در مدت حرکت $3\times5=15s$ بازه‌ی بین $12s$ تا $15s$ مدنظر است.

بازه‌ی زمانی ثانیه‌ی دوم یعنی از $t=1s$ تا $t=2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-3\xrightarrow{v=0}3t^2-3=0\Rightarrow t=1s$$

بنابراین در بازه‌ی مورد نظر تغییر جهت رخ نمی‌دهد و مسافت طی شده با جابه‌جایی متحرک یکسان است:

$$\begin{cases}t_1=1s\Rightarrow x_1=1-3+1=-1m\\ t_2=2s\Rightarrow x_2=8-3\times2+1=+3m\end{cases}\Rightarrow\Delta x=x_2-x_1\Rightarrow\Delta x=3-(-1)=4m$$

Ⓑ **۱۴۲- گزینه‌ی ۴** بازه‌ی زمانی دو ثانیه‌ی اول یعنی از $t=0$ تا $t=2s$. ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا در این بازه، سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

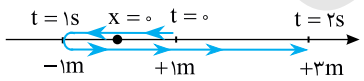
$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-3\xrightarrow{v=0}3t^2-3=0\Rightarrow t=1s$$

$$x=(1)^3-3\times(1)^2+1\Rightarrow x=-1m$$

بنابراین متحرک در لحظه‌ی $t=1s$ و مکان $x=-1m$ تغییر جهت داده است.

اکنون مکان متحرک در ابتدا و انتهای بازه‌ی مورد نظر را به‌دست می‌آوریم:

$$t=0\Rightarrow x=+1m$$
$$t=2s\Rightarrow x=8-6+1=+3m$$



پس متحرک از مکان $+1m$ به مکان $-1m$ رفته و سپس به مکان $x=+3m$ برگشته است و مسافت طی‌شده برابر است با: $2+4=6m$

Ⓐ **۱۴۳- گزینه‌ی ۲** مسافت طی‌شده در ثانیه‌ی دوم، یعنی مسافت طی‌شده در بازه‌ی زمانی $t=1s$ تا $t=2s$. بنابراین در معادله‌ی حرکت $t_1=1s$ و $t_2=2s$ را قرار می‌دهیم و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$x=2t^3+3t:\begin{cases}t=1s\Rightarrow x_1=5m\\ t=2s\Rightarrow x_2=22m\end{cases}\Rightarrow\Delta x_{(2)}=22-5=17m$$

دقت کنید اگر معادله‌ی سرعت- زمان این متحرک را به‌دست آوریم سرعت صفر نمی‌شود و متحرک در هیچ لحظه‌ای پس از $t=0$ تغییر جهت نمی‌دهد و مسافت طی‌شده همان جابه‌جایی است.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=6t^2+3\Rightarrow v\neq0$$

۱۴۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم. در مدتی که متحرک دارای سرعت منفی می‌باشد، متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-6\Rightarrow 3t^2-6=0\Rightarrow t^2=2\Rightarrow t=\sqrt{2}s$$

اکنون سرعت را تعیین علامت می‌کنیم؛ با توجه به جدول روبه‌رو، متحرک در بازه‌ی $t=0$ تا $t=\sqrt{2}s$ در جهت منفی محور در حال حرکت است.

t	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
v		−	0	+	
			تغییر جهت		

۱۴۵- گزینه‌ی ۱ دو ثانیه‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=2s$ و $t=4s$، بنابراین کافی است در این لحظه‌ها مکان متحرک را به کمک معادله‌ی مکان- زمان به دست آورده و از هم کم کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} t=2s\Rightarrow x=3\times 2^3-6\times 2+8=3\times 8-12+8=20m \\ t=4s\Rightarrow x=3\times 4^3-6\times 4+8=192-24+8=176m \end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x=176-20=156m$$

اکنون تمرین‌های زیر را برای یک دوره‌ی کوتاه انجام دهید.

تست: معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x=-t^2+4t+5$ است. تغییر مکان (جابه‌جایی) متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکتش چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۵ ۳) −۵ ۴) ۱۳

پاسخ: یک بار $t=0$ و بار دیگر $t=5s$ را در معادله‌ی حرکت قرار داده و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$\left\{\begin{array}{l} t=0\Rightarrow x_1=5m \\ t=5\Rightarrow x_2=-25+4\times 5+5=0 \end{array}\right.\Rightarrow \Delta x=x_2-x_1=0-5=-5m$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=-t^2+4t+5$ است. مسافت طی شده‌ی این متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکتش چند متر است؟

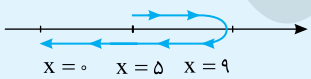
۱) صفر ۲) ۵ ۳) −۵ ۴) ۱۳

پاسخ: راه‌حل اول: مسافت طی شده یعنی طول کل مسیری که متحرک در ۵ ثانیه طی می‌کند. پس باید بررسی کرد که متحرک متوقف می‌شود و جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد یا خیر؟ برای این منظور ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=-2t+4\xrightarrow{v=0}-2t+4=0\Rightarrow t=2s$$

پس در لحظه‌ی $t=2s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. حال مکان تغییر جهت را نیز به‌دست می‌آوریم:

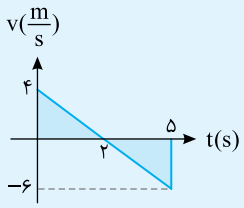
$$x=-t^2+4t+5\xrightarrow{t=2s}x=-4+8+5=9m$$



در لحظه‌ی $t=0$ متحرک در مکان $+5m$، در لحظه‌ی $t=2s$ در مکان $+9m$ و در لحظه‌ی $t=5s$ در مکان $x=0$ است. پس در کل، مسافت طی شده برابر است با:

$$4+9=13m$$

راه‌حل دوم: می‌توانیم نمودار سرعت - زمان $v=-2t+4$ را در مدت $5s$ رسم کرده و قدرمطلق سطح‌های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.



$$\text{مسافت طی شده}=\left|\frac{4\times 2}{2}\right|+\left|\frac{-6\times 3}{2}\right|=13m$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۴۶- گزینه‌ی ۳** سه ثانیه‌ی دوم حرکت یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=3s$ و $t=6s$، بنابراین ابتدا با قرار دادن این دو لحظه از معادله‌ی مکان- زمان، جابه‌جایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$t=3s \Rightarrow x=(3)^3-6\times3+4 \Rightarrow x=27-18+4 \Rightarrow x_1=13m$$
$$t=6s \Rightarrow x=(6)^3-6\times6+4 \Rightarrow x=216-36+4 \Rightarrow x_2=184m$$
$$\Rightarrow \Delta x=x_2-x_1=184-13 \Rightarrow \Delta x=171m$$

اکنون سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{171}{6-3}=\frac{171}{3} \Rightarrow \bar{v}=57\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۴۷- گزینه‌ی ۴** ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم. در بازه‌ی زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است و در بازه‌ی زمانی که سرعت مثبت است، متحرک در جهت مثبت محور در حرکت است.

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=3t^2+4t=0 \Rightarrow t=0 \quad , \quad t=-\frac{4}{3}s \text{ غ ق ق}$$

در تمام مدت حرکت متحرک پس از لحظه‌ی $t=0$، همواره سرعت مثبت و همواره حرکت در جهت مثبت محور x ها است.

Ⓐ **۱۴۸- گزینه‌ی ۴** در حرکت کندشونده، سرعت متحرک در حال کاهش است و بردار شتاب و بردار سرعت در خلاف جهت هم هستند. معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست آورده و آن‌ها را تعیین‌علامت می‌کنیم:

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=-3t^2-4t \xrightarrow{v=0} \begin{cases} t=0 \\ t=-\frac{4}{3}s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$a=\frac{dv}{dt} \Rightarrow a=-6t-4 \xrightarrow{a=0} t=-\frac{2}{3}s \text{ غ ق ق}$$

t	0	$+\infty$
v	−	
a	−	
av	+	

با توجه به جدول تعیین‌علامت، هرگز حرکت این متحرک کندشونده نخواهد بود.

Ⓐ **۱۴۹- گزینه‌ی ۲** متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد.

معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورده، سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=t^2+3t-4$$
$$v=0 \Rightarrow t^2+3t-4=0 \Rightarrow (t-1)(t+4)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \\ t=-4s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

در لحظه‌ی $t=1s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

Ⓐ **۱۵۰- گزینه‌ی ۱** متحرک لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شده و سرعت تغییر علامت بدهد.

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=3t^2-6t+3 \xrightarrow{v=0} 3(t^2-2t+1)=0 \Rightarrow 3(t-1)^2=0 \Rightarrow t=1s$$

با آن‌که در لحظه‌ی $t=1s$ سرعت صفر می‌شود اما تغییر علامت نمی‌دهد و سرعت $3(t-1)^2$ همواره مثبت است بنابراین متحرک در هیچ لحظه‌ای تغییر جهت نمی‌دهد.

Ⓑ **۱۵۱- گزینه‌ی ۲** بردار مکان، برداری است که از مبدأ $(x=0)$ به محل متحرک رسم می‌شود و هرگاه متحرک از مبدأ می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم.

$$x=0 \Rightarrow t^3-3t^2+3t-1=0 \Rightarrow (t-1)^3=0 \Rightarrow t=1s$$

بردار مکان یک‌بار تغییر جهت می‌دهد.

Ⓐ **۱۵۲- گزینه‌ی ۴** می‌دانیم سرعت لحظه‌ای، مشتق مکان نسبت به زمان است، بنابراین باید از خود بپرسیم از چه عبارتی مشتق بگیریم تا $-6t^2$ به‌دست آید که قطعاً $-2t^3$ به ذهن ما می‌رسد و با گرفتن مشتق از $3t^2$ عبارت $6t$ به‌دست می‌آید، از این‌رو معادله‌ی مکان- زمان متحرک خواهد شد:

$$x=-2t^3+3t^2+x_0$$

با توجه به فرض پرسش در $t=1s$، $x=-2m$ می‌باشد:

$$-2=2\times(1)^3+3\times(1)^2+x_0 \Rightarrow x_0=-3m$$
$$x=-2t^3+3t^2-3$$

البته بدون حل نیز می‌توان گزینه‌ی (۴) را انتخاب کرد، زیرا معادله‌ی سرعت- زمان تابع درجه‌ی ۲ است و قطعاً معادله‌ی مکان- زمان تابع درجه‌ی ۳ است.

۱۵۳- گزینه‌ی ۴ هرگاه در یک پرسش، که معادله‌ی مکان- زمان در آن مشخص است در مورد مسافت طی‌شده سؤال شود، ابتدا باید مشخص گردد که در بازه‌ی زمانی مورد نظر، متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟ برای این منظور باید تعیین کرد در چه لحظه‌ای و در چه مکانی سرعت صفر می‌شود.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=-۲t+۴\xrightarrow{v=۰}-۲t+۴=۰\Rightarrow t=۲s$$

$$x=-(۲)^۲+۴\times۲-۴=۰$$

حال مکان متحرک را در ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱=۰\Rightarrow x_۱=-۴m$$

$$t_۲=۴s\Rightarrow x_۲=-۱۶+۱۶-۴=-۴m$$

با توجه به شکل مسافت طی‌شده برابر است با: $d=۴+۴=۸m$

۱۵۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را به کمک مشتق‌گیری به دست می‌آوریم.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=۳t^۲-۱۲t+۹$$

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=۶t-۱۲$$

برای تغییر جهت بردار شتاب باید ابتدا شتاب صفر شود و سپس تغییر علامت دهد. از این‌رو شتاب را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$a=۰\Rightarrow ۶t-۱۲=۰\Rightarrow t=۲s$$

معادله‌ی شتاب تابع درجه یک است که در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد بنابراین در $t=۲s$ بردار شتاب تغییر جهت می‌دهد. گزینه‌ی (۱) درست است.

برای بررسی تغییر جهت بردار سرعت، معادله‌ی سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$۳t^۲-۱۲t+۹=۰\Rightarrow t^۲-۴t+۳=۰\Rightarrow(t-۱)(t-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\\t=۳s\end{cases}$$

در معادله‌ی درجه ۲ در دو طرف ریشه تغییر علامت وجود دارد پس سرعت در لحظه‌های $t=۱s$ و $t=۳s$ تغییر علامت می‌دهد و گزینه‌ی (۲) درست است.

در لحظه‌ی $t=۴s$ سرعت و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}v=۳(۴)^۲-۱۲(۴)+۹\Rightarrow v=۴۸-۴۸+۹=۹>۰\\a=۶(۴)-۱۲=۱۲>۰\end{array}\right\}\Rightarrow av>۰$$ حرکت تندشونده

بنابراین گزینه‌ی (۳) نیز درست است.

۱۵۵- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی شتاب-زمان را با مشتق‌گیری از معادله‌ی سرعت- زمان به دست می‌آوریم.

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=-۱۶t$$

کاملاً مشخص است که با گذشت زمان، بزرگی شتاب در حال افزایش است و گزینه‌ی (۱) نادرست است، همچنین گزینه‌ی (۳). سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=۰\Rightarrow ۲۰۰-۸t^۲=۰\Rightarrow t^۲=۲۵\Rightarrow t=۵s,\ t=-۵s$$ غ‌ق‌ق

علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت ضریب $t^۲$ بوده و مطابق جدول روبه‌رو در بازه‌ی ۰ تا $+۵s$ سرعت مثبت اما شتاب $(a=-۱۶t)$ منفی بوده و حرکت کندشونده است بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است. همچنین در بازه‌ی ۰ تا $+۵s$ علامت سرعت مثبت بوده و حرکت در جهت محور xها است و برای $t>۵s$ علامت سرعت منفی شده و در خلاف جهت محورxها بوده بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

t	$-\infty$	-۵	۰	$+۵$	$+\infty$
v	−	۰ +		+ ۰	−
a	غ ق ق			−	−

Ⓐ **۱۵۶- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب-زمان را به کمک مشتق‌گیری به دست می‌آوریم.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=6t-3t^2 \xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}} a=6-6t$$

ریشه‌ی معادله‌ی شتاب- زمان را به دست می‌آوریم زیرا در لحظه‌ای که شتاب صفر می‌شود و تغییر علامت می‌دهد جهت بردار شتاب عوض می‌شود.

$$a=0\Rightarrow 6-6t=0\Rightarrow t=1s$$

تابع درجه یک بوده و علامت آن در دو طرف ریشه تغییر می‌کند، پس جهت بردار شتاب در لحظه‌ی $t=1s$ عوض می‌شود و گزینه‌ی (۱) نادرست است.

ریشه‌ی معادله‌ی سرعت- زمان را به دست می‌آوریم.

$$v=0 \Rightarrow 6t-3t^2=0\Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2s \end{cases}$$

t	$-\infty$	۰		۱		۲	$+\infty$
v		۰	+		+	۰	−
a	غ ق ق		+	۰	−		−
av			+		−		+
			تندشونده		کندشونده		تندشونده

پس در بازه‌ی ۰ تا ۲s علامت سرعت عوض نمی‌شود و جهت حرکت جسم تغییر نمی‌کند بنابراین گزینه‌ی (۲) درست و گزینه‌ی (۳) نادرست است. هر چند که حل مسأله تمام شده، گزینه‌ی (۴) را نیز بررسی می‌کنیم. هر دو معادله‌ی سرعت و شتاب را تعیین علامت می‌کنیم با توجه به جدول گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓑ **۱۵۷- گزینه‌ی ۳** $\frac{d^2x}{dt^2}$ شتاب است که کوچک‌تر از صفر می‌باشد. اگر سرعت منفی باشد حرکت تندشونده است و دیگر کندشونده نخواهد شد، بنابراین متحرک می‌تواند دارای حرکت تندشونده باشد. اگر سرعت مثبت باشد چون شتاب منفی است، حرکت کندشونده است و سبب توقف جسم می‌شود. البته ممکن است جسم پس از توقف با همین شتاب در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت تندشونده کند. در نتیجه تنها حالتی که نمی‌تواند رخ دهد گزینه‌ی (۳) است.

Ⓐ **۱۵۸- گزینه‌ی ۳** در حرکت کندشونده، ممکن است شتاب مثبت باشد، کافی است متحرک در جهت منفی محور در حرکت باشد.

Ⓐ **۱۵۹- گزینه‌ی ۳** در گزینه‌ی (۱) تعریف حرکت با سرعت ثابت روی خط راست بیان شده است. در گزینه‌ی (۲) تعریف شتاب ثابت بیان شده است. در گزینه‌ی (۴) تعریف شتاب لحظه‌ای بیان شده است.

در حرکت با شتاب ثابت $\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}$ است که در گزینه‌ی (۳) به شتاب ثابت اشاره‌ای نشده است. بنابراین گزینه‌ی (۳) گزاره‌ی نادرست است.

Ⓐ **۱۶۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به معادله‌ی مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 4\times(2)^2+v_0\times 2\Rightarrow v_0=6\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۶۱- گزینه‌ی ۲** برای این بازه‌ی ۳ ثانیه‌ای معادله‌ی مکان- زمان را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 2\times(3)^2+2/5\times 3-2/5\Rightarrow x=14m$$

Ⓐ **۱۶۲- گزینه‌ی ۴** هنگامی که متحرک روی خط راست در حرکت است، برای آن‌که تغییر جهت دهد، ابتدا باید سرعت صفر شده، سپس سرعت تغییر علامت بدهد.

با گرفتن مشتق از معادله‌ی مکان- زمان، معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=2t-6 \xrightarrow{v=0} 2t-6=0\Rightarrow t=3s \quad , \quad x=t^2-6t+10 \xrightarrow{t=3s} x=9-18+10=+1m$$

Ⓐ **۱۶۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت اولیه‌ی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 24=\frac{1}{2}\times 2\times 16+4v_0\Rightarrow v_0=2\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان سرعت را در انتهای این بازه به‌دست آورد:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=2\times 4+2\Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

روش دیگر استفاده از رابطه‌ی مستقل از سرعت اولیه است:

$$\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow 24=-\frac{1}{2}\times 2\times 16+4v\Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۶۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا معادله‌ی سرعت - زمان و سپس لحظه‌ی صفر شدن سرعت را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=8t-4\xrightarrow{v=0}8t-4=0\Rightarrow t=\frac{1}{2}s$$

در بازه‌ی صفر تا $\frac{1}{2}s$ سرعت متحرک از $-4\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد و حرکت کندشونده است. جابه‌جایی در این بازه برابر است با:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow \Delta x=\frac{0+(-4)}{2}\times\frac{1}{2}=-1m$$

Ⓑ **۱۶۵- گزینه‌ی ۴** ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=4t-12\xrightarrow{v=0}4t-12=0\Rightarrow t=3s$$

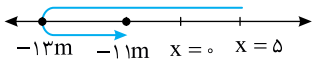
لحظه‌ای که سرعت متحرک $+4\frac{m}{s}$ می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$v=4t-12\Rightarrow 4=4t-12\Rightarrow t=4s$$

حال مکان متحرک را در لحظه‌های $t=0$، $t=3s$ (لحظه‌ی تغییر جهت) و $t=4s$ به دست می‌آوریم.

$$t=0\Rightarrow x=5m\ ,\ t=3s\Rightarrow x=18-36+5=-13m\ ,\ t=4s\Rightarrow x=2\times16-12\times4+5=-11m$$

با توجه به نمودار روبه‌رو خواهیم داشت:



$$d=5+13+2=20m$$

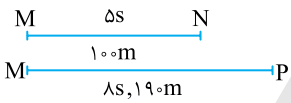
Ⓐ **۱۶۶- گزینه‌ی ۲** سرعت لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان است:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=10t-3\xrightarrow{v=8\frac{m}{s}}8=10t-3\Rightarrow t=1/1s$$

حرکت با شتاب ثابت و سرعت اولیه‌ی $v_0=-3\frac{m}{s}$ است. به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، مکان را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{v+v_0}{2}t+x_0\Rightarrow x=\frac{8+(-3)}{2}\times1/1+1=\frac{5/5}{2}+1\Rightarrow x=3/75m$$

Ⓑ **۱۶۷- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل‌های روبه‌رو و به کمک معادله‌ی جابه‌جایی-زمان حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می‌کنیم.



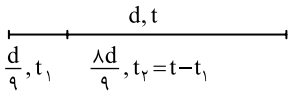
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}100=\frac{1}{2}a(25)+5v_0\\190=\frac{1}{2}a(64)+8v_0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5a+2v_0=40\\4a+v_0=23/75\end{cases}\Rightarrow -3a=-7/5\Rightarrow a=2/5\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۶۸- گزینه‌ی ۴** شتاب مثبت و سرعت اولیه منفی است، پس ابتدا حرکت کندشونده و پس از توقف و شروع مجدد، حرکت در جهت مثبت محور و تندشونده است.

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، هرگاه شتاب متحرک و سرعت اولیه‌ی آن دارای علامت مخالف هم باشند، حرکت در ابتدا کندشونده و با گذشت زمان، در خلاف جهت حرکت اولیه دارای حرکت تندشونده است.

$$\begin{cases}x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\\x=t^2-3t+5\end{cases}\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}\ ,\quad v_0=-3\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۶۹- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت، تست را حل می‌کنیم:

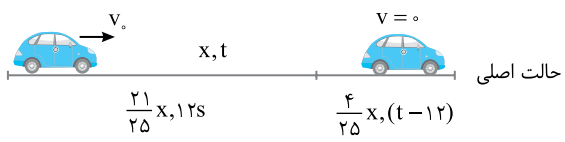


$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\begin{cases}d=\frac{1}{2}at^2\\\frac{d}{9}=\frac{1}{2}at_1^2\end{cases}\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را برهم}}9=\frac{t^2}{t_1^2}\Rightarrow t_1=\frac{t}{3}\ (1)$$

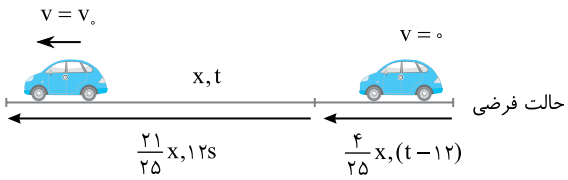
$$\xrightarrow[(1)\text{و}(2)]{\text{از روابط}}\frac{t_2}{t_1}=\frac{\frac{2t}{3}}{\frac{t}{3}}=2$$

$$t_2=t-\frac{t}{3}\Rightarrow t_2=\frac{2t}{3}\qquad(2)$$

B **۱۷۰- گزینه‌ی ۱** نکته: در حرکت کندشونده با شتاب ثابت روی خط راست که متحرک متوقف می‌شود، می‌توان حرکت را از مکان توقف یک حرکت تندشونده با همان شتاب فرض کرد.



اکنون با توجه به حالت فرضی پرسش را حل می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}at^2 \\ \frac{4x}{25}=\frac{1}{2}a(t-12)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{25}{4}=\frac{t^2}{(t-12)^2} \Rightarrow \frac{5}{2}=\frac{t}{t-12}$$

$$\Rightarrow 5t-60=2t \Rightarrow t=20s$$

A **۱۷۱- گزینه‌ی ۱** بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان $(x=0)$ به محل متحرک رسم می‌شود. بنابراین هنگام گذر از مبدأ، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x=0 \Rightarrow t^2+t+1=0 \Rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}$$

معادله‌ی بالا بدون پاسخ است و متحرک از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

A **۱۷۲- گزینه‌ی ۲** بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان $(x=0)$ به محل متحرک رسم می‌شود و هرگاه متحرک از مبدأ می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x=0 \Rightarrow t^2+3t-4=0 \Rightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2} \Rightarrow t=\frac{3\pm5}{2} \Rightarrow \begin{cases} t=4s \\ t=-1s \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بردار مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد.

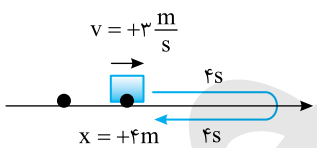
A **۱۷۳- گزینه‌ی ۳** بردار مکان، برداری است که، مکان متحرک را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد و هرگاه متحرک از مبدأ بگذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

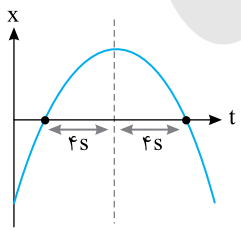
$$x=0 \Rightarrow t^2-3t+2=0 \Rightarrow (t-1)(t-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \\ t=2s \end{cases}$$

بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید در معادله درجه‌ی ۲، تابع در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد.

B **۱۷۴- گزینه‌ی ۱** حرکت دارای شتاب ثابت است. متحرک در لحظه‌ی $t=4s$ در بیش‌ترین فاصله از مبدأ است پس در این نقطه متوقف شده و بر می‌گردد و سپس ۴ ثانیه‌ی دیگر $(8-4=4s)$ مجدداً به محل ابتدایی حرکتش می‌رسد، یعنی مکانش $+4m$ می‌شود.



دقت کنید که معادله‌ی مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ $(x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0)$ بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصله‌ی زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.



A **۱۷۵- گزینه‌ی ۲** حرکت دارای شتاب ثابت $a=-10\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $v_0=20\frac{m}{s}$ است و در لحظه‌ی $t=2s$ سرعت صفر شده و تغییر جهت می‌دهد، بنابراین در بازه‌ی ۰ تا ۳s در لحظه‌ی $t=2s$ فاصله‌ی متحرک از مبدأ بیش‌ترین مقدار است.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\times(-10)\times(2)^2+20\times2+0 \Rightarrow x=-20+40=20m$$

B **۱۷۶- گزینه‌ی ۳** ابتدا لحظه‌ی تغییر جهت و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$v=0 \Rightarrow -2t+8=0 \Rightarrow t=4s$$

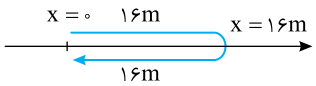
مکان اولیه را به دلخواه مبدأ می‌گیریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}(-2)\times(4)^2+8\times4=16m$$

در لحظه‌ی $t=8s$ نیز مکان را به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}(-2)(8)^2+8\times8=0$$

با توجه به نمودار روبه‌رو مسافت طی شده برابر است با:



$$d=16+16=32m$$

A **۱۷۷- گزینه‌ی ۱** ابتدا به کمک معادله‌ی جابه‌جایی- زمان، سرعت را در ابتدای بازه‌ی زمانی ۲ ثانیه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 6=\frac{1}{2}\times2\times(2)^2+v_0\times(2) \Rightarrow v_0=1\frac{m}{s}$$

معادله‌ی سرعت- زمان به‌صورت $v=2t+1$ است. سرعت اولیه مثبت و شتاب نیز مثبت بوده و با گذشت زمان سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

A **۱۷۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا به کمک معادله‌ی جابه‌جایی- زمان، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 16=\frac{1}{2}\times3\times(4)^2+v_0\times(4) \Rightarrow v_0=-2\frac{m}{s}$$

در ابتدا سرعت منفی و شتاب مثبت بوده و حرکت کندشونده است. با توجه به معادله‌ی سرعت- زمان $v=3t-2$، در لحظه‌ی $t=\frac{2}{3}s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و با حرکت تندشونده به مسیرش ادامه می‌دهد.

A **۱۷۹- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** معادله‌ی $x=-5t^2+6t+12$ را با معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت یعنی $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}a=-5 \Rightarrow a=-10\frac{m}{s^2} \quad , \quad v_0=6\frac{m}{s} \ , \ x_0=12m$$

سرعت اولیه $+6\frac{m}{s}$ است پس، متحرک ابتدا در جهت مثبت محور در حرکت است. سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده است.

راه‌حل دوم: سرعت لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی مکان نسبت به زمان و شتاب لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی سرعت نسبت به زمان است.

$$\left.\begin{array}{l} v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=-10t+6 \\ a=\frac{dv}{dt} \Rightarrow a=-10\frac{m}{s^2} \end{array}\right\} \Rightarrow v_0=6\frac{m}{s} \ , \ a=-10\frac{m}{s^2}$$

باقی راه حل شبیه روش اول است.

نتیجه: در حرکت با شتاب ثابت هرگاه در معادله‌ی مکان - زمان ضریب t^2 و ضریب t هم‌علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر دارای علامت مخالف باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

A **۱۸۰- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=-2t+10 \xrightarrow{v=0} t=5s$$

در لحظه‌ی $t=5s$ سرعت صفر می‌شود. تابع سرعت درجه یک است و در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهد بنابراین برای $t<5s$، سرعت مثبت و در $t>5s$ سرعت منفی است؛ شتاب نیز منفی است، در نتیجه در بازه‌ی ۶s تا ۷s حرکت تندشونده $(av>0)$ و سوی حرکت در سوی منفی محور xها است.

Ⓐ **۱۸۱- گزینه‌ی ۲** به کمک معادله‌ی مکان- زمان جابه‌جایی در قسمت اول را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$$

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\times(+3)(4)^2+(-2)\times(4)=24-8=16m$$

سرعت در انتهای قسمت اول را حساب می‌کنیم.

$$v_1=a_1t_1+v_0\Rightarrow v_1=3\times4+(-2)=10\frac{m}{s}$$

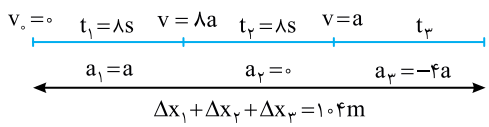
متحرک در قسمت دوم حرکت به مدت $3s$ با شتاب $-4\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ حرکت کرده است از این‌رو:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-4)(3)^2+10\times3=-18+30=12m$$

بنابراین جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$\Delta x_t=16+12=28m$$

Ⓑ **۱۸۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار رسم شده در قسمت اول حرکت:



$$v=at_1\Rightarrow v_1=8a$$

در قسمت سوم (آخر) حرکت:

$$v=a_3t_3+v_0\Rightarrow 0=-4at_3+8a\Rightarrow t_3=2s$$

اکنون مسأله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\Delta x_1=\frac{1}{2}a\times64=32a\quad,\quad\Delta x_2=v_1t_2\Rightarrow\Delta x_2=(8a)\times8=64a\quad,\quad\Delta x_3=\frac{1}{2}(-4a)(2)^2+(8a)\times2=8a$$

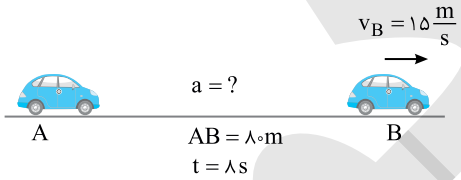
جمع جابه‌جایی‌ها برابر ۱۰۴ متر است.

$$\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3=104\Rightarrow32a+64a+8a=104\Rightarrow a=1\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۸۳- گزینه‌ی ۱** نیازی به تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ نیست بلکه دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم، سپس مسأله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t=\frac{60+40}{2}\times\frac{15}{60}=\frac{100}{8}=12/5km=12500m$$

Ⓐ **۱۸۴- گزینه‌ی ۴** ابتدا به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطه‌ی A را به‌دست می‌آوریم:

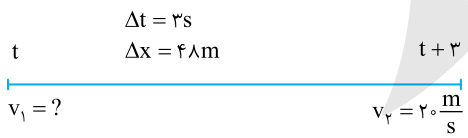


$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{2}\Delta t\Rightarrow80=\frac{15+v_A}{2}\times8\Rightarrow v_A=5\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان شتاب را به‌دست آورد:

$$a=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{15-5}{8}=\frac{5}{4}\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۸۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به‌صورت مسأله و به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، مسأله به راحتی قابل حل است.



$$\Delta x=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t$$

$$48=\frac{20+v_1}{2}\times3\Rightarrow v_1=12\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۸۶- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، سرعت برخورد به مانع را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow45=\frac{v+v_0}{2}\times3\Rightarrow v=10\frac{m}{s}=36\frac{km}{h}$$

۱۸۷- گزینه‌ی ۴ با توجه به‌صورت پرسش، می‌توان برای سادگی در فهم آن، شکل روبه‌رو را رسم کرد.

در بازه‌ی ۰ تا t_1 حرکت شتابدار با شتاب ثابت و در بازه‌ی t_1 تا ۵۰s حرکت یکنواخت است. بنابراین:

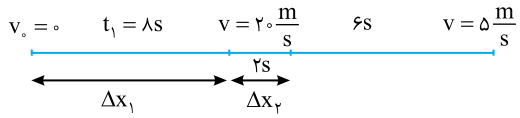
$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2}\Delta t_1 \Rightarrow 200 = \frac{v+0}{2}t_1 \Rightarrow vt_1 = 400 \qquad (1)$$

$$\Delta x_2 = v\Delta t_2 \Rightarrow 600 = v(50-t_1) \Rightarrow 600 = 50v - vt_1 \qquad (2)$$

از رابطه‌ی (۱) در رابطه‌ی (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$600 = 50v - (400) \Rightarrow v = 20\frac{m}{s}$$

۱۸۸- گزینه‌ی ۴ در قسمت اول مسیر جابه‌جایی برابر است با:



$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2}\Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{20+0}{2}\times 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 80m$$

در قسمت دوم مسیر که حرکت کندشونده است، ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{5-20}{6} \Rightarrow a = -\frac{5}{2}\frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی در مدت ۲s از لحظه‌ی $t=8s$ تا $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2}\times(-\frac{5}{2})\times 4 + (20\times 2) \Rightarrow \Delta x_2 = 35m$$

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{80+35}{10} = 11/5\frac{m}{s}$$

۱۸۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل روبه‌رو و معادله‌ی مستقل از شتاب می‌توان پرسش را حل کرد.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2}\Delta t$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{v+0}{2}t + \frac{\frac{v}{2}+v}{2}\times 2t \Rightarrow \Delta x = \frac{v}{2}t + \frac{3}{2}vt \Rightarrow \Delta x = 2vt$$

۱۹۰- گزینه‌ی ۲ شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-v_0}{6} \Rightarrow a = \frac{-v_0}{6}$$

سرعت را در لحظه‌ی $t=2s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{-v_0}{6}\times 2 + v_0 \Rightarrow v = \frac{2}{3}v_0$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌های x_1 و x_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2}\Delta t$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{\frac{2}{3}v_0 + v_0}{2}\times 2 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}v_0 \\ x_2 &= \frac{0+\frac{2}{3}v_0}{2}\times 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3}v_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5}$$

Ⓐ ۱۹۱- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف شتاب ثابت:

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}\Rightarrow ۲=\frac{\frac{v}{۳}-v}{۸}\Rightarrow ۱۶=-\frac{۲}{۳}v\Rightarrow v=-۲۴\frac{m}{s}$$

اکنون جابه‌جایی را به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب (رابطه‌ی طلایی) به دست می‌آوریم:

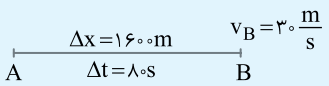
$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow \Delta x=\frac{-۸+(-۲۴)}{۲}\times ۸\Rightarrow \Delta x=-۱۲۸m$$

بنابراین اندازه‌ی جابه‌جایی ۱۲۸ متر است. در حل این تست شتاب را $+۲\frac{m}{s}$ در نظر گرفتیم و چون اندازه‌ی سرعت در حال کاهش بوده، v منفی به دست آمد. شما می‌توانید شتاب را $-۲\frac{m}{s^۲}$ قرار دهید که در جواب نهایی یعنی اندازه‌ی جابه‌جایی تغییری حاصل نخواهد شد.

تست: متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت، فاصله‌ی A تا B را که ۱۶۰۰ متر است در مدت ۸۰s می‌پیماید. اگر سرعت آن در هنگام گذر از B برابر $۳۰\frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه بوده است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$ ۲) -۴ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ: با توجه به معادله‌ی مستقل از شتاب می‌توان نوشت:



$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{۲}\Delta t\Rightarrow ۱۶۰۰=\frac{۳۰+v_A}{۲}\times ۸۰\Rightarrow v_A=۱۰\frac{m}{s}$$

$$a=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}=\frac{۳۰-(۱۰)}{۸۰}=\frac{۱}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: سرعت متحرک A با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌ی زمانی t از v به ۲v می‌رسد و جابه‌جایی x_A را می‌پیماید. سرعت متحرک B با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌ی زمانی ۲t و پس از جابه‌جایی x_B، از v به صفر می‌رسد. نسبت $\frac{x_B}{x_A}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: با توجه به معادله‌ی مستقل از شتاب می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x_B=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow x_B=\frac{\circ+v}{۲}\times ۲t \\ x_A=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow x_A=\frac{۲v+v}{۲}\times t \end{cases}\Rightarrow \frac{x_B}{x_A}=\frac{۲}{۳}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: متحرکی که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند در مدت ۵s جابه‌جایی ۴۰ متر را طی می‌کند و سرعت آن از v به $\frac{۳}{۲}v$ می‌رسد. v چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۸ ۲) ۶/۴ ۳) ۱۲ ۴) ۴/۸

پاسخ: به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب تست به راحتی حل می‌شود.

$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow ۴۰=\frac{\frac{۳}{۲}v+v}{۲}\times ۵\Rightarrow ۱۶=\frac{۵}{۲}v\Rightarrow v=۶/۴\frac{m}{s}$$

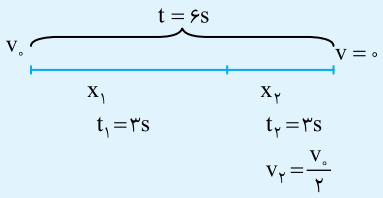
بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: جسمی با سرعت اولیه‌ی v_0 و شتاب ثابت در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و پس از ۶ ثانیه متوقف می‌شود. اگر مسافت طی شده در ۳ ثانیه‌ی اول x_1 و بقیه‌ی مسافت x_2 باشد، نسبت $\frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ:

$$v=at+v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=6s \Rightarrow 0=a\times 6+v_0 \Rightarrow v_0=-6a \\ t=3s \Rightarrow v_2=a\times 3+v_0 \Rightarrow v_2=3a+(-6a) \Rightarrow v_2=-3a \end{cases} \Rightarrow v_2=\frac{1}{2}v_0$$



البته به جای محاسبه‌های بالا به سادگی می‌توان گفت چون حرکت با شتاب ثابت است در هر ثانیه مقدار معینی از سرعت در این حرکت کندشونده کاسته می‌شود، پس اگر بعد از ۶s سرعت از v_0 به صفر رسیده است در ۳s اول سرعت از v_0 به $\frac{v_0}{2}$ می‌رسد. حال به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، نسبت جابه‌جایی‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t \Rightarrow \frac{x_2}{x_1}=\frac{\frac{0+\frac{v_0}{2}}{2}\times 3}{\frac{\frac{v_0}{2}+v_0}{2}\times 3}=\frac{\frac{v_0}{2}}{\frac{3}{2}v_0}=\frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: خودرویی با سرعت $\frac{v}{2}$ در حال حرکت است. خودروی دیگری با سرعت ثابت v از آن سبقت می‌گیرد. در این لحظه خودروی اول با شتاب ثابت بر سرعت خود می‌افزاید تا مجدداً به خودروی دوم برسد. در این هنگام سرعت خودروی اول کدام است؟

۱) v ۲) $2v$ ۳) $\frac{3}{2}v$ ۴) $3v$

پاسخ: جابه‌جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با سرعت اولیه‌ی $\frac{v}{2}$ و متحرک دوم دارای حرکت با سرعت ثابت v است، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_1=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{v'+\frac{v}{2}}{2}\Delta t \\ \Delta x_2=v\Delta t \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_1=\Delta x_2 \Rightarrow v\Delta t=\frac{v'+\frac{v}{2}}{2}\Delta t \Rightarrow v'=\frac{3v}{2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

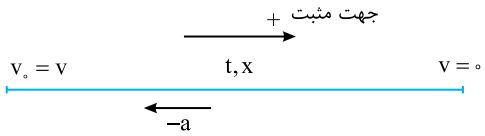
Ⓐ **۱۹۲- گزینه‌ی ۳** جابه‌جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با سرعت اولیه‌ی $\frac{v}{2}$ و متحرک دوم دارای حرکت با سرعت ثابت v است، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_1=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{v'+\frac{v}{2}}{2}\Delta t \\ \Delta x_2=v\Delta t \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_1=\Delta x_2 \Rightarrow v\Delta t=\frac{v'+\frac{v}{2}}{2}\Delta t \Rightarrow v'=\frac{3v}{2}$$

Ⓐ **۱۹۳- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی مستقل از زمان (معادله‌ی سرعت- مکان) به راحتی این پرسش قابل حل است.

$$v_2^2-v_1^2=2a(x_2-x_1) \Rightarrow 49-25=2\times 2\times (x_2-3) \Rightarrow x_2=9m$$

Ⓐ **۱۹۴- گزینه‌ی ۳** وقتی متحرک، ترمز می‌کند و می‌ایستد، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف برابر خواهد شد با:



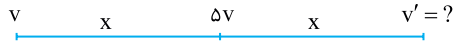
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-a)x \Rightarrow x = \frac{v^2}{2a}$$

حال اگر سرعت اولیه $2v$ و شتاب $2a$ شود، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف برابر خواهد شد با:

$$t' = \frac{2v}{(2a)} \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \Rightarrow t' = t \quad , \quad \Delta x' = \frac{(2v)^2}{2(2a)} \Rightarrow \Delta x' = \frac{4v^2}{4a} \Rightarrow \Delta x' = \frac{v^2}{a} \Rightarrow \Delta x' = 2x$$

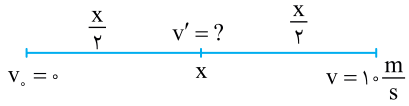
Ⓐ **۱۹۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو و معادله‌ی مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\left.\begin{array}{l}(5v)^2 - v^2 = 2ax \\ (v')^2 - (5v)^2 = 2ax\end{array}\right\} \Rightarrow 24v^2 = v'^2 - 25v^2 \Rightarrow v'^2 = 49v^2 \Rightarrow v' = 7v$$

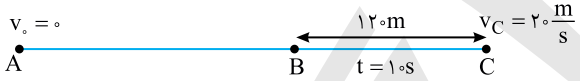
Ⓐ **۱۹۶- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی مستقل از زمان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.



$$\left.\begin{array}{l}v'^2 - v_0^2 = 2a(\frac{x}{2}) \\ v^2 - v_0^2 = 2ax\end{array}\right. \xrightarrow[v=10]{v_0=0} \frac{v'^2}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 \Rightarrow v' = 5\sqrt{2}$$

Ⓑ **۱۹۷- گزینه‌ی ۲** حرکت دارای شتاب ثابت است.

سرعت در نقطه‌ی B را به کمک رابطه‌ی مستقل از شتاب به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta x = \frac{v_C + v_B}{2}\Delta t \Rightarrow 120 = \frac{20 + v_B}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4\frac{m}{s}$$

شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v_C - v_B}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20-4}{10} \Rightarrow a = 1/6\frac{m}{s^2}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، فاصله‌ی A تا B را به‌دست می‌آوریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times 1/6 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 5m$$

Ⓑ **۱۹۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 36 - 64 = 2a(18/5 - 15) \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله‌ی مکان- زمان آن خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 8t + 15 \Rightarrow x = -2t^2 + 8t + 15$$

Ⓑ **۱۹۹- گزینه‌ی ۱** در مدت زمان واکنش، یعنی مدت زمانی که طول می‌کشد تا راننده مانع را ببیند و ترمز کند، می‌توان حرکت را یکنواخت فرض کرد:

$$\Delta x_1 = vt \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{90}{3/6} \times 0/4 \Rightarrow \Delta x_1 = 10m$$

از لحظه‌ی ترمز تا توقف کامل، جابه‌جایی اتومبیل برابر خواهد شد با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 62/5m$$

بنابراین اتومبیل از لحظه‌ی مشاهده‌ی مانع تا توقف، جابه‌جایی $\Delta x_1 + \Delta x_2$ را می‌پیماید:

$$62/5 + 10 = 72/5m$$

در نتیجه اتومبیل در فاصله‌ی $80 - 72/5 = 7/5m$ از مانع می‌ایستد.

Ⓐ **۲۰۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) $v^2-v_0^2=2a\Delta x$، جابه‌جایی در هر سه حالت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{64-16}{2a}=\frac{24}{a}$$

Ⓐ **۲۰۱- گزینه‌ی ۲** متحرک دارای شتاب ثابت است و در گزینه‌ی (۱) و (۳) تغییر جهت نداده است اما در گزینه‌ی (۲) سرعت ابتدا از $-4\frac{m}{s}$ به صفر رسیده و سپس از صفر به $8\frac{m}{s}$ می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده در گزینه‌ی (۱) و (۳) برابر و در گزینه‌ی (۲) بیش‌تر از گزینه‌های (۱) و (۳) است.

Ⓐ **۲۰۲- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2-v_1^2=2a(x_2-x_1)\Rightarrow 25-49=2a(16-4)\Rightarrow a=-1\frac{m}{s^2}$$

اکنون سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)\Rightarrow 25-v_0^2=2(-1)(16-10/5)\Rightarrow v_0^2=25+11\Rightarrow v_0=+6\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۲۰۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به فرض‌های پرسش، شکل روبه‌رو را رسم کرده و سپس به کمک معادله‌ی مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow\begin{cases}v^2-0=2a_1\Delta x_1 & \text{برای قسمت اول حرکت}\\ 0-v^2=2(-a_2)\Delta x_2 & \text{برای قسمت دوم حرکت}\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$1=\frac{2a_1(4\Delta x_2)}{2a_2(\Delta x_2)}\Rightarrow a_2=4a_1$$

Ⓑ **۲۰۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل رسم شده و معادله‌ی مستقل از زمان، Δx_1 و Δx_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow\begin{cases}v^2-0=2a\Delta x_1\Rightarrow\Delta x_1=\frac{v^2}{2a}\\ 0-v^2=2(-2a)\Delta x_2\Rightarrow\Delta x_2=\frac{v^2}{4a}\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=\frac{\frac{v^2}{4a}}{\frac{v^2}{2a}}\Rightarrow\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=\frac{1}{2}$$

نتیجه: اگر متحرک روی خط راست با شتاب ثابت a سرعتش از v_0 به v برسد و سپس با شتاب ثابت na سرعتش از v به v_0 برسد، جابه‌جایی متحرک در قسمتی که شتاب na است، $\frac{1}{n}$ جابه‌جایی در قسمتی است که شتاب حرکت a است، همچنین Δt در بازه‌ای که شتاب na است، $\frac{1}{n}$ بازه‌ای است که شتاب در آن a می‌باشد.

$$a'=na\Rightarrow\Delta x'=\frac{1}{n}\Delta x\quad,\quad\Delta t'=\frac{1}{n}\Delta t$$

Ⓑ **۲۰۵- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول**: شتاب لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی سرعت- زمان نسبت به زمان است.

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\times\frac{dx}{dt}\xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}}a=v\frac{dv}{dx}$$

اکنون شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=5\sqrt{x}\times\frac{5}{2\sqrt{x}}\Rightarrow a=12/5\frac{m}{s^2}$$

بنابراین این حرکت دارای شتاب ثابت است و در تمام مکان‌ها شتاب آن $12/5\frac{m}{s^2}$ است.

نتیجه: هرگاه معادله‌ی سرعت- مکان $v=f(x)$ را داشته باشیم شتاب لحظه‌ای خواهد شد: $a=v\frac{dv}{dx}$

راه‌حل دوم: در این پرسش خاص می‌توان معادله‌ی سرعت - مکان داده شده را با معادله‌ی مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرد.

$$\left.\begin{array}{l}v=5\sqrt{x}\Rightarrow v^2=25x\\ v^2-v_0^2=2ax\\ v_0=0\end{array}\right\}\Rightarrow 2a=25\Rightarrow a=12/5\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ ۲۰۶- گزینه‌ی ۲ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر $\frac{v+v_0}{2}$ است، بنابراین:

$$\bar{v}=\frac{0+20}{2}=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۲۰۷- گزینه‌ی ۲ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، معادله‌ی سرعت - زمان به‌صورت زیر است:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=1/8\times10+0 \Rightarrow v=18\frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow \bar{v}=\frac{18+0}{2} \Rightarrow \bar{v}=9\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۲۰۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت در نقطه‌ی M را به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0 \Rightarrow 20=2\times5+v_M \Rightarrow v_M=10\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی جابه‌جایی - زمان، MN را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}\times2\times25+10\times5=75m$$

Ⓐ ۲۰۹- گزینه‌ی ۱ معادله‌ی سرعت - زمان، تابع درجه‌ی اول از زمان است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است:

$$\left.\begin{array}{l} v=at+v_0 \\ v=2t-4 \end{array}\right\} \Rightarrow a=2\frac{m}{s^2} \quad , \quad v_0=-4\frac{m}{s}$$

برای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط $\bar{v}=\frac{v_2+v_1}{2}$ است.

$$\begin{array}{l} t_1=1s \Rightarrow v_1=-2\frac{m}{s} \\ t_2=2s \Rightarrow v_2=0 \end{array} \Rightarrow \bar{v}=\frac{-2+0}{2} \Rightarrow \bar{v}=-1\frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه‌ی $t_1=1s$ و $t_2=2s$ را به دست آورده به کمک رابطه‌ی مستقل از شتاب جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{l} t_1=1s \Rightarrow v_1=2-4=-2\frac{m}{s} \\ t_2=2s \Rightarrow v_2=2\times2-4=0 \end{array} \Rightarrow \Delta x=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t=\frac{0+(-2)}{2}\times1=-1m$$

Ⓐ ۲۱۰- گزینه‌ی ۳ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}v=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow v_0=\frac{1}{3}v$$

بنابراین حرکت تندشونده است، زیرا سرعت از $\frac{1}{3}v$ به v رسیده است و سرعت اولیه برابر با $\frac{v}{3}$ می‌باشد.

Ⓑ ۲۱۱- گزینه‌ی ۳ با توجه به معادله‌ی مستقل از زمان:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow 4=\frac{v+0}{2} \Rightarrow v=8\frac{m}{s}$$

بنابراین در t ثانیه‌ی اول، سرعت از صفر به $8\frac{m}{s}$ رسیده و حرکت تندشونده است.

در t ثانیه‌ی دوم:

$$\bar{v}=\frac{v'+v}{2} \Rightarrow 6=\frac{v'+8}{2} \Rightarrow v'=4\frac{m}{s}$$

در این مرحله سرعت از $8\frac{m}{s}$ به $4\frac{m}{s}$ رسیده و حرکت کندشونده است.

در t ثانیه‌ی سوم:

$$\bar{v}=\frac{v''+v'}{2} \Rightarrow 6=\frac{v''+4}{2} \Rightarrow v''=8\frac{m}{s}$$

در این مرحله سرعت از $4\frac{m}{s}$ به $8\frac{m}{s}$ رسیده و حرکت تندشونده است.

B ۲۱۲- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: مسأله‌ی زیبایی است زیرا از دو وجه باید به سرعت متوسط نگاه کرد. یکی نسبت جابه‌جایی بر زمان جابه‌جایی و دیگری این مطلب که سرعت متوسط یک بازه در حرکت با شتاب ثابت، میانگین سرعت‌ها در ابتدا و انتهای بازه است.

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow \bar{v}=\frac{۳۵-۱۵}{۷-۳}=۵\frac{m}{s}$$

در این صورت سرعت در لحظه‌ی $t=۵s$ که در وسط بازه‌ی $۳s$ و $۷s$ است برابر $۵\frac{m}{s}$ است.

$$\bar{v}=\frac{x_۳-x_۲}{t_۳-t_۲}\Rightarrow \bar{v}=\frac{۶۵-۳۵}{۹-۷}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت در لحظه‌ی $t=۸s$ که در وسط بازه‌ی $۷s$ و $۹s$ است برابر $۱۵\frac{m}{s}$ می‌باشد. اکنون می‌توان شتاب را محاسبه کرد.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۵-۵}{۸-۵}=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

راه‌حل دوم: اکنون مشاهده می‌کنیم که اگر بخواهیم از معادله‌ی مکان- زمان استفاده کنیم، حل مسأله چقدر طولانی‌تر خواهد شد، در حالی که هر دو روش بر اساس مفاهیم کتاب هستند. معادله‌ی مکان – زمان را برای زمان و مکان‌های داده شده می‌نویسیم:

$$x_۱=\frac{۹}{۲}a+۳v_۰+x_۰=۱۵$$
$$x_۲=\frac{۴۹}{۲}a+۷v_۰+x_۰=۳۵ \quad \Rightarrow \quad ۲۰a+۴v_۰=۲۰ \qquad (۱)$$
$$x_۳=\frac{۸۱}{۲}a+۹v_۰+x_۰=۶۵ \quad \Rightarrow \quad ۱۶a+۲v_۰=۳۰ \qquad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$a=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

A ۲۱۳- گزینه‌ی ۳ جابه‌جایی یک متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است در ثانیه‌ی tام حرکتش از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow \Delta x_{(۱)}=\frac{۱}{۲}a(۲\times۱-۱)+۰\Rightarrow ۲/۵=\frac{۱}{۲}a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(۲)}=\frac{۱}{۲}\times۵\times(۲\times۲-۱)+۰\Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۷/۵m$$

A ۲۱۴- گزینه‌ی ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow\begin{cases} t=۵s\Rightarrow ۵۶=\frac{۱}{۲}a(۹)+v_۰ \\ t=۶s\Rightarrow ۵۹=\frac{۱}{۲}a(۱۱)+v_۰ \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$۵۹-۵۶=\frac{۱}{۲}a(۱۱-۹)\Rightarrow a=۳\frac{m}{s^۲}$$

اکنون با قرار دادن شتاب در یکی از معادله‌ها، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$۵۶=\frac{۱}{۲}\times۳\times۹+v_۰\Rightarrow v_۰=۴۲/۵\frac{m}{s}$$

روش دیگر:

در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به اندازه‌ی شتاب با هم فرق دارند یعنی اگر در ثانیه‌ی t و $t+۱$ جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنیم شتاب به‌دست می‌آید. از این رو کافی است جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ششم را از هم کم کرده و شتاب را به‌دست آورد:

$$a=۵۹-۵۶=۳\frac{m}{s^۲}$$

B ۲۱۵- گزینه‌ی ۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)} = a$$

در این پرسش، جابه‌جایی در هر ثانیه، ۲/۵ متر بیش‌تر از ثانیه‌ی قبل است، بنابراین شتاب حرکت $2/5\,\frac{m}{s^2}$ است.

B ۲۱۶- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\left|\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)}\right| = a$$

جابه‌جایی متحرک در حرکت کندشونده‌اش در ثانیه‌ی چهارم، یک متر از جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی ششم بیش‌تر بوده است، بنابراین شتاب حرکت برابر $(-\frac{1}{2} = -0/5\,\frac{m}{s^2})$ می‌شود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0/5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3\,\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: به کمک رابطه‌ی جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{(4)} = \frac{1}{2}a(2\times 4 - 1) + v_0 \\ \Delta x_{(6)} = \frac{1}{2}a(2\times 6 - 1) + v_0 \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x_{(4)} - \Delta x_{(6)} = \frac{7}{2}a - \frac{11}{2}a \Rightarrow 1 = \frac{-4}{2}a \Rightarrow a = -0/5\,\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0/5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3\,\frac{m}{s}$$

B ۲۱۷- گزینه‌ی ۲ جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow 28 = \frac{1}{2}\times 6(2\times 3 - 1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 13\,\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}\times 6\times 25 + 13\times 5 + 4 = 75 + 65 + 4 \Rightarrow x = 144m$$

B ۲۱۸- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول:** استفاده از معادله‌ی مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}a(9) + 3v_0 \Rightarrow 60 = 9a + 6v_0 \\ t = 6s \Rightarrow 30 + 48 = \frac{1}{2}a(6)^2 + 6v_0 \Rightarrow 78 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$78 - 60 = 18a + 6v_0 - 9a - 6v_0 \Rightarrow 18 = 9a \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{s^2}$$

راه‌حل دوم: استفاده از جابه‌جایی در مدت n ثانیه در حرکت با شتاب ثابت.

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2}a(2t-n) + nv_0$$

در سه ثانیه‌ی اول: $(n=3 \quad , \quad t=3s)$ (۱)

$$30 = \frac{3}{2}a(2\times 3 - 3) + 3v_0 \Rightarrow 30 = \frac{9}{2}a + 3v_0$$

در سه ثانیه‌ی دوم: $(n=3 \quad , \quad t=6s)$ (۲)

$$48 = \frac{3}{2}a(2\times 6 - 3) + 3v_0 \Rightarrow 48 = \frac{27}{2}a + 3v_0$$

رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$48 - 30 = \frac{27}{2}a + 3v_0 - \frac{9}{2}a - 3v_0 \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{s^2}$$

راه‌حل سوم: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن (at^2) است، بنابراین می‌توان ۳۰ متر و ۴۸ متر را جمله‌های متوالی یک تصاعد در نظر گرفت:

$$48 - 30 = a(3)^2 \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۲۱۹- گزینه‌ی ۳** جابه‌جایی متحرک در بازه‌ی زمانی n ثانیه از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{۲}a(۲t-n)+nv_{\circ}$$

۳ ثانیه‌ی دوم حرکت یعنی $t=۶s$ و $n=۳$، بنابراین:

$$۵۴=\frac{۳}{۲}a(۲\times۶-۳)\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^{۲}}$$

سرعت متوسط در ۳ ثانیه‌ی اول حرکت برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{۱}{۲}at+v_{\circ}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۱}{۲}\times۴(۳)+\circ\Rightarrow\bar{v}=۶\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۲۲۰- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول**: استفاده از معادله‌ی جابه‌جایی در مدت n ثانیه:

$$\Delta x_{n}=\frac{n}{۲}a(۲t-n)+nv_{\circ}$$

جابه‌جایی در دو ثانیه‌ی اول حرکت:

$$\left.\begin{array}{l}t=۲s\\n=۲s\\\Delta x=۳\circ m\end{array}\right\}\Rightarrow۳\circ=\frac{۲}{۲}a(۲\times۲-۲)+۲v_{\circ}\Rightarrow۳\circ=۲a+۲v_{\circ}\qquad(۱)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه‌ی سوم حرکت:

$$\left.\begin{array}{l}t=۶s\\n=۲s\\\Delta x=۵\circ m\end{array}\right\}\Rightarrow۵\circ=\frac{۲}{۲}a(۲\times۶-۲)+۲v_{\circ}\Rightarrow۵\circ=۱\circ a+۲v_{\circ}\qquad(۲)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$۵\circ-۳\circ=۱\circ a-۲a\Rightarrow a=۲/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

$$۳\circ=۲\times۲/۵+۲v_{\circ}\Rightarrow v_{\circ}=۱۲/۵\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: استفاده از تصاعد حسابی

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست وقتی جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی یکسان t را بررسی می‌کنیم، مشخص می‌شود که جابه‌جایی‌ها در این بازه‌های زمانی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن $at^{۲}$ است.

می‌توان جابه‌جایی در ۲ ثانیه‌ی اول را جمله‌ی اول این تصاعد و جابه‌جایی در ۲ ثانیه‌ی سوم را جمله‌ی سوم این تصاعد فرض کرد:

$$\Delta x_{۳}-\Delta x_{۱}=۲(at^{۲})\Rightarrow۵\circ-۳\circ=۲(a)\times(۲)^{۲}\Rightarrow a=۲/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

اکنون باید مشخص کرد که متحرک سرعت اولیه دارد یا نه؟

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t\Rightarrow۳\circ=\frac{۱}{۲}\times۲/۵\times۲^{۲}+v_{\circ}\times۲\Rightarrow v_{\circ}=۱۲/۵m$$

Ⓑ **۲۲۱- گزینه‌ی ۴** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی n ثانیه از کل مدت حرکت t ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{۲}a(۲t-n)+nv_{\circ}$$

جابه‌جایی در دو ثانیه‌ی اول یعنی $n=۲s$ و $t=۲s$:

$$۵۴=\frac{۲}{۲}a(۲\times۲-۲)+۲v_{\circ}\Rightarrow۵۴=۲a+۲v_{\circ}\qquad(۱)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه‌ی سوم یعنی $n=۲s$ و $t=۶s$:

$$۳۸=\frac{۲}{۲}a(۲\times۶-۲)+۲v_{\circ}\Rightarrow۳۸=۱\circ a+۲v_{\circ}\qquad(۲)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$۵۴-۳۸=۲a+۲v_{\circ}-۱\circ a-۲v_{\circ}\Rightarrow۱۶=-۸a\Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^{۲}}$$

اکنون $v_{\circ}$ را از رابطه‌ی (۱) به‌دست می‌آوریم:

$$۵۴=۲a+۲v_{\circ}\Rightarrow۵۴=۲\times(-۲)+۲v_{\circ}\Rightarrow v_{\circ}=۲۹\frac{m}{s}$$

مسافت طی شده تا توقف برابر است با:

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲a\Delta x\Rightarrow\circ-(۲۹)^{۲}=۲\times(-۲)\Delta x\Rightarrow\Delta x=۲۱\circ/۲۵m$$

Ⓐ **۲۲۲- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** با توجه به معادله‌ی سرعت- زمان $v=-2t+4$، مشخص است که حرکت دارای شتاب ثابت $a=-2\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $v_0=4\frac{m}{s}$ می‌باشد و معادله‌ی مکان- زمان آن به‌صورت روبه‌رو است:

$$x=\frac{1}{2}(-2)t^2+4t+x_0 \Rightarrow x=-t^2+4t+x_0$$

برای یافتن جابه‌جایی در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت یعنی بازه‌ی زمانی بین $t=4s$ و $t=6s$ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} t_1=4s \Rightarrow x_1=-16+16+x_0 \Rightarrow x_1=x_0 \\ t_2=6s \Rightarrow x_2=-36+24+x_0 \Rightarrow x_2=-12+x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta x|=12m$$

راه‌حل دوم: استفاده‌ی از رابطه‌ی روبه‌رو:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0$$

در این رابطه ۲ثانیه‌ی سوم یعنی $n=2$ و $t=6s$ است.

$$\Delta x_{(n)}=\frac{2}{2}\times(-2)(2\times6-2)+2\times4=-20+8=-12m$$

پس بزرگی جابه‌جایی برابر $12m$ است.

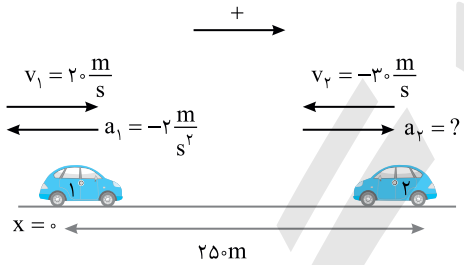
Ⓐ **۲۲۳- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته، مکان‌های آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم. البته اگر زمان حرکت متحرک اول t_1 ثانیه باشد، زمان حرکت متحرک دوم که شتابش بیش‌تر است، برابر $t_2=t_1-4$ می‌باشد.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2+0 \\ x_2=\frac{1}{2}(\frac{9}{4}a_1)t_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{1}{2}(\frac{9}{4}a_1)t_2^2 \Rightarrow t_1=\frac{3}{2}t_2$$

بنابراین:

$$t_2=t_1-4 \Rightarrow t_2=\frac{3}{2}t_2-4 \Rightarrow \frac{1}{2}t_2=4 \Rightarrow t_2=8s$$

Ⓐ **۲۲۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم سپس مشخص می‌کنیم که متحرک (۱) پس از چه مدتی و در چه مکانی متوقف می‌شود.



$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=-2t_1+20 \Rightarrow t_1=10s$$

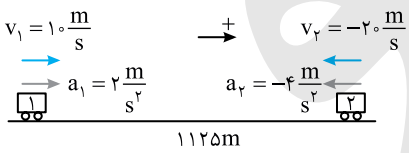
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow x=\frac{1}{2}(-2)(10)^2+20\times10=100m$$

اکنون باید متحرک (۲) در مدت $10s$ حداکثر $250-100=150m$ جابه‌جا شده و متوقف شود تا به متحرک (۱) برخورد نکند.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow 100=\frac{1}{2}a_2(10)^2+(-30)\times10+250$$

$$\Rightarrow -150=50a-300 \Rightarrow 150=50a_2 \Rightarrow a_2=3\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۲۲۵- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** با توجه به شکل رسم شده، معادله‌ی حرکت هر متحرک را می‌نویسیم. به دلخواه خود، نقطه‌ی A را مبدأ مختصات گرفته و جهت متحرک اول را جهت مثبت اختیار کرده‌ایم. در هر دو حرکت باید بردار سرعت و بردار شتاب هم‌جهت باشند زیرا هر دو حرکت تندشونده هستند.



$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{1}{2}\times2t^2+10t \\ x_2=\frac{1}{2}(-4)t^2-20t+1125 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1=x_2} t^2+10t=-2t^2-20t+1125 \Rightarrow 3t^2+30t-1125=0 \Rightarrow t^2+10t-375=0$$

$$\Rightarrow t=-5\pm\sqrt{25+375}=-5\pm20$$

$$\Rightarrow t=15s \quad , \quad t=-25s \text{ غ ق ق}$$

یادآوری: در معادله‌ی درجه‌ی دو $y=ax^{۲}+bx+c$، هرگاه b عدد زوج باشد $(b=۲b')$، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنند که محاسبات عددی ساده‌تری دارد زیرا اعداد کوچک‌تر هستند. $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^{۲}-ac}}{a}$

راه‌حل دوم: استفاده از سرعت نسبی و شتاب نسبی است.

چون سرعت‌های اولیه خلاف جهت هم هستند: $v_{\text{نسبی}}=v_{۱}+v_{۲}=۱۰+۲۰=۳۰\frac{m}{s}$

چون شتاب‌های دو متحرک خلاف جهت هم هستند: $a_{\text{نسبی}}=a_{۱}+a_{۲}=۲+۴=۶\frac{m}{s^{۲}}$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a_{\text{نسبی}}t^{۲}+v_{۰\text{نسبی}}t\Rightarrow ۱۱۲۵=\frac{۱}{۲}(۶)t^{۲}+۳۰t\Rightarrow ۳t^{۲}+۳۰t-۱۱۲۵=۰\Rightarrow t^{۲}+۱۰t-۳۷۵=۰\Rightarrow t=۱۵s$$

B **۲۲۶- گزینه‌ی ۴** زمان حرکت متحرک A، ۵ ثانیه از زمان حرکت متحرک B در لحظه‌های گذر از کنار یک‌دیگر، کم‌تر است. $(t_B=t_A-۵)$

معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. (نقطه‌ی O را مبدأ در نظر می‌گیریم.)

$$x_A=\frac{۱}{۲}a_At^{۲}+v_{۰A}t\Rightarrow x_A=t_A^{۲}$$

$$x_B=vt_B\Rightarrow x_B=۳۰(t_A-۵)$$

$$x_A=x_B\Rightarrow t_A^{۲}=۳۰t_A-۱۵۰\Rightarrow t_A^{۲}-۳۰t_A+۱۵۰=۰$$

$$t_A=+۱۵\pm\sqrt{۲۲۵-۱۵۰}\Rightarrow t_A=۱۵\pm\sqrt{۷۵}=۱۵\pm۵\sqrt{۳}$$

با توجه به فرض پرسش $\sqrt{۳}=۱/۷$:

$$t'_A=۱۵-۸/۵\Rightarrow t'_A=۶/۵s$$

$$t''_A=۱۵+۸/۵\Rightarrow t''_A=۲۳/۵s$$

A **۲۲۷- گزینه‌ی ۲** در ابتدا سرعت خودروی A از خودروی B بیش‌تر است و از خودروی B جلو می‌افتد. اما حرکت خودروی B شتابدار بوده و سرعتش درحال افزایش است، بنابراین می‌تواند مجدداً از کنار خودروی A بگذرد.

معادله‌ی حرکت دو خودرو را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم: $x_A=v_At\Rightarrow x_A=۸t$

$$x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^{۲}+v_{۰B}t\Rightarrow x_B=۲t^{۲}+۴t$$

$$x_A=x_B\Rightarrow ۸t=۲t^{۲}+۴t\Rightarrow ۲t^{۲}-۴t=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۰\\t=۲s\end{cases}$$

سرعت خودروی B در لحظه‌ی $t=۲s$ را به‌دست می‌آوریم: $v_B=a_Bt+v_{۰B}\Rightarrow v_B=۴\times۲+۴\Rightarrow v_B=۱۲\frac{m}{s}$

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{۱۲}{۸}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=۱/۵$$

B **۲۲۸- گزینه‌ی ۱** پس از ۳s سرعت متحرک اول برابر خواهد شد با:

$$v=at+v_{۰}\Rightarrow v=۲\times۳+۰=۶\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک دوم در گذر از مبدأ مکان $۱۵\frac{m}{s}$ است و شتاب هر دو متحرک برابر است از این‌رو متحرک دوم که سرعتش بیش‌تر است به متحرک اول نزدیک شده و از آن سبقت می‌گیرد و سپس از متحرک اول دور می‌شود.

۲۲۹- گزینه‌ی ۲ (B) جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_A=\frac{1}{2}a_At_A^2\\ \Delta x_B=\frac{1}{2}a_Bt_B^2\end{cases}$$

با توجه به فرض مسأله:

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow\frac{1}{2}a_At_A^2=\frac{1}{2}a_Bt_B^2\xrightarrow{a_A=4a_B}4t_A^2=t_B^2\Rightarrow t_B=2t_A$$

اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_B}=\frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}}=\frac{t_B}{t_A}=2$$

۲۳۰- گزینه‌ی ۱ (B) معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}\times2t_1^2\Rightarrow x_1=t_1^2$$

$$x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2\Rightarrow x_2=\frac{1}{2}\times8t_2^2\Rightarrow x_2=4t_2^2$$

با توجه به فرض پرسش: $t_1=t_2+3$

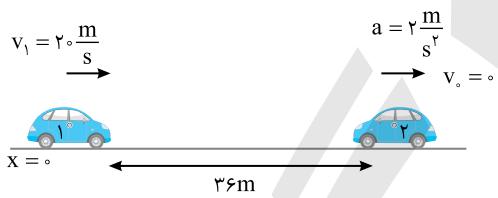
مکان‌های دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_1=x_2\Rightarrow t_1^2=4t_2^2\Rightarrow t_1=2t_2\xrightarrow{t_1=t_2+3}t_2+3=2t_2\Rightarrow t_2=3s$$

اکنون مقدار جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}\times8\times(3)^2\Rightarrow x=36m$$

۲۳۱- گزینه‌ی ۳ (B) معادله‌ی حرکت دو خودرو را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم: $x_1=x_2$



$$v_1t=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$20t=\frac{1}{2}\times2t^2+36$$

$$t^2-20t+36=0\Rightarrow(t-2)(t-18)=0\Rightarrow\begin{cases}t_1=2s\\ t_2=18s\end{cases}$$

اختلاف زمانی دو سبقت: $\Delta t=t_2-t_1\Rightarrow\Delta t=18-2=16s$

۲۳۲- گزینه‌ی ۱ (A) با توجه به صورت پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow x_A=\frac{v_A}{2}t\quad,\quad x_B=v_Bt\Rightarrow x_B=10t$$

مکان‌های دو متحرک را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=x_B\Rightarrow\frac{v_A}{2}t=10t\Rightarrow v_A=20\frac{m}{s}$$

۲۳۳- گزینه‌ی ۲ (B) پس از جدا شدن واگن، قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و واگن با حرکت کندشونده متوقف می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_{\text{واگن}}=\frac{v+v_0}{2}\Delta t=\frac{v_0}{2}\Delta t\\ \Delta x_{\text{قطار}}=v_0\Delta t\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\Delta x_{\text{واگن}}}{\Delta x_{\text{قطار}}}=\frac{\frac{v_0}{2}\Delta t}{v_0\Delta t}=\frac{1}{2}$$

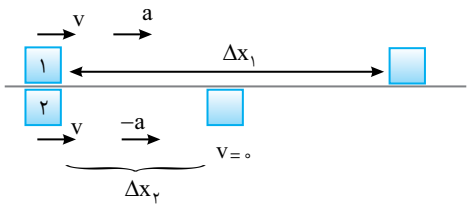
۲۳۴- گزینه‌ی ۲ (A) زمان حرکت کامیون را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow9/9=\frac{1}{2}(2/2)t^2\Rightarrow t=3s$$

در این لحظه اتومبیل به کامیون می‌رسد و سرعت آن برابر است با:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=3/5\times3\Rightarrow v=10/5\frac{m}{s}$$

B **۲۳۵- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) از محل گذر دو متحرک تا محل توقف را به‌دست می‌آوریم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v^2}{2a}$$

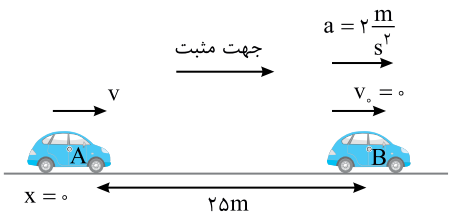
اکنون جابه‌جایی متحرک را با شتاب a در مدت t_2 به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 + v\left(\frac{v}{a}\right) = \frac{3}{2}\frac{v^2}{a}$$

حال می‌توان فاصله‌ی دو متحرک را به‌دست آورد:

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{3v^2}{2a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{a}$$

B **۲۳۶- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نسبت به محل ابتدایی خودروی A می‌نویسیم:



$$x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = vt$$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_B = t^2 + 25$$

وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، مکان‌های آن‌ها برابر می‌شود:

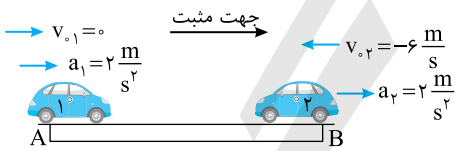
$$x_A = x_B \Rightarrow vt = t^2 + 25 \Rightarrow t^2 - vt + 25 = 0$$

اگر معادله‌ی به‌دست آمده دارای جواب باشد، دو متحرک به هم می‌رسند. معادله درجه ۲ وقتی جواب دارد که $\Delta \geq 0$ باشد از این‌رو:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow v^2 - 4\times 25 \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 100 \Rightarrow v \geq 10\frac{m}{s}$$

بنابراین حداقل سرعت v باید $10\frac{m}{s}$ باشد.

C **۲۳۷- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x_1 = x_2} \frac{1}{2}(2)t^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2}(2)t^2 - 6t + 60 \Rightarrow t = 10s$$

اما دقت کنید، متحرک (۲) پس از $t_2 = \frac{v_0}{a} = \frac{6}{2} = 3s$ متوقف می‌شود و ۱۰s در حرکت نیست. در این‌صورت باید بررسی کرد که متحرک (۲) پس از چند متر جابه‌جایی متوقف می‌شود.

$$\Delta x_2 = \frac{v_{02}^2}{2a} = \frac{36}{4} = 9m$$

بنابراین متحرک (۱) باید مسیر $60 - 9 = 51m$ را طی کند تا به متحرک (۲) برسد.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 51 = \frac{1}{2}(2)t^2 \Rightarrow t = \sqrt{51}\,s$$

تست‌های زیر را برای تمرین بیش‌تر در مورد دو جسم می‌توانید حل کنید.

تست: دو متحرک هم‌زمان از یک نقطه روی خط راست با شتاب $a_1 = 2\frac{m}{s^2}$ و $a_2 = 8\frac{m}{s^2}$ به سوی یک مقصد از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و با فاصله‌ی زمانی ۴s به مقصد می‌رسند. سرعت متحرکی که دیرتر به مقصد می‌رسد هنگام رسیدن به مقصد چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

پاسخ: ابتدا زمان حرکت متحرکی که دارای شتاب کم‌تری است و دیرتر به مقصد می‌رسد را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x_1=x_2\Rightarrow\frac{1}{2}(2)t^2=\frac{1}{2}(8)(t-4)^2\Rightarrow t=2(t-4)\Rightarrow t=8s$$

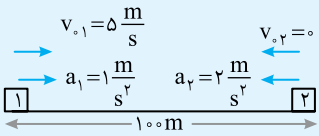
$$v=at+v_0\Rightarrow v=2\times8=16\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: دو متحرک در یک لحظه از دو نقطه‌ی A و B به فاصله‌ی ۱۰۰m روی خط راست به طرف یک‌دیگر حرکت می‌کنند. اولی با سرعت اولیه‌ی $5\frac{m}{s}$ و شتاب $1\frac{m}{s^2}$ از A به طرف B و دومی از حالت سکون با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ از B به طرف A می‌روند. بعد از چند ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند؟

۱) ۲۰ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) ۱۰ ۴) $\frac{20}{3}$

پاسخ: راه‌حل اول: A را مبدأ می‌گیریم. معادله‌ی حرکت هر متحرک را نوشته با هم مساوی قرار می‌دهیم:



$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x_1=x_2\Rightarrow\frac{1}{2}t^2+5t=\frac{1}{2}(-2)t^2+0+100\Rightarrow\frac{3}{2}t^2+5t-100=0\Rightarrow t=\frac{-5\pm\sqrt{25+600}}{3}=\frac{-5\pm25}{3}\Rightarrow t=\frac{20}{3}s$$

راه‌حل دوم: استفاده از سرعت نسبی و شتاب نسبی:

متحرک (۲) را ساکن فرض می‌کنیم به طوری که متحرک (۱) با سرعت نسبی اولیه‌ی $5\frac{m}{s}$ و شتاب نسبی $2+1=3\frac{m}{s^2}$ پس از طی جابه‌جایی ۱۰۰ متر به آن می‌رسد.

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=\frac{1}{2}a_{\text{نسبی}}t^2+v_{0\text{نسبی}}t$$

$$100=\frac{3}{2}t^2+5t\Rightarrow t=\frac{-5\pm\sqrt{25+600}}{3}\Rightarrow t=\frac{20}{3}s$$

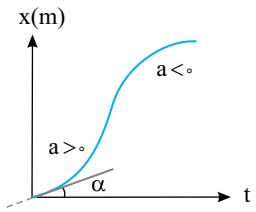
بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

۲۳۸- گزینه‌ی ۱ جابه‌جایی متحرک صفر است زیرا متحرک از مبدأ $(x=0)$ حرکت کرده است و پس از ۵s مجدداً به مبدأ $(x=0)$ برمی‌گردد. اما مسافت طی شده برابر ۸۰ متر است زیرا متحرک از مبدأ به مکان +۴۰m رفته و سپس به مبدأ برگشته است، پس جمعاً $40+40=80m$ مسیر را طی کرده است.

۲۳۹- گزینه‌ی ۱ سرعت متوسط را در دو حالت به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}\bar{v}_1=\frac{x-0}{4}=\frac{x}{4}\\ \bar{v}_2=\frac{0-x}{7-4}=-\frac{x}{3}\end{cases}\Rightarrow\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2}=-\frac{3}{4}$$

۲۴۰- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل روبه‌رو سرعت اولیه مخالف صفر است، زیرا در لحظه‌ی $t=0$ خط مماس بر نمودار با محور زمان زاویه‌ی α می‌سازد $(v_0=\tan\alpha)$. ابتدا سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت می‌باشد و حرکت تندشونده است. اما در ادامه شتاب منفی شده و سرعت مثبت می‌باشد و حرکت کندشونده است.



B **۲۴۱- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** چون نمودار مکان- زمان بخشی از سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. در لحظه‌ی $t=0$ منحنی بر محور t مماس نبوده، پس سرعت اولیه صفر نیست بلکه $v_0>0$ است. جهت تقعر منحنی رو به بالا است، پس شتاب مثبت است و چون سرعت اولیه مثبت است حرکت تندشونده است.

راه‌حل دوم: اگر بر منحنی چند مماس در لحظه‌های مختلف رسم کنید، مشاهده می‌کنید که با گذشت زمان، شیب این خط‌های مماس در حال افزایش است، پس سرعت در حال زیاد شدن بوده و حرکت تندشونده است.

B **۲۴۲- گزینه‌ی ۴** گزینه‌ی (۱) نادرست است، زیرا در لحظه‌ی $t=5s$، سرعت متحرک صفر است. (در نقطه‌های اکسترمم نمودار مکان-زمان، سرعت صفر است.)

گزینه‌ی (۲) نادرست است، زیرا نمودار دارای یک نقطه‌ی ماکزیمم و یک نقطه‌ی می‌نیمم است، یعنی دو بار سرعت صفر شده است.

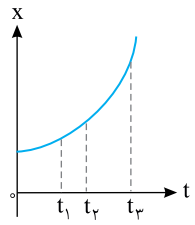
گزینه‌ی (۳) نادرست است، اگر به نمودار دقت کنید متحرک از مبدأ شروع به حرکت کرده، به مکان ۱۰+ متری می‌رود، سپس به مکان ۲- متری رفته و سرانجام به مبدأ $x=0$ برمی‌گردد، پس $(10+12+2=24m)$ مسافت طی کرده است. البته جابه‌جایی در این مدت صفر است.

گزینه‌ی (۴) درست است، زیرا نمودار دو بار محور زمان را قطع کرده است یعنی دو بار مکان صفر شده و متحرک دو بار به مبدأ برگشته است.

B **۲۴۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، سرعت متحرک دو بار تغییر جهت داده است، زیرا در دو نقطه، سرعت صفر شده و تغییر علامت داده است.

B **۲۴۴- گزینه‌ی ۳** در صورت پرسش بیان شده که نمودار سهمی است، پس حرکت دارای شتاب ثابت بوده و سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی برابر میانگین سرعت‌ها در ابتدا و انتهای بازه است.

$$\bar{v}=\frac{v_1+v_2}{2}$$



اکنون به نمودار توجه کنید. شیب نمودار در لحظه‌ی t_1 و t_2 و t_3 در حال افزایش است. بنابراین:

$$v_3>v_2>v_1>v_0$$

$$\left.\begin{array}{ll} t_2\to t_3 & \bar{v}_{2\to3}=\dfrac{v_3+v_2}{2} \\ t_1\to t_2 & \bar{v}_{1\to2}=\dfrac{v_2+v_1}{2} \\ 0\to t_1 & \bar{v}_{0\to1}=\dfrac{v_1+v_0}{2} \end{array}\right\}\Rightarrow \bar{v}_{2\to3}>\bar{v}_{1\to2}>\bar{v}_{0\to1}$$

B **۲۴۵- گزینه‌ی ۱** در بازه‌ی t_1 تا t_2 نمودار خط راست بوده و سرعت ثابت و شتاب متوسط صفر است. بنابراین در لحظه‌ی t_1 و t_2 سرعت یکسان است و ما آن را برابر v می‌گیریم، در این صورت:

$$0\to t_1 \quad \bar{a}_1=\frac{v-0}{t_1}=\frac{v}{t}$$

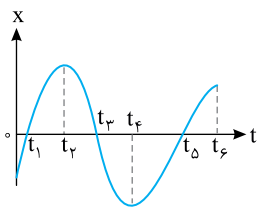
$$t_1\to t_2 \quad \bar{a}_2=0$$

$$t_2\to t_3 \quad \bar{a}_3=\frac{v'-v}{t_3-t_2}=\left|\frac{v'-v}{t}\right|$$

با توجه به شکل در لحظه‌ی t_2 سرعت مثبت و در لحظه‌ی t_3 شیب خط مماس بر منحنی منفی بوده و سرعت منفی است.

$$|v'-v|>v \Rightarrow \bar{a}_3>\bar{a}_1$$

با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده برای متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به سؤال‌های بعد پاسخ دهید.



تست: در بازه‌ی زمانی صفر تا t_6 بردار مکان چند بار تغییر جهت داده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: در لحظه‌های t_1، t_3 و t_5 که $x=0$ است و متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت داده است.
بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: در کدام بازه‌ی زمانی شتاب متحرک مثبت است؟

۱) $t_5<t<t_6$ ۲) $t_1<t<t_3$ ۳) $t_4<t<t_5$ ۴) $t_2<t<t_4$

پاسخ: هرگاه جهت تقعر نمودار مکان- زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت و هرگاه رو به پایین باشد، شتاب منفی است، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: در کدام بازه‌ی زمانی متحرک همواره در جهت مثبت محور x ها در حرکت بوده است؟

۱) $t_1<t<t_3$ ۲) $t_2<t<t_4$ ۳) $t_3<t<t_5$ ۴) $t_4<t<t_6$

پاسخ: شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، در بازه‌ی t_1 تا t_2 ابتدا سرعت مثبت و در بازه‌ی t_2 تا t_3 سرعت منفی است و گزینه‌ی (۱) نادرست می‌باشد.
در بازه‌ی t_2 تا t_4 سرعت منفی است و گزینه‌ی (۲) نادرست می‌باشد.
در بازه‌ی t_3 تا t_5 ابتدا سرعت منفی و سپس سرعت مثبت است و گزینه‌ی (۳) نادرست می‌باشد.
در بازه‌ی زمانی t_4 تا t_6 شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده، سرعت مثبت شده و متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: در کدام بازه‌ی زمانی داده شده، حرکت کندشونده است؟

۱) $t_1<t<t_2$ ۲) $t_3<t<t_4$ ۳) $t_5<t<t_6$ ۴) هر سه بازه

پاسخ: در بازه‌ی t_1 تا t_2 جهت تقعر منحنی رو به پایین بوده، شتاب منفی و شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده و سرعت مثبت است، بنابراین $av<0$ و حرکت کندشونده است.
در بازه‌ی زمانی t_3 تا t_4، شتاب مثبت (جهت تقعر نمودار رو به بالا) می‌باشد و شیب خط مماس بر نمودار منفی بوده و سرعت منفی است، بنابراین $av<0$ و حرکت کندشونده است.
در بازه‌ی t_5 تا t_6 جهت تقعر نمودار رو به پایین بوده و شتاب منفی است، از طرفی شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده و سرعت مثبت می‌باشد، بنابراین $av<0$ و حرکت کندشونده است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: در چه لحظه‌ای، متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان است؟

۱) t_2 ۲) t_4 ۳) t_6 ۴) $t=0$

پاسخ: با توجه به نمودار مکان- زمان در لحظه‌ی t_2 متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان است.
بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: در چه لحظه‌ای، متحرک بیش‌ترین مسافت را طی کرده است؟

۱) t_1 ۲) t_2 ۳) t_4 ۴) t_6

پاسخ: هرچه زمان می‌گذرد و متحرک حرکت می‌کند، مسافت بیش‌تری را طی می‌کند. بنابراین در لحظه‌ی t_6، بیش‌ترین مسافت را طی کرده است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: در کدام بازه‌ی زمانی، سرعت متوسط متحرک منفی است؟

۱) $t_1<t<t_3$ ۲) $t_4<t<t_6$ ۳) $t_2<t<t_6$ ۴) $0<t<t_6$

پاسخ: در بازه‌ی t_1 تا t_3 سرعت متوسط صفر است، زیرا متحرک در لحظه‌های t_1 و t_3 از مبدأ مکان می‌گذرد و جابه‌جایی آن در این بازه صفر می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

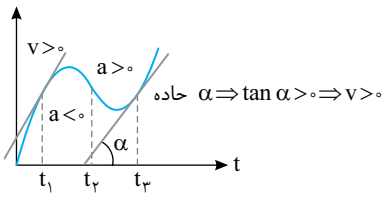
در بازه‌ی t_4 تا t_6 متحرک از مکان‌های منفی به مکان‌های مثبت رفته و جابه‌جایی آن مثبت است، درنتیجه سرعت متوسط در این بازه‌ی زمانی مثبت می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

در بازه‌ی t_2 تا t_6 با توجه به نمودار جابه‌جایی متحرک منفی بوده و سرعت متوسط منفی می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

در بازه‌ی صفر تا t_6 جابه‌جایی مثبت و سرعت متوسط مثبت می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۲۴۶- گزینه‌ی ۲ خودرو از حال سکون شروع به حرکت کرده، بنابراین نمودار در لحظه‌ی $t=0$ باید بر محور زمان مماس باشد. همچنین در نهایت خودرو متوقف شده است و باید خط مماس بر نمودار در این لحظه موازی محور زمان باشد.

۲۴۷- گزینه‌ی ۳ در لحظه‌ی t_1، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس سرعت مثبت است. اما جهت تقعر نمودار رو به پایین است، پس شتاب منفی است و در لحظه‌ی t_1، $av<0$ است و حرکت کندشونده است.



در لحظه‌ی t_2، سرعت منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار منفی است (خط مماس در لحظه‌ی t_2 با محور زمان زاویه‌ی منفرجه می‌سازد.) اما در مورد علامت شتاب نمی‌توان اظهارنظر کرد زیرا مشخص نیست که لحظه‌ی t_2 قبل یا بعد از نقطه‌ی عطف است یعنی جایی که جهت تقعر منحنی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، پس نوع حرکت در لحظه‌ی t_2 مشخص نیست. در لحظه‌ی t_3 جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است.

$(av>0)$ در لحظه‌ی t_3 حرکت تندشونده $\Rightarrow a_3>0$, $v_3>0$

۲۴۸- گزینه‌ی ۲ در لحظه‌ی $t=0$ و $t=10s$ سرعت لحظه‌ای متحرک صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صفر است.

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \bar{a}=0 \quad , \quad \bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{10-(-10)}{10-0}=2\frac{m}{s}$$

۲۴۹- گزینه‌ی ۳ شیب خط نمودار مکان- زمان بیانگر سرعت متحرک است.

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0-4}{2-0}=-2\frac{m}{s}$$

مکان اولیه‌ی متحرک نیز برابر است با:

$$x_0=4m$$

$$x=vt+x_0\Rightarrow x=-2t+4$$

۲۵۰- گزینه‌ی ۱ معادله‌ی مکان - زمان جسم به صورت $x=5t-10$ است و معادله‌ی جابه‌جایی - زمان آن خواهد شد: $\Delta x=5t$، بنابراین نمودار جابه‌جایی - زمان، خط راستی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.

۲۵۱- گزینه‌ی ۲ نمودار مکان- زمان بخشی از یک سهمی می‌باشد. بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است. در نقطه‌ی رأس سهمی، سرعت صفر است. به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{v+v_0}{2}t+x_0\Rightarrow 50=\frac{0+v_0}{2}\times 10\Rightarrow v_0=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۲۵۲- گزینه‌ی ۴ نمودار مکان- زمان بخشی از یک سهمی می‌باشد، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است و به کمک رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت پرسش را حل می‌کنیم.

در نقطه‌ی بیشینه‌ی نمودار مکان- زمان، سرعت صفر است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 6=\frac{0+v_0}{2}\times 2\Rightarrow v_0=6\frac{m}{s}$$

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-6}{2}=-3\frac{m}{s^2}$$

معادله‌ی سرعت- زمان خواهد شد:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=-3t+6$$

Ⓐ ۲۵۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل $x_0=15m$ و در لحظه‌های $t=3s$ و $t=5s$ متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ گذشته است.

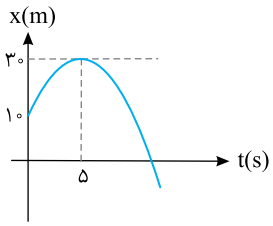
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow\begin{cases}t=3s\Rightarrow 0=\frac{9}{2}a+3v_0+15\\ t=5s\Rightarrow 0=\frac{25}{2}a+5v_0+15\end{cases}\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2},\ v_0=-8\frac{m}{s}$$

در این صورت $x=t^2-8t+15$ است.

Ⓐ ۲۵۴- گزینه‌ی ۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای است. بنابراین در لحظه‌ی $t=0$، سرعت $6\frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی $t=6s$، سرعت صفر است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow \Delta x=\frac{0+6}{2}\times 6\Rightarrow \Delta x=18\ m$$

Ⓐ ۲۵۵- گزینه‌ی ۱ در لحظه‌ی $t=5s$ و مکان $x=30m$ سرعت صفر است. چون نمودار سهمی است به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 20=\frac{0+v_0}{2}\times 5\Rightarrow v_0=8\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-8}{5}\Rightarrow a=-1/6\frac{m}{s^2}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در بازه‌ی ۰ تا t برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{1}{2}at+v_0\Rightarrow \bar{v}=\frac{1}{2}(-1/6)\times 7+8\Rightarrow \bar{v}=2/4\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۲۵۶- گزینه‌ی ۴ در لحظه‌ی $t=0$ در مکان $x=-8m$ با توجه به شکل (نمودار)، سرعت اولیه صفر است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 8=\frac{v+0}{2}\times 2\Rightarrow v=8\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۲۵۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا به کمک معادله‌ی مکان- زمان، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow 10=\frac{1}{2}\times a\times 36+0+(-8)\Rightarrow a=1\frac{m}{s^2}$$

به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، سرعت را هنگام گذر متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)\Rightarrow v^2-0=2\times 1\times[0-(-8)]\Rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

Ⓒ ۲۵۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به نمودار، معادله‌ی مکان- زمان را در دو لحظه‌ی $t_1=15\,s$ و $t_2=25\,s$ می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow -250=\frac{1}{2}a(625)+40\times 25+x_0\Rightarrow 312/5a+x_0=-1250 \quad (1)$$

$$-50=\frac{1}{2}a(225)+40\times 15+x_0\Rightarrow 112/5a+x_0=-650 \quad (2)$$

دو رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

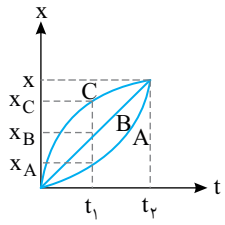
$$200a=-600\Rightarrow a=-3\frac{m}{s^2}$$

B **۲۵۹- گزینه‌ی ۱** شیب خط قاطع نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازه‌ی زمانی است، پس:

$$\bar{v}=\tan 45^\circ \Rightarrow \bar{v}=1\frac{m}{s}$$

نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است و سرعت متوسط برابر $\bar{v}=\frac{v_1+v_2}{2}$ بوده و در واقع سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی بوده و برابر سرعت در وسط بازه‌ی زمانی است. بنابراین در لحظه‌ی $t=\frac{t_1}{2}$ سرعت برابر است با: $v=1\frac{m}{s}$

B **۲۶۰- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی زمانی داده شده چون جابه‌جایی‌ها $\Delta x_A>\Delta x_B>\Delta x_C$ است، بنابراین:



$$\bar{v}_A>\bar{v}_B>\bar{v}_C$$

B **۲۶۱- گزینه‌ی ۲** متحرک A دارای حرکت یکنواخت است و سرعت آن برابر است با:

$$v_A=\frac{75-0}{15-0}\Rightarrow v_A=5\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک B باید برابر $5\frac{m}{s}$ شود، ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 75=\frac{1}{2}\times a\times 15^2+0\Rightarrow a=\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

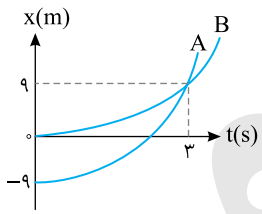
$$v=at+v_0\Rightarrow 5=\frac{2}{3}t+0\Rightarrow t=7/5\,s$$

B **۲۶۲- گزینه‌ی ۴** شتاب دو متحرک یکسان است. حرکت آن‌ها نسبت به هم یکنواخت است.

$$a_{\text{نسبی}}=|a_1-a_2|=0$$

از طرفی $v_2>v_1$ است و چون دو متحرک هم‌زمان شروع به حرکت کرده‌اند و متحرک دوم عقب‌تر از متحرک اول بوده و به دنبال آن به راه افتاده است ابتدا متحرک دوم به متحرک اول نزدیک می‌شود و d کاهش می‌یابد سپس از آن سبقت می‌گیرد و d افزایش می‌یابد. (فاصله کمیتی مثبت است).

B **۲۶۳- گزینه‌ی ۱** حرکت با شتاب ثابت است. به کمک رابطه‌ی مستقل از شتاب مسأله را حل می‌کنیم:



$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t$$

$$B: 9=\frac{v_B+0}{2}\times 3\Rightarrow v_B=6\frac{m}{s}$$

$$A: 9-(-9)=\frac{v_A+0}{2}\times 3\Rightarrow v_A=12\frac{m}{s}$$

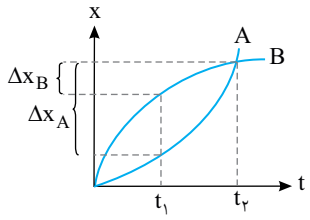
شتاب را برای هر متحرک به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow\begin{cases}a_A=\frac{12-0}{3}=4\frac{m}{s^2}\\ a_B=\frac{6-0}{3}=2\frac{m}{s^2}\end{cases}$$

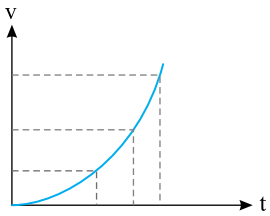
مکان هر متحرک را در $t=10s$ به دست می‌آوریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_A=\frac{1}{2}\times 4\times 100+0+(-9)=191m\\ x_B=\frac{1}{2}\times 2\times 100+0+0=100m\end{cases}\Rightarrow x_A-x_B=91m$$

بنابراین فاصله‌ی آن‌ها از هم $191-100=91m$ است.



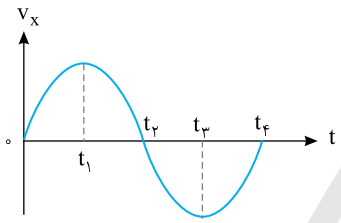
B **۲۶۴- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی t_1 تا t_2 جابه‌جایی A از B بیش‌تر بوده و سرعت متوسط A از سرعت متوسط B بزرگ‌تر است. جهت تقعر نمودار A رو به بالا بوده پس شتاب آن مثبت است و اگر در بازه‌ی t_1 تا t_2 بر منحنی A مماس رسم شود، شیب خط مماس مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت تندشونده $(av>0)$ است. اما جهت تقعر نمودار B رو به پایین بوده پس شتاب آن منفی است و شیب خط مماس بر نمودار B در بازه‌ی t_1 تا t_2 مثبت بوده درنتیجه سرعت نیز مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت B کندشونده $(av<0)$ است.



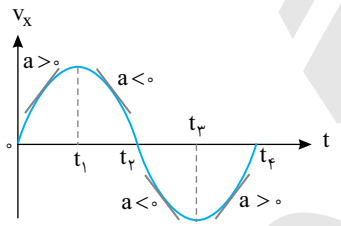
A **۲۶۵- گزینه‌ی ۴** نمودار سرعت- زمان است و در $t=0$ سرعت صفر است. با زیاد شدن زمان، سرعت در حال افزایش است، پس حرکت تندشونده است. اما شتاب متغیر است زیرا اگر شتاب ثابت بود باید نمودار سرعت- زمان خط راست می‌شد.

B **۲۶۶- گزینه‌ی ۱** شتاب متوسط برابر تغییرات سرعت در یکای زمان $(\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t})$ است که در بازه‌ی صفر تا t تغییرات سرعت از بقیه‌ی بازه‌های بیان شده بیش‌تر است.

B **۲۶۷- گزینه‌ی ۳** سرعت متوسط برابر است با: $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S}{\Delta t}$ که سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۲t تا ۳t از بقیه بیش‌تر است.

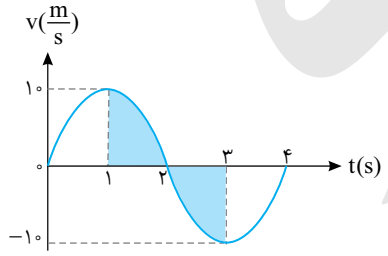


B **۲۶۸- گزینه‌ی ۱** هرگاه سرعت متحرک کاهش یابد حرکت کندشونده است، با توجه به شکل در بازه‌ی t_1 تا t_2 سرعت کاهش یافته و در لحظه‌ی t_2 صفر می‌شود. بنابراین در این بازه حرکت کندشونده است. از طرفی در بازه‌ی t_1 تا t_2، نمودار بالای محور زمان است، بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور x ها است.



B **۲۶۹- گزینه‌ی ۱** می‌دانیم شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان است. در بازه‌ی ۰ تا t_1 و t_3 تا t_4 شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده، بنابراین شتاب در این بازه‌ها مثبت می‌باشد که بازه‌ی ۰ تا t_1 در گزینه‌ها می‌باشد.

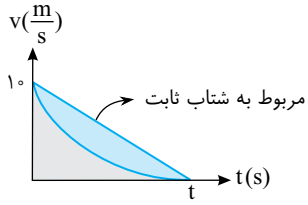
B **۲۷۰- گزینه‌ی ۲** در بازه‌ی ۱s تا ۳s:



$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-10-10}{3-1}=-10\frac{m}{s^2}$$

و با توجه به نمودار در بازه‌ی ۱s تا ۳s، سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان که بیانگر جابه‌جایی می‌باشد، صفر است (قسمت هاشورخورده)، بنابراین سرعت متوسط صفر می‌باشد.

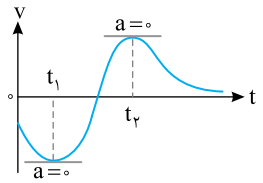
B **۲۷۱- گزینه‌ی ۱** دقت کنید در ابتدا سرعت منفی است پس شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان باید منفی باشد و نمودار مکان- زمان نیز قطعاً منحنی است و نمی‌تواند خط راست باشد. از طرفی در دو لحظه نمودار سرعت- زمان محور زمان را قطع کرده و سرعت صفر شده است. بنابراین گزینه‌ی (۳) اشتباه است و چون قبل از اولین صفر شدن سرعت، علامت آن منفی و بعد از آن مثبت است لذا تقعر منحنی ابتدا رو به بالا باشد به همین دلیل گزینه‌ی (۴) هم نمی‌تواند صحیح باشد و پاسخ گزینه‌ی (۱) است.



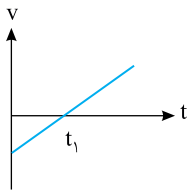
۲۷۲- گزینه‌ی ۴ نمودار سرعت- زمان، خمیده است، بنابراین حرکت دارای شتاب متغیر است. از طرفی سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان بوده و جابه‌جایی نیز برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است.

این نمودار را با نمودار سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت که در آن $\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}$ است، مقایسه می‌کنیم. سطح زیر نمودار سرعت- زمان برای شتاب ثابت از سطح زیر نمودار سرعت- زمان برای شتاب متغیر بیش‌تر است.

$$\Delta x_{\text{متغیر}} < \Delta x_{\text{ثابت}} \Rightarrow \bar{v}_{\text{متغیر}} < \bar{v}_{\text{ثابت}} \Rightarrow \bar{v}_{\text{متغیر}} < \frac{0+10}{2} \Rightarrow \bar{v} < 5\,\frac{m}{s}$$



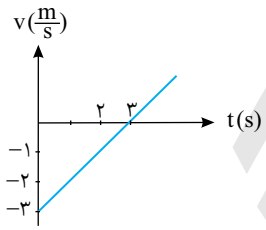
۲۷۳- گزینه‌ی ۲ شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان، شتاب لحظه‌ای را مشخص می‌کند. در لحظه‌های t_1 و t_2 مماس موازی محور زمان است و شیب آن صفر است، در این دو لحظه شتاب صفر شده و تغییر علامت نیز داده است. از این رو نیروی وارد بر جسم ۲ بار تغییر جهت داده است.



۲۷۴- گزینه‌ی ۴ تا لحظه‌ی t_1، سرعت متحرک در حال کاهش و در لحظه‌ی t_1، صفر می‌شود، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده بوده و پس از t_1، حرکت تندشونده است.

۲۷۵- گزینه‌ی ۴ نمودار سرعت- زمان درباره‌ی دور یا نزدیک شدن به مبدأ به ما اطلاعی نمی‌دهد، مگر آن‌که مکان اولیه‌ی متحرک مشخص باشد. بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است.

۲۷۶- گزینه‌ی ۳ شیب نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است.



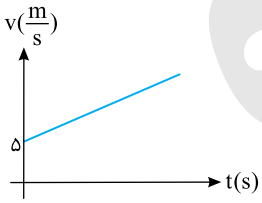
$$a=\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a=\frac{0-(-3)}{3-0}=1\,\frac{m}{s^2}$$

سرعت اولیه‌ی متحرک $v_0=-3\,\frac{m}{s}$ می‌باشد.

بنابراین معادله‌ی حرکت آن در SI به‌صورت روبه‌رو است:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}t^2-3t+x_0$$

که در گزینه‌ها $x_0=0$ است و معادله به‌صورت $x=\frac{1}{2}t^2-3t$ خواهد بود.



۲۷۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t_1=4s$ و $t_2=12s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_1=at_1+v_0 \Rightarrow v_1=5\times4+5=25\,\frac{m}{s}$$

$$v_2=at_2+v_0 \Rightarrow v_2=5\times12+5=65\,\frac{m}{s}$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v_2+v_1}{2}=\frac{65+25}{2}=45\,\frac{m}{s}$$

۲۷۸- گزینه‌ی ۱ حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت در حال افزایش است. در نمودار گزینه‌ی (۱) در بازه‌ی t_1 تا t_2 بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است و در بازه‌ی t_1 تا t_2 حرکت کندشونده است.

در نمودار گزینه‌ی (۳) ابتدا سرعت در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.

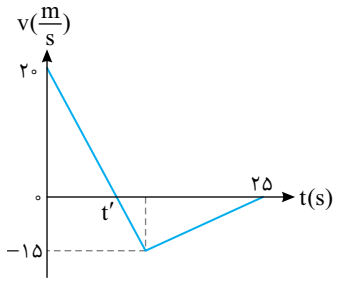
B **۲۷۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل نمودار $v-t$، شیب نمودار مثبت است، در نتیجه شتاب مثبت و جهت تقعر منحنی مکان- زمان باید رو به بالا باشد، پس گزینه‌ی (۱) درست است.

B **۲۸۰- گزینه‌ی ۱** سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی است.

$$\Delta x=\frac{-۸\times۳}{۲}+\frac{۵+۲}{۲}\times۸=-۱۲+۲۸=۱۶\,m$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۶}{۸}=۲\,\frac{m}{s}$$

A **۲۸۱- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی زمانی t' تا ۲۵s متحرک در خلاف جهت محور xها در حرکت بوده است. سرعت متوسط برابر $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است که در آن Δx سطح محصور بین نمودار با محور زمان در بازه‌ی t' تا ۲۵s است، از این رو:

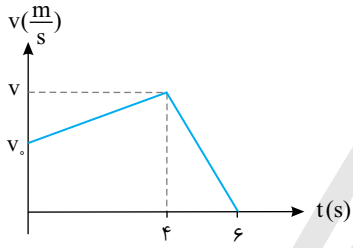


$$\bar{v}=\frac{|S|}{\Delta t}=\frac{۱۵\times(۲۵-t')\times\frac{۱}{۲}}{۲۵-t'}\Rightarrow\bar{v}=۷/۵\,\frac{m}{s}$$

B **۲۸۲- گزینه‌ی ۲** سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک بوده از طرفی سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک در یکای زمان است.

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow۶=\frac{\Delta x}{۱۵}\Rightarrow\Delta x=۹۰\,m\quad,\quad\Delta x=S\Rightarrow۹۰=\frac{v\times۱۵}{۲}\Rightarrow v=۱۲\,\frac{m}{s}$$

A **۲۸۳- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک بازه‌ی $t=۴s$ تا $t=۶s$، سرعت را در لحظه‌ی $t=۴s$ به‌دست می‌آوریم:



$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow-۷/۵=\frac{۰-v}{۶-۴}\Rightarrow v=۱۵\,\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow۲/۵=\frac{۱۵-v_۰}{۴-۰}\Rightarrow v_۰=۵\,\frac{m}{s}$$

اکنون جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲=\frac{۱۵+۵}{۲}\times۴+\frac{۱۵\times۲}{۲}\Rightarrow\Delta x=۵۵\,m$$

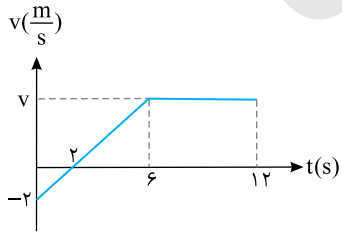
A **۲۸۴- گزینه‌ی ۱** سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است، در این پرسش متحرک از حال سکون روی خط راست در جهت مثبت محور به مدت ۹ ثانیه حرکت کرده است، در این صورت مسافت طی شده همان جابه‌جایی متحرک می‌باشد.

$$\Delta x=S\Rightarrow۱۶۵=\frac{۹+۲}{۲}\times v\Rightarrow v=۳۰\,\frac{m}{s}$$

اندازه‌ی شتاب در قسمت کندشونده‌ی حرکت خواهد شد:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow|a|=\left|\frac{۰-۳۰}{۹-۵}\right|=۷/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

A **۲۸۵- گزینه‌ی ۱** تغییر مکان (جابه‌جایی) برابر سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان است. ابتدا شتاب را در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲s به‌دست می‌آوریم:



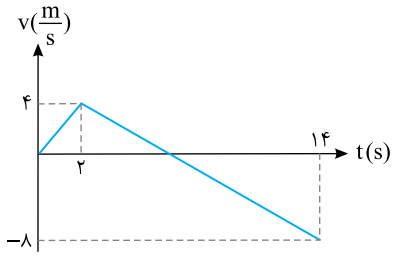
$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۰-(-۲)}{۲}\Rightarrow a=۱\,\frac{m}{s^۲}$$

در بازه‌ی زمانی صفر تا ۶s شتاب ثابت و برابر $۱\,\frac{m}{s^۲}$ است.

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۱\times۶+(-۲)\Rightarrow v=۴\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta x=S\Rightarrow\Delta x=\frac{-۲\times۲}{۲}+\frac{۱۰+۶}{۲}\times۴\Rightarrow\Delta x=-۲+۳۲=۳۰m$$

$$\text{مسافت طی شده}=|S_۱|+|S_۲|+\cdots=|-۲|+|۳۲|=۳۴\,m$$



A **۲۸۶- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت بوده است.

ابتدا در بازه‌ی $t=۲s$ تا $t=۱۴s$ شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{-۸-۴}{۱۴-۲}=-۱\frac{m}{s^۲}$$

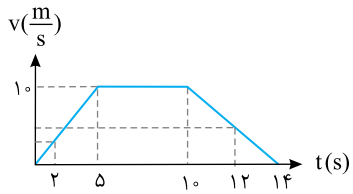
اکنون لحظه‌ی صفر شدن سرعت را حساب می‌کنیم:

$$v_۲=a(t_۲-t_۱)+v_۰\Rightarrow ۰=-۱(t_۲-۲)+۴\Rightarrow t_۲=۶s$$

بنابراین در بازه‌ی بین $۶s$ تا $۱۴s$ یعنی به مدت $۸s$، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است.

A **۲۸۷- گزینه‌ی ۲** در ۶ ثانیه‌ی اول حرکت با توجه به نمودار، شتاب ثابت است و شتاب متوسط متحرک و شتاب لحظه‌ای آن در بازه‌ی صفر تا شش ثانیه یکی خواهد بود، به همین علت کافی است شتاب را در بازه‌ی زمانی ۰ تا $۴s$ به‌دست آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t-t_۰}=\frac{۰-۱۲}{۴-۰}=-۳\frac{m}{s^۲}\Rightarrow |a|=۳\frac{m}{s^۲}$$



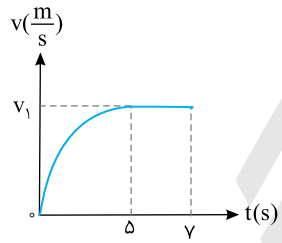
B **۲۸۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار و تشابه مثلث‌ها ابتدا سرعت در لحظه‌ی $t=۲s$ و $t=۱۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۵}{۱۰}=\frac{۲}{v_۱}\Rightarrow v_۱=۴\frac{m}{s}$$

$$\frac{۱۴-۱۰}{۱۰}=\frac{۱۴-۱۲}{v_۲}\Rightarrow v_۲=۵\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{a}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۵-۴}{۱۲-۲}=\frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

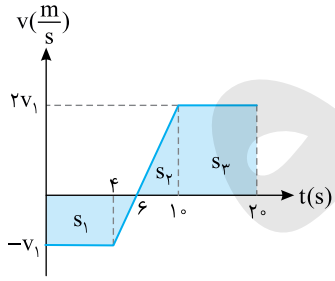


B **۲۸۹- گزینه‌ی ۱** در بازه‌ی $۵s$ تا $۷s$ حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود.

$$\Delta x=v_۱\Delta t\Rightarrow ۱۸=v_۱\times ۲\Rightarrow v_۱=۹\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط برابر است با:

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \bar{a}=\frac{۹-۰}{۵}=۱/۸\frac{m}{s^۲}$$



B **۲۹۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به تشابه مثلث‌ها اگر سرعت در لحظه‌ی $t=۰$ برابر $-v_۱$ باشد، سرعت در لحظه‌ی $t=۱۰s$ برابر $۲v_۱$ است. از طرفی مسافت طی شده برابر جمع قدر مطلق سطح‌های زیر نمودار است. از این رو:

$$|s_۱|+|s_۲|+|s_۳|=۸۷\Rightarrow \frac{۴+۶}{۲}(v_۱)+\frac{۱۴+۱۰}{۲}(۲v_۱)=۸۷$$

$$۵v_۱+۲۴v_۱=۸۷\Rightarrow ۲۹v_۱=۸۷\Rightarrow v_۱=۳\frac{m}{s}$$

در بازه‌ی $t=۴s$ تا $t=۱۰s$ (که شامل $t=۵s$ است) حرکت دارای شتاب ثابت است. از این‌رو:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow a=\frac{۶-(-۳)}{۱۰-۴}\Rightarrow a=۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

B **۲۹۱- گزینه‌ی ۱** از $t=۰$ تا $t=۴s$ حرکت دارای شتاب ثابت است. در بازه‌ی $t=۱s$ تا $t=۴s$ رابطه‌ی جابه‌جایی در ثانیه‌ی tاُم را می‌نویسیم. دقت کنید ثانیه‌ی چهارم کل حرکت در این بازه ثانیه‌ی سوم است و سرعت اولیه در این بازه صفر است.

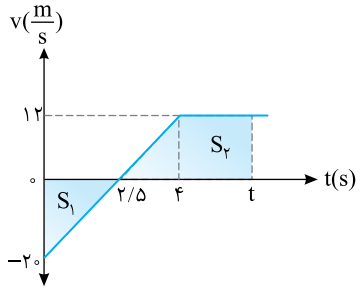
$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}a(۲\times ۳-۱)+۰\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

حال سرعت اولیه را از صفر تا $۱s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow ۴=\frac{۰-v_۰}{۱}\Rightarrow v_۰=-۴\frac{m}{s}$$

B **۲۹۲- گزینه‌ی ۱** شتاب حرکت را در قسمت اول به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{12-(-20)}{4}=8\frac{m}{s^2}$$



لحظه‌ی توقف را حساب می‌کنیم:

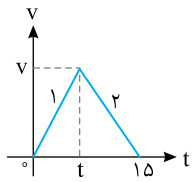
$$v=at+v_0\Rightarrow 0=8t+(-20)\Rightarrow t=2/5s$$

در بازه‌ی ۰ تا ۲/۵s سطح زیر نمودار باید با سطح زیر نمودار از ۲/۵s تا t برابر شود تا جابه‌جایی صفر شده و متحرک به محل آغاز حرکت برگردد.

$$S_1=S_2\Rightarrow\frac{-20\times 2/5}{2}+\frac{(t-2/5)+(t-4)}{2}\times 12=0$$

$$-25+(2t-6/5)\times 6=0\Rightarrow -25+12t-39=0\Rightarrow 12t=64\Rightarrow t=\frac{64}{12}=\frac{16}{3}s$$

B **۲۹۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به فرض مسأله:



$$a_1=2|a_2|\Rightarrow\frac{v-0}{t}=2\frac{v}{15-t}\Rightarrow 2t=15-t\Rightarrow t=5s$$

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی جسم است از این‌رو:

$$\Delta x=S\Rightarrow 300=\frac{v\times 15}{2}\Rightarrow v=40\frac{m}{s}$$

شتاب قسمت تندشونده برابر است با:

$$a_1=\frac{40-0}{5}=8\frac{m}{s^2}$$

B **۲۹۴- گزینه‌ی ۲** در بازه‌ی ۱۰ تا ۲۵ ثانیه و ۱۰ تا t ثانیه شتاب ثابت است، از این‌رو شتاب را در دو قسمت مساوی قرار می‌دهیم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow\frac{-15-10}{25-10}=\frac{0-10}{t-10}\Rightarrow t=16s$$

در بازه‌ی ۱۶s تا ۳۰s سرعت منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت بوده است.

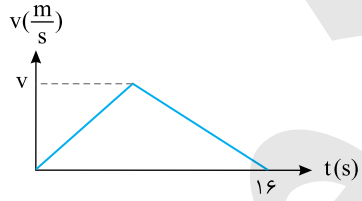
$$|\Delta x|=|S|=\frac{(30-16)(15)}{2}=105m$$

بزرگی سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$|\bar{v}|=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{105}{14}\Rightarrow|\bar{v}|=7/5\frac{m}{s}$$

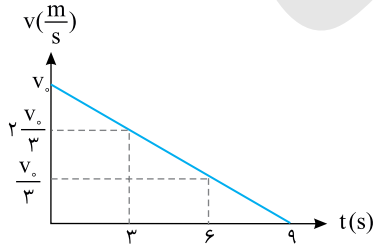
B **۲۹۵- گزینه‌ی ۳** نمودار سرعت- زمان خودرو را رسم می‌کنیم.

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی جسم است.



$$\Delta x=S\Rightarrow 160=\frac{v\times 16}{2}\Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

B **۲۹۶- گزینه‌ی ۳** حرکت دارای شتاب ثابت است و در بازه‌های زمانی یکسان، تغییر سرعت، مقدار ثابتی است. بنابراین وقتی در ۹s سرعت از v_0 به صفر می‌رسد، در بازه‌های یکسان ۳s، تغییرات سرعت $\frac{1}{3}v_0$ بوده یعنی سرعت در ۳s اول از v_0 به $\frac{2v_0}{3}$ و در ۳s دوم از $\frac{2v_0}{3}$ به $\frac{v_0}{3}$ و در ۳s سوم از $\frac{v_0}{3}$ به صفر می‌رسد.



$$\begin{cases}0\to 3s\Rightarrow\Delta x_1=\dfrac{v_0+\frac{2v_0}{3}}{2}\times 3\\ 6s\to 9s\Rightarrow\Delta x_2=\dfrac{\frac{v_0}{3}\times 3}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}=\frac{\frac{5v_0}{2}}{\frac{v_0}{2}}=5$$

۲۹۷- گزینه‌ی ۲ به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، مکان هر متحرک را در لحظه‌ی $t=۲۰s$ به‌دست می‌آوریم:

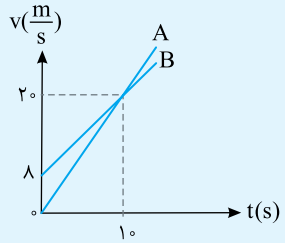
$$x=\frac{v+v_۰}{۲}t+x_۰$$

$$x_۱=\frac{۲۰+۱۰}{۲}\times ۲۰+۰\Rightarrow x_۱=۳۰۰\,m$$

$$x_۲=\frac{۲۰+(-۱۰)}{۲}\times ۲۰+۰\Rightarrow x_۲=۱۰۰\,m$$

$$\Rightarrow x_۱-x_۲=۳۰۰-۱۰۰=۲۰۰\,m$$

تست: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B در مبدأ زمان از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده اند، رسم شده است. پس از چند ثانیه از آغاز حرکت این دو متحرک دوباره به هم می رسند؟



۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: به کمک نمودار، معادله‌ی حرکت هر متحرکی را به‌دست آورده و معادله‌ی مکان - زمان آن‌ها را نوشته با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$a_A=\frac{۲۰-۰}{۱۰-۰}=۲\frac{m}{s^۲}\Rightarrow x_A=\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲ \quad , \quad a_B=\frac{۲۰-۸}{۱۰-۰}=۱/۲\frac{m}{s^۲}\Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}\times ۱/۲t^۲+۸t$$

$$x_A=x_B\Rightarrow t^۲=۰/۶t^۲+۸t\Rightarrow ۰/۴\,t^۲=۸t\Rightarrow t=۲۰s$$

۲۹۸- گزینه‌ی ۳ متحرک A در جهت مثبت محور xها و متحرک B در خلاف جهت محور در حرکت است. جابه‌جایی هر متحرک را تا لحظه‌ی توقف به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A=S_A=\frac{۱۰\times ۸}{۲}=۴۰\,m$$

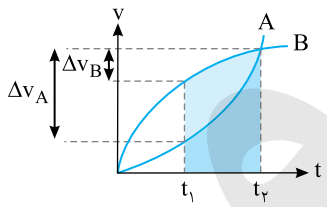
$$\Delta x_B=S_B=\frac{-۱۵\times ۱۰}{۲}=-۷۵\,m$$

بنابراین دو متحرک به اندازه‌ی $۴۰+۷۵=۱۱۵m$ به هم نزدیک می‌شوند و هنگام توقف در فاصله‌ی $۲۰۰-۱۱۵=۸۵m$ از یک‌دیگر قرار دارند.

۲۹۹- گزینه‌ی ۱ شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان می‌باشد و در بازه‌ی صفر تا $t_۱$ تغییر سرعت دو متحرک یکی است.

۳۰۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ بسیار ساده است زیرا شتاب متوسط B با توجه به شکل در بازه‌ی $t_۱$ تا $t_۲$ صفر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

۳۰۱- گزینه‌ی ۲ در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برای متحرک A کم‌تر از متحرک B است، بنابراین سرعت متوسط A کم‌تر از سرعت متوسط B است.

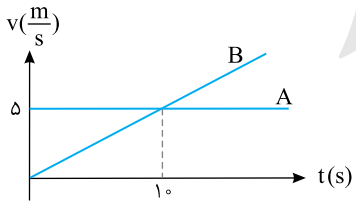


در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ تغییر سرعت متحرک A از تغییر سرعت متحرک B بیش‌تر است، بنابراین شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بیش‌تر است.

۳۰۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم.

حرکت متحرک A یکنواخت است. محل شروع حرکت را مبدأ مکان در نظر می‌گیریم.

$$x=vt+x_۰ \quad , \quad x_A=۵t$$



حرکت متحرک B دارای شتاب ثابت است.

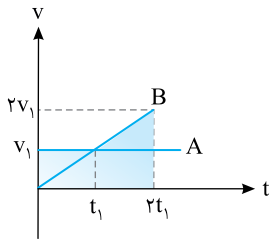
$$a_B=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a_B=\frac{۵-۰}{۱۰}\Rightarrow a_B=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

$$x_B=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times t^۲+۰+۰\Rightarrow x_B=\frac{۱}{۴}t^۲$$

اکنون لحظه‌ی گذر دو متحرک از کنار هم را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow ۵t=\frac{۱}{۴}t^۲\Rightarrow t=۲۰\,s$$

B **۳۰۳- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی زمانی ۰ تا $۲t_۱$ جابه‌جایی دو متحرک را به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم:



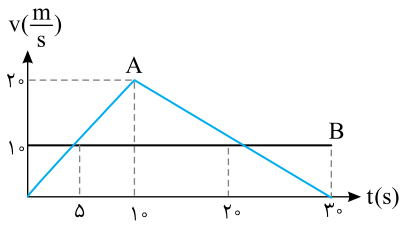
$$\Delta x_A = S = v_۱(۲t_۱) = ۲v_۱t_۱$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها سرعت B در لحظه‌ی $۲t_۱$ برابر $۲v_۱$ است.

$$\Delta x_B = S = \frac{(۲v_۱)(۲t_۱)}{۲} = ۲v_۱t_۱$$

بنابراین جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان برابر بوده و سرعت متوسط آن‌ها یکی است.

B **۳۰۴- گزینه‌ی ۳** برای حل این پرسش در لحظه‌های بیان شده در گزینه‌ها، سطح زیر نمودارها را با هم مقایسه می‌کنیم. در هر لحظه‌ای که سطح زیر نمودارها یکی شود، دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.



$$t=۵s \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_A = S_A = \frac{۵\times۱۰}{۲} = ۲۵\,m \\ x_B = S_B = ۵\times۱۰ = ۵۰\,m \end{array}\right\} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

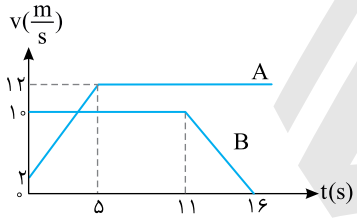
$$t=۱۰s \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_A = S_A = \frac{۲۰\times۱۰}{۲} = ۱۰۰\,m \\ x_B = S_B = ۱۰\times۱۰ = ۱۰۰\,m \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$t=۲۰s \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_A = S_A = ۱۰۰ + \frac{۲۰+۱۰}{۲}\times۱۰ = ۲۵۰\,m \\ x_B = S_B = ۱۰\times۲۰ = ۲۰۰\,m \end{array}\right\} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t=۳۰s \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_A = S_A = \frac{۳۰\times۲۰}{۲} = ۳۰۰\,m \\ x_B = S_B = ۱۰\times۳۰ = ۳۰۰\,m \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

C **۳۰۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا بررسی می‌کنیم که در لحظه‌های کلیدی مانند $t=۵s$ و $t=۱۱s$ دو متحرک در کنار یک‌دیگر هستند یا خیر؟ سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی است و هر دو متحرک از مکان $x=۰$ به حرکت درآمده‌اند، بنابراین سطح زیر نمودار در این حالت بیانگر مکان هر متحرک نیز هست.



$$t=۵s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۲+۱۲}{۲}\times۵ = ۳۵m \\ x_B = ۱۰\times۵ = ۵۰\,m \end{cases}$$

با توجه به عددهای به‌دست آمده متحرک B، در لحظه‌ی $t=۵s$، ۱۵ متر جلوتر از متحرک A است.

$$t=۱۱s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۲+۱۲}{۲}\times۵ + ۱۲\times(۱۱-۵) = ۱۰۷\,m \\ x_B = ۱۰\times۱۱ = ۱۱۰\,m \end{cases}$$

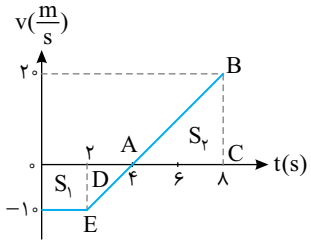
در لحظه‌ی $t=۱۱s$ همچنان متحرک B، ۳ متر از متحرک A جلوتر است و با توجه به سرعت متحرک A در این لحظه $(v_A = ۱۲\frac{m}{s})$ متحرک A پس از $t=۱۱s$ می‌تواند به متحرک B برسد.

معادله‌ی حرکت دو متحرک را پس از $t=۱۱s$ برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = ۱۲(t-۱۱)+۱۰۷ \quad , \quad x_B = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۰-۱۰}{۱۶-۱۱}\right)(t-۱۱)^۲ + ۱۰(t-۱۱)+۱۱۰$$

$$۱۲(t-۱۱)+۱۰۷ = -(t-۱۱)^۲ + ۱۰(t-۱۱)+۱۱۰ \Rightarrow (t-۱۱)^۲ + ۲(t-۱۱) - ۳ = ۰ \Rightarrow [(t-۱۱)+۳][(t-۱۱)-۱] = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۹)(t-۱۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۹\,s & \text{غ ق ق} \\ t = ۱۲\,s & \text{جواب} \end{cases}$$



C **۳۰۶- گزینه‌ی ۲** به کمک تشابه مثلث ABC و ADE سرعت در لحظه‌ی $t=۸s$ برابر $۲۰\frac{m}{s}$ می‌شود. در بازه‌ی صفر تا ۴s متحرک از مبدأ مکان $(x=۰)$ در جهت منفی محور، در حال دور شدن از مبدأ است.

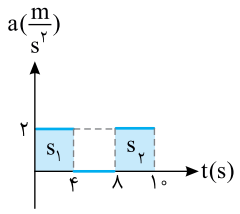
$$S_۱=\Delta x_۱=(\frac{۴+۲}{۲})(-۱۰)=-۳۰m$$

در لحظه‌ی $t=۴s$، سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و به سوی مبدأ باز می‌گردد و در بازه‌ی ۴s تا ۸s به اندازه‌ی مقدار زیر در جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

$$\Delta x_۲=S_۲=\frac{۴\times۲۰}{۲}=۴۰m$$

پس متحرک در بازگشت از مبدأ گذشته و در $t=۸s$ در مکان $x=-۳۰+۴۰=۱۰m$ مبدأ است، پس در $t=۴s$ فاصله‌ی متحرک از مبدأ از بقیه‌ی لحظه‌ها بیش‌تر است.

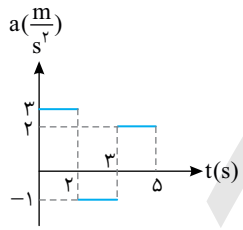
C **۳۰۷- گزینه‌ی ۴** نمودار شتاب- زمان به تنهایی هیچ‌گونه اطلاعی در مورد چگونگی حرکت به ما نمی‌دهد. مگر آن‌که سرعت اولیه‌ی جسم مشخص باشد.



C **۳۰۸- گزینه‌ی ۳** شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است و تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب- زمان است.

$$\Delta v=۲\times۴+۲\times۲=۱۲\frac{m}{s}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۲}{۱۰}\Rightarrow\bar{a}=۱/۲\frac{m}{s^۲}$$



C **۳۰۹- گزینه‌ی ۲** در واقع نمودار شتاب- زمان، یک صورت مسأله است و اعداد روی آن داده‌های مسأله هستند. در هر بازه به کمک معادله‌های حرکت با شتاب ثابت مسأله را حل می‌کنیم و داده‌ها را از روی نمودار جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times۳\times۴+(-۲)\times۲\Rightarrow\Delta x_۱=۲m\ :\ t=۲s\ \text{تا}\ t=۰$$

سرعت در انتهای قسمت اول سرعت اولیه‌ی قسمت دوم است:

$$v_۱=a_۱t_۱+v_۰=۳\times۲+(-۲)=۴\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}\times(-۱)(۱)+۴(۱)=۳/۵m\ ,\ v_۲=a_۲t_۲+v_۱=-۱\times۱+۴=۳\frac{m}{s}\ ,\ \Delta x_۳=\frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲+۳\times۲=۱۰m$$

جابه‌جایی کل برابر است با:

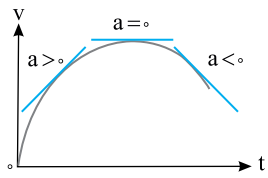
$$\Delta x_T=۲+۳/۵+۱۰=۱۵/۵m$$

A **۳۱۰- گزینه‌ی ۱** در گزینه‌ها نمودار سرعت- زمان و شتاب- زمان وجود دارد، بنابراین معادله‌ی سرعت- زمان و شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=t^۲+۲\ ,\ a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=۲t$$

با توجه به معادله‌ی شتاب- زمان، گزینه‌ی (۱) درست است.

A **۳۱۱- گزینه‌ی ۳** شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است، از طرفی نمودار شکل داده شده خط راست مایل بوده و حرکت دارای شتاب ثابت می‌باشد. شیب نمودار منفی است و شتاب نیز منفی خواهد بود.



A **۳۱۲- گزینه‌ی ۲** نمودار شتاب- زمان خط راست است، بنابراین نمودار سرعت- زمان سهمی می‌باشد. ابتدا شتاب مثبت بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان مثبت است، سپس شتاب صفر می‌شود و سرانجام شتاب منفی بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان باید منفی شود. بنابراین نمودار سرعت- زمان مطابق شکل روبه‌رو است.

Ⓐ **۳۱۳- گزینه‌ی ۲** متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین نمودار مکان- زمان در مبدأ زمان باید به محور زمان مماس شود، از طرفی شتاب ابتدا منفی بوده و متحرک در جهت منفی محور با حرکت تندشونده تا لحظه‌ی $t=10s$ حرکت می‌کند، از این لحظه تا لحظه‌ی $t=20s$ سرعت منفی اما شتاب مثبت و حرکت کندشونده بوده و در این لحظه $(t=20s)$ متحرک متوقف می‌شود. سپس از $t=20s$ حرکت تندشونده است. این داده‌ها با نمودار شکل گزینه‌ی (۲) هماهنگی دارد.

Ⓑ **۳۱۴- گزینه‌ی ۲** شتاب، مشتق دوم مکان نسبت به زمان است.

در مرحله‌ی اول، جابه‌جایی با t^2 متناسب بوده، مشتق دوم آن عدد و نمودار شتاب- زمان خط راست افقی است.

در مرحله‌ی دوم، جابه‌جایی با t متناسب بوده، مشتق دوم آن صفر و نمودار شتاب- زمان، خطی منطبق بر محور زمان است.

در مرحله‌ی سوم، جابه‌جایی با t^3 متناسب بوده، مشتق دوم آن متناسب با t می‌باشد و نمودار شتاب- زمان، خط راست مایل است.

Ⓑ **۳۱۵- گزینه‌ی ۴** نمودار شتاب- زمان نوع حرکت را مشخص نمی‌کند مگر آن‌که سرعت اولیه مشخص باشد. اگر سرعت اولیه صفر و یا منفی باشد چون شتاب منفی است، حرکت تندشونده خواهد بود و گزینه‌ی (۲) درست است.

اگر سرعت اولیه مثبت باشد، چون شتاب منفی است حرکت در ابتدا کندشونده است و ممکن است سرعت متحرک به صفر برسد و در خلاف جهت اولیه‌اش با حرکت تندشونده شروع به حرکت کند، بنابراین گزینه‌ی (۳) نیز ممکن است درست باشد.

Ⓑ **۳۱۶- گزینه‌ی ۲** برای آن‌که بتوان تشخیص داد در یک لحظه حرکت تندشونده و یا کندشونده است، باید علامت سرعت و علامت شتاب را در آن لحظه تعیین کرد.

$$v=at+v_0 \xrightarrow{t=1s} v=-3\times1+4 \Rightarrow v=+1\frac{m}{s}$$

در لحظه‌ی $t=1s$ سرعت مثبت $(+1\frac{m}{s})$ و شتاب منفی $(a=-3\frac{m}{s^2})$ بوده و حرکت کندشونده $(av<0)$ می‌باشد.

از لحظه‌ی $t=2s$ تا $t=4s$، شتاب صفر است و در لحظه‌ی $t=4s$ سرعت را به‌دست می‌آوریم: $v=at+v_0=-3\times2+4=-2\frac{m}{s}$

اکنون سرعت در $t=4/5s$ را حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2\times(4/5-4)+(-2) \Rightarrow v=-1\frac{m}{s}$$

در لحظه‌ی $t=4/5s$ سرعت منفی $(-1\frac{m}{s})$ و شتاب مثبت $(a=2\frac{m}{s^2})$ بوده و حرکت کندشونده $(av<0)$ می‌باشد.

Ⓑ **۳۱۷- گزینه‌ی ۳** ابتدا سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان که بیانگر تغییر سرعت متحرک است را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v=S \Rightarrow \Delta v=\frac{-4\times5}{2} \Rightarrow \Delta v=-10\frac{m}{s}$$

اکنون سرعت نهایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v=v-v_0 \Rightarrow -10=v-14 \Rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

بنابراین در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۵s، سرعت متحرک از $+14\frac{m}{s}$ به $+4\frac{m}{s}$ کاهش یافته است.

Ⓑ **۳۱۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا سطح زیر نمودار شتاب- زمان را که بیانگر تغییر سرعت است به‌دست می‌آوریم:

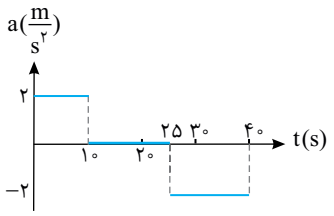
$$\Delta v=S \Rightarrow \Delta v=\frac{7\times(-3)}{2}=-10/5\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت نهایی در لحظه‌ی $t=7s$ برابر است با:

$$\Delta v=v-v_0 \Rightarrow -10/5=v-4 \Rightarrow v=-6/5\frac{m}{s}$$

در نتیجه ابتدا سرعت از $+4\frac{m}{s}$ به صفر کاهش یافته و سپس از صفر به مقدار $6/5\frac{m}{s}$ در جهت منفی محور افزایش یافته است.

Ⓑ **۳۱۹- گزینه‌ی ۱** در حل این پرسش کافی است از معادله‌ی سرعت- زمان استفاده کنیم:



$v=at+v_0$

$0\to10s$: $v=2\times10+4 \Rightarrow v=24\frac{m}{s}$

$10s\to25s$: $a=0 \Rightarrow v=24\frac{m}{s}$

$25s\to30s$: $v=-2\times(30-25)+24 \Rightarrow v=14\frac{m}{s}$

۳۲۰- گزینه‌ی ۲ ابتدا جابه‌جایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x_1=\frac{1}{2}\times(-2)(4)^2+4\times4\Rightarrow\Delta x_1=0$$

$$v=at+v_0\Rightarrow\bar{v}=-2\times4+4\Rightarrow\bar{v}=-4\,\frac{m}{s}$$

سرعت نهایی بازه‌ی صفر تا ۴s، سرعت قسمت ثابت حرکت است.

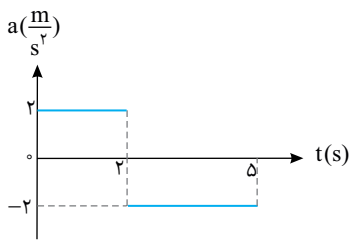
$$\Delta x_2=vt\Rightarrow\Delta x_2=-4\times6\Rightarrow\Delta x_2=-24\ m$$

اکنون سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}=\frac{0+(-24)}{10}\Rightarrow\bar{v}=-2/4\,\frac{m}{s}$$

۳۲۱- گزینه‌ی ۲ سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow6/4=\frac{\Delta x}{5}\Rightarrow\Delta x=32\ m$$



حرکت این متحرک از دو قسمت با دو شتاب مختلف تشکیل شده است و جابه‌جایی متحرک در مدت ۵ ثانیه برابر مجموع جابه‌جایی‌های آن در بازه‌ی ۰ تا ۲s با شتاب $2\,\frac{m}{s^2}$ و بازه‌ی ۲s تا ۵s با شتاب $-2\,\frac{m}{s^2}$ است.

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}a_1t^2+v_0t\Rightarrow\Delta x_1=\frac{1}{2}(2)(2)^2+2v_0\Rightarrow\Delta x_1=4+2v_0$$

$$v_1=a_1t_1+v_0\Rightarrow v_1=4+v_0\quad,\quad\Delta x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2+v_1t_2\Rightarrow\Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times(3)^2+(4+v_0)\times3$$

$$\Delta x_2=-9+12+3v_0\Rightarrow\Delta x_2=3+3v_0\quad,\quad\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2\Rightarrow32=4+2v_0+3+3v_0\Rightarrow25=5v_0\Rightarrow v_0=5\,\frac{m}{s}$$

دنبال راه‌حل ساده‌تری نگردید، وجود ندارد!

۳۲۲- گزینه‌ی ۳ سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. در صورت پرسش بیان شده که بزرگی سرعت برابر بزرگی سرعت اولیه شود، یعنی تغییر سرعت صفر گردد، بنابراین:

$$\Delta v=S=-2\times6+3\times t'=0\Rightarrow-12=-3t'\Rightarrow t'=4\ s$$

پس در لحظه‌ی $4+6=10s$، اندازه‌ی سرعت برابر اندازه‌ی سرعت اولیه می‌شود.

۳۲۳- گزینه‌ی ۳ حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله‌ی حرکت به صورت زیر است:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=t^2-4t+3$$

معادله‌ی سرعت- زمان را به دست می‌آوریم تا مشخص کنیم در بازه‌ی ۰ تا ۳s متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه:

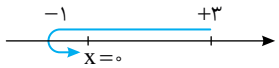
$$v=2t-4\xrightarrow{v=0}t=2s$$

متحرک در $t=2s$ تغییر جهت می‌دهد. حال مکان را در لحظه‌ی $t=2s$ و $t=3s$ مشخص می‌کنیم.

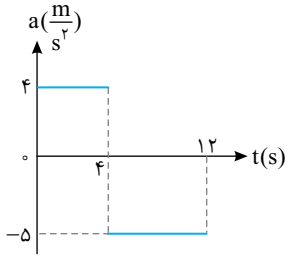
$$t=2s\Rightarrow x=4-8+3\Rightarrow x=-1m$$

$$t=3s\Rightarrow x=9-12+3\Rightarrow x=0$$

مسافت طی شده برابر است با:



$$d=3+1+1=5m$$

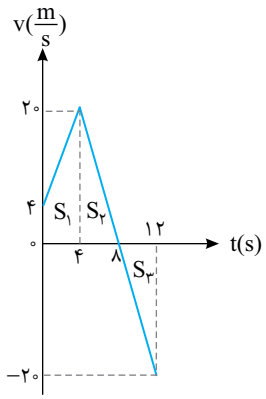


B **۳۲۴- گزینه‌ی ۳** سرعت در $t=0$ برابر $v_0=4\frac{m}{s}$ است. سرعت در $t=4s$ و $t=12s$ را به‌دست می‌آوریم، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$t=4s \Rightarrow v=at+v_0 \Rightarrow v=4\times4+4=20\frac{m}{s}$$

$$t=12s \Rightarrow v=-5\times8+20 \Rightarrow v=-20\frac{m}{s}$$

نمودار رسم شده در $t=8s$ محور زمان را قطع می‌کند. در این صورت:

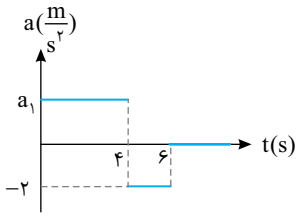


$$d=|S_1|+|S_2|+|S_3|$$

$$d=\frac{20+4}{2}\times4+\frac{20\times4}{2}+\frac{20\times4}{2}$$

$$d=48+40+40=128m$$

B **۳۲۵- گزینه‌ی ۳** در بازه‌ی $t>6s$ حرکت یکنواخت است $(a=0)$ پس سرعت در لحظه‌ی $t=6s$ نیز برابر $12\frac{m}{s}$ است. به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت در لحظه‌ی $t=4s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v=at+v_1 \Rightarrow 12=-2\times2+v_1 \Rightarrow v_1=16\frac{m}{s}$$

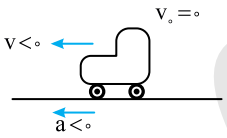
سرعت متوسط در $4s$ نخست برابر $8\frac{m}{s}$ است از این‌رو:

$$\bar{v}=\frac{v_1+v_0}{2} \Rightarrow 8=\frac{16+v_0}{2} \Rightarrow v_0=0$$

و شتاب برابر خواهد شد با:

$$a_1=\frac{v_1-v_0}{t}=\frac{16-0}{4}=4\frac{m}{s^2}$$

C **۳۲۶- گزینه‌ی ۳** متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. در بازه‌ی زمانی ۰ تا $2s$ در جهت منفی محور، با شتاب منفی بر سرعتش افزوده می‌شود. دقت کنید شتاب منفی به معنی حرکت کندشونده نیست. اگر مطابق شکل، متحرک از مبدأ و خلاف جهت محور، شروع به حرکت کند، با شتاب منفی دارای حرکت تندشونده است زیرا بردار سرعت و شتاب هم‌جهت است. در لحظه‌ی $t=2s$، شتاب تغییر جهت (علامت) داده است یعنی شتاب مثبت است اما همچنان سرعت منفی است و حرکت بعد از $t=2s$ کندشونده است، پس بیش‌ترین سرعت در $t=2s$ است.



B **۳۲۷- گزینه‌ی ۲** در بازه‌ی $1s$ تا $2s$ متحرک ساکن است، پس سرعت صفر است.

در بازه‌ی $2s$ تا $3s$ حرکت با شتاب ثابت و مثبت است، پس نمودار سرعت- زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویه‌ی حاده می‌سازد.

در بازه‌ی $3s$ تا $5s$ چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت- زمان، علامت شتاب را نشان می‌دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت- زمان منفی باشد و با محور زمان زاویه‌ی منفرجه بسازد.

در بازه‌ی $5s$ تا $6s$ حرکت با سرعت ثابت است.

B **۳۲۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت جسم را در لحظه‌ی $t_1=20s$ و $t_2=35s$ حساب می‌کنیم.

با توجه به نمودار در بازه‌ی صفر تا ۱۰s حرکت دارای شتاب ثابت $-2\frac{m}{s^2}$ است از این‌رو:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=-2\times10+0 \Rightarrow v=-20\frac{m}{s}$$

در بازه‌ی ۱۰s تا ۲۰s شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان $-20\frac{m}{s}$ است. در بازه‌ی ۲۰s تا ۳۵s حرکت دارای شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ است، در نتیجه:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=2(35-20)+(-20) \Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

سرعت از $-20\frac{m}{s}$ به $10\frac{m}{s}$ رسیده است در این‌صورت از $-20\frac{m}{s}$ تا صفر،حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است و در لحظه‌ای بین ۲۰s تا ۳۵s که سرعت صفر شده (سرعت از منفی به مثبت تبدیل شده است)، متحرک تغییر جهت داده است و گزینه‌ی (۳) درست است.

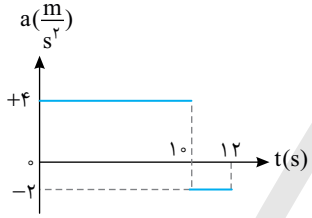
در مدتی که سرعت منفی است جهت حرکت در جهت منفی محور x و سپس که سرعت مثبت شده است، سرعت در جهت مثبت محور x است و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

می‌توان لحظه‌ی صفر شدن سرعت را به راحتی به‌دست آورد:

$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=2t+(-20) \Rightarrow t=10s$$

یعنی در لحظه $20+10=30s$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. که در حل این مسأله به‌دست آوردن زمان تغییر جهت لازم نبود.

B **۳۲۹- گزینه‌ی ۴** جابه‌جایی را در بازه‌های زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه و همچنین ۱۰ تا ۱۲ ثانیه به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:



$$0\to10s: \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}\times4\times100+5\times10=250m$$

سرعت در لحظه‌ی $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_1=at+v_0 \Rightarrow v_1=4\times10+5=45\frac{m}{s}$$

این سرعت، سرعت اولیه‌ی قسمت بعدی است، از این رو:

$$10s\to12s: \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_1t \Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times4+45\times2=86m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{250+86}{12}=\frac{336}{12}=\frac{112}{4} \Rightarrow \bar{v}=28\frac{m}{s}$$

A **۳۳۰- گزینه‌ی ۱** در سراسر حرکت، شتاب مقدار ثابت غیرصفر و رو به پایین g را دارد، حتی در نقطه‌ی اوج. از آن‌جا که حرکت در روی خط قائم صورت می‌گیرد سرعت با شتاب هم‌راستا است ولی ممکن است خلاف جهت یک‌دیگر باشند.

A **۳۳۱- گزینه‌ی ۱** جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y \Rightarrow (24)^2-0=2\times g\times30 \Rightarrow g=\frac{24\times24}{2\times30} \Rightarrow g=9/6\frac{m}{s^2}$$

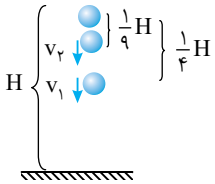
A **۳۳۲- گزینه‌ی ۱** شتاب یعنی تغییر سرعت در مدت 1s، بنابراین چون حرکت سقوط آزاد است، تغییر سرعت در ثانیه‌ی اول و در ثانیه‌ی چهارم (حرکت با شتاب ثابت) با هم برابر است. $\frac{\Delta v_4}{\Delta v_1}=1$

A **۳۳۳- گزینه‌ی ۳** محل رها شدن را مبدأ مختصات می‌گیریم، در این صورت در ۶۰ متری سطح زمین، $\Delta y=-20m$ است.

$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y \Rightarrow v^2-0=-2\times10\times(-20) \Rightarrow v=\pm20\frac{m}{s}$$

در گزینه‌ها $20\frac{m}{s}$ یعنی بزرگی سرعت در نظر گرفته شده است.

B **۳۳۴- گزینه‌ی ۱** محل رها شدن را مبدأ مختصات و جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم.



$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2g\Delta y}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g\frac{H}{4}}}{\sqrt{2g\frac{H}{9}}} = \frac{3}{2}$$

A **۳۳۵- گزینه‌ی ۳** زمان سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 44/1 = \frac{1}{2}\times 9/8\, t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3s$$

سرعت را در لحظه‌های $t=2s$ و $t=3s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = gt \Rightarrow \begin{cases} t=2s \Rightarrow v_1 = 9/8\times 2 = 19/6\ \frac{m}{s} \\ t=3s \Rightarrow v_2 = 9/8\times 3 = 29/4\ \frac{m}{s} \end{cases}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{v_1+v_2}{2} = \frac{19/6+29/4}{2} \Rightarrow \bar{v} = 24/5\ \frac{m}{s}$$

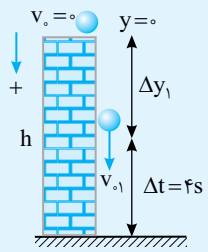
(در حل این پرسش جهت رو به پایین مثبت اختیار شده است.)

تست: گلوله‌ای از بالای ساختمانی به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شود. اگر سرعت متوسط این گلوله در ۴ ثانیه‌ی آخر سقوط برابر $25\frac{m}{s}$ باشد، h چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۰۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۱/۲۵

پاسخ: در مدت ۴ ثانیه‌ی آخر سرعت متوسط برابر $25\frac{m}{s}$ است، بنابراین، جابه‌جایی در این مدت برابر است با:

$$\Delta y = \bar{v}\Delta t \Rightarrow \Delta y = 25\times 4 = 100\ m$$



سرعت را در ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow 100 = 5\times 16 + v_{01}\times 4 \Rightarrow v_{01} = 5\ \frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان جابه‌جایی Δy_1 را به‌دست آورد:

$$v_{01}^2 - v_0^2 = 2g\Delta y_1 \Rightarrow 25 - 0 = 20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = 1/25\ m$$

در نتیجه داریم:

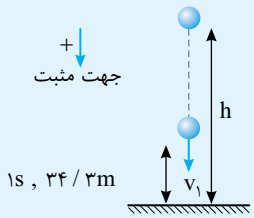
$$h = 100 + 1/25 \Rightarrow h = 101/25\ m$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: گلوله‌ای بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ سقوط می‌کند و در آخرین ثانیه‌ی سقوط، ۳۴/۳ متر را طی می‌کند. این گلوله با سرعت چند متر بر ثانیه به زمین رسیده است؟ $(g=9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۷۸/۴ ۲) ۴۹ ۳) ۲۹/۴ ۴) ۳۹/۲

پاسخ: راه‌حل اول: به کمک معادله‌ی مکان - زمان، v_1 را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1 t \Rightarrow 34/3 = \frac{1}{2}\times 9/8\times 1 + v_1 \Rightarrow v_1\times 1 = 29/4\ \frac{m}{s}$$

حال به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، سرعت برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{v_2+v_1}{2}\Delta t \Rightarrow 34/3 = \frac{v_2+29/4}{2}\times 1 \Rightarrow v_2 = 39/2\ \frac{m}{s}$$

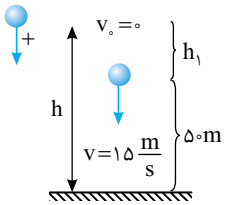
راه‌حل دوم: استفاده از فرمول جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام:

$$\Delta y = \frac{1}{2}g(2t-1) \Rightarrow 34/3 = \frac{1}{2}\times 9/8(2t-1) \Rightarrow t = 4s$$

$$v = gt + v_0 \Rightarrow v = 9/8\times 4 + 0 = 39/2\ \frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۳۳۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا h_1 را به‌دست می‌آوریم:



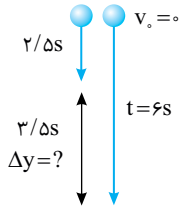
$$v^2-v_0^2=2gh_1 \Rightarrow 225=20h_1 \Rightarrow h_1=11/25m$$

$$h=50+11/25=61/25m$$

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 61/25=5t^2 \Rightarrow t^2=12/25 \Rightarrow t=3/5s$$

به‌دست آوردن جذر ۱۲/۲۵ کار دشواری است، پس باید از گزینه‌ها کمک بگیرید. گزینه‌ی (۱) جذر عدد ۴، گزینه‌ی (۳) جذر عدد ۲۵ است و گزینه‌ی (۴) نیز نمی‌تواند جذر عدد ۱۲/۲۵ باشد.

B **۳۳۷- گزینه‌ی ۴** سرعت در لحظه‌ی $t=2/5s$ و $t=6s$ را به‌دست می‌آوریم.



$$v=gt+v_0$$

$$t_1=2/5s \Rightarrow v_1=25\frac{m}{s}$$

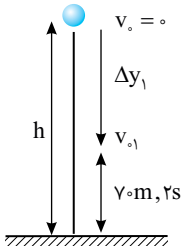
$$t_2=6s \Rightarrow v_2=60\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی در مدت $3/5s$ آخر برابر خواهد شد با:

$$\Delta y=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{60+25}{2}\times 3/5 \Rightarrow \Delta y=148/75m$$

همچنین می‌توان جابه‌جایی طی $2/5s$ را به‌دست آورد و از جابه‌جایی طی ۶ ثانیه کم کرد.

B **۳۳۸- گزینه‌ی ۲** جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. با توجه به شکل، v_{01} را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_{01}t \Rightarrow 70=\frac{1}{2}\times 10\times 4+v_{01}\times 2 \Rightarrow v_{01}=25\frac{m}{s}$$

حال Δy_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{01}^2-v_0^2=2g\Delta y_1 \Rightarrow 625-0=20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1=31/25\ m$$

$$h=70+31/25=101/25\ m$$

آیا این تست از راه‌حل دوم تست قبلی حل می‌شود؟ قطعاً خیر، بنابراین روش‌های اصلی را فرابگیرید.

A **۳۳۹- گزینه‌ی ۲** جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{1}{2}g(2t-1)+v_0 \Rightarrow \Delta y_{(3)}=4/9(2\times 3-1)=4/9\times 5=24/5m$$

A **۳۴۰- گزینه‌ی ۱** گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است بنابراین زمان سقوط و سرعت برخورد گلوله به زمین برابر خواهد شد با:

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad , \quad v^2-v_0^2=2gy \Rightarrow v^2=2gh \Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

اگر ارتفاع رها شدن برابر 4h شود:

$$t'=\sqrt{\frac{2h'}{g}} \Rightarrow t'=\sqrt{\frac{2(4h)}{g}} \Rightarrow t'=2\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t'=2t$$

(جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.)

$$v'=\sqrt{2gh'} \Rightarrow v'=\sqrt{2g(4h)} \Rightarrow v'=2\sqrt{2gh} \Rightarrow v'=2v$$

A **۳۴۱- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول**: با توجه به رابطه‌ی مکان- زمان می‌توان نوشت:

$$x=\frac{1}{2}gt^2$$

$$t=1s \Rightarrow \Delta x_1=5m$$

برای یافتن جابه‌جایی در ثانیه‌ی دوم باید مکان در ثانیه‌ی اول و مکان در ثانیه‌ی دوم را به‌دست آورد و مکان‌ها را از هم کم کرد. بنابراین:

$$\begin{cases} t=1s \Rightarrow x=5\ m \\ t=2s \Rightarrow x=20\ m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(2)}=20-5=15\ m \quad , \quad \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=\frac{15}{5}=3$$

راه‌حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی nام از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \Rightarrow \Delta x_{(1)}=5\ m \\ t=2s \Rightarrow \Delta x_{(2)}=15\ m \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=\frac{15}{5}=3$$

Ⓐ **۳۴۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا مسافت طی شده در $\frac{۳}{۴}$ ثانیه‌ی اول را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}=۵\times\frac{۹}{۱۶}\Rightarrow\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۴۵}{۱۶}\,m$$

مسافت طی شده در ثانیه‌ی سوم سقوط برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_{\circ}\Rightarrow\Delta y_{(۳)}=۵\times۵+۰=۲۵\,m$$

$$\frac{\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}}{\Delta y_{(۳)}}=\frac{\frac{۴۵}{۱۶}}{۲۵}=\frac{۹}{۸۰}$$

Ⓐ **۳۴۳- گزینه‌ی ۱**

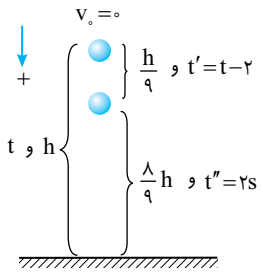
$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲gh\Rightarrow v^{۲}-۰=۲\times۱۰\times۱۰\Rightarrow v=۱۰\sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۳۴۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم و جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}+v_{\circ}t\xrightarrow{v_{\circ}=۰}\frac{h}{۲}=۵(۳\sqrt{۲})^{۲}+۰\Rightarrow h=۱۸۰m$$

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲g\Delta y\Rightarrow v^{۲}-۰=۲\times۱۰(۱۸۰-۴۵)\Rightarrow v^{۲}=۲۷۰۰\Rightarrow v=۳۰\sqrt{۳}\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۳۴۵- گزینه‌ی ۲** همواره در حل این مسائل، قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم:



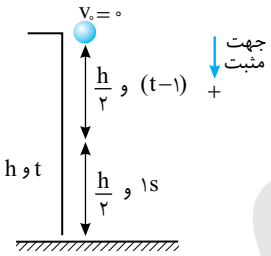
$$\left.\begin{array}{l}h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\\ \frac{h}{۹}=\frac{۱}{۲}g(t-۲)^{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{۹}}=\frac{t^{۲}}{(t-۲)^{۲}}\Rightarrow۹=\frac{t^{۲}}{(t-۲)^{۲}}\Rightarrow۳=\frac{t}{t-۲}\Rightarrow۳t-۶=t\Rightarrow t=۳s$$

Ⓑ **۳۴۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به فرمول مستقل از زمان خواهیم داشت:

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲g\Delta y\Rightarrow v=\sqrt{۲gh}$$

$$\left\{\begin{array}{l}v'=\sqrt{۲g'h'}\\ v=\sqrt{۲gh}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{(n-۱)g(nh)}{gh}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{n^{۲}-n}$$

Ⓒ **۳۴۷- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** مسافتی که جسم در ثانیه‌ی آخر پیموده است برابر با تمام مسافت پیموده شده‌ی قبل از آن است، بنابراین اگر کل ارتفاع سقوط h باشد و زمان کل سقوط t باشد، $\frac{h}{۲}$ اول مسیر را در $(t-۱)$ ثانیه و $\frac{h}{۲}$ آخر مسیر را در ۱s پیموده است.



$$\left.\begin{array}{l}h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\\ \frac{h}{۲}=\frac{۱}{۲}g(t-۱)^{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{۲}}=\frac{t^{۲}}{(t-۱)^{۲}}\Rightarrow۲=\frac{t^{۲}}{(t-۱)^{۲}}\Rightarrow\sqrt{۲}=\frac{t}{t-۱}\Rightarrow\sqrt{۲}t-\sqrt{۲}=t\Rightarrow(\sqrt{۲}-۱)t=\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow t=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}-۱}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}-۱}\times\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱}\Rightarrow t=۲+\sqrt{۲}s$$

اکنون h را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times۱۰(۲+\sqrt{۲})^{۲}=۵(۴+۴\sqrt{۲}+۲)\Rightarrow h=۳۰+۲۰\sqrt{۲}\xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴}h\simeq۵۸m$$

راه‌حل دوم: جابه‌جایی در ثانیه‌ی آخر در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_{\circ}\Rightarrow\frac{h}{۲}=۵(۲t-۱)+۰\Rightarrow h=۲۰t-۱۰\Rightarrow t=\frac{h+۱۰}{۲۰}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مکان - زمان، h را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow h=۵\,(\frac{h+۱۰}{۲۰})^{۲}\Rightarrow h=۵(\frac{h^{۲}+۲۰h+۱۰۰}{۴۰۰})\Rightarrow۸۰h=h^{۲}+۲۰h+۱۰۰$$

$$h^{۲}-۶۰h+۱۰۰=۰\Rightarrow h=۳۰\pm\sqrt{۹۰۰-۱۰۰}=۳۰\pm۱۰\sqrt{۸}\Rightarrow h\simeq۵۸m$$

۳۴۸- گزینه‌ی ۲ (B) ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 101/25=5t^2 \Rightarrow t^2=\frac{101/25}{5}=20/25 \Rightarrow t=4/5s$$

سه بازه‌ی زمانی یکسان یعنی بازه‌های ۱/۵ ثانیه، بنابراین جابه‌جایی را در بازه‌های ۰ تا ۱/۵s، ۱/۵s تا ۳s و ۳s تا ۴/۵s باید حساب کرد.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y=5\times(\frac{3}{2})^2 \Rightarrow \Delta y_{(1)}=11/25m$$

برای محاسبه‌ی جابه‌جایی در بازه‌ی ۱/۵s تا ۳s باید مکان‌ها را در هر دو لحظه به‌دست آورده و از هم کم کنیم.

$$\Delta y_{(2)}=\frac{1}{2}\times 10(3)^2-\frac{1}{2}\times 10(1/5)^2=45-11/25=33/75m$$

جابه‌جایی در بازه‌ی ۳s تا ۴/۵s خواهد شد:

$$\Delta y_{(3)}=101/25-(33/75+11/25)=56/25m$$

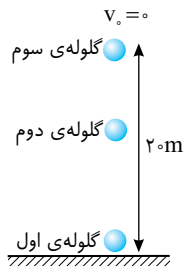
۳۴۹- گزینه‌ی ۲ (B) با توجه به شکل مسأله، گلوله‌ی دوم پس از $BC=20m$ سقوط به زمین می‌رسد. جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

زمان سقوط گلوله‌ی دوم $y_B=\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10t_2^2 \Rightarrow t_2=2s$

زمان سقوط گلوله‌ی اول $t_1=t_2+1=3s$

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_A=\frac{1}{2}\times 10\times 3^2=45m \quad , \quad y_B=20m \Rightarrow AB=45-20=25m$$

۳۵۰- گزینه‌ی ۲ (B) ابتدا زمان رسیدن گلوله‌ی اول به زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10\times t^2 \Rightarrow t=2s$$

گلوله‌ها در بازه‌های زمانی یکسان رها شده‌اند، بنابراین وقتی پس از ۲s گلوله‌ی اول به زمین می‌رسد، گلوله‌ی دوم ۱ ثانیه در حال سقوط است.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y=\frac{1}{2}\times 10\times 1 \Rightarrow \Delta y=5m$$

در نتیجه فاصله‌ی گلوله‌ی دوم از سطح زمین $20-5=15m$ است.

۳۵۱- گزینه‌ی ۳ (B) کافی است معادله‌ی حرکت دو گلوله را نوشته و از هم کم کنیم:

$$\Delta y=y_1-y_2=\frac{1}{2}gt_1^2-\frac{1}{2}gt_2^2=\frac{1}{2}g(t_1)^2-\frac{1}{2}g(t_1-2/5)^2$$

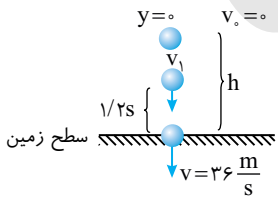
$$\Rightarrow 68/75=5t_1^2-5(t_1^2-5t_1+6/25) \Rightarrow 68/75=5t_1^2-5t_1^2+25t_1-31/25 \Rightarrow 25t_1=100 \Rightarrow t_1=4s$$

۳۵۲- گزینه‌ی ۳ (B) محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم:

$$y_1-y_2=45 \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2-\frac{1}{2}g(t-1)^2=45 \Rightarrow t=5s$$

$$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 10\times(5)^2=125m$$

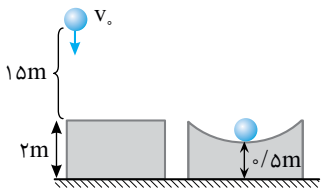
۳۵۳- گزینه‌ی ۳ (B) جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم:



$$v=gt+v_0 \Rightarrow 36=10(1/2)+v_1 \Rightarrow v_1=24\frac{m}{s}$$

$$\Delta y=\frac{v+v_1}{2}\times\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{36+24}{2}\times 1/2=36m$$

۳۵۴- گزینه‌ی ۴ (A) جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم:



$$v^2-v_0^2=2gy \Rightarrow v^2-0=2g(15) \Rightarrow v^2=30g$$

$$v^2-v_0^2=2a\Delta y \Rightarrow 0-30g=2a(1/5) \Rightarrow a=-10g$$

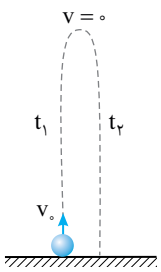
Ⓐ **۳۵۵- گزینه‌ی ۲** حرکت پرتاب در راستای قائم در شرایط خلأ یک حرکت با شتاب ثابت g است که شتاب g (تغییر سرعت) همواره رو به پایین است.

تست: دو گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع مساوی با سرعت‌های اولیه‌ی v_0 و $2v_0$ به‌طور قائم به طرف پایین پرتاب می‌شوند، t ثانیه پس از پرتاب .....

۱) تغییرات سرعت گلوله‌ها یکسان است.
۲) تغییرات سرعت گلوله‌ی دوم بیش‌تر از اولی است.
۳) تغییرات سرعت گلوله‌ی دوم کم‌تر از اولی است.
۴) تغییر مکان اولی نصف تغییر مکان دومی است.

پاسخ: شتاب هر دو متحرک یکسان و برابر g است، در این صورت تغییرات سرعت دو گلوله $(\Delta v = gt)$ با هم برابر است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓐ **۳۵۶- گزینه‌ی ۱** در شرایط خلأ، زمان رفت گلوله از یک نقطه تا اوج برابر زمان برگشت گلوله از اوج به همان نقطه است:

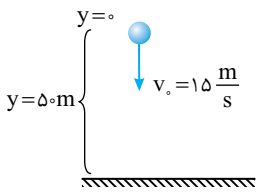


$$\frac{t_1}{t_2} = 1$$

Ⓐ **۳۵۷- گزینه‌ی ۴** وقتی گلوله در هوا پرتاب می‌شود، در اثر مقاومت هوا بخشی از انرژی جنبشی جسم به گرما تبدیل می‌شود، یعنی در هر نقطه از مسیر هنگام رفت، سرعت بیش‌تر از سرعت در آن نقطه هنگام برگشت است، از این رو: $v < v_0 \quad , \quad t_1 < t_2$

Ⓐ **۳۵۸- گزینه‌ی ۲** شتاب سقوط اجسام در شرایط خلأ به جرم آن‌ها بستگی ندارد و تمام اجسام در شرایط خلأ با شتاب (g) حرکت می‌کنند، بنابراین دو گلوله هم‌زمان و با سرعت‌های یکسان به زمین می‌رسند.

Ⓐ **۳۵۹- گزینه‌ی ۲** به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان)، تست را حل می‌کنیم. جهت مثبت را رو به پایین می‌گیریم.



$$v^2 - v_0^2 = 2gy \Rightarrow v^2 - 225 = 20 \times 50 \Rightarrow v^2 = 1225 \Rightarrow v = 35\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۳۶۰- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 900 - 400 = -20(-y) \Rightarrow y = 25\ m$$

Ⓑ **۳۶۱- گزینه‌ی ۱** گلوله تا ارتفاعی بالا می‌رود که سرعتش صفر شود.

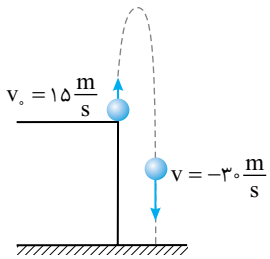
$$v^2 - v_0^2 = -2gy \Rightarrow 0 - v_0^2 = -2gh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{64}{20} = 3/2m$$

Ⓐ **۳۶۲- گزینه‌ی ۳** در اوج، سرعت صفر است، بنابراین:

$$v^2 - v_0^2 = -2gy \Rightarrow 0 - v_0^2 = -2gH \Rightarrow H_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$H' = 2H \Rightarrow \frac{v_0'^2}{2g} = 2\frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0' = \sqrt{2}v_0$$

Ⓐ **۳۶۳- گزینه‌ی ۱** دقت کنید سرعت نهایی $(30\,\frac{m}{s})$ از سرعت اولیه $(v_0 = 15\,\frac{m}{s})$ بزرگ‌تر است، هنگام بالا رفتن گلوله، سرعت گلوله نمی‌تواند به $30\,\frac{m}{s}$ رسیده باشد، زیرا هنگام بالا رفتن، سرعت کم می‌شود تا از $15\,\frac{m}{s}$ به صفر برسد، در نتیجه در مسیر برگشت اندازه‌ی سرعت گلوله $30\,\frac{m}{s}$ شده است. جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم. در این صورت، سرعت اولیه $v_0 = +15\,\frac{m}{s}$ و سرعت در لحظه‌ی مورد نظر $v = -30\,\frac{m}{s}$ می‌باشد.



$$v = -gt + v_0 \Rightarrow -30 = -10t + 15 \Rightarrow t = 4/5s$$

تست: گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $+۳۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، ۴ ثانیه پس از پرتاب سرعت گلوله چند متر بر ثانیه است؟

۱) -۴۰ ۲) -۱۰ ۳) $+۱۰$ ۴) $+۴۰$

پاسخ: جهت مثبت رو به بالا اختیار شده است. معادله‌ی سرعت- زمان را نوشته، سرعت را در لحظه‌ی $t=۴s$ به‌دست می‌آوریم:

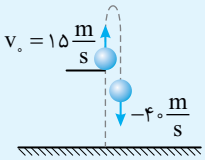
$$v=-gt+v_۰ \Rightarrow v=-۱۰\times۴+۳۰ \Rightarrow v=-۱۰\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: گلوله‌ای در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی $۱۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، آن‌گاه چند ثانیه پس از پرتاب اندازه‌ی سرعت گلوله به $۴۰\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

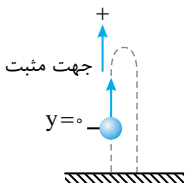
پاسخ: چون سرعت گلوله $(۴۰\frac{m}{s})$ از سرعت اولیه بیش‌تر است، حتماً گلوله به اوج رفته و سپس به مبدأ پرتاب بازگشته و از مبدأ پرتاب نیز گذشته است.



$$v=-gt+v_۰ \Rightarrow -۴۰=-۱۰t+۱۵ \Rightarrow t=۵/۵s$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

۳۶۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل روبه‌رو هنگامی که سنگ به زمین می‌رسد، مکان سنگ $y=-۶۰m$ است.



$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰$$

$$\Rightarrow -۶۰=-۵t^۲+۲۰t \Rightarrow t^۲-۴t-۱۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۶s \\ t=-۲s \quad \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

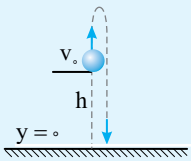
۳۶۵- گزینه‌ی ۱ به کمک معادله‌ی مکان- زمان، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t \Rightarrow -۳۰=-۵\times(۳)^۲+v_۰(۳) \Rightarrow v_۰=۵\frac{m}{s}$$

تست: گلوله‌ای از ارتفاع h با سرعت اولیه‌ی $۱۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. این گلوله ۵s پس از پرتاب به سطح زمین می‌رسد. ارتفاع h چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$ (سراسری - ۸۰)

۱) ۶۵ ۲) ۷۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

پاسخ: مبدأ را سطح زمین اختیار کرده‌ایم. با توجه به معادله‌ی مکان - زمان:



$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰ \Rightarrow ۰=-\frac{۱}{۲}\times۱۰(۵)^۲+۱۰\times۵+h \Rightarrow h=۷۵m$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

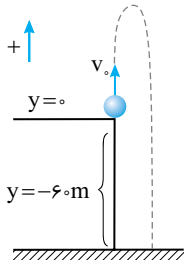
تست: گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $۲۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، پس از ۱/۶ ثانیه گلوله در ارتفاع چند متری نقطه‌ی پرتاب است؟

۱) ۱۱/۲۵ ۲) ۳۱/۲۵ ۳) ۲۰/۸ ۴) ۱۹/۲

پاسخ: به کمک معادله‌ی مکان - زمان تست را حل می‌کنیم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰ \Rightarrow y=-۵(۱/۶)^۲+۲۰(۱/۶) \Rightarrow y=۱۹/۲m$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



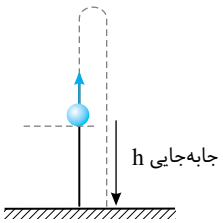
Ⓐ ۳۶۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا به کمک معادله‌ی مکان- زمان، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$-60=-5\times(6)^2+v_0\times 6\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

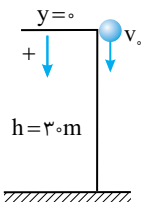
اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت برخورد سنگ به زمین را حساب می‌کنیم:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow v=-10\times 6+20=-40\frac{m}{s}$$



Ⓑ ۳۶۷- گزینه‌ی ۲ مسافت طی شده برابر کل طول مسیر است و جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر متصل می‌کند. با توجه به شکل روبه‌رو تفاوت این دو، برابر کل مسیر رفت و برگشت از نقطه‌ی پرتاب به نقطه‌ی پرتاب بوده و دو برابر ارتفاع اوج گلوله است.

$$d-h=2H_{\text{اوج}}=2(\frac{v_0^2}{2g})=2\times\frac{625}{20}=62/5m$$



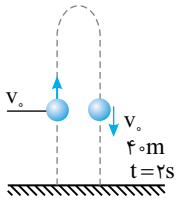
Ⓐ ۳۶۸- گزینه‌ی ۲ به کمک معادله‌ی مکان- زمان، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$30=5\times(1/5\times 1/5)+v_0\times 1/5$$

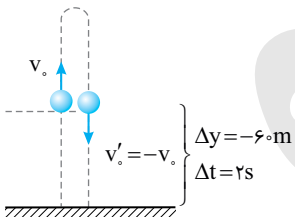
دو طرف را به ۱/۵ تقسیم کنید تا محاسبه‌ها ساده شود:

$$20=5\times 1/5+v_0\Rightarrow v_0=20-7/5\Rightarrow v_0=12/5\frac{m}{s}$$



Ⓑ ۳۶۹- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم گلوله از ارتفاع $40m$ با سرعت v_0 رو به پایین پرتاب شده و در مدت $2s$ به زمین رسیده است، زیرا سرعت رفت از نقطه‌ی پرتاب و سرعت برگشت به نقطه‌ی پرتاب یکسان است.

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 40=\frac{1}{2}\times 10\times(2)^2+2v_0\Rightarrow v_0=10\frac{m}{s}$$



Ⓑ ۳۷۰- گزینه‌ی ۳ بازه‌ی زمانی $2s$ را که گلوله ارتفاع ۶۰ متر را طی می‌کند می‌توان یک حرکت مستقل فرض کرد و معادله‌ی مکان- زمان را برای آن نوشت:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v'_0t\Rightarrow -60=-5\times 4-v_0\times 2\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

ارتفاع اوج گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow H_{\text{اوج}}=\frac{(20)^2}{20}=20m$$

بیش‌ترین ارتفاع گلوله از سطح زمین برابر $60+20=80m$ است.

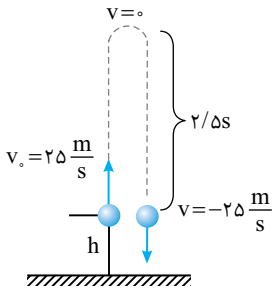
Ⓐ ۳۷۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به معادله‌ی سرعت- زمان:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow -50=-10t+30\Rightarrow t=8s$$

Ⓐ ۳۷۲- گزینه‌ی ۲ به کمک فرمول زمان اوج، ابتدا سرعت اولیه را به‌دست آورده، سپس ارتفاع اوج را محاسبه می‌کنیم:

$$t=\frac{v_0}{g}\Rightarrow v_0=10\times 2/5=25\frac{m}{s}\quad,\quad H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{625}{20}=31/25m$$

B **۳۷۳- گزینه‌ی ۲** تست زیبایی است. کافی است سرعت اولیه را به‌دست آوریم:



$$v=-gt+v_۰$$

$$\Rightarrow -۲۵=-۱۰\times ۵+v_۰ \Rightarrow v_۰=۲۵\frac{m}{s}$$

در این صورت سرعت اولیه $۲۵\frac{m}{s}$ رو به بالا و پس از ۵s، سرعت $۲۵\frac{m}{s}$ رو به پایین است و گلوله در نقطه‌ی پرتاب است.

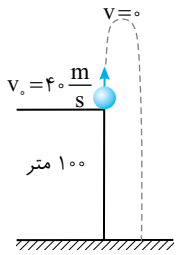
A **۳۷۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا به کمک زمان رسیدن گلوله به اوج، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$t=\frac{v_۰}{g}\Rightarrow ۲=\frac{v_۰}{۱۰}\Rightarrow v_۰=۲۰\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲gh\Rightarrow ۹۰۰-۴۰۰=۲۰h\Rightarrow h=۲۵\,m$$

A **۳۷۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا ارتفاع اوج گلوله را به‌دست می‌آوریم:

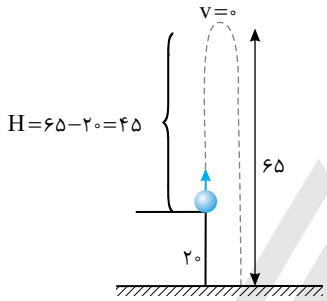


$$H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow H_{اوج}=\frac{۱۶۰۰}{۲۰}\Rightarrow H_{اوج}=۸۰\,m$$

اکنون فرض می‌کنیم، گلوله از ارتفاع $۱۰۰+۸۰=۱۸۰\,m$ رها شده است.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow ۱۸۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t^۲\Rightarrow t=۶s$$

A **۳۷۶- گزینه‌ی ۲** در واقع ارتفاع اوج گلوله برابر است با:



$$H=۶۵-۲۰=۴۵m$$

بنابراین:

$$H=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow ۴۵=\frac{v_۰^۲}{۲۰}\Rightarrow v_۰=۳۰\frac{m}{s}$$

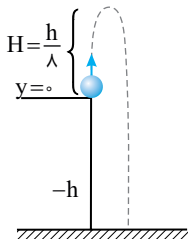
A **۳۷۷- گزینه‌ی ۴** ابتدا ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم:

$$H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۱۶۰۰}{۲۰}=۸۰\,m$$

اکنون به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان سرعت را در نصف ارتفاع اوج یعنی ارتفاع ۴۰ متری به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gy\Rightarrow v^۲-۱۶۰۰=-۲۰\times ۴۰\Rightarrow v^۲=۸۰۰\Rightarrow v=۲۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

B **۳۷۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به صورت مسأله ارتفاع اوج برابر $\frac{h}{۸}$ است:



$$H=\frac{h}{۸}\Rightarrow \frac{v_۰^۲}{۲g}=\frac{h}{۸}\Rightarrow h=۴\frac{v_۰^۲}{g}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مکان- زمان، زمان رسیدن گلوله به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow -h=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow -\frac{۴v_۰^۲}{g}=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲-v_۰t-\frac{۴v_۰^۲}{g}=۰$$

$$\Rightarrow t=\frac{+v_۰\pm\sqrt{v_۰^۲+۸v_۰^۲}}{۲\times(\frac{۱}{۲}g)}\Rightarrow t=\frac{v_۰\pm ۳v_۰}{g}\Rightarrow t=\frac{۴v_۰}{g}$$

می‌دانیم زمان رسیدن گلوله به اوج برابر با $t_{اوج}=\frac{v_۰}{g}$ است. در نتیجه:

$$t=۴\frac{v_۰}{g}\Rightarrow t=۴t_{اوج}\Rightarrow t_{اوج}=\frac{t}{۴}$$

Ⓐ ۳۷۹- گزینه‌ی ۲ ابتدا سرعت گلوله را در لحظه‌ی $t=4s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=-gt+v_0 \Rightarrow v=-10\times4+30=-10\frac{m}{s}$$

در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}\Rightarrow \bar{v}=\frac{30+(-10)}{2}=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۳۸۰- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** ابتدا سرعت سنگ را هنگام برخورد به زمین به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) به‌دست می‌آوریم.

$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y\Rightarrow v^2-225=-20\times(-50)\Rightarrow v^2=1225\Rightarrow v=-35\frac{m}{s}$$

علامت منفی برای آن است که جهت مثبت را رو به بالا فرض کرده‌ایم.

اندازه‌ی سرعت متوسط خواهد شد:

$$|\bar{v}|=\left|\frac{v+v_0}{2}\right|=\left|\frac{-35+15}{2}\right|=10\frac{m}{s}$$

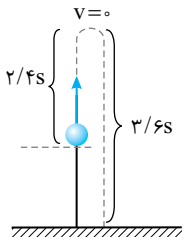
راه‌حل دوم: زمان حرکت سنگ را به کمک معادله‌ی مکان- زمان حساب می‌کنیم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow -50=-5t^2+15t\Rightarrow t^2-3t-10=0\Rightarrow (t+2)(t-5)=0\Rightarrow t=5s$$

اندازه‌ی سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\left|\frac{\Delta y}{\Delta t}\right|\Rightarrow \bar{v}=\frac{50}{5}=10\frac{m}{s}$$

Ⓑ ۳۸۱- گزینه‌ی ۱ زمان رسیدن به اوج برابر $t=2/4s$ است زیرا در این لحظه سرعت صفر شده و گلوله تغییر جهت می‌دهد، پس در این لحظه در نقطه‌ی اوج است.



$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_0}{g}\Rightarrow 2/4=\frac{v_0}{10}\Rightarrow v_0=24\frac{m}{s}$$

زمان کل حرکت برابر $t=2/4+3/6=6s$ است. سرعت نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow v=-6\times10+24\Rightarrow v=-36\frac{m}{s}$$

بزرگی سرعت متوسط در کل مسیر برابر است با:

$$|\bar{v}|=\left|\frac{v+v_0}{2}\right|=\left|\frac{-36+24}{2}\right|=6\frac{m}{s}$$

البته می‌توانستید به کمک معادله‌ی مکان- زمان، جابه‌جایی در مدت $6s$ را به‌دست آورید سپس سرعت متوسط را حساب کنید.

Ⓑ ۳۸۲- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** در لحظه‌های t_1 و t_2 مکان گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$t_1=1s\Rightarrow y_1=-5+20=15\,m\quad,\quad t_2=4s\Rightarrow y_2=-5\times16+20\times4=0$$

$$|\bar{v}|=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow|\bar{v}|=\frac{15}{4-1}=5\frac{m}{s}$$

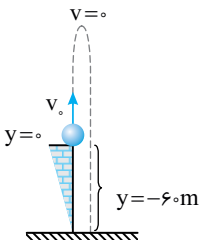
راه‌حل دوم: در لحظه‌های t_1 و t_2، سرعت گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$v=-gt+v_0$$

$$t_1=1s\Rightarrow v_1=-10+20=10\frac{m}{s}\quad,\quad t_2=4s\Rightarrow v_2=-40+20=-20\frac{m}{s}$$

$$|\bar{v}|=\left|\frac{v_1+v_2}{2}\right|=\left|\frac{10+(-20)}{2}\right|=5\frac{m}{s}$$

Ⓑ ۳۸۳- گزینه‌ی ۳ زمان کل حرکت گلوله تا رسیدن به زمین برابر است با:



$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}\Rightarrow \bar{v}=\frac{\Delta y}{t}\Rightarrow -10=\frac{-60}{t}\Rightarrow t=6s$$

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow -60=-5\times36+6v_0\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

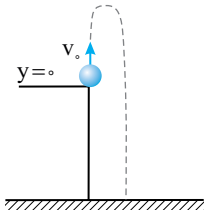
B **۳۸۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت اولیه را از معادله‌ی سرعت - مکان به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y$$

$$49-v_0^2=-20\times 4/75\Rightarrow v_0^2=49+95\Rightarrow v_0=12\frac{m}{s}$$

$$v=-gt+v_0\Rightarrow -7=-10t+12\Rightarrow t=1/9s$$

A **۳۸۵- گزینه‌ی ۴** به کمک زمان رفت و برگشت به محل پرتاب، سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

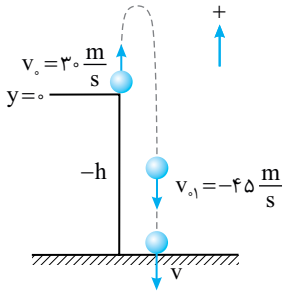


$$t=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow 3=\frac{2v_0}{10}\Rightarrow v_0=15\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه $15\frac{m}{s}$ است. بنابراین وقتی سرعت $20\frac{m}{s}$ است، متحرک در حال حرکت رو به پایین است و باید در معادله‌ی سرعت- زمان مقدار سرعت را $-20\frac{m}{s}$ قرار داد.

$$v=-gt+v_0\Rightarrow -20=-10t+15\Rightarrow t=3/5s$$

B **۳۸۶- گزینه‌ی ۴** سرعت برخورد گلوله به زمین را به‌دست می‌آوریم:



$$v=-gt+v_{01}\Rightarrow v=-10\times 2/5+(-45)\Rightarrow v=-70\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان (معادله‌ی سرعت- مکان)، h را به‌دست می‌آوریم:

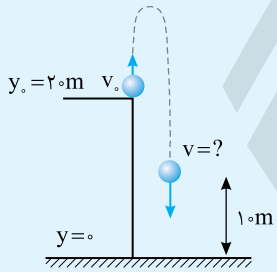
$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y$$

$$4900-900=-20\times(-h)\Rightarrow h=200m$$

تست: جسم کوچکی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین در شرایط خلأ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و پس از ۴s به زمین برخورد می‌کند، سرعت گلوله در ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $5\sqrt{17}$ ۲) $5\sqrt{15}$ ۳) ۲۰ ۴) $15\sqrt{17}$

پاسخ: سطح زمین را مبدأ مختصات و جهت رو به بالا را مثبت می‌گیریم. ابتدا به کمک معادله‌ی مکان- زمان سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:



$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0\Rightarrow 0=-5\times 16+v_0\times 4+20\Rightarrow v_0=15\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت گلوله را در ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=-2g(y-y_0)\Rightarrow v^2-225=-20(10-20)$$

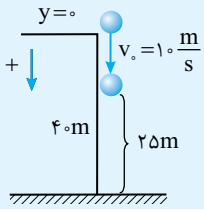
$$\Rightarrow v^2=425\Rightarrow v^2=25\times 17\Rightarrow v=5\sqrt{17}\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: گلوله‌ای از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به‌طرف پایین پرتاب می‌شود. با صرف‌نظر از مقاومت هوا سرعت گلوله در ارتفاع ۲۵ متری سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $20\sqrt{2}$ ۲) $10\sqrt{5}$ ۳) $10\sqrt{3}$ ۴) ۲۰

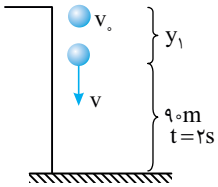
پاسخ: جهت مثبت را رو به پایین و محل پرتاب را مبدأ مختصات اختیار می‌کنیم، در این صورت:



$$v^2-v_0^2=2g\Delta y$$

$$v^2-100=2\times 10\times(15)\Rightarrow v^2=400\Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



B ۳۸۷- گزینه‌ی ۳ جهت پرتاب گلوله مشخص نیست. با توجه به شکل ابتدا سرعت v را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+vt\Rightarrow -90=-5\times 4+v(2)\Rightarrow v=-35\frac{m}{s}$$

$$v^2-v_0^2=-2gy_1\Rightarrow (35)^2-(15)^2=-20y_1\Rightarrow y_1=-50m$$

$$h=50+90=140m$$

A ۳۸۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم: (سطح زمین را مبدأ و جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم.)

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0\Rightarrow 0=-4/9\times(10)^2+v_0(10)+90\Rightarrow v_0=40\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توانیم ارتفاع گلوله را از سطح زمین حساب کنیم:

$$y=-\frac{1}{2}\times 9/8\times 4+(40\times 2)+90\Rightarrow y=150/4\ m$$

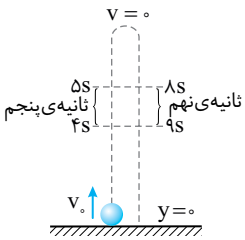
B ۳۸۹- گزینه‌ی ۱ ارتفاع اوج گلوله $H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{25}{20}=1/25m$ است، پس گلوله تنها زمانی از ۵ متری محل پرتاب می‌گذرد که در ۵ متری پایین محل پرتاب باشد.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow -5=-5t^2+5t\Rightarrow t^2-t-1=0\Rightarrow t=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}\Rightarrow t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

A ۳۹۰- گزینه‌ی ۲ برای حرکت با شتاب ثابت در ثانیه‌ی tام می‌توان نوشت:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{1}{2}g(2t-1)+v_0$$

$$\begin{cases}\text{جابه‌جایی در ثانیه‌ی دوم}\ \Delta y_2=\frac{3}{2}\times 9/8+9/8=\frac{5}{2}\times 9/8\\ \text{جابه‌جایی در ثانیه‌ی اول}\ \Delta y_1=\frac{1}{2}\times 9/8+9/8=\frac{3}{2}\times 9/8\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta y_{(2)}}{\Delta y_{(1)}}=\frac{5}{3}$$



B ۳۹۱- گزینه‌ی ۳ برابری بزرگی جابه‌جایی در ثانیه‌ی پنجم و نهم در صورتی رخ می‌دهد که در ثانیه‌ی پنجم گلوله رو به بالا و در ثانیه‌ی نهم گلوله رو به پایین در حرکت باشد. یعنی مطابق شکل روبه‌رو گلوله در لحظه‌های ۵s و ۸s در یک ارتفاع از سطح زمین قرار دارد و زمان اوج گلوله میانگین عددی این دو لحظه است.

$$t_{\text{اوج}}=\frac{8+5}{2}\Rightarrow t=6/5\ s$$

و سرعت اولیه‌ی گلوله برابر است با:

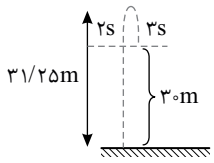
$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_0}{g}\Rightarrow 6/5=\frac{v_0}{10}\Rightarrow v_0=65\frac{m}{s}$$

به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، مسأله را حل می‌کنیم: $v=-gt+v_0\Rightarrow -22=-10t+65\Rightarrow t=8/7s$

A ۳۹۲- گزینه‌ی ۱ برای یافتن جابه‌جایی در ثانیه‌ی سوم، مکان‌های متحرک را به کمک معادله‌ی مکان-زمان در لحظه‌های t=۲s و t=۳s به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$\begin{cases}t=2s\Rightarrow y_1=-5\times 2^2+25\times 2=-20+50=30m\\ t=3s\Rightarrow y_2=-5\times 3^2+25\times 3=-45+75=30m\end{cases}\Rightarrow\Delta y_{(3)}=0$$



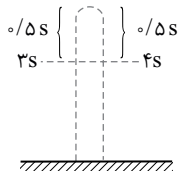
B ۳۹۳- گزینه‌ی ۲ دقت کنید: هرگاه مسافت طی‌شده در یک بازه‌ی زمانی را بخواهند باید مشخص کرد که در آن بازه، متحرک تغییر جهت داده است یا خیر؟

$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_0}{g}=\frac{25}{10}=2/5s\quad,\quad H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{625}{20}=31/25m$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$\begin{cases}t=2s\Rightarrow y_1=30m\\ t=3s\Rightarrow y_2=30m\end{cases}$$

در بازه‌ی زمانی بین ۲s و ۳s، گلوله از مکان ۳۰m به مکان ۳۱/۲۵m رفته و مجدداً به مکان ۳۰m برمی‌گردد. پس مسافت طی شده $1/25+1/25=2/5m$ است.



B **۳۹۴- گزینه‌ی ۳** در حرکت پرتاب در راســتای قائم شتاب ثابت و در تمام لحظات اندازه‌ی آن برابر $g=10\frac{m}{s^2}$ است.

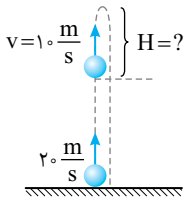
زمان رسیدن گلوله به اوج برابر است با: $t_{اوج}=\frac{v_0}{g}\Rightarrow t=\frac{35}{10}=3/5\,s$

در واقع بازه‌ی زمانی ثانیه‌ی چهارم مطابق شکل بازه‌ای است که در آن گلوله از محل خود در مدت ۰/۵s به اوج رفته و در مدت ۰/۵s بعدی به محل اول خود بازگشته و جابه‌جایی در ثانیه‌ی چهارم صفر شده و سرعت متوسط نیز صفر است.

B **۳۹۵- گزینه‌ی ۴** در حرکت شــتابدار با شــتاب ثابت روی خط راســت، وقتی حرکت متحرک کندشونده است و متحرک سرانجام متوقف می‌شــود، می‌توان فرض کرد که متحرک از حال ســکون با همان شتاب از محل توقف، با حرکت تندشونده شروع به حرکت می‌کند، پس می‌توان فرض کرد گلوله از نقطه‌ی اوج بدون سرعت اولیه رها شده است و می‌خواهیم جابه‌جایی آن را در ۲s بیابیم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times10\times4=20m$$

دقــت کنید که گلوله از هر ارتفاعی با هر ســرعت اولیه‌ای پرتاب می‌شــد، اگر زمان بالا رفتــن آن از ۲s بیش‌تر بود همان ۲۰m را جابه‌جا می‌شد.

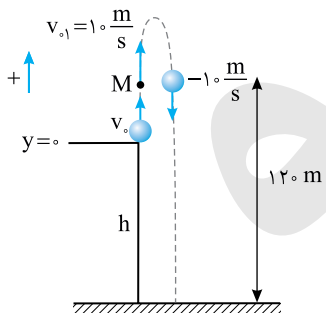


A **۳۹۶- گزینه‌ی ۳** می‌توان از لحظه‌ای که ســرعت گلوله $10\frac{m}{s}$ می‌باشد، حرکت گلوله تا اوج را به‌طور مستقل یک حرکت پرتاب در راستای قائم با سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ در نظر گرفت و ارتفاع اوج آن را به‌دست آورد:

$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{100}{20}=5m$$

B **۳۹۷- گزینه‌ی ۱** چون شتاب (تغییرات سرعت در یکای زمان) $10\frac{m}{s^2}$ است، پس یک ثانیه قبل از برخورد گلوله به زمین، سرعت آن $40\frac{m}{s}$ است، پس کافی است به کمک فرمول مستقل از زمان، مشخص شود گلوله چند متر سقوط کرده تا سرعت آن از $40\frac{m}{s}$ به $50\frac{m}{s}$ رسیده است.

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y\Rightarrow2500-1600=20\Delta y\Rightarrow\Delta y=45m$$



B **۳۹۸- گزینه‌ی ۳** سرعت گلوله در نقطه‌ی M در ارتفاع ۱۲۰ متری سطح زمین (مطابق شکل روبه‌رو) $10\frac{m}{s}$ اســت. بنابراین مدت زمانی که گلوله از این نقطه تا اوج رفته و به همین نقطه بازمی‌گردد برابر است با: $t=\frac{2v_{01}}{g}\Rightarrow t=\frac{2\times10}{10}\Rightarrow t=2s$

بنابراین زمان رفت و برگشت گلوله به محل پرتاب $2+4=6s$ است و سرعت اولیه خواهد شد:

$$t=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow6=\frac{2v_0}{10}\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع نقطه‌ی M را از محل پرتاب به‌دست می‌آوریم:

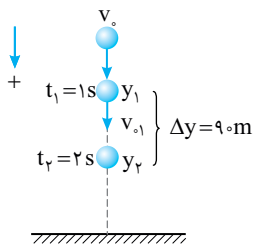
$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow h_M=-5\times(2)^2+30\times2\Rightarrow h_M=40\,m$$

بنابراین فاصله‌ی محل پرتاب از سطح زمین برابر است با: $h=120-40=80\,m$

سرعت برخورد گلوله به سطح زمین خواهد شد:

$$v^2-v_0^2=-2gy\Rightarrow v^2-900=-20\times(-80)\Rightarrow v=50\frac{m}{s}$$

B **۳۹۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به داده‌های پرسش، شکل روبه‌رو را برای حل راحت‌تر پرسش رسم کرده و جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم. ابتدا به کمک معادله‌ی جابه‌جایی- زمان، سرعت را در لحظه‌ی $t_1=1s$ به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 90=5\times(3-1)^2+v_{01}\times(3-1)\Rightarrow v_{01}=35\frac{m}{s}$$

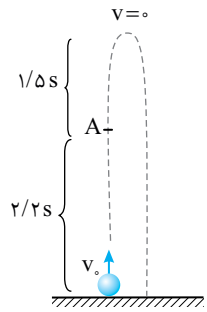
سرعت اولیه‌ی پرتاب برابر است با:

$$v=gt+v_0\Rightarrow 35=10\times1+v_0\Rightarrow v_0=25\frac{m}{s}$$

زمان کل حرکت برابر ۴ ثانیه است، بنابراین:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow h=\frac{1}{2}\times10\times16+25\times4\Rightarrow h=180m$$

B **۴۰۰- گزینه‌ی ۴** به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت در نقطه‌ی A و سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:



$$v=-gt+v_0$$

$$0=-10\times1/5+v_A\Rightarrow v_A=15\frac{m}{s}$$

$$v=-gt+v_0\Rightarrow 15=-10\times2/2+v_0\Rightarrow v_0=37\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع A از سطح زمین را به کمک معادله‌ی مکان- زمان به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow y_A=-5\times(2/2)^2+37\times2/2$$

$$y_A=-11\times(2/2)+37\times2/2=26\times2/2\Rightarrow y_A=57/2\,m$$

B **۴۰۱- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک معادله‌ی مکان- زمان ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم: (سطح زمین را مبدأ و جهت رو به بالا را مثبت اختیار کرده‌ایم.)

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0\Rightarrow 0=-\frac{1}{2}\times10\times(7/4)^2+24\times7/4+h\Rightarrow h=7/4\times(5\times7/4-24)$$

$$\Rightarrow h=7/4\times(37-24)\Rightarrow h=7/4\times13\Rightarrow h=96/2\,m$$

اکنون می‌توان ارتفاع گلوله از سطح زمین را در لحظه‌ی ۵/۸ ثانیه حساب کرد:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0\Rightarrow y=-\underbrace{5\times5/8}_{29}\times5/8+24\times5/8+96/2$$

$$\Rightarrow y=5/8\overbrace{(-29+24)}^{-5}+96/2=-29+96/2\Rightarrow y=67/2\,m$$

B **۴۰۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان رسیدن سنگ به آب را حساب می‌کنیم.

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 34=5t^2+7t\Rightarrow 5t^2+7t-34=0\Rightarrow t=\frac{-7\pm\sqrt{49+680}}{2\times5}\Rightarrow t=\frac{-7\pm\sqrt{729}}{2\times5}\Rightarrow t=\frac{-7\pm27}{10}\Rightarrow t=2s$$

پس از برخورد سنگ با آب، صدای ایجاد شده با سرعت $340\frac{m}{s}$ مسیر ۳۴ متری را طی می‌کند.

$$\Delta y=v\Delta t\Rightarrow 34=340\Delta t\Rightarrow \Delta t=0/1s$$

بنابراین بازه‌ی زمانی پرتاب سنگ تا شنیدن صدا برابر $2+0/1=2/1s$ می‌باشد.

A **۴۰۳- گزینه‌ی ۲** جهت مثبت را رو به بالا در نظر می‌گیریم. با توجه به معادله‌ی سرعت- زمان در بازه‌ی ۳s تا ۶s خواهیم داشت:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow -2v=-10\times3+\frac{v}{4}\Rightarrow -\frac{9}{4}v=-30\Rightarrow v=\frac{40}{3}\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$v=-gt+v_0\xrightarrow[v=\frac{10}{3}\frac{m}{s}]{t=3s}\frac{10}{3}=-10\times3+v_0\Rightarrow v_0=\frac{100}{3}\frac{m}{s}$$

زمان رسیدن به اوج خواهد شد:

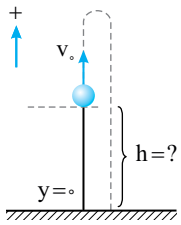
$$t=\frac{v_0}{g}=\frac{\frac{100}{3}}{10}\Rightarrow t=\frac{10}{3}s$$

Ⓐ **۴۰۴- گزینه‌ی ۱** در حرکت پرتابی در راستای قائم در شرایط خلأ وقتی جهت مثبت محور رو به بالا اختیار می‌شود، معادله‌ی سرعت- زمان به صورت $v=-gt+v_0$ خواهد بود که نمودار آن خط راست مایل با شیب منفی است.

Ⓐ **۴۰۵- گزینه‌ی ۱** سرعت در هیچ نقطه‌ای از پرتاب به سوی پایین صفر نمی‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۱) پاسخ درست است.

Ⓐ **۴۰۶- گزینه‌ی ۱** حرکت پرتاب در راستای قائم یک حرکت با شتاب ثابت g است. اگر جهت مثبت را رو به پایین در نظر بگیریم در تمام مسیر رفت و برگشت، شتاب ثابت و برابر $+10\frac{m}{s^2}$ و اگر جهت منفی را رو به پایین بگیریم، شتاب ثابت و برابر $-10\frac{m}{s^2}$ است. همچنین مکان‌های متحرک نیز منفی خواهد بود بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است و گزینه‌های (۲) و (۳) می‌توانند نمودارهای مربوط به این حرکت باشند.

Ⓑ **۴۰۷- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار، سرعت در لحظه‌ی $t=1/5s$ صفر می‌شود، یعنی در این لحظه گلوله در اوج است.

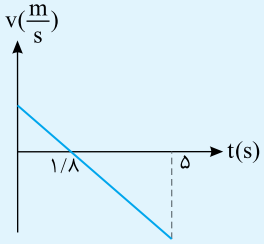


$$v=-gt+v_0 \Rightarrow 0=-10\times 1/5+v_0 \Rightarrow v_0=15\frac{m}{s}$$

ارتفاع نقطه‌ی پرتاب از سطح زمین برابر است با:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow 0=-5\times(5)^2+15\times 5+h \Rightarrow h=50m$$

تست: در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع h در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار سرعت- زمان این جسم از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ی برخورد به زمین مطابق شکل زیر است.

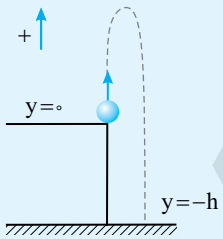


h چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۵ **۲)** ۱۵

۳) ۲۵ **۴)** ۳۵

پاسخ: زمانی که سرعت گلوله صفر می‌شود، گلوله در نقطه‌ی اوج است، بنابراین زمان رسیدن گلوله به اوج $t_{اوج}=1/8s$ خواهد بود.



$$t_{اوج}=\frac{v_0}{g} \Rightarrow 1/8=\frac{v_0}{10} \Rightarrow v_0=18\frac{m}{s}$$

زمان کل حرکت ۵ ثانیه است، به کمک معادله‌ی مکان- زمان می‌توان ارتفاع h از سطح زمین را به‌دست آورد. (محل پرتاب را مبدأ مختصات و جهت مثبت را رو به بالا در نظر می‌گیریم.)

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow -h=-5\times(5)^2+18\times 5+0 \Rightarrow h=35m$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ **۴۰۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار، زمان رفت و برگشت به محل پرتاب ۶s است.

$$t=\frac{2v_0}{g} \Rightarrow 6=\frac{2\times v_0}{10} \Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

$$y=\frac{-1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow -h=\frac{-1}{2}\times 10(8)^2+30\times 8 \Rightarrow h=80m$$

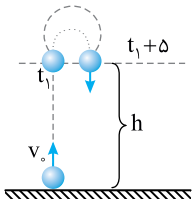
Ⓑ **۴۰۹- گزینه‌ی ۱** گلوله در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 از ارتفاع h گذشته است، معادله‌ی حرکت را می‌نویسیم و h را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow h=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2-v_0t+h=0$$

t_1 و t_2 ریشه‌های این معادله هستند. بنابراین با توجه به حاصل‌ضرب دو ریشه در معادله‌ی درجه‌ی ۲ می‌توان نوشت:

$$t_1t_2=\frac{c}{a} \Rightarrow t_1t_2=\frac{h}{\frac{1}{2}g} \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt_1t_2$$

B **۴۱۰- گزینه‌ی ۱** در واقع گلوله مسیری که به صورت نقطه‌چین مشخص شده است را در مدت ۵s پیموده است، بنابراین:



$$t=\frac{2v_1}{g}\Rightarrow 5=\frac{2v_1}{10}\Rightarrow v_1=25\frac{m}{s}$$

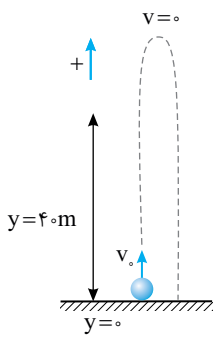
A **۴۱۱- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:**

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 100=-5t^2+60t\Rightarrow (t^2-12t+20)=0\Rightarrow \begin{cases} t_1=2s \\ t_2=10s \end{cases}\Rightarrow |t_2-t_1|=8s$$

راه‌حل دوم: استفاده از تفاضل دو ریشه در معادله‌ی درجه‌ی دوم است.

$$\Delta t=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}=\frac{\sqrt{v_0^2-2gh}}{\frac{1}{2}g}=\frac{\sqrt{3600-20\times 100}}{\frac{1}{2}\times 10}=\frac{40}{5}=8s$$

B **۴۱۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل رسم شده و داده‌های مسأله:



$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 40=-5(2)^2+v_0(2)\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

اکنون t_2 را به‌دست می‌آوریم:

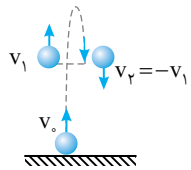
$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 40=-5t^2+30t\Rightarrow t^2-6t+8=0$$

$$(t-2)(t-4)=0\Rightarrow \begin{cases} t_1=2s \\ t_2=4s \end{cases}$$

ارتفاع اوج خواهد شد:

$$H=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow H=\frac{900}{20}=45m$$

B **۴۱۳- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:** سرعت یک گلوله که در شرایط خلأ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود، هنگام رفت از یک نقطه با سرعت آن هنگام برگشت در همان نقطه برابر و قرینه‌ی آن است.



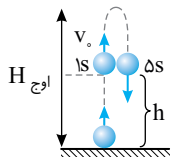
$$v_2=-v_1\Rightarrow -gt_2+v_0=-(-gt_1+v_0)\Rightarrow 10\times -4/5+v_0=-(-10\times 1/5+v_0)$$

$$\Rightarrow -45+v_0=+15-v_0\Rightarrow -60=-2v_0\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: در یک حرکت پرتاب در راستای قائم، زمان اوج، میانگین عددی زمان‌های عبور از یک نقطه‌ی مسیر است.

$$t_{اوج}=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{1/5+4/5}{2}=3s\Rightarrow t=\frac{v_0}{g}\Rightarrow 3=\frac{v_0}{10}\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

B **۴۱۴- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** می‌توان در ارتفاع h، یک حرکت پرتاب در راستای قائم با سرعت اولیه‌ی v_1 فرض کرد که زمان رسیدن به اوج آن $\frac{5-1}{2}=2s$ است.



$$t=\frac{v_1}{g}\Rightarrow 2=\frac{v_1}{10}\Rightarrow v_1=20\frac{m}{s}\quad,\quad v_1=-gt+v_0\Rightarrow 20=-10\times 1+v_0\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

$$H_{اوج}=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{900}{20}=45m$$

راه‌حل دوم: گلوله در لحظات $t_1=1s$ و $t_2=5s$ در ارتفاع h است که t_1 و t_2 ریشه‌های معادله‌ی حرکت زیر هستند.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow \frac{1}{2}gt^2-v_0t+h=0$$

حاصل‌جمع دو ریشه برابر است با:

$$t_1+t_2=-\frac{b}{a}\Rightarrow t_1+t_2=\frac{v_0}{\frac{1}{2}g}\Rightarrow v_0=\frac{1}{2}g(t_1+t_2)\Rightarrow v_0=\frac{1}{2}\times 10(5+1)=30\frac{m}{s}$$

$$H_{اوج}=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{900}{20}=45m$$

راه‌حل سوم: میانگین زمان‌های دو بار عبور از یک ارتفاع، برابر زمان رسیدن به اوج است.

$$t_{\text{اوج}}=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{5+1}{2}=3s \quad , \quad t_{\text{اوج}}=\frac{v_0}{g}\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s} \quad , \quad H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}=45m$$

B **۴۱۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به معادله‌ی مکان- زمان در حرکت پرتاب در راستای قائم خواهیم داشت:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow h_A=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow\frac{1}{2}gt^2-v_0t+h_A=0$$

زمان‌های t_1 و t_2 ریشه‌های معادله‌ی به‌دست آمده هستند.

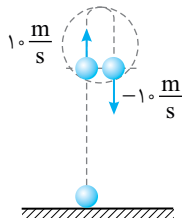
با توجه به حاصل‌جمع ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی ۲ می‌توان نوشت:

$$t_1+t_2=\frac{-b}{a}\Rightarrow t_1+t_2=\frac{v_0}{\frac{1}{2}g}\Rightarrow v_0=\frac{1}{2}g(t_1+t_2)\Rightarrow v_0=\frac{1}{2}\times10\times(1/3+2/7)\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

سرعت گلوله در برگشت به محل پرتاب با سرعت اولیه‌ی آن برابر و جهت آن رو به پایین است، بنابراین کافی است زمان رفت و برگشت به محل پرتاب را به‌دست آوریم:

$$t=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow t=\frac{2\times20}{10}=4s$$

B **۴۱۶- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان از لحظه‌ای که سرعت گلوله $10\frac{m}{s}$ رو به بالا است و تا زمانی که سرعتش $-10\frac{m}{s}$ می‌شود و به همان نقطه بازمی‌گردد را یک حرکت مستقل فرض کرد که مسأله زمان رفت و برگشت آن را می‌خواهد، در این صورت:



$$t_{\text{رفت و برگشت}}=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow t=\frac{2\times10}{10}=2s$$

راه‌حل دوم: استفاده از معادله‌ی سرعت- زمان در بازه‌ی زمانی t_1 و t_2 است.

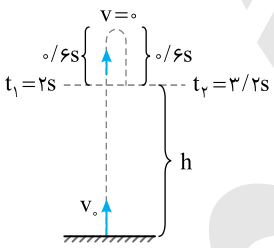
$$v=-gt+v_0\Rightarrow\begin{cases}10=-10t_1+v_0\\-10=-10t_2+v_0\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$20=10(t_2-t_1)\Rightarrow t_2-t_1=2s$$

* دقت کنید سرعت اولیه در حل این مسأله هیچ نقشی ندارد.

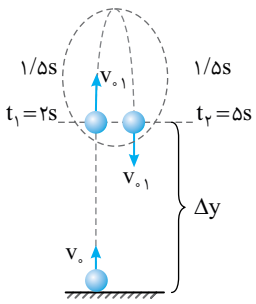
B **۴۱۷- گزینه‌ی ۳** گلوله در لحظه‌های $t_1=2s$ و $t_2=3/2s$ از مکان $y=h$ می‌گذرد، بنابراین در بازه‌ی زمانی $3/2-2=1/2s$ از ارتفاع h به اوج رفته و به مکان h باز می‌گردد. بنابراین از اوج تا ارتفاع h، ۰/۶ ثانیه طول می‌کشد. در این صورت:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2=5(0/36)\Rightarrow\Delta y=1/8\,m$$

بنابراین مسافت طی شده در بازه‌ی ۲s تا ۳/۲s دو برابر ۱/۸ متر است: $d=2\times1/8=3/6m$

B **۴۱۸- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** مطابق شکل روبه‌رو گلوله در لحظه‌ی $t_1=2s$ و $t_2=5s$ از یک نقطه گذشته است و در مدت $5-2=3s$ مسیر رفت و برگشت نشان داده شده در شکل را طی می‌کند. سرعت در ارتفاع Δy را برابر v_{01} می‌گیریم و مقدار آن را به‌دست می‌آوریم.



$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_{01}}{g}\Rightarrow1/5=\frac{v_{01}}{10}\Rightarrow v_{01}=15\frac{m}{s}$$

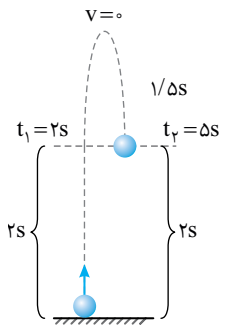
سرعت اولیه‌ی پرتاب را حساب می‌کنیم:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow15=-10\times2+v_0\Rightarrow v_0=35\frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}\Rightarrow\bar{v}=\frac{-15+35}{2}=10\frac{m}{s}$$

علت آن‌که v را با علامت منفی قرار داده‌ایم این است که جهت مثبت اختیاری را رو به بالا گرفته‌ایم و در لحظه‌ی $t_2=5s$ گلوله در حال حرکت رو به پایین بوده و سرعت آن منفی می‌شود.



راه‌حل دوم: فرض می‌کنیم گلوله از اوج رها شده ($v_۰=۰$) و پس از ۱/۵s به نقطه‌ی مورد نظر می‌رسد و پس از ۱/۵+۲=۳/۵s به زمین برخورد می‌کند. سرعت پس از ۱/۵s و ۳/۵s برابر است با:

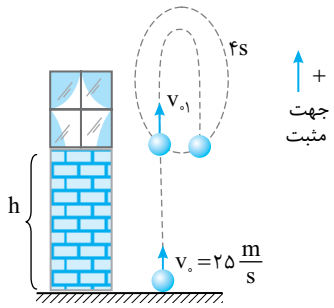
$$v=-gt+v_۰ \Rightarrow v_۱=-۱۰\times ۱/۵=-۱۵\,\frac{m}{s}$$

$$v=-gt+v_۰ \Rightarrow v_۲=-۱۰\times ۳/۵=-۳۵\,\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه‌ی پرتاب رو به بالا $+۳۵\,\frac{m}{s}$ و سرعت در لحظه‌ی $t_۲=۵s$ رو به پایین $-۱۵\,\frac{m}{s}$

و سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}=\frac{-۱۵+۳۵}{۲}=۱۰\,\frac{m}{s}$$



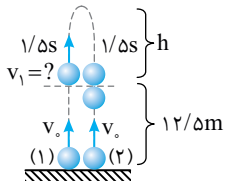
B **۴۱۹- گزینه‌ی ۱** مفهوم صورت این سؤال که تست کنکور بوده است، دارای ابهام است. اما نظر طراح این بوده است که جسمی دو بار از لبه‌ی پنجره می‌گذرد که بازه‌ی زمانی بین بار اول هنگام رفت و بار دوم هنگام برگشت ۴s است.

با توجه به شکل روبه‌رو فرض می‌کنیم که جسم از لبه‌ی پنجره با سرعت اولیه‌ی $v_{۰۱}$ رو به بالا پرتاب شده است و پس از ۴s به محل پرتابش بازگشته است.

$$t=\frac{۲v_{۰۱}}{g}\Rightarrow ۴=\frac{۲v_{۰۱}}{۱۰}\Rightarrow v_{۰۱}=۲۰\,\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان به راحتی ارتفاع لبه‌ی پنجره از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gy\Rightarrow (۲۰)^۲-(۲۵)^۲=-۲\times ۱۰\times h\Rightarrow h=۱۱/۲۵\,m$$



B **۴۲۰- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** چون اختلاف زمانی پرتاب گلوله‌ها ۳s است، پس گلوله‌ی اول از ارتفاع ۱۲/۵ متر تا اوج و برگشت به ۱۲/۵ متر را در ۳s طی کرده است که می‌توان این قسمت را یک حرکت پرتاب در راستای قائم با سرعت اولیه‌ی $v_۱$ و زمان اوج ۱/۵s در نظر گرفت.

$$\Delta t=\frac{v_۱}{g}\Rightarrow ۱/۵=\frac{v_۱}{۱۰}\Rightarrow v_۱=۱۵\,\frac{m}{s}\quad,\quad h=\frac{v_۱^۲}{۲g}=\frac{۲۲۵}{۲۰}=۱۱/۲۵$$

$$۱۲/۵+۱۱/۲۵=۲۳/۷۵m$$

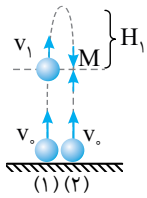
راه‌حل دوم: هرگاه دو گلوله با اختلاف زمانی t، با سرعت اولیه‌ی یکسان رو به بالا در شرایط خلأ در راستای قائم پرتاب شوند و در ارتفاع h به هم برسند:

$$h=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲-v_۰t+h=۰$$

$$\Delta t=t=\frac{\sqrt{v_۰^۲-۲gh}}{\frac{۱}{۲}g}\Rightarrow ۳=\frac{\sqrt{v_۰^۲-۲\times ۱۰\times ۱۲/۵}}{۵}\Rightarrow ۲۲۵=v_۰^۲-۲۵۰\Rightarrow v_۰^۲=۴۷۵$$

حال می‌توان ارتفاع اوج گلوله را به‌دست آورد:

$$H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}=\frac{۴۷۵}{۲۰}=۲۳/۷۵m$$



C **۴۲۱- گزینه‌ی ۲** گلوله‌ی دوم با اختلاف زمانی ۳s پس از گلوله‌ی اول پرتاب شده است. در این صورت اگر محل تلاقی، نقطه‌ی M باشد، زمان رفت گلوله‌ی اول از نقطه‌ی M، تا اوج و برگشت مجدد از اوج به M برابر ۳s است. یعنی زمان رفت از M تا اوج $\frac{۳}{۲}=۱/۵\,s$ است، پس می‌توان سرعت $v_۱$ را در نقطه‌ی M به‌دست آورد:

$$t_{اوج}=\frac{v_۰}{g}\Rightarrow ۱/۵=\frac{v_۱}{۱۰}\Rightarrow v_۱=۱۵\,\frac{m}{s}$$

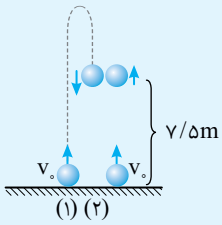
حال فاصله‌ی نقطه‌ی M تا اوج را به‌دست می‌آوریم. یعنی فرض می‌کنیم گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $۱۵\,\frac{m}{s}$ از نقطه‌ی M روبه‌بالا پرتاب شده است، سپس ارتفاع اوج این گلوله را از نقطه‌ی M محاسبه می‌کنیم:

$$H_۱=\frac{v_۱^۲}{۲g}=\frac{۱۵^۲}{۲۰}=۱۱/۲۵\,m$$

تست: دو گلوله با سرعت اولیه‌ی مساوی از سطح زمین با فاصله‌ی زمانی ۲ ثانیه در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شوند و در ارتفاع ۷/۵ متری از کنار هم عبور می‌کنند. اگر مقاومت هوا ناچیز و $g=10\frac{m}{s^2}$ باشد، ارتفاع اوج هر گلوله چند متر است؟

۱) ۳۰ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: **راه‌حل اول:** حتماً هنگام برگشت گلوله‌ی اول، گلوله‌ی دوم از کنار آن می‌گذرد. زمان حرکت گلوله‌ی اول t_1 و گلوله‌ی دوم t_2 و $t_1-t_2=2s$ است. معادله‌ی حرکت را می‌نویسیم:



$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow\frac{1}{2}gt^2-v_0t+7/5=0$$

t_1 و t_2 جواب‌های معادله‌ی بالا هستند، اختلاف t_1 و t_2 با توجه به فرض مسأله ۲s است.

$$\Delta t=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\Rightarrow\Delta t=\frac{\sqrt{v_0^2-2\times10\times7/5}}{5}\Rightarrow4=\frac{v_0^2-150}{25}\Rightarrow100=v_0^2-150\Rightarrow v_0^2=250$$

$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{250}{20}=12/5m$$

راه‌حل دوم: (ساده و سریع)

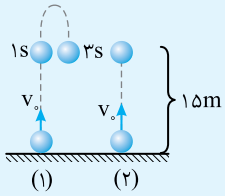
با توجه به شکل، ۲s مربوط به زمانی است که گلوله‌ی اول از ۷/۵ متر به اوج رفته و برگشته است، یعنی زمان رفتن از ۷/۵ متر تا اوج، ۱s طول می‌کشد و در ۱s از اوج به ۷/۵ متری می‌رسد. گفته بودیم که در مدت ۱s اول، هر متحرکی ۵ متر سقوط می‌کند. پس فاصله‌ی اوج تا زمین ۵+۷/۵=۱۲/۵ متر است.

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: جسم کوچکی را از سطح زمین با سرعت $20\frac{m}{s}$ در شرایط خلأ در راستای قائم به بالا پرتاب می‌کنیم. چند ثانیه بعد جسم کوچک دیگری را از همان نقطه و با همان سرعت اولیه به بالا پرتاب کنیم تا در ارتفاع ۱۵ متری به جسم اول برخورد کند؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: کافی است زمان‌های عبور جسم اول از ارتفاع ۱۵ متری را به‌دست آورده و آن‌ها را از هم کم کنیم:



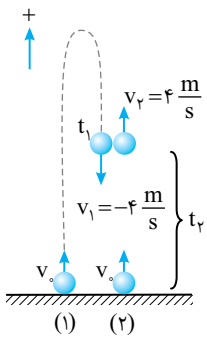
$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow15=-5t^2+20t$$

$$\Rightarrow t^2-4t+3=0\Rightarrow\begin{cases}t_1=1s\\t_2=3s\end{cases}\Rightarrow t=3-1=2s$$

گلوله‌ی دوم هنگام رفت رو به بالا، با گلوله‌ی اول که در حال برگشت است، برخورد می‌کند. گلوله‌ی اول تا مکان ۱۵+ متر، ۳s و گلوله‌ی دوم ۱s در راه است. پس گلوله‌ی دوم باید پس از ۳−۱=۲s به دنبال گلوله‌ی اول پرتاب شود.

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۴۲۲- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** با توجه به این‌که سرعت اولیه‌ی دو گلوله برابر است، قطعاً هنگامی که دو گلوله از کنار هم می‌گذرند، اولی در مسیر برگشت خود و دومی مسیر رفت خود است و سرعت هر دو قرینه‌ی هم می‌باشند. اگر زمان حرکت اولی t_1 باشد، زمان حرکت دومی تا گذر دو گلوله از کنار هم برابر $t_2=t_1-t$ است. اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- زمان مسأله را حل می‌کنیم:

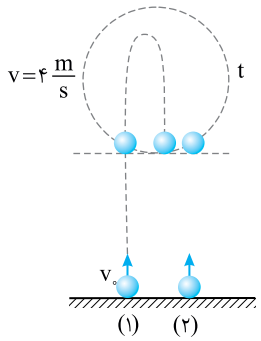


$$v=-gt+v_0\Rightarrow\begin{cases}-4=-10\times t_1+v_0 & \text{برای گلوله‌ی اول}\\+4=-10\times t_2+v_0 & \text{برای گلوله‌ی دوم}\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$-4-4=-10\underbrace{(t_1-t_2)}_{t}\Rightarrow t=0/8s$$

راه‌حل دوم: اختلاف زمانی پرتاب دو گلوله برابر زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول از محل ملاقات دو گلوله است، بنابراین:

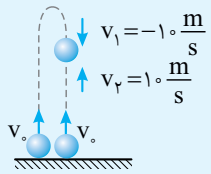


$$t=\frac{۲v}{g}\Rightarrow t=\frac{۲\times ۴}{۱۰}=۰/۸\,s$$

تست: از یک مبدأ دو گلوله با اختلاف زمانی t ثانیه در راستای قائم با سرعت‌های اولیه‌ی $۴۰\frac{m}{s}$ در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب می‌شوند. اگر سرعت آن‌ها هنگام رسیدن به هم $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، t چند ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ:



$$v_۱=-gt+v_۰$$

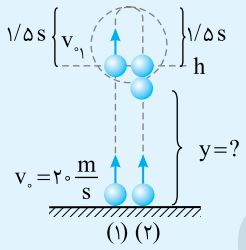
$$\begin{cases}-۱۰=-۱۰t_۱+۴۰\Rightarrow t_۱=۵s\\ ۱۰=-۱۰t_۲+۴۰\Rightarrow t_۲=۳s\end{cases}\Rightarrow t=۵-۳=۲s$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: دو گلوله را به فاصله‌ی زمانی ۳s از یک نقطه بر سطح زمین با سرعت‌های اولیه‌ی یکسان $۲۰\frac{m}{s}$ در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب می‌کنیم. در چند متری سطح زمین دو گلوله به هم می‌رسند؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۸/۷۵ ۲) ۱۵ ۳) ۸/۷۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

پاسخ: این سه ثانیه اختلاف زمانی مربوط به رفت و برگشت گلوله‌ی اول از مکان h به مکان h مطابق شکل روبه‌رو است.



$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_{۰۱}}{g}\Rightarrow ۱/۵=\frac{v_{۰۱}}{۱۰}\Rightarrow v_{۰۱}=۱۵\frac{m}{s}$$

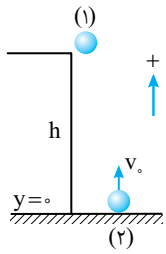
حال به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) y را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gy\Rightarrow ۲۲۵-۴۰۰=-۲۰y\Rightarrow y=۸/۷۵m$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است

Ⓐ **۴۲۳- گزینه‌ی ۱** مدت زمان سقوط دو گلوله دقیقاً یکسان است، بنابراین اگر گلوله‌ی دوم پس از t ثانیه رها شود با همان اختلاف زمانی t ثانیه به زمین برخورد می‌کند.

Ⓐ **۴۲۴- گزینه‌ی ۲** کافی است معادله‌ی مکان - زمان دو گلوله را نوشته با هم، برابر قرار دهیم:



$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰$$

$$\begin{cases}y_۱=-\frac{۱}{۲}gt^۲+۰+h\\ y_۲=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+۰\end{cases}\xrightarrow{y_۱=y_۲}-\frac{۱}{۲}gt^۲+h=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow h=v_۰t\Rightarrow t=\frac{h}{v_۰}$$

تست: گلوله‌ای را با سرعت اولیه‌ی $۱۰\frac{m}{s}$ در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۰۰ متری از سطح زمین در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. هم‌زمان گلوله‌ی دیگری را با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. دو گلوله پس از چند ثانیه از کنار هم می‌گذرند؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

پاسخ: **راه‌حل اول:** معادله‌ی حرکت هر دو را می‌نویسیم و با هم مساوی قرار می‌دهیم: $y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰$

$$\begin{cases} y_۱=-۵t^۲+۱۰t+۱۰۰ \\ y_۲=-۵t^۲+۳۰t \end{cases} \Rightarrow y_۱=y_۲ \Rightarrow -۵t^۲+۱۰t+۱۰۰=-۵t^۲+۳۰t \Rightarrow t=۵s$$

راه‌حل دوم: وقتی دو جسم در میدان گرانش زمین پرتاب می‌شوند، چون شتاب هر دو برابر g و رو به پایین است، شتاب نسبی برابر $a=g-g=۰$ بوده و حرکت دو متحرک نسبت به هم یکنواخت است. از این‌رو به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت:

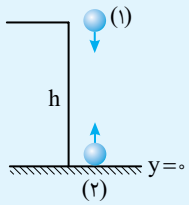
$$\Delta y=v_{\text{نسبی}}t=\Delta y=(v_۲-v_۱)t \Rightarrow ۱۰۰=(۳۰-۱۰)t \Rightarrow t=۵s$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: از بالای برجی به ارتفاع h گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها می‌شود و در همان لحظه گلوله‌ی دیگری با سرعت اولیه‌ی $۲۰\frac{m}{s}$ از زمین در همان راستای قائم که گلوله‌ی اولی سقوط می‌کند به بالا پرتاب می‌شود. اگر دو گلوله پس از ۱/۲۵ ثانیه از مقابل یک‌دیگر عبور کنند، h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.) (سراسری)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

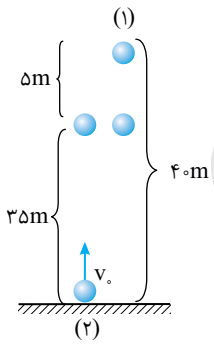
پاسخ: معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم.



$$y_۱=y_۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}gt^۲+h=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t \Rightarrow h=۲۰\times ۱/۲۵ \Rightarrow h=۲۵m$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۴۲۵- گزینه‌ی ۴** مطابق شکل وقتی دو گلوله به هم می‌رسند، گلوله‌ی اول ۵ متر سقوط کرده است.

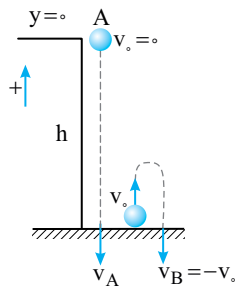


$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۵=۵t^۲ \Rightarrow t=۱s$$

بنابراین گلوله‌ی دوم جابه‌جایی ۳۵m را در مدت ۱s طی کرده است. از این‌رو:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t \Rightarrow ۳۵=-۵\times ۱+v_۰\times ۱ \Rightarrow v_۰=۴۰\frac{m}{s}$$

B **۴۲۶- گزینه‌ی ۴** زمان رسیدن گلوله به سطح زمین از لحظه‌ی رهاشدن برابر است با:



$$v=-gt+v_۰ \Rightarrow -v_A=-gt_A+۰ \Rightarrow t_A=\frac{v_A}{g}$$

زمان رفت و برگشت گلوله‌ی B نیز برابر است با:

$$t_B=\frac{۲v_۰}{g} \xrightarrow{v_B=|v_۰|} t_B=۲\frac{v_B}{g}$$

در صورت مسأله بیان شده دو گلوله هم‌زمان شروع به حرکت کرده و هم‌زمان به زمین رسیده‌اند، بنابراین:

$$t_A=t_B \Rightarrow \frac{v_A}{g}=۲\frac{v_B}{g} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A}=\frac{۱}{۲}$$

Ⓑ **۴۲۷- گزینه‌ی ۴** گلوله‌ای که دارای سرعت اولیه است بنا به رابطه‌ی $v^2=v_0^2-2gy$ سرعت برخورد آن به زمین بیش‌تر است.
اکنون زمان حرکت هر یک از گلوله‌ها را به‌دست می‌آوریم: (جهت مثبت محور y ها را رو به پایین اختیار می‌کنیم.)
برای گلوله‌ی اول:

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 45=\frac{1}{2}\times 10\,t_1^2\Rightarrow t_1=3s$$

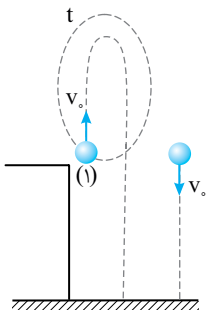
برای گلوله‌ی دوم:

$$45=\frac{1}{2}\times 10t_2^2+12/5t_2\Rightarrow t_2^2+2/5t_2-9=0$$

$$2t_2^2+5t_2-18=0\Rightarrow t_2=\frac{-5\pm\sqrt{25+144}}{2\times 2}\Rightarrow t_2=\frac{-5\pm 13}{4}\Rightarrow\begin{cases}t_2=-4/5\,s\\ t_2=2\,s\end{cases}$$

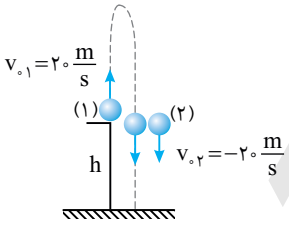
زمان حرکت گلوله‌ی دوم ۲s است و چون یک ثانیه پس از گلوله‌ی اول پرتاب شده، هر دو هم‌زمان به زمین می‌رسند.

Ⓐ **۴۲۸- گزینه‌ی ۳** اختلاف زمانی رسیدن گلوله به زمین برابر زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول از محل پرتاب به محل پرتاب است.



$$t=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow t=\frac{2\times 30}{10}=6s$$

Ⓓ **۴۲۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به فرض مسأله داریم: $t_2=\frac{1}{2}t_1$



از طرفی گلوله‌ی اول پس از زمان $t=\frac{2v_0}{g}$ به محل پرتاب برمی‌گردد و در آن نقطه دارای سرعت $20\frac{m}{s}$ رو به پایین است و ادامه‌ی مسیر را در همان زمانی طی می‌کند که متحرک دوم طی کرده است. بنابراین:

$$t_1=t_2+\frac{2v_0}{g}\Rightarrow t_1=\frac{1}{2}t_1+\frac{2v_0}{g}\Rightarrow\frac{t_1}{2}=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow t_1=\frac{4\times 20}{10}=8s$$

$$y=\frac{-1}{2}gt_1^2+v_0t_1\Rightarrow y=-5\times 64+20\times 8=-320+160=-160m$$

پس فاصله‌ی نقطه‌ی پرتاب از زمین $h=160m$ است.

Ⓑ **۴۳۰- گزینه‌ی ۴** جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم، معادله‌های حرکت را نوشته و مساوی قرار می‌دهیم:

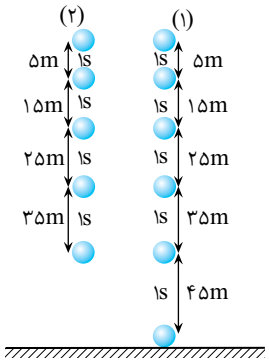
$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\xrightarrow{y_1=y_2}4/9t^2=4/9(t-1)^2+12/25(t-1)\Rightarrow t^2=(t-1)^2+2/5(t-1)$$

$$\Rightarrow t^2=t^2-2t+1+2/5t-2/5\Rightarrow t=3s$$

$$h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 9/8\times 9=44/1\,m$$

Ⓐ **۴۳۱- گزینه‌ی ۲** در مدت ۵ ثانیه، مقدار سقوط هریک از گلوله‌ها را به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم، جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم:

$$\begin{matrix}h_1=\frac{1}{2}gt^2+v_{01}t\\ h_2=\frac{1}{2}gt^2+v_{02}t\end{matrix}\Rightarrow h_2-h_1=\frac{1}{2}gt^2+v_{02}t-\frac{1}{2}gt^2-v_{01}t\Rightarrow\Delta h=(v_{02}-v_{01})t\Rightarrow\Delta h=(10-5)\times 5=25\,m$$



B **۴۳۲- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** بیش‌ترین فاصله‌ی بین دو گلوله وقتی رخ می‌دهد که گلوله‌ی اول به زمین برخورد کند و چون یک ثانیه زودتر پرتاب شده است، مطابق شکل ارتفاع رهاشدن برابر است با:

$$۵+۱۵+۲۵+۳۵+۴۵=۱۲۵\,m$$

راه‌حل دوم:

$$\left.\begin{array}{l} y_۱=+\frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \\ y_۲=\frac{۱}{۲}g(t_۱-۱)^۲ \end{array}\right\}\Rightarrow y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲-\frac{۱}{۲}g(t_۱-۱)^۲\Rightarrow ۴۵=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲-\frac{۱}{۲}gt_۱^۲+gt_۱-\frac{۱}{۲}g\Rightarrow ۴۵=۱۰t_۱-۵\Rightarrow t_۱=۵s$$

$$y=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۵)^۲\Rightarrow y=۱۲۵\,m$$

B **۴۳۳- گزینه‌ی ۱** بیشینه‌ی فاصله، زمانی رخ می‌دهد که گلوله‌ی اول به سطح زمین برسد. در این مدت گلوله‌ی دوم $(۸۰-۳۵=۴۵\,m)$ سقوط کرده است.

برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

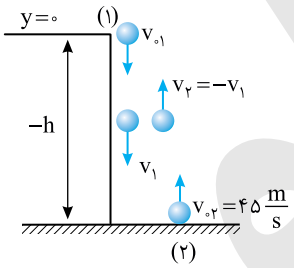
$$\left\{\begin{array}{l} \Delta y_۱=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲\Rightarrow ۸۰=۵t_۱^۲\Rightarrow t_۱=۴s \\ \Delta y_۲=\frac{۱}{۲}gt_۲^۲\Rightarrow ۴۵=۵t_۲^۲\Rightarrow t_۲=۳s \end{array}\right.\Rightarrow \Delta t=۱s$$

A **۴۳۴- گزینه‌ی ۱** کافی است زمان رسیدن سرعت گلوله‌ی دوم از صفر تا $\frac{v_۰}{۲}$ را حساب کنیم (جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم).

$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -\frac{v_۰}{۲}=-gt\Rightarrow t=\frac{v_۰}{۲g}$$

اکنون سرعت گلوله‌ی اول را در این لحظه به‌دست می‌آوریم:

$$v=-gt+v_۰\Rightarrow v=-g(\frac{v_۰}{۲g})+v_۰\Rightarrow v=\frac{+v_۰}{۲}$$



B **۴۳۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت گلوله‌ی دوم را هنگام گذر از کنار گلوله‌ی اول به‌دست می‌آوریم:

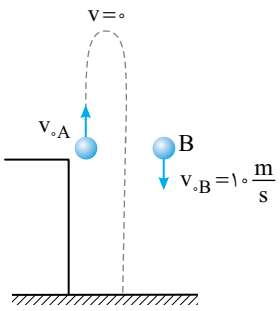
$$v=-gt+v_۰\Rightarrow v_۲=-۱۰\times ۲+۴۵\Rightarrow v_۲=۲۵\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه‌ی گلوله‌ی اول خواهد شد:

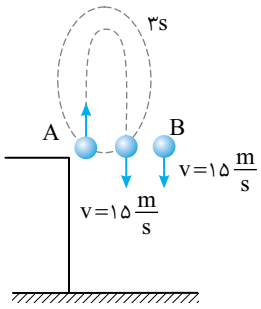
$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -۲۵=-۱۰\times ۲+v_۰\Rightarrow v_۰=-۵\frac{m}{s}$$

وقتی که گلوله‌ی اول به زمین می‌رسد، سرعت آن نیز برابر $-۴۵\frac{m}{s}$ است.

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gy\Rightarrow(۴۵)^۲-(۵)^۲=-۲۰\times(-h)\Rightarrow(۴۵-۵)(۴۵+۵)=۲۰h\Rightarrow h=۱۰۰m$$



A **۴۳۶- گزینه‌ی ۲** قطعاً گلوله‌ی A که رو به بالا پرتاب شده به اندازه‌ی ارتفاع اوجش از محل پرتاب بالاتر رفته و در مسیر برگشت باید مسیر طولانی‌تری را نسبت به گلوله‌ی B طی کند تا به زمین برسد، بنابراین گلوله‌ی B زودتر به زمین می‌رسد.



Ⓐ **۴۳۷- گزینه‌ی ۳** گلوله‌ی A که با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ رو به بالا پرتاب شده است پس از $t=\frac{۲v_۰}{g}=\frac{۲\times۱۵}{۱۰}=۳s$ به محل پرتابش بازمی‌گردد و با گلوله‌ی B رو به پایین هم‌زمان حرکت خواهد کرد و دو گلوله با هم به زمین برخورد می‌کنند.

Ⓐ **۴۳۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان رسیدن گلوله‌ی اول را به نقطه‌ی اوج به‌دست می‌آوریم:

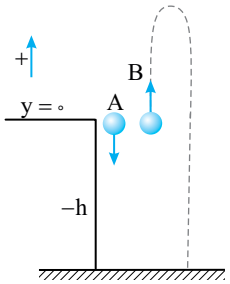
$$t_{اوج}=\frac{v_۰}{g}\Rightarrow t_{اوج}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲s$$

ارتفاع اوج گلوله‌ی اول را حساب می‌کنیم:

$$H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}=\frac{۴۰۰}{۲۰}\Rightarrow H_{اوج}=۲۰\,m$$

گلوله‌ی دوم باید در مدت $۲-۱=۱s$ از لحظه‌ی شروع حرکتش ۲۰ متر جابه‌جا شود. بنابراین:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow ۲۰=\frac{-۱}{۲}\times۱۰\times۱+v_۰\times۱\Rightarrow v_۰=۲۵\frac{m}{s}$$



Ⓑ **۴۳۹- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته از هم کم می‌کنیم.

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰\Rightarrow\begin{cases}y_A=-\frac{۱}{۲}gt^۲-۳t\\ y_B=-\frac{۱}{۲}gt^۲+۶t\end{cases}$$

$$y_B-y_A=-\frac{۱}{۲}gt^۲+۶t-(-\frac{۱}{۲}gt^۲-۳t)\Rightarrow ۳۶=۹t\Rightarrow t=۴s$$

اکنون ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم:

$$y_A=-\frac{۱}{۲}gt^۲-۳t\Rightarrow -h=-\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۴)^۲-۳\times۴\Rightarrow h=۹۲\,m$$

Ⓐ **۴۴۰- گزینه‌ی ۲** زمان رسیدن هر گلوله به ارتفاع ۷۵ متری را جداگانه به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰\Rightarrow\begin{cases}۷۵=-۵t_۱^۲+۲۰t_۱+۱۰۰\Rightarrow t_۱^۲-۴t_۱-۵=۰\Rightarrow(t_۱+۱)(t_۱-۵)=۰\Rightarrow t_۱=۵s & \text{گلوله‌ی اول}\\ ۷۵=-۵t_۲^۲+۴۰t_۲\Rightarrow t_۲^۲-۸t_۲+۱۵=۰\Rightarrow(t_۲-۳)(t_۲-۵)=۰\Rightarrow t_۲=۳s\ ,\ t_۲=۵s & \text{گلوله‌ی دوم}\end{cases}$$

گلوله‌ی اول پس از ۵s به ارتفاع ۷۵ متری می‌رسد و گلوله‌ی دوم هنگام بالا رفتن در $t=۳s$ به مکان ۷۵ متری می‌رسد. بنابراین گلوله‌ی دوم ۲ ثانیه $(۵-۳=۲s)$ پس از اولی باید پرتاب گردد.

اگر گلوله‌ی دوم هم‌زمان با گلوله‌ی اول پرتاب شود $(\Delta t=۰)$ هر دو پس از ۵s در ارتفاع ۷۵ متری از کنار هم می‌گذرند که در گزینه‌ها نیست، بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ است.

Ⓑ **۴۴۱- گزینه‌ی ۴** زمان رسیدن گلوله‌ی A به اوجش برابر است با:

$$t_{اوج}=\frac{v_{۰A}}{g}\Rightarrow t_{اوج}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲s$$

زمان رفت و برگشت گلوله‌ی B برابر است با:

$$T_B=\frac{۲v_{۰B}}{g}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲s$$

در این‌صورت، در لحظه‌ای که گلوله‌ی A در اوج است، گلوله‌ی B بر سطح زمین است و بیش‌ترین فاصله بین آن‌ها برابر با ارتفاع اوج گلوله‌ی A است.

$$H_{اوج}=\frac{v_{۰A}^۲}{۲g}=۲۰m$$

B **۴۴۲- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی حرکت دو گلوله را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم: (محل پرتاب را مبدأ و جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم.)

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow \begin{cases} y_1=-5t^2+24t \\ y_2=-5(t-3)^2 \end{cases} \xrightarrow{y_1=y_2} -5t^2+24t=-5(t-3)^2$$

$$\Rightarrow -5t^2+24t=-5t^2+30t-45 \Rightarrow -6t=-45 \Rightarrow t=7/5s$$

هنگام برخورد به سطح زمین، $y=-h$ است. پس داریم:

$$-h=-5(7/5-3)^2 \Rightarrow h=101/25m$$

B **۴۴۳- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** ارتفاع اوج گلوله‌ی دوم ۱۰۰ متر است، پس سرعت اولیه‌ی آن خواهد شد:

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow 100=\frac{v_0^2}{20} \Rightarrow v_0^2=2000 \Rightarrow v_0=20\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

با توجه به سرعت نسبی می‌توان یک گلوله را ساکن فرض کرد و دیگری را با سرعت ثابت $20\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$ و در حرکت به سوی آن و این‌که پس از طی ۱۰۰ متر به آن می‌رسد.

$$\Delta y=v_{\text{نسبی}}t \Rightarrow 100=20\sqrt{5}t \Rightarrow t=\sqrt{5}s$$

بنابراین پس از $\sqrt{5}s$ به هم می‌رسند، در این مدت گلوله‌ای که از زمین با سرعت اولیه‌ی $20\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$ پرتاب شده، جابه‌جایی زیر را انجام داده و به گلوله‌ی دیگر می‌رسد.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow y=-5(\sqrt{5})^2+20\sqrt{5}(\sqrt{5}) \Rightarrow y=-25+100 \Rightarrow y=75m$$

راه‌حل دوم: ابتدا سرعت اولیه‌ی گلوله‌ی دوم را به‌دست آورده، سپس معادله‌ی حرکت هر یک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم (زمین را مبدأ و جهت مثبت را رو به بالا می‌گیریم).

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow 100=\frac{v_0^2}{20} \Rightarrow v_0=20\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

$$y_1=y_2 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2+100=-\frac{1}{2}gt^2+(20\sqrt{5})t \Rightarrow t=\sqrt{5}s$$

حال می‌توان مکان رسیدن دو گلوله به هم را به‌دست آورد.

$$y=\frac{-1}{2}gt^2+v_0t=-5(\sqrt{5})^2+20\sqrt{5}(\sqrt{5}) \Rightarrow y=75m$$

A **۴۴۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان رسیدن گلوله‌ی B به اوج را به‌دست می‌آوریم.

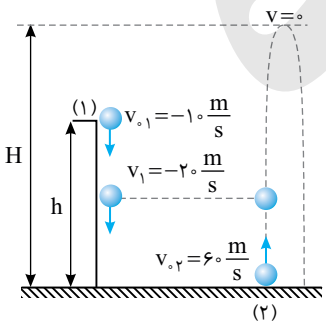
$$t_B=\frac{v_0}{g} \Rightarrow t_B=\frac{22}{10}=2/2s$$

نوع حرکت دو گلوله نسبت به هم یکنواخت است، بنابراین:

$$\Delta y=|v_A-v_B|t \Rightarrow \Delta y=|32-22|\times 2/2=22m$$

B **۴۴۵- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته، y ها را با هم برابر قرار می‌دهیم.

مبدأ را سطح زمین در نظر می‌گیریم:



$$y_1=y_2 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2-10t+h=-\frac{1}{2}gt^2+60t \Rightarrow h=70t$$

سرعت گلوله‌ی اول از $10\frac{m}{s}$ به $20\frac{m}{s}$ رسیده است که می‌توان زمان رسیدن دو گلوله به هم را به‌دست آورد:

$$v=-gt+v_0 \Rightarrow -20=-10t-10 \Rightarrow t=1s$$

حال با جایگذاری در رابطه‌ی $h=70t$ که به‌دست آورده‌ایم، h را محاسبه می‌کنیم:

$$h=70\times 1=70m$$

پس کافی است ارتفاع اوج گلوله‌ی دوم را به‌دست آورده، h را از آن کم کنیم:

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2}=\frac{3600}{20}=180m \quad , \quad \Delta h=180-70=110m$$

Ⓐ ۴۴۶- گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases}\Delta t=\dfrac{v_1}{g}: \text{زمان رسیدن گلوله‌ی اول از اوج تا سطح زمین}\\ \Delta t'=\dfrac{2v_2}{g}: \text{زمان رفت و برگشت گلوله‌ی دوم}\end{cases}\Rightarrow \underbrace{\Delta t=\Delta t'}_{\text{فرض مسأله}}\Rightarrow\frac{v_1}{g}=\frac{2v_2}{g}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=2$$

Ⓐ ۴۴۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا لحظه‌های گذر گلوله‌ی اول از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 40=-5t^2+30t\Rightarrow t^2-6t+8=0\Rightarrow\begin{cases}t=2s\\ t=4s\end{cases}$$

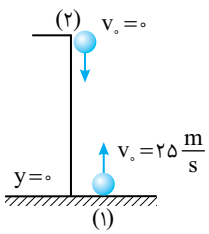
حال می‌توان سرعت اولیه‌ی گلوله‌ی دوم را به‌دست آورد. مدت زمان حرکت گلوله‌ی دوم و رسیدن به گلوله‌ی اول در ارتفاع ۴۰ متری، به‌ترتیب $2-1=1s$ و $4-1=3s$ است.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$t=1s\Rightarrow 40=-5(1)+v_0(1)\Rightarrow v_0=45\frac{m}{s}$$

$$t=3s\Rightarrow 40=-5(3)^2+v_0(3)\Rightarrow v_0=\frac{85}{3}\frac{m}{s}$$

Ⓑ ۴۴۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن دو گلوله به هم به‌دست آید.



$$y_1=y_2\Rightarrow-\frac{1}{2}gt^2+25t+0=-\frac{1}{2}gt^2+0+75\Rightarrow t=3s$$

اما مکانی که دو گلوله به هم می‌رسند را به‌دست می‌آوریم:

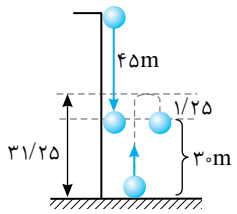
$$y_1=-\frac{1}{2}gt^2+25t\Rightarrow y_1=-5\times9+25\times3\Rightarrow y_1=30m$$

به نظر می‌رسد که حل مسأله تمام شده است اما نه.

دقت کنید که زمان رسیدن گلوله اول به اوجش برابر $t=\frac{v_0}{g}=\frac{25}{10}=2/5s$ است و لحظه‌ی رسیدن دو گلوله به هم ۳s است. بنابراین گلوله‌ی دوم در مسیر برگشت گلوله‌ی اول به آن می‌رسد. ارتفاع اوج گلوله اول را به‌دست می‌آوریم:

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow H_{\text{اوج}}=\frac{625}{20}\Rightarrow H=31/25m$$

در این صورت مسافت طی شده توسط گلوله‌ی اول مطابق شکل روبه‌رو خواهد شد:



$$31/25+1/25=32/5\,m$$

Ⓐ ۴۴۹- گزینه‌ی ۱ با توجه به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$\vec{\bar{v}}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}=\frac{(60\vec{i}+80\vec{j})-(0)}{2-0}=30\vec{i}+40\vec{j}$$

Ⓐ ۴۵۰- گزینه‌ی ۲

$$\vec{\bar{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{i}-2\vec{j}=\frac{\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}-2\vec{i}+4\vec{j}}{4-0}$$

$$4\vec{i}-8\vec{j}=(\alpha-2)\vec{i}+(\beta+4)\vec{j}$$

دو بردار وقتی با هم برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$\begin{cases}\alpha-2=4\Rightarrow\alpha=6\\ -8=\beta+4\Rightarrow\beta=-12\end{cases}\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=\frac{6}{-12}=-\frac{1}{2}$$

تست: جسمی در صفحه‌ی افقی xy حرکت می‌کند و مکان آن در SI به صورت $\vec{r}=(t)\vec{i}+(-t^{۲}+۲t)\vec{j}$ است. بزرگی سرعت متوسط در بازه‌ی صفر تا یک ثانیه چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری تجربی - ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است. به همین دلیل ابتدا مکان متحرک را در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۱s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{ll} t=۰ & \vec{r}_۱=۰ \\ t=۱s & \vec{r}_۲=\vec{i}+\vec{j} \end{array}\right\}\Rightarrow \Delta\vec{r}=\vec{r}_۲-\vec{r}_۱=\vec{i}+\vec{j}\Rightarrow|\Delta\vec{r}|=\sqrt{۱+۱}=\sqrt{۲}\,m$$

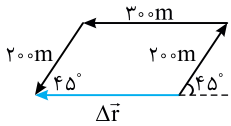
$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}}{۱-۰}\Rightarrow \bar{v}=\sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A ۴۵۱- گزینه‌ی ۳

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\vec{r}_۲-\vec{r}_۱}{t}\Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۳\vec{i}+۶\vec{j}-\vec{i}-۲\vec{j}}{t}\Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۴\vec{i}+۴\vec{j}}{t}\Rightarrow t=۴s$$

B ۴۵۲- گزینه‌ی ۱



$$\Delta\vec{r}=۳۰۰m \quad , \quad \bar{v}=\frac{۳۰۰}{۵+۸+۷}=۱۵\,\frac{m}{s}$$

A ۴۵۳- گزینه‌ی ۴

$$\begin{cases} x=\frac{۳}{۲}t \\ y=-\frac{t^{۲}}{۲}+۳t \end{cases}\xrightarrow{t=۲s}\begin{cases} x=۳m \\ y=۴m \end{cases}\Rightarrow \vec{r}=۳\vec{i}+۴\vec{j}$$

A ۴۵۴- گزینه‌ی ۴ در لحظه‌ی $t=۱s$ متحرک در مکان ۵ متری مبدأ است. بنابراین:

$$t=۱s\Rightarrow \vec{r}=A\vec{i}+B\vec{j}\Rightarrow ۵^{۲}=A^{۲}+B^{۲}$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=۳At^{۲}\vec{i}\xrightarrow{t=۱}۹=۳A\Rightarrow A=۳$$

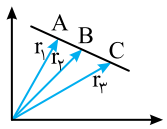
و سرعت آن در این لحظه برابر $۹\,\frac{m}{s}$ است.

$$۵^{۲}=۳^{۲}+B^{۲}\Rightarrow B^{۲}=۱۶\Rightarrow B=\pm۴$$

در نتیجه:

$$\frac{B}{A}=\pm\frac{۴}{۳}$$

A ۴۵۵- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی (۱) و (۲) دارای یک مفهوم است. به هر حال اگر جسم در حرکت باشد بردار مکان در حال تغییر است و گزینه‌ی (۱) و (۲) نادرست است.



گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است زیرا در مسیر خمیده در هر لحظه بردار سرعت مماس بر مسیر است و جهت بردار سرعت در حال تغییر است. در شکل روبه‌رو، مسیر حرکت خط راست است و بردار مکان در حال تغییر است.

A ۴۵۶- گزینه‌ی ۴ کافی است با مشتق‌گیری معادله‌ی سرعت- زمان را به دست بیاوریم و در آن $t=۲s$ را قرار دهیم.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=۴۰t\vec{i}+(-۱۵t^{۲})\vec{j} \quad , \quad t=۲s\Rightarrow \vec{v}=۸۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$$

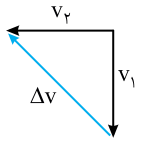
A ۴۵۷- گزینه‌ی ۲ تغییر سرعت در هر ثانیه همان شتاب است، از این رو کافی است شتاب را به دست آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=۶t\vec{i}+۸t\vec{j}\xrightarrow{\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}}\vec{a}=۶\vec{i}+۸\vec{j}$$

اندازه‌ی شتاب برابر است با:

$$|\vec{a}|=\sqrt{۶^{۲}+۸^{۲}}=۱۰\,\frac{m}{s}$$

۴۵۸- گزینه‌ی ۱ بردارهای هم‌سنگ v_1 و v_2 را از یک نقطه رسم می‌کنیم و به کمک آن، بزرگی بردار تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}=\sqrt{15^2+20^2}=25\frac{m}{s} \quad , \quad \bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{25}{6-2}=6/25\frac{m}{s^2}$$

A **۴۵۹- گزینه‌ی ۳** ابتدا با گرفتن مشتق از معادله‌ی حرکت، معادله‌ی سرعت - زمان را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=(3t^2+4)\vec{i}+(4t)\vec{j}$$

اکنون سرعت را در لحظه‌های $t=0$ و $t=2s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} t=0\Rightarrow\vec{v}_1=4\vec{i} \\ t=2s\Rightarrow\vec{v}_2=16\vec{i}+8\vec{j}\end{cases}\Rightarrow\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1=16\vec{i}+8\vec{j}-4\vec{i}=12\vec{i}+8\vec{j}$$

شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است.

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\bar{\vec{a}}=\frac{12\vec{i}+8\vec{j}}{2-0}=6\vec{i}+4\vec{j}$$

B **۴۶۰- گزینه‌ی ۲** برای به‌دست آوردن معادله‌ی شتاب - زمان باید دو بار از معادله‌ی مکان - زمان مشتق گرفت و سپس با حل آن معین کرد که در چه لحظه‌ای شتاب برابر $2\sqrt{2}$ می‌شود.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=t^2\vec{i}+2t\vec{j} \quad , \quad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow\vec{a}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}\Rightarrow\vec{a}=2t\vec{i}+2\vec{j}$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}\Rightarrow 2\sqrt{2}=\sqrt{4t^2+4}\Rightarrow 8=4t^2+4\Rightarrow t=1s$$

$$\vec{r}=(\frac{1}{3}(1)^3+\frac{2}{3})\vec{i}+(1)^2\vec{j}\Rightarrow\vec{r}=\vec{i}+\vec{j}\Rightarrow|\vec{r}|=\sqrt{2}m$$

B **۴۶۱- گزینه‌ی ۱**

$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}=4t\vec{i}-3t\vec{j}\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{16t^2+9t^2}=5t\Rightarrow 10=5t\Rightarrow t=2s$$

$$\begin{cases} x=2t^2 \\ y=-\frac{3}{2}t^2-2\end{cases}\xrightarrow{t=2s}\begin{cases} x=8m \\ y=-8m\end{cases}\Rightarrow|\vec{r}|=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}m$$

A **۴۶۲- گزینه‌ی ۴** سرعت لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان است.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=15\vec{i}+(12t-10)\vec{j}$$

در این صورت سرعت اولیه برابر است با:

$$t=0\Rightarrow\vec{v}_0=15\vec{i}+(-10)\vec{j}$$

$$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}\Rightarrow v_0=\sqrt{15^2+(-10)^2}=5\sqrt{13}\frac{m}{s}$$

A **۴۶۳- گزینه‌ی ۳** سرعت لحظه‌ای مشتق مکان نسبت به زمان است. بنابراین کافی است از معادله‌ی حرکت مشتق بگیریم، سپس در آن $t=3s$ را قرار دهیم.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=2\vec{i}+(-2t+4)\vec{j}\xrightarrow{t=3s}\vec{v}=2\vec{i}+(-6+4)\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=2\vec{i}-2\vec{j}$$

اندازه‌ی سرعت برابر خواهد شد با:

$$|\vec{v}|=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

A **۴۶۴- گزینه‌ی ۴** اندازه‌ی تغییر مکان متحرک در هر ثانیه برابر اندازه‌ی سرعت است.

$$|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{3^2+1}\Rightarrow v=\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

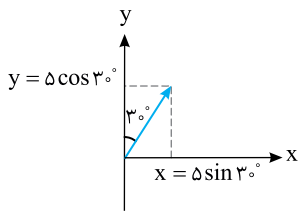
A **۴۶۵- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=2s$ سرعت لحظه‌ای متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$t_1=1s\Rightarrow\vec{v}_1=3\vec{i}+12\vec{j}$$

$$t_2=2s\Rightarrow\vec{v}_2=12\vec{i}+24\vec{j} \quad , \quad \Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1=9\vec{i}+12\vec{j}\Rightarrow|\Delta\vec{v}|=\sqrt{9^2+12^2}=15\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است.

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\bar{a}=\frac{15}{2-1}=15\frac{m}{s^2}$$



Ⓐ ۴۶۶- گزینه‌ی ۲ مؤلفه‌های جابه‌جایی را مطابق شکل روی محور x ها و محور y ها به‌دست می‌آوریم:

$$x=۵\sin ۳۰^\circ \Rightarrow x=۲/۵\,m$$

$$y=۵\cos ۳۰^\circ \Rightarrow y=۲/۵\sqrt{۳}\,m$$

بردار سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\Rightarrow \bar{\vec{v}}=\frac{۲/۵\vec{i}+۲/۵\sqrt{۳}\,\vec{j}}{۱۰}\Rightarrow \bar{\vec{v}}=\frac{۱}{۴}\vec{i}+\frac{\sqrt{۳}}{۴}\vec{j}$$

Ⓐ ۴۶۷- گزینه‌ی ۳ معادله‌ی سرعت- زمان را با مشتق گرفتن از معادله‌ی مکان- زمان به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}=۳t^۲\vec{i}+۴t^۲\vec{j}$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=۶t\vec{i}+۸t\,\vec{j}$$

$$v=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}\xrightarrow{v=۲۰\frac{m}{s}}۴۰۰=(۶t)^۲+(۸t)^۲\Rightarrow ۴۰۰=(۱۰t)^۲\Rightarrow t=۲s$$

اکنون مکان متحرک را حساب می‌کنیم:

$$\vec{r}=۳\times(۲)^۲\vec{i}+۴\times(۲)^۲\vec{j}\Rightarrow \vec{r}=۱۲\vec{i}+۱۶\vec{j}\Rightarrow|\vec{r}|=\sqrt{۱۲^۲+۱۶^۲}=۲۰\,m$$

Ⓐ ۴۶۸- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** معادله‌ی $\vec{v}=۲t\,\vec{i}-\vec{j}$ یک تابع درجه‌ی اول از زمان است.

بنابراین مقدار متوسط آن برابر $\bar{v}=\frac{v_۲+v_۱}{۲}$ خواهد شد. در لحظه‌ی $t=۱s$ و $t=۲s$ سرعت‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$t_۱=۱s\Rightarrow \vec{v}_۱=۲\vec{i}-\vec{j}$$

$$t_۲=۲s\Rightarrow \vec{v}_۲=۴\vec{i}-\vec{j}$$

$$\bar{\vec{v}}=\frac{۴\vec{i}-\vec{j}+۲\vec{i}-\vec{j}}{۲}\Rightarrow \bar{\vec{v}}=۳\vec{i}-\vec{j}\Rightarrow \bar{v}=\sqrt{۳^۲+۱^۲}=\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: می‌دانیم سرعت، مشتق مکان نسبت به زمان است. بنابراین وقتی معادله‌ی سرعت- زمان $\vec{v}=۲t\vec{i}-\vec{j}$ است، باید معادله‌ی مکان- زمان $\vec{r}=t^۲\vec{i}-t\vec{j}+\vec{r}_۰$ باشد که اگر از آن مشتق بگیریم معادله‌ی سرعت به‌دست می‌آید.

ثانیه‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۲s$، به همین دلیل مکان را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} t_۱=۱s\Rightarrow \vec{r}_۱=\vec{i}-\vec{j}+\vec{r}_۰ \\ t_۲=۲s\Rightarrow \vec{r}_۲=۴\vec{i}-۲\vec{j}+\vec{r}_۰ \end{array}\right\}\Rightarrow \Delta\vec{r}=۳\vec{i}-\vec{j}$$

اکنون می‌توان سرعت متوسط را به‌دست آورد:

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{۳\vec{i}-\vec{j}}{۲-۱}\Rightarrow \bar{\vec{v}}=۳\vec{i}-\vec{j}\Rightarrow|\bar{\vec{v}}|=\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ ۴۶۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا مشخص می‌کنیم که آیا متحرک از نقطه‌ی $x=۸۰m$ و $y=-۴۰m$ می‌گذرد یا نه؟

$$۸۰=۲۰t^۲\Rightarrow t=۲s$$

$$-۴۰=-۵t^۳\Rightarrow t=۲s$$

بنابراین در لحظه‌ی $t=۲s$ از این نقطه می‌گذرد. اکنون معادله‌ی سرعت- زمان را به دست آورده و $t=۲s$ را در آن قرار می‌دهیم.

$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}\Rightarrow \vec{v}=۴۰t\vec{i}-۱۵t^۲\vec{j}\xrightarrow{t=۲s}\vec{v}=۸۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$$

اندازه‌ی سرعت برابر خواهد شد با:

$$|\vec{v}|=\sqrt{(۸۰)^۲+(۶۰)^۲}=۱۰۰\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۴۷۰- گزینه‌ی ۳ حرکت روی محور xها یک حرکت با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ و بدون سرعت اولیه است و سرعت در $t=۱s$ روی محور xها خواهد شد:

$$v_x=a_xt+v_{۰_x}\Rightarrow v_x=۲\frac{m}{s}$$

سرعت روی محور yها ثابت و برابر $v_y=۴\frac{m}{s}$ است. در این صورت:

$$v=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}=\sqrt{۲^۲+۴^۲}\Rightarrow v=۲\sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

تست: متحرکی در مبدأ زمان با سرعت اولیه‌ی $\vec{v}_{\circ}=۲۰\vec{i}+۵\vec{j}$ و با شتاب $\vec{a}=-۱۰\vec{i}$ در صفحه‌ی xoy شروع به حرکت می‌کند، بردار سرعت جسم در لحظه‌ی $t=۳s$ کدام است؟

۱) $\vec{v}=۱۰\vec{i}+۵\vec{j}$ ۲) $\vec{v}=۱۰\vec{i}-۵\vec{j}$ ۳) $\vec{v}=-۱۰\vec{i}+۵\vec{j}$ ۴) $\vec{v}=-۱۰\vec{i}-۵\vec{j}$

پاسخ: حرکت دارای شتاب ثابت است. به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت را در لحظه‌ی $t=۳s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\vec{a}t+\vec{v}_{\circ}\Rightarrow\vec{v}=-۱۰\vec{i}\times۳+۲۰\vec{i}+۵\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=-۳۰\vec{i}+۲۰\vec{i}+۵\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=-۱۰\vec{i}+۵\vec{j}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A ۴۷۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به فرض مسأله در لحظه‌ی $t=۱s$، $|\vec{r}|=۵m$ است.

$$|\vec{r}|=\sqrt{x^۲+y^۲}\Rightarrow۲۵=(\alpha+۴)^۲+\beta^۲$$

معادله‌ی سرعت- زمان را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=۲\beta t\vec{j}\xrightarrow{t=۱s}\vec{v}=۲\beta\vec{j}$$

اندازه‌ی سرعت در لحظه‌ی $t=۱s$ برابر $۸\frac{m}{s}$ است، در این صورت:

$$|\vec{v}|=۸\Rightarrow۲\beta=۸\Rightarrow\beta=۴$$

اکنون α را به‌دست می‌آوریم:

$$۲۵=(\alpha+۴)^۲+\beta^۲\Rightarrow۲۵=(\alpha+۴)^۲+۱۶\Rightarrow(\alpha+۴)^۲=۹\Rightarrow\alpha+۴=\pm۳\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-۱\\ \alpha=-۷\end{cases}$$

A ۴۷۲- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی سرعت- زمان را با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=۶\vec{i}+(-۲t+۸)\vec{j}$$

در لحظه‌ی $t=۱s$ بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=۶\vec{i}+۶\vec{j}\xrightarrow{v_x=v_y}\tan\alpha=۱\Rightarrow\alpha=۴۵^\circ$$

B ۴۷۳- گزینه‌ی ۲ ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=۳\vec{i}+۲t\vec{j}$$

در لحظه‌ای که بردار سرعت با محورxها زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد، رابطه‌ی زیر بین مؤلفه‌ی v_x و مولفه‌ی v_y سرعت برقرار است:

$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{v_y}{v_x}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{۲t}{۳}\Rightarrow t=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}s$$

$$\vec{v}=۳\vec{i}+۲(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲})\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=۳\vec{i}+۳\sqrt{۳}\vec{j}$$

اندازه‌ی سرعت برابر خواهد شد با:

$$|\vec{v}|=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{(۳)^۲+(۳\sqrt{۳})^۲}\Rightarrow|\vec{v}|=۶\frac{m}{s}$$

A ۴۷۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا معادله‌های سرعت- زمان و شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

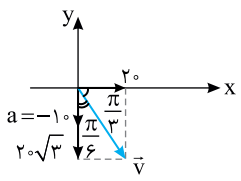
$$\left.\begin{array}{l}v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=-۸t+۱۲\\ v_y=\frac{dy}{dt}\Rightarrow v_y=۸\frac{m}{s}\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{v}=(-۸t+۱۲)\vec{i}+۸\vec{j}\quad,\quad\left.\begin{array}{l}a_x=\frac{dv_x}{dt}=-۸\\ a_y=\frac{dv_y}{dt}=۰\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{a}=-۸\vec{i}$$

با توجه به بردارهای به‌دست آمده، بردار شتاب در راستای محور xها است و اگر بردار سرعت بر بردار شتاب عمود باشد، باید بردار سرعت در راستای محور yها قرار گیرد و مؤلفه‌ی x بردار سرعت باید صفر شود:

$$v_x=۰\Rightarrow-۸t+۱۲=۰\Rightarrow t=۱/۵s$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۴۷۵- گزینه‌ی ۱



$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}=۲۰\vec{i}-۱۰t\vec{j}\xrightarrow{t=۲\sqrt{۳}}\vec{v}=۲۰\vec{i}-۲۰\sqrt{۳}\vec{j}$$

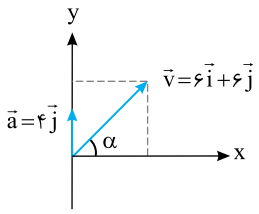
$$\vec{a}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}=-۱۰\vec{j}$$

بردار شتاب روی محور y ها و در خلاف جهت آن قرار دارد، پس کافی است زاویه‌ی بین بردار سرعت و جهت منفی محور y ها را به‌دست آورد.

با توجه به شکل زاویه‌ی بین بردار سرعت و بردار شتاب $\frac{\pi}{۶}$ است.

$$\tan\theta=|\frac{v_x}{v_y}|=\frac{۲۰}{۲۰\sqrt{۳}}\Rightarrow\tan\theta=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۶}$$

Ⓐ **۴۷۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را با مشتق‌گیری به‌دست می‌آوریم:



$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=6\vec{i}+(4t+2)\vec{j}\xrightarrow{t=1s}\vec{v}=6\vec{i}+6\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow\vec{a}=4\vec{j}$$

بردار شتاب ثابت بوده و موازی محور y ها است، بنابراین کافی است زاویه‌ی بین بردار سرعت و محور y ها را به‌دست آوریم.

$$\tan\alpha=\frac{6}{6}=1\Rightarrow\alpha=45^\circ$$

Ⓑ **۴۷۷- گزینه‌ی ۴** دو بردار وقتی هم‌راستا می‌شوند که شیب یکسانی داشته باشند، یعنی برای بردارهای سرعت و مکان باید داشته باشیم:

$$\frac{y}{x}=\frac{v_y}{v_x}$$

بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=3\frac{m}{s}\quad,\quad v_y=\frac{dy}{dt}=2t-3$$

بنابراین:

$$\frac{v_y}{v_x}=\frac{y}{x}\Rightarrow\frac{2t-3}{3}=\frac{t^2-3t+2}{3t}\Rightarrow 2t^2-3t=t^2-3t+2\Rightarrow t^2=2\Rightarrow t=\sqrt{2}s$$

Ⓑ **۴۷۸- گزینه‌ی ۱** وقتی یک بردار موازی محور y هاست که مؤلفه‌ی x آن صفر باشد. با دو بار مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=3t^2-6t\Rightarrow a_x=\frac{dv_x}{dt}=6t-6$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}\Rightarrow v_y=10t-8\Rightarrow a_y=\frac{dv_y}{dt}=10\frac{m}{s^2}$$

برای آن‌که بردار شتاب موازی محور y ها باشد، باید $a_x=0$ شود:

$$6t-6=0\Rightarrow t=1s$$

Ⓐ **۴۷۹- گزینه‌ی ۳** ابتدا با مشتق‌گیری از معادله‌ی سرعت- زمان، معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow\vec{a}=(4-8t)\vec{i}\xrightarrow{a=0}4-8t=0\Rightarrow t=\frac{1}{2}s$$

اکنون بردار سرعت در لحظه‌ی $t=\frac{1}{2}s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=(2-1)\vec{i}+8\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=\vec{i}+8\vec{j}\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{1^2+8^2}=\sqrt{65}\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۴۸۰- گزینه‌ی ۴** ابتدا با مشتق‌گیری، بردارهای سرعت و شتاب متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=(20t-4)\vec{i}+(t^2+2t)\vec{j}\xrightarrow{v_x=0}20t-4=0\Rightarrow t=\frac{1}{5}s$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow\vec{a}=20\vec{i}+(2t+2)\vec{j}\xrightarrow{t=\frac{1}{5}s}a_y=2\times(\frac{1}{5})+2\Rightarrow a_y=\frac{12}{5}\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۴۸۱- گزینه‌ی ۴** وقتی سرعت متحرک موازی محور x ها است، مؤلفه‌ی y سرعت مساوی صفر است.

$$v_y=0\Rightarrow t^2-9=0\Rightarrow t=3s$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=(4t-4)\vec{i}+2t\vec{j}\xrightarrow{t=3s}\vec{a}=8\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{8^2+6^2}=10\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۴۸۲- گزینه‌ی ۱** ابتدا با مشتق گرفتن از معادله‌های سرعت- زمان، معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow a_x=4\frac{m}{s^2}\quad,\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow a_y=4t-4$$

کم‌ترین مقدار شتاب صفر است، اما مؤلفه‌ی افقی شتاب مقدار ثابت $4\frac{m}{s^2}$ است. بنابراین تنها مؤلفه‌ی قائم شتاب می‌تواند صفر شود.

$$a_y=0\Rightarrow 4t-4=0\Rightarrow t=1s$$

Ⓐ **۴۸۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=5\frac{m}{s}$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}\Rightarrow v_y=10-10t$$

مؤلفه‌ی افقی v_x مقدارش ثابت است، بنابراین برای کاهش سرعت باید مؤلفه‌ی قائم سرعت v_y صفر شود.

$$10-10t=0\Rightarrow t=1s$$

Ⓑ **۴۸۴- گزینه‌ی ۴** از صورت مسأله می‌توان فهمید که باید ابتدا با مشتق‌گیری، بردار سرعت و بردار شتاب را به‌دست آورد.

$$\vec{r}=(t^2-2t)\vec{i}+(\frac{1}{3}t^3-t^2)\vec{j}$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=(2t-2)\vec{i}+(t^2-2t)\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow\vec{a}=2\vec{i}+(2t-2)\vec{j}$$

کم‌ترین مقدار شتاب، صفر است. اما با توجه به معادله‌ی شتاب- زمان مؤلفه‌ی a_x مخالف صفر است، بنابراین حداقل مقدار شتاب وقتی اتفاق می‌افتد که مؤلفه‌ی $a_y=2t-2$ برابر صفر شود.

$$2t-2=0\Rightarrow t=1s$$

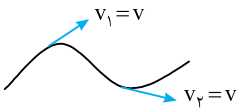
اکنون باید در لحظه‌ی $t=1s$، بردارهای سرعت و شتاب را به‌دست آورد:

$$\vec{v}=-\vec{j}\quad,\quad\vec{a}=2\vec{i}$$

در لحظه‌ی $t=1s$ بردار سرعت در جهت منفی محور yها و بردار شتاب در جهت مثبت محور xها است و بر هم عمود بوده و زاویه‌ی بین بردار سرعت و بردار شتاب 90° می‌باشد.

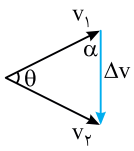
Ⓒ **۴۸۵- گزینه‌ی ۱** **نکته:** هرگاه در هر لحظه بردار تغییر سرعت بر بردار سرعت عمود باشد، یعنی در امتداد سرعت تغییری وجود ندارد و بزرگی سرعت ثابت است. حال اثبات می‌کنیم که اگر بزرگی سرعت ثابت باشد، در هر نقطه از مسیر بردار تغییر سرعت بر بردار سرعت عمود است.

اثبات: بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است. هم‌سنگ $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1$$

با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$2\alpha=\pi-\theta$$

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\Rightarrow\frac{\theta}{2}=\frac{\pi}{2}-\alpha$$

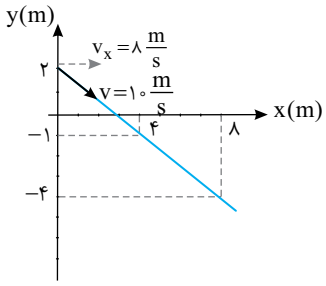
$$\begin{cases}\Delta v=2v\sin\frac{\theta}{2}\\ \Delta t\to 0\end{cases}\Rightarrow\Delta v\to 0\Rightarrow\sin\frac{\theta}{2}\to 0\Rightarrow\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\to 0\Rightarrow\alpha\to\frac{\pi}{2}$$

پس وقتی بزرگی بردار سرعت ثابت باشد، در هر نقطه از مسیر، بردار سرعت و بردار تغییر سرعت بر هم عمود هستند.

Ⓑ **۴۸۶- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی مسیر رابطه‌ی ریاضی بین مؤلفه‌های x و y مکان است. زمان را از مؤلفه‌ی x به‌دست آورده و در معادله‌ی y جایگزین می‌کنیم.

$$x=4t\Rightarrow t=\frac{x}{4}$$

$$y=-8t^2\Rightarrow y=-8(\frac{x}{4})^2\Rightarrow y=\frac{-x^2}{2}$$



B **۴۸۷- گزینه‌ی ۲** مسیر حرکت خط راست بوده و معادله‌ی مسیر به‌صورت زیر است:

$$۳x+۴y-۸=۰\Rightarrow ۴y=-۳x+۸\Rightarrow y=-\frac{۳}{۴}x+۲$$

در صورت مسأله، اندازه‌ی جابه‌جایی خواسته شده است، مطابق شکل می توان جهت اختیاری برای سرعت در نظر گرفت. در این صورت مؤلفه‌ی افقی سرعت خواهد شد:

$$v_x=v\cos\alpha$$

ابتدا مقدار $\cos\alpha$ را به کمک شیب خط به‌دست می‌آوریم.

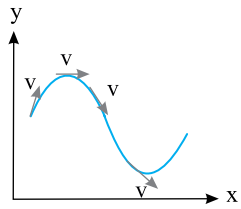
شیب خط برابر $\frac{۳}{۴}$ است، بنابراین:

$$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow ۱+\frac{۹}{۱۶}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow \cos^۲\alpha=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{۴}{۵}$$

$$v_x=۱۰\times\frac{۴}{۵}=۸\frac{m}{s}$$

اندازه‌ی جابه‌جایی در مدت ۲s خواهد شد:

$$\Delta x=v_x\Delta t=۸\times۲=۱۶\,m$$



A **۴۸۸- گزینه‌ی ۴** شکل، مسیر حرکت متحرک در صفحه‌ی xoy را نمایش می‌دهد و در هر لحظه مسیر حرکت در حال عوض شدن است (مسیر خمیده می‌باشد).
مسیر حرکت هیچ اطلاعی درباره‌ی حرکت به ما نمی‌دهد و تنها می‌توان از تغییر دائمی جهت بردار سرعت، نتیجه گرفت که حرکت شتابدار است.

B **۴۸۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل داده شده و گزینه‌ها، مسیر حرکت سهمی است و باید معادله‌ی این سهمی را به‌دست آوریم.
مختصات هر نقطه از مسیر باید در معادله‌ی مسیر صدق کند:

$$y=ax^۲+bx+c$$

$$(۰,-۴):-۴=۰+۰+c\Rightarrow c=-۴$$

$$\left.\begin{array}{l}(۱,۰):۰=a+b-۴\\(۴,۰):۰=۱۶a+۴b-۴\end{array}\right\}\Rightarrow a=-۱\ ,\ b=۵$$

در این صورت معادله‌ی مسیر خواهد شد: $y=-x^۲+۵x-۴$

A **۴۹۰- گزینه‌ی ۱** با حذف زمان (t) بین مؤلفه‌ی x و y مکان، معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$x=۲t\Rightarrow t=\frac{x}{۲}\quad,\quad y=۵t\Rightarrow y=\frac{۵}{۲}x$$

بنابراین مسیر حرکت، خط راست مایلی به معادله‌ی $y=\frac{۵}{۲}x$ است.

B **۴۹۱- گزینه‌ی ۱** با گذشت زمان مقدار y تغییر نمی‌کند، بنابراین ذره روی خط راست $y=۴$ با شتاب در حرکت است.

B **۴۹۲- گزینه‌ی ۲** با حذف زمان (t) بین مؤلفه‌ی x و y مکان، معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$x=۲t-۱\Rightarrow t=\frac{x+۱}{۲}$$

$$y=t^۲-۱\Rightarrow y=(\frac{x+۱}{۲})^۲-۱\Rightarrow y=\frac{x^۲}{۲}+x+\frac{۱}{۲}-۱\Rightarrow y=\frac{x^۲}{۲}+x-\frac{۱}{۲}$$

بنابراین y تابع درجه‌ی ۲ از x بوده و مسیر حرکت سهمی است.

B **۴۹۳- گزینه‌ی ۴** با حذف t معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}x=۲\sin ۵t\Rightarrow \sin ۵t=\frac{x}{۲}\\y=۲\cos ۵t\Rightarrow \cos ۵t=\frac{y}{۳}\end{array}\right.\Rightarrow \sin^۲ ۵t+\cos^۲ ۵t=\frac{x^۲}{۴}+\frac{y^۲}{۹}\Rightarrow \frac{x^۲}{۴}+\frac{y^۲}{۹}=۱$$

بنابراین مسیر حرکت بیضی است.

نکته: معادله‌ی بیضی به صورت $\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ است $(a\neq b)$.

B **۴۹۴- گزینه‌ی ۳** با حذف t بین مؤلفه‌های قائم و افقی مکان، معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x=2\sin t-1 \Rightarrow \sin t=\frac{x+1}{2} \\ y=2\cos t-1 \Rightarrow \cos t=\frac{y+1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sin^2 t+\cos^2 t=(\frac{x+1}{2})^2+(\frac{y+1}{2})^2 \Rightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=4$$

بنابراین مسیر حرکت دایره است.

نکته: معادله‌ی دایره به صورت $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ است.

B **۴۹۵- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی مسیر را با حذف زمان (t) بین مؤلفه‌های مکان به دست می‌آوریم:

$$y=2t \Rightarrow t=\frac{y}{2} \qquad (1)$$

$$x=-2t^2 \xrightarrow{(1)} x=-2\frac{y^2}{4} \Rightarrow x=-\frac{y^2}{2}$$

به ازای هر مقدار $t>0$، x منفی و y مثبت است.

B **۴۹۶- گزینه‌ی ۲** سرعت حرکت ثابت است بنابراین معادله‌ی مکان- زمان این ذره روی هر محور خواهد شد:

$$x=v_x t+x_0 \Rightarrow x=3t+x_0 \xrightarrow{t=1s} 2=3+x_0 \Rightarrow x_0=-1m$$

$$x=3t-1 \qquad (1)$$

$$y=v_y t+y_0 \Rightarrow y=9t+y_0 \xrightarrow{t=1s} -3=9\times 1+y_0 \Rightarrow y_0=-12m$$

$$y=9t-12 \qquad (2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) زمان را حذف می‌کنیم.

$$x=3t-1 \Rightarrow t=\frac{x+1}{3}$$

$$y=9(\frac{x+1}{3})-12 \Rightarrow y=3x+3-12 \Rightarrow y=3x-9$$

A **۴۹۷- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی مسیر را با حذف زمان (t) بین x و y به دست می‌آوریم:

$$x=3t \Rightarrow t=\frac{x}{3}$$

$$y=9t^2-6t+1 \Rightarrow y=9\frac{x^2}{9}-6\frac{x}{3}+1 \Rightarrow y=x^2-2x+1=(x-1)^2$$

بنابراین مسیر سهمی است و در $x=1$، مقدار y صفر است.

C **۴۹۸- گزینه‌ی ۱** از طرفین رابطه‌ی $y=\sqrt{x}$ مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dt} \Rightarrow v_y=\frac{1}{2\sqrt{x}}v_x \xrightarrow{x=4} v_y=\frac{1}{4}v_x$$

B **۴۹۹- گزینه‌ی ۳** مؤلفه‌های مکان را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=x_B \Rightarrow 8=4t \Rightarrow t=2s$$

$$y_A=y_B \Rightarrow 3t^2=6t \Rightarrow t=2s$$

در لحظه‌ی $t=2s$، یعنی وقتی مکان A و B روی محور xها $8m$ است، روی محور yها، مکان هر دو $12m$ است. یعنی هر دو از مکان $(8,12)$ می‌گذرند.

A **۵۰۰- گزینه‌ی ۱** مکان دو متحرک را در لحظه‌ی $t=2s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}_A=30t\vec{i}+(-5t^2+40t)\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{r}_A=60\vec{i}+60\vec{j}$$

$$\vec{r}_B=45t\vec{i}+(-5t^2+60t)\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{r}_B=90\vec{i}+100\vec{j}$$

فاصله‌ی نقطه‌ی A از B برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} \Rightarrow \sqrt{(90-60)^2+(100-60)^2}=50m$$

B **۵۰۱- گزینه‌ی ۴** هنگام برخورد دو گلوله با هم، مؤلفه‌ی مکان دو گلوله نظیر به نظیر با هم برابر است.

$$x_A = x_B \Rightarrow ۸t - ۶ = ۱۸ \Rightarrow t = ۳s$$

$$y_A - y_B \Rightarrow ۳t = ۹ \Rightarrow t = ۳s$$

اکنون در لحظه‌ی $t = ۳ - ۱ = ۲s$ مکان هر متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}_A = (۸\times۲ - ۶)\vec{i} + (۳\times۲)\vec{j} \Rightarrow \vec{r}_A = ۱۰\vec{i} + ۶\vec{j}$$

$$\vec{r}_B = ۱۸\vec{i} + ۹\vec{j}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲}$$

$$AB = \sqrt{(۱۸ - ۱۰)^۲ + (۹ - ۶)^۲} \Rightarrow AB = \sqrt{۷۳}\ m$$

B **۵۰۲- گزینه‌ی ۲** در لحظه‌ی برخورد دو متحرک، باید مکان آن‌ها یکسان باشد.

$$\left.\begin{array}{l} x_A = x_B \Rightarrow ۴t = at^۲ \Rightarrow at = ۴ \\ y_A = y_B \Rightarrow bt = ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{bt}{at} = \frac{۶}{۴} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۳}{۲}$$

B **۵۰۳- گزینه‌ی ۲** دو متحرک در لحظه‌ای به هم می‌رسند که بردارهای مکان آن‌ها یکی شود. در این صورت مؤلفه‌های مکان نظیر به نظیر برابر می‌شوند.

$$x_A = x_B \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۲ = ۵t - ۴ \Rightarrow t^۲ - ۷t + ۶ = ۰ \Rightarrow (t-۱)(t-۶) = ۰ \Rightarrow t = ۱s\,,\ t = ۶s$$

$$y_A = y_B \Rightarrow ۳t - ۱ = t^۲ - ۶t + ۱۷ \Rightarrow t^۲ - ۹t + ۱۸ = ۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۶) = ۰ \Rightarrow t = ۳s\,,\ t = ۶$$

در لحظه‌ی $t = ۶s$ بردارهای مکان یکی می‌شود و در این لحظه دو متحرک به هم می‌رسند.

$$\vec{v}_B = \frac{d\vec{r}_B}{dt} \Rightarrow \vec{v}_B = ۵\vec{i} + (۲t - ۶)\vec{j} \Rightarrow \vec{v}_B = ۵\vec{i} + ۶\vec{j}$$

A **۵۰۴- گزینه‌ی ۱** هر گاه در مسیر خمیده، زاویه‌ی بین بردار سرعت و بردار شتاب حاده باشد $(۰ \le \theta < ۹۰^\circ)$، حرکت تندشونده و اگر منفرجه باشد $(۹۰^\circ < \theta \le ۱۸۰^\circ)$، حرکت کندشونده است.

A **۵۰۵- گزینه‌ی ۱** کافی است با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان، معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست آورده و درباره‌ی آن‌ها اظهارنظر کرد:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = ۲\vec{i} - \sin t\ \vec{j}$$

مؤلفه‌ی x سرعت، ثابت و برابر $۲\frac{m}{s}$ است. اما مؤلفه‌ی y آن، متغیر است، بنابراین اندازه‌ی سرعت متغیر است.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = -\cos t\ \vec{j}$$

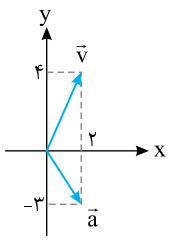
بزرگی شتاب نیز با گذشت زمان در حال تغییر است.

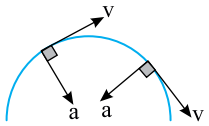
B **۵۰۶- گزینه‌ی ۴** حرکت روی محور xها حرکت یکنواخت با سرعت ثابت $۵\frac{m}{s}$ است. اما سرعت روی محور yها در حال تغییر است به همین علت برای بررسی کندشونده یا تندشونده بودن حرکت، حرکت روی محور yها را بررسی می‌کنیم:

$$v_y = -۱۰t + ۲۰ \xrightarrow{v=۰} t = ۲s$$

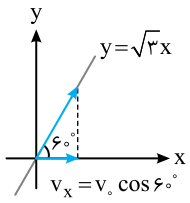
در بازه‌ی ۰ تا ۲s سرعت از $۲۰\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده و از $t > ۲s$، حرکت تندشونده است.

B **۵۰۷- گزینه‌ی ۴** بردار $\vec{v}$ در ناحیه‌ی اول و بردار $\vec{a}$ مطابق شکل روبه‌رو در ناحیه‌ی چهارم بوده و با هم زاویه‌ای بیش از ۹۰° می‌سازند، بنابراین حرکت در این لحظه کندشونده است و چون $\vec{v}$ و $\vec{a}$ هم‌راستا نیستند مسیر حرکت در ادامه خمیده خواهد بود.





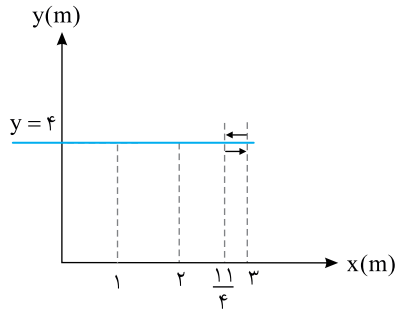
B **۵۰۸- گزینه‌ی ۴** در حرکت کندشونده که سرعت جسم در حال کاهش است، بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم هستند، بنابراین گزینه‌ی ۱ درست است.
هرگاه در یک مسیر خمیده، اندازه‌ی سرعت ثابت باشد، در هر لحظه بردار شتاب بر بردار سرعت عمود است. در مسیر خمیده، جهت بردار سرعت و همچنین جهت بردار شتاب در حال تغییر است.



B **۵۰۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا مؤلفه‌ی سرعت را روی محور x ها به‌دست می‌آوریم:
با توجه به معادله‌ی مسیر حرکت $y=\sqrt{۳}x$، شیب خط برابر $\sqrt{۳}$ است.

$$\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ\Rightarrow v_x=v\cos\alpha=۱۰۰\times\frac{۱}{۲}=۵۰m$$

$$\Delta x=v_x.t\Rightarrow ۵۰۰=۵۰t\Rightarrow t=۱۰s$$



B **۵۱۰- گزینه‌ی ۳** مسیر این متحرک، خط راست $y=۴$ و موازی محور x ها با معادله‌ی $x=t^۲-t+۳$ است. به همین علت پرسش مربوط به حرکت روی خط راست است.
سرعت متحرک را در امتداد محور x ها به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=۲t-۱\xrightarrow{v=۰}۲t-۱=۰\Rightarrow t=\frac{۱}{۲}s$$

محل تغییر جهت $x=(\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۲}+۳=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۳=\frac{۱۱}{۴}m$

مسافت طی شده در ثانیه‌ی اول یعنی در بازه‌ی زمانی $t=۰$ تا $t=۱s$، بنابراین مکان متحرک را در لحظه‌ی $t=۰$ و $t=۱s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t=۰\Rightarrow x=۳m$$
$$t=۱s\Rightarrow x=۱-۱+۳=+۳$$

با توجه به شکل بالا مسافت طی شده برابر است با: $\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}m$

A **۵۱۱- گزینه‌ی ۴** مکان متحرک را در لحظه‌های ۰ و ۲s به‌دست آورده و جابه‌جایی متحرک را در بازه‌ی ۲ ثانیه‌ی اول حرکت حساب می‌کنیم:

$$t=۰\Rightarrow x=۴m, y=۱m\quad,\quad t=۲s\Rightarrow x=۴-۲\times۲+۴=۴m$$

$$y=۲\times(۲)^۲-۴\times۲+۱=۱m$$

بنابراین متحرک در لحظه‌ی $t=۰$ و همچنین $t=۲s$ در مکان $\vec{r}=۴\vec{i}+\vec{j}$ بوده و جابه‌جایی آن صفر است.

C **۵۱۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا معادله‌ی مسیر حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}x=t^۲-۲t+۴\\ y=۲t^۲-۴t+۱\Rightarrow y=۲(t^۲-۲t+۴)-۷\end{cases}$$

از رابطه‌ی x در y جای‌گذاری می‌کنیم: $y=۲x-۷$
معادله‌ی مسیر خط راست است و شبیه پرسش حرکت روی خط راست، ابتدا بررسی می‌کنیم که در بازه‌ی زمانی مورد نظر متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v_x=۲t-۲\xrightarrow{v_x=۰}۲t-۲=۰\Rightarrow t=۱s$$

$$v_y=۴t-۴\xrightarrow{v_y=۰}۴t-۴=۰\Rightarrow t=۱s$$

بنابراین متحرک روی مسیر $y=۲x-۷$ در لحظه‌ی $t=۱s$ یعنی در انتهای بازه متوقف می‌شود و برای یافتن مسافت طی شده کافی است مکان متحرک را در ابتدا و انتهای بازه به‌دست آورد. (در این مسأله جابه‌جایی و مسافت طی شده در بازه‌ی صفر تا ۱s برابر است.)

$$t_۱=۰\Rightarrow x_۱=۴m\ ,\ y_۱=۱m\ ,\ \vec{r}_۱=۴\vec{i}+\vec{j}$$

$$t_۲=۱s\Rightarrow x_۲=۱-۲+۴=۳m\ ,\ y_۲=۲-۴+۱=-۱m\ ,\ \vec{r}_۲=۳\vec{i}-\vec{j}$$

$$\Delta r=\sqrt{(۳-۴)^۲+(-۱-۱)^۲}=\sqrt{۱+۴}=\sqrt{۵}m$$

C **۵۱۳- گزینه‌ی ۴** وقتی برآیند سه نیرو صفر شود، بزرگی هر نیرو برابر بزرگی برآیند دو نیروی دیگر و در خلاف جهت آن است، پس با حذف $\vec{F}_1$، دو نیروی $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ می‌ماند که بزرگی برآیند آن‌ها برابر بزرگی $\vec{F}_1$ است.

$$F_1 = ma \Rightarrow F_1 = 2\times 3 = 6\ N$$

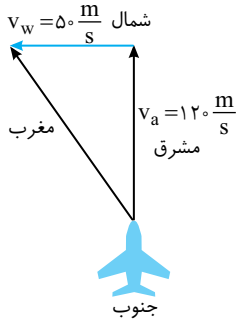
با حذف $\vec{F}_2$، بزرگی برآیند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ برابر بزرگی $\vec{F}_2$ است.

$$F_2 = ma_2 \Rightarrow F_2 = 2\times 2 = 4\ N$$

طبق فرض مسأله، زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$، 60° است، بنابراین زاویه‌ی بین بردار $F_1 = 6\ N$ و $2F_2 = 8\ N$ نیز 60° است و بزرگی تفاضل آن‌ها برابر است با:

$$|\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2| = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2\times 6\times 8\times \cos 60^\circ} = \sqrt{36+64-48} = \sqrt{52}\ N = 2\sqrt{13}N$$

A **۵۱۴- گزینه‌ی ۳** بردار سرعت هواپیما $v_a = 120\frac{m}{s}$ رو به شمال و بردار سرعت باد $v_w = 50\frac{m}{s}$ رو به مغرب است. بنابراین جمع سرعت‌ها برابر است با:



$$v = \sqrt{v_a^2 + v_w^2} \Rightarrow v = \sqrt{50^2 + 120^2} = 130\frac{m}{s}$$

A **۵۱۵- گزینه‌ی ۴** اندازه‌ی برآیند دو بردار تنها زمانی برابر مجموع اندازه‌ی آن‌هاست که دو بردار هم‌جهت باشند، بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

اگر دو بردار روی یک محور باشند یعنی هم‌راستا باشند تنها زمانی که هم‌سو هستند اندازه‌ی برآیند برابر مجموع اندازه‌ی آن‌هاست، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

برآیند دو بردار متقاطع، قطر متوازی‌الاضلاعی که بر دو بردار بنا می‌شود و اندازه‌ی برآیند دو بردار متقاطع از جمع اندازه‌ی آن‌ها همواره کوچک‌تر است و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

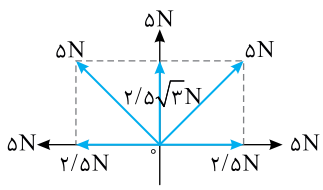
بردار برآیند دو بردار، یک بردار بوده و جمع اندازه‌ی دو بردار یک عدد است. در واقع بردار و عدد یکی نیستند. گزینه‌ی (۴) درست است.

A **۵۱۶- گزینه‌ی ۳** برای برقراری تعادل باید بزرگی $\vec{F}_3$ با بزرگی برآیند دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ برابر باشد.

$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_3^2 = 50^2 + 120^2 \Rightarrow F_3 = 130\ N$$

۵۱۷- گزینه‌ی ۱ اندازه‌ی برآیند دو نیروی $5N$ با زاویه‌ی 120° برابر $5N$ و در خلاف جهت $4N$ است. پس برآیند این سه نیرو برابر $5-4=1N$ است و کافی است یک نیروی $1N$ در جهت نیروی $4N$ به مجموعه اضافه شود تا برآیند نیروها صفر شده و جسم به حال تعادل درآید.

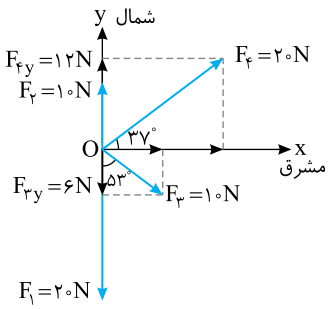
A **۵۱۸- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** برآیند دو نیروی $5\ N$ که خلاف جهت هم هستند، صفر و برآیند دو نیروی $5\ N$ که با هم زاویه‌ی $(30^\circ + 30^\circ = 60^\circ)$ می‌سازند، $5\sqrt{3}\ N$ در جهت مثبت محور y است، بنابراین:



$$R = 5 + 5\sqrt{3} = 5(1+\sqrt{3})$$

راه‌حل دوم: بردارها را روی محورها تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل، $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 5 + 2/5\sqrt{3} + 2/5\sqrt{3} = 5(1+\sqrt{3})N$ است.

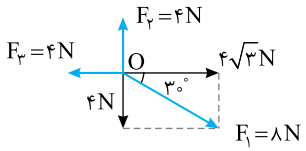
B **۵۱۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا نیروها را تجزیه می‌کنیم. برآیند نیروها در راستای شمال و جنوب با توجه به شکل برابر است با:



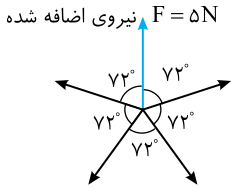
$$\sum F_y=۱۲+۱۰-۶-۲۰=-۴N$$

برای آن‌که ذره در جهت مشرق حرکت کند باید برآیند نیروها در امتداد شمال و جنوب صفر شود، پس به یک نیروی $۴N$ در جهت شمال نیاز است که نیروی $-۴N$ را خنثی کند.

B **۵۲۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به تجزیه‌ی نیروها، برآیند نیروها در امتداد شمال- جنوب صفر و در امتداد مغرب- مشرق در سوی شرق است و ذره به سمت شرق حرکت می‌کند.



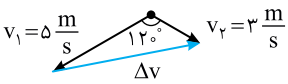
C **۵۲۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، زاویه‌ی α برابر است با:



$$\alpha=\frac{۳۶۰-۱۴۴}{۳}=\frac{۲۱۶}{۳}=۷۲^\circ$$

می‌توان به جای چهار نیروی $۵N$، پنج نیروی $۵N$ را که با هم زاویه‌ی ۷۲° می‌سازند در نظر گرفت که برآیند آن‌ها صفر است. پس باید برآیند چهار نیروی $۵N$ برابر $۵N$ بوده که توسط نیروی پنجم خنثی گردد.

B **۵۲۲- گزینه‌ی ۳** هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta v^۲=v_۱^۲+v_۲^۲-۲v_۱v_۲\cos ۱۲۰^\circ \Rightarrow \Delta v^۲=۲۵+۹-۲\times۵\times۳(-\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow \Delta v^۲=۴۹\Rightarrow \Delta v=۷\frac{m}{s}$$

B **۵۲۳- گزینه‌ی ۳** چون یک بردار روی نیمساز ربع اول است، پس مؤلفه‌های x و y آن برابر است یعنی $\vec{a}=\alpha\vec{i}+\alpha\vec{j}$ است و برآیند $\vec{a}=\alpha\vec{i}+\alpha\vec{j}$ و $\vec{b}=۲\vec{i}+\beta\vec{j}$ باید برابر $۹\vec{i}+۱۲\vec{j}$ باشد.

$$۹\vec{i}+۱۲\vec{j}=(۲+\alpha)\vec{i}+(\alpha+\beta)\vec{j}$$

دو بردار وقتی با هم برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$۹=۲+\alpha\Rightarrow\alpha=۷$$
$$\alpha+\beta=۱۲\Rightarrow ۷+\beta=۱۲\Rightarrow\beta=۵$$

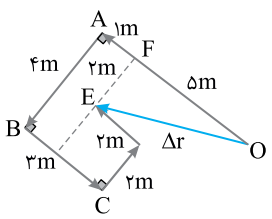
A **۵۲۴- گزینه‌ی ۲** برای به‌دست آوردن جابه‌جایی باید مکان را در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۳/۵s$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم:

$$t=۰\Rightarrow x=۲/۵+\cos(-\frac{\pi}{۲})\Rightarrow x_۱=۲/۵+۰=۲/۵m$$

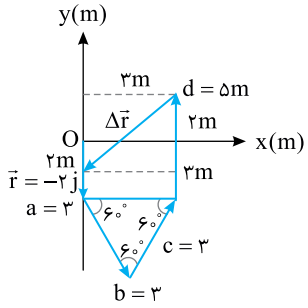
$$t=۳/۵s\Rightarrow x=۲/۵+\cos(۳/۵\pi-\frac{\pi}{۲})\Rightarrow x_۲=۲/۵+\cos ۳\pi\Rightarrow x_۲=۲/۵-۱=۱/۵m$$

$$\Delta x=x_۲-x_۱=۱/۵-۲/۵=-۱m$$

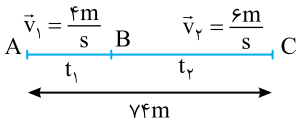
A **۵۲۵- گزینه‌ی ۳** این نوع تست‌ها تنها برای تمرین ریاضی شما نوشته شده است. مثلث OEF را می‌سازیم تا بتوانیم بردار جابه‌جایی Δr را بررسی کنیم:



$$\Delta r^۲=OF^۲+EF^۲\Rightarrow\Delta r^۲=(۴)^۲+(۲)^۲=۲۰\Rightarrow\Delta r=۲\sqrt{۵}m$$



A **۵۲۶- گزینه‌ی ۳** برای آن‌که ذره به مکان $\vec{r}=-۲\vec{j}$ برسد باید پس از جابه‌جایی d مطابق شکل روبه‌رو جابه‌جایی $\Delta\vec{r}$ را انجام دهد. با توجه به شکل ذره باید در خلاف محور xها ۳ متر و در خلاف جهت محور yها $۲+۲=۴m$ جابه‌جا شود یعنی $\Delta\vec{r}=-۳\vec{i}-۴\vec{j}$ باید باشد.



B **۵۲۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به فرض مسأله کل جابه‌جایی ذره ۷۴m و زمان این جابه‌جایی ۱۴s است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$t_۱+t_۲=۱۴s \qquad (۱)$$

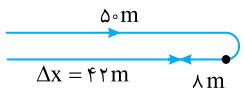
$$AC=AB+BC \Rightarrow ۷۴=\vec{v}_۱t_۱+\vec{v}_۲t_۲ \Rightarrow ۷۴=۴t_۱+۶t_۲ \Rightarrow ۳۷=۲t_۱+۳t_۲ \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲)، $t_۱$ و $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱+t_۲=۱۴s \\ ۲t_۱+۳t_۲=۳۷ \end{cases} \Rightarrow ۲(۱۴-t_۲)+۳t_۲=۳۷ \Rightarrow ۲۸-۲t_۲+۳t_۲=۳۷ \Rightarrow t_۲=۹s\,,\, t_۱=۱۴-۹=۵s$$

جابه‌جایی ذره با سرعت $۴\frac{m}{s}$ برابر است با:

$$\Delta x=vt=۴\times۵=۲۰m$$



B **۵۲۸- گزینه‌ی ۳** زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:

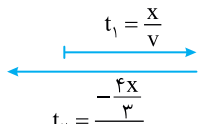
$$t=\frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_۱=\frac{۵۰}{۵} \Rightarrow t_۱=۱۰s$$

زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t_۲=\frac{۵۰}{۲}=۲۵s$$

بنابراین در لحظه‌ی $t=۱۴s$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت $۲\frac{m}{s}$ در مدت ۴s، مسافت ۸ متر برگشته است. جابه‌جایی شناگر $۵۰-۸=۴۲m$ است. سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v}=\frac{۴۲}{۱۴}=\frac{۶}{۲}=۳\frac{m}{s}$$



A **۵۲۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا باید زمان حرکت را به‌دست آورد.

$$t=t_۱+t_۲ \Rightarrow t=\frac{x}{v}+\frac{۴x}{۳v}=\frac{۷x}{۳v}$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-\frac{x}{۳}}{\frac{۷x}{۳v}} \Rightarrow \bar{v}=-\frac{v}{۷} \Rightarrow \frac{\bar{v}}{v}=-\frac{۱}{۷}$$

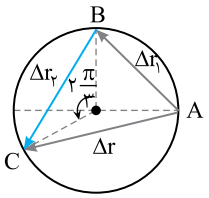
C **۵۳۰- گزینه‌ی ۴** سرعت متوسط، نسبت کل جابه‌جایی بر زمان جابه‌جایی است. اگر طول مسیر x باشد، آن‌گاه:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳+\dots}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳+\dots}=\frac{x}{\frac{\Delta x_۱}{v_۱}+\frac{\Delta x_۲}{v_۲}+\frac{\Delta x_۳}{v_۳}+\dots} \Rightarrow \bar{v}=\frac{x}{\frac{x}{\frac{۲}{v}}+\frac{x}{\frac{۴}{v}}+\frac{x}{\frac{۸}{v}}+\dots}=\frac{x}{\frac{x}{۲v}+\frac{x}{۲v}+\frac{x}{۲v}+\dots} \Rightarrow \bar{v}=\frac{۲v}{۱+۱+۱+\dots}$$

جمع تعداد بی‌نهایت عدد یک در مخرج برابر بی‌نهایت است و تقسیم یک عدد معین بر بی‌نهایت برابر صفر است.

$$\bar{v}=\frac{۲v}{\infty}=۰$$

Ⓒ **۵۳۱- گزینه‌ی ۲** جابه‌جایی و زمان حرکت از A تا B برابر خواهد شد با:



$$AB=\Delta r_1=\sqrt{2}R$$

$$t_1=\frac{\Delta r_1}{\bar{v}_1}=\frac{\sqrt{2}R}{5\sqrt{2}}\Rightarrow t_1=\frac{R}{5}$$

جابه‌جایی و زمان حرکت از B تا C برابر خواهد شد با:

$$BC=\Delta r_2=2R\sin\frac{\theta}{2}=2R\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow \Delta r_2=\sqrt{3}R$$

$$t_2=\frac{\Delta r_2}{\bar{v}_2}\Rightarrow t_2=\frac{\sqrt{3}R}{5\sqrt{3}}=\frac{R}{5}$$

جابه‌جایی کل برداری است که از A به C رسم می‌شود.

$$AC^2=\Delta r^2=R^2+R^2-2\times R\times R\cos\frac{5\pi}{6}\xrightarrow{-\cos\frac{5\pi}{6}=\cos\frac{\pi}{6}}$$

$$\Delta r^2=2R^2(1+\cos\frac{\pi}{6})\Rightarrow \Delta r^2=2R^2(1+\frac{\sqrt{3}}{2})\Rightarrow \Delta r=R\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

سرعت متوسط در کل مسیر برابر خواهد شد با:

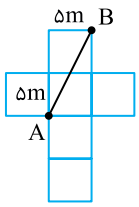
$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{R\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\frac{R}{5}+\frac{R}{5}}\Rightarrow \bar{v}=\frac{5\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\frac{m}{s}$$

Ⓒ **۵۳۲- گزینه‌ی ۱** مسأله عجیبی است اما دقت کنید که برای رفتن از A تا B در تمام مسیرها جابه‌جایی برابر قطر مکعب است:

$$\Delta r=\sqrt{3}a=5\sqrt{3}m$$

اما برای بیشینه سرعت متوسط باید زمان رفتن از A تا B کوتاه‌ترین زمان باشد. یادمان باشد که حلزون پرواز نمی‌کند و روی سطح باید حرکت کند بنابراین برای کوتاه‌ترین زمان باید کوتاه‌ترین مسیر را انتخاب کند.

$$(\bar{v}_{max}=\frac{\Delta r}{\Delta t_{min}})$$



مکعب را باز می‌کنیم (با باز کردن مکعب یاد ساخت مکعب در دوران ابتدایی افتادم که مطابق شکل روبه‌رو روی مقوا رسم می‌کردیم، سپس با خم کردن از روی خطوط مکعب را می‌ساختیم). کوتاه‌ترین مسیر خط راست AB است که اندازه‌ی آن برابر است با:

$$AB=\sqrt{(10)^2+(5)^2}=5\sqrt{5}m$$

حلزون این مسافت را با سرعت $5\frac{cm}{s}$ طی می‌کند سپس زمان آن برابر است با:

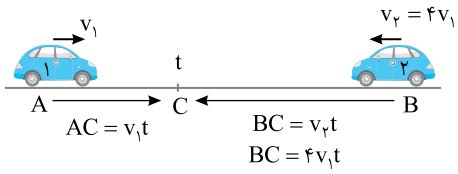
$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{اندازه‌ی سرعت}}$$

$$t=\frac{5\sqrt{5}m}{5\times10^{-2}}=100\sqrt{5}s$$

در این صورت:

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{5\sqrt{3}}{100\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{100}\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۵۳۳- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:** در شکل روبه‌رو وقتی متحرک (۱) مسیر AC را طی می‌کند، متحرک (۲) مسیر BC را طی کرده و پس از t ثانیه در نقطه‌ی C از کنار هم می‌گذرند. سرعت متحرک (۲)، ۴ برابر سرعت متحرک (۱) است، بنابراین مسیر BC، چهار برابر مسیر AC می‌باشد.



متحرک (۱) وقتی AC را با سرعت v_1 در مدت t طی می‌کند، مسیر AB را که پنج برابر AC است، در 5t طی می‌کند.

راه‌حل دوم: ابتدا معادله‌ی حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه‌ی A می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} x_1 &= v_1 t \\ x_2 &= -v_2 t + AB \end{aligned} \Rightarrow v_1 t = -v_2 t + AB \Rightarrow AB = v_1 t + (4v_1 t) \Rightarrow AB = 5v_1 t$$

زمان به هم رسیدن دو متحرک برابر می‌شود با:

$$t = \frac{AB}{5v_1}$$

از طرفی زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B برابر است با:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{AB}{v_1}$$

اکنون می‌توان t_1 را برحسب t به‌دست آورد:

$$\frac{t_1}{t} = \frac{\frac{AB}{v_1}}{\frac{AB}{5v_1}} \Rightarrow \frac{t_1}{t} = 5 \Rightarrow t_1 = 5t$$

C **۵۳۴- گزینه‌ی ۱** وقتی بوق به صدا در می‌آید، صوت حاصل از آن مسیر ۱۶۰۰ متری تا صخره را با سرعت ثابت $320\frac{m}{s}$ طی می‌کند که زمان طی این مسیر برابر است با $t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1600}{320} \Rightarrow t = 5s$، در این 5s، خودرو به اندازه‌ی $80 \times 5 = 400m$ به جلو می‌آید. و هنگام بازتاب صوت از صخره، فاصله‌ی بین خودرو و صخره $1600 - 400 = 1200$ متر بوده و مدت زمانی که طول می‌کشد تا پژواک به خودرو برسد خواهد شد:

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t' \Rightarrow 1200 = (320 + 80)t' \Rightarrow t' = 3s$$

بنابراین راننده صدای بوق را پس از $5 + 3 = 8s$ می‌شنود.

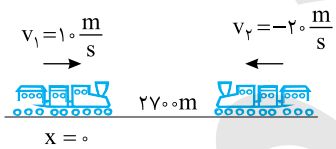
B **۵۳۵- گزینه‌ی ۳** زمان حرکت A از نقطه‌ی P تا Q برابر $4 + 4 = 8s$ است، بنابراین فاصله‌ی PQ به سادگی به‌دست می‌آید:

$$PQ = v_A t \Rightarrow PQ = 5 \times 8 = 40m$$

متحرک B مسیر OQ را که برابر $18 + 40 = 58m$ می‌باشد در مدت 4s طی کرده است، بنابراین سرعت B برابر است با:

$$v_B = \frac{58}{4} = 14/5\frac{m}{s}$$

B **۵۳۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان برخورد دو قطار را حساب می‌کنیم. برای این منظور معادله‌ی حرکت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم.



$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10t = -20t + 2700 \Rightarrow t = 90s$$

در مدت 90s پرنده با سرعت $24\frac{m}{s}$ مسافتی برابر $d = 24 \times 90 = 2160m$ را طی می‌کند.

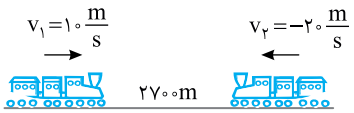
البته برای به‌دست آوردن زمان برخورد دو متحرک به سادگی می‌توان از سرعت نسبی بهره گرفت:

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 2700 = (10 + 20)t \Rightarrow t = 90s$$

سپس مسافت طی شده توسط پرنده را در این بازه‌ی زمانی حساب کرد:

$$d = vt = 24 \times 90 = 2160m$$

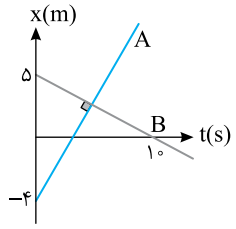
B **۵۳۷- گزینه‌ی ۱** ابتدا زمانی را که طول می‌کشد تا دو قطار به هم برخورد کنند، حساب می‌کنیم. برای این منظور معادله‌ی حرکت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم.



$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10t = -20t + 2700 \Rightarrow t = 90s$$

قطار تندرو در مدت 90s به اندازه‌ی $\Delta x = vt = 20 \times 90 = 1800m$ جابه‌جا می‌شود. پرنده نیز از محل قطار تندرو شروع به پرواز می‌کند، پس جابه‌جایی پرنده نیز ۱۸۰۰ متر است.

B **۵۳۸- گزینه‌ی ۴** شیب نمودار مکان-زمان برابر سرعت متحرک است. از سویی دو نمودار A و B بر هم عمودند، از این‌رو $m_A m_B = -1$ خواهد بود. با توجه به نمودار، شیب خط B را به‌دست می‌آوریم:



$$m_B = \frac{0-5}{10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow v_B = -\frac{1}{2}\frac{m}{s}$$

شیب نمودار A برابر خواهد شد با:

$$m_A = -\frac{1}{m_B} \Rightarrow m_A = 2 \Rightarrow v_A = 2\frac{m}{s}$$

معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

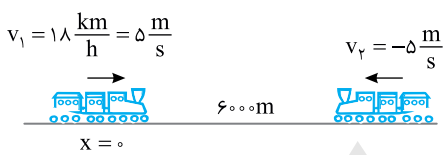
$$\begin{matrix} x_A = 2t-4 \\ x_B = -\frac{1}{2}t+5 \end{matrix} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t-4 = -\frac{1}{2}t+5 \Rightarrow \frac{5}{2}t = 9 \Rightarrow t = 3/6s$$

مکان به هم رسیدن دو متحرک برابر خواهد شد با:

$$x = 2t-4 \Rightarrow x = 7/2-4 = 3/2m$$

C **۵۳۹- گزینه‌ی ۳** اگر مدت زمان حرکت زمان قطار اول t باشد، مدت زمان حرکت قطار قبلی که از ایستگاه دیگر حرکت کرده $t+300$، قطار قبل از آن $t+2\times300$ و قطار nام قبل از آن $t+n\times300$ خواهد بود و مدت زمان حرکت قطاری که بعد از آن حرکت کرده $t-300$ و قطار بعد از آن $t-2\times300$ و قطار nام بعد از آن که از ایستگاه دیگر حرکت کرده $t-n\times300$ خواهد بود.

معادله‌ی حرکت مسافر و قطارهایی که از ایستگاه دیگر از روبه‌رو می‌آیند را می‌نویسیم:



$$\begin{matrix} x_1 = 5t \\ x_2 = -5(t \pm n\times300)+6000 \end{matrix} \xrightarrow{x_1 = x_2} 5t = -5t \mp 1500n + 6000$$

$$10t = 6000 \mp 1500n \Rightarrow \begin{cases} t = 600-150n \\ t' = 600+150n \end{cases}$$

زمان حرکت قطار تا رسیدن به مقصد $t = \frac{6000}{5} = 1200s$ است. اکنون اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را به جای n قرار می‌دهیم و t و t' را حساب می‌کنیم تا زمانی‌که مقدار آن‌ها از ۱۲۰۰s کم‌تر باشد زمان به‌دست آمده قابل قبول است.

$n=1 \Rightarrow t = 600-150 = 450s$ (۱) , $t' = 600+150 = 750s$ (۲)

$n=2 \Rightarrow t = 600-300 = 300s$ (۳) , $t' = 600+300 = 900s$ (۴)

$n=3 \Rightarrow t = 600-450 = 150s$ (۵) , $t' = 600+450 = 1050s$ (۶)

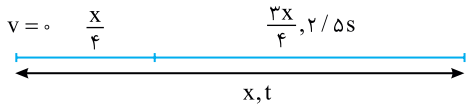
$n=4 \Rightarrow t = 600-600 = 0$, $t' = 1200s$ (۷)

بنابراین در مسیر حرکت مسافر ۷ قطار را خواهد دید.

B **۵۴۰- گزینه‌ی ۳** اگر کل مسیر x باشد، متحرک در مدت ۲/۵ ثانیه‌ی آخر حرکتش جابه‌جایی $\frac{3}{4}x$ مسیر را طی کرده است. بنا به قراری که گذاشته‌ایم، همواره قسمت اول مسیر را که سرعت اولیه‌اش صفر است با تمام مسیر مقایسه می‌کنیم:

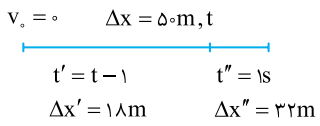
$$\left.\begin{matrix} x = \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{x}{4} = \frac{1}{2}a(t-2/5)^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\frac{x}{4}} = \frac{t^2}{(t-2/5)^2} \Rightarrow 2 = \frac{t}{t-2/5} \Rightarrow t = 5s$$

اکنون می‌توان طول مسیر را به‌دست آورد:



$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}\times2\times5^2 = 25m$$

B **۵۴۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو به کمک معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت ابتدا زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم.



$$\begin{cases}\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 50 = \frac{1}{2}at^2 \\ \Delta x' = \frac{1}{2}at'^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}a(t-1)^2\end{cases} \Rightarrow \frac{50}{18} = \frac{t^2}{(t-1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{t^2}{(t-1)^2} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{t}{t-1} \Rightarrow 5t - 5 = 3t \Rightarrow t = 2/5s$$

سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{50}{2/5} \Rightarrow \bar{v} = 20\frac{m}{s}$$

A **۵۴۲- گزینه‌ی ۴** به کمک معادله‌ی مکان- زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

اگر متحرک در $t = 2s$ در $x = +1m$ باشد، آن‌گاه:

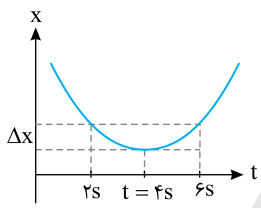
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\begin{matrix} t = 2s \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a \times (2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4s \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a \times (4)^2 + 0 + x_0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a + x_0 = 1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow x_0 = -3m$$

اگر متحرک در $t = 2s$ در $x = -1m$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{matrix} t = 2s \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4s \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 0 + x_0 \end{matrix} \Rightarrow 6a = 14 \Rightarrow a = \frac{7}{3}\frac{m}{s^2} \ , \ x_0 = -\frac{17}{3}m$$

B **۵۴۳- گزینه‌ی ۱** ۲ ثانیه‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t = 2s$ و $t = 4s$ و ۲ ثانیه‌ی سوم یعنی بازه‌ی زمانی بین $t = 4s$ و $t = 6s$. از طرفی در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، مکان تابع درجه ۲ از زمان است و در دو طرف نقطه‌ی رأس سهمی اندازه‌ی جابه‌جایی یکسان است. یعنی $t = 4s$ رأس سهمی است و سرعت متحرک صفر است. در نتیجه:



$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow 8 = \frac{0 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = -32\frac{m}{s}$$

C **۵۴۴- گزینه‌ی ۴** اگر بردار شتاب و بردار جابه‌جایی هم جهت باشند یعنی اگر شتاب و بردار جابه‌جایی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند آن‌گاه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{\text{هر دو مثبت}} +6 = \frac{1}{2} \times (+2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = +1\frac{m}{s}$$

معادله‌ی سرعت - زمان خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t + 1$$

حرکت همواره تند شونده است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{\text{هر دو منفی}} -6 = \frac{1}{2}(-2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = -1\frac{m}{s}$$

معادله‌ی سرعت زمان خواهد شد. $v = -2t - 1$

و چون سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند حرکت همواره تندشونده است.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که بردار شتاب و بردار جابه‌جایی در این دو ثانیه هم جهت نباشد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a>0 \ , \ \Delta x<0} -6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = -5\frac{m}{s}$$

در این صورت معادله‌ی سرعت زمان خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 5$$

بنابراین ابتدا سرعت و شتاب هم علامت نبوده حرکت کندشونده است اما پس از توقف جسم در $t = 2/5s$، حرکت تندشونده می‌شود.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a<0 \ , \ \Delta x>0} 6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = +5\frac{m}{s}$$

در این حالت نیز $v = -2t + 5$ بوده و حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود.

Ⓐ **۵۴۵- گزینه‌ی ۲** به کمک معادله‌ی مکان- زمان جابه‌جایی در قسمت اول را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$$

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\times(+3)(4)^2+(-2)\times(4)=24-8=16m$$

سرعت در انتهای قسمت اول را حساب می‌کنیم.

$$v_1=a_1t_1+v_0\Rightarrow v_1=3\times4+(-2)=10\frac{m}{s}$$

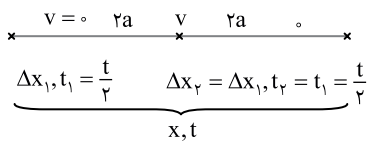
متحرک در قسمت دوم حرکت به مدت ۳s با شتاب $-4\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ حرکت کرده است از این‌رو:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-4)(3)^2+10\times3=-18+30=12m$$

بنابراین جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$\Delta x_t=16+12=28m$$

Ⓑ **۵۴۶- گزینه‌ی ۲**

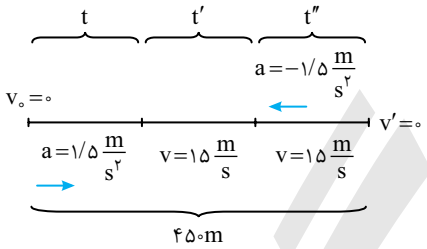


$$\Delta x_1=\frac{1}{2}(2a)t_1^2\Rightarrow\Delta x_1=at_1^2\Rightarrow\Delta x_1=a(\frac{t}{2})^2=\frac{at^2}{4}$$

$$x=\Delta x_1+\Delta x_2=\frac{at^2}{4}+\frac{at^2}{4}=\frac{at^2}{2}\Rightarrow t^2=\frac{2x}{a}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2x}{a}}$$

در حل این تست، از این مطلب استفاده شده است که وقتی شتاب شروع حرکت تا رسیدن به سرعت v با شتاب حرکت کندشونده و رسیدن سرعت از v به صفر مساوی است، در این‌صورت زمان و جابه‌جایی در قسمت تندشونده (اول مسیر) با زمان و جابه‌جایی در قسمت کندشونده (قسمت دوم مسیر) برابر است.

۵۴۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا باید سرعت خودرو به $15\frac{m}{s}$ برسد.



$$v=at+v_0\Rightarrow15=1/5t\Rightarrow t=10s$$

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times1/5\times100=75m$$

سپس با سرعت $15\frac{m}{s}$ با حرکت یکنواخت پیش می‌رود و سرانجام با شتاب $1/5\frac{m}{s^2}$ می‌ایستد، بنابراین:

$$v=at+v_0\Rightarrow0=-1/5t''+15\Rightarrow t''=10s$$

$$\Delta x''=\frac{1}{2}a(t'')^2+vt''\Rightarrow\Delta x''=75\,m$$

در قسمت تندشونده و کندشونده جمعاً $75+75=150m$ جابه‌جایی صورت گرفته است. تمام مسیر ۴۵۰ متر است، پس متحرک ۳۰۰ متر را با سرعت $15\frac{m}{s}$ پیموده است. حال زمان حرکت با سرعت ثابت را به‌دست می‌آوریم: $\Delta x'=vt'\Rightarrow300=15t'\Rightarrow t'=20s$

حداقل زمان حرکت $t_{کل}=10+20+10=40s$ است.

Ⓒ **۵۴۸- گزینه‌ی ۴** شتاب لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی سرعت- زمان نسبت به زمان است.

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\times\frac{dx}{dt}\xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}}a=v\frac{dv}{dx}$$

اکنون شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=(2x)(2)=4x\xrightarrow{x=1}a=4\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۵۴۹- گزینه‌ی ۳** وقتی متحرکی با شتاب a− با حرکت کندشونده می‌ایستد، می‌توان فرض کرد در همان مدت با شتاب a+ از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یعنی می‌توان حرکت در ثانیه‌ی آخر را از سکون بررسی کرد. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow3=\frac{1}{2}a\times1\Rightarrow a=6\frac{m}{s^2}$$

حال برای ۳s اول مسیر کندشونده می‌نویسیم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow33=\frac{1}{2}(-6)\times(3)^2+3v_0\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

C **۵۵۰- گزینه‌ی ۲** جهت حرکت را مثبت می‌گیریم در این صورت سرعت‌ها مثبت و شتاب نیز مثبت خواهد بود زیرا حرکت تندشونده است. سرعت متوسط در مدت ۴s ابتدای حرکت را به‌دست می‌آوریم.

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{16}{4}\Rightarrow \bar{v}=4\,\frac{m}{s}$$

از طرفی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه‌ی صفر تا t برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{1}{2}at+v_0\Rightarrow 4=\frac{1}{2}a\times 4+v_0\Rightarrow 4-v_0=2a\Rightarrow v_0=4-2a$$

می‌دانیم شتاب مثبت است بنابراین عدد ۱ در گزینه‌ی (۲) اگر در رابطه‌ی بالا قرار گیرد v_0 مثبت می‌شود و حرکت تندشونده خواهد بود.

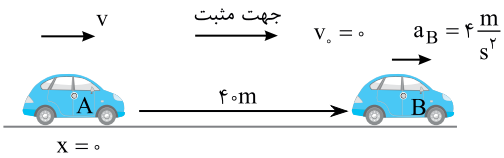
C **۵۵۱- گزینه‌ی ۴** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t تشکیل تصاعد حسابی به قدر نسبت at^2 می‌دهند. از این رو:

$$45-27=at^2\Rightarrow 18=2t^2\Rightarrow t=3s$$

سرعت اولیه خواهد شد:

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=(-2)(9)+v_0\Rightarrow v_0=18\,\frac{m}{s}$$

C **۵۵۲- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:[1]



$$x_A=vt+x_0\Rightarrow x_A=vt$$

$$x_B=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_B=2t^2+40$$

فاصله‌ی دو متحرک را در طول مسیر به‌دست می‌آوریم:

$$x_B-x_A=2t^2+40-vt\Rightarrow \Delta x=2t^2-vt+40$$

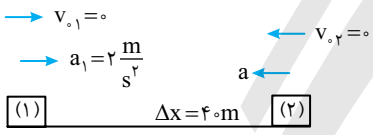
حداقل مقدار یک تابع وقتی است که مشتق آن صفر شود:

$$\frac{d\Delta x}{dt}=4t-v=0\Rightarrow t=\frac{v}{4}$$

در لحظه‌ی $t=\frac{v}{4}$، فاصله‌ی دو متحرک از هم ۸ متر بوده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$8=2\left(\frac{v^2}{16}\right)-\frac{v^2}{4}+40\Rightarrow -32=-\frac{v^2}{8}\Rightarrow v^2=32\times 8=16\times 16\Rightarrow v=16\,\frac{m}{s}$$

B **۵۵۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل می‌توان فرض کرد یکی از آن‌ها ساکن است و دیگری پس از طی مسیر ۴۰m به اولی می‌رسد.



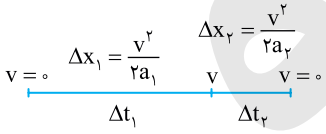
چون شتاب‌ها در خلاف جهت هم هستند:

$$a_{\text{نسبی}}=a_1+a_2=2+a$$

حال می‌توان روابط نسبی را به کار برد.

$$v^2_{\text{نسبی}}-v^2_{0\,\text{نسبی}}=2a_{\text{نسبی}}\Delta x\Rightarrow 20^2-0=2(2+a)\times 40\Rightarrow 400=80(2+a)\Rightarrow a=3\,\frac{m}{s^2}$$

B **۵۵۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل و فرمول مستقل از زمان $v^2-v_0^2=2a\Delta x$:



$$\Delta x_t=\Delta x_1+\Delta x_2\Rightarrow 270=\frac{v^2}{2\times 0/5}+\frac{v^2}{2\times 2/5}\Rightarrow 270=\frac{6v^2}{5}\Rightarrow v^2=225\Rightarrow v=15\,\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} v=a\Delta t+v_0\Rightarrow 15=0/5t_1\Rightarrow \Delta t_1=30\,s \\ v=a\Delta t+v_0\Rightarrow 0=-2/5t_2+15\Rightarrow \Delta t_2=6s \end{cases}\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}}=\Delta t_1+\Delta t_2=36s$$

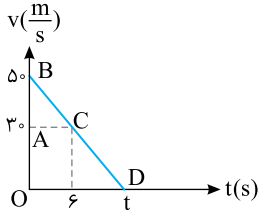
B **۵۵۵- گزینه‌ی ۱** در واقع شما به سادگی می‌توانید این‌گونه استدلال کنید که از چه تابعی مشتق بگیرید تا $v=6t^2-2t$ به‌دست آید که کاملاً مشخص است که مشتق $2t^3$ برابر $6t^2$ و مشتق $-t^2$ برابر $-2t$ می‌شود، بنابراین $x=2t^3-t^2+x_0$ است.

$$x=2t^3-t^2+x_0\Rightarrow \begin{cases} t_1=0\Rightarrow x_1=x_0 \\ t_2=2s\Rightarrow x_2=16-4+x_0=12+x_0 \end{cases}\Rightarrow \Delta x=12m$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{12}{2}=6\,\frac{m}{s}$$

۱- این تست به کمک کاربرد مشتق که در ریاضیات می‌خوانید، قابل حل است.

B **۵۵۶- گزینه‌ی ۳** به کمک تشابه مثلث، t را به‌دست می‌آوریم:

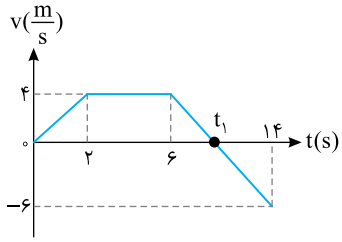


$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{OBD}$$

$$\frac{۵۰}{۲۰}=\frac{t}{۶}\Rightarrow t=۱۵\,s$$

$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}t=\frac{\circ+۵۰}{۲}\times ۱۵=۳۷۵\,m$$

B **۵۵۷- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت در بازه‌ی $t=۶s$ تا $t=۱۴s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$a=\frac{v-v_\circ}{t}=\frac{-۶-۴}{۱۴-۶}=\frac{-۱۰}{۸}=-\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

حال محل برخورد نمودار با محور زمان را که در آن سرعت صفر است به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_\circ\Rightarrow \circ=-\frac{۵}{۴}t+۴\Rightarrow t=\frac{۱۶}{۵}=۳/۲s$$

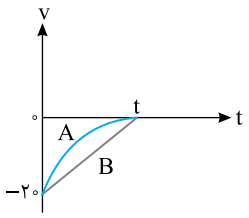
در این صورت $t_۱=۶+۳/۲=۹/۲s$ است و در مدت صفر تا $۹/۲s$ متحرک در جهت مثبت محور و در بازه‌ی $۹/۲s$ تا $۱۴s$ یعنی $۴/۸s$ در خلاف جهت محور در حال حرکت است.

A **۵۵۸- گزینه‌ی ۲**

$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow ۴۰=\frac{۲۰+v_\circ}{۲}\times ۸\Rightarrow v_\circ=-۱۰\frac{m}{s}$$

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}\Rightarrow a=\frac{۲۰-(-۱۰)}{۸}=۳/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

C **۵۵۹- گزینه‌ی ۲** اگر حرکت با شتاب ثابت بود، آن‌گاه سرعت متوسط برابر بود با:

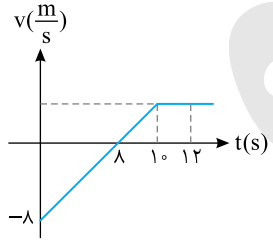


$$\bar{v}=\frac{v+v_\circ}{۲}=-۱۰\frac{m}{s}\Rightarrow |\bar{v}|=۱۰\frac{m}{s}$$

اگر به نمودار دقت کنید، سطح زیر نمودار A در همان بازه‌ی زمانی از سطح زیر نمودار B کم‌تر است یعنی در همان بازه‌ی زمانی، جابه‌جایی کم‌تری طی شده است، بنابراین: $|\bar{v}|<۱۰\frac{m}{s}$

B **۵۶۰- گزینه‌ی ۴** در بازه‌ی صفر تا $۱۰s$ حرکت دارای شتاب ثابت است.

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}=\frac{\circ-(-۸)}{۸}=۱\frac{m}{s^۲}$$



پس سرعت در لحظه‌ی $t_۱=۴s$ و $t_۲=۱۰s$ برابر است با:

$$v=at+v_\circ\Rightarrow v=t-۸\Rightarrow\begin{cases}t=۴s\Rightarrow v_۱=-۴\frac{m}{s}\\ t=۱۰s\Rightarrow v_۲=۲\frac{m}{s}\end{cases}$$

مطابق شکل سرعت در $t=۱۲s$ و $t=۱۰s$ برابر است،

بنابراین:

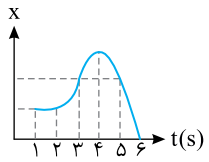
$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۲-(-۴)}{۱۲-۴}=\frac{۶}{۸}=\circ/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

B **۵۶۱- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌ی $t=۱s$ سرعت صفر است، بنابراین:

$$a=\frac{v-v_\circ}{t}\Rightarrow ۲=\frac{\circ-v_\circ}{۱}\Rightarrow v_\circ=-۲\frac{m}{s}$$

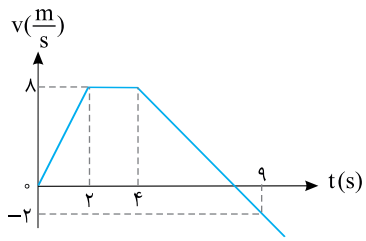
$$x=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_\circ\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۲(۲\times ۳-۱)+(-۲)=۳m$$

B **۵۶۲- گزینه‌ی ۲** در بازه‌ی ۱s تا ۲s متحرک ساکن است، پس سرعت صفر است.



در بازه‌ی ۲s تا ۳s حرکت با شتاب ثابت و مثبت است، پس نمودار سرعت- زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویه‌ی حاده می‌سازد.
در بازه‌ی ۳s تا ۵s چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت- زمان، علامت شتاب را نشان می‌دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت- زمان منفی باشد و با محور زمان زاویه‌ی منفرجه بسازد.
در بازه‌ی ۵s تا ۶s حرکت با سرعت ثابت است.

C **۵۶۳- گزینه‌ی ۲** متحرک از مکان $x_0=-36m$ شروع به حرکت کرده است و برای این‌که متحرک از مبدأ مکان بگذرد باید جابه‌جایی برابر $+36m$ انجام دهد.



سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است.
ابتدا سطح زیر منحنی را در مدت ۴s به‌دست می‌آوریم:

$$0\to 4s \Rightarrow \Delta x=\frac{4+2}{2}\times 8=24\ m$$

بنابراین لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ می‌گذرد، بعد از $t=4s$ رخ می‌دهد و از لحظه‌ی $t=4s$ باید متحرک $36-24=12m$ جابه‌جا شود تا به مبدأ برسد.

شتاب را در بازه‌ی ۴s تا ۹s به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-2-8}{9-4}=-2\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 12=\frac{1}{2}(-2)t^2+8t\Rightarrow t^2-8t+12=0\Rightarrow (t-2)(t-6)=0\Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=6s \end{cases}$$

لحظه‌ی گذر مبدأ برای اولین بار برابر است با: $2+4=6s$
لحظه‌ی $6+4=10s$ مربوط به لحظه‌ای است که متحرک متوقف شده و در برگشت برای دومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

B **۵۶۴- گزینه‌ی ۱** زمان رسیدن دو خودرو به هم را به‌دست می‌آوریم. برای این منظور، معادله‌ی مکان- زمان هر دو را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A=x_B\Rightarrow \frac{1}{2}a_At^2+v_{0A}t+x_{0A}=v_Bt+x_{0B}$$

$$\frac{1}{2}\times 2\times t^2+0+0=17t-42\Rightarrow t^2-17t+42=0\Rightarrow (t-3)(t-14)=0\Rightarrow t=3s\,,\,t=14s$$

با توجه به این‌که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و این که مکان اولیه‌ی B منفی است، گزینه‌ی (۱) درست است.

B **۵۶۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا معادله‌ی حرکت هر جسم را می‌نویسیم:

$$x_B=8t-15$$

$$a_A=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a_A=\frac{8-2}{3}=2\frac{m}{s^2}$$

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_A=t^2+2t+15$$

فاصله‌ی بین دو متحرک برابر خواهد شد با:

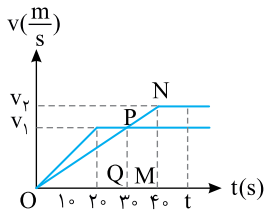
$$x_A-x_B=t^2+2t+15-8t+15$$

$$x_A-x_B=t^2-6t+30=t^2-6t+9+21\Rightarrow x_A-x_B=(t-3)^2+21$$

مقدار این عبارت وقتی کم‌ترین است که $t=3s$ باشد، از این‌رو:

$$(x_A-x_B)_{min}=21$$

B **۵۶۶- گزینه‌ی ۴** با توجه به تشابه مثلث‌های OPQ و ONM می‌توان نوشت:

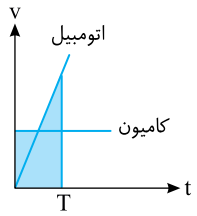


$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{40}{30}\Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{4}{3}$$

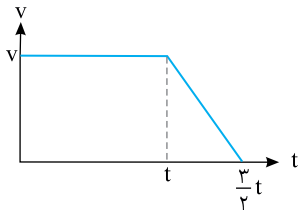
در لحظه‌ی t که دو متحرک به هم می‌رسند، باید سطح زیر نمودارها برابر شود.

$$S_1=S_2\Rightarrow \frac{t+t-20}{2}v_1=\frac{t+t-40}{2}v_2\Rightarrow (2t-20)v_1=(2t-40)\times\frac{4}{3}v_1$$

$$\Rightarrow 2t-20=\frac{4}{3}(2t-40)\Rightarrow t=50s$$



Ⓐ ۵۶۷- گزینه‌ی ۴ برای آن‌که اتومبیل بتواند به کامیون برسد باید سرعتش از کامیون بیش‌تر شود. از طرفی باید سطح بین نمودار سرعت- زمان با محور زمان (جابه‌جایی) برای اتومبیل و کامیون یکسان باشد، بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است.



Ⓐ ۵۶۸- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم، سپس سطح زیر نمودار را به‌دست می‌آوریم:

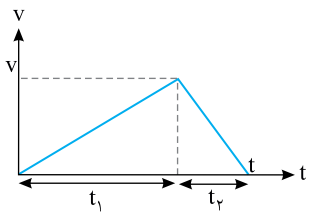
$$\Delta x = S \Rightarrow \Delta x = (t + \frac{3}{2}t) \times \frac{v}{2} = \frac{5}{4}vt$$

سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{5}{4}vt}{\frac{3}{2}t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{5}{6}v$$

راه‌حل دوم: اکنون جابه‌جایی را در هر مرحله به‌دست آورده، با هم جمع می‌کنیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = vt + \frac{v \times \frac{1}{2}t}{2} = \frac{5}{4}vt \quad , \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{5}{4}vt}{\frac{3}{2}t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{5}{6}v$$



Ⓑ ۵۶۹- گزینه‌ی ۳ برای حل این پرسش از نمودار کمک می‌گیریم، ابتدا با توجه به صورت پرسش نمودار سرعت- زمان آسانسور را رسم می‌کنیم. در قسمت اول مسیر:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = at_1 + 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{a} \quad (1)$$

در قسمت دوم مسیر:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-2a)t_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{2a} \quad (2)$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی (۱) و (۲) مشخص می‌شود که $t_2 = \frac{1}{2}t_1$ است. از طرفی $t_1 + t_2 = t$ می‌باشد، بنابراین:

$$t_1 + \frac{t_1}{2} = t \Rightarrow \frac{3}{2}t_1 = t \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3}t$$

اکنون سرعت v را در انتهای قسمت اول مسیر به‌دست می‌آوریم:

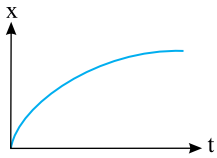
$$v = at_1 \Rightarrow v = a(\frac{2}{3}t) \Rightarrow v = \frac{2}{3}at$$

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی جسم است.

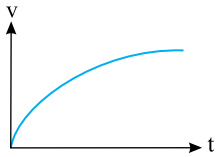
$$h = S = \frac{v \times t}{2} \Rightarrow h = \frac{(\frac{2}{3}at) \times t}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{3}at^2$$

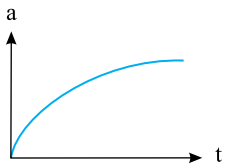
Ⓐ ۵۷۰- گزینه‌ی ۴ نمودار شتاب - زمان نوع حرکت را مشخص نمی‌کند مگر آن‌که سرعت اولیه مشخص باشد.

Ⓑ ۵۷۱- گزینه‌ی ۳ اگر محور b محور مکان باشد، حرکت کندشونده است.



اگر محور b محور سرعت باشد، حرکت قطعاً تندشونده است.



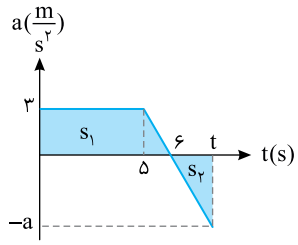


اگر محور b محور شتاب باشد و سرعت اولیه صفر یا مثبت باشد، حرکت تندشونده است و اگر سرعت اولیه منفی باشد، حرکت ابتدا کندشونده است.

در صورت پرسش بیان شده b کدام کمیت می‌تواند باشد که پاسخ آن این است که می‌تواند سرعت و همچنین شتاب باشد.

۵۷۲- گزینه‌ی ۳ هر دو از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین حرکت هر دو تندشونده بوده و متحرک A که دارای شتاب مثبت است در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و متحرک B که دارای شتاب منفی است در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است.

۵۷۳- گزینه‌ی ۲ سطح محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس سرعت اولیه $v_0=0$ است. برای آن‌که متحرک مجدداً متوقف شود باید تغییر سرعت یعنی سطح زیر نمودار صفر شود.



$$\Delta v=0\Rightarrow S_1+S_2=0\Rightarrow \frac{5+6}{2}\times 3=\frac{a\times(t-6)}{2}\Rightarrow a(t-6)=33 \qquad (1)$$

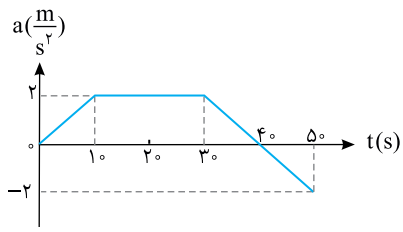
از طرفی طبق تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{3}{a}=\frac{6-5}{t-6}\Rightarrow a=3(t-6) \qquad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$3(t-6)(t-6)=33\Rightarrow (t-6)(t-6)=11\Rightarrow (t-6)^2=11$$
$$\Rightarrow t-6=\sqrt{11}\Rightarrow t=6+\sqrt{11}\,s$$

۵۷۴- گزینه‌ی ۳ متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده است، بنابراین جهت حرکت آن در جهت مثبت محور xها بوده و حرکتش تندشونده است و تا لحظه‌ای که شتاب مثبت است، سرعت در حال افزایش است. بنابراین تا لحظه‌ی $t=40s$ متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و بر سرعتش اضافه می‌شود و در این لحظه سرعت بیش‌ترین مقدار است. اما پس از این لحظه همچنان سرعت مثبت است و شتاب منفی شده و حرکت تا لحظه‌ی $t=50s$ کندشونده است.



۵۷۵- گزینه‌ی ۱ در ابتدا با توجه به فرض پرسش، سرعت منفی و برابر $v_0=-8\frac{m}{s}$ است، از طرفی سطح زیر نمودار شتاب- زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

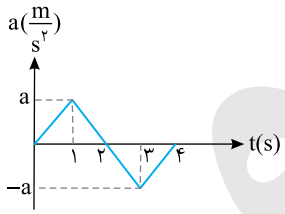
$$0\to 2s\Rightarrow \Delta v=S=\frac{2+1}{2}\times 2=3\frac{m}{s}\xrightarrow{\Delta v=v-v_0}3=v-(-8)\Rightarrow v=-5\frac{m}{s}$$

$$2s\to 4s\Rightarrow \Delta v=S=\frac{2+1}{2}\times 2=3\frac{m}{s}\xrightarrow{\Delta v=v'-v}3=v'-(-5)\Rightarrow v'=-2\frac{m}{s}$$

$$4s\to 5s\Rightarrow \Delta v=S=(-2\times 1)\times\frac{1}{2}=-1\frac{m}{s}\xrightarrow{\Delta v=v''-v'}-1=v''-(-2)\Rightarrow v''=-3\frac{m}{s}$$

بنابراین اندازه‌ی سرعت اولیه از بقیه‌ی لحظه‌های بیان شده بیش‌تر است.

۵۷۶- گزینه‌ی ۱ متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده، پس ابتدا در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. در مدت ۲ ثانیه‌ی اول بر سرعتش افزوده می‌شود زیرا شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. سپس در بازه‌ی ۲ تا ۴ ثانیه شتاب منفی، اما سرعت همچنان مثبت بوده و حرکت در جهت مثبت محور کندشونده است تا لحظه‌ی $t=4s$ که متحرک متوقف می‌شود.



حال به سرعت‌های به‌دست آمده توجه کنید: $t=0\Rightarrow v_0=0$

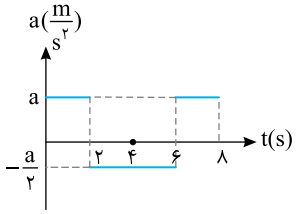
$$t=1s\Rightarrow \Delta v=S=\frac{a\times 1}{2}\xrightarrow{\Delta v=v-v_0}v_1=\frac{a}{2}$$

$$t=2s\Rightarrow \Delta v=S=\frac{a\times 1}{2}=\frac{a}{2}\xrightarrow{v_2-v_1=\frac{a}{2}}v_2=a$$

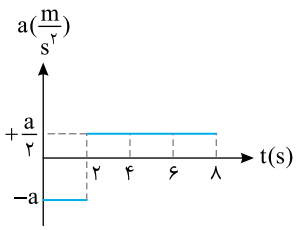
$$t=3s\Rightarrow \Delta v=S=\frac{-a\times 1}{2}=-\frac{a}{2}\xrightarrow{v_3-v_2=-\frac{a}{2}}v_3=\frac{a}{2}$$

$$t=4s\Rightarrow \Delta v=\frac{a\times 1}{2}=S=-\frac{a}{2}\xrightarrow{v_4-v_3=-\frac{a}{2}}v_4=0$$

کاملاً مشخص است که در هر لحظه در بازه‌ی صفر تا ۴s سرعت مثبت است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.



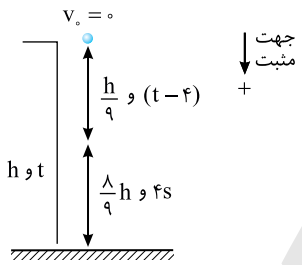
B **۵۷۷- گزینه‌ی ۴** هرگاه متحرک از حال سکون از $x=0$ شروع به حرکت کند، سرعت، شتاب و مکان هم‌علامت هستند. در بازه‌ی صفر تا ۲s متحرک با شتاب مثبت در جهت مثبت در حال دور شدن از مبدأ بوده و مکان در حال افزایش است. در $t=2s$ شتاب منفی می‌شود اما همچنان سرعت مثبت است و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. در بازه‌ی صفر تا ۲s تغییر سرعت $\Delta v=2a$ و در بازه‌ی ۲s تا ۶s تغییر سرعت $\Delta v=-\frac{a}{2}(6-2)=-2a$ می‌شود و سرعت در لحظه‌ی $t=6s$ صفر می‌شود، اما مجدداً در بازه ۶s تا ۸s شتاب مثبت بوده و متحرک در همان جهت مثبت به حرکت خود ادامه می‌دهد و مکان باز زیاد شده و در $t=8s$ فاصله‌ی متحرک از مبدأ از بقیه‌ی لحظات بیش‌تر است.



B **۵۷۸- گزینه‌ی ۳** متحرک از حال سکون $(v_0=0)$ از مبدأ مکان $(x=0)$ در مبدأ زمان $(t=0)$ شروع به حرکت کرده و شتاب ابتدایی حرکت منفی است. بنابراین متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند تا سرعتش به $v_1=-2a$ می‌رسد. در $t=2s$ شتاب مثبت می‌شود اما سرعت همچنان منفی بوده و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه‌ی $t=6s$ سرعت متحرک $v_2=\frac{a}{2}(6-2)+(-2a)=0$ می‌شود. در این لحظه متحرک دارای بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان است از این لحظه به بعد سرعت مثبت شده و متحرک به سوی مبدأ باز می‌گردد و فاصله‌ی متحرک از مبدأ کم می‌شود اما در $t=8s$ به مبدأ نمی‌رسد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۵۷۹- گزینه‌ی ۲** شتاب گرانش در سطح کره‌ی ماه از شتاب گرانش در سطح کره‌ی زمین کم‌تر است. بنابراین زمان سقوط گلوله در سطح ماه از زمان سقوط گلوله در سطح زمین بیش‌تر و سرعت نهایی گلوله در سطح کره‌ی ماه از سرعت نهایی در سطح کره‌ی زمین کم‌تر است.

B **۵۸۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به داده‌های پرسش، شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم که نشان می‌دهد گلوله در ۴ ثانیه‌ی آخر سقوطش ۸ برابر کل مسافت قبل از آن، جابه‌جا شده است.

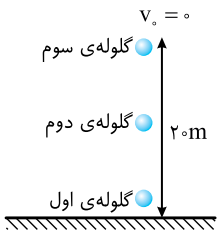


$$\left.\begin{array}{l} h=\frac{1}{2}gt^2 \\ \frac{h}{9}=\frac{1}{2}g(t-4)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{h}{\frac{h}{9}}=\frac{t^2}{(t-4)^2} \Rightarrow 9=\frac{t^2}{(t-4)^2} \Rightarrow 3=\frac{t}{t-4}$$

$$\Rightarrow 3t-12=t \Rightarrow 2t=12 \Rightarrow t=6s$$

$$h=\frac{1}{2}\times 9/8\times(6)^2 \Rightarrow h=176/4\ m$$

۵۸۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا زمان رسیدن گلوله‌ی اول به زمین را به‌دست می‌آوریم:

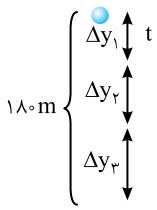


$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20=\frac{1}{2}\times 10\times t^2 \Rightarrow t=2s$$

گلوله‌ها در بازه‌های زمانی یکسان رها شده‌اند، بنابراین وقتی پس از ۲s گلوله‌ای به زمین می‌رسد، گلوله‌ی دوم ۱ ثانیه در حال سقوط است.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y=\frac{1}{2}\times 10\times 1 \Rightarrow \Delta y=5m$$

در نتیجه فاصله گلوله‌ی دوم از سطح زمین $20-5=15m$ است.



C **۵۸۲- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:** در حرکت با شتاب ثابت، در بازه‌های زمانی یکسان t، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد حسابی با قدرنسبت at^2 می‌دهند. تنها گزینه‌ی (۴) تصاعد حسابی است.

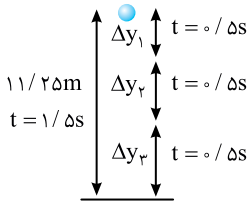
راه‌حل دوم: ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -180=-\frac{1}{2}\times 10t^2 \Rightarrow t=6s$$

پس بازه‌های زمانی $t=\frac{6}{3}=2s$ است.

با توجه به این مطلب که در سقوط آزاد، گلوله در ثانیه‌ی اول ۵ متر و در ثانیه‌ی دوم ۱۵ متر و در ثانیه‌ی سوم ۲۵ متر و... سقوط می‌کند، می‌توان نوشت: $\Delta y_1=5+15=20m$, $\Delta y_2=25+35=60m$, $\Delta y_3=45+55=100m$

۵۸۳- گزینه‌ی ۲ (C) ابتدا زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 11/25=\frac{1}{2}\times 10t^2 \Rightarrow t^2=2/25 \Rightarrow t=1/5s$$

که بازه‌ی زمانی $\frac{1/5}{3}=0/5s$ را باید بررسی کنیم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_1=\frac{1}{2}\times 10(0/5)^2=1/25m$$

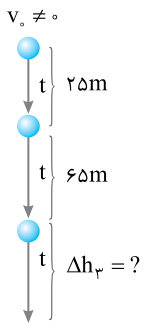
برای $0/5s$ دوم باید مکان را در لحظه‌های $0/5s$ و $1s$ به‌دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_2=\frac{1}{2}\times 10(1)^2-\frac{1}{2}\times 10(0/5)^2=3/75m$$

برای $0/5s$ سوم باید مکان را در لحظه‌ی $1/5s$ و $1s$ به‌دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_3=\frac{1}{2}\times 10(1/5)^2-\frac{1}{2}\times 10(1)^2=6/25m$$

۵۸۴- گزینه‌ی ۱ (B) **راه‌حل اول:** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. یعنی تفاضل هر دو جابه‌جایی متوالی مقدار ثابتی است. در این صورت:



$$\Delta h_3-65=65-25 \Rightarrow \Delta h_3=105m$$

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t \Rightarrow 25=5t^2+v_0t$$

راه‌حل دوم:

$$65+25=5(2t)^2+v_0(2t) \Rightarrow 90=20t^2+2v_0t$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول مقدار v_0 و t را به‌دست می‌آوریم.

$$-2\times\begin{cases}25=5t^2+v_0t\\90=20t^2+2v_0t\end{cases} \Rightarrow 40=10t^2 \Rightarrow t=2s \quad , \quad v_0=2/5\frac{m}{s}$$

اکنون کل جابه‌جایی را به‌دست آورده و ۹۰ متر را از آن کم می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}\times 10(6)^2+2/5\times 6=180+15=195m$$

$$\Delta h_3=195-90=105m$$

۵۸۵- گزینه‌ی ۳ (B) وقتی گلوله در هوا پرتاب می‌شود، هنگام رفت و برگشت بخشی از انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل می‌شود، بنابراین در هر نقطه‌ی برگشت، سرعت گلوله از سرعت آن در همان نقطه هنگام رفت کم‌تر است، در نتیجه زمان رفت از سطح زمین تا اوج کوتاه‌تر از زمان برگشت از اوج تا سطح زمین است و گزینه‌ی (۳) پاسخ درست می‌باشد.

۵۸۶- گزینه‌ی ۲ (B) جهت پرتاب مشخص نیست. برای حل سؤال جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم. جابه‌جایی در ثانیه‌ی t اُم در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست از رابطه‌ی $\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0$ به‌دست می‌آید که در امتداد قائم آن را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

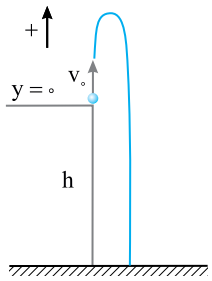
$$\Delta y_{(t)}=-\frac{1}{2}g(2t-1)+v_0$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{L ابه L ایی در ثانیه ی دوم}\ \Delta y_{(2)}=-\frac{1}{2}g(2\times 2-1)+v_0\\ \text{L ابه L ایی در ثانیه ی اول}:\ \Delta y_{(1)}=-\frac{1}{2}g(2\times 1-1)+v_0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta y_{(2)}}{\Delta y_{(1)}}=\frac{-\frac{3}{2}g+v_0}{-\frac{1}{2}g+v_0} \Rightarrow 2=\frac{-\frac{3}{2}g+v_0}{-\frac{1}{2}g+v_0}$$

$$\Rightarrow -g+2v_0=-\frac{3}{2}g+v_0 \Rightarrow v_0=-\frac{1}{2}g \Rightarrow v_0=-5\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت $5\frac{m}{s}$ و رو به پایین است.

۵۸۷- گزینه‌ی ۱ (B) در یک حرکت با شتاب ثابت همواره جابه‌جایی‌هایی که در ثانیه‌های متوالی توسط متحرک طی می‌شود، یک تصاعد حسابی با قدرنسبت شتاب تشکیل می‌دهند. پس شتاب این حرکت همان $a=d_{(3)}-d_{(2)}=3/26$ است. بنابراین سقوط در مجاورت سطح زمین نبوده است.



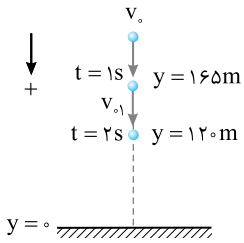
Ⓑ ۵۸۸- گزینه‌ی ۱ زمان رسیدن گلوله به اوج برابر است با: $t_{اوج}=\frac{v_0}{g}$

اکنون با قرار دادن زمان $t=3t_{اوج}$ در معادله‌ی مکان- زمان، h را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow -h=-\frac{1}{2}g(9\frac{v_0^2}{g^2})+v_0(3\frac{v_0}{g})$$

$$\Rightarrow -h=-\frac{9}{2}\frac{v_0^2}{g}+3\frac{v_0^2}{g}=-\frac{3}{2}\frac{v_0^2}{g}\Rightarrow h=3\frac{v_0^2}{2g}$$

می‌دانیم ارتفاع اوج برابر $H=\frac{v_0^2}{2g}$ است، بنابراین $h=3H$ می‌شود.



Ⓒ ۵۸۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل روبه‌رو که از روی داده‌های پرسش رسم شده است، مشخص می‌شود که گلوله در مدت 1s از مکان 165m به مکان ۱۲۰ متری می‌رود و جابه‌جایی ۴۵ متر را در مدت یک ثانیه طی کرده است.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$45=5\times1+v_{01}\times1\Rightarrow v_{01}=40\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه‌ی پرتاب رو به پایین برابر است با: $v=gt+v_0\Rightarrow 40=10\times1+v_0\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$

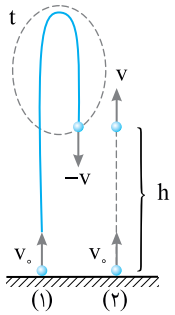
در مدت یک ثانیه‌ی اول گلوله به مقدار زیر جابه‌جا شده است: $\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow \Delta y=5\times1+30\times1\Rightarrow \Delta y=35\,m$

بنابراین ارتفاع h از سطح زمین برابر است با: $h=35+165\Rightarrow h=200\,m$

اکنون زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 200=5t^2+30t$

$$t^2+6t-40=0\Rightarrow t=-3\pm\sqrt{9+40}=-3\pm7\Rightarrow t=4\,s$$

(در حل این پرسش، جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.)



Ⓒ ۵۹۰- گزینه‌ی ۱ هنگامی که دو گلوله از کنار هم می‌گذرند، مطابق شکل گلوله‌ی اول در راه برگشت و گلوله‌ی دوم در راه رفت بوده و اندازه‌ی سرعت لحظه‌ای آن قرینه‌ی هم است.

حرکت دو گلوله دارای شتاب ثابت است و در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط برابر $\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}$ می‌باشد.

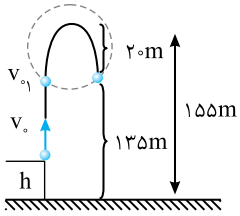
با توجه به فرض پرسش سرعت متوسط یکی از آن‌ها، ۲ برابر اندازه‌ی سرعت متوسط دیگری است، هنگامی دو گلوله از کنار هم می‌گذرند، جابه‌جایی هر دو یکی است.

بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}\bar{v}_1=\frac{h}{\Delta t_1}\\ \bar{v}_2=\frac{h}{\Delta t_2}\\ \Delta t_1>\Delta t_2\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}\bar{v}_1<\bar{v}_2\Rightarrow \bar{v}_2=2\bar{v}_1\Rightarrow \frac{v_0+v}{2}=2\frac{v_0+(-v)}{2}\\ v_0+v=2v_0-2v\Rightarrow v_0=3v\Rightarrow 18=3v\Rightarrow v=6\frac{m}{s}\end{array}$$

اختلاف زمانی حرکت دو متحرک برای رسیدن به محل گذر آن‌ها از کنار هم برابر زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول از محل گذر تا اوج و برگشت به محل گذر است. بنابراین:

$$t=\frac{2v}{g}\Rightarrow t=\frac{2\times6}{10}\Rightarrow t=1/2\,s$$



C **۵۹۱- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی نقطه‌ای که گلوله پس از ۴s از آن می‌گذرد تا اوج، ۱۵۵−۱۳۵=۲۰m است. محلی که با خط‌چین مشخص شده را به عنوان یک حرکت پرتاب در راستای قائم در نظر می‌گیریم.

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow 20=\frac{v_{0_1}^2}{20}\Rightarrow v_{0_1}^2=400\Rightarrow v_{0_1}=20\frac{m}{s}$$

حال سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم. گلوله یک‌بار هنگام رفت از نقطه‌ی موردنظر می‌گذرد و یک‌بار هنگام برگشت:

$$v=-gt+v_0\Rightarrow\begin{cases}20=-40+v_0\Rightarrow v_0=60\frac{m}{s}\\-20=-40+v_0\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}\end{cases}$$

یک‌بار مسأله را با $v_0=60\frac{m}{s}$ و بار دیگر با $v_0=20\frac{m}{s}$ حل می‌کنیم. (سطح زمین را مبدأ در نظر می‌گیریم)

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+h\Rightarrow 135=-5(4)^2+60\times4+h\Rightarrow h=-25m$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+h\Rightarrow 135=-5\times(4)^2+20\times4+h\Rightarrow h=135\,m$$

محل پرتاب ۲۵m زیر سطح زمین بوده است.

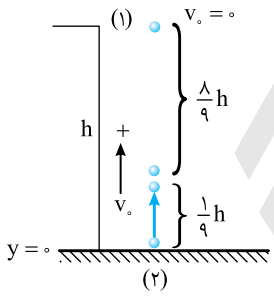
محل پرتاب ۱۳۵m بالای سطح زمین بوده است.

B **۵۹۲- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک گلوله‌ی B، ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم: (جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.)

$$v^2-v_0^2=2gy\Rightarrow 900-0=20h\Rightarrow h=45m$$

$$v^2-v_0^2=2gy\Rightarrow 2500-v_0^2=20\times45\Rightarrow v_0=40\frac{m}{s}$$

C **۵۹۳- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:



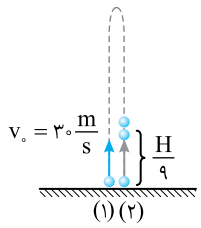
$$\begin{cases}y_1=-\frac{1}{2}gt^2+h\\y_2=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\end{cases}\Rightarrow y_1=y_2\Rightarrow h=v_0t\Rightarrow t=\frac{h}{v_0}\qquad(1)$$

با قرار دادن $t=\frac{h}{v_0}$ در معادله‌ی حرکت، h را برحسب v_0 به‌دست آورده و در رابطه‌ی دوم قرار می‌دهیم:

$$y_2=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow\frac{h}{9}=-\frac{1}{2}g\frac{h^2}{v_0^2}+v_0\left(\frac{h}{v_0}\right)\Rightarrow\frac{1}{2}g\frac{h^2}{v_0^2}=\frac{8h}{9}\Rightarrow h=\frac{16v_0^2}{9g}\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)}t=\frac{\frac{16v_0^2}{9g}}{v_0}=\frac{16v_0}{9g}$$

B **۵۹۴- گزینه‌ی ۲** گلوله‌ی اول در t_1 ثانیه در هنگام برگشت و گلوله‌ی دوم در t_2 ثانیه در هنگام رفت به $\frac{H}{9}$ می‌رسند. کافی است مشخص کنیم که گلوله‌ی اول در چه زمان‌هایی از $\frac{H}{9}$ می‌گذرد و سپس زمان‌های حاصل را از هم کم کنیم.



$$H=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow H=\frac{900}{20}=45m\Rightarrow h=\frac{H}{9}=\frac{45}{9}=5m$$

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 5=-5t^2+30t\Rightarrow t^2-6t+1=0\Rightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9-1}}{1}$$

$$\Rightarrow t=3\pm2\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}t_1=3+2\sqrt{2}\\t_2=3-2\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\Delta t=t_1-t_2=3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}s$$

B **۵۹۵- گزینه‌ی ۱** جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

لحظه‌ای فاصله‌ی دو گلوله بیشینه است که گلوله‌ی اول به زمین رسیده است.

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125=5t_1^2 \Rightarrow t_1=5s$$

در این لحظه گلوله‌ی دوم به اندازه‌ی $125-80=45m$ سقوط کرده است.

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45=5t_2^2 \Rightarrow t_2=3s$$

بنابراین گلوله‌ی دوم باید $5-3=2s$ بعد از اولی رها شود.

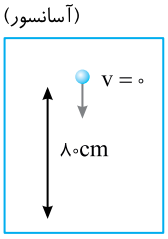
B **۵۹۶- گزینه‌ی ۲** ارتفاع بالن در مدت $10s$ از سطح زمین و سرعت بالن در این لحظه را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow h=50a \quad , \quad v=at+v_0 \Rightarrow v=10a$$

سرعت اولیه‌ی کیسه‌ی شن در لحظه‌ی رها شدن برابر سرعت بالن در آن لحظه است یعنی $v_0=10a$ خواهد بود. معادله‌ی مکان-زمان را برای کیسه‌ی شن می‌نویسیم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \xrightarrow{v_0=10a\,,\,y_0=50a} 0=-5\times 25+(10a)\times(5)+50a \Rightarrow a=\frac{125}{100}=1/25\,\frac{m}{s^2}$$

B **۵۹۷- گزینه‌ی ۲** هنگام رهاشدن گلوله، سرعت اولیه‌ی گلوله نسبت به آسانسور صفر بوده و شتاب حرکت گلوله نسبت به آسانسور، همان شتاب گرانش (g) است، بنابراین معادله‌ی سقوط گلوله نسبت به آسانسور خواهد شد:

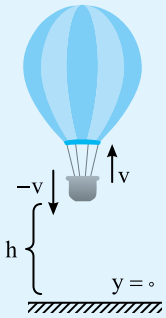


$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0/8=\frac{1}{2}\times 10\,t^2 \Rightarrow t=0/4\,s$$

مسأله **بالنی با سرعت ثابت v در حال سقوط است. در لحظه‌ای که فاصله‌ی آن تا سطح زمین h است، اگر گلوله‌ای با سرعت دو برابر v نسبت به بالن، در امتداد قائم رو به بالا پرتاب شود و پس از $2s$ (از لحظه‌ی پرتاب) بالن و گلوله هم‌زمان به سطح زمین برسند:**

الف) معادله‌ی مکان - زمان بالن و معادله‌ی مکان - زمان گلوله را نسبت به سطح زمین بنویسید.

ب) سرعت v و ارتفاع h را به‌دست آورید. $(g=10\frac{m}{s^2})$



راه‌حل: چون سرعت نسبی گلوله نسبت به بالن $2v$ است، پس سرعت آن نسبت به ناظر زمینی برابر است با:

$$v_{\text{نسبی}}=v_{\text{بالن}}+v_{\text{گلوله}} \Rightarrow 2v=v+v_{\text{گلوله}} \Rightarrow v_{\text{گلوله}}=v$$

الف)

معادله‌ی حرکت بالن $y_1=-vt+h$

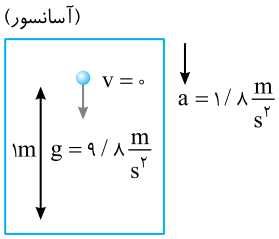
معادله‌ی حرکت گلوله $y_2=-\frac{1}{2}gt^2+vt+h$

ب)

$$y_1=y_2 \Rightarrow -vt+h=-5t^2+vt+h \Rightarrow 5t^2=2\,vt \xrightarrow[\text{فرض مسأله}]{t=2s} v=5\,\frac{m}{s}$$

$$y_1=-vt+h \Rightarrow 0=-5\times 2+h \Rightarrow h=10\,m$$

این مسأله درک شما را از کاربرد سرعت نسبی در مسائل بالا می‌برد.



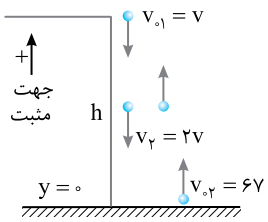
B **۵۹۸- گزینه‌ی ۲** هرگاه شتاب دو متحرک هم‌جهت باشند، اندازه‌ی شتاب نسبی آن‌ها برابر با تفاضل اندازه‌ی شتاب دو متحرک است. هنگام رهاشدن گلوله، سرعت اولیه‌ی گلوله نسبت به آسانسور صفر می‌باشد، از طرفی گلوله پس از رهاشدن تحت تأثیر گرانش زمین با شتاب $۹/۸\frac{m}{s^۲}$ سقوط می‌کند و شتاب آسانسور در همان جهت و برابر با $۱/۸\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، بنابراین شتاب گلوله نسبت به آسانسور برابر با $a=۹/۸-۱/۸=۸\frac{m}{s^۲}$ خواهد بود. اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، سرعت نسبی گلوله در برخورد به کف آسانسور را به‌دست می‌آوریم

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v^۲-۰=۲\times۸\times۱\Rightarrow v=۴\frac{m}{s}$$

B **۵۹۹- گزینه‌ی ۲** شتاب دو گلوله یکسان و برابر g و رو به پایین است. بنابراین شتاب نسبی آن‌ها $a=|a_۱-a_۲|=۰$ بوده و دو متحرک نسبت به هم دارای حرکت یکنواخت بوده و سرعت آن‌ها نسبت به هم برابر $(v_۰+v_۰)=۲v_۰$ است. در این صورت:

$$\Delta y=v_{\text{نسبی}}t\ \Rightarrow\ \Delta y=۲v_۰t$$

C **۶۰۰- گزینه‌ی ۳** در مدت t که دو متحرک به هم می‌رسند، سرعت گلوله‌ی اول از v به ۲v رسیده است. بنابراین:



$$v=-gt+v_۰\Rightarrow-۲v=-gt-v\Rightarrow t=\frac{v}{g}\quad(۱)$$

معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t$$

$$\left.\begin{array}{l}y_۱=-\frac{۱}{۲}gt^۲-vt+h\\ y_۲=-\frac{۱}{۲}gt^۲+۶vt\end{array}\right\}\xrightarrow{y_۱=y_۲}-\frac{۱}{۲}gt^۲-vt+h=-\frac{۱}{۲}gt^۲+۶vt\Rightarrow h=۷vt\quad(۲)$$

مقدار t را از رابطه‌ی (۱) در رابطه‌ی (۲) قرار می‌دهیم:

$$h=۷vt\xrightarrow{t=\frac{v}{g}}h=\frac{۷v^۲}{g}$$

ارتفاع اوج گلوله‌ی دوم برابر است با:

$$H=\frac{(۶v)^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۳۶v^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۱۸v^۲}{g}$$

بنابراین:

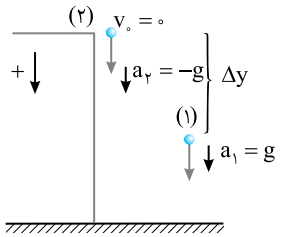
$$\frac{H}{h}=\frac{\frac{۱۸v^۲}{g}}{\frac{۷v^۲}{g}}\Rightarrow\frac{H}{h}=\frac{۱۸}{۷}\Rightarrow H=\frac{۱۸}{۷}h$$

B **۶۰۱- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** معادله‌ی مکان- زمان دو گلوله را نوشته از هم کم می‌کنیم، گلوله‌ی دوم t ثانیه بعد از گلوله‌ی اول رها شده است.

$$y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲-\frac{۱}{۲}gt_۲^۲\Rightarrow y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}g[t_۱^۲-(t_۱-t)^۲]$$

$$\Delta y=y_۱-y_۲=\frac{۱}{۲}g(t_۱^۲-t_۱^۲+۲t_۱t-t^۲)=\frac{۱}{۲}g(۲t_۱t-t^۲)$$

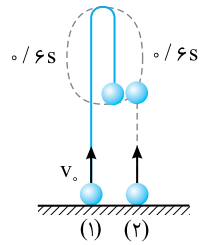
در رابطه‌ی بالا t اختلاف زمانی رهاشدن دو گلوله، مقدار ثابتی است. با گذشت زمان و زیاد شدن $t_۱$، فاصله‌ی دو گلوله در حال افزایش می‌باشد.



راه‌حل دوم: حرکت دو متحرک نسبت به هم یکنواخت است، زیرا شتاب آن‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت بوده و شتاب نسبی آن‌ها صفر می‌باشد.

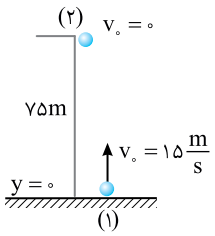
$$a_{\text{نسبی}}=|a_1-a_2|=|g-g|=0$$

وقتی گلوله‌ی اول رها می‌شود و به سرعت v می‌رسد، گلوله‌ی دوم آغاز به حرکت می‌کند و با گذشت زمان فاصله‌ی بین دو گلوله زیاد می‌شود. $\Delta y\uparrow=vt\uparrow$



Ⓐ **۶۰۲- گزینه‌ی ۱** زمان رفت و برگشت در ارتفاع محل تلاقی برابر ۱/۲s است. در این صورت برای گلوله‌ی اول از ارتفاع اوج تا محل تلاقی در مدت ۰/۶s داریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow\Delta y=\frac{1}{2}\times10(0/6)^2\Rightarrow\Delta y=1/8m$$



Ⓑ **۶۰۳- گزینه‌ی ۱** زمان رسیدن دو گلوله به هم را به‌دست می‌آوریم:

$$y_1=y_2\Rightarrow-\frac{1}{2}gt^2+15t=-\frac{1}{2}gt^2+0+75\Rightarrow t=5s$$

اکنون به نظر می‌رسد که کافی است y را به‌دست آوریم:

$$y_1=-\frac{1}{2}gt^3+v_0t\Rightarrow y_1=-5\times25+15\times5=y_1=-50m$$

اما y منفی شده است یعنی باید از سطح زمین پایین‌تر رفت علت چیست؟

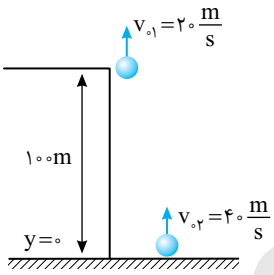
دقت کنید زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول برابر است با:

$$T=\frac{2v_0}{g}\Rightarrow T=\frac{2\times1/5}{10}\Rightarrow T=3s<5s$$

زمان سقوط گلوله‌ی دوم نیز برابر است با:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow-75=-5t^2\Rightarrow t=\sqrt{15}\simeq3/8s<5s$$

یعنی قبل از آن‌که دو گلوله به هم برسند، گلوله اول به سطح زمین برخورد می‌کند یعنی مکان رسیدن دو گلوله به هم سطح زمین، $y=0$ است.



Ⓒ **۶۰۴- گزینه‌ی ۴** سطح زمین را مبدأ در نظر گرفته و جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم و زمان حرکت هر یک از گلوله‌ها از لحظه‌ی پرتاب تا رسیدن به مکان +۷۵ متری مبدأ را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0$$

$$75=-5t_1^2+20t_1+100\Rightarrow t_1^2-4t_1-5=0\Rightarrow(t_1+1)(t_1-5)=0\Rightarrow t_1=5s$$

حال زمان گلوله‌ی دوم را حساب می‌کنیم:

$$75=-5t_2^2+40t_2\Rightarrow t_2^2-8t_2+15=0\Rightarrow(t_2-3)(t_2-5)=0\Rightarrow t_2=3s\,,\,t_2=5s$$

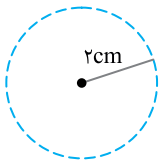
گلوله‌ی اول پس از ۵s به مکان ۷۵ متری می‌رسد و گلوله‌ی دوم در لحظه‌های t=۳s و t=۵s از مکان ۷۵ متری می‌گذرد. اگر گلوله‌ی دوم هم‌زمان با گلوله‌ی اول پرتاب شود، در t=۵s از کنار هم در ارتفاع ۷۵ متری می‌گذرند. در حالی که هر دو روبه پایین در حرکت هستند.

اگر گلوله‌ی دوم ۵−۳=۲s بعد از اولی پرتاب شود، اولی در حال حرکت روبه پایین و دومی در حال حرکت روبه بالا در ارتفاع ۷۵ متری از کنار هم می‌گذرند.

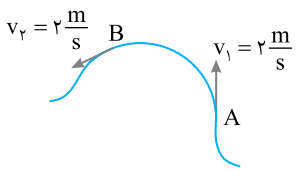
Ⓐ **۶۰۵- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی ۶/۲۵ متری محل پرتاب می‌تواند بالای محل پرتاب و همچنین زیر محل پرتاب باشد، محل پرتاب را مبدأ در نظر می‌گیریم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow6/25=-5t^2+15t\Rightarrow t^2-3t+1/25=0\Rightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9-5}}{2}\Rightarrow\begin{cases}t_1=0/5s\\t_2=2/5s\end{cases}$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow-6/25=-5t^2+15t\Rightarrow t^2-3t-1/25=0\Rightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9+5}}{2}=\frac{3+\sqrt{14}}{2}s$$



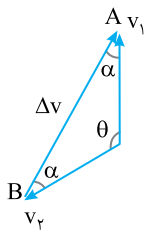
Ⓐ **۶۰۶- گزینه‌ی ۴** در صورت پرسش بیان شده متحرکی در ابتدا در ۲ متری مبدأ قرار دارد اما محل آن مشخص نیست. زیرا ۲ متری مبدأ یک دایره به مرکز مبدأ و شعاع ۲ متر است.
وقتی مکان اولیه مشخص نیست، محل نهایی متحرک نیز مشخص نخواهد بود.



Ⓑ **۶۰۷- گزینه‌ی ۴** اندازه‌ی سرعت $2\frac{m}{s}$ است اما مسیر حرکت مشخص نیست اگر مسیر حرکت خط راست بوده و جهت حرکت تغییر نکند جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است اما اگر مسیر حرکت خط راست نباشد، جابه‌جایی و مسافت طی شده برابر نیست و گزینه ی (۱) نادرست است.

متحرک می‌تواند با سرعت $2\frac{m}{s}$ روی مسیر خمیده حرکت کند مانند حرکت یک خودرو با سرعت $2\frac{m}{s}$ هنگام چرخش به دور میدان شهر که حرکت شتاب‌دار است اما اندازه‌ی سرعت ثابت است. بنابراین گزینه‌ی (۲) نادست است.

اگر متحرک با سرعت $2\frac{m}{s}$ یک مسیر را برود و با همان سرعت به محل اول برگردد جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط صفر است و گزینه‌ی (۳) نادرست است.
اما در مورد گزینه‌ی (۴) به تحلیل داده شده دقت کنید.
بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است.
بردارهای هم سنگ سرعت را از یک نقطه رسم می‌کنیم.



زاویه‌ی بین ساق‌ها و قاعده‌ی مثلث تشکیل شده برابر است با: $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$

وقتی که $B\to A$ می‌رود و B بر A منطبق می‌شود θ به سمت صفر رفته و $\alpha=\frac{\pi}{2}$ می‌شود و بردار تغییر سرعت بر بردار سرعت در هر لحظه و در هر نقطه عمود می‌شود.

Ⓑ **۶۰۸- گزینه‌ی ۴** می‌دانیم که سرعت، مشتق مکان نسبت به زمان است، بنابراین برای یافتن معادله‌ی مکان- زمان متحرک‌های A و B از خود می‌پرسیم که از کدام عبارت جبری باید مشتق بگیریم تا این معادلات به‌دست آید. به‌طور مثال سرعت متحرک A به‌صورت $\vec{v}_A=2\vec{i}+6t\vec{j}$ است، در نتیجه باید از عبارت $\vec{r}_A=2t\vec{i}+3t^2\vec{j}+r_0$ مشتق بگیریم و یا برای به‌دست آوردن $\vec{v}_B=4t\,\vec{i}+12\,\vec{j}$ باید از معادله‌ی $\vec{r}_B=2t^2\vec{i}+12t\vec{j}+r_0$ مشتق بگیریم. در صورت پرسش بیان شده که دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان می‌گذرند، بنابراین r_0 در هر دو معادله‌ی مکان- زمان صفر است. برای برخورد دو متحرک با هم باید در یک لحظه مکان‌های آن‌ها یکسان باشد. در نتیجه:

$$\vec{r}_A=\vec{r}_B\Rightarrow 2t\,\vec{i}+3t^2\vec{j}=2t^2\vec{i}+12t\,\vec{j}$$

دو بردار وقتی مساوی هستند که بردارهای آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشد.

$$2t=2t^2\Rightarrow t=0,\ t=1s$$

$$3t^2=12t\Rightarrow t=0,\ t=4s$$

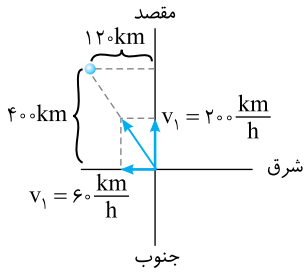
بنابراین در هیچ لحظه‌ای بردار مکان دو متحرک یکی نمی‌شود و با هم برخورد نمی‌کنند.

Ⓑ **۶۰۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا بردار شتاب متوسط در بازه‌ی ۲s تا ۴s را به‌دست می‌آوریم:

$$t_1=2s\Rightarrow\vec{v}_1=2\vec{i}+8\vec{j}\quad,\quad t_2=4s\Rightarrow\vec{v}_2=8\vec{i}+16\vec{j}\quad,\quad \bar{\vec{a}}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}=\frac{6\vec{i}+8\vec{j}}{4-2}=3\vec{i}+4\vec{j}$$

زاویه‌ی بردار شتاب متوسط با محور x ها خواهد شد:

$$\tan\alpha=\frac{a_y}{a_x}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{4}{3}$$

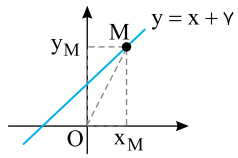


B **۶۱۰- گزینه‌ی ۳** در واقع هواپیما وقتی به سوی شمال جهت‌گیری می‌کند، باد آن را به سمت غرب نیز جابه‌جا می‌کند.

$$y = v_1 t \Rightarrow y = ۲۰۰ \times ۲ = ۴۰۰km$$

$$x = v_2 t \Rightarrow x = ۶۰ \times ۲ = ۱۲۰km$$

C **۶۱۱- گزینه‌ی ۴**



$$OM^2 = x_M^2 + y_M^2 \Rightarrow ۱۳^2 = x^2 + (x+۷)^2 \Rightarrow ۱۳^2 = x^2 + x^2 + ۱۴x + ۴۹$$

$$\Rightarrow ۲x^2 + ۱۴x - ۱۲۰ = ۰ \Rightarrow x^2 + ۷x - ۶۰ = ۰$$

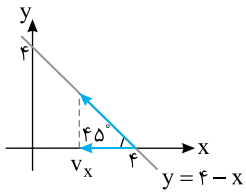
$$\Rightarrow x = \frac{-۷ \pm \sqrt{۴۹ + ۲۴۰}}{۲} \Rightarrow x = \frac{-۷ \pm ۱۷}{۲} \Rightarrow x_1 = ۵m \quad , \quad x_2 = -۱۲m$$

پس در دو نقطه، فاصله‌ی ذره از مبدأ مختصات ۱۳ متر است.

$$(x_1 = ۵ \ , \ y_1 = ۱۲) \Rightarrow \vec{r} = ۵\vec{i} + ۱۲\vec{j}$$

$$(x_1 = -۱۲ \ , \ y_2 = -۵) \Rightarrow \vec{r} = -۱۲\vec{i} - ۵\vec{j}$$

B **۶۱۲- گزینه‌ی ۴** با توجه به معادله‌ی مسیر حرکت $y = ۴ - x$، شیب خط ۱- بوده و با محور xها زاویه‌ی ۱۳۵° می‌سازد، بنابراین مؤلفه‌ی x سرعت برابر است با:

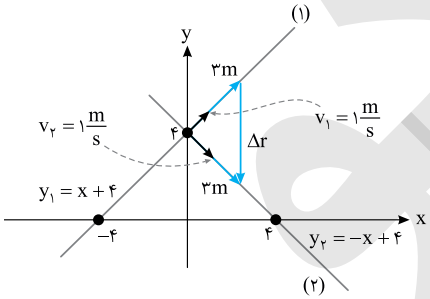


$$v_x = v\cos ۱۳۵^\circ = ۱۰ \times \frac{-\sqrt{۲}}{۲} = -۵\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v_x t = -۵\sqrt{۲} \times ۵ = -۲۵\sqrt{۲}m$$

البته متحرک می‌تواند رو به پایین نیز حرکت کند، در این صورت سرعت آن در امتداد محور xها، $+۵\sqrt{۲}\frac{m}{s}$ و جابه‌جایی‌اش در راستای محور xها $+۲۵\sqrt{۲}m$ خواهد بود.

B **۶۱۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل متحرک بر مسیر (۱) و متحرک بر مسیر (۲) در مدت ۳s، ۳m جابه‌جا می‌شود.



$$\Delta r_1 = ۳ \times ۱ = ۳m$$

$$\Delta r_2 = ۳ \times ۱ = ۳m$$

$$\Delta r = \sqrt{۳^2 + ۳^2} = ۳\sqrt{۲}m$$

روش دیگر به کمک سرعت نسبی:

ابتدا سرعت نسبی دو متحرک را با توجه به شکل به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = v_{\text{نسبی}} = ۲v\sin\frac{\alpha}{۲} = ۲ \times ۱ \times \sin ۴۵^\circ = \sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

$$\Delta r = v_{\text{نسبی}}\, t = \sqrt{۲} \times ۳ = ۳\sqrt{۲}m$$

روش سرعت نسبی و اصولاً این نوع تست‌ها و مسأله‌ها برای درک بهتر بیان شده است تا دانش‌پژوه در مورد مسیر حرکت و حرکت در صفحه دید بهتری پیدا کند.

B **۶۱۴- گزینه‌ی ۴** ابتدا معادله‌های شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow a_x=2\frac{m}{s^2}\quad,\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow a_y=3t^2-15t+12$$

حرکت روی محور x ها دارای شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ است. بنابراین هنگامی شتاب کم‌ترین مقدار را دارد که مقدار آن روی محور y ها، کم‌ترین مقدار باشد، یعنی صفر شود.

$$a_y=0\Rightarrow 3t^2-15t+12=0\Rightarrow t^2-5t+4=0\Rightarrow\begin{cases}t=1s\\t=4s\end{cases}$$

B **۶۱۵- گزینه‌ی ۴** ابتدا از معادله‌ی مسیر نسبت به زمان، مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dy}{dt}=-2x\frac{dx}{dt}+4\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_y=-2xv_x+4v_x$$

$$x=\frac{1}{2}\Rightarrow v_y=-2(\frac{1}{2})v_x+4v_x\Rightarrow v_y=3v_x$$

$$v^2=v_x^2+v_y^2\Rightarrow 400=v_x^2+9v_x^2\Rightarrow 400=10v_x^2\Rightarrow v_x^2=40\Rightarrow\begin{cases}v_x=2\sqrt{10}\frac{m}{s}\ ,\ v_y=6\sqrt{10}\frac{m}{s}\\v_x=-2\sqrt{10}\frac{m}{s}\ ,\ v_y=-6\sqrt{10}\frac{m}{s}\end{cases}$$

در گزینه‌ی (۴) $\vec{v}=2\sqrt{10}\vec{i}+6\sqrt{10}\vec{j}$ وجود دارد.

B **۶۱۶- گزینه‌ی ۱** مختصات هر نقطه از نمودار باید در تابع صدق کند.

$$y=ax^2+bx+c\qquad\begin{cases}x=0\\y=-4\end{cases}\Rightarrow -4=0+0+c\Rightarrow c=-4$$

$$\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}\Rightarrow 0=a+b-4\quad(1)$$

$$\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}\Rightarrow 0=16a+4b-4\quad(2)$$

$$\xrightarrow{(2)\ ,\ (1)}a=-1\ ,\ b=5$$

پس معادله‌ی مسیر خواهد شد: $y=-x^2+5x-4$

از طرفی با قرار دادن $(x=1,y=0)$ و $(x=4,y=0)$ و تطبیق با نمودار، می‌توان گزینه‌ی (۱) را تأیید کرد.

B **۶۱۷- گزینه‌ی ۴** حرکت بدون سرعت اولیه با شتاب ثابت بوده و معادله‌ی حرکت آن روی هر یک از محورهای x و y خواهد شد:

$$x=\frac{1}{2}a_xt^2+v_{0x}t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times 2t^2+0-3\Rightarrow x=t^2-3\qquad(1)$$

$$y=\frac{1}{2}a_yt^2+v_{0y}t+y_0\Rightarrow y=\frac{1}{2}\times(-6)t^2+0+4\Rightarrow y=-3t^2+4\qquad(2)$$

بین دو معادله‌ی (۱) و (۲)، t را حذف می‌کنیم.

$$x=t^2-3\Rightarrow t^2=x+3$$

$$y=-3t^2+4\Rightarrow y=-3(x+3)+4\Rightarrow y=-3x-5$$

Ⓒ **۶۱۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$y=2t^2-4t+1 \Rightarrow y=2(t^2-2t+4)-7 \xrightarrow{x=t^2-2t+4} y=2x-7$$

مسیر خط راست است.

مکان متحرک را در ابتدای بازه $(t=0)$ و انتهای بازه $(t=2s)$ به‌دست می‌آوریم. اکنون

$$t=0 \Rightarrow \begin{cases} x=+4\,m \\ y=+1\,m \end{cases}$$

$$t=2s \Rightarrow \begin{cases} x=4-2\times2+4=4\,m \\ y=8-8+1=+1\,m \end{cases}$$

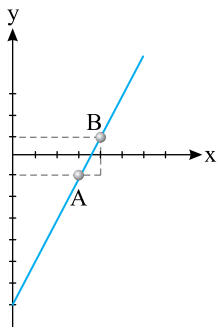
مشخص می‌کنیم در این بازه متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟

$$v_x=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v_x=2t-2 \xrightarrow{v_x=0} t=1s$$

$$v_y=\frac{dy}{dt} \Rightarrow v_y=4t-4 \xrightarrow{v_y=0} t=1s$$

در لحظه‌ی $t=1s$ متحرک متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد، مکان تغییر جهت را مشخص می‌کنیم.

$$t=1s \Rightarrow \begin{cases} x=1-2+4=3\,m \\ y=2-4+1=-1\,m \end{cases}$$



با توجه به محاسبه‌های بالا متحرک از مکان $\vec{r}_0=4\vec{i}+\vec{j}$ به مکان $\vec{r}=3\vec{i}-\vec{j}$ رفته و سپس در این مکان متوقف شده و بازمی‌گردد و مجدداً در لحظه‌ی $t=2s$ به مکان $\vec{r}=4\vec{i}+\vec{j}$ می‌رود.

طول AB برابر است با:

$$AB=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\,m$$

متحرک در بازه‌ی صفر تا $2s$ از نقطه‌ی B به نقطه‌ی A رفته و به نقطه‌ی B بازمی‌گردد و مسافت $2\sqrt{5}$ متر را طی می‌کند.

Ⓑ **۶۱۹- گزینه‌ی ۱** از دو طرف معادله‌ی مسیر نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dy}{dt}=2x\frac{dx}{dt} \Rightarrow v_y=2xv_x \xrightarrow{v_x=1\frac{m}{s}} v_y=2\times2\times1 \Rightarrow v_y=4\frac{m}{s}$$

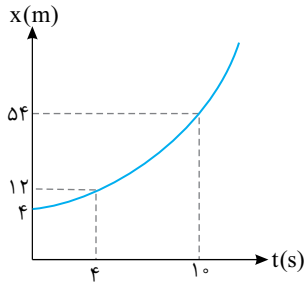
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \Rightarrow v=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}\frac{m}{s}$$

آزمون پاسخنامه‌ی فصل اول

۱- دوچرخه‌سواری روی یک جاده‌ی افقی $۳۰km$ به‌طرف شرق رکاب می‌زند، سپس ۶۰° به طرف شمال پیچیده و $۳۰km$ نیز در این جهت طی می‌کند. اندازه‌ی جابه‌جایی دوچرخه سوار در طی این مسیر چند کیلومتر است؟

۱) ۶۰ ۲) $۳۰\sqrt{۳}$ ۳) ۳۰ ۴) $۱۰\sqrt{۳}$

۲- اگر شکل مقابل نمودار مکان- زمان متحرکی باشد، سرعت متوسط این متحرک درکل مسیر، چند برابر سرعت متوسط آن در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت است؟ (آزاد-۸۶)



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۵

۳- دو اتومبیل هم‌زمان با سرعت‌های ثابت $۲۰\frac{km}{h}$ و $۳۰\frac{km}{h}$ از دو شهر به سوی هم شروع به حرکت کرده و پس از ۱/۵ ساعت از کنار هم می‌گذرند. اتومبیل کندرو فاصله‌ی دو شهر را در چه مدت طی می‌کند؟

۱) $۳h$ و $۴۵min$ ۲) $۳h$ و $۷۵min$ ۳) $۲h$ و $۴۰min$ ۴) $۲h$ و $۳۵min$

۴- متحرکی روی خط راست، مسافتی را با سرعت ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ در مدت t و همان مسافت را با سرعت $۶\frac{m}{s}$ در مدت $(t+۲)$ ثانیه می‌پیماید. این مسافت چند متر بوده است؟

۱) ۳۴ ۲) ۶۰ ۳) ۳۶ ۴) ۳۰

۵- گلوله‌ای با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ به مانع سختی برخورد کرده و با سرعت $۵\frac{m}{s}$ از روی مانع، در همان راستا باز می‌گردد. اگر مدت زمان برخورد گلوله به مانع $۰/۲s$ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲۵ ۲) صفر ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

۶- ذره‌ای روی خط راست و با شتاب ثابت، پس از پیمودن جابه‌جایی x، سرعتش از $۵\frac{m}{s}$ به $۷\frac{m}{s}$ می‌رسد. در ادامه‌ی مسیر پس از پیمودن $۲x$ دیگر، اندازه‌ی سرعت آن به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) $\sqrt{۹۷}$ ۴) $\sqrt{۴۶}$

۷- متحرکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در مدت t، جابه‌جایی x را با شتاب ثابت طی می‌کند، این متحرک در چه کسری از t، جابه‌جایی $\frac{۳x}{۴}$ آخر مسیر را طی می‌کند؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۸- متحرکی که بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت شروع به‌حرکت می‌کند، در ثانیه‌ی سوم حرکتش جابه‌جایی چند برابر جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی اول می‌پیماید؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

۹- متحرکی از حال سکون با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ از یک نقطه روی خط راست به راه می‌افتد، $۵s$ بعد متحرک دیگری از همان نقطه به دنبال اولی با سرعت $۵\frac{m}{s}$ می‌گذرد. چند ثانیه پس از حرکت متحرک دوم این دو متحرک به هم می‌رسند؟

۱) ۱۰ ۲) ۸
۳) به هم نمی‌رسند. ۴) گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند.

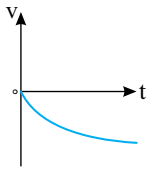
۱۰- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=-t^{۲}+۶t+۲۰$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کندشونده است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۵)

۱) $t<۳$ ۲) $t<۴$ ۳) $۶<t$ ۴) $۳<t<۶$

۱۱- قطاری با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ در حرکت است. نزدیک یک ایستگاه، راننده حرکت آن را کند می‌کند و در ایستگاه متوقف می‌شود. اگر میزان کاهش سرعت در هر ثانیه ۱/۶ متر بر ثانیه باشد، از چه مسافتی برحسب متر نسبت به ایستگاه، راننده‌ی قطار شروع به کند کردن حرکت آن کرده است؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۱۲۵۰ ۴) ۲۵۰۰

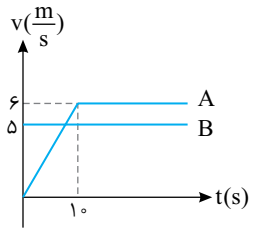
۱۲- در شکل روبه‌رو نمودار سرعت- زمان متحرکی که بخشی از یک سهمی است، رسم شده است. کدام گزینه در مورد آن درست است؟



۱) تندشونده با شتاب ثابت ۲) تندشونده با شتاب متغیر

۳) کندشونده با شتاب ثابت ۴) کندشونده با شتاب متغیر

۱۳- نمودار سرعت - زمان دو متحرک که هر دو از یک نقطه هم‌زمان روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



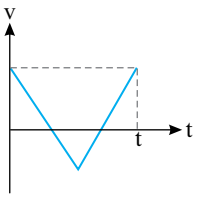
۱) ۱۰

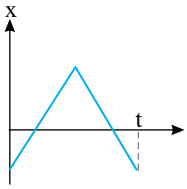
۲) ۲۰

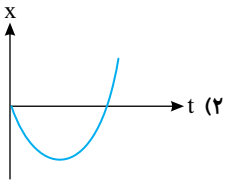
۳) ۳۰

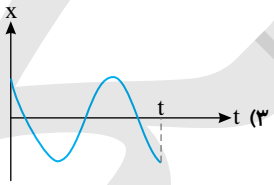
۴) ۴۰

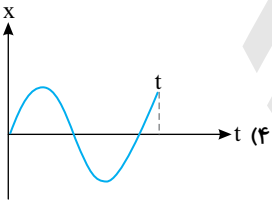
۱۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به شکل روبه‌رو است. نمودار مکان - زمان آن کدام می‌تواند باشد؟



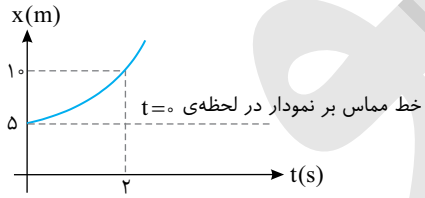
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۵- نمودار مکان - زمان متحرکی بر مسیر مستقیم قسمتی از سهمی به شکل روبه‌رو است. شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه خواهد بود؟



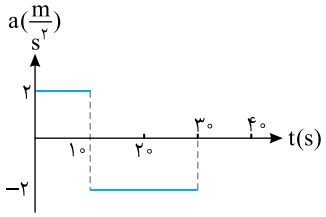
۱) ۰/۴

۲) ۱/۲۵

۳) ۰/۸

۴) ۲/۵

۱۶- نمودار شتاب- زمان متحرکی که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، به‌صورت روبه‌رو است. در مدت ۳۰ ثانیه حرکت، کدام گزینه درست است؟



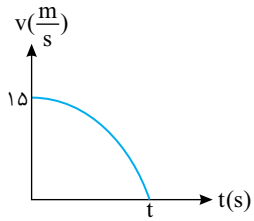
۱) تندشونده سپس کندشونده

۲) همواره تندشونده

۳) تندشونده سپس کندشونده و در خاتمه تندشونده

۴) کندشونده سپس تندشونده

۱۷- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور xها حرکت کرده است مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط در بازه‌ی صفر تا t بر حسب متر بر ثانیه، کدام یک از مقدارهای زیر می‌تواند باشد؟



۱) ۷/۵
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۱۶

۱۸- گلوله‌ی کوچکی از ارتفاعی بالای سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود و ۸۰ متر آخر سقوط را در مدت ۲s می‌پیماید. ارتفاع سقوط چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ (سراسری تجربی- ۸۳)

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۲۵۰

۱۹- سنگی را در شرایط خلأ با سرعت $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. چند ثانیه پس از پرتاب، سرعت سنگ به $5\frac{m}{s}$ به سمت پایین می‌رسد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ (آزاد ریاضی- ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۲/۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۲۰- گلوله‌ای را از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی v_0 در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از گذشت ۳/۵ ثانیه سرعت گلوله $4/9\frac{m}{s}$ رو به پایین است، ارتفاع اوج گلوله چند متر است؟ $(g=9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۴۴/۱ ۲) ۴۵ ۳) ۹۰ ۴) ۸۸/۲

۲۱- در شرایط خلأ، دو گلوله را از یک نقطه با سرعت اولیه‌ی $40\frac{m}{s}$ و با اختلاف زمانی ۲s در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. این دو گلوله در چند متری نقطه‌ی پرتاب به هم می‌رسند؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۴۰ ۲) ۴۵ ۳) ۳۵ ۴) ۷۵

۲۲- معادله‌ی حرکت ذره‌ای در صفحه‌ی xoy در SI، به صورت $\begin{cases} x=2t^3 \\ y=2t^3 \end{cases}$ است. در چند متری مبدأ بزرگی شتاب متحرک $6\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) ۰/۵ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $3\sqrt{2}$

۲۳- معادله‌ی حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=3t+1$ و $y=t^2+t+3$ است. بردار شتاب متوسط این جسم بین دو لحظه‌ی $t_1=2s$ و $t_2=3s$ کدام است؟

۱) $2\vec{j}$ ۲) $2\vec{i}+2\vec{j}$ ۳) $5\vec{i}$ ۴) $3\vec{i}+5\vec{j}$

۲۴- در جابه‌جایی از مکان $\vec{r}_1=\vec{i}+2\vec{j}$ به مکان $\vec{r}_2=-3\vec{i}+6\vec{j}$ در SI سرعت متوسط متحرک $\vec{v}=-\vec{i}+\vec{j}$ است. زمان این جابه‌جایی چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۵- معادله‌ی حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=6t$ و $y=2t^2+1$ است. بزرگی سرعت این جسم در لحظه‌ی $t=2s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

نشر الكو

فصل دوم

دینامیک

فصل دوم: دینامیک

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ **۶۲۰- گزینه‌ی ۳** بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند (تعادل ایستا)، اگر در حال حرکت است، به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل پویا).

Ⓑ **۶۲۱- گزینه‌ی ۴** تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لختی جسم می‌گوییم.
در واقع وقتی خودرو با سرعت v روی خط راست در حرکت است، شما نیز روی خط راست با سرعت v در حرکت هستید. وقتی خودرو دور می‌زند، شما بنابر قانون اول نیوتون تمایل دارید بر مسیر مستقیم حرکت کنید و به سمت خارج پیچ متمایل می‌شوید.
قانون اول نیوتون را اصل اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

Ⓐ **۶۲۲- گزینه‌ی ۴** قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو، شتابی می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

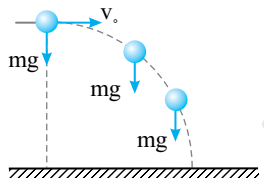
وقتی بر جسم نیروی خارجی خالصی وارد شود، بنابه قانون دوم نیوتون $(\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m})$، جسم شتاب می‌گیرد.

تست: جسمی دارای شتاب است. با توجه به این جمله کدام گزینه‌ی زیر در مورد آن قطعاً صادق می‌باشد؟

۱) بی‌وزن نیست. **۲)** در حال سقوط است. **۳)** در حال حرکت است. **۴)** نیرویی بر آن اثر می‌کند.

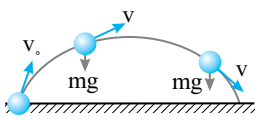
پاسخ: هرگاه جسم دارای شتاب باشد، قطعاً نیرویی بر آن اثر می‌کند که به جسم شتاب می‌دهد. $(\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m})$
بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۶۲۳- گزینه‌ی ۲** بنابه قانون دوم نیوتون، هرگاه جسم تحت تأثیر یک نیروی خارجی خالص باشد، جسم دارای شتاب است. بنابراین وقتی جسمی را روبه بالا پرتاب می‌کنیم در اوج، سرعت جسم صفر است، اما در آن نقطه بر جسم نیروی وزن (mg) وارد می‌شود. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و جسم در تعادل قرار ندارد.



Ⓐ **۶۲۴- گزینه‌ی ۴** چگونگی حرکت جسم پس از وارد آمدن نیرو، به سرعت اولیه‌ی جسم و زاویه‌ای که نیرو با راستای سرعت اولیه می‌سازد، بستگی دارد.
اگر جسم ساکن باشد و بر آن یک نیرو وارد شود، جسم در راستای نیرو شروع به حرکت می‌کند و اگر نیرو تغییر جهت ندهد، حرکت جسم روی خط راست است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.
اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مثلاً گلوله‌ای که در شرایط خلأ از یک بلندی مطابق شکل، به‌طور افقی پرتاب شود، نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی و رو به پایین است، اما مسیر حرکت خمیده است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.
اگر نیرو بر مسیر حرکت در هر نقطه عمود باشد (همان‌طور که در فصل حرکت‌شناسی بیان شد)، بزرگی سرعت جسم ثابت می‌ماند، زیرا نیرو در راستای سرعت که مماس بر مسیر است، مؤلفه‌ای ندارد و در نتیجه بزرگی سرعت ثابت می‌ماند. بنابراین گزینه‌ی (۳) نیز درست است.

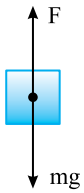
Ⓐ **۶۲۵- گزینه‌ی ۳** به حرکت پرتابی در شرایط خلأ دقت کنید، در طول مسیر برآیند نیروهای وارد بر جسم همان نیروی وزن mg است که رو به پایین است و جسم در راستای برآیند نیروها حرکت نمی‌کند، اما در هر لحظه بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است.
دقت کنید وقتی که جسم سرعت اولیه نداشته باشد قطعاً در جهت برآیند نیروها حرکت می‌کند.
اما اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مانند شکل بالا ممکن است که جهت نیرو و راستای حرکت یکسان نباشد.



Ⓐ **۶۲۶- گزینه‌ی ۴** برآیند نیروهای وارد بر جسم، تنها شتاب حرکت را مشخص می‌کند و در مورد جهت حرکت جسم به تنهایی اطلاعاتی نمی‌دهد. مثلاً اگر حرکت روی خط راست بوده و حرکت تندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم هم‌جهت هستند و اگر حرکت کندشونده باشد، سرعت حرکت و نیروی وارد بر جسم در خلاف جهت هم هستند. اگر مسیر خمیده باشد، نیروی وارد بر جسم و سرعت جسم با هم زاویه می‌سازند، بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ **۶۲۷- گزینه‌ی ۴** به جمله‌ها و عبارت‌های تست دقت کنید. «در تماس توپ با زمین» نه قبل و نه بعد از تماس توپ با زمین و «نیروی وارد بر توپ» نه نیروی وارد بر سطح، بنابراین از لحظه‌ی شروع تماس توپ با زمین بر توپ نیرویی رو به بالا وارد شده و آن‌را از حرکت می‌اندازد و سپس این نیروی رو به بالا، توپ را مجدداً رو به بالا هُل می‌دهد.

Ⓐ **۶۲۸- گزینه‌ی ۱** جسم در حال سقوط آزاد است و به آن نیروی وزن mg وارد می‌شود برای آن‌که حرکت آن کندشونده شود و متوقف گردد باید نیروی F رو به بالا بر آن وارد شود که این نیرو باید از W بزرگ‌تر باشد و باعث توقف جسم شود.



نیروی گرانش: بین دو جرم، یک نیروی ربایشی وجود دارد که به آن نیروی گرانش گویند.

قانون جهانی گرانش: نیروی گرانش بین دو جسم با حاصل‌ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

میدان گرانش: در اطراف هر جسم خاصیتی وجود دارد که بر اجسام دیگر نیرو وارد می‌کند. این میدان را میدان گرانش می‌گویند. میدان گرانش کمیت برداری است و برابر با نیروی گرانش وارد بر یکای جرم است.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

میدان گرانش یک جسم به جرم M و در فاصله‌ی r از آن برابر است با:

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

میدان گرانش در سطح سیاره برابر است با:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

که در آن M جرم سیاره و R شعاع سیاره است.

Ⓐ **۶۲۹- گزینه‌ی ۴** بنابر قانون سوم نیوتون، هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی F− را وارد می‌کند. بنابراین نقطه‌ی اثر نیروهای کنش و واکنش متفاوت است، به همین علت بررسی برآیند آن‌ها اصولاً مفهوم فیزیکی ندارد.

دقت کنید در گزینه‌ی (۳) بیان شده است که برآیند نیروی کنش و واکنش صفر نیست درحالی که این دو نیرو، برآیند ندارند که صفر و یا غیرصفر باشد.

Ⓐ **۶۳۰- گزینه‌ی ۲** قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی F− را وارد می‌کند.

بنابه قانون سوم نیوتون، نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد می‌شوند و بررسی برآیند آن‌ها مفهوم فیزیکی ندارد.

هنگام پرتاب موشک، موشک بر گازهای خروجی‌اش نیرویی رو به عقب (رو به پایین) وارد می‌کند. بنابه قانون سوم نیوتون گازهای خروجی به موشک نیرویی روبه جلو (رو به بالا) وارد می‌کنند که سبب حرکت موشک می‌شود.

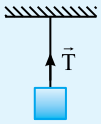
Ⓐ **۶۳۱- گزینه‌ی ۲** بر جسمی که در هوا سقوط می‌کند، دو نیروی وزن و نیروی اصطکاک هوا وارد می‌شود.

واکنش نیروی وزن که توسط زمین بر جسم وارد می‌شود، بنابه قانون سوم نیوتون توسط جسم بر زمین وارد می‌شود.

نیروی اصطکاک توسط هوا بر جسم وارد می‌شود، بنابه قانون سوم نیوتون واکنش آن نیرویی است که توسط جسم بر هوا وارد می‌شود.

Ⓐ **۶۳۲- گزینه‌ی ۳** نیروی وزن نیرویی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود. بنابه قانون سوم نیوتون واکنش این نیرو توسط جسم بر کره‌ی زمین وارد می‌شود.

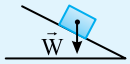
تست: در شکل روبه‌رو، واکنش نیروی کشش T کدام گزینه است؟



۱) نیروی وزن جسم رو به پایین
۲) نیرویی که جسم بر نخ رو به پایین وارد می‌کند.
۳) نیرویی که نخ بر سقف رو به پایین وارد می‌کند.
۴) نیرویی که سقف بر نخ رو به بالا وارد می‌کند.

پاسخ: با توجه به شکل، نیروی کشش T توسط نخ بر وزنه رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین واکنش آن نیرویی است که وزنه بر نخ رو به پایین وارد می‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: در شکل روبه‌رو، جسم روی سطح ساکن است. واکنش نیروی وزن جسم کدام است؟



۱) نیروی عمودی تکیه‌گاه N
۲) نیروی اصطکاک f_s
۳) نیرویی که جسم بر سطح رو به پایین وارد می‌کند.
۴) نیرویی که جسم بر کره‌ی زمین وارد می‌کند.

پاسخ: نیروی وزن، نیرویی است که توسط کره‌ی زمین بر جسم وارد می‌شود، بنابراین واکنش آن نیرویی است که جسم بر کره‌ی زمین وارد می‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۶۳۳- گزینه‌ی ۴** قانون اول نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

- در واقع تمایل اجسام به حفظ وضع موجود، موضوع قانون اول نیوتون است.

در پاسخ به این پرسش باید به مفهوم لختی و جرم بپردازیم. جسم بنا به قانون اول نیوتون در مقابل تغییر سرعت از خود مقاومت نشان می‌دهد، یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند. به این مقاومت، لختی گویند.

اگر نخ پایینی را به سرعت بکشیم، لختی وزنه مانع حرکت کردن وزنه شده و نخ از پایین وزنه پاره می‌شود. اما اگر نخ پایینی را به آرامی پایین بکشیم، نیروی F و وزن وزنه با هم جمع شده و نخ از قسمت بین وزنه و سقف یعنی از قسمت بالایی پاره می‌شود.

B **۶۳۴- گزینه‌ی ۴** گزینه‌ی (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.

B **۶۳۵- گزینه‌ی ۱** دستگاه در حال حرکت است و وزنه‌ی M_1 رو به پایین حرکت می‌کند. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر M_1 رو به پایین است و $T<M_1g$ می‌باشد. در واقع نخ بر M_1، نیرویی کم‌تر از M_1g وارد می‌کند، بنابه قانون سوم نیوتون، M_1 نیز نیرویی برابر T، که کوچک‌تر از M_1g است بر نخ وارد می‌کند.

با استدلال بالا گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست است.

در مورد گزینه‌ی (۴) باید گفت که وزنه‌ی M_1 بر وزنه‌ی M_2 نیرویی وارد نمی‌کند. پس گزینه‌ی (۱) درست است.

A **۶۳۶- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت جسم را به‌دست آوریم:

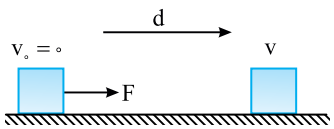
$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{10-5}{2}=2/5\,\frac{m}{s^2}\quad,\quad F=ma\Rightarrow 5=m(2/5)\Rightarrow m=2kg$$

A **۶۳۷- گزینه‌ی ۱** نیروی وارد بر جسم ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. جسم از حال سکون $v_0=0$ در مدت t سرعتش به v رسیده است. چون شتاب ثابت است پس تغییر سرعت در بازه‌های زمانی یکسان t ثابت است، بنابراین همین مدت طول می‌کشد تا سرعت از v به 2v برسد.

A **۶۳۸- گزینه‌ی ۳** شتاب، مشتق دوم مکان نسبت به زمان است، بنابراین:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=3t^2-12\quad,\quad a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=6t\xrightarrow{t=1s}a=6\,\frac{m}{s^2}\quad,\quad F=ma\Rightarrow F=2\times 6=12N$$

B **۶۳۹- گزینه‌ی ۱** بنا به قانون دوم نیوتون:



$$F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}$$

به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، v را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v^2-0=2(\frac{F}{m})d\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2Fd}{m}}$$

B **۶۴۰- گزینه‌ی ۴** چون نیروها ثابت هستند، پس شتاب‌ها ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow a=\frac{2\Delta x}{t^2}$$

$$\begin{cases}F_1=m_1a_1\Rightarrow F_1=m_1\dfrac{2\Delta x}{t_1^2}\\ F_2=m_2a_2\Rightarrow F_2=m_2\dfrac{2\Delta x}{t_2^2}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_1}{F_2}=\frac{m_1t_2^2}{m_2t_1^2}$$

A **۶۴۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\vec F=m\vec a\Rightarrow\vec i-\frac{1}{2}\vec j=0/5\times\frac{\vec v_2-2\vec i-\vec j}{2}\quad,\quad 4\vec i-2\vec j=\vec v_2-2\vec i-\vec j\Rightarrow\vec v_2=6\vec i-\vec j\quad,\quad|\vec v_2|=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}\,\frac{m}{s}$$

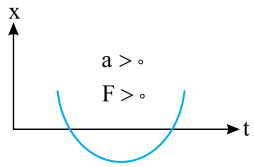
A **۶۴۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا بردار شتاب را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:

$$\vec F=M\vec a\Rightarrow 3\vec i+\vec j=0/5\vec a\Rightarrow\vec a=6\vec i+2\vec j$$

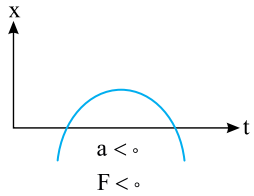
اکنون با توجه به تعریف شتاب، بردار سرعت نهایی را حساب می‌کنیم:

$$\vec a=\frac{\vec v_2-\vec v_1}{t}\Rightarrow 6\vec i+2\vec j=\frac{\vec v_2-(\vec i+\vec j)}{2}\Rightarrow 12\vec i+4\vec j=\vec v_2-\vec i-\vec j\Rightarrow v_2=13\vec i+5\vec j$$

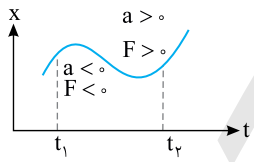
A **۶۴۳- گزینه‌ی ۱** بنا به قانون دوم نیوتون $F=ma$، همواره نیرو و شتاب حاصل از آن هم‌جهت هستند. از طرفی جهت تقعر منحنی مکان - زمان بیان‌گر علامت شتاب (مشتق دوم مکان) است. اگر جهت تقعر منحنی مکان - زمان رو به بالا باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم مثبت است.



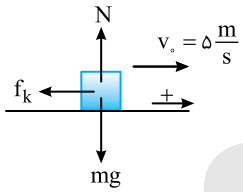
و اگر جهت تقعر منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است.



اکنون به نمودار مکان - زمان تست دقت کنید. ابتدا تقعر رو به پایین بوده و نیرو منفی می‌باشد و سپس تقعر رو به بالا بوده و نیرو مثبت می‌شود بنابراین نیروی وارد بر جسم یک بار تغییر جهت داده است.



A **۶۴۴- گزینه‌ی ۴** نیروی وارد بر جسم که مانع حرکت می‌شود و به جسم شتاب کندشونده می‌دهد، نیروی اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون:



$$\sum F=ma\Rightarrow -f_k=ma\Rightarrow -0/5=0/2a\Rightarrow a=-2/5\,\frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه‌جایی را در ثانیه‌ی اول به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}(-2/5)(1)+5(1)=3/75m$$

تست: جسمی به جرم $4kg$ روی سطح افقی تحت اثر نیروی افقی F با سرعت ثابت $5\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر F قطع شود، جسم پس از طی مسافت ۴ متر متوقف می‌شود، F چند نیوتون است؟

۱) ۲/۵ **۲)** ۱۰ **۳)** ۲۰ **۴)** ۱۲/۵

پاسخ: پس از قطع نیروی F، جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد. شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-25=2a(4)\Rightarrow a=-\frac{25}{8}\,\frac{m}{s^2}$$

نیروی اصطکاک برابر است با:

$$f_k=ma\Rightarrow f_k=4\times(\frac{-25}{8})\Rightarrow f_k=-12/5N$$

قبل از قطع نیروی F، سرعت جسم ثابت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر بوده و بزرگی نیروی F برابر با بزرگی نیروی f_k است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۶۴۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت:

$$x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a=\frac{2x}{t^2}$$

بنا به قانون دوم نیوتون:

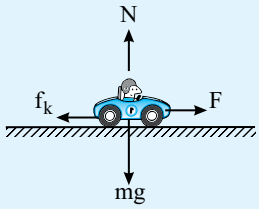
$$\Sigma F=Ma \Rightarrow F-f_k=Ma$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول} \Rightarrow 10-f_k=M\frac{2x}{t^2} \\ \text{حالت دوم} \Rightarrow 20-f_k=M\frac{2\times 3x}{t^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{10-f_k}{20-f_k}=\frac{2}{6} \quad , \quad 60-6f_k=40-2f_k \Rightarrow 20=4f_k \Rightarrow f_k=5N$$

تست: اتومبیلی به جرم ۲ تن در جاده‌ی افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت ۱۰۰ متر سرعتش به $10\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۴۰۰ نیوتون باشد، نیروی جلوبر اتومبیل چند نیوتون است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$)

۱) ۴۰۰ **۲)** ۱۴۰۰ **۳)** ۸۰۰ **۴)** ۶۰۰

پاسخ: ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.



$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 100-0=2a(100) \Rightarrow a=\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$\sum F=ma \Rightarrow F-f_k=ma$$

$$F-400=2000\times\frac{1}{2} \Rightarrow F=1400N$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۶۴۶- گزینه‌ی ۳** برآیند چهار نیروی ۲۰N، ۱۵N، ۱۰N و ۸N صفر است. زیرا جسم در تعادل است و هر نیرو هم‌اندازه‌ی برآیند سه نیروی دیگر است.

با حذف نیروی ۱۵N، سه نیروی ۲۰N، ۱۰N و ۸N باقی می‌مانند که برآیند آن‌ها ۱۵N است. بنابراین:

$$\sum F=ma \Rightarrow 15=2a \Rightarrow a=7/5\frac{m}{s^2} \quad , \quad a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 7/5=\frac{\Delta v}{2} \Rightarrow \Delta v=15\frac{m}{s}$$

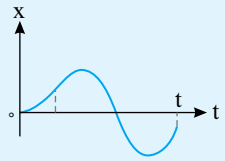
B **۶۴۷- گزینه‌ی ۲** نیروی مقاومت متوسط چوب باعث توقف چکش می‌شود.

ابتدا شتاب توقف را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2\bar{a}\Delta x \Rightarrow 0-16=2\bar{a}(5\times 10^{-3}) \Rightarrow \bar{a}=-1600\frac{m}{s^2}$$

$$\bar{F}=ma=0/25(-1600)=-400N$$

تست: در شکل روبه‌رو، نمودار مکان - زمان متحرکی رسم شده است. در بازه‌ی زمانی صفر تا t نیروی وارد بر جسم چند بار تغییر جهت داده است؟



۱) ۱ **۲)** ۲ **۳)** ۳ **۴)** ۴

پاسخ: نیرو با شتاب متناسب است و شتاب، مشتق دوم مکان نسبت به زمان است. بنابراین تغییرات جهت تقعر و تحدب نمودار مکان- زمان که ناشی از تغییرات مشتق دوم این نمودار است، نشان‌دهنده‌ی تغییرات شتاب است. در شکل، جهت تقعر منحنی از ۰ تا t، دو بار عوض شده است، بنابراین شتاب و نیرو دو بار تغییر جهت داده‌اند. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۶۴۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا شتاب و جابه‌جایی و سرعت تا لحظه‌ی پاره شدن نخ متصل به جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F-f_k=Ma_1 \Rightarrow 20-0/3\times 40=4a \Rightarrow a=2\frac{m}{s^2} \quad , \quad v=at+v_0 \Rightarrow v=2\times 3=6\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1=\frac{v+v_0}{2}\Delta t=\frac{6+0}{2}\times 3=9m$$

پس از پاره شدن نخ، جسم در اثر اصطکاک متوقف می‌شود.

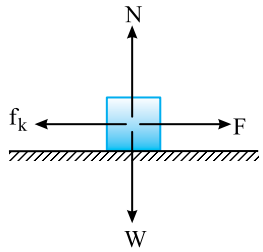
$$-f_k=ma_2 \Rightarrow -\mu_k mg=ma_2 \Rightarrow a_2=-0/3\times 10=-3\frac{m}{s^2}$$

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x_2 \Rightarrow 0-36=2(-3)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2=6m \quad , \quad \Delta x_T=9+6=15m$$

Ⓐ **۶۴۹- گزینه‌ی ۲** بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F=ma\begin{cases}۱۰=ma\\ ۱۴=m(a+۲)\end{cases}\Rightarrow\frac{۱۰}{۱۴}=\frac{a}{a+۲}\Rightarrow ۱۰a+۲۰=۱۴a\Rightarrow a\Rightarrow ۵\frac{m}{s^۲}$$

Ⓐ **۶۵۰- گزینه‌ی ۴** سرعت جسم ثابت است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم در حالت اول صفر است و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:



$$f_k=F\xrightarrow{F=۵۰N}f_k=۵۰N$$

وقتی نیروی $F=۶۰N$ می‌شود، بنا به قانون دوم نیوتون:

$$\sum F=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow ۶۰-۵۰=۱۰a\Rightarrow a=۱\frac{m}{s^۲}$$

تست: یک جعبه‌ی خالی تحت اثر نیروی مؤثر $\vec{F}$، شتاب $۱/۵\frac{m}{s^۲}$ می‌گیرد. وقتی وزنه‌ای درون این جعبه قرار می‌دهیم. جعبه و وزنه تحت اثر همان نیروی F، شتاب $۰/۵\frac{m}{s^۲}$ می‌گیرد، جرم وزنه چند برابر جرم جعبه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: در حالت اول: $\sum F=ma\Rightarrow F=m(۱/۵)$ (۱)

در حالت دوم: $\sum F=ma\Rightarrow F=(m+m')(۰/۵)$ (۲)

در دو حالت، F یکسان است. بنابراین: $m(۱/۵)=(m+m')(۰/۵)\Rightarrow m'=۲m$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۶۵۱- گزینه‌ی ۳** نیرو در خلاف جهت حرکت به جسم وارد شده پس باعث کاهش سرعت آن و توقف جسم شده سپس جسم در خلاف جهت اولیه‌اش به حرکت در آمده و چون انرژی جنبشی نهایی و انرژی جنبشی اولیه برابر است، بزرگی سرعت نهایی برابر $v=-v_۰=-۵\frac{m}{s}$ است. (جهت اولیه حرکت را مثبت فرض کرده‌ایم) در نتیجه:

$$F=ma\Rightarrow F=m\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow F=۴\frac{-۵-۵}{۳۲}\Rightarrow F=\frac{-۴۰}{۳۲}\Rightarrow F=-۱/۲۵N$$

بنابراین بزرگی نیروی وارد بر جسم $۱/۲۵N$ است.

تست: به جسمی به جرم ۲kg که با سرعت $۴\frac{m}{s}$ در حرکت است، نیروی ۴ نیوتون همسو با سرعت جسم به مدت ۳ ثانیه وارد می‌شود. اندازه حرکت (تکانه‌ی) جسم به چند واحد SI می‌رسد؟

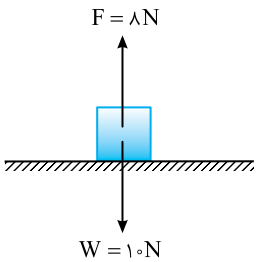
۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۲۰

پاسخ: باتوجه به قانون دوم نیوتون:

$$F=ma\Rightarrow F=m(\frac{v-v_۰}{t})\Rightarrow F=\frac{mv-mv_۰}{t}\Rightarrow ۴=\frac{P-(۲\times۴)}{۳}\Rightarrow P=۲۰\frac{kg.m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ **۶۵۲- گزینه‌ی ۱** دقت کنید وزن جسم W است و از نیروی $F=۸N$ بزرگ‌تر است. به همین علت، جسم روی سطح ساکن می‌ماند.



Ⓐ **۶۵۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\sum \vec{F}=m\vec{a}\Rightarrow \vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=m\vec{a}$$

$$\Rightarrow -15\vec{i}+8\vec{j}-21\vec{i}+19\vec{j}+\vec{F}_3=5(-4\vec{i}+3\vec{j})\Rightarrow \vec{F}_3=16\vec{i}-12\vec{j}\Rightarrow |\vec{F}_3|=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{4^2(4^2+3^2)}=20N$$

تست: دو نیروی $\vec{F}_1=2\vec{i}-5\vec{j}$ و $\vec{F}_2$ به جسم ۱/۵ کیلوگرمی اثر می‌کنند و معادله‌ی شتاب حاصل در SI به‌صورت $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}$ می‌شود. $\vec{F}_2$ کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۶)

۱) $\vec{i}+\vec{j}$ ۲) $\vec{i}-\vec{j}$ ۳) $5\vec{i}-\vec{j}$ ۴) $5\vec{i}+\vec{j}$

پاسخ: بنا به قانون دوم نیوتون:

$$\sum F=ma\Rightarrow \vec{F}_1+\vec{F}_2=1/5(2\vec{i}-4\vec{j})\Rightarrow 2\vec{i}-5\vec{j}+\vec{F}_2=3\vec{i}-6\vec{j}\Rightarrow \vec{F}_2=\vec{i}-\vec{j}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۶۵۴- گزینه‌ی ۱** بنا به تعریف تکانه $\vec{P}=m\vec{v}$ و رابطه‌ی نیرو با تکانه $F=\frac{dP}{dt}$، آهنگ تغییر تکانه‌ی جسم برابر نیروی خارجی مؤثر وارد بر جسم است و گزینه‌ی (۲) درست است. اگر نیرویی بر جسم وارد نشود تکانه ثابت می‌ماند. یعنی تکانه دارای پایستگی است. پس گزینه‌ی (۴) درست است.

$F=0\Rightarrow P=$ مقدار ثابت

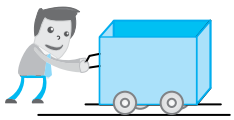
از طرفی بنا به قانون اول نیوتون هرگاه بر جسم نیرو وارد نشود اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. یعنی v ثابت بوده بنابراین $\vec{P}=m\vec{v}$ (تکانه) ثابت است و گزینه‌ی (۳) درست است.

یک توضیح مختصر درباره‌ی نیروهای داخلی:

آیا شما می‌توانید یقه‌ی خود را گرفته و خود را از زمین بلند کنید؟

آیا شخص درون یک ارابه می‌تواند با هُل دادن ارابه را به حرکت درآورد؟

یا باید خارج از ارابه باشد؟



نیروهای داخلی نمی‌توانند به جسم شتاب دهند و سبب تغییر تکانه شوند. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

تکانه: حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم را تکانه (اندازه حرکت) گویند: $\vec{P}=m\vec{v}$. تکانه کمیت برداری است.

رابطه‌ی نیرو و تکانه: با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}=m\vec{a}\Rightarrow F=m\frac{dv}{dt}\Rightarrow F=\frac{dmv}{dt}\Rightarrow F=\frac{dP}{dt}$$

بنابراین نیرو برابر آهنگ تغییر تکانه است.

اگر نیروی وارد بر جسم ثابت باشد در این صورت:

$$F=ma\Rightarrow F=m(\frac{v-v_0}{\Delta t})=\frac{mv-mv_0}{\Delta t}\Rightarrow F=\frac{\Delta P}{\Delta t}$$

Ⓐ **۶۵۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F=ma=m\frac{v-v_0}{t}=\frac{mv-mv_0}{t}\xrightarrow{P=mv}F=\frac{P-P_0}{t}\Rightarrow F=\frac{-25-25}{0/1}\Rightarrow F=-500N$$

Ⓐ **۶۵۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا با مشتق‌گیری از معادله‌ی تکانه زمان، معادله‌ی نیرو زمان جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{dP}{dt}\Rightarrow F=3t^2-5\xrightarrow{t=5s}F=70N$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$F=ma\Rightarrow 70=5a\Rightarrow a=14\frac{m}{s^2}$$

تست: معادله‌ی تکانه‌ی یک جسم در SI به صورت $P=t^2+6t+15$ است. نیروی وارد بر آن در لحظه‌ی $t=2s$ چند نیوتون است؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

پاسخ: نیرو مشتق تکانه نسبت به زمان است از این رو:

$$F=\frac{dP}{dt}\Rightarrow F=2t+6\xrightarrow{t=2s}F=10N$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۶۵۷- گزینه‌ی ۲** تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن است.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{P}=m\vec{v}\\ \vec{P}=6t\vec{i}+4t^2\vec{j}\end{array}\right\}\xrightarrow[m=0/4kg]{t=2s}12\vec{i}+16\vec{j}=0/4\vec{v}\Rightarrow\vec{v}=30\vec{i}+40\vec{j}\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{30^2+40^2}=50\frac{m}{s}$$

B **۶۵۸- گزینه‌ی ۱** تکانه حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F=ma\Rightarrow F=m\frac{v-v_0}{\Delta t}\Rightarrow F=\frac{mv-mv_0}{\Delta t}\xrightarrow{P=mv}F=\frac{P-P_0}{\Delta t}\Rightarrow\Delta P=F\Delta t$$

با توجه به صورت مسأله:

$$\begin{cases}F=F'\\ \Delta t=\Delta t'\end{cases}\Rightarrow F\Delta t=F'\Delta t'\Rightarrow\Delta P=\Delta P'\xrightarrow{P_0=P'_0=0}P=P'$$

A **۶۵۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$ و تعریف تکانه $P=mv$ می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m}\Rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$$

B **۶۶۰- گزینه‌ی ۳** تکانه‌ی جسم برابر $P=mv$ و انرژی جنبشی آن $K=\frac{1}{2}mv^2$ است. بنابراین بین تکانه و انرژی جنبشی رابطه‌ی $K=\frac{P^2}{2m}$ روبه‌رو برقرار است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم:

$$\begin{cases}P\,(\text{اتومبیل})=P\,(\text{کامیون})\\ m\,(\text{کامیون})=5m\,(\text{اتومبیل})\Rightarrow K(\text{کامیون})=\frac{1}{5}K(\text{اتومبیل})\\ K=\frac{P^2}{2m}\end{cases}$$

B **۶۶۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به تعریف تکانه و انرژی جنبشی:

$$\left.\begin{array}{l}P=mv\\ K=\frac{1}{2}mv^2\end{array}\right\}\Rightarrow K=\frac{P^2}{2m}$$

انرژی جنبشی ٪۷۵ کاهش یافته است. بنابراین:

$$K_2=\frac{25}{100}K_1\Rightarrow K_2=\frac{1}{4}K_1\quad,\quad\frac{K_2}{K_1}=\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{P_2^2}{P_1^2}\Rightarrow P_2=\frac{1}{2}P_1$$

$$\Delta P=P_2-P_1=50\%P_1$$

A **۶۶۲- گزینه‌ی ۴** تکانه کمیت برداری است $(\vec{P}=m\vec{v})$. بنابراین جهت بردار تکانه می‌تواند تغییر کند در حالی که اندازه‌ی تکانه ثابت باشد مثلاً در حرکت یک خودرو با سرعت $5\frac{m}{s}$ به دور یک میدان، بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانه در حال تغییر است. اما اندازه‌ی سرعت و هم‌چنین انرژی جنبشی این خودرو $(K=\frac{1}{2}mv^2)$ ثابت است. بنابراین با تغییر تکانه قطعاً بردار سرعت تغییر کرده اما انرژی جنبشی ممکن است ثابت یا متغیر باشد.

B **۶۶۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به تعریف تکانه $P=mv$ و انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$ بین تکانه و انرژی جنبشی جسم رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\begin{cases} K=\frac{P^2}{2m} \\ K'=\frac{P'^2}{2m} \Rightarrow \frac{P'^2}{P^2}=4 \Rightarrow P'=2P \Rightarrow mv'=2mv \Rightarrow v'=2v \\ \frac{K'}{K}=4 \end{cases}$$

از طرفی بنا به فرض مسأله $v'=v+8$ است. پس:

$$v'=2v \text{ و } v'=v+8 \Rightarrow 2v=v+8 \Rightarrow v=8\frac{m}{s}$$

$$P=mv \Rightarrow P=2\times 8=16\frac{kg.m}{s}$$

B **۶۶۴- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول**: بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F=ma=m(\frac{v-v_0}{\Delta t})=\frac{mv-mv_0}{\Delta t} \Rightarrow F=\frac{P-P_0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P=F\Delta t$$

هنگامی‌که سنگ در میدان گرانش زمین پرتاب می‌شود، تنها نیروی وارد بر آن نیروی وزن (mg) است. بنابراین:

$$\Delta P=mg\Delta t \xrightarrow{\Delta t=1s} \Delta P=0/2\times 10\times 1=2kg\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: بازه‌ی ثانیه‌ی دوم برابر یک ثانیه است و در مدت یک ثانیه تغییر سرعت جسم برابر اندازه‌ی شتاب حرکت است.

$$\Delta v=g=10\frac{m}{s} \quad , \quad \Delta P=m\Delta v=0/2\times 10=2\frac{kg.m}{s}$$

A **۶۶۵- گزینه‌ی ۱** تغییر تکانه (ΔP) برابر است با:

$$\Delta P=P_2-P_1 \Rightarrow \Delta P=mv_2-mv_1=m(v_2-v_1)$$

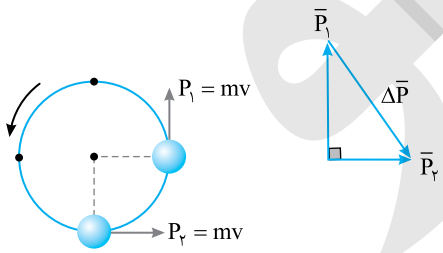
$$\Delta P=50\times 10^{-3}(23-14) \Rightarrow \Delta P=50\times 10^{-3}\times 9 \Rightarrow \Delta P=\frac{450}{1000}=\frac{45}{100} \Rightarrow \Delta P=\frac{9}{20}kg\frac{m}{s}$$

B **۶۶۶- گزینه‌ی ۳** نیرو مشتق تکانه نسبت به زمان است. معادله ی نیرو - زمان به صورت $F=4\cos 5\pi t$ است. از خود می‌پرسیم از چه تابعی مشتق بگیریم تابع $4\cos 5\pi t$ به‌دست آید که قطعاً تابع مورد نظر یک تابع سینوسی است از این رو معادله‌ی زیر را پیشنهاد می‌کنیم.

$$P=\frac{4}{5\pi}\sin 5\pi t+C \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow P_1=0 \\ t=\frac{1}{2}s \Rightarrow P_2=\frac{4}{5\pi}\sin\frac{5\pi}{2}=\frac{4}{5\pi} \end{cases} \Rightarrow \Delta P=P_2-P_1=\frac{4}{5\pi}\frac{kgm}{s^2}$$

B **۶۶۷- گزینه‌ی ۳** تکانه کمیتی برداری است، بنابراین ابتدا هم‌سنگ بردارها را از یک نقطه رسم کرده، سپس تغییر تکانه را به‌دست می‌آوریم:

تکانه در جهت سرعت است، بنابراین بردار تکانه مانند بردار سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر مماس است.



$$\Delta P=2P\sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \Delta P=2mv\sin\frac{90^\circ}{2} \Rightarrow \Delta P=\sqrt{2}mv$$

B **۶۶۸- گزینه‌ی ۱** هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها را ضرب کنیم، اندازه‌ی کمیت حاصل، برابر سطح محصور بین نمودار و محور افقی است.

از طرفی بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma=m\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow F.t=mv-mv_0 \Rightarrow F.t=P-P_0 \Rightarrow F.t=\Delta P$$

بنابراین تغییر تکانه برابر با سطح محصور بین نمودار $F-t$ با محور t است.

$$\Delta P=F.t=S=\frac{2\times 20}{2}=20\frac{kg.m}{s}$$

Ⓐ **۶۶۹- گزینه‌ی ۴** باید تغییر سرعت را در مدت ۸s به دست آوریم. تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب زمان است.

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = -۳\times۲+(۲\times۶) \Rightarrow \Delta v = ۶\,\frac{m}{s}$$

بنابراین تغییر تکانه خواهد شد:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta P = ۲\times۶ = ۱۲kg\,\frac{m}{s} \text{ یا } (N.s)$$

یکای ΔP که در صورت مسأله بیان شده به قرار زیر است:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F\Delta t \Rightarrow kg\,\frac{m}{s} \equiv N.s$$

یعنی یکای $kg\,\frac{m}{s}$ هم ارز $N.s$ است.

Ⓐ **۶۷۰- گزینه‌ی ۱** تکانه حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است. $(\vec{P} = m\vec{v})$ بنابراین، تغییرات تکانه عیناً شبیه تغییرات سرعت است. یعنی هر جا تکانه در حال کاهش است، سرعت در حال کاهش است و هر جا سرعت تغییر جهت دهد، تکانه تغییر جهت می‌دهد و ...

در نتیجه در لحظه‌ی $t_۱$ بزرگی تکانه در حال افزایش است و حرکت تندشونده است پس گزینه‌ی (۱) درست است. دقت کنید در بازه‌ی صفر تا $t_۱$ بزرگی تکانه ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه‌ی (۴) نادرست است. در لحظه‌ی $t_۲$ بزرگی تکانه در حال کاهش است و حرکت کندشونده است، پس گزینه‌ی (۲) نادرست است. بین $t_۱$ و $t_۲$ تکانه صفر نشده پس سرعت نیز صفر نشده و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

Ⓑ **۶۷۱- گزینه‌ی ۳** گزینه‌ی (۱) نادرست است. زیرا تکانه حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و با حرکت رو به پایین گلوله سرعت گلوله افزایش می‌یابد، بنابراین تکانه تغییر کرده و پایسته نمی‌ماند.

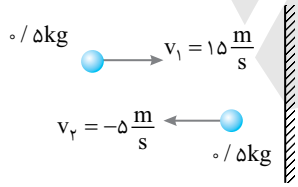
گزینه‌ی (۲) نادرست است. زیرا با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان $v = \sqrt{۲gh}$، سرعت با جذر h متناسب است.

گزینه‌ی (۳) درست است. زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ v = \sqrt{۲gh} \end{array}\right\} \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}m(۲gh) \Rightarrow \text{ انرژی جنبشی متناسب با } h \text{ است}$$

گزینه‌ی (۴) نادرست است، زیرا انرژی جنبشی $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$، به جرم جسم بستگی دارد.

Ⓑ **۶۷۲- گزینه‌ی ۱** باید حواستان باشد که تکانه کمیتی برداری است و اگر جهت ابتدایی حرکت را مثبت بگیرید، سمت خلاف آن منفی است، بنابراین:



$$\Delta P = m\Delta v = ۰/۵(-۵-۱۵) = -۱۰\,\frac{kgm}{s}$$

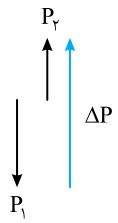
$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-۱۰}{۰/۲} = -۵۰N$$

Ⓒ **۶۷۳- گزینه‌ی ۴** ابتدا اندازه‌ی سرعت گلوله را قبل و بعد از برخورد با زمین به‌دست می‌آوریم. سپس، با توجه به رابطه‌ی $\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$، اندازه‌ی نیروی متوسط وارد شده بر گلوله در حین برخورد را محاسبه می‌کنیم.

با توجه به رابطه‌ی $v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲g\Delta y$ داریم:

اندازه‌ی سرعت گلوله قبل از برخورد به زمین:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲g\Delta y \Rightarrow v_۲^۲ - ۰ = ۲\times(-۱۰)\times(-۵) \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v_۲ = -۱۰(\frac{m}{s})$$

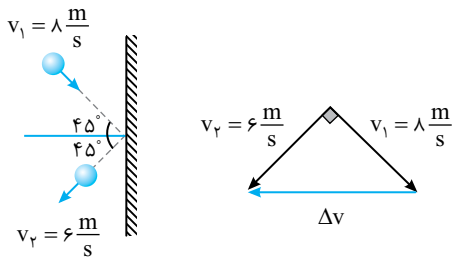


دقت کنید جهت مثبت را رو به بالا گرفته‌ایم:

$$\left\{\begin{array}{l} P_۱ = mv_۲ = ۲\times(-۱۰) = -۲۰\ (\frac{kg.m}{s}) \\ P_۲ = mv_۳ = ۲\times۵ = ۱۰(\frac{kg.m}{s}) \end{array}\right. \Rightarrow \Delta P = P_۲ - P_۱ = ۱۰+۲۰ = ۳۰\,\frac{kg.m}{s}$$

$$\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{۳۰}{۰/۱} = ۳۰۰N$$

B **۶۷۴- گزینه‌ی ۲** هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$\Delta v = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\frac{m}{s}$$

تغییر تکانه‌ی جسم برابر است با:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta P = 0/2 \times 10 = 2\frac{kg.m}{s}$$

B **۶۷۵- گزینه‌ی ۲** با مشتق‌گرفتن از معادله‌ی مکان - زمان سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 6 \quad , \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -6t - 2 \xrightarrow{t=1s} v = -8\frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10\frac{m}{s}$$

تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم در سرعت است.

$$P = mv \Rightarrow P = 0/2 \times 10 = 2\frac{kg.m}{s}$$

B **۶۷۶- گزینه‌ی ۴** تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و در حرکت پرتاب در راستای قائم، معادله‌ی سرعت - زمان به‌صورت: $v = -gt + v_0$ است. البته اگر جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنیم در این صورت:

$$P = mv \Rightarrow P = m(-gt + v_0)$$

بنابراین نمودار $P-t$ یک خط راست با شیب منفی است و گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است.

A **۶۷۷- گزینه‌ی ۳** تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow F = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right) \Rightarrow F = \frac{mv - mv_0}{t}$$

$$F = \frac{P - mv_0}{t} \Rightarrow 3 = \frac{P - 2\times 5}{4} \Rightarrow P = 22\frac{kg.m}{s}$$

تست: گلوله‌ای به جرم ۲۰ گرم و با سرعت $10\frac{m}{s}$ بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر نیروی ۰/۱ نیوتون در خلاف جهت حرکت گلوله به مدت ۵ ثانیه بر آن وارد شود، بزرگی تکانه‌ی جسم به چند واحد در SI می‌رسد؟

۱) ۰/۳ **۲)** ۰/۲ **۳)** ۰/۴ **۴)** ۰/۱

پاسخ: تکانه برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت جسم است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت: $P = mv$

$$F = ma \Rightarrow F = m\frac{v - v_0}{t} \Rightarrow F = \frac{mv - mv_0}{t} \Rightarrow F = \frac{P - mv_0}{t}$$

نیروی $0/1N$ در خلاف جهت حرکت بر گلوله وارد می‌شود، اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم در این صورت:

$$-0/1 = \frac{P - (0/02 \times 10)}{5} \Rightarrow -0/5 = P - 0/2 \Rightarrow P = -0/3\frac{kg.m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

A **۶۷۸- گزینه‌ی ۴** شتاب حرکت هر یک را به‌دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad , \quad \text{کامیون}: |\bar{a}| = \left|\frac{4-5}{0/2}\right| \Rightarrow |\bar{a}| = +5\frac{m}{s^2} \quad , \quad \text{اتومبیل}: |\bar{a}'| = \left|\frac{4+8}{0/2}\right| \Rightarrow |\bar{a}'| = \frac{12}{0/2} = 60\frac{m}{s^2}$$

نیروی وارد بر راننده کامیون برابر است با:

$$\bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow F = 100 \times 5 = 500N$$

نیروی وارد بر راننده اتومبیل برابر است با:

$$\bar{F}' = m\bar{a}' \Rightarrow \bar{F}' = 100 \times 60 = 6000N$$

نسبت دو نیرو خواهد شد:

$$\frac{F'}{F} = \frac{6000}{500} = 12$$

۶۷۹- گزینه‌ی ۱ با توجه به فرض سوال:

$$g_e=۶g_m \Rightarrow G\frac{M_e}{R_e^۲}=۶G\frac{M_m}{R_m^۲} \Rightarrow \frac{R_e^۲}{R_m^۲}=\frac{۱}{۶}\frac{M_e}{M_m} \xrightarrow{M_e=۸۰M_m} \frac{R_{e^۲}}{R_{m^۲}}=\frac{۸۰}{۶} \Rightarrow \frac{R_e}{R_m}=\sqrt{\frac{۴۰}{۳}}\simeq ۳/۶$$

۶۸۰- گزینه‌ی ۲ نیروی گرانش، نیرویی است که بین دو جسم و به واسطه‌ی جرم آن‌ها وجود دارد.

نیروی گرانش وارد بر جسم m در سطح زمین:

$$F=G\frac{M_e m}{R_e^۲}$$

نیروی گرانش وارد بر جسم m در ارتفاع h :

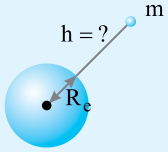
$$F'=G\frac{M_e m}{(R_e+h)^۲}$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{R_e^۲}{(R_e+h)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲۵}=\frac{R_e^۲}{(R_e+h)^۲} \Rightarrow h=۴R_e$$

تست: در چه فاصله‌ای از سطح زمین برحسب شعاع زمین (R_e)، نیروی گرانش وارد بر یک جسم، $\frac{۴}{۹}$ نیروی گرانش در سطح زمین است؟

۱) R_e ۲) $\frac{۱}{۲}R_e$ ۳) $\frac{۳}{۲}R_e$ ۴) $\frac{۹}{۴}R_e$

پاسخ: به نیرویی که دو جسم به‌واسطه‌ی جرم‌هایشان برهم وارد می‌کنند، نیروی گرانش گویند. $F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$



با توجه به فرض تست:

$$F'=\frac{۴}{۹}F \Rightarrow G\frac{M_e m}{(R_e+h)^۲}=\frac{۴}{۹}G\frac{M_e m}{R_e^۲} \Rightarrow \frac{۱}{R_e+h}=\frac{۲}{۳}\frac{۱}{R_e} \Rightarrow ۲R_e+۲h=۳R_e \Rightarrow h=\frac{R_e}{۲}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست: اگر فاصله‌ی ماه از زمین ۳ برابر فاصله‌ی کنونی آن بود، نیروی گرانش زمین بر ماه نسبت به وضع کنونی آن، چه تغییری می‌کرد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شد. ۲) ۳ برابر می‌شد. ۳) $\frac{۱}{۹}$ برابر می‌شد. ۴) ۹ برابر می‌شد.

پاسخ: نیروی گرانش $F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$ است و با مجذور فاصله‌ی دو جسم نسبت وارون دارد. بنابراین وقتی فاصله‌ی ماه از زمین ۳ برابر شود، نیروی گرانش وارد بر آن $\frac{۱}{۹}$ برابر می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

۶۸۱- گزینه‌ی ۳ نیروی گرانشی که دو جسم برهم وارد می‌کنند از رابطه‌ی $F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$ به‌دست می‌آید.

در حالت اول:

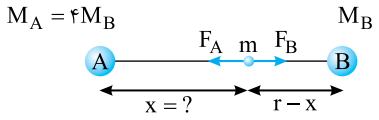
$$F_۱=G\frac{mm}{r^۲}$$

در حالت دوم: $\frac{۳}{۴}$ جرم یکی از آن‌ها به دیگری منتقل شده، بنابراین جرم یکی از آن‌ها $\frac{m}{۴}$ و جرم دیگری $\frac{۷m}{۴}$ است.

$$F_۲=G\frac{\frac{m}{۴}\times\frac{۷m}{۴}}{r^۲}=\frac{۷}{۱۶}G\frac{mm}{r^۲}$$

بنابراین: $F_۲=\frac{۷}{۱۶}F_۱$

B **۶۸۲- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل برای این‌که نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر باشد، باید نیروهای گرانش وارد بر آن از طرف سیاره‌ی A و از طرف سیاره‌ی B برابر و در خلاف جهت هم باشند.



$$F_A = F_B \Rightarrow G\frac{M_A m}{x^۲} = G\frac{M_B m}{(r-x)^۲} \xrightarrow{M_A = ۴M_B} \frac{۴}{x^۲} = \frac{۱}{(r-x)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{x} = \frac{۱}{r-x} \Rightarrow ۲r - ۲x = x \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}r$$

A **۶۸۳- گزینه‌ی ۳** میدان گرانش در نقطه‌ای اطراف یک سیاره از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله‌ی نقطه‌ی موردنظر از مرکز زمین است.

$$g = G\frac{M}{r^۲}$$

بنابراین میدان گرانش زمین با جرم زمین و وارون مجذور فاصله‌ی نقطه از مرکز زمین، متناسب است.

B **۶۸۴- گزینه‌ی ۱** میدان گرانش، در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطه‌ی $g = G\frac{M}{r^۲}$ به‌دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله‌ی نقطه‌ی موردنظر تا مرکز سیاره است.

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{G\frac{M_e}{R_e^۲}}{G\frac{M_m}{R_m^۲}} = \frac{R_m^۲}{R_e^۲} \times \frac{M_e}{M_m} \xrightarrow[g_e = ۳g_m]{R_e = ۲R_m} ۳ = \frac{R_m^۲}{(۲R_m)^۲} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = ۱۲$$

B **۶۸۵- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** ابتدا به کمک رابطه‌ی حجم کره و همچنین تعریف چگالی، نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R_A = ۲R_B \xrightarrow{V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳} V_A = ۸V_B$$

$$\rho_A = \frac{۱}{۳}\rho_B \Rightarrow \frac{M_A}{V_A} = \frac{۱}{۳}\frac{M_B}{V_B} \Rightarrow \frac{M_A}{۸V_B} = \frac{۱}{۳}\frac{M_B}{V_B} \Rightarrow M_A = \frac{۸}{۳}M_B$$

حال می‌توان با توجه به رابطه‌ی $g = G\frac{M}{R^۲}$، نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ را به‌دست آورد:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{G\frac{M_A}{R_A^۲}}{G\frac{M_B}{R_B^۲}} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{R_B^۲}{R_A^۲} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{۸}{۳} \times (\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۲}{۳}$$

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه‌ی $g = \frac{۴}{۳}\pi R G \bar{\rho}$ است.

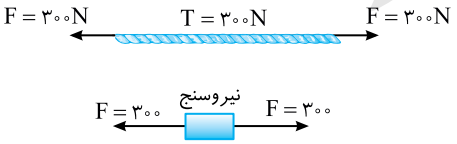
$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi R_A G \bar{\rho}_A}{\frac{۴}{۳}\pi R_B G \bar{\rho}_B} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{۲R_B \times \frac{۱}{۳}\rho_B}{R_B \rho_B} = \frac{۲}{۳}$$

A **۶۸۶- گزینه‌ی ۱** جرم یک جسم در همه‌ی مکان‌ها یکسان است.

A **۶۸۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به شتاب گرانش در فاصله‌ی h از سطح زمین:

$$\begin{cases} g_۱ = G\frac{M_e}{(R_e + ۲R_e)^۲} \\ g_۲ = \frac{۱}{۹}g_۱ \end{cases} \Rightarrow G\frac{M_e}{(R_e + h)^۲} = \frac{۱}{۹}G\frac{M_e}{۹R_e^۲} \Rightarrow h = ۸R_e$$

A **۶۸۸- گزینه‌ی ۳** نیروی کشش نخ، نیرویی است که در صورت پاره شدن نخ باید در محل پارگی اعمال شود، تا نخ به صورت قبل از پاره شدن باقی بماند. (به عبارت دیگر نیرویی است که نیروسنج نشان می دهد به طوری‌که نیروسنج در یک نقطه‌ی دلخواه طناب را قطع می‌کند و میان آن قرار گیرد (مطابق شکل))



هرگاه بر دو سر طناب، ریسمان یا فنر سبکی نیروهای برابر وارد شود، نیروی کشش با هر یک از نیروهای اعمال شده برابر است. هنگامی‌که به دو سر طناب نیروی ۳۰۰N وارد می‌شود، نیروی کشش ۳۰۰N است که در این مسأله از بیشینه‌ی نیروی قابل تحمل طناب (۴۰۰N) کم‌تر است و طناب پاره نمی‌شود.

B **۶۸۹- گزینه‌ی ۳** عامل حرکت رو به جلوی A، فنر است، بنابراین فنر فشرده شده است. بنابراین نیروها از دو طرف به سمت فنر هستند.

A **۶۹۰- گزینه‌ی ۲** هنگامی‌که نیروسنج بدون جرم فرض شود، نیروی کشسانی در طول فنر هر دو نیروسنج یکسان و برابر $۱۰N$ است، پس هر نیروسنج $۱۰N$ را نشان می‌دهد.

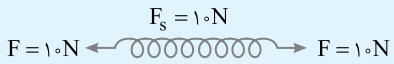
A **۶۹۱- گزینه‌ی ۳** نیرویی که فنر به هر دست شخص وارد می‌کند برابر نیروی کشسانی فنر است.

$$F=k\Delta L \Rightarrow F=۲۵۰\times ۰/۴ \Rightarrow F=۱۰۰N$$

تست: دو نفر، دو سر فنر همگنی با جرم ناچیز و ثابت $۲۰۰\frac{N}{m}$ را از دو سو با نیروهای افقی یکسان $۱۰N$ به سوی خود می‌کشند، افزایش طول فنر چند سانتی‌متر خواهد بود؟

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۷/۵

پاسخ: هرگاه یک ریسمان یا یک فنر با جرم ناچیز را با دو نیروی یکسان از دو سر بکشیم، نیروی کشش نخ و نیروی کشسانی فنر با هر یک از دو نیرو برابر است.



$$F_s=k\Delta l$$

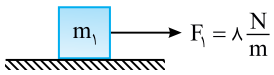
$$۱۰=۲۰۰\Delta l \Rightarrow \Delta l=\frac{۱}{۲۰}m=۵cm$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

B **۶۹۲- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** نیروی کشسانی در طول فنرهایی که جرم آن‌ها ناچیز است، یکسان می‌باشد.

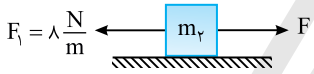
$$F_۱=k_۱\Delta l_۱=۲۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰}=۸N \Rightarrow F_۱=۸N$$

برای جرم $m_۱$، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم و شتاب را به‌دست می‌آوریم:



$$F_۱=m_۱a \Rightarrow ۸=m_۱a \Rightarrow a=\frac{۸}{m_۱}$$

برای جرم $m_۲$ خواهیم داشت:

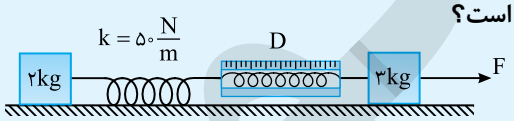


$$F-۸=m_۲a$$

$$F-۸=m_۲(\frac{۸}{m_۱}) \xrightarrow{m_۱=m_۲} F=۱۶N$$

راه‌حل دوم: نیروی کشسانی فنر $F_۱=۸N$، وزنه‌ی $m_۱=m$ را به دنبال خود می‌کشد. بنابراین F باید $۱۶N$ باشد تا وزنه‌ی $m_۱+m_۲=۲m$ را با همان شتاب به دنبال خود بکشد.

تست: در شکل مقابل سطح افقی بدون اصطکاک است. نیروسنج D نیروی ۴ نیوتون را نشان می‌دهد. در این حالت فنر متصل به وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی نسبت به حالت عادی چند سانتی‌متر افزایش طول پیدا کرده است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

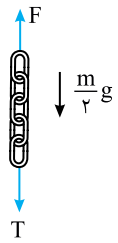
پاسخ: هرگاه از جرم فنرها صرف‌نظر شود، نیروی کشسانی در طول فنرها یکسان خواهد بود. بنابراین نیروی کشسانی فنر k، همان ۴ نیوتونی است که نیروسنج نشان می‌دهد.

$$F=k\Delta l \Rightarrow ۴=۵۰\Delta l \Rightarrow \Delta l=۰/۰۸m=۸cm$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

B **۶۹۳- گزینه‌ی ۲** وزن دو جسم روی وزنه، یعنی زنجیر و جسم جمعاً $۴۰+۱۰=۵۰N$ است.

وقتی نیروسنج $۲۰N$ را نشان می‌دهد، باید $F=۵۰-۲۰=۳۰N$ باشد. اما در وسط زنجیر:



$$F-\frac{m}{۲}g-T=۰ \Rightarrow ۳۰-۵-T=۰ \Rightarrow T=۲۵N$$

Ⓐ **۶۹۴- گزینه‌ی ۴** در دو حالت برآیند نیروها صفر بوده و نیروی کشسانی فنر برابر وزن کفه و جسم درون آن است.

$$\sum F=0\Rightarrow\begin{cases}(m+m_1)g=k(\Delta L)\Rightarrow(m+0/1)\times g=k(\frac{6}{100})\\(m+m_2)g=k(\Delta L)'\Rightarrow(m+0/2)\times g=k(\frac{10}{100})\end{cases}$$

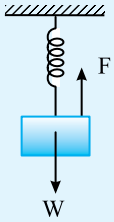
دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{m+0/1}{m+0/2}=\frac{6}{10}\Rightarrow 10m+1=6m+1/2\Rightarrow 4m=0/2\Rightarrow m=\frac{0/2}{4}kg=\frac{200}{4}g\Rightarrow m=50g$$

تست: اگر به انتهای فنر قائم با جرم ناچیز، وزنه‌ی ۲۰ نیوتونی آویزان کنیم، طول آن به ۱۰cm می‌رسد. اگر وزنه را دو برابر کنیم، طول آن به ۱۱cm می‌رسد، ضریب ثابت این فنر در SI کدام است؟

۱) ۲۰۰ **۲)** ۱۵۰۰ **۳)** ۲۰۰۰ **۴)** ۴۰۰۰

پاسخ: هرگاه فنر کشیده و یا فشرده شود و طول آن به اندازه‌ی $\Delta l=l-l_0$ تغییر کند (l_0 طول طبیعی فنر است)، نیرویی در فنر ایجاد می‌شود که می‌خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند، این نیرو را نیروی کشسانی فنر می‌گویند و اندازه‌ی آن برابر با $F=k\Delta l$ است که در آن k ثابت فنر است.



جسم ساکن است و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس داریم:

$$F=W\Rightarrow k\Delta l=W$$

در حالت اول: $k(0/1-l_0)=20$

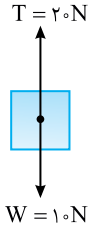
در حالت دوم: $k(0/11-l_0)=40$

دو رابطه‌ی بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$0/11k-kl_0-0/1k+kl_0=40-20\Rightarrow 0/01k=20\Rightarrow k=2000\frac{N}{m}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۶۹۵- گزینه‌ی ۲** بیشینه‌ی تحمل نخ $T=20N$ است. بنابراین بنابه قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

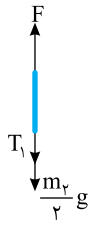


$$T-W=ma$$

$$20-10=1\times a\Rightarrow a=10\frac{m}{s^2}$$

اگر شتاب از $10\frac{m}{s^2}$ بیش‌تر شود، به این مفهوم است که T بزرگ‌تر از ۲۰N بوده و نخ پاره می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓑ **۶۹۶- گزینه‌ی ۱** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به دست می‌آوریم:



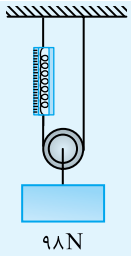
$$\sum F=Ma\Rightarrow F-(m_1g+m_2g)=(m_1+m_2)a\Rightarrow 30-25=2/5a\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

مطابق شکل می‌توان نیروهای وارد بر نیمه‌ی بالایی طناب را بررسی کرد و کشش نخ را در وسط طناب به دست آورد. (در واقع طناب را به صورت دو نیم‌طناب یا دو جسم متصل به هم فرض کردیم)

$$F-T_1-\frac{m_2}{2}g=\frac{m_2}{2}a\Rightarrow 30-T_1-2/5=0/25\times 2\Rightarrow T_1=27N$$

Ⓐ **۶۹۷- گزینه‌ی ۳** دستگاه در تعادل است و نیروسنج ۹۸N را نشان می‌دهد.

تست: در شکل روبه‌رو، نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟



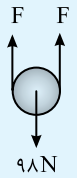
۱) صفر

۲) ۹۸

۳) ۴۹

۴) ۱۹۶

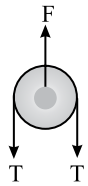
پاسخ: با توجه به شکل روبه‌رو:



$$۲F=۹۸N \Rightarrow F=۴۹N$$

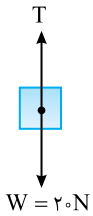
بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۶۹۸- گزینه‌ی ۱** جرم قرقره ناچیز است، از این رو:



$$F=۲T \Rightarrow ۴۵=۲T \Rightarrow T=۲۲/۵N$$

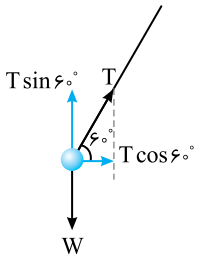
نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم و رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای آن می‌نویسیم:



$$\sum F=Ma \Rightarrow ۲۲/۵-۲۰=۲a \Rightarrow a=۱/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

Ⓑ **۶۹۹- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم.

برآیند نیروها در امتداد محور yها صفر است.



$$\sum F_y=۰ \Rightarrow T\sin ۶۰^\circ=mg \qquad (۱)$$

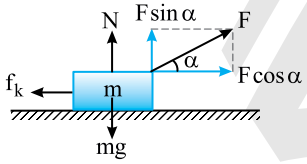
نیروی $T\cos ۶۰^\circ$ شتابی برابر شتاب واگن به وزنه می‌دهد.

$$\sum F_x=ma_x \Rightarrow T\cos ۶۰^\circ=ma_x \qquad (۲)$$

از تقسیم رابطه‌ی (۱) بر رابطه‌ی (۲) داریم:

$$\sqrt{۳}=\frac{g}{a_x} \Rightarrow a_x=\frac{\sqrt{۳}}{۳}g$$

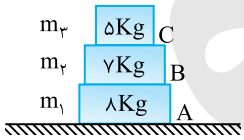
Ⓐ **۷۰۰- گزینه‌ی ۲** نیروی عمودی تکیه‌گاه نیرویی است که در سطح تماس دو جسم و توسط یکی بر دیگری و در امتداد عمود بر سطح تماس دو جسم وارد می‌شود و آن‌را با حرف N نمایش می‌دهند.



نیرویی که به‌طور قائم توسط سطح بر جسم وارد می‌شود برابر است با:

$$N+F\sin\alpha=mg \Rightarrow N=mg-F\sin\alpha$$

Ⓐ **۷۰۱- گزینه‌ی ۳** نیروی عمودی هر سطح در شکل برابر وزن کل اجسام واقع بر آن سطح است، یعنی:



$$N_A=W_۱+W_۲+W_۳=۸۰+۷۰+۵۰=۲۰۰N$$

$$N_B=W_۲+W_۳=۷۰+۵۰=۱۲۰N$$

$$N_C=W_۳=۵۰N$$

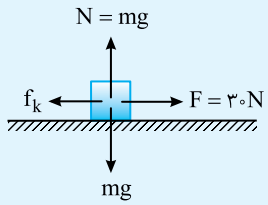
Ⓐ **۷۰۲- گزینه‌ی ۳** در دو حالت، جسم به حرکت درآمده است و اصطکاک بین جسم و سطح $f_k=\mu_k mg$ است، بنابراین اصطکاک در دو حالت یکسان بوده و گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۷۰۳- گزینه‌ی ۳** وقتی جسم با سرعت ثابت در حرکت است، نیروی افقی F با نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح برابر است. وقتی جرم جسم دو برابر می‌شود، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شده، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دو برابر می‌شود. بنابراین نیروی لازم برای حرکت جسم با سرعت ثابت نیز دو برابر (۲F) می‌شود. اما ضریب اصطکاک بین جسم و سطح به ویژگی‌های سطح تماس دو جسم بستگی دارد و تغییر نمی‌کند.

تست: نیروی افقی $30N$ قطعه چوبی را با سرعت ثابت روی سطح افقی به حرکت درمی‌آورد. اگر قطعه چوبی مشابه قطعه چوب اولی روی آن قرار دهیم، چه نیروی افقی برحسب نیوتون مجموعه را با سرعت ثابت حرکت می‌دهد؟

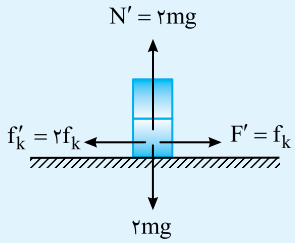
۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۵

پاسخ: جسم با سرعت ثابت در حرکت است و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:



$$\sum F=0 \Rightarrow f_k=F=30N$$

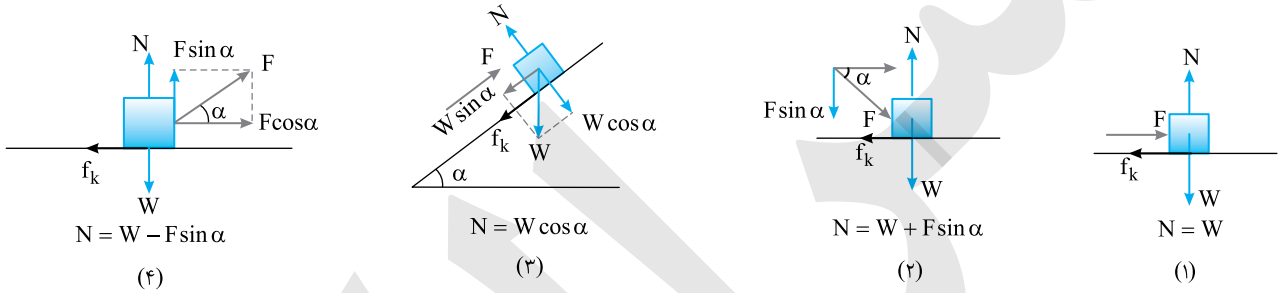
مطابق شکل روبه‌رو وقتی قطعه چوب دیگری روی اولی قرار می‌گیرد، نیروی عمودی تکیه‌گاه دو برابر شده و نیروی اصطکاک بین سطح و جسم نیز دو برابر می‌شود.



$$W'=2W \Rightarrow N'=2N \xrightarrow{f_k=\mu_k N} f'_k=2f_k$$

در این صورت برای به حرکت درآوردن مجموعه با سرعت ثابت باید نیروی افقی برابر $F'=2F=60N$ بر مجموعه وارد شود.

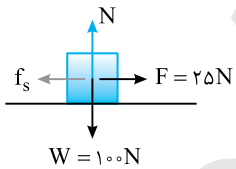
B **۷۰۴- گزینه‌ی ۲** نیروی اصطکاک جنبشی $(f_k=\mu_k N)$ است و هر چه نیروی عمودی تکیه‌گاه بیش‌تر باشد، اصطکاک بیش‌تر است.



با توجه به شکل‌های بالا، نیروی اصطکاک در شکل گزینه‌ی (۲) از بقیه بیش‌تر است.

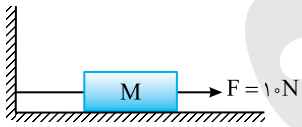
A **۷۰۵- گزینه‌ی ۴** هنگامی‌که بین لاستیک و جاده اصطکاک وجود نداشته باشد، اتومبیل تغییر مکان نمی‌دهد. به‌طور مثال روی یخ، چرخ خودرو بُکس‌باد می‌کند (یعنی درجا می‌چرخد) و خودرو جلو نمی‌رود.

A **۷۰۶- گزینه‌ی ۲** چون جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



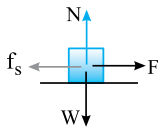
$$\sum F=0 \Rightarrow f_s=F=25N$$

B **۷۰۷- گزینه‌ی ۱** نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $15N$ است، بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت از $15N$ نیز بیش‌تر است. بنابراین نیروی افقی $F=10N$ نمی‌تواند این جسم ساکن را به حرکت درآورد و باعث کشیدگی نخ شود، به همین علت نیروی کشش نخ صفر است.



A **۷۰۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا اصطکاک ایستایی جسم در آستانه‌ی حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s\max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s\max}=0/4\times5\times10=20N$$



چون نیروی افقی $F=15N$ از اصطکاک ایستایی بیشینه، کم‌تر است، جسم روی سطح افقی ساکن می‌ماند و برآیند نیروهای وارد بر جسم در این حالت صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$\sum F=0 \Rightarrow f_s=F=15N$$

تست: جسمی به جرم ۲kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۲$ ساکن است، آن‌را با نیروی افقی ۳N می‌کشیم. نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: در این نوع مسایل ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی و یا نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت را به‌دست می‌آوریم، سپس نیروی وارد بر جسم را با آن‌ها مقایسه می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = ۰/۲ \times ۲۰ \Rightarrow f_k = ۴N > ۳N$$

نیروی اصطکاک جنبشی از نیروی ۳N بیش‌تر است، به همین دلیل جسم ساکن می‌ماند و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح برابر ۳N است.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow f_s = F = ۳N$$

۷۰۹- گزینه‌ی ۱ نیرویی که باعث توقف جسم می‌شود نیروی اصطکاک است.

$$f_k = \mu_k mg = ۰/۲ \times m \times ۱۰ = ۲N$$

شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -۲m = ma \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

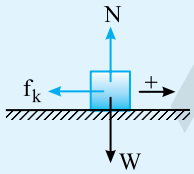
اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۱۵^۲ = ۲ \times (-۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x \simeq ۵۶m$$

تست: موتورسواری به جرم کل ۱۰۸kg و با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ در حرکت است. در یک لحظه ترمز کرده و در اثر نیروی ثابت ترمز مسافت ۲۷ متر را طی می‌کند و می‌ایستد. نیروی اصطکاک چند نیوتون می‌باشد؟

۱) ۵۶ ۲) ۱۱۲ ۳) ۱۴۴ ۴) ۲۸۸

پاسخ: ابتدا به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم:



$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۱۲^۲ = ۲a(۲۷) \Rightarrow a = -\frac{۸}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = ۱۰۸ \times \frac{-۸}{۳} \Rightarrow f_k = ۲۸۸N$$

۷۱۰- گزینه‌ی ۳ وقتی جسم از دست ما جدا شده و روی سطح شروع به حرکت می‌کند تنها نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک است که همین نیرو باعث توقف جسم می‌شود. چون جسم در راستای عمودی جابه‌جا نمی‌شود، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\sum Fy = ۰ \Rightarrow N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg$$

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \xrightarrow[\text{نیروی اصطکاک}]{\text{تنها نیروی وارد بر جسم}} F = \mu_k N = \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \mu_k g \xrightarrow{\mu_k = ۰/۴} a = ۰/۴ \times ۱۰ \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

چون نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت است، حرکت کندشونده می‌باشد:

$$a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

طبق رابطه‌ی مستقل از زمان داریم:

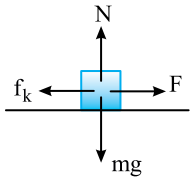
$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x$$

$$v_۲ = ۰ \Rightarrow -v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow -۴۰۰ = -۸\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵۰m$$

طبق رابطه‌ی سرعت متوسط داریم:

$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow ۵۰ = \frac{۲۰ + ۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۵۰ = ۱۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۵s$$

Ⓐ **۷۱۱- گزینه‌ی ۴** ابتدا شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:



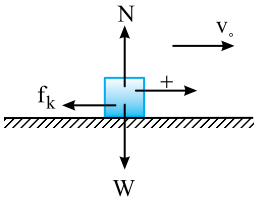
$$F-f_k=ma$$

$$F-\mu_k mg=ma\Rightarrow a=\frac{F-\mu_k mg}{m}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، v را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v^2-0=2\frac{F-\mu_k mg}{m}d\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2(F-\mu_k mg)d}{m}}$$

Ⓑ **۷۱۲- گزینه‌ی ۱** نیرویی که مانع حرکت جسم می‌شود اصطکاک است.



$$\sum F=ma\Rightarrow -f_k=ma\Rightarrow -\mu_k mg=ma\Rightarrow a=-\mu_k g$$

بنابراین شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد.

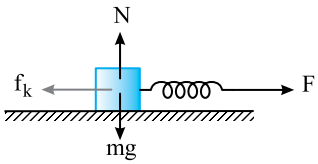
از طرفی:

$$v^2-v_0^2=2(-a)\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{v_0^2}{2a}$$

بنابراین مسافت طی شده در دو حالت یکی است و جرم در آن بی‌تأثیر است.

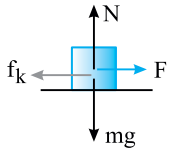
نتیجه: هر گاه تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت جسم برابر $a=\mu_k g$ خواهد بود.

Ⓐ **۷۱۳- گزینه‌ی ۱** سرعت ثابت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$F=f_k\Rightarrow k\Delta l=\mu_k mg\Rightarrow 50\times 0/1=\mu_k\times 50\Rightarrow \mu_k=0/1$$

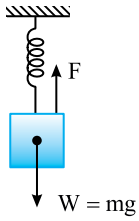
Ⓐ **۷۱۴- گزینه‌ی ۲** برآیند نیروها را مساوی ma قرار می‌دهیم:



$$\sum F=ma\Rightarrow F-f_k=ma$$

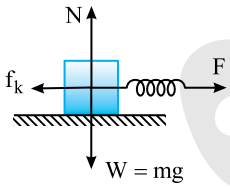
$$k\Delta l-\mu_k mg=ma\Rightarrow 80\Delta l-0/25\times 40=4\times 1/5\Rightarrow \Delta l=20cm$$

Ⓐ **۷۱۵- گزینه‌ی ۲** در حالت اول خواهیم داشت:



$$F=W\Rightarrow k\Delta l=mg\Rightarrow k(\frac{4}{100})=mg \qquad (1)$$

در حالت دوم که جسم با سرعت ثابت در حرکت است می‌توان نوشت:



$$\sum F=0\Rightarrow F=f_k\Rightarrow k\Delta x=\mu_k W\Rightarrow k(\frac{2}{100})=0/2Mg \qquad (2)$$

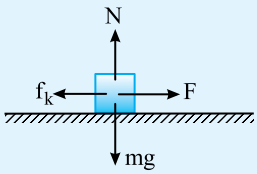
از تقسیم رابطه‌ی (۱) بر رابطه‌ی (۲) داریم:

$$2=\frac{m}{0/2M}\Rightarrow \frac{M}{m}=2/5$$

تست: جسمی به جرم ۲kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲، با یک فنر و با سرعت ثابت در حال حرکت است. فنر افقی و طول آن ۵cm افزایش یافته است. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۸ **۲)** ۴ **۳)** ۸۰ **۴)** ۴۰

پاسخ: جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.



$$\sum F_y=0\Rightarrow N=mg \quad , \quad \sum F_x=0\Rightarrow F=f_k\Rightarrow k\Delta l=\mu_k mg$$

$$k(\frac{5}{100})=0/2\times 2\times 10\Rightarrow k=80\frac{N}{m}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

C **۷۱۶- گزینه‌ی ۱** ابتدا چون جسم در اثر اعمال نیروی F در راستای افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون برآیند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین نیروی F برابر نیروی اصطکاک (f_k) است.

بعد از حذف نیروی F تنها نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک (f_k) است و جسم در اثر این نیرو حرکت کندشونده‌ای را انجام می‌دهد.

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

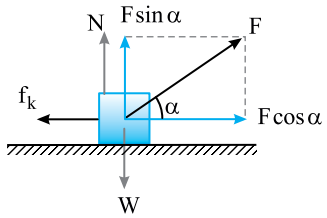
شتاب کندشونده‌ی جسم:

$$-۱۰ = ۵a \Rightarrow a = -۲\ \frac{m}{s^۲}$$

حال طبق فرمول مستقل از زمان داریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_۱^۲ = ۲\times(-۲)\times ۹ \Rightarrow v_۱^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۱ = ۶\ \frac{m}{s} \quad , \quad v = at + v_۰ \Rightarrow ۵ = -۲t + ۶ \Rightarrow t = \frac{۱}{۲}\ s$$

A **۷۱۷- گزینه‌ی ۳** نیروی عمودی تکیه‌گاه مطابق شکل برابر است با:



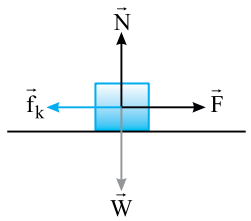
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N + F\sin\alpha = W$$

$$N = mg - F\sin\alpha$$

نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با: $f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = \mu_k(mg - F\sin\alpha)$

$$\Rightarrow f_k = \mu_k mg - \mu_k F\sin\alpha \Rightarrow f_k < \mu_k mg$$

B **۷۱۸- گزینه‌ی ۳**

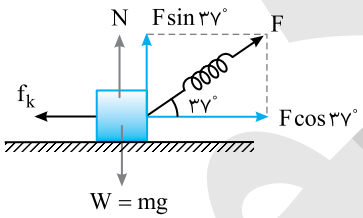


$$\begin{cases} F - f_k = ma \Rightarrow a = \dfrac{F - f_k}{m} \\ ۲F - f_k = ma' \Rightarrow a' = \dfrac{۲F - f_k}{m} \end{cases} \Rightarrow a' > ۲a$$

برای سادگی یک مثال عددی می‌زنیم. فرض کنید $F = ۵N$، $f_k = ۲N$ و جرم m برابر ۱kg است، در این صورت:

$$\begin{cases} a = \dfrac{۵-۲}{۱} = ۳\ \dfrac{m}{s^۲} \\ a' = \dfrac{۲\times۵ - ۲}{۱} = ۸\ \dfrac{m}{s^۲} \end{cases} \Rightarrow ۸ > ۲\times۳$$

B **۷۱۹- گزینه‌ی ۲** شکل ساده‌ای از موضوع مسأله رسم می‌کنیم. جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

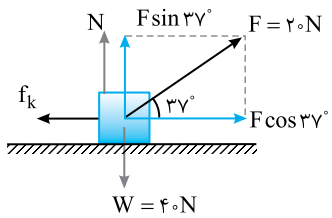


$$F = k\Delta l \Rightarrow F = ۵۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰} = ۲۰N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg - F\sin ۳۷^\circ \Rightarrow N = ۲۰ - (۲۰\times ۰/۶) = ۸\ N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۷^\circ = f_k \Rightarrow ۲۰\times ۰/۸ = \mu_k(۸) \Rightarrow \mu_k = ۲$$

B **۷۲۰- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$\sum F = Ma$$

$$F\cos ۳۷^\circ - f_k = Ma \qquad (۱)$$

اما نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

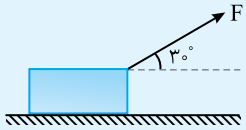
$$N = W - F\sin ۳۷^\circ \Rightarrow N = ۴۰ - (۲۰\times ۰/۶) = ۲۸\ N$$

و نیروی اصطکاک برابر است با: $f_k = \mu_k N = ۲۸\mu_k$

حال به کمک رابطه‌ی (۱)، ضریب اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

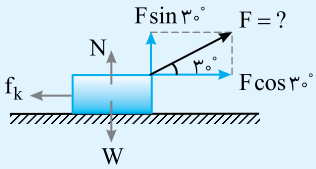
$$۲۰\times ۰/۸ - ۲۸\mu_k = ۴\times ۲/۲۵ \Rightarrow \mu_k = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

تست: در شکل مقابل، نیروی ثابت F، جسمی به وزن ۱۵۰N را روی سطح افقی با سرعت ثابت و در مسیر مستقیم جابه‌جا می‌کند. اگر ضریب اصطکاک سطح با جسم $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ باشد، نیروی F چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۵

پاسخ: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برآیند نیروها را مساوی صفر قرار می‌دهیم:



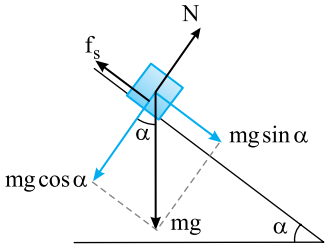
$$F\cos ۳۰^\circ - f_k = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۰^\circ - \mu_k N = ۰$$

$$F\cos ۳۰^\circ - \mu_k(mg - F\sin ۳۰^\circ) = ۰ \Rightarrow F\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۱۵۰ - F\times\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow F = ۱۵۰ - \frac{F}{۲} \Rightarrow \frac{۳F}{۲} = ۱۵۰ \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

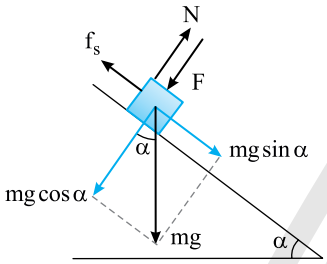
۷۲۱- گزینه‌ی ۱ تا زمانی که جسم روی سطح شیب‌دار ساکن است:



$$f_s = mg\sin\alpha$$

با افزایش α تا آستانه‌ی حرکت، اصطکاک ایستایی افزایش می‌یابد.

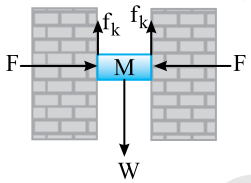
۷۲۲- گزینه‌ی ۱ در شکل روبه‌رو جسم ساکن است.



$$\sum F = ۰ \Rightarrow f_s = mg\sin\alpha$$

با افزایش F نیروی عمودی تکیه‌گاه N افزایش می‌یابد اما نیروی اصطکاک ایستایی همچنان برابر $mg\sin\alpha$ بوده و تغییر نمی‌کند.

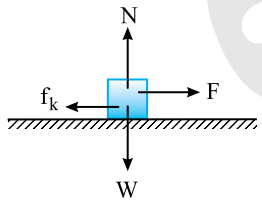
۷۲۳- گزینه‌ی ۱ جسم M وقتی به پایین می‌لغزد با سطح دو دیواره اصطکاک دارد و از هر دیواره نیروی اصطکاک به جسم واردمی‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون:



$$\sum F = Ma \Rightarrow Mg - ۲f_k = Ma \quad , \quad ۳۰ - ۲f_k = ۳\times۲ \Rightarrow f_k = ۱۲N$$

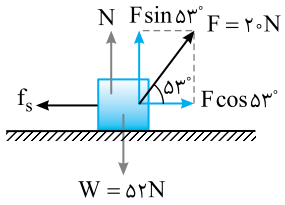
$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=F} ۱۲ = \mu_k \times ۲۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۶$$

۷۲۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان $v = ۴t + ۳$، شتاب حرکت $۴\frac{m}{s^۲}$ است. $(v = v_۰ + at)$ بنابراین:



$$F - f_k = ma \Rightarrow ۱۸ - f_k = ۴\times۴ \Rightarrow f_k = ۲N$$

۷۲۵- گزینه‌ی ۲ جسم وقتی که نیروی $F = ۲۰N$ شده است شروع به حرکت می‌کند. بنابراین اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت $f_{s\,max} = F\cos ۵۳^\circ$ است.

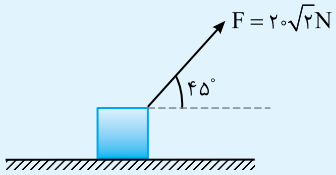


$$f_{s\,max} = F\cos ۵۳^\circ$$

$$\mu_s(W - F\sin ۵۳^\circ) = F\cos ۵۳^\circ \Rightarrow \mu_s(۵۲ - ۲۰\times۰/۸) = ۲۰\times۰/۶$$

$$\mu_s = \frac{۱۲}{۳۶} \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۳}$$

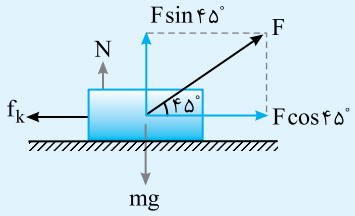
تست: در شکل زیر، ضریب اصطکاک جسم با سطح افقی برابر ۰/۵ است. اگر این جسم بر اثر اعمال نیروی F با سرعت ثابت روی سطح حرکت کند، جرم جسم چند کیلوگرم است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با توجه به این‌که جسم در راستای عمودی جابه‌جا نمی‌شود، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\sum F_y=0\Rightarrow N+F\sin 45^\circ-mg=0\Rightarrow N=mg-F\sin 45^\circ$$

$$N=10m-20\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow N=10m-20$$

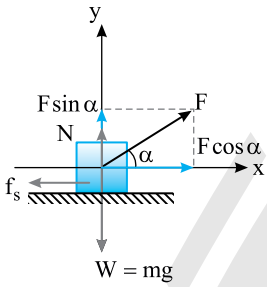
چون جسم با سرعت ثابت در راستای افقی جابه‌جا می‌شود، طبق قانون دوم نیوتون می‌توان گفت:

$$\sum F_x=0\Rightarrow F\cos 45^\circ-f_k=0\Rightarrow f_k=F\cos 45^\circ=20\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=20$$

$$\Rightarrow \mu_k\times N=20\Rightarrow 0/5(10m-20)=20\Rightarrow 5m-10=20\Rightarrow 5m=30\Rightarrow m=6kg$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

C **۷۲۶- گزینه‌ی ۲** نیروی F را تجزیه می‌کنیم، در آستانه‌ی حرکت خواهیم داشت:



$$F\cos\alpha=f_{s\,max}\Rightarrow F\cos\alpha=\mu_s N\Rightarrow F\cos\alpha=\mu_s(W-F\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow F\cos\alpha=\frac{3}{4}W-\frac{3}{4}F\sin\alpha\Rightarrow F(\cos\alpha+\frac{3}{4}\sin\alpha)=\frac{3}{4}W$$

سمت راست رابطه مقدار ثابتی است بنابراین اگر بخواهیم F کمینه باشد باید عبارت $(\cos\alpha+\frac{3}{4}\sin\alpha)$ بیشینه باشد. در درس ریاضی در مبحث کاربرد مشتق خواهید دید برای آن که بیشینه و کمینه بودن یک تابع را مشخص کنیم مشتق آن را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم. از این رو مشتق عبارت فوق را به دست می‌آوریم:

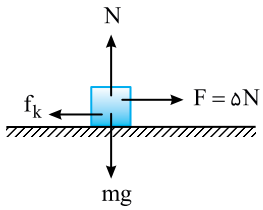
$$-\sin\alpha+\frac{3}{4}\cos\alpha=0\Rightarrow\sin\alpha=\frac{3}{4}\cos\alpha\Rightarrow\tan\alpha=\frac{3}{4}\Rightarrow\alpha=\tan^{-1}(\frac{3}{4})$$

B **۷۲۷- گزینه‌ی ۱** حداقل نیروی F که باعث بلند شدن جسم از سطح می‌شود هنگامی رخ می‌دهد که مؤلفه‌ی قائم F نیروی وزن را خنثی کند و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر شود.

$$F\sin\alpha=mg\Rightarrow F=\frac{mg}{\sin\alpha}$$

B **۷۲۸- گزینه‌ی ۴** سرعت جسم ثابت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$\sum F=0\Rightarrow F=f_k\Rightarrow f_k=9N$$



شتاب توقف را به دست می‌آوریم نیروی موثر اصطکاک جنبشی است.

$$-f_k=ma\Rightarrow -9=2a\Rightarrow a=-\frac{9}{2}\frac{m}{m^2}$$

سرعت v را به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

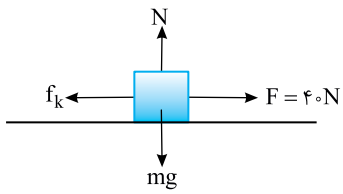
$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-v^2=2(-\frac{9}{2})(9)\Rightarrow v^2=81\Rightarrow v=9\frac{m}{s}$$

بنابراین داریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow 5=\frac{-9}{2}t+9\Rightarrow t=\frac{8}{9}s$$

Ⓒ **۷۲۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

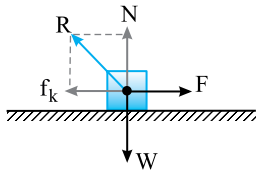
$$f_k=\mu_k mg \Rightarrow f_k=\frac{۱}{۴}\times ۴۰=۱۰N$$



نیروی افقی وارد بر جسم $۴۰N$ است. هنگامی‌که جسم شروع به حرکت می‌کند، تا زمانی که $F>f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می‌شود و وقتی $F=f_k=۱۰N$ سرعت جسم ثابت می‌ماند و اگر $F<f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می‌کند. بنابراین نیروی F را می‌توان از $۴۰N$ تا $۱۰N$ کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد. بنابراین:

$$\Delta F=۴۰-۱۰=۳۰N$$

Ⓐ **۷۳۰- گزینه‌ی ۳** سرعت ثابت است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$\sum F_x=۰\Rightarrow f_k=F=۶۰N$$

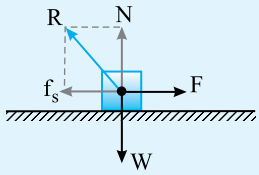
$$\sum F_y=۰\Rightarrow N=W=۸۰N$$

$$R=\sqrt{F^۲+W^۲}=\sqrt{۶۰^۲+۸۰^۲}=\sqrt{۱۰^۴}=۱۰۰\ N$$

تست: نیروی افقی $۵N$ بر جسمی به وزن $۵۰N$ واقع بر سطح افق وارد می‌شود و جسم ساکن است. نیروی واکنش سطح بر جسم چند نیوتون است؟

۱) بیش‌تر از ۵۰ **۲)** ۵۰ **۳)** کم‌تر از ۵۰ **۴)** ۱۱۰

پاسخ: جسم ساکن است، بنابراین:

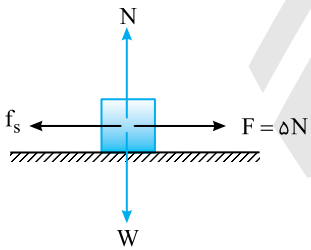


$$\sum F=۰\Rightarrow \begin{cases} f_s=F=۵N \\ N=W=۵۰N \end{cases}$$

$$R=\sqrt{N^۲+f_s^۲}\Rightarrow R=\sqrt{۵۰^۲+۵^۲}>۵۰N$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓑ **۷۳۱- گزینه‌ی ۳** نیروی اصطکاک و نیروی عمودی تکیه‌گاه مؤلفه‌های نیروی R هستند. بنابراین نیروی اصطکاک و نیروی عمودی تکیه‌گاه را باید به‌دست آوریم.



$$\sum F_y=۰\Rightarrow N=W\Rightarrow N=۱۲N$$

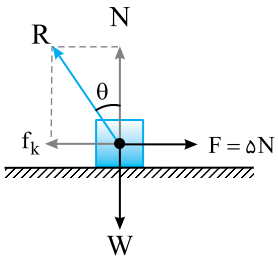
نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$f_k=\mu_k mg\Rightarrow f_k=\frac{۱}{۲}\times ۱۲=۶N>۵N$$

نیروی اصطکاک جنبشی از نیروی $F=۵N$ بیش‌تر است و جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح نیروی اصطکاک ایستایی است.

$$\sum F=۰\Rightarrow f_s=F\Rightarrow f_s=۵N\ ,\ R=\sqrt{N^۲+f_s^۲}\Rightarrow R=\sqrt{۱۲^۲+۵^۲}\Rightarrow R=۱۳N$$

Ⓑ **۷۳۲- گزینه‌ی ۴** نیروی واکنش سطح (R) نیرویی است که توسط سطح بر جسم وارد می‌شود و نیروی عمودی تکیه‌گاه N و نیروی اصطکاک f_k مؤلفه‌های نیروی واکنش سطح هستند.



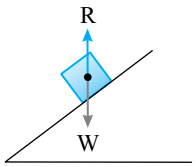
در مسأله، جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$\sum F_y=۰\Rightarrow N=W\Rightarrow N=۰/۵\times ۱۰=۵N$$

$$\sum F_x=۰\Rightarrow f_x=F\Rightarrow f_k=۵N$$

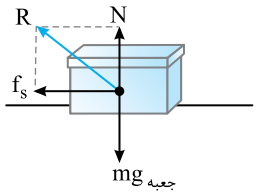
اکنون زاویه‌ی بین R و راستای قائم را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan\theta=\frac{f_k}{N}=\frac{۵}{۵}=۱\Rightarrow \theta=۴۵^\circ$$



B **۷۳۳- گزینه‌ی ۲** بر جسم نیروی وزن (W) از طرف کره‌ی زمین و نیرویی از طرف سطح (R) وارد می‌شود سرعت جسم ثابت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$\sum F=0 \Rightarrow R=W \Rightarrow 50=mg \Rightarrow m=5kg$$



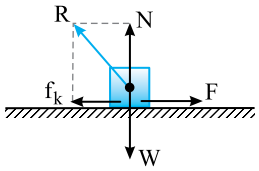
C **۷۳۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که جعبه نسبت به کف تریلی درحال حرکت، ساکن است، هنگام ترمز نیرویی که جعبه را از حرکت باز می‌دارد نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. با رسم نیروهای وارد بر جعبه و با توجه به این‌که تریلی با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند، داریم:

$$\sum F_y=0 \Rightarrow N-mg_{جعبه}=0 \Rightarrow N=2\times10=20N$$

$$\sum F_x=ma_{جعبه} \Rightarrow -f_s=2\times(-4)=-8 \Rightarrow f_s=8N$$

با توجه به این‌که کف تریلی، دو نیروی N و f_s را بر جعبه وارد می‌کند، برآیند این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

نیرویی که کف تریلی بر جعبه وارد می کند: $R=\sqrt{N^2+f_s^2} \Rightarrow R=\sqrt{20^2+8^2}=4\sqrt{5^2+2^2}=4\sqrt{29}N$

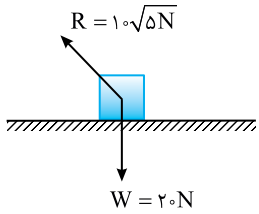


B **۷۳۵- گزینه‌ی ۱** جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است یعنی:

$$N=W \Rightarrow N=20N \quad , \quad F=f_k \Rightarrow f_k=10N$$

با حذف ناگهانی F نیروهای R و W باقی می‌ماند.

$$R=\sqrt{N^2+f_k^2} \Rightarrow R=\sqrt{400+100} \Rightarrow R=10\sqrt{5}N$$



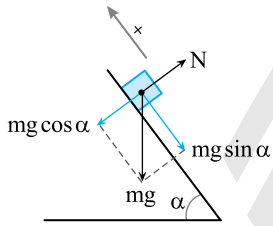
B **۷۳۶- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت وزنه را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a=\frac{0-4}{0/5}=-8\frac{m}{s^2}$$

(جهت رو به بالا را مثبت اختیار کرده‌ایم.)

بنا بر قانون دوم نیوتون:

$$-mg\sin\alpha=ma \Rightarrow -10\sin\alpha=-8 \Rightarrow \sin\alpha=0/8$$



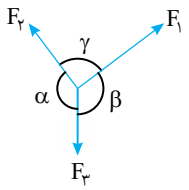
نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برابر نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) است، زیرا طبق فرض مسأله اصطکاک ناچیز است:

$$N=mg\cos\alpha \Rightarrow N=40\times0/6 \Rightarrow N=24\ N$$

A **۷۳۷- گزینه‌ی ۲** سرعت جسم ثابت است، بنابراین نیروی جلوبر اتومبیل با مجموع نیروهای مقاوم (اصطکاک) برابر است.

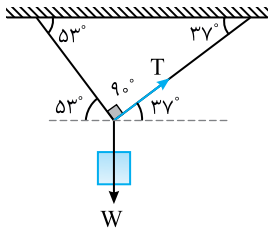
A **۷۳۸- گزینه‌ی ۴** ذره دارای سرعت ثابت است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$\sum \vec{F}=0 \Rightarrow \vec{F}_1+\vec{F}_2=0 \Rightarrow 2\vec{i}-6\vec{j}+\vec{F}_2=0 \Rightarrow \vec{F}_2=-2\vec{i}+6\vec{j}$$



A **۷۳۹- گزینه‌ی ۲** قانون سینوس‌ها: هرگاه برآیند ۳ نیرو صفر شود بین اندازه‌های آن‌ها و سینوس زاویه‌ی بین آن‌ها رابطه‌ی زیر برقرار است:

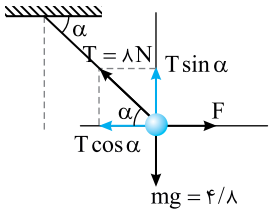
$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0 \Rightarrow \frac{F_1}{\sin\alpha}=\frac{F_2}{\sin\beta}=\frac{F_3}{\sin\gamma}$$



به کمک قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{\sin(90^\circ+53^\circ)}=\frac{W}{\sin 90^\circ}$$

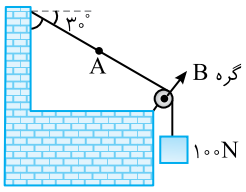
$$\frac{6}{\cos 53^\circ}=\frac{W}{1} \Rightarrow \frac{6}{0/6}=W \Rightarrow W=10N$$



Ⓐ **۷۴۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل و تجزیه‌ی نیروها:

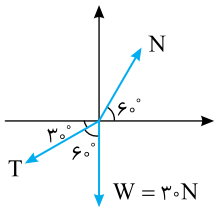
$$T\sin\alpha = W$$

$$۸\sin\alpha = ۴/۸ \Rightarrow \sin\alpha = ۰/۶ \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$



Ⓑ **۷۴۱- گزینه‌ی ۲** نیروی کشش نخ برابر وزن است و در طول نخ همگن با جرم ناچیز مقدار ثابتی است.

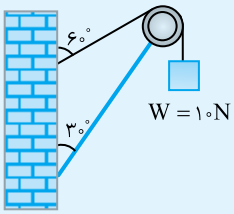
$$T = mg = ۱۰۰N$$



Ⓐ **۷۴۲- گزینه‌ی ۳** مطابق شکل نیروها را رسم می‌کنیم. با توجه به قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{N}{\sin ۶۰^\circ} \xrightarrow{\sin(۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = \cos ۶۰^\circ} N = W\tan ۶۰^\circ$$

$$\xrightarrow{W = ۳۰N} N = ۳۰\sqrt{۳}N$$



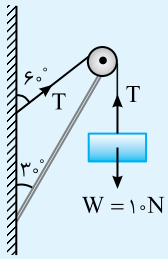
تست: **مطابق شکل روبه‌رو، جسم آویخته از نخ، ساکن است. اگر جرم نخ‌ها و میله ناچیز باشد، نیروی کشش نخ متصل به دیوار قائم کدام است؟ (یکاها در SI)**

۱) ۳۰

۲) ۲۰

۳) ۱۰

۴) $۱۰\sqrt{۳}$



پاسخ: نیروهای وارد بر وزنه را بررسی می‌کنیم. نیروی کشش نخ و نیروی وزن با هم برابر است.

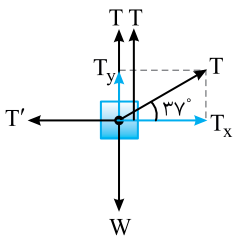
$$T = W = ۱۰N$$

و نیروی کشش نخ در تمام طول نخ یکسان است، بنابراین کشش نخ متصل به دیوار نیز $T = ۱۰N$ است.

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۷۴۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل برای W' می‌توان نوشت:

$$W' = T$$

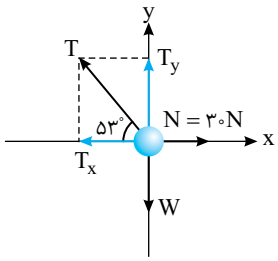


برای وزنه‌ی W می‌توان نوشت:

$$W = T + T + T\sin ۳۷^\circ \Rightarrow W = ۲/۶T$$

بنابراین:

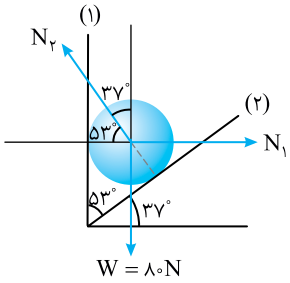
$$\frac{W}{W'} = \frac{۲/۶T}{T} = ۲/۶$$



A **۷۴۴- گزینه‌ی ۳** جسم در تعادل است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

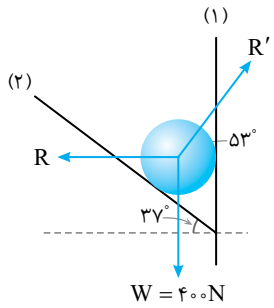
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T\cos ۵۳^\circ = ۳۰ \Rightarrow T = \frac{۳۰}{۰/۶} = ۵۰N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T\sin ۵۳^\circ = mg \Rightarrow m = \frac{۵۰ \times ۰/۸}{۱۰} = ۴kg$$



A **۷۴۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل روبه‌رو و رسم نیروها، مسأله به کمک قانون سینوس‌ها به راحتی قابل حل است.

$$\frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} = \frac{N_۱}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} \Rightarrow \frac{۸۰}{\cos ۳۷^\circ} = \frac{N_۱}{\cos ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{۸۰}{۰/۸} = \frac{N_۱}{۰/۶} \Rightarrow N_۱ = ۶۰N$$

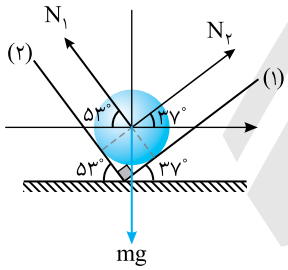


B **۷۴۶- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر کره را رسم و به کمک قانون سینوس‌ها مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{R}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} = \frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} \Rightarrow \frac{R}{۰/۶} = \frac{۴۰۰}{۰/۸} \Rightarrow R = ۳۰۰N$$

$$\frac{R'}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} \Rightarrow \frac{R'}{۱} = \frac{۴۰۰}{۰/۸} \Rightarrow R' = ۵۰۰N$$

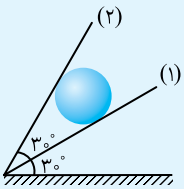
$$\left(\sin(\alpha) = \cos(۹۰ - \alpha)\ ,\ \sin(\alpha + ۹۰) = \cos\alpha\right)$$



B **۷۴۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به قانون سینوس‌ها:

$$\frac{N_۱}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} = \frac{W}{\sin ۹۰^\circ}$$

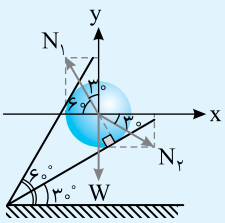
$$\frac{N_۱}{۰/۸} = \frac{۴۰}{۱} \Rightarrow N_۱ = ۳۲N$$



تست: در شکل روبه‌رو کره‌ای همگن به جرم ۲۰kg درون ناوه‌ای که سطح‌های آن بدون اصطکاک است قرار دارد. نیرویی که توسط کره بر سطح (۱) وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۰۰ ۲) $۲۰۰\sqrt{۳}$

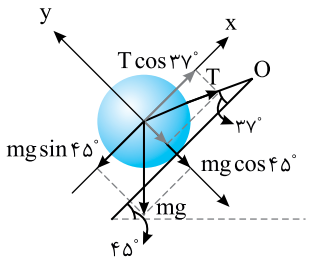
۳) ۱۰۰ ۴) $۱۰۰\sqrt{۳}$



پاسخ: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به کمک قانون سینوس‌ها مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{N_۱}{\sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{W}{\cos ۶۰^\circ} = \frac{N_۱}{\sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{\frac{۱}{۲}} = \frac{N_۱}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow N_۱ = ۲۰۰\sqrt{۳}N$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

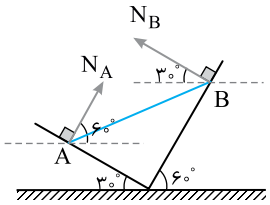


B **۷۴۸- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر کره را رسم کرده و روی محورهای x و y مطابق شکل تجزیه می‌کنیم.

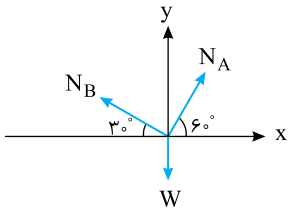
جسم در تعادل است و باید برآیند نیروهای وارد برجسم صفر شود.

$$\sum F=0 \Rightarrow \sum F_x=0 \Rightarrow mg\sin 45^\circ = T\cos 37^\circ$$

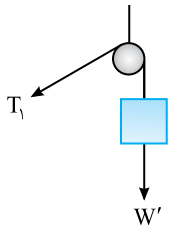
$$40\times\frac{\sqrt{2}}{2}=T\times 0/8 \Rightarrow T=25\sqrt{2}N$$



B **۷۴۹- گزینه‌ی ۲** نیرویی که سطح بدون اصطکاک بر جسم وارد می‌کند همان نیروی عمودی تکیه‌گاه است. با توجه به شکل نیروها را رسم کرده و نمودار جسم آزاد را رسم می‌کنیم:



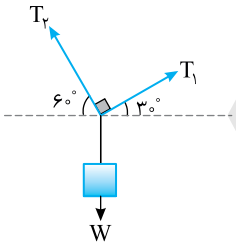
$$\sum F_x=0 \Rightarrow N_A\cos 60^\circ = N_B\cos 30^\circ \Rightarrow N_A\times\frac{1}{2}=N_B\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow N_A=\sqrt{3}N_B$$



B **۷۵۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به این‌که وزنه‌ها در حال تعادلند، داریم:

در تعادل $W': T_1 - W' = 0 \Rightarrow T_1 = W' \Rightarrow T_1 = 2N$

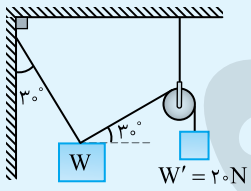
هنگامی‌که اجسام در حال تعادلند، برآیند نیروهای وارد بر آن‌ها صفر است.



$$\sum F_x=0 \Rightarrow T_1\cos 30^\circ - T_2\cos 60^\circ = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}W' - \frac{1}{2}T_2 = 0 \Rightarrow T_2=\sqrt{3}W'$$

$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_1\sin 30^\circ + T_2\sin 60^\circ - W = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}W' + \frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}W' = W \Rightarrow 2W' = W$$

$$\Rightarrow \frac{W}{W'}=2 \Rightarrow \frac{W}{2}=2 \Rightarrow W=4N$$



تست: در شکل روبه‌رو دستگاه در تعادل است. کشش نخ متصل به دیوار قائم چند نیوتون است؟ (جرم نخ و قرقره ناچیز است.)

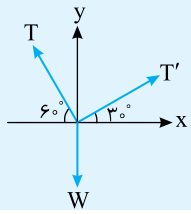
۱) $20\sqrt{3}$

۲) ۲۰

۳) $10\sqrt{3}$

۴) $40\sqrt{3}$

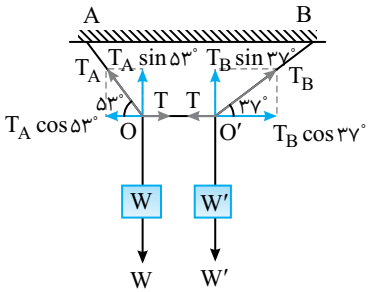
پاسخ: با توجه به نیروی وارد بر W' کشش نخ متصل به آن برابر $T'=W'=20N$ است.



نیروهای وارد بر W را رسم می‌کنیم. با توجه به قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{T'}{\sin(90^\circ+60^\circ)}=\frac{T}{\sin(90^\circ+30^\circ)}\Rightarrow\frac{20}{\cos 60^\circ}=\frac{T}{\cos 30^\circ}\Rightarrow T=20\sqrt{3}N$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.



B **۷۵۱- گزینه‌ی ۳** دستگاه در تعادل است برای جسم W' می‌توان نوشت:

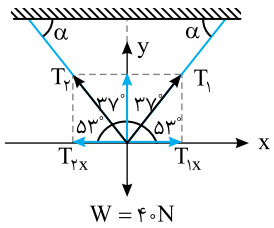
$$W': \begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow T = T_B \cos ۳۷^\circ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow W' = T_B \sin ۳۷^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{W'}{T} = \tan ۳۷^\circ \qquad (۱)$$

همچنین برای جسم W می‌توان نوشت:

$$W: \begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow T = T_A \cos ۵۳^\circ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow W = T_A \sin ۵۳^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{W}{T} = \tan ۵۳^\circ \qquad (۲)$$

اکنون رابطه‌ی (۱) را بر (۲) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{W'}{T}}{\frac{W}{T}} = \frac{\tan ۳۷^\circ}{\tan ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۹}{۱۶}$$

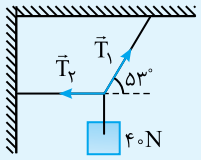


B **۷۵۲- گزینه‌ی ۲** جسم در تعادل است. پس:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۵۳^\circ = T_۲ \cos ۵۳^\circ \Rightarrow T_۱ = T_۲ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow ۲T_{۱y} = W \Rightarrow ۲T_۱ \sin ۵۳^\circ = W \end{cases}$$

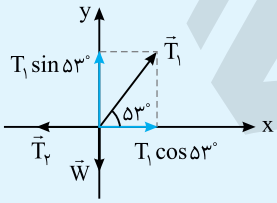
$$T_۱ = \frac{W}{۲ \sin ۵۳^\circ} = \frac{۴۰}{۲ \times ۰/۸} = ۲۵N$$

تست: در شکل روبه‌رو، نیروی کشش نخ $T_۲$ چند نیوتون است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$ (آزاد ریاضی - ۸۲)



۱) ۵۰
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) ۴۰

پاسخ: **راه‌حل اول:** جسم در تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ \sin ۵۳^\circ = W \Rightarrow T_۱(۰/۸) = ۴۰ \Rightarrow T_۱ = ۵۰N$$

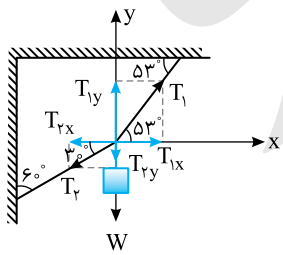
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۲ = T_۱ \cos ۵۳^\circ \Rightarrow T_۲ = ۵۰ \times ۰/۶ = ۳۰N$$

راه‌حل دوم: استفاده از قانون سینوس‌ها:

$$\frac{F_۱}{\sin \alpha} = \frac{F_۲}{\sin \beta} = \frac{F_۳}{\sin \theta}$$

$$\frac{T_۲}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} = \frac{W}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} \Rightarrow \frac{T_۲}{۰/۶} = \frac{۴۰}{۰/۸} \Rightarrow T_۲ = ۳۰N$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



C **۷۵۳- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در حال تعادل است:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_{۱x} = T_{۲x} \Rightarrow T_۱ \times \cos ۵۳^\circ = T_۲ \cos ۳۰^\circ$$

$$T_۱ \times ۰/۶ = T_۲ \times ۰/۸۵ \Rightarrow T_۲ = \frac{۰/۶}{۰/۸۵} T_۱ \Rightarrow T_۲ = \frac{۶۰}{۸۵} T_۱$$

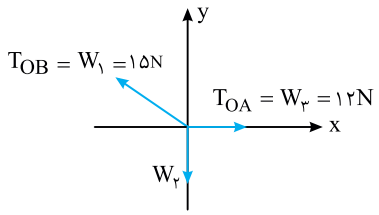
کشش $T_۱$ بزرگ‌تر از $T_۲$ است بنابراین کشش $T_۱$ می‌تواند ۸۵N باشد، اگر کشش $T_۲$ برابر ۸۵N شود، کشش $T_۱$ از ۸۵N بیش‌تر و نخ پاره می‌شود. بنابراین:

$$T_۲ = \frac{۱۲}{۱۷} \times ۸۵ \Rightarrow T_۲ = ۶۰N$$

برآیند نیروها روی محور yها نیز صفر است از این رو:

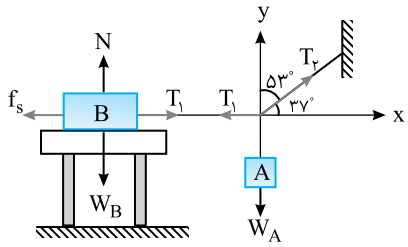
$$T_۱ \sin ۵۳^\circ - W - T_۲ \sin ۳۰^\circ = ۰ \Rightarrow ۸۵ \times ۰/۸ - ۶۰ \times \frac{۱}{۲} = W \Rightarrow W = ۳۸N$$

C **۷۵۴- گزینه‌ی ۲** دستگاه در تعادل است، بنابراین برآیند سه نیروی T_{OA} ، T_{OB} و $W_۲$ باید صفر باشد، از طرفی کشش نخ OA برابر وزن $W_۳$ و کشش نخ OB برابر وزن $W_۱$ است. با توجه به شکل:



$$\begin{cases} T_{OB}^۲ = W_۲^۲ + T_{OA}^۲ \\ T_{OB} = W_۱ = ۱۵N \\ T_{OA} = W_۳ = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow ۱۵^۲ = W_۲^۲ + ۱۲^۲ \Rightarrow W_۲ = ۹N$$

B **۷۵۵- گزینه‌ی ۲** جسم B باید ساکن بماند، بنابراین:



$$\sum F = ۰$$

$$T_۱ = f_s \Rightarrow T_۱ = \mu_s W_B = ۰/۵ \times ۶۰۰ \Rightarrow T_۱ = ۳۰۰N$$

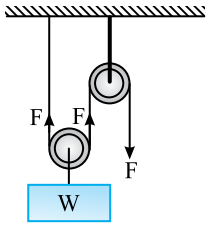
بنا به قانون سینوس‌ها (برای نیروهای وارد بر جسم A):

$$\frac{T_۱}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} = \frac{W_A}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} \Rightarrow \frac{۳۰۰}{۰/۸} = \frac{W_A}{۰/۶} \Rightarrow W_A = \frac{۳۰۰ \times ۰/۶}{۰/۸} = ۲۲۵N$$

A **۷۵۶- گزینه‌ی ۳** برآیند سه نیرو وقتی صفر می‌شود که برآیند نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ هم‌اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_۳$ و در خلاف جهت آن باشد. تنها کافی است برآیند $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ که با هم زاویه‌ی ۹۰° می‌سازند و اندازه‌ی هر یک از آن‌ها ۲۰N است را به‌دست آورد.

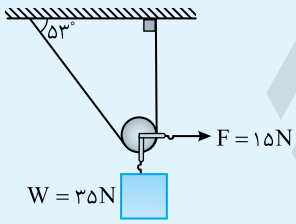
$$|\vec{F}_۳| = ۲F_۱ \cos\frac{۹۰^\circ}{۲} = ۲ \times ۲۰ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۲۰\sqrt{۲}N$$

A **۷۵۷- گزینه‌ی ۳** دستگاه در تعادل است و برآیند نیروها صفر است. کشش در طول نخ یکسان و برابر F است.



$$\sum F = ۰ \Rightarrow W = ۲F \Rightarrow ۲۰۰ = ۲F \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

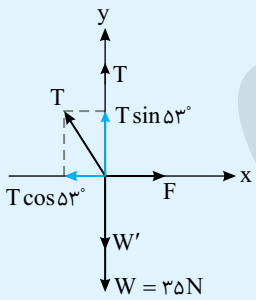
تست: در شکل روبه‌رو وزن جسم متصل به قرقره ۳۵N و دستگاه در تعادل است. اگر نیروی افقی $F = ۱۵N$ باشد، وزن قرقره چند نیوتون است؟



۱) ۲۵ ۲) ۸

۳) ۱۵ ۴) ۱۰

پاسخ: نمودار جسم آزاد را برای قرقره و جسم رسم می‌کنیم (وزن قرقره $= W'$). نیروی کشش نخ گذرنده از شیار قرقره در دو طرف قرقره یکسان است.

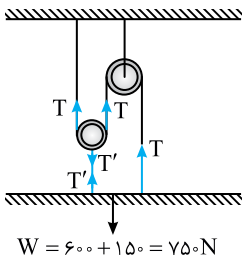


$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T\cos ۵۳^\circ = F \Rightarrow T = \frac{۱۵}{۰/۶} \Rightarrow T = ۲۵N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T + T\sin ۵۳^\circ = W' + W \Rightarrow ۲۵ + (۲۵ \times ۰/۸) = W' + ۳۵ \Rightarrow W' = ۱۰N$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

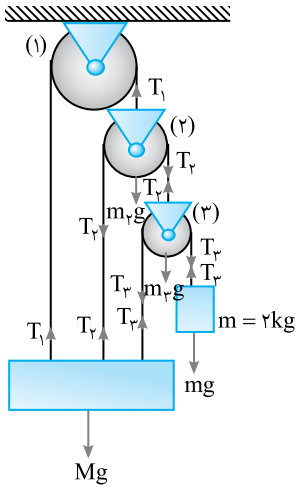
B **۷۵۸- گزینه‌ی ۳** شخص و داربست را به‌عنوان یک جسم که به مجموعه‌ی قرقره‌ها با ریسمان متصل است در نظر می‌گیریم.



$$۶۰۰ + ۱۵۰ = ۷۵۰N$$

$$W = ۶۰۰ + ۱۵۰ = ۷۵۰\ N$$

$$۷۵۰ = T' + T \xrightarrow{T' = ۲T} ۷۵۰ = ۳T \Rightarrow T = ۲۵۰N$$



C **۷۵۹- گزینه‌ی ۳** دستگاه در تعادل است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

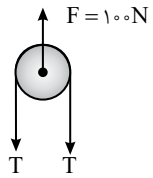
با توجه به شکل:

$T_3 = mg \Rightarrow T_3 = 20N$ برای وزنه‌ی m

$T_2 = 2T_3 + m_3g = 40 + 10 = 50N$ برای قرقره‌ی (۳)

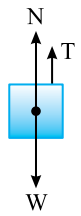
$T_1 = 2T_2 + m_2g = 100 + 10 = 110N$ برای قرقره‌ی (۲)

$Mg = T_1 + T_2 + T_3 = 110 + 50 + 20 = 180N \Rightarrow M = 18kg$ برای وزنه‌ی M



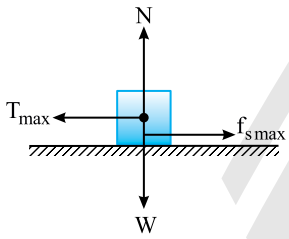
B **۷۶۰- گزینه‌ی ۲** کشش نخ را مطابق شکل به دست می‌آوریم:

$F = 2T \Rightarrow 100 = 2T \Rightarrow T = 50N$



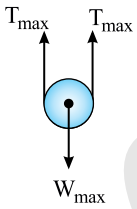
نیروی ۵۰N نمی‌تواند وزنه را از زمین بلند کند در این صورت:

$\sum F = 0 \Rightarrow N + T = W \Rightarrow N = 300 - 50 \Rightarrow N = 250N$



B **۷۶۱- گزینه‌ی ۲** بیشینه‌ی نیروی کشش نخ در حالی‌که جسم روی میز ساکن است وقتی است که نیروی کشش نخ با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر است.

$T_{max} = f_{s\,max} \Rightarrow T_{max} = \mu_s N \Rightarrow T_{max} = 0/3 \times 40 \Rightarrow T_{max} = 12N$

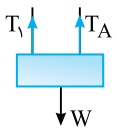


نیروهای وارد بر قرقره را رسم می‌کنیم:

$W_{max} = 2T_{max} \Rightarrow mg = 24 \Rightarrow m_{max} = 2/4kg$

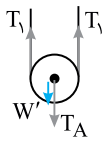
A **۷۶۲- گزینه‌ی ۲** دستگاه در تعادل است. وقتی با دست وزنه‌ی Q را به طرف پایین بکشیم با دست یک نیروی دیگر به دستگاه وارد شده و تعادل دستگاه را به هم می‌زند. با حذف نیروی دست (رها کردن وزنه) Q رو به بالا حرکت می‌کند تا به تعادل قبلی خود باز گردد.

C **۷۶۳- گزینه‌ی ۴**



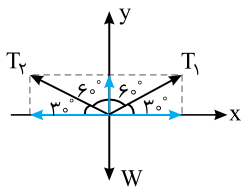
$W = T_1 + T_A \Rightarrow 200 = T_1 + T_A \qquad (1)$

حال برای قرقره‌ی متحرک با وزن $W' = 10N$ نیز رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم. دستگاه در تعادل است، بنابراین برآیند نیروها صفر است.



$\sum F = 0 \Rightarrow 2T_1 = W' + T_A \Rightarrow 2T_1 = 10 + T_A \Rightarrow T_1 = 5 + \frac{T_A}{2} \qquad (2)$

$(1),(2) \Rightarrow 200 = 5 + \frac{T_A}{2} + T_A \Rightarrow 195 = \frac{3T_A}{2} \Rightarrow T_A = \frac{390}{3} = 130N$



B ۷۶۴- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** جسم در تعادل است. ابتدا نیروها را در یک دستگاه مختصات رسم و تجزیه می‌کنیم. جمع مؤلفه‌ها روی هر یک از محورها باید صفر شود.

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۳۰^\circ = T_۲ \cos ۳۰^\circ \Rightarrow T_۱ = T_۲$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ \sin ۳۰^\circ + T_۲ \sin ۳۰^\circ = W \Rightarrow ۲T_۱(\frac{۱}{۲}) = ۴۰ \Rightarrow T_۱ = T_۲ = ۴۰N$$

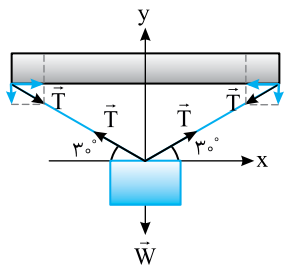
راه‌حل دوم: استفاده از قانون سینوس‌ها است.

$$\frac{F_۱}{\sin\alpha} = \frac{F_۲}{\sin\beta} = \frac{F_۳}{\sin\theta} \Rightarrow \frac{T_۱}{\sin(۹۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{W}{\sin ۱۲۰^\circ} \Rightarrow \frac{T_۱}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow T_۱ = ۴۰N$$

$T_۲$ را نیز به همین صورت به‌دست می‌آوریم.

راه‌حل سوم: چون طول ریسمان‌ها برابر است، کشش آن‌ها نیز یکسان است، از طرفی زاویه‌ی بین آن‌ها ۱۲۰° است، بنابراین برآیند آن‌ها با هر یک از کشش‌ها برابر است. بنابراین:

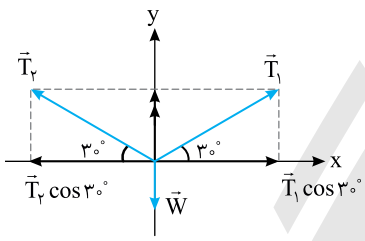
$$T_۱ = T_۲ = W = ۴۰N$$



C ۷۶۵- گزینه‌ی ۳ جسم در تعادل است. در واقع هر یک از نیروهای F برابر مؤلفه‌ی افقی نیروی کشش است.

$$\frac{T}{\sin(۹۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{W}{\sin ۱۲۰^\circ} \Rightarrow T = W$$

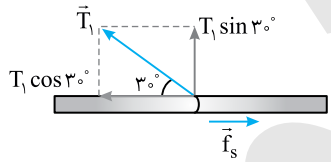
$$F = T\cos ۳۰^\circ \Rightarrow F = W \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow F = \frac{\sqrt{۳}}{۲} W$$



C ۷۶۶- گزینه‌ی ۲ ابتدا نیروی کشش هر طناب را به‌دست می‌آوریم. با توجه به شکل، کشش طناب‌ها برابر است.

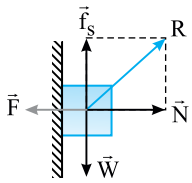
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۳۰^\circ = T_۲ \cos ۳۰^\circ \Rightarrow T_۱ = T_۲$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow ۲T_۱ \sin ۳۰^\circ = W \Rightarrow T_۱ = T_۲ = ۴۰N$$



عاملی که سبب می‌گردد طناب در محل تماس با میله حرکت نکند، اصطکاک بین طناب و میله است.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow f_s = T_۱ \cos ۳۰^\circ = ۲۰\sqrt{۳}N$$



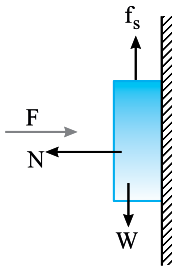
C ۷۶۷- گزینه‌ی ۲ جسم در تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \Rightarrow f_s = W \\ \sum F_x = ۰ \Rightarrow N = F \Rightarrow R = \sqrt{F^۲ + W^۲} \\ R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} \end{cases} \quad (۱)$$

وقتی F دو برابر می‌شود، نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) نیز دو برابر می‌شود، اما نیروی اصطکاک ایستایی همچنان برابر وزن جسم است. $(F_s = W)$

$$\begin{cases} f_s = W \\ N' = ۲F \end{cases} \Rightarrow R' = \sqrt{۴F^۲ + W^۲} \quad (۲)$$

در حالت دوم از مقایسه‌ی رابطه‌های (۱) و (۲) مشخص است که نیروی واکنش سطح، زیاد شده اما دو برابر نمی‌شود.

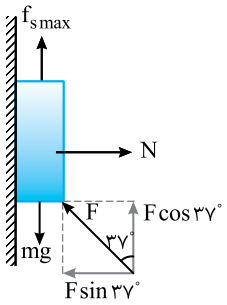


B **۷۶۸- گزینه‌ی ۴** شکل مسأله را رسم می‌کنیم. جسم ساکن و در تعادل است. بنابراین:

$$\sum F=0 \Rightarrow W=f_s \Rightarrow f_s=120N$$

از طرفی نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی F است و می‌توان نوشت:

$$f_s=\mu_s N \xrightarrow{N=F} 120=\frac{1}{4}\times F \Rightarrow F=480N$$

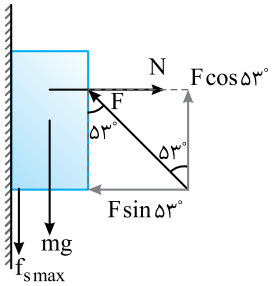


B **۷۶۹- گزینه‌ی ۴** حداقل نیروی F وقتی است که جسم بخواهد به پایین بلغزد در این صورت اصطکاک ایستایی رو به بالا است.

$$\sum F=0 \Rightarrow mg=f_{s\,max}+F\cos 37^\circ$$

$$\xrightarrow{N=F\sin 37^\circ} mg=\mu_s F\sin 37^\circ+F\cos 37^\circ$$

$$110=0/5\times F\times 0/6+F(0/8) \Rightarrow F=\frac{110}{1/1}=100N$$



B **۷۷۰- گزینه‌ی ۲** بیش‌ترین مقدار F در حالتی است که جسم در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار گیرد. در این حالت نیروی وزن mg و نیروی اصطکاک ایستایی آستانه‌ی حرکت (f_{smax}) رو به پایین‌اند. با توجه به شکل:

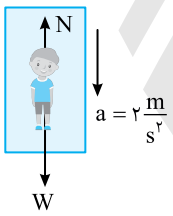
$$F\cos 53^\circ=mg+f_{s\,max}$$

$$F\cos 53^\circ=mg+\mu_s N \Rightarrow F\cos 53^\circ=mg+\mu_s F\sin 53^\circ$$

$$0/6F=20+0/2F\times 0/8 \Rightarrow F=\frac{20}{0/44} \Rightarrow F=\frac{500}{11}N$$

A **۷۷۱- گزینه‌ی ۱** دقت کنید که در صورت سؤال، برآیند نیروهای وارد بر شخص خواسته شده است.

$$\sum F=Ma \Rightarrow \sum F=50\times 2=100N$$

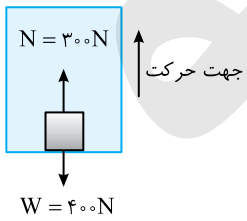


A **۷۷۲- گزینه‌ی ۴** حرکت تندشونده رو به پایین است از این‌رو $N<W$ خواهد بود:

$$mg-N=ma$$

$$800-N=80\times 2 \Rightarrow N=640N$$

شخص نیز نیرویی برابر $640N$ به آسانسور وارد می‌کند.



A **۷۷۳- گزینه‌ی ۳** نیروی عمودی که بر جسم از طرف کف آسانسور وارد می‌شود $300N$ است. بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم نیز بر کف آسانسور وارد می‌کند، $300N$ است.

اما چگونه این حالت ممکن است؟ کافی است آسانسور با حرکت کندشونده رو به بالا حرکت کند، در این صورت $N<W$ خواهد بود.

B **۷۷۴- گزینه‌ی ۴** بر شخص درون آسانسور ۲ نیروی وزن W و عمودی تکیه‌گاه N وارد می‌شود. نیروی N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود، پس بنابر قانون سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیرویی برابر N رو به پایین وارد می‌کند که به آن وزن ظاهری گویند. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $N=W$ است.

اگر با حرکت تندشونده بالا برود، $N>W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $N<W$ است.

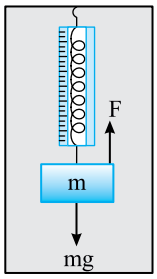
بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می‌کند می‌تواند برابر، کم‌تر یا بیش‌تر از وزن ظاهری باشد.

تست: شخصی به جرم m درون آسانسوری که حرکت شتابدار دارد ایستاده است و آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کند، نیرویی که کف آسانسور به شخصی وارد می‌کند را F می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

۱) الزاماً $F=0$ ۲) الزاماً $F<mg$

۳) الزاماً $F>mg$ ۴) بسته به حرکت آسانسور، هر سه می‌تواند باشد.

پاسخ: جهت حرکت جسم رو به بالا است. اما نوع حرکت مشخص نیست اگر حرکت تندشونده باشد $F>W$ است، اگر حرکت کندشونده باشد $F<W$ است و اگر جسم با حرکت کندشونده با شتاب g رو به بالا حرکت کند، نیروی $F=0$ خواهد بود بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



A **۷۷۵- گزینه‌ی ۲** بر جسمی که درون آسانسور به انتهای نیروسنج وصل است دو نیروی وزن و نیروی کشسانی F فنر وارد می‌شود.

هنگامی‌که آسانسور رو به بالا تندشونده حرکت می‌کند $F>W$ است و هنگامی‌که آسانسور رو به پایین کندشونده حرکت می‌کند همچنان نیروی F که رو به بالا است از نیروی وزن W که رو به پایین است بزرگ‌تر است $(F>W)$ و در هر دو حالت نیروی F یکسان و برابر است با:

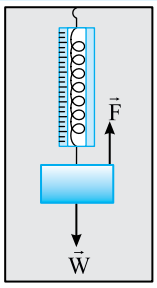
$$F-mg=ma\Rightarrow F=m(g+a)\Rightarrow F_1=F_2$$

بنابراین F_1-F_2 برابر صفر است.

تست: در یک آسانسور، جسمی به جرم ۲ کیلوگرم به انتهای نیروسنجی آویزان است. فرض کنید آسانسور با سرعت ثابت $0/2\frac{m}{s}$ بالا رود و با سرعت ثابت $0/1\frac{m}{s}$ پایین بیاید، تفاوت مقداری که نیروسنج در این دو حالت نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ (آزاد ریاضی)

۱) ۰/۳ ۲) صفر ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۶

پاسخ: چون در دو حالت سرعت ثابت است، بنابراین نیروسنج وزن شخص را نشان می‌دهد $(N=W)$، پس تفاوت صفر است، بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



A **۷۷۶- گزینه‌ی ۲** منظور از وزن ظاهری، عددی است که نیروسنج نشان می‌دهد که برابر نیروی کشسانی فنر نیروسنج است.

هنگامی‌که آسانسور تندشونده بالا می‌رود:

$$F>W\Rightarrow F-mg=ma\Rightarrow F=mg+ma \qquad (1)$$

و هنگامی‌که آسانسور با سرعت ثابت پایین می‌آید:

$$\sum F=0\Rightarrow F'=mg \qquad (2)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲): $F-F'=1\Rightarrow mg+ma-mg=1\Rightarrow m(0/4)=1\Rightarrow m=2/5kg$

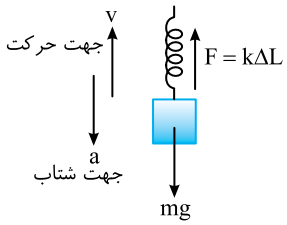
A **۷۷۷- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر جسم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه است. نیروسنج، نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) را نمایش می‌دهد. از این رو:

$$W-N=240\Rightarrow \sum F=240N$$

شتاب حرکت خواهد شد:

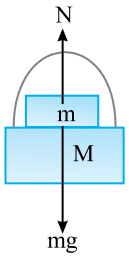
$$\sum F=ma\Rightarrow 240=60a\Rightarrow a=4\frac{m}{s^2}$$

شتاب همواره در جهت نیروی برآیند است. که در این مسأله نیروی برآیند $(W-N)$ رو به پایین است. اما ممکن است جسم دارای حرکت تندشونده رو به پایین و یا دارای حرکت کندشونده رو به بالا باشد.



A **۷۷۸- گزینه‌ی ۲** جسم رو به بالا دارای حرکت کندشونده است بنابراین نیروی کشسانی فنر وارد بر وزنه از نیروی وزن جسم کم‌تر است.

$$F<W\Rightarrow mg-F=ma\Rightarrow 200-F=20\times 2/5\Rightarrow F=150N$$



B ۷۷۹- گزینه‌ی ۳ نیروهای وارد بر جسم m را رسم می‌کنیم. دو نیرو بر جسم m وارد می‌شود، یکی نیروی وزن توسط کره‌ی زمین، دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط M بر جسم m رو به بالا وارد می‌شود.

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = m(g-a)$$

$$N = ۰/۰۵(۱۰-۲) \Rightarrow N = ۰/۴N$$

در واقع جرم m مانند جسمی است که در آسانسور قرار دارد.

A ۷۸۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطه‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰-(۴)^۲ = ۲(a)(۵) \Rightarrow a = -۱/۶\,\frac{m}{s^۲}$$

آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است. پس نیروهای رو به پایین از نیروهای رو به بالا بزرگ‌ترند. در نتیجه:

$$N < W \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow ۶۰۰ - N = ۶۰\times ۱/۶ \Rightarrow N = ۶۰۰ - ۹۶ \Rightarrow N = ۵۰۴N$$

در قسمت به کار گیری قانون دوم نیوتون در حل مسأله جهت رو به پایین (جهت نیروی برآیند) را مثبت فرض کرده‌ایم به همین علت شتاب را با علامت مثبت جای‌گذاری کرده‌ایم.

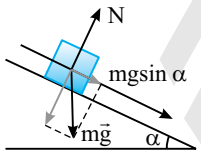
B ۷۸۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$mg - F = ma \Rightarrow ۶۰۰ - ۴۸۰ = ۶۰a \Rightarrow a = ۲\,\frac{m}{s^۲}$$

برآیند نیروها رو به پایین است، پس شتاب حاصل از آن هم رو به پایین است.

B ۷۸۲- گزینه‌ی ۲

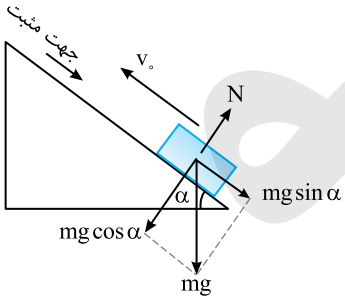
$$T - W = ma \Rightarrow ۳/۲ - ۲ = ۰/۲a \Rightarrow a = ۶\,\frac{m}{s^۲}$$



A ۷۸۳- گزینه‌ی ۱

$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

دقت کنید شتاب به دست آمده به جرم جسم بستگی ندارد، بنابراین دستگاه نیز با همان شتاب $g\sin\alpha$ به پایین می‌لغزد.



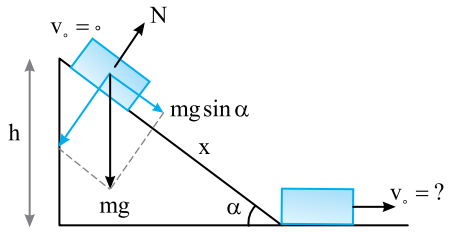
A ۷۸۴- گزینه‌ی ۲ برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\sum F = mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

اگر جهت مثبت را رو به بالا می‌گرفتیم $a = -g\sin\alpha$ می‌شد. در هر صورت اندازه‌ی شتاب برابر با $g\sin\alpha$ خواهد بود.

A ۷۸۵- گزینه‌ی ۴ سطح بدون اصطکاک است و تنها نیروی مؤثر بر حرکت جسم هنگام بالا رفتن و هنگام پایین آمدن مؤلفه‌ی $mg\sin\alpha$ نیروی وزن است که رو به پایین سطح شیبدار است و شتاب هنگام بالا رفتن و هنگام برگشت $a = g\sin\alpha$ خواهد بود و گزینه‌ی (۴) درست است.

B ۷۸۶- گزینه‌ی ۱ شتاب لغزش روی سطح شیب‌دار برابر $a = g(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha)$ است که به جرم جسم بستگی ندارد، پس شتاب همچنان $۱/۲\,\frac{m}{s^۲}$ است.



B **۷۸۷- گزینه‌ی ۳** شتاب جسمی که مطابق شکل آزادانه از سطح شیب‌دار بدون اصطکاک به پایین می‌لغزد، برابر است با:

$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

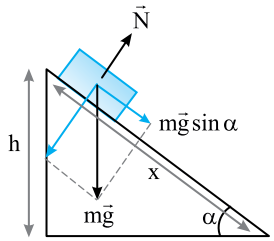
* این شتاب به جرم جسم بستگی ندارد.

با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(g\sin\alpha)x \Rightarrow v^2 = 2g\frac{h}{x}\times x \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

این سرعت به جرم جسم و زاویه‌ی سطح شیب‌دار بستگی ندارد و تنها به ارتفاع رها شدن جسم بستگی دارد. بنابراین سرعت جسم A و سرعت جسم B با هم برابر است. $(v_A = v_B)$

تذکر: می‌توان این نتیجه را از قانون پایستگی انرژی مکانیکی نیز به‌دست آورد.



B **۷۸۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل روبه‌رو:

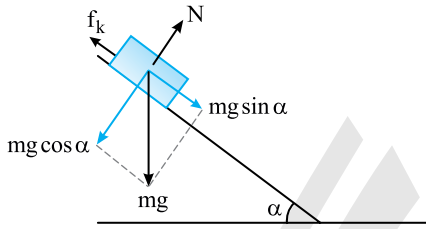
$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(g\sin\alpha)x \Rightarrow v^2 = 2g\frac{h}{x}\times x \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

همچنین سرعت پایین آمدن جسم نیز به جرم آن بستگی ندارد.

بنابراین سرعت و زمان حرکت جسم دو کیلوگرمی با سرعت و زمان حرکت جسم یک کیلوگرمی روی همان سطح شیب‌دار برابر است.



B **۷۸۹- گزینه‌ی ۲** برای جسمی که بخواهد آزادانه روی سطح شیب‌دار به پایین بلغزد، یکی از سه حالت زیر اتفاق خواهد افتاد.

۱) اگر جسم با شتاب به پایین حرکت کند:

$$\mu_k mg\cos\alpha < mg\sin\alpha \Rightarrow \mu_k < \tan\alpha$$

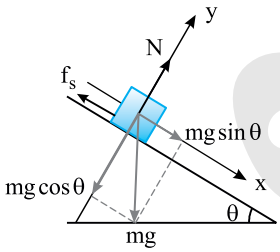
۲) اگر جسم با سرعت ثابت به پایین بلغزد:

$$\mu_k mg\cos\alpha = mg\sin\alpha \Rightarrow \mu_k = \tan\alpha$$

۳) اگر جسم روی سطح قرار گیرد و ساکن بماند:

$$\mu_k mg\cos\alpha > mg\sin\alpha \Rightarrow \mu_k > \tan\alpha$$

در صورت تست گفته $\mu_k = 1/2\tan\alpha$، بنابراین ضریب اصطکاک سطح از $\tan\alpha$ بزرگ‌تر است و جسم روی سطح ساکن می‌ماند.

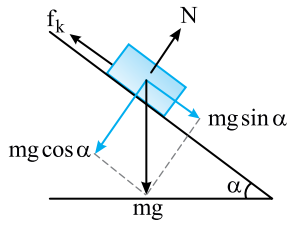


B **۷۹۰- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌ی سکون جسم:

$$\sin\theta = 0/6 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin\theta = f_s \Rightarrow mg\sin\theta = \mu_s mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = 0/75$$



C **۷۹۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت را از رابطه‌ی مستقل از زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 64 - 0 = 2a(4\sqrt{2}) \Rightarrow a = 4\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}$$

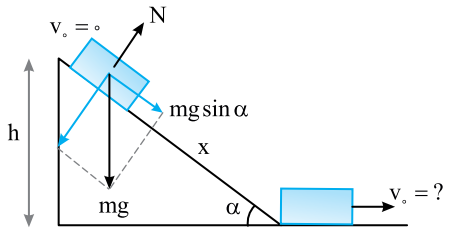
بنا به قانون دوم نیوتون:

$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha - f_k = ma \Rightarrow mg\sin\alpha - \mu_k mg\cos\alpha = ma$$

$$\Rightarrow a = g\sin\alpha - \mu_k g\cos\alpha \Rightarrow 4\sqrt{2} = 10\sin\alpha - 0/2\times 10\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{2} = 10\sin\alpha - 2\cos\alpha$$

که با توجه به گزینه‌ها باید $\alpha = 45^\circ$ باشد.



B **۷۹۲- گزینه‌ی ۲** نیروی $mg\sin\alpha$ جسم را به پایین می‌لغزاند.

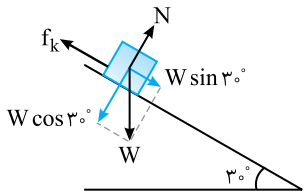
$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

سرعت در پایین سطح برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(g\sin\alpha)x \Rightarrow v^2 = 2g\frac{h}{x}\times x \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

در دو مسیر AB و AC جسم از یک ارتفاع به پایین می‌لغزد و سرعت در پایین سطح در هر دو مورد برابر است با $v_A = v_B = \sqrt{2gh}$ اما شتاب در مسیر AB برابر با $a_1 = g\sin\alpha$ و در مسیر AC برابر با $a_2 = g\sin\beta$ است. بنابراین داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = (g\sin\alpha)t_1 + 0 \\ v_B = (g\sin\beta)t_2 + 0 \\ v_A = v_B \end{cases} \Rightarrow (g\sin\alpha)t_1 = (g\sin\beta)t_2 \Rightarrow t_1\sin\alpha = t_2\sin\beta$$

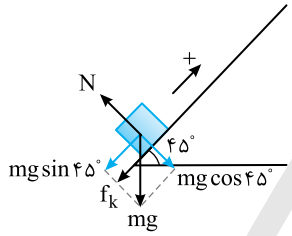


B **۷۹۳- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\sum F = ma \Rightarrow W\sin 30^\circ - f_k = ma \Rightarrow mg(\tfrac{1}{2}) - \tfrac{1}{4}mg = ma \Rightarrow a = \tfrac{1}{4}g$$

با کمک رابطه‌ی مستقل از زمان سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(\tfrac{1}{4}g)l \Rightarrow v = \tfrac{1}{2}\sqrt{2gl}$$



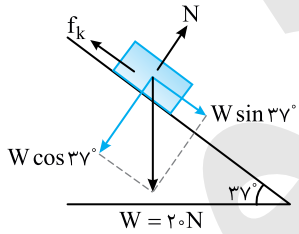
B **۷۹۴- گزینه‌ی ۲** به کمک قانون دوم نیوتون شتاب بالا رفتن جسم را به دست می‌آوریم:

$$-mg\sin 45 - \mu_k mg\cos 45 = ma \Rightarrow a = -10(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1/4\times\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow a = -12\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}$$

مسافت پیموده شده روی سطح را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 144 = 2(-12\sqrt{2})\Delta x \Rightarrow \Delta x = 3\sqrt{2}m$$

اما وقتی گلوله متوقف می‌شود، دیگر به پایین باز نمی‌گردد زیرا $mg\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}W$ از نیروی اصطکاک لغزشی $f_k = \mu_k W\cos\alpha = 1/4(\frac{\sqrt{2}}{2}W)$ کوچک‌تر است و نمی‌تواند جسم را به پایین بلغزاند و شتاب صفر است.

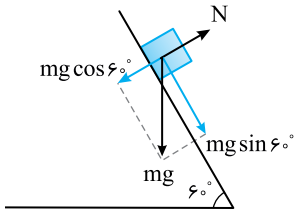


B **۷۹۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، سپس به کمک معادله‌ی مستقل از زمان، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 4 - 0 = 2a\times 2/5 \Rightarrow a = 0/8\,\frac{m}{s^2}$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون، μ_k را به‌دست می‌آوریم:

$$W\sin 37^\circ - f_k = ma \Rightarrow W\sin 37^\circ - \mu_k W\cos 37^\circ = ma$$
$$\Rightarrow 20\times 0/6 - \mu_k\times 20\times(0/8) = 2\times 0/8 \Rightarrow \mu_k = 0/65$$



A **۷۹۶- گزینه‌ی ۳** حرکت جسم دارای شتاب ثابت است زیرا نیروهای وارد بر جسم ثابت هستند بنابراین شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای برابر بوده و کافی است شتاب جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست آوریم.

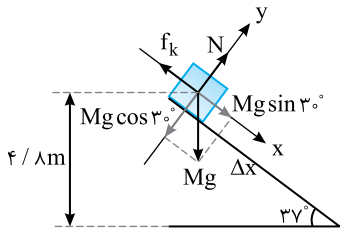
$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin 60 = ma \Rightarrow a = 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 5\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

A **۷۹۷- گزینه‌ی ۲** به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 4 - 36 = 2a(2) \Rightarrow a = -8\,\frac{m}{s^2} \quad , \quad \sum F = ma = 0/4(-8) = -3/2N$$

بنابراین اندازه‌ی نیروی برآیند وارد بر جسم $3/2N$ است.

B **۷۹۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم:



$$\sum F = Ma \Rightarrow Mg\sin 37^\circ - f_k = Ma \Rightarrow Mg\sin 37^\circ - \mu_k Mg\cos 37^\circ = Ma$$

$$\Rightarrow a = g\sin 37^\circ - \mu_k g\cos 37^\circ \Rightarrow a = 10\times 0/6 - \frac{1}{4}\times 10\times 0/8 \Rightarrow a = 4\,\frac{m}{s^2}$$

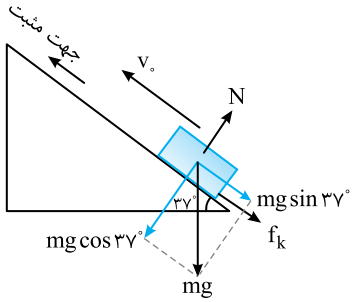
طول سطح شیب‌دار برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{4/8}{x} \Rightarrow x = \frac{4/8}{0/6} = 8m$$

اکنون می‌توان زمان را به‌دست آورد.

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2}\times 4t^2 \Rightarrow t = 2s$$

B **۷۹۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا شتاب حرکت جسم را هنگام لغزیدن رو به بالا به‌دست می‌آوریم:



$$f_k = \mu_k mg\cos 37^\circ$$

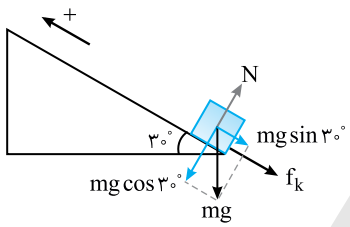
$$\sum F = ma \Rightarrow -mg\sin 37^\circ - \mu_k mg\cos 37^\circ = ma$$

$$\Rightarrow a = -g(\sin 37^\circ + \mu_k\cos 37^\circ) \Rightarrow a = -10(0/6 + 0/25\times 0/8) \Rightarrow a = -8\,\frac{m}{s^2}$$

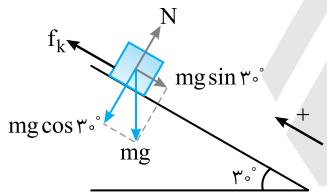
اکنون به کمک روابط حرکت‌شناسی، زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -8t + 20 \Rightarrow t = 2/5s$$

C **۸۰۰- گزینه‌ی ۴** جهت رو به بالا را مثبت درنظر می‌گیریم.



در هنگام رفت : $-mg\sin 30^\circ - \mu_k mg\cos 30^\circ = ma_1 \Rightarrow a_1 = -5 - \mu_k 5\sqrt{3}$



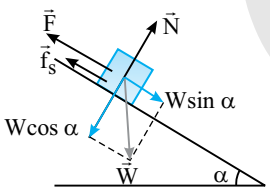
در هنگام برگشت : $-mg\sin 30^\circ + \mu_k mg\cos 30^\circ = ma_2 \Rightarrow a_2 = -5 + \mu_k 5\sqrt{3}$

بنا به فرض تست $\frac{a_1}{a_2} = 2$ است. بنابراین:

$$\frac{-5 - \mu_k 5\sqrt{3}}{-5 + \mu_k 5\sqrt{3}} = 2 \Rightarrow -5 - 5\sqrt{3}\,\mu_k = -10 + 10\sqrt{3}\,\mu_k$$

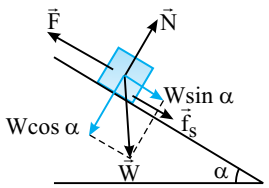
$$\Rightarrow 5 = 15\sqrt{3}\,\mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{5}{15\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

B **۸۰۱- گزینه‌ی ۴** نیروی $W\sin\alpha$ می‌خواهد جسم را به پایین بلغزاند اما F و f_s مانع حرکت هستند.



$$F + f_s = W\sin\alpha \Rightarrow 224 + \mu_s(800)(0/8) = 800(0/6) \Rightarrow \mu_s = 0/4$$

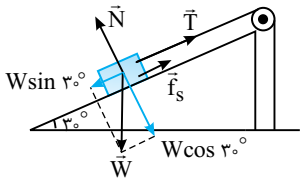
B **۸۰۲- گزینه‌ی ۱** بیش‌ترین نیروی F هنگامی است که F بخواهد جسم را رو به بالا حرکت دهد.



$$\sum F = 0 \Rightarrow F = W\sin\alpha + f_s \Rightarrow F = W\sin\alpha + \mu_s W\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F = 800\times 0/6 + 0/4\times 800\times 0/8 \Rightarrow F = 480 + 256 \Rightarrow F = 736N$$

C **۸۰۳- گزینه‌ی ۴** دو حالت وجود دارد:

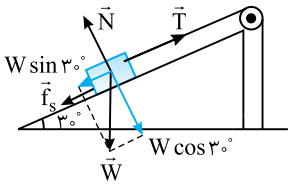


۱) وزنه بخواهد به پایین بلغزد.

$$\Sigma F=0 \Rightarrow W\sin 30^\circ = T+f_s \Rightarrow T=W\sin 30^\circ-\mu_s W\cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow T=50\times\frac{1}{2}-0/4\times 50\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\sqrt{3}$ را برابر ۱/۷ می‌گیریم، در نتیجه: $T_{min}=25-17=8N$

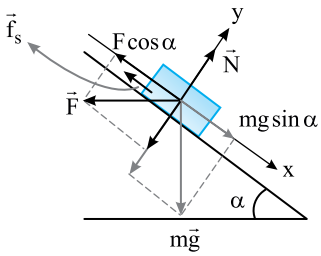


۲) وزنه‌ی متصل به ریسمان را روی سطح به پایین کشیده و رها کرده‌ایم تا درآستانه‌ی حرکت روبه بالا قرار گیرد، در این حالت کشش ریسمان می‌خواهد وزنه را رو به بالا بکشد، اما نیروی اصطکاک آستانه‌ی حرکت و نیروی $W\sin\alpha$ مانع حرکت می‌شود. کشش در این صورت بیشینه است.

$$T=W\sin\alpha+\mu_s W\cos\alpha \Rightarrow T=50\times\frac{1}{2}+0/4\times 50\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

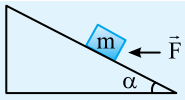
$$\Rightarrow T=25+20\times\frac{1/7}{2}\Rightarrow T_{max}=42N$$

B **۸۰۴- گزینه‌ی ۱** چون جسم ساکن و در تعادل است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر جسم را از مرکز جرم (نقطه‌ای که می‌توان تمام جرم جسم را در آن‌جا فرض کرد) می‌کشیم.



$$\Sigma F=0\Rightarrow mg\sin\alpha=F\cos\alpha+f_s\Rightarrow f_s=mg\sin\alpha-F\cos\alpha$$

تست: **نیروی افقی F مطابق شکل روبه‌رو به وزنه‌ی m وارد می‌شود. اگر وزنه در آستانه‌ی حرکت رو به بالا نیروی اصطکاک f_s داشته باشد، کدام رابطه درست است؟**



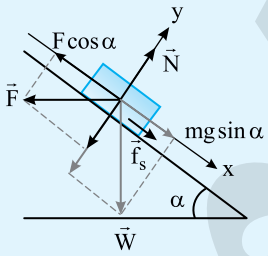
۱) $f_s=mg\sin\alpha+F\cos\alpha$

۲) $f_s=F\cos\alpha-mg\sin\alpha$

۳) $f_s=mg\sin\alpha-F$

۴) $f_s=mg\sin\alpha+F$

پاسخ: جسم در آستانه‌ی حرکت روبه بالا است، بنابراین:

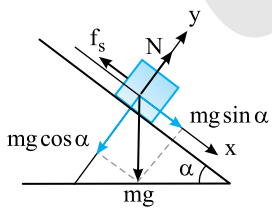


$$\Sigma F=0\Rightarrow F\cos\alpha=mg\sin\alpha+f_s$$

$$\Rightarrow f_s=F\cos\alpha-mg\sin\alpha$$

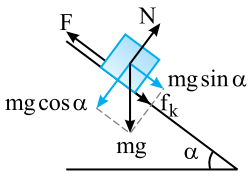
بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۸۰۵- گزینه‌ی ۱** جسم روی سطح شیب‌دار ساکن و در تعادل است. بنابراین:



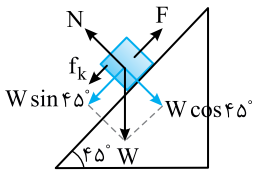
$$\Sigma F=0\Rightarrow f_s=mg\sin\alpha$$

B **۸۰۶- گزینه‌ی ۱** جسم دارای سرعت ثابت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. از طرفی بنا به فرض مسأله، $F=2f_k$ است.



$$\Sigma F=0\Rightarrow F=f_k+mg\sin\alpha\Rightarrow 2f_k=f_k+mg\sin\alpha\Rightarrow f_k=mg\sin\alpha$$

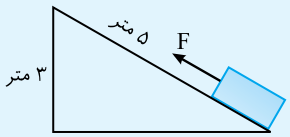
$$\xrightarrow{f_k=\mu_k mg\cos\alpha}\mu_k mg\cos\alpha=mg\sin\alpha\Rightarrow\mu_k=\tan\alpha$$



B **۸۰۷- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. برآیند این نیروها صفر است، زیرا سرعت جسم ثابت است.

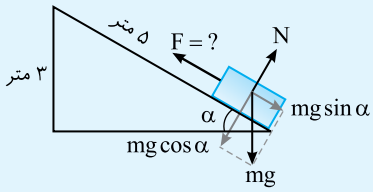
$$\sum F=0 \Rightarrow F=f_k+W\sin 45^\circ \Rightarrow F=\mu_k W\cos 45^\circ+W\sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow F=0/2\times W\times\frac{\sqrt{2}}{2}+W\times\frac{\sqrt{2}}{2}=0/6\sqrt{2}W$$



تست: در شکل مقابل، برای بالا بردن وزنه‌ی ۲۱ نیوتونی روی سطح بدون اصطکاک، حداقل چند نیوتون نیرو لازم است؟

۱) ۱۲/۶
۲) ۱۶/۸
۳) ۲۱
۴) ۳۵

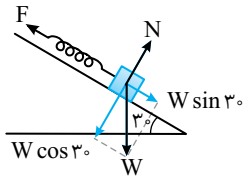


پاسخ: حداقل نیروی لازم روی سطح بدون اصطکاک برابر با $mg\sin\alpha$ است.

$$F=mg\sin\alpha$$

با توجه به شکل $\sin\alpha=\frac{3}{5}$، بنابراین:

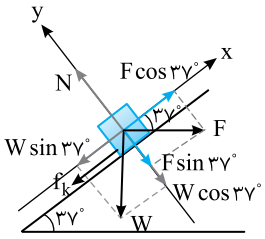
$$F=\frac{3}{5}mg \Rightarrow F=\frac{3}{5}\times 21=12/6N$$



A **۸۰۸- گزینه‌ی ۱** سطح بدون اصطکاک است و جسم با سرعت ثابت رو به بالا در حرکت است از این رو:

$$\sum F=0 \Rightarrow F=W\sin 30^\circ \Rightarrow k\Delta L=50\times\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 250(\Delta L)=25 \Rightarrow \Delta L=0/1m=10cm$$



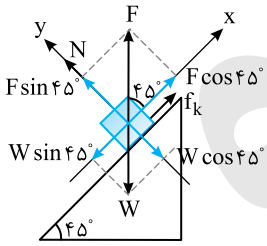
C **۸۰۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و روی محورهای x و y تجزیه می‌کنیم. نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:

$$f_k=\mu_k N=\mu_k(F\sin 37^\circ+W\cos 37^\circ)=0/2(100\times 0/6+100\times 0/8)=28N$$

$$\sum F_x=ma \Rightarrow F\cos 37^\circ-W\sin 37^\circ-f_k=ma$$

$$\Rightarrow 100\times 0/8-100\times 0/6-28=10a \Rightarrow a=-0/8\frac{m}{s^2}$$

علامت شتاب منفی است و خلاف جهت مثبت محور x ها روی شکل است، بنابراین جهت شتاب رو به پایین است.

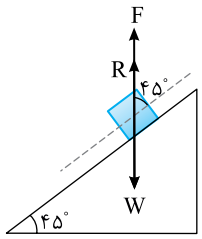


B **۸۱۰- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، از دو مؤلفه‌ی N و f_k تشکیل شده است که باید هریک از آن‌ها را حساب کرده، سپس برآیند آن‌ها را به‌دست آورد. سرعت حرکت جسم رو به پایین و ثابت است.

$$\sum F_x=0 \Rightarrow W\sin 45^\circ=f_k+F\cos 45^\circ \Rightarrow f_k=(W-F)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

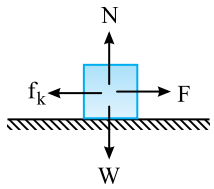
$$\sum F_y=0 \Rightarrow N+F\sin 45^\circ=W\cos 45^\circ \Rightarrow N=(W-F)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R=\sqrt{N^2+f_k^2}=\sqrt{(W-F)^2\frac{1}{2}+(W-F)^2\frac{1}{2}} \Rightarrow R=W-F$$



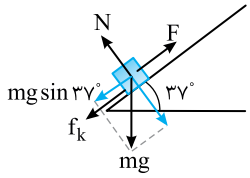
راه‌حل دوم: جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. با توجه به زوایای روی شکل، F و W در یک امتداد هستند که در این صورت باید نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند نیز در همان امتداد باشد.

$$\sum F=0 \Rightarrow F+R=W \Rightarrow R=W-F$$



B **۸۱۱- گزینه‌ی ۳** ابتدا نیروی اصطکاک بین جسم و سطح را به دست می‌آوریم:

$$F-f_k=ma\Rightarrow ۲۰۰-f_k=۴۰\times ۲/۵\Rightarrow f_k=۱۰۰N$$



نیروی $mg\sin ۳۷^\circ=۴۰\times ۱۰\times ۰/۶=۲۴۰N$ در جهت پایین، مانع حرکت جسم به وسیله‌ی نیروی $F=۲۰۰N$ به سمت بالا می‌شود. در نتیجه جسم هیچ حرکتی رو به بالا ندارد و شتاب صفر است و قسمت اول پرسش، کمکی به حل آن نمی‌کند.

B **۸۱۲- گزینه‌ی ۳** جسم دارای حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین $\bar{v}=\frac{v+v_\circ}{۲}$ می‌باشد. اگر سرعت در لحظه‌ی $t=۰/۵s$ را v و سرعت در لحظه‌ی $t=۱/۵s$ را v' در نظر بگیریم:

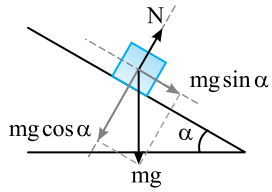
$\bar{v}'=\frac{v'+۰}{۲}$: سرعت متوسط در ۱/۵ ثانیه اول ، $\bar{v}=\frac{v+۰}{۲}$: سرعت متوسط در ۰/۵ ثانیه اول

با توجه به فرض مسأله:

$$\bar{v}'-\bar{v}=۲/۴۵\frac{m}{s}\Rightarrow\frac{v'}{۲}-\frac{v}{۲}=۲/۴۵\Rightarrow v'-v=۴/۹\frac{m}{s}$$

اکنون به جای v و v' از رابطه‌ی $v=at+v_\circ$ جای‌گذاری می‌کنیم.

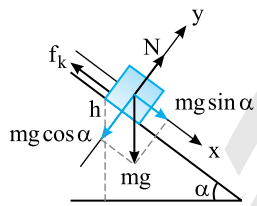
$$at'+v_\circ-(at+v_\circ)=۴/۹\Rightarrow ۱/۵a-۰/۵a=۴/۹\Rightarrow a=۴/۹\frac{m}{s^۲}$$



با توجه به شکل روبه‌رو و قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$mg\sin\alpha=ma\Rightarrow a=g\sin\alpha\Rightarrow ۴/۹=۹/۸\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ$$

B **۸۱۳- گزینه‌ی ۴** با رسم نیروهای وارد بر جسم و به کمک قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم.



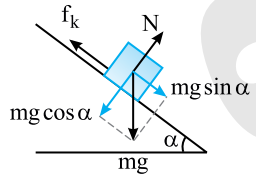
$$\sum F=ma\Rightarrow mg\sin\alpha-f_k=ma\Rightarrow mg\sin\alpha-\mu_k mg\cos\alpha=ma$$
$$\Rightarrow a=g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$$

طول سطح شیب‌دار برابر است با:

$$\sin\alpha=\frac{h}{x}\Rightarrow x=\frac{h}{\sin\alpha}$$

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v^۲-۰=۲g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)\frac{h}{\sin\alpha}$$
$$\Rightarrow v^۲=۲gh(۱-\mu_k\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})\Rightarrow v=\sqrt{۲gh(۱-\frac{\mu_k}{\tan\alpha})}$$

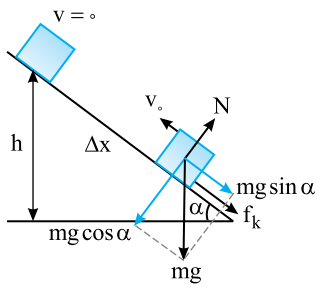
B **۸۱۴- گزینه‌ی ۱** هنگامی‌که جسم آزادانه با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد، نیروی اصطکاک جنبشی برابر با نیروی $mg\sin\alpha$ است.



$$\sum F=۰\Rightarrow f_k=mg\sin\alpha\Rightarrow\mu_k mg\cos\alpha=mg\sin\alpha\Rightarrow\mu_k=\tan\alpha$$

هنگامی‌که جسم را از پایین سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم:

$$\sum F=ma\Rightarrow mg\sin\alpha+f_k=ma\Rightarrow mg\sin\alpha+\mu_k mg\cos\alpha=ma$$
$$\Rightarrow a=g\sin\alpha+\mu_k g\cos\alpha$$

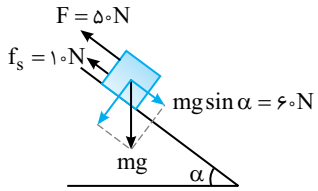


$$\mu_k=\tan\alpha\Rightarrow a=g\sin\alpha+\tan\alpha g\cos\alpha\Rightarrow a=۲g\sin\alpha$$

$$\Delta x=\frac{v_\circ^۲}{۲a}\Rightarrow\Delta x=\frac{v_\circ^۲}{۲(۲g\sin\alpha)}\Rightarrow\Delta x=\frac{v_\circ^۲}{۴g\sin\alpha}$$

$$\sin\alpha=\frac{h}{\Delta x}\Rightarrow h=\Delta x\sin\alpha=\frac{v_\circ^۲}{۴g\sin\alpha}\times\sin\alpha\Rightarrow h=\frac{v_\circ^۲}{۴g}$$

Ⓒ **۸۱۵- گزینه‌ی ۴** نیروی $mg\sin 37^\circ$ می‌خواهد جسم را به سوی پایین بکشد. این نیرو $mg\sin 37^\circ = 60N$ است و از نیروی $F=50N$ بزرگ‌تر است. اما اصطکاک بین سطح و جسم مانع حرکت جسم رو به پایین است زیرا اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت برابر است با:

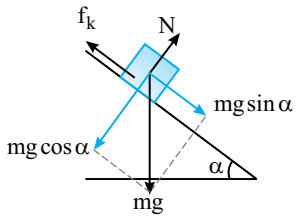


$$f_{s\,max} = \mu_s N = \mu_s mg\cos 37^\circ = 0/4\times 10\times 10\times 0/8 = 32N$$

بنابراین نیروی $60-50=10N$ نمی‌تواند جسم را به حرکت در آورد و جسم ساکن می‌ماند در این صورت:

$$\sum F = 0 \Rightarrow F + f_s = mg\sin 37^\circ \Rightarrow 50 + f_s = 60 \Rightarrow f_s = 10N$$

Ⓑ **۸۱۶- گزینه‌ی ۱** در زاویه‌ی 30° لغزش یکنواخت است:



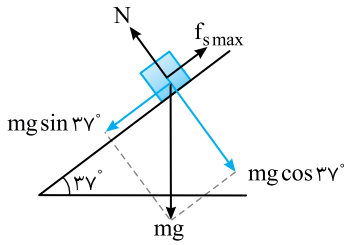
$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin\alpha = \mu_k mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mu_k = \tan\alpha \Rightarrow \mu_k = \tan 30^\circ \Rightarrow \mu_k = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1/71}{3} = 0/57$$

در زاویه‌ی 37° حرکت شتابدار است از این رو:

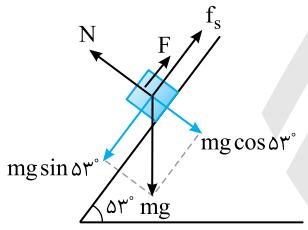
$$mg\sin\alpha - \mu_k mg\cos\alpha = ma \Rightarrow 10\times 0/6 - 0/57\times 10\times 0/8 = a \Rightarrow a = 1/44\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۸۱۷- گزینه‌ی ۲** جسم در آستانه‌ی حرکت است بنابراین:



$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin 37^\circ = \mu_s mg\cos 37^\circ \Rightarrow \mu_s = \tan 37^\circ = \frac{3}{4}$$

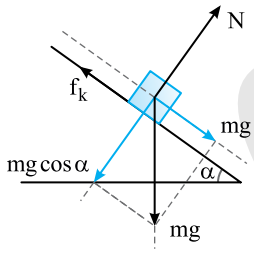
در حالت دوم زاویه‌ی سطح شیبدار بیش‌تر شده است و نیروی $mg\sin\alpha$ افزایش می‌یابد و می‌تواند باعث حرکت جسم شود. کمینه نیرویی که مانع لغزش جسم رو به پایین می‌شود برابر خواهد شد با:



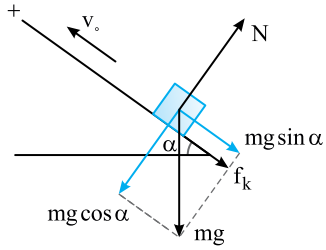
$$F + f_{s\,max} = mg\sin 53^\circ \Rightarrow F = mg\sin 53^\circ - f_{s\,max}$$

$$F = 15\times 0/8 - \frac{3}{4}\times 15\times 0/6 \Rightarrow F = 12 - 6/75 \Rightarrow F = 5/25N$$

Ⓑ **۸۱۸- گزینه‌ی ۴** جسم روی سطح شیب‌دار با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی با نیروی $mg\sin\alpha$ برابر است.



جسم را از پایین سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم با توجه به نیروهای شکل روبه‌رو:



$$\Sigma F = ma$$

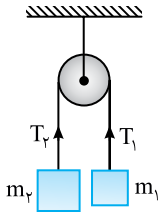
$$-mg\sin\alpha - f_k = ma$$

$$-mg\sin\alpha - mg\sin\alpha = ma$$

$$a = -2g\sin\alpha$$

اکنون مدت بالا رفتن جسم روی سطح شیب‌دار را حساب می‌کنیم:

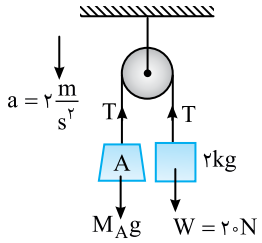
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2(g\sin\alpha)t + v_0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{2g\sin\alpha}$$



A **۸۱۹- گزینه‌ی ۱** در ماشین آتوود شکل روبه‌رو، نیروی کشش نخی که دو وزنه را به هم متصل می‌کند، در سراسر طول آن مقدار ثابتی است. بنابراین:

$$\frac{T_2}{T_1}=1$$

A **۸۲۰- گزینه‌ی ۴** دو وزنه به هم متصل بوده و شتاب حرکت آن‌ها با هم برابر است اما $M_1=2M_2$ که جرمش بیشتر است به سمت پایین و M_2 به سمت بالا حرکت کرده و شتاب آن‌ها قرینه‌ی هم است.



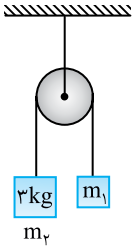
B **۸۲۱- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** در شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده‌ایم. وزنه‌ی A رو به پایین و دارای شتاب $2\frac{m}{s^2}$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} M_Ag-T=M_Aa \\ T-20=2a \end{cases} \Rightarrow M_Ag-20=(M_A+2)a$$

$$\Rightarrow M_A(10)-20=2M_A+4 \Rightarrow 8M_A=24 \Rightarrow M_A=3kg$$

راه‌حل دوم: می‌توان دو جسم را یک دستگاه درنظر گرفت و برای آن نوشت:

$$M_Ag-20=(M_A+2)\times 2 \Rightarrow 10M_A-20=2M_A+4 \Rightarrow M_A=3kg$$



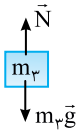
B **۸۲۲- گزینه‌ی ۳** ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 4=\frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

m_1 باید از 3kg کم‌تر باشد، زیرا وزنه‌ی ۳ کیلوگرمی پایین رفته است. بنابراین:

$$m_2g-m_1g=(m_2+m_1)a \Rightarrow 3\times 10-m_1\times 10=(3+m_1)2 \Rightarrow 30-10m_1=6+2m_1$$

$$\Rightarrow 24=12m_1 \Rightarrow m_1=2kg$$

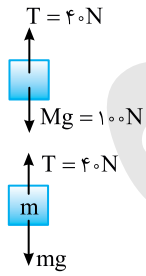


B **۸۲۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$m_1g-(m_2+m_3)g=(m_1+m_2+m_3)a \Rightarrow 300-200=50a \Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

حال جسم m_3 را بررسی می‌کنیم:

$$N-m_3g=m_3a \Rightarrow N-50=5\times 2 \Rightarrow N=60N$$



B **۸۲۴- گزینه‌ی ۱** ابتدا نیروی کشسانی فنر که همان کشش نخ ماشین آتوود است را به‌دست می‌آوریم:

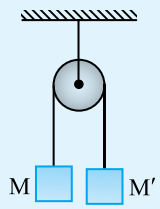
$$F=k\Delta l \Rightarrow F=10^3\times 4\times 10^{-2} \Rightarrow F=40N \Rightarrow T=40N$$

چون در سمت چپ، وزنه‌ی ۱۰ کیلوگرمی که وزن آن 100N است، قرار دارد پس این وزنه رو به پایین حرکت می‌کند $(100>40)$. به کمک بررسی حرکت آن، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$Mg-T=Ma \Rightarrow 100-40=10a \Rightarrow a=6\frac{m}{s^2}$$

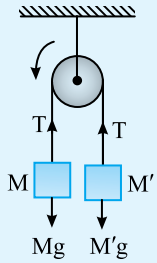
$$T-mg=ma \Rightarrow 40-m\times 10=m\times 6 \Rightarrow 40=16m \Rightarrow m=2/5kg$$

تست: در شکل روبه‌رو، از جرم قرقره، نخ و نیروی اصطکاک صرف‌نظر می‌کنیم. وزنه‌ی M' با شتابی برابر $\frac{g}{3}$ به سمت بالا می‌رود. نسبت $\frac{M'}{M}$ کدام است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم ماشین آتوود می‌نویسیم:



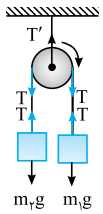
$$M: Mg - T = Ma$$
$$M': T - M'g = M'a$$

$$Mg - M'g = (M+M')a \xrightarrow{a=\frac{g}{۳}} (M-M')g = (M+M')\frac{g}{۳}$$

$$۳M - ۳M' = M + M' \Rightarrow ۲M = ۴M' \Rightarrow \frac{M'}{M} = \frac{۱}{۲}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۸۲۵- گزینه‌ی ۴ (C) با توجه به شکل روبه‌رو، ابتدا کشش نخ متصل به وزنه‌ها را می‌یابیم:



$$\begin{cases} m_۱g - T = m_۱a \\ T - m_۲g = m_۲a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲۰ - T = ۲a \\ T - ۱۰ = a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲},\ T = \frac{۴۰}{۳}N$$

کشش نخ متصل به سقف برابر است با:

$$T' = ۲T = ۲\times\frac{۴۰}{۳} = \frac{۸۰}{۳}N$$

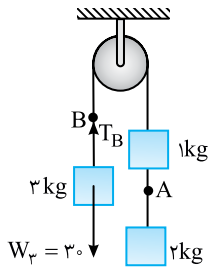
۸۲۶- گزینه‌ی ۴ (B) در صورت مسأله، اشاره‌ای به جهت حرکت وزنه‌ها با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ نشده است. از این‌رو مسأله ۲ حالت دارد. حالت اول $m_۱$ رو به پایین حرکت کند.

$$\sum F = Ma \Rightarrow m_۱g - (m_۲g + F) = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۱۴ - ۶ - F = ۲\times۱ \Rightarrow F = ۶N$$

حالت دوم $m_۲$ رو به پایین حرکت کند:

$$\sum F = Ma \Rightarrow m_۲g + F - m_۱g = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۶ + F - ۱۴ = ۲\times۱ \Rightarrow F = ۱۰N$$

۸۲۷- گزینه‌ی ۳ (A) جرم وزنه در دو طرف برابر و دستگاه در حال تعادل و شتاب دستگاه صفر است از این‌رو کشش نخ در نقطه‌ی B برابر است با:



$$T_B = W_۳ \Rightarrow T_B = ۳۰N$$

با پاره شدن نخ، دستگاه شروع به حرکت می‌کند در این صورت شتاب دستگاه خواهد شد:

$$\sum F = ma \Rightarrow ۳۰ - ۱۰ = (۳+۱)a \Rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

و کشش نخ T'_B می‌شود:

$$۳۰ - T'_B = ۳\times۵ \Rightarrow T' = ۱۵N$$

بنابراین کشش در نخ B، $۳۰-۱۵=۱۵N$ تغییر کرده است.

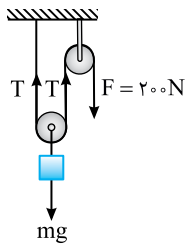
۸۲۸- گزینه‌ی ۲ (B) شتاب حرکت وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$m_۲g - m_۱g = (m_۲ + m_۱)a \Rightarrow a = \frac{۸۰-۲۰}{۸+۲} \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۶t + ۳ \Rightarrow t = ۰/۵s$$

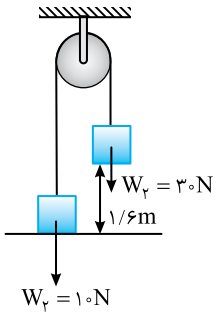
چون شتاب و سرعت در حرکت کندشونده در خلاف جهت هم هستند، $v_۰$ را مثبت و شتاب را منفی در نظر گرفته‌ایم.

۸۲۹- گزینه‌ی ۲ (A) با توجه به شکل، کشش ریسمان در تمام طول آن برابر $T = F = ۲۰۰N$ است. از این‌رو:



$$\sum F = ma \Rightarrow ۲T - mg = ma \Rightarrow ۴۰۰ - m(۱۰) = m\times۲$$

$$۴۰۰ = ۱۲m \Rightarrow m = \frac{۱۰۰}{۳}kg$$



B **۸۳۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا شتاب حرکت وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow 30-10=4a \Rightarrow a=5\frac{m}{s^2}$$

بنابراین وزنه‌ی $3kg$ با شتاب $5\frac{m}{s^2}$ رو به پایین حرکت می‌کند. اکنون سرعت حرکت دو وزنه را پس از $1/6m$ جابه‌جایی به دست می‌آوریم.

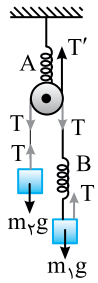
$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow v^2-0=2\times5\times1/6 \Rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

وقتی وزنه‌ی $3kg$ به زمین می‌رسد، وزنه $1kg$ با سرعت اولیه‌ی $4\frac{m}{s}$ رو به بالا در حرکت است و بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه می‌دهد. البته شتاب بالا رفتن آن g خواهد بود از این رو:

$$v^2-v_0^2=-2gy \Rightarrow 0-16=-20y \Rightarrow y=0/8m$$

بنابراین کل جابه‌جایی در بالا رفتن وزنه $1kg$ برابر است با:

$$1/6+0/8=2/4m$$



B **۸۳۱- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم. در این مسأله از نظر اعمال نیرو تفاوتی بین فنرها و نخ‌ها وجود ندارد.

$$\begin{cases} m_2g-T=m_2a \\ T-m_1g=m_1a \end{cases}$$

$$m_2g-m_1g=(m_2+m_1)a \Rightarrow 3-1=0/4a \Rightarrow a=5\frac{m}{s^2}$$

$$T-1=0/1\times5 \Rightarrow T=1/5N$$

نیروی کشسانی فنر B، ۱/۵ نیوتون است.

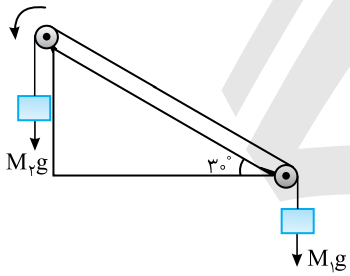
$$F=k\Delta l \Rightarrow 1/5=250\Delta l_B \Rightarrow \Delta l_B=6\times10^{-3}m=0/6\,cm$$

نیروهای وارد بر قرقره را بررسی می‌کنیم:

$$T'=2T \Rightarrow T'=3N$$

$$F=k\Delta l \Rightarrow 3=400\Delta l_A \Rightarrow \Delta l_A=7/5\times10^{-3}m=0/75\,cm$$

نتیجه: در هر مسأله می‌توان به جای یک فنر با جرم ناچیز، یک نخ با جرم ناچیز در نظر گرفت و مسأله را حل کرد.

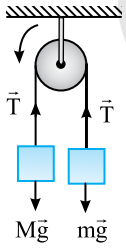


B **۸۳۲- گزینه‌ی ۲** جرم M_2 بزرگ‌تر از M_1 است، M_2 رو به پایین حرکت می‌کند و M_1 رو به بالا می‌رود. دو وزنه را در حکم یک دستگاه درنظر می‌گیریم.

$$\sum F=Ma \Rightarrow M_2g-M_1g=(M_2+M_1)a \Rightarrow a=\frac{M_2-M_1}{M_2+M_1}g$$

$$\xrightarrow{M_2=2M_1} a=\frac{2M_1-M_1}{2M_1+M_1}g \Rightarrow a=\frac{g}{3}$$

در واقع شکل بالا یک ماشین آتوود است.



A **۸۳۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل، $mg<T$ و $Mg>T$ است. یعنی نیرویی که توسط نخ به وزنه‌ی m وارد می‌شود از mg بزرگ‌تر است. بنابراین بنابر قانون سوم نیوتون، m نیز نیرویی برابر T که از mg بیش‌تر است را به نخ وارد می‌کند.

A **۸۳۴- گزینه‌ی ۲** اگر از هر دو طرف دستگاه را بکشیم، شتاب برابر است با: $a=\frac{F}{m_1+m_2}$

اما اگر از طرف A بکشیم، کشش نخ، m_1 را به دنبال خود می‌کشد:

$$T_1=m_1a=m_1\left(\frac{F}{m_1+m_2}\right)$$

اگر از طرف B بکشیم، کشش نخ با همان شتاب، m_2 را به‌دنبال خود می‌کشد:

$$T_2=m_2a=m_2\left(\frac{F}{m_1+m_2}\right)$$

در این صورت کشش‌ها متفاوت هستند.

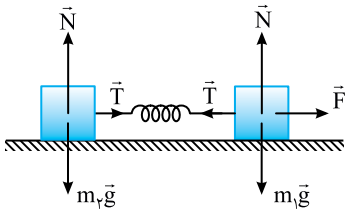
B **۸۳۵- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را در اثر نیروی F به‌دست می‌آوریم:

$$F=(M+m)a \Rightarrow ۱/۲=(۲+۰/۴)a \Rightarrow a=۰/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

حال در ذهن طناب را از نقطه‌ی A پاره کرده، برای یک نیمه‌ی آن رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:

$$F-T_A=\frac{m}{۲}a \Rightarrow ۱/۲-T_A=۰/۲\times ۰/۵ \Rightarrow T_A=۱/۱N$$

B **۸۳۶- گزینه‌ی ۳**



$$\begin{cases} F-T=m_۱a \\ T=m_۲a \end{cases} \Rightarrow F=(m_۱+m_۲)a \Rightarrow ۴۵=۶a \Rightarrow a=۷/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

$$T=m_۲a \Rightarrow T=۴\times ۷/۵=۳۰N$$

پس نیروی کشسانی فنر ۳۰N است.

$$F=k\Delta l \Rightarrow ۳۰=k(\frac{۵}{۱۰۰}) \Rightarrow k=۶۰۰\,\frac{N}{m}$$

B **۸۳۷- گزینه‌ی ۲** دو نیمه‌ی میله را دو جسم در نظر می‌گیریم و رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر نیمه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} F_۱-T=\frac{m}{۲}a \\ T-F_۲=\frac{m}{۲}a \end{cases} \Rightarrow F_۱-T=T-F_۲ \Rightarrow T=\frac{F_۱+F_۲}{۲}$$

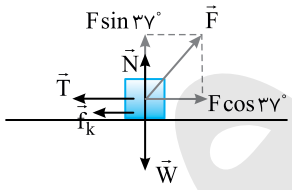
B **۸۳۸- گزینه‌ی ۳** هر قسمت از میله را یک جسم در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} F_۱-T=\frac{۳}{۴}ma \\ T-F_۲=\frac{۱}{۴}ma \end{cases}$$

$$F_۱-F_۲=ma \Rightarrow a=\frac{F_۱-F_۲}{m}$$

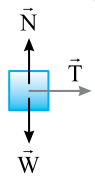
$$F_۱-T=\frac{۳}{۴}m(\frac{F_۱-F_۲}{m}) \Rightarrow F_۱-T=\frac{۳}{۴}F_۱-\frac{۳}{۴}F_۲ \Rightarrow T=\frac{۱}{۴}F_۱+\frac{۳}{۴}F_۲ \Rightarrow T=\frac{F_۱+۳F_۲}{۴}$$

B **۸۳۹- گزینه‌ی ۴** برای هر جسم رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:



$$\sum F_y=۰ \Rightarrow N=W-F\sin ۳۷^\circ \Rightarrow N=۱۰۰-۸۰\times ۰/۶=۵۲N$$

$$f_k=\mu_{k۱}N=۰/۱\times ۵۲=۵/۲N$$

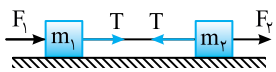


$$\begin{cases} F\cos ۳۷^\circ-T-f_k=m_۱a \\ T=m_۲a \end{cases} \Rightarrow F\cos ۳۷^\circ-f_k=(m_۱+m_۲)a$$

$$\Rightarrow ۸۰\times ۰/۸-۵/۲=۲۰a \Rightarrow a=۲/۹۴\,\frac{m}{s^۲}$$

$$T=m_۲a=۱۰\times ۲/۹۴=۲۹/۴$$

A **۸۴۰- گزینه‌ی ۱** رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم:

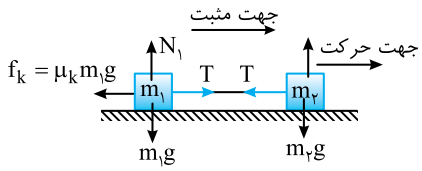


$$\begin{matrix} m_۱: F_۱+T=m_۱a \Rightarrow ۶+T=۲a \\ m_۲: F_۲-T=m_۲a \Rightarrow ۱۲-T=۴a \end{matrix} \Rightarrow ۱۸=۶a \Rightarrow a=۳\,\frac{m}{s^۲}$$

با جای‌گذاری شتاب در یکی از معادله‌ها، کشش نخ را به دست می‌آوریم:

$$۶+T=۲\times ۳ \Rightarrow T=۰$$

C **۸۴۱- گزینه‌ی ۴** پس از رها کردن دستگاه، اصطکاک سبب توقف آن می‌شود.

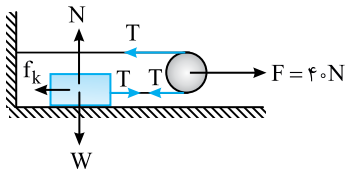


$$\begin{cases} T-f_k=m_1a \\ 0-T=m_2a \end{cases}$$

$$-f_k=(m_1+m_2)a\Rightarrow-\mu_k m_1 g=(m_1+m_2)a$$

$$\Rightarrow-\frac{1}{2}\times10=(5a)\Rightarrow a=-1\frac{m}{s^2}\quad,\quad -T=m_2a\Rightarrow-T=4(-1)\Rightarrow T=4N$$

B **۸۴۲- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر قرقره را رسم می‌کنیم:

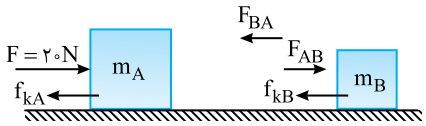


$$F=2T\Rightarrow40=2T\Rightarrow T=20N$$

نیروهای وارد بر جسم را بررسی می‌کنیم:

$$T-f_k=ma\Rightarrow20-0/2\times50=5a\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

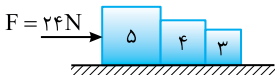
B **۸۴۳- گزینه‌ی ۳** نیرویی که A بر B (F_{AB}) وارد می‌کند با نیرویی که B بر A (F_{BA}) وارد می‌کند برابر است. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک ($\sum F=Ma$) را برای هر جسم می‌نویسیم:



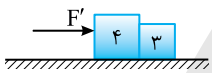
$$\begin{cases} A:F-f_{kA}-F_{BA}=m_Aa \\ B:F_{AB}-f_{kB}=m_Ba \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 20-0/2\times60-F_{BA}=6a \\ F_{AB}-0/2\times40=4a \end{cases}\xrightarrow{F_{AB}=F_{BA}}20-12-8=(6+4)a\Rightarrow a=0$$

$$\xrightarrow{a=0}F_{AB}-0/2\times40=4\times0\Rightarrow F_{BA}=F_{AB}=8N$$

B **۸۴۴- گزینه‌ی ۲**

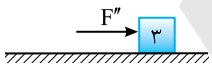


$$F=Ma\Rightarrow24=12a\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$



نیروی بین جسم ۴ کیلوگرمی و ۵ کیلوگرمی را با F' نمایش می‌دهیم که جرم ۷kg را هُل می‌دهد.

$$F'=ma\Rightarrow F'=7\times2=14\ N$$



نیروی بین جسم ۴ کیلوگرمی و ۳ کیلوگرمی را با F'' نمایش می‌دهیم که جرم ۳kg را هل می‌دهد.

$$F''=ma\Rightarrow F''=3\times2=6N$$

$$\frac{F'}{F''}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$$

از طرفی به سادگی می‌توان گفت چون F'، ۷ کیلوگرم و F''، ۳ کیلوگرم را با یک شتاب حرکت می‌دهند، بنابراین $\frac{F'}{F''}=\frac{7}{3}$ است.

تست: در شکل روبه‌رو، اصطکاک ناچیز است. برآیند نیروهای وارد بر جسم ۳kg چند نیوتون است؟

۱) ۶ **۲)** ۲۰

۳) ۱۰ **۴)** ۱۶

پاسخ: ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

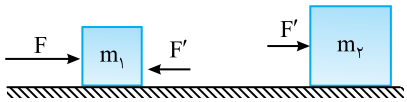
$$\sum F=ma\Rightarrow20=(2+3+5)a\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

برآیند نیروهای وارد بر جسم ۳ کیلوگرمی برابر است با:

$$\sum F=Ma\Rightarrow\sum F=3\times2=6N$$

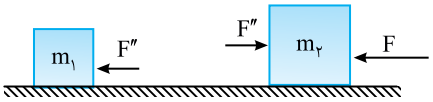
بنابراین گزینه‌ی (۱) صحیح است.

B **۸۴۵- گزینه‌ی ۳** وقتی m_1 را با نیروی F هُل می‌دهیم، نیروی F' بین m_1 و m_2، وزنه‌ی $m_2=4m_1$ را به حرکت درمی‌آورد:



$$F'=m_2a \quad (1)$$

و هنگامی‌که m_2 را با نیروی F هل می‌دهیم، نیروی F'' بین m_1 و m_2 وزنه‌ی m_1 را با همان شتاب به حرکت درمی‌آورد:

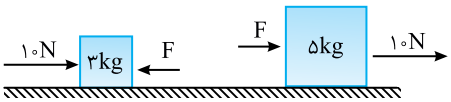


$$F''=m_1a \quad (2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{F''}{F'}=\frac{m_1a}{m_2a}=\frac{1}{4}$$

B **۸۴۶- گزینه‌ی ۲** دو جسم را در ذهن از هم جدا کرده و نیرویی را که دو جسم برهم وارد می‌کنند با F نمایش می‌دهیم. قانون دوم را برای هر جسم می‌نویسیم:



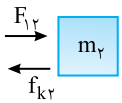
$$\begin{cases}10-F=3a\\10+F=5a\end{cases}\Rightarrow 20=3a+5a\Rightarrow a=2/5\,\frac{m}{s^2}$$

$$10-F=3\times 2/5\Rightarrow F=2/5N$$

B **۸۴۷- گزینه‌ی ۱** شتاب حرکت وزنه‌ها را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\sum F=ma\Rightarrow F-f_k=(m_1+m_2)a\Rightarrow F-\mu_k(m_1+m_2)g=(m_1+m_2)a\Rightarrow F=(m_1+m_2)(a+\mu_k g) \quad (1)$$

نیرویی که دو جسم بر هم وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم. مطابق شکل روبه‌رو:



$$F_{12}-f_{k2}=m_2a\Rightarrow F_{12}=m_2(a+\mu_k g) \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

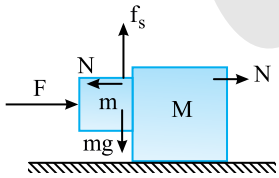
$$\frac{F_{12}}{F}=\frac{m_2}{m_1+m_2}\Rightarrow F_{12}=\frac{m_2}{m_1+m_2}F$$

دقت کنید که در نهایت، نیرویی که دو جسم بر هم وارد می‌کنند در صورتی‌که μ_k برای دو جسم یکسان باشد به μ_k بستگی ندارد و در دو حالت نیروی بین دو جسم تغییر نکرده و گزینه‌ی (۱) درست است.

نکته: هرگاه ضریب اصطکاک m_1 و m_2 با سطح افقی برابر باشد نیروی بین دو جسم به μ_k بستگی ندارد و با یک تناسب ساده بر حسب قانون دوم نیوتون مسأله قابل حل است.

$$\frac{F}{F_{12}=?}\left|\frac{m_1+m_2}{m_2}\right.\Rightarrow F_{12}=\frac{m_2}{m_1+m_2}F$$

C **۸۴۸- گزینه‌ی ۴** نیرویی که مانع لغزیدن جرم m می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بین m و M است.



$$f_s=\mu_sN$$

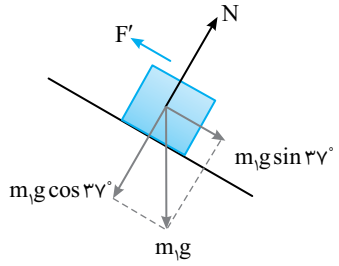
N نیرویی است که بین m و M بوده و به M شتاب a می‌دهد. $f_s=\mu_sMa$

شتاب حرکت دستگاه نیز برابر است با: $F=(m+M)a\Rightarrow a=\frac{F}{M+m}$

اکنون a را در رابطه‌ی f_s جای‌گذاری می‌کنیم: $f_s=\mu_s\frac{M}{M+m}F$

اما نیروی f_s برابر نیروی وزن mg است و سبب می‌گردد که m به پایین نلغزد.

$$mg=\mu_s\frac{M}{M+m}F\Rightarrow 100=0/5\,\frac{40}{50}F\Rightarrow F=250N$$



B **۸۴۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F=Ma \Rightarrow m_2g\sin\alpha+m_1g\sin\alpha-\mu_k m_2g\cos\alpha=(m_1+m_2)a$$

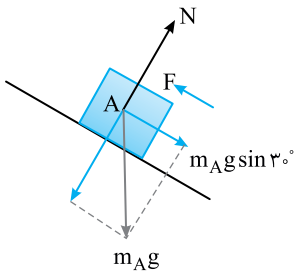
$$\Rightarrow 30-6/4=5a \Rightarrow a=4/72\,\frac{m}{s^2}$$

حال برای جرم m_1 خواهیم داشت:

$$m_1g\sin 37^\circ-F'=m_1a \Rightarrow 6-F'=1\times 4/72 \Rightarrow F'=1/28N$$

B **۸۵۰- گزینه‌ی ۲** اگر ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_1>\mu_2$ باشد، اصطکاک بین m_1 با سطح سبب می‌گردد که m_2 به m_1 گیر کند و m_1 مانع سرعت گرفتن m_2 شود و دو جسم بر هم نیرو وارد می‌کنند پس گزینه‌ی (۲) درست است. اما اگر $\mu_1=\mu_2$ باشد هر دو جسم با شتاب یکسان $a=g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$ به پایین می‌لغزند و بر هم نیرو وارد نمی‌کنند.

اگر $\mu_1<\mu_2$ باشد، جسم m_1 از m_2 جدا می‌شود و با شتاب بیش‌تری به پایین می‌لغزد.



C **۸۵۱- گزینه‌ی ۳** اگر اصطکاک بین جسم B و سطح نیز ناچیز باشد شتاب حرکت باید $g\sin 30^\circ=5\,\frac{m}{s^2}$ گردد، اما شتاب $4\,\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین بین B و سطح، اصطکاک وجود دارد. جسم A را بررسی می‌کنیم.

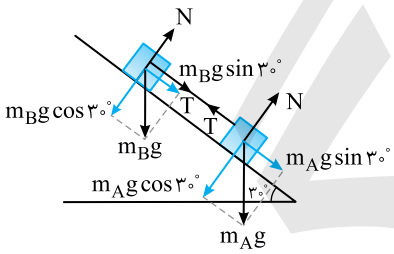
نیروی بین A و B را با F نمایش می‌دهیم.

$$m_Ag\sin 30^\circ-F=m_Aa \Rightarrow 10-F=2\times 4 \Rightarrow F=2N$$

A **۸۵۲- گزینه‌ی ۲** دستگاه در تعادل است، بنابراین:

$$\begin{cases} T_1=m_1g\sin\alpha \\ T_2=(m_1+m_2)g\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\frac{m_1+m_2}{m_1}$$

B **۸۵۳- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F=Ma)$ را برای هر یک از آن‌ها می‌نویسیم:

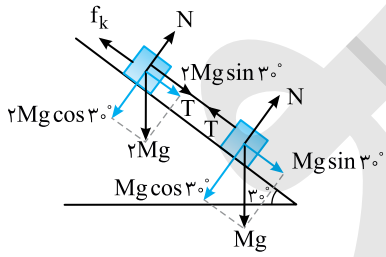


$$\begin{cases} A: m_Ag\sin 30^\circ-T=m_Aa \\ B: T+m_Bg\sin 30^\circ=m_Ba \end{cases} \Rightarrow m_Ag\sin 30^\circ+m_Bg\sin 30^\circ=(m_A+m_B)a$$

$$\Rightarrow 20\times\frac{1}{2}+10\times\frac{1}{2}=3a \Rightarrow a=5\,\frac{m}{s^2}$$

$$T+m_Bg\sin 30^\circ=m_Ba \Rightarrow T+5=1\times 5 \Rightarrow T=0$$

B **۸۵۴- گزینه‌ی ۴** با رسم نیروهای وارد بر جسم، رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌توان برای هر دو جسم هم‌زمان نوشت و هر دو جسم را در حکم یک دستگاه فرض کرد.

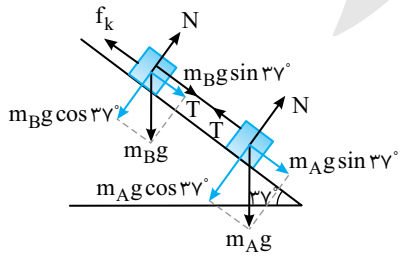


$$\sum F=Ma \xrightarrow{a=0} \sum F=0$$

$$\Rightarrow Mg\sin 30^\circ+2Mg\sin 30^\circ-f_k=0 \Rightarrow 3Mg\sin 30^\circ=\mu_k(2Mg\cos 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}=\mu_k\sqrt{3} \Rightarrow \mu_k=\frac{\sqrt{3}}{2}\simeq\frac{1/7}{2} \Rightarrow \mu_k=0/85$$

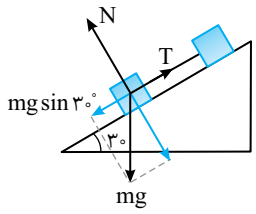
B **۸۵۵- گزینه‌ی ۴** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F=Ma)$ را برای هر یک از آن‌ها می‌نویسیم:



$$f_k=\mu_k m_Bg\cos 37^\circ=0/2\times 1\times 10\times 0/8=1/6N$$

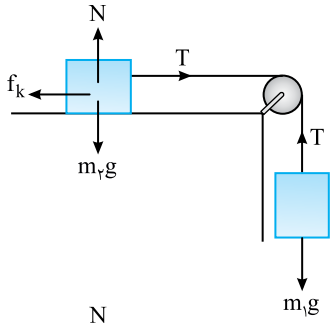
$$\begin{cases} A: m_Ag\sin 37^\circ-T=m_Aa \\ B: T+m_Bg\sin 37^\circ-f_k=m_Ba \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18-T=3a \\ T+6-1/6=1a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18-T=3a \\ T+4/4=a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 22/4=4a \Rightarrow a=5/6\,\frac{m}{s^2},\ T+4/4=5/6 \Rightarrow T=1/2N$$



A **۸۵۶- گزینه‌ی ۳** دستگاه دارای سرعت ثابت است از این‌رو می‌توان با بررسی حرکت m_1 به راحتی مسأله را حل کرد.

$$\sum F_1 = 0 \Rightarrow m_1 g \sin\alpha = T \Rightarrow T = 20 \times \frac{1}{2} = 10N$$



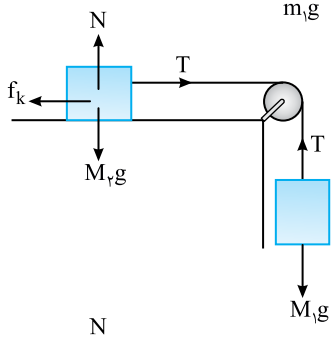
A **۸۵۷- گزینه‌ی ۳** نیروی اصطکاک بین m_2 و سطح میز برابر است با:

$$f_k = \mu_k m_2 g = 0/2 \times 50 = 10N$$

رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - f_k = m_2 a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 - T = 5a \\ T - 10 = 5a \end{cases} \Rightarrow 50 - 10 = 10a \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

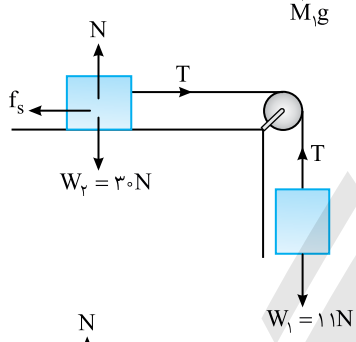
$$\Rightarrow T - 10 = 5 \times 4 \Rightarrow T = 30N$$



B **۸۵۸- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم، سپس رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F = Ma)$ را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$\begin{cases} M_1 : M_1 g - T = M_1 a \\ M_2 : T - f_k = M_2 a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - T = 0/4a \\ T - \frac{1}{3} \times 6 = 0/6a \end{cases}$$

$$4 - 2 = 1a \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow 4 - T = 0/4 \times 2 \Rightarrow T = 3/2N$$

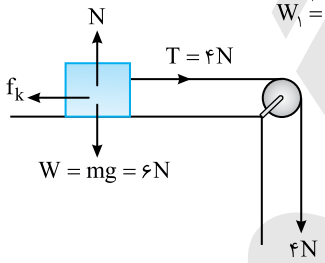


B **۸۵۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا اصطکاک جنبشی بین جسم ۲ و سطح میز را به‌دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k N = 0/4 \times 30 = 12N$$

نیروی $W_1 = 11N$ از f_k کم‌تر است، بنابراین دستگاه ساکن می‌ماند:

$$\sum F = 0 \Rightarrow \begin{cases} (1)\text{جسم}: T = W_1 = 11N \\ (2)\text{جسم}: T = f_s \Rightarrow f_s = 11N \end{cases}$$



A **۸۶۰- گزینه‌ی ۲** نیروی کشش نخ برابر ۴N خواهد بود.

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای آن می‌نویسیم:

$$T - f_k = ma \Rightarrow T - \mu_k mg = ma$$

$$4 - (\frac{1}{3} \times 0/6 \times 10) = 0/6a \Rightarrow a = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

A **۸۶۱- گزینه‌ی ۱** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 4 - 0 = 2a \times \frac{1}{2} \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

دو جسم را یک دستگاه فرض می‌کنیم و رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای آن می‌نویسیم.

$$\sum F = ma \Rightarrow m_1 g - f_k = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 20 - f_k = (2+3) \times 4 \Rightarrow f_k = 0$$

B **۸۶۲- گزینه‌ی ۱** ابتدا سرعت حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2}(1 + 0/5)v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{16}{1/5}$$

به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، شتاب حرکت دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{16}{1/5} - 0 = 2a \times 2 \Rightarrow a = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}\frac{m}{s^2}$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون، ضریب اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F = Ma \Rightarrow m_1 g - \mu_k m_2 g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 5 - \mu_k(10) = (0/5 + 1)\frac{8}{3} \Rightarrow \mu_k = 0/1$$

B **۸۶۳- گزینه‌ی ۲** در حالت اول، عامل حرکت M_2g است.

$$\sum F = ma \Rightarrow M_2g = (M_1+M_2)a \quad (1)$$

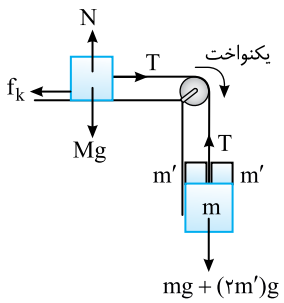
در حالت دوم، عامل حرکت M_1g است.

$$\sum F = ma \Rightarrow M_1g = (M_1+M_2)a' \quad (2)$$

از تقسیم دو رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{M_2g}{M_1g} = \frac{(M_1+M_2)a}{(M_1+M_2)a'} \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{a}{a'} \xrightarrow{\frac{a}{a'}=2} \frac{M_2}{M_1} = 2 \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{2}$$

B **۸۶۴- گزینه‌ی ۳** دستگاه ابتدا در حال سکون بوده است. وقتی که حرکت دستگاه یکنواخت می‌شود خواهیم داشت:



$$mg + 2m'g = f_k \Rightarrow f_k = \frac{1}{5}Mg + 2\times\frac{1}{10}Mg \Rightarrow f_k = \frac{2}{5}Mg$$

هنگامی که دستگاه دارای حرکت شتابدار است:

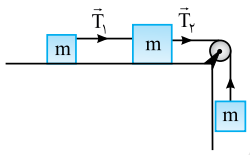
$$\sum F = ma \Rightarrow mg + 3m'g - f_k = (m+3m'+M)a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}Mg + \frac{3}{10}Mg - \frac{2}{5}Mg = (\frac{1}{5}M + \frac{3}{10}M + M)a \Rightarrow a = \frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

A **۸۶۵- گزینه‌ی ۳** دستگاه دارای تعادل است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. با فرض یکسان بودن ضریب اصطکاک ایستایی برای هر سه جسم می‌توان نوشت:

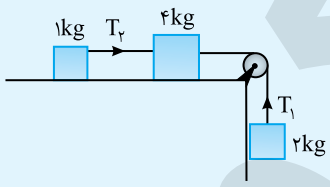
$$\sum F = 0 \Rightarrow mg = \mu_s(3mg) \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

A **۸۶۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل، T_2 جرم $2m$ و T_1 جرم m را با شتاب یکسان حرکت می‌دهند، بنابراین:



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2ma}{ma} = 2$$

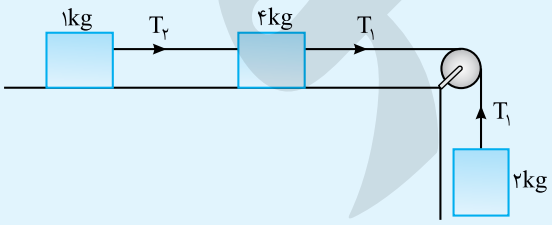
تست: در شکل روبه‌رو اگر اصطکاک ناچیز باشد، نسبت نیروهای کشش نخ $(\frac{T_1}{T_2})$ کدام گزینه می‌باشد؟ (جرم نخ و قرقره ناچیز است.)



۱) ۵ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: به شکل روبه‌رو دقت کنید. نیروی T_1 دو وزنه‌ی ۴kg و ۱kg را به دنبال خود می‌کشد و نیروی T_2 وزنه‌ی ۱kg را با همان شتاب به دنبال خود می‌کشد. بنابراین:



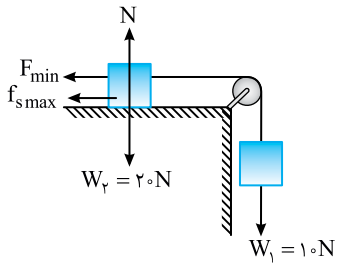
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{(4+1)a}{(1)a} = 5$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

A **۸۶۷- گزینه‌ی ۲** بنا به قانون دوم نیوتون:

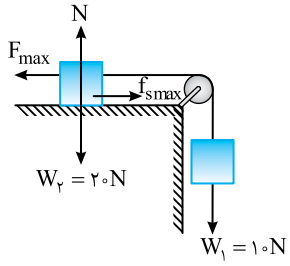
$$\sum F = ma \Rightarrow F + m_1g = (m_1+m_2)a \xrightarrow{a=g} F = (m_1+m_2)g - m_1g \Rightarrow F = m_2g \Rightarrow F = 30N$$

بنابراین نسبت F به m_1g برابر است با: $\frac{F}{m_1g} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$



۸۶۸- گزینه‌ی ۴ اگر وزنه‌ی ۲kg در آستانه‌ی حرکت به سمت راست باشد آنگاه نیروها مطابق شکل روبه‌رو هستند و رابطه‌ی اساسی دینامیک خواهد شد:

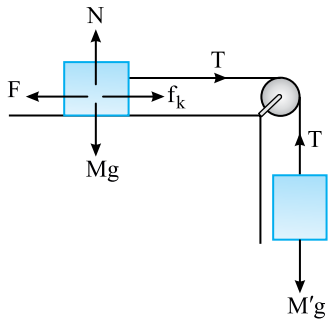
$$\sum F=۰ \Rightarrow W_۱=F_{min}+f_{s\,max} \Rightarrow ۱۰=F_{min}+۰/۴\times ۲۰ \Rightarrow F_{min}=۲N$$



اگر وزنه‌ی ۲kg در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ باشد، آنگاه نیروها مطابق شکل روبه‌رو هستند و رابطه‌ی اساسی دینامیک خواهد شد:

$$F_{max}=W_۱+f_{s\,max} \Rightarrow F_{max}=۱۰+۰/۴\times ۲۰ \Rightarrow F_{max}=۱۸N$$

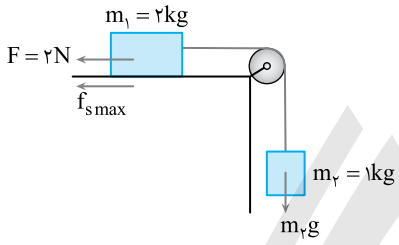
بنابراین نیروی F می‌تواند در بازه‌ی $۲N \le F \le ۱۸N$ باشد و دستگاه ساکن بماند.



۸۶۹- گزینه‌ی ۱ وزنه‌ی M' با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ رو به بالا در حرکت است. بنابراین:

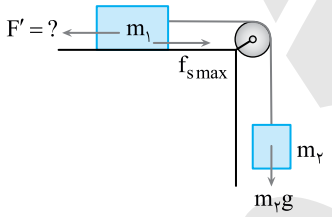
$$\begin{cases} T-M'g=M'a \\ F-\mu_k Mg-T=Ma \end{cases}$$

$$F-M'g-\mu_k Mg=(M'+M)a \Rightarrow F-۲۰-۰/۲\times ۴۰=(۲+۴)\times ۱ \Rightarrow F=۳۴N$$



۸۷۰- گزینه‌ی ۳ وقتی جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت رو به پایین باشد یعنی جسم $m_۱$ نیز در آستانه‌ی حرکت به سمت راست بوده و اصطکاک ایستایی بین $m_۱$ و سطح میز به سمت چپ است. در این صورت:

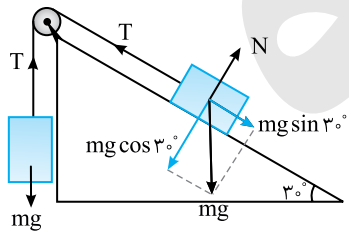
$$\sum F=۰ \Rightarrow m_۲g=F+f_{s\,max} \Rightarrow ۱۰=۲+f_{s\,max} \Rightarrow f_{s\,max}=۸N$$



اگر جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار گیرد یعنی جسم $m_۱$ در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ بوده و اصطکاک ایستایی به سمت راست است. در این صورت:

$$\sum F=۰ \Rightarrow F'=f_{s\,max}+m_۲g \Rightarrow F'=۸+۱۰=۱۸N$$

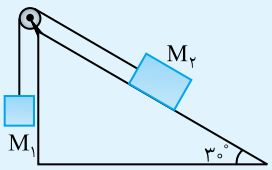
بنابراین نیروی F را به اندازه‌ی $۱۸-۲=۱۶N$ باید افزایش داد.



۸۷۱- گزینه‌ی ۳ نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F=ma)$ را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$\begin{cases} mg-T=ma \\ T-mg\sin ۳۰^\circ=ma \end{cases}$$

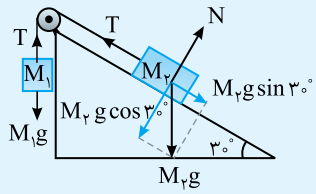
$$mg-mg\sin ۳۰^\circ=۲ma \Rightarrow mg-\frac{۱}{۲}mg=۲ma \Rightarrow a=\frac{۱}{۴}g$$



تست: در شکل روبه‌رو، اگر $M_۲=۳M_۱$ و جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز فرض شود و $g=۱۰\frac{N}{kg}$ باشد، شتاب حرکت وزنه‌ها چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۰/۸

۳) ۱/۶۶ ۴) ۰/۶

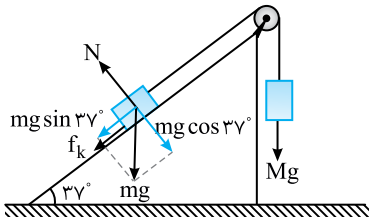


پاسخ: نیروی وارد بر هر جسم را رسم کرده و برای هر جسم رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} M_2: M_2g\sin 30^\circ - T = M_2a \\ M_1: T - M_1g = M_1a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}M_1g - T = 3M_1a \\ T - M_1g = M_1a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}M_1g - M_1g = 3M_1a + M_1a \Rightarrow 4M_1a = \frac{1}{2}M_1g \Rightarrow a = \frac{5}{4} = 1/25\,\frac{m}{s^2}$$

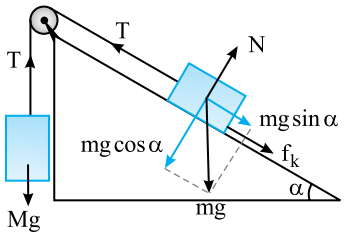
بنابراین گزینه‌ی (۱) صحیح است.



B **۸۷۲- گزینه‌ی ۳** حرکت دستگاه با سرعت ثابت صورت می‌گیرد، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر دستگاه صفر است. از طرفی جسم m رو به بالا در حرکت است، پس نیروی اصطکاک بین m و سطح شیب‌دار رو به پایین است.

$$Mg - mg\sin\alpha - \mu_k mg\cos\alpha = 0$$

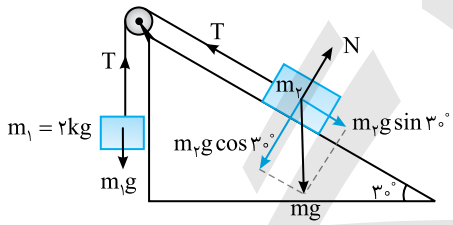
$$Mg = 50\times 0/6 + (0/25)(50)\times 0/8 \Rightarrow M = 3+1 = 4kg$$



B **۸۷۳- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم. دستگاه دارای حرکت یکنواخت است. بنابراین:

$$Mg\begin{cases} M: T = Mg \\ m: mg\sin\alpha + f_k = T \end{cases} \Rightarrow Mg = mg\sin\alpha + \mu_k mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{M - m\sin\alpha}{m\cos\alpha}$$



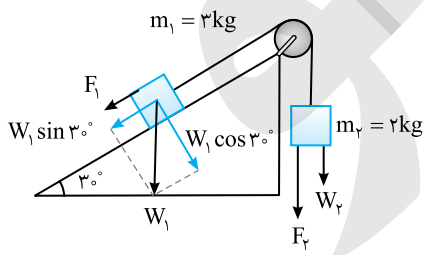
B **۸۷۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک معادله‌ی جابه‌جایی- زمان، شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{s^2}$$

اکنون دو جسم را در حکم یک دستگاه درنظر گرفته و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:

$$m_1g - m_2g\sin 30^\circ = (m_1+m_2)a \Rightarrow 20 - 5m_2 = (2+m_2)\times 2$$

$$\Rightarrow 20 - 5m_2 = 4 + 2m_2 \Rightarrow 16 = 7m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{16}{7}\,kg$$



A **۸۷۵- گزینه‌ی ۱** دو جسم را یک دستگاه فرض می‌کنیم و برآیند نیروهای وارد بر آن‌ها را به دست می‌آوریم، رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای آن‌ها می‌نویسیم:

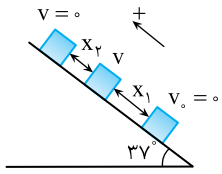
$$F_1 + W_1\sin 30^\circ - W_2 - F_2 = (m_1+m_2)a \Rightarrow$$

$$10 + 30\times\frac{1}{2} - (20+6) = (2+3)a \Rightarrow 25 - 26 = 5a \Rightarrow a = -0/2\,\frac{m}{s^2}$$

اما چرا شتاب منفی شد؟ مشکلی نیست ما در حل مسأله فرض کرده‌ایم که وزنه‌ی m_1 پایین می‌آید و وزنه‌ی m_2 بالا می‌رود یعنی جهت حرکت را نادرست در نظر گرفته‌ایم بنابراین کافی است جهت حرکت را وارونه کنیم و بنویسیم:

$$F_2 + W_2 - (F_1 + W_1\sin 30^\circ) = (m_1+m_2)a$$

و شتاب را $0/2\,\frac{m}{s^2}$ به دست آوریم.



۸۷۶- گزینه‌ی ۱ (C) حرکت این دستگاه از دو مرحله تشکیل شده است، یک حرکت تندشونده قبل از پاره شدن نخ و سپس حرکت کند شونده بعد از پاره شدن نخ. در مرحله‌ی اول رابطه‌ی دینامیکی برای وزنه‌ها خواهد بود:

$$m_Bg-m_Ag\sin\alpha=(m_A+m_B)a_۱\Rightarrow ۰/۵\times۱۰-۰/۳\times۱۰\times۰/۶=۰/۸a_۱\Rightarrow a_۱=۴\frac{m}{s^۲}$$

بعد از پاره شدن نخ تنها مؤلفه‌ی افقی نیروی وزن A سبب کند شدن حرکت جسم می‌شود.

$$-m_Ag\sin\alpha=m_Aa_۲\Rightarrow -a_۲=g\sin ۳۷^\circ\Rightarrow a_۲=-۶\frac{m}{s^۲}$$

به کمک معادله‌ی مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v^۲-۰=۲a_۱x_۱\Rightarrow x_۱=\frac{v^۲}{۲a_۱}=\frac{v^۲}{۸}$$

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-v^۲=(-۶)x_۲\Rightarrow x_۲=\frac{v^۲}{۲a_۲}=\frac{v^۲}{۱۲}$$

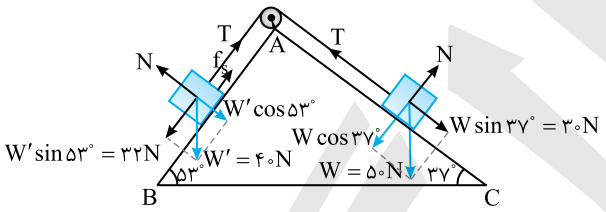
در این صورت با توجه به صورت سؤال داریم:

$$x_۱+x_۲=۱/۵m\Rightarrow\frac{v^۲}{۸}+\frac{v^۲}{۱۲}=۱/۵\Rightarrow v^۲=\frac{۳۶}{۵}=۷/۲$$

بنابراین:

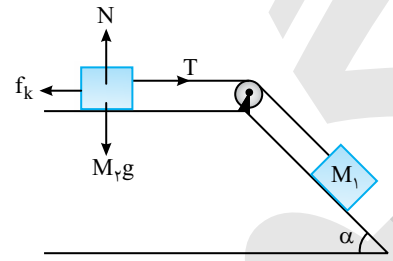
$x_۱=\frac{v^۲}{۸}=\frac{۷/۲}{۸}=۰/۹m$ جابه‌جایی قبل از پاره شدن نخ:

۸۷۷- گزینه‌ی ۴ (B) اگر دستگاه در تعادل باشد، پس برآیند نیروهای وارد بر جسم‌ها صفر است. نیروهای وارد بر جسم‌ها را رسم می‌کنیم. نیروی $W\sin ۳۷^\circ=۵۰\times۰/۶=۳۰N$ کم‌تر از نیروی $W'\sin ۵۳^\circ=۴۰\times۰/۸=۳۲N$ بوده و دستگاه می‌خواهد پادساعتگرد حرکت کند. امّا از آن‌جا که دستگاه در حال سکون است، نتیجه می‌گیریم نیروی اصطکاک، مطابق شکل رو به بالاست.



$$\begin{cases}f_s=۳۲-۳۰=۲N\\ f_s=\mu_sW'\cos ۵۳^\circ\end{cases}\Rightarrow ۲=\mu_s\times۴۰\times۰/۶\Rightarrow\mu_s=\frac{۱}{۱۲}$$

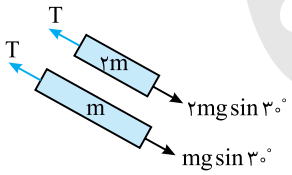
۸۷۸- گزینه‌ی ۳ (B) برای $M_۲$ رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F=Ma)$ را می‌نویسیم:



$$T-f_k=M_۲a\Rightarrow T-\mu_kM_۲g=M_۲a$$

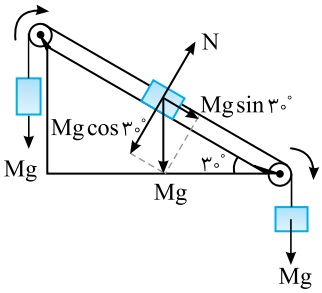
$$T-۰/۳\times۰/۲\times۱۰=۰/۲\times۳\Rightarrow T=۱/۲N$$

۸۷۹- گزینه‌ی ۴ (B)



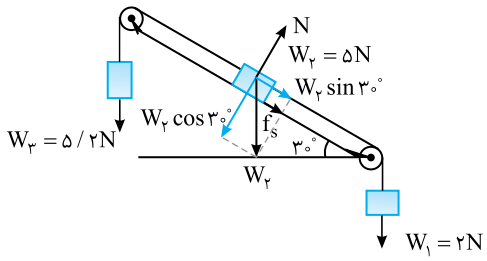
$$\sum F=ma\Rightarrow\begin{cases}۲mg\sin ۳۰^\circ-T=۲ma\\ T-mg\sin ۳۰^\circ=ma\end{cases}\Rightarrow mg\sin ۳۰^\circ=۳ma\Rightarrow a=\frac{mg\times\frac{۱}{۲}}{۳m}=\frac{g}{۶}$$

۸۸۰- گزینه‌ی ۳ (B) با توجه به شکل روبه‌رو، رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای دستگاه می‌نویسیم:



$$Mg+Mg\sin ۳۰^\circ-Mg=(۳M)a$$

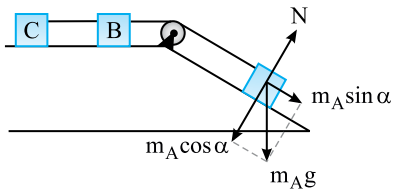
$$Mg(\frac{۱}{۲})=۳Ma\Rightarrow a=\frac{g}{۶}$$



B ۸۸۱- گزینه‌ی ۳ دستگاه در تعادل است و برآیند نیروها صفر است. نیروی $W_1 = 2N$ و $W_2 \sin 30^\circ = 2/5N$ می‌خواهند دستگاه را ساعتگرد بچرخانند و نیروی $W_3 = 5/2N$ می‌خواهد دستگاه را پادساعتگرد بچرخاند، در این صورت باید نیروی اصطکاک برابر باشد با:

$$f_s = W_3 - W_1 - W_2 \sin 30^\circ = 5/2 - 2 - 2/5 = 0/7N$$

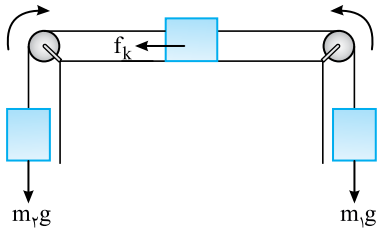
دقت کنید که نیروهای کشش نخ را درنظر نگرفته‌ایم و هر سه جسم را به‌عنوان یک دستگاه بررسی کرده‌ایم.



B ۸۸۲- گزینه‌ی ۲ عامل حرکت دستگاه نیروی $m_A g \sin\alpha$ است. بنابراین به سادگی می‌توان نوشت:

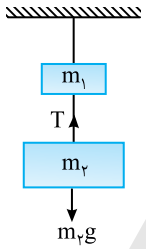
$$m_A g \sin\alpha = (m_A + m_B + m_C)a$$

$$\Rightarrow 40 \times \frac{1}{2} = (4 + 4 + m_C) \times 2 \Rightarrow m_C = 2kg$$



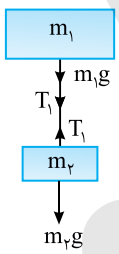
A ۸۸۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل و با توجه به قانون دوم نیوتون، برای کل دستگاه (سه جسم) می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow 5 - (0/2 \times 1) - (4) = (0/5 + 0/1 + 0/4)a \Rightarrow a = 0/8 \frac{m}{s^2}$$



A ۸۸۴- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$T - m_2 g = 0 \Rightarrow T = m_2 g \Rightarrow T = 30N$$

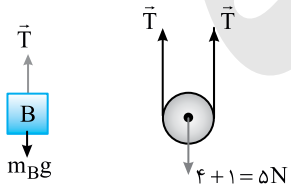


B ۸۸۵- گزینه‌ی ۱ در یکی از حالت‌های داده شده کشش نخ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_1 : T_1 + m_1 g = m_1 a \\ m_2 : m_2 g - T_1 = m_2 a \end{cases} \Rightarrow m_1 g + m_2 g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = g$$

در رابطه‌ی m_1 جای‌گذاری می‌کنیم: $m_1 : T_1 + m_1 g = m_1 g \Rightarrow T_1 = 0$

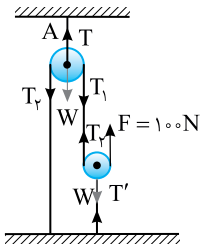
در واقع در هر دو حالت کشش نخ برابر صفر است.



B ۸۸۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به نمودار جسم آزاد شکل‌های روبه‌رو داریم:

$$2T = 5N \Rightarrow T = 2/5N$$

$$T = W_B \Rightarrow W_B = 2/5N$$



B ۸۸۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل برای هر قرقره $\sum F = 0$ را می‌نویسیم.

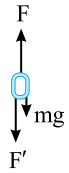
$$T_2 = T_1 = F = 100\ N$$

$$T' = T_2 + F - W = 200 - 20 = 180\ N$$

$$T = T_2 + T_1 + W = 220\ N$$

B ۸۸۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا طبق قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F = Ma \Rightarrow F-(۳mg)=۳ma \Rightarrow ۹-۶=۳\times\frac{۲}{۱۰}a \Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$



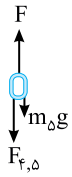
حال چون ۳ حلقه با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا حرکت می‌کنند، بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که حلقه‌ی وسطی به حلقه‌ی بالایی وارد می‌کند برابر نیرویی است که حلقه‌ی بالایی به حلقه‌ی وسطی وارد می‌کند.

حال قانون دوم نیوتون را برای حلقه‌ی اول می‌نویسیم:

$$۹-F'-mg=ma \Rightarrow ۹-F'-۲=۰/۲\times۵ \Rightarrow F'=۶N$$

روش دیگر: استفاده از تناسب

$$\begin{array}{c|c} ۹N & ۶۰۰g \\ \hline F' & ۴۰۰g \end{array} \Rightarrow F'=۶N$$

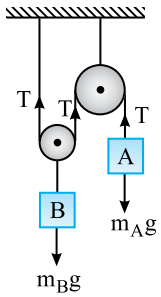


B ۸۸۹- گزینه‌ی ۴ ابتدا نیروی F را به‌دست می‌آوریم:

$$F-mg=ma \Rightarrow F-(۵\times۰/۲)\times۱۰=(۵\times۰/۲)\times۲ \Rightarrow F=۱۲N$$

حال نیرویی را که حلقه‌های ۴ و ۵ برهم وارد می‌کنند به‌دست می‌آوریم. برای این منظور حلقه‌ی ۵ را یک جسم جداگانه درنظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را بررسی می‌کنیم.

$$F-m_۵g-F_{۴,۵}=m_۵a \Rightarrow ۱۲-۲-F_{۴,۵}=۰/۲\times۲ \Rightarrow F_{۴,۵}=۹/۶N$$

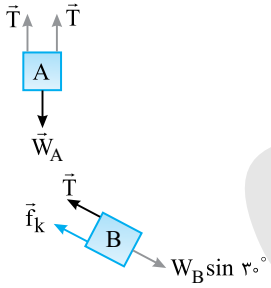


C ۸۹۰- گزینه‌ی ۳ در شکل مقابل اگر وزنه‌ی B بخواهد یک متر بالا کشیده شود، دو نخ متصل به قرقره‌ی متحرک هریک باید یک متر کوتاه شود، به همین علت، نخ متصل به وزنه‌ی A، ۲ متر بلندتر شده و A دو متر پایین می‌آید. بنابراین:

$$\Delta x_A=۲\Delta x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_At^۲=۲(\frac{۱}{۲}a_Bt^۲) \Rightarrow a_A=۲a_B$$

اکنون رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هریک می‌نویسیم:

$$\begin{cases} m_Ag-T=m_Aa_A \\ ۲T-m_Bg=m_Ba_B \end{cases} \Rightarrow ۲\times\begin{cases} ۴۰-T=۴a_A \\ ۲T-۶۰=۶(\frac{۱}{۲}a_A) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۸۰-۲T=۸a_A \\ ۲T-۶۰=۳a_A \end{cases} \Rightarrow ۲۰=۱۱a_A \Rightarrow a_A=\frac{۲۰}{۱۱}\frac{m}{s^۲}$$



B ۸۹۱- گزینه‌ی ۱

$$\sum F=۰ \Rightarrow W_A-۲T=۰ \Rightarrow T=\frac{W_A}{۲}=۱۵۰N$$

$$\sum F=۰ \Rightarrow W_B\sin ۳۰^\circ-T-f_k=۰$$

$$\Rightarrow f_k=W\sin ۳۰^\circ-T=\frac{۴۵۰}{۲}-۱۵۰=۷۵N$$

C ۸۹۲- گزینه‌ی ۴ جسم $m_۱$، ۳۰N وزن دارد و کشش دو نخ متصل به آن $۲\times۱۲=۲۴N$ است. بنابراین $m_۱$ رو به پایین در حرکت است.

$$m_۱g-۲T=m_۱a_۱ \Rightarrow ۳۰-۲۴=۳a_۱ \Rightarrow a_۱=۲\frac{m}{s^۲}$$

اما نکته‌ی این مسأله این است که اگر $m_۱$ به اندازه‌ی یک متر پایین بیاید نخ متصل به $m_۲$ به اندازه‌ی ۲ متر، $m_۲$ را روی سطح شیبدار رو به بالا می‌کشد. یعنی:

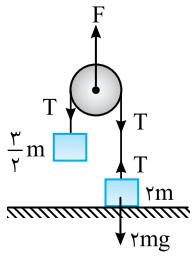
$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\Delta x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}a_۲t^۲ \Rightarrow a_۱=\frac{۱}{۲}a_۲$$

بنابراین شتاب حرکت وزنه‌ی $m_۲$ برابر است با:

$$a_۲=۲a_۱ \Rightarrow a_۲=۲\times۲=۴\frac{m}{s^۲}$$

قانون دوم نیوتون را برای جسم $m_۲$ می‌نویسیم:

$$T-m_۲g\sin ۳۷^\circ=m_۲a_۲ \Rightarrow ۱۲-۶m_۲=۴m_۲ \Rightarrow m_۲=۱/۲kg$$

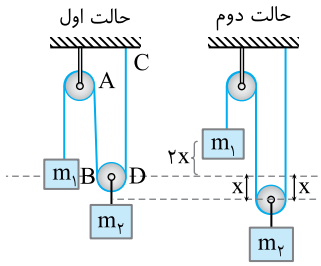


C **۸۹۳- گزینه‌ی ۴** جسم ۲m ساکن است. پس:

$$\sum F=۰\Rightarrow T=۲mg$$

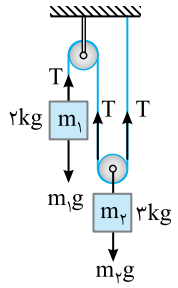
حال برای قرقره رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:

$$F=۲T\Rightarrow F=۲(۲mg)\Rightarrow F=۴mg$$



C **۸۹۴- گزینه‌ی ۱** قبل از حل تست به این درسنامه‌ی کوتاه کاملاً دقت کنید. اگر قرقره‌ی متحرک سمت راست به اندازه‌ی x به پایین حرکت کند، طول نخ AB و طول نخ CD هر کدام به اندازه‌ی x باید زیاد شود و این افزایش طول نخ‌های AB و CD باید از نخ متصل به وزنه‌ی $m_۱$ تأمین شود. بنابراین وزنه‌ی $m_۱$ به اندازه‌ی ۲x جابه‌جا می‌شود. یعنی:

$$\Delta x_۱=۲\Delta x_۲\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t^۲=۲(\frac{۱}{۲}a_۲)t^۲\Rightarrow a_۱=۲a_۲\Rightarrow a_۲=\frac{a_۱}{۲}$$



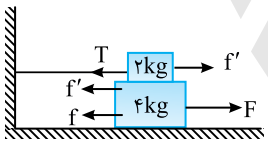
در واقع شتاب حرکت وزنه‌ی متصل به قرقره‌ی متحرک نصف شتاب حرکت وزنه‌ی $m_۱$ است. اکنون با دانستن این مطلب مسأله را حل می‌کنیم. برای هر جسم قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم، البته می‌دانیم در این شکل $m_۱$ رو به پایین می‌رود چرا که اگرچه $m_۱g=۲۰N$ و $m_۲g=۳۰N$ است اما $m_۲$ با ۲T تحمل می‌شود.

$$\begin{cases} m_۱: m_۱g-T=m_۱a_۱ \\ m_۲: ۲T-m_۲g=m_۲a_۲ \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} ۲۰-T=۲a_۱ \\ ۲T-۳۰=۳\times a_۲ \end{cases}\xrightarrow{a_۲=\frac{a_۱}{۲}}\begin{cases} ۴۰-۲T=۴a_۱ \\ ۲T-۳۰=۱/۵a_۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴۰-۳۰=۵/۵a_۱\Rightarrow a_۱=\frac{۱۰۰}{۵۵}\frac{m}{s^۲}$$

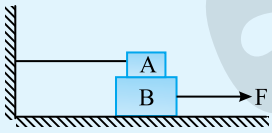
جابه‌جایی وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی برابر است با:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t^۲\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰۰}{۵۵}\times(۰/۵۵)^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۵۵\times ۰/۵۵}{۵۵}\Rightarrow \Delta x_۱=۰/۲۷۵\,m=۲۷/۵\,cm$$



B **۸۹۵- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر جسم ۲kg را رسم می‌کنیم. هنگامی که وزنه‌ی ۴kg با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک f بین جسم و سطح زمین و نیروی اصطکاک f′ بین جسم ۲kg و جسم ۴kg بر وزنه‌ی ۴ کیلوگرمی به طرف چپ وارد می‌شود، یعنی جسم ۲kg بر جسم ۴kg نیروی f′ را به سمت چپ وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون، جسم ۴kg بر جسم ۲kg نیروی f′ را به طرف راست وارد می‌کند. بنابراین:

$$T=f'=\mu_k mg=۰/۲۵\times ۲\times ۱۰=۵N$$



تست: در شکل روبه‌رو، وزنه‌ی B دارای سرعت ثابت است. اگر نیروی اصطکاک بین A و B برابر ۱۰ نیوتون و بین B و زمین برابر ۳۰ نیوتون باشد، نیروی F چند نیوتون است؟

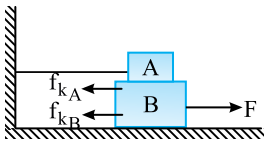
۱) ۱۰ **۲)** ۳۰

۳) ۴۰ **۴)** ۲۰

پاسخ: نیروهای وارد بر B را رسم می‌کنیم. B با سرعت ثابت در حرکت است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$\sum F=۰\Rightarrow F=f_A+f_B\Rightarrow F=۱۰+۳۰=۴۰N$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) صحیح است.

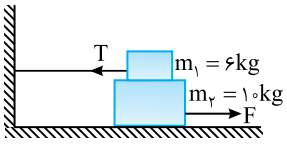


B **۸۹۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به نیروهای وارد بر B می‌توان نوشت:

$$F=F_{k_A}+F_{k_B}\Rightarrow F=\mu_s m_A g+\mu_s(m_A+m_B)g$$

$$\Rightarrow F=۰/۲\times ۴+۰/۲(۰/۴+۰/۶)\times ۱۰\Rightarrow F=۲/۸N$$

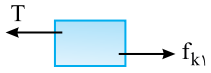
B **۸۹۷- گزینه‌ی ۳** نیروی اصطکاک بین دو جسم:



$$f_{k1} = \mu_k m_1 g \Rightarrow f_{k1} = \frac{1}{4} \times 60 = 15N$$

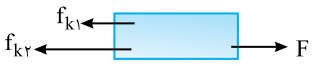
نیروی اصطکاک بین جسم m_2 و سطح افقی:

$$f_{k2} = \mu_k (m_1 + m_2) g \Rightarrow f_{k2} = \frac{1}{4} \times 160 = 40N$$



نیروهای وارد بر m_1 را رسم می‌کنیم. m_1 ساکن است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$T = f_{k1} \Rightarrow T = 15N$$

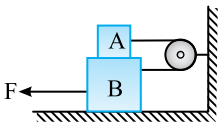


نیروهای وارد بر m_2 را رسم کرده رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای آن می‌نویسیم:

$$F - f_{k1} - f_{k2} = m_2 a \Rightarrow F = 15 + 40 + (10 \times 2) \Rightarrow F = 75N$$

در این صورت خواهیم داشت: $\frac{F}{T} = \frac{75}{15} = 5$

B **۸۹۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا صورت مسأله را به دقت بخوانید و به شکل نگاه کنید. در حل این تست به گونه‌ی زیر عمل می‌کنیم.



ابتدا نیروی اصطکاک بین A و B را به دست می‌آوریم:

$$f_{kA} = \mu_k N \Rightarrow f_{kA} = 0/5 \times 10 \Rightarrow f_k = 5N$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر A توسط سطح B نیز $N = W = 10N$ است. بنابراین نیرویی که سطح B بر A وارد می‌کند خواهد شد:

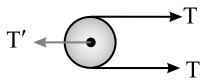
$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2} \Rightarrow R = \sqrt{10^2 + 5^2} \Rightarrow R = 5\sqrt{5}N$$

C **۸۹۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا نیروی اصطکاک بین M_1 و M_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$f_{k_1} = \mu_k M_1 g = 0/2 \times 5 \times 10 = 10N$$

برای جسم M_1 قانون دوم را می‌نویسیم.

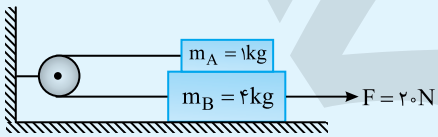
$$T - f_{k_1} = M_1 a \Rightarrow T - 10 = 5 \times 5 \Rightarrow T = 35N$$



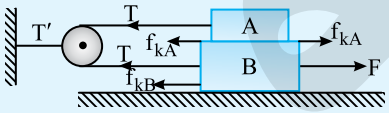
با توجه به شکل روبه‌رو، T' را به‌دست می‌آوریم:

$$T' = 2T = 70N$$

تست: در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک بین A و B، $\mu_k = 0/1$ و بین B و زمین $\mu_k = 0/2$ است. کشش نخ بین دو جسم را بیابید. $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۰/۴
۲) ۲/۶
۳) ۲/۸
۴) ۱۰



پاسخ: ابتدا نیروی اصطکاک بین جسم A و B و همچنین بین B و زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$f_{kA} = \mu_A m_A g = 0/1 \times 1 \times 10 = 1N$$

$$f_{kB} = \mu_k (m_A + m_B) g = 0/2 \times (1+4) \times 10 = 10N$$

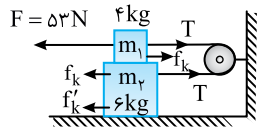
جسم A بر جسم B نیروی اصطکاک f_A را به سمت چپ و جسم B بر جسم A نیروی اصطکاک f_A را به سمت راست وارد می‌کند.

رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم.

$$\begin{cases} A: T - f_{kA} = m_A a \\ B: F - f_{kA} - f_{kB} - T = m_B a \end{cases} \Rightarrow F - 2f_{kA} - f_{kB} = (m_A + m_B) a \Rightarrow 20 - 2 - 10 = 5a \Rightarrow a = 1/6 \frac{m}{s^2}$$

$$T - 1 = 1 \times 1/6 \Rightarrow T = 2/6N$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.



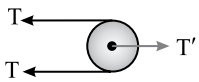
B ۹۰۰- گزینه‌ی ۳ نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم، نیروی اصطکاک بین دو جسم و جسم ۶kg و سطح افقی را به دست می‌آوریم:

$$f_k=\mu_k N=\mu_k m_1 g \Rightarrow f_k=0/1\times 4\times 10 \Rightarrow f_k=4N$$

$$f'_k=\mu_k(m_1+m_2)g \Rightarrow f'_k=0/1\times 10\times 10=10N$$

رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} m_1: F-T-f_k=m_1 a \Rightarrow 53-T-4=4a \\ m_2: T-f_k-f'_k=m_2 a \Rightarrow T-4-10=6a \end{matrix} \xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 53-18=10a \Rightarrow a=3/5\,\frac{m}{s^2}$$



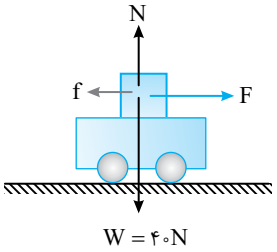
نیروی کشش ریسمان بین دو وزنه برابر است با:

$$m_2: T-4-10=6\times 3/5 \Rightarrow T=14+21 \Rightarrow T=35N$$

نیروهای وارد بر قرقره متصل به دیوار را رسم کرده مسأله را به اتمام می‌رسانیم.

$$T'=2T \Rightarrow T'=2\times 35=70N$$

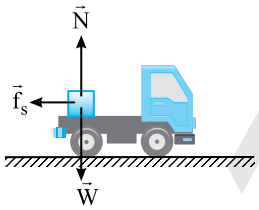
A ۹۰۱- گزینه‌ی ۴ عامل حرکت m' به همراه m، نیروی اصطکاک بین دو جسم یعنی $f=\mu mg$ است و نیروی مانع حرکت m'، اصطکاک بین m' و زمین است که برابر $f'=\mu(m+m')g$ است. چون $f'>f$ است، m' حرکت نمی‌کند.



A ۹۰۲- گزینه‌ی ۲ نیروی اصطکاک بین جعبه و ارابه عامل حرکت ارابه است.

$$f_k=\mu_k N=0/25\times 4\times 10=10N$$

نیروی افقی $F=5N$ از نیروی اصطکاک جنبشی کم‌تر است و قطعاً از اصطکاک ایستایی بین جعبه و ارابه هم کم‌تر خواهد بود، به همین دلیل جعبه روی ارابه نمی‌لغزد. اما مجموعه‌ی جعبه و ارابه با شتاب یکسان در جهت F حرکت خواهند کرد.



A ۹۰۳- گزینه‌ی ۱ سرعت کامیون هنگام ترمز $72\frac{km}{h}=20\frac{m}{s}$ است. هنگامی که کامیون، ترمز می‌کند، بار درون کامیون، بنابه قانون اول نیوتون، تمایل دارد با سرعت کامیون در لحظه‌ی ترمز به حرکت خود ادامه دهد و نیروی اصطکاک ایستایی بین کف کامیون و بار مانع حرکت بار به سمت جلو است و برای آن‌که بار نلغزد باید شتاب توقف کامیون و شتاب توقف بار، با هم برابر باشد.

بیشینه‌ی شتابی که نیروی f_s می‌تواند برای توقف، به بار بدهد برابر است با:

$$\left.\begin{matrix} f_s=\mu_s mg \\ -f_s=ma \end{matrix}\right\} \Rightarrow -\mu_s mg=ma \Rightarrow a=-\mu_s g$$

باید شتاب توقف کامیون نیز برابر $a=-\mu_s g$ باشد. $v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-v_0^2=2(-\mu_s g)\Delta x$

$$\Delta x=\frac{v_0^2}{2\mu_s g}=\frac{400}{2\times 0/4\times 10} \Rightarrow \Delta x=50m$$

A ۹۰۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی بین A و B را به دست می‌آوریم.

$$f_{s\,max}=\mu_s m_B g \Rightarrow f_{s\,max}=0/5\times 40 \Rightarrow f_{s\,max}=20N$$

اکنون به کمک قانون دوم نیوتون بیشینه نیروی F که سبب حرکت دو جسم با یک شتاب می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_{max}=(m_A+m_B)a \\ f_{s\,max}=m_A a \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{max}}{f_{s\,max}}=\frac{(m_A+m_B)}{m_A} \Rightarrow \frac{F_{max}}{20}=\frac{10}{6} \Rightarrow F_{max}=\frac{100}{3}N<50N$$

نیروی افقی $F=50N$ بر جسم B وارد شده است، بنابراین دو جسم با شتاب یکسان حرکت نمی‌کنند و شتاب هر یک را جداگانه به دست می‌آوریم.

$$B: F-f_k=m_B a_B \Rightarrow 50-(0/3\times 40)=4a_B \Rightarrow a_B=9/5\,\frac{m}{s^2}$$

عامل حرکت جسم A نیروی اصطکاک بین A و B است از این‌رو:

$$A: f_k=m_A a_A \Rightarrow 0/3\times 40=6a_A \Rightarrow a_A=2\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ ۹۰۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا بیشینه نیروی اصطکاک بین A و B را به دست می‌آوریم.

$$f_{s\,max}=\mu_s m_B g \Rightarrow f_{s\,max}=۰/۵\times۴۰=۲۰N$$

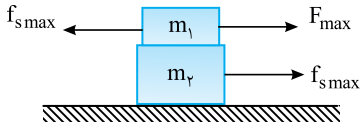
حال با استفاده از قانون دوم نیوتون بیشینه مقدار F برای زمانی‌که هر دو جسم با یک شتاب حرکت می‌کنند را به دست می‌آوریم.

$$\begin{matrix}F_{max}=(m_A+m_B)a\\ f_{s\,max}=m_B a\end{matrix}\Rightarrow\frac{F_{max}}{F_{s\,max}}=\frac{(m_A+m_B)}{m_B}\Rightarrow\frac{F_{max}}{۲۰}=\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow F_{max}=۵۰N$$

نیروی F نیز ۵۰N است. بنابراین دو جسم با یک شتاب حرکت می‌کنند.

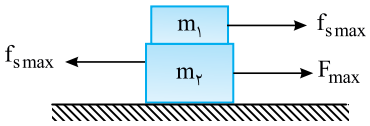
$$F=(m_A+m_B)a\Rightarrow ۵۰=(۶+۴)a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

Ⓐ ۹۰۶- گزینه‌ی ۱ در دو حالت نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s\,max})$ یکسان است در حالت اول این نیرو سبب حرکت $m_۲$ می‌شود و به آن شتاب a می‌دهد که چون دو جسم با هم حرکت می‌کنند شتاب هر دو یکسان است.



$$f_{s\,max}=m_۲ a\Rightarrow a=\frac{f_{s\,max}}{m_۲}\qquad(۱)$$

در حالت دوم این نیرو سبب حرکت $m_۱$ می‌شود شتاب $m_۱$ تحت تأثیر این نیرو برابر است با:

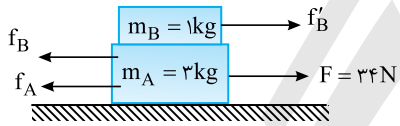


$$f_{s\,max}=m_۱ a'\Rightarrow a'=\frac{f_{s\,max}}{m_۱}\qquad(۲)$$

که هر دو جسم با این شتاب در حرکتند. با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲):

$$\frac{a}{a'}=\frac{\frac{f_{s\,max}}{m_۲}}{\frac{f_{s\,max}}{m_۱}}\Rightarrow\frac{a}{a'}=\frac{m_۱}{m_۲}\Rightarrow\frac{a}{a'}=\frac{۲}{۳}$$

Ⓐ ۹۰۷- گزینه‌ی ۱ ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم A و سطح افقی را به‌دست می‌آوریم.



$$f_{s_A}=\mu_s(m_A+m_B)g$$

$$f_{s_A}=۰/۵(۳+۱)\times۱۰\Rightarrow f_{s_A}=۲۰\,N$$

نیروی ۳۴N از f_{s_A} بزرگ‌تر است و دستگاه به حرکت می‌افتد، در این صورت نیروی اصطکاک بین A و زمین برابر است با:

$$f_k=\mu_k(m_A+m_B)g=۰/۲۵\times۴۰=۱۰N$$

اکنون باید نیروی اصطکاک ایستایی بین A و B را به‌دست آورد.

$$f_{s_B}=\mu_s m_B g=۰/۵\times۱\times۱۰=۵N$$

این نیرو به جسم B حداکثر شتابی که می‌دهد برابر است با:

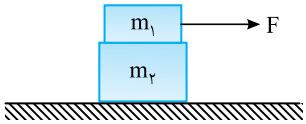
$$f_{s_B}=m_B a_B\Rightarrow ۵=۱\times a_B\Rightarrow a_B=۵\frac{m}{s^۲}$$

اما نیروی F=۳۴N اگر دو جسم را با یک شتاب حرکت دهد به مجموعه شتاب زیر را می‌دهد.

$$F-f_k=(m_A+m_B)a\Rightarrow ۳۴-۱۰=(۴)a\Rightarrow a=۶\frac{m}{s^۲}$$

این شتاب از حداکثر شتاب B بیش‌تر است، بنابراین متحرک A از زیر متحرک B می‌لغزد. یعنی A و B نسبت به هم حرکت می‌کنند و نیروی اصطکاک بین A و B اصطکاک جنبشی است.

$$f_k=\mu_k N=\mu_k m_B g=۰/۲۵\times۱\times۱۰=۲/۵\,N$$

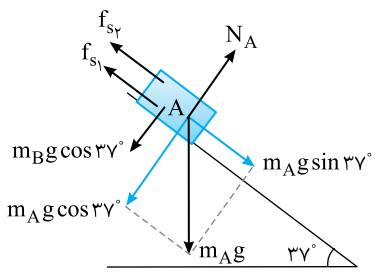


۹۰۸- گزینه‌ی ۴ عامل حرکت وزنه‌ی m_2 نیروی اصطکاک بین m_1 و m_2 می‌باشد که بیشینه مقدار این نیرو $f_{s\,max\,1}=\mu_s m_1 g=70N$ است و مانع حرکت m_2 نیروی اصطکاک بین m_2 و سطح افقی است که برابر $f_{s\,max\,2}=\mu_s(m_1+m_2)g=105N$ است. بنابراین نیروی F هر مقداری که باشد m_2 به حرکت در نمی‌آید.

از طرفی $F=75N>70N$ است پس m_1 بر m_2 شروع به لغزیدن می‌کند و نیروی اصطکاک بین m_1 و m_2 برابر نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود.

$$f_k=\mu_k N=\mu_k m_1 g=0/4\times10\times10\Rightarrow f_k=40N$$

۹۰۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا نیروهای وارد بر جسم A را رسم می‌کنیم:

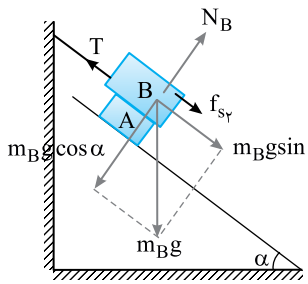


با توجه به این‌که جسم A و جسم B در راستای عمود بر سطح شیب‌دار جابه‌جا نمی‌شوند، داریم:

$$\sum F_{y_A}=0\Rightarrow N_A-m_A g\cos 37^\circ-m_B g\cos 37^\circ=0$$
$$\Rightarrow N_A=2\times1\times10\times0/8=16N$$

با رسم نیروهای وارد بر جسم B داریم:

$$\sum F_{y_B}=0\Rightarrow N_B-m_B g\cos 37^\circ=0\Rightarrow N_B=1\times10\times0/8=8N$$



چون جسم A در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین قرار دارد، می‌توان گفت:

$$\sum F_{x_A}=0\Rightarrow m_A g\sin 37^\circ-f_{s_1}-f_{s_2}=0\Rightarrow 1\times10\times0/6=\mu_s\times N_A+\mu_s\times N_B$$
$$\Rightarrow 6=\mu_s(16+8)\Rightarrow 24\times\mu_s=6\Rightarrow\mu_s=\frac{1}{4}$$

اکنون می‌توان نیروی اصطکاک بین A و B را به‌دست آورد.

$$f_s=\mu_s\times N_B=\frac{1}{4}\times8=2N$$

۹۱۰- گزینه‌ی ۴ A، B و C با هم به همراه صفحه می‌چرخند، بنابراین دوره‌ی چرخش آن‌ها یکسان است.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{T_A=T_B=T_C}\omega_A=\omega_B=\omega_C$$

۹۱۱- گزینه‌ی ۱ دوره‌ی حرکت چرخش زمین به دور محورش $T=24h$ و دوره‌ی حرکت عقربه‌ی دقیقه‌شمار $T'=1h$ است.

$$\frac{\omega}{\omega'}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{T'}}=\frac{T'}{T}=\frac{1}{24}$$

تست: سرعت زاویه‌ای متوسط عقربه‌ی ثانیه‌شمار چند رادیان بر ثانیه است؟

۱) 2π ۲) $\frac{\pi}{30}$ ۳) $\frac{\pi}{60}$ ۴) π

پاسخ: دوره‌ی چرخش عقربه‌ی ثانیه‌شمار ۶۰ ثانیه است.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{T=60s}\omega=\frac{\pi}{30}\frac{rad}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

۹۱۲- گزینه‌ی ۲ سرعت زاویه‌ای متوسط برابر تغییر مکان زاویه‌ای در یکای زمان است:

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$t_1=0\Rightarrow\theta_1=6rad\ ,\ t_2=3s\Rightarrow\theta_2=9+9+6=24rad$$

$$\bar{\omega}=\frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\bar{\omega}=\frac{24-6}{3-0}\Rightarrow\bar{\omega}=6\frac{rad}{s}$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای، مشتق مکان زاویه‌ای برحسب زمان است:

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow\omega=2t+3\Rightarrow\omega=2\times3+3\Rightarrow\omega=9\frac{rad}{s}$$

بنابراین داریم: $\frac{\omega}{\bar{\omega}}=\frac{9}{6}=1/5$

Ⓐ **۹۱۳- گزینه‌ی ۲** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای با سرعت زاویه‌ای متوسط برابر است.
از طرفی در مدت یک دوره، متحرک، کمان ۲π را روی دایره طی می‌کند، بنابراین:

$$\bar{\omega}=\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۴/۵}=\frac{۴\pi}{۹}$$

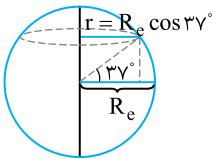
Ⓑ **۹۱۴- گزینه‌ی ۳** سرعت زاویه‌ای برابر تغییر مکان زاویه‌ای در یکای زمان است:

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{\Delta\theta}{۱۵}\Rightarrow\Delta\theta=۳۰\ rad$$

در هر دور، متحرک کمانی معادل ۲π رادیان را طی می‌کند. بنابراین:

تعداد دورها: $n=\frac{\Delta\theta}{۲\pi}\Rightarrow n=\frac{۳۰}{۲\pi}\Rightarrow n=\frac{۱۵}{\pi}$ دور

Ⓑ **۹۱۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، شعاع چرخش $r=R_e\cos ۳۷^\circ$ است.



$$v=r\omega=r\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow v=(R_e\cos ۳۷^\circ)\frac{۲\pi}{T}$$

دوره‌ی چرخش زمین $T=۲۴h$ است.

$$v=۶۴۰۰\times ۰/۸\times\frac{۶}{۲۴}\Rightarrow v=۱۲۸۰\frac{km}{h}$$

Ⓐ **۹۱۶- گزینه‌ی ۱** ابتدا در لحظه‌ی $t=۱s$ و $t=۳s$ مکان زاویه‌ای متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$t=۱s\Rightarrow\theta_۱=\frac{۳\pi}{۲}-۶\pi=-\frac{۹\pi}{۲}$$

$$t=۳s\Rightarrow\theta_۲=\frac{۲۷\pi}{۲}-۱۸\pi=-\frac{۹\pi}{۲}$$

بنابراین متحرک در $t=۱s$ و $t=۳s$ در یک مکان بوده و سرعت متوسط آن صفر است.

Ⓐ **۹۱۷- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی مکان زاویه‌ای - زمان یکنواخت به صورت زیر است:

$$\begin{cases} t=۰\Rightarrow\theta_۰=\frac{\pi}{۳} \\ t=۲s\Rightarrow\theta=\pi \end{cases}\xrightarrow{\theta=\omega t+\theta_۰}\pi=\omega\times ۲+\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

$$\theta=\omega t+\theta_۰\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۳}t+\frac{\pi}{۳}$$

Ⓐ **۹۱۸- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** مکان زاویه‌ای را در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t=۲s\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۶}(۲)^۲+\frac{\pi}{۳}(۲)+\frac{\pi}{۴}=\frac{۱۹\pi}{۱۲}\ rad \\ t=۰\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۴}\ rad \end{cases}\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۹}{۱۲}\pi-\frac{\pi}{۴}=\frac{۴\pi}{۳}\ rad$$

متحرک در هر دور مسافت $۲\pi r$ را طی می‌کند:

$$\text{محیط}=۲\pi r=۲\pi(۲)=۴\pi\ \text{متر}$$

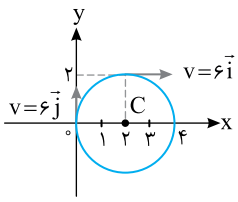
rad	۲π	$\frac{۴\pi}{۳}$
متر	۴π	l

$$\Rightarrow l=\frac{۴\pi\times\frac{۴\pi}{۳}}{۲\pi}=\frac{۸\pi}{۳}\ \text{متر}$$

راه‌حل دوم: طول کمان برابر با حاصل‌ضرب اندازه‌ی شعاع دایره در اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی بر حسب رادیان است، بنابراین:

$$s=r\theta\Rightarrow s=۲\times\frac{۴\pi}{۳}=\frac{۸\pi}{۳}\ m$$

Ⓑ **۹۱۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به داده‌های مسأله، شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. وقتی مرکز دایره نقطه‌ی $(۲,۰)$ و مختصات یک نقطه روی دایره $(۲,۲)$ باشد، پس شعاع دایره ۲ متر است. چون سرعت در نقطه‌ی $(۲,۲)$، $۶\vec{i}$ است. هنگام گذر ذره از مرکز مختصات، سرعت که بر مسیر مماس است، در جهت مثبت yها خواهد بود.



Ⓐ ۹۲۰- گزینه‌ی ۴ معادلـه‌ی مـکان زاویه‌ای- زمان $\theta=2t+2$ یک تابع خطی و مشـتق آن $\omega=\frac{d\theta}{dt}=2\frac{rad}{s}$ اسـت، پس حرکت دایره‌ای یکنواخت است و سرعت زاویه‌ای متوسط برابر سرعت لحظه‌ای است. متحرک در مدت ۲s زاویه‌ای برابر $\Delta\theta=\omega\Delta t=2\times2=4$ رادیان را طی می‌کند. در این صورت گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) درست و گزینه‌ی (۴) نادرست است زیرا در مدت ۲s مکان زاویه‌ای متحرک ۶rad است نه زاویه‌ی طی شده توسط متحرک.

Ⓐ ۹۲۱- گزینه‌ی ۴ هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، سطح محصور بین نمودار و محور طول‌ها برابر مقدار کمیت حاصل است. حاصل ضرب بسامد زاویه‌ای در زمان برابر تغییر مکان زاویه‌ای $(\Delta\theta=\omega\Delta t)$ است بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است.

Ⓐ ۹۲۲- گزینه‌ی ۳ شتاب مرکزگرا در حرکت دایره‌ای برابر است با:

$$\begin{cases} a'=\frac{v'^2}{r'} \\ a=\frac{v^2}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{a'}{a}=\frac{v'^2}{v^2}\times\frac{r}{r'}=4\times\frac{1}{2}=2$$

تست: جرم گلوله‌ی A دو برابر جرم گلوله‌ی B اسـت. هر دو روی یک مسـیر دایره‌ای با سـرعت برابر می‌چرخند. شتاب مرکزگرای گلوله‌ی A چند برابر شتاب مرکزگرای گلوله‌ی B است؟ (سراسری ریاضی- ۸۳)

۱) ۱ **۲)** ۲ **۳)** ۳ **۴)** ۴

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی شتاب مرکزگرا با سرعت خطی:

$$a=\frac{v^2}{r}\xrightarrow[r_1=r_2]{v_1=v_2}a_1=a_2$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: در حرکت یکنواخت بر مسیر دایره‌ای، اگر با ثابت ماندن شعاع دوران، سرعت خطی متحرک دو برابر شود، کدام کمیت دو برابر می‌شود؟

۱) شتاب مرکزگرای متحرک **۲)** بسامد چرخش متحرک **۳)** دوره‌ی حرکت متحرک **۴)** انرژی جنبشی متحرک

پاسخ: بسامد دو برابر می‌شود.

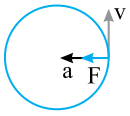
$$v=r\omega\Rightarrow v=(2\pi f)r\Rightarrow f=\frac{v}{2\pi r}\xrightarrow{v'=2v}f'=2f$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ ۹۲۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی شتاب مرکزگرا با سرعت خطی، می‌توان نوشت:

$$a_1=a_2\Rightarrow\frac{v_1^2}{r_1}=\frac{v_2^2}{r_2}\Rightarrow\frac{v_1^2}{40}=\frac{v_2^2}{80}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{2}$$

Ⓐ ۹۲۴- گزینه‌ی ۲ شتاب همواره در جهت نیروی مرکزگرا $(\vec{F}=m\vec{a})$ است، بنابراین زاویه‌ی بین آن‌ها صفر است.



سرعت بر مسیر مماس و بر شعاع مسیر عمود است، بنابراین زاویه‌ی بین سرعت و شتاب $\frac{\pi}{2}$ است.

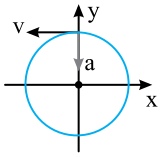
Ⓑ ۹۲۵- گزینه‌ی ۳ شعاع چرخش ذره را به‌دست می‌آوریم: محیط دایره $=2\pi r\Rightarrow12=2\times3r\Rightarrow r=2m$

دوره‌ی حرکت برابر است با: $T=\frac{t}{N}=\frac{60}{6}=10s$

سرعت زاویه‌ای برابر است با: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times3}{10}=0/6$

اکنون شتاب مرکزگرا به‌دست می‌آید: $a=r\omega^2\Rightarrow a=2(0/6)^2=\frac{2\times36}{100}=\frac{18}{25}$

Ⓐ ۹۲۶- گزینه‌ی ۳ شـتاب مرکزگرا برابر $a=r\omega^2$ است. سرعت زاویه‌ای دو جسم واقع بر صفحه‌ی گردان، برابر با سرعت زاویه‌ای صفحه است. بنابراین جسمی که از مرکز دورتر بوده و شعاع چرخش آن بزرگ‌تر است، دارای شتاب مرکزگرای بیش‌تری است.



B ۹۲۷- گزینه‌ی ۴ سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است.

شتاب مرکزگرا در هر نقطه در امتداد شعاع و رو به مرکز دایره است، بنابراین:

$$v=r\omega \Rightarrow v=5\times 3=15\,\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}=-15\vec{i} \quad , \quad a=r\omega^2 \Rightarrow a=5\times 3^2=45\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow \vec{a}=-45\vec{j}$$

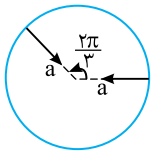
B ۹۲۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی، سرعت خطی را به‌دست می‌آوریم:

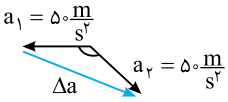
$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0/4=\frac{1}{2}\times 50\times 10^{-3}\times v^2 \Rightarrow v=4\,\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان شتاب مرکزگرا را به‌دست آورد:

$$\begin{cases} v=r\omega \\ a=r\omega^2 \end{cases} \Rightarrow a=v\omega \Rightarrow a=4\times 10=40\,\frac{m}{s^2}$$

B ۹۲۹- گزینه‌ی ۳ بزرگی شتاب ذره برابر است با:

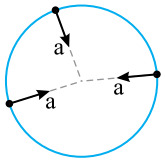




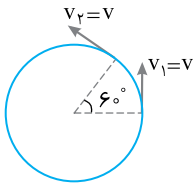
$$a=\frac{v^2}{R}=\frac{25}{0/5} \Rightarrow a=50\,\frac{m}{s^2}$$

اما چون جهت بردار شتاب همواره در امتداد شعاع است، با چرخش $\frac{2\pi}{3}$، جهت بردار شتاب نیز $\frac{2\pi}{3}$ تغییر می‌کند.

$$\Delta a=2a\sin\frac{\alpha}{2}=2\times 50\times \sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta a=50\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

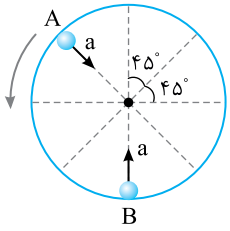


A ۹۳۰- گزینه‌ی ۴ در سقوط آزاد و حرکت پرتابی، شتاب ثابت و برابر g است و در حرکت یکنواخت روی خط راست، سرعت ثابت و شتاب صفر است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در حرکت بر مسیر دایره‌ای همواره در امتداد شعاع و رو به مرکز است و مطابق شکل، با آن‌که اندازه‌ی شتاب ($r\omega^2$ یا $\frac{v^2}{r}$) مقدار ثابتی است، اما جهت بردار شتاب همواره در حال تغییر بوده و حرکت دایره‌ای یکنواخت دارای شتاب متغیر است.



B ۹۳۱- گزینه‌ی ۳ متحرک، کمان 60° را در مدت $\frac{1}{6}$ دوره طی می‌کند $(\Delta t=\frac{T}{6})$. از طرفی با توجه به شکل، تغییر بردار سرعت $\Delta v=2v\sin\frac{60^\circ}{2}$ است.

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{2v\sin\frac{60^\circ}{2}}{\frac{T}{6}}=\frac{6v}{T}=\frac{6r\omega}{T}=\frac{6r\omega}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{3r\omega^2}{\pi}$$



C ۹۳۲- گزینه‌ی ۴ در حرکت دایره‌ای یکنواخت در تمام لحظه‌ها اندازه‌ی سرعت و اندازه‌ی شتاب مقدار ثابتی است. در این مسأله اندازه‌ی شتاب در همه‌ی نقاط مسیر برابر است با:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{2^2+(-2)^2} \Rightarrow a=2\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}$$

بنابراین در همه‌ی نقاط مسیر، اندازه‌ی بردار شتاب $2\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}$ و در هر نقطه، بردار شتاب بر مسیر حرکت عمود است. از طرفی دوره‌ی حرکت ۴s است یعنی این متحرک هر کدام از کمان‌های 45° را در ۰/۵s طی می‌کند. در لحظه‌ی بیان شده، بردار شتاب باید به شکل روبه‌رو باشد (نقطه‌ی A). پس ۱/۵s بعد، متحرک سه کمان 45° را طی کرده و به نقطه‌ی B می‌رسد و بردار شتاب در جهت مثبت محور قائم و به‌صورت $\vec{a}=2\sqrt{2}\vec{j}$ می‌شود.

A **۹۳۳- گزینه‌ی ۴** در حرکت دایره‌ای یکنواخت بزرگی شتاب در تمام لحظه‌ها یکسان است:

$$|\vec{a}|=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵\,\frac{m}{s^۲}$$

بزرگی سرعت برابر خواهد شد با:

$$a=\frac{v^۲}{R}\Rightarrow ۵=\frac{v^۲}{۲}\Rightarrow v=\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

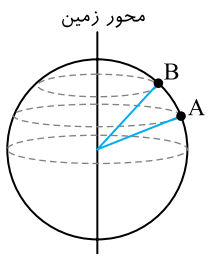
B **۹۳۴- گزینه‌ی ۲** می‌دانیم سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای مشتق مکان زاویه‌ای نسبت به زمان است $(\omega=\frac{d\theta}{dt})$ از این‌رو باید عبارتی را پیدا کنیم که از آن مشتق بگیریم تا $\omega=\pi t+\frac{۳}{۲}\pi$ به‌دست آید (انتگرال گیری):

$$\Delta\theta=\frac{\pi}{۲}t^۲+\frac{۳}{۲}\pi t$$

در مدت یک دور کمان طی شده ۲π است، بنابراین:

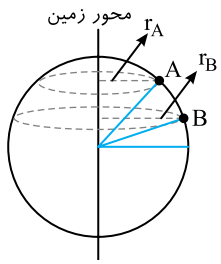
$$۲\pi=\frac{\pi}{۲}t^۲+\frac{۳}{۲}\pi t\Rightarrow t^۲+۳t-۴=۰\Rightarrow(t+۴)(t-۱)=۰\Rightarrow t=۱s$$

A **۹۳۵- گزینه‌ی ۴** زمین حول محور خود دارای حرکت دورانی است که به آن حرکت وضعی زمین می‌گویند و دوره‌ی آن $۲۴h$ است.



مدار یا عرض جغرافیایی، زاویه‌ای است که شعاع واصل مرکز و نقطه‌ی مورد نظر با صفحه‌ی استوا می‌سازد. دوره‌ی جسم A و دوره‌ی جسم B برابر دوره‌ی چرخش زمین به دور محور خود و برابر با ۲۴ ساعت است. بنابراین سرعت زاویه‌ای جسم A و سرعت زاویه‌ای جسم B یکی است ولی سرعت خطی آن‌ها متفاوت است.

A **۹۳۶- گزینه‌ی ۴** سرعت زاویه‌ای تمام نقاط واقع بر سطح زمین با هم برابر است، زیرا دوره‌ی چرخش همه‌ی نقاط $T=۲۴h$ و $\omega=\frac{۲\pi}{T}$ است. اما سرعت خطی $v=r\omega$ است، بنابراین باید شعاع چرخش هر نقطه حول محور زمین را به‌دست آوردیم:



$$r_A=R\cos ۶۰^\circ\ ,\ r_B=R\cos ۳۰^\circ$$

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{r_A\omega}{r_B\omega}=\frac{R\cos ۶۰^\circ}{R\cos ۳۰^\circ}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

A **۹۳۷- گزینه‌ی ۱** بسامد ذره برابر است با:

$$f=\frac{۲۰}{۵}=۴Hz$$

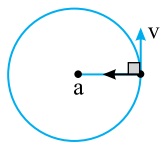
سرعت زاویه‌ای آن خواهد شد:

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۸\pi\,\frac{rad}{s}$$

در حرکت دایره‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}a=r\omega^۲\\ v=r\omega\end{cases}\Rightarrow a=v\omega\Rightarrow ۱۰\pi=v\times ۸\pi\Rightarrow v=۱/۲۵\,\frac{m}{s}$$

A **۹۳۸- گزینه‌ی ۳** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و جسم در جهت نیروی برآیند حرکت نمی‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است. همچنین در این حرکت مطابق شکل بردار شتاب و بردار سرعت هم‌جهت نیستند، بنابراین گزینه‌ی (۲) نیز نادرست است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بزرگی بردار سرعت ثابت است بنابراین ممکن است که $\sum F\neq ۰$ بوده و حرکت شتاب‌دار باشد اما بزرگی سرعت ثابت بماند و گزینه‌ی (۳) درست است.



برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست بنابراین امکان ندارد که جسم در تعادل باشد و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

تذکر: فراموش نشود که تمام حرکت‌ها را از دید ناظر ساکن روی زمین بررسی می‌کنیم.

A **۹۳۹- گزینه‌ی ۱** با پاره شدن نخ و حذف نیروی کشش نخ که نیروی مرکزگرا است بنا بر قانون اول نیوتون جسم در امتداد سرعت لحظه‌ی پاره شدن نخ یعنی مماس بر مسیر روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد.

Ⓐ ۹۴۰- گزینه‌ی ۲ نیروی مرکزگرا، نیرویی است که جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و برابر است با:

$$F=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow F=2\times\frac{4^2}{0/08}\Rightarrow F=400N$$

دقت کنید که در صورت مسأله، قطر مسیر دایره‌ای ۱۶cm داده شده است و شعاع مسیر ۸ cm می‌باشد.

تست: گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم دایره‌ای به قطر ۵۰ سانتی‌متر را با سرعت زاویه‌ای $20\frac{rad}{s}$ دور می‌زند. نیروی مرکزگرای وارد بر گلوله چند نیوتون است؟ (آزاد ریاضی- ۸۸)

۱) ۲۰ ۲) ۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰

پاسخ: نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F=mr\omega^2\Rightarrow F=0/1\times\frac{25}{100}\times(20)^2\Rightarrow F=10N$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۹۴۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به فرض مسأله، نیروی مرکزگرا برابر نیروی وزن جسم است.

$$mg=mr\omega^2\Rightarrow 10=2/5\omega^2\Rightarrow\omega=2\frac{rad}{s}$$

Ⓐ ۹۴۲- گزینه‌ی ۲ به کمک رابطه‌ی نیروی مرکزگرا با بسامد زاویه‌ای تست را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}F=mr\omega^2\\ \omega'=2\omega\\ r'=2r\end{cases}\Rightarrow F'=8F$$

Ⓐ ۹۴۳- گزینه‌ی ۱ نیروی مرکزگرای دو جسم با هم برابر است، بنابراین:

$$F_1=F_2\Rightarrow m_1r_1\omega_1^2=m_2r_2\omega_2^2\xrightarrow[m_1=m_2]{\omega=\frac{2\pi}{T}}r_1\frac{4\pi^2}{T_1^2}=r_2\frac{4\pi^2}{T_2^2}\Rightarrow\frac{r_1}{(2T_2)^2}=\frac{r_2}{T_2^2}\Rightarrow r_1=4r_2$$

Ⓐ ۹۴۴- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم $\omega=\frac{2\pi}{T}$ و $F=mr\omega^2$ است، بنابراین:

$$\begin{cases}F=mr\omega^2\Rightarrow F=ml\frac{4\pi^2}{T^2}\\ l'=2l\ ,\ T'=\frac{T}{2}\end{cases}\Rightarrow F'=8F$$

تست: گلوله‌ای به انتهای نخی بسته شده و در سطح افقی حول نقطه‌ی ثابتی دوران می‌کند. اگر طول نخ را نصف و سرعت خطی گلوله را دو برابر کنیم، نیروی کشش نخ چند برابر می‌شود؟

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۸ ۴) تغییر نمی‌کند.

پاسخ: نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است. بنابراین:

$$F=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow\begin{cases}T=m\frac{v^2}{l}\\ T'=m\frac{(2v)^2}{\frac{l}{2}}\end{cases}\Rightarrow\frac{T'}{T}=8$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ ۹۴۵- گزینه‌ی ۳ به کمک رابطه‌ی نیروی مرکزگرا خواهیم داشت:

$$F=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow 2=m\frac{4}{0/4}\Rightarrow m=0/2kg=200g$$

Ⓐ ۹۴۶- گزینه‌ی ۲ نیروی مرکزگرای وارد بر دو جسم با هم برابر است، بنابراین:

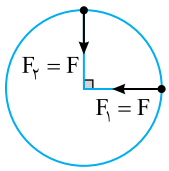
$$F_1=F_2\Rightarrow m_1r_1\omega_1^2=m_2r_2\omega_2^2\xrightarrow[r_2=r_1]{m_2=4m_1}m_1(\frac{4\pi^2}{T_1^2})=4m_1(\frac{4\pi^2}{T_2^2})\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=2$$

B **۹۴۷- گزینه‌ی ۱**

$$v=r\omega \Rightarrow v=r(2\pi f) \xrightarrow{f=\frac{1}{4\pi}} v=0/5\times 2\pi\times\frac{1}{4\pi}=\frac{1}{4}\frac{m}{s}$$

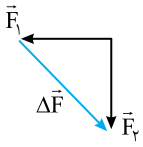
سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است و هنگام پاره شدن نخ، بنا بر قانون اول نیوتون، جسم روی خط راست با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد، بنابراین در راستای مماس بر دایره حرکت خواهد کرد.

A **۹۴۸- گزینه‌ی ۳** نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همواره در امتداد شعاع و به سمت مرکز است و اگر اندازه‌ی آن ثابت باشد، جهت بردار نیرو در حال تغییر و نیروی مرکزگرا یک نیروی متغیر است.



اندازه‌ی نیروی مرکزگرا $F=m\frac{v^2}{r}$ است.

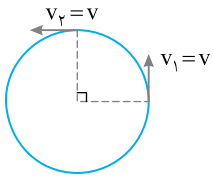
هم‌سنگ بردارهای نیرو را از یک نقطه رسم می‌کنیم.



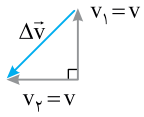
$$\Delta\vec{F}=\vec{F}_2-\vec{F}_1 \xrightarrow{F_1=F_2} \Delta F=2F\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\Delta F=2\frac{mv^2}{r}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}m\frac{v^2}{r}$$

B **۹۴۹- گزینه‌ی ۳** متحرک در مدت $\frac{T}{4}$ به اندازه‌ی ربع دایره چرخیده است.



هم‌سنگ بردارهای سرعت را رسم می‌کنیم:



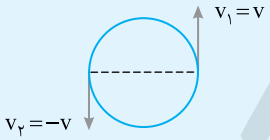
$$\Delta v=2v\sin\frac{\alpha}{2}=2v\sin\frac{90^\circ}{2}=\sqrt{2}v$$

$$\Delta P=m\Delta v \Rightarrow \Delta P=\sqrt{2}mv$$

تست: گلوله‌ای به جرم m با سرعت ثابت v مسیر دایره‌ای شکلی به شعاع R را می‌پیماید. بزرگی تغییر تکانه‌ی گلوله در مدت نصف دوره کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۲)

۱) صفر ۲) mv ۳) 2mv ۴) $\frac{mv}{2}$

پاسخ: با توجه به شکل، تغییر تکانه را به‌دست می‌آوریم:



$$|\Delta P|=m\Delta v$$
$$|\Delta P|=m|v_2-v_1|$$
$$|\Delta P|=m|-v-v|$$
$$|\Delta P|=2mv$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

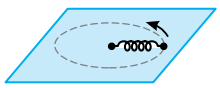
A **۹۵۰- گزینه‌ی ۴** جسم در هر ثانیه دو دور می‌زند، بنابراین بسامد آن 2Hz است.

$$T=mr\omega^2 \Rightarrow T=mr(2\pi f)^2 \Rightarrow T=2\times 0/5\times(4\times 9\times 4) \Rightarrow T=144N$$

B **۹۵۱- گزینه‌ی ۱** نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است و طول فنر کشیده شده در این حالت، شعاع مسیر دایره‌ای چرخش جسم است.

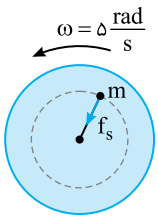
$$\begin{cases} F=k\Delta l \\ F=mr\omega^2 \end{cases} \Rightarrow k\,\Delta l=mr\omega^2 \Rightarrow 25\,(l-0/4)=0/2l\times 25 \Rightarrow 0/8l=0/4 \Rightarrow l=0/5m \Rightarrow l=50cm$$

B **۹۵۲- گزینه‌ی ۱** نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است و شعاع مسیر دایره‌ای چرخش، برابر با طول فنر کشیده شده در این حالت است.



$$F=k\,\Delta l=ml\omega^2 \Rightarrow 1000\times\left(\frac{2}{100}\right)=2\times 0/1\,\omega^2 \Rightarrow \omega=10\frac{rad}{s}$$

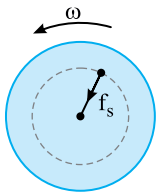
A **۹۵۳- گزینه‌ی ۴** بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا است:



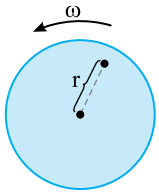
$$f_s=mr\omega^2 \Rightarrow \mu_s mg=mr\omega^2 \Rightarrow \mu_s g=r\omega^2 \Rightarrow 0/5\times 10=r(5)^2 \Rightarrow r=0/2m$$

Ⓐ ۹۵۴- گزینه‌ی ۱ نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا است:

$$f_s = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g \Rightarrow a = ۰/۴ \times ۱۰ = ۴\ \frac{m}{s^۲}$$

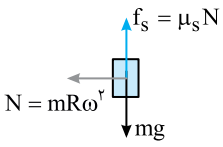


Ⓐ ۹۵۵- گزینه‌ی ۴ دو نیرو بر جسم روی صفحه‌ی گردان وارد می‌شود؛ یکی نیروی عمودی تکیه‌گاه N بوده که نیروی وزن $W = mg$ را خنثی می‌کند و دیگری نیروی اصطکاک ایستایی f_s است که نیروی مرکزگرا بوده و جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد. بنابراین نیروی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک است.



Ⓐ ۹۵۶- گزینه‌ی ۱ وقتی صفحه با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد، نیرویی که مانع لیز خوردن سکه به خارج صفحه می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی است که نیروی مرکزگرای لازم برای چرخش سکه روی مسیر دایره‌ای را فراهم می‌کند.

$$f_s = mr\omega^۲ \xrightarrow{f_s = \mu_s mg} \mu_s mg = mr\omega^۲ \Rightarrow \mu_s = \frac{r\omega^۲}{g}$$



Ⓑ ۹۵۷- گزینه‌ی ۲

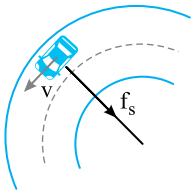
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow mg = \mu_s N \qquad (۱)$$

N نیروی عمودی تکیه‌گاه، نیروی مرکزگرا است: $N = mR\omega^۲ \qquad (۲)$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} g = \mu_s R\omega^۲ \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$$

Ⓐ ۹۵۸- گزینه‌ی ۱ نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا است.

$$F = f_s \Rightarrow m\frac{v^۲}{r} = \mu_s mg \Rightarrow \frac{(۱۸)^۲}{۶۰} = \mu_s \times ۱۰ \Rightarrow \mu_s = ۰/۵۴$$



Ⓐ ۹۵۹- گزینه‌ی ۳ در حرکت دایره‌ای خودرو، نیرویی که خودرو را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک و جاده است که نیروی مرکزگرا است.

$$f_s = m\frac{v^۲}{r} \xrightarrow{f_s = \mu_s mg} \mu_s mg = m\frac{v^۲}{r} \Rightarrow \mu_s g = \frac{v^۲}{r} \Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰ = \frac{۱۰^۲}{r} \Rightarrow r = ۵۰m$$

اگر شعاع انحنا از ۵۰m کم‌تر باشد، نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای لازم برای نگه‌داشتن خودرو بر مسیر دایره‌ای را تأمین نکرده و خودرو به سمت بیرون جاده لیز می‌خورد.

Ⓐ ۹۶۰- گزینه‌ی ۴ نیرویی که اتومبیل را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد، نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده است.

$$f_{s\,max} = F \Rightarrow \mu_s mg = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s Rg}$$

بنابراین حداکثر سرعت گذر از یک پیچ با جذر ضریب اصطکاک ایستایی نسبت مستقیم دارد. در این صورت:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\mu'_s}{\mu_s}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow v' = \frac{۱}{۲}v$$

Ⓑ ۹۶۱- گزینه‌ی ۴ جاده، نیروی $N = mg$ و $F = m\frac{v^۲}{r}$ را بر دوچرخه‌سوار وارد می‌کند.

$$N = mg = ۸۰۰N$$

$$F = m\frac{v^۲}{r} = ۸۰ \times \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۴۰۰N$$

برآیند دو نیروی N و F را به‌دست می‌آوریم:

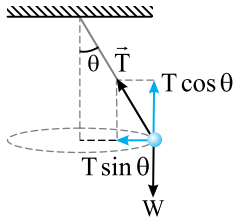
$$R = \sqrt{N^۲ + F^۲} = \sqrt{۸۰۰^۲ + ۴۰۰^۲} = ۴۰۰\sqrt{۵}\ N$$

Ⓑ ۹۶۲- گزینه‌ی ۱ هنگام دور زدن، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) لاستیک و سطح جاده، توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود و نیروی عمودی سطح $N = W$ نیز رو به بالا توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود. در این صورت:

$$F = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} > W$$

Ⓐ ۹۶۳- گزینه‌ی ۴ نیروی وزن نیرویی است که از طرف کره‌ی زمین بر خودرو وارد می‌شود یعنی F همان W است و گزینه‌ی (۴) درست است.

C ۹۶۴- گزینه‌ی ۴

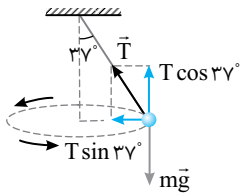


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta = W \Rightarrow T = \frac{W}{\cos\theta}$$

نیروی $T\sin\theta$، نیروی مرکزگرا است:

$$F = T\sin\theta = \frac{W}{\cos\theta}\cdot\sin\theta \Rightarrow F = W\tan\theta$$

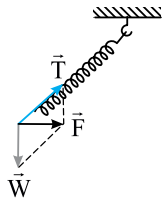
B ۹۶۵- گزینه‌ی ۲ مطابق شکل نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم. نیروی $T\sin 37^\circ$ در امتداد شعاع مسیر و رو به مرکز است و نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.



$$r = l\sin 37^\circ = 0/5\times 0/6 = 0/3\,m$$

$$\begin{cases} T\sin 37^\circ = m\dfrac{v^2}{r} \text{ :نیروی مرکزگرا} \\ T\cos 37^\circ = mg \end{cases} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{v^2}{0/3\times 10} \Rightarrow v = 1/5\,\frac{m}{s}$$

C ۹۶۶- گزینه‌ی ۱ در هنگام دوران واگن، بر وزنه‌ی آویزان شده به فنر نیروسنج، دو نیرو اثر می‌کند (W نیروی وزن و T نیروی کشسانی فنر) که برآیند آن‌ها نیروی مرکزگرا است.



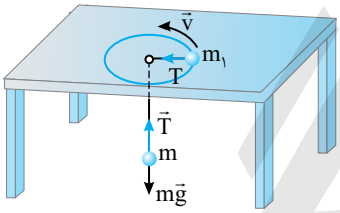
$$T^2 = F^2 + W^2 \Rightarrow T^2 = m^2\frac{v^4}{r^2} + m^2g^2 \Rightarrow T = m\sqrt{\frac{v^4}{r^2} + g^2}$$

$$\Rightarrow T = 5\times\sqrt{\frac{160000}{80\times 80} + 100} = 5\sqrt{125} = 25\sqrt{5}\ N$$

B ۹۶۷- گزینه‌ی ۳ نیروی اصطکاک ایستایی بین کفِ بارکش و جعبه، نیروی مرکزگرایی است که جعبه را به همراه کامیون، در پیچ نگه می‌دارد.

$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg} \Rightarrow v = \sqrt{0/1\times 9\times 10} = 3\,\frac{m}{s}$$

B ۹۶۸- گزینه‌ی ۴ نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است.



$$\begin{cases} T = m_1\dfrac{v^2}{r} \\ T = mg \end{cases} \Rightarrow mg = m_1\frac{v^2}{r} \Rightarrow m\times 10 = 0/2\times\frac{4}{0/1} \Rightarrow m = 0/8\,kg = 800\,g$$

B ۹۶۹- گزینه‌ی ۳ نیروی کشش نخ وارد بر m نیروی مرکزگراست:

$$T = mr\omega^2 \quad (1)$$

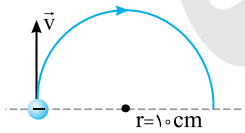
جسم M در حال تعادل است.

$$T = Mg \quad (2)$$

بنابراین از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$mr\omega^2 = Mg \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{r\omega^2}{g}$$

B ۹۷۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به قاعده‌ی دست راست و انحراف الکترون (بار منفی)، میدان مغناطیسی باید درونسو باشد. نیروی الکترومغناطیسی $F = qvB\sin\alpha$، نیروی مرکزگرا است.



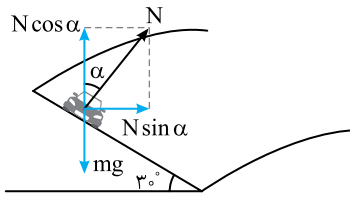
$$qvB\sin\alpha = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow qB\sin\alpha = \frac{mv}{r} \Rightarrow 1/6\times 10^{-19}\times B\times 1 = 9\times 10^{-31}\times\frac{1/6\times 10^6}{10^{-1}} \Rightarrow B = 9\times 10^{-5}\,T$$

A ۹۷۱- گزینه‌ی ۲ نیروی کشش نخ همان نیروی مرکزگرا است از این‌رو:

$$F = mR\omega^2 \Rightarrow F = 0/2\times 0/25\times(2\pi f)^2 \xrightarrow{f=1Hz} F = 0/05\times 4\times 10 \Rightarrow F = 2N$$

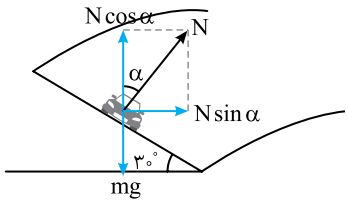
B ۹۷۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی شیب عرضی جاده، α را حساب می‌کنیم:

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{400}{400} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$



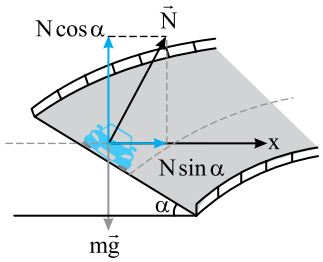
B ۹۷۳- گزینه‌ی ۴ در شکل روبه‌رو، خودرویی نشان‌داده شده است که از یک پیچ که دارای شیب عرضی است می‌گذرد. نیروی mg توسط مؤلفه‌ی $N\cos\alpha$ خنثی می‌شود و مؤلفه‌ی $N\sin\alpha$، نیروی مرکزگرایی است که جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و شتاب مرکزگرای a را به جسم می‌دهد.

$$\begin{cases} N\sin\alpha = ma \\ N\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha \Rightarrow a = ۱۰\times\tan ۳۰^\circ = ۱۰\frac{\sqrt{۳}}{۳}\frac{m}{s^۲}$$



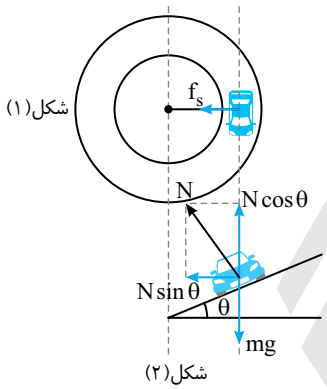
B ۹۷۴- گزینه‌ی ۲ برای آن‌که خودرو در پیچ جاده از مسیر منحرف نشود، در عرض جاده شیب ایجاد می‌کنند (مانند پیست‌های مسابقات اتومبیل‌رانی یا پیست دوچرخه‌سواری).

با توجه به شکل، نیروی مرکزگرای وارد بر جسم $N\sin\alpha$ است. از طرفی $N\cos\alpha = mg$، یعنی $N = \frac{mg}{\cos\alpha}$ است. می‌دانیم $\cos\alpha < ۱$ است، بنابراین $N > mg$ است. یعنی نیرویی که سطح بر خودرو وارد می‌کند از نیروی وزن خودرو بزرگ‌تر است و بنابر قانون سوم نیوتون نیرویی که خودرو بر سطح وارد می‌کند نیز از وزن جسم بزرگ‌تر است.



B ۹۷۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل:

$$\begin{cases} N\sin\alpha = m\frac{v^۲}{R} \\ N\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^۲}{Rg} \Rightarrow v = \sqrt{Rg\tan\alpha}$$



A ۹۷۶- گزینه‌ی ۱ در شکل (۱) نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا است.

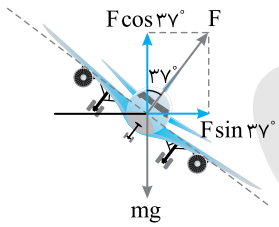
$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = m\frac{v^۲}{r} \Rightarrow v^۲ = \mu_s rg \qquad (۱)$$

در شکل (۲)، نیروی $N\sin\theta$، نیروی مرکزگرا است.

$$\begin{cases} N\sin\theta = m\frac{v^۲}{r} \\ N\cos\theta = mg \end{cases} \quad \tan\theta = \frac{v^۲}{rg} \Rightarrow v^۲ = rg\tan\theta \qquad (۲)$$

بنابر فرض مسأله رابطه‌ی (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\mu_s rg = rg\tan\theta \Rightarrow \theta = \tan^{-۱}\mu_s$$



B ۹۷۷- گزینه‌ی ۲ نیروهای وارد بر هواپیما را رسم می‌کنیم. در امتداد قائم شتابی وجود ندارد:

$$F\cos ۳۷^\circ = mg \quad (۱)$$

نیروی $F\sin ۳۷^\circ$ نیروی مرکزگرا است:

$$F\sin ۳۷^\circ = m\frac{v^۲}{r} \quad (۲)$$

رابطه‌ی (۲) را بر رابطه‌ی (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\tan ۳۷^\circ = \frac{v^۲}{rg} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{۱۵۰\times۱۵۰}{r\times۱۰} \Rightarrow r = ۳۰۰۰\,m \Rightarrow r = ۳\,km$$

B ۹۷۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا شتاب حرکت ماهواره را به‌دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow ۱۲۵۰ = ۵۰۰a \Rightarrow a = ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین در محل ماهواره است.

$$a = g_h = ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$\frac{g_h}{g} = \frac{G\frac{M_e}{r^۲}}{G\frac{M_e}{R_e^۲}} \Rightarrow \frac{۲/۵}{۱۰} = \frac{R_e^۲}{r^۲} \Rightarrow r = ۲R_e$$

B ۹۷۹- گزینه‌ی ۲ جرم یک جسم در نقاط مختلف ثابت است.

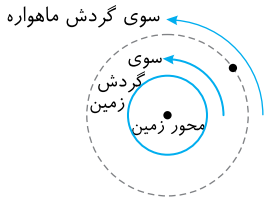
B ۹۸۰- گزینه‌ی ۴ در حرکت ماهواره، نیرویی که ماهواره را در مدار خود به گرد زمین نگه می‌دارد، نیروی وزن ماهواره (نیروی گرانش بین ماهواره و زمین) است.

A ۹۸۱- گزینه‌ی ۱ در حرکت ماهواره به دور زمین، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره نیروی مرکزگرا است.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=\frac{mv^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

سرعت ماهواره با جذر وارون شعاع مدار متناسب است و به جرم ماهواره بستگی ندارد.

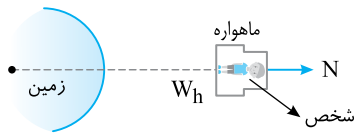
B ۹۸۲- گزینه‌ی ۳ برای آن‌که ناظر زمینی ماهواره را همواره بالای سر خود ببیند، باید سرعت زاویه‌ای چرخش ماهواره با سرعت زاویه‌ای چرخش زمین به دور محور خودش یکسان باشد. به عبارت بهتر باید دوره‌ی چرخش ماهواره برابر با دوره‌ی چرخش زمین یعنی برابر با ۲۴ ساعت باشد.



B ۹۸۳- گزینه‌ی ۴ در اخبار تلویزیونی و گاهی در فیلم‌های علمی، شما افرادی را دیده‌اید که درون ایستگاه فضایی بین‌المللی[1] معلق‌اند و در حالت بی‌وزنی قرار دارند. در حالت بی‌وزنی نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم صفر است.

دقت کنید که نیروی وزن وارد بر سرنشین ماهواره صفر نیست و شتاب گردش ماهواره به گرد زمین و شتاب گردش شخص به گرد زمین برابر با شتاب گرانش در محل ماهواره است $(a=g_h)$ و ماهواره و شخص بر هم نیرویی وارد نمی‌کنند، به همین علت شخص در حالت بی‌وزنی قرار می‌گیرد.

اگر شخصی را درون ماهواره در نظر بگیریم، شتاب حرکت این شخص و شتاب حرکت ماهواره یکسان و برابر با $a=g_h$ است. بنابراین:



$$\sum F=ma\Rightarrow mg_h-N=ma\xrightarrow{a=g_h}N=0$$

در این صورت نیرویی از طرف تکیه‌گاه بر شخص وارد نمی‌شود، بنابراین شخص نیز نیرویی بر تکیه‌گاه خود وارد نمی‌کند.

B ۹۸۴- گزینه‌ی ۱ در ماهواره، اجسام به تکیه‌گاه خود نیرو وارد نمی‌کنند و تنها نیروی مؤثر وارد بر آن‌ها، گرانش است. به همین علت حالت بی‌وزنی وجود دارد و نیروسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

B ۹۸۵- گزینه‌ی ۱ نیروی گرانش بین زمین و ماهواره همان نیروی مرکزگرا است. بنابراین شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش در محل ماهواره است. $(a=g_h)$

B ۹۸۶- گزینه‌ی ۴ نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره در محل ماهواره است. بنابراین شتاب مرکزگرای ماهواره، شتاب گرانش در محل ماهواره است.

$$\frac{a}{g}=\frac{g_h}{g}=\frac{G\frac{M_e}{(R_e+2R_e)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}=\frac{1}{9}$$

تست: شتاب ماهواره‌ای که در مداری به شعاع $2R_e$ به گرد زمین می‌گردد، چند برابر بزرگی میدان گرانش در سطح زمین است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) ۱

پاسخ: شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین در محل ماهواره است.

$$a=g_h\Rightarrow\frac{a}{g}=\frac{g_h}{g}=\frac{G\frac{M_e}{(2R_e)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}=\frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

۱- ایستگاه فضایی بین‌المللی، در واقع ماهواره‌ای است که به گرد زمین می‌گردد.

تست: یک ماهواره در مداری به گرد زمین می‌چرخد و شتاب مرکزگرای آن $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ است. فاصله‌ی ماهواره از سطح زمین چند برابر شعاع زمین است؟ (در سطح زمین $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۱۰

پاسخ: در حرکت ماهواره به گرد زمین، نیروی گرانش وارد بر ماهواره، نیروی مرکزگرا است و شتاب گرانشی در محل ماهواره (g_h) و شتاب مرکزگرای ماهواره (a) است.

$$g_h=a=۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

با توجه به رابطه‌ی میدان گرانش $(g=G\frac{M}{r^۲})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{g_e}{g_h}=\frac{G\frac{M_e}{R_e^۲}}{G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}}\Rightarrow\frac{۱۰}{۲/۵}=\frac{(R_e+h)^۲}{R_e^۲}\Rightarrow ۴=\frac{(R_e+h)^۲}{R_e^۲}\Rightarrow ۲=\frac{R_e+h}{R_e}\Rightarrow ۲R_e=R_e+h\Rightarrow h=R_e$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

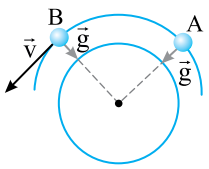
B **۹۸۷- گزینه‌ی ۲** نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره در محل ماهواره، نیروی مرکزگرا است و شتاب گرانش زمین در محل ماهواره، برابر با شتاب مرکزگرای ماهواره است $(a=g_h)$. بنابراین:

$$\frac{a}{g_e}=\frac{g_h}{g_e}=\frac{G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}}{G\frac{M_e}{R_e^۲}}\Rightarrow\frac{a}{g_e}=\frac{R_e^۲}{(R_e+۲R_e)^۲}\Rightarrow\frac{a}{g_e}=\frac{۱}{۹}$$

B **۹۸۸- گزینه‌ی ۲** نیروی گرانش در محل ماهواره همان نیروی مرکزگرا است. بنابراین نیروی گرانش در محل ماهواره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F}{W}=\frac{W_h}{W}=\frac{mg_h}{mg}\Rightarrow\frac{F}{W}=\frac{G\frac{M_e}{(۲R_e)^۲}}{G\frac{M_e}{R_e^۲}}\Rightarrow\frac{F}{mg}=\frac{R_e^۲}{(۲R_e)^۲}\Rightarrow F=\frac{۱}{۴}mg\Rightarrow F=\frac{۱}{۴}\times ۲۰۰۰=۵۰۰N$$

B **۹۸۹- گزینه‌ی ۴** چون تنها نیروی وارد بر هر دو، نیروی گرانش زمین است، شتاب هر دو، شتاب گرانش است، اما شتاب‌ها در یک امتداد نیستند.



B **۹۹۰- گزینه‌ی ۴** نیروی مرکزگرایی که ماهواره را در مدارش نگاه می‌دارد، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^۲}=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

سرعت خطی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد.

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{\frac{GM_e}{۲R_e}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{۳R_e}}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

B **۹۹۱- گزینه‌ی ۱** نیرویی که ماهواره را در مدار نگه می‌دارد، نیروی گرانش زمین بر ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\begin{cases}P_1=m_1v_1=m\sqrt{\frac{GM_e}{2R_e}}\\ P_2=m_2v_2=\frac{m}{2}\sqrt{\frac{GM_e}{3R_e}}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$$

A **۹۹۲- گزینه‌ی ۲** بـر ماهـواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد، نیروی گرانش زمین وارد می‌شـود و این نیرو، نیروی مرکزگرای لازم برای نگه‌داشتن ماهواره روی مدارش را تأمین می‌کند. بنابراین:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

در نتیجه، سرعت خطی ماهواره با افزایش شعاع مدار آن کاهش می‌یابد. از طرفی:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=mr\omega^2\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=(\frac{2\pi}{T})^2\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

پس مشخص است که با افزایش شعاع مدار، دوره‌ی حرکت ماهواره افزایش می‌یابد.

B **۹۹۳- گزینه‌ی ۱** نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\Rightarrow\sqrt{0/8}=\sqrt{\frac{R_e+h}{R_e+2h}}\Rightarrow 0/8R_e+1/6h=R_e+h\Rightarrow 0/6h=0/2R_e\Rightarrow h=\frac{R_e}{3}$$

C **۹۹۴- گزینه‌ی ۴** نیرویی که ماهواره را در مدار خود به گرد زمین نگه می‌دارد، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=mr\omega^2\Rightarrow\frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}\qquad(1)$$

از طرفـی نیـروی مرکزگرای ماهواره‌ی A چهار برابر نیروی مرکزگرای ماهواره‌ی B اسـت. بنابراین نیروی وزن ماهواره‌ی A در فاصله‌ی r_A از مرکز زمین چهار برابر نیروی وزن ماهواره‌ی B در فاصله‌ی r_B از مرکز زمین است. نیروی گرانش با مجذور فاصله، رابطه‌ی وارون دارد، بنابراین چون جرم‌ها یکسان است داریم:

$$r_A=\frac{1}{2}r_B\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{(\frac{r_A}{r_B})^3}=\sqrt{(\frac{1}{2})^3}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

B **۹۹۵- گزینه‌ی ۱** نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره، همان نیروی مرکزگرای ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{R}}$$

بنابراین سرعت ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و با جذر شعاع مدار ماهواره، نسبت وارون دارد.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{R}{R'}}\Rightarrow\frac{v'}{8/4}=\sqrt{\frac{R}{1/44R}}\Rightarrow\frac{v'}{8/4}=\frac{1}{1/2}\Rightarrow v'=7\frac{km}{s}$$

Ⓐ ۹۹۶- گزینه‌ی ۳ نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{R}}$$

بنابراین سرعت حرکت ماهواره در یک مدار معین به جرم ماهواره بستگی ندارد و با جذر شعاع مدار ماهواره نسبت وارون دارد.

$$\frac{v}{v'}=\frac{\sqrt{\frac{GM_e}{R}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{2R}}}\Rightarrow\frac{v}{v'}=\sqrt{2}$$

Ⓑ ۹۹۷- گزینه‌ی ۱ نیروی گرانش وارد بر ماهواره در محل ماهواره برابر نیروی مرکزگرای ماهواره است.

$$F=W_h\xrightarrow{F=\frac{1}{16}W}W_h=\frac{1}{16}W\Rightarrow g_h=\frac{1}{16}g$$

$$G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}=\frac{1}{16}G\frac{M_e}{R_e^2}\Rightarrow\frac{1}{R_e+h}=\frac{1}{4R_e}\Rightarrow h=3R_e$$

Ⓐ ۹۹۸- گزینه‌ی ۳ نیرویی که ماهواره را در مدارش به گرد زمین نگه می‌دارد نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره است. یعنی نیروی گرانش همان نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\ ,\ K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\frac{GM_e}{r}$$

بنا بر فرض مسأله، جرم دو ماهواره برابر است. پس:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{r_B}{r_A}=\frac{1}{2}$$

Ⓐ ۹۹۹- گزینه‌ی ۴ نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش وارد بر ماهواره است از این رو:

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

بنابراین سرعت دوران ماهواره با جذر شعاع مدار آن نسبت وارون دارد. در نتیجه:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\Rightarrow 2=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=4$$

نسبت شتاب مرکزگرای ماهواره‌ی A به ماهواره‌ی B برابر خواهد شد با:

$$\frac{a_A}{a_B}=\frac{\frac{v_A^2}{r_A}}{\frac{v_B^2}{r_B}}\Rightarrow\frac{a_A}{a_B}=(\frac{v_A}{v_B})^2(\frac{r_B}{r_A})\Rightarrow\frac{a_A}{a_B}=4\times4=16$$

Ⓑ ۱۰۰۰- گزینه‌ی ۳ نیروی گرانش بین سیاره و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{Mm}{r^2}=mr\omega^2\Rightarrow\frac{GM}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

دوره‌ی چرخش ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد.

$$\frac{T_A}{T_B}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{(2R_e)^3}{GM_e}}}{2\pi\sqrt{\frac{(4R_e)^3}{G(8M_e)}}}=\sqrt{8\times(\frac{2}{4})^3}=1$$

B ۱۰۰۱- گزینه‌ی ۳ کافی است وزن ماهواره را در محل ماهواره به دست آوریم:

$$\frac{F}{W}=\frac{W_h}{W}=\frac{mg_h}{mg}=\frac{G\frac{M_e}{(3R_e)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}\Rightarrow F=\frac{1}{9}W$$

تست: اگر فاصله‌ی ماهواره‌ای از سطح زمین $\frac{1}{3}$ شعاع زمین باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر آن چند برابر وزن ماهواره در سطح زمین است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{9}{16}$

پاسخ: نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره، همان نیروی گرانش زمین بر ماهواره است $(F=W_h)$. بنابراین نسبت نیروی مرکزگرا به نیروی وزن در سطح زمین برابر خواهد شد با:

$$\frac{F}{W}=\frac{W_h}{W}=\frac{mg_h}{mg}=\frac{G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}=\frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}=\frac{R_e^2}{(R_e+\frac{R_e}{3})^2}\Rightarrow\frac{F}{W}=\frac{9}{16}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B ۱۰۰۲- گزینه‌ی ۱ نیروی گرانش همان نیروی مرکزگرای ماهواره است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\qquad(1)$$

از طرفی شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با:

$$g=\frac{GM_e}{R_e^2}\Rightarrow GM_e=R_e^2 g\qquad(2)$$

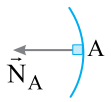
$$\xrightarrow{(1),(2)} v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$\begin{cases}K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mR_e^2\frac{g}{r}\\ \text{فرض سؤال}: K=\frac{1}{4}mgR_e\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{2}mR_e^2\frac{g}{R_e+h}=\frac{1}{4}mgR_e\Rightarrow 2R_e=R_e+h\Rightarrow h=R_e$$

A ۱۰۰۳- گزینه‌ی ۲ به دلیل پایستگی انرژی سرعت از A تا B در حال افزایش است، بنابراین شتاب مرکزگرا در حال افزایش است.

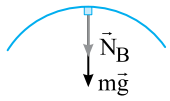
$$a=\frac{v^2}{r}\xrightarrow{v\uparrow}a\uparrow$$

B ۱۰۰۴- گزینه‌ی ۱ در نقطه‌ی A نیروی مرکزگرا برابر است با:



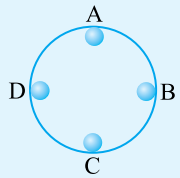
$$N_A=m\frac{v^2}{r}\qquad(1)$$

در نقطه‌ی B نیروی مرکزگرا برابر است با:



$$N_B+mg=m\frac{v^2}{r}\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} N_B+mg=N_A\Rightarrow N_A-N_B=mg$$

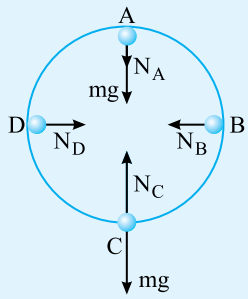


تست: اگر گلوله‌ی کوچکی بتواند مطابق شکل روبه‌رو درون حلقه‌ای در سطح قائم دوران کند، در کدام نقطه بیش‌ترین نیرو را بر حلقه وارد می‌کند؟

۱) A ۲) B

۳) C ۴) D

پاسخ: در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر (نقطه‌ی C) سرعت جسم از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است و نیرویی که جسم بر حلقه وارد می‌کند، برابر نیرویی است که حلقه بر جسم وارد می‌کند، یعنی برابر N است.



در نقطه‌ی C نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$N_C - mg = m\frac{v_C^2}{R} \Rightarrow N_C = m\frac{v_C^2}{R} + mg \qquad (۱)$$

در نقاط B و D، دو سر قطر افقی، نیروی مرکزگرا برابر N است.

$$N_B = N_D = m\frac{v_D^2}{R} \qquad (۲)$$

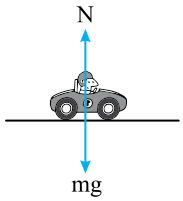
و در نقطه‌ی A، بالاترین نقطه‌ی مسیر، نیروی مرکزگرا برابر با $N_A + mg$ است.

$$N_A + mg = m\frac{v_A^2}{R} \Rightarrow N_A = m\frac{v_A^2}{R} - mg \qquad (۳)$$

با مقایسه‌ی روابط (۱)، (۲) و (۳) و مقایسه‌ی سرعت‌ها $(v_C > v_B = v_D > v_A)$ مشخص می‌شود که نیرویی که جسم بر حلقه وارد می‌کند، در نقطه‌ی C که پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر است، از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

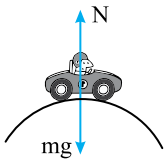
Ⓐ **۱۰۰۵- گزینه‌ی ۴** گلوله آزادانه درون حلقه در حرکت است. هنگام بالا رفتن، سرعت خطی و زاویه‌ای آن کم می‌شود و در پایین‌ترین نقطه سرعت خطی و زاویه‌ای آن بیشینه است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) و همچنین (۲) $(F = m\frac{v^2}{R})$ نادرست است. اما دوره‌ی حرکت ثابت است.

Ⓐ **۱۰۰۶- گزینه‌ی ۳** روی سطح افقی:



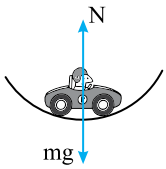
$$N = mg$$

روی سطح محدب، باید برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل به گونه‌ای باشد که سبب شود اتومبیل مسیر خمیده را طی کند بنابراین نیروی مرکزگرای وارد بر اتومبیل باید رو به پایین باشد.



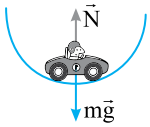
$$mg - N = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N = mg - m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N < mg$$

و در پل مقعر خواهیم داشت:



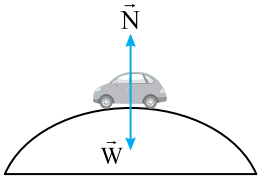
$$N - mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N = m\frac{v^2}{R} + mg \Rightarrow N > mg$$

Ⓑ **۱۰۰۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:



$$N - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow 2mg - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow g = \frac{v^2}{r} \Rightarrow 10 = \frac{v^2}{40} \Rightarrow v = 20\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۰۰۸- گزینه‌ی ۴** نیروهای وارد بر خودرو را رسم می‌کنیم. برآیند نیروهای mg و N نیروی مرکزگرای وارد بر جسم را تأمین می‌کند.

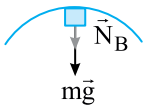


$$mg - N = m\frac{v^2}{R}$$

$$700 \times 10 - N = 700 \times \frac{100}{10} \Rightarrow N = 0$$

این نتیجه ما را به یاد فیلم‌های پلیسی می‌اندازد که وقتی خودرو با سرعت زیاد از یک جاده شبیه شکل بالا می‌گذرد، از سطح جاده جدا می‌شود.

B **۱۰۰۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل، نیروی مرکزگرا برآیند نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه است.

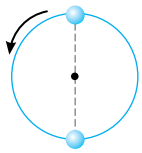


نیروی مرکزگرا: $N_B + mg = m\frac{v^2}{r}$

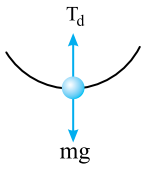
$$\Rightarrow N_B + ۱۵ = ۱/۵ \times \frac{۱۲\times۱۲}{۶} \Rightarrow N_B = ۲۱\,N$$

B **۱۰۱۰- گزینه‌ی ۳** در حرکت در صفحه‌ی قائم دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی گرانش وارد بر لباس‌ها درون لباس‌شویی معمولی که محفظه‌ی آن در صفحه‌ی قائم می‌چرخد، تأمین‌کننده‌ی نیروی مرکزگرا هستند.

A **۱۰۱۱- گزینه‌ی ۳** دور زدن مسیر دایره‌ای در زمان مساوی، یعنی دوره ثابت است. اما وقتی گلوله آزادانه دور می‌زند، سرعت در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر، بیش‌ترین مقدار است و نیروی مرکزگرا در این نقطه، بیش‌ترین مقدار است.

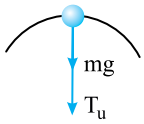


B **۱۰۱۲- گزینه‌ی ۱** سرعت در طول مسیر ثابت است. در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر نیروی کشش نخ برابر است با:



$$T_d - mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T_d = mg + m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T_d = ۳۰ + ۳\times\frac{۱۶}{۰/۵} \Rightarrow T_d = ۱۲۶N$$

در بالاترین نقطه‌ی مسیر نیروی کشش نخ خواهد شد:

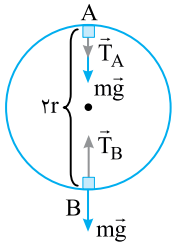


$$T_u + mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T_u = ۹۶ - ۳۰ \Rightarrow T_u = ۶۶N$$

بنابراین:

$$\frac{T_d}{T_u} = \frac{۱۲۶}{۶۶} = \frac{۲۱}{۱۱}$$

C **۱۰۱۳- گزینه‌ی ۳** در بالاترین نقطه‌ی مسیر:



$$T_A + mg = m\frac{v_A^2}{r} \Rightarrow ۵۰ + ۵ = ۰/۵\frac{v_A^2}{r} \Rightarrow \frac{v_A^2}{r} = ۱۱۰ \qquad (۱)$$

در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر:

$$T_B - mg = m\frac{v_B^2}{r} \qquad (۲)$$

بنابر قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_B \Rightarrow mg(۲r) + \frac{۱}{۲}mv_A^2 = \frac{۱}{۲}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = ۴rg \Rightarrow \frac{v_B^2}{r} - \frac{v_A^2}{r} = ۴g \qquad (۳)$$

از رابطه‌ی (۱) در رابطه‌ی (۳) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{v_B^2}{r} - ۱۱۰ = ۴۰ \Rightarrow \frac{v_B^2}{r} = ۱۵۰$$

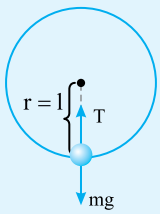
در رابطه‌ی (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$T_B - ۵ = ۰/۵\times۱۵۰ \Rightarrow T_B = ۸۰\,N$$

تست: گلوله‌ای را از نخی به‌طول l آویزان کرده و در سطح قائم دوران می‌دهیم. نیروی کشش نخ در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرش، چهار برابر وزن آن است. سرعت گلوله در این نقطه برابر است با:

۱) $\sqrt{۳gl}$ ۲) $\sqrt{\frac{۳g}{l}}$ ۳) $۲\sqrt{\frac{g}{l}}$ ۴) $۲\sqrt{gl}$

پاسخ: وقتی گلوله در صفحه‌ی قائم به گرد زمین می‌چرخد، نیروهای مؤثر وارد بر آن کشش نخ و نیروی وزن است.

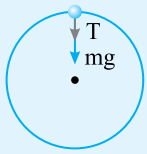


در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر: $T - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow ۴mg - mg = m\frac{v^2}{l} \Rightarrow v = \sqrt{۳gl}$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: گلوله‌ای را از نخی به‌طول l آویزان کرده و در سطح قائم دوران می‌دهیم. نیروی کشش نخ در بالاترین نقطه‌ی مسیرش، دو برابر وزن آن است. سرعت زاویه‌ای گلوله در این نقطه برابر است با:

۱) $\sqrt{۵gl}$ ۲) $\sqrt{۳gl}$ ۳) $\sqrt{\frac{۳g}{l}}$ ۴) $۲\sqrt{gl}$



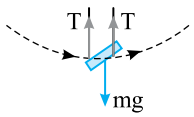
پاسخ: در حرکت گلوله‌ی متصل به نخ در صفحه‌ی قائم، نیروی کشش نخ و نیروی وزن بر جسم وارد می‌شود و در بالاترین نقطه‌ی مسیر:

$$T+mg=mr\omega^۲ \Rightarrow ۲mg+mg=ml\omega^۲ \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{۳g}{l}}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۱۰۱۴- گزینه‌ی ۱** گلوله با سرعت ثابت در حال چرخش است بنابراین نیروی مرکزگرای وارد بر آن $F=m\frac{v^۲}{R}$ در تمام نقاط مسیر یکسان است.

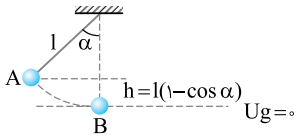
Ⓑ **۱۰۱۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو، نیروی مرکزگرا برابر با $۲T-mg$ است، بنابراین:



$$\sum F=ma \Rightarrow ۲T-mg=m\frac{v^۲}{l} \Rightarrow ۲\times ۳۰۰-۱۰m=m\times\frac{۲۵}{۵} \Rightarrow m=۴۰\,kg$$

۴۰kg مجموع جرم شخص و جرم صندلی است. جرم شخص $=۴۰-۲=۳۸kg$

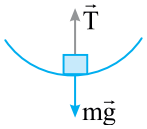
Ⓑ **۱۰۱۶- گزینه‌ی ۲** بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی:



$$E_A=E_B \Rightarrow mgh_A=\frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$\Rightarrow v_B^۲=۲gh_A \Rightarrow v_B^۲=۲۰\times ۰/۸\times(۱-۰/۶) \Rightarrow v_B^۲=۶/۴$$

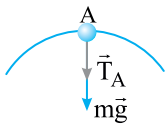
نیروی مرکزگرا در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر، برابر است با:



$$T_B-mg=m\frac{v_B^۲}{r}$$

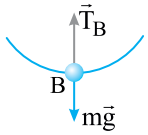
$$\Rightarrow T_B-۵=۰/۵\times\frac{۶/۴}{۰/۸} \Rightarrow T_B=۹N$$

Ⓒ **۱۰۱۷- گزینه‌ی ۳** در نقطه‌ی A:



$$T_A+mg=m\frac{v^۲}{r} \qquad (۱)$$

در نقطه‌ی B:



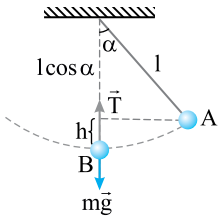
$$T_B-mg=m\frac{v^۲}{r} \qquad (۲)$$

چون سرعت ثابت فرض شده است، $m\frac{v^۲}{r}$ ثابت است، بنابراین:

$$T_A+mg=T_B-mg \Rightarrow T_B-T_A=۲mg \Rightarrow ۱۲۰-۸۰=۲mg \Rightarrow m=۲kg$$

$$\xrightarrow{(۱)} T_A+mg=m\frac{v^۲}{r} \Rightarrow ۸۰+۲۰=۲\frac{v^۲}{۲} \Rightarrow v=۱۰\frac{m}{s}$$

Ⓒ **۱۰۱۸- گزینه‌ی ۴** بیش‌ترین نیروی کشش، هنگام عبور از حالت قائم (پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر) رخ می‌دهد.



$$T-mg=m\frac{v^۲}{l} \qquad (۱)$$

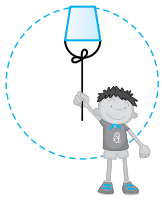
$$E_A=E_B \Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow gl(۱-\cos\alpha)=\frac{۱}{۲}v^۲ \Rightarrow v^۲=۲gl(۱-\cos\alpha) \qquad (۲)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$۳۶-۲۰=۲\times\frac{۲۰l(۱-\cos\alpha)}{l} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{۳}{۵}$$

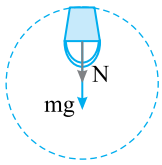
Ⓒ **۱۰۱۹- گزینه‌ی ۲** برای آن‌که گلوله بر مسیر دایره‌ای، از بالاترین نقطه‌ی مسیرش بگذرد، باید دارای حداقل سرعت باشد. در این حالت، نیروی کشش ریسمان در بالاترین نقطه‌ی مسیر صفر و تنها نیروی وزن در آن نقطه، نیروی مرکزگرا است.

$$T=۰ \Rightarrow mg=ml\omega^۲ \Rightarrow ۱۰=\frac{۵}{۸}\times ۴\pi^۲f^۲ \Rightarrow f^۲=\frac{۴}{۹} \Rightarrow f=\frac{۲}{۳}\frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}} \xrightarrow{\times ۶۰} =۴۰\frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}}$$



B **۱۰۲۰- گزینه‌ی ۲** وقتی سرعت در بالاترین نقطه‌ی مسیر دایره‌ای در صفحه‌ی قائم، کم‌ترین مقدار باشد و جسم بر مسیر باقی بماند، نیروی وزن به تنهایی نیروی مرکزگرا می‌باشد.

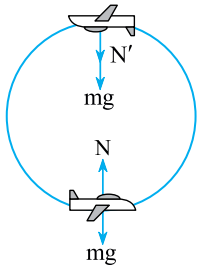
$$mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = rg \Rightarrow v = \sqrt{rg} \Rightarrow v = \sqrt{0/9\times 10} \Rightarrow v = 3\frac{m}{s}$$



B **۱۰۲۱- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر آب درون سطل، نیروی وزن و نیرویی است که سطل بر آب وارد می‌کند. در بالاترین نقطه‌ی مسیر:

$$N + mg = ma$$

بنابراین شتاب مرکزگرای a، از g بزرگ‌تر و یا مساوی آن بوده و در راستای قائم رو به پایین است.



B **۱۰۲۲- گزینه‌ی ۲** نیرویی که خلبان بر صندلی خود وارد می‌کند، بنا بر قانون سوم نیوتون هم‌اندازه‌ی نیروی عمودی تکیه‌گاه است.

در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر:

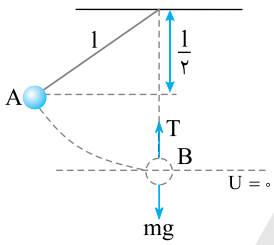
$$N - mg = m\frac{v^2}{r} \qquad (1)$$

و در بالاترین نقطه‌ی مسیر:

$$N' + mg = \frac{mv^2}{r} \qquad (2)$$

سرعت هواپیما ثابت است، بنابراین:

$$N - mg = N' + mg \Rightarrow N - N' = 2mg$$



A **۱۰۲۳- گزینه‌ی ۴** بنا به قانون پایستگی انرژی مکانیکی، سرعت گلوله را در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرش به‌دست می‌آوریم:

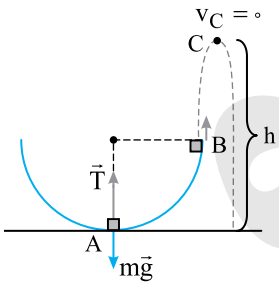
$$E_A = E_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$g\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = lg$$

برآیند دو نیروی کشش نخ و نیروی وزن، نیروی مرکزگرا است:

$$T - mg = m\frac{v_B^2}{r} \Rightarrow T - mg = m\frac{lg}{l} \Rightarrow T = 2mg$$

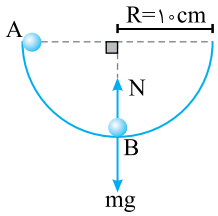


C **۱۰۲۴- گزینه‌ی ۴**

$$T_A - mg = m\frac{v_A^2}{r} \Rightarrow 115 - 5 = 0/5\times\frac{v_A^2}{0/5} \Rightarrow v_A^2 = 110$$

$$E_A = E_C$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}\times 110 = 10\times h \Rightarrow h = 5/5m$$



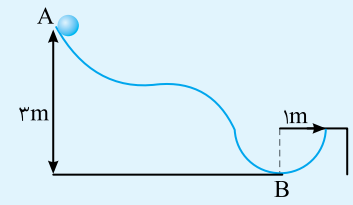
A **۱۰۲۵- گزینه‌ی ۳** جسم در صفحه‌ی قائم دارای حرکت دایره‌ای است. به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی، ابتدا سرعت وزنه را در نقطه‌ی B به‌دست می‌آوریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2Rg}$$

$$v_B = \sqrt{2\times 0/1\times 10} \Rightarrow v_B = \sqrt{2}\frac{m}{s}$$

برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر، نیروی مرکزگرا است.

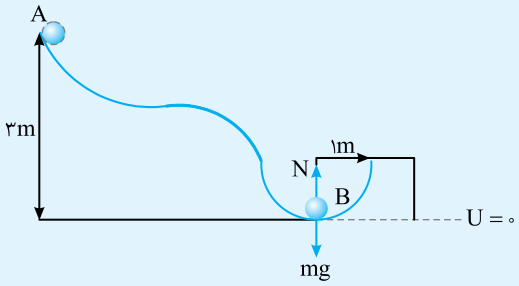
$$N - mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N - 0/3\times 10 = \frac{0/3\times 2}{0/1} \Rightarrow N = 9N$$



تست: در شکل مقابل، جسم روی سطح بدون اصطکاک، از نقطه‌ی A رها می‌شود و در انتها وارد یک مسیر نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱m می‌شود. اندازه‌ی نیروی واکنش سطح در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر چند برابر وزن جسم است؟

۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۷



پاسخ: ابتدا باید به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی، سرعت جسم در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر را به‌دست آوریم:

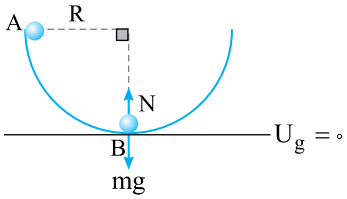
$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$g\times ۳ = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۶g$$

نیروی $N-mg$ نیروی مرکزگرا است. پس:

$$N-mg = m\frac{v_B^۲}{R} \Rightarrow N = mg + m\frac{۶g}{۱} \Rightarrow N = ۷mg$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



۱۰۲۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا سرعت گلوله را در پایین نیمکره به کمک قانون بایستگی انرژی مکانیکی به‌دست می‌آوریم:

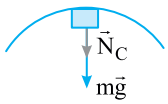
$$E_A = E_B \Rightarrow mgR = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۲Rg$$

نیرویی را که سطح نیمکره بر گلوله در نقطه‌ی B وارد می‌کند به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$N-mg = m\frac{v_B^۲}{R} \Rightarrow N-mg = m\frac{۲Rg}{R} \Rightarrow N = ۳mg$$

$$N = ۳\times ۰/۳\times ۱۰ \Rightarrow N = ۹N$$

بنا بر قانون سوم نیوتون نیرویی که گلوله بر کف نیمکره وارد می‌کند نیز ۹N است. از طرفی کره‌ی زمین نیروی وزن $mg = ۰/۵\times ۱۰ = ۵N$ را بر نیمکره رو به پایین وارد می‌کند، یعنی در لحظه‌ی گذر گلوله از نقطه‌ی B جمعاً $۹+۵=۱۴N$ رو به پایین بر نیمکره وارد می‌شود که توسط نیروسنج تحمل می‌شود و نیروسنج ۱۴N را نشان می‌دهد.



۱۰۲۷- گزینه‌ی ۲ نیروی مرکزگرا در بالاترین نقطه‌ی مسیر برابر است با:

$$N_C + mg = m\frac{v_C^۲}{R} \xrightarrow{N_C = mg} ۲mg = m\frac{v_C^۲}{R} \Rightarrow v_C = \sqrt{۲Rg}$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh = mg(۲R) + \frac{۱}{۲}mv_C^۲$$

$$\Rightarrow gh = ۲gR + \frac{۱}{۲}(۲Rg) \Rightarrow h = ۳R \xrightarrow{R = ۲۰cm} h = ۶۰cm$$

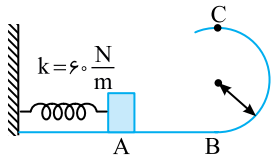
۱۰۲۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت را در نقطه‌ی B به‌دست می‌آوریم.

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow ۲۰۰ = ۱۰\times ۲ + \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۳۶۰$$

نیروی مرکزگرا در نقطه‌ی B نیروی عمودی تکیه‌گاه است:

$$N_B = m\frac{v_B^۲}{r} = ۰/۱\times\frac{۳۶۰}{۲} = ۱۸N$$

B **۱۰۲۹- گزینه‌ی ۴** بنا بر پایسته بودن انرژی مکانیکی:



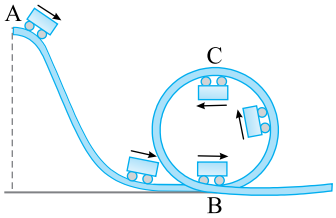
$$E_A = E_C \Rightarrow \frac{۱}{۲}kx^۲ = mgh_C + \frac{۱}{۲}mv_C^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۶۰\times(۰/۲)^۲ = ۰/۲\times ۱۰\times(۰/۴) + \frac{۱}{۲}(۰/۲)v_C^۲ \Rightarrow v_C = ۲\frac{m}{s}$$

در بالاترین نقطه‌ی مسیر برآیند نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل مشخص می‌کنیم:

$$N_C + mg = m\frac{v_C^۲}{r} \Rightarrow N_C + ۰/۲\times ۱۰ = ۰/۲\times\frac{۲^۲}{۰/۲} \Rightarrow N_C = ۲\,N$$

B **۱۰۳۰- گزینه‌ی ۴** به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

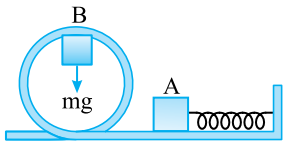


$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + mg(۲R) \Rightarrow v_B^۲ - v_C^۲ = ۴Rg$$

اکنون اختلاف نیروی مرکزگرا در نقطه‌های B و C را به‌دست می‌آوریم:

$$F_B - F_C = m\frac{v_B^۲}{R} - m\frac{v_C^۲}{R} = \frac{m}{R}(v_B^۲ - v_C^۲) = \frac{m}{R}(۴Rg) = ۴mg$$

B **۱۰۳۱- گزینه‌ی ۲** هنگامی که فشردگی فنر حداقل باشد، سرعت داده شده به وزنه حداقل است. هرگاه سرعت وزنه برای گذر از بالاترین نقطه‌ی مسیر، کم‌ترین مقدار باشد در این صورت نیروی مرکزگرا در بالاترین نقطه برابر نیروی وزن بوده و نیروی عمودی N صفر است.



$$mg = m\frac{v_B^۲}{r} \Rightarrow v_B = \sqrt{rg} = \sqrt{۰/۵\times ۱۰} = \sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

اکنون قانون پایستگی انرژی را برای نقطه‌های A و B می‌نویسیم.

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۴۰۰(x)^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱\times ۵ + ۱\times ۱۰\times(۲\times ۰/۵) \Rightarrow x^۲ = \frac{۲۵}{۴۰۰} \Rightarrow x = \frac{۵}{۲۰} \Rightarrow x = ۲۵cm$$

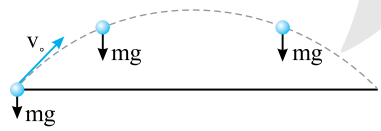
B **۱۰۳۲- گزینه‌ی ۴** قانون اول بیان می‌کند هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی جسم در دو حالت سکون و سرعت ثابت در تعادل به‌سر می‌برد و این موضوع بیانگر آن است که جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند، بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

A **۱۰۳۳- گزینه‌ی ۱** در قانون اول نیوتون بیان می‌شود که اگر جسم در حال حرکت است برای ادامه حرکت نیاز به نیرو ندارد و اگر بر آن نیرو وارد نشود، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد و برای ادامه‌ی حرکتش به ارائه‌ی دلیل نیازی نیست. اما اگر حرکتش تغییر کند، باید برای این تغییر به دنبال علت بود و گزینه‌ی (۱) درست است.

بنابر قانون دوم نیوتون، نیرو با آهنگ تغییر سرعت متناسب است نه با خود تغییر سرعت $(\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t})$ و گزینه‌ی (۲) نادرست است.

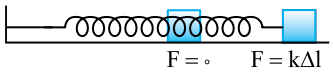
بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد شده، بنابراین نمی‌توان گفت یکدیگر را خنثی نمی‌کنند و گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است.

B **۱۰۳۴- گزینه‌ی ۳** هرگاه بر جسم نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو شتاب می‌گیرد. چنان‌چه جسم تحت تأثیر نیرو از حال سکون شروع به حرکت کند، جسم در راستای نیرو (نیروی برآیند) به‌حرکت درمی‌آید. اما اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، ممکن است جسم در راستای نیرو حرکت نکند. برای مثال در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ در شرایط خلأ پرتاب شده است و تنها نیروی مؤثر بر آن نیروی وزن (W) است که رو به پایین است اما پس از شلیک، جسم در راستای وزن و شتاب حاصل از وزن حرکت نمی‌کند، بلکه دارای یک مسیر خمیده است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست و گزینه‌ی (۳) درست است.

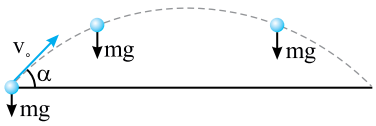


C **۱۰۳۵- گزینه‌ی ۳** در مورد گزینه‌ی (۱): اگر جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، سرعت گلوله در اوج، صفر است و جسم به‌طور لحظه‌ای در حال سکون است، اما شتاب حرکت برابر g است. پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.

در مورد گزینه‌ی (۲): هرگاه قطاری با سرعت ثابت یک مسیر خمیده را دور بزند، چون جهت بردار سرعت در حال تغییر است، حرکت شتابدار است و برآیند نیروی وارد بر جسم صفر نیست. در این صورت گزینه‌ی (۲) نادرست است، زیرا کلمه‌ی الزاماً را به‌کار برده است.



در مورد گزینه‌ی (۳): به وزنه و فنر روبه‌رو دقت کنید اگر وزنه را به راست بکشیم و رها کنیم، هرچه وزنه به محل اولیه (تعادلش) نزدیک می‌شود تغییر طول فنر کم‌تر شده و نیروی کشسانی فنر کم‌تر می‌شود، در حالی‌که تا رسیدن وزنه به محل تعادل، سرعت آن در حال افزایش است، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.



در مورد گزینه‌ی (۴): اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ تحت زاویه‌ی α مطابق شکل پرتاب کنیم، نیروی وارد بر جسم در تمام مسیر ثابت و برابر mg است. اما حرکت روی مسیر خمیده است، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است، زیرا کلمه‌ی الزاماً در آن به‌کار رفته است.

B **۱۰۳۶- گزینه‌ی ۳** بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص به زمین و زمین به شخص وارد می‌کند و زمان اثر این نیروها یکی است، از این رو:

$$F_1=-F_2 \Rightarrow m_1a_1=-ma_2 \Rightarrow m_1\frac{v_1-0}{t}=-m_2(\frac{v_2-0}{t}) \Rightarrow m_1v_1=-m_2v_2$$

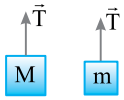
بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است. البته تکانه‌ی زمین خلاف جهت تکانه‌ی شخص است.

B **۱۰۳۷- گزینه‌ی ۳** هنگام شلیک، نیرویی که گلوله و ارابه‌ی توپ بر هم وارد می‌کنند برابر و در خلاف جهت هم است، از این رو:

$$F_1=-F_2 \Rightarrow m_1a_1=-m_2a_2 \Rightarrow m_1(\frac{v_1-0}{t})=-m_2(\frac{v_2-0}{t}) \Rightarrow m_1v_1=-m_2v_2 \Rightarrow |0/5\times 2000|=|-80\times v_2| \Rightarrow v_2=12/5\,\frac{m}{s}$$

در واقع اگر دقت کنید قبل از شلیک مجموع تکانه گلوله و توپ صفر بوده است و پس از شلیک نیز این مجموع $(m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=0)$ صفر است که بیانگر قانون پایستگی تکانه است.

C **۱۰۳۸- گزینه‌ی ۴** دقت کنید نخ بر وزنه‌های M و m نیروی T را رو به بالا وارد می‌کند. بنابراین بنابر قانون سوم نیوتون، M بر نخ و همچنین m بر نخ نیرویی برابر T رو به پایین وارد می‌کند.



B **۱۰۳۹- گزینه‌ی ۲** بنا به قانون اول نیوتون اگر بر جسم نیروی خالص وارد نشود، تکانه‌ی جسم ثابت می‌ماند و تغییر تکانه صفر است.
$\Delta P=0$

C **۱۰۴۰- گزینه‌ی ۴** وقتی حرکت روی خط راست تندشونده باشد، بردار سرعت و بردار شتاب هم‌جهت و هم‌علامت هستند.
وقتی حرکت روی خط راست کندشونده باشد، بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم و علامت آن‌ها مخالف هم است.
تکانه حاصل‌ضرب جرم در سرعت جسم است و علامت سرعت با علامت تکانه یکی است. به همین علت تکانه را تعیین علامت می‌کنیم.

$$P=0 \Rightarrow t^2-2t-3=0 \Rightarrow (t-3)(t+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=-1 \text{ غ ق ق} \\ t=+3s \end{cases}$$

با مشتق گرفتن از تکانه، معادله‌ی نیرو - زمان به‌دست می‌آید و علامت نیرو با علامت شتاب یکی است. بنابراین نیرو را تعیین علامت می‌کنیم:

$$F=\frac{dP}{dt}=0 \Rightarrow 2t-2=0 \Rightarrow t=1s$$

حال P و F را تعیین علامت می‌کنیم.

t	۰		۱		۳		+∞
P, v		−		−	۰	+	
F, a		−	۰	+		+	
av		+		−		+	

در بازه‌ی ۰ تا ۱ ثانیه حرکت تندشونده و در بازه ۱ تا ۳ ثانیه حرکت کندشونده است.

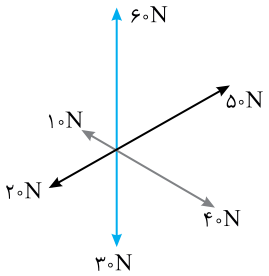
B **۱۰۴۱- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌های $t=0$ و $t=2s$، اندازه‌ی حرکت (تکانه) جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس به کمک $P=mv$، سرعت‌ها را در این دو لحظه محاسبه می‌کنیم.

$$t_1=0 \Rightarrow P=0-8=-8\frac{kg.m}{s} \xrightarrow{P=mv} -8=4v_1 \Rightarrow v_1=-2\frac{m}{s}$$

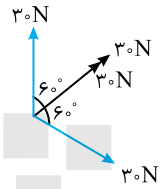
$$t_2=2s \Rightarrow P=32-8=24\frac{kg.m}{s} \Rightarrow 24=4v_2 \Rightarrow v_2=6\frac{m}{s} \quad , \quad \bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \bar{a}=\frac{6-(-2)}{2}=4\frac{m}{s^2}$$

B **۱۰۴۲- گزینه‌ی ۱** نیروی کشسانی فنر وارد بر دو جسم برابر است و این نیرو بر هر دو در مدت زمان یکسانی وارد می‌شود.

B **۱۰۴۳- گزینه‌ی ۳** برآیند نیروهایی که در امتداد هم هستند را به دست می‌آوریم:



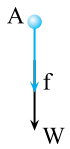
$$40-10=30N \,,\, 50-20=30N \,,\, 60-30=30N$$



سه نیروی ۳۰ نیوتونی باقی می‌ماند. برآیند دو نیروی ۳۰ نیوتونی که با هم زاویه‌ی 120° می‌سازند نیز ۳۰ نیوتون است و برآیند کل نیروها با توجه به شکل $30+30=60N$ و در جهت نیروی ۵۰ نیوتونی خواهد بود. شتاب حرکت برابر است با:

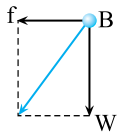
$$F=ma \Rightarrow 60=4a \Rightarrow a=15\frac{m}{s^2}$$

C **۱۰۴۴- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر هر گلوله شامل نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا را رسم می‌کنیم. نیروهای وارد بر گلوله‌ی A:



$$\sum F=ma \Rightarrow a_A=\frac{f+W}{m}$$

نیروهای وارد بر گلوله‌ی B:



$$\sum F=ma \Rightarrow a_B=\frac{\sqrt{f^2+W^2}}{m}$$

نیروهای وارد بر گلوله‌ی C:

$$\sum F=ma \Rightarrow a_C=\frac{W-f}{m}$$

کاملاً مشخص است که شتاب جسم A از شتاب جسم‌های B و C بزرگ‌تر است.

B **۱۰۴۵- گزینه‌ی ۳** جرم طناب ناچیز است و بنابر قانون سوم نیوتون، نیرویی که هر شخص به دیگری وارد می‌کند، برابر با نیرویی است که توسط دیگری به شخص وارد می‌شود و در خلاف جهت آن است. جرم دو نفر متفاوت است، بنابراین شتاب آن‌ها و سرعت آن‌ها متفاوت خواهد بود، اما:

$$\begin{cases} F_1=F_2 \\ t_1=t_2 \end{cases} \Rightarrow F_1t_1=F_2t_2 \Rightarrow \Delta P_1=\Delta P_2 \Rightarrow P_1=P_2$$

B **۱۰۴۶- گزینه‌ی ۱** هنگامی که دو نیرو موازی و هم‌جهت هستند: $|\sum \vec{F}|=2F$

هنگامی که بر هم عمود هستند:

$$\sum F'=2F\cos\frac{\alpha}{2}=2F\cos 45^\circ \Rightarrow \sum F'=\sqrt{2}F \quad , \quad \frac{a'}{a}=\frac{\frac{\Sigma F'}{M}}{\frac{\Sigma F}{M}} \Rightarrow \frac{a'}{6}=\frac{\sqrt{2}F}{2F} \Rightarrow a'=3\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ **۱۰۴۷- گزینه‌ی ۳** باید یکاها در دو طرف یک رابطه‌ی فیزیکی یکسان باشند، بنابراین:

$$v=\alpha Ft \Rightarrow [\frac{m}{s}]=\alpha[kg\frac{m}{s^2}][s] \Rightarrow \alpha=[\frac{1}{kg}]$$

Ⓑ **۱۰۴۸- گزینه‌ی ۳** حرکت ممکن است بر مسیر خمیده و یا روی خط راست باشد، پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند. در مورد گزینه‌ی (۳) می‌توان حرکت پرتاب در راستای قائم را در نظر گرفت که حرکت روی یک راستا بوده و در تمام مسیر با صرف‌نظر از مقاومت هوا تنها نیروی وزن $(W=mg)$ بر جسم وارد می‌شود و در اوج جهت حرکت عوض می‌شود.

Ⓑ **۱۰۴۹- گزینه‌ی ۱** می‌دانیم نیرو مشتق تکانه نسبت به زمان می‌باشد از این‌رو از خود می‌پرسیم که از چه تابعی مشتق بگیریم تا عبارت $3t+2$ حاصل شود که به تابع زیر می‌رسیم.

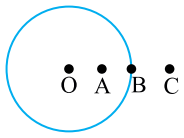
$$P=\frac{3}{2}t^2+2t+P_0$$

P_0 تکانه‌ی اولیه در لحظه‌ی $t=0$ است که در این مسأله بیان شده جسم از حال سکون به راه می‌افتد، پس $v_0=0$ و نیز $P_0=0$ خواهد بود، بنابراین:

$$P=\frac{3}{2}t^2+2t$$

Ⓑ **۱۰۵۰- گزینه‌ی ۲** زمین کره‌ی کامل نیست و شعاع استوایی آن از شعاع قطبی‌اش بیش‌تر است و میدان گرانشی در استوا از میدان گرانش در قطب کم‌تر است.

Ⓑ **۱۰۵۱- گزینه‌ی ۳** برای یافتن g در خارج از سیاره، بنابر رابطه‌ی $g=(G\frac{M}{r^2})$ (r فاصله از مرکز سیاره است)، هرچه r بزرگ‌تر باشد، g کوچک‌تر است، بنابراین نقطه‌ی C پاسخ این پرسش نیست. اگر با همان رابطه و با فرض آن‌که تمام جرم سیاره در مرکز آن (O) است، به بررسی مسأله بپردازیم، به خطا خواهیم رفت و میدان گرانش در نقطه‌ی A بزرگ‌تر از میدان گرانش در نقطه‌ی B خواهد شد. این را بدانید که همواره بزرگی میدان گرانش در سطح آن از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است و نقطه‌ی B پاسخ این پرسش است.



حال با یک ساده‌نگری عمومی برای نقاط درون سیاره، یک رابطه‌ی بسیار تقریبی به‌دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$g=G\frac{M}{R^2}$$

اگر صورت و مخرج را در مقدار ثابت $\frac{4}{3}\pi R$ (با فرض کره‌ی کامل بودن سیاره) ضرب کنیم، داریم:

$$g=\frac{4}{3}\pi R\frac{GM}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{4}{3}R\pi G\frac{M}{V} \Rightarrow g=\frac{4}{3}R\pi G\bar{\rho}$$

بر مبنای رابطه‌ی بالا و با فرض ثابت بودن چگالی، هر چه R (فاصله از مرکز سیاره) کم‌تر باشد، g کوچک‌تر است و در نقطه‌ی O، g برابر صفر است.

Ⓑ **۱۰۵۲- گزینه‌ی ۲** میدان گرانش در سطح سیاره از رابطه‌ی $g=G\frac{M}{R^2}$ به‌دست می‌آید.

$$R_m=\frac{1}{2}R_e \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi R^3} V_m=\frac{1}{8}V_e$$

$$g_m=\frac{1}{3}g_e \Rightarrow G\frac{M_m}{R_m^2}=\frac{1}{3}G\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow \frac{M_m}{\frac{1}{4}R_e^2}=\frac{1}{3}\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow M_m=\frac{1}{12}M_e$$

چگالی، جرم بر یکای حجم و برابر با $\rho=\frac{M}{V}$ است.

$$\frac{\rho_m}{\rho_e}=\frac{\frac{M_m}{V_m}}{\frac{M_e}{V_e}}=\frac{M_m}{M_e}\times\frac{V_e}{V_m}=\frac{1}{12}\times 8=\frac{2}{3}$$

تست: شتاب گرانش در سطح سیاره‌ای که جرم و حجم آن به‌ترتیب ۴ و ۲۷ برابر جرم و حجم کره‌ی زمین است، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین می‌باشد؟

۱) $\frac{۴}{۲۷}$ ۲) $\frac{۲۷}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) ۳۶

پاسخ: شتاب گرانش، همان میدان گرانش $\vec{g}$ است. شتاب گرانش در سطح یک سیاره از رابطه‌ی $g=G\frac{M}{R^۲}$ به‌دست می‌آید، که در آن M جرم سیاره و R شعاع سیاره است.

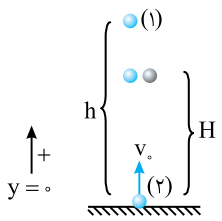
با توجه به فرض مسأله:

$$V_p=۲۷V_e\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R_p^۳=۲۷(\frac{۴}{۳}\pi R_e^۳)\Rightarrow R_p=۳R_e$$

$$g_p=G\frac{M_p}{R_p^۲}=G\frac{۴M_e}{(۳R_e)^۲}=\frac{۴}{۹}G\frac{M_e}{R_e^۲}\Rightarrow g_p=\frac{۴}{۹}g_e$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۰۵۳- گزینه‌ی ۴ سطح سیاره را مبدأ y و جهت مثبت را رو به بالا در نظر می‌گیریم.



$$y_۱=\frac{-۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰$$

$$y_۲=\frac{-۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰$$

$$y_۱=y_۲\Rightarrow\frac{-۱}{۲}gt^۲+h=\frac{-۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow t=\frac{h}{v_۰}$$

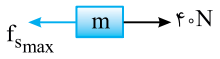
زمان رسیدن دو گلوله به هم به شتاب گرانش بستگی ندارد و t تغییر نمی‌کند، اما H:

$$y=\frac{-۱}{۲}gt^۲+h\quad,\quad H=-\frac{h^۲g}{۲v_۰^۲}+h\Rightarrow H=h-\frac{h^۲g}{۲v_۰^۲}$$

چون g در ماه کم‌تر از زمین است، پس H افزایش می‌یابد.

می‌توانستیم از دید گلوله‌ی (۱) مسأله را بررسی کنیم. در آن صورت شتاب نسبی دو گلوله صفر بود و زمان برخورد ثابت می‌ماند، اما با توجه به کوچک‌تر شدن g در ماه، در همین زمان ثابت، گلوله‌ی (۱) مقدار کم‌تری سقوط می‌کرد و در نتیجه H افزایش می‌یافت.

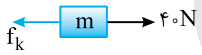
۱۰۵۴- گزینه‌ی ۳ در آستانه‌ی حرکت:



$$\sum F=۰\Rightarrow ۴۰-f_{s\,max}=۰$$

$$\Rightarrow f_{s\,max}=۴۰\Rightarrow\mu_s mg=۴۰\Rightarrow ۰/۴\times m\times ۱۰=۴۰\Rightarrow m=۱۰\,kg$$

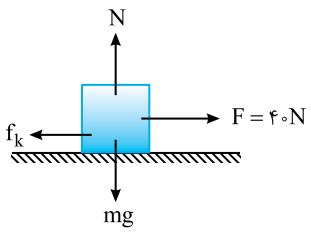
بعد از حرکت:



$$\sum F=ma\Rightarrow ۴۰-f_k=۱۰\times a\Rightarrow ۴۰-\mu_k mg=۱۰a$$

$$\Rightarrow ۴۰-(۰/۲\times ۱۰\times ۱۰)=۱۰a\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

۱۰۵۵- گزینه‌ی ۴ ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را به‌دست می‌آوریم:



$$f_k=\mu_k mg\Rightarrow f_k=\frac{۱}{۴}\times ۴۰=۱۰N$$

نیروی افقی وارد بر جسم ۴۰N است. هنگامی‌که جسم شروع به حرکت می‌کند، تا زمانی که $F>f_k$ باشد، بر سرعت جسم افزوده می‌شود و وقتی $F=f_k=۱۰N$ باشد، سرعت جسم ثابت می‌ماند و اگر $F<f_k$ شود، سرعت جسم شروع به کاهش می‌کند. بنابراین نیروی F را می‌توان از ۴۰N تا ۱۰N کاهش داد تا سرعت جسم کاهش نیابد. یعنی اگر مقدار F به اندازه‌ی $۴۰-۱۰=۳۰N$ تغییر کند سرعت کاهش نمی‌یابد.

B **۱۰۵۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت در قسمت BC را به کمک معادله‌ی مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a_2(1/6) \Rightarrow a_2 = -5\frac{m}{s^2}$$

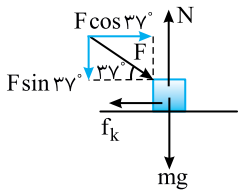
عامل توقف جسم، اصطکاک است. ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow -\mu_k \times 10 = -5 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{2}$$

شتاب را در قسمت اول حرکت (AB) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2a(1/6) \Rightarrow a = 5\frac{m}{s^2}$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



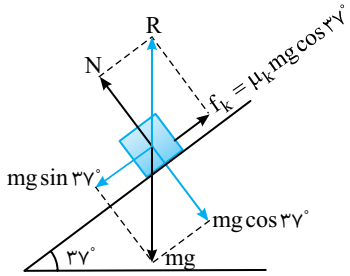
$$\sum F = ma$$

$$F\cos 37^\circ - \mu_k(mg + F\sin 37^\circ) = ma$$

$$F(0/8) - \frac{1}{2}(10 + F\times 0/6) = 1\times 5$$

$$0/8F - 5 - 0/3F = 5 \Rightarrow 0/5F = 10 \Rightarrow F = 20N$$

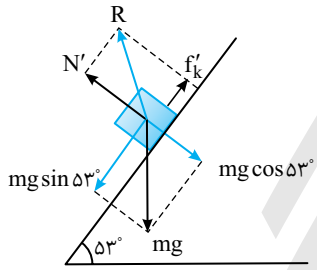
C **۱۰۵۷- گزینه‌ی ۴** در حالت اول، سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر جسم، صفر است.



$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin 37^\circ = \mu_k mg\cos 37^\circ \Rightarrow \mu_k = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{4}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow R = W \Rightarrow R = 20N$$

در حالت دوم:



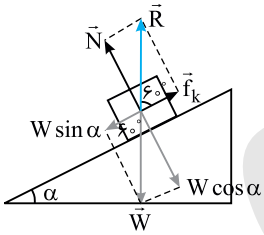
$$f'_k = \mu_k mg\cos 53^\circ \Rightarrow f'_k = \frac{3}{4}\times 20\times 0/6 = 9N$$

$$N' = mg\cos 53^\circ = 20\times 0/6 = 12N$$

نیروی واکنش سطح برابر است با:

$$R' = \sqrt{(N')^2 + (f'_k)^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15N$$

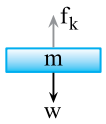
B **۱۰۵۸- گزینه‌ی ۳** چون سرعت ثابت است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس نیرویی که سطح بر جسم (R) وارد می‌کند، برابر و خلاف جهت نیروی وزن (W) است.



$$\sum F = 0 \Rightarrow f_k = W\sin\alpha \Rightarrow \mu_k W\cos\alpha = W\sin\alpha \Rightarrow \mu_k = \tan\alpha$$

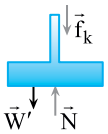
با توجه به شکل $\alpha = 30^\circ$ است، بنابراین: $\mu_k = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

C **۱۰۵۹- گزینه‌ی ۲** دو نیرو بر مهره وارد می‌شود اولی نیروی وزن و دومی نیروی اصطکاک است. بنا به قانون دوم خواهیم داشت:



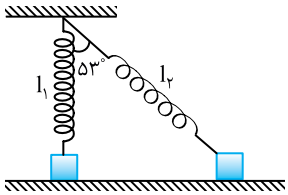
$$\sum F = ma \Rightarrow W - f_k = ma \Rightarrow 0/5\times 10 - f_k = 0/5\times 2 \Rightarrow f_k = 4N$$

میله بر مهره نیروی اصطکاک f_k را رو به بالا وارد می‌کند و بنابر قانون سوم نیوتون، مهره نیز بر میله نیروی f_k را رو به پایین وارد می‌کند. چون میله و پایه ساکن هستند، برآیند نیروی وارد بر آن‌ها صفر است.



$$\sum F = 0 \Rightarrow W' + f_k - N = 0 \Rightarrow N = W' + f_k = 1/5\times 10 + 4 = 19N$$

N عددی است که ترازو نشان می‌دهد.



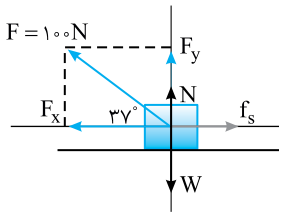
۱۰۶۰- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل مسأله خواهیم داشت:

$$l_1 = l_2 \cos ۵۳^\circ$$

$$\Rightarrow ۱ = l_2 \times ۰/۶ \Rightarrow l_2 = \frac{۵}{۳}\,m$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{۵}{۳} - ۱ = \frac{۲}{۳}\,m$$

نیروهای وارد بر جسم را در حالت کشیدگی فنر رسم می‌کنیم:

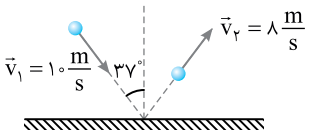


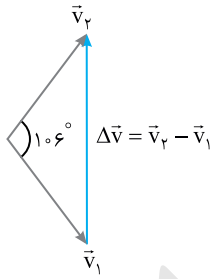
نیروی کشسانی فنر $F = k\Delta l = ۱۵۰ \times \frac{۲}{۳} = ۱۰۰\,N$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F \sin ۳۷^\circ + N = W \Rightarrow ۱۰۰ \times ۰/۶ + N = ۱۰۰ \Rightarrow N = ۴۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F \cos ۳۷^\circ = f_s \Rightarrow ۱۰۰ \times ۰/۸ = \mu_s \times ۴۰ \Rightarrow \mu_s = ۲$$

۱۰۶۱- گزینه‌ی ۴ هم‌سنگ بردارهای v_1 و v_2 را از یک نقطه رسم کرده و تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم.





$$\Delta v^2 = ۱۰^2 + ۸^2 - ۲ \times ۱۰ \times ۸ \cos ۱۰۶^\circ$$

$$\Delta v^2 = ۱۶۴ - ۱۶۰(۲\cos^2 ۵۳^\circ - ۱)$$

$$\Delta v^2 = ۱۶۴ - ۱۶۰(-۰/۲۸) = ۱۶۴ + ۴۴/۸$$

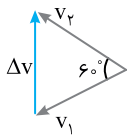
$$\Delta v^2 = ۲۰۸/۸ \Rightarrow \Delta v = \sqrt{۲۰۸/۸}\,\frac{m}{s}$$

نیروی متوسط وارد بر توپ برابر است با:

$$\bar{F} = M\bar{a} = ۵\frac{\sqrt{۲۰۸/۸}}{۰/۰۱} = ۵۰۰\sqrt{۱/۴۴ \times ۱۴۵} = ۵۰۰ \times ۱/۲ \times \sqrt{۱۴۵} \Rightarrow \bar{F} = ۶۰۰\sqrt{۱۴۵}N$$

دقت کنید وقتی به عبارت $\sqrt{۲۰۸/۸}$ می‌رسیم مشخص می‌شود که گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند و به کمک گزینه‌ی (۳) و (۴) می‌توان فهمید که باید $\sqrt{۲۰۸/۸}$ را به‌صورت ضرب عددی در ۱۴۵ تبدیل کرد.

۱۰۶۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا تغییر بردار سرعت را حساب می‌کنیم. برای این منظور هم‌سنگ دو بردار سرعت را از یک نقطه رسم می‌کنیم. با توجه به تفاضل دو بردار خواهیم داشت:

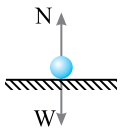


$$\Delta v = ۲v \sin\frac{\theta}{۲} = ۲ \times ۵ \times \frac{۱}{۲} = ۵\,\frac{m}{s}$$

شتاب برابر خواهد شد با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۵}{۰/۲} = ۲۵\,\frac{m}{s^2}$$

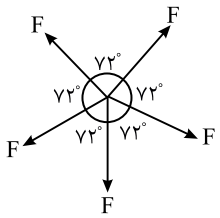
نیروهای وارد بر گلوله را هنگام برخورد مطابق شکل رسم می‌کنیم:



بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

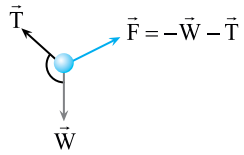
$$\sum F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۲ \times ۲۵ \Rightarrow N = ۷N$$

۱۰۶۳- گزینه‌ی ۲ فرض کنید بر این جسم، ۵ نیرو مطابق شکل وارد شود. واضح است که در این حالت، جسم در تعادل به سر می‌برد. بنابراین هر کدام از این نیروها به تنهایی برآیند چهار نیروی دیگر را خنثی می‌کند، یعنی برآیند چهار نیروی دیگر هم اندازه‌ی آن نیرو و در خلاف جهت آن است. بنابراین بزرگی برآیند چهار نیروی مشخص شده در مسأله $F = ۵N$ است.



$$F = ma \Rightarrow ۵ = ۰/۵a \Rightarrow a = ۱۰\,\frac{m}{s^2}$$

تذکر: هرگاه در یک صفحه، n نیرو با بزرگی یکسان، دو به دو با هم زاویه‌ی یکسان بسازند یا بهتر بگوییم بردارها تشکیل یک چندضلعی منتظم دهند، برآیند آن‌ها صفر است و برآیند $n-۱$ بردار برابر هریک از بردارها است.



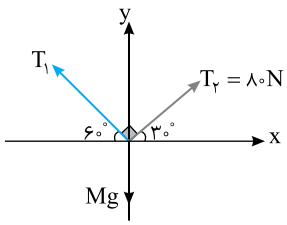
B ۱۰۶۴- گزینه‌ی ۳ بـر گلوله نیروی وزن رو به پایین و نیروی کشـش نـخ در امتداد نخ مطابق شکل وارد می‌شود که با هم زاویه می‌سازند و نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کرده و گلوله در تعادل بماند. از این رو حداقل یک نیروی دیگر مانند F لازم است تا با برآیند T و W هم‌اندازه و در خلاف جهت آن‌ها باشد تا آن‌ها را خنثی کند، بنابراین حداقل سه نیرو بر جسم وارد شده است.

C ۱۰۶۵- گزینه‌ی ۱ کم‌ترین مقـدار برآینـد دو بـردار ۱۰N و ۲۰N، هنگامی اسـت کـه دو بـردار در خلاف جهت هم باشـند، $R_{min}=۲۰-۱۰=۱۰\,N$ اما بیشینه مقدار دو برابر ۱۰N و ۲۰N چه خواهد شد؟

برآیند این ۵ بردار صفر شـده اسـت و باید برآیند دو نیروی ۱۰N و ۲۰N برآیند سه بردار ۴N، ۷N و ۳N را خنثی کند. از این رو بیشـینه مقدار برآیند این سـه بردار را به‌دست می‌آوریم. ۳+۴+۷=۱۴N بنابراین بیشینه مقدار ۱۰N و ۲۰N نمی‌تواند ۳۰N باشد بلکه باید $F_{max}=۱۴N$ باشد تا ۵ نیرو خنثی شوند.

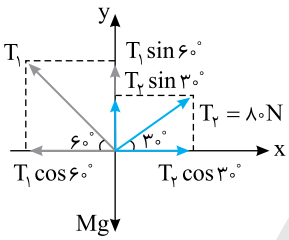
B ۱۰۶۶- گزینه‌ی ۲ هرگاه دسـتگاه به سـطح سیاره‌ی دیگر برده شود، با تغییر بزرگی شتاب گرانش، نیروی گرانش وارد بر وزنه‌ها به یک نسـبت تغییر کرده اسـت (در ماه کاهش یافته)، بنابراین تعادل همچنان برقرار است و تغییری در شکل ایجاد نمی‌شود، هر چند که این تعادل جدید است و بین نیروهایی با اندازه‌های متفاوت با حالت قبل است.

B ۱۰۶۷- گزینه‌ی ۱ نمودار جسم آزاد را رسم می‌کنیم:



راه‌حل اول: استفاده از قانون سینوس‌ها

$$\frac{Mg}{\sin ۹۰^\circ}=\frac{T_۲}{\sin(۹۰^\circ+۶۰^\circ)}\Rightarrow\frac{M\times ۱۰}{۱}=\frac{۸۰}{\cos ۶۰^\circ}\Rightarrow M=۱۶kg$$



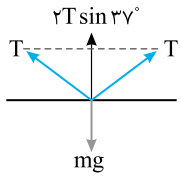
راه‌حل دوم: تجزیه‌ی بردار

$$\sum F_x=۰\Rightarrow T_۲\cos ۳۰^\circ=T_۱\cos ۶۰^\circ\Rightarrow ۸۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=T_۱\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow T_۱=۸۰\sqrt{۳}N$$

$$\sum F_y=۰\Rightarrow T_۱\sin ۶۰^\circ+T_۲\sin ۳۰^\circ=Mg$$

$$\Rightarrow ۸۰\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}+۸۰\times\frac{۱}{۲}=M\times ۱۰\Rightarrow M=۱۶kg$$

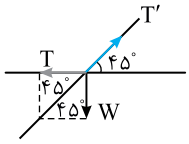
B ۱۰۶۸- گزینه‌ی ۱ در شکل گزینه‌ی (۱):



$$\sum F_y=۰\Rightarrow ۲T\sin ۳۷^\circ=W\Rightarrow T=\frac{W}{۱/۲}$$

در شکل گزینه‌ی (۲): $T=W$

در شکل گزینه‌ی (۳): $\tan ۴۵^\circ=\frac{T}{W}\Rightarrow T=W$

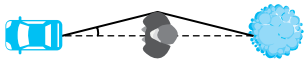


در شکل گزینه‌ی (۴): در طول نخ کشش یکسان است. $T=W$

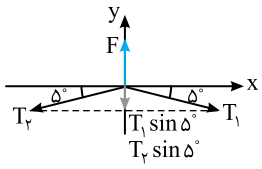
در شـکل گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴)، $T=W$ اسـت، بنابراین کم‌ترین مقدار کشش نخ در شکل گزینه‌ی (۱) است.

B ۱۰۶۹- گزینه‌ی ۳ قبل از پرداختن به حل این تست به مسأله‌ی زیر توجه کنید:

مسأله **مردی برای بیرون کشیدن خودرویی که در گِل گیر کرده است، ریسمانی را از جلوی آن محکم به یک درخت ستبر می‌بندد. سپس خود از پهلو به نقطه‌ی میانی ریسمان فشار می‌آورد. وقتی با نیروی ۹۰۰N فشار می‌آورد، زاویه‌ی بین دو نیمه‌ی ریسمان در سمت راست و چپ او ۱۷۰° می‌شود. کشش ریسمان در این حالت چند نیوتون است؟** $(\sin ۵^\circ = ۰/۰۹)$



راه‌حل: شکل ساده‌ای از موضوع مسأله رسم می‌کنیم:



نمودار جسم آزاد را رسم می‌کنیم:[1] فرض کنید ریسمان با راستای محور xها تنها زاویه‌ی ۵° ایجاد کند. اکنون مسأله را به کمک تجزیه‌ی نیروها حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} F = T_۱ \sin ۵^\circ + T_۲ \sin ۵^\circ \\ T_۱ = T_۲ \end{cases} \Rightarrow F = ۲T \sin ۵^\circ$$

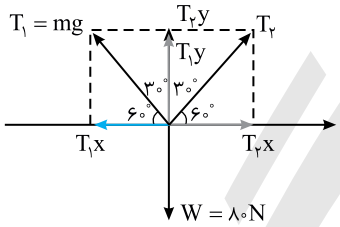
$$\Rightarrow T = \frac{F}{۲ \sin ۵^\circ} = \frac{۹۰۰}{۲ \times ۰/۰۹} = ۵۰۰۰ \text{ N}$$

با این شگرد، نیروی ۹۰۰N، کششی تقریباً پنج برابر بزرگ‌تر ایجاد می‌کند.

از این مسأله باید یک درس عملی آموخت. همیشه یک طناب بلند و محکم در خودروی خود داشته باشید. اگر در برف یا گِل‌گیر کردید، یک سر طناب را به سپر خودرو و سر دیگر آن را به یک درخت یا تکیه‌گاه ثابت ببندید، به طوری که طناب تا حد امکان کشیده باشد. از شخصی بخواهید که وسط طناب را از پهلو بکشد. او می‌تواند بدون زحمت زیاد به شما کمک کند. روی هم رفته آموختن فیزیک خیلی هم بی‌فایده نیست.

البته دقت کنید همین که خودرو به سوی جلو حرکت کند، زاویه‌ی θ زیاد می‌شود و کشش کم خواهد شد. پس فرد مورد نظر برای این‌که از شگرد ریسمانی بیش‌ترین استفاده را ببرد، باید قبل از فشار آوردن دوباره طول ریسمان را کوتاه کند. با توجه به این مسأله که یک کاربرد عملی از قانون‌های فیزیک است می‌توان تست را حل کرد و به گزینه‌ی (۳) رسید.

B ۱۰۷۰- گزینه‌ی ۴ چون دستگاه در تعادل است کشش نخی که از روی قرقره می‌گذرد برابر $T_۱ = Mg$ است. از طرفی $\theta = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$



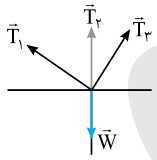
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۶۰^\circ = T_۲ \cos ۶۰^\circ \Rightarrow T_۱ = T_۲$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ \sin ۶۰^\circ + T_۲ \sin ۶۰^\circ = ۸۰$$

$$\Rightarrow ۲T_۱ \sin ۶۰^\circ = ۸۰ \Rightarrow T_۱ = \frac{۸۰}{\sqrt{۳}} = \frac{۸۰\sqrt{۳}}{۳} \text{ N}$$

$$T_۱ = Mg \Rightarrow \frac{۸۰\sqrt{۳}}{۳} = ۱۰M \Rightarrow M = \frac{۸\sqrt{۳}}{۳} \text{ kg}$$

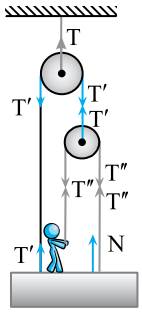
B ۱۰۷۱- گزینه‌ی ۲ چون جسم در تعادل است، بنابراین:



$$\sum F = ۰ \Rightarrow \vec{T}_۱ + \vec{T}_۲ + \vec{T}_۳ + \vec{W} = ۰ \Rightarrow |\vec{T}_۱ + \vec{T}_۳| = |\vec{T}_۲ + \vec{W}|$$

$$\Rightarrow |\vec{T}_۱ + \vec{T}_۳| = |۲۶۰ - ۹۰| = ۱۷۰N$$

B ۱۰۷۲- گزینه‌ی ۲ اگر مجموعه را یکپارچه در نظر بگیریم، می‌بینیم که تنها کشش طناب T است که وزن مجموعه را خنثی می‌کند. بنابراین: $T = Mg \Rightarrow T = ۶۰ \times ۱۰ = ۶۰۰ \text{ N}$



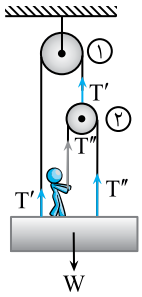
با توجه به نیروهای وارد بر بالاترین قرقره:

$$T' = \frac{T}{۲} = ۳۰۰N$$

اکنون T″ را با توجه به قرقره پایینی به‌دست می‌آوریم:

$$T'' = \frac{T'}{۲} = ۱۵۰N \quad , \quad F = T'' = ۱۵۰ \text{ N}$$

۱- هرگاه در بررسی برهم کنش یک جسم با اجسام اطرافش، فقط نیروهای وارد بر آن را نمایش بدهیم، نمودار جسم آزاد را رسم کرده‌ایم.



روش دیگر:

از پایین شکل بررسی را آغاز می‌کنیم. سه نیروی T' و T'' و T'' وزن $W=۶۰۰N$ را تحمل می‌کنند.

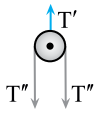
$T'+۲T''=۶۰۰ \quad (۱)$

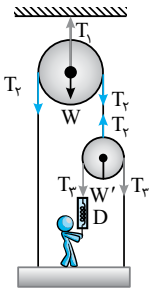
از طرفی برای قرقره (۲) می‌توان نوشت:

$T'=۲T'' \quad (۲)$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$۲T''+۲T''=۶۰۰ \Rightarrow T''=۱۵۰\ N$





Ⓒ **۱۰۷۳- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** دســتگاه در تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر هر جسم صفر است.

نخ متصل به سقف باید وزن کل دستگاه را تحمل کند. $T_۱=۳۰۰+۷۰۰+۴۰+۸=۱۰۴۸N$

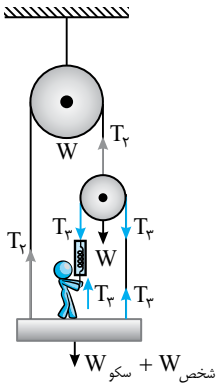
از طرفی اگر قرقره‌ی ثابت را در نظر بگیریم:

$T_۱=۲T_۲+W \Rightarrow ۱۰۴۸=۲T_۲+۴۰ \Rightarrow T_۲=۵۰۴N$

حال قرقره‌ی کوچک را در نظر می‌گیریم:

$T_۲=۲T_۳+W' \Rightarrow ۵۰۴=۲T_۳+۸ \Rightarrow T_۳=۲۴۸N$

عددی که نیروسنج نمایش می‌دهد، همان $T_۳=۲۴۸N$ است.



راه‌حل دوم: شخص و سکو را یک جسم در نظر می‌گیریم.

$T_۲+۲T_۳=W_{سکو}+W_{شخص} \quad (۱)$

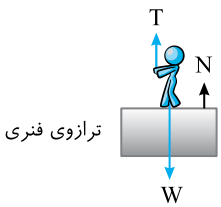
از طرفی برای قرقره‌ی کوچک می‌توان نوشت:

$T_۲=۲T_۳+W_{قرقره} \quad (۲)$

در این صورت:

$(۱),(۲) \Rightarrow ۲T_۳+W_{قرقره}+۲T_۳=W_{سکو}+W_{شخص}$

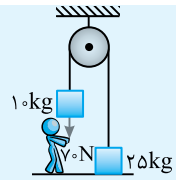
$\Rightarrow ۴T_۳=۳۰۰+۷۰۰-۸ \Rightarrow T_۳=۲۴۸N$



Ⓑ **۱۰۷۴- گزینه‌ی ۲** وزنه‌ی ۱۵ کیلوگرمی ســاکن است، بنابراین نیروسنج عدد ۱۵۰N را نشان می‌دهد. $(T=mg \Rightarrow T=۱۵۰N)$ شــخص روی ترازوی فنری ایســتاده است و مطابق شکل، سه نیرو بر او وارد می‌شود. کشش نخ رو به بالا، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و وزن رو به پایین و شخص ساکن است، در نتیجه:

$\sum F=۰ \Rightarrow T+N=W \Rightarrow ۱۵۰+N=۶۰۰ \Rightarrow N=۴۵۰N$

بنابراین ترازوی فنری ۴۵۰N را نمایش می‌دهد.

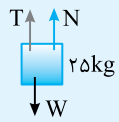


تست: در شــکل روبه‌رو، جرم نخ و اصطکاک‌ها ناچیز است. نیرویی که سطح کف افقی بر وزنه‌ی ۲۵ کیلوگرمی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

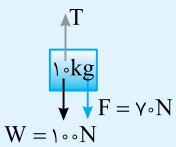
۱) ۲۵۰ ۲) ۱۵

۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ:



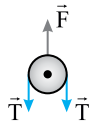
$T+N=W \Rightarrow ۱۷۰+N=۲۵۰ \Rightarrow N=۸۰N$



$\Sigma F=۰ \Rightarrow T=۱۰۰+۷۰=۱۷۰N$

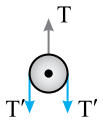
بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۰۷۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل نیروهای وارد بر قرقره‌ی بالایی را رسم می‌کنیم. دستگاه در تعادل است، بنابراین:



$$F=۲T \Rightarrow ۸۰=۲T \Rightarrow T=۴۰N$$

اکنون نیروهای وارد بر قرقره‌ی پایینی را رسم می‌کنیم و خواهیم داشت:



$$T=۲T' \Rightarrow ۴۰=۲T' \Rightarrow T'=۲۰\ N$$

T' نیروی کشسانی فنر است.

$$T'=k\Delta l \Rightarrow ۲۰=۵۰۰\ \Delta l \Rightarrow \Delta l=۴\ cm$$

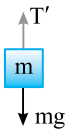
$$l_۲=۵۰+۴=۵۴\ cm$$

۱۰۷۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل‌های رسم شده، می‌توان تست را حل کرد.

$$\sum F=۰ \Rightarrow T-W=۰$$
$$\Rightarrow T=۵\times۱۰=۵۰\ N$$

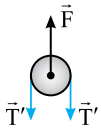
,

$$\sum F=۰ \Rightarrow F+W-T=۰$$
$$\Rightarrow F=T-W=۵۰-۲\times۱۰=۳۰\ N$$



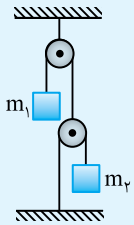
$$F=۲T' \Rightarrow T'=\frac{F}{۲}=۱۵N$$

,



$$T'=mg \Rightarrow ۱۵=m\times۱۰ \Rightarrow m=۱/۵\ kg$$

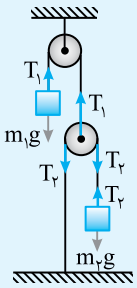
تست: در شکل روبه‌رو، دستگاه در تعادل به سر می‌برد و جرم نخ و قرقره‌ها ناچیز است. نسبت $\frac{m_۱}{m_۲}$ کدام است؟



۱) ۱ **۲)** $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲ **۴)** ۳

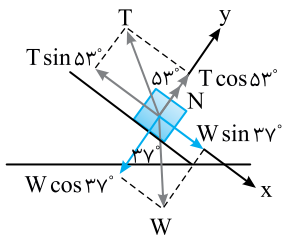
پاسخ: باید مطابق شکل، نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرد و چون دستگاه در تعادل است، بنابراین $\Sigma F=۰$ است. با توجه به شکل می‌توان رابطه‌های زیر را نوشت:



$$\begin{cases} T_۱=m_۱g \\ T_۱=۲T_۲ \\ T_۲=m_۲g \end{cases} \Rightarrow m_۱g=۲m_۲g \Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲}=۲$$

بنابراین گزینه ی (۳) درست است.

۱۰۷۷- گزینه‌ی ۱ نمودار جسم آزاد را رسم می‌کنیم؛ با توجه به شکل:

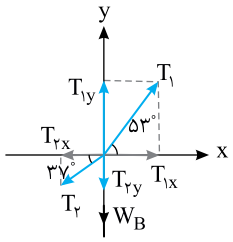


$$\sum F_y=۰ \Rightarrow T\cos ۵۳^\circ+N=W\cos ۳۷^\circ \qquad (۱)$$

$$\sum F_x=۰ \Rightarrow W\sin ۳۷^\circ=T\sin ۵۳^\circ \Rightarrow T=\frac{W\sin ۳۷^\circ}{\sin ۵۳^\circ} \Rightarrow T=W\times\frac{۳}{۴}$$

در رابطه‌ی (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۴}W\times(۰/۶)+۳۵=W\times۰/۸ \Rightarrow W=۱۰۰N$$

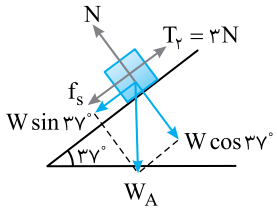


B ۱۰۷۸- گزینه‌ی ۱ نمودار جسم آزاد را برای جسم B مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم.

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۵۳ = T_۲ \cos ۳۷^\circ \Rightarrow T_۱ = \frac{۴}{۳} T_۲$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ \sin ۵۳ - T_۲ \sin ۳۷ = W_B \Rightarrow \frac{۴}{۳} T_۲ \times ۰/۸ - T_۲ \times ۰/۶ = ۱/۴$$

$$\frac{۳/۲T_۲ - ۱/۸T_۲}{۳} = ۱/۴ \Rightarrow T_۲ = ۳N$$

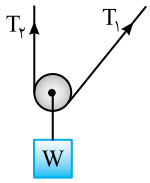


کمینه مقدار وزن A هنگامی است که A بخواهد به بالا بلغزد.

با توجه به شکل روبه‌رو برای وزنه‌ی A:

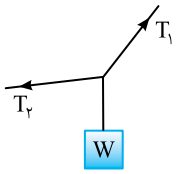
$$f_s = \mu_s W_A \cos ۳۷^\circ = \frac{۱}{۲} \times W_A \times ۰/۸ = ۰/۴ W_A$$

$$\sum F = ۰ \Rightarrow W \sin ۳۷^\circ = T_۲ - f_s \Rightarrow W_A \times ۰/۶ = ۳ - ۰/۴ W_A \Rightarrow W_A = ۳N$$



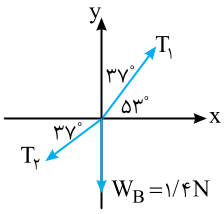
نکته: به این مسأله و مسأله قبل دقت کنید وقتی یک وزنه به یک قرقره متصل باشد، کشش نخ گذرنده از شیار قرقره در تمام نقاط یکسان است.

$$T_۱ = T_۲$$



اما اگر وزنه مطابق شکل به ریسمانی متصل شود، کشش نخ در دو طرف محل اتصال یکسان نیست.

$$T_۱ \neq T_۲$$

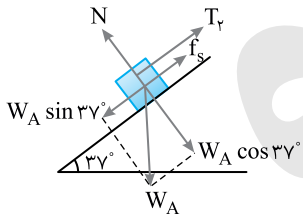


B ۱۰۷۹- گزینه‌ی ۲ نیروهای وارد بر وزنه‌ی B (نمودار جسم آزاد B) را رسم می‌کنیم.

به کمک قانون سینوس‌ها $T_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{W_B}{\sin(۹۰^\circ + ۷۴^\circ)} = \frac{T_۲}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} \Rightarrow \frac{۱/۴}{\cos ۷۴^\circ} = \frac{T_۲}{\cos ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{۱/۴}{۲(\cos^۲ ۳۷^\circ) - ۱} = \frac{T_۲}{\cos ۵۳^\circ} \Rightarrow$$

$$\frac{۱/۴}{۲(۰/۸)^۲ - ۱} = \frac{T_۲}{۰/۶} \Rightarrow \frac{۱/۴}{۰/۲۸} = \frac{T_۲}{۰/۶} \Rightarrow T_۲ = ۳N$$

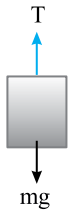


البته با تجزیه‌ی نیروها نیز می‌توانید این قسمت را حل کنید.

بیشینه مقدار وزن A هنگامی است که A بخواهد به پایین بلغزد و در آستانه‌ی حرکت رو به پایین باشد.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow W_A \sin ۳۷^\circ = T_۲ + \mu_s W_A \cos ۳۷^\circ \Rightarrow W_A \times ۰/۶ = ۳ + \frac{۱}{۲} \times W_A \times ۰/۸$$

$$\Rightarrow W_A = \frac{۳}{۰/۲} \Rightarrow W_A = ۱۵N$$



B ۱۰۸۰- گزینه‌ی ۴ چون در مورد کندشونده یا تندشونده بودن حرکت، چیزی بیان نشده است، هر دو مورد را بررسی می‌کنیم.

وقتی آسانسور تندشونده به پایین حرکت می‌کند $T < Mg$ است.

$$Mg - T = Ma \Rightarrow ۲۰۰۰ - T = ۴۰۰ \Rightarrow T = ۱۶۰۰N$$

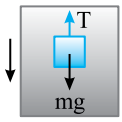
وقتی آسانسور کندشونده به پایین حرکت می‌کند $T > Mg$ است.

$$T - Mg = Ma \Rightarrow T - ۲۰۰۰ = ۴۰۰ \Rightarrow T = ۲۴۰۰N$$

۱۰۸۱- گزینه‌ی ۴ مفهوم عبارت (مسافران از کف آسانسور جدا نشوند) این است که نیروی عمودی سطح N (نیرویی که سطح بر مسافران وارد می‌کند) در آن بازه‌ی زمانی صفر است. در این صورت تنها نیروی وزن بر آن‌ها وارد شده و شتاب $a=g$ است.

$N=0 \Rightarrow mg=ma \Rightarrow a=g \quad , \quad v=at+v_0 \Rightarrow 0=-10t+8 \Rightarrow t=0/8\,s$

۱۰۸۲- گزینه‌ی ۲ حداکثر کشش نخ ۵۰N است و در حرکت رو به پایین هنگام توقف $T>mg$ است. بنابراین:



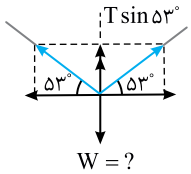
$T-mg=ma \Rightarrow 50-40=4a \Rightarrow a=2/5\,\frac{m}{s^2}$

۱۰۸۳- گزینه‌ی ۳ وزن ظاهری یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر فضانورد، بنابراین:

$N-mg=ma \Rightarrow N-75\times10=75\times80 \Rightarrow N=6750\,N$

۱۰۸۴- گزینه‌ی ۴ وقتی شخص شروع به بالا رفتن می‌کند، در لحظاتی، یک دست خود را رها کرده و با دست دیگر خود را بالا می‌کشد و سپس دست رها شده‌ی خود را به طناب می‌گیرد و دست دیگر خود را رها می‌کند و با تکرار این عمل بالا می‌رود. بنابراین دائماً حرکت شخص تندشونده و کندشونده می‌شود و کشش نخ در لحظاتی بزرگ‌تر از W و در لحظاتی کوچک‌تر از W می‌باشد و با قاطعیت نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۱۰۸۵- گزینه‌ی ۳ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$\sum F_y=ma$

$2T\sin 53^\circ-mg=ma \Rightarrow 2\times60\times0/8-10m=2m \Rightarrow 96=12m \Rightarrow m=8kg$

در این صورت وزن جسم ۸۰N است.

۱۰۸۶- گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} T-mg=ma \Rightarrow T-900=90a \\ m'g-T=m'a \Rightarrow 1100-T=110a \end{cases} \Rightarrow \frac{T-900}{1100-T}=\frac{9}{11}$$

$11T-9900=9900-9T \Rightarrow 20T=2\times9900 \Rightarrow T=990\,N$

در حالتی که بار را یکنواخت بالا می‌برد: $T=m''g \Rightarrow 990=m''\times10 \Rightarrow m''=99\,kg$

۱۰۸۷- گزینه‌ی ۲ مانند حالت سقوط آزاد آسانسور که آسانسور با شتاب $a=g$ رو به پایین در حرکت است، در این حالت، شخص درون آسانسور احساس بی‌وزنی می‌کند و تنها نیروی وارد بر او نیروی گرانشی است. زیرا نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) در این حالت صفر است.

$\sum F=ma \Rightarrow mg-N=ma \xrightarrow{a=g} mg-N=mg \Rightarrow N=0$ وزن ظاهری

۱۰۸۸- گزینه‌ی ۲ شتاب حرکت جسم را تا قبل از حذف شدن F به دست می‌آوریم.

$\sum F=ma \Rightarrow F-mg=ma \Rightarrow 10-5=0/5a \Rightarrow a=10\,\frac{m}{s^2}$

مقدار بالا رفتن جسم در مدت ۳s خواهد شد: $\Delta y_1=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta y_1=\frac{1}{2}\times10\times9=45m$

در لحظه‌ی حذف F سرعت جسم برابر است با: $v=at+v_0 \Rightarrow v=10\times3=30\,\frac{m}{s}$

پس از حذف F جسم دارای سرعت $30\,\frac{m}{s}$ رو به بالا است و به حرکت خود رو به بالا تا لحظه‌ی توقفش ادامه می‌دهد:

$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow H_{\text{اوج}}=\frac{30^2}{20}=45m$

بنابراین بیشینه ارتفاع جسم از سطح زمین برابر است با: $45+45=90m$

تست: وزنه‌ای به جرم ۱۰۰g روی سطح افقی ساکن است. نیروی ۰/۸N رو به بالا بر آن وارد می‌شود. پس از مدت ۲s وزنه در ارتفاع چند متری از سطح زمین است؟ $(g=10\,\frac{N}{kg})$

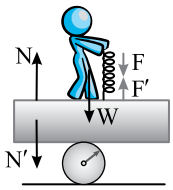
۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۳

پاسخ: وزن وزنه $W=mg=0/1\times10=1N$ است و نیروی ۰/۸N قادر نیست که آن را از سطح زمین بلند کند، بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۱۰۸۹- گزینه‌ی ۳ راه‌حل عادی: شخصی روی باسکول ایستاده و ساکن است. بنابراین باسکول وزن شخص را نشان می‌دهد.

$N = W \Rightarrow N = ۶۰۰N$

راه‌حل پیچیده:



نیروهای وارد بر جسم:

۱- نیروی وزن که توسط کره‌ی زمین رو به پایین وارد می‌شود.

۲- نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف باسکول رو به بالا وارد می‌شود.

۳- نیروی واکنش فنر که بر دست شخص رو به پایین وارد می‌شود.

شخص ساکن است. از این رو: $\sum F = ۰ \Rightarrow N = W + f \quad (۱)$

نیروهای وارد بر باسکول:

۱- نیروی N' واکنش N توسط شخص رو به پایین بر کف باسکول وارد می‌شود.

۲- نیروی f' که برابر f بوده و توسط فنر رو به بالا بر کف باسکول وارد می‌شود.

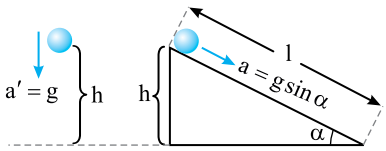
نیرویی که باسکول تحمل می‌کند و توسط باسکول نمایش داده می‌شود. $F = N - f \quad (۲)$

در این صورت: $\xrightarrow{(۱),(۲)} F = (W + f) - f \Rightarrow F = W$

و باسکول F را که با W برابر است یعنی $۶۰۰N$ را نشان می‌دهد.

B ۱۰۹۰- گزینه‌ی ۴ شتاب روی سطح شیب‌دار $a = g\sin\alpha$ و شتاب در امتداد قائم $a' = g$ است، بنابراین:

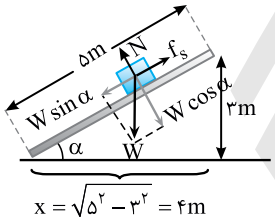
$$h = \frac{۱}{۲}a't'^{۲} = \frac{۱}{۲}gt'^{۲} \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{۲h}{g}}$$



$$\begin{cases} l = \frac{۱}{۲}at^{۲} = \frac{۱}{۲}(g\sin\alpha)t^{۲} \\ h = l\sin\alpha \Rightarrow l = \frac{h}{\sin\alpha} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{۱}{۲}g\sin\alpha t^{۲}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{۲h}{g\sin^{۲}\alpha}} = \frac{۱}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{۲h}{g}} = \frac{۱}{\sin\alpha}t' \Rightarrow t' = t\sin\alpha$$

B ۱۰۹۱- گزینه‌ی ۳ نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم:

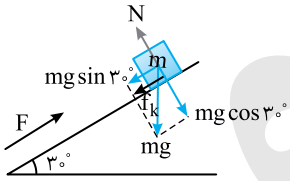


$$f_s = mg\sin\alpha \Rightarrow \mu_s mg\cos\alpha = mg\sin\alpha \Rightarrow \mu_s = \tan\alpha$$

به کمک شکل مقدار $\tan\alpha$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\mu_s = \tan\alpha = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$$

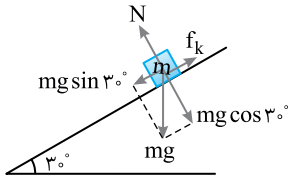
C ۱۰۹۲- گزینه‌ی ۱ هنگام بالا رفتن وزنه شتاب حرکت برابر است با:



$$\sum F = ma \Rightarrow -mg\sin ۳۰^\circ - \mu_k mg\cos ۳۰^\circ = ma_۱$$

$$a_۱ = -(۵ + ۵\sqrt{۳}\mu_k)$$

هنگام پایین آمدن وزنه شتاب حرکت برابر است با:



$$\sum F = ma \Rightarrow -mg\sin ۳۰ + \mu_k mg\cos ۳۰ = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = -(۵ - ۵\sqrt{۳}\mu_k)$$

اکنون شتاب حرکت را هنگام بالا رفتن و هنگام پایین آمدن به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^{۲} - v_۰^{۲} = ۲a\Delta x$$

$$\begin{cases} \text{هنگام بالا رفتن} \quad ۰ - v_۰^{۲} = ۲a_۱\Delta x \Rightarrow a_۱ = \frac{-v_۰^{۲}}{۲\Delta x} \Rightarrow a_۱ = \frac{-۱۶}{۲\Delta x} \\ \text{هنگام پایین آمدن} \quad v^{۲} - ۰ = ۲a_۲(-\Delta x) \Rightarrow a_۲ = \frac{-v^{۲}}{۲\Delta x} \Rightarrow a_۲ = \frac{-۴}{۲\Delta x} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲} = ۴$$

اکنون نسبت شتاب‌های به دست آمده را برابر ۴ قرار می‌دهیم:

$$\frac{-(5+5\sqrt{3}\mu_k)}{-(5-5\sqrt{3}\mu_k)}=4\Rightarrow\frac{(1+\sqrt{3}\mu_k)}{(1-\sqrt{3}\mu_k)}=4\Rightarrow 1+\sqrt{3}\mu_k=4-4\sqrt{3}\mu_k\Rightarrow 5\sqrt{3}\mu_k=3\Rightarrow\mu_k=\frac{3}{5\sqrt{3}}$$

شتاب a_1 را حساب می‌کنیم.

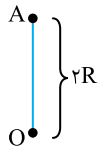
$$a_1=-(5+5\sqrt{3}\mu_k)\Rightarrow a_1=-8\frac{m}{s^2}$$

از روی معادله‌ی مستقل از زمان Δx را به دست می‌آوریم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-16=2(-8)\Delta x\Rightarrow\Delta x=OA=1m$$

حل این تست به کمک قضیه‌ی کار و انرژی که در سال دوم خوانده‌اید بسیار راحت‌تر است.

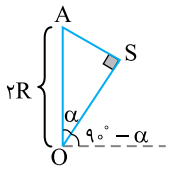
Ⓒ ۱۰۹۳- گزینه‌ی ۴



$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2\Delta x}{a}}$$

$$a_{AO}=g\ ,\ AO=2R\Rightarrow t_{AO}=\sqrt{\frac{4R}{g}}$$

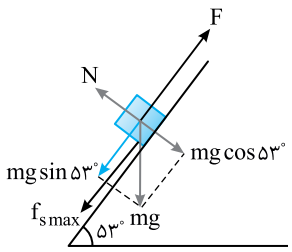
برای نقطه‌ی دلخواه S مسأله را پی می‌گیریم.



$$\begin{cases}a_{SO}=g\sin(90^\circ-\alpha)=g\cos\alpha\\ SO=AO\cos\alpha=2R\cos\alpha\end{cases}\Rightarrow t_{SO}=\sqrt{\frac{4R}{g}}$$

پس این‌که زاویه‌ی α چه مقدار باشد، تفاوتی در زمان رسیدن به O نمی‌کند.

Ⓑ ۱۰۹۴- گزینه‌ی ۳ در زاویه‌ی شیب 37°، جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد. از این‌رو:



$$mg\sin 37^\circ=f_{s\,max}\Rightarrow mg\sin 37^\circ=\mu_s mg\cos 37^\circ\Rightarrow\mu_s=\frac{3}{4}$$

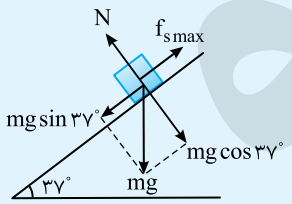
وقتی زاویه شیب 53° می‌شود جسم شروع به لغزیدن رو به پایین می‌کند زیرا $mg\sin\alpha$ افزایش می‌یابد. اما برای آن‌که جسم در آستانه‌ی حرکت باشد و بیشینه نیروی وارد بر آن را بخواهیم باید بدانیم که جسم قرار است در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار گیرد در این صورت نیروی اصطکاک ایستایی رو به پایین و در جهت $mg\sin\alpha$ خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F=mg\sin 53^\circ+\mu_s mg\cos 53^\circ\Rightarrow F=15\times 0/8+\frac{3}{4}\times 15\times 0/6\Rightarrow F=12+6/75\Rightarrow F=18/75N$$

تست: جسمی به جرم $1/5kg$ روی سطح شیبداری که زاویه‌ی شیب آن قابل تغییر است ساکن می‌باشد. به آرامی شیب سطح را زیاد می‌کنیم هنگامی که $\alpha=37^\circ$ می‌شود جسم در آستانه‌ی حرکت قرار می‌گیرد. اگر زاویه سطح شیبدار با افق 53° شود کمینه نیرویی که عمود بر سطح شیبدار باید بر جسم وارد کرد تا در آستانه‌ی حرکت باقی بماند چند نیوتون است؟ $(\sin 37^\circ=0/6\ ,\ g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

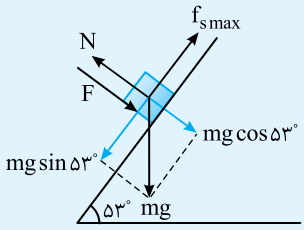
پاسخ: در حالت اول جسم ساکن و نیروهای وارد بر آن مطابق شکل است.



$$\sum F=0\Rightarrow mg\sin 37^\circ=f_{s\,max}\Rightarrow mg\sin 37^\circ=\mu_s mg\cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow\mu_s=\tan 37^\circ\Rightarrow\mu_s=\frac{3}{4}$$

در حالت دوم جسم هم‌چنان در آستانه‌ی حرکت است. از این رو:



$$mg\sin 53^\circ=f_{s\,max}\Rightarrow mg\sin 53^\circ=\mu_s N$$

البته این‌بار نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با: $N=F+mg\cos 53^\circ$

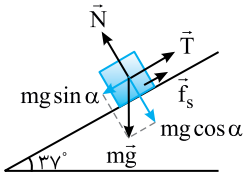
بنابراین خواهیم داشت:

$$mg\sin 53^\circ=\mu_s(F+mg\cos 53^\circ)\Rightarrow 15\times 0/8=\frac{3}{4}(F+15\times 0/6)$$

$$\Rightarrow 16=F+9\Rightarrow F=7N$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓒ **۱۰۹۵- گزینه‌ی ۳** نیروی اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:



$$f_{s\,max}=\mu_s\, mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow f_{s\,max}=۰/۱\times۲\times۱۰\times۰/۸=۱/۶N$$

اگر جسم در آستانه‌ی حرکت رو به پایین باشد:

$$T_{min}+f_{s\,max}=mg\sin\alpha\Rightarrow T_{min}=mg\sin\alpha-f_{s\,max}$$

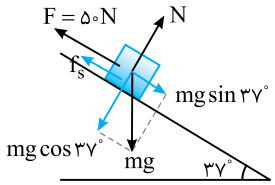
اگر نخ دارای کشیدگی باشد، به قدری که بخواهد جسم را رو به بالا حرکت دهد، در این صورت:

$$T_{max}=mg\sin\alpha+f_{s\,max}$$

در نتیجه:

$$mg\sin\alpha-f_{s\,max}\le T\le mg\sin\alpha+f_{s\,max}\Rightarrow ۱۰/۴N\le T\le ۱۳/۶N$$

Ⓒ **۱۰۹۶- گزینه‌ی ۴** نیروی $mg\sin ۳۷^\circ$ می‌خواهد جسم را به سوی پایین بکشد. این نیرو $mg\sin ۳۷^\circ=۶۰N$ است و از نیروی $F=۵۰N$ بزرگ‌تر است. از طرفی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت برابر است با:

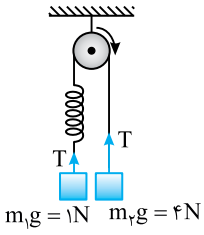


$$f_{s\,max}=\mu_s N=\mu_s mg\cos ۳۷^\circ=۰/۴\times۱۰\times۱۰\times۰/۸=۳۲N$$

پس نیروی F قادر به حرکت دادن جسم رو به بالا نیست. از طرفی $mg\sin ۳۷^\circ$ نیز نمی‌تواند جسم را به پایین حرکت دهد و جسم ساکن است.

$$\sum F=۰\Rightarrow F+f_s=mg\sin ۳۷^\circ\Rightarrow ۵۰+f_s=۶۰\Rightarrow f_s=۱۰N$$

Ⓑ **۱۰۹۷- گزینه‌ی ۲** ابتدا کشش نخ را به‌دست می‌آوریم:



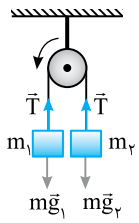
$$\begin{cases} m_۲g-T=m_۲a\\ T-m_۱g=m_۱a\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۴-T=۰/۴\,a\\ T-۱=۰/۱\,a\end{cases}\Rightarrow a=۶\frac{m}{s^۲}\ ,\ T=۱/۶N$$

$$T=k\Delta l\Rightarrow ۱/۶=۲۰۰\,\Delta l\Rightarrow \Delta l=\frac{۰/۸}{۱۰۰}=۰/۸\,cm$$

Ⓑ **۱۰۹۸- گزینه‌ی ۴** نیروی کشسانی فنر برابر نیروی ۴ نیوتونی است، هرگاه جرم فنر و یا نخ ناچیز باشد، کشش آن برابر نیرویی است که به طور مستقیم بر فنر یا نخ وارد می‌شود به شرط آن‌که سر دیگر نخ یا فنر به وزنه‌ای متصل باشد:

$$F=k\Delta l\Rightarrow ۴=۲۰۰\,\Delta l\Rightarrow \Delta l=۰/۰۲m=۲cm$$

Ⓒ **۱۰۹۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا دستگاه در حال سکون است، بنابراین جرم‌های سمت راست و سمت چپ قرقره باید با هم برابر باشند.



$$m_۱=m_۲+۱۰\qquad(۱)$$

پس از بریدن طناب B دستگاه با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به حرکت درمی‌آید.

$$\begin{cases} m_۱g-T=m_۱a\\ T-m_۲g=m_۲a\end{cases}\Rightarrow a=\frac{m_۱-m_۲}{m_۱+m_۲}g\Rightarrow ۲=\frac{m_۱-m_۲}{m_۱+m_۲}\times۱۰\Rightarrow ۲m_۱+۲m_۲=۱۰m_۱-۱۰m_۲$$

$$\Rightarrow ۱۲m_۲=۸m_۱\Rightarrow m_۱=\frac{۳}{۲}m_۲\qquad(۲)$$

حال به کمک رابطه‌های (۱) و (۲)، $m_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{۳}{۲}m_۲=m_۲+۱۰\Rightarrow\frac{m_۲}{۲}=۱۰\Rightarrow m_۲=۲۰kg\quad,\quad m_۱=۳۰kg$$

Ⓑ **۱۱۰۰- گزینه‌ی ۱** پس از حرکت دستگاه، نیروی برآیند وارد بر وزنه‌ها صفر است و حرکت دو جسم یکنواخت است، بنابراین:

$$\Delta x=v_۰\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{h}{v_۰}=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵\,s$$

Ⓐ **۱۱۰۱- گزینه‌ی ۴** شتاب حرکت این وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\sum F=ma \Rightarrow m_A g-m_B g=(m_A+m_B)a \Rightarrow ۵-۴=(۰/۵+۰/۴)a \Rightarrow a=\frac{۱}{۰/۹} \Rightarrow a=\frac{۱۰}{۹}\frac{m}{s^۲}$$

سرعت حرکت وزنه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=\frac{۱۰}{۹}\times ۰/۹+۰ \Rightarrow v=۱\frac{m}{s}$$

اکنون نسبت بزرگی تکانه‌ی A و B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{|P_A|}{|P_B|}=\frac{mv_A}{mv_B}=\frac{۰/۵\times ۱}{۰/۴\times ۱} \Rightarrow \frac{|P_A|}{|P_B|}=۱/۲۵$$

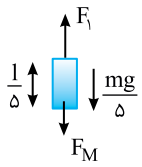
Ⓒ **۱۱۰۲- گزینه‌ی ۴** هنگام بالارفتن شخص، نیروهای وارد بر او، کشش نخ T و نیروی وزن است. وقتی $T>mg$ است و شخص شتاب a $(T-mg=ma)$ رو به بالا می‌یابد، هم‌زمان نیروهای وارد بر آینه نیز همان T و mg و شتاب آینه نیز a است. یعنی شخص دارای هر وضعیت حرکتی باشد، آینه نیز دارای همان وضعیت است، بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است.

Ⓑ **۱۱۰۳- گزینه‌ی ۱** شتاب هر سه وزنه یکسان است. نیروی کشش $T_۱$ جرم $۲+۵=۷kg$ و نیروی کشش $T_۲$ جرم ۵kg را با شتاب یکسان بالا می‌برند، بنابراین:

$$\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{۷}{۵}=۱/۴$$

Ⓑ **۱۱۰۴- گزینه‌ی ۳** چون جرم و شتاب حلقه‌ی بالایی با جرم و شتاب حلقه‌ی پایینی برابر است، برآیند نیروهای وارد بر آن‌ها یکی است.

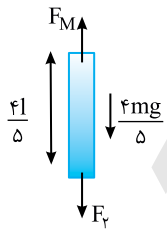
Ⓑ **۱۱۰۵- گزینه‌ی ۲** میله را به دو تکه تقسیم می‌کنیم و برای هر قسمت نیروها را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:



$$F_۱-\frac{mg}{۵}-F_M=\frac{m}{۵}a \qquad (۱)$$

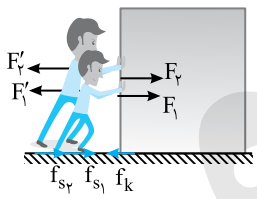
$$F_M-\frac{۴mg}{۵}-F_۲=\frac{۴m}{۵}a \qquad (۲)$$

عبارت اول را در عدد ۴ ضرب کرده و طرف چپ آن را با طرف چپ رابطه‌ی دوم برابر قرار می‌دهیم:



$$۴F_۱-\frac{۴mg}{۵}-۴F_M=F_M-\frac{۴mg}{۵}-F_۲ \Rightarrow ۴F_۱+F_۲=۵F_M \Rightarrow F_M=\frac{۴F_۱+F_۲}{۵}$$

Ⓒ **۱۱۰۶- گزینه‌ی ۲** دو نفر به‌ترتیب نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ را به بسته وارد می‌کنند. بنا به قانون سوم نیوتون، بسته نیروهای $F'_۱$ و $F'_۲$ را که برابر $F_۱$ و $F_۲$ است به دو نفر وارد می‌کند. از طرفی:



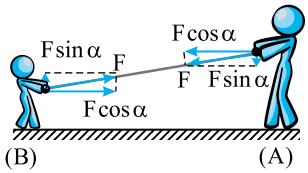
$$\left.\begin{array}{l} F_۱+F_۲=f_k \\ F'_۱+F'_۲=f_{s_۱}+f_{s_۲} \end{array}\right\} \Rightarrow f_{s_۱}+f_{s_۲}=f_k$$

$$\mu_s(m_۱g+m_۲g)=\mu_k Mg \Rightarrow \mu_s(۴۰۰+۶۰۰)=۰/۲\times ۲۰۰۰ \Rightarrow \mu_s=۰/۴$$

Ⓑ **۱۱۰۷- گزینه‌ی ۱** نیرویی که سبب شتاب گرفتن شخص می‌شود، نیروی اصطکاک بین کفش او و سطح پیست است.

$$\sum F=ma \Rightarrow \mu_s mg=ma \Rightarrow a=\mu_s g=۰/۹۵\times ۱۰=۹/۵\frac{m}{s^۲}$$

Ⓑ **۱۱۰۸- گزینه‌ی ۱** نیروی F را از هر طرف بر مجموعه وارد کنیم، شتاب حرکت $a=\frac{F}{m_A+m_B}$ خواهد بود. اما اگر نیروی F بر A وارد شود، نیروی F' بین A و B، جرم ۵kg را هُل می‌دهد و اگر نیروی F بر B وارد شود، نیروی F'' بین A و B، جرم ۳kg را با همان شتاب هُل می‌دهد، بنابراین $\frac{F''}{F'}=\frac{۳}{۵}$ است.



C ۱۱۰۹- گزینه‌ی ۳ بنابر قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کنند، با هم برابر است و در حالت اول که اصطکاک ناچیز است مؤلفه‌ی $F\cos\alpha$ که در راستای افقی به هر دو شتاب می‌دهد مساوی است. جرم هر دو نیز یکسان بوده پس شتاب هر دو یکی است و با هم به خط پایان می‌رسند. اما وقتی اصطکاک وجود دارد:

(A) نیروی عمودی سطح برای شخص بلندقد : $N_A = W + F\sin\alpha$

(B) نیروی عمودی سطح برای شخص کوتاه‌قد : $N_B = W - F\sin\alpha$

به همین علت اصطکاک برای شخص A از اصطکاک برای شخص B بیش‌تر و شتاب شخص بلندقد کم‌تر است، بنابراین شخص کوتاه قامت زودتر به خط پایان می‌رسد.

$$N_B < N_A \Rightarrow f_{k_B} < f_{k_A} \Rightarrow F\cos\alpha - f_{k_B} > F\cos\alpha - f_{k_A} \Rightarrow \sum F_B > \sum F_A \Rightarrow a_B > a_A$$

C ۱۱۱۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا نیروی اصطکاک بین وزنه‌ها و سطح را به‌دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k N = ۰/۴ \times ۵۰ = ۲۰\,N > ۱۰\,N$$

چون نیروی F از اصطکاک کم‌تر است، بنابراین جسم ۵kg حرکت نکرده و بر جسم ۲kg نیرو وارد نمی‌کند.

B ۱۱۱۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا اصطکاک هر جسم با سطح را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{k_A} = \mu_k m_A g = ۰/۲ \times ۳۰ = ۶N \quad , \quad f_{k_B} = \mu_k m_B g = ۰/۴ \times ۲۰ = ۸N$$

حال شتاب حرکت مجموعه را به‌دست می‌آوریم:

$$F - f_{k_A} - f_{k_B} = (m_A + m_B + m)a \Rightarrow ۳۲ - ۱۴ = ۶a \Rightarrow a = ۳\frac{m}{s^۲}$$

نیروی کشش در وسط میله‌ی M ، وزنه‌ی A و نصف جرم میله را با شتاب فوق به‌دنبال خود می‌کشد.

$$T - f_{k_A} = (m_A + \frac{m}{۲})a \Rightarrow T - ۶ = (۳/۵)۳ \Rightarrow T = ۱۶/۵\,N$$

تذکر: این تست دارای اشکال عمده‌ای است، زیرا در به‌دست آوردن نیروی اصطکاک، وزن میله در نظر گرفته نشده است و در واقع تست باید از آزمون حذف می‌شد.

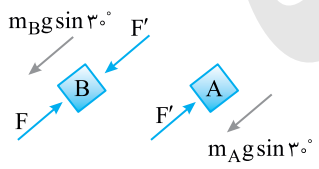
B ۱۱۱۲- گزینه‌ی ۳ چون میله همگن است نیمی از وزن آن روی جسم جلویی و نیمه‌ی دیگر روی جسم عقبی است که باید در محاسبه‌ی اصطکاک در نظر گرفته شود.

برای محاسبه‌ی اصطکاک برای جسم جلویی داریم:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (M + \frac{m}{۲}) \Rightarrow f_k = ۰/۲(۲ + \frac{۱}{۲}) \times ۱۰ = ۵N$$

حال برای محاسبه‌ی شتاب اجسام، تمام اجسام را یک جسم فرض می‌کنیم، به طوری که جرم کل ۵kg می‌شود. به‌این ترتیب:

$$\sum F = F - f_k = m_T a \Rightarrow ۱۵ - ۵ = ۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$



B ۱۱۱۳- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** نیروهای وارد بر A و B را مشخص می‌کنیم. F′ نیروی کشسانی فنر است.

$$\begin{cases} A: \sum F = ma \Rightarrow F' - m_A g\sin ۳۰^\circ = m_A a \\ B: \sum F = ma \Rightarrow F - F' - m_B g\sin ۳۰^\circ = m_B a \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم}}$$

$$F - m_A g\sin ۳۰^\circ - m_B g\sin ۳۰^\circ = (m_A + m_B)a \Rightarrow ۳۵ - ۱۵ - ۱۰ = ۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$F' - m_A g\sin ۳۰^\circ = m_A a \Rightarrow F' = ۲۱N$$

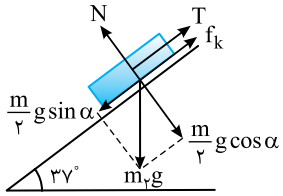
راه‌حل دوم: نیروی ۳۵N، جرم کل ۵kg را رو به بالا حرکت می‌دهد. نیروی F′ چند نیوتون باشد تا ۳kg را رو به بالا ببرد؟

۵kg ۳۵N

۳kg F′=۲۱N

B **۱۱۱۴- گزینه‌ی ۳** شتاب حرکت زنجیر را به دست می‌آوریم:

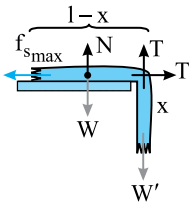
$$\sum F=ma\Rightarrow mg\sin\alpha-\mu_k mg\cos\alpha=ma\Rightarrow a=g\sin\alpha-\mu_k g\cos\alpha\Rightarrow a=۶-۰/۲\times۱۰\times۰/۸\Rightarrow a=۴/۴\,\frac{m}{s^۲}$$



اکنون نصف زنجیر را یک جسم فرض می‌کنیم:

$$\frac{m}{۲}g\sin ۳۷^\circ-T-\mu_k\frac{m}{۲}g\cos ۳۷^\circ=\frac{m}{۲}a\Rightarrow ۳-T-۰/۲\times۴=\frac{۱}{۲}\times۴/۴\Rightarrow T=۰$$

C **۱۱۱۵- گزینه‌ی ۳** فرض می‌کنیم طول x از طناب آویزان باشد. اگر جرم کل طناب m باشد، وزن طناب روی میز خواهد شد: $W=\frac{l-x}{l}mg$، بنابراین:



$$\begin{cases}\sum F=۰\Rightarrow T-f_{s\,max}=۰\\ \sum F=۰\Rightarrow W'-T=۰\end{cases}\Rightarrow W'-f_{s\,max}=۰\Rightarrow W'=f_{s\,max}$$

وزن قسمت آویزان $W'=\frac{x}{l}mg$ است، بنابراین داریم:

$$(\frac{x}{l})mg=\mu_s(\frac{l-x}{l})mg\Rightarrow x=\mu_s(l-x)\Rightarrow x=۰/۲l-۰/۲x\Rightarrow x=\frac{l}{۶}$$

B **۱۱۱۶- گزینه‌ی ۱** اگر به صورت سؤال دقت کنید مسأله بیش‌تر به مبحث حرکت‌شناسی مربوط است تا دینامیک، ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱}{۲}a(۱)^۲\Rightarrow a=۱\,\frac{m}{s^۲}$$

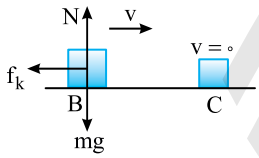
سرعت دو وزنه در لحظه‌ی $t=۱s$ را به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۱\times۱=۱\,\frac{m}{s}$$

پس از پاره شدن نخ وزنه‌ی B با شتاب g سقوط می‌کند.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta y=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۱+۱\times۱=۶m$$

C **۱۱۱۷- گزینه‌ی ۱** وقتی نخ پاره می‌شود نیروی اصطکاک سبب توقف M می‌شود.



$$\sum F=Ma_{BC}\Rightarrow\mu_k Mg=Ma_{BC}\Rightarrow a_{BC}=\mu_k g$$

با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-v_۰^۲=۲(-\mu_k g)(\frac{۷۲}{۱۰۰})\Rightarrow v_۰^۲=۱۴/۴\mu_k$$

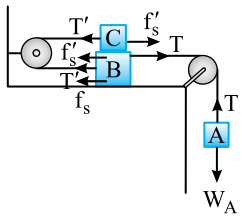
این سرعت، سرعت انتهایی قسمت AB است از این‌رو:

$$v_۰^۲=v_B^۲\quad,\quad v_B^۲-v_A^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۴/۴\mu_k-۰=۲a_{AB}\times۰/۶\Rightarrow ۱۴/۴\mu_k=۱/۲a_{AB}\Rightarrow\mu_k=\frac{a_{AB}}{۱۲}$$

قانون دوم را برای دستگاه قبل از پاره شدن نخ می‌نویسیم:

$$mg-\mu_k Mg=(m+M)a_{AB}\Rightarrow ۱۰-\frac{a_{AB}}{۱۲}\times۴۰=(۵)a_{AB}\Rightarrow a_{AB}=۱/۲\,\frac{m}{s^۲}$$

B **۱۱۱۸- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر جسم‌ها را رسم می‌کنیم:

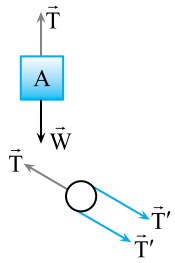


$$A:W_A=T\qquad B:T=f_s+f_s'+T'\qquad C:T'=f_s'$$

سه رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$W_A=f_s+۲f_s'\Rightarrow W_A=\mu_s(W_B+W_C)+۲\mu_s W_C$$

$$\Rightarrow W_A=\frac{۱}{۴}(۳۰۰)+۲(\frac{۱}{۴})\times(۱۰۰)\Rightarrow W_A=۱۲۵N$$

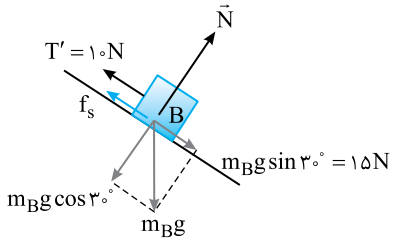


۱۱۱۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به نیروهای وارد بر وزنه‌ی A، کشش T برابر است با:

$T = m_A g = ۲۰N$

در این‌صورت کشش T' برابر است با:

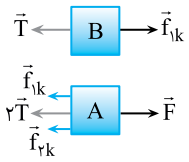
$۲T' = T \Rightarrow ۲T' = ۲۰ \Rightarrow T' = ۱۰N$



حال نیروهای وارد بر وزنه‌ی B را بررسی می‌کنیم. با توجه به حالت تعادل دستگاه، باید نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر وزنه‌ی B از طرف سطح شیبدار، ۵N رو به بالا باشد.

$T' + f_s = mg \sin ۳۰^\circ$

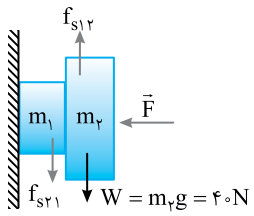
$\Rightarrow ۱۰ + f_s = ۱۵ \Rightarrow f_s = ۵\ N$



۱۱۲۰- گزینه‌ی ۴ چون سرعت ثابت است، برآیند نیروها برابر صفر است.

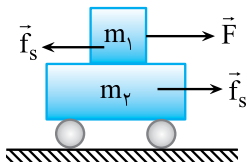
$$\begin{cases} \sum F = ma = ۰ \Rightarrow T - f_{۱k} = ۰ \Rightarrow T = f_{۱k} \\ \sum F = ma = ۰ \Rightarrow F - ۲T - f_{۱k} - f_{۲k} = ۰ \end{cases} \Rightarrow F - ۳f_{۱k} - f_{۲k} = ۰$$

$\Rightarrow F = \mu_k ۳m_B g + \mu_k (m_B + m_A) g = \mu_k g (۴m_B + m_A) = ۴/۴N$



۱۱۲۱- گزینه‌ی ۴ نیروی وزن جسم ۴ کیلوگرمی رو به پایین بوده و نیروی اصطکاکی که وزنه‌ی $m_۱$ بر $m_۲$ وارد می‌کند، نیروی وزن را خنثی می‌کند، رو به بالا و برابر $f_s = W = ۴۰N$ است.

در نتیجه نیرویی که $m_۲$ بر $m_۱$ وارد می‌کند، ۴۰N و رو به پایین است.



۱۱۲۲- گزینه‌ی ۳ نیروی اصطکاک ایستایی بین جعبه و ارابه را به‌دست می‌آوریم:

$f_{s\,max} = \mu_s mg = ۰/۴ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۶N$

چون $F = ۸N < ۱۶N$، جعبه و ارابه با یک شتاب حرکت می‌کنند:

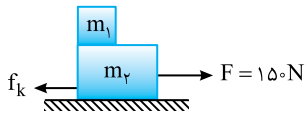
$F = (m_۱ + m_۲) a \Rightarrow a = ۰/۵ \frac{m}{s^۲}$

نیروی اصطکاک بین جعبه و ارابه باعث حرکت ارابه است: $f_s = m_۲ a = ۶N$، بنابراین اصطکاک از ۸N کم‌تر است.

۱۱۲۳- گزینه‌ی ۴ نیروی اصطکاک ایستایی بین $m_۲$ و سطح افقی را به دست می‌آوریم.

$f_{s\,max} = \mu_s (m_۱ + m_۲) g = f_{s\,max} = ۰/۴(۱۰ + ۱۵) \times ۱۰ \Rightarrow f_{s\,max} = ۱۰۰N$

نیروی افقی $F = ۱۵۰N$ از ۱۰۰N بیش‌تر است و $m_۲$ شروع به لغزیدن می‌کند و چون بین $m_۱$ و $m_۲$ اصطکاک وجود ندارد، $m_۱$ ساکن می‌ماند و شتاب آن صفر است.



شتاب حرکت $m_۲$ را به دست می‌آوریم:

$F - f_k = m_۲ a \Rightarrow F - \mu_k (m_۱ + m_۲) g = m_۲ a$

$۱۵۰ - ۰/۳ \times (۱۰ + ۱۵) \times ۱۰ = ۱۵a \Rightarrow ۱۵۰ - ۷۵ = ۱۵a \Rightarrow a = ۵ \frac{m}{s^۲}$

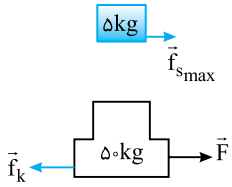
۱۱۲۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا اصطکاک ایستایی بین $m_۱$ و $m_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$f_{s\,max} = \mu_s m_۱ g = ۰/۴ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۶N$

چون $f_{s\,max} > F$ است، $m_۱$ بر روی $m_۲$ نمی‌لغزد، در این صورت مجموع آن‌ها را می‌توان یکپارچه فرض کرد و داریم:

$\sum F = ma \Rightarrow ۱۰ = (۴ + ۶) a \Rightarrow a = ۱ \frac{m}{s^۲}$

C ۱۱۲۵- گزینه‌ی ۱



در آستانه‌ی لغزیدن : $f_{s\,max}=ma \Rightarrow \mu_s mg=ma_m$

حداکثر شتاب بدون لغزش $\Rightarrow \mu_s g=a_m \Rightarrow a_m=0/4\times 10=4\,\frac{m}{s^2}$

چون بیشینه‌ی شتاب جسم 5kg که توسط اصطکاک ایجاد می‌شود برابر $4\,\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین نیروی F باید به مجموعه حداکثر شتاب $4\,\frac{m}{s^2}$ بدهد تا دو جسم با هم و با یک شتاب حرکت کرده و جسم 5kg بر جسم 45kg نلغزد. در این صورت دو جسم را یک جسم 50kg در نظر می‌گیریم که F می‌خواهد آن را با شتاب $4\,\frac{m}{s^2}$ به حرکت درآورد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum F=ma_m \Rightarrow F_m-f_k=(45+5)a \Rightarrow F_m-\mu_k(450+50)=50\times 4 \Rightarrow F_m-0/2\times 500=200 \Rightarrow F_m=300N$$

D ۱۱۲۶- گزینه‌ی ۱ ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s_{max}}=\mu_s N=\mu_s mg \Rightarrow f_{s_{max}}=0/3\times 3\times 10=9N$$

این نیروی اصطکاک، سبب حرکت وزنه‌ی ۳ کیلوگرمی می‌شود و به آن شتاب مقابل را می‌دهد:

$$a_{max}=\frac{f_s}{m}=\frac{9}{3}=3\,\frac{m}{s^2}$$

اگر نیروی F بخواهد هر دو جسم را با هم حرکت دهد باید به مجموعه، حداکثر شتاب $3\,\frac{m}{s^2}$ را بدهد، بنابراین نیروی F باید برابر مقدار زیر شود.

$$F_m=(M+m)a \Rightarrow F_m=(5+3)\times 3=24N$$

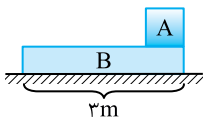
اگر به تست دقت کنید نیروی F برابر 12N بوده و از 24N کم‌تر است، بنابراین دو جسم با هم حرکت می‌کنند و دارای شتاب یکسان هستند.

$$F=(M+m)a \Rightarrow 12=(5+3)a \Rightarrow a=1/5\,\frac{m}{s^2}$$

نیروی اصطکاک سبب حرکت $m=3kg$ با شتاب $1/5\,\frac{m}{s^2}$ شده است، در این صورت:

$$f_s=ma=3\times 1/5=4/5N$$

C ۱۱۲۷- گزینه‌ی ۳ عامل حرکت A نیروی اصطکاک بین A و B است. بیشینه شتابی که A در اثر اصطکاک می‌تواند به‌دست آورد را حساب می‌کنیم:



$$f_{s\,max}=m_A a_A \Rightarrow \mu_s m_A g=m_A a_A \Rightarrow a_A=0/15\times 10=1/5\,\frac{m}{s^2}$$

این شتاب از شتابی که F به جسم B می‌دهد $(a_B=3\,\frac{m}{s^2})$ کم‌تر است. بنابراین جسم A بر جسم B می‌لغزد و از آن عقب می‌ماند.

شتاب حرکت A را در اثر اصطکاک جنبشی بین A و B به‌دست می‌آوریم:

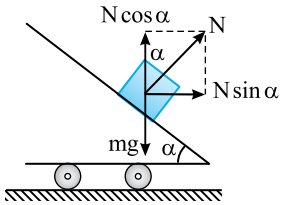
$$f_k=m_A a_A \Rightarrow \mu_k m_A g=m_A a_A \Rightarrow 0/1\times 10=a_A \Rightarrow a_A=1\,\frac{m}{s^2}$$

معادله‌ی حرکت نقطه‌ی جلوی جسم‌های A و B را می‌نویسیم.

$$x_A=\frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times 1\times t^2 \Rightarrow x_A=\frac{t^2}{2} \quad , \quad x_B=\frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow x_B=\frac{1}{2}\times 3\times t^2 \Rightarrow x_B=\frac{3t^2}{2}$$

هنگامی A از B پایین می‌افتد که B ، سه متر بیش‌تر از A جابه‌جا شده باشد:

$$x_B-x_A=3 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2-\frac{1}{2}t^2=3 \Rightarrow t=\sqrt{3}s$$



C **۱۱۲۸- گزینه‌ی ۱** نیروهـای وارد بر m را رسـم می‌کنیم. نیروی افقی $N\sin\alpha$ به m شتاب افقی $۷/۵\,\frac{m}{s^۲}$ می‌دهد.

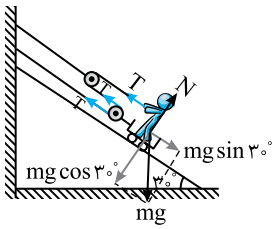
$$N\sin\alpha = ma \qquad (۱)$$

نیروی $N\cos\alpha$ نیروی وزن را خنثی می‌کند.

$$N\cos\alpha = mg \qquad (۲)$$

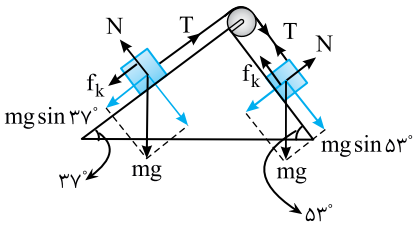
از تقسیم دو رابطه‌ی (۱) و (۲) بر هم خواهیم داشت:

$$\tan\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۷/۵}{۱۰} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$



B **۱۱۲۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل به نیروهای وارد بر شخص و ارابه دقت کنید.

$$\sum F = ma \Rightarrow ۳T - mg\sin ۳۰^\circ = m\times ۱ \Rightarrow ۳T = ۸۰ + (۸۰\times ۱۰\times \frac{۱}{۲}) \Rightarrow T = ۱۶۰N$$



B **۱۱۳۰- گزینه‌ی ۴** ابتدا به کمک تجزیه‌ی نیروها و قانون دوم نیوتون شـتاب حرکت وزنه‌ها را تا قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم.

$$\sum F = ma$$

$$mg\sin ۵۳^\circ - mg\sin ۳۷^\circ - \mu_k mg\cos ۵۳^\circ - \mu_k mg\cos ۳۷^\circ = ۲ma$$

$$۱۰\times ۰/۸ - ۱۰\times ۰/۶ - ۰/۱\times ۱۰\times ۰/۶ - ۰/۱\times ۱۰\times ۰/۸ = ۲a \Rightarrow a = ۰/۳\,\frac{m}{s^۲}$$

در لحظه‌ی پاره شدن سرعت حرکت A را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۰/۳\times \frac{۲۰}{۳} \Rightarrow v = ۲\,\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت وزنه‌ی A را پس از پاره شدن نخ حساب می‌کنیم (جهت حرکت A را مثبت در نظر می‌گیریم):

$$-mg\sin\alpha - \mu_k mg\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin ۳۷^\circ - \mu_k g\cos ۳۷^\circ \Rightarrow a = -۱۰\times ۰/۶ - ۰/۱\times ۱۰\times ۰/۸ \Rightarrow a_A = -۶/۸\,\frac{m}{s^۲}$$

معادله‌ی حرکت A بلافاصله پس از پاره شدن نخ برابر است با:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow x = -۳/۴t^۲ + ۲t$$

البته دقت کنید که این معادله‌ی حرکت تنها در موقع بالا رفتن A تا لحظه‌ی توقفش قابل قبول است زیرا در برگشت شتاب حرکت فرق می‌کند.

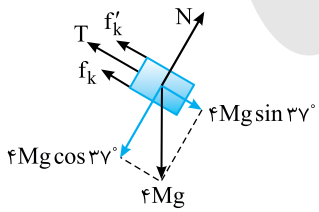
B **۱۱۳۱- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم.

اما تذکر این نکته لازم اسـت که بر وزنه‌ی ۴M، دو نیروی اصطکاک یکی نیروی اصطکاک بین ۴M و سـطح شـیب‌دار و دیگری نیروی اصطکاک بین ۴M و M وارد می‌شود که با حرکت ۴M به سمت پایین مخالفت می‌کنند.

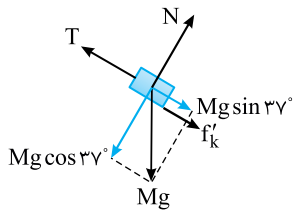
نیروی اصطکاک بین ۴M و سطح شیب‌دار $f_k = \mu_k(۴M+M)g\cos ۳۷^\circ \Rightarrow f_k = ۰/۲(۵M)\times ۱۰\times ۰/۸ = ۸M$

نیروی اصطکاک بین ۴M و M $f'_k = \mu_k(M)g\cos ۳۷^\circ \Rightarrow f'_k = ۰/۲(M)\times ۱۰\times ۰/۸ = ۱/۶M$

برای هر جسم $\sum F = Ma$ را می‌نویسیم:



$$۴M: ۴Mg\sin ۳۷^\circ - T - f'_k - f_k = ۴Ma \qquad (۱)$$

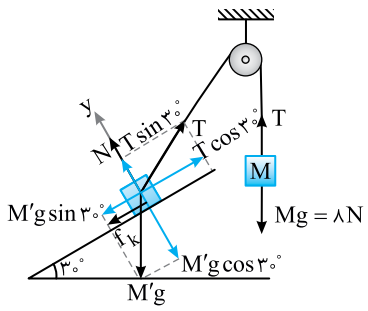


$$M: T - Mg\sin ۳۷^\circ - f'_k = Ma \qquad (۲)$$

رابطه‌ی (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$۴Mg\sin ۳۷^\circ - Mg\sin ۳۷^\circ - f_k - ۲f'_k = ۵Ma$$

$$\Rightarrow ۲۴M - ۶M - ۸M - ۳/۲M = ۵Ma \Rightarrow a = ۱/۳۶\,\frac{m}{s^۲}$$



C **۱۱۳۲- گزینه‌ی ۱** ابتدا به این موضوع دقت کنید که شتاب بلافاصله پس از حرکت وزنه‌ها $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ بیان شده است. زیرا با حرکت وزنه‌ها زاویه‌ی بین امتداد نخ متصل به وزنه‌ی M' و افق تغییر می‌کند و برآیند نیروها تغییر کرده حرکت دارای شتاب متغیر است. اما به حل مسأله می‌پردازیم:

برای هر یک از جسم‌ها قانون دوم نیوتون را بلافاصله پس از حرکت می‌نویسیم:

$$M: Mg - T = Ma \Rightarrow ۸ - T = ۰/۸ \times ۲/۵ \Rightarrow T = ۶N$$

$$M': T\cos ۳۰^\circ - M'g\sin ۳۰^\circ - f_k = M'a$$

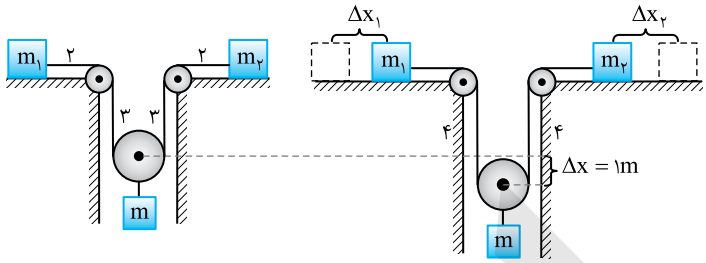
$$\Rightarrow ۶ \times \frac{۱/۷}{۲} - ۳ - f_k = ۰/۶ \times ۲/۵ \Rightarrow f_k = ۰/۶N$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با: $N = M'g\cos ۳۰^\circ - T\sin ۳۰^\circ = ۰/۶ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۶ \times \frac{۱}{۲} = ۳ \times ۱/۷ - ۳ \Rightarrow N = ۵/۱ - ۳ = ۲/۱N$

اکنون ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:

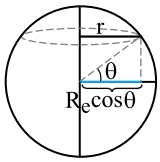
$$f_k = \mu_k N \Rightarrow ۰/۶ = \mu_k ۲/۱ \Rightarrow \mu_k = \frac{۲}{۷}$$

C **۱۱۳۳- گزینه‌ی ۳** فرض کنید طول طناب جمعاً ۱۰ متر باشد. وقتی وزنه‌ی M یک متر پایین بیاید، طول طناب در قسمت قائم از $۳+۳=۶m$ به $۴+۴=۸m$ می‌رسد، در این صورت باید وزنه‌های $m_۱$ و $m_۲$ جمعاً دو متر جابه‌جا شده باشند (البته وزنه‌ای که سبک‌تر است شتاب حرکت و جابه‌جایی‌اش بیش‌تر است) در نتیجه:



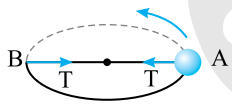
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}(\Delta x_۱ + \Delta x_۲) \Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲ = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}a_۱t^۲ + \frac{۱}{۲}a_۲t^۲) \Rightarrow a = \frac{a_۱ + a_۲}{۲}$$

B **۱۱۳۴- گزینه‌ی ۴** اندازه‌ی سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ است و هیچ اطلاعی از حرکت آن وجود ندارد. ممکن است حرکت دایره‌ای یکنواخت و یا حرکت با سرعت ثابت روی خط راست باشد.



B **۱۱۳۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو، شعاع چرخش را به‌دست آورده، شتاب را حساب می‌کنیم.

$$a = r\omega^۲ \xrightarrow[\text{شعاع چرخش نقطه} = r]{r = R_e\cos\theta} a = R_e\omega^۲\cos\theta$$



B **۱۱۳۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا نیروی کشش ریسمان را که نیروی مرکزگرا است، به‌دست می‌آوریم:

$$T = m\frac{v^۲}{r} = ۰/۰۲ \times \frac{۱۰۰}{۰/۲} = ۱۰N$$

در مدت نیم دوره، ذره به اندازه‌ی π روی دایره دوران کرده است، یعنی جهت نیروی کشش قرینه شده است.

$$\Delta T = ۲T\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۲} = ۲T = ۲۰N$$

A **۱۱۳۷- گزینه‌ی ۴** شتاب مرکزگرا برابر است با:

$$a = r\omega^۲ \Rightarrow \frac{۵\pi^۲}{۲} = ۱۰\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲ = \frac{\pi^۲}{۴} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

حال می‌توان به کمک سرعت زاویه‌ای به‌دست آمده، زمان را حساب کرد.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\pi}{۲} = \frac{\frac{\pi}{۳}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۲}{۳}s$$

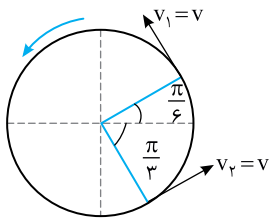
Ⓒ **۱۱۳۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta=\frac{\pi}{۲}t+\frac{\pi}{۶}\xrightarrow{\omega=\frac{d\theta}{dt}}\omega=\frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

سرعت خطی حرکت را حساب می‌کنیم:

$$v=r\omega\Rightarrow v=۱۰\frac{\pi}{۲}\Rightarrow v=۵\pi\frac{m}{s}$$

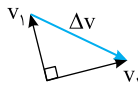
اکنون باید مشخص گردد که جسم در $t=۰$ و $t=۳s$ در چه مکان زاویه‌ای قرار دارد:



$$t=۰\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۶}$$

$$t=۳s\Rightarrow\theta=\frac{۳\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}=\frac{۵\pi}{۳}$$

با دانستن مکان زاویه‌ای و علم به این که بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است شکل روبه‌رو، در لحظه‌ی $t=۰$ و $t=۳s$ را رسم می‌کنیم. زاویه‌ی بین دو بردار سرعت، با توجه به شکل $\frac{\pi}{۲}$ است. اکنون به کمک ریاضیات تفاضل دو بردار سرعت را حساب می‌کنیم:



$$\Delta v=۲v\sin\frac{\alpha}{۲}=۲\times۵\pi\sin\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\Delta v=۵\sqrt{۲}\pi\frac{m}{s}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\bar{a}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}\pi$$

Ⓒ **۱۱۳۹- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۴s$، سرعت زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow\omega_۱=۲\times۲+۱=۵\frac{rad}{s}\\ t_۲=۴s\Rightarrow\omega_۲=۲\times۴+۱=۹\frac{rad}{s}\end{cases}$$

چون تابع ω بر حسب t خطی است، سرعت زاویه‌ای متوسط برابر است با:

$$\bar{\omega}=\frac{\omega_۱+\omega_۲}{۲}\Rightarrow\bar{\omega}=\frac{۵+۹}{۲}=۷\frac{rad}{s}$$

$$\Delta\theta=\bar{\omega}\Delta t=۷\times۲=۱۴rad$$

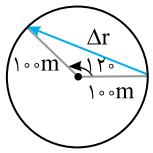
راه‌حل دوم: سرعت زاویه‌ای مشتق معادله‌ای مکان زاویه‌ای - زمان است، از این‌رو از خود می‌پرسیم از چه تابعی مشتق بگیریم تا تابع $\omega=۲t+۱$ به‌دست آید که آن تابع درجه‌ی ۲ زیر است:

$$\theta=t^۲+t+\theta_۰$$

$$\begin{cases}t=۲s\Rightarrow\theta_۱=۶+\theta_۰\\ t=۴s\Rightarrow\theta_۲=۲۰+\theta_۰\end{cases}\Rightarrow\Delta\theta=۱۴rad$$

Ⓑ **۱۱۴۰- گزینه‌ی ۴** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب حرکت که همان شتاب مرکزگرا است، در هر لحظه بر مسیر حرکت یعنی بردار سرعت عمود است، دو بردار وقتی بر هم عمودند که شیب یکی قرینه و وارون دیگری باشد. شیب بردار سرعت $m=\frac{-۴}{۳}$ است بنابراین شیب هر خطی که برابر $+\frac{۳}{۴}$ باشد پاسخ است که گزینه‌ی (۴) چنین است.

Ⓑ **۱۱۴۱- گزینه‌ی ۱** ابتدا سرعت زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:



$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow\omega=۰/۲\frac{rad}{s}$$

$\frac{۱}{۳}$ محیط دایره برابر کمان $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان است.

$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۲\pi}{۳}=۰/۲\Delta t\xrightarrow{\pi=۳}\Delta t=۱۰s$$

جابه‌جایی، برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود.

$$\Delta r=۲r\sin\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۲\times۱۰۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۱۰۰\sqrt{۳}m\quad,\quad\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{۱۰۰\sqrt{۳}}{۱۰}=۱۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

B **۱۱۴۲- گزینه‌ی ۲** نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، بیشینه نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک آستانه‌ی حرکت $f_{s\,max}$ است و تا زمانی که نیروی مرکزگرا کمتر یا مساوی $f_{s\,max}$ است، جسم بر صفحه نمی‌لغزد.

$$\mu_s mg \geq mr\omega^2 \Rightarrow \mu_s g \geq r(4\pi^2 f^2) \Rightarrow \mu_s \geq 0/2\times 4\times(\frac{30}{60})^2 \Rightarrow \mu_s \geq 0/2$$

در این صورت حداقل مقدار ضریب اصطکاک ۰/۲ است و اگر ضریب اصطکاک آستانه‌ی حرکت μ_s از این مقدار بیش‌تر باشد، جسم روی سطح نمی‌لغزد.

B **۱۱۴۳- گزینه‌ی ۴** نیرویی که جاده بر خودرو وارد می‌کند دارای دو مؤلفه است، یکی نیروی عمودی تکیه‌گاه N که وزن را خنثی می‌کند و دیگری نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک و جاده که نیروی مرکزگرای لازم برای دور زدن خودرو را تأمین می‌کند.

$$N = W = mg \Rightarrow N = 20000N \quad , \quad f_s = F = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow f_s = 2000\times\frac{400}{40} = 20000N$$

نیروی عکس العمل سطح $R = \sqrt{N^2 + f_s^2} = 2\sqrt{2}\times 10^4\,N$

B **۱۱۴۴- گزینه‌ی ۲** طبق داده‌های مسأله داریم:

$$f_1 = \frac{1800}{60} = 30\,\frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}} \quad , \quad f_2 = \frac{1200}{60} = 20\,\frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}}$$

تغییرات به‌طور یکنواخت صورت گرفته و بسامد به‌طور یکنواخت کاهش یافته است. بنابراین:

$$\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{30+20}{2} = 25\,\frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}}$$

تعداد دورها در ۵ ثانیه را از تناسب زیر می‌توان به‌دست آورد.

۱ ثانیه	۲۵ دور
۵ ثانیه	n

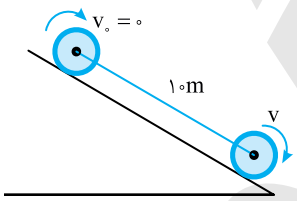
$\Rightarrow \quad n = 5\times 25 = 125$ دور

B **۱۱۴۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t})$ و این‌که جابه‌جایی زاویه‌ای $(\Delta\theta)$ دو جسم در زمان‌های مساوی (Δt) یکسان است، می‌توان گفت: $\omega_2 = \omega_1$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_1 = R_1\omega_1 \quad , \quad v_2 = R_2\omega_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2}\times\frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad , \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2}\times(\frac{v_1}{v_2})^2 = \frac{m_1}{m_2}\times(\frac{R_1}{R_2})^2 = \frac{m}{4m}\times(\frac{2R}{\frac{3}{2}R})^2 = \frac{1}{4}\times\frac{16}{9} = \frac{4}{9}$$

C **۱۱۴۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی مستقل از شتاب:

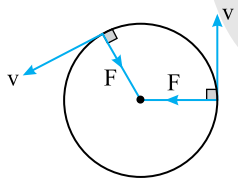


$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}t \Rightarrow 10 = \frac{v+0}{2}\times 10 \Rightarrow v = 2\,\frac{m}{s}$$

سرعت زاویه‌ی برابر است با:

$$v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \omega = \frac{2}{0/5} = 4\,\frac{rad}{s}$$

B **۱۱۴۷- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیرو در هر لحظه بر ذره عمود است و نیروی مرکزگرا اندازه‌ی سرعت را تغییر نمی‌دهد و فقط جهت حرکت (بردار سرعت) ذره را تغییر می‌دهد. به همین علت اندازه‌ی سرعت ثابت می‌ماند.



راه‌حل دوم: نیرو در هر نقطه عمود بر مسیر است. بنابراین کار نیروی F وارد بر جسم صفر است.

$$W = F\times d\cos\theta \xrightarrow{\theta = \frac{\pi}{2}} W_F = 0$$

بنا بر قضیه‌ی کار و انرژی، کار نیروی F برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است، بنابراین:

$$W_F = \Delta K \xrightarrow{W_F = 0} \Delta K = 0$$

حال که انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند، با توجه به رابطه‌ی $K = \frac{1}{2}mv^2$، باید بزرگی سرعت جسم ثابت باشد.

B **۱۱۴۸- گزینه‌ی ۴** نیروی اصطکاک بین وزنه و سطح صفحه نیروی مرکزگرا است.

$$f_s = mr\omega^2 \Rightarrow f_s = 4\times 10\times(4\times\pi^2\times 0/01) \Rightarrow f_s = 16N$$

وزن وزنه توسط نیروی عمودی تکیه‌گاه خنثی می‌شود:

$$N = W \Rightarrow N = 4\times 10 = 40N$$

نیرویی که وزنه بر سطح وارد می‌کند برابر نیرویی است که سطح بر وزنه وارد می‌کند و مقدار آن برابر است با:

$$R = \sqrt{N^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{40^2 + 16^2} \Rightarrow R = 8\sqrt{29}N$$

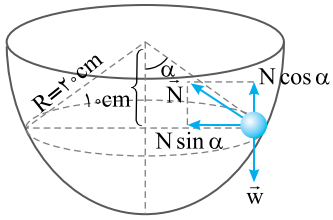
B **۱۱۴۹- گزینه‌ی ۲** هنگامی‌که وزنه از فنر آویزان است، نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن وزنه است.

$$F = W = mg \Rightarrow F = 0/2\times 10 = 2N$$

هنگامی‌که وزنه در سطح افقی در حال چرخش است، نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است.

$$F = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow 2 = 0/2\frac{v^2}{0/4} \Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2\frac{m}{s}$$

C **۱۱۵۰- گزینه‌ی ۲** در واقع اصطکاک بین گلوله و سطح نیمکره نمی‌تواند صفر باشد، زیرا در این صورت گلوله در اثر حرکت نیمکره سرعت پیدا نمی‌کند و به سمت بالای نیمکره نمی‌رود، اما این اصطکاک ناچیز است و در باقی ماندن گلوله روی سطح نقشی ایفا نمی‌کند و در حرکت دایره‌ای گلوله از اصطکاک صرف‌نظر می‌کنیم.



با توجه به شکل، نیروی مرکزگرا برابر $N\sin\alpha$ است. بنابراین:

$$N\sin\alpha = mr\omega^2 \xrightarrow{r=R\sin\alpha} N\sin\alpha = mR\sin\alpha\,\omega^2 \Rightarrow N = mR\frac{4\pi^2}{T^2}$$

از طرفی $N\cos\alpha = mg$ است. بنابراین:

$$\frac{N}{N\cos\alpha} = \frac{mR\frac{4\pi^2}{T^2}}{mg} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R\cos\alpha}{g}}$$

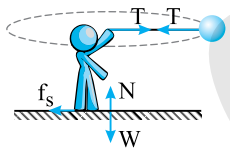
با توجه به اعداد روی شکل:

$$\cos\alpha = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

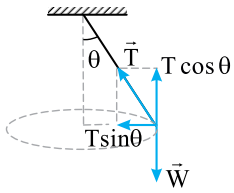
اکنون T را به‌دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0/2\times\frac{1}{2}}{10}} \Rightarrow T = 0/2\pi\,s$$

C **۱۱۵۱- گزینه‌ی ۴** وقتی شخص طناب را می‌چرخاند، بر آن نیرو وارد می‌کند. بنا بر قانون سوم نیوتون، طناب هم بر شخص نیرویی برابر و در خلاف جهت به نام نیروی کشش T وارد می‌کند. برای آن‌که شخص بتواند تعادل خود را حفظ کند، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر شخص وارد می‌شود و شخص نیز این نیرو را علاوه بر وزن خود و وزن قلاب‌سنگ، به سطح زمین وارد می‌کند. بنابراین نیرویی که شخص به سطح زمین وارد می‌کند از $(m+M)g$ بیش‌تر است.



C **۱۱۵۲- گزینه‌ی ۴** مؤلفه‌ی $T\sin\theta$ نیروی مرکزگرا است.



$$F = 3W \Rightarrow T\sin\theta = 3W \qquad (1)$$

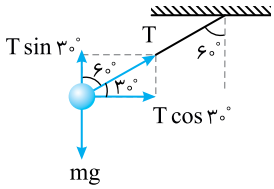
از طرفی در امتداد محور yها خواهیم داشت:

$$T\cos\theta = W \qquad (2)$$

دو طرف رابطه‌ی (۱) و (۲) را به توان ۲ رسانده و با هم جمع می‌کنیم:

$$T^2\sin^2\theta + T^2\cos^2\theta = (3W)^2 + (W)^2 \Rightarrow T^2 = 10W^2 \Rightarrow T = \sqrt{10}W$$

B **۱۱۵۳- گزینه‌ی ۱** نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T\sin ۳۰^\circ = mg \Rightarrow T\times\frac{۱}{۲} = ۲۰ \Rightarrow T = ۴۰N$$

نیروی $T\cos ۳۰^\circ$ نیروی مرکزگرا است. از این رو:

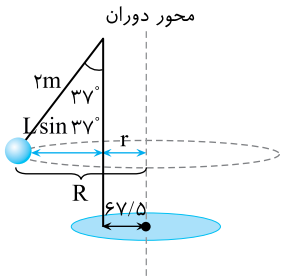
$$T\cos ۳۰^\circ = m\frac{v^۲}{R} \xrightarrow{R=L\sin ۶۰^\circ} T\cos ۳۰^\circ = m\frac{v^۲}{L\sin ۶۰^\circ}$$

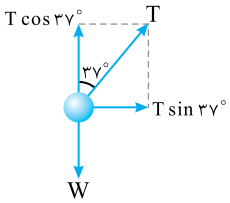
$$\Rightarrow T\cos ۳۰^\circ(L\sin ۶۰^\circ) = mv^۲ \Rightarrow ۴۰\times ۰/۸\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲۴ = mv^۲$$

انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}\times ۲۴ = ۱۲J$$

C **۱۱۵۴- گزینه‌ی ۲** شکل مسأله و نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم:





شعاع دوران وزنه برابر است با:

$$R = L\sin ۳۷^\circ + r \Rightarrow R = ۲\times ۰/۶ + ۰/۶۷۵ \Rightarrow R = ۱/۸۷۵m$$

برآیند نیروها روی محور قائم صفر است.

$$T\cos ۳۷^\circ = mg \qquad (۱)$$

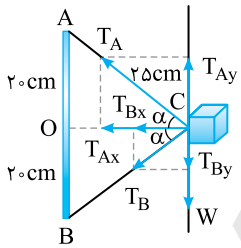
و نیروی $T\sin ۳۷^\circ$ نیروی مرکزگرا است.

$$T\sin ۳۷^\circ = mR\omega^۲ \qquad (۲)$$

از تقسیم رابطه‌ی (۲) بر (۱) خواهیم داشت:

$$\tan ۳۷^\circ = \frac{R\omega^۲}{g} \Rightarrow \omega^۲ = \frac{g\tan ۳۷^\circ}{R} \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۱۰\times\frac{۳}{۴}}{۱/۸۷۵} \Rightarrow \omega^۲ = ۴ \Rightarrow \omega = ۲\frac{rad}{s}$$

C **۱۱۵۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل:



$$\sin\alpha = \frac{OA}{AC} = \frac{۲۰}{۲۵} \Rightarrow \sin\alpha = ۰/۸ \Rightarrow \cos\alpha = ۰/۶$$

$$\cos\alpha = \frac{OC}{AC} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{OC}{۲۵} \Rightarrow OC = ۱۵cm$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، برآیند نیروها در راستای قائم صفر است. از این‌رو:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_A\sin\alpha = T_B\sin\alpha + W \xrightarrow{\sin\alpha = ۰/۸} T_A = T_B + \frac{W}{۰/۸}$$

با توجه به رابطه‌ی به دست آمده، T_A بزرگ‌تر از T_B است، بنابراین T_A می‌تواند ۱۵N باشد:

$$۱۵ = T_B + \frac{۱۰m}{۰/۸} \Rightarrow ۱۵ - T_B = ۱۲/۵m \qquad (۱)$$

برآیند نیروها روی محور xها نیروی مرکزگرا است. از این رو:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow T_A\cos\alpha + T_B\cos\alpha = mr\omega^۲$$

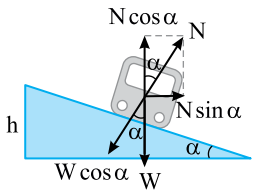
$\omega = ۱۰\frac{rad}{s}$ و شعاع چرخش $r = OC = ۱۵cm$ است.

$$۰/۶(T_A + T_B) = m(۰/۱۵)(۱۰۰)$$

$$T_A + T_B = m(۲۵) \Rightarrow ۱۵ + T_B = ۲۵m \qquad (۲)$$

جمع روابط (۱) و (۲): $۳۰ = ۳۷/۵m \Rightarrow m = ۰/۸kg \Rightarrow m = ۸۰۰g$

C **۱۱۵۶- گزینه‌ی ۱** مسأله را شبیه مسأله‌ی شیب عرضی جاده حل می‌کنیم:



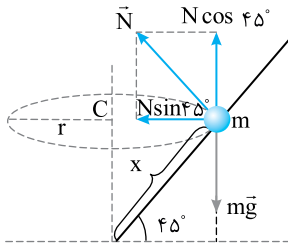
$$N\sin\alpha = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^۲}{Rg} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۲۰\times ۲۰}{۱۰\times ۸۰۰} = \frac{۱}{۲۰}$$

$$N\cos\alpha = mg$$

در زوایای کوچک سینوس زاویه با تانژانت آن برابر است.

$$\sin\alpha = \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{h}{۱/۵} = \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow h = ۰/۰۷۵m = ۷/۵cm$$

C **۱۱۵۷- گزینه‌ی ۴** نیروهای وارد بر گلوله را که در شیار بالا رفته و در چرخش است رسم می‌کنیم و شعاع دوران گلوله را حساب می‌کنیم.

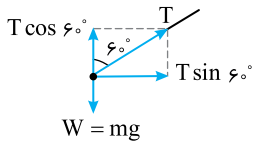


$$\begin{cases} N\cos 45^\circ = mg \\ N\sin 45^\circ = mr\omega^2 \end{cases} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{r\omega^2}{g} \Rightarrow 1 = \frac{r\times\frac{4\pi^2}{T^2}}{g} \Rightarrow r = 1m$$

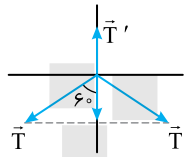
حال به کمک شکل، طول x را به‌دست می‌آوریم.

$$r = x\cos 45^\circ \Rightarrow 1 = x\times\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \sqrt{2}m$$

B **۱۱۵۸- گزینه‌ی ۱**



شکل (الف)

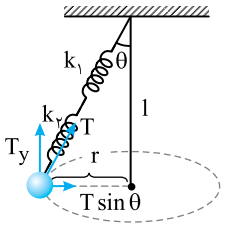


شکل (ب)

$$T\cos 60^\circ = mg = 2N$$

$$T' = 2T\cos 60^\circ \Rightarrow T' = 2\times 2 = 4N$$

B **۱۱۵۹- گزینه‌ی ۳** نیروی کشش در تمام طول فنرها یکسان است. نیروی مرکزگرا مطابق شکل برابر است با:



$$T\sin\theta = mr\omega^2$$

شعاع دوران $R = l\sin\theta$ است.

$$T\sin\theta = m(l\sin\theta)\omega^2 \Rightarrow T = ml\omega^2 \Rightarrow T = 0/03\times 0/5\times(2\pi\times\frac{10}{\pi})^2 \Rightarrow T = 6\ N$$

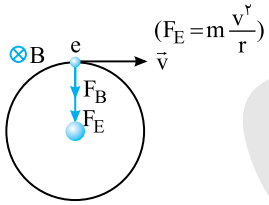
حال می‌توان افزایش طول k_2 را به‌دست آورد.

$$T = k\Delta l \Rightarrow 6 = 500\Delta l \Rightarrow \Delta l = 0/012m = 1/2cm$$

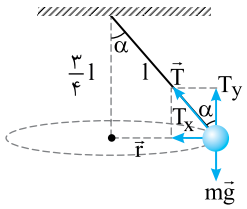
B **۱۱۶۰- گزینه‌ی ۳** سرعت عبور از پیچ به جرم کامیون بستگی ندارد. به اثبات زیر دقت کنید:

$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg}$$

C **۱۱۶۱- گزینه‌ی ۱** نیروی ربایش الکتریکی بین بار مثبت هسته و بار منفی الکترون نیروی مرکزگرا است. وقتی میدان مغناطیسی درونسوی B ایجاد می‌شود، بنا بر قاعده‌ی دست چپ برای بار منفی متحرک، نیروی F_B در امتداد شعاع رو به مرکز به الکترون وارد شده و نیروی مرکزگرا $F_B + F_E = m\frac{v'^2}{r}$ است که با افزایش نیروی مرکزگرا، سرعت زیادتر می‌شود.



C **۱۱۶۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، نیروهای وارد بر جسم، نیروی وزن و نیروی کشش نخ است.



$$r = l\sin\alpha$$

$$\begin{cases} T_x = T\sin\alpha = mr\omega^2 \\ T_y = T\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{l\sin\alpha\frac{4\pi^2}{T^2}}{g}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l\times\frac{3}{4}}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{3}{4}}{\pi^2}} = 3s$$

C ۱۱۶۳- گزینه‌ی ۲ در حرکت ماهواره، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرا است.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=mr\omega^2\Rightarrow\omega^2=\frac{GM_e}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\begin{cases}T=2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_e}}\\ g=G\dfrac{M_e}{R_e^2}\end{cases}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{R_e^2 g}}\xrightarrow{r=2Re}T=2\pi\sqrt{\frac{8R_e^3}{R_e^2 g}}$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{4\times 2R_e}{g}}=4\pi\sqrt{\frac{2R_e}{g}}\Rightarrow T=4\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$

B ۱۱۶۴- گزینه‌ی ۴

$$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{R_e+2h}{R_e+h}}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{1+\frac{h}{R_e+h}}$$

با توجه به مقدار زیر رادیکال، نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ باید بین مقدارهای ۱ و ۲ باشد.

$$1<\frac{v_1}{v_2}<2\Rightarrow v_2<v_1<2v_2$$

B ۱۱۶۵- گزینه‌ی ۱ انرژی جنبشی ماهواره دو برابر شده است از این‌رو:

$$K_2=2K_1\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=2(\frac{1}{2}mv_1^2)\Rightarrow v_2=\sqrt{2}v_1$$

از طرفی سرعت ماهواره برابر $v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ است و سرعت با جذر شعاع مدار ماهواره نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\Rightarrow\frac{r_1}{r_2}=2$$

نسبت نیروی مرکزگرا در حالت دوم به حالت اول خواهد شد:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{mv_2^2}{r_2}}{\frac{mv_1^2}{r_1}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\times(\frac{r_1}{r_2})\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=2\times 2=4$$

B ۱۱۶۶- گزینه‌ی ۱ نیروی گرانش بین سیاره و ماهواره، نیروی مرکزگرا است:

$$\begin{cases}G\dfrac{M_e m}{r_1^2}=mr_1\omega_1^2\Rightarrow\dfrac{GM_e}{r_1^3}=\dfrac{4\pi^2}{T_1^2}\\ G\dfrac{M_s m}{r_2^2}=mr_2\omega_2^2\Rightarrow\dfrac{GM_s}{r_2^3}=\dfrac{4\pi^2}{T_2^2}\end{cases}\xrightarrow[M_s=320M_e]{r_2=2r_1}\frac{8}{320}=\frac{T_2^2}{T_1^2}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=2\sqrt{10}$$

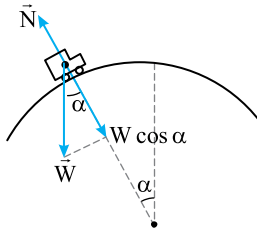
B ۱۱۶۷- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی ماهواره از مرکز زمین $r=R_e+\frac{R_e}{3}=\frac{4}{3}R_e$ است.

شتاب گرانش در محل ماهواره

$$\frac{g_h}{g}=\frac{G\frac{M_e}{(\frac{4}{3}R_e)^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}}\Rightarrow\frac{g_h}{g}=\frac{9}{16}\Rightarrow g_h=\frac{9}{16}g$$

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان وزن ماهواره در مدار ماهواره است، بنابراین:

$$F=W_h\Rightarrow W_h=mg_h\Rightarrow 9000=m\times(\frac{9}{16}\times 10)\Rightarrow m=1600kg$$



Ⓒ **۱۱۶۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو، نیروی مرکزگرا برابر با $mg\cos\alpha - N$ است. وقتی شخص بر صندلی نیرو وارد نمی‌کند، یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر او صفر است، بنابراین:

$$mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{gr\cos\alpha}$$

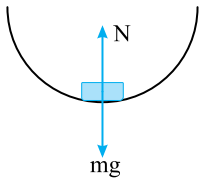
Ⓒ **۱۱۶۹- گزینه‌ی ۲** بیشینه‌ی کار نیروی اصطکاک یعنی بیشینه‌ی اتلاف انرژی مکانیکی، بنابراین سرعت در B باید حداقل باشد. حداقل سرعت عبور از نقطه‌ی B هنگامی رخ می‌دهد که نیروی عمودی تکیه‌گاه درنقطه‌ی B صفر شود و تنها نیروی وزن، نیروی مرکزگرا باشد:

$$N_B = 0 \Rightarrow mg = m\frac{v_B^2}{r} \Rightarrow v_B^2 = rg \Rightarrow v_B = \sqrt{20}\,\frac{m}{s}$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک برابر با تغییر انرژی مکانیکی است.

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(2r) - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_f$$

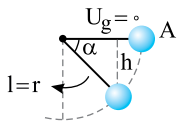
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 0/5\times 20 + 0/5\times 10\times(2\times 2) - \frac{1}{2}\times 0/5\times 12^2 = W_f \Rightarrow W_f = -11J$$



Ⓑ **۱۱۷۰- گزینه‌ی ۴** عبارت «در یک مانور هوایی، هواپیما در حال شیرجه رفتن در سطح قائم با شتاب $2g$ بالا می‌رود» به معنی پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر حرکت دایره‌ای در صفحه‌ی قائم است.

وزن ظاهری نیز به معنای نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) است که توسط صندلی بر خلبان یا خلبان بر صندلی وارد می‌شود. برآیند نیروی وزن (mg) و نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)، نیروی مرکزگرا است.

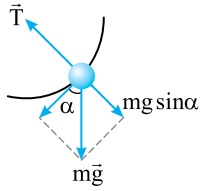
$$N - mg = ma \xrightarrow{a=2g} N = mg + 2mg = 3mg$$



Ⓓ **۱۱۷۱- گزینه‌ی ۲** طول نخ برابر با شعاع مسیر حرکت است. $(l=r)$

$$E_A = E_B \Rightarrow 0 = -mgh + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = \sqrt{2gr\sin\alpha}$$



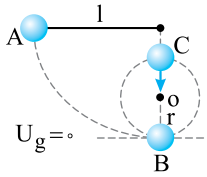
$$T - mg\sin\alpha = m\frac{v_B^2}{r}$$

$$\Rightarrow T = mg\sin\alpha + m\frac{2gr\sin\alpha}{r}$$

$$\Rightarrow T = 3mg\sin\alpha$$

با توجه به فرض مسأله:

$$T = 1/5mg \Rightarrow 1/5mg = 3mg\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



Ⓒ **۱۱۷۲- گزینه‌ی ۲** شعاع چرخش با توجه به شکل، برابر با $r = l - d$ است.

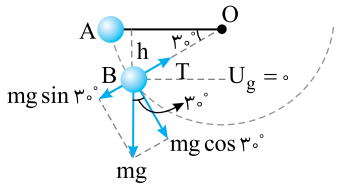
در بالاترین نقطه‌ی مسیر باید نیروی وزن نیروی مرکزگرا باشد:

$$mg = m\frac{v_C^2}{(l-d)} \Rightarrow v_C^2 = g(l-d)$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_C \Rightarrow mgl + 0 = mg(2r) + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow mgl = 2mg(l-d) + \frac{1}{2}mg(l-d) \Rightarrow \frac{5}{2}d = \frac{3}{2}l \Rightarrow d = 0/6l$$



B **۱۱۷۳- گزینه‌ی ۲** مانند همیشه در حل این نوع مسأله‌ها، از قانون پایستگی انرژی، سرعت در نقطه‌ی B را به دست می‌آوریم:

$$h = R\sin ۳۰^\circ$$

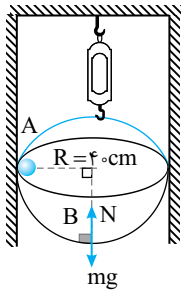
$$E_A = E_B \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v^۲ = ۲gh = ۲gR\sin ۳۰^\circ \Rightarrow v^۲ = Rg \qquad (۱)$$

نیروی $T - mg\sin ۳۰^\circ$ نیروی مرکزگرا است:

$$T - mg\sin ۳۰^\circ = m\frac{v^۲}{R} \qquad (۲)$$

از رابطه‌ی (۱) در رابطه‌ی (۲) جایگذاری می‌کنیم:

$$T - \frac{۱}{۲}mg = m\frac{Rg}{R} \Rightarrow T = \frac{۳}{۲}mg$$



A **۱۱۷۴- گزینه‌ی ۱** ابتدا به کمک قانون پایستگی انرژی، سرعت جسم را در نقطه‌ی B به‌دست می‌آوریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - mgh_A = -۰/۳$$

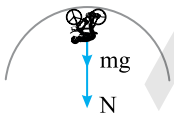
$$\frac{۱}{۲}(۰/۲)v_B^۲ - ۰/۲\times ۱۰\times ۰/۴ = -۰/۳ \Rightarrow ۰/۱v_B^۲ = ۰/۵ \Rightarrow v_B = \sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

در نقطه‌ی B نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$N - mg = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow N = mg + \frac{mv^۲}{R}$$

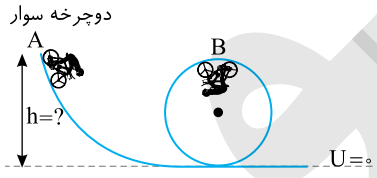
$$N = ۰/۲\times ۱۰ + ۰/۲\times\frac{۵}{۰/۴} = N = ۲ + ۲/۵ = ۴/۵N$$

N نیرویی است که ظرف بر جسم و رو به بالا وارد می‌کند. همین نیرو را بنا بر قانون سوم نیوتون، جسم بر ظرف و رو به پایین وارد می‌کند. بنابراین عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر مجموع نیروی وزن ظرف و نیروی N است. $T = ۴/۵ + ۴ = ۸/۵\ N$



B **۱۱۷۵- گزینه‌ی ۳** در حل مسائل حرکت دایره‌ای در صفحه‌ی قائم معمولاً از قانون پایستگی انرژی و از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای استفاده می‌کنیم. وقتی دوچرخه‌سوار به بالاترین نقطه‌ی مسیر دایره‌ای قائم می‌رسد برای عبور از این نقطه باید دارای سرعت باشد و کمینه سرعت آن برابر است با:

$$N + mg = m\frac{v^۲}{R} \xrightarrow{N=۰} v_{min} = \sqrt{Rg}$$



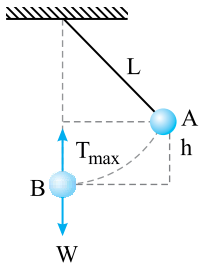
قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_A = E_B$$

$$mgh = mg۲R + \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$mgh_{min} = mg۲R + \frac{۱}{۲}m(Rg) \Rightarrow h_{min} = \frac{۵}{۲}R \Rightarrow h_{min} = ۲۰m$$

در این صورت $h \geq ۲۰m$ باید باشد.



B **۱۱۷۶- گزینه‌ی ۲** بیشینه کشش زنجیر پس از رها شدن در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرش یعنی در لحظه‌ی گذر از راستای قائم رخ می‌دهد. بنا بر قانون دوم نیوتون:

$$T_{max} - W = m\frac{v^۲}{L} \Rightarrow ۱۹۶۰ - ۹۸۰ = ۱۰۰\frac{v^۲}{۵} \Rightarrow v^۲ = \frac{۹۸۰}{۲۰} \Rightarrow v^۲ = ۴۹$$

قانون پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v^۲ = ۲gh \Rightarrow ۴۹ = ۲\times ۹/۸h \Rightarrow h = ۲/۵m$$

بنابراین اگر $h \leq ۲/۵m$ باشد زنجیر پاره نمی‌شود، البته $h = ۲/۵$ متر حالت حدی است که امکان پاره شدن بسیار زیاد است.

Ⓐ **۱۱۷۷- گزینه‌ی ۳** سرعت زاویه‌ای چرخش B برابر با سرعت زاویه‌ای چرخش A است، بنابراین:

$$v=r\omega \xrightarrow[r_B=2r_A]{\omega_B=\omega_A} v_B=2v_A$$

قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو جسم می‌نویسیم و حالت اول را سطح پتانسیل صفر، در نظر می‌گیریم:

$$E_1=E_2 \Rightarrow 0=m_A gr_A+\frac{1}{2}m_A v_A^2+(-m_B gr_B)+\frac{1}{2}m_B v_B^2$$

اگر در رابطه‌ی فوق مقادیر $r_B=2r_A$، $m_B=2m_A$ و $v_B=2v_A$ را جایگذاری کنیم، داریم:

$$0=6m_A+\frac{1}{2}m_A v_A^2-24m_A+4m_A v_A^2 \Rightarrow 18=\frac{9}{2}v_A^2 \Rightarrow v_A=2\frac{m}{s} \quad , \quad v_B=2v_A=4\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۱۷۸- گزینه‌ی ۳** نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش در محل ماهواره است. از این رو:

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad (1)$$

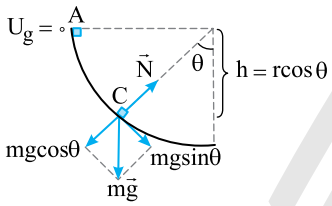
از طرفی، شتاب گرانش در سطح سیاره برابر است با:

$$g=G\frac{M}{R^2} \Rightarrow GM=R^2 g \qquad (2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$v=R\sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow g=\frac{rv^2}{R^2} \Rightarrow g=\frac{9600\times 11\times 11}{8800\times 8800}=\frac{96}{6400}\frac{km}{s^2}=\frac{96000}{6400}\frac{m}{s^2} \Rightarrow g=\frac{960}{64} \Rightarrow g=15\frac{m}{s^2}$$

Ⓓ **۱۱۷۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو، قانون پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:



$$E_A=E_C \Rightarrow 0=-mgr\cos\theta+\frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow v_C=\sqrt{2rg\cos\theta} \qquad (1)$$

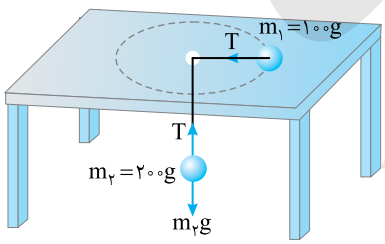
از طرفی شتاب در نقطه‌ی C از شتاب مماسی a_T و شتاب مرکزگرا تشکیل شده است.

$$\begin{cases} a_T=g\sin\theta \\ a_r=\frac{v_C^2}{r}=\frac{2rg\cos\theta}{r}=2g\cos\theta \end{cases} \Rightarrow a=\sqrt{a_T^2+a_r^2}=\sqrt{g^2\sin^2\theta+4g^2\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow a=\sqrt{g^2(1-\cos^2\theta+4\cos^2\theta)} \Rightarrow a=g\sqrt{1+3\cos^2\theta} \qquad (2)$$

در حال پایین آمدن θ کم می‌شود و با کاهش θ، $\cos\theta$ افزایش می‌یابد، بنابراین با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) سرعت و شتاب حرکت نیز افزایش می‌یابد.

Ⓐ **۱۱۸۰- گزینه‌ی ۲** شکل ساده‌ای از مسأله رسم می‌کنیم.



جسم ۲۰۰ گرمی در تعادل است:

$$T=m_2 g \qquad (1)$$

در حرکت جسم ۱۰۰ گرمی روی سطح میز، نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است.

$$T=m_1\frac{v^2}{r} \qquad (2)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$m_2 g=m_1\frac{v^2}{r} \Rightarrow 2=0/1\frac{(4)}{r} \Rightarrow r=0/2m$$

و قطر مسیر دایره‌ای برابر با $2\times 0/2=0/4m$ است.

آزمون پاسخنامه‌ی فصل دوم[1]

۱- **کدام گزینه در مورد نیرو نادرست است؟**

۱) نیرو، برهم‌کنش دو جسم بر یک‌دیگر است.

۲) نیرو عاملی است که باعث تغییر در وضعیت حرکت جسم می‌شود.

۳) تنها زمانی جسم A بر جسم B نیرو وارد می‌کند که A و B با هم در تماس باشند.

۴) نیروی گرانش بین تمام اجسام وجود دارد.

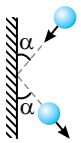
۲- **برآیند نیروهای وارد بر یک جسم متحرک، در یک مدت معین صفر است. الزاماً در آن مدت:**

۱) تکانه‌ی آن صفر می‌ماند.
۲) انرژی مکانیکی آن ثابت است.
۳) انرژی پتانسیل آن صفر می‌ماند.
۴) تکانه‌ی آن ثابت می‌ماند.

۳- **طنابی به طول L روی میزی به ضریب اصطکاک ۰/۴ قرار گرفته است و قسمتی از آن آویزان است. حداکثر چه طولی از طناب می‌تواند آویزان باشد تا طناب نلغزد؟**

۱) $\frac{۲}{۷}L$
۲) $\frac{۶}{۷}L$
۳) $\frac{۵}{۷}L$
۴) $\frac{۳}{۷}L$

۴- **گلوله‌ای تحت زاویه‌ی α با دیواری برخورد می‌کند. جرم گلوله m و بزرگی سرعت آن قبل و بعد از برخورد برابر v است. بزرگی بردار تغییر تکانه‌ی گلوله کدام است؟**



۱) $۲mv\sin\alpha$
۲) $۲mv\cos\alpha$
۳) $mv\sin\alpha$
۴) $mv\cos\alpha$

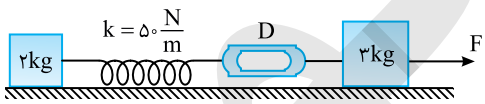
۵- **در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است، شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ شتاب گرانش در روی زمین است، n کدام است؟**
(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۱)

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۶- **میدان گرانش در فاصله‌ی R_e (شعاع زمین) از سطح زمین برابر $g_۱$ است. چه مقدار از این نقطه از سطح زمین دورتر شویم تا میدان گرانش $\frac{g_۱}{۴}$ شود؟**

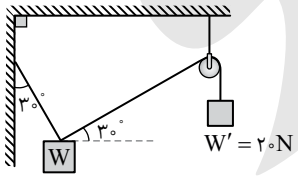
۱) R_e
۲) $۲R_e$
۳) $۳R_e$
۴) $۴R_e$

۷- **در شکل مقابل سطح افقی بدون اصطکاک است. نیروسنج D نیروی ۴ نیوتون را نشان می‌دهد. در این حالت فنر متصل به وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی نسبت به حالت عادی چند سانتی‌متر افزایش طول پیدا کرده است؟**



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

۸- **در شکل روبه‌رو دستگاه در تعادل است. کشش نخ متصل به دیوار قائم چند نیوتون است؟ (جرم نخ و قرقره ناچیز است.)**



۱) $۲۰\sqrt{۳}$
۲) ۲۰
۳) $۱۰\sqrt{۳}$
۴) $۴۰\sqrt{۳}$

۹- **جسمی به جرم ۵kg با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ روی سطح افقی پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت ۲۰m می‌ایستد. اگر جسمی به جرم ۱۵kg را با همان سرعت اولیه روی همان سطح با همان μ_k پرتاب کنیم، پس از طی چند متر می‌ایستد؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$**

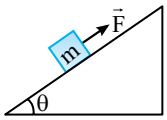
۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۴۰
۴) ۵

۱- این آزمون از مباحث بخش ۱ تا ۴ این فصل می‌باشد.

۱۰- وزن ظاهری شخصی درون آسانسور، وقتی که آسانسور از حال سکون رو به بالا با شتاب a شروع به حرکت می‌کند، دو برابر وقتی است که آسانسور از حال سکون با شتاب a رو به پایین حرکت می‌کند. a چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

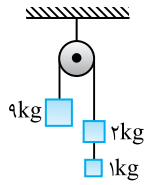
۱) $\frac{10}{3}$ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) باید جرم شخص معلوم باشد.

۱۱- جسم m به جرم ۴kg مطابق شکل، تحت تأثیر نیروی F، با شتاب $3\frac{m}{s^2}$ به طرف بالا حرکت می‌کند. اگر سطح اصطکاک نداشت، شتاب حرکت با همین نیرو $5\frac{m}{s^2}$ می‌شد. نیروی اصطکاک سطح بر جسم چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$ (سراسری تجربی)



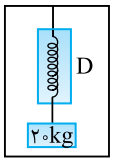
۱) ۳۲ ۲) ۲۰
۳) ۱۲ ۴) ۸

۱۲- در شکل روبه‌رو، جرم نخ‌ها و قرقره و اصطکاک ناچیز است. کشش نخ متصل به سقف چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



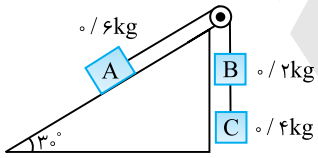
۱) ۶۰ ۲) ۹۰
۳) ۱۲۰ ۴) ۲۴۰

۱۳- شکل روبه‌رو اتاقک آسانسوری را نشان می‌دهد که در یک فاصله‌ی زمانی کوتاه، کندشونده با شتاب $2/5\frac{m}{s^2}$ رو به بالا در حال حرکت است. نیروسنج D در این حالت چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

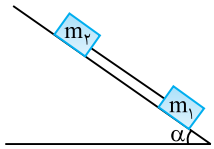
۱۴- در شکل روبه‌رو، جرم نخ و قرقره ناچیز و ضریب اصطکاک بین وزنه‌ی A و سطح شیب‌دار $\frac{\sqrt{3}}{5}$ است. نیروی کشش نخ بین وزنه‌های B و C چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۱/۶ ۲) ۱/۸
۳) ۳/۶ ۴) ۳/۲

۱۵- در شکل روبه‌رو، جرم هر وزنه ۱۰kg و ضریب اصطکاک بین وزنه‌ی m_2 با سطح ۰/۵ و اصطکاک بین وزنه‌ی m_1 و سطح ناچیز است. اندازه‌ی نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟

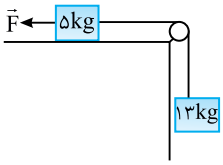
$(\sin\alpha=0/6 \quad , \quad g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۴۰ ۲) ۲۰
۳) ۳۰ ۴) صفر

۱۶- در شکل روبه‌رو، اصطکاک ناچیز است. نیرویی که جسم ۲kg بر جسم ۳kg وارد می‌کند چند نیوتون است؟

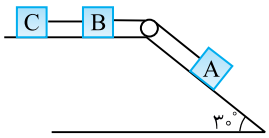
۱) ۱۲ ۲) ۲/۴
۳) ۶ ۴) ۳/۶



۱۷- در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه‌ی ۵ کیلوگرمی و سطح میز $\mu_s = ۱/۱$ و جرم نخ و قرقره ناچیز است. کم‌ترین مقدار نیروی F چند نیوتون باشد تا دستگاه در حال تعادل ساکن بماند؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۸۵ ۲) ۸۰

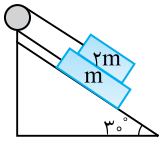
۳) ۷۵ ۴) ۷۰



۱۸- در شکل روبه‌رو، جرم هر یک از وزنه‌های B و C برابر $۴kg$ و جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است. جرم A چند کیلوگرم باشد تا وزنه‌ی C با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ حرکت کند؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱ ۲) ۲

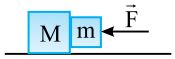
۳) ۴ ۴) ۸



۱۹- در شکل روبه‌رو، جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است. شتاب حرکت دستگاه کدام گزینه است؟

۱) g ۲) $\frac{g}{۲}$

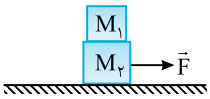
۳) $\frac{g}{۳}$ ۴) $\frac{g}{۶}$



۲۰- دو جسم $M = ۴\,kg$ و $m = ۱\,kg$ مطابق شکل، می‌توانند آزادانه حرکت کنند. ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم $\mu_s = ۰/۲$ و سطح افقی بدون اصطکاک است. کم‌ترین نیروی F جهت نگه داشتن m در تماس با M چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۵۰ ۲) ۶۲/۵

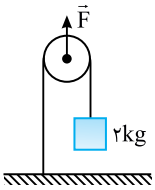
۳) ۱۰ ۴) ۴۰



۲۱- در شکل روبه‌رو، کشش $F = ۸۰N$ به مجموعه شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ می‌دهد. $M_۱ = ۴kg$ و $M_۲ = ۶kg$ و $M_۱$ نسبت به $M_۲$ ساکن است. ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و $M_۲$ کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) ۰/۲

۳) ۰/۳ ۴) ۰/۵



۲۲- در شکل روبه‌رو، جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است و قرقره با نیروی $F = ۴۵N$ رو به بالا کشیده می‌شود. شتاب حرکت وزنه چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵

۳) ۳/۷۵ ۴) ۷/۵

۲۳- جسمی به جرم $۶kg$ روی یک سطح افقی قرار دارد. اگر به جسم، نیروی افقی $۲۴N$ وارد کنیم، شتاب حرکت $۳\frac{m}{s^۲}$ می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$ (سراسری ریاضی - ۸۱)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۵

۲۴- به جسم ساکنی به جرم m به مدت t ثانیه نیروی F و به جسم ساکن دیگری به جرم $\frac{m}{۲}$ به مدت ۲t ثانیه نیروی $\frac{F}{۳}$ اثر می‌کند. نسبت تکانه‌ی جسم دوم به تکانه‌ی جسم اول کدام است؟ (آزاد ریاضی - ۸۴)

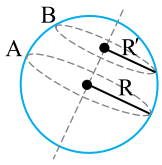
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۵- جسمی روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک قرار دارد و سطح شیب‌دار با سطح افق، زاویه‌ی $\alpha = ۳۰^\circ$ تشکیل می‌دهد. اگر α را دو برابر کنیم، شتاب حرکت جسم روی این سطح چند برابر می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۲}$

آزمون پاسخنامه‌ی فصل دوم[1]

۱- اگر شعاع مدار استوا که از نقطه‌ی A می‌گذرد، برابر با R و شعاع مداری که از B می‌گذرد، برابر با $R' = \frac{۱}{۲}R$ باشد، سرعت زاویه‌ای نقطه‌ی A در حرکت وضعی زمین چند برابر سرعت زاویه‌ای B است؟

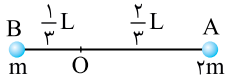


۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۲- سرعت زاویه‌ای حرکت دورانی زمین به دور محور خود، چند برابر سرعت زاویه‌ای عقربه‌ی ساعت‌شمار است؟

۱) ۱ ۲) ۲۴ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۳- دو گلوله‌ی A و B به جرم ۲m و m توسط میله‌ی سبکی به طول l به هم وصل هستند و میله حول نقطه‌ی O از وضعیت افقی رها می‌گردد. نسبت سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای دو گلوله به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ و ۲ ۲) ۱ و ۱ ۳) $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲ و ۱

۴- جسمی به جرم m با سرعت v دایره‌ای را در سطح افقی دور می‌زند. اگر شعاع دوران ثابت بماند، v چند برابر شود تا شتاب مرکزگرا دو برابر شود؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) ۴

۵- در صورتی که آونگی از سقف یک وسیله‌ی متحرک در حال گذشتن از یک مسیر دوار به شعاع ۴۰ متر آویزان بوده و از امتداد قائم ۴۵° منحرف باشد، سرعت وسیله در هنگام دور زدن چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

۱) ۳۶ ۲) ۷۲ ۳) ۵۴ ۴) ۹۰

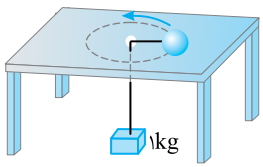
۶- ذره‌ای به جرم ۲ گرم روی دایره‌ای به شعاع ۰/۵ متر حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. اگر انرژی جنبشی آن ۰/۰۲ ژول باشد، شتاب مرکزگرای ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۰

۷- دوچرخه‌سواری با سرعت ثابت، دو پیچ متوالی جاده‌ای را که شعاع اولی نصف شعاع دومی است، می‌پیماید. نسبت نیروی مرکزگرای وارد بر دوچرخه‌سوار در پیچ اول به نیروی مرکزگرایی که در پیچ دوم بر دوچرخه‌سوار وارد می‌شود برابر است با .....

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۸- دو وزنه به جرم‌های ۰/۵kg و ۱kg مطابق شکل، توسط ریسمان سبکی که از سوراخ میزی می‌گذرد، به هم بسته شده‌اند. وزنه‌ی ۰/۵ کیلوگرمی روی میز بدون اصطکاک با سرعت زاویه‌ای چند رادیان بر ثانیه بچرخد تا وزنه‌ی ۱kg در تعادل باشد؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و شعاع دوران وزنه‌ی ۰/۵ kg برابر با ۲۰ cm است.)



۱) ۱۰ ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) ۵ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

۱- این آزمون از مبحث بخش ۵ حرکت دایره‌ای می‌باشد.

۹- شخصی یک سطل آب را در سطح قائم بر مسیر دایره‌ای می‌چرخاند. اگر حداقل سرعت زاویه‌ای برای آن‌که آب درون سطل در بالاترین نقطه‌ی مسیر نریزد $۴\frac{rad}{s}$ باشد، شعاع دایره‌ی مسیر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۶۲/۵ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) ۱/۶ ۴) ۱۶۰

۱۰- طول فنر سبکی در حالت عادی $۲۰\,cm$ و ثابت آن $۱۰۰\frac{N}{m}$ است. وزنه‌ای $۸۰۰g$ را به انتهای آن بسته و روی میز افقی بدون اصطکاک با سرعت زاویه‌ای $۵\frac{rad}{s}$ می‌چرخانیم. انتهای دیگر فنر به گرد محور قائمی در مرکز دوران آزادانه می‌چرخد. افزایش طول فنر در این آزمایش چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۱- یک صفحه‌ی افقی دوّار در هر دقیقه ۱۵ دور می‌چرخد. اگر حداکثر فاصله‌ی سکه‌ای که روی صفحه قرار دارد از محور آن ۲ متر باشد، سکه نمی‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین صفحه و سکه چقدر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ \pi^۲=۱۰)$ (سراسری خارج از کشور ریاضی- ۸۶)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۱

۱۲- جعبه‌ای کف یک کامیون قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی بین آن‌ها μ_s است. در یک پیچ افقی به شعاع R بیش‌ترین سرعت کامیون چقدر می‌تواند باشد که جعبه نلغزد؟

۱) $\sqrt{\mu_s Rg}$ ۲) $\sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}$ ۳) $\frac{۱}{R}\sqrt{\mu_s g}$ ۴) $\sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$

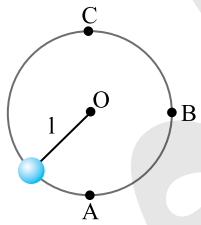
۱۳- ماهواره‌ای به جرم m روی مداری به شعاع r به دور زمین می‌چرخد. دوره‌ی گردش ماهواره متناسب با کدام است؟ (R_e شعاع زمین)

۱) $r^{\frac{۳}{۲}}$ ۲) $r^{\frac{۲}{۳}}$ ۳) $\frac{r}{m}$ ۴) $\frac{R_e}{r}$

۱۴- دو ماهواره، یکی به جرم m به فاصله‌ی R_e (R_e شعاع کره‌ی زمین است) و دیگری به جرم ۲m به فاصله‌ی $۲R_e$ از سطح زمین به دور آن می‌چرخند. نسبت انرژی جنبشی ماهواره‌ی دورتر، به انرژی جنبشی ماهواره‌ی نزدیک‌تر، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) ۹

۱۵- مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم m را به نخی به طول l می‌بندیم و سر نخ را در نقطه‌ی O محکم می‌کنیم و با سرعت اولیه‌ای که می‌دهیم گلوله آزادانه در یک صفحه‌ی قائم در مسیر دایره‌ای می‌چرخد. اگر نیروی کشش نخ را در گذر از نقاط A، B و C به ترتیب با T_A، T_B و T_C نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟



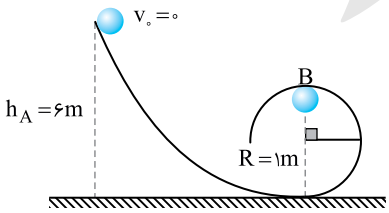
۱) $T_A > T_B > T_C$

۲) $T_A < T_B < T_C$

۳) $T_A = T_B = T_C$

۴) $T_A = T_B > T_C$

۱۶- در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m از ارتفاع ۶ متری روی سطح بدون اصطکاکی رها می‌شود. در نقطه‌ی B، شتاب مرکزگرای آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۴۰ ۲) ۸۰

۳) ۲۰ ۴) صفر

۱۷- تابی دارای یک صندلی با جرم ناچیز است که توسط یک جفت طناب موازی که طول هر یک ۵ متر است نگهداری می‌شود. شخصی به جرم $۶۰kg$ روی تاب نشسته است. اگر در لحظه‌ای که تاب از پایین‌ترین نقطه می‌گذرد سرعت شخص $۵\frac{m}{s}$ باشد، کشش هر طناب چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۶۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۴۵۰ ۴) ۹۰۰

۱۸- به انتهای نخ سبکی به طول l وزنه‌ای به جرم M می‌بندیم و آن را به انتهای میله‌ی قائمی که روی محور یک موتور قرار دارد، آویزان می‌کنیم. اگر سرعت زاویه‌ای موتور ۲ رادیان بر ثانیه و شعاع مسیر دایره‌ای وزنه $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$ متر باشد، زاویه‌ای که نخ در حال دوران با راستای قائم می‌سازد، چند درجه است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۳۷ ۲) ۴۵ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۱۹- ذره‌ای به جرم m و با سرعت v بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. تغییر تکانه‌ی آن در مدت $\frac{۱}{۳}T$ کدام است؟ (T دوره‌ی چرخش ذره است.)

۱) mv ۲) $۲mv$ ۳) $\sqrt{۳}mv$ ۴) صفر

۲۰- خودرویی به جرم نیم تن از یک پل محدب می‌گذرد. اگر هنگام عبور از بالاترین نقطه‌ی مسیرش سرعت آن $۳۶\frac{km}{h}$ و شعاع انحنای پل ۱۰۰ متر باشد، نیروی عمودی سطح در آن نقطه چند نیوتون است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۴۵۰۰ ۳) ۵۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

فصل سوم
حرکت نوسانی

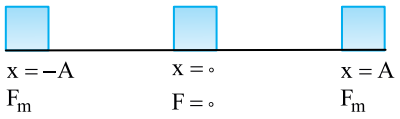
فصل سوم: حرکت نوسانی

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ **۱۱۸۱- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده، یک نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

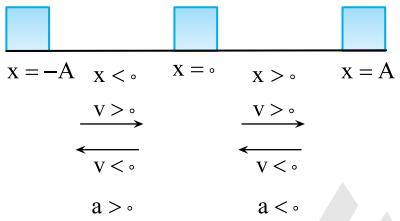
Ⓐ **۱۱۸۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به قانون هوک $(F=-kx)$ نیرو و مکان همواره در خلاف جهت هم هستند.

Ⓐ **۱۱۸۳- گزینه‌ی ۳** هنگامی‌که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی وارد بر آن صفر است. بنابراین هنگامی‌که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

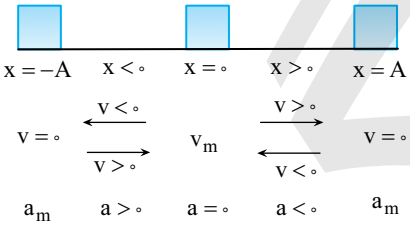


Ⓐ **۱۱۸۴- گزینه‌ی ۴** حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است. هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب عوض می‌شود و در مرکز نوسان شتاب صفر و در دو انتهای مسیر شتاب بیشینه است.

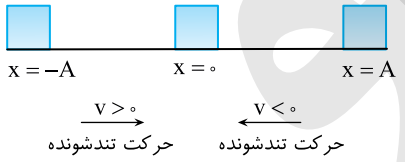
Ⓐ **۱۱۸۵- گزینه‌ی ۴** در حرکت هماهنگ ساده، شتاب نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است و هنگامی‌که نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار دارد شتاب منفی و هنگامی‌که نوسانگر در مکان‌های منفی قرار دارد شتاب مثبت است. اما علامت شتاب و سرعت با هم رابطه‌ای ندارند. یعنی وقتی شتاب مثبت است، سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد.



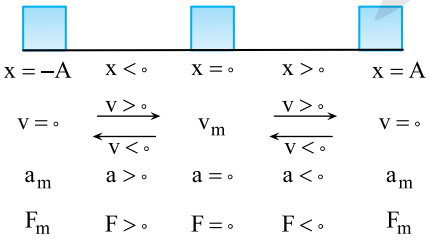
Ⓐ **۱۱۸۶- گزینه‌ی ۳** هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان به سوی دامنه در حرکت باشد، حرکت کُندشونده است و ممکن است مکان نوسانگر مثبت یا منفی باشد. همچنین علامت سرعت و یا علامت شتاب نیز می‌تواند مثبت و یا منفی باشد.

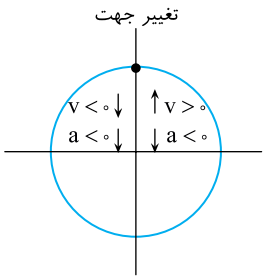


Ⓐ **۱۱۸۷- گزینه‌ی ۴** در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی‌که نوسانگر از دامنه به‌سوی مرکز نوسان در حرکت است، سرعتش در حال افزایش است، در این صورت ممکن است سرعت نوسانگر مثبت و یا منفی باشد.

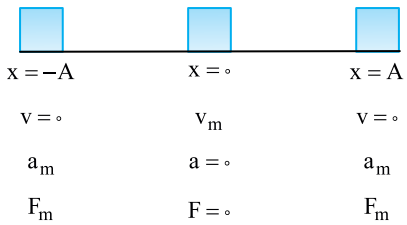


Ⓐ **۱۱۸۸- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

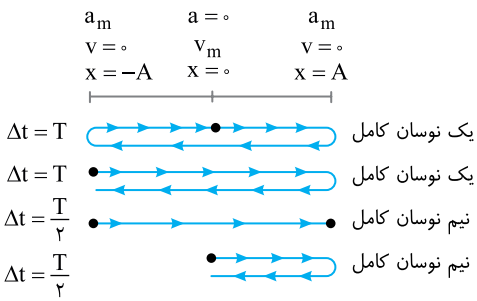




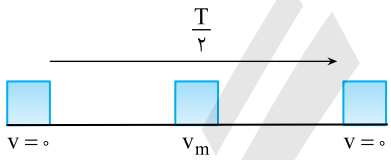
۱۱۸۹- گزینه‌ی ۲ سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x=+A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



۱۱۹۰- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب، و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در هر دوره شتاب و نیرو، دو بار صفر می‌شود.



۱۱۹۱- گزینه‌ی ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازه‌ی $\frac{T}{۲}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.



۱۱۹۲- گزینه‌ی ۳ هرگاه نوسانگر در انتهای مسیر باشد، سرعت آن صفر است و در بازه‌ی زمانی $\frac{T}{۲}$ نوسانگر به انتهای دیگر مسیر می‌رسد و سرعتش صفر می‌شود، بنابراین با فرض مسأله:

$$\frac{T}{۲}=۰/۱\Rightarrow T=۰/۲s$$

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۲}\Rightarrow f=۵Hz$$

۱۱۹۳- گزینه‌ی ۳ نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد، بنابراین ۲۰۰ بار گذر از مرکز نوسان به معنای ۱۰۰ دوره است. در مدت ۵ ثانیه ۱۰۰ دوره اتفاق افتاده است. در این صورت یک دوره برابر با $\frac{۵}{۱۰۰}=۰/۰۵$ ثانیه خواهد بود.

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۰۵}\Rightarrow f=۲۰Hz$$

۱۱۹۴- گزینه‌ی ۳ نوسانگر در هر نوسان کامل، ۲ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. با توجه به این‌که نوسانگر در طول یک دقیقه ۱۲۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده، بنابراین تعداد نوسانات در یک دقیقه برابر با ۶۰ است. در نتیجه دوره‌ی نوسان برابر با ۱s است. در مدت ۴s نوسانگر ۴ نوسان انجام می‌دهد. بنابراین ۸ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. در نتیجه مسافت طی شده برابر با $۸\times۲=۱۶cm$ است.

۱۱۹۵- گزینه‌ی ۲ تعداد نوسان‌های اولی را به‌دست می‌آوریم:

$$N_۱=\frac{t}{T_۱}\Rightarrow N_۱=\frac{۶}{۱/۵}=۴$$

تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_۲=۴-۱=۳$ است و دوره‌ی آن برابر است با:

$$N_۲=\frac{t}{T_۲}\Rightarrow ۳=\frac{۶}{T_۲}\Rightarrow T_۲=۲s$$

۱۱۹۶- گزینه‌ی ۴ تغییر فاز نوسانگر در مدت یک ثانیه را بسامد زاویه‌ای نوسانگر می‌گویند.

۱۱۹۷- گزینه‌ی ۱ بسامد زاویه‌ای برابر با تغییر فاز در یکای زمان است.

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\xrightarrow{\omega=۲\pi f}۲\pi f=\frac{\frac{\pi}{۱۰}}{\frac{۱}{۱۲۰}}\Rightarrow f=۶Hz$$

تست: در یک حرکت هماهنگ ساده، بسامد نوسانگر $۰/۲۵Hz$ است، در چند ثانیه فاز حرکت $\frac{\pi}{۲}$ تغییر می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: تغییر فاز نوسانگر برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega t\Rightarrow\Delta\varphi=(۲\pi f)t\Rightarrow\frac{\pi}{۲}=۲\pi\times(۰/۲۵)\times t\Rightarrow t=۱s$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

تست: مدت زمانی که در آن یک نوسانگر ساده به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۴}$ تغییر فاز پیدا می‌کند، چه کسری از یک دوره‌ی آن است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: راه‌حل اول: بسامد زاویه‌ای برابر با تغییر فاز نوسانگر در یکای زمان است، بنابراین:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\frac{\frac{\pi}{۴}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۸}T$$

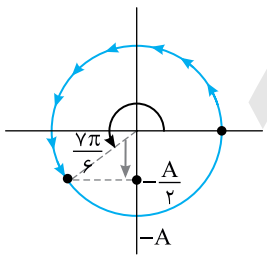
راه‌حل دوم: هر دوره، معادل تغییر فاز ۲π است. بنابراین $\frac{\pi}{۴}$ تغییر فاز معادل $\frac{T}{۸}$ است.

۲π	T
$\frac{\pi}{۴}$	Δt

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۸}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

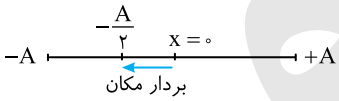
۱۱۹۸- گزینه‌ی ۱ فاز حرکت $+\frac{۷\pi}{۶}$ است پس فاز در ربع سوم مثلثاتی است. مکان آن $-\frac{A}{۲}$ است و بردار مکان در خلاف جهت مثبت محور است بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.



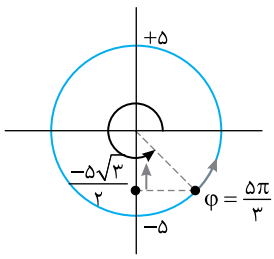
سرعت از $-\frac{A}{۲}$ به سوی $-A$ می‌رود. بنابراین بردار سرعت نیز منفی و در خلاف جهت محور است پس گزینه‌ی (۳) نادرست است.

از طرفی سرعت در حال کاهش است و حرکت کندشونده است پس گزینه‌ی (۴) نادرست است.

هنگامی که مکان منفی است، بردار شتاب مثبت است پس گزینه‌ی (۲) نادرست است.



۱۱۹۹- گزینه‌ی ۲ هرگاه مکان منفی باشد فاز حرکت در ربع سوم یا ربع چهارم مثلثاتی است. حرکت تندشونده یعنی حرکت ذره به سوی مرکز نوسان است. در این صورت فاز حرکت در ربع چهارم مثلثاتی است. دامنه‌ی حرکت $A=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$ است. مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو فاز حرکت $\frac{۵\pi}{۳}$ خواهد بود.



$$\sin\varphi=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi=\frac{۵\pi}{۳}$$

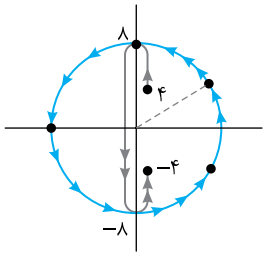
$$x=A\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{\frac{-۵\sqrt{۳}}{۲}}{+۵}\Rightarrow\sin\varphi=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi=\frac{۵\pi}{۳}$$

A **۱۲۰۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به فرض مسأله:

$$\varphi_۲ = ۲\varphi_۱$$

$$x_۲ = x_۱ \Rightarrow A\sin\varphi_۲ = A\sin\varphi_۱ \Rightarrow \sin ۲\varphi_۱ = \sin\varphi_۱ \Rightarrow ۲\varphi_۱ + \varphi_۱ = \pi \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۳}$$

A **۱۲۰۱- گزینه‌ی ۱** طول پاره‌خط مسیر نوسان ۱۶cm است در نتیجه دامنه $A = \frac{۱۶}{۲} = ۸cm$ می‌باشد. هرگاه مکان مثبت و نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ باشد فاز در ربع اول است.



$$x = A\sin\varphi \Rightarrow +۴ = ۸\sin\varphi_۱ \Rightarrow \sin\varphi_۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۶}$$

هرگاه مکان منفی و نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ باشد فاز در ربع چهارم است.

$$x = A\sin\varphi \Rightarrow -۴ = ۸\sin\varphi_۲ \Rightarrow \sin\varphi_۲ = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ = \frac{۱۱\pi}{۶}$$

کمینه بسامد یعنی:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۱۱\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶} = (۲\pi f)(۰/۵) \Rightarrow \frac{۱۰\pi}{۶} = \pi f \Rightarrow f \simeq ۱/۶Hz$$

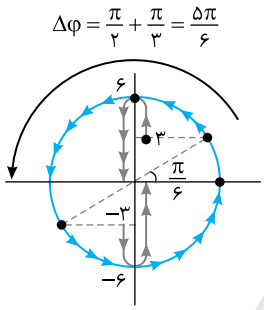
B **۱۲۰۲- گزینه‌ی ۴** دامنه‌ی حرکت ذره برابر نصف طول پاره‌خط مسیر است:

$$A = \frac{۱۲}{۲} = ۶cm$$

هر ۲ بار طی کردن مسیر برابر یک نوسان کامل است پس ۲۰ بار طی مسیر برابر ۱۰ نوسان کامل است، از این‌رو:

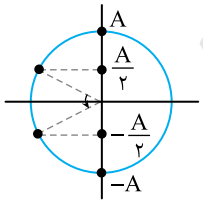
$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{۵}{۱۰} \Rightarrow T = ۰/۵s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۵} \Rightarrow \omega = ۴\pi\frac{rad}{s}$$

مکان ذره در $t_۱$، $x = \pm ۳cm$ و شتاب در حال افزایش است بنابراین فاز ذره یا در ربع اول مثلثاتی و یا در ربع سوم مثلثاتی است و در دو حالت ذره پس از رسیدن به انتهای مسیر باید از مبدأ بگذرد تا بردار مکان آن برای اولین بار تغییر جهت دهد. بنابراین تغییر فاز نوسانگر مطابق دایره‌ی مثلثاتی رسم شده برابر $\frac{۵\pi}{۶}$ است در این صورت:



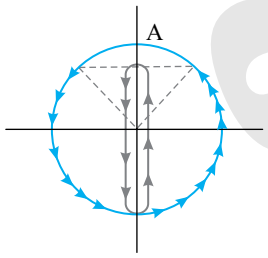
$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۵\pi}{۶} = ۴\pi \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۵}{۲۴}s$$

B **۱۲۰۳- گزینه‌ی ۴** وقتی سرعت نوسانگر تغییر علامت نداده است و نوسانگر از $\frac{A}{۲}$ به $\frac{-A}{۲}$ می‌رود، تغییر فاز مطابق شکل روبه‌رو $\frac{\pi}{۳}$ است.



$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T}(۵-۳) \Rightarrow T = ۱۲s$$

B **۱۲۰۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به فرض مسأله، فاز متحرک در ربع دوم مثلثاتی است.

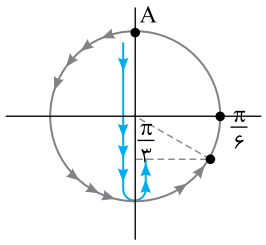


$$x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A \xrightarrow{x = A\sin\varphi} \varphi = \frac{۲\pi}{۳}$$

مطابق شکل وقتی مجدداً نوسانگر به آن مکان می‌رسد فاز حرکت به اندازه‌ی $\Delta\varphi = \frac{\pi}{۳} + \pi + \frac{\pi}{۳} = \frac{۵\pi}{۳}$ در مدت یک ثانیه تغییر کرده است. در این صورت:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = \frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow T = \frac{۶}{۵}s = ۱/۲s$$

B **۱۲۰۵- گزینه‌ی ۲** اگر با دایره‌ی مثلثاتی آشتی کرده‌اید، این تست زمان زیادی برای حل نمی‌خواهد، پس دایره‌ی مثلثاتی را بکشید.



$$\Delta\varphi = \frac{۴\pi}{۳}rad$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۴\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T} \times ۴ \Rightarrow T = ۶s$$

Ⓐ ۱۲۰۶- گزینه‌ی ۲ فاز حرکت $\varphi=\omega t+\varphi_{\circ}$ است که یک تابع خطی از زمان می‌باشد.

Ⓐ ۱۲۰۷- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، نیروی بازگرداننده نقش اساسی را ایفا می‌کند، که این نیرو با مکان نوسانگر از مبدأ رابطه‌ی $F=-kx$ دارد.

Ⓐ ۱۲۰۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا معادله را به شکل معمولی آن در می‌آوریم:

$$\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}=-۴x \xrightarrow{\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}=a=-x\omega^{۲}} \omega^{۲}=۴\Rightarrow\omega=۲\frac{rad}{s} \quad , \quad \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۲=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\pi s$$

Ⓑ ۱۲۰۹- گزینه‌ی ۱ در حرکت هماهنگ ساده، همواره یک نیروی برگرداننده نقش اصلی را ایفا می‌کند که با فاصله‌ی نوسانگر از مبدأ نسبت مستقیم دارد، اما نیرو و مکان هم‌علامت نیستند.

$$\left.\begin{array}{l}\text{قانون هوک}\ F=-kx\\ \text{قانون دوم نیوتون}\ F=ma\end{array}\right\}\Rightarrow ma=-kx\Rightarrow a=-\frac{k}{m}x\Rightarrow\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}=-\frac{k}{m}x$$

در عبارت بالا x یک تابع دوره‌ای ریاضی (مثلاً یک تابع سینوسی) است و همواره ضریب x یعنی $\frac{k}{m}$ در این عبارت برابر مجذور بسامد زاویه‌ای نوسانگر است $(\omega^{۲}=\frac{k}{m})$.

با این دانسته‌ها حل مسأله آسان است. معادله‌ی داده شده را به شکل کلاسیک آن درمی‌آوریم:

$$\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}+۹\pi^{۲}x=\circ\Rightarrow\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}=-۹\pi^{۲}x$$

ضریب x (بدون علامت) برابر است با مجذور بسامد زاویه‌ای.

$$\omega^{۲}=۹\pi^{۲}\Rightarrow\omega=۳\pi\Rightarrow ۲\pi f=۳\pi\Rightarrow f=\frac{۳}{۲}Hz$$

Ⓐ ۱۲۱۰- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده به صورت $\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}+kx=\circ$ است که در آن $\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}$ شتاب بوده و شتاب متغیر است و با مکان هم علامت نیست. از معادله‌ی $\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}+k=\circ$ نتیجه می‌شود $\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}}=-k$، یعنی شتاب و نیروی وارد بر جسم ثابت است.

بنابراین این حرکت هماهنگ ساده نیست.

Ⓐ ۱۲۱۱- گزینه‌ی ۲ ۲۰ بار طی طول پاره‌خط برابر ۱۰ نوسان است و دوره‌ی حرکت خواهد شد:

$$T=\frac{t}{N}=\frac{\circ/۱}{۱\circ}\Rightarrow T=\circ/\circ۱s \quad , \quad \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\circ/\circ۱}\Rightarrow\omega=۲\circ\circ\pi\frac{rad}{s}$$

از طرفی دامنه‌ی حرکت برابر نصف پاره‌خط نوسان است.

$$A=\frac{۲\circ}{۲}=۱\circ cm\Rightarrow A=\circ/۱m$$

بنابراین معادله‌ی حرکت برابر است با:

$$x=\circ/۱\sin ۲\circ\circ\pi t$$

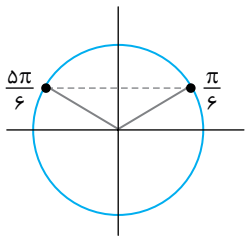
Ⓐ ۱۲۱۲- گزینه‌ی ۴ کافی است به جای t مقدار $\frac{۱}{۶}s$ را در معادله‌ی حرکت قرار دهیم.

$$x=\circ/\circ۲\sin\frac{۲\circ\pi}{۶}\Rightarrow x=\circ/\circ۲\sin(۳\pi+\frac{۲\pi}{۶})\Rightarrow x=\circ/\circ۲\sin(۳\pi+\frac{\pi}{۳})\Rightarrow x=-\circ/\circ۲\sin\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=-\frac{\sqrt{۳}}{۱\circ\circ}m\Rightarrow x=-\sqrt{۳}cm$$

فاصله را مثبت بیان می‌کنند:

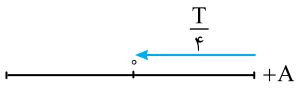
$$x=\sqrt{۳}cm$$

Ⓐ ۱۲۱۳- گزینه‌ی ۴ در معادله‌ی حرکت به جای مکان نوسانگر $x=+\circ/\circ۲m$ را قرار می‌دهیم.



$$x=\circ/\circ۴\sin ۵\circ\pi t\Rightarrow\circ/\circ۲=\circ/\circ۴\sin ۵\circ\pi t\Rightarrow\sin ۵\circ\pi t=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}۵\circ\pi t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱}{۳\circ\circ}s\\ ۵\circ\pi t=\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱}{۶\circ}s\end{cases}$$

Ⓐ **۱۲۱۴- گزینه‌ی ۴** مدت زمانی که نوسانگر از دامنه به مرکز نوسان می‌رسد برابر $\frac{T}{۴}$ است.



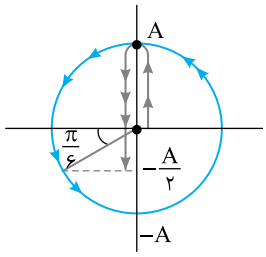
بنابراین:

$$\frac{T}{۴}=۲\Rightarrow T=۸s\Rightarrow f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۸}Hz$$

Ⓐ **۱۲۱۵- گزینه‌ی ۱** به کمک معادله‌ی حرکت به حل مسأله می‌پردازیم:

$$x=A\sin\omega t\Rightarrow \pm A=A\sin\omega t\Rightarrow \sin\frac{۲\pi}{T}t=\pm ۱\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t=n\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow t=n\frac{T}{۲}+\frac{T}{۴}\Rightarrow t=(۲n+۱)\frac{T}{۴}$$

Ⓑ **۱۲۱۶- گزینه‌ی ۱** با رسم یک دایره‌ی مثلثاتی به حل مسأله می‌پردازیم.



متحرک از مبدأ به دامنه‌ی $+A$ رفته به مبدأ باز می‌گردد و سپس به مکان $-\frac{A}{۲}$ برای اولین بار می‌رسد، در این بازه‌ی زمانی تغییر فاز نوسانگر برابر است با:

$$\Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{۶}=\frac{۷\pi}{۶}$$

در این صورت:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow \frac{۷\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{T}.\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{۷T}{۱۲}$$

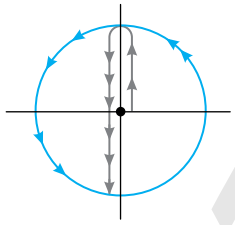
Ⓐ **۱۲۱۷- گزینه‌ی ۲** برای به‌دست آوردن جابه‌جایی نوسانگر یک‌بار $t=۰$ و بار دیگر $t=۱/۵s$ را در معادله‌ی مکان - زمان قرار داده و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$t=۰\Rightarrow x=۰$$

$$t=۱/۵s\Rightarrow x=۰/۰۲\sin\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow x=-۰/۰۲m$$

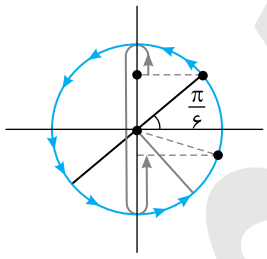
بنابراین جابه‌جایی متحرک $\Delta x=-۰/۰۲m$ است.

Ⓐ **۱۲۱۸- گزینه‌ی ۴** نوسانگر از مرکز نوسان شروع به حرکت کرده و در مدت ۱/۵ ثانیه فاز آن به اندازه‌ی $\Delta\varphi=\pi\times ۱/۵=\frac{۳\pi}{۲}$ رادیان تغییر می‌کند. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده برابر است با:



$$۰/۰۲+۰/۰۲+۰/۰۲=۰/۰۶m$$

Ⓑ **۱۲۱۹- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۳}s$ فاز حرکت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:



$$\varphi=\frac{\pi}{۲}t\xrightarrow{t=\frac{۱}{۳}s}\varphi=\frac{\pi}{۶}rad$$

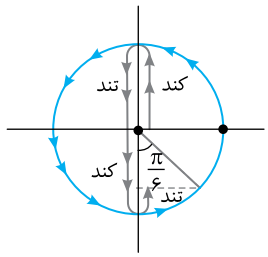
در بازه‌ی $t=\frac{۱}{۳}s$ تا $t=\frac{۱۵}{۴}s$ تغییر فاز را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}(\frac{۱۵}{۴}-\frac{۱}{۳})=\frac{\pi}{۲}(\frac{۴۵-۴}{۱۲})\Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}(\frac{۴۱}{۱۲})$$

$$\Delta\varphi=\frac{۴۱\pi}{۲۴}rad\Rightarrow \Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{۳}+\frac{۹\pi}{۲۴}$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی نوسانگر دو بار تغییر جهت داده است.

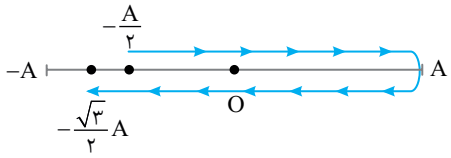
Ⓑ **۱۲۲۰- گزینه‌ی ۳** در مدت $\frac{۵}{۶}s$، تغییر فاز حرکت برابر است با:



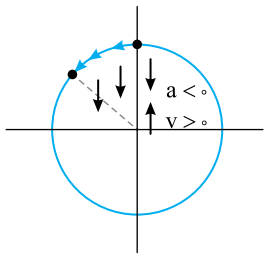
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow \Delta\varphi=۲\pi\times\frac{۵}{۶}\Rightarrow \Delta\varphi=\frac{۵\pi}{۳}$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو در ربع اول و سوم حرکت کندشونده در ربع دوم و چهارم حرکت تند شونده است. پس:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow (\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=۲\pi t\Rightarrow t=\frac{۱}{۳}s$$



B **۱۲۲۱- گزینه‌ی ۱** نوسانگر در مکان $-\frac{A}{2}$ دارای حرکت تندشونده است، پس به سوی مرکز رفته، سپس با حرکت کندشونده به مکان A رسیده و از آنجا با حرکت تند شونده به سوی مرکز می‌رود و در نهایت با حرکت کندشونده از مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌گذرد. شتاب آن در گذر از مرکز نوسان، حداقل دو بار تغییر جهت داده (متحرک دو بار از مبدأ عبور کرده) و جهت حرکت حداقل یک بار (در مکان $x=+A$) تغییر کرده است.

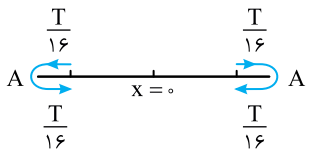


B **۱۲۲۲- گزینه‌ی ۳** ابتدا بررسی می‌کنیم در این بازه فاز نوسانگر چند رادیان تغییر کرده است.

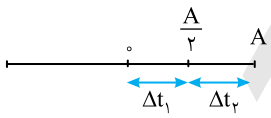
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=20\pi\times\frac{1}{24}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{5\pi}{6}$$

در حرکت از مبدأ به سوی دو انتهای مسیر، بردار سرعت و شتاب در خلاف جهت هم هستند و در حرکت از انتهای مسیر به سوی مرکز نوسان بردار سرعت و شتاب هم‌جهت هستند. بنابراین در تغییر فاز از صفر تا $\frac{\pi}{2}$، بردار شتاب و سرعت در خلاف جهت هم بوده و در تغییر فاز از $\frac{\pi}{2}$ تا $\frac{5\pi}{6}$ یعنی $\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{3}\right)$ بردار سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند. در این صورت:

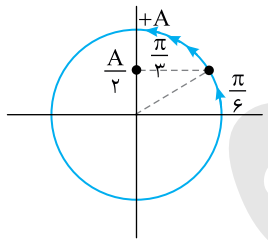
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{3}=20\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{60}s$$



B **۱۲۲۳- گزینه‌ی ۱** کمینه مقدار جابه‌جایی در بازه‌ی $\frac{T}{8}$ صفر است. مطابق شکل هنگامی که نوسانگر در مدت $\frac{T}{16}$ به سوی دامنه می‌رود و $\frac{T}{16}$ بعد به مکان اولیه‌اش باز می‌گردد، جابه‌جایی صفر است.



A **۱۲۲۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا به نظر می‌رسد که Δt_1 و Δt_2 در شکل روبه‌رو با هم برابرند اما سرعت نوسانگر از 0 تا $+\frac{A}{2}$ بیش‌تر از سرعت نوسانگر از $+\frac{A}{2}$ تا $+A$ است و زمان‌ها یکسان نیست به کمک دایره‌ی مثلثاتی مسئله به راحتی قابل حل است.



تغییر فاز از 0 تا $\frac{A}{2}$ برابر $\frac{\pi}{6}$ است، بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{T}\Delta t_1$$

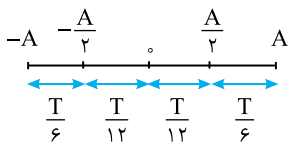
$$\Delta t_1=\frac{T}{12}$$

و تغییر فاز از $+\frac{A}{2}$ تا $+A$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

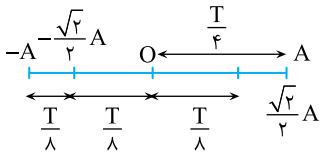
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t_2\Rightarrow\Delta t_2=\frac{T}{6}$$

بنابراین: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{1}{2}$

نتیجه: بازه‌های زمانی طی جابه‌جایی برابر نصف دامنه در شکل روبه‌رو نشان داده شده است.



B **۱۲۲۵- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** یک حرکت هماهنگ ساده با معادله‌ی $x = A\sin\omega t$ که از مبدأ شروع به حرکت کرده است را در نظر می‌گیریم و مشخص می‌کنیم که چه مدت طول می‌کشد تا به مکان $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ برسد.

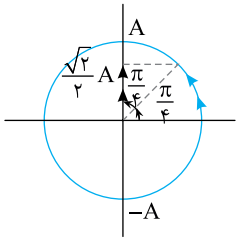


$$\frac{\sqrt{۲}}{۲}A = A\sin\omega t \Rightarrow \sin\frac{۲\pi}{T}t_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_۱ = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \Delta t_۱ = \frac{T}{۸}$$

می‌دانیم که بازه‌ی زمانی حرکت از مبدأ تا دامنه، برابر با $\frac{T}{۴}$ است. $\Delta t_۲ = \frac{T}{۴} - \frac{T}{۸} = \frac{T}{۸}$

بنابراین: $\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = ۱$

راه‌حل دوم: با استفاده از دایره‌ی مثلثاتی.



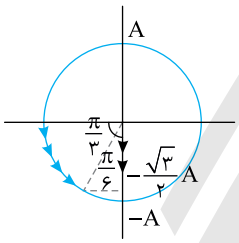
هنگامی که نوسانگر از مبدأ به مکان $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رود، مطابق شکل، تغییر فاز آن برابر با $\frac{\pi}{۴}$ است.

همچنین هنگامی که از مکان $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ به مکان A می‌رود، تغییر فاز آن برابر با $\frac{\pi}{۴}$ است.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi_۱ = \omega\Delta t_۱ \\ \Delta\varphi_۲ = \omega\Delta t_۲\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = \frac{\Delta\varphi_۲}{\Delta\varphi_۱} = \frac{\frac{\pi}{۴}}{\frac{\pi}{۴}} \Rightarrow \frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = ۱$$

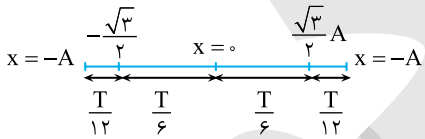
نتیجه: بازه‌های زمانی حرکت از $x=۰$ تا $x=\frac{\pm\sqrt{۲}}{۲}A$ و از $x=\frac{+\sqrt{۲}}{۲}A$ تا $x=+A$ و از $x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}A$ تا $x=-A$ و بالعکس با هم یکسان و برابر با $\frac{T}{۸}$ هستند.

B **۱۲۲۶- گزینه‌ی ۳** به کمک دایره‌ی مثلثاتی، تغییر فاز نوسانگر در هر بازه زمانی را به‌دست می‌آوریم.



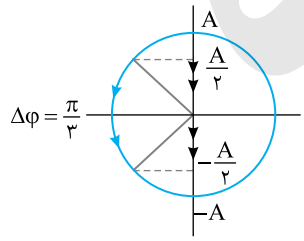
$$\left.\begin{array}{l} ۰ \to \frac{-\sqrt{۳}}{۲}A \Rightarrow \Delta\varphi_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \omega\Delta t_۱ \\ -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A \to -A \Rightarrow \Delta\varphi_۲ = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \frac{\pi}{۶} = \omega\Delta t_۲ \end{array}\right\} \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} = \frac{\frac{\pi}{۳}}{\frac{\pi}{۶}} \Rightarrow \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} = ۲$$

نتیجه:



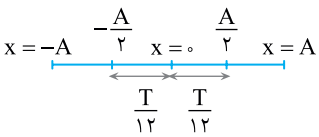
زمان رفتن از مبدأ به مکان $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ یا $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}A$ و بالعکس برابر با $\frac{T}{۶}$ و زمان رفت از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ تا $+A$ یا از $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}A$ تا $-A$ و بالعکس برابر با $\frac{T}{۱۲}$ است.

A **۱۲۲۷- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** کمینه زمان وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در دو طرف مرکز نوسان حرکت کند. در حل مسائلی از این دست جابه‌جایی را به دو قسمت یکسان در دو طرف مرکز نوسان که سرعت متحرک در آن‌جا بیشینه است تقسیم می‌کنیم در این صورت جابه‌جایی نوسانگر از $+\frac{A}{۲}$ تا $-\frac{A}{۲}$ یا از $-\frac{A}{۲}$ تا $+\frac{A}{۲}$ خواهد بود. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، تغییر فاز وقتی نوسانگر از $+\frac{A}{۲}$ به $-\frac{A}{۲}$ می‌رود، برابر با $\Delta\varphi = \frac{\pi}{۳}$ است، بنابراین:



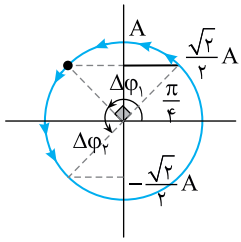
$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T}(۰/۱) \Rightarrow T = ۰/۶s$$

راه‌حل دوم:



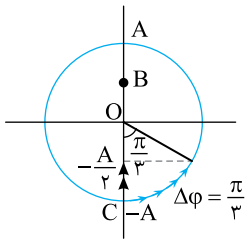
$$\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶} \xrightarrow{\Delta t = ۰/۱s} ۰/۱ = \frac{T}{۶} \Rightarrow T = ۰/۶s$$

B **۱۲۲۸- گزینه‌ی ۱** به کمک دایره‌ی مثلثاتی، تغییر فاز در هر بازه‌ی زمانی را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ تا } x=\frac{\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow \Delta\varphi_1=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ تا } x=\frac{-\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow \Delta\varphi_2=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}=1 \\ \Delta\varphi=\omega\Delta t \end{cases}$$

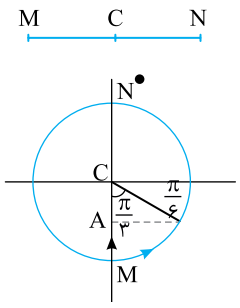
A **۱۲۲۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، نوسانگر فاصله‌ی دامنه تا محل نصف دامنه $-\frac{A}{2}$ را در مدت ۶ ثانیه طی کرده است.



در این بازه‌ی زمانی مطابق شکل دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، تغییر فاز برابر با $\frac{\pi}{3}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{c|c} \frac{\pi}{3} & 6s \\ \hline \frac{\pi}{4} & \Delta t \end{array} \Rightarrow \Delta t=4/5s$$

B **۱۲۳۰- گزینه‌ی ۳** در شکل سؤال، محل A بین M و C بیان شده است، اما در شکل مشخص نشده و از شما خواسته شده محل آن را مشخص کنید.



نوسانگر با دوره‌ی ۱/۲ ثانیه، در مدت ۰/۲ ثانیه از M به A رفته است، بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{2\pi}{1/2}\times 0/2=\frac{\pi}{3}$$

اکنون روی دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو از نقطه‌ی M فاز را $\frac{\pi}{3}$ تغییر می‌دهیم و به نقطه‌ی A می‌رسیم که دقیقا وسط MC است.

B **۱۲۳۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که در لحظه‌های $t_2=2s$ و $t_3=4s$ نوسانگر در رفت و برگشت از نقطه‌ی M می‌گذرد، بنابراین ۱ ثانیه طول می‌کشد که نوسانگر پاره‌خط MB را طی کند. بنابراین نوسانگر در لحظه‌ی $t=3s$ از نقطه‌ی B می‌گذرد. در نتیجه ۲ ثانیه $(\Delta t=3-1=2s)$ طول می‌کشد تا نوسانگر پاره‌خط OB را طی کند. در این صورت $\frac{T}{4}$ برابر ۲s و T برابر ۸s است.

B **۱۲۳۲- گزینه‌ی ۲** دامنه‌ی حرکت هماهنگ ساده، نصف طول پاره‌خط مسیر نوسان است.

$$A=\frac{24}{2}=12\,cm \quad , \quad \omega=2\pi f \xrightarrow{f=10Hz} \omega=20\pi\frac{rad}{s}$$

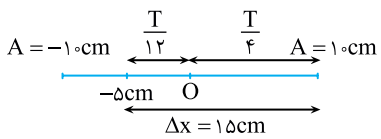
بنا به فرض مسأله فاز اولیه‌ی حرکت صفر است، بنابراین معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر به‌صورت زیر است:

$$x=0/12\sin 20\pi t$$

سرعت متوسط برابر تغییر مکان در یکای زمان $(\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ است.

$$\left.\begin{array}{l} t_1=0 \Rightarrow x_1=0 \\ t_2=\frac{1}{40}s \Rightarrow x_2=0/12\sin 20\pi(\frac{1}{40})=0/12\sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow x_2=0/12m \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{v}=\frac{0/12-0}{\frac{1}{40}-0} \Rightarrow \bar{v}=4/8\frac{m}{s}$$

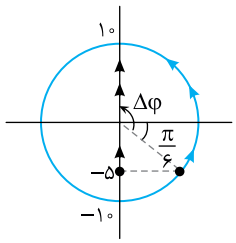
B **۱۲۳۳- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** مطابق شکل روبه‌رو، زمان حرکت از مکان $-5\,cm$ تا $+10\,cm$ برابر است با:



$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}=\frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t=\frac{0/15}{3}=0/05s$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0/15}{0/05} \Rightarrow \bar{v}=3\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: البته می‌توان زمان حرکت را به کمک دایره‌ی مثلثاتی نیز به‌دست آورد. ابتدا اختلاف فاز را مطابق شکل حساب می‌کنیم:



$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{۳}$$

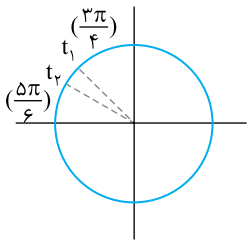
در یک دوره، فاز نوسانگر ۲π تغییر می‌کند، بنابراین:

$$\begin{array}{c|c} ۲\pi & ۰/۱۵s \\ \hline \frac{۲\pi}{۳} & \Delta t \end{array} \Rightarrow \Delta t=۰/۰۵s$$

بنابر تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰/۱۵}{۰/۰۵}=۳\frac{m}{s}$$

B **۱۲۳۴- گزینه‌ی ۴** بیش‌ترین سرعت متوسط نوسانگر هنگامی رخ می‌دهد که کوچک‌ترین بازه‌ی زمانی ممکن را در نظر بگیریم.



$$x_۱=A\sin(\omega t_۱+\varphi_۰)\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=A\sin(\omega t_۱+\varphi_۰)\Rightarrow\sin(\omega t_۱+\varphi_۰)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\omega t_۱+\varphi_۰=\frac{\pi}{۴},\frac{۳\pi}{۴}$$

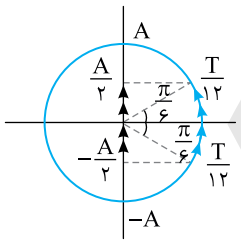
$$x_۲=A\sin(\omega t_۲+\varphi_۰)\Rightarrow\frac{۱}{۲}A=A\sin(\omega t_۲+\varphi_۰)\Rightarrow\sin(\omega t_۲+\varphi_۰)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\omega t_۲+\varphi_۰=\frac{\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶}$$

اگر فاز نوسانگر را در لحظه‌ی $t_۱$ برابر با $\frac{۳\pi}{۴}$ و در لحظه‌ی $t_۲$ برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ در نظر بگیریم، بیش‌ترین سرعت متوسط نوسانگر در این بازه رخ می‌دهد.

$$\begin{cases}\omega t_۱+\varphi_۰=\frac{۳\pi}{۴}\\ \omega t_۲+\varphi_۰=\frac{۵\pi}{۶}\end{cases}\Rightarrow\omega\Delta t=\frac{۵\pi}{۶}-\frac{۳\pi}{۴}=\frac{\pi}{۱۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۲۴}$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{۱}{۲}A-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A}{\frac{T}{۲۴}}=\frac{\frac{۱-\sqrt{۲}}{۲}A}{\frac{T}{۲۴}}=۱۲(۱-\sqrt{۲})\frac{A}{T}\Rightarrow|\bar{v}|=۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$$

C **۱۲۳۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی $\bar{v}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ بیش‌ترین سرعت متوسط در یک بازه‌ی زمانی معین $|\Delta t=۰/۰۲s|$ هنگامی رخ می‌دهد که جابه جایی متحرک در این مدت بیشینه باشد.

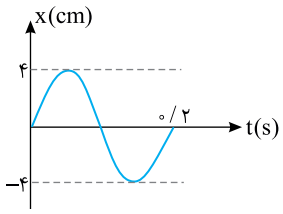


$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{۵۰\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۱۲s\Rightarrow\Delta t=۰/۰۲=\frac{T}{۶}$$

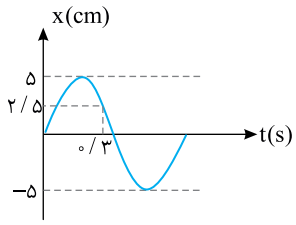
به‌منظور آن‌که بیش‌ترین جابه‌جایی را در این بازه‌ی زمانی به‌دست آوریم، باید این بازه‌ی زمانی را طوری انتخاب کنیم که بزرگی سرعت نوسانگر درتمام لحظه‌های آن بیش‌تر از بزرگی سرعت در لحظه‌های سایر بازه‌های زمانی مشابه باشد. چون سرعت نوسانگر در وضع تعادل بیشینه است، بازه‌ی زمانی $\frac{T}{۶}$ را طوری در نظر می‌گیریم که نیمی از آن در بالای وضع تعادل و نیمی دیگر در پایین وضع تعادل باشد. اکنون با توجه به شکل بالا و این‌که بازه‌ی زمانی $\frac{T}{۱۲}$ معادل تغییر فاز $\frac{\pi}{۶}rad$ است، می‌توان گفت که بیشینه‌ی جابه‌جایی نوسانگر در مدت $\frac{T}{۶}$ برابر با A است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\bar{v}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}_x=\frac{A}{\frac{T}{۶}}=\frac{۰/۰۶}{۰/۰۲}=۳\frac{m}{s}$$

A **۱۲۳۶- گزینه‌ی ۲** دوره‌ی حرکت $T=۰/۲s$ بوده و بسامد زاویه‌ای $\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۲}=۱۰\pi\frac{rad}{s}$ است. نوسانگر مطابق نمودار در لحظه‌ی $t=۰$ از مکان $x=۰$ در جهت مثبت محور با دامنه‌ی $۴cm$ شروع به نوسان کرده است. بنابراین معادله‌ی حرکت آن می‌شود:



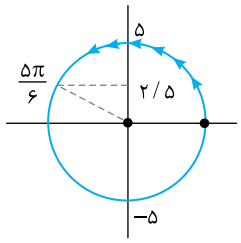
$$x=A\sin\omega t\Rightarrow x=۰/۰۴\sin ۱۰\pi t$$



Ⓐ **۱۲۳۷- گزینه‌ی ۲** دامنه‌ی حرکت $A=۵cm$ و در لحظه‌ی $t=۰$ فاز حرکت صفر است.

با توجه به شکل در $t=۰/۳s$ فاز حرکت برابر است با:

$$x=A\sin\varphi \Rightarrow ۲/۵=۵\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi=\frac{۵\pi}{۶}\ ,\ \frac{\pi}{۶}\ \text{غ‌ق‌ق}$$

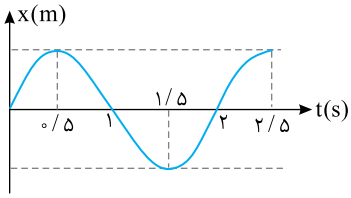


با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، فاز در لحظه‌ی $۰/۳s$ در ربع دوم مثلثاتی و برابر $\frac{۵\pi}{۶}$ است.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \frac{۵\pi}{۶}=\omega\times ۰/۳ \Rightarrow \omega=\frac{۲۵\pi}{۹}\ \frac{rad}{s}$$

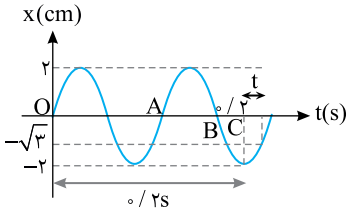
بنابراین معادله‌ی حرکت خواهد شد:

$$x=۰/۰۵\sin\frac{۲۵\pi}{۹}t$$



Ⓐ **۱۲۳۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار، تغییر فاز نوسانگر در مدت ۲/۵ ثانیه برابر با $۲\pi+\frac{\pi}{۲}=\frac{۵\pi}{۲}$ است. از طرفی تغییر فاز در هر ثانیه همان بسامد زاویه‌ای است، بنابراین:

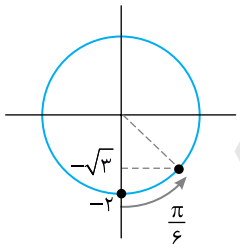
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \frac{۵\pi}{۲}=\omega\times ۲/۵ \Rightarrow \omega=\pi \xrightarrow[\Delta\varphi]{\Delta t=۱s} \Delta\varphi=\pi$$



Ⓑ **۱۲۳۹- گزینه‌ی ۲** از نمودار سوال می‌کنیم که در مدت $۰/۲s$ چه کسری از دوره طی شده است.

پاسخ می‌شنویم از ۰ تا A یک دوره (T)، از A تا B نصف دوره $(\frac{T}{۲})$ و از B تا C $\frac{۱}{۴}$ دوره $(\frac{T}{۴})$ سپری شده است.

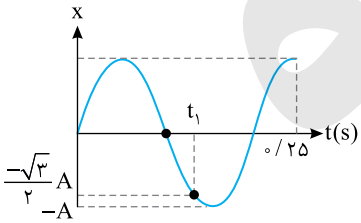
$$\Delta t=T+\frac{T}{۲}+\frac{T}{۴} \Rightarrow ۰/۲=\frac{۴+۲+۱}{۴}T \Rightarrow T=\frac{۸}{۷۰}s$$



مجدداً به نمودار نگاه کرده و می‌پرسیم در بازه‌ی t نوسانگر از کجا به کجا رفته و تغییر فازش چند رادیان است؟

پاسخ نمودار این است که از $-۲cm$ به $-\sqrt{۳}cm$ رفته و تغییر فازش $\frac{\pi}{۶}$ است در این صورت:

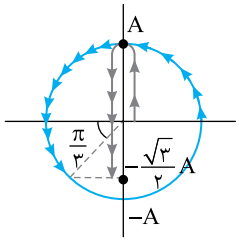
$$\begin{array}{c|c} ۲\pi & \frac{۸}{۷۰}s \\ \hline \frac{\pi}{۶} & \Delta t \end{array} \Rightarrow \Delta t=\frac{۱}{۱۰۵}s$$



Ⓑ **۱۲۴۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$۵\frac{T}{۴}=۰/۲۵ \Rightarrow T=۰/۲ \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \omega=\frac{۲\pi}{۰/۲} \Rightarrow \omega=۱۰\pi\ \frac{rad}{s}$$

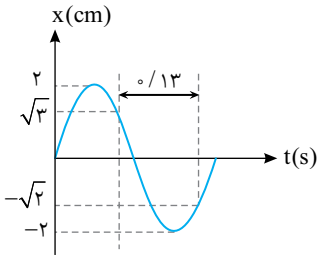
مجدداً به نمودار نگاه می‌کنیم در $t=۰$ نوسانگر در مبدأ و در $t=t_۱$ نوسانگر در $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ قرار دارد. حال این داده‌ها را روی دایره‌ی مثلثاتی برده و تغییر فاز در بازه‌ی ۰ تا $t_۱$ را حساب می‌کنیم.



$$\Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{۳} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{۴\pi}{۳}$$

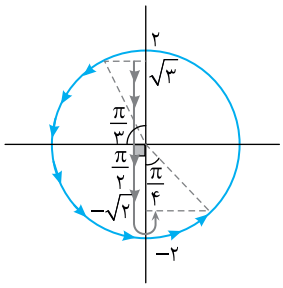
اکنون می‌توان $t_۱$ را حساب کرد.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \frac{۴\pi}{۳}=۱۰\pi t_۱ \Rightarrow t_۱=\frac{۴}{۳۰}=\frac{۲}{۱۵}s$$



B **۱۲۴۱- گزینه‌ی ۲** در لحظه‌ی $t=۰$ مکان نوسانگر $x=۰$ است، بنابراین فاز اولیه $\varphi_۰=۰$ است.

با نگاه کردن به نمودار، از نمودار سوال می‌کنیم که در بازه‌ی ۰/۱۳s نوسانگر از کجا به کجا رفته است؟



پاسخی که دریافت می‌کنیم این است که در بازه‌ی ۰/۱۳ ثانیه، نوسانگر از مکان $x_۱=\sqrt{۳}\,cm$ به مکان $x_۲=-\sqrt{۲}\,cm$ می‌رود و مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، فاز نوسانگر به اندازه‌ی زیر تغییر می‌کند:

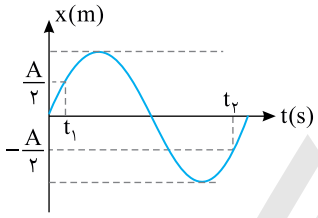
$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}=\frac{۱۳\pi}{۱۲}$$

بنا به تعریف بسامد زاویه‌ای:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۱۳\pi}{۱۲}=\omega(۰/۱۳)\Rightarrow\omega=\frac{۲۵\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

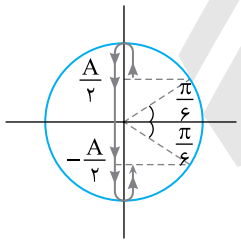
$$x=۲\sin\frac{۲۵\pi}{۳}t$$

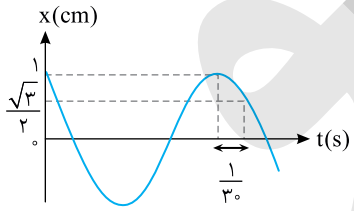


B **۱۲۴۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار در بازه‌ی $t_۱$ تا $t_۲$، نوسانگر از مکان $x_۱=\frac{+A}{۲}$ به مکان $x_۲=-\frac{A}{۲}$ می‌رود و مطابق شکل روبه‌رو تغییر فاز برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}+\pi+\frac{\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۳}$$

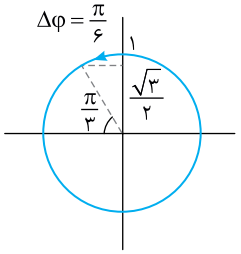
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۵\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۵}{۶}T$$

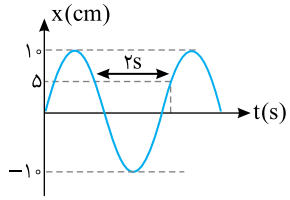




B **۱۲۴۳- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار در بازه‌ی زمانی $\frac{۱}{۳۰}s$ نوسانگر از نقطه‌ی $x=۱$ به نقطه‌ی $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ جابه‌جا می‌شود و مطابق شکل دایره‌ی مثلثاتی در بازه‌ی $\frac{۱}{۳۰}s$ تغییر فاز نوسانگر $\frac{\pi}{۶}$ است. بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{T}(\frac{۱}{۳۰})\Rightarrow T=۰/۴s$$



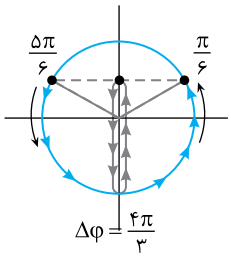


B **۱۲۴۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که نوسانگر در ابتدای بازه‌ی ۲s در بعد مثبت قرار دارد و به سمت $x=0$ در حرکت است، بنابراین در این لحظه نوسانگر در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\frac{5}{10}=\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{1}{2}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow\varphi=\frac{5\pi}{6}$$

در انتهای بازه‌ی $t=2s$ نوسانگر دارای بعد مثبت است و به سمت $x=+A$ در حرکت است. بنابراین در این لحظه، فاز نوسانگر در ربع اول قرار دارد.

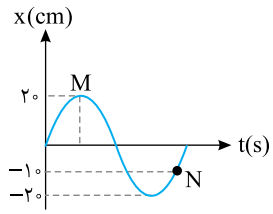
$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=\sin\varphi\\ \text{فاز نوسانگر در ربع اول قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{6}$$

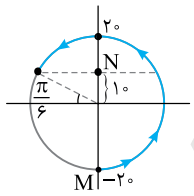


با توجه به نمودار، دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. تغییر فاز نوسانگر در مدت ۲ ثانیه برابر با $\Delta\varphi=\frac{4\pi}{3}$ است.

با توجه به رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t})$ می‌توان نوشت:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{4\pi}{3}}{2}=\frac{2\pi}{3}\left(\frac{rad}{s}\right)$$



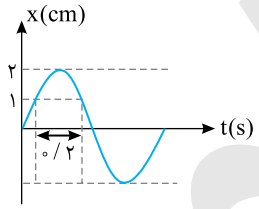


B **۱۲۴۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار، دایره‌ی مثلثاتی را رسم می‌کنیم. وقتی نوسانگر از M به N می‌رود، تغییر فاز آن برابر است با:

$$\Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{4\pi}{3}=\frac{2\pi}{12}\Delta t\Rightarrow\Delta t=8\,s$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{+10-(-20)}{8}=3/75\,\frac{m}{s}$$

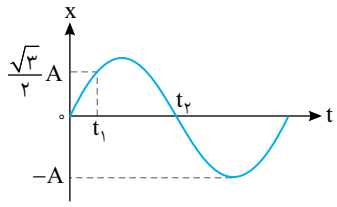


B **۱۲۴۶- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که نوسانگر در ابتدا در نصف بعد بیشینه قرار دارد و به سمت $x=+A$ حرکت می‌کند، فاز نوسانگر در این لحظه در ربع اول دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد. به همین ترتیب می‌توان گفت که در لحظه‌ی $t=0/2s$ فاز نوسانگر در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد. بنابراین:

$$\sin\varphi_1=\frac{x}{A}=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{6}\quad,\quad\sin\varphi_2=\frac{x}{A}=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi_2=\frac{5\pi}{6}$$

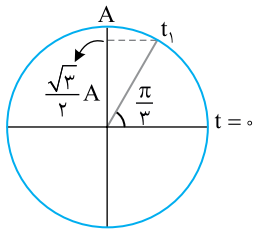
حال، با استفاده از رابطه‌ی $\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$، سرعت زاویه‌ای را محاسبه کرده و با توجه به رابطه‌ی $\omega=\frac{2\pi}{T}$، دوره‌ی نوسان نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}}{0/2}=\frac{\frac{4\pi}{6}}{0/2}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{0/2}=\frac{10\pi}{3}\left(\frac{rad}{s}\right)\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\frac{10\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/6s$$



C **۱۲۴۷- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌ی $t=0$ و $t=t_2$، مکان $x=0$ است، بنابراین سرعت نوسانگر بیشینه است. البته در $t=0$ سرعت مثبت و در t_2 سرعت منفی است، زیرا شیب خط مماس در $t=0$ مثبت و در t_2 منفی است.

$$|\bar{a}|=\frac{|v_2-v_0|}{t_2-t_0}\Rightarrow|\bar{a}|=\frac{|-A\omega-A\omega|}{\frac{T}{2}}\Rightarrow|\bar{a}|=\frac{2A\omega}{\frac{T}{2}}=\frac{4A\omega}{T}$$



در لحظه‌ی $t=t_1$ مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}$ دامنه است، بنابراین سرعت نصف سرعت ماکزیمم است $(v=\omega\sqrt{A^2-\frac{3}{4}A^2}=\frac{1}{2}A\omega)$ از طرفی:

$$x=A\sin\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\sin\omega t_1\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_1=\frac{T}{6}\Rightarrow t_2-t_1=\frac{T}{2}-\frac{T}{6}=\frac{T}{3}$$

شتاب متوسط را در بازه‌ی t_1 تا t_2 به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{a}'|=\frac{|-A\omega-\frac{1}{2}A\omega|}{\frac{T}{3}}=\frac{\frac{3}{2}A\omega}{\frac{T}{3}}\Rightarrow|\bar{a}'|=\frac{9}{2}\frac{A\omega}{T}$$

در این صورت:

$$\frac{|\bar{a}|}{|\bar{a}'|}=\frac{\frac{4A\omega}{T}}{\frac{9}{2}\frac{A\omega}{T}}=\frac{8}{9}$$

۱۲۴۸- گزینه‌ی ۲ برای به‌دست آوردن سرعت، از معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=20\pi\cos\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{3}s}v=20\pi\cos\frac{\pi}{3}=10\pi\Rightarrow v=31/4\frac{cm}{s}$$

تست: معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $x=0/1\sin16t$ است. سرعت نوسانگر در لحظه‌ی $t=\frac{\pi}{48}$ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $0/8$ ۲) $1/6$ ۳) $0/4\sqrt{3}$ ۴) $0/8\sqrt{3}$

پاسخ: ابتدا معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=1/6\cos16t\xrightarrow{t=\frac{\pi}{48}}v=1/6\cos\frac{16\pi}{48}\Rightarrow v=0/8\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۱۲۴۹- گزینه‌ی ۱ در حرکت هماهنگ ساده، سرعت بیشینه برابر با $v_m=A\omega$ است که در آن A دامنه‌ی حرکت و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{T=0/4s}\omega=\frac{2\pi}{0/4}\Rightarrow\omega=5\pi\frac{rad}{s}$$

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=5\times5\pi=25\pi\frac{cm}{s}$$

۱۲۵۰- گزینه‌ی ۲ هر دو بار طی مسیر، معادل یک نوسان کامل است. بنابراین تعداد نوسانات خواهد شد: $N=\frac{300}{2}=150$

اکنون دوره و بسامد زاویه‌ای را می‌توان به‌دست آورد.

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{60}{150}\Rightarrow T=\frac{2}{5}s\ ,\ \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{2}{5}}\Rightarrow\omega=5\pi\frac{rad}{s}$$

دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر است در نتیجه:

$$\text{دامنه}=\frac{\text{طول مسیر}}{2}\Rightarrow A=\frac{4}{2}=0/02m\quad,\quad v_m=A\omega=0/02(5\pi)=\frac{\pi}{10}\frac{m}{s}$$

۱۲۵۱- گزینه‌ی ۴ معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=A\omega\cos\omega t\xrightarrow{v=0}\cos\omega t=0\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t=(2n-1)\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=(2n-1)\frac{T}{4}$$

Ⓐ ۱۲۵۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا دامنه‌ی نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

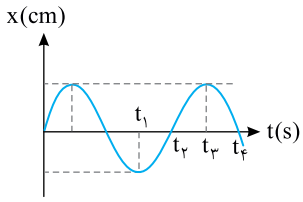
$$v_m = A\omega \Rightarrow 2\pi = 8\times 50\pi \Rightarrow A = 0/04\,m$$

معادله‌ی مکان - زمان خواهد شد:

$$x = 0/04 \sin 50\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{60}s} x = 0/04 \sin \frac{50\pi}{60}$$

$$x = 0/02\,m = 2\,cm$$

Ⓐ ۱۲۵۳- گزینه‌ی ۴ در لحظه‌ای که $x=0$ است، سرعت بیشینه است و در لحظه‌ی t_4 شیب مماس بر نمودار منفی است. بنابراین در لحظه‌ی t_4 سرعت بیشینه و منفی است.



Ⓐ ۱۲۵۴- گزینه‌ی ۲ کافی است سرعت‌های داده شده را در معادله‌ی سرعت- زمان قرار دهیم.

$$\begin{cases} v = 2\pi\cos 10\pi t \Rightarrow \sqrt{3}\pi = 2\pi\cos 10\pi t \Rightarrow 10\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{60}s \\ v = 2\pi\cos 10\pi t \Rightarrow -\pi = 2\pi\cos 10\pi t \Rightarrow 10\pi t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{15}s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{20}s$$

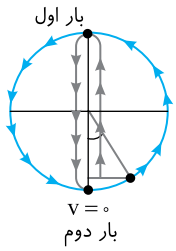
Ⓑ ۱۲۵۵- گزینه‌ی ۱ معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = \cos 50t$$

فاز حرکت‌های داده شده را در معادله‌ی سرعت قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \varphi_1 = 37^\circ \Rightarrow v_1 = \cos 37^\circ \Rightarrow v_1 = 0/8\,\frac{m}{s} \\ \varphi_2 = 53^\circ \Rightarrow v_2 = \cos 53^\circ \Rightarrow v_2 = 0/6\,\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_1 - v_2 = 0/2\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ ۱۲۵۶- گزینه‌ی ۱ به کمک معادله‌ی سرعت - زمان، فاز حرکت در لحظه‌ی $v = +\frac{v_m}{2}$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v = v_m \cos\varphi \Rightarrow \frac{v_m}{2} = v_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} & \text{غ ق ق} \\ \varphi = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

حرکت در این لحظه تندشونده است پس فاز در ربع چهارم مثلثاتی و فاز $\frac{5\pi}{3}$ قابل قبول است. از این لحظه تا لحظه‌ای که برای بار دوم سرعت صفر می‌شود مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو فاز حرکت به اندازه‌ی $(2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6})$ تغییر می‌کند. بنابراین:

$$\frac{\frac{11\pi}{6}}{2\pi} = \frac{\frac{11}{24}s}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{2}s \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} f = 2\,Hz$$

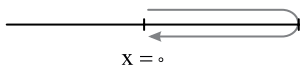
Ⓐ ۱۲۵۷- گزینه‌ی ۴ با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان $v = \frac{\pi}{50}\cos 2\pi t$ و مقایسه‌ی آن با معادله‌ی سرعت - زمان $v = v_m \cos\omega t$ مشخص می‌شود که نوسانگر در مبدأ زمان از مبدأ مکان در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده است.

دوره و دامنه را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1s$$

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{50} = A(2\pi) \Rightarrow A = 0/01\,m \Rightarrow A = 1\,cm$$

در بازه‌ی صفر تا $\frac{1}{2}s$ که برابر $\frac{T}{2}$ است نوسانگر از مبدأ مکان به دامنه می‌رود و به جای خود باز می‌گردد. بنابراین جابه‌جایی صفر است.



Ⓐ **۱۲۵۸- گزینه‌ی ۱** ابتدا دامنه و دوره‌ی نوسان را به‌دست می‌آوریم:

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{100} = A\times\pi \Rightarrow A = \frac{1}{100}\,m \Rightarrow A = 1\,cm$$

$$\omega = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2s$$

بازه‌ی صفر تا $1s$ برابر نصف دوره است و نوسانگر در نصف دوره مسافتی معادل $2A$ را طی می‌کند. بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

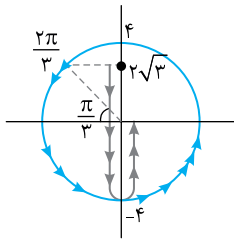
$$\text{مسافت طی شده} = 2\times1 = 2cm$$

Ⓑ **۱۲۵۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا دامنه را به‌دست می‌آوریم:

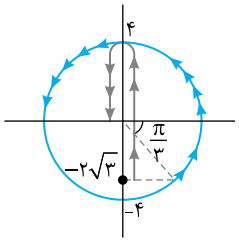
$$v_m = A\omega \Rightarrow 4\pi = A(100\pi) \Rightarrow A = 0/04m = 4cm$$

نوسانگر در فاصله‌ی $2\sqrt{3}cm$ از مرکز نوسان دارای حرکت تندشونده است بنابراین نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ و فاز حرکت در ربع دوم و یا در ربع چهارم است.

$$x = +2\sqrt{3} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{x}{A} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} \quad , \quad x = -2\sqrt{3} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{x}{A} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{5\pi}{3}$$



علت بررسی دو فاز و دو مکان مختلف آن است که در صورت سؤال فاصله‌ی نوسانگر از حالت تعادل (مرکز نوسان) $2\sqrt{3}cm$ بیان شده که ممکن است مکان $x = +2\sqrt{3}cm$ و یا $x = -2\sqrt{3}$ باشد.



اگر فاز برای مکان $+2\sqrt{3}cm$ را بررسی کنیم از لحظه‌ای که فاز $\varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$ تا لحظه‌ای که سرعت برای بار دوم بیشینه می‌شود و فاز $\varphi_2 = 2\pi$ خواهد شد بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow 2\pi - \frac{2\pi}{3} = 100\pi(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{75}\,s$$

اگر مکان $-2\sqrt{3}cm$ و حرکت تندشونده باشد، فاز $\varphi_2 = \frac{5\pi}{3}$ است و از این لحظه تا لحظه‌ای که سرعت برای بار دوم بیشینه می‌شود تغییر فاز خواهد شد:

$$\Delta\varphi = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

و بازه‌ی زمانی نیز خواهد شد:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = 100\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{75}\,s$$

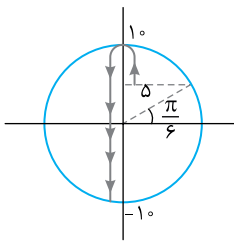
بنابراین جواب در هر صورت $\frac{1}{75}s$ است.

Ⓐ **۱۲۶۰- گزینه‌ی ۲** بیشینه‌ی سرعت نوسانگر برابر $v_m = A\omega$ است، از این‌رو:

$$\begin{cases} v_m = A\omega \\ v'_m = A'\omega \end{cases} \Rightarrow v'_m - v_m = (A - A')\omega \Rightarrow 30 = (\Delta A)\times 20 \Rightarrow \Delta A = 1/5cm$$

Ⓑ **۱۲۶۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا دامنه را به کمک سرعت بیشینه و بسامد زاویه‌ای به‌دست می‌آوریم:

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{2} = A(5\pi) \Rightarrow A = 0/1m = 10cm$$



فاز و مکان را در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{30}s$ و $t_2 = \frac{3}{10}s$ مشخص می‌کنیم.

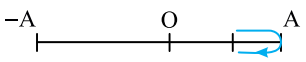
$$\varphi = \omega t \Rightarrow \varphi_1 = 5\pi\times\frac{1}{30} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = A\sin\varphi \Rightarrow x = 10\times\frac{1}{2} = 5cm$$

$$\varphi = \omega t \Rightarrow \varphi_2 = 5\pi\times\frac{3}{10} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = A\sin(3\frac{\pi}{2}) \Rightarrow x = 10(-1) = -10cm$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو مسافت طی شده برابر است با:

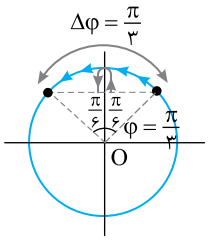
$$d = 5 + 10 + 10 = 25cm$$

C **۱۲۶۲- گزینه‌ی ۱** در متن سؤال مطرح شده که نوسانگر در یک بازه‌ی زمانی ۲ بار از یک نقطه می‌گذرد بنابراین مطابق شکل باید نوسانگر از آن نقطه بگذرد و به انتهای مسیر برسد، متوقف شده و برگردد. البته در صورت سؤال کم‌ترین بازه‌ی زمانی مدنظر است، بنابراین نوسانگر یک بار تغییر جهت می‌دهد. این بازه‌ی زمانی $\frac{T}{۶}$ طول کشیده و در این بازه فاز نوسانگر به مقدار روبه‌رو تغییر می‌کند:



$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}=\frac{\pi}{۳}\,rad$$

در دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو اتفاقی که می‌افتد رسم شده است. تغییر فاز را به دو قسمت یکسان $\frac{\pi}{۶}$ در دو طرف انتهای مسیر تقسیم می‌کنیم. در این صورت در نقطه‌ی موردنظر فاز $\frac{۲\pi}{۳}$ و $\varphi=\frac{\pi}{۳}$ است. بنابراین:



$$\begin{cases} v=v_m\cos\varphi=v_m\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow v=+\frac{۱}{۲}v_m \\ v=v_m\cos\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow v=-\frac{۱}{۲}v_m \end{cases}\Rightarrow|v|=\frac{۱}{۲}v_m$$

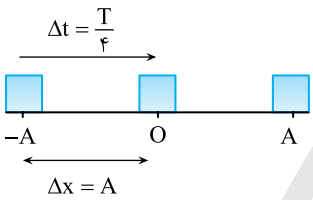
B **۱۲۶۳- گزینه‌ی ۱** داده‌های مسأله را در معادله‌ی سرعت - زمان قرار می‌دهیم.

$$v=v_m\sin(۵\pi t+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow|۴|=v_m\sin(۵\pi+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow-۴=v_m\sin\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow v_m=۴\frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه‌ی $t=۱+\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}s$ خواهد شد:

$$v=۴\sin(۵\pi\times\frac{۴}{۳}+\frac{\pi}{۲})=۴\sin(\frac{۲۰\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow v=۴\sin(۶\pi+\frac{۲\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow v=۴\cos\frac{۲\pi}{۳}=-۲\frac{m}{s}$$

B **۱۲۶۴- گزینه‌ی ۲** در حرکت هماهنگ ساده وقتی نوسانگر از یک انتها به مرکز نوسان می‌رود، جابه‌جایی به اندازه‌ی A را در بازه‌ی زمانی $\frac{T}{۴}$ طی می‌کند.



$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}=\frac{A}{\frac{T}{۴}}=۴\frac{A}{T}\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\bar{v}=\frac{۴A}{\frac{۲\pi}{\omega}}=\frac{۲A\omega}{\pi}$$

$$\xrightarrow{v_m=A\omega}\bar{v}=\frac{۲v_m}{\pi}$$

A **۱۲۶۵- گزینه‌ی ۱** مسأله به کمک معادله‌ی سرعت - مکان به راحتی قابل حل است.

$$A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,cm=\frac{۱}{۱۰}m$$

$$\frac{x^۲}{A^۲}+\frac{v^۲}{v_m^۲}=۱\Rightarrow\left(\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}}{\frac{۱}{۱۰}}\right)^۲+\frac{v^۲}{۴}=۱\Rightarrow\frac{۳}{۴}+\frac{v^۲}{۴}=۱\Rightarrow v=۱\frac{m}{s}$$

تست: نوسانگری با بسامد زاویه‌ای $۱۰۰\frac{rad}{s}$ و دامنه‌ی $۱۰\,cm$ در حرکت است. در لحظه‌ای که بُعد نوسانگر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ دامنه است. سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ **۲)** ۵۰ **۳)** ۲ **۴)** ۳۰

پاسخ: با توجه به معادله‌ی سرعت- مکان، سرعت نوسانگر برابر است با:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\xrightarrow{x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A}v=\pm۱۰۰\sqrt{۱۰^۲-(۵\sqrt{۳})^۲}=\pm۵۰۰\frac{cm}{s}=\pm۵\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓐ **۱۲۶۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی سرعت - مکان می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \\ v_m=A\omega \end{cases} \Rightarrow \omega\sqrt{A^2-x^2}=\frac{3}{5}A\omega \Rightarrow A^2-x^2=\frac{9}{25}A^2 \Rightarrow x=\frac{4}{5}A$$

Ⓑ **۱۲۶۷- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی سرعت - مکان، مکان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\pi}{10}\frac{m}{s} \Rightarrow v=10\pi\frac{cm}{s} \Rightarrow v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow 10\pi=\frac{2\pi}{0/5}\sqrt{25-x^2} \Rightarrow 2/5=\sqrt{25-x^2}$$

$$\Rightarrow (2/5)^2=25-x^2 \Rightarrow x^2=25-(2/5)^2 \Rightarrow x^2=5^2-(5\times 0/5)^2 \Rightarrow x^2=5^2(1-0/5^2)=5^2(\frac{3}{4}) \Rightarrow x=\frac{5\sqrt{3}}{2}cm$$

چون متحرک دارای سرعت مثبت و در حال دور شدن از وضعیت تعادل است، بُعد آن مثبت است.

Ⓐ **۱۲۶۸- گزینه‌ی ۴** دامنه‌ی حرکت هماهنگ ساده نصف پاره‌خط نوسان است. $A=\frac{10}{2}=5cm$

با توجه به معادله‌ی سرعت- مکان حرکت هماهنگ ساده: $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=\pm 6\sqrt{5^2-3^2} \Rightarrow v=\pm 24\frac{cm}{s}$

اما متحرک دارای حرکت تندشونده است، یعنی از مکان $x=+3\,cm$ در حال حرکت به سوی مرکز نوسان است و سرعت منفی است، بنابراین $v=-24\frac{cm}{s}$ پاسخ است.

Ⓑ **۱۲۶۹- گزینه‌ی ۳** وزنه را ۳ سانتی‌متر از حالت تعادل منحرف کرده و سپس با سرعت $8\frac{cm}{s}$ به نوسان در آورده‌ایم. یعنی سرعت نوسانگر در مکان $x=3cm$ برابر با $v=8\frac{cm}{s}$ است. به کمک معادله‌ی سرعت- مکان تست را حل می‌کنیم.

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow 8=\pm\frac{2\pi}{\pi}\sqrt{A^2-9} \Rightarrow A=5cm$$

Ⓐ **۱۲۷۰- گزینه‌ی ۱** به کمک معادله‌ی سرعت- مکان تست را حل می‌کنیم.

$$v=\pm\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=\pm\frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}}\sqrt{13^2-12^2} \Rightarrow v=\pm 20\times 5=\pm 100\frac{cm}{s}=\pm 1\frac{m}{s}$$

نوسانگر در مکان مثبت به سوی مرکز نوسان در حرکت است، بنابراین سرعت منفی است و $v=-1\frac{m}{s}$ قابل قبول است.

Ⓐ **۱۲۷۱- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم: $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{40}{400\times 10^{-3}}}=10\frac{rad}{s}$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- مکان، سرعت را به‌دست می‌آوریم: $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=\pm 10\sqrt{5^2-3^2}=\pm 40\frac{cm}{s}$

Ⓑ **۱۲۷۲- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول**: معادله‌ی سرعت - مکان یک نوسانگر ساده به صورت زیر است:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v^2=\omega^2(A^2-x^2)$$

حال شکل معادله‌ی داده شده در صورت مسأله را به شکل این معادله در می‌آوریم:

$$\frac{25}{\pi^2}v^2+2500x^2=1 \Rightarrow \frac{25}{\pi^2}v^2=1-2500x^2 \Rightarrow v^2=\frac{\pi^2}{25}-100\pi^2x^2 \Rightarrow v^2=100\pi^2(\frac{1}{2500}-x^2)$$

بنابراین $\omega^2=100\pi^2$ است، در نتیجه: $\omega=10\pi \Rightarrow 2\pi f=10\pi \Rightarrow f=5\,Hz$

راه‌حل دوم: در لحظه‌ای که نوسانگر در مبدأ است $(x=0)$، سرعت بیشینه است: $\frac{25}{\pi^2}v_m^2+0=1 \Rightarrow v_m=\frac{\pi}{5}\frac{m}{s}$

در لحظه‌ای که سرعت صفر است، نوسانگر در دامنه قرار دارد: $(v=0 \Rightarrow x=A) \Rightarrow 0+2500A^2=1 \Rightarrow A=\frac{1}{50}m$

در این صورت: $v_m=A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{5}=\frac{1}{50}\omega \Rightarrow \omega=10\pi \Rightarrow f=5\,Hz$

B **۱۲۷۳- گزینه‌ی ۳** در هر دوره نوسانگر مسافتی چهار برابر دامنه را طی می‌کند در این صورت: $۴A=۲۰\Rightarrow A=۵cm$

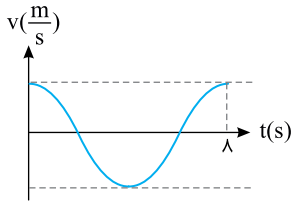
این ذره در هر دقیقه ۶۰ بار از مرکز نوسان می‌گذرد و نوسانگر در هر دوره دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد بنابراین در یک دقیقه این ذره ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. در نتیجه: $T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۶۰}{۳۰}\Rightarrow T=۲s$

بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم: $\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{۲}\Rightarrow \omega=\pi\frac{rad}{s}$

مکان نوسانگر در ۲ سانتی‌متری انتهای مسیر برابر $x=۵-۲=۳cm$ است از این‌رو:

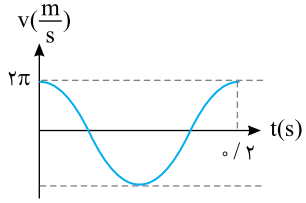
$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow v=\pm\pi\sqrt{۵^۲-۳^۲}\Rightarrow v=\pm۴\pi\frac{cm}{s}$$

A **۱۲۷۴- گزینه‌ی ۴** در لحظه‌ای که سرعت بیشینه است، نوسانگر در مبدأ مکان است و نوسانگر از مبدأ شروع به نوسان کرده بنابراین بعد از زمان $\frac{T}{۲}$ مجدداً از مبدأ می‌گذرد و خواهیم داشت:



$$\Delta t=\frac{T}{۲}=\frac{۸}{۲}=۴\ s$$

A **۱۲۷۵- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌ی $t=۰$، سرعت بیشینه‌ی مثبت است پس فاز اولیه صفر است و معادله‌ی حرکت به صورت $x=A\sin\omega t$ است.

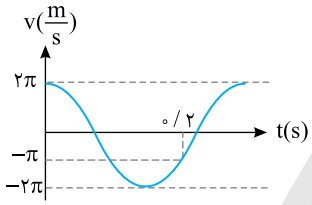


با توجه به شکل نمودار، دوره برابر $۰/۲s$ است، پس: $\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{۰/۲}\Rightarrow \omega=۱۰\pi\frac{rad}{s}$

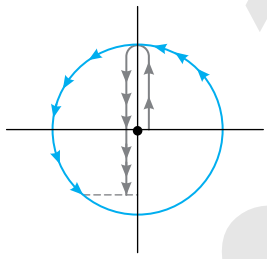
$$v_m=A\omega\Rightarrow ۲\pi=A(۱۰\pi)\Rightarrow A=۰/۲\ m$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان خواهد شد: $x=۰/۲\sin ۱۰\pi t$

B **۱۲۷۶- گزینه‌ی ۱** بیشینه‌ی سرعت نوسانگر $v_m=۲\pi\frac{m}{s}$ است. با توجه به نمودار، می‌توان فاز نوسانگر را در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۰/۲s$ به‌دست آورد و به کمک آن، دوره و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب کرد.



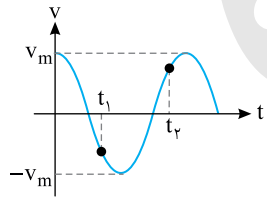
$$v=v_m\cos\varphi\begin{cases}\xrightarrow{t=۰} ۲\pi=۲\pi\cos\varphi_۱\Rightarrow\varphi_۱=۰\\ \xrightarrow{t=۰/۲s} -\pi=۲\pi\cos\varphi_۲\Rightarrow\cos\varphi_۲=-\frac{۱}{۲}\begin{cases}\varphi_۲=\frac{۲\pi}{۳}\\ \varphi_۲=\frac{۴\pi}{۳}\end{cases}\end{cases}$$



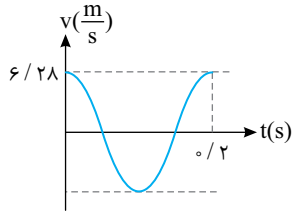
چون سرعت در لحظه‌ی $t=۰/۲s$ منفی بوده و به سمت صفر می‌رود، فاز در ربع سوم مثلثاتی است و $\varphi_۲=\frac{۴\pi}{۳}$ قابل قبول است. $\varphi_۲-\varphi_۱=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}-۰=\omega\times۰/۲\Rightarrow\omega=\frac{۲۰\pi}{۳}\frac{rad}{s}$

بنابراین معادله‌ی سرعت - زمان برابر خواهد شد با: $v=۲\pi\cos\frac{۲۰\pi}{۳}t$

A **۱۲۷۷- گزینه‌ی ۴** شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب لحظه‌ای است؛ در لحظه‌ی $t_۱$ شیب خط مماس منفی پس شتاب منفی است. در حرکت هماهنگ ساده، شتاب و مکان هم‌علامت نیستند بنابراین وقتی شتاب منفی است، مکان مثبت است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است. در لحظه‌ی $t_۲$ شیب خط مماس مثبت و شتاب مثبت است در نتیجه مکان نوسانگر منفی بنابراین گزینه‌ی (۴) درست و گزینه‌ی (۲) نادرست است.



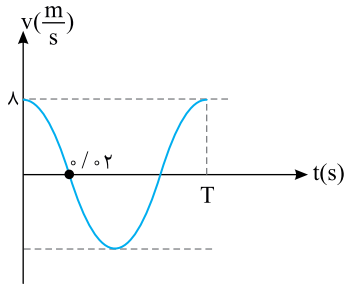
A **۱۲۷۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل نمودار، دوره برابر با ۰/۲ ثانیه است.



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۲}\Rightarrow\omega=۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

با توجه به نمودار، سرعت بیشینه برابر با $۶/۲۸\frac{m}{s}$ است.

$$v_m=A\omega\Rightarrow ۶/۲۸=A(۱۰\times۳/۱۴)\Rightarrow A=۰/۲m$$

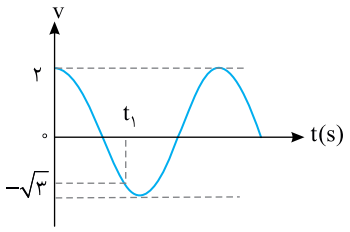


A **۱۲۷۹- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی سرعت- زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $v=A\omega\cos\omega t$ بوده که در آن $v_m=A\omega$ است. برای نوشتن معادله‌ی سرعت- زمان باید بسامد زاویه‌ای ω را حساب کنیم.

با توجه به نمودار، بازه‌ی زمانی صفر تا ۰/۰۲ ثانیه، برابر با $\frac{T}{۴}$ است.

$$\frac{T}{۴}=۰/۰۲\Rightarrow T=۰/۰۸s\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega=\frac{۲\pi}{۰/۰۸}\Rightarrow\omega=۲۵\pi\frac{rad}{s}$$

اکنون می‌توان معادله‌ی سرعت - زمان را نوشت: $v=۸\cos ۲۵\pi t$

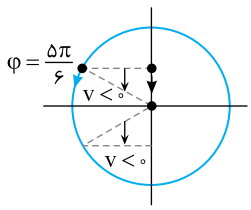


B **۱۲۸۰- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی سرعت- زمان یک نوسانگر ساده به‌صورت زیر است:

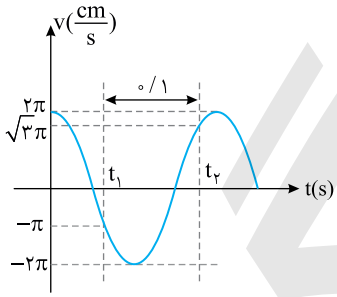
$v=A\omega\cos\omega t$

با توجه به نمودار، در لحظه‌ی $t_۱$، $v=-\sqrt{۳}\frac{m}{s}$ است. بنابراین:

$$-\sqrt{۳}=۲\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi=\frac{۵\pi}{۶}\ ,\ \frac{۷\pi}{۶}$$



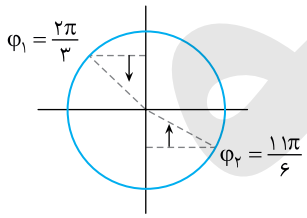
باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی در لحظه‌ی $t_۱$ سرعت منفی و در حال افزایش است. یعنی نوسانگر در حال حرکت به‌سوی مرکز نوسان است و فاز اولیه در ربع دوم بوده و برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ می‌باشد.



B **۱۲۸۱- گزینه‌ی ۴** فاز نوسانگر را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان $v=v_m\cos\varphi$ به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱:\ -\pi=۲\pi\cos\varphi_۱\ \Rightarrow\ \cos\varphi_۱=-\frac{۱}{۲}\begin{cases}\varphi_۱=\frac{۲\pi}{۳}\\ \varphi_۱=\frac{۴\pi}{۳}\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

چون اندازه‌ی سرعت از لحظه‌ی $t_۱$ در حال افزایش است، فاز در ربع دوم مثلثاتی و $\varphi_۱=\frac{۲\pi}{۳}$ است.

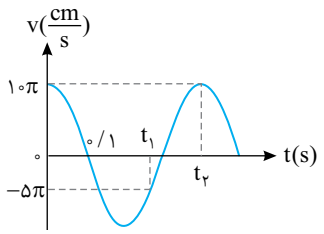


$$t_۲:\ \sqrt{۳}\pi=۲\pi\cos\varphi_۲\ \Rightarrow\ \cos\varphi_۲=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\begin{cases}\varphi_۲=\frac{\pi}{۶}\ \text{غ‌ق‌ق}\\ \varphi_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}\end{cases}$$

چون اندازه‌ی سرعت از لحظه‌ی $t_۲$ در حال افزایش است فاز در ربع چهارم مثلثاتی و $\varphi_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}$ است.

اکنون بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{۱۱\pi}{۶}-\frac{۲\pi}{۳}}{۰/۱}=\frac{\frac{۷\pi}{۶}}{۰/۱}=\frac{۳۵\pi}{۳}\frac{rad}{s}\ ,\ v_m=A\omega\Rightarrow۲\pi=A\frac{۳۵\pi}{۳}\Rightarrow A=\frac{۶}{۳۵}cm$$



B ۱۲۸۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار $\frac{T}{۴}=۰/۱$، در نتیجه $T=۰/۴s$ است. در لحظه‌ی $t_۱$:

$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow -۵\pi=۱۰\pi\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_۱=\pi+\frac{\pi}{۳}$$

در لحظه‌ی $t_۲$ داریم $\varphi_۲=۲\pi$، در این صورت:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{۲\pi-\frac{۴\pi}{۳}}{\Delta t}=\frac{۲\pi}{۰/۴}\Rightarrow\Delta t=\frac{۰/۴}{۳}\Rightarrow\Delta t=\frac{۴}{۳۰}=\frac{۲}{۱۵}s$$

$$v_m=A\omega\Rightarrow ۱۰\pi=A\times\frac{۲\pi}{۰/۴}\Rightarrow A=۲cm$$

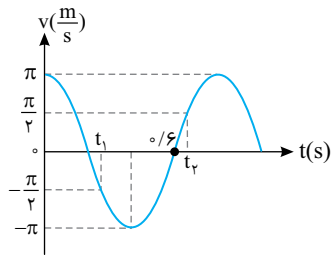
اما مکان در لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$:

$$t_۱:\cos\varphi_۱=\frac{-۱}{۲}\xrightarrow{\text{در ربع سوم}}\sin\varphi_۱=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow x=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}A\Rightarrow x_۱=-\sqrt{۳}cm$$

$$t_۲:v=v_m\Rightarrow x_۲=۰$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۵}}=۷/۵\sqrt{۳}\frac{cm}{s}$$



A ۱۲۸۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{۳T}{۴}=۰/۶\Rightarrow t=۰/۸s$$

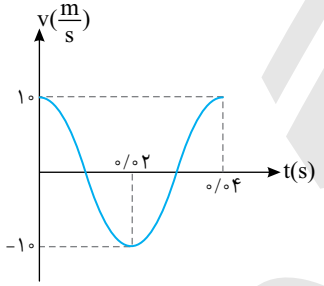
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۸}=\frac{۵\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

دامنه را به‌دست می‌آوریم:

$$v_m=A\omega\Rightarrow\pi=A(\frac{۵\pi}{۲})\Rightarrow A=\frac{۲}{۵}m=۴۰cm$$

با توجه به نمودار بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر نصف دوره است و نوسانگر در نصف دوره مسافتی برابر $۲A$ طی می‌کند پس:

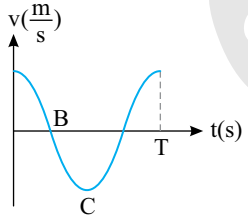
$$d=۲A=۲\times۴۰=۸۰cm$$



B ۱۲۸۴- گزینه‌ی ۴ در لحظه‌ی $t=۰$، سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی $t=۰/۰۲s$ سرعت $-۱۰\frac{m}{s}$ است و شتاب متوسط خواهد شد:

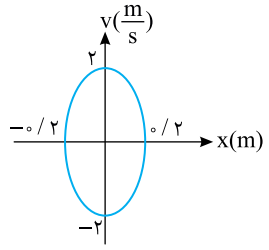
$$\bar{a}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow\bar{a}=\frac{-۱۰-۱۰}{۰/۰۲}\Rightarrow\bar{a}=-۱۰^۳\frac{m}{s^۲}$$

هرگاه سرعت نوسانگر بیشینه باشد، نوسانگر در حال گذر از مبدأ مکان است یعنی در لحظه‌ی صفر. در $t=۰/۰۲s$ نیز نوسانگر در حال گذر از مبدأ مکان بوده و جابه‌جایی صفر در نتیجه سرعت متوسط نیز صفر $(\bar{v}=۰)$ است.



A ۱۲۸۵- گزینه‌ی ۱ در بازه‌ی B تا C سرعت منفی است اما در لحظه‌ی B سرعت صفر و در لحظه‌ی C سرعت بیشینه است و نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز بوده و حرکت تندشونده است.

هرگاه نوسانگر در انتهای مسیر باشد، شتاب آن بیشینه و در مرکز نوسان، شتاب صفر است. بنابراین اندازه‌ی شتاب در بازه‌ی B تا C در حال کاهش است.



B ۱۲۸۶- گزینه‌ی ۱ از نمودار سؤال می‌کنیم که: سرعت بیشینه و دامنه‌ی حرکت چقدر است؟ نمودار پاسخ می‌دهد:

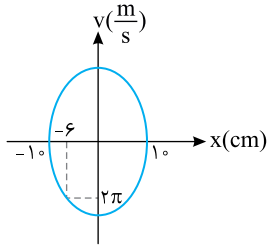
$$A=۰/۲m\ ,\ v_m=۲\frac{m}{s}$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر می‌شود با:

$$v_m=A\omega\Rightarrow ۲=۰/۲\omega\Rightarrow\omega=۱۰\frac{rad}{s}$$

در این صورت معادله‌ی شتاب - زمان خواهد شد:

$$a=-A\omega^۲\sin\omega t\Rightarrow a=-۲۰\sin ۱۰t$$



B ۱۲۸۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار و رابطه‌ی سرعت- مکان می‌توان نوشت:

$$(\frac{x}{A})^۲+(\frac{v}{v_m})^۲=۱\Rightarrow(\frac{-۶}{۱۰})^۲+(\frac{۲\pi}{v_m})^۲=۱$$

$$(\frac{۲\pi}{v_m})^۲=۱-\frac{۳۶}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۲\pi}{v_m}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow v_m=\frac{۵}{۲}\pi\frac{m}{s}$$

بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$v_m=A\omega\Rightarrow\frac{۵\pi}{۲}=۰/۱\omega\Rightarrow\omega=\frac{۵۰\pi}{۲}\Rightarrow\omega=۲۵\pi\frac{rad}{s}$$

معادله‌ی سرعت زمان خواهد شد:

$$v=v_m\cos\omega t\Rightarrow v=\frac{۵\pi}{۲}\cos ۲۵\pi t$$

A ۱۲۸۸- گزینه‌ی ۳ معادله‌ی مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\sin\omega t$ است. برای به‌دست آوردن معادله‌ی سرعت- زمان از معادله‌ی مکان- زمان مشتق می‌گیریم.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=A\omega\cos\omega t$$

با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $\cos\alpha=\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲})$ می‌توان نوشت:

$$v=A\omega\sin(\omega t+\frac{\pi}{۲})$$

بنابراین در حرکت هماهنگ ساده، سرعت نسبت به مکان $\frac{\pi}{۲}$ تقدم فاز دارد. اکنون معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=-A\omega^۲\sin\omega t$$

با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $-\sin\alpha=\sin(\alpha+\pi)$ می‌توان نوشت:

$$a=A\omega^۲\sin(\omega t+\pi)$$

بنابراین در حرکت هماهنگ ساده سرعت با شتاب $\frac{\pi}{۲}$ و شتاب با مکان π اختلاف فاز دارند.

A ۱۲۸۹- گزینه‌ی ۳ در دو انتهای مسیر شتاب نوسانگر بیشینه است.

$$a=a_m\Rightarrow x=\pm A\Rightarrow\sin ۴\pi t=\pm۱\Rightarrow\begin{cases}۴\pi t=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۱}{۸}s & \text{غ‌ق‌ق}\\ ۴\pi t=\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۳}{۸}s\end{cases}$$

بنابراین شتاب پس از $\frac{۳}{۸}-\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۲۴}s$، بیشینه می‌شود.

A ۱۲۹۰- گزینه‌ی ۳ در لحظه‌هایی که مکان نوسانگر صفر است، شتاب نوسانگر نیز صفر خواهد بود از این رو:

$$a=۰\Rightarrow x=۰\Rightarrow\sin ۵\pi t=۰\Rightarrow ۵\pi t=n\pi\Rightarrow t=\frac{n}{۵}\Rightarrow t=۰/۲n$$

A ۱۲۹۱- گزینه‌ی ۴ رابطه‌ی سرعت بیشینه و شتاب بیشینه را نوشته، در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}a_m=A\omega^۲\\ v_m=A\omega\end{cases}\Rightarrow a_m=v_m\omega\Rightarrow ۲۰=۱\times\omega\Rightarrow\omega=۲۰\frac{rad}{s}$$

دامنه را حساب می‌کنیم:

$$v_m=A\omega\Rightarrow ۱=A(۲۰)\Rightarrow A=\frac{۱}{۲۰}m=۵cm$$

فاصله‌ی دو انتهای مسیر برابر $۲A$ است در این صورت: $۲A=۱۰cm$

A ۱۲۹۲- گزینه‌ی ۱ وقتی در فاصله‌های زمانی $۰/۲s$ شتاب صفر می‌شود، یعنی در این بازه‌ی زمانی، نوسانگر از مرکز به یک انتها رفته و به مرکز بازگشته است که زمان آن $\frac{T}{۲}$ است.

$$\frac{T}{۲}=۰/۲\Rightarrow T=۰/۴s\quad,\quad f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۰/۴}=۲/۵\,Hz$$

تست: شتاب یک نوسانگر در هر دقیقه ۳۰۰ بار صفر می‌شود. بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۷/۵

پاسخ: در هر دوره شتاب دو بار صفر می‌شود، پس این نوسانگر در هر دقیقه $(\frac{۳۰۰}{۲}=۱۵۰)$ نوسان انجام می‌دهد.

۶۰s	۱۵۰
۱s	f

$$\Rightarrow f=\frac{۱۵۰}{۶۰}=۲/۵\,Hz$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۱۲۹۳- گزینه‌ی ۳** بیشینه‌ی شتاب نوسانگر ساده برابر با $a_m = A\omega^2$ است.

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{A_1\omega_1^2}{A_2\omega_2^2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{3\times(10\pi)^2}{6\times(5\pi)^2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=2$$

تست: دو ذره‌ی A و B دارای حرکت هماهنگ ساده هستند. دامنه و دوره‌ی نوسان A دو برابر دامنه و دوره‌ی نوسان B می‌باشد. بیشینه‌ی شتاب A چند برابر بیشینه‌ی شتاب B است؟

۱) $\frac{1}{2}$ **۲)** ۱ **۳)** ۲ **۴)** ۴

پاسخ: شتاب بیشینه‌ی نوسانگر ساده $a_m = A\omega^2$ است، بنابراین:

$$\frac{a_A}{a_B}=\frac{A_A\times\omega^2}{A_B\times\omega_B^2}=\frac{A_A(\frac{2\pi}{T_A})^2}{A_B(\frac{2\pi}{T_B})^2}=\frac{A_A}{A_B}\times(\frac{T_B}{T_A})^2=2(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓐ **۱۲۹۴- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v=v_m\cos\omega t\Rightarrow\cos^2\varphi=\frac{v^2}{v_m^2} \\ a=-a_m\sin\omega t\Rightarrow\sin^2\varphi=\frac{a^2}{a_m^2}\end{cases}\xrightarrow{\text{دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم}}\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=\frac{v^2}{v_m^2}+\frac{a^2}{a_m^2}$$

$$\Rightarrow\frac{a^2}{a_m^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1\Rightarrow\frac{a^2}{a_m^2}+\frac{(\frac{1}{4}v_m)^2}{v_m^2}=1\Rightarrow\frac{a}{a_m}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

تست: در لحظه‌ای که شتاب یک نوسانگر نصف شتاب بیشینه‌ی آن است، سرعت نوسانگر چند برابر سرعت بیشینه‌ی آن است؟

۱) $\frac{1}{2}$ **۲)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **۳)** $\frac{1}{4}$ **۴)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

پاسخ: در حرکت هماهنگ ساده معادله‌ی سرعت- زمان و شتاب- زمان به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} v=A\omega\cos\omega t\Rightarrow\cos^2\varphi=\frac{v^2}{v_m^2} \\ a=-A\omega^2\sin\omega t\Rightarrow\sin^2\varphi=\frac{a^2}{a_m^2}\end{cases}\Rightarrow\frac{v^2}{v_m^2}+\frac{a^2}{a_m^2}=1$$

اکنون تست را حل می‌کنیم.

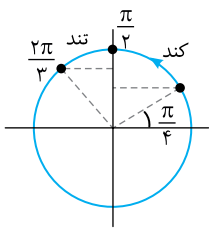
$$\frac{v^2}{v_m^2}+\frac{(\frac{1}{2}a_m)^2}{a_m^2}=1\Rightarrow\frac{v^2}{v_m^2}=\frac{3}{4}\Rightarrow v=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$$

البته می‌توان به سادگی استدلال کرد که معادله‌ی شتاب- زمان یک تابع سینوسی است و وقتی شتاب نصف شتاب بیشینه است، سرعت که تابعی کسینوسی از زمان است، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ سرعت بیشینه است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۲۹۵- گزینه‌ی ۱** بیشینه‌ی شتاب برابر با $a_m = A\omega^2$ است. ابتدا بسامد زاویه‌ای و سپس بیشینه‌ی شتاب را حساب می‌کنیم.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}\Rightarrow\omega=8\frac{rad}{s}\quad,\quad a_m=A\omega^2\Rightarrow a_m=0/05\times8^2\Rightarrow a_m=3/2\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۱۲۹۶- گزینه‌ی ۱** در حل این مسأله‌ها فاز حرکت را در لحظه‌های داده شده به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود که تغییر فاز در چه بازه‌ای صورت گرفته است. سپس با توجه به این که در ربع اول یعنی تغییر فاز از ۰ تا $\frac{\pi}{2}$ و همچنین در ربع سوم یعنی تغییر فاز از π تا $3\frac{\pi}{2}$ حرکت کندشونده و در ربع دوم و چهارم حرکت تندشونده است می‌توان مسأله را حل کرد. در این صورت:



$$\varphi_1=\omega t_1\Rightarrow\varphi_1=60\pi\times\frac{1}{240}\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{4}\quad,\quad\varphi_2=\omega t_2\Rightarrow\varphi_2=60\pi\times\frac{1}{90}=2\frac{\pi}{3}$$

بنابراین حرکت از $\frac{\pi}{2}$ تا $\frac{2\pi}{3}$ تندشونده است. اکنون این بازه‌ی زمانی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=60\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{\frac{\pi}{6}}{60\pi}\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{360}s$$

B ۱۲۹۷- گزینه‌ی ۴ با توجه به معادله‌ی سرعت- مکان نوسانگر $v=\omega\sqrt{A^2-x^2}$ و مقایسه با $v^2=0/4-4000x^2$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases}v^2=\omega^2(A^2-x^2)\\ v^2=0/4-4000x^2=4000(10^{-4}-x^2)\end{cases}\Rightarrow\omega^2=4000\quad,\quad A^2=10^{-4}\quad\Rightarrow A=10^{-2}m$$

بنابراین:

$$a_m=A\omega^2=10^{-2}\times4000=40\frac{m}{s^2}$$

A ۱۲۹۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا سرعت بیشینه را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}a_m=A\omega^2\\ v_m=A\omega\end{cases}\Rightarrow a_m=v_m\omega\Rightarrow200\pi^2=v_m\times100\pi\Rightarrow v_m=2\pi\frac{m}{s}$$

سرعت $\frac{\pi}{2}$ نسبت به شتاب تأخیر فاز دارد.

بنابراین معادله‌ی سرعت - زمان خواهد شد:

$$v=2\pi\sin(100\pi t+\frac{\pi}{2})$$

A ۱۲۹۹- گزینه‌ی ۴ در لحظه‌ای که نوسانگر در مبدأ مکان $(x=0)$ است، سرعت نوسانگر بیشینه است $(v_m=A\omega)$ و در لحظه‌ای که نوسانگر در دامنه $(x=\pm A)$ قرار دارد، سرعت نوسانگر صفر است. از این‌رو:

$$v^2=0/04\pi^2-100\pi^2x^2\begin{cases}\xrightarrow{x=0}v_m^2=0/04\pi^2\Rightarrow v_m=\pm0/2\pi\frac{m}{s}\\ \xrightarrow{x=\pm A}0=0/04\pi^2-100\pi^2A^2\Rightarrow A=0/02m\end{cases}$$

بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$v_m=A\omega\Rightarrow0/2\pi=0/02\omega\Rightarrow\omega=10\pi\frac{rad}{s}$$

شتاب بیشینه خواهد شد:

$$a_m=A\omega^2=0/02\times100\pi^2\Rightarrow a_m=2\pi^2\frac{m}{s^2}$$

اکنون می‌توان معادله‌ی شتاب - زمان را نوشت:

$$a=-2\pi^2\sin10\pi t$$

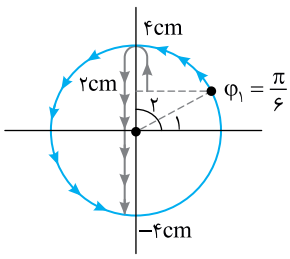
B ۱۳۰۰- گزینه‌ی ۴ دامنه‌ی حرکت را به‌دست می‌آوریم:

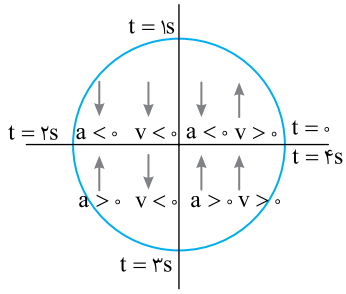
$$a_m=A\omega^2\Rightarrow\pi^2=A\times(5\pi)^2\Rightarrow A=0/04m\Rightarrow A=4cm$$

اکنون مشخص می‌کنیم که در لحظه‌های $t_1=\frac{1}{30}s$ و $t_2=\frac{3}{10}s$ فاز حرکت چند رادیان است.

$$\varphi=\omega t\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=\frac{1}{30}s}\varphi_1=5\pi\times\frac{1}{30}\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{6}\\ \xrightarrow{t_2=\frac{3}{10}s}\varphi_2=5\pi\times\frac{3}{10}\Rightarrow\varphi_2=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

دایره‌ی مثلثاتی را رسم می‌کنیم مطابق شکل ذره در این بازه از مکان ۲cm به دامنه ۴cm رفته و سرانجام به دامنه ۴cm− می‌رود بنابراین مسافت طی شده خواهد شد: $d=2+4+4=10cm$





A ۱۳۰۱- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی حرکت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow T=۴s$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو در ربع چهارم مثلثاتی، سرعت و شتاب نوسانگر مثبت و هم‌جهت است در این صورت بازه‌ی ۳s تا ۴s پاسخ سؤال است و گزینه‌ی (۲) درست است.

A ۱۳۰۲- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، بیشینه‌ی سرعت و بیشینه‌ی شتاب به‌ترتیب $v_m=A\omega$ و $a_m=A\omega^۲$ است.

$$\begin{cases}a_m=A\omega^۲\\ v_m=A\omega\end{cases}\Rightarrow\frac{a_m}{v_m}=\omega\Rightarrow T=۲\pi\frac{v_m}{a_m}\Rightarrow T=۲\pi\frac{۰/۳}{۰/۶}\Rightarrow T=\pi\,s$$

B ۱۳۰۳- گزینه‌ی ۲ فاز حرکت را در معادله‌ی شتاب قرار داده، شتاب‌های حاصل را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$a=-a_m\sin\omega t\Rightarrow a=-a_m\sin\varphi$$

$$\begin{cases}a_۱=-a_m\sin\frac{\pi}{۴}\Rightarrow a_۱=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}a_m\\ a_۲=-a_m\sin(\frac{۱۰\pi}{۳})\Rightarrow a_۲=-a_m\sin(۴\pi-\frac{۲\pi}{۳})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a_m\end{cases}\Rightarrow\frac{a_۱}{a_۲}=\frac{\frac{-\sqrt{۲}}{۲}a_m}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a_m}=-\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

B ۱۳۰۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی $\frac{a^۲}{a_m^۲}+\frac{v^۲}{v_m^۲}=۱$ می‌توان نوشت:

$$۰/۰۴a^۲+v^۲=۹\Rightarrow\frac{a^۲}{۲۵}+v^۲=۹\Rightarrow\frac{a^۲}{۲۵\times۹}+\frac{v^۲}{۹}=۱$$

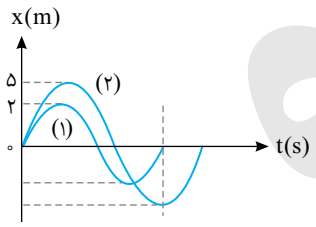
در نتیجه سرعت بیشینه و شتاب بیشینه برابر است با:

$$\begin{cases}a_m^۲=۲۵\times۹\Rightarrow a_m=۱۵\frac{m}{s^۲}\\ v_m^۲=۹\Rightarrow v_m=۳\frac{m}{s}\end{cases}\xrightarrow{\frac{a_m}{v_m}=\omega}\omega=۵\frac{rad}{s}$$

روش دیگر: در لحظه‌ای که سرعت بیشینه است شتاب صفر است و در لحظه‌ای که شتاب صفر است سرعت بیشینه است از این رو:

$$۰/۰۴a^۲+v^۲=۹\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{v=۰}۰/۰۴a_m^۲=۹\Rightarrow a_m=۱۵\frac{m}{s^۲}\\ \xrightarrow{a=۰}v_m^۲=۹\Rightarrow v_m=۳\frac{m}{s}\end{cases}\xrightarrow{\omega=\frac{a_m}{v_m}}\omega=\frac{۱۵}{۳}=۵\frac{rad}{s}$$

B ۱۳۰۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودارها $T_۱=\frac{۳}{۴}T_۲$ است.



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\omega_۱}{\omega_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{\omega_۱}{\omega_۲}=\frac{۴}{۳}$$

اکنون نسبت شتاب‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{a_{m_۱}}{a_{m_۲}}=\frac{A_۱\omega_۱^۲}{A_۲\omega_۲^۲}=\frac{۲}{۵}(\frac{۴}{۳})^۲\Rightarrow\frac{a_{m_۱}}{a_{m_۲}}=\frac{۳۲}{۴۵}$$

A ۱۳۰۶- گزینه‌ی ۴ معادله‌ی شتاب - مکان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $a=-\omega^۲x$ است که نشان می‌دهد در مکان‌های مثبت، شتاب منفی و در مکان‌های منفی، شتاب مثبت است. یعنی اگر $x=۰/۰۸m$ باشد، شتاب آن $a=-۳۲\pi^۲\frac{m}{s^۲}$ است.

$$a=-\omega^۲x\Rightarrow-۳۲\pi^۲=-\omega^۲\times(۰/۰۸)\Rightarrow\omega^۲=۴۰۰\pi^۲\Rightarrow\omega=۲۰\pi\frac{rad}{s}$$

بسامد نوسانگر برابر است با:

$$\omega=۲۰\pi\Rightarrow۲\pi f=۲۰\pi\Rightarrow f=۱۰Hz$$

A **۱۳۰۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی $\omega=\frac{2\pi}{T}$ سرعت زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0/2}=10\pi\ \frac{rad}{s}$

دامنه برابر با نصف مسیر حرکت است. $\text{طول پاره خط}=2A=10cm\Rightarrow A=5cm=0/05m$

هنگامی‌که نوسانگر در فاصله‌ی $2cm$ از انتهای مسیر است، در فاصله‌ی $\pm 3cm$ از مرکز نوسان قرار دارد. بنابراین:

$$a=-\omega^2x\Rightarrow a=-(10\pi)^2\times\frac{\pm 3}{100}=\pm 30\ \frac{m}{s^2}$$

پس اندازه‌ی شتاب برابر با $30\ \frac{m}{s^2}$ است.

A **۱۳۰۸- گزینه‌ی ۴** به کمک معادله‌ی شتاب - مکان، بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم. یادمان باشد که مکان و شتاب هم‌علامت نیستند.

$$a=-\omega^2x\Rightarrow -8=-\omega^2\times 2\Rightarrow \omega=2\ \frac{rad}{s}$$

به کمک معادله‌ی سرعت- مکان، سرعت را به‌دست می‌آوریم: $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow v=2\sqrt{25-16}\Rightarrow v=2\times 3=6\ \frac{m}{s}$

A **۱۳۰۹- گزینه‌ی ۲** سرعت نوسانگر هنگام گذر از مرکز نوسان (وسط مسیر) بیشینه است و معادله‌ی شتاب- مکان نوسانگر $a=-\omega^2x$ می‌باشد. باید دقت شود که در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم‌علامت نیستند.

$$a=-\omega^2x\Rightarrow -0/16=-\omega^2(0/04)\Rightarrow \omega=2\ \frac{rad}{s}\quad,\quad v_m=A\omega\Rightarrow 0/18=A(2)\Rightarrow A=0/09m\Rightarrow A=9cm$$

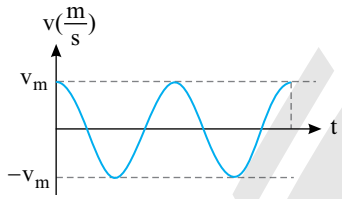
A **۱۳۱۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

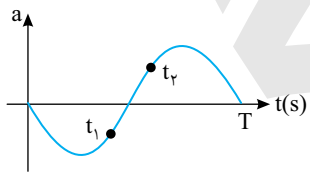
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{200}{80\times 10^{-3}}}\Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{20\times 10^3}{8}}=\sqrt{\frac{10^4}{4}}\Rightarrow \omega=\frac{100}{2}=50\ \frac{rad}{s}$$

شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a=-\omega^2x\Rightarrow a=-(50)^2\times(\frac{-2}{100})\Rightarrow a=2500\times\frac{2}{100}\Rightarrow a=50\ \frac{m}{s^2}$$

A **۱۳۱۱- گزینه‌ی ۲** نمودار سرعت - زمان حرکت هماهنگ ساده در مسأله برای معادله‌ی سرعت - زمان $v=v_m\cos\omega t$ رسم شده است. بنابراین معادله‌ی شتاب - زمان آن $a=-a_m\sin\omega t$ بوده که نمودار آن گزینه‌ی (۲) است.

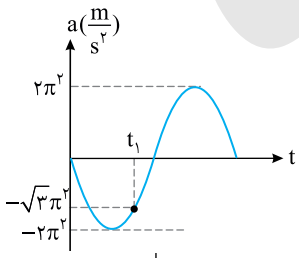




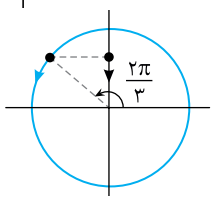
B **۱۳۱۲- گزینه‌ی ۲** در حرکت هماهنگ ساده شتاب و مکان هم‌علامت نیستند، بنابراین در لحظه‌ی t_1 که شتاب منفی است مکان مثبت است و در لحظه‌ی t_2 که شتاب مثبت است، مکان منفی است.

از طرفی در لحظه‌ی t_1 شتاب در حال کاهش است و نوسانگر به سوی مرکز نوسان می‌رود بنابراین حرکت تندشونده است و در لحظه‌ی t_2 شتاب در حال افزایش و سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۱۳۱۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار شتاب - زمان شکل داده شده، معادله‌ی شتاب - زمان به صورت $a=-a_m\sin\omega t$ است. در لحظه‌ی t_1 فاز حرکت برابر است با:



$$-\sqrt{3}\pi^2=-2\pi^2\sin\varphi\Rightarrow \sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{\pi}{3}\ \text{غ‌ق‌ق}\\ \varphi=\frac{2\pi}{3}\end{cases}$$



شتاب پس از $t=t_1$ در حال کاهش است، بنابراین نوسانگر در حال حرکت به سوی مرکز نوسان است و فاز حرکت در ربع دوم مثلثاتی بوده و برابر $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ است.

A **۱۳۱۴- گزینه‌ی ۱** دوره برابر است با:

$$\frac{T}{۴}=۰/۲\Rightarrow T=۰/۸s$$

بسامد زاویه‌ای برابر خواهد شد با:

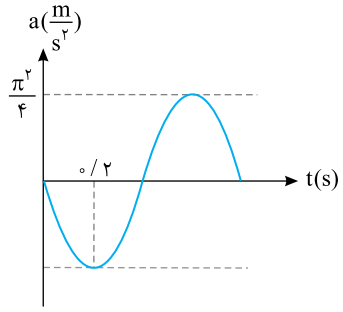
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۸}\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۲}\ \frac{rad}{s}$$

دامنه‌ی نوسان برابر می‌شود با:

$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow\frac{\pi^۲}{۴}=A\frac{۲۵\pi^۲}{۴}\Rightarrow A=\frac{۱}{۲۵}m\Rightarrow A=۰/۰۴m$$

در لحظه‌ی $t=۰$ فاز حرکت صفر بوده و معادله‌ی حرکت به صورت زیر است:

$$x=۰/۰۴\sin\frac{۵\pi}{۲}t$$



B **۱۳۱۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا فاز حرکت را در لحظه‌ی $t=۰/۰۲s$ به‌دست می‌آوریم:

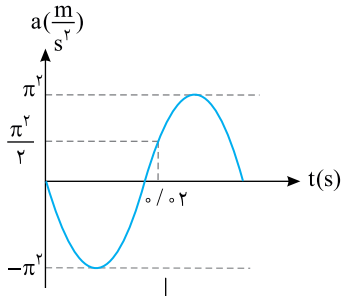
$$a=-a_m\sin\varphi\xrightarrow{t=۰/۰۲s}\frac{\pi^۲}{۲}=-\pi^۲\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{۷\pi}{۶}\\ \varphi=\frac{۱۱\pi}{۶}\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

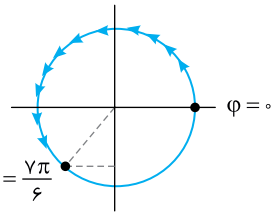
در لحظه‌ی $t=۰/۰۲s$ شتاب مثبت و در حال افزایش است و فاز حرکت در ربع سوم مثلثاتی و برابر $\varphi=\frac{۷\pi}{۶}$ است. در لحظه‌ی $t=۰$، فاز $\varphi=۰$ است. بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۷\pi}{۶}-۰=\omega(۰/۰۲)\Rightarrow\omega=\frac{۱۷۵\pi}{۳}\ \frac{rad}{s}$$

بنابراین معادله‌ی شتاب زمان برابر خواهد شد با:

$$a=-a_m\sin\omega t\Rightarrow a=-\pi^۲\sin\frac{۱۷۵\pi}{۳}t\Rightarrow a=\pi^۲\sin(\frac{۱۷۵\pi}{۳}t+\pi)$$





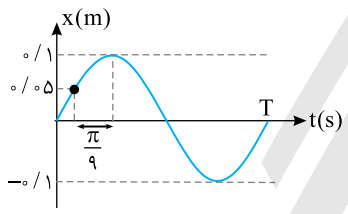
B **۱۳۱۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار مکان- زمان داده شده، نوسانگر در بازه‌ی $\frac{\pi}{۹}$ ثانیه از $x_۱=۰/۵m$ به مکان $x_۲=۰/۱m$ می‌رود.

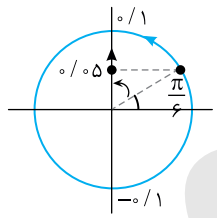
با رسم یک دایره‌ی مثلثاتی به سادگی می‌توانیم تغییر فاز نوسانگر را در این جابه‌جایی به‌دست بیاوریم.

$$۰/۰۵m\Rightarrow۰/۱m\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}\quad,\quad\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\omega(\frac{\pi}{۹})\Rightarrow\omega=۳\ \frac{rad}{s}$$

شتاب بیشینه خواهد شد:

$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow a_m=۰/۱\times۹=۰/۹\ \frac{m}{s^۲}$$





B **۱۳۱۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به معادله‌ی شتاب زمان می‌توان نوشت:

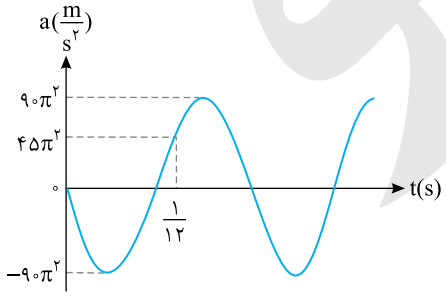
$$a=-a_m\sin\omega t\Rightarrow۴۵\pi^۲=-۹۰\pi^۲\sin\frac{\omega}{۱۲}\Rightarrow\sin\frac{\omega}{۱۲}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\frac{\omega}{۱۲}=\frac{۷\pi}{۶}\\ \frac{\omega}{۱۲}=\frac{۱۱\pi}{۶}\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

شتاب در $t=\frac{۱}{۱۲}s$ در حال افزایش است و فاز در ربع سوم مثلثاتی است.

$$\frac{\omega}{۱۲}=\frac{۷\pi}{۶}\Rightarrow\omega=۱۴\pi\ \frac{rad}{s}$$

با توجه به رابطه‌ی شتاب بیشینه و سرعت بیشینه خواهیم داشت:

$$\begin{cases}a_m=A\omega^۲\\ v_m=A\omega\end{cases}\Rightarrow a_m=v_m\omega\Rightarrow۹۰\pi^۲=v_m(۱۴\pi)\Rightarrow v_m=\frac{۴۵}{۷}\pi\ \frac{m}{s}$$



Ⓐ ۱۳۱۸- گزینه‌ی ۳ در حرکت هماهنگ ساده بیشینه‌ی نیروی وارد بر نوسانگر برابر با $F_m = mA\omega^2$ است که در آن بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f$ می‌باشد، بنابراین:

$$F_m = mA(2\pi f)^2 \Rightarrow F_m \propto Af^2$$

Ⓐ ۱۳۱۹- گزینه‌ی ۱ بیشینه‌ی نیروی وارد بر نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده برابر با $F_m = mA\omega^2$ است که در آن A دامنه، m جرم و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

با توجه به معادله‌ی مکان - زمان $x = 0/03 \sin \frac{\pi}{12} t$، دامنه $A = 0/03$ و بسامد زاویه‌ای $\omega = \frac{\pi}{12} \frac{rad}{s}$ است.

$$F_m = mA\omega^2 \Rightarrow F_m = 0/2(0/03)(\frac{\pi}{12})^2 \Rightarrow F_m = \frac{\pi^2}{24000} N$$

Ⓐ ۱۳۲۰- گزینه‌ی ۲ با مقایسه‌ی معادله‌ی نیرو- مکان با $F = -\pi^2 y$ می‌توان بسامد زاویه‌ای را به‌دست آورد.

$$\begin{cases} F = -m\omega^2 y \\ F = -\pi^2 y \end{cases} \Rightarrow m\omega^2 = \pi^2 \Rightarrow 10 \times 10^{-3} \times \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega^2 = 10^2 \times \pi^2 \Rightarrow \omega = 10\pi \frac{rad}{s}$$

$\omega = 2\pi f \Rightarrow 10\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 5\ Hz$ (تعداد نوسان در ثانیه) $\Rightarrow$ تعداد نوسان در دقیقه $= 60 \times 5 = 300$

Ⓑ ۱۳۲۱- گزینه‌ی ۲ بسامد، تعداد نوسان‌ها در مدت یک ثانیه است. پس:

$$f = \frac{120}{60} = 2Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 4\pi \frac{rad}{s}$$

مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند، چهار برابر دامنه است. بنابراین:

$$F_{max} = mA\omega^2 = \frac{20}{1000} \times \frac{4}{100} \times (4\pi)^2 = 0/128N$$

Ⓑ ۱۳۲۲- گزینه‌ی ۱ در حرکت هماهنگ ساده، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر $F = mA\omega^2$ است. در این حرکت دامنه برابر $A = \frac{10}{2} = 5\ cm$ می‌باشد و $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \frac{rad}{s}$، بنابراین:

$$F = 0/5 \times 5 \times 10^{-2} \times (16\pi^2) \Rightarrow F = 4N$$

Ⓑ ۱۳۲۳- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی نیرو - مکان نوسانگر ساده برابر $F = -m\omega^2 x$ است، از این رو $m\omega^2 = 20\pi^2 \frac{N}{m}$ خواهد بود.

در این صورت انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow K = \frac{1}{2}(20\pi^2)(4-2) \times 10^{-4} \Rightarrow K = 0/02\ J$$

Ⓐ ۱۳۲۴- گزینه‌ی ۳ نیروی وارد بر یک نوسانگر، برابر با $F = -m\omega^2 x$ است.

$$F = -\frac{10}{1000} \times \frac{2}{100} \times (\frac{2\pi}{0/1})^2 \Rightarrow |F| = 0/8N$$

Ⓐ ۱۳۲۵- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده معادله‌ی سرعت- زمان و نیرو- زمان نوسانگر به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = v_m \cos\varphi \Rightarrow \cos^2\varphi = \frac{v^2}{v_m^2} \\ F = -mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow F = -F_m \sin\varphi \Rightarrow \sin^2\varphi = \frac{F^2}{F_m^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v^2}{v_m^2} + \frac{F^2}{F_m^2} = 1$$

اکنون مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{v^2}{(\sqrt{2}v)^2} + \frac{F^2}{F_m^2} = 1 \Rightarrow \frac{F^2}{F_m^2} = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow F = \frac{\sqrt{2}}{2} F_m$$

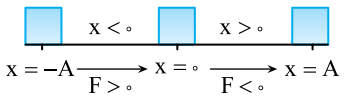
Ⓐ ۱۳۲۶- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی نیرو - زمان نوسانگر به صورت زیر است:

$$F = ma \Rightarrow F = -mA\omega^2 \sin \omega t$$

بنابراین با مقایسه‌ی این معادله با معادله‌ی مسأله می‌توان نتیجه گرفت:

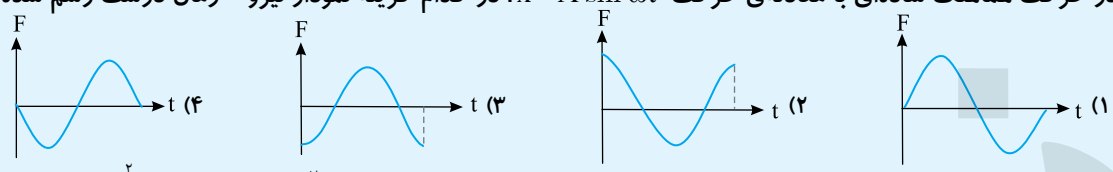
$$0/05 = mA\omega^2 \xrightarrow[\omega = 5 \frac{rad}{s}]{m = 0/05kg} 0/05 = 0/05 \times A \times 25 \Rightarrow A = \frac{1}{25} m \Rightarrow A = 4cm$$

Ⓐ **۱۳۲۷- گزینه‌ی ۴** حرکت هماهنگ ساده حرکتی است در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر که تحت تأثیر یک نیروی برگرداننده است و این نیرو همواره رو به مرکز نوسان است. در این صورت هرگاه مکان مثبت $(x>0)$ باشد، نیرو منفی و هرگاه مکان منفی $(x<0)$ باشد، نیرو مثبت است و این نیرو با مکان نسبت مستقیم دارد.



معادله‌ی نیرو- مکان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $F=-kx$ است و نمودار آن خط راست مایل با شیب منفی است.

تست: در حرکت هماهنگ ساده‌ای با معادله‌ی حرکت $x=A\sin\omega t$، در کدام گزینه نمودار نیرو – زمان درست رسم شده است؟



پاسخ: با توجه به معادله‌ی نیرو- زمان:

$$F=ma \xrightarrow{a=-x\omega^2} F=-mA\omega^2\sin\omega t$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ **۱۳۲۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار، دامنه برابر با $A=4cm$ است.

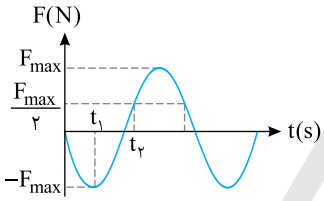
رابطه‌ی بین نیرو و مکان $F=-m\omega^2x$ است و می‌توان به کمک آن بسامد زاویه‌ای را به‌دست آورد.

$$|F_{max}|=mA\omega^2=20\times10^{-3}\times0/04\times\omega^2=2\Rightarrow8\times10^{-4}\times\omega^2=2\Rightarrow\omega^2=2500\Rightarrow\omega=50\frac{rad}{s}$$

بیشینه‌ی سرعت نوسانگر از رابطه‌ی $v_{max}=A\omega$ به‌دست می‌آید. بنابراین طبق رابطه‌ی تکانه $(P=mv)$ بیشینه‌ی تکانه برابر با $P_{max}=mA\omega$ است. بنابراین:

$$P_{max}=mA\omega=20\times10^{-3}\times4\times10^{-2}\times50=4\times10^{-2}\frac{kg.m}{s}$$

Ⓒ **۱۳۲۹- گزینه‌ی ۴** در لحظه‌ی t_1 نیروی وارد بر نوسانگر، منفی و بیشینه است. در حرکت هماهنگ ساده نیرو با مکان نسبت مستقیم دارد اما با آن هم‌علامت نیست $(F=-kx)$. بنابراین در t_1 نوسانگر در انتهای مسیر بوده، سرعت و تکانه‌ی آن صفر است $(v_{t_1}=0\ ,\ P_{t_1}=0)$.



در لحظه‌ی t_2 نیروی وارد بر نوسانگر مثبت و نصف مقدار بیشینه است. بنابراین مکان نوسانگر نیز نصف دامنه اما منفی است $(x=-\frac{A}{2})$. بنابراین سرعت در این لحظه برابر است با:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1\Rightarrow\frac{\frac{A^2}{4}}{A^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1\Rightarrow v=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$$

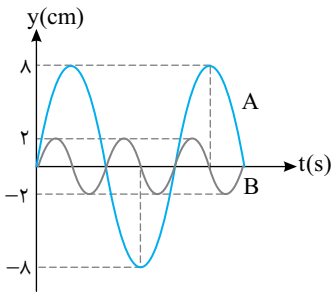
در لحظه‌ی t_2 نیرو در حال افزایش و نوسانگر به سوی انتهای مسیر در حرکت است، یعنی نوسانگر در مکان $x=-\frac{A}{2}$ به‌سوی انتهای مسیر در حرکت است. بنابراین سرعت آن $v=-\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$ است.

$$v_{t_2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}v_m=-\frac{\sqrt{3}}{2}A\omega\xrightarrow{P=mv}P_{t_2}=\frac{-\sqrt{3}}{2}mA\omega$$

تغییر تکانه برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=P_{t_2}-P_{t_1}=-\frac{\sqrt{3}}{2}mA\omega-0=-\frac{\sqrt{3}}{2}mA\omega$$

Ⓐ **۱۳۳۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار می‌توان دریافت:



$$A_A=8cm\ ,\ A_B=2cm\ ,\ T_A=2T_B\Rightarrow\omega_A=\frac{1}{2}\omega_B$$

با توجه به فرض مسأله $m_A=4m_B$ و رابطه‌ی بیشینه نیروی نوسانگر خواهیم داشت:

$$\frac{F_{max_A}}{F_{max_B}}=\frac{m_AA_A\omega_A^2}{m_BA_B\omega_B^2}=4\times4\times\frac{1}{4}=4$$

B **۱۳۳۱- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌هایی که حرکت تندشونده است، نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان است. در مرکز نوسان نیرو و شتاب صفر است و انرژی پتانسیل نیز صفر است و در تمام مسیر انرژی مکانیکی ثابت است. از این رو گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۱۳۳۲- گزینه‌ی ۴** بنابر قانون پایستگی انرژی، در تمام نقاط مسیر، انرژی مکانیکی ثابت است.

A **۱۳۳۳- گزینه‌ی ۱** انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطه‌ی $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ به‌دست می‌آید که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای است. از طرفی $\omega=2\pi f$ بوده، در نتیجه انرژی مکانیکی با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

A **۱۳۳۴- گزینه‌ی ۱** انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow 4\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times(2\times10^{-3})\times(\frac{10}{\pi}\times10^{-2})^2(\frac{2\pi}{T})^2 \Rightarrow T=0/1s$$

تست: انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم ۲۰۰ گرم که روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm با بسامد $\frac{50}{\pi}$ هرتز نوسان می‌کند، چند ژول است؟

(سراسری تجربی)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) ۴۰

$$A=\frac{20}{2}=10\,cm=0/1\,m \quad , \quad \omega=2\pi f=2\pi\times\frac{50}{\pi}=100\ \frac{rad}{s}$$

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}\times0/2\times0/01\times100^2=10\,J$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

A **۱۳۳۵- گزینه‌ی ۴** بیشینه‌ی نیروی وارد بر یک نوسانگر ساده و انرژی مکانیکی آن به‌ترتیب $F_m=mA\omega^2$ و $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است، بنابراین نیروی بیشینه با دامنه متناسب است و با دو برابر شدن دامنه، دو برابر می‌شود و انرژی مکانیکی با مجذور دامنه متناسب است و با دو برابر شدن دامنه، چهار برابر می‌شود.

B **۱۳۳۶- گزینه‌ی ۱** سرعت نوسانگر در لحظه‌ی عبور از وضع تعادل به بیشینه‌ی مقدار خود می‌رسد. بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\\ v_m=A\omega\end{array}\right\}\Rightarrow E=\frac{1}{2}mv_m^2\Rightarrow v_m^2=\frac{2E}{m}\Rightarrow v_m=(\frac{2E}{m})^{\frac{1}{2}}$$

B **۱۳۳۷- گزینه‌ی ۴** مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است. $E=K+U\Rightarrow E=0/12+0/06\Rightarrow E=0/18J$

انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است.

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\Rightarrow0/18=\frac{1}{2}\times m\times(4\times10^{-2})^2(150)^2\Rightarrow m=10^{-2}kg\Rightarrow m=10g$$

A **۱۳۳۸- گزینه‌ی ۲** انرژی جنبشی نوسانگر در مبدأ نوسان بیشینه است و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$K_m=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}\times m\times A^2\times\frac{k}{m}=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times100\times(4\times10^{-2})^2=50\times16\times10^{-4}=8\times10^{-2}=0/08J$$

تست: دامنه‌ی حرکت نوسانگر وزنه - فنر ۵cm است. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم و ثابت فنر $200\frac{N}{m}$ باشد، انرژی کل نوسانگر چند ژول است؟

(سراسری تجربی- ۸۷)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۵۰

پاسخ: انرژی کل نوسانگر یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=U_m=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times200\times(5\times10^{-2})^2=100\times25\times10^{-4}=25\times10^{-2}=0/25J$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۱۳۳۹- گزینه‌ی ۳ انرژی مکانیکی نوسانگر ساده برابر است با:

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{m\omega^2=k} E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E=\frac{1}{2}\times 100\times(0/12)^2 \Rightarrow E=0/72J$$

انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K=\frac{1}{2}\times 2\times(0/3)^2 \Rightarrow K=0/09J$$

انرژی پتانسیل در این لحظه برابر است با:

$$E=U+K \Rightarrow U=E-K=0/72-0/09 \Rightarrow U=0/63J=630mJ$$

A ۱۳۴۰- گزینه‌ی ۱ در یک حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. هرگاه انرژی پتانسیل صفر باشد، انرژی جنبشی بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی است $(E=K_m)$ و هرگاه انرژی جنبشی صفر باشد، انرژی پتانسیل بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی $(E=U_m)$ است، یعنی $K_m=U_m=E$ است. با توجه به رابطه‌ی $K=K_0\cos^2\omega t$ مقدار بیشینه‌ی انرژی جنبشی K_0 است، بنابراین بیشینه‌ی انرژی پتانسیل نیز K_0 است.

B ۱۳۴۱- گزینه‌ی ۴ در حرکت هماهنگ ساده، معادله‌ی شتاب- مکان به‌صورت $a=-\omega^2x$ است. در واقع شتاب با مکان نوسانگر نسبت مستقیم دارد و اگر شتاب نصف شتاب بیشینه است، مکان نیز نصف مکان بیشینه (دامنه) می‌باشد. $|a|=\frac{1}{2}a_m \Rightarrow |x|=\frac{A}{2}$

انرژی پتانسیل نوسانگر برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow U=\frac{1}{2}k(\frac{A}{2})^2 \Rightarrow 20=\frac{1}{4}(\frac{1}{2}kA^2) \xrightarrow{E=\frac{1}{2}kA^2} 20=\frac{1}{4}E \Rightarrow E=80J$$

در مرکز نوسان، انرژی جنبشی بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر، یعنی ۸۰ ژول است.

B ۱۳۴۲- گزینه‌ی ۴ انرژی جنبشی نوسانگر برحسب مکان برابر با $K=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)$ و انرژی پتانسیل نوسانگر برحسب مکان برابر با $U=\frac{1}{2}kx^2$ است. بنابراین:

$$\frac{K}{U}=\frac{\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)}{\frac{1}{2}kx^2} \xrightarrow[x=\frac{A}{2}]{k=m\omega^2} \frac{K}{U}=\frac{A^2-\frac{A^2}{4}}{\frac{A^2}{4}}=3$$

تست: در لحظه‌ای که بُعد یک نوسانگر ساده $\frac{1}{4}$ بُعد بیشینه‌ی آن می‌باشد، انرژی جنبشی نوسانگر چه کسری از انرژی مکانیکی آن خواهد بود؟

۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{9}{16}$

پاسخ: انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{2}mv^2$ و سرعت نوسانگر $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$ است، بنابراین رابطه‌ی انرژی جنبشی نوسانگر با مکان به‌صورت روبه‌رو است: $K=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)$

از طرفی انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است.

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}=\frac{A^2-x^2}{A^2} \xrightarrow{x=\frac{A}{4}} \frac{K}{E}=\frac{A^2-\frac{A^2}{16}}{A^2}=\frac{15}{16}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

A ۱۳۴۳- گزینه‌ی ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است.

$$E=U+K \Rightarrow 0/24=0/2+K \Rightarrow K=0/04J$$

اکنون می‌توان سرعت نوسانگر را به‌دست آورد.

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0/04=\frac{1}{2}\times 2\times v^2 \Rightarrow v=0/2\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۳۴۴- گزینه‌ی ۲** انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است.

$$E=K+U\Rightarrow E=10^{-3}+3\times10^{-3}=4\times10^{-3}J$$

دامنه‌ی نوسان، نصف طول پاره‌خط مسیر نوسان است.

$$A=\frac{20}{2}=10cm=0/1m$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است، بنابراین:

$$4\times10^{-3}=\frac{1}{2}m(0/1)^2(20)^2\Rightarrow m=2\times10^{-3}kg\Rightarrow m=2g$$

Ⓑ **۱۳۴۵- گزینه‌ی ۲** انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$E=U+K\xrightarrow{U=3K}E=3K+K\Rightarrow E=4K$$

انرژی مکانیکی، برابر با انرژی جنبشی بیشینه‌ی نوسانگر است. بنابراین:

$$K_m=4K\Rightarrow\frac{1}{2}mv_m^2=4(\frac{1}{2}mv^2)\Rightarrow v_m=2v\Rightarrow v=\frac{v_m}{2}=\frac{5}{2}=2/5\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۳۴۶- گزینه‌ی ۳** انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$U=K\Rightarrow E=U+K=2U\Rightarrow\frac{1}{2}kA^2=2\times\frac{1}{2}kx^2\Rightarrow\frac{1}{2}A^2=x^2\Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

$$\xrightarrow{A=0/02}x=\frac{\sqrt{2}}{2}\times0/02=0/01\sqrt{2}m=\sqrt{2}cm$$

تست: انرژی جنبشی یک ذره که با دامنه‌ی A حرکت هماهنگ دارد، در وسط مسیر E می‌باشد. انرژی جنبشی آن در فاصله‌ی $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ از وسط مسیر کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}E$ ۲) $\frac{3}{8}E$ ۳) $\frac{1}{2}E$ ۴) $\frac{3}{4}E$

پاسخ: در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در دو طرف نقطه‌ای در وسط مسیر نوسان می‌کند که آن نقطه مبدأ سنجش مکان $(x=0)$ است.

انرژی جنبشی نوسانگر برحسب مکان برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}}K=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)$$

در وسط مسیر: $x=0\Rightarrow K=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-0)\Rightarrow K=E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$$x=\frac{\sqrt{2}}{2}A\Rightarrow K'=\frac{1}{2}m\omega^2[A^2-(\frac{\sqrt{2}}{2}A)^2]=\frac{1}{2}m\omega^2(\frac{1}{2}A^2)=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}m\omega^2A^2)$$

بنابراین:

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mA^2\omega^2)}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}\Rightarrow\frac{K'}{E}=\frac{1}{2}\Rightarrow K'=\frac{1}{2}E$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۱۳۴۷- گزینه‌ی ۲** در لحظه‌ای که $x=A$ است، تمام انرژی مکانیکی جسم به‌صورت انرژی پتانسیل می‌باشد. بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با $0/36J$ است.

$$\frac{U}{E}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2}\Rightarrow\frac{U}{0/36}=\frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}A)^2}{A^2}\Rightarrow U=0/27J$$

انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل است. بنابراین:

$$E=U+K\Rightarrow0/36=0/27+K\Rightarrow K=0/09J$$

Ⓑ **۱۳۴۸- گزینه‌ی ۴** انرژی مکانیکی نوسانگر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است.

$$E=K+U\xrightarrow{K=8U}E=8U+U\Rightarrow E=9U$$

انرژی پتانسیل نوسانگر برابر با $U=\frac{1}{2}kx^2$ و انرژی مکانیکی آن برابر با $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}kA^2$ است. بنابراین:

$$E=9U\Rightarrow\frac{1}{2}kA^2=9(\frac{1}{2}kx^2)\Rightarrow x=\pm\frac{A}{3}$$

B **۱۳۴۹- گزینه‌ی ۲** در حرکت هماهنگ ساده دوره‌ی تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نصف دوره‌ی حرکت است. بنابراین ابتدا دوره‌ی حرکت را به‌دست آورده و سپس آن را بر دو تقسیم می‌کنیم.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{5\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{6}{5}s \quad , \quad T'=\frac{T}{2}=\frac{\frac{6}{5}}{2}=0/6s$$

A **۱۳۵۰- گزینه‌ی ۲** بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر بیشینه انرژی پتانسیل آن است.

$$K_{max}=U_{max}=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow 6\times10^{-2}=\frac{1}{2}k(0/05)^2\Rightarrow k=48\frac{N}{m}$$

A **۱۳۵۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به انرژی پتانسیل حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت:

$$U=\frac{1}{2}kx^2\xrightarrow{k=m\omega^2}U=\frac{1}{2}m\omega^2x^2\xrightarrow{\omega=10\pi}U=\frac{1}{2}\times0/2\times100\pi^2(0/04)^2\sin^2 10\pi t=0/16\sin^2 10\pi t$$

B **۱۳۵۲- گزینه‌ی ۴** انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان به مقدار بیشینه‌ی خود می‌رسد و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر می‌شود. بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر $E=0/24J$ است.

$$\frac{x}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}A}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{1}{2}\Rightarrow|\cos\varphi|=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}=\frac{A^2\omega^2\cos^2\varphi}{A^2\omega^2}\Rightarrow\frac{K}{0/24}=\cos^2\varphi\Rightarrow\frac{K}{0/24}=\frac{3}{4}\Rightarrow K=0/18J$$

B **۱۳۵۳- گزینه‌ی ۳** مسافتی که یک نوسانگر ساده در مدت یک دوره طی می‌کند، چهار برابر دامنه است، بنابراین دامنه‌ی این حرکت $\frac{20}{4}=5cm$ است، از طرفی در یک سانتی‌متری دامنه $x=4cm$ است.

با توجه به معادله‌ی نیرو- مکان $F=-m\omega^2x$ و معادله‌ی نیرویی که در صورت سؤال بیان شده $(F=-200x)$ مشخص است که $m\omega^2=200$ خواهد بود.

اکنون انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}}K=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)\Rightarrow K=\frac{1}{2}(200)(5^2-4^2)\times10^{-4}\Rightarrow K=0/09J$$

B **۱۳۵۴- گزینه‌ی ۳** بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$K_m=E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \qquad (1)$$

بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$F_m=mA\omega^2 \qquad (2)$$

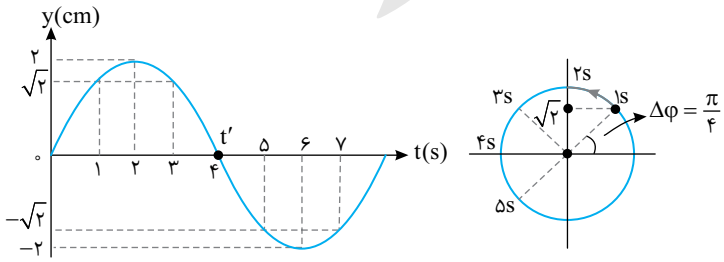
با تقسیم رابطه‌ی (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{K_m}{F_m}=\frac{1}{2}A\Rightarrow\frac{K_m}{12}=\frac{1}{2}\times0/08\Rightarrow K_m=0/48J=480mJ$$

B **۱۳۵۵- گزینه‌ی ۱** در دو انتهای مسیر، انرژی پتانسیل بیشینه است. با توجه به نمودار، ثابت فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$F=-kx\Rightarrow 40=-k(-0/1)\Rightarrow k=400\frac{N}{m} \quad , \quad U_{max}=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times400\times(0/1)^2=2J$$

C **۱۳۵۶- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، در مدت $1s$ نوسانگر تغییر فاز $\frac{\pi}{4}$ را طی می‌کند، بنابراین:



$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\Delta t$$

$$\Rightarrow\frac{\pi}{4}=\frac{2\pi}{T}\times1\Rightarrow T=8s$$

با توجه به نمودار در لحظه‌های ۱s، ۳s و ۵s انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با هم برابر است و در لحظه‌ی $t=۲s$ انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی پتانسیل است و انرژی جنبشی صفر است و در لحظه‌ی $t'=۴s$ انرژی مکانیکی جسم کاملاً به صورت انرژی جنبشی بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است.

B ۱۳۵۷- گزینه‌ی ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با: $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$

ثابت فنر (k) و دامنه (A) ثابت مانده است، پس انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند.

B ۱۳۵۸- گزینه‌ی ۱ در انتهای مسیر تمام انرژی مکانیکی نوسانگر $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$ است که با برداشتن وزنه‌ی C در دامنه و ثابت فنر تغییری حاصل نمی‌شود اما دوره $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ کاهش می‌یابد.

B ۱۳۵۹- گزینه‌ی ۲ با توجه به این‌که بیشینه‌ی انرژی پتانسیل یک نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است، می‌توان گفت:

$$U=۱۰۰\sin^۲\omega t\Rightarrow U_m=E=۱۰۰J$$

با توجه به رابطه‌ی انرژی مکانیکی $(E=U+K)$ داریم:

$$E=U+K\Rightarrow ۱۰۰=U+۳۶\Rightarrow U=۶۴J \quad , \quad \frac{U}{U_m}=\frac{\frac{۱}{۲}kx^۲}{\frac{۱}{۲}kA^۲}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{x^۲}{A^۲}\Rightarrow x=\pm ۰/۸A$$

B ۱۳۶۰- گزینه‌ی ۱ در حرکت هماهنگ ساده انرژی جنبشی برابر است با:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲) \qquad (۱)$$

در این صورت:

$$K=۰/۱۶-۴۰۰x^۲\Rightarrow K=۴۰۰(\frac{۰/۱۶}{۴۰۰}-x^۲) \qquad (۲)$$

با مقایسه رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$A^۲=\frac{۰/۱۶}{۴۰۰}\Rightarrow A^۲=\frac{۱۶}{۴۰۰۰۰}\Rightarrow A^۲=\frac{۴}{۱۰۰۰۰}\Rightarrow A=۰/۰۲m=۲cm$$

B ۱۳۶۱- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، بین انرژی جنبشی، انرژی مکانیکی و فاز حرکت رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\xrightarrow{v=A\omega\cos\overbrace{\omega t}^{\varphi}}\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\cos^۲\varphi}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\Rightarrow\frac{K}{E}=\cos^۲\varphi\Rightarrow\frac{K}{E}=\cos^۲\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{K}{E}=\frac{۳}{۴}$$

B ۱۳۶۲- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی انرژی جنبشی، انرژی مکانیکی و فاز حرکت به‌صورت زیر است:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\xrightarrow{v=A\omega\cos\varphi}\frac{K}{E}=\frac{A^۲\omega^۲\cos^۲\varphi}{A^۲\omega^۲}\Rightarrow\cos^۲\varphi=\frac{K}{E}$$

با توجه به صورت مسأله $\varphi=\frac{\pi}{۳}$ است:

$$\cos^۲\frac{\pi}{۳}=\frac{۰/۰۲}{E}\Rightarrow E=۰/۰۸J$$

A ۱۳۶۳- گزینه‌ی ۲ ابتدا رابطه‌ی بین انرژی پتانسیل، انرژی مکانیکی و فاز حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{U}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}kx^۲}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\Rightarrow\frac{U}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲\sin^۲\varphi}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\Rightarrow\frac{U}{E}=\sin^۲\varphi\Rightarrow\frac{۰/۰۳}{E}=\sin^۲\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۰/۰۳}{E}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow E=۰/۰۴J$$

با توجه به این‌که بیشینه‌ی انرژی پتانسیل و بیشینه‌ی انرژی جنبشی با هم برابر بوده و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، می‌توان گفت:

$$U_m=K_m=E\Rightarrow K_m=۰/۰۴J$$

B ۱۳۶۴- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل با فاز حرکت هماهنگ ساده به‌صورت زیر است.

$$\frac{K}{U}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}kx^2}=\xrightarrow[x=A\sin\varphi]{v=A\omega\cos\varphi}\frac{K}{U}=\frac{\frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\varphi}{\frac{1}{2}kA^2\sin^2\varphi}\xrightarrow{k=m\omega^2}\frac{K}{U}=\cot^2\varphi$$

$$\frac{K}{U}=\frac{1}{3}\Rightarrow\cot^2\varphi=\frac{1}{3}\Rightarrow\cot\varphi=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\Delta\varphi=\omega\Delta t\\ \varphi_0=0\end{cases}\Rightarrow\varphi=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{6}\\ \frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{3}\\ \frac{4\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{2T}{3}\\ \frac{5\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{5T}{6}\end{cases}$$

تست: در یک حرکت هماهنگ ساده‌ی بدون فاز اولیه، در چه لحظه‌ای پس از $t=0$ بر حسب دوره‌ی نوسان (T) انرژی جنبشی نوسانگر برای اولین‌بار با انرژی پتانسیل آن برابر می‌شود؟

۱) $\frac{T}{8}$ ۲) $\frac{T}{4}$ ۳) $\frac{T}{2}$ ۴) $\frac{3T}{8}$

پاسخ: رابطه‌ی انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی و فاز حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{K}{U}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}kx^2}=\frac{\frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\varphi}{\frac{1}{2}(m\omega^2)A^2\sin^2\varphi}\Rightarrow\frac{K}{U}=\cot^2\varphi$$

با توجه به فرض تست $\frac{K}{U}=1$ است، بنابراین:

$$\cot^2\varphi=1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{4}-0=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{8}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۱۳۶۵- گزینه‌ی ۳ می‌دانیم $\tan^2\varphi=\frac{U}{K}$ است و وقتی انرژی جنبشی و پتانسیل برابر است می‌توان نوشت:

$$U=K\Rightarrow\tan^2\varphi=1\Rightarrow\tan\varphi=\pm1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4},\ldots$$

مقدارهای $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ بین $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{4\pi}{3}$ قرار دارند، بنابراین ۳ بار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل با هم برابر می‌شوند.

B ۱۳۶۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به صورت مسأله معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر $x=A\sin\omega t$ است. از طرفی نسبت انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{U}{K}=\tan^2\varphi\xrightarrow{\varphi=\omega t}3=\tan^2(\omega t)\Rightarrow\tan(\omega t)=\sqrt{3}$$

در صورت مسأله بیان شده برای اولین بار از این‌رو فاز در ربع اول است.

$$\omega t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\omega\times0/3=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\omega=\frac{10\pi}{9}\frac{rad}{s}$$

بنا بر رابطه‌ی بسامد زاویه‌ای:

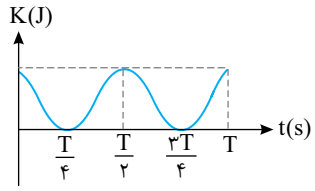
$$\omega=2\pi f\Rightarrow2\pi f=\frac{10\pi}{9}\Rightarrow f=\frac{5}{9}Hz$$

تعداد نوسانات در مدت ۴/۵ دقیقه برابر است با:

$$N=\frac{5}{9}\times270=150 \text{ نوسان}$$

B ۱۳۶۷- گزینه‌ی ۳ نسبت انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{U}{K}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{\frac{1}{2}kA^2\sin^2\varphi}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\varphi}\Rightarrow\frac{U}{K}=\tan^2\varphi\Rightarrow\frac{U}{K}=\tan^2(\frac{5\pi}{6})=\frac{1}{3}\Rightarrow K=3U$$

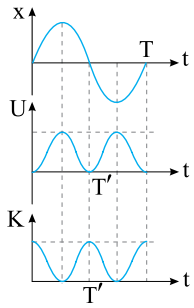


B **۱۳۶۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا معادله‌ی انرژی جنبشی بر حسب زمان را برای نوسانگر به‌دست می‌آوریم:

$$x = A\sin\omega t \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = A\omega\cos\omega t$$

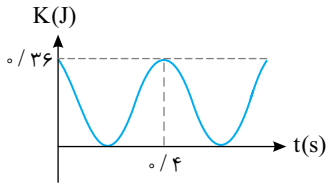
$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow K=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\cos^۲\omega t \xrightarrow{K_m=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲} K=K_m\cos^۲\omega t$$

بنابراین نمودار $K-t$ گزینه‌ی (۴) خواهد بود.



A **۱۳۶۹- گزینه‌ی ۲** در یک حرکت هماهنگ ساده دوره‌ی تغییرات انرژی پتانسیل و دوره‌ی تغییرات انرژی جنبشی نصف دوره‌ی حرکت هماهنگ ساده است. به نمودارهای روبه‌رو دقت کنید.

با توجه به این نکته دوره‌ی نوسان برابر خواهد شد با: $T=۰/۴s$



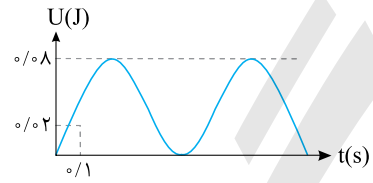
B **۱۳۷۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار و این نکته که دوره‌ی نوسان حرکت هماهنگ ساده دو برابر دوره‌ی تغییرات انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است، خواهیم داشت:

$$\frac{T}{۲}=۰/۴ \Rightarrow T=۰/۸s \quad , \quad \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۸}\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

با توجه به رابطه‌ی انرژی پتانسیل با زمان:

$$U=U_m\sin^۲\omega t \Rightarrow U=۰/۳۶\sin^۲(\frac{۵\pi}{۲}\times ۰/۵)\Rightarrow U=۰/۳۶\sin^۲(\frac{۵\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow U=۰/۳۶\sin^۲(\pi+\frac{\pi}{۴})=۰/۳۶(-\sin\frac{\pi}{۴})^۲\Rightarrow U=۰/۳۶\times(\frac{-\sqrt{۲}}{۲})^۲\Rightarrow U=۰/۱۸J$$



B **۱۳۷۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به معادله‌ی انرژی پتانسیل بر حسب زمان $U=U_m\sin^۲\omega t$ و نمودار خواهیم داشت:

$$t=۰/۱s:\ ۰/۰۲=۰/۰۸\sin^۲\omega t\Rightarrow\sin^۲\omega t=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow\sin(\omega t)=\pm\frac{۱}{۲}\begin{cases}\varphi=\frac{\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶}\\ \varphi=\frac{۷\pi}{۶},۱۱\frac{\pi}{۶}\end{cases}$$

با توجه به نمودار انرژی پتانسیل در حال افزایش است و فاز در ربع اول یا سوم است و در بازه‌ی ۰ تا ۰/۱ ثانیه فاز $\frac{\pi}{۶}$ رادیان تغییر کرده است.

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\Delta t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}\times ۰/۱=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow T=۱/۲s$$

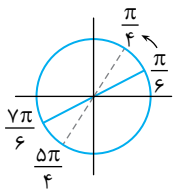
در لحظه‌ای که $U=K$ است، فاز حرکت برابر است با:

$$\frac{U}{K}=\tan^۲\varphi\Rightarrow\tan\varphi=۱\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۴},\frac{۳\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴},\frac{۷\pi}{۴}$$

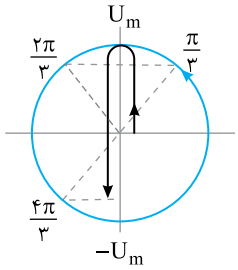
بعد از $t=۰/۱s$ که فاز حرکت $\frac{\pi}{۶}$ است باید برای اولین بار فاز حرکت $\frac{\pi}{۴}$ شود، بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۱/۲}\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۲\pi}{۱/۲}\Delta t\Rightarrow\Delta t=۰/۰۵s$$

در نتیجه در لحظه‌ی $۰/۱+۰/۰۵=۰/۱۵s$ برای اولین بار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل با هم برابر می‌شوند.



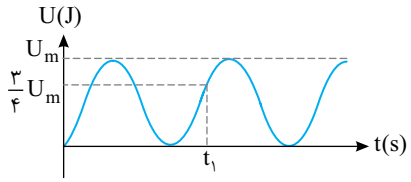
با توجه به شکل روبه‌رو اگر فاز را در $t=۰/۱s$ در ربع سوم در نظر بگیریم یعنی $\frac{۷\pi}{۶}$ باشد، اولین بار در فاز $\frac{۵\pi}{۴}$ ، $K=U$ می‌شود که با حل آن به همان جواب اول می‌رسیم.



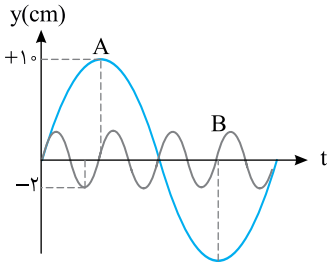
B ۱۳۷۲- گزینه‌ی ۳ با توجه بـه رابطه‌ی $U=U_m\sin^2\omega t$ برای حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت:

$$\frac{3}{4}U_m=U_m\sin^2\omega t\Rightarrow\sin^2\omega t=\frac{3}{4}\Rightarrow\sin\omega t=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$$



به نمودار دقت می‌کنیم در لحظه‌ی t_1 انرژی پتانسیل برای بار دوم در حال بیشینه شدن است بنابراین فاز نوسانگر در ربع سوم مثلثاتی است و $\varphi=\frac{4\pi}{3}$ است.



B ۱۳۷۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل:

$$A_A=10cm,A_B=2cm,T_A=4T_B\Rightarrow\omega_A=\frac{1}{4}\omega_B$$

انرژی مکانیکی را از رابطه‌ی $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ برای دو نوسـانگر A و B به دسـت آورده بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E_A}{E_B}=\frac{\frac{1}{2}m_AA_A^2\omega_A^2}{\frac{1}{2}m_BA_B^2\omega_B^2}\Rightarrow\frac{E_A}{E_B}=\frac{m_A}{5m_A}\times(\frac{10}{2})^2\times\frac{\omega_A^2}{(4\omega_A)^2}\Rightarrow\frac{E_A}{E_B}=\frac{5}{16}$$

A ۱۳۷۴- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی $E=U_{max}=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ داریم:

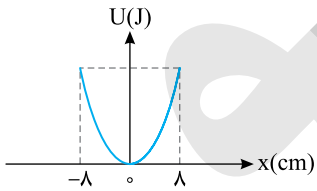
$$0/08=\frac{1}{2}\times\frac{4}{100}\times(0/4)^2\times\omega^2\Rightarrow\omega^2=25\Rightarrow\omega=5\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow5=\frac{2\times\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{5}s$$

B ۱۳۷۵- گزینه‌ی ۲ انرژی پتانسیل نوسانگر ساده از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}m\omega^2x^2\Rightarrow0/02=\frac{1}{2}\times0/4\times\omega^2\times(0/02)^2\Rightarrow\omega^2=\frac{1000}{4}=250$$

$$\Rightarrow\frac{4\pi^2}{T^2}=250\Rightarrow\frac{4\times10}{T^2}=250\Rightarrow T^2=\frac{4}{25}\Rightarrow T=\frac{2}{5}=0/4s$$



A ۱۳۷۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به این‌که نوسـانگر در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، بنابراین نوسـانگر در هر ثانیه ۲ نوسـان انجـام می‌دهد. در نتیجه دوره‌ی نوسان برابر با $\frac{1}{2}s$ است. همچنین با توجه به نمودار می‌توان گفت که دامنه‌ی نوسان برابر با ۸cm اسـت. حال با توجه به رابطه‌ی سـرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{2\pi}{T})$، ω را محاسبه کرده و با استفاده از رابطه‌ی $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ انرژی مکانیکی به راحتی قابل محاسبه است.

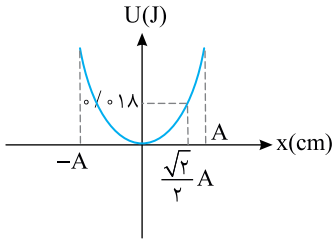
$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi\frac{rad}{s}\quad,\quad E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}\times2\times(8\times10^{-2})^2\times(4\pi)^2=64\times10^{-4}\times144=9216\times10^{-4}J$$

بیشینه‌ی انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. بنابراین:

$$K_m=E=9/216\times10^{-1}J$$

A ۱۳۷۷- گزینه‌ی ۳ در نقطه‌ی M انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر است، به همین دلیل می‌توان نوشت:

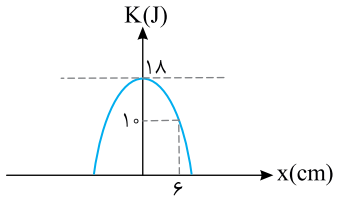
$$U=K\Rightarrow E=U+K=2U\Rightarrow\frac{1}{2}kA^2=2\times\frac{1}{2}kx^2\Rightarrow\frac{1}{2}kA^2=kx^2\Rightarrow x^2=\frac{1}{2}A^2\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$$



B **۱۳۷۸- گزینه‌ی ۲** انرژی پتانسیل یک نوسانگر ساده برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}kx^{۲}\xrightarrow{k=m\omega^{۲}}U=\frac{۱}{۲}m\omega^{۲}x^{۲}\xrightarrow{x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A}U=\frac{۱}{۲}\underbrace{(\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲})}_{E}$$

$$\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}E\xrightarrow{U=۰/۰۱۸}E=۰/۰۳۶J$$



B **۱۳۷۹- گزینه‌ی ۳** انرژی جنبشی بیشینه برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$K_m=E=۱۸J$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^{۲}}{\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}}=\frac{(\omega\sqrt{A^{۲}-x^{۲}})^{۲}}{A^{۲}\omega^{۲}}\Rightarrow\frac{K}{E}=۱-(\frac{x}{A})^{۲}$$

حال اعداد روی نمودار را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۱۰}{۱۸}=۱-(\frac{۶}{A})^{۲}\Rightarrow\frac{۵}{۹}=۱-(\frac{۶}{A})^{۲}\Rightarrow(\frac{۶}{A})^{۲}=۱-\frac{۵}{۹}$$

$$(\frac{۶}{A})^{۲}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow\frac{۶}{A}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow A=۹cm\Rightarrow \text{طول پاره خط}=۱۸cm$$

A **۱۳۸۰- گزینه‌ی ۲** دو نوسانگر که اختلاف فاز آن‌ها مضرب زوجی از π باشد، را هم‌فاز گویند.

$$\text{نوسانگرهای هم فاز}\Rightarrow\Delta\varphi=۲n\pi\xrightarrow{n=۱}۸\pi t-۵\pi t=۲\pi\Rightarrow t=\frac{۲}{۳}s$$

A **۱۳۸۱- گزینه‌ی ۴** دو نوسانگر هنگامی در فاز مخالف یا مقابل هستند که اختلاف فاز آن‌ها مضرب فردی از π باشد، بنابراین:

$$\Delta\varphi=(۲n-۱)\pi\quad,\quad n=۱\Rightarrow\frac{۱۶}{۳}\pi t-\frac{۱۵}{۴}\pi t=\pi\Rightarrow\frac{۶۴\pi t-۴۵\pi t}{۱۲}=\pi\Rightarrow t=\frac{۱۲}{۱۹}s$$

A **۱۳۸۲- گزینه‌ی ۳** دوره‌ی نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه‌ی $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به‌دست می‌آید که در آن m جرم وزنه‌ی متصل به فنر و k ثابت فنر است. در این صورت دوره با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد.

تست: وزنه‌ای به انتهای فنری با جرم ناچیز آویخته شده است و با دامنه‌ی کم نوسان می‌کند. بسامد نوسان‌های فنر با ثابت نیروی فنر چه رابطه‌ای دارد؟ (آزاد ریاضی- ۸۷)

۱) با مجذور آن نسبت مستقیم دارد.
۲) با جذر آن نسبت عکس دارد.
۳) با جذر آن نسبت مستقیم دارد.
۴) با مجذور آن نسبت عکس دارد.

پاسخ: دوره‌ی نوسان دستگاه جرم - فنر $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

بنابراین بسامد با جذر ثابت فنر نسبت مستقیم دارد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۱۳۸۳- گزینه‌ی ۴** در حرکت هماهنگ ساده‌ی جرم - فنر دوره $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است و بسامد $f=\frac{۱}{T}$ می‌باشد. بنابراین:

$$f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

تست: وزنه‌ای به جرم ۸۰ گرم به انتهای فنری با جرم ناچیز و ثابت فنر $۲\pi^{۲}$ نیوتون بر متر آویخته شده و با دامنه‌ی کم نوسان می‌کند. بسامد نوسان‌های آن چند هرتز است؟ (آزاد ریاضی- ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۵}{۲}\pi$
۳) $\frac{۲}{۵\pi}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: دوره‌ی دستگاه جرم - فنر $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۲\pi^{۲}}{۰/۰۸}}\Rightarrow f=\frac{۵}{۲}Hz$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۱۳۸۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا به کمک رابطه‌ی $a_m = A\omega^2$ بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow 2 = 0/08\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ جرم وزنه را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{10}{m}} \Rightarrow m = \frac{10}{25} = 0/4kg = 400g$$

Ⓐ ۱۳۸۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا به کمک رابطه‌ی $a_m = A\omega^2$ بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم: $a_m = A\omega^2 \Rightarrow 2 = 0/08 \times \omega^2 \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}$

اکنون می‌توان، ثابت فنر را به‌دست آورد:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{k}{0/1}} \Rightarrow k = 2/5\frac{N}{m}$$

تست: دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه - فنر ۴ سانتی‌متر است. اگر جرم وزنه ۴۰۰ گرم و ثابت فنر $90\frac{N}{m}$ باشد، بیشینه‌ی شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۳۰ **۲)** ۹۰ **۳)** ۹ **۴)** ۳

پاسخ: بیشینه‌ی شتاب یک نوسانگر ساده برابر با $a_m = A\omega^2$ است که در آن A دامنه و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بسامد زاویه‌ای است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{90}{0/4}} = 15\frac{rad}{s} \quad , \quad a_m = A\omega^2 = 0/04 \times 15^2 \Rightarrow a_m = 9\frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ ۱۳۸۶- گزینه‌ی ۳ دوره‌ی حرکت هماهنگ ساده از ویژگی‌های طبیعی نوسانگر است. مثلاً دوره‌ی دستگاه جرم - فنر به ثابت فنر (k) و جرم وزنه‌ی متصل به فنر (m) بستگی دارد $(T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$. دوره به دامنه بستگی ندارد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ ۱۳۸۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به معادله‌ی حرکت مشخص می‌شود که بسامد زاویه‌ای دستگاه 50π است. از آن‌جا که بسامد زاویه‌ای دستگاه جرم - فنر $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ است، بنابراین:

$$50\pi = \sqrt{\frac{500}{m}} \Rightarrow 2500 \times \pi^2 = \frac{500}{m} \Rightarrow m = \frac{1}{5\pi^2} \xrightarrow{\pi^2 = 10} m = \frac{1}{50} = 0/02kg = 20g$$

Ⓐ ۱۳۸۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا بسامد زاویه‌ای دستگاه جرم - فنر را به‌دست می‌آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{80}{0/2}} \Rightarrow \omega = 20\frac{rad}{s}$$

نسبت بیشینه‌ی شتاب نوسانگر به بیشینه‌ی سرعت آن برابر است با:

$$\frac{a_m}{v_m} = \frac{A\omega^2}{A\omega} \Rightarrow \frac{a_m}{v_m} = \omega \Rightarrow \frac{a_m}{v_m} = 20$$

Ⓐ ۱۳۸۹- گزینه‌ی ۱ دوره‌ی دستگاه جرم فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. هرگاه ثابت فنر (k) افزایش یابد، دوره کاهش می‌یابد و در نتیجه بسامد $(f = \frac{1}{T})$ افزایش می‌یابد.

Ⓐ ۱۳۹۰- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی حرکت دستگاه جرم - فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$\begin{cases} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = 2 \Rightarrow m_A = 4m_B$$

Ⓐ ۱۳۹۱- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی نوسان دستگاه جرم - فنر $(T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی دارد که هیچ‌کدام تغییر نکرده است، بنابراین دوره همچنان ۴s است.

Ⓒ ۱۳۹۲- گزینه‌ی ۲ عامل حرکت و نوسان وزنه‌ی A به همراه وزنه‌ی B اصطکاک ایستایی بین A و B است و بیش‌ترین شتابی که به وزنه‌ی A می‌دهد برابر است با: $f_s = m_A a_A \Rightarrow \mu_s m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = \mu_s g$

در دو انتهای مسیر شتاب نوسانگر بیشینه است. اما این شتاب نباید از $a_A = \mu_s g$ بزرگ‌تر باشد، زیرا در این صورت وزنه‌ی A از وزنه‌ی B جدا می‌شود. بنابراین:

$$a_m \le a_A \Rightarrow A\omega^2 \le \mu_s g \Rightarrow A(\frac{4\pi^2}{T^2}) \le \mu_s g \Rightarrow 0/01(\frac{4\times\pi^2}{T^2}) \le 0/1\times 10 \Rightarrow 0/04\pi^2 \le T^2 \Rightarrow T \ge 0/2\pi$$

Ⓑ ۱۳۹۳- گزینه‌ی ۲ با جدا شدن $\frac{3}{4}$ از جرم وزنه $(\frac{3}{4}m)$، خواهیم داشت:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{m}{4}}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

اما در انتهای مسیر تمام انرژی مکانیکی جسم برابر $E = U_m = \frac{1}{2}kA^2$ بوده و با جدا شدن وزنه در دامنه تغییری حاصل نمی‌شود.

Ⓐ ۱۳۹۴- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است که در آن l طول آونگ و g میدان گرانش در محل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0/25}{\pi^2}} \Rightarrow T = 1s$$

Ⓐ ۱۳۹۵- گزینه‌ی ۱ ابتدا دوره‌ی آونگ را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{72}{40} \Rightarrow T = 1/8s$$

اکنون طول آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 0/81m \Rightarrow l = 81cm$$

Ⓐ ۱۳۹۶- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، بنابراین $T^2 \propto l$ است.

Ⓑ ۱۳۹۷- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی حرکت را به صورت کلاسیک آن درمی‌آوریم.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \pi^2 x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\pi^2 x \xrightarrow{a = \frac{d^2x}{dt^2}} a = -\pi^2 x$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی $a = -\pi^2 x$ با $a = -\omega^2 x$ مشخص می‌شود که:

$$\omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = \pi$$

با توجه به رابطه‌ی $\omega = \frac{2\pi}{T}$ می‌توان نوشت:

$$\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2s \quad , \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow l = 1m$$

Ⓐ ۱۳۹۸- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی آونگ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{l'}{l} \Rightarrow l' = \frac{l}{9} \quad , \quad \Delta l = l - l' = l - \frac{l}{9} = \frac{8}{9}l$$

تست: دوره‌ی آونگ ساده‌ای یک ثانیه است. چند درصد به طول آونگ اضافه کنیم تا به دوره‌ی آن ۰/۲ ثانیه اضافه شود؟

۱) ۴ **۲)** ۱۱ **۳)** ۲۴ **۴)** ۴۴

پاسخ: دوره‌ی آونگ از رابطه‌ی $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ به‌دست می‌آید، از طرفی $T_2 = T_1 + 0/2T_1 = 1/2s$ است.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{1/2}{1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow (1/2)^2 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow 1/44 = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow l_2 = 1/44 l_1$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = 1/44 l_1 - l_1 = 0/44 l_1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = 44$$

نتیجه می‌گیریم که باید طول آونگ ۴۴ درصد افزایش یابد. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۱۳۹۹- گزینه‌ی ۱ دوره‌ی نوسان آونگ به جرم و دامنه‌ی آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T'}{T}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}=\sqrt{\frac{l'}{l}}\xrightarrow{l'=4l}\frac{T'}{T}=2\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{1}{2}$$

Ⓐ ۱۴۰۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا بسامد زاویه‌ای آونگ را به‌دست می‌آوریم. بیشینه‌ی نیروی وارد بر آونگ برابر خواهد شد با:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\omega=\sqrt{10}\,\frac{rad}{s}$$

$$F_{max}=mA\omega^2\Rightarrow F_{max}=0/2\times0/01\times10=0/02\ N$$

Ⓐ ۱۴۰۱- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی آونگ ساده به جرم آونگ بستگی ندارد.

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}}=\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}=\sqrt{\frac{64}{25}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\frac{8}{5}$$

Ⓐ ۱۴۰۲- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی یک آونگ ساده $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases}T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\\T_2=2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\end{cases}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\Rightarrow\frac{T_2}{1/8}=\sqrt{\frac{64}{81}}\Rightarrow\frac{T_2}{1/8}=\frac{8}{9}\Rightarrow T_2=1/6s$$

Ⓐ ۱۴۰۳- گزینه‌ی ۳ دوره‌ی آونگ $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، بنابراین:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}=\sqrt{\frac{l}{\frac{l}{2}}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{2}$$

Ⓐ ۱۴۰۴- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی تناوب آونگ $(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ می‌توان گفت:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\Rightarrow\frac{T_B}{T_A}=\sqrt{\frac{l_B}{l_A}}=\sqrt{\frac{20}{45}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

با توجه به این‌که نسبت دوره‌ی نوسان آونگ B به آونگ A برابر با $\frac{2}{3}$ است، در مدتی که آونگ B، ۳ نوسان انجام می‌دهد، آونگ A، ۲ نوسان انجام می‌دهد. بنابراین در مدتی که آونگ B، ۹ نوسان انجام می‌دهد، آونگ A، ۶ نوسان کامل انجام می‌دهد.

Ⓑ ۱۴۰۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی آونگ $(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ می‌توان گفت:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\Rightarrow3=2\pi\frac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{g}}\Rightarrow\sqrt{l_1}=\frac{3\sqrt{g}}{2\pi}\Rightarrow l_1=\frac{9g}{4\pi^2}$$

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\Rightarrow4=2\pi\frac{\sqrt{l_2}}{\sqrt{g}}\Rightarrow\sqrt{l_2}=\frac{4\sqrt{g}}{2\pi}\Rightarrow l_2=\frac{16g}{4\pi^2}$$

حال رابطه‌ی دوره‌ی آونگ را برای آونگ با طول l_1+l_2 می‌نویسیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l_1+l_2}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{9g}{4\pi^2}+\frac{16g}{4\pi^2}}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{25g}{4\pi^2}}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{25}{4\pi^2}}=2\pi\times\frac{5}{2\pi}=5s$$

B ۱۴۰۶- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی آونگ ساده برابر با $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A، آونگ B، ۳ نوسان می‌کند، در این صورت:

$$\left.\begin{cases} T_A=\frac{t}{N_A} \\ T_B=\frac{t}{N_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=\frac{N_B}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=\frac{3}{5} \quad \begin{cases} T_A=2\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}} \\ T_B=2\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}} \Rightarrow \frac{l_A}{l_B}=\frac{9}{25} \Rightarrow l_B=\frac{25}{9}l_A$$

با توجه به فرض مسأله $(l_B-l_A=48)$ اکنون می‌توان l_A را به‌دست آورد. $\frac{25}{9}l_A-l_A=48 \Rightarrow \frac{16l_A}{9}=48 \Rightarrow l_A=27cm$

A ۱۴۰۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا دوره‌ی آونگ A را به‌دست می‌آوریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T_A=2\pi\sqrt{\frac{0/25}{\pi^2}} \Rightarrow T_A=1s$$

با توجه به این‌که:

$$N_A=N_B+4 \Rightarrow \frac{t}{T_A}=\frac{t}{T_B}+4 \Rightarrow \frac{12}{1}=\frac{12}{T_B}+4 \Rightarrow T_B=1/5s$$

$$T_B=2\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}} \Rightarrow 1/5=2\pi\sqrt{\frac{l_B}{\pi^2}} \Rightarrow 2/25=4l_B \Rightarrow l_B=0/5625m=56/25cm \quad , \quad l_B-l_A=56/25-25=31/25\,cm$$

A ۱۴۰۸- گزینه‌ی ۴ دو آونگ همواره در سوی مخالف یک‌دیگر نوسان می‌کنند، بنابراین اختلاف فاز آن‌ها π رادیان است.

A ۱۴۰۹- گزینه‌ی ۳ هنگامی که سرعت یک آونگ صفر است، سرعت دیگری بیشینه است، بنابراین اختلاف فاز بین حرکت آن‌ها $\frac{\pi}{2}$ رادیان است.

A ۱۴۱۰- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی آونگ برابر است با:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{5}{4}=\sqrt{\frac{10}{g_2}} \Rightarrow \frac{25}{16}=\frac{10}{g_2} \Rightarrow g_2=6/4\,\frac{m}{s^2}$$

B ۱۴۱۱- گزینه‌ی ۴ در سفینه‌ی فضایی که حالت بی‌وزنی وجود دارد، چنان‌چه بتوان آونگ را از راستای قائم منحرف کرد، نیرویی برای بازگرداندن آونگ وجود ندارد و آونگ نوسان نمی‌کند، بنابراین ساعت آونگ‌دار کار نمی‌کند.

B ۱۴۱۲- گزینه‌ی ۳ دوره‌ی آونگ ساده $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و در سطح کره‌ی ماه دوره‌ی آونگ طولانی‌تر می‌شود.

«م» به نشانه‌ی ماه و «ز» به نشانه‌ی زمین است.

$$\frac{T_م}{T_ز}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_م}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_ز}}}=\sqrt{\frac{g_ز}{g_م}} \Rightarrow \frac{T_م}{T_ز}=\sqrt{6}$$

چرخش عقربه‌های ساعت آونگ‌دار به کمک نوسان آونگ صورت می‌گیرد. دوره‌ی چرخش عقربه‌ی ساعت‌شمار در سطح زمین ۱۲ ساعت است، بنابراین دوره‌ی چرخش عقربه‌ی ساعت‌شمار در سطح کره‌ی ماه برابر است با: $12\times\sqrt{6}\simeq 12\times 2/45=29h$

B ۱۴۱۳- گزینه‌ی ۳ میدان گرانش در استوا کم‌ترین مقدار و در قطب‌ها بیش‌ترین مقدار است، زیرا شعاع استوایی زمین از شعاع قطبی آن بیش‌تر است. در واقع زمین کره‌ی کامل نیست و هرچه از استوا به سمت قطب‌ها برویم، g در حال افزایش است، بنابراین دوره‌ی آونگ $(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ کمی کوچک‌تر می‌شود.

Ⓒ **۱۴۱۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا میدان گرانش در سطح سیاره $(g_p = G\frac{M_p}{R_p^2})$ را با میدان گرانش در سطح زمین $(g_e = G\frac{Me}{R_e^2})$ مقایسه می‌کنیم:

$$\rho_p = ۳۲\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = ۳۲\frac{M_e}{V_e} \xrightarrow{M_p = ۴M_e} V_e = ۸V_p \xrightarrow{V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳} R_e = ۲R_p$$

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \frac{R_e^۲}{R_p^۲} = ۴\times۴ = ۱۶ \Rightarrow g_p = ۱۶g_e$$

دوره‌ی آونگ را در سطح سیاره به‌دست می‌آوریم.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{۲} = \sqrt{\frac{۱}{۱۶}} \Rightarrow T_p = \frac{۱}{۲}s$$

دوره‌ی آونگ ساعت کوتاه شده است، بنابراین ساعت تندتر کار می‌کند و جلو می‌افتد. در هر نیم‌ثانیه، گذشت زمانی که ساعت نشان می‌دهد ۲s است، پس ۱/۵s جلو می‌افتد. در مدت یک شبانه‌روز یعنی ۲۴ ساعت:

۰/۵	۱/۵
۲۴	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = ۷۲h$$

Ⓑ **۱۴۱۵- گزینه‌ی ۴** آونگی که طولش بیش‌تر است، دوره‌ی نوسانش $(T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ طولانی‌تر و بسامد آن کم‌تر است. بسامد آونگ بلندتر را $f_۱$ و دیگری را $f_۲$ می‌نامیم در این صورت:

$$\frac{f_۱}{f_۲} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = ۰/۹ \Rightarrow T_۲ = ۰/۹T_۱$$

آونگی که طول کوتاه‌تری دارد و بسامدش بیش‌تر است $(f_۲ > f_۱)$ بعد از ۵۴s، سه نوسان از آونگ دیگر جلو می‌افتد:

$$N_۲ = N_۱ + ۳ \Rightarrow \frac{۵۴}{T_۲} = \frac{۵۴}{T_۱} + ۳ \Rightarrow \frac{۵۴T_۱ - ۵۴T_۲}{T_۱T_۲} = ۳$$

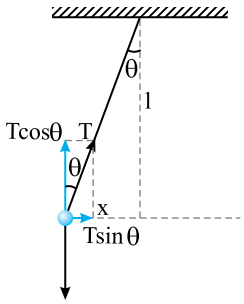
$$۱۸(T_۱ - T_۲) = T_۱T_۲ \xrightarrow{T_۲ = ۰/۹T_۱} ۱۸(T_۱ - ۰/۹T_۱) = ۰/۹T_۱T_۱ \Rightarrow ۱۸(۰/۱T_۱) = ۰/۹T_۱^۲ \Rightarrow T_۱ = \frac{۱/۸}{۰/۹} = ۲s$$

Ⓐ **۱۴۱۶- گزینه‌ی ۱** دوره‌ی حرکت آونگ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ و دوره‌ی نوسان دستگاه جرم- فنر $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است، در این صورت دوره‌ی آونگ به شتاب گرانش (g) بستگی دارد اما دوره‌ی نوسان دستگاه جرم- فنر به شتاب گرانش (g) بستگی ندارد. بنابراین با دور شدن از سطح زمین و کاهش شتاب گرانش $(g = G\frac{M}{r^۲})$ دوره‌ی حرکت آونگ افزایش می‌یابد اما دوره‌ی حرکت دستگاه جرم- فنر ثابت می‌ماند.

Ⓐ **۱۴۱۷- گزینه‌ی ۱** هواپیما با سرعت ثابت به‌طور یکنواخت در حرکت است بنابراین دوره‌ی آونگ با دوره‌ی آونگی که از سقف یک اتاق آویزان است، برابر است.

$$T' = T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T' = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{\pi^۲}} \Rightarrow T' = ۲s$$

Ⓒ **۱۴۱۸- گزینه‌ی ۴** نیروهای وارد بر آونگ را رسم می‌کنیم.



زاویه‌ی انحراف کوچک‌تر از ۶ درجه $(\theta < ۶^\circ)$ است، در این صورت مسیر نوسان خط راست و $\tan\theta = \sin\theta$ است. بنا به قانون دوم نیوتون، برآیند نیروها در امتداد قائم برابر است با:

$$mg - T\cos\theta = ma_A \Rightarrow T\cos\theta = m(g - a_A) \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی (۱)، a_A شتاب آسانسور و گلوله‌ی آونگ در امتداد قائم است و برآیند نیروها در امتداد افقی برابر است با:

$$T\sin\theta = ma \qquad (۲)$$

در رابطه‌ی (۲)؛ a شتاب نوسان آونگ است.

رابطه‌ی (۲) را بر (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}(۲): T\sin\theta = ma\\ (۱): T\cos\theta = m(g-a_A)\end{cases} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a}{g-a_A}$$

با توجه به شکل، به جای $\tan\theta$ عبارت $\frac{x}{l}$ را قرار می‌دهیم. یادمان باشد که در حرکت هماهنگ ساده x و a هم علامت نیستند:

$$-\frac{x}{l} = \frac{a}{g-a_A} \Rightarrow a = -\frac{(g-a_A)}{l}x$$

در حرکت هماهنگ ساده $a=-\omega^۲ x$ است، بنابراین عبارت $\frac{g-a_A}{l}$ برابر با مجذور بسامد زاویه‌ای است.

$$\omega^۲ = \frac{g-a_A}{l} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g-a_A}}$$

بنابراین دوره‌ی آونگ خواهد شد:

$$T_۱ = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad , \quad T_۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g-a_A}} = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g-\frac{g}{۲}}} = \sqrt{۲}(۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}) \Rightarrow T_۲ = \sqrt{۲}\,T_۱$$

اگر آسانسور با شتاب ثابت a_A به سمت بالا حرکت کند، دوره‌ی آونگ متصل به سقف آسانسور برابر است با:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g+a_A}}$$

Ⓐ **۱۴۱۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا با استفاده از سرعت بیشینه و شتاب بیشینه، ω را حساب می‌کنیم:

$$a_m = v_m\omega \Rightarrow \frac{۲}{۱۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{۲}\,\frac{rad}{s} \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \sqrt{۲} = \sqrt{\frac{۱۰}{l}} \Rightarrow l = ۵\,m$$

Ⓒ **۱۴۲۰- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** ساعت آونگ‌داری که درست کار می‌کند و دوره‌ی آونگ آن T است، با گذشت زمان حقیقی T، گذشت زمانی برابر با T را نشان می‌دهد. اما هنگامی که دوره از T به T' تبدیل می‌شود، با گذشت زمان حقیقی T'، باز هم ساعت گذشت زمانی برابر با T را نشان می‌دهد. در این صورت دوره‌ی جدید آونگ، متناظر با زمان حقیقی است که بر ساعت می‌گذرد و دوره‌ی اولیه که آونگ با آن درست کار می‌کرد، متناظر با زمانی است که ساعت اشتباه نشان می‌دهد.

$$T' = T - ۰/۲ = ۲ - ۰/۲ \Rightarrow T' = ۱/۸\,s \quad , \quad \frac{۲}{۱/۸} = \frac{t'}{۲۴} \Rightarrow t' = \frac{۸۰}{۳}\,h$$

$$\Delta t = t' - t = \frac{۸۰}{۳} - ۲۴ = \frac{۸}{۳}\,h = ۱۶۰\,min$$ ساعت جلو می‌افتد.

راه‌حل دوم: می‌توان این گونه استدلال کرد که در $۱/۸\,s$ زمان حقیقی، ساعت $۲ - ۱/۸ = ۰/۲\,s$ زمان را بیش‌تر (جلوتر) نشان می‌دهد، پس در $۲۴\,h$ زمان حقیقی چه مقدار ساعت جلو می‌افتد.

۱/۸ s	۰/۲ s
۲۴ h	x

$$\Rightarrow x = \frac{۸}{۳}\,h = ۱۶۰\,min$$

Ⓐ **۱۴۲۱- گزینه‌ی ۲** هرگاه بر جسمی که می‌تواند با دوره یا بسامد خاصی (دوره‌ی طبیعی) نوسان کند، یک نیروی دوره‌ای با همان دوره وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنه‌ی نوسان تا مقدار بیشینه‌ای افزایش می‌یابد و از آن پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می‌یابد. این پدیده را تشدید می‌گویند.

در حالتی هم که بسامد نیروی اعمال شده با بسامد نوسانگر برابر نباشد، انرژی به نوسانگر منتقل می‌شود و نوسانگر را به حرکت درمی‌آورد امّا بیش‌ترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می شود.

با توجه به گفته‌های بالا گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۱۴۲۲- گزینه‌ی ۴** هنگامی که آونگ B را از وضع تعادل خارج کنیم و آن را به نوسان درآوریم، با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی تناوب آونگ ساده $(T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ و با توجه به این‌که طول آونگ‌های B و E برابرند، در اثر نوسان آونگ B، در آونگ E تشدید ایجاد می‌شود.

بنابراین با نوسان آونگ B تمام آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند، اما به دلیل ایجاد تشدید، آونگ E به مدت طولانی‌تری نوسان می‌کند.

B **۱۴۲۳- گزینه‌ی ۴** دامنه‌ی حرکت $6\,cm$ و بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$f=10Hz \Rightarrow \omega=2\pi f \Rightarrow \omega=20\pi\ \frac{rad}{s}$$

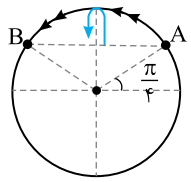
در مبدأ زمان، مکان نوسانگر $x_0=-3\,cm$ بوده و سرعت منفی است، پس فاز اولیه در ربع سوم است.

$$x_0=A\sin\varphi_0 \Rightarrow -3=6\sin\varphi_0 \Rightarrow \sin\varphi_0=-\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0=\frac{7\pi}{6}$$

که در گزینه‌ها معادل $\frac{7\pi}{6}$، یعنی $\frac{-5\pi}{6}$ قرار دارد و گزینه‌ی (۴) درست است.

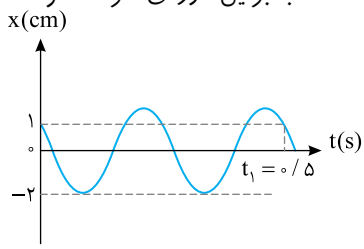
B **۱۴۲۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا دوره‌ی حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{5}s=0/2s \quad , \quad \frac{\Delta t}{T}=\frac{0/05}{0/2}=\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t=\frac{T}{4} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$$



مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، نوسانگر در مدت $\frac{T}{4}=0/05\,s$، ابتدا به سوی دامنه رفته و سپس برمی‌گردد. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

B **۱۴۲۵- گزینه‌ی ۴** نوسانگر در بازه‌ی زمانی $t=0$ تا $t_1=0/5\,s$ دو نوسان کامل انجام داده است. بنابراین دوره‌ی حرکت نوسانگر برابر با $\frac{0/5}{2}=0/25\,s$ است. طبق رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{2\pi}{T})$ داریم:



$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{0/25}=8\pi\ \frac{rad}{s}$$

در لحظه‌ی $t=0$ نوسانگر در بعد مثبت قرار دارد و به سمت $x=0$ در حرکت است. بنابراین فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد.

$$x=A\sin(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow{t=0} x_0=A\sin\varphi_0$$

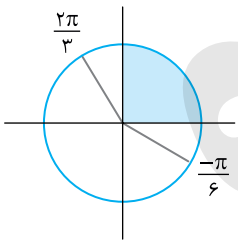
$$\left.\begin{array}{l}\frac{x_0}{A}=\sin\varphi_0 \Rightarrow \sin\varphi_0=\frac{1}{2}\\ \text{نوسانگر در ربع دوم قرار دارد}\end{array}\right\} \Rightarrow \varphi_0=\frac{5\pi}{6}$$

با توجه به نمودار، بیشینه‌ی جابه‌جایی نوسانگر از وضع تعادل که برابر با دامنه‌ی حرکت نوسانگر است، $2\,cm$ می‌باشد.

حال با داشتن دامنه‌ی حرکت، فاز اولیه و سرعت زاویه‌ای نوسانگر، معادله‌ی حرکت نوسانگر را می‌نویسیم:

$$x=A\sin(\omega t+\varphi_0) \Rightarrow x=0/02\sin(8\pi t+\frac{5\pi}{6})$$

C **۱۴۲۶- گزینه‌ی ۴** با مقایسه‌ی معادله‌ی سرعت - زمان با معادله‌ی سؤال می‌توان نوشت:

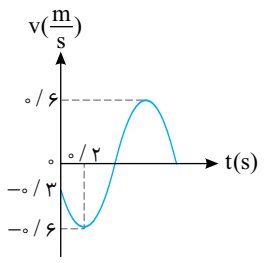


$$\begin{cases} v=A\omega\cos(\omega t+\varphi_0) \\ v=0/2\pi\cos(10\pi t-\frac{\pi}{6}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega=10\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=10\pi \Rightarrow T=\frac{1}{5}s \\ \varphi_0=\frac{-\pi}{6} \\ A\omega=0/2\pi \xrightarrow{\omega=10\pi} A=0/02m \end{cases}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=10\pi\times\frac{1}{12} \Rightarrow \varphi_2-\varphi_1=\frac{5\pi}{6} \Rightarrow \varphi_2+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6} \Rightarrow \varphi_2=\frac{2\pi}{3}$$

طبق دایره‌ی مثلثاتی، در بازه‌ی $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$ حرکت نوسانگر کندشونده است که طول زمان آن برابر با $\frac{T}{4}$ است.

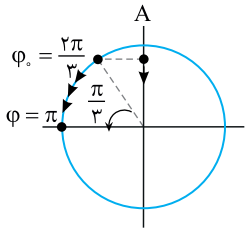
$$\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{\frac{1}{5}}{4}=\frac{1}{20}s$$



B **۱۴۲۷- گزینه‌ی ۱** اگر از نمودار سؤال کنید که بیشینه‌ی سرعت نوسانگر و سرعت اولیه‌ی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ پاسخ خواهد داد: در لحظه‌ی $t=۰$ سرعت اولیه $v_۰=-۰/۳\frac{m}{s}$ و با توجه به بیشینه و کمینه‌ی نمودار، سرعت بیشینه $v_m=۰/۶\frac{m}{s}$ است.

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت - زمان $v=v_m\cos(\omega t+\varphi_۰)$ فاز اولیه را به‌دست می‌آوریم.

$$t=۰\rightarrow v_۰=v_m\cos\varphi_۰\Rightarrow\cos\varphi_۰=\frac{v_۰}{v_m}\Rightarrow\cos\varphi_۰=\frac{-۰/۳}{۰/۶}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_۰=\frac{۲\pi}{۳}\ ,\ \frac{۴\pi}{۳}$$



با توجه به نمودار در ابتدا سرعت منفی و اندازه‌ی آن در حال افزایش است، بنابراین فاز اولیه در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی و بنابراین $\varphi_۰=\frac{۲\pi}{۳}$ است. با توجه به نمودار، در مدت ۰/۲ ثانیه سرعت متحرک بیشینه شده و به مرکز نوسان می‌رسد و مطابق با دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، تغییر فاز برابر با $\frac{\pi}{۳}$ است.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\omega(۰/۲)\Rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

اکنون می‌توان معادله‌ی سرعت- زمان را نوشت.

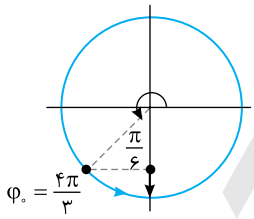
$$v=۰/۶\cos(\frac{۵\pi}{۳}t+\frac{۲\pi}{۳})$$

B **۱۴۲۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا در لحظه‌ای که سرعت $+۲/۵\frac{m}{s}$ است، مقدار $\cos ۱۰\pi t$ را به‌دست می‌آوریم.

$$v=۵\sin(۱۰\pi t)\Rightarrow ۲/۵=۵\sin(۱۰\pi t)\Rightarrow\sin(۱۰\pi t)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow|\cos(۱۰\pi t)|=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

اکنون با مشتق‌گرفتن از معادله‌ی سرعت- زمان شتاب را حساب می‌کنیم.

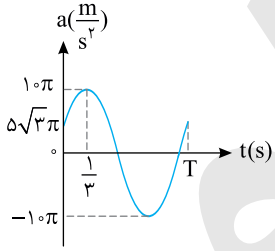
$$v=۵\sin(۱۰\pi t)\Rightarrow a=۵\times۱۰\pi\cos(۱۰\pi t)\Rightarrow a=۵۰\pi\cos(۱۰\pi t)\Rightarrow|a|=۵۰\times\pi\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۲۵\pi\sqrt{۳}\frac{m}{s^۲}$$



C **۱۴۲۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به معادله‌ی شتاب - زمان $a=-A\omega^۲\sin(\omega t+\varphi_۰)$ و همچنین با توجه به داده‌های روی نمودار می‌توان نوشت:

$$t=۰\Rightarrow a_۰=-a_m\sin(۰+\varphi_۰)\Rightarrow\sin\varphi_۰=-\frac{a_۰}{a_m}\Rightarrow\sin\varphi_۰=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi_۰=\frac{۴\pi}{۳}\ ,\ \frac{۵\pi}{۳}$$

اما با توجه به نمودار، در ابتدا شتاب مثبت و در حال افزایش است، بنابراین فاز اولیه در ربع سوم مثلثاتی و $\varphi_۰=\frac{۴\pi}{۳}$ است. در مدت $\frac{۱}{۳}$ ثانیه مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، فاز نوسانگر $\frac{\pi}{۶}$ تغییر کرده است $(\omega=\frac{\pi}{۲})$ ، بنابراین:



$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow۱۰\pi=A\frac{\pi^۲}{۴}\Rightarrow A=\frac{۴۰}{\pi}m$$

معادله‌ی مکان - زمان به‌صورت $x=\frac{۴۰}{\pi}\sin(\frac{\pi}{۲}t+\frac{۴\pi}{۳})$ است که با مشتق‌گرفتن از آن معادله‌ی سرعت- زمان به‌دست می‌آید.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=۲۰\cos(\frac{\pi}{۲}t+\frac{۴\pi}{۳})\xrightarrow{\cos\alpha=\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲})}v=۲۰\sin(\frac{\pi}{۲}t+\frac{۴\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow v=۲۰\sin(\frac{\pi}{۲}t+\frac{۱۱\pi}{۶})$$

اما می‌دانیم که در دایره‌ی مثلثاتی، کمان $\frac{۱۱\pi}{۶}$ معادل $-\frac{\pi}{۶}$ است.

$$v=۲۰\sin(\frac{\pi}{۲}t-\frac{\pi}{۶})$$

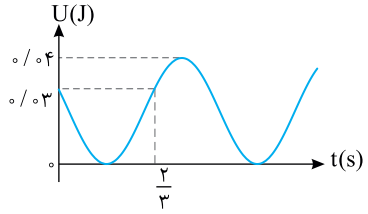
B **۱۴۳۰- گزینه‌ی ۱** انرژی مکانیکی برابر با انرژی جنبشی بیشینه است. بنابراین: $K=۰/۰۴\cos^۲(۱۰\pi t+\frac{\pi}{۶})\Rightarrow K_m=E=۰/۰۴J$

حال در لحظه‌ی $t=۰$ انرژی پتانسیل نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$K=۰/۰۴\cos^۲(۱۰\pi t+\frac{\pi}{۶})\xrightarrow{t=۰}K=۰/۰۴\cos^۲(\frac{\pi}{۶})=۰/۰۴\times\frac{۳}{۴}=۰/۰۳J$$

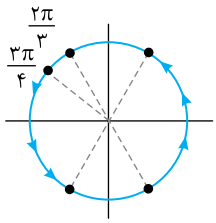
اکنون می‌توان انرژی پتانسیل را به‌دست آورد.

$$E=U+K\Rightarrow۰/۰۴=۰/۰۳+U\Rightarrow U=۰/۰۱J$$



B ۱۴۳۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار $U-t$، انرژی مکانیکی نوسانگر برابر $E=U_m=0/04J$ است. از طرفی $U_0=0/03J$ بوده و فاز اولیه برابر است با:

$$\sin^2\varphi_0=\frac{U_0}{U_m}\Rightarrow\sin^2\varphi_0=\frac{0/03}{0/04}\Rightarrow\sin\varphi_0=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$$



در مدت $\frac{2}{3}s$ انرژی پتانسیل صفر شده و مجدداً به مقدار ۰/۰۳ ژول رسیده است. در مرکز انرژی پتانسیل صفر است، بنابراین نوسانگر از فاز $\frac{2\pi}{3}$ به فاز $\frac{4\pi}{3}$ رفته است و یا از فاز $\frac{5\pi}{3}$ به فاز $\frac{\pi}{3}$ رفته است و تغییر فاز برابر $\frac{2\pi}{3}$ بوده است.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{2\pi}{3}=\omega\times\frac{2}{3}\Rightarrow\omega=\pi rad$$

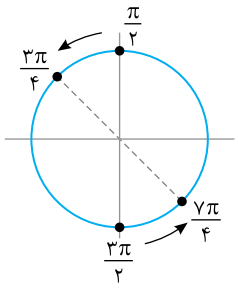
وقتی انرژی جنبشی نوسانگر برابر ۰/۰۲ژول است $(\frac{0/04}{2})$، یعنی در این حرکت و در این لحظه انرژی جنبشی برابر انرژی پتانسیل است و فاز حرکت باید $\frac{\pi}{4}$ یا $\frac{3\pi}{4}$ یا $\frac{5\pi}{4}$ یا $\frac{7\pi}{4}$ باشد. وقتی فاز اولیه $\frac{2\pi}{3}$ است، بنابراین تغییر فاز باید برابر $\frac{3\pi}{4}-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{12}$ باشد:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{12}=\pi\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{12}s$$

B ۱۴۳۲- گزینه‌ی ۲

$$\left.\begin{array}{l}U=K\\E=U+K\end{array}\right\}\Rightarrow E=2U\Rightarrow\frac{1}{2}kA^2=2(\frac{1}{2}kx^2)\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

$$\sin\varphi=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$$



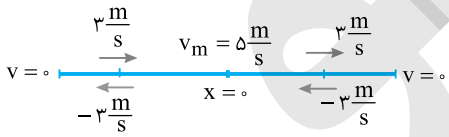
با توجه به این‌که در لحظه‌ی $t=0$ انرژی جنبشی نوسانگر صفر است، فاز اولیه‌ی آن $\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2}$ می‌باشد. اگر فاز اولیه $\frac{\pi}{2}$ باشد، بعد از طی $\frac{\pi}{4}$ رادیان به فاز $\frac{3\pi}{4}$ می‌رسیم که در آن $U=K$ است. همچنین اگر فاز اولیه $\frac{3\pi}{2}$ باشد، بعد از طی $\frac{\pi}{4}$ رادیان به فاز $\frac{7\pi}{4}$ می‌رسیم که در آن $U=K$ است. بنابراین در هر دو حالت، پس از طی $\frac{\pi}{4}$ رادیان به لحظه‌ای می‌رسیم که در آن $U=K$ می‌باشد.

$$T=2\times0/4=0/8\ ,\ \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0/8}=\frac{5\pi}{2}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{2}\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=0/1s$$

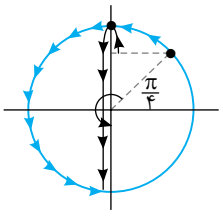
A ۱۴۳۳- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی $\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x$ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده است، بنابراین شتاب بین $-a_m$ و a_m در نوسان است.

A ۱۴۳۴- گزینه‌ی ۴



A ۱۴۳۵- گزینه‌ی ۴ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم‌جهت هستند، پس گزینه‌ی (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود، در حالی‌که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست و گزینه‌ی (۴) درست است.

A ۱۴۳۶- گزینه‌ی ۱ در لحظه‌ی $t=0/05s$ فاز نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.



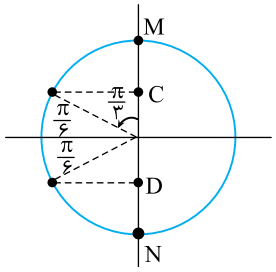
$$\varphi=5\pi t\xrightarrow{t=0/05}\varphi=\frac{\pi}{4}$$

در بازه‌ی $0/05\,s$ تا $0/3\,s$ تغییر فاز را محاسبه می‌کنیم $(\Delta t = 0/25s)$.

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = 5\pi \times 0/25 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{5\pi}{4}$$

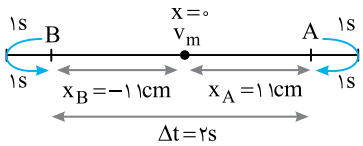
روی دایره‌ی مثلثاتی تغییر فاز را بررسی می‌کنیم. با توجه به شکل نوسانگر یک بار تغییر جهت داده است.

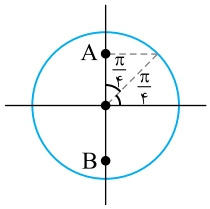
B **۱۴۳۷- گزینه‌ی ۳** یک دایره‌ی مثلثاتی رسم می‌کنیم و داده‌های مسأله را روی آن نمایش می‌دهیم و به کمک فاز حرکت، به بررسی زمان می‌پردازیم. از M تا C تغییر فاز $\frac{\pi}{3}$ و از C تا D نیز تغییر فاز $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$ است. بنابراین:



$$t_{M\to C} = t_{C\to D} = t$$

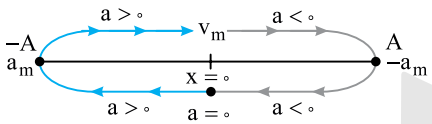
A **۱۴۳۸- گزینه‌ی ۱** چون سرعت در نقاط A و B برابر است پس دو نقطه در دو طرف مرکز نوسان و با فاصله‌های یکسان از مرکز قرار دارند. پس $x_B = -11\,cm$, $x_A = 11\,cm$ است و نوسانگر از مرکز تا هر یک از نقاط A و B به مدت ۱s در راه است. چون حداقل ۲s طول می‌کشد تا دو بار از نقطه‌ی B بگذرد، مطابق شکل از نقطه‌ی B تا انتهای مسیر ۱s طول می‌کشد. در این صورت دوره‌ی نوسانات ۸s خواهد بود و فاز حرکت در نقطه‌ی A برابر با $\frac{\pi}{4}$ است.



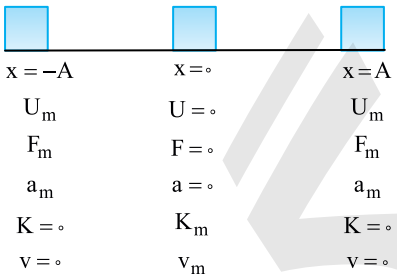


$$\varphi_0 = 0 \quad , \quad x_A = A\sin\varphi \quad , \quad 11 = A\times\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 11\sqrt{2}cm$$

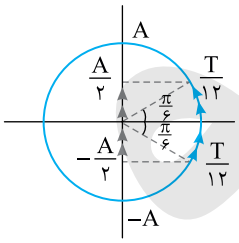
C **۱۴۳۹- گزینه‌ی ۱** هنگام عبور از وضع تعادل، شتاب تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید که نوسانگر از مبدأ شروع به حرکت کرده است، زیرا در $t=0$ دارای سرعت بیشینه بوده است.



A **۱۴۴۰- گزینه‌ی ۱** مطابق شکل روبه‌رو در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل، مکان، شتاب و نیرو بیشینه است.



C **۱۴۴۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی $\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بیش‌ترین سرعت متوسط در یک بازه‌ی زمانی معین $|\Delta t = 0/02s|$ هنگامی رخ می‌دهد که جابه‌جایی متحرک در این مدت بیشینه باشد.



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{50\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0/12s \xrightarrow{\Delta t = 0/02} \Delta t = \frac{T}{6}$$

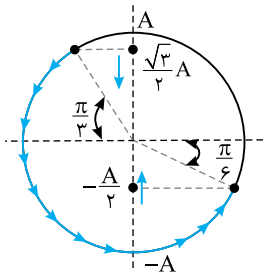
به‌منظور آن‌که بیش‌ترین جابه‌جایی را در این بازه‌ی زمانی به‌دست آوریم، باید این بازه‌ی زمانی را طوری انتخاب کنیم که بزرگی سرعت نوسانگر درتمام لحظه‌های آن بیش‌تر از بزرگی سرعت در لحظه‌های سایر بازه‌های زمانی مشابه باشد. چون سرعت نوسانگر در وضع تعادل بیشینه است، بازه‌ی زمانی $\frac{T}{6}$ را طوری در نظر می‌گیریم که نیمی از آن در بالای وضع تعادل و نیمی دیگر در پایین وضع تعادل باشد. اکنون با توجه به شکل بالا و این‌که بازه‌ی زمانی $\frac{T}{12}$ معادل تغییر فاز $\frac{\pi}{6}\,rad$ است، می‌توان گفت که بیشینه‌ی جابه‌جایی نوسانگر در مدت $\frac{T}{6}$ برابر با A است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v}_x = \frac{A}{\frac{T}{6}} = \frac{0/06}{0/02} = 3\,\frac{m}{s}$$

B **۱۴۴۲- گزینه‌ی ۴** در صورت مسأله گفته نوسانگر در لحظه‌ی t در بیشینه‌ی مکان قرار دارد، پس فاز حرکت در لحظه‌ی t، $\varphi=\frac{\pi}{2}$ است:

$$v=v_m\cos(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow v=v_m\cos(\frac{2\pi}{T}.\frac{2T}{3}+\frac{\pi}{2})=v_m\cos(\frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{2})=v_m\cos(\frac{11\pi}{6})=v_m\cos(-\frac{\pi}{6})\Rightarrow v=\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$$

C **۱۴۴۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو:



$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}+\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{7\pi}{6}=\frac{2\pi}{T}\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{7}{12}T$$

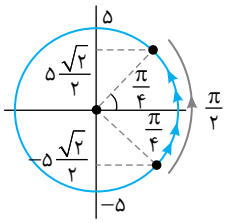
C **۱۴۴۴- گزینه‌ی ۲** دوره‌ی این نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 3\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2}{3}s\xrightarrow{\Delta T=\frac{1}{6}s}\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{4}$$

در نگاه اول چنین تصور می‌شود که در بازه‌ی $\frac{T}{4}$ نوسانگر حداکثر از مکان $x=0$ به مکان $x=+A$ رفته و نوسانگر ۵ سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود اما این تصور غلط است.

بیشینه‌ی جابه‌جایی وقتی است که سرعت از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است. ابتدا تغییر فاز را در مدت $\Delta t=\frac{1}{6}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=3\pi\times\frac{1}{6}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}rad$$



این تغییر فاز باید در دو طرف مرکز نوسان صورت گیرد و نوسانگر مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو در این مدت می‌تواند از $\frac{-5\sqrt{2}}{2}cm$ به $\frac{+5\sqrt{2}}{2}cm$ رفته و $5\sqrt{2}cm$ جابه‌جا شود.

C **۱۴۴۵- گزینه‌ی ۳** دامنه‌ی نوسانگر برابر با بیشینه‌ی مقدار بُعد نوسانگر است. $(x_m=\pm A)$ $x=\sqrt{2}\sin\omega t+3\sqrt{2}\cos\omega t$

هرگاه $y=a\sin\alpha+b\cos\alpha$ باشد، بیشینه‌ی مقدار y برابر با $y_m=\sqrt{a^2+b^2}$ است. بنابراین دامنه یا بیشینه‌ی بُعد نوسانگری که دارای این معادله‌ی حرکت است، برابر خواهد شد با:

$$A=x_m=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}\Rightarrow A=2\sqrt{5}\ cm$$

C **۱۴۴۶- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\sin(\omega t+\varphi_0)$ است.

گزینه‌ی (۱): معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده است زیرا:

$$x=A\sin\omega t\cos\omega t\xrightarrow{2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2\alpha}x=\frac{A}{2}\sin 2\omega t$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) معادله‌ی مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای با دامنه‌ی $\frac{A}{2}$ است.

گزینه‌ی (۲): معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده است، که فاز آن $\omega t+\frac{\pi}{2}$ است.

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{\cos\alpha=\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})}x=A\sin(\omega t+\frac{\pi}{2})$$

گزینه‌ی (۳): معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده است. دقت کنید که:

$$x=A\sin\omega t+B\cos\omega t=A(\sin\omega t+\frac{B}{A}\cos\omega t)$$

نسبت $\frac{B}{A}$ را می‌توان تانژانت زاویه‌ی θ در نظر گرفت:

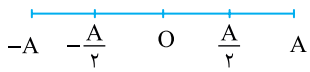
$$\tan\theta=\frac{B}{A}$$

$$x=A(\sin\omega t+\tan\theta\cos\omega t)\Rightarrow x=A(\sin\omega t+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cos\omega t)\Rightarrow x=A(\frac{\sin\omega t\cos\theta+\cos\omega t\sin\theta}{\cos\theta})$$

$$\Rightarrow x=\frac{A}{\cos\theta}\sin(\omega t+\theta)$$

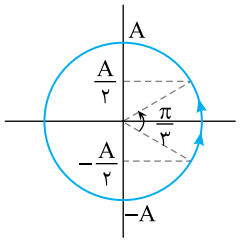
این معادله معادله‌ی مکان- زمان یک حرکت هماهنگ ساده با دامنه‌ی $\frac{A}{\cos\theta}$ است. دقت کنید در این‌جا $\cos\theta$ یک عدد ثابت است.

پس گزینه‌ی (۴) درست است.



C **۱۴۴۷- گزینه‌ی ۱** بیشـینه‌ی اندازه‌ی سرعت متوسط هنگامی اسـت که زمان طی جابه‌جایی، کم‌ترین مقدار ممکن باشـد. وقتی نوسانگر از مبدأ به انتهای مسیر می‌رود، جابه‌جایی $\Delta x = A$ را در مدت $\Delta t = \frac{T}{۴}$ طی می‌کند. اما اگر از مکان $-\frac{A}{۲}$ به مکان $+\frac{A}{۲}$ برود، جابه‌جایی $\Delta x = A$ اسـت. در صورتی‌که در دو طرف مرکز نوسان سرعت از بقیه‌ی نقطه‌های مسیر بیش‌تر است و زمان طی مسیر کوتاه‌تر است و اندازه‌ی سرعت متوسط بیشینه است.

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل زیر، تغییر فاز نوسانگر هنگامی‌که از مکان $-\frac{A}{۲}$ به مکان $\frac{+A}{۲}$ می‌رود، برابر با $\frac{\pi}{۳}$ است.



$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۶}$$

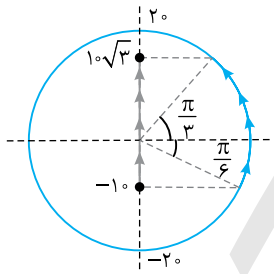
نتیجه: کوتاه‌ترین زمان برای طی جابه‌جایی به اندازه‌ی یک دامنه A، برابر با $\frac{۱}{۶}$ دوره $(\frac{T}{۶})$ است.

$$-\frac{A}{۲} \to \frac{A}{۲} \Rightarrow \bar{v}_{max} = \frac{\Delta x}{\Delta t_{min}} \Rightarrow \bar{v}_{max} = \frac{A}{\frac{T}{۶}} = \frac{۶A}{T}$$

هنگامی‌که نوسانگر از مرکز نوسان می‌گذرد، سرعت لحظه‌ای آن بیشینه و برابر با $v_m = A\omega$ است، بنابراین:

$$\frac{\bar{v}_{max}}{v_m} = \frac{\frac{۶A}{T}}{A\omega} = \frac{۶}{\omega T} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{\bar{v}_{max}}{v_m} = \frac{۶}{\frac{۲\pi}{T}\times T} \Rightarrow \frac{\bar{v}_{max}}{v_m} = \frac{۳}{\pi}$$

B **۱۴۴۸- گزینه‌ی ۱** بیشـینه‌ی سـرعت متوسط وقتی اسـت که متحرک بدون تغییر جهت از مکان ۱۰- سانتی‌متر به مکان $+۱۰\sqrt{۳}$ سانتی‌متر می‌رود.



$$\Delta\varphi = \omega\Delta t$$

$$\frac{\pi}{۶} + \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۰/۲۴}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۰/۲۴}{۴} = ۰/۰۶s$$

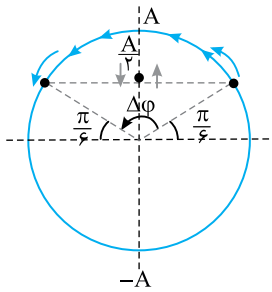
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۱۰\sqrt{۳}+۱۰)\times ۱۰^{-۲}}{۶\times ۱۰^{-۲}} = \frac{(۵\sqrt{۳}+۵)}{۳}\frac{m}{s}$$

B **۱۴۴۹- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی سرعت - مکان را نوشته و در دو حالت، مقدارهای داده شده را جایگزین می‌کنیم:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^۲ - x^۲} \Rightarrow \begin{cases} ۶۴ = \omega^۲(A^۲ - ۳۶) \\ ۳۶ = \omega^۲(A^۲ - ۶۴) \end{cases} \Rightarrow \frac{۶۴}{۳۶} = \frac{A^۲ - ۳۶}{A^۲ - ۶۴} \Rightarrow A = ۱۰cm$$

$$۶۴ = \omega^۲(۱۰۰ - ۳۶) \Rightarrow \omega = ۱\frac{rad}{s} \quad , \quad \omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۱ = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۲\pi s$$

B **۱۴۵۰- گزینه‌ی ۳** مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، اختلاف فاز $\Delta\varphi = \frac{۲\pi}{۳}$ است.

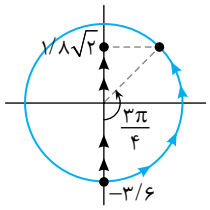


Ⓒ **۱۴۵۱- گزینه‌ی ۳** دامنه نصف طول پاره‌خط نوسان است:

$$A=\frac{7/2}{2}=3/6\ cm$$

دو بار طی مسیر برابر با یک نوسان است، بنابراین ۱۰۰ بار طی پاره‌خط برابر با ۵۰ نوسان است. بنابراین دوره برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{5}{50}\Rightarrow T=0/1\,s$$



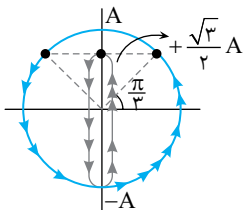
نوسانگر از مکان $-3/6$ سانتی‌متری به مکان $+1/8\sqrt{2}$ سانتی‌متری می‌رود و مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، تغییر فاز نوسانگر $\frac{3\pi}{4}$ خواهد بود.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{3\pi}{4}=\frac{2\pi}{0/1}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{3}{80}\,s$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1/8\sqrt{2}-(-3/6)}{\frac{3}{80}}=\frac{1/8(\sqrt{2}+2)}{\frac{3}{80}}=48(\sqrt{2}+2)\frac{cm}{s}$$

Ⓒ **۱۴۵۲- گزینه‌ی ۴** مکان نوسانگر در لحظه‌ی t_1 مثبت و شتاب در حال کاهش است بنابراین نوسانگر در حال حرکت به سوی مرکز نوسان است و فاز نوسانگر در ربع دوم مثلثاتی قرار دارد:



$$x=A\sin\varphi\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\sin\varphi_1\Rightarrow\varphi_1=\frac{2\pi}{3}$$

نوسانگر در لحظه‌ی t_2 از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار مجدداً عبور کرده و مطابق دایره‌ی مثلثاتی این بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{3}+\pi+\frac{\pi}{3}=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{\frac{5\pi}{3}}{\omega}\Rightarrow\Delta t=\frac{5\pi}{3\omega}$$

اندازه‌ی سرعت در این نقطه برابر است با:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow v=\pm\omega\sqrt{A^2-\frac{3}{4}A^2}\Rightarrow v=\pm\frac{1}{2}A\omega$$

در لحظه‌ی t_1 سرعت برابر $v_1=-\frac{1}{2}A\omega$ و در لحظه‌ی t_2، برابر $v_2=\frac{1}{2}A\omega$ است. بنابراین:

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\bar{a}=\frac{\frac{1}{2}A\omega-(-\frac{1}{2}A\omega)}{\frac{5\pi}{3\omega}}=\frac{A\omega}{\frac{5\pi}{3\omega}}\Rightarrow\bar{a}=\frac{3A\omega^2}{5\pi}$$

Ⓑ **۱۴۵۳- گزینه‌ی ۲** در حرکت هماهنگ ساده معادله‌ی مکان- زمان و معادله‌ی سرعت - زمان به صورت زیر است:

$$x=A\sin\varphi\quad,\quad v=v_m\cos\varphi$$

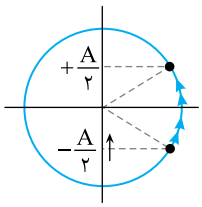
در ابتدا $v=+\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$ است و مکان نوسانگر خواهد شد:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}v_m=v_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=+\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\sin\varphi=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow x=\pm\frac{A}{2}$$

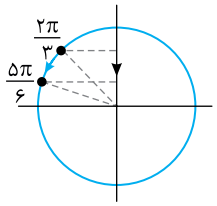
اما حرکت تندشونده است و سرعت مثبت بنابراین فاز در ربع چهارم است و $x=-\frac{A}{2}$ خواهد بود.

همچنین مکان در لحظه‌ای که سرعت $+\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$ است خواهد شد:

$$v=+\frac{\sqrt{3}}{2}v_m\Rightarrow x=\pm\frac{A}{2}$$



که چون حرکت کندشونده است فاز حرکت در ربع اول است. در واقع نوسانگر از مکان $-\frac{A}{2}$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود و مسافت طی شده برابر A است و جابه‌جایی نیز برابر A است و نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی برابر یک است.



C **۱۴۵۴- گزینه‌ی ۱** شتاب متوسط $\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. وقتی Δv ثابت باشد، برای آن‌که شتاب متوسط بیشینه شود، باید Δt کمینه مقدار باشد. هرگاه سرعت در حال زیاد شدن باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سوی مرکز نوسان باشد و نیز سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 منفی است، بنابراین فاز حرکت در این دو لحظه باید در ربع دوم مثلثاتی باشد. فاز حرکت در لحظه‌های t_1 و t_2 را می‌یابیم.

$$v=v_m\cos\varphi \quad , \quad t=t_1\Rightarrow\frac{-1}{2}v_m=v_m\cos\varphi_1\Rightarrow\varphi_1=\frac{2\pi}{3} \quad , \quad t=t_2\Rightarrow\frac{-\sqrt{3}}{2}v_m=v_m\cos\varphi_2\Rightarrow\varphi_2=\frac{5\pi}{6}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{5\pi}{6}-\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{0/2}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{60}\,s$$

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=0/05\times\frac{2\pi}{0/2}\Rightarrow v_m=\frac{\pi}{2}\frac{m}{s} \quad , \quad v_1=-\frac{1}{2}v_m\Rightarrow v_1=-\frac{\pi}{4}\frac{m}{s} \quad , \quad v_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}v_m\Rightarrow v_2=\frac{-\sqrt{3}\pi}{4}\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\bar{a}=\frac{\frac{-\sqrt{3}\pi}{4}-(-\frac{\pi}{4})}{\frac{1}{60}}\Rightarrow\bar{a}=15(1-\sqrt{3})\pi\frac{m}{s^2}$$

B **۱۴۵۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا باید معادله‌ی مکان - زمان را به شکل عادی آن درآوریم:

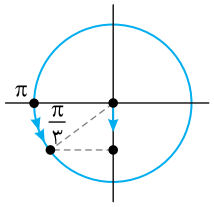
$$x=A\sin\omega t\cos\omega t\xrightarrow{\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha}x=\frac{A}{2}\sin 2\omega t$$

سرعت لحظه‌ای، مشتق معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان است.

$$v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v=\frac{A}{2}(2\omega)\cos 2\omega t\Rightarrow v=A\omega\cos 2\omega t\Rightarrow v_m=A\omega$$

$$v=\pm\frac{v_m}{2}\Rightarrow A\omega\cos 2\omega t=\pm\frac{1}{2}A\omega\Rightarrow\cos 2\omega t=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}2\omega t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow 2(\frac{2\pi}{T})t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{T}{12}\\ 2\omega t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{T}{6}\end{cases}$$

$\frac{T}{6}$ در گزینه ها نیست.



B **۱۴۵۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به مسأله، فاز نوسانگر در لحظه‌ی t مطابق شکل روبه‌رو است. پس از $\frac{T}{6}$ فاز نوسانگر برابر خواهد شد با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{6}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\varphi=\pi+\frac{\pi}{3}$$

بیشینه‌ی شتاب نوسانگر نیز برابر است:

$$a_m=A\omega^2\Rightarrow a_m=0/02\times(\frac{2\pi}{\pi})^2\Rightarrow a_m=0/08\frac{m}{s^2}$$

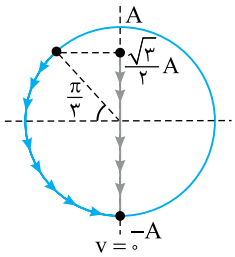
بنابراین شتاب حرکت برابر خواهد شد با:

$$a=-a_m\sin\varphi\Rightarrow a=-0/08\sin(\pi+\frac{\pi}{3})\Rightarrow a=0/08\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow a=0/08\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{3}}{25}\frac{m}{s^2}$$

B **۱۴۵۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی سرعت - مکان:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow\begin{cases}v_1^2=\omega^2(A^2-x_1^2)\\ v_2^2=\omega^2(A^2-x_2^2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow v_2^2-v_1^2=\omega^2A^2-\omega^2x_2^2-\omega^2A^2+\omega^2x_1^2\Rightarrow v_2^2-v_1^2=\omega^2(x_1^2-x_2^2)\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{v_2^2-v_1^2}{x_1^2-x_2^2}}$$



B **۱۴۵۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی $v=v_m\cos\varphi$ فاز حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{-1}{2}v_m\Rightarrow\varphi=\frac{2\pi}{3}$$

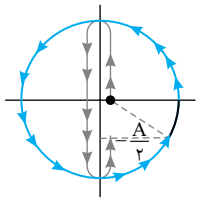
با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، سرعت در انتهای مسیر یعنی در $-A$ صفر می‌شود و تغییر فاز در این مدت برابر است با $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}$. بنابراین:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{5T}{12}$$

B **۱۴۵۹- گزینه‌ی ۴** به کمک رابطه‌ی سرعت بیشینه، در دو حالت v_m را به‌دست آورده و مقدارهای به‌دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

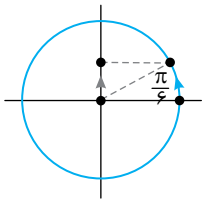
$$\begin{cases} v_m = A\omega = ۴\frac{۲\pi}{\pi} = ۸\frac{cm}{s} \\ v'_m = A'\omega = ۹\frac{۲\pi}{\pi} = ۱۸\frac{cm}{s} \end{cases} \Rightarrow ۱۸-۸=۱۰\frac{cm}{s} = ۰/۱\frac{m}{s}$$

B **۱۴۶۰- گزینه‌ی ۲** وقتی نوسانگر از مبدأ مکان $x=۰$ با دو بار تغییر جهت به $-\frac{A}{۲}$ می‌رود، مطابق دایره‌ی شکل روبه‌رو تغییر فاز خواهد شد:



$$\Delta\varphi_۱ = \frac{۱۱\pi}{۶}$$

و هنگامی که از مبدأ مکان $x=۰$ به مکان $+\frac{A}{۲}$ می‌رود، تغییر فاز خواهد شد:

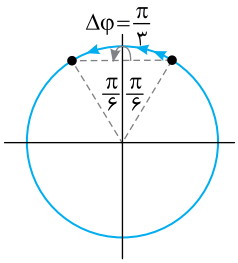


$$\Delta\varphi_۲ = \frac{\pi}{۶}$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_۱ = \omega\Delta t_۱ \\ \Delta\varphi_۲ = \omega\Delta t_۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta\varphi_۱}{\Delta\varphi_۲} = \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} \Rightarrow \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} = \frac{\frac{۱۱\pi}{۶}}{\frac{\pi}{۶}} = ۱۱$$

A **۱۴۶۱- گزینه‌ی ۱** ابتدا مکان نوسانگر در $t=\frac{۲}{۳}s$ را مشخص می‌کنیم.



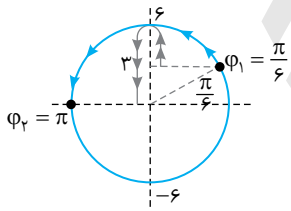
$$x = A\sin\frac{\pi}{۲}t \xrightarrow{t=\frac{۲}{۳}s} x = A\sin\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = \frac{+\sqrt{۳}A}{۲}$$

مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه رو، نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{۳}A}{۲}$ باید به $+A$ رفته و مجدداً به $+\frac{\sqrt{۳}A}{۲}$ برگردد.

تغییر فاز در این بازه برابر $\frac{\pi}{۳}$ است. از این رو حداقل زمان خواهد شد:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \frac{\pi}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۲}{۳}s$$

B **۱۴۶۲- گزینه‌ی ۳** در حل تمام مسائلی که یک بازه‌ی زمانی مورد پرسش است، فاز را در ابتدای بازه و انتهای بازه حساب می‌کنیم. سرانجام تغییرات را روی دایره‌ی مثلثاتی بررسی می‌کنیم.

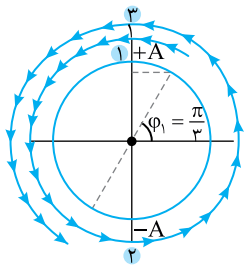


$$\varphi = \omega t \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۳}\times\frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۶}\,rad$$

$$\varphi_۲ = \omega t \Rightarrow \varphi_۲ = \frac{\pi}{۳}\times ۳ = \pi\,rad$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی رسم شده نوسانگر از مکان ۳+ به دامنه (۶+) رفته و سپس به مبدأ برگشته است. بنابراین مسافت طی شده برابر است با: $d = ۳+۶ = ۹\,cm$

B **۱۴۶۳- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌ی $t_۱ = \frac{۱}{۱۲۰}s$، فاز حرکت را به‌دست آورده و روی دایره مثلثاتی فاز را مشخص می‌کنیم.



$$\varphi_۱ = ۴۰\pi t = ۴۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰} \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۳}\,rad$$

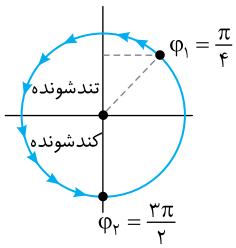
در بازه‌ی $t_۱ = \frac{۱}{۱۲۰}s$ تا $t_۲ = \frac{۱}{۱۲}s$ تغییر فاز را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = ۴۰\pi\left(\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۱۲۰}\right) \quad , \quad \Delta\varphi = ۴۰\pi\times\left(\frac{۱۰-۱}{۱۲۰}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = ۳\pi$$

اکنون روی دایره‌ی مثلثاتی از فاز $\frac{\pi}{۳}$ به اندازه‌ی ۳π می‌چرخیم، هر بار گذر از $+A$ و $-A$ $(\frac{۳\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲})$ یک بار تغییر جهت رخ می‌دهد.

B **۱۴۶۴- گزینه‌ی ۴** حل این مسأله دقیقاً مانند حالتی است که معادله‌ی مکان - زمان را داشته باشیم، فاز حرکت را در لحظه‌ی $t_1=\frac{1}{200}s$ و $t_2=\frac{3}{100}s$ به‌دست آورده و روی دایره‌ی مثلثاتی نشان می‌دهیم و مشخص می‌کنیم که نوسانگر در این بازه از کجا به کجا رفته است.

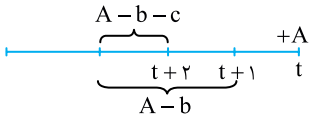
$$\varphi_1=\omega t_1\Rightarrow\varphi_1=50\pi\times\frac{1}{200}\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{4}\quad,\quad\varphi_2=\omega t_2\Rightarrow\varphi_2=50\pi\times\frac{3}{100}\Rightarrow\varphi_2=\frac{3\pi}{2}$$



در ربع اول و سوم حرکت کندشونده و در ربع دوم حرکت تندشونده است. مطابق شکل مدتی که حرکت کندشونده بوده در ربع اول یعنی در تغییر فاز $\frac{\pi}{4}$ تا $\frac{\pi}{2}$ و در ربع سوم یعنی در تغییر فاز π تا $\frac{3\pi}{2}$ است، در این صورت:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4})+(\frac{3\pi}{2}-\pi)=50\pi t\Rightarrow t=\frac{3}{200}s$$

D **۱۴۶۵- گزینه‌ی ۱** بُعد نوسانگر فاصله‌ی نوسانگر از مبدأ است. در لحظه‌ی t، $x=+A$ است پس فاز حرکت در لحظه‌ی t برابر $\frac{\pi}{2}$ است یعنی $\omega t=\frac{\pi}{2}$ است. در لحظه‌ی $t+1$ خواهیم داشت:



$$x=A\sin\omega t\xrightarrow{t+1}A-b=A\sin\omega(t+1)$$

$$\Rightarrow A-b=A\sin(\omega t+\omega)\xrightarrow{\omega t=\frac{\pi}{2}}A-b=A\sin(\frac{\pi}{2}+\omega)\Rightarrow\cos\omega=\frac{A-b}{A}\quad(1)$$

در لحظه‌ی $t+2$ خواهیم داشت:

$$A-b-c=A\sin\omega(t+2)\Rightarrow A-b-c=A\sin(\omega t+2\omega)$$

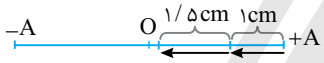
$$\xrightarrow{\omega t=\frac{\pi}{2}}A-b-c=A\sin(\frac{\pi}{2}+2\omega)\Rightarrow\cos 2\omega=\frac{A-b-c}{A}\quad(2)$$

با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $\cos 2\omega=2\cos^2\omega-1$ و روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{A-b-c}{A}=2\frac{A^2+b^2-2Ab}{A^2}-1$$

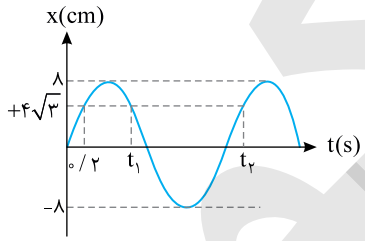
$$\Rightarrow\frac{A-b-c}{A}=\frac{2A^2+2b^2-4Ab-A^2}{A^2}\Rightarrow A^2-Ab-Ac=A^2+2b^2-4Ab\Rightarrow 3Ab-Ac=2b^2\Rightarrow A=\frac{2b^2}{3b-c}$$

D **۱۴۶۶- گزینه‌ی ۳** با توجه به تست قبل:



$$A=\frac{2b^2}{3b-c}\Rightarrow A=\frac{2(1)^2}{3-1/5}\Rightarrow A=\frac{2}{1/5}=\frac{4}{3}cm$$

B **۱۴۶۷- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار دوره‌ی حرکت را به دست می‌آوریم:

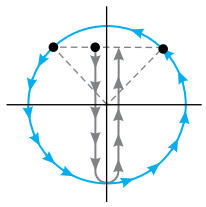


$$x=A\sin\omega t\Rightarrow 4\sqrt{3}=8\sin 0/2\omega\Rightarrow\sin 0/2\omega=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 0/2\omega=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\omega=\frac{5\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 را به کمک معادله‌ی سرعت- مکان حساب می‌کنیم:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow v=\pm\frac{5\pi}{3}\sqrt{64-48}\Rightarrow v=\pm\frac{5\pi}{3}\times 4\Rightarrow v=\pm\frac{20\pi}{3}\frac{cm}{s}\Rightarrow\begin{cases}v_1=-\frac{20\pi}{3}\frac{cm}{s}\\ v_2=+\frac{20\pi}{3}\frac{cm}{s}\end{cases}$$

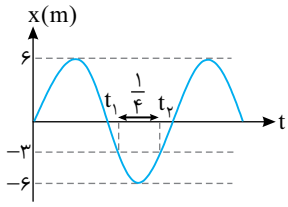


v_1 منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی t_1 منفی است و سرعت در لحظه‌ی t_2 مثبت است زیرا شیب خط مماس بر نمودار مثبت است. از طرفی بازه‌ی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\xrightarrow[\omega=\frac{5\pi}{3}]{\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}+\pi+\frac{\pi}{3}}\frac{5\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}\Delta t\Rightarrow\Delta t=1s$$

شتاب متوسط خواهد شد:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}=\frac{\frac{20\pi}{3}-(-\frac{20\pi}{3})}{1}\Rightarrow\bar{a}=\frac{40\pi}{3}\frac{cm}{s^2}\Rightarrow\bar{a}=\frac{2\pi}{15}\frac{m}{s^2}$$



B **۱۴۶۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که نوسانگر در $t=t_1$ در بعد منفی قرار دارد و به سمت $x=-A$ در حرکت است، فاز نوسانگر در ربع سوم است. بنابراین:

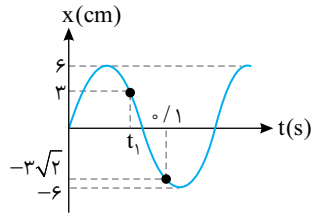
$$\left.\begin{array}{l}\sin\varphi=\frac{x}{A}=\frac{-3}{+6}=\frac{-1}{2}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع سوم قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow \varphi_1=\frac{7\pi}{6}\ \text{یا}\ \frac{-5\pi}{6}$$

در لحظه‌ی $t=t_2$ نوسانگر در بعد منفی قرار دارد و به سمت $x=0$ در حرکت است، بنابراین فاز نوسانگر در ربع چهارم می‌باشد. در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l}\sin\varphi=\frac{x}{A}=\frac{-3}{+6}=\frac{-1}{2}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع چهارم قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow \varphi_2=\frac{11\pi}{6}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t})$ در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2، ω را محاسبه کرده و با توجه به رابطه‌ی $(\omega=\frac{2\pi}{T})$ دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{11\pi}{6}-\frac{7\pi}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{1}{4}}=\frac{8\pi}{3}\frac{rad}{s}\quad,\quad \omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{8\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{3}{4}s$$



B **۱۴۶۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به معادله‌ی مکان می‌توان نوشت:

$$x=A\sin\varphi\Rightarrow -3\sqrt{2}=6\sin\varphi$$

$$\Rightarrow \sin\varphi=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{5\pi}{4} & \text{جواب}\\ \varphi=\frac{7\pi}{4} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

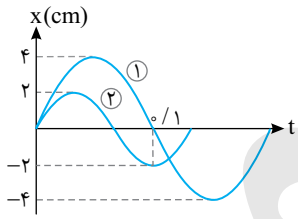
چون در لحظه‌ی $t=0/1s$ نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ است، فاز حرکت در ربع سوم مثلثاتی است و $\varphi=\frac{5\pi}{4}$ جواب است.

از این‌رو:

$$\varphi=\omega t\Rightarrow\frac{5\pi}{4}=\omega\times 0/1\Rightarrow\omega=\frac{50\pi}{4}\Rightarrow\omega=\frac{25\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

شتاب حرکت در لحظه‌ی t_1 که مکان ذره $x=0/03m$ می‌باشد برابر است با:

$$a=-\omega^2x\Rightarrow a=-(\frac{25\pi}{2})^2\times\frac{3}{100}\Rightarrow a=-\frac{25\times25\times10}{4}\times\frac{3}{100}\Rightarrow a=-46/9\frac{m}{s^2}$$

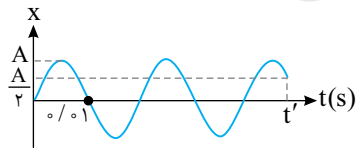


B **۱۴۷۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار رابطه‌ی زیر را برای دوره‌ی دو نوسانگر می‌توان نوشت:

$$\frac{T_1}{2}=\frac{3T_2}{4}\Rightarrow T_1=\frac{3}{2}T_2\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_2}{\frac{3}{2}T_2}\Rightarrow\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{2}{3}$$

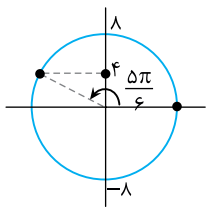
حال نسبت شتاب‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{A_1\omega_1^2}{A_2\omega_2^2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{4}{2}\times(\frac{2}{3})^2\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{8}{9}$$

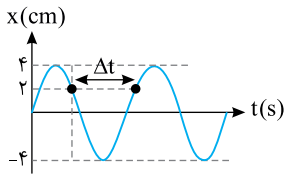


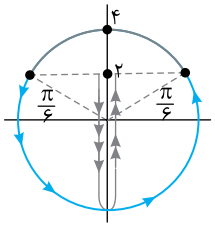
B **۱۴۷۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار سؤال و دایره‌ی مثلثاتی که رسم شده است، بعد از دو نوسان کامل یعنی تغییر فاز $2\times2\pi=4\pi$، نوسانگر تغییر فاز $\frac{5\pi}{6}$ را نیز انجام می‌دهد.

$$\Delta\varphi=4\pi+\frac{5\pi}{6}=\frac{29\pi}{6}$$



$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{29\pi}{6}=\frac{2\pi}{0/02}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{29}{600}s$$

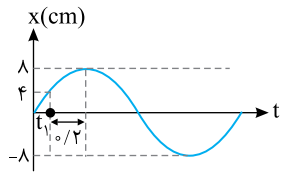


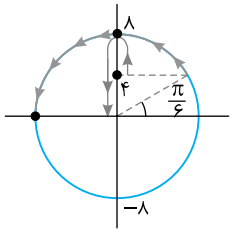


B **۱۴۷۲- گزینه‌ی ۲** بـا توجه به دایره‌ی مثلثاتی که رسـم کرده‌ایم، فاز اولیه برابر با $\frac{5\pi}{6}$ است.

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{6}+\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi+6\pi+\pi}{6}=\frac{4\pi}{3}$$

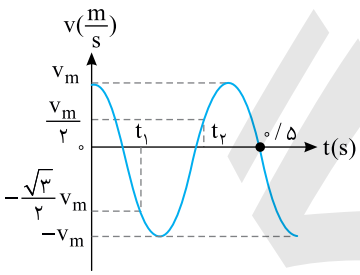
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \xrightarrow{\omega=2\pi f} \frac{4\pi}{3}=(2\pi\times 6)\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{1}{9}s$$





B **۱۴۷۳- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌ای که مکان صفر اسـت، سرعت بیشـینه است. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، تغییر فاز از t_1 تا سـرعت بیشـینه برابر با $\frac{5\pi}{6}$ است و در مدت $0/2s$ تغییر فاز برابر با $\frac{\pi}{3}$ است.

$$\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{5\pi}{6}}=\frac{0/2s}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=0/5s$$



A **۱۴۷۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار:

$$5\frac{T}{4}=0/5\Rightarrow T=0/4s$$

راه‌حل اول: با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان می‌توان نوشت:

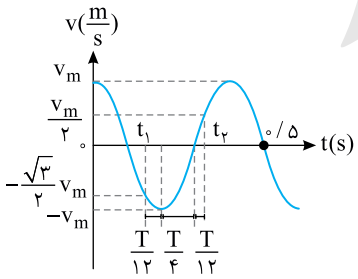
$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow\begin{cases}\frac{-\sqrt{3}v_m}{2}=v_m\cos\varphi_1\Rightarrow\cos\varphi_1=\frac{-\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi_1=\frac{5\pi}{6} & \text{جواب}\\ \varphi_1=\frac{7\pi}{6} & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}\\ \frac{v_m}{2}=v_m\cos\varphi_2\Rightarrow\cos\varphi_2=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi_2=\frac{\pi}{3} & \text{غ‌ق‌ق}\\ \varphi_2=\frac{5\pi}{3} & \text{جواب}\end{cases}\end{cases}$$

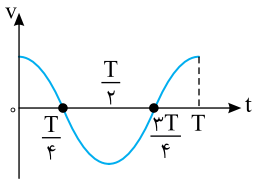
اکنون Δt را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{5\pi}{3}-\frac{5\pi}{6}=\frac{2\pi}{0/4}\Delta t\Rightarrow\frac{5\pi}{6}=5\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{6}s$$

راه‌حل دوم:

$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{T+3T+T}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{5T}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{5\times 0/4}{12}\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{6}s$$





B **۱۴۷۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار در بازه‌های زمانی در گزینه‌ها باید شتاب متوسط را حساب کنیم:

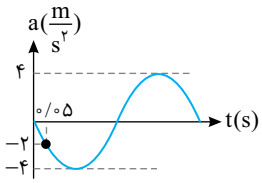
$$(0,T)\Rightarrow|a|=\frac{v_m-v_m}{T}=0\ (1)\quad,\quad (0,\frac{T}{4})\Rightarrow|a|=\frac{v_m}{\frac{T}{4}}=\frac{4v_m}{T}\ (2)$$

$$(\frac{T}{4},\frac{T}{2})\Rightarrow|a|=\frac{v_m}{\frac{T}{4}}=\frac{4v_m}{T}\ (3)\quad,\quad (\frac{T}{2},\frac{3T}{4})\Rightarrow|a|=\frac{v_m}{\frac{T}{4}}=\frac{4v_m}{T}\ (4)$$

$$(\frac{3T}{4},T)\Rightarrow|a|=\frac{v_m}{\frac{T}{4}}=\frac{4v_m}{T}\ (5)\quad,\quad (0,\frac{T}{2})\Rightarrow|a|=\frac{|-v_m-v_m|}{\frac{T}{2}}=\frac{4v_m}{T}\ (6)$$

$$(\frac{T}{2},T)\Rightarrow|a|=\frac{|v_m-(-v_m)|}{\frac{T}{2}}=\frac{4v_m}{T}\ (7)\quad,\quad (\frac{T}{4},\frac{3T}{4})\Rightarrow|a|=\frac{0-0}{\frac{T}{2}}=0\ (8)$$

با توجه به رابطه‌های (۳) و (۴) شتاب متوسط در این بازه‌ها یکسان و گزینه‌ی (۱) نادرست است.
با توجه به رابطه‌های (۱) و (۸) شتاب متوسط در این بازه‌ها یکسان و گزینه‌ی (۲) نادرست است.
با توجه به رابطه‌های (۶) و (۷) شتاب متوسط در این بازه‌ها یکسان و گزینه‌ی (۳) نادرست است.
با توجه به رابطه‌های (۶) و (۸) شتاب متوسط در این بازه‌ها برابر نیست و گزینه‌ی (۴) درست است.
ملاحظه می‌کنید که در بازه‌های زمانی گزینه‌ی (۴) اندازه‌ی شتاب متفاوت است.



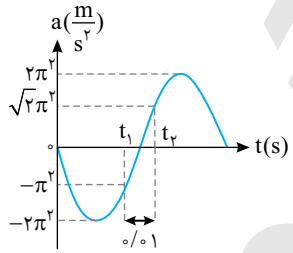
B **۱۴۷۶- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار و معادله‌ی شتاب - زمان می‌نویسیم:

$$a=-a_m\sin\omega t\xrightarrow{t=0/05s}-2=-4\sin\omega(\frac{5}{100})$$

$$\sin\frac{5}{100}\omega=+\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{5\omega}{100}=\frac{\pi}{6}\Rightarrow\omega=\frac{10\pi}{3}$$

سرعت بیشینه خواهد شد:

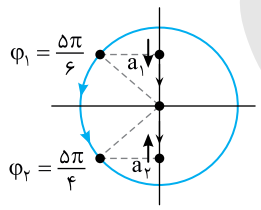
$$v_m=\frac{a_m}{\omega}\Rightarrow v_m=\frac{4}{\frac{10\pi}{3}}\Rightarrow v_m=\frac{6}{5\pi}\frac{m}{s}$$



B **۱۴۷۷- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک معادله‌ی شتاب - زمان و با استفاده از نمودار، فاز حرکت را در لحظه‌های t_1 و t_2 به دست می‌آوریم.

$$a=-a_m\sin\varphi\xrightarrow{t=t_1}-\pi^2=-2\pi^2\sin\varphi_1\Rightarrow\sin\varphi_1=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi_1=\frac{\pi}{6}\ \text{غ‌ق‌ق}\\ \varphi_1=\frac{5\pi}{6}\end{cases}$$

در لحظه‌ی t_1 شتاب منفی و در حال کاهش است، بنابراین فاز در ربع دوم مثلثاتی و برابر $\varphi_1=\frac{5\pi}{6}$ است.



$$a=-a_m\sin\varphi\xrightarrow{t=t_2}\sqrt{2}\pi^2=-2\pi^2\sin\varphi_2\Rightarrow\sin\varphi_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi_2=\frac{5\pi}{4}\\ \varphi_2=\frac{7\pi}{4}\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

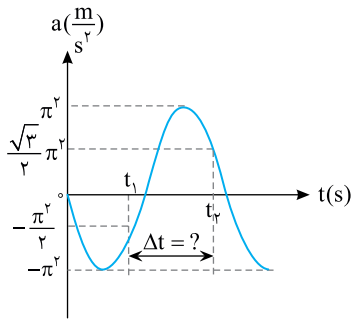
در لحظه‌ی t_2 شتاب مثبت و در حال افزایش است، بنابراین فاز در ربع سوم مثلثاتی است و برابر $\varphi_2=\frac{5\pi}{4}$ است. اکنون بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{5\pi}{4}-\frac{5\pi}{6}=\omega(0/01)\Rightarrow\frac{15\pi-10\pi}{12}=\omega(0/01)\Rightarrow\frac{5\pi}{12}=\omega(\frac{1}{100})\Rightarrow\omega=\frac{125\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

سرعت بیشینه برابر است با:

$$\begin{cases}v_m=A\omega\\ a_m=A\omega^2\end{cases}\Rightarrow a_m=v_m\omega\Rightarrow 2\pi^2=v_m\frac{125\pi}{3}\Rightarrow v_m=\frac{6}{125}\pi=4/8\pi\times10^{-2}\frac{m}{s}$$

B ۱۴۷۸- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول:** ابتدا به کمک شتاب بیشینه، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:



$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow \pi^2 = 0/01\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\pi \frac{rad}{s}$$

به کمک معادله‌ی شتاب - زمان، فاز در لحظه‌ی t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم:

$$a = -a_m \sin\varphi$$

$$-\frac{\pi^2}{2} = -\pi^2 \sin\varphi_1 \Rightarrow \sin\varphi_1 = \frac{1}{2} \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{6} & \text{غ‌ق‌ق} \\ \varphi_1 = \frac{5\pi}{6} & \text{جواب} \end{cases}$$

شتاب در لحظه‌ی t_1 در حال کاهش است، پس فاز حرکت در ربع دوم بوده و $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$ جواب است. از طرفی:

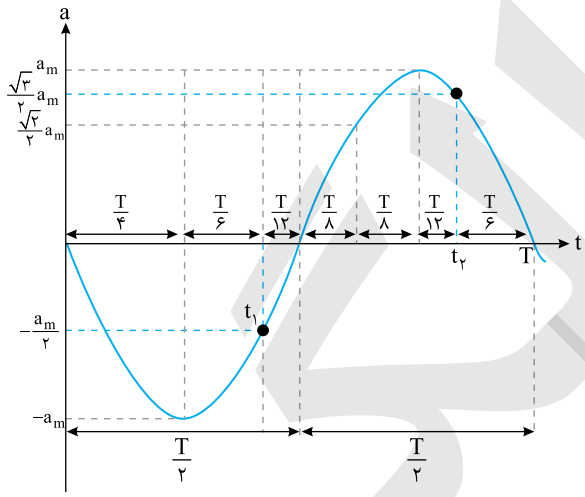
$$\frac{\sqrt{3}}{2}\pi^2 = -\pi^2 \sin\varphi_2 \Rightarrow \sin\varphi_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 = \frac{4\pi}{3} & \text{غ‌ق‌ق} \\ \varphi_2 = \frac{5\pi}{3} & \text{جواب} \end{cases}$$

در لحظه‌ی t_2 شتاب در حال کاهش است، بنابراین فاز در ربع چهارم مثلثاتی است و $\varphi_2 = \frac{5\pi}{3}$ است.

اکنون به کمک تعریف بسامد زاویه‌ای، Δt را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow 10\pi = \frac{\frac{5\pi}{3} - \frac{5\pi}{6}}{\Delta t} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{12} s$$

راه‌حل دوم: با توجه به تقسیم‌بندی زمانی نمودار شتاب زمان بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:



$$t_1 \to t_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{8} + \frac{T}{8} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12}$$

دوره برابر است با:

$$\omega = 10\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow T = \frac{1}{5} s$$

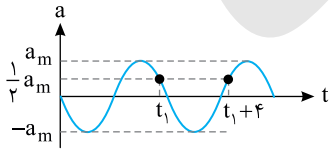
در این صورت:

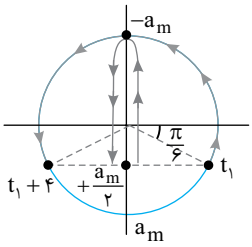
$$\Delta t = \frac{5}{12} T = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{12} s$$

B ۱۴۷۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی فاز با انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توان نوشت:

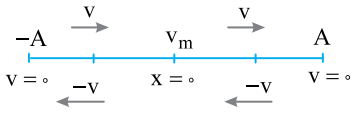
$$\tan^2\varphi = \frac{U}{K} \Rightarrow \tan^2\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{U}{K} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{U}{K}$$

B ۱۴۸۰- گزینه‌ی ۲ به شکل دقت کنید، در لحظه‌ی بین t_1 و t_1+4 هنگامی که شتاب بیشینه‌ی منفی است برای نخستین بار سرعت صفر است و با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، این لحظه ۲s پس از t_1 است:





۱۴۸۱- گزینه‌ی ۴ (B) با توجه به رابطه انرژی جنبشی و انرژی مکانیکی با فاز خواهیم داشت:



$$\frac{K}{E}=\cos^{۲}\varphi \xrightarrow{\frac{K}{E}=\frac{۱}{n}} \cos^{۲}\varphi=\frac{۱}{n}\Rightarrow \cos\varphi=\pm\frac{\sqrt{n}}{n}$$

با توجه به رابطه‌ی به‌دست آمده φ می‌تواند در ربع اول یا دوم یا سوم یا چهارم باشد، پس در مدت یک دوره چهار بار انرژی جنبشی می‌تواند $\frac{۱}{n}$ انرژی مکانیکی باشد.

۱۴۸۲- گزینه‌ی ۴ (B) با جای‌گذاری روابط انرژی مکانیکی بر حسب دامنه و انرژی پتانسیل، ابتدا مکان را بر حسب دامنه حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{۳}{۴}E\Rightarrow\frac{۱}{۲}kx^{۲}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۲}kA^{۲}\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

اکنون نسبت نیرو به نیروی بیشینه را به‌دست می‌آوریم:

$$\left|\frac{F}{F_{max}}\right|=\frac{kx}{kA}=\frac{x}{A}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۱۴۸۳- گزینه‌ی ۲ (B) با توجه به این‌که بیشینه‌ی انرژی پتانسیل یک نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است، می‌توان گفت:

$$U=۱۰۰\sin^{۲}\omega t\Rightarrow U_m=E=۱۰۰J$$

با توجه به رابطه‌ی انرژی مکانیکی $(E=U+K)$ داریم:

$$E=U+K\Rightarrow ۱۰۰=U+۳۶\Rightarrow U=۶۴J \quad , \quad \frac{U}{U_m}=\frac{\frac{۱}{۲}kx^{۲}}{\frac{۱}{۲}kA^{۲}}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{x^{۲}}{A^{۲}}\Rightarrow x=\pm ۰/۸A$$

۱۴۸۴- گزینه‌ی ۱ (B) انرژی مکانیکی ذره در همه‌ی نقاط مسیر یکسان و برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذره است.

$$E=U+K\Rightarrow E=۱+۳=۴J$$

نسبت انرژی پتانسیل به انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$\frac{U}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}kx^{۲}}{\frac{۱}{۲}kA^{۲}}\Rightarrow\frac{U}{E}=\frac{x^{۲}}{A^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{(۴)^{۲}}{A^{۲}}\Rightarrow A^{۲}=۴\times۴^{۲}\Rightarrow A=۸cm$$

در فاصله‌ی $۱cm$ از یک انتهای مسیر یعنی $x=۷cm$ در این صورت:

$$\frac{U}{E}=\frac{x^{۲}}{A^{۲}}\Rightarrow\frac{U}{۴}=(\frac{۷}{۸})^{۲}\Rightarrow U=\frac{۴۹}{۱۶}J$$

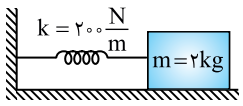
انرژی جنبشی برابر است با:

$$K=E-U\Rightarrow K=۴-\frac{۴۹}{۱۶}\Rightarrow K=\frac{۶۴-۴۹}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}J$$

۱۴۸۵- گزینه‌ی ۱ (A) وقتی سرعت بیشینه است، انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$E=U+K\Rightarrow E=۸K+K\Rightarrow E=۹K\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_m^{۲}=۹(\frac{۱}{۲}mv^{۲})\Rightarrow v_m=۳v\xrightarrow{v=۲\frac{m}{s}}v_m=۶\frac{m}{s}$$

۱۴۸۶- گزینه‌ی ۳ (A) با توجه به این‌که برای جابه‌جا کردن جسم $۴J$ کار انجام شده است و این کار به انرژی مکانیکی جسم تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی مکانیکی جسم برابر با ۴ ژول است.



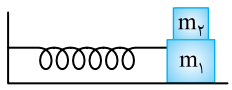
با توجه به رابطه‌ی انرژی مکانیکی $(E=\frac{۱}{۲}kA^{۲})$ داریم:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}\Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}\times۲۰۰\times A^{۲}\Rightarrow ۱۰۰A^{۲}=۴\Rightarrow A^{۲}=۰/۰۴\Rightarrow A=۰/۲m=۲۰cm$$

دوره‌ی حرکت، تنها به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد و از رابطه‌ی $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ محاسبه می‌شود. بنابراین:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۲۰۰}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}}=۲\times\pi\times\frac{۱}{۱۰}=۰/۲\pi s$$

۱۴۸۷- گزینه‌ی ۴ (A) در انتهای مسیر $(x=\pm A)$ اگر وزنه‌ی $m_۲$ را از روی وزنه‌ی $m_۱$ برداریم، انرژی مکانیکی که برابر انرژی پتانسیل بیشینه در آن نقطه است $(E=U_m=\frac{۱}{۲}kA^{۲})$ تغییر نمی‌کند. اما اگر در مسیر نوسان وزنه را برداریم انرژی جنبشی نوسانگر $(\frac{۱}{۲}mv^{۲})$ که بخشی از انرژی مکانیکی است، کاهش می‌یابد بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر کم می‌شود. در نتیجه گزینه‌ی (۴) درست است.



Ⓐ ۱۴۸۸- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی دستگاه جرم- فنر برابر است با:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow 0/2=2\pi\sqrt{\frac{0/1}{k}}\Rightarrow 0/04=4\pi^2\times\frac{0/1}{k}\xrightarrow{\pi^2=10}k=100\frac{N}{m}$$

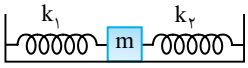
فنرهای k_1 و k_2 در شکل، موازی هستند، بنابراین:

$$k=k_1+k_2\Rightarrow 100=40+k_2\Rightarrow k_2=60\frac{N}{m}$$

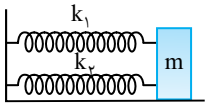
فنرهای پیچیده[1]

۱- فنرهای موازی

فنرهای نشان داده شده در شکل‌های (الف) و (ب) فنرهای موازی نامیده می‌شوند.



شکل (الف)



شکل (ب)

با توجه به شکل (الف)، اگر وزنه‌ی m به اندازه‌ی x به راست کشیده شود، تغییرات طول هر دو فنر با هم برابر خواهد بود. $x=x_1=x_2$

فنر فشرده شده، نیروی $F_2=-k_2x$ و فنر کشیده شده، نیروی $F_1=-k_1x$ را به طرف چپ بر وزنه وارد می‌کنند. در نتیجه: $F=F_1+F_2\Rightarrow kx=k_1x+k_2x\Rightarrow \boxed{k=k_1+k_2}$

دوره‌ی نوسانات وزنه برابر خواهد شد با: $\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}}$

تست: در شکل روبه‌رو، فنرها مشابه هستند. اگر یکی از فنرها حذف گردد، بسامد چند برابر می‌شود؟

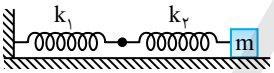
۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

پاسخ: در شکل چهار فنر موازی وجود دارد که با حذف یکی از آن‌ها، سه فنر موازی خواهیم داشت:

$$\begin{cases}k_1=4k\\k_2=3k\end{cases}\xrightarrow{\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}\frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۲- فنرهای متوالی



فنرهای متصل به هم در شکل روبه‌رو را فنرهای متوالی (سری) گویند.

وزنه‌ی m را با نیروی F به سمت راست می‌کشیم تا به اندازه‌ی x جابه‌جا شود. در مبحث دینامیک فرا گرفته‌اید که نیروی کشسانی در فنرهای سبک، در تمام نقاط یکسان است.

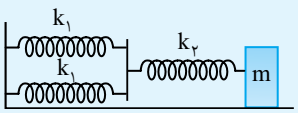
$$F=F_1+F_2$$

$$x=x_1+x_2\Rightarrow\frac{F}{k}=\frac{F}{k_1}+\frac{F}{k_2}\Rightarrow\boxed{\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}}$$

بنابراین دوره برابر خواهد شد با:

$$T=2\pi\sqrt{m(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$$

تست: در شکل روبه‌رو، ثابت فنر معادل کدام گزینه است؟ (کنکور سراسری)



۱) $\frac{2k_1k_2}{2k_1+k_2}$ ۲) $\frac{2k_1+k_2}{k_1+k_2}$

۳) $\frac{2k_1k_2}{k_1+2k_2}$ ۴) $\frac{k_1+2k_2}{2k_1k_2}$

پاسخ: فنرهای k_1 و k_1 موازی و با فنر k_2 سری هستند.

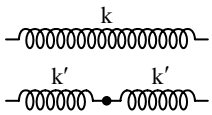
$$\frac{1}{k}=\frac{1}{2k_1}+\frac{1}{k_2}\Rightarrow k=\frac{2k_1k_2}{2k_1+k_2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۱- این قسمت ترکیبی از فصل نیروها (دینامیک) و حرکت هماهنگ ساده‌ی دستگاه جرم- فنر است.

پرسش: اگر فنر همگن و سبکی را از وسط به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم، ثابت فنر هر قسمت جدید چند برابر ثابت فنر اول است؟

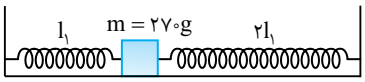
پاسخ: هرگاه فنری را از وسط نصف کنیم، ثابت فنر هر قسمت جدید دو برابر فنر کامل می‌شود، زیرا می‌توان هر دو قطعه فنر را در حالتی که به هم متصل هستند، دو فنر سری با ثابت‌های برابر k' درنظر گرفت. در این‌صورت بین ثابت‌های k' و k رابطه‌ی زیر برقرار است:



$$\frac{1}{k}=\frac{1}{k'}+\frac{1}{k'}\Rightarrow\frac{1}{k}=\frac{2}{k'}\Rightarrow k'=2k$$

نتیجه هرگاه فنری با ثابت k را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم، ثابت فنر هر قسمت nk می‌شود.

مسأله **فنر سبک و همگنی با ثابت $600\frac{N}{m}$ را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، به گونه‌ای که طول یکی از قسمت‌ها دو برابر دیگری است. اگر آن‌ها را مطابق شکل به وزنه‌ای متصل کنیم و وزنه را به نوسان در آوریم، دوره‌ی نوسان وزنه چند ثانیه می‌شود؟**



راه‌حل: فرض می‌کنیم که فنر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. در این صورت ثابت فنر هر قسمت $3\times600=1800\frac{N}{m}$ می‌شود، بنابراین ضریب سختی فنر کوچک‌تر $1800\frac{N}{m}$ و فنر بزرگ‌تر $\frac{1800}{2}=900\frac{N}{m}$ می‌شود. فنرهای شکل با هم موازی‌اند، بنابراین ثابت فنر معادل برابر است با:

$$k=900+1800=2700\frac{N}{m}$$

اکنون می‌توان، دوره را به‌دست آورد:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{0/27}{2700}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{50}s$$

۱۴۸۹- گزینه‌ی ۴ فنرها موازی هستند و ثابت فنر معادل برابر است با:

$$k_T=k_1+k_2\Rightarrow k_T=2k$$

بنابر رابطه‌ی $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{2k}{m}}\xrightarrow{\text{با حذف یکی از فنرها}}\omega'=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{\omega'}{\omega}=\sqrt{\frac{k}{2k}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

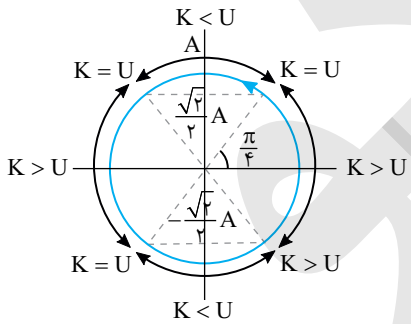
۱۴۹۰- گزینه‌ی ۲ دوره‌ی دستگاه جرم- فنر برابر با $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{\pi}{5}=2\pi\sqrt{\frac{0/24}{k}}\Rightarrow k=24\frac{N}{m}$$

فنرهای k_1 و k_2 با هم موازی و معادل آن‌ها با فنر k_3 سری است.

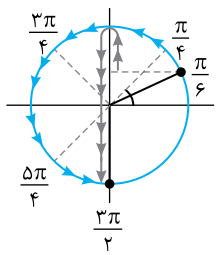
$$\frac{1}{k_T}=\frac{1}{k_3}+\frac{1}{k_1+k_2}\Rightarrow\frac{1}{24}=\frac{1}{60}+\frac{1}{k_1+30}\Rightarrow\frac{1}{40}=\frac{1}{k_1+30}\Rightarrow k_1=10\frac{N}{m}$$

۱۴۹۱- گزینه‌ی ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با هم برابر است. زیرا:



$$\frac{U}{K}=\tan^2\varphi\xrightarrow{\frac{U}{K}=1}\tan^2\varphi=1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$$

با توجه به این مطلب در بازه‌ی $-\frac{\pi}{4}$ تا $+\frac{\pi}{4}$ انرژی جنبشی از انرژی پتانسیل بیش‌تر است. در بازه‌ی $+\frac{\pi}{4}$ تا $\frac{3\pi}{4}$، انرژی جنبشی از انرژی پتانسیل کم‌تر است. در بازه‌ی $\frac{3\pi}{4}$ تا $\frac{5\pi}{4}$ انرژی جنبشی از انرژی پتانسیل بیش‌تر و در بازه‌ی $\frac{5\pi}{4}$ تا $\frac{7\pi}{4}$ انرژی جنبشی از انرژی پتانسیل کم‌تر است. حال به حل مسأله می‌پردازیم.



بررسی می‌کنیم که در بازه‌ی زمانی $t=\frac{1}{6}s$ تا $t=\frac{3}{2}s$ فاز متحرک چگونه تغییر کرده است.

$$\varphi=\omega t\xrightarrow{\omega=\pi}\begin{cases}t=\frac{1}{6}s\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{6}rad\\ t=\frac{3}{2}s\Rightarrow\varphi_2=\frac{3\pi}{2}rad\end{cases}$$

با توجه به شکل در این بازه در مدت تغییر فاز از $\frac{\pi}{4}$ تا $\frac{3\pi}{4}$ و نیز از $\frac{5\pi}{4}$ تا $\frac{3\pi}{2}$، انرژی جنبشی کم‌تر از انرژی پتانسیل است. تغییر فاز $\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ معادل $\frac{T}{4}$ و تغییر فاز $\frac{3\pi}{2}-\frac{5\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$ معادل $\frac{T}{8}$ است. اکنون دوره‌ی حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=2s$$

از این‌رو مدت مورد نظر برابر است با:

$$t=\frac{T}{4}+\frac{T}{8}=\frac{3T}{8}\Rightarrow t=\frac{3}{8}\times 2=\frac{3}{4}s$$

B **۱۴۹۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا دامنه‌ی نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{U}{E}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2}\Rightarrow\frac{\frac{U_m}{2}}{U_m}=\frac{x^2}{A^2}\Rightarrow\frac{x}{A}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\xrightarrow{x=-\sqrt{2}}\frac{-\sqrt{2}}{A}=\frac{-\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A=2cm$$

با توجه به مسأله نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی برابر است با:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}=\frac{(\pm\omega\sqrt{A^2-x^2})^2}{A^2\omega^2}=1-(\frac{x}{A})^2$$

انرژی جنبشی $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی است از این‌رو:

$$\frac{1}{4}=1-(\frac{x}{2})^2\Rightarrow\frac{1}{4}=1-\frac{x^2}{4}\Rightarrow\frac{x^2}{4}=\frac{3}{4}\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}cm$$

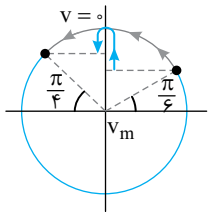
B **۱۴۹۳- گزینه‌ی ۱** مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.

$$E=K+U\Rightarrow E=0/7+0/3=1J$$

انرژی مکانیکی از رابطه‌ی مقابل به‌دست می‌آید.

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\xrightarrow{m\omega^2=k}E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow 1=\frac{1}{2}(k)(0/2)^2\Rightarrow k=\frac{2}{0/04}=50\frac{N}{m}$$

B **۱۴۹۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سوی دامنه بوده، سرعت و انرژی جنبشی آن در حال کاهش است و سپس سرعت و انرژی جنبشی آن در حال افزایش است.



B **۱۴۹۵- گزینه‌ی ۱** دو فنر هم‌جنس و کاملاً مشابه که طول یکی ۲ برابر دیگری است دارای ثابت فنر یکسانی نیستند و فنری که بلندتر است دارای ثابت فنر کم‌تری است، به‌طوری که:

$$l'=2l\Rightarrow k'=\frac{k}{2}\Rightarrow\frac{\omega'}{\omega}=\frac{\sqrt{\frac{k'}{m'}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}}\Rightarrow\frac{\omega'}{\omega}=\sqrt{\frac{k'}{k}}\times\sqrt{\frac{m}{m'}}=\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{\omega'}{\omega}=\frac{1}{2}$$

بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر $F=ma_m=mA\omega^2$ است. از این‌رو:

$$\frac{F'}{F}=\frac{m'A'\omega'^2}{mA\omega^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{2m\times(2A)(\frac{1}{2}\omega)^2}{m\times A\omega^2}=1$$

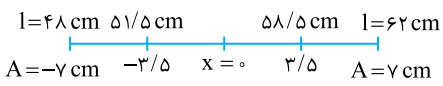
B **۱۴۹۶- گزینه‌ی ۴** دوره‌ی نوسان دستگاه برابر است با:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{0/2}{500}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{25}s$$

دامنه‌ی نوسان برابر نصف طول مسیر است:

$$2A=L_{max}-L_{min}\Rightarrow 2A=62-48=14\Rightarrow A=7cm$$

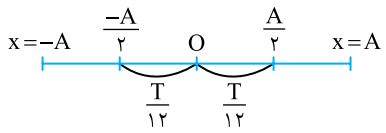
مطابق شکل وقتی طول فنر از $51/5\,cm$ به $58/5\,cm$ می‌رسد، در واقع وزنه باید از مکان $\frac{-A}{2}=3/5cm$ برای نخستین بار به مکان $\frac{A}{2}=3/5cm$ برود و



چون جهت حرکت بیان نشده دو حالت ممکن است رخ دهد:

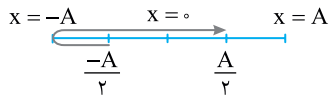
حالت اول: وزنه بدون تغییر جهت از مکان $\frac{-A}{2}=-3/5cm$ به مکان $\frac{A}{2}=3/5cm$ برود.

در این صورت زمان جابه‌جایی برابر خواهد بود با:



$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}=\frac{\frac{\pi}{۲۵}}{۶}\Rightarrow \Delta t=\frac{\pi}{۱۵۰}\,s$$

حالت دوم: آن است که وزنه از مکان $\frac{-A}{۲}=-۳/۵cm$ به دامنه $-A$ یعنی به انتهای مسیر رفته و در بازگشت به مکان $\frac{+A}{۲}=۳/۵cm$ برود. در این صورت زمان جابه‌جایی برابر نصف دوره است.



$$\Delta t=\frac{T}{۲}=\frac{\frac{\pi}{۲۵}}{۲}=\frac{\pi}{۵۰}\,s$$

B ۱۴۹۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا بسامد زاویه‌ای دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{۲۵۰}{۲/۵}}\Rightarrow \omega=۱۰\,\frac{rad}{s}$$

اندازه‌ی شتاب حرکت را در $x=۱۰cm$ به دست می‌آوریم:

$$a=|-\omega^۲x|\Rightarrow a=|-۱۰۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}|=+۱۰\,\frac{m}{s^۲}$$

عامل حرکت $m_۱$ نیروی اصطکاک ایستایی بین $m_۱$ و $m_۲$ است، بنابراین:

$$f_s=m_۱a\Rightarrow f_s=۱\times۱۰=۱۰N$$

B ۱۴۹۸- گزینه‌ی ۱ اثر وزن تنها در جابه‌جایی محل تعادل نسبت به حالت افقی ظاهر می‌شود و در دوره‌ی نوسان وزنه - فنر $(T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ نقشی ندارد.

A ۱۴۹۹- گزینه‌ی ۳ نیروی وارد بر نوسانگر در دو انتهای مسیر بیشینه است.

$$F_{max}=kA\Rightarrow ۵=k\frac{۲}{۱۰۰}\Rightarrow k=۲۵۰\,\frac{N}{m}\quad,\quad U=\frac{۱}{۲}kx^۲=\frac{۱}{۲}\times۲۵۰\times(۱۰^{-۲})^۲\Rightarrow U=۱۲۵\times۱۰^{-۴}J=۱۲/۵\ mJ$$

B ۱۵۰۰- گزینه‌ی ۴

$$A=\frac{\text{طول مسیر}}{۲}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,cm$$

در هنگام عبور از مرکز نوسان، انرژی جنبشی بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$\begin{cases}K_{max}=E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\\ K=\frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲)\end{cases}\Rightarrow\frac{K}{K_{max}}=\frac{A^۲-x^۲}{A^۲}\Rightarrow\frac{K}{۱۰}=\frac{۱۰۰-۲۵}{۱۰۰}\Rightarrow K=۷/۵\,J$$

B ۱۵۰۱- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی انرژی مکانیکی دستگاه جرم- فنر $(E=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ می‌توان گفت:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲\Rightarrow\begin{cases}E_A=\frac{۱}{۲}\times k_A\times(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲\Rightarrow ۵=\frac{۱}{۲}\times k_A\times۱۰^{-۲}\Rightarrow k_A=۱۰۰۰\,\frac{N}{m}\\ E_B=\frac{۱}{۲}\times k_B\times(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}\times k_B\times۱۰^{-۲}\Rightarrow k_B=۲۰۰۰\,\frac{N}{m}\end{cases}$$

هنگامی که دو فنر A و B را به صورت موازی به هم متصل کنیم، ثابت فنر معادل برابر با $k_T=k_۱+k_۲=۳۰۰۰\,\frac{N}{m}$ می‌باشد.

حال، رابطه‌ی انرژی مکانیکی دستگاه وزنه- فنر را برای این حالت می‌نویسیم:

$$E=\frac{۱}{۲}k_TA^۲=\frac{۱}{۲}\times۳۰۰۰\times(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲=\frac{۱}{۲}\times۳۰۰۰\times۱۰^{-۲}=۱۵J$$

A ۱۵۰۲- گزینه‌ی ۳ یک آونگ ساده از یک ریسمان سبک و یک وزنه‌ی متصل به ریسمان تشکیل شده است که با زاویه‌ی کوچک‌تر از ۶° نسبت به راستای قائم نوسان می‌کند. در این حالت دوره‌ی آونگ برابر با $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است که در آن l طول آونگ و g شتاب گرانش در محل است. به همین دلیل برای افزایش دوره می‌توان طول آونگ را افزایش داد.

B ۱۵۰۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$N_B=N_A+۱۰\Rightarrow\frac{t}{T_B}=\frac{t}{T_A}+۱۰\xrightarrow{t=۱۴۴s}\frac{۱۴۴}{T_B}=\frac{۱۴۴}{۱/۸}+۱۰\Rightarrow\frac{۱۴۴}{T_B}=۸۰+۱۰\Rightarrow T_B=\frac{۱۴۴}{۹۰}=۱/۶s$$

B **۱۵۰۴- گزینه‌ی ۱**

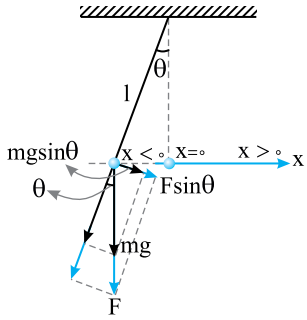
$$l_2=l_1(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow l_2=l_1(1+1/1\times10^{-5}\times40)\Rightarrow l_2=l_1(1+4/4\times10^{-4})=1/00044\,l_1$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{1/00044l_1}{l_1}}=(1+0/00044)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow T_2\simeq2(1+\frac{1}{2}\times0/00044)\Rightarrow T_2=2/00044s$$

$$\Delta T=T_2-T_1=2/00044-2=0/00044s$$

تذکر: در حل این مسأله از تقریب ریاضی $(1+\varepsilon)^n=1+n\varepsilon$ استفاده شده است. $(\varepsilon<<1)$

C **۱۵۰۵- گزینه‌ی ۴** در شکل روبه‌رو زاویه‌ی انحراف از 6° کوچک‌تر است، در این صورت مسیر حرکت آونگ را می‌توان خط راست فرض کرد. نیروهای وارد بر آونگ را رسم می‌کنیم. برآیند نیروهای وارد بر آونگ در امتداد افقی برابر است با:



$$mg\sin\theta+F\sin\theta=ma\Rightarrow(g+\frac{F}{m})\sin\theta=a$$

به جای $\sin\theta$ می‌توان عبارت $\frac{x}{l}$ را قرار داد، دقت کنید که برآیند نیروها و مکان هم علامت نیستند و وقتی که جهت نیرو مثبت است، مکان منفی است.

$$(g+\frac{F}{m})(-\frac{x}{l})=a\Rightarrow a=-(\frac{g+\frac{F}{m}}{l})x$$

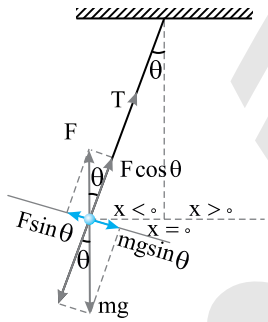
در حرکت هماهنگ ساده $a=-\omega^2x$ است، بنابراین عبارت $\frac{g+\frac{F}{m}}{l}$ برابر با مجذور بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

اکنون به حل مسأله می‌پردازیم:

$$\omega=\sqrt{\frac{g+\frac{F}{m}}{l}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{F}{m}}}$$

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}},\ T_2=2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g+\frac{F}{m}}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\times\sqrt{\frac{g}{g+\frac{F}{m}}}=\sqrt{\frac{1}{9}}\times\sqrt{\frac{g}{g+\frac{5}{4}g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}\xrightarrow{T_1=0/3}T_2=\frac{1}{15}s$$

C **۱۵۰۶- گزینه‌ی ۴** در شکل روبه‌رو زاویه‌ی انحراف کوچک‌تر از ۶ درجه $(\theta<6^\circ)$ است. در این صورت مسیر حرکت، خط راست بوده و $\tan\theta\approx\sin\theta$ است.



نیروهای وارد بر آونگ را رسم می‌کنیم و برآیند نیروها در امتداد محور x ها را برابر با ma قرار می‌دهیم.

$$mg\sin\theta-F\sin\theta=ma\Rightarrow(g-\frac{F}{m})\sin\theta=a$$

به جای $\sin\theta$ عبارت $\frac{x}{l}$ را جای‌گذاری می‌کنیم و دقت می‌کنیم که در حرکت هماهنگ ساده مکان و شتاب هم‌علامت نیستند.

$$(g-\frac{F}{m})\frac{-x}{l}=a\Rightarrow a=-\frac{(g-\frac{F}{m})}{l}x$$

در حرکت هماهنگ ساده $a=-\omega^2x$ است. در این صورت عبارت $\frac{g-\frac{F}{m}}{l}$ برابر با مجذور بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

$$\omega=\sqrt{\frac{g-\frac{F}{m}}{l}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-\frac{F}{m}}}$$

اکنون حل مسأله:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\ T_2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-\frac{F}{m}}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g}{g-\frac{F}{m}}}\xrightarrow{F=\frac{8}{9}mg}\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g}{g-\frac{8}{9}g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=3$$

با توجه به فرض مسأله $(T_1=0/2s)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{0/2}=3\Rightarrow T_2=0/6s\Rightarrow f=\frac{1}{T}\Rightarrow f=\frac{5}{3}Hz$$

B **۱۵۰۷- گزینه‌ی ۱** گلوله را از ارتفاع l (طول آونگ) رها کرده‌ایم. زمان رسیدن گلوله به حالت اولیه خواهد شد:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow l=\frac{1}{2}gt_1^2\Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

زمان برگشت آونگ از انتهای مسیر به حالت قائم $\frac{1}{4}$ دوره‌ی آن است.

$$t_2=\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow t_2=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\frac{l}{g}}\quad,\quad \frac{t_1}{t_2}=\frac{\sqrt{\frac{2l}{g}}}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\frac{l}{g}}}=\sqrt{\frac{8}{\pi^2}}\xrightarrow{\pi^2\simeq 10}\frac{t_1}{t_2}\simeq\sqrt{0/8}\simeq 0/9<1$$

بنابراین آونگ اول زودتر به حالت اولیه برمی‌گردد.

B **۱۵۰۸- گزینه‌ی ۲** طول آونگ را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow 2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow 1=\pi^2(\frac{l}{\pi^2})\Rightarrow l=1m$$

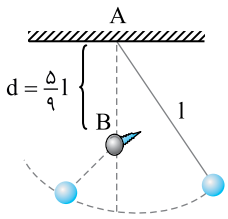
بنابراین طول آونگ جدید برابر است با $l'=100-19=81cm$ و دوره‌ی آونگ جدید ساعت برابر خواهد شد با:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}\Rightarrow T'=2\pi\sqrt{\frac{0/81}{\pi^2}}\Rightarrow T'=1/8s$$

در مدت $1/8s$ ساعت به اندازه‌ی $2-1/8=0/2s$ جلو می‌افتد، پس در مدت یک شبانه روز $(86400s)$ مقدار مدتی که جلو می‌افتد برابر است با:

$$\begin{array}{c|c} 1/8 & 0/2 \\ \hline 86400 & \Delta t \end{array}\Rightarrow \Delta t=9600s=$$ ۲ ساعت و ۴۰ دقیقه

B **۱۵۰۹- گزینه‌ی ۳** دوره‌ی این آونگ برابر جمع نصف دوره‌ی آونگی به طول l و نصف دوره‌ی آونگی به طول $\frac{4}{9}L$ است.

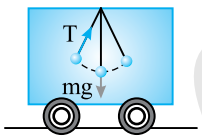


$$T'=\frac{1}{2}(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}+2\pi\sqrt{\frac{\frac{4}{9}l}{g}})\Rightarrow T'=\frac{1}{2}\times 2\pi(\sqrt{\frac{l}{g}}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{l}{g}})=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow T'=\frac{5}{6}T$$

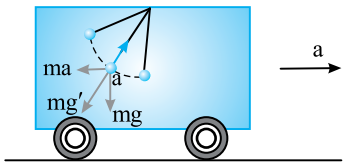
B **۱۵۱۰- گزینه‌ی ۳** چون قطار دارای حرکت یکنواخت است، مانند این است که آونگ از سقف یک اتاق آویزان و در حال نوسان است:

$$T'=T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

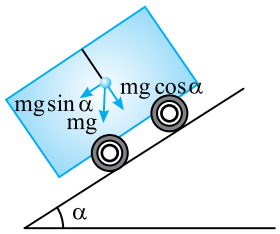
D **۱۵۱۱- گزینه‌ی ۲** به فصل دینامیک برمی‌گردیم. اگر قطار ساکن و یا دارای حرکت یکنواخت باشد، از دید ناظر درون واگن، دو نیروی کشش نخ T و نیروی وزن mg بر آونگ وارد می‌شود که دوره‌ی نوسان آونگ برابر با $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است.



اما وقتی قطار با شتاب ثابت a در حرکت است، از دید ناظر درون قطار، آونگ از راستای قائم منحرف می‌گردد و به حال تعادل می‌ایستد. ناظر درون قطار برای توجیه انحراف از امتداد قائم، باید یک نیرو برابر با ma در خلاف جهت حرکت قطار (که آن را نیروی اینرسی می‌گوییم) در نظر بگیرد. برآیند mg و ma نیروی mg' خواهد بود. چون mg و ma بر هم عمودند، $g'=\sqrt{g^2+a^2}$ است و g' عمل g را در این حالت انجام می‌دهد. در این صورت $T'<T$ است.

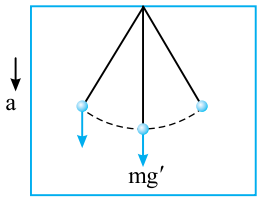


$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}\Rightarrow T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$



Ⓓ **۱۵۱۲- گزینه‌ی ۲** هنگامی که ارابه از سطح شیب‌دار پایین می‌آید، هم ارابه و هم آونگ تحت تأثیر نیروی $mg\sin\alpha$ دارای شتاب یکسان $g\sin\alpha$ هستند. یعنی در این امتداد، شتاب آن‌ها نسبت به هم صفر است و این نیرو روی دوره‌ی آونگ تأثیری ندارد و نوسان آونگ، نسبت به ارابه تحت اثر نیروی $mg\cos\alpha$ که عمود بر سطح شیب‌دار است، صورت می‌گیرد که شتاب $g'=g\cos\alpha$ را ایجاد می‌کند.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}$$



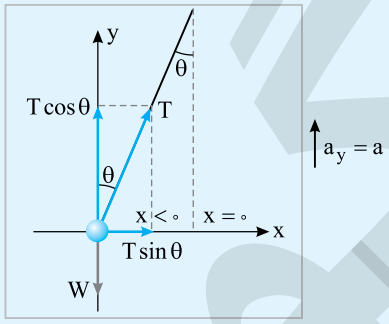
Ⓒ **۱۵۱۳- گزینه‌ی ۲** از دید ناظر درون آسانسور که نوسان آونگ را می‌نگرد، آونگ در امتداد محور قائم حرکتی ندارد و نیرویی که بر آن وارد می‌شود، برابر است با $mg'=mg-ma$ و شتاب آن $g'=g-a$ است.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{0/8}{9/8-1/8}}=2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}=2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}}\Rightarrow T=2s$$

مسأله **ثابت کنید هنگامی که آونگی درون آسانسوری که با شتاب ثابت a رو به بالا در حرکت تندشونده است، دوره‌ی آونگ از رابطه‌ی $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$ به‌دست می‌آید.**

راه‌حل: دقت کنید آونگی که درون آسانسور قرار دارد، دارای دو شتاب است، یکی شتاب $a_y=a$ رو به بالا و دیگری $a_x=\frac{d^2x}{dt^2}$ که مربوط به حرکت هماهنگ ساده‌ی آونگ در راستای افقی است.

ابتدا نیروهای وارد بر آونگ را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل:

$$\begin{cases} T\sin\theta=ma_x \\ T\cos\theta-mg=ma_y\Rightarrow T\cos\theta=ma_y+mg \end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\tan\theta=\frac{a_x}{g+a_y}$$

در زاویه‌های کوچک $\tan\theta=\sin\theta$ است. با توجه به شکل:

$$\frac{-x}{l}=\frac{a_x}{g+a_y}\Rightarrow\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{g+a_y}{l}x$$

(علامت منفی بیانگر این است که a_x و x هم علامت نیستند.)

همان‌گونه که بیان شد ضریب x برابر با $-\omega^2$ بوده و $a_y=a$ است.

$$\omega^2=\frac{g+a}{l}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

Ⓐ **۱۵۱۴- گزینه‌ی ۳** چون طول آونگ‌های A و B با هم برابر است، پس دوره‌ی آن‌ها یکسان است و پدیده‌ی تشدید رخ می‌دهد. (دوره‌ی آونگ به جرم و جنس آونگ بستگی ندارد.)

Ⓒ **۱۵۱۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا دوره‌ی آونگ دوم را به دست می‌آوریم:

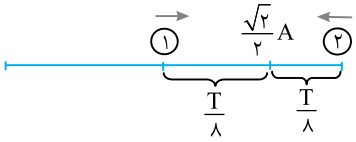
$$N_1 - N_2 = 1 \Rightarrow \frac{t}{T_1} - \frac{t}{T_2} = 1 \Rightarrow 6 - \frac{6}{T_2} = 1 \Rightarrow T_2 = 1/2s$$

برای آن‌که نوسان یکی از آونگ‌ها نوسان دیگری را تشدید کند، باید دوره‌ی آونگ‌ها با هم برابر باشد.

از طرفی قرار دادن آهن‌ربا در زیر آونگ فولادی سبب کم شدن دوره‌ی آن می‌شود $(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{F}{m}}})$ در نتیجه باید آهن‌ربا را زیر آونگ دوم قرار دهیم تا دوره‌اش را از $T_2 = 1/2s$ به $T'_2 = 1s$ تبدیل کند.

$$\frac{T_2}{T'_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{F}{m}}}} = \sqrt{\frac{g+\frac{F}{m}}{g}} \Rightarrow (\frac{1/2}{1})^2 = \frac{10+\frac{F}{0/1}}{10} \Rightarrow F = 0/44N$$

Ⓑ **۱۵۱۶- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** متحرک اول از مبدأ و متحرک دوم از دامنه به سوی هم حرکت می‌کنند، پس هر کدام $\frac{T}{8}$ ثانیه در حرکت است تا به دیگری برسد.



راه‌حل دوم: معادله‌ی حرکت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow A\sin\omega t = A\cos\omega t \Rightarrow \tan\omega t = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{T}{8}$$

پس از $\frac{T}{8}$ دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.

آزمون پاسخنامه‌ی فصل سوم

۱- در حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر مثبت است، .....

۱) الزاماً نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.
۲) الزاماً نیروی وارد بر نوسانگر منفی است.
۳) الزاماً مکان نوسانگر مثبت است.
۴) ممکن است نیروی وارد بر نوسانگر مثبت یا منفی باشد.

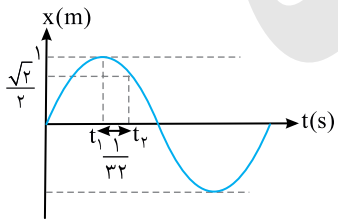
۲- معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ای به صورت $x = A\sin\omega t$، سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۰ تا $t = \frac{3T}{4}$ کدام گزینه است؟ (f بسامد است.)

۱) $-\frac{4}{3}Af$
۲) $\frac{4}{3}Af$
۳) $\frac{2}{3}Af$
۴) $-\frac{2}{3}Af$

۳- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنه‌ی A، در مدت $\frac{T}{6}$ (T: دوره‌ی نوسان) بیشینه‌ی جابه‌جایی که نوسانگر می‌تواند طی کند، برابر است با:

۱) $\frac{A}{6}$
۲) $\frac{A}{3}$
۳) $\frac{A}{2}$
۴) A

۴- نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل روبه‌رو است. دوره‌ی نوسان‌های آن چند ثانیه است؟



۱) ۰/۱
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۳
۴) ۰/۴

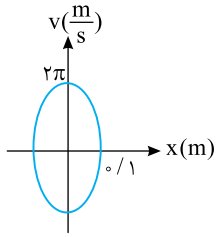
۵- در یک حرکت هماهنگ ساده از لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $v = +\frac{v_m}{2}$ و حرکت تندشونده است تا لحظه‌ای که برای بار دوم سرعت صفر می‌شود، $\frac{11}{24}s$ ثانیه طول می‌کشد. بسامد نوسانگر چند هرتز است؟ $(\varphi_0 = 0)$

۱) ۲
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۴
۴) $\frac{1}{4}$

۶- در یک حرکت هماهنگ ساده معادله‌ی سرعت- مکان در SI به صورت $۱۰^۴x^۲+v^۲=۲$ است. بسامد زاویه‌ای این حرکت چند رادیان بر ثانیه است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰π ۴) ۵۰π

۷- نمودار سرعت - مکان یک نوسانگر ساده به صورت زیر است. دوره‌ی نوسان این نوسانگر، چند ثانیه است؟



۱) ۰/۱ ۲) $\frac{\sqrt{۲۰\pi}}{۱۰}$

۳) ۲۰π ۴) ۱۰

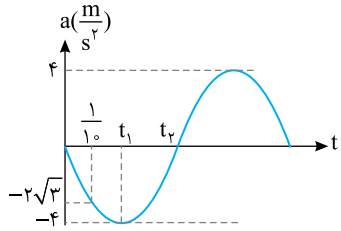
۸- نوسانگر ساده‌ای در فاصله‌های ۶cm و ۸cm از مرکز نوسان به ترتیب دارای سرعت‌های $۴\frac{m}{s}$ و $۳\frac{m}{s}$ است. بیشینه‌ی شتاب نوسانگر چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۱۲۰

۹- ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲۰ سانتی‌متر دارای حرکت هماهنگ ساده است و هنگامی‌که نوسانگر از مکان ۸ سانتی‌متری مبدأ می‌گذرد، اندازه‌ی شتاب آن $۸\frac{m}{s^۲}$ است. سرعت نوسانگر در این مکان چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۰/۳ ۲) $۰/۳\sqrt{۲}$ ۳) $۰/۶\sqrt{۲}$ ۴) ۰/۶

۱۰- نمودار شتاب - زمان نوسانگری مطابق شکل روبه‌رو است. بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ چند ثانیه است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۸ با تغییر)



۱) ۰/۱
۲) ۰/۱۵
۳) ۰/۳
۴) ۰/۶

۱۱- ذره‌ای به جرم m با بسامد زاویه‌ای $\omega=۱۰\frac{rad}{s}$ و دامنه‌ی ۴cm حرکت هماهنگ ساده دارد. اگر انرژی کل نوسانگر ۰/۰۰۲ ژول باشد، m چند گرم است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

۱۲- انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگری ساده در یک لحظه‌ی معین به‌ترتیب برابر با ۰/۱۲J و ۰/۰۶J است. اگر جرم نوسانگر ۱۰g و دامنه‌ی حرکت ۴cm باشد، دوره‌ی حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۳۰۰π ۲) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۷۵}$ ۴) $\frac{۴\pi}{۳\sqrt{۱۰}}$

۱۳- ذره‌ای دارای حرکت هماهنگ ساده به معادله‌ی $x=A\sin\omega t$ است. در چه لحظه‌ای انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ انرژی مکانیکی آن است؟ (T دوره است.)

۱) $\frac{T}{۲}$ ۲) $\frac{T}{۴}$ ۳) $\frac{T}{۸}$ ۴) $\frac{T}{۱۶}$

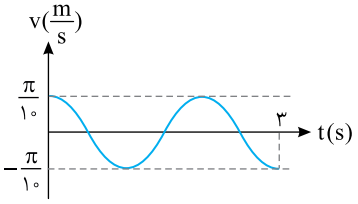
۱۴- فاز اولیه‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ای صفر است. در لحظه‌ی $t=\frac{T}{۶}$ کدام گزینه درست است؟ (U انرژی پتانسیل و K انرژی جنبشی نوسانگر است.)

۱) $\frac{U}{K}=۰$ ۲) $\frac{U}{K}<۱$ ۳) $\frac{U}{K}>۱$ ۴) $\frac{U}{K}=۱$

۱۵- شتاب یک نوسانگر ساده به طور مرتب در هر ثانیه ۸ بار صفر می‌شود. دوره‌ی این نوسانگر چند ثانیه است؟

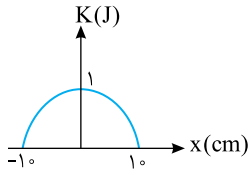
۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۱۶- نمودار سرعت - زمان در یک حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل است. اندازه‌ی شتاب آن در هر انتهای مسیر چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\pi^2 \simeq 10)$



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۷- نمودار انرژی جنبشی بر حسب مکان نوسانگر ساده‌ای به جرم ۲۰ گرم، مطابق شکل است. بسامد زاویه‌ای این نوسانگر چند رادیان بر ثانیه است؟



۱) 10^4 ۲) 10^2 ۳) ۱۰ ۴) ۱

۱۸- بسامد زاویه‌ای نوسان آونگ کم دامنه با کدام کمیت زیر متناسب است؟

۱) جرم گلوله‌ی آونگ ۲) دامنه ۳) طول آونگ ۴) جذر شتاب گرانش

۱۹- وزنه‌ای به جرم ۳۰۰ گرم به انتهای فنری با جرم ناچیز آویخته شده و با دامنه‌ی ۴ سانتی‌متر نوسان می‌کند. اگر بیشینه‌ی شتاب آن $4\frac{m}{s^2}$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ (آزاد ریاضی - ۸۷)

۱) ۳ ۲) ۳۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱/۵

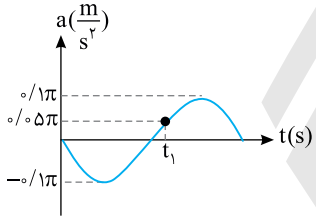
۲۰- طول آونگ A، $\frac{36}{25}$ طول آونگ B است. در مدتی که آونگ A، ۵ نوسان می‌کند، آونگ B چند نوسان می‌کند؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{6}{5}$

۲۱- اگر طول آونگی را ۴ برابر نموده و نیروی ثابت و سه برابر وزنش را از بالا به پایین در امتداد قائم بر آن وارد کنیم، دوره‌ی آونگ .....

۱) ۴ برابر می‌شود. ۲) ۶ برابر می‌شود. ۳) ۲ برابر می‌شود. ۴) تغییر نمی‌کند.

۲۲- نمودار شتاب - زمان نوسانگری مطابق شکل است. فاز حرکت این نوسانگر در لحظه‌ی t_1 چند رادیان است؟



۱) $-\frac{5\pi}{6}$ ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{6}$ ۴) $-\frac{\pi}{3}$

۲۳- دستگاه جرم - فنری با دامنه‌ی ۳cm دارای انرژی ۱۵J است. اگر جرم وزنه‌ی متصل به فنر را $\frac{1}{3}$ کرده و دستگاه را دوباره با همان دامنه‌ی ۳cm به نوسان درآوریم، انرژی مکانیکی دستگاه چند ژول می‌شود؟

۱) ۱۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۳۰

۲۴- طول دو آونگ A و B به ترتیب ۴ متر و ۱ متر است. هر دو را با هم به نوسان درمی‌آوریم. پس از چند ثانیه از شروع نوسان، آونگ B دو نوسان کامل بیش‌تر از آونگ A انجام می‌دهد؟ $(\pi^2 = g = 10)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۲۵- نیروی وارد بر نوسانگری در SI به صورت $F = -100x$ است. مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند ۱۶cm است. انرژی جنبشی نوسانگر در یک سانتی‌متری دامنه چند میلی ژول است؟

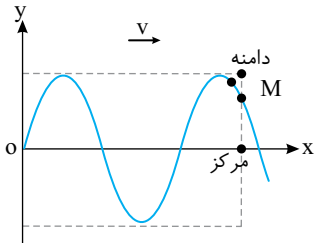
۱) ۳۵ ۲) $3/5\times10^{-2}$ ۳) $7/5\times10^{-2}$ ۴) ۷۵

فصل چهارم

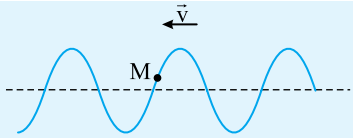
موج‌های مکانیکی

فصل چهارم: موج‌های مکانیکی

پاسخ‌های تشریحی



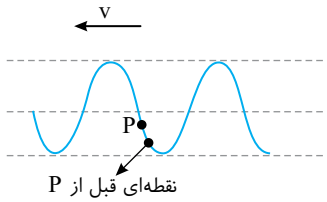
B **۱۵۱۷- گزینه‌ی ۴** در انتشـار موج سینوسی در یک محیط، تمام ذره‌های محیط دارای حرکت هماهنگ سـاده‌اند و هر ذره حرکت ذره‌ی قبل از خود را در راسـتای پیشروی موج تکرار می‌کند. به ذره‌ی قبل از M روی شکل نگاه کنید، بالاتر از نقطه‌ی M است، بنابراین نقطه‌ی M رو به بالا در حرکت اسـت و از مرکز نوسـانش به سوی دامنه در حرکت است. هرگاه یک نوسانگر ساده از مرکز به سوی دامنه برود حرکتش کندشونده است، پس نقطه‌ی M دارای حرکت کندشونده و رو به بالا است.



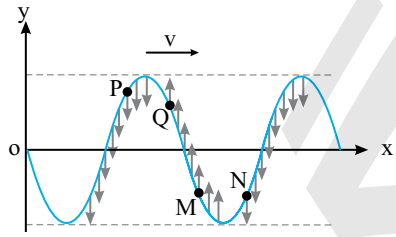
تست: در شکل روبه‌رو، یک موج سینوسی عرضی در حال پیشروی در یک محیط کشسان است. کدام گزینه در مورد حرکت نقطه‌ی M درست است؟

۱) تندشونده، رو به بالا **۲)** تندشونده، رو به پایین **۳)** کندشونده، رو به بالا **۴)** کندشونده، رو به پایین

پاسخ: با توجه به شکل و جهت پیشروی موج، نقطه‌ی M در حال حرکت رو به بالا است و چون به سمت انتهای مسیر (دامنه) می‌رود، حرکتش کندشونده است. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.



B **۱۵۱۸- گزینه‌ی ۴** پیشروی موج از راست به چپ است. در انتشار موج، هر ذره حرکت ذره‌ی قبل از خود در راستای پیشروی موج را تکرار می‌کند. با توجه به شکل، ذره‌ی قبل از P پایین‌تـر از P اسـت بنابراین P رو به پایین حرکـت می‌کند. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و P در حال حرکت به سوی انتهای مسیرش است، بنابراین دارای حرکت کندشونده است.



B **۱۵۱۹- گزینه‌ی ۱** در انتشـار مـوج در یک محیط، هر ذره حرکـت ذره‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند و ذره دارای حرکت هماهنگ سـاده اسـت. هرگاه ذره به سـوی انتهای مسـیرش در حرکت باشـد حرکت آن کندشونده و هرگاه به سـوی مرکز نوسانش در حرکت باشد حرکت آن تندشونده است.

با توجه به شکل:

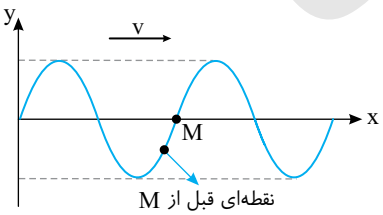
ذره‌ی P در حال حرکت رو به پایین به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است.

ذره‌ی Q در حال حرکت رو به بالا به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

ذره‌ی M در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است.

ذره‌ی N در حال حرکت رو به پایین به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

B **۱۵۲۰- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل سؤال، چون در نقطه‌ی A و همچنین نقطه‌ی B، نقطه‌ی قبل از A و B بالاتر قرار دارد و هر نقطه حرکت نقطه‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند، پس A و B رو به بالا در حرکت بوده و دارای سرعت مثبت هستند. اما نقطه‌ی B به مرکز نوسان (حالت تعادل) نزدیک‌تر است و دارای سرعت بیش‌تری است.

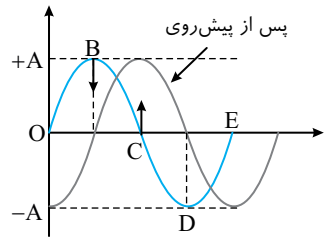


B **۱۵۲۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به نقش موج، نقطه‌ی قبل از M پایین‌تر از M بوده، بنابراین M از مرکز نوسانش در حال حرکت رو به پایین است. در واقع M یک نوسانگر ساده است که از مرکز نوسانش در جهت منفی محور در حال حرکت است.

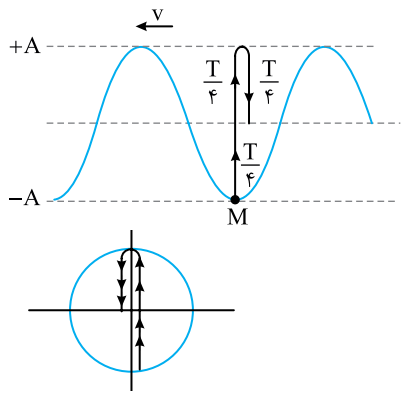
در گزینه‌ی (۱) نمودار مکان - زمان نوسـانگری که از دامنه‌ی منفی $(x=-A)$ شروع به حرکت کرده رسم شده است بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

در گزینه‌ی (۲) نمودار سرعت- زمان نوسانگری رسم شده که در لحظه‌ی $t=0$ سرعتش صفر است در حالی‌که سرعت ذره‌ی M در لحظه‌ی $t=0$ که از مرکز نوسانش می‌گذرد بیشینه است، بنابراین گزینه‌ی (۲) نیز نادرست است.

در گزینه‌ی (۳) نمودار شـتاب- زمان نوسـانگری که در لحظه‌ی $t=0$ شـتابش صفر است و سپس شتابش مثبت می‌شود رسم شده اسـت، از طرفی ذره‌ی M نیز از مرکز نوسـانش یعنی در جایی که شتاب صفر اسـت به سوی مکان‌های منفی می‌رود که در آن‌جا شتاب مثبت است، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.



۱۵۲۲- گزینه‌ی ۳ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و پس از گذشت $\frac{T}{۴}$ از مرکز به دامنه یا از دامنه به مرکز می‌رود. پس نقطه‌ی O پس از $\frac{T}{۴}$ به $-A$ و نقطه‌ی B به مرکز و C به $+A$ و D به مرکز و E به $-A$ می‌رود و شکل پس از پیشروی حاصل می‌شود.



۱۵۲۳- گزینه‌ی ۱ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. مطابق شکل M در مکان $-A$ است و پس از $\frac{T}{۴}$ به مرکز می‌رود، $\frac{T}{۴}$ بعد به $+A$ رفته و در $\frac{T}{۴}$ آخر به مرکز بر می‌گردد، بنابراین پس از $\frac{۳T}{۴}$ در مرکز نوسان است؛ مطابق دایره‌ی مثلثاتی که در روبه‌رو رسم شده است:

۱۵۲۴- گزینه‌ی ۳ موج با سرعت ثابت در یک محیط منتشر می‌شود.

تست: اگر بسامد چشمه دو برابر و دامنه‌ی آن $\frac{۱}{۴}$ شود، سرعت انتشار موج در محیط چند برابر می‌شود؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

پاسخ: سرعت انتشار موج در محیط، به ویژگی‌های چشمه‌ی موج بستگی ندارد و به ویژگی‌های فیزیکی محیط (جنس، دما و ...) بستگی دارد. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

۱۵۲۵- گزینه‌ی ۲ سرعت انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار موج بستگی دارد و در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌های آن یکسان است، سرعت انتشار موج مقدار ثابتی است.
سرعت انتشار موج به ویژگی‌های چشمه‌ی موج مانند بسامد، دوره، شدت، انرژی و ... بستگی ندارد.

تست: موجی در یک محیط قابل ارتعاش به‌وجود می‌آوریم. اگر شدت منبع ارتعاش دو برابر شود، سرعت انتشار موج چه تغییری می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند. ۲) چهار برابر می‌شود. ۳) دو برابر می‌شود. ۴) نصف می‌شود.

پاسخ: سرعت انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار موج بستگی دارد و به ویژگی‌های منبع موج بستگی ندارد. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: چشمه‌ی موج A در هر ثانیه ۴۰۰ ارتعاش و چشمه‌ی موج B در هر ثانیه ۲۰۰ ارتعاش تولید می‌کند. نسبت سرعت انتشار ارتعاشات چشمه‌ی موج A به سرعت انتشار ارتعاشات چشمه‌ی موج B در هوا چیست؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: سرعت انتشار ارتعاشات یک چشمه‌ی موج در محیط از ویژگی‌های محیط انتشار است و به ویژگی‌های چشمه‌ی موج بستگی ندارد، بنابراین با آن‌که بسامد ارتعاشات چشمه‌ی موج A، ۴۰۰ هرتز و بسامد ارتعاشات چشمه‌ی B، ۲۰۰ هرتز است، سرعت انتشار ارتعاشات هر دو چشمه‌ی A و B در محیط برابر است. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۵۲۶- گزینه‌ی ۲ سرعت انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، بنابراین نمودار آن برحسب زمان یک خط راست افقی است.

۱۵۲۷- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار موج در یک طناب برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ جرم یکای طول $(\mu=\frac{m}{l})$ می‌باشد، بنابراین سرعت انتشار موج در طناب با جذر جرم واحد طول طناب نسبت وارون دارد.

B ۱۵۲۸- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ بوده که F نیروی کشش و μ جرم یکای طول است $(\mu=\frac{m}{l})$

در نگاه اول تصور می‌شود که $v=\sqrt{\frac{F.l}{m}}$ است و v با جذر طول نسبت مستقیم دارد. اما دقت کنید که:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=\rho Al$$

اکنون در رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{F.l}{m}}$ به‌جای m جای‌گذاری می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{Fl}{\rho Al}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

بنابراین سرعت انتشار موج در یک ریسمان به طول ریسمان بستگی ندارد. بلکه به چگالی و مساحت مقطع (قطر سطح مقطع) بستگی دارد.

A ۱۵۲۹- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار موج در تار برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است، که در آن F نیروی کشش و μ جرم یکای طول $(\mu=\frac{m}{l})$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}\Rightarrow\mu=\frac{۰/۱۶}{۰/۸}=۰/۲\frac{kg}{m}\qquad v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲۰}{۰/۲}}=۱۰\frac{m}{s}$$

A ۱۵۳۰- گزینه‌ی ۱ وقتی از این تار، طولی برابر $\frac{l}{۳}$ انتخاب شود، جرم آن نیز $\frac{m}{۳}$ است و جرم یکای طول تغییر نمی‌کند. با توجه به فرض پرسش، نیروی کشش نیز یکسان است. بنابراین v تغییر نمی‌کند. $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$

B ۱۵۳۱- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی سرعت انتشار موج در تار را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v'=\sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{cases}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{۲۰۰}{۱۶۰}=\sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\sqrt{\frac{F'}{۱۲۸}}\Rightarrow\frac{۲۵}{۱۶}=\frac{F'}{۱۲۸}\Rightarrow F'=۲۰۰N$$

$$\Delta F=F'-F=۲۰۰-۱۲۸=۷۲\ N$$

A ۱۵۳۲- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار موج در یک سیم برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}\xrightarrow{m=\rho v}\mu=\frac{\rho V}{l}\xrightarrow{V=Al}\mu=\frac{\rho Al}{l}\Rightarrow\mu=\rho A$$

بنابراین سرعت انتشار موج در سیم برابر خواهد شد با:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{۴}{۶/۴\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۶}}}\Rightarrow v=۲۵\frac{m}{s}$$

تست: سیمی با چگالی $۸\frac{g}{cm^{۳}}$ و سطح مقطع یک میلی‌متر مربع بین دو نقطه با نیروی ۸۰ نیوتون کشیده شده است. سرعت انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری ریاضی- ۸۶)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}}=\sqrt{\frac{F.l}{\rho Al}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۸۰}{۸\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۶}}}\Rightarrow v=۱۰۰\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۱۵۳۳- گزینه‌ی ۲ ابتدا سرعت انتشار موج در سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۰/۸}{۰/۰۲}\Rightarrow v=۴۰\frac{m}{s}$$

سرعت انتشار موج در یک سیم برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$\mu=\frac{m}{l}=\frac{\rho V}{l}=\frac{\rho Al}{l}=\rho A\Rightarrow V=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

از طرفی سطح مقطع سیم برابر $A=\pi\frac{D^{۲}}{۴}$ است که در آن D قطر سیم می‌باشد. بنابراین:

$$v=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\Rightarrow ۴۰=\frac{۲}{۱۰^{-۳}}\sqrt{\frac{F}{۳\times۸\times۱۰^{۳}}}\Rightarrow F=۹/۶\ N$$

B **۱۵۳۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار موج در طناب با چگالی و سطح مقطع طناب، می‌توان نوشت:

$$v_1=v_2\Rightarrow\sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}}=\sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}}\xrightarrow{A_1=A_2}\frac{20}{\rho_1}=\frac{15}{\rho_2}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$$

A **۱۵۳۵- گزینه‌ی ۳** طبق داده‌های مسأله داریم:

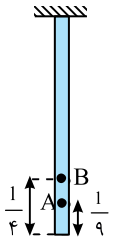
$$\mu=\frac{m}{l}\quad,\quad \mu'=\frac{0/8m}{\frac{5l}{4}}=0/64\frac{m}{l}=0/64\mu\xrightarrow[F=F']{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}}\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}=\sqrt{\frac{\mu}{0/64\mu}}=\frac{1}{0/8}=\frac{5}{4}$$

B **۱۵۳۶- گزینه‌ی ۴** نیروی کشش در وسط طناب $F_1=\frac{mg}{2}$ و در نزدیک محل آویز $F_2=mg$ است.

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_2}{\mu}}}=\sqrt{\frac{F_1}{F_2}}=\sqrt{\frac{\frac{mg}{2}}{mg}}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

B **۱۵۳۷- گزینه‌ی ۴** نیروی کشش در نقطه‌ی A برابر است با: $F_A=\frac{mg}{9}$

نیروی کشش در نقطه‌ی B برابر است با: $F_B=\frac{mg}{4}$



$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{\frac{mg}{9}}{\frac{mg}{4}}}=\frac{2}{3}$$

B **۱۵۳۸- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار موج در طناب به طول طناب بستگی ندارد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\xrightarrow{F'=2F}v'=\sqrt{2}v$$

A **۱۵۳۹- گزینه‌ی ۲** نیروی کشش سیم برابر وزن وزنه‌ی متصل به آن است.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}=\sqrt{\frac{m'g}{mg}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{25}{100}}=\frac{1}{2}$$

B **۱۵۴۰- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج در طناب مقدار ثابتی بوده و برابر است با:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{5}{\frac{2}{10}}}\Rightarrow v=5\frac{m}{s}$$

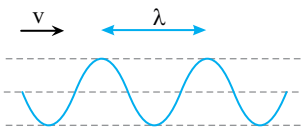
وقتی آشفتگی اول در طناب ایجاد می‌شود در مدت $1s$ با سرعت $5\frac{m}{s}$ به اندازه‌ی $5m$ جابه‌جا می‌شود. با ایجاد آشفتگی دوم در سر دیگر طناب هر آشفتگی جابه‌جایی $2/5$ متر را طی کرده تا به هم می‌رسند. بنابراین آشفتگی اول $7/5$ متر و آشفتگی دوم $2/5$ متر پیشروی کرده است.

B **۱۵۴۱- گزینه‌ی ۳** نیروی کشش ریسمان $T=W\sin\alpha$ است. رابطه‌ی سرعت انتشار را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{W\sin\alpha}{\mu}}\\ v'=\sqrt{\frac{W\sin 2\alpha}{\mu}}\end{cases}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{2\cos\alpha}$$

A **۱۵۴۲- گزینه‌ی ۳** بیشینه‌ی سرعت ذرات طناب در نوسان برابر $v'=A\omega$ و سرعت پیشروی موج $v=f\lambda$ است در این صورت:

$$\frac{v}{v'}=\frac{f\lambda}{A\omega}\Rightarrow\frac{v}{v'}=\frac{f\lambda}{A(2\pi f)}\Rightarrow\frac{v}{v'}=\frac{\lambda}{2\pi A}$$



A ۱۵۴۳- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی را که موج در مدت یک دوره طی می‌کند طول موج گویند: $\lambda = vT$
بنابراین در مدت نیم‌دوره‌ی نوسان هر ذره از محیط، موج مسافتی را به اندازه‌ی نصف طول موج می‌پیماید.

A ۱۵۴۴- گزینه‌ی ۳ طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$\lambda = vT \xrightarrow{T=\frac{1}{f}} \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0/5 = \frac{v}{100} \Rightarrow v = 50\,\frac{m}{s}$$

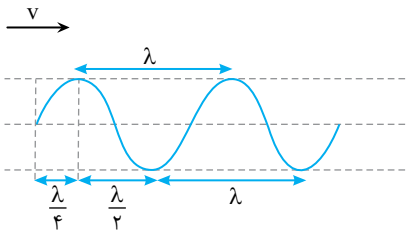
$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 10 = 50(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{5}\,s$$

A ۱۵۴۵- گزینه‌ی ۳ سرعت انتشار موج در یک محیط ثابت است:

$$\begin{cases} v_1 = v_2 \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

B ۱۵۴۶- گزینه‌ی ۲ بسامد چشمه تغییر نکرده است، بنابراین:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{4F}{F}} = 2$$



A ۱۵۴۷- گزینه‌ی ۲ در موج عرضی، راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است و در شکل ظاهری موج عرضی، برآمدگی و فرورفتگی قابل مشاهده است.
در موج عرضی فاصله‌ی بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج (λ) بوده و فاصله‌ی بین یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. در این پرسش، کافی است طول موج را به‌دست آوریم. $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{0/5}{2/5} \Rightarrow \lambda = 0/2m = 20cm$

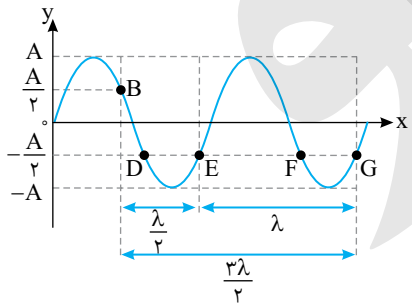
A ۱۵۴۸- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر نصف طول موج است از این‌رو $\frac{\lambda}{2} = 15cm$ و $\lambda = 30cm$ می‌باشد. دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow 0/3 = 6T \Rightarrow T = \frac{1}{20}\,s$$

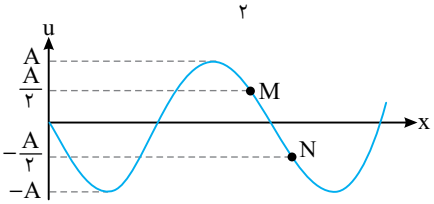
هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا سرعت یک نوسانگر برای نخستین بار از صفر به بیشینه مقدار برسد برابر $\frac{T}{4}$ است. از این‌رو:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{80}\,s$$

A ۱۵۴۹- گزینه‌ی ۳ هنگام انتشار موج در یک محیط، نقاطی که فاصله‌شان از هم مضرب زوج $\frac{\lambda}{2}$ باشد، هم‌فازند و نقاطی که فاصله‌شان از هم مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ باشد، در فاز مخالف قرار دارند. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

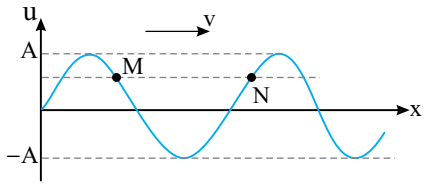


A ۱۵۵۰- گزینه‌ی ۳ نقاطی که فاصله‌ی آن‌ها از هم مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ و در هر لحظه وضعیت آن‌ها قرینه‌ی هم باشد، در فاز مخالف‌اند، بنابراین نقطه‌های E و G با نقطه‌ی B در فاز مخالف هستند.



B ۱۵۵۱- گزینه‌ی ۳ هر دو نقطه‌ی M و N در حال حرکت رو به بالا هستند، بنابراین سرعت آن‌ها در یک جهت و هم‌علامت است. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.
فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر λ یا $\frac{\lambda}{2}$ نیست، پس هم‌فاز یا در فاز متقابل نیستند.
بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند.

اما شتاب نقطه‌ی M رو به پایین و شتاب نقطه‌ی N رو به بالا است. (دقت کنید که در حرکت هماهنگ ساده، هنگام عبور ذره از وضع تعادل، جهت بردار شتاب تغییر می‌کند و هنگامی که بُعد نوسانگر مثبت است، شتاب آن منفی و هنگامی که بُعد منفی است، شتاب مثبت است.) بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.



B **۱۵۵۲- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی M تا N، کم‌تر از λ است. پس دو نقطه هم‌فاز نیستند. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

حرکت M رو به بالا و در حال دور شدن از حالت تعادلش بوده و کندشونده است و N دقیقاً برعکس آن و دارای حرکت تندشونده است. بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

هر دو نقطه‌ی M و N در بالای حالت تعادل قرار دارند و مکان هر دو مثبت است. بنابراین شتاب هر دو منفی است و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

جهت حرکت هر دو، قرینه‌ی هم (M رو به بالا و N رو به پایین) است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

A **۱۵۵۳- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی نقطه‌های در فاز مخالف (متقابل)، مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است. $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۴}{۲۰}=۰/۲m\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۰/۱m$

تست: سرعت انتشار موجی $۱۰\frac{m}{s}$ و بسامد آن ۲۰Hz است. کم‌ترین فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز که در راستای انتشار موج قرار دارند، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: کم‌ترین فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز از هم، برابر λ است. $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵m=۵۰cm$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۱۵۵۴- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج در یک محیط، تنها تابع نوع و جنس و شرایط فیزیکی محیط است و به بسامد موج بستگی ندارد. در نتیجه سرعت انتشار دو موج یکسان است.

حال برای به‌دست آوردن نسبت طول موج دو موج داریم:

$$\begin{cases} v=f_۱\lambda_۱ \\ v=f_۲\lambda_۲ \end{cases}\Rightarrow f_۱\lambda_۱=f_۲\lambda_۲\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{f_۲}{۸f_۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۱}{۸}$$

A **۱۵۵۵- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است، بنابراین $\lambda=۱m$ است.

اختلاف زمانی دو ضربه‌ی متوالی موج برابر دوره است،پس دوره برابر $T=۲s$ خواهد بود. به این ترتیب سرعت انتشار موج را به‌دست می‌آوریم.

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}\quad,\quad \Delta x=v\Delta t\Rightarrow ۱۲۰=\frac{۱}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta t=۲۴۰s=۴\,min$$

B **۱۵۵۶- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی دو نقطه در فاز متقابل (مخالف) از یک‌دیگر، مضرب فردی از نصف طول موج است.

$$\begin{cases} (۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}=۱۴\xrightarrow{n=۴}\lambda=۴cm=۰/۰۴m \\ \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۰۵s \end{cases}\Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=\frac{۰/۰۴}{۰/۰۵}=۰/۸\frac{m}{s}$$

تست: موجی با دوره‌ی ۱s و سرعت انتشار $۱۲\frac{cm}{s}$ در محیط کشسانی در حال انتشار است. فاصله‌ی سومین نقطه‌ی در فاز مخالف با منبع، از منبع چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: فاصله‌ی نقاط در فاز مخالف از یک‌دیگر، مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$\lambda=vT\Rightarrow\lambda=۱۲\times۱=۱۲cm$ $\qquad \Delta x=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}=(۲\times۳-۱)\frac{۱۲}{۲}=۳۰cm$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۱۵۵۷- گزینه‌ی ۲** دقت کنید که OM روی محور زمان است و زمان یک نوسان کامل برابر دوره است.

Ⓐ **۱۵۵۸- گزینه‌ی ۲** در حالت اول طول موج $50cm$ است و در حالت دوم در صورت سوال بیان شده که دو نقطه‌ی A و B که فاصله‌ی آن‌ها از هم $75cm$ است دو نقطه‌ی هم فاز متوالی شوند یعنی طول موج در حالت دوم $\lambda'=75cm$ شود. یادمان باشد که سرعت انتشار در یک محیط ثابت است. بنابراین:

$$\frac{f'}{f}=\frac{\frac{v}{\lambda'}}{\frac{v}{\lambda}}=\frac{\lambda}{\lambda'}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{50}{75}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{2}{3}$$

Ⓒ **۱۵۵۹- گزینه‌ی ۴** وقتی دو نقطه در فاز مخالف‌اند داریم $\Delta x=(2n-1)\frac{\lambda}{2}$ و وقتی دو نقطه هم‌فازند داریم $\Delta x=2n'\frac{\lambda'}{2}$.

در دو حالت Δx یکسان است.

$$(2n-1)\frac{\lambda}{2}=n'\lambda'\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{2n-1}{2n'}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{2n'}{2n-1}\Rightarrow\begin{cases}n\,,\,n'=1\Rightarrow\frac{f'}{f}=2\\ n\,,\,n'=2\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{4}{3}\\ n\,,\,n'=3\Rightarrow\frac{f'}{f}=1/2\end{cases}$$

Ⓐ **۱۵۶۰- گزینه‌ی ۴** ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{100}{2000}\Rightarrow\lambda=\frac{1}{20}m\Rightarrow\lambda=5cm$$

فاصله‌ی ذره‌های هم‌فاز از یک‌دیگر در محیط انتشار موج مضرب صحیحی از طول موج است، بنابراین کافی است مقدار جزء صحیح نسبت فاصله‌ی دو ذره به طول موج را به‌دست آوریم.

$$n=[\frac{\text{فاصله‌ی دو ذره}}{\text{طول موج}}]\Rightarrow n=[\frac{147}{5}]=29$$

Ⓑ **۱۵۶۱- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی نقاط هم‌فاز مضرب صحیح طول موج است.

$$\delta=n\lambda\xrightarrow{n=2}\delta=2\lambda\xrightarrow{\delta=100cm}100=2\lambda\Rightarrow\lambda=50cm$$

فاصله‌ی نقاطی که در فاز مخالف با هم قرار دارند برابر مضرب فرد نصف طول موج است.

$$\delta=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\delta=(2\times7-1)\frac{50}{2}\Rightarrow\delta=325cm=3/25m$$

Ⓐ **۱۵۶۲- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی دو نقطه در فاز مخالف، مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین:

$$45=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\begin{cases}\frac{\lambda}{2}=45\Rightarrow\lambda=90cm\\ \frac{3\lambda}{2}=45\Rightarrow\lambda=30cm\\ \frac{5\lambda}{2}=45\Rightarrow\lambda=18cm\end{cases}$$

Ⓑ **۱۵۶۳- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی دو نقطه در فاز مخالف مضرب فرد نصف طول موج است $(\Delta x=(2n-1)\frac{\lambda}{2})$، نقاط M و N متوالی هستند و فاصله‌ی آن‌ها از هم $\frac{\lambda}{2}$ می‌شود. برای آن‌که M و N هم‌فاز شوند باید فاصله‌ی آن‌ها از هم مضرب صحیح طول موج $(\Delta x=m\lambda')$ شود.

$$\begin{cases}\Delta x=\frac{\lambda}{2}\\ \Delta x=m\lambda'\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=m\lambda'\Rightarrow\begin{cases}m=1\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=\lambda'\xrightarrow{\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{f'}{f}}f'=2f\\ m=2\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=2\lambda'\longrightarrow f'=4f\\ m=3\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=3\lambda'\longrightarrow f'=6f\end{cases}$$

Ⓐ **۱۵۶۴- گزینه‌ی ۲** هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از هوا به آب)، بسامد ثابت می‌ماند. بنابراین:

$$f_1=f_2\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{2/5}=\frac{1540}{350}\Rightarrow\lambda_2=11m$$

Ⓐ ۱۵۶۵- گزینه‌ی ۱ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از یک سیم به سیم دیگر)، بسامد ثابت می‌ماند:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\Rightarrow\frac{\mu_2}{\mu_1}=(\frac{\lambda_1}{\lambda_2})^2$$

Ⓐ ۱۵۶۶- گزینه‌ی ۳ بسامد از ویژگی‌های چشمه است و تغییر نمی‌کند.

$$f_1=f_2=60\ Hz$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{0/5}=\frac{1}{2}\Rightarrow\lambda_2=0/25m$$

Ⓐ ۱۵۶۷- گزینه‌ی ۱ در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می‌کند، در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}$$

از طرفی سرعت انتشار موج در طناب $(v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}})$ با قطر (شعاع) سطح مقطع طناب نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{D_2}{D_1}\Rightarrow\frac{7}{\lambda_2}=\frac{D_2}{3D_2}\Rightarrow\lambda_2=21cm$$

Ⓑ ۱۵۶۸- گزینه‌ی ۳ در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌ها یکسان باشد، سرعت انتشار موج ثابت است، اما در این پرسش، شرایط فیزیکی محیط از A تا B در حال تغییر است، بنابراین سرعت انتشار موج از A تا B در حال تغییر بوده و طول موج نیز از A تا B درحال تغییر خواهد بود.

سرعت انتشار موج در سیم $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ بوده و با جذر چگالی سیم نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}\xrightarrow{\rho_A>\rho_B}v_A<v_B\xrightarrow{\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{v_A}{v_B}}\lambda_A<\lambda_B$$

Ⓑ ۱۵۶۹- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ است.

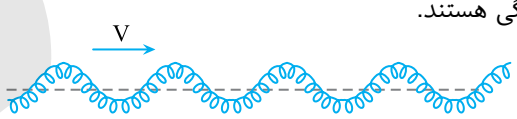
اکنون به حل مسأله می‌پردازیم:

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A_B}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A_A}}}\Rightarrow 3=\sqrt{\frac{A_A}{A_B}}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=9$$

Ⓐ ۱۵۷۰- گزینه‌ی ۲ امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- امواج مکانیکی عرضی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است، مانند امواج منتشر شده در یک طناب و یا یک فنر.

امواج عرضی دارای برآمدگی و فرورفتگی هستند.



امواج مکانیکی عرضی تنها در جامدات منتشر می‌شوند.

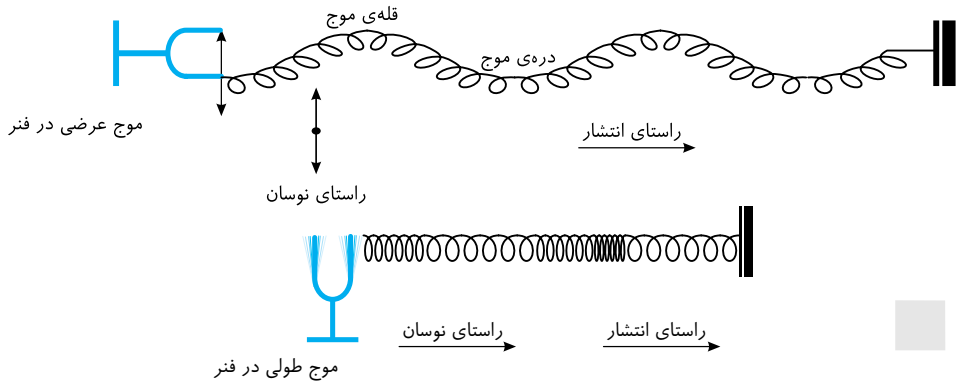
۲- امواج مکانیکی طولی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق است.

در امواج مکانیکی طولی، نوسان‌ها به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی در محیط منتشر می‌شوند.

امواج مکانیکی طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز پیشروی می‌کنند.

با توجه به تعاریف بیان شده گزینه‌ی (۲) دست است.

Ⓐ **۱۵۷۱- گزینه‌ی ۳** در یک فنر می‌توان موج عرضی و همچنین موج طولی منتشر کرد.



Ⓐ **۱۵۷۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل سؤال، نوسان ایجاد شده در فنر A در راستای محور قائم و راستای پیشروی موج نیز در همان راستا است، بنابراین موج منتشر شده در A طولی است. اما با بالا و پایین رفتن شاخه‌های دیاپازون، نوسان ذره‌های فنر B در راستای قائم و پیشروی موج در راستای افقی است و موج عرضی است.

Ⓐ **۱۵۷۳- گزینه‌ی ۲** بنا بر تعریف، عدد موج برابر با اختلاف فاز دو نقطه از محیط در یک جهت پیشروی موج است که به فاصله‌ی یک متر از هم قرار دارند.

Ⓐ **۱۵۷۴- گزینه‌ی ۳** گزینه‌ی (۱) نادرست است. زیرا در موج عرضی راستای انتشار موج و راستای نوسان ذره‌های محیط بر هم عمودند.
گزینه‌ی (۲) نادرست است. سرعت انتشار موج از ویژگی‌های محیط است و به ویژگی‌های چشمه‌ی موج مانند دامنه، بسامد، دوره و ... بستگی ندارد و با افزایش دامنه، سرعت انتشار موج تغییر نمی‌کند.
گزینه‌ی (۳) درست است.
گزینه‌ی (۴) نادرست است. زیرا عدد موج اختلاف فاز بین دو نقطه ا ز محیط در یک جهت پیشروی موج است که فاصله‌ی آن‌ها از هم یک متر است.

Ⓐ **۱۵۷۵- گزینه‌ی ۳** بسامد زاویه‌ای $\omega=\frac{2\pi}{T}$ است، بنابراین:

$$\frac{\omega}{v}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{v}=\frac{2\pi}{vT}=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\frac{\omega}{v}=k$$

Ⓐ **۱۵۷۶- گزینه‌ی ۳** $u=A\sin(\omega t-kx)$ یک تابع دوره‌ای از مکان و زمان است.

Ⓑ **۱۵۷۷- گزینه‌ی ۳** در تابع موج $u_y=0/02\sin(500t-50\pi x)$، دامنه‌ی موج $A=0/02m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega=500\frac{rad}{s}$، عدد موج $k=50\pi\frac{rad}{m}$ و سرعت پیشروی موج $v=\frac{\omega}{k}=\frac{500}{50\pi}=\frac{10}{\pi}\frac{m}{s}$ است. حرف مقابل عدد موج، x است و موج در راستای محور xها در حال پیشروی است، علامت پشت kx منفی و موج در جهت مثبت محور xها در حال پیشروی است. اندیس u، حرف y است. بنابراین راستای نوسان ذره‌های محیط در راستای محور yها است که بر محور xها عمود و موج عرضی است.

Ⓐ **۱۵۷۸- گزینه‌ی ۲** تابع موج به‌صورت $u_x=A\sin(\omega t-ky)$ است. که در آن علامت منفی در پشت ky نشان می‌دهد، موج در جهت مثبت محور yها در حال پیشروی است و اندیس x در u_x نشان می‌دهد که ذره‌های موج در راستای محور xها در حال نوسان هستند یعنی راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود و موج عرضی است.

تست: تابع یک موج در SI به‌صورت $u_y=A\sin(\omega t-ky)$ می‌باشد، این موج .....

۱) عرضی و در جهت محور x منتشر می‌شود. **۲)** عرضی و در جهت محور y منتشر می‌شود.
۳) طولی و در جهت محور x منتشر می‌شود. **۴)** طولی و در جهت محور y منتشر می‌شود.

پاسخ: در تابع موج $u_y=A\sin(\omega t-ky)$، حرف y در اندیس u نشان‌دهنده‌ی این است که ذره‌های محیط در راستای محور yها نوسان می‌کنند. عبارت $(-ky)$ نشان می‌دهد که موج در جهت مثبت محور yها در حال پیشروی است، بنابراین راستای نوسان ذره‌های محیط و راستای پیشروی موج بر هم منطبق‌اند و موج طولی است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

۱۵۷۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به تابع موج، راستای نوسان ذره‌های محیط محور y ها بوده و موج در جهت مثبت محور y ها در حال پیشروی است، بنابراین موج طولی می‌باشد. حال برای به‌دست آوردن سرعت انتشار، با توجه به این‌که $\omega=10\pi\frac{rad}{s}$ و $k=5\pi\frac{rad}{m}$، داریم:

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow 5\pi=\frac{10\pi}{v}\Rightarrow v=2\frac{m}{s}$$

۱۵۸۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به اندیس u، مشخص می‌شود که ذره‌های محیط در راستای محور y ها در حال نوسان هستند و با توجه به فاز موج $(50\pi t-\frac{\pi}{4}y)$ مشخص می‌شود که موج در جهت مثبت محور y ها در جهت پیشروی است، بنابراین راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق بوده و موج طولی است.

از طرفی سرعت انتشار موج برابر $v=\frac{\omega}{k}$ می‌باشد.

$$v=\frac{50\pi}{\frac{\pi}{4}}\Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

تست: تابع موجی در SI به‌صورت $u_y=0/03\sin(100\pi t-4\pi x)$ است. سرعت انتشار این موج چند متر بر ثانیه و در چه جهتی است؟

۱) ۲۵، در جهت محور x
۲) ۲۵، در خلاف جهت محور x
۳) ۴۰، در جهت محور x
۴) ۴۰، در خلاف جهت محور x

پاسخ: سرعت انتشار موج $v=\frac{\omega}{k}=\frac{100\pi}{4\pi}=25\frac{m}{s}$ است. از طرفی حرف x در فاز موج نشان می‌دهد که موج در راستای محور x ها در حال پیشروی است و علامت منفی در پشت عدد موج نشان‌دهنده‌ی این است که موج در جهت مثبت محور x ها در حال انتشار است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۱۵۸۱- گزینه‌ی ۴ چون راستای انتشار بر راستای نوسان ذره عمود است در نتیجه موج از نوع عرضی است، حال برای به‌دست آوردن سرعت انتشار موج به تابع موج دقت می‌کنیم.

$k=2\pi$ و $\omega=100\pi$ است و می‌دانیم $k=\frac{\omega}{v}$. بنابراین:

$$2\pi=\frac{100\pi}{v}\Rightarrow v=50\frac{m}{s}$$

فاصله‌ی دو نقطه‌ی متوالی در فاز مخالف برابر است با $\frac{\lambda}{2}$ برای به‌دست آوردن λ از k استفاده می‌کنیم:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow 2\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow \lambda=1m\Rightarrow \frac{\lambda}{2}=\frac{1}{2}m$$

۱۵۸۲- گزینه‌ی ۴ تابع موج $u_y=0/02\sin(12\pi t+0/4\pi x)$ است که در آن دامنه $A=0/02m$ و عدد موج $k=0/4\pi\frac{rad}{m}$ و بسامد زاویه‌ای $\omega=12\pi\frac{rad}{s}$ است و موج در حال پیشروی در خلاف جهت محور x است. بزرگی سرعت انتشار موج نیز برابر است با:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{12\pi}{0/4\pi}\Rightarrow v=30\frac{m}{s}$$

۱۵۸۳- گزینه‌ی ۴ موج در خلاف جهت محور x حرکت کرده و $\omega=100\frac{rad}{s}$ و $A=0/05m$ و $k=5\frac{rad}{m}$ است.

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow 5=\frac{100}{v}\Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

۱۵۸۴- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار موج برابر است با:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{200}{10\pi}\Rightarrow v=\frac{20}{\pi}\frac{m}{s}$$

۱۵۸۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا به کمک تابع موج سرعت انتشار موج را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{50\pi}{50\pi(\frac{1}{4})}=4\frac{m}{s}$$

اکنون زمان را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow \Delta t=\frac{10-4}{4}\Rightarrow \Delta t=1/5s$$

Ⓐ **۱۵۸۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به تابع موج $u_y=0/01\sin(10\pi t-40\pi x)$، بسامد زاویه‌ای $\omega=10\pi\frac{rad}{s}$ و عدد موج $k=40\pi\frac{rad}{m}$ بوده و سرعت انتشار موج در محیط خواهد شد:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{10\pi}{40\pi}\Rightarrow v=\frac{1}{4}\frac{m}{s}=25\frac{cm}{s}$$

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 25=\frac{12/5}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=0/5s$$

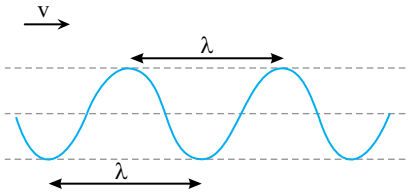
Ⓐ **۱۵۸۷- گزینه‌ی ۱** تعداد نوسان‌ها در یک ثانیه، بسامد موج است $(f=20Hz)$. عدد موج برابر $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ می‌باشد.

$$40\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow \lambda=\frac{1}{20}m$$

بنابراین سرعت انتشار موج خواهد شد:

$$v=f\lambda=20\times\frac{1}{20}=1\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۵۸۸- گزینه‌ی ۴** در موج عرضی راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود بوده و موج دارای برآمدگی (قلّه) و فرورفتگی (درّه) است و فاصله‌ی هر دو برآمدگی متوالی یا دو فرورفتگی متوالی از هم برابر یک طول موج است. بنابراین:



$$\lambda=5cm\xrightarrow{k=\frac{2\pi}{\lambda}}k=\frac{2\pi}{0/05}\Rightarrow k=40\pi\frac{rad}{m}$$

تست: چشمه‌ی موجی با بسامد زاویه‌ای $100\pi\frac{rad}{s}$ نوسان‌هایی ایجاد می‌کند که با سرعت $10\frac{m}{s}$ در امتداد محور x منتشر می‌شوند. عدد موج چند رادیان بر متر است؟ (آزاد ریاضی - ۸۸)

۱) $\frac{\pi}{10}$ ۲) ۱۰ ۳) 10π ۴) $\frac{1}{10}$

پاسخ:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow k=\frac{2\pi}{\frac{v}{f}}=\frac{2\pi f}{v}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{100\pi}{10}=10\pi\frac{rad}{m}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: یک چشمه‌ی موج با بسامد ۱۰۰ هرتز نوسان‌هایی ایجاد می‌کند که با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در امتداد محور x منتشر می‌شوند. عدد موج آن چند رادیان بر متر است؟ (آزاد ریاضی - ۹۰)

۱) ۵ ۲) 5π ۳) 10π ۴) ۱۰

پاسخ:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow \lambda=\frac{20}{100}=0/2m\quad,\quad k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow k=\frac{2\pi}{0/2}=10\pi\frac{rad}{m}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۱۵۸۹- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار از ویژگی‌های محیط است $(v_A=v_B)$.

$$\begin{cases}k_A=\frac{\pi}{5}\Rightarrow\frac{2\pi}{\lambda_A}=\frac{\pi}{5}\Rightarrow\lambda_A=10m\\ k_B=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow\frac{2\pi}{\lambda_B}=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow\lambda_B=\frac{4}{3}m\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{10}{\frac{4}{3}}=7/5$$

Ⓐ **۱۵۹۰- گزینه‌ی ۲** بسامد زاویه‌ای ω برابر است با:

$$\omega=2\pi f=200\pi\frac{rad}{s}$$

عدد موج خواهد شد:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow 20=\frac{200\pi}{k}\Rightarrow k=10\pi\frac{rad}{m}$$

تابع موج به‌صورت روبه‌رو است:

$$u=4\times10^{-3}\sin(200\pi t\pm10\pi x)$$

که در گزینه‌ها فقط تابع موج در حال پیشروی در جهت مثبت محور x ها وجود دارد.

$$u=4\times10^{-3}\sin 10\pi(20t-x)$$

Ⓐ **۱۵۹۱- گزینه‌ی ۱** تابع موجی که در جهت مثبت محور x ها در حال پیشروی است به‌صورت $u=A\sin(\omega t-kx)$ می‌باشد.

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۲\pi(۵۰)\Rightarrow\omega=۱۰۰\pi\frac{rad}{s}\quad,\quad k=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow k=\frac{۲\pi}{۰/۰۲}\Rightarrow k=۱۰۰\pi\frac{rad}{m}$$

تابع موج در نقطه‌ای به فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری چشمه‌ی موج به صورت زیر خواهد بود:

$$u=۰/۰۲\sin[۱۰۰\pi t-۱۰۰\pi\times(۰/۲)]=۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t-۲۰\pi)\Rightarrow u=۰/۰۲\sin ۱۰۰\pi(t-\frac{۱}{۵})$$

Ⓐ **۱۵۹۲- گزینه‌ی ۴** موج فاصله‌ی ۲۰cm را در مدت ۰/۰۲ ثانیه طی کرده است. سرعت پیشروی آن برابر است با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۰/۲}{۰/۰۲}=۱۰\frac{m}{s}$$

اکنون بسامد زاویه‌ای موج را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow ۱۰=\frac{\omega}{۵\pi}\Rightarrow\omega=۵۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۵۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۲۵Hz$$

در هر ثانیه هر نقطه از محیط ۲۵ نوسان می‌کند، بنابراین در هر دقیقه تعداد نوسان‌ها خواهد شد: $N=۲۵\times۶۰\Rightarrow N=۱۵۰۰$

Ⓐ **۱۵۹۳- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی نقاط متوالی که در فاز مخالف قرار دارند، برابر نصف طول موج است، پس:

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۵\Rightarrow\lambda=۵۰cm$$

از طرفی با توجه به تابع موج: $\frac{۲\pi}{d}x=\frac{۲\pi}{\lambda}x\Rightarrow d=\lambda\Rightarrow d=۵۰\ cm$

Ⓑ **۱۵۹۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا تابع موج را می‌نویسیم، برای این منظور، بسامد زاویه‌ای و عدد موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۲\pi\times۲۰۰=۴۰۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{۴۰۰\pi}{۴۰۰}\Rightarrow k=\pi\frac{rad}{m}$$

$$u=A\sin(\omega t-kx)\Rightarrow u=۰/۰۲\sin(۴۰۰\pi t-\pi x)$$

$$x=\frac{۱}{۳}m\Rightarrow u=۰/۰۲\sin(۴۰۰\pi t-\frac{\pi}{۳})$$

اکنون با گرفتن مشتق از معادله‌ی حرکت ذره‌ی مورد نظر، سرعت آن را به‌دست می‌آوریم: $v=\frac{du}{dt}\Rightarrow v=۸\pi\cos(۴۰۰\pi t-\frac{\pi}{۳})$

در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ داریم: $v=۸\pi\cos(۴۰۰\pi\times\frac{۱}{۴۰۰}-\frac{\pi}{۳})\Rightarrow\frac{v}{۸\pi}=\cos(\frac{۲\pi}{۳})\Rightarrow\frac{v}{v_m}=-\frac{۱}{۲}$

Ⓐ **۱۵۹۵- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار موج در یک محیط برحسب بسامد زاویه‌ای و عدد موج خواهد شد:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{۱۰۰\pi}{۴}=۲۵\pi\frac{m}{s}$$

بیشینه‌ی سرعت نوسان هر ذره از محیط که دارای حرکت هماهنگ ساده می‌باشد برابر است با:

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=۰/۰۱\times۱۰۰\pi=\pi\frac{m}{s}$$

بنابراین: $\frac{v}{v_m}=\frac{۲۵\pi}{\pi}=۲۵$

تست: تابع یک موج در (SI) به‌صورت $u_x=۴\times۱۰^{-۲}\sin(۲۵\pi t-۴\pi x)$ است. نسبت سرعت بیشینه‌ی ذرات محیط به سرعت انتشار موج در محیط چقدر است؟

۱) ۱ **۲)** $۱۶\times۱۰^{-۲}\pi$ **۳)** ۱۰۰π **۴)** π

پاسخ: $\frac{v_m}{v}=\frac{A\omega}{\frac{\omega}{k}}\Rightarrow\frac{v_m}{v}=Ak\Rightarrow\frac{v_m}{v}=۴\times۱۰^{-۲}\times۴\pi=۱۶\pi\times۱۰^{-۲}$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B ۱۵۹۶- گزینه‌ی ۲ برای به‌دست آوردن سرعت ارتعاش ذره از تابع موج مشتق می‌گیریم:

$$u_y = ۰/۰۶\sin(۱۰t - ۱۰x)$$

$$v_y = \frac{du_y}{dt} \Rightarrow v_y = ۰/۶\cos(۱۰t - ۱۰x)$$

$$x = ۰ \Rightarrow v_y = ۰/۶\cos(۱۰t)$$

$$t = \frac{\pi}{۱۵}s \Rightarrow v_y = ۰/۶\cos(۱۰\times\frac{\pi}{۱۵}) \Rightarrow v_y = ۰/۶\cos(\frac{۲\pi}{۳}) = -۰/۳\frac{m}{s}$$

با توجه به تابع موج، بسامد زاویه‌ای و عدد موج برابر است با:

$$k = ۱۰\frac{rad}{m} \quad , \quad \omega = ۱۰\frac{rad}{s}$$

به این ترتیب سرعت انتشار موج خواهد شد:

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱۰}{v} \Rightarrow v = ۱\frac{m}{s}$$

نسبت سرعت انتشار به سرعت ارتعاش برابر است با:

$$\frac{v}{v_y} = \frac{۱}{-۰/۳} = -\frac{۱۰}{۳}$$

B ۱۵۹۷- گزینه‌ی ۲ با توجه به تابع موج $u_y = ۰/۰۲\sin(۲\pi x + ۱۰۰\pi t)$، بسامد زاویه‌ای موج $\omega = ۱۰۰\pi\frac{rad}{s}$ و عدد موج $k = ۲\pi\frac{rad}{m}$ است و سرعت انتشار موج در تار $v = \frac{\omega}{k} = \frac{۱۰۰\pi}{۲\pi} = ۵۰\frac{m}{s}$ خواهد بود.

از طرفی سرعت انتشار موج در تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow ۵۰ = \sqrt{\frac{۲۰}{\mu}} \Rightarrow \mu = \frac{۲۰}{۲۵۰۰} = \frac{۲}{۲۵۰}\frac{kg}{m} = ۸\frac{g}{m}$$

B ۱۵۹۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا بسامد زاویه‌ای و عدد موج را به‌دست می‌آوریم:

$$T = ۰/۲s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۲} \Rightarrow \omega = ۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{۱۰\pi}{۱۰} = \pi\frac{rad}{m}$$

حال طبق رابطه‌ی تابع موج، فاز برابر $\varphi = \omega t - k\Delta x$ است: $\varphi = ۱۰\pi t - \pi x \Rightarrow \varphi = ۱۰\pi(۰/۰۲۵) - \pi(۰/۱) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{۴} - \frac{\pi}{۱۰} \Rightarrow \varphi = \frac{۳\pi}{۲۰}$

B ۱۵۹۹- گزینه‌ی ۲ هر ذره از محیط انتشار یک موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است. ابتدا با قرار دادن $x = ۰/۵m$ در تابع موج، معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی نقطه‌ی مورد نظر را به‌دست می‌آوریم:

$$u_y = ۰/۰۲\sin[۱۰\pi t - ۴\pi(۰/۵)] \Rightarrow u_y = ۰/۰۲\sin(۱۰\pi t - ۲\pi)$$

اکنون با گرفتن مشتق از معادله‌ی مکان - زمان، معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{u_y}{dt} \Rightarrow v = ۰/۲\pi\cos(۱۰\pi t - ۲\pi)$$

$$t = \frac{۱}{۳۰}s \Rightarrow v = ۰/۲\pi\cos(\frac{\pi}{۳} - ۲\pi) \Rightarrow v = ۰/۲\pi(\frac{۱}{۲}) = ۰/۱\pi\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۱۰\pi\frac{cm}{s}$$

B ۱۶۰۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا مقدار $x = +۵m$ را در تابع موج قرار داده، معادله‌ی نوسان ذره‌ی مورد نظر را به‌دست می‌آوریم. سپس از معادله‌ی به‌دست آمده دو بار مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی شتاب زمان حاصل شود:

$$u_y = ۰/۰۱\sin(۵۰۰\pi t - ۲\pi x) \xrightarrow{x=۵m} u_y = ۰/۰۱\sin(۵۰۰\pi t - ۱۰\pi)$$

$$v = \frac{du_y}{dt} = ۵\pi\cos(۵۰۰\pi t - ۱۰\pi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = -۲۵۰۰\pi^۲\sin(۵۰۰\pi t - ۱۰\pi)$$

$$t = ۰/۰۵s \Rightarrow a = -۲۵۰۰\pi^۲\sin(۲۵\pi - ۱۰\pi) = -۲۵۰۰\pi^۲\sin ۱۵\pi = ۰$$

B **۱۶۰۱- گزینه‌ی ۲** مقدار $x=\frac{۱}{۱۰}m$ را در تابع موج قرار می‌دهیم تا معادله‌ی نوسان ذره‌ی مورد نظر به‌دست آید.

$$u=۰/۲\sin(۱۵\pi t+\frac{\pi}{۳}+\pi)$$

از معادله‌ی مکان - زمان، مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت - زمان به‌دست آید:

$$v=۳\pi\cos(۱۵\pi t+\frac{۴\pi}{۳})$$

در لحظه‌ی $t=۰$ سرعت برابر می‌شود با:

$$v=۳\pi\cos[۱۵\pi\times(۰)+\frac{۴\pi}{۳})]\Rightarrow v=۳\pi\cos(\frac{۴\pi}{۳})\Rightarrow v=\frac{-۳\pi}{۲}=-۱/۵\pi\frac{m}{s}$$

B **۱۶۰۲- گزینه‌ی ۱** ابتدا تابع موج را می‌نویسیم:

$$y=A\sin(\omega t-kx)$$

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{۱۰\pi}{۱}\Rightarrow k=۱۰\pi\frac{rad}{m}\Rightarrow y=۰/۰۲\sin(۱۰\pi t-۱۰\pi x)$$

حال به‌جای x و t مقدارشان را جایگزین می‌کنیم:

$$y=۰/۰۲\sin(۱۰\pi\times۰/۱-۱۰\pi\times۰/۲)\Rightarrow y=۰/۰۲\sin(\pi-۲\pi)\Rightarrow y=۰/۰۲\sin(-\pi)\Rightarrow y=۰$$

A **۱۶۰۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به معادله‌ی $y=A\sin\omega t$ بسامد زاویه‌ای موج برابر ۱۰π است.

فاصله‌ی دومین نقطه‌ای که با مبدأ در فاز مخالف باشد برابر است با:

$$\delta=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\delta=(۲\times۲-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\delta=\frac{۳\lambda}{۲}$$

با توجه به فرض پرسش:

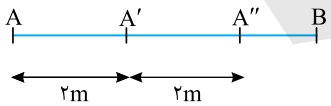
$$\frac{۳\lambda}{۲}=۶۰cm\Rightarrow\lambda=۴۰cm\Rightarrow\lambda=۰/۴m$$

می‌دانیم عدد موج برابر $k=\frac{۲\pi}{\lambda}$ و $k=\frac{\omega}{v}$ است، بنابراین: $\frac{\omega}{v}=\frac{۲\pi}{\lambda}$

$$\frac{۱۰\pi}{v}=\frac{۲\pi}{۰/۴}\Rightarrow v=۲\frac{m}{s}$$

A **۱۶۰۴- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی نقطه‌های هم‌فاز در محیط انتشار موج مضرب صحیحی از طول موج است. ابتدا طول موج را به کمک عدد موج به‌دست می‌آوریم:

$$k=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow\pi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۲m$$



با توجه به شکل روبه‌رو بین A و B، دو نقطه‌ی هم‌فاز با A وجود دارد.

A **۱۶۰۵- گزینه‌ی ۳** تابع موج $u=A\sin(\omega t-kx)$ است که در آن kx اختلاف فاز نقطه‌ای در فاصله‌ی x از چشمه‌ی موج است.

$$\theta=kx\Rightarrow\theta=\frac{۲\pi}{\lambda}x\Rightarrow\theta=\frac{۲\pi}{۲}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}\Rightarrow\theta=\frac{۲\pi}{۵}$$

B **۱۶۰۶- گزینه‌ی ۱** در انتشار یک موج سینوسی در یک محیط کشسان، هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. بنابراین در این پرسش در واقع ما با حرکت هماهنگ ساده‌ی نقطه‌ی A روبه‌رو هستیم، بنابراین:

$$y_A=۵\sin(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})\Rightarrow۳=۵\sin(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})\Rightarrow\sin(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})=\frac{۳}{۵}$$

$$t'=t+۰/۱۲۵\Rightarrow y_A=۵\sin[۴\pi(t+۰/۱۲۵)-\frac{\pi}{۶}]\Rightarrow y_A=۵\sin(۴\pi t-\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲})\Rightarrow y_A=۵\cos(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})$$

چون $\sin(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})=\frac{۳}{۵}$ است، $\cos(۴\pi t-\frac{\pi}{۶})=\frac{۴}{۵}$ خواهد بود و مکان A برابر خواهد شد با:

$$y_A=۵\times\frac{۴}{۵}\Rightarrow y_A=۴cm$$

B **۱۶۰۷- گزینه‌ی ۱** هرگاه معادله‌ی چشمه‌ی موج را به‌صورت $y=A\sin(\omega t+\varphi_{\circ})$ در اختیار داشته باشیم برای یافتن معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی هر ذره از محیط کافی است عبارت kx را که در آن x فاصله‌ی نقطه‌ی مورد نظر از چشمه و k عدد موج است، از فاز معادله‌ی چشمه‌ی موج کم کنیم:

$$y=A\sin(\omega t+\varphi_{\circ}-kx)$$

اکنون به حل پرسش می‌پردازیم:

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{۱۰\pi}{۲}\Rightarrow k=۵\pi\ \frac{rad}{m}$$

معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی ذره‌ای به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری چشمه به صورت زیر است:

$$y=۰/۰۴\sin[۱۰\pi t-۵\pi(\frac{۱}{۱۰})]\Rightarrow y=۰/۰۴\sin(۱۰\pi t-\frac{\pi}{۲})$$

در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۲۰}s$ مکان ذره خواهد شد:

$$y=۰/۰۴\sin[۱۰\pi(\frac{۱}{۲۰})-\frac{\pi}{۲}]\Rightarrow y=۰$$

A **۱۶۰۸- گزینه‌ی ۳** برای به دست آوردن معادله‌ی نوسان هر نقطه از محیط، کافی است از فاز معادله‌ی نوسان چشمه، مقدار kx کم شود:

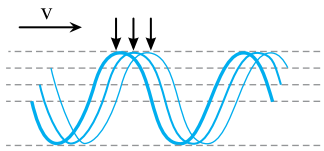
$$k=\frac{\omega}{v}=\frac{۲۰۰\pi}{۱۰۰}=۲\pi\ \frac{rad}{m}$$

$$y_M=۰/۰۳\sin\left[۲۰۰\pi t-۲\pi(۰/۲)\right]\Rightarrow y_M=۰/۰۳\sin(۲۰۰\pi t-\frac{۲\pi}{۵})$$

B **۱۶۰۹- گزینه‌ی ۲** تمام نقطه‌های محیط، نسبت به چشمه تأخیر فاز دارند، بنابراین چشمه نسبت به هر نقطه تقدم فاز دارد، یعنی اختلاف فاز باید به فاز چشمه اضافه شود:

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲۰\pi}{۳۰}\times۲\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۴\pi}{۳}\ rad$$

$$y_O=A\sin(۲۰\pi t+\frac{\pi}{۳}+\frac{۴\pi}{۳})=A\sin(۲۰\pi t+\frac{۵\pi}{۳})$$



B **۱۶۱۰- گزینه‌ی ۳** هنگام انتشار موج در یک محیط، شکل موج تغییر نمی‌کند. برای آن‌که شکل موج ثابت بماند، باید فاز هر نقطه از موج هنگام پیشروی موج ثابت بماند. به‌عبارت بهتر در تابع موج $u=A\sin(\omega t-kx)$ برای هر نقطه از موج مقدار u و در نتیجه مقدار عبارت $\varphi=\omega t-kx$ ثابت می‌ماند. به شکل که نقش موج را در سه لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ و $t_۳$ نمایش می‌دهد دقت کنید. یک قله‌ی موج با یک فلش نشان داده شده است که در حال پیشروی در محیط است و در تمام مسیر این قله دارای مقدار $u=A$ بوده و فاز آن هنگام پیشروی موج در هر لحظه و هر مکان $+\frac{\pi}{۲}$ است و تغییر نمی‌کند. این مطلب در مورد نقاط دیگر موج صادق است و هر نقطه از موج فاز خاص خود را دارد.

A **۱۶۱۱- گزینه‌ی ۱** تابع موج به‌صورت $u=A\sin(\omega t\pm kx)$ است که در آن $\varphi=\omega t\pm kx$ فاز موج است. هنگام پیشروی موج در یک محیط، شکل موج ثابت می‌ماند، یعنی قله‌ی موج، همواره قله و فرورفتگی موج همواره فرورفتگی است و فاز موج یک برآمدگی $+\frac{\pi}{۲}$ و فاز موج یک فرورفتگی $-\frac{\pi}{۲}$ است و با گذشت زمان، فاز یک نقطه‌ی دلخواه از موج مقدار ثابتی است.

A **۱۶۱۲- گزینه‌ی ۲** هنگام پیشروی موج در محیط، اختلاف فاز دو نقطه از محیط در جهت پیشروی موج برابر $\Delta\varphi=k\Delta x$ است.

$$\frac{\pi}{۴}=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{\lambda}{۸}$$

A **۱۶۱۳- گزینه‌ی ۴** طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره (T) طی می‌کند، بنابراین پیشروی موج به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۶}$ در مدت $\frac{T}{۶}$ صورت می‌گیرد، از طرفی تغییر فاز یک نقطه از محیط انتشار موج با توجه به تعریف بسامد زاویه‌ای موج برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}\ rad$$

A **۱۶۱۴- گزینه‌ی ۳** اختلاف فاز دو نقطه از محیط $\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x$ بوده که با ثابت بودن Δx، اختلاف فاز ثابت می‌ماند.

نکته: در واقع اختلاف فاز هر دو نقطه‌ی دلخواه از محیط انتشار موج مقدار ثابتی است.

۱۶۱۵- گزینه‌ی ۲ هنگامی که یک چشمه‌ی موج در محیط، موج منتشر کند، ذره‌های محیط به نوبت شروع به نوسان می‌کنند. ذره‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند و نسبت به چشمه با تأخیر زمانی نوسان می‌کنند که این تأخیر زمانی باعث ایجاد تأخیر فاز این ذره‌ها نسبت به چشمه می‌شود. اختلاف فاز بین ذره‌های محیط و چشمه برابر $\Delta\varphi = k\Delta x$ است. k عدد موج بوده و برابر $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{v}\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{680\pi}{340} \times \frac{25}{100} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$$

تست: چشمه‌ی موجی نوسان‌هایی با بسامد ۵۰ هرتز ایجاد می‌کند که با سرعت $40\frac{m}{s}$ در امتداد محور x ها منتشر می‌شود. اختلاف فاز دو نقطه به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از یک‌دیگر برابر است با ..... (آزاد ریاضی - ۹۰)

۱) $\frac{\pi}{5}$ ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) $\frac{2\pi}{5}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

پاسخ: اختلاف فاز دو نقطه از محیط انتشار موج برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta\varphi = k\Delta x \\ \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 100\pi\frac{rad}{s} \\ v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow 40 = \frac{100\pi}{k} \Rightarrow k = \frac{5\pi}{2}\frac{rad}{m} \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{5\pi}{2} \times 0/1 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{4}\,\text{rad}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

۱۶۱۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط در یک جهت پیشروی موج می‌توان نوشت:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \frac{7\pi}{12} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{7}{24}\lambda$$

۱۶۱۷- گزینه‌ی ۱ در انتشار موج در یک محیط، نقطه‌های محیط نسبت به چشمه‌ی موج به اندازه‌ی $\Delta\varphi = k\Delta x$ تأخیر فاز دارند. ابتدا اختلاف فاز نقطه‌ی مورد نظر با هر چشمه‌ی موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{330}{330} \Rightarrow \lambda = 1m$$

$$\varphi_1 = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x_1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{2\pi}{1} \times 10 = 20\pi$$

$$\varphi_2 = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x_2 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{2\pi}{1} \times 10/5 = 21\pi$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 21\pi - 20\pi \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$$

۱۶۱۸- گزینه‌ی ۴ در انتشار موج در یک محیط، اختلاف فاز دو نقطه از محیط برابر است با:

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\omega}{v}\Delta x \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{12\pi}{v}\left(\frac{25}{100}\right) \Rightarrow v = 12\frac{m}{s}$$

۱۶۱۹- گزینه‌ی ۲ در انتشار موج در یک محیط، اختلاف فاز بین دو نقطه برابر $\Delta\varphi = k\Delta x$ است که در آن k عدد موج است.

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \frac{\pi}{5} = \frac{2\pi}{\lambda} \times 4 \Rightarrow \lambda = 40cm$$

۱۶۲۰- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی نقاطی که در فاز مخالف قرار دارند برابر است با $(2n-1)\frac{\lambda}{2}$. در نتیجه کم‌ترین فاصله‌ی نقاطی که در فاز مخالف قرار دارند برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است. بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 40cm \Rightarrow \lambda = 80cm$$

حال طبق رابطه‌ی $\Delta\varphi = k\Delta x$ برای دو نقطه در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متری از هم داریم:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \times 30}{80} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{3}{4}\pi$$

Ⓐ **۱۶۲۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به تابع موج $u=0/03\sin(10\pi t-2\pi x)$، عدد موج $k=2\pi\frac{rad}{m}$ بوده و طول موج برابر است با:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow 2\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=1m$$

فاصله‌ی نقاط در فاز مخالف $\Delta x=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\begin{cases} n=1\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}m \\ n=2\Rightarrow\Delta x=(2\times2-1)(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}m \\ n=3\Rightarrow\Delta x=(2\times3-1)(\frac{1}{2})=\frac{5}{2}m \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{cases}$

در گزینه‌ها $\Delta x=1/5m$ وجود دارد.

Ⓐ **۱۶۲۲- گزینه‌ی ۴** هنگام پیشروی موج در یک محیط، اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط برابر $\Delta\varphi=k\Delta x$ است، بنابراین:

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow 1/2\pi-0/8\pi=\frac{100\pi}{300}\Delta x\Rightarrow 0/4\pi=\frac{\pi}{3}\Delta x\Rightarrow\Delta x=1/2m=120cm$$

Ⓑ **۱۶۲۳- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاز دو نقطه از محیط انتشار موج برابر $|\Delta\varphi|=|k\Delta x|$ است: $|\varphi_B-\varphi_A|=k|\Delta x|$

$$2\pi|10t-0/2-10t+0/6|=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow 2\pi\times0/4=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{2}{5}\lambda$$

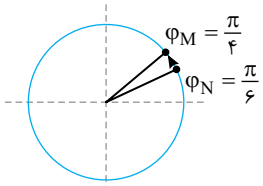
Ⓐ **۱۶۲۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا اختلاف فاز بین دو نقطه را به کمک معادله‌های آن‌ها به‌دست می‌آوریم: $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$

در انتشار موج در یک محیط، اختلاف فاز بین نوسان دو ذره از محیط برابر $\Delta\varphi=k\Delta x$ است.

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\xrightarrow{\Delta t=\frac{\Delta x}{v}}\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{6}=2\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{12}s$$

Ⓐ **۱۶۲۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به تابع موج، عدد موج $2\pi\frac{rad}{m}$ و دامنه $0/1m$ است. برای این‌که اختلاف فاز یک ذره با چشمه $\frac{\pi}{3}$ باشد، فاصله‌ی آن ذره از چشمه برابر خواهد شد با:

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{3}=2\pi\times\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{6}m$$

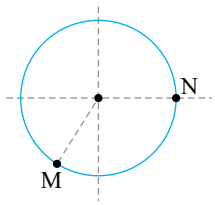


Ⓑ **۱۶۲۶- گزینه‌ی ۲** موج از نقطه‌ی M به سوی نقطه‌ی N می‌رود، بنابراین در جهت انتشار موج، نقطه‌ی N در نقطه‌ی دورتری است. برای یافتن اختلاف فاز دو نقطه از نقطه‌ی دورتر (N) در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی نزدیک‌تر (M) می‌رویم: $\Delta\varphi=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{12}$

اما در صورت پرسش، بیان شده که یک نقطه‌ی هم‌فاز با M بین M و N وجود دارد، این بدان معنی است که اختلاف فاز بین M و N برابر $\Delta\varphi=\frac{\pi}{12}+2\pi$ است. در واقع به ازای هر نقطه‌ی هم‌فاز باید مقدار 2π را به اختلاف فاز افزود.

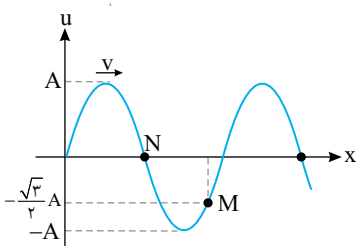
$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{12}+2\pi=\frac{50\pi}{150}\Delta x\Rightarrow\frac{25\pi}{12}=\frac{\pi}{3}\Delta x\Rightarrow\Delta x=6/25m$$

Ⓑ **۱۶۲۷- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاز بین M و N را به دست می‌آوریم:



$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{0/6}\times0/2\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}$$

در واقع فاز نقطه‌ی N، $\frac{2\pi}{3}$ از فاز نقطه‌ی M عقب‌تر است. فاز N که از مرکز نوسان با سرعت مثبت می‌گذرد صفر است بنابراین فاز M، $-\frac{2\pi}{3}$ خواهد شد:



$$y_M=A\sin\varphi=A\sin(-\frac{2\pi}{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

Ⓐ **۱۶۲۸- گزینه‌ی ۱** تمام ذره‌های محیط نسبت به چشمه دارای تأخیر فاز هستند. زیرا ابتدا باید چشمه نوسان کند سپس ذره‌های محیط نوسان کنند و این تأخیر فاز نسبت به چشمه برابر $\Delta\varphi = k\Delta x$ است که Δx فاصله‌ی ذره از چشمه می‌باشد. در این صورت تمام ذره‌هایی که در فاصله‌ی یکسان از چشمه‌ی موج قرار دارند، اختلاف فازشان نسبت به چشمه‌ی موج یکسان است، بنابراین این ذره‌ها با هم، هم‌فاز بوده و اختلاف فازشان صفر است.

Ⓑ **۱۶۲۹- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاز دو نقطه از محیط انتشار موج که به فاصله‌ی Δx از هم در یک جهت پیشروی موج قرار دارند، برابر $\Delta\varphi = k\Delta x$ است.

در این پرسش ذره‌های M و N از محیط در دو جهت مختلف پیشروی موج قرار دارند. بنابراین برای یافتن اختلاف فاز آن‌ها ابتدا باید، اختلاف فاز هر یک از آن‌ها را نسبت به چشمه‌ی موج (O) به‌دست آورد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{۸۰}{۵۰} \Rightarrow \lambda = ۱/۶m$$

$$\varphi_M = kx_M \Rightarrow \varphi_M = \frac{۲\pi}{\lambda} x_M \Rightarrow \varphi_M = \frac{۲\pi}{۱/۶}(\frac{۲}{۱۰۰}) = \frac{\pi}{۴۰} rad$$

$$\varphi_N = kx_N \Rightarrow \varphi_N = \frac{۲\pi}{\lambda} x_N \Rightarrow \varphi_N = \frac{۲\pi}{۱/۶}(\frac{۳}{۱۰۰}) = \frac{۳\pi}{۸۰} rad$$

$$\Delta\varphi = \frac{۳\pi}{۸۰} - \frac{\pi}{۴۰} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{۸۰} rad$$

Ⓒ **۱۶۳۰- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول**: تمام ذره‌های محیط انتشار موج نسبت به چشمه‌ی موج تأخیر فاز دارند. یعنی ابتدا باید چشمه‌ی موج نوسان کند و سپس هر ذره از محیط نوسان می‌کند، به گونه‌ای که ذره‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند. این بدان مفهوم است که اگر معادله‌ی ارتعاش چشمه به صورت $y_O = A\sin(\omega t + \varphi_\circ)$ باشد معادله‌ی هر ذره به فاصله‌ی x از چشمه به صورت $y = A\sin(\omega t + \varphi_\circ - kx)$ است و کافی است از معادله‌ی چشمه مقدار kx را کم کنیم. در این صورت با داشتن معادله‌ی هر ذره از محیط، برای نوشتن معادله‌ی چشمه باید عبارت kx را به معادله‌ی نوسان آن نقطه اضافه کنیم:

ابتدا عدد موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{۱۰۰\pi}{۲۰} \Rightarrow k = ۵\pi \frac{rad}{m}$$

برای یافتن معادله‌ی نوسان چشمه، عبارت kx_M را به معادله‌ی نقطه‌ی M اضافه می‌کنیم:

$$y_M = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۴}) \Rightarrow y_O = ۰/۰۲\sin[۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۴} + (۵\pi \times ۰/۲)] \Rightarrow y_O = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t + \frac{۳\pi}{۴})$$

اکنون با کم‌کردن تأخیر فاز kx_N از معادله‌ی چشمه، معادله‌ی نوسان نقطه‌ی N را می‌نویسیم:

$$y_N = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t + \frac{۳\pi}{۴} - (۵\pi \times ۰/۳)] \Rightarrow y_N = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t - \frac{۳\pi}{۴})$$

راه‌حل دوم: برای سادگی در حل این پرسش، می‌توانید بدین گونه عمل کنید که ذره‌ی N فاصله‌اش از چشمه ۱۰ سانتی‌متر از فاصله‌ی ذره‌ی M از چشمه بیش‌تر است به همین علت ذره‌ی N نسبت به ذره‌ی M به اندازه‌ی زیر تأخیر فاز دارد.

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = ۵\pi(۰/۱) = \frac{\pi}{۲} rad$$

اکنون با کم‌کردن $\frac{\pi}{۲}$ از فاز نقطه‌ی M، معادله‌ی نقطه‌ی N به‌طور مستقیم به‌دست می‌آید:

$$y_N = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۴} - \frac{\pi}{۲}) \Rightarrow y_N = ۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t - \frac{۳\pi}{۴})$$

Ⓑ **۱۶۳۱- گزینه‌ی ۱**

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۳\pi}{۴} = ۳\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۴} s$$

با توجه به تابع موج، موج در خلاف جهت محور yها در حال حرکت است وچون $y_A > y_B$ است و A در طرف مثبت B قرار دارد، بنابراین موج از A به B می‌رسد.

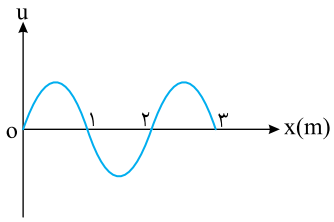
۱۶۳۲- گزینه‌ی ۱ در انتشار موج در محیط با دو نمودار سروکار داریم:

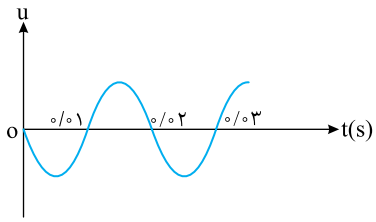
۱) نمودار بعد- مکان یا نقش موج که شکل موج را در یک لحظه‌ی معین نشان می‌دهد. $(u-x)$

۲) نمودار بعد- زمان یک نقطه از محیط که دارای حرکت هماهنگ ساده است. $(u-t)$

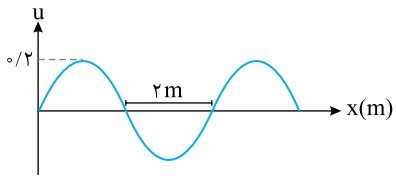
با توجه به نمودار $u-x$، طول موج برابر با ۲ متر بوده و با توجه به نمودار $u-t$ یک نقطه از محیط، دوره‌ی نوسان ذره‌های محیط $T=0/02s$ است. بنابراین:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{2}{0/02}=100\frac{m}{s}$$



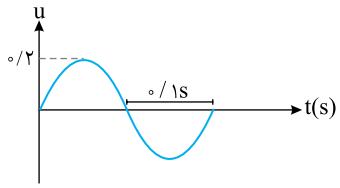


۱۶۳۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار $u-x$، داریم:



$$\frac{\lambda}{2}=2\Rightarrow\lambda=4m\ ,\ k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow k=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\frac{rad}{m}$$

با توجه به نمودار $u-t$، خواهیم داشت:

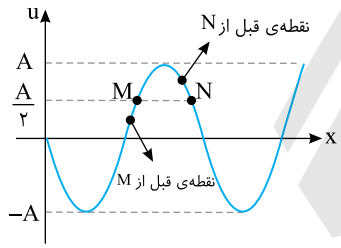


$$\frac{T}{2}=0/1\Rightarrow T=0/2s\ ,\ \omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{0/2}\Rightarrow\omega=10\pi\frac{rad}{s}$$

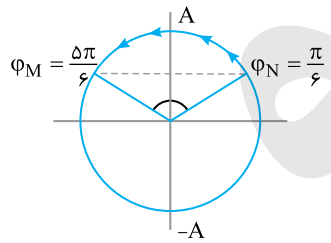
بنابراین تابع موج به صورت $u=0/2\sin(10\pi t-\frac{\pi}{2}x)$ است.

۱۶۳۴- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** در انتشار موج در محیط هر نقطه دارای حرکت هماهنگ ساده است و حرکت نقطه‌ی قبل از خود در جهت پیشروی موج را تکرار می‌کند.

با توجه به نقش موج نقطه‌ی M در حال حرکت رو به پایین و نقطه‌ی N در حال حرکت رو به بالا است. فاز نقطه‌ی M در ربع دوم مثلثاتی و فاز نقطه‌ی N در ربع اول مثلثاتی است.

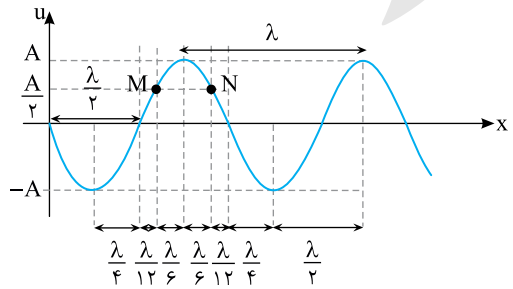


فاز حرکت دو نقطه را روی دایره‌ی مثلثاتی نشان می‌دهیم، سپس برای به دست آوردن اختلاف فاز دو نقطه، از نقطه‌ی N که دورتر است به نقطه‌ی M در جهت مثلثاتی حرکت می‌کنیم.

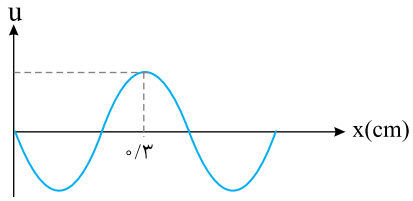


$$\begin{cases}\Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}\\ \Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{\lambda}{3}$$

راه‌حل دوم: به خاطر سپردن فاصله‌های نمودار روبه‌رو:



$$\Delta x=\frac{\lambda}{6}+\frac{\lambda}{6}=\frac{\lambda}{3}$$

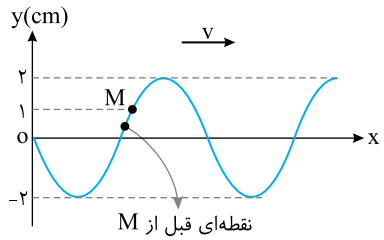


B **۱۶۳۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار:

$$۳\frac{\lambda}{۴}=۰/۳ \Rightarrow \lambda=۰/۴m=۴۰cm$$

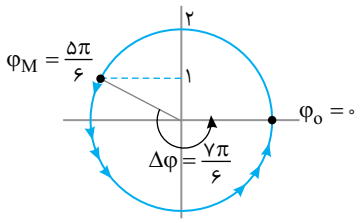
$$f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow f=\frac{۱۰}{۰/۴}=۲۵Hz$$

نقش موج به تنهایی نمی‌تواند نوع موج را مشخص کند. در موج عرضی $u_y=A\sin(\omega t-kx)$ و موج طولی $u_x=A\sin(\omega t-kx)$ نمودار $u-x$ در لحظه معین t یک نمودار سینوسی شبیه نقش موج مسأله است و از روی آن نمی‌توان به نوع موج پی برد. مگر آن‌که به u روی نمودار اندیس داده شود، مثلاً u_x یا u_y نوشته شود و یا در متن مسأله به قله‌ی موج یا برآمدگی موج اشاره شود که در این مسأله هیچ‌کدام بیان نشده است.



B **۱۶۳۶- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:** ابتدا فاز نقطه‌ی O و M را مشخص می‌کنیم، سپس فاز این نقاط را روی دایره‌ی مثلثاتی نمایش می‌دهیم و از نقطه‌ی M در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی O رفته، اختلاف فاز M و O را به دست آورده، سپس به کمک رابطه‌ی $\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x$ فاصله‌ی دو نقطه را برحسب طول موج به دست می‌آوریم.

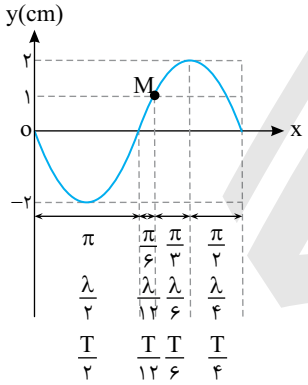
با توجه به نمودار، نقطه‌ی O در حال حرکت رو به بالا بوده و فاز آن صفر است. نقطه‌ی قبل از M پایین‌تر از M است، بنابراین نقطه‌ی M در حال حرکت رو به پایین است. و فاز نقطه‌ی M در ربع دوم مثلثاتی و برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ است. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو $\Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{۶}=\frac{۷\pi}{۶}$ است.



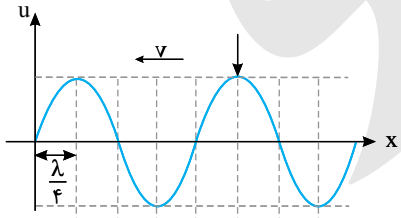
$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \frac{۷\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{۷\lambda}{۱۲}$$

راه‌حل دوم: با توجه به شکل روبه‌رو:

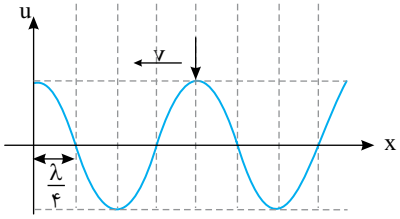
$$OM=\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۱۲}=\frac{۷\lambda}{۱۲}$$



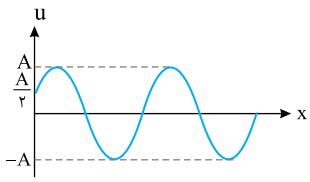
B **۱۶۳۷- گزینه‌ی ۳** در مدت $\frac{T}{۴}$، موج به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ پیشروی می‌کند. یعنی برآمدگی و فرورفتگی‌های موج نسبت به حالت اول با توجه به جهت پیشروی موج $\frac{\lambda}{۴}$ جابه‌جا می‌شوند. بنابراین:

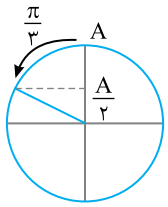


نقش موج در لحظه‌ی t

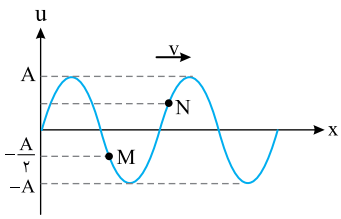


نقش موج در لحظه‌ی $t+\frac{T}{۴}$

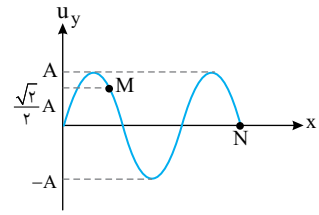




B **۱۶۳۸- گزینه‌ی ۲** در مدت $\frac{T}{۶}$، موج در جهت پیشروی به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۶}$ جلو می‌رود. هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت $\frac{T}{۶}$، فاز هر نقطه از محیط به اندازه‌ی $\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}=\frac{\pi}{۳}$ تغییر می‌کند. بنابراین نقطه‌ی O که با توجه به جهت پیشروی موج در حال حرکت رو به پایین است، در مدت $\frac{T}{۶}$ از مکان A+ به مکان $+\frac{A}{۲}$ می‌رسد، در نتیجه گزینه‌ی (۲) پاسخ درست است.

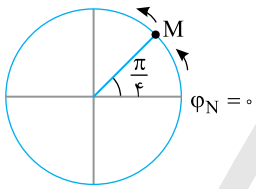


A **۱۶۳۹- گزینه‌ی ۲** در انتشار موج در محیط، نقطه‌هایی که فاصله‌ی آن‌ها از هم مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است، در فاز مخالف بوده و در هر لحظه بُعد آن‌ها قرینه‌ی یک‌دیگر است. فاصله‌ی نقطه‌ی N از M، $\frac{\lambda}{۲}$ است و N و M در فاز مخالف هستند. در شکل، بُعد نقطه‌ی M، $-\frac{A}{۲}$ می‌باشد، بنابراین بُعد نقطه‌ی N قرینه‌ی بُعد M یعنی $+\frac{A}{۲}$ است.



B **۱۶۴۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا فازهای M و N را به‌دست می‌آوریم.

با توجه به نقش موج، نقطه‌ی M در بُعد $u_M=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ در حال حرکت رو به بالا بوده و فاز آن در ربع اول مثلثاتی و برابر با $\varphi_M=\frac{\pi}{۴}$ می‌باشد.



نقطه‌ی N در مبدأ قرار دارد و به سمت دامنه‌ی مثبت در حرکت است، در نتیجه فاز آن در ناحیه‌ی اول مثلثاتی بوده و دارای فاز صفر است.

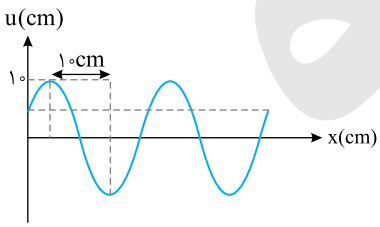
با توجه به نقش موج روی دایره‌ی مثلثاتی از نقطه‌ی N که دورتر است، در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی M می‌رویم و اختلاف فاز بین M و N را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که بین M و N یک نقطه‌ی هم‌فاز با M وجود دارد، پس ۲π به اختلاف فاز اضافه می‌شود:

$$\Delta\varphi=۲\pi+\frac{\pi}{۴}=\frac{۹\pi}{۴}$$

از طرفی اختلاف فاز برابر با $\Delta\varphi=\omega\Delta t$ است.

$$\frac{۹\pi}{۴}=\frac{۲\pi}{T}\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۹}{۸}T$$

B **۱۶۴۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار می‌توان گفت:



$$A=۱۰\,cm=۰/۱\,m$$

$$\frac{\lambda}{۲}=۱۰\,cm\Rightarrow\lambda=۲۰\,cm=۰/۲\,m$$

طبق رابطه‌ی $f=\frac{v}{\lambda}$، بسامد نوسان را به‌دست می‌آوریم:

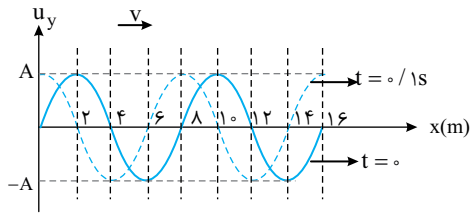
$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{۴}{۰/۲}=۲۰\,Hz$$

با توجه به رابطه‌ی $\omega=۲\pi f$، سرعت زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega=۲\pi f=۲\pi\times۲۰=۴۰\pi\,\frac{rad}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- مکان، سرعت ذره را به دست می‌آوریم:

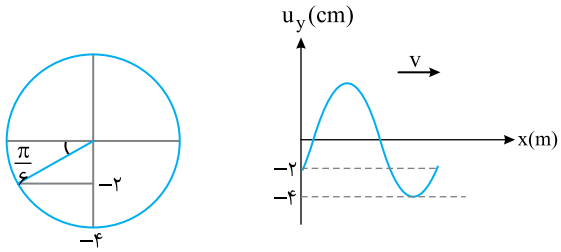
$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}=\pm۴۰\pi\sqrt{۱۰^۲-۶^۲}=\pm۴۰\pi\times۸=\pm۳۲۰\pi\,\frac{cm}{s}=\pm۳/۲\pi\,\frac{m}{s}$$



Ⓐ **۱۶۴۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به نقش موج، طول موج $\lambda = ۸m$ اســت و موج در مدت ۰/۱s، جابه‌جایی ۲m را طی کرده است.

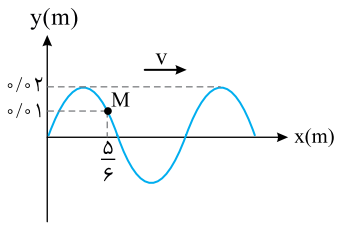
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{۶}{۰/۱} \Rightarrow v = ۶۰\frac{m}{s}$$

$$v = f\lambda \Rightarrow ۶۰ = f \times ۸ \Rightarrow f = ۷/۵Hz$$

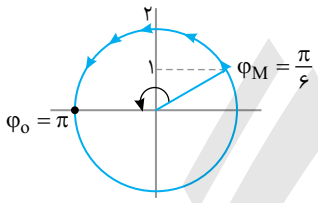


Ⓐ **۱۶۴۳- گزینه‌ی ۴** بــا توجه به این‌کــه ذره‌ای که در مکان $x = ۰$ قرار گرفته، دارای بعد منفی بوده و در حال حرکت رو به پایین است و فاز آن در ربع سوم مثلثاتی است:

$$\begin{cases} \frac{y}{A} = \sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \frac{-۲}{۴} = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow \varphi = \frac{۷\pi}{۶} \\ \text{فاز نوسانگر در ربع سوم قرار دارد} \end{cases}$$



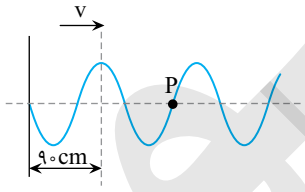
Ⓒ **۱۶۴۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار نقش موج، فاز مبدأ $\varphi_۰ = \pi$ است. ذره‌ی M نیــز از مکان $y = ۱cm$ در حال حرکت رو به بالا بوده و فاز ذره‌ی M در ربع اول مثلثاتی و برابر با $\frac{\pi}{۶}$ می‌باشد.



اختلاف فاز بین M و O برابر با $\Delta\varphi = \frac{۵\pi}{۶}$ است.

$$\Delta\varphi = \frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \frac{۵\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{\lambda}(\frac{۵}{۶}) \Rightarrow \lambda = ۲m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۰}{f} \Rightarrow f = ۵Hz$$

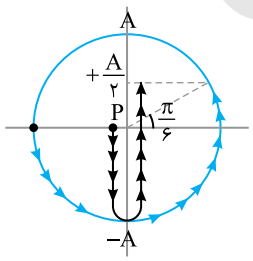


Ⓑ **۱۶۴۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل:

$$۳\frac{\lambda}{۴} = ۹۰ \Rightarrow \lambda = ۱۲۰cm \Rightarrow \lambda = ۱/۲m$$

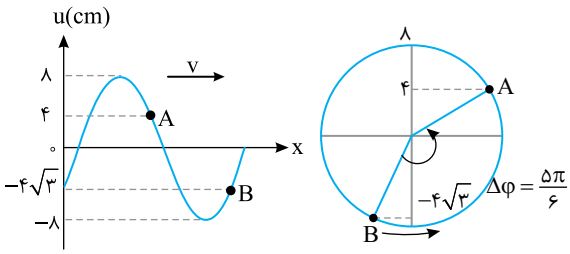
دوره‌ی حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow ۱/۲ = ۵۰T \Rightarrow T = ۲/۴\times۱۰^{-۲}s$$



هنگام پیشــروی موج هر نقطه از محیط حرکت نقطه‌ی قبل از خود را تکــرار می‌کند. در این صورت نقطــه‌ی P در حال حرکت رو به پایین اســت. از طرفی هر نقطه دارای حرکت هماهنگ ســاده است. مطابق دایره‌ی مثلثاتی شــکل روبه‌رو فاز نقطــه‌ی P برای رفتن از $x = ۰$ به مکان $x = +\frac{A}{۲}$ به اندازه‌ی $\frac{۷\pi}{۶}$ تغییر می‌کند. در این صورت:

$$\begin{array}{c|c} ۲\pi & T = ۲/۴\times۱۰^{-۲}s \\ \hline \frac{۷\pi}{۶} & \Delta t \end{array} \Rightarrow \Delta t = \frac{۷}{۶}\times۱/۲\times۱۰^{-۲} = ۱/۴\times۱۰^{-۲}s$$



B ۱۶۴۶- گزینه‌ی ۲ در لحظه‌ی $t=۰$، نقطه‌ی A در بعد مثبت قرار دارد و با توجه به جهت انتشار موج به سمت $x=+A$ در حرکت است، بنابراین فاز این نقطه در ربع اول مثلثاتی قرار دارد.

$$\begin{cases}\frac{x}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_A=\frac{\pi}{۶}\,\text{rad}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع اول قرار دارد}\end{cases}$$

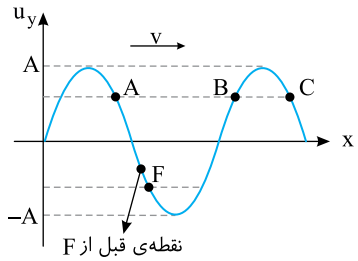
به همین ترتیب می‌توان گفت که فاز نقطه‌ی B در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد.

$$\begin{cases}\frac{x}{A}=\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{-۴\sqrt{۳}}{۸}=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi_B=\frac{۴\pi}{۳}\,\text{rad}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع سوم قرار دارد}\end{cases}$$

با توجه به این‌که موج از A به B می‌رسد و با توجه به دایره‌ی مثلثاتی اختلاف فاز این دو نقطه برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ است.

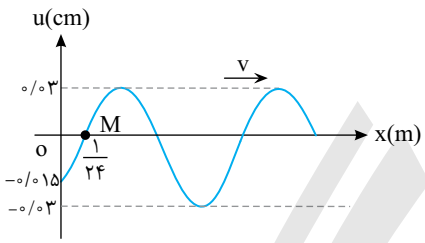
حال، طبق رابطه‌ی $\Delta\varphi=k\Delta x$ می‌توان Δx را برحسب λ به‌دست آورد:

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{۵}{۱۲}\lambda$$



A ۱۶۴۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به نقش موج، دو ذره‌ی A و C دارای وضعیت کاملاً مشابه بوده، بنابراین هم‌فاز هستند.

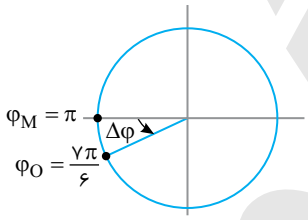
در انتشار موج در یک محیط، هر ذره با توجه به جهت پیشروی موج، حرکت ذره‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند. بنابراین ذره‌ی F در حال حرکت رو به بالا است.



B ۱۶۴۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به نقش موج، ذره‌ی M از مرکز نوسانش رو به پایین در حرکت است و فاز آن $\varphi_M=\pi\,\text{rad}$ می‌باشد.

نقطه‌ی O در لحظه‌ی $t=۰$ از مکان $-۰/۰۱۵m$ رو به پایین در حرکت است و فاز آن در ربع سوم مثلثاتی است.

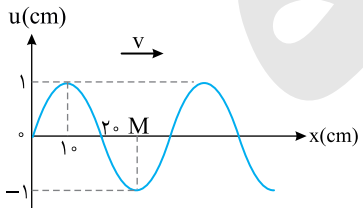
$$\sin\varphi_o=\frac{-۰/۰۱۵}{۰/۰۳}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_o=\frac{۷\pi}{۶}\,\text{rad}$$



با توجه به دایره‌ی مثلثاتی اختلاف فاز بین O و M برابر با $\Delta\varphi=\frac{\pi}{۶}$ است.

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{\lambda}\times\frac{۱}{۲۴}\Rightarrow\lambda=\frac{۱}{۲}\,m$$

$$v=f\lambda\Rightarrow v=۱۰\times\frac{۱}{۲}=۵\,\frac{m}{s}$$

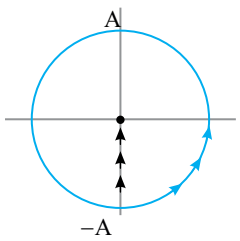


C ۱۶۴۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به نقش موج:

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm=۰/۴m$$

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۴}{۴}\Rightarrow T=۰/۱s\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۱}=۲۰\pi\,\frac{rad}{s}$$

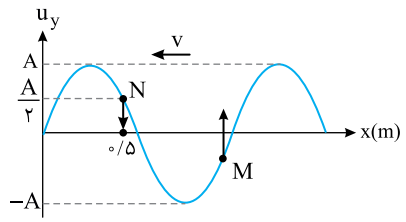
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=۲۰\pi\times۰/۰۲۵=\frac{\pi}{۲}\,rad$$



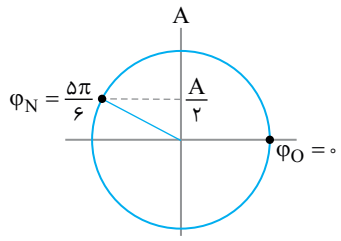
نقطه‌ی M دارای حرکت هماهنگ ساده است و در لحظه‌ی $t=۰$ در مکان $-A$ قرار دارد و وقتی فاز نقطه‌ی M، $\frac{\pi}{۲}$ تغییر می‌کند یعنی از مکان $-A$ به مرکز نوسانش می‌رود و در مرکز نوسان سرعت بیشینه می‌باشد و چون جهت حرکت رو به بالا است، سرعت مثبت است.

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=۰/۰۱\times۲۰\pi=۰/۲\pi\,\frac{m}{s}=۲۰\pi\,\frac{cm}{s}$$

C **۱۶۵۰- گزینه‌ی ۴** در انتشار موج در یک محیط، نقطه‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند و هر نقطه حرکت نقطه‌ی قبل از خود را در جهت پیشروی موج تکرار می‌کند. وقتی به نقطه‌ی M می‌نگریم، نقطه‌ی سمت راستش بالاتر از M است و با توجه به صورت پرسش، نقطه‌ی M در حال بالا رفتن است، بنابراین موج باید از راست به چپ یعنی در خلاف جهت محور xها در حال پیشروی باشد. اما برای به دست آوردن طول موج فاز نقطه‌ی N را با فاز نقطه‌ی O مقایسه می‌کنیم.

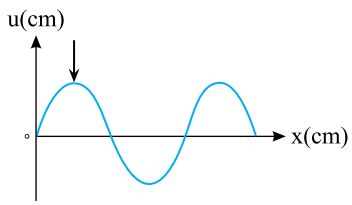


نقطه‌ی N با توجه به جهت پیشروی موج از مکان $+\frac{A}{۲}$ به سمت پایین در حرکت است و فاز آن در ربع دوم مثلثاتی و برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ است. فاز نقطه‌ی O که از مبدأ رو به بالا در حرکت است، صفر می‌باشد. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، از نقطه‌ی دورتر به نقطه‌ی نزدیک‌تر می‌رویم، بنابراین اختلاف فاز بین N و O برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ است.

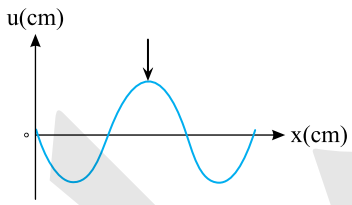


$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \frac{۵\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{\lambda}\times(۰/۵) \Rightarrow \lambda = \frac{۶}{۵}\,m$$

B **۱۶۵۱- گزینه‌ی ۳**



(الف)



(ب)

برای نمایش یک نقطه از موج که در حال پیشروی در یک محیط است، آن را با یک فلش مشخص می‌کنند.

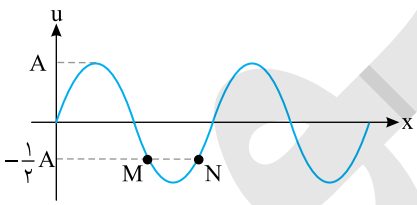
در شکل الف، نقطه‌ی مورد نظر در فاصله‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ از مبدأ قرار دارد و در بازه‌ی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ به فاصله‌ی $\frac{۳\lambda}{۴}$ از مبدأ رسیده است (شکل ب).

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{۲\pi}{\lambda}\left(\frac{۳\lambda}{۴} - \frac{\lambda}{۴}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{۲\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{۲}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \xrightarrow[f=۵۰Hz]{\omega=۲\pi f} \pi = ۱۰۰\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۱۰^{-۲}s$$

B **۱۶۵۲- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** فاز هر نقطه را به دست می‌آوریم:

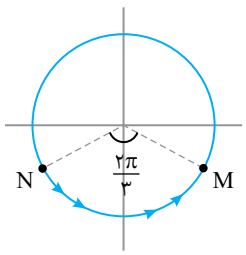


$$y_M = A\sin\varphi \Rightarrow -\frac{A}{۲} = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases}\varphi = \frac{۷\pi}{۶}\\ \varphi = \frac{۱۱\pi}{۶}\end{cases}$$

اگر موج در جهت مثبت محور xها در حال پیشروی باشد. نقطه‌ی M در مکان‌های منفی در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسان و فاز آن در ربع چهارم مثلثاتی است یعنی $\varphi = \frac{۱۱\pi}{۶}$ است.

نقطه‌ی N در حال حرکت رو به پایین است پس فاز حرکت در ربع سوم است.

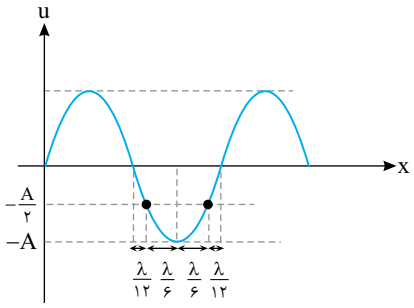
$$y_N = A\sin\varphi \Rightarrow -\frac{A}{۲} = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi = \frac{۷\pi}{۶}$$



مطابق دایره مثلثاتی روبه‌رو از نقطه‌ی دورتر (N) به نقطه‌ی نزدیک‌تر (M) در جهت مثلثاتی می‌رویم و اختلاف فاز برابر می‌شود با:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۳}$$

راه‌حل دوم: با توجه به شکل روبه‌رو:



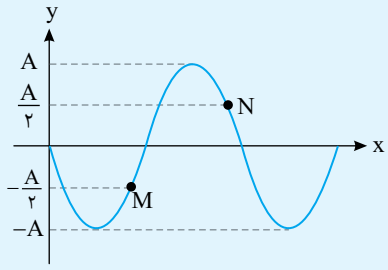
$$\Delta x = ۲\frac{\lambda}{۶} = \frac{\lambda}{۳}$$

به کمک تناسب می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{c|c} \lambda & ۲\pi \\ \hline \frac{\lambda}{۳} & \Delta\varphi \end{array} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{۲\pi}{۳}$$

تست: شکل روبه‌رو، نقش موجی را در یک لحظه نشان می‌دهد که در جهت محور x منتشر می‌شود. اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی M و N چند رادیان است؟

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۹)



۱) π

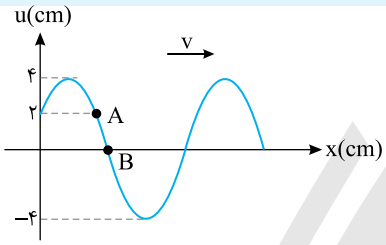
۲) $\frac{\pi}{۳}$

۳) ۲π

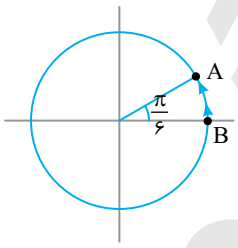
۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

پاسخ: با توجه به شکل وضعیت نقطه‌های M و N قرینه‌ی یک‌دیگر بوده، مکان نقطه‌ی N، $\frac{A}{۲}$ و در حال حرکت رو به بالا و مکان نقطه‌ی M، $-\frac{A}{۲}$ و در حال حرکت رو به پایین است، پس دو نقطه‌ی M و N در فاز متقابل بوده و اختلاف فاز آن‌ها π است.بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۱۶۵۳- گزینه‌ی ۳ اختلاف فاز بین دو نقطه همواره مقدار ثابتی دارد و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین، برای رسیدن به پاسخ می‌توان اختلاف فاز بین نقاط A و B را در لحظه‌ی $t=۰$ محاسبه کرد.



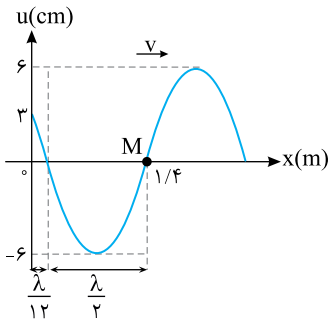
با توجه به جهت انتشار موج و این‌که نقطه‌ی A در بُعد مثبت قرار دارد، می‌توان گفت فاز نقطه‌ی A در ربع اول مثلثاتی قرار دارد. به همین ترتیب می‌توان گفت نقطه‌ی B دارای فاز صفر است. بنابراین:



$$\begin{cases} \sin\varphi_A = \frac{y}{A} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} \\ \text{فاز نوسانگر در ربع اول قرار دارد} \end{cases} \Rightarrow \varphi_A = \frac{\pi}{۶}$$

با توجه به این‌که موج از نقطه‌ی A به B می‌رسد، بنابراین نقطه‌ی B حرکت نوسانی نقطه‌ی A را تکرار می‌کند. در نتیجه، اختلاف فاز دو نقطه برابر $\frac{\pi}{۶}$ است.

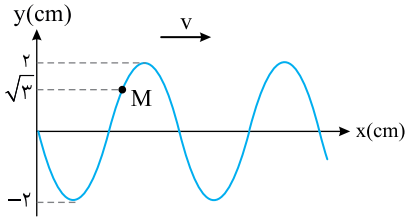
۱۶۵۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم. با توجه به تقسیم‌بندی شکل خواهیم داشت:



$$\frac{\lambda}{۱۲} + \frac{\lambda}{۲} = ۱/۴ \Rightarrow \frac{۷\lambda}{۱۲} = ۱/۴ \Rightarrow \lambda = ۲/۴m$$

سرعت انتشار موج برابر است با:

$$v = f\lambda \Rightarrow v = ۵ \times ۲/۴ \Rightarrow v = ۱۲\frac{m}{s}$$



C **۱۶۵۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به نقش موج، ذره‌ی M در حال حرکت رو به پایین بوده و فاز آن در ربع دوم مثلثاتی است.

$$\sin\varphi_M=\frac{y_M}{A}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi_M=\frac{۲\pi}{۳}$$

هر ذره از محیط انتشار یک موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است.

$$\omega=۲\pi f=۴۰\pi\frac{rad}{s}$$

بنابراین ذره‌ی M نوسانگر ساده‌ای با معادله‌ی زیر است:

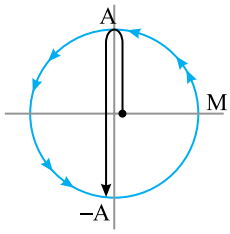
$$u_M=۰/۰۲\sin(۴۰\pi t+\frac{۲\pi}{۳})$$

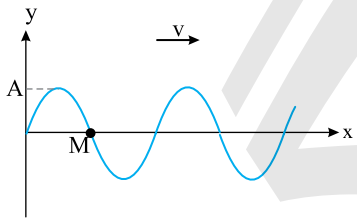
$$v_M=\frac{du_M}{dt}=۰/۰۲(۴۰\pi)\cos(۴۰\pi t+\frac{۲\pi}{۳})\Rightarrow v_M=۰/۸\pi\cos(۴۰\pi t+\frac{۲\pi}{۳})$$

$$t=۰\Rightarrow v_{۰M}=-۰/۴\pi\frac{m}{s}$$

$$t=\frac{۱}{۲۴}s\Rightarrow v_M=۰/۸\pi\cos(\frac{۴۰\pi}{۲۴}+\frac{۲\pi}{۳})\Rightarrow v_M=۰/۸\pi\cos(\frac{۷\pi}{۳})=۰/۴\pi\frac{m}{s}$$

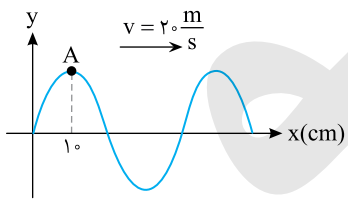
$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰/۴\pi-(-۰/۴\pi)}{\frac{۱}{۲۴}-۰}\Rightarrow\bar{a}=۱۹/۲\pi\frac{m}{s^۲}$$





B **۱۶۵۶- گزینه‌ی ۴** در انتشار موج در یک محیط، مسافتی که موج در مدت یک دوره (T) طی می‌کند، برابر با طول موج (λ) است. موج در یک محیط با سرعت ثابت پیشروی می‌کند، بنابراین مسافتی که موج در مدت $\frac{۳T}{۴}$ طی می‌کند، برابر با $\frac{۳\lambda}{۴}$ است.

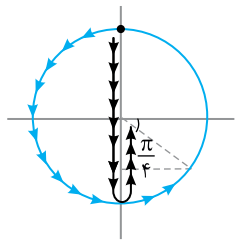
از طرفی هر ذره از موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است. ذره‌ی M در مکان $y=۰$ قرار دارد و در حال حرکت رو به بالا است و در مدت $\frac{۳T}{۴}$ ابتدا از $y=۰$ به $y=+A$ رفته و سرانجام به $y=-A$ می‌رسد و جابه‌جایی آن برابر با $-A$ خواهد بود .



B **۱۶۵۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{۴}=۱۰\ \Rightarrow\ \lambda=۴۰cm=۰/۴m$$

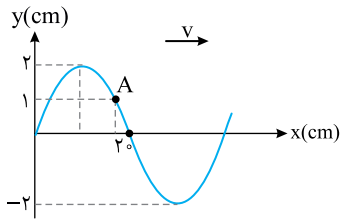
$$\lambda=vT\ \Rightarrow\ ۰/۴=۲۰T\ \Rightarrow\ T=۰/۰۲s$$



هر نقطه از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادلش جهت بردار شتاب تغییر می‌کند. تغییر فاز نقطه‌ی A را در بازه‌ی $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۸۰}s$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\ \Rightarrow\ \Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۰/۰۲}\times\frac{۱}{۸۰}\ \Rightarrow\ \Delta\varphi=\frac{۵}{۴}\pi\,rad$$

بنابراین ذره‌ی A در مدت صفر تا $\frac{۱}{۸۰}s$ مطابق شکل روبه‌رو یک بار از مرکز نوسان می‌گذرد و شتابش یک بار تغییر جهت می‌دهد.

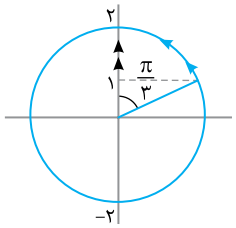


B **۱۶۵۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به نقش موج داریم:

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰cm \Rightarrow \lambda=۴۰cm$$

دوره‌ی نوسان ذره‌های محیط انتشار این موج برابر خواهد شد با:

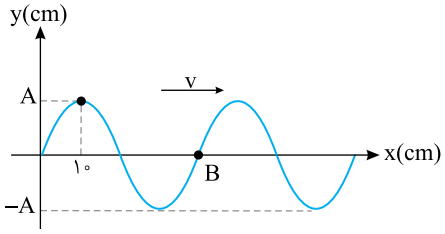
$$T=\frac{\lambda}{v} \Rightarrow T=\frac{۰/۴}{۱۰} \Rightarrow T=۰/۰۴s$$



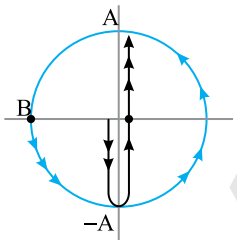
اکنون تغییر فاز ذره‌ی A را در مدت ۰ تا $\frac{۱}{۱۵۰}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۰/۰۴}\times(\frac{۱}{۱۵۰}) \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}\,rad$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو نقطه‌ی A از مکان $y=۱cm$ به مکان $y=۲cm$ رفته و تغییر مکانش یک سانتی‌متر خواهد بود.



B **۱۶۵۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به نقش موج ذره‌ی قبل از B، از B پایین‌تر است. پس B رو به پایین در حرکت بوده، ابتدا به مکان $y=-A$ می‌رود و سپس به مکان $y=+A$ خواهد رفت که این جابه‌جایی به اندازه‌ی $\frac{۳\lambda}{۴}$ است و $\Delta t=\frac{۳T}{۴}$ طول می‌کشد. از این‌رو ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم.

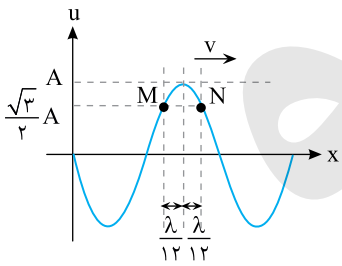


با توجه به نقش موج:

$$\frac{\lambda}{۴}=۱۰ \Rightarrow \lambda=۴۰cm=۰/۴m$$

$$\lambda=vT \Rightarrow T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۰/۴}{۱۰}=۰/۰۴s$$

$$\Delta t=\frac{۳T}{۴} \Rightarrow \Delta t=\frac{۳}{۴}\times ۰/۰۴ \Rightarrow \Delta t=۰/۰۳s$$



B **۱۶۶۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل فاصله‌ی M و N از یک‌دیگر برابر است با:

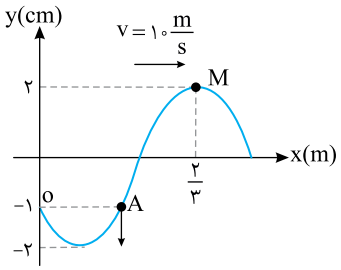
$$MN=\frac{\lambda}{۱۲}+\frac{\lambda}{۱۲}=\frac{\lambda}{۶}$$

نقطه‌ی M نسبت به نقطه‌ی N تقدم فاز دارد.

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{۶} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}$$

یعنی اگر فاز نقطه‌ی N برابر $(\omega t-\frac{\pi}{۶})$ باشد، فاز نقطه‌ی M برابر $\omega t-\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۳}$ است بنابراین معادله‌ی نوسان نقطه‌ی M خواهد شد:

$$y_M=A\sin(\omega t+\frac{\pi}{۶})$$

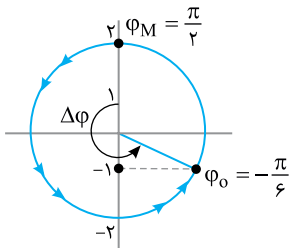


C **۱۶۶۱- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک اختلاف فاز نقطه‌ی M و نقطه‌ی O، طول موج را به‌دست می‌آوریم.

نقطه‌ی M در مکان $y=+۲cm$ بوده و فاز آن $\varphi_M=\frac{\pi}{۲}$ است.

نقطه‌ی O از مکان $y=-۱cm$ در حال حرکت رو به بالا است. (دقت کنید که فرورفتگی موج از O گذشته است.)

$$\sin\varphi_o=\frac{y}{A}=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow\varphi_o=-\frac{\pi}{۶}$$



برای یافتن اختلاف فاز از نقطه‌ی M در جهت مثلثاتی به سوی نقطه‌ی O می‌رویم:

$$\Delta\varphi=\pi+\frac{\pi}{۳}=\frac{۴\pi}{۳}$$

$$\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}=\frac{\omega}{۱۰}\times\frac{۲}{۳}\Rightarrow\omega=۲۰\pi\frac{rad}{s}$$

هر ذره از محیط مانند ذره‌ی A دارای حرکت هماهنگ ساده است. در لحظه‌ی $t=۰$ ذره‌ی A از مکان $y_{۰_A}=-۱cm$ رو به پایین در حرکت و فاز آن در ربع سوم مثلثاتی است.

$$\sin\varphi_{۰_A}=\frac{y_{۰_A}}{A}=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow\varphi_{۰_A}=\frac{۷\pi}{۶}rad$$

معادله‌ی نقطه‌ی A را می‌نویسیم:

$$y_A=۰/۰۲\sin(۲۰\pi t+\frac{۷\pi}{۶})$$

$$t=\frac{۱}{۶۰}s\Rightarrow y_A=۰/۰۲\sin(\frac{۲۰\pi}{۶۰}+\frac{۷\pi}{۶})=۰/۰۲\sin(\frac{۳\pi}{۲})=-۰/۰۲m=-۲cm$$

B **۱۶۶۲- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودارهای سؤال، دو نقطه‌ی P و Q در فاز مخالف بوده و فاصله‌ی آن‌ها از هم مضرب فردی از نصف طول موج است، طول موج بیشینه است بنابراین فاصله‌ی P تا Q، برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است.

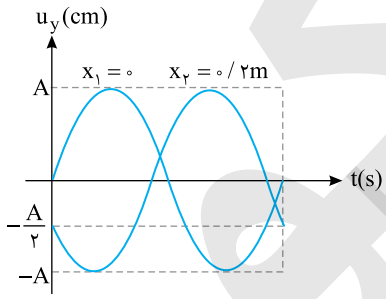
$$\frac{\lambda}{۲}=۰/۵\ \Rightarrow\ \lambda=۱m$$

دوره‌ی نوسان ذرات سیم با توجه به نمودار $u-t$ نقطه‌ی P برابر است با:

$$\frac{۳}{۴}T=۰/۰۶\ \Rightarrow\ T=۰/۰۸s$$

در این صورت:

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{۱}{۰/۰۸}=\frac{۱۰۰}{۸}=۱۲/۵\frac{m}{s}$$

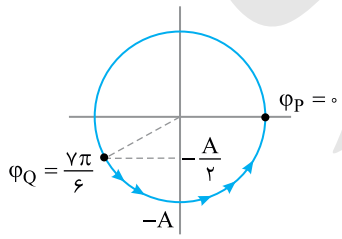


B **۱۶۶۳- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاز دو نقطه را در لحظه‌ی $t=۰$ به دست می‌آوریم (دقت کنید که در تمام لحظه‌ها اختلاف فاز دو نقطه مقدار ثابتی است.) نقطه‌ی P که در مکان $x_۱=۰$ است در لحظه‌ی $t=۰$ بُعد آن صفر بوده و فاز آن نیز صفر است.

$$y=A\sin\varphi\ \Rightarrow\ ۰=A\sin\varphi\ \Rightarrow\ \varphi_P=۰$$

نقطه‌ی Q که در مکان $x_۲=۰/۲m$ قرار دارد:

$$t=۰:\ y=A\sin\varphi\Rightarrow-\frac{A}{۲}=A\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi_Q=-\frac{۱}{۲}$$



با توجه به نمودار، بعد از $t=۰$ ذره‌ی Q در حال حرکت به سوی $-A$ است و فاز آن در ربع سوم مثلثاتی و برابر است با:

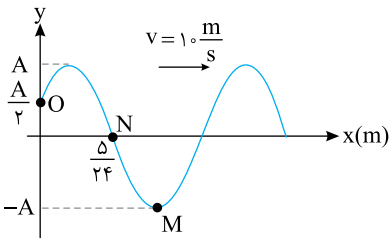
$$\varphi_Q=\frac{۷\pi}{۶}$$

با توجه به این‌که موج به نقاط دورتر، دیرتر می‌رسد و فاز نقطه‌ی Q از فاز نقطه‌ی P عقب است روی دایره‌ی مثلثاتی در جهت مثلثاتی از نقطه‌ی Q به P می‌رویم تا اختلاف فاز را به دست آوریم:

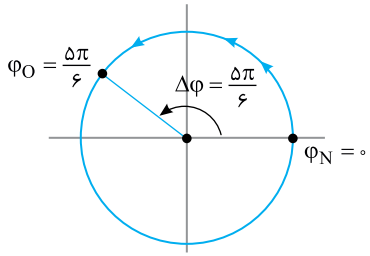
$$\Delta\varphi=۵\frac{\pi}{۶}$$

اکنون بیشینه طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{\lambda}\times۰/۲\Rightarrow\lambda=\frac{۲/۴}{۵}\Rightarrow\lambda=۰/۴۸m=۴۸cm$$



۱۶۶۴- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** ابتدا بـه کمک فاز مبدأ (O) و فـاز نقطه‌ی N دوره‌ی نوسان موج را به‌دست می‌آوریم. برای این منظور با توجه به نقش موج در لحظه‌ی $t=۰$ مشـخص می‌شود که برآمدگی موج در حال نزدیک شدن به نقطه‌ی N است و نقطه‌ی N از مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالا بوده و فاز آن $\varphi_N=۰$ است. نقطه‌ی O از مکان $+\frac{A}{۲}$ در حال حرکت رو به پایین است. (دقت کنید که برآمدگی از نقطه‌ی O گذشـته و O در حـال حرکت رو به پایین اسـت.) بنابراین $\varphi_O=\frac{۵\pi}{۶}$ اسـت. دایره‌ی مثلثاتی را رسـم می‌کنیـم. از نقطه‌ی دورتـر یعنی N در جهت مثلثاتـی به نقطه‌ی O می‌رویم و اختلاف فاز را به‌دست می‌آوریم.

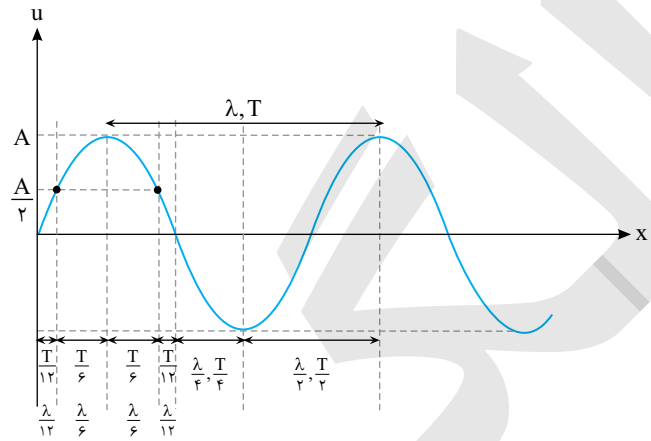


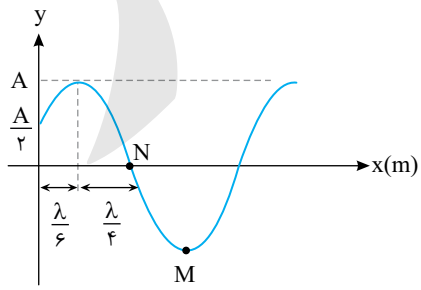
$$\Delta\varphi=\frac{۵\pi}{۶}\ ,\ \Delta\varphi=k\Delta x\xrightarrow{k=\frac{\omega}{v}}\frac{۵\pi}{۶}=\frac{\omega}{۱۰}\times\frac{۵}{۲۴}\Rightarrow\omega=۴۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰}s=\frac{۵}{۱۰۰}s$$

اکنون به بررسـی حرکت نقطه‌ی M می‌پردازیم. در لحظه‌ی $t=۰$ نقطه‌ی M در مکان $-A$ بوده و در حال حرکت رو به بالا است و در بازه‌ی $t=۰$ تا $t=\frac{T}{۴}=\frac{۱/۲۵}{۱۰۰}s$ حرکتش تندشونده است، بنابراین در بازه‌ی $۰\le t\le\frac{۱}{۱۰۰}s$ حرکت آن تندشونده خواهد بود.

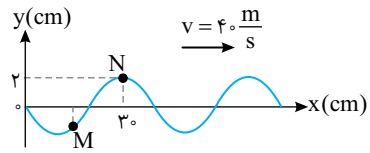
راه‌حل دوم: در نقش موج شـکل زیر بازه‌های مکانی و زمانی مشـخص شـده است. با توجه به شـکل نقش موج داده شده در $t=۰$، فاصله‌ی O تا N را به‌دست می‌آوریم:





$$\Delta x=\frac{\lambda}{۶}+\frac{\lambda}{۴}=\frac{۵\lambda}{۱۲}\xrightarrow{\Delta x=\frac{۵}{۲۴}m}\frac{۵}{۲۴}=\frac{۵\lambda}{۱۲}\Rightarrow\lambda=۰/۵m\Rightarrow T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۰/۵}{۱۰}=\frac{۵}{۱۰۰}s$$

نقطه‌ی M در بازه‌ی صفر تا $\frac{T}{۴}=\frac{۱/۲۵}{۱۰۰}s$ در حال حرکت از مکان $-A$ به سـوی مرکز نوسـانش بوده و حرکتش تندشـونده اسـت، بنابراین در بازه‌ی $۰\le t\le\frac{۱}{۱۰۰}s$ حرکت نقطه‌ی M تندشونده است.

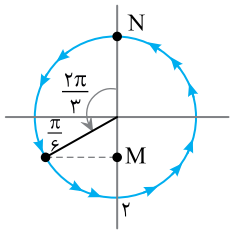


۱۶۶۵- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل می‌توان نوشت: $۳\frac{\lambda}{۴}=۳۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm$

$$v=f\lambda\Rightarrow ۴۰=f(۰/۴)\Rightarrow f=۱۰۰Hz\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰۰}s\qquad \omega=۲۰۰\pi\frac{rad}{s}$$

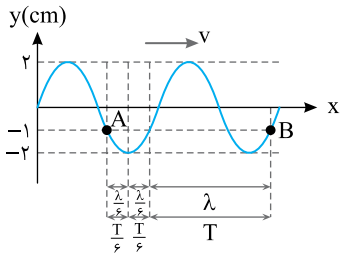
با توجه به این‌که موج در مدت $\frac{۱}{۳۰۰}s$ از M به N می‌رود، اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی M و N برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=۲۰۰\pi\times\frac{۱}{۳۰۰}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۳}rad$$



فاز نقطه‌ی N برابر $\frac{\pi}{۲}$ و فاز نقطه‌ی M که موج زودتر به آن می‌رسد $\frac{۲\pi}{۳}$ جلوتر و در ربع سوم بوده و M در حال حرکت رو به پایین است. در این صورت در لحظه‌ی نشان داده شده مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، نقطه‌ی M در مکان $-۱cm$ است. برای آن که M از مکان $-۱cm$ به مکان $+۲cm$ برود باید فاز حرکتش $\pi+\frac{\pi}{۳}=\frac{۴\pi}{۳}$ تغییر کند، در این صورت:

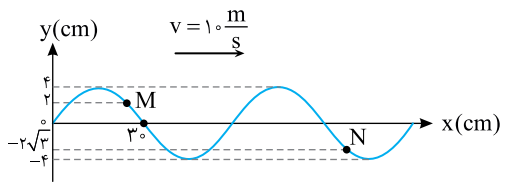
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}=۲۰۰\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۲}{۳۰۰}s\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۱۵۰}s$$



B **۱۶۶۶- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، زمان رسیدن موج از A تا B برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۶}+T=\frac{۸T}{۶}=\frac{۴T}{۳}$$

$$\Delta t=\frac{۴}{۳}(\frac{۱}{f})=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۱۲۰}=\frac{۱}{۹۰}s$$



C **۱۶۶۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل:

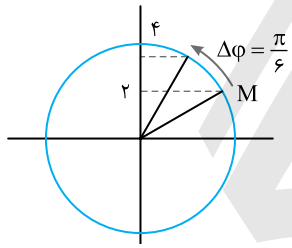
$$\frac{\lambda}{۲}=۳۰cm\Rightarrow\lambda=۶۰cm$$

دوره‌ی نوسان ذرات برابر است با:

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۰/۶}{۱۰}\Rightarrow T=۰/۰۶s$$

بسامد زاویه‌ای ذرات خواهد شد:

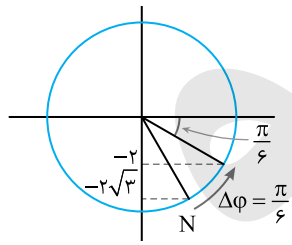
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۰۶}\Rightarrow\omega=\frac{۱۰۰\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$



ابتدا تغییر فاز در مدت $\frac{۱}{۲۰۰}s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۱۰۰\pi}{۳}\times\frac{۱}{۲۰۰}=\frac{\pi}{۶}rad$$

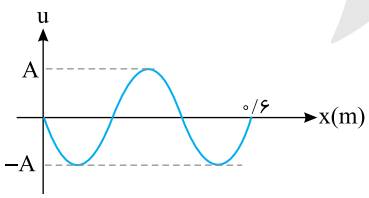
ذره‌ی M در حال حرکت رو به بالا است و با تغییر فاز $\frac{\pi}{۶}$ از مکان $+۲cm$ به مکان $+۲\sqrt{۳}cm$ می‌رود.



ذره‌ی N نیز دارای مکان منفی و در حال حرکت رو به بالا است پس فاز آن در ربع چهارم قرار دارد و با تغییر فاز $\frac{\pi}{۶}$ از مکان $-۲\sqrt{۳}cm$ به مکان $-۲cm$ می‌رود.

بنابراین پس از $\frac{۱}{۲۰۰}s$ خواهیم داشت:

$$|\frac{a_M}{a_N}|=|\frac{-\omega^۲y_M}{-\omega^۲y_N}|=|\frac{y_M}{y_N}|=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}$$



A **۱۶۶۸- گزینه‌ی ۴** طول موج را به دست می‌آوریم:

$$۳\frac{\lambda}{۲}=۰/۶\quad\Rightarrow\quad\lambda=۰/۴m=۴۰cm$$

ذره‌ای در فاصله‌ی $۳۰cm$ از چشمه، نقطه‌ای مانند P است که در $t=۰$ بُعد آن $+A$ است و گزینه‌ی (۴) تنها گزینه است که این موضوع را نشان می‌دهد.

A **۱۶۶۹- گزینه‌ی ۳** با دور شدن از چشمه، انرژی مکانیکی و دامنه‌ی نوسان نقطه‌های دورتر، کم‌تر است اما همه‌ی نقطه‌ها با بسامد چشمه نوسان می‌کنند.

Ⓐ **۱۶۷۰- گزینه‌ی ۳** جبهه‌ی موج مکان هندسی نقطه‌هایی از محیط است که در آن نقطه‌ها تابع موج، دارای فاز یکسانی است. از طرفی تمام نقطه‌های محیط با بسامد چشمه نوسان می‌کنند.

Ⓐ **۱۶۷۱- گزینه‌ی ۳** A و B روی یک جبهه‌ی موج هستند، بنابراین هم‌فازند. اما C روی یک جبهه‌ی دیگر در فاصله‌ی $\frac{\lambda}{2}$ از جبهه‌ی A و B است، بنابراین نقطه‌ی C در فاز مخالف A و B است.

Ⓐ **۱۶۷۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی انرژی موج $(E=2\pi^2mf^2A^2)$ گزینه‌ی (۱) درست است.

تست: اگر دوره و دامنه‌ی چشمه‌ی موج سینوسی هر یک دو برابر شود، انرژی که توسط موج منتقل می‌شود، چند برابر می‌شود؟

۱) ۱۶ **۲)** ۱ **۳)** ۸ **۴)** ۴

پاسخ: انرژی موج با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است. از طرفی $T=\frac{1}{f}$ است، بنابراین:

$$E=2\pi^2mf^2A^2 \xrightarrow[f_2=\frac{1}{2}f_1]{A_2=2A_1} E_2=E_1$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۱۶۷۳- گزینه‌ی ۱** انرژی موج در طول طناب برابر $E=2\pi^2mA^2f^2$ است که هیچ‌کدام از کمیت‌های آن تغییر نکرده است. دقت کنید سیم را از حدیده گذرانده‌ایم و جرم آن تغییری نکرده است.

Ⓐ **۱۶۷۴- گزینه‌ی ۴** انرژی موج برابر $E=2\pi^2mA^2f^2$ است. در طنابی با جرم یکای طول μ و در طولی از طناب برابر یک طول موج $(l=\lambda)$، انرژی موج برابر خواهد شد با:

$$E=2\pi^2mA^2f^2 \xrightarrow{\mu=\frac{m}{l}} E=2\pi^2(\mu l)A^2f^2 \xrightarrow{l=\lambda} E=2\pi^2\mu A^2\lambda f^2 \xrightarrow{v=\lambda f} E=2\pi^2\mu A^2vf$$

اکنون داده‌های مسأله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$E=2(10)(0/1)(0/1)^2(40)(40)=32\,J$$

تست: در یک طناب، دامنه‌ی موج ۵ میلی‌متر، سرعت انتشار موج $20\frac{m}{s}$، جرم یکای طول طناب $0/02\frac{kg}{m}$ و بسامد آن $10\,Hz$ است. انرژی موج در طولی از طناب برابر با یک طول موج، چند ژول است؟ $(\pi^2\simeq 10)$

۱) 10^{-3} **۲)** 10^{-4} **۳)** 2×10^{-4} **۴)** 2×10^{-3}

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی انرژی موج در ریسمانی با طولی معادل یک طول موج، می‌توان نوشت:

$$E=2\pi^2\mu fvA^2=2(10)(0/02)(10)(20)(5\times10^{-3})^2=2\times10^{-3}\,J$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۶۷۵- گزینه‌ی ۲** سرعت پیشروی موج در طناب را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{40}{0/1}}\Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

آهنگ متوسط انتقال انرژی همان توان متوسط انتقال انرژی است، بنابراین:

$$\bar{P}=2\pi^2A^2f^2\mu v \Rightarrow 90=2\times10\times25\times10^{-4}\times f^2\times0/1\times20\Rightarrow f^2=900 \Rightarrow f=30Hz$$

دوره برابر است با:

$$T=\frac{1}{f}\Rightarrow T=\frac{1}{30}s$$

Ⓑ **۱۶۷۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل مسأله، دامنه‌ی نوسان ذرات محیط در موج A برابر $2cm$ و دامنه‌ی نوسان ذرات در موج B برابر $2\sqrt{2}cm$ است. همچنین، می‌توان گفت نصف طول موج A برابر $\frac{3}{4}$ طول موج B است. بنابراین:

$$\frac{1}{2}\lambda_A=\frac{3}{4}\lambda_B\Rightarrow\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{2}{3} \quad , \quad \frac{A_B}{A_A}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

با توجه به این‌که هر دو موج در طناب واحدی منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار هر دو موج یکسان می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_A=\lambda_Af_A \\ v_B=\lambda_Bf_B \end{cases} \xrightarrow{v_A=v_B} \lambda_Af_A=\lambda_Bf_B\Rightarrow\frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{3}{2}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی انرژی موج $(E=2\pi^2mA^2f^2)$ داریم:

$$\frac{E_B}{E_A}=(\frac{A_B}{A_A})^2\times(\frac{f_B}{f_A})^2=(\sqrt{2})^2\times(\frac{3}{2})^2=2\times\frac{9}{4}=\frac{9}{2}$$

Ⓐ **۱۶۷۷- گزینه‌ی ۱** اختلاف فاز دو موج ۲π است و دو موج در نقطه‌ی M هم‌فاز بوده و برهم نهی سازنده است. بنابراین:

$A_t = ۴+۴ = ۸cm$

Ⓐ **۱۶۷۸- گزینه‌ی ۳** چون اختلاف فاز بین دو موج برابر $\varphi = \frac{\pi}{۶} - (-\frac{۵\pi}{۶}) = \pi$ است دو موج در فاز مخالف هستند و برهم نهی ویرانگر رخ می‌دهد. دامنه‌ی نوسان نقطه‌ی N برابر $۸-۶=۲cm$ می‌شود.

Ⓒ **۱۶۷۹- گزینه‌ی ۴** بنا بر اصل برهم‌نهی:

$$u = u_۱ + u_۲ \Rightarrow ۵\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶}) = ۳\sin(\omega t - \frac{\pi}{۶}) + u_۲$$

$$u_۲ = ۵\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶}) - ۳\sin(\omega t - \frac{\pi}{۶})$$

با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $-\sin\alpha = \sin(\alpha+\pi)$ می‌توان نوشت:

$$u_۲ = ۵\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶}) + ۳\sin(\omega t - \frac{\pi}{۶} + \pi)$$

$$u_۲ = ۵\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶}) + ۳\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶}) \Rightarrow u_۲ = ۸\sin(\omega t + \frac{۵\pi}{۶})$$

Ⓑ **۱۶۸۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به اصل برهم‌نهی:

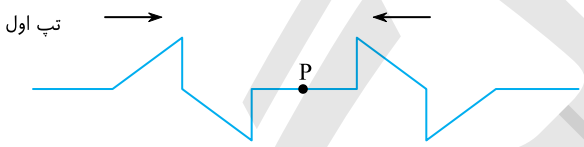
$$u = u_۱ + u_۲$$

$$u = ۲\sin ۱۰\pi t + ۲\sin(۱۰\pi t + \frac{\pi}{۳}) \Rightarrow u = ۲[\sin ۱۰\pi t + \sin(۱۰\pi t + \frac{\pi}{۳})]$$

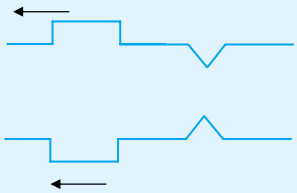
با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $\sin\alpha + \sin\beta = ۲\cos\frac{\alpha-\beta}{۲}\sin\frac{\alpha+\beta}{۲}$ می‌توان نوشت:

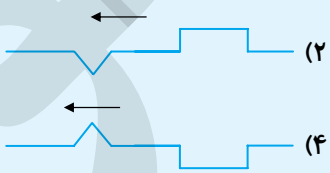
$$u = ۲[۲\cos\frac{\frac{\pi}{۳}}{۲}\sin(۱۰\pi t + \frac{\pi}{۶})] \Rightarrow u = ۴\cos\frac{\pi}{۶}\sin(۱۰\pi t + \frac{\pi}{۶}) \Rightarrow u = ۲\sqrt{۳}\sin(۱۰\pi t + \frac{\pi}{۶})$$

Ⓑ **۱۶۸۱- گزینه‌ی ۳** برای آن‌که نقطه‌ی P ساکن بماند، باید دو تپ در تمام لحظه‌های گذر از نقطه‌ی P برهم‌نهی ویرانگر انجام دهند.



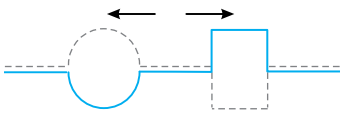
تست: در شکل روبه‌رو، تپی در حال پیشروی در یک محیط کشسان نمایش داده شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، تپی را نشان می‌دهد که اگر هم‌زمان با تپ اول به نقطه‌ی M برسد، M ساکن می‌ماند؟



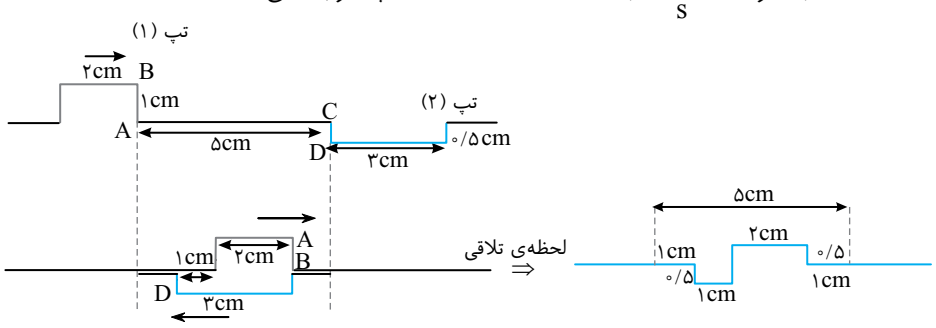


پاسخ: با توجه به شکل، هرگاه قسمت مثلث تپ سمت چپ به M برسد، قسمت مثلث تپ سمت راست به M می‌رسد، برهم نهی ویرانگر است و M ساکن می‌ماند. در ادامه‌ی مسیر دو تپ، قسمت‌های مستطیل تپ به M رسیده و برهم نهی ویرانگر بوده و M ساکن است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

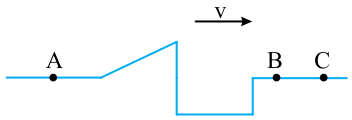
Ⓑ **۱۶۸۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو گزینه‌ی (۱) درست است. در واقع دو تپ در لحظه‌ی موردنظر قرینه‌ی محوری هم هستند.



C **۱۶۸۳- گزینه‌ی ۲** دو تپ هرکدام در مدت ۲s با سرعت $۲\frac{cm}{s}$ به اندازه‌ی ۲×۲=۴ cm پیشروی می‌کنند.

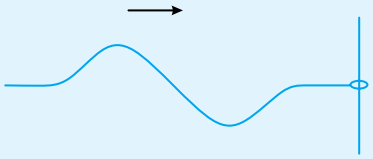


A **۱۶۸۴- گزینه‌ی ۳** نقطه‌ی B شبیه انتهای ثابت عمل کرده و تپ از آن بازتابیده می‌شود و تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارونگی دارد. قسمت مستطیل شکل تپ ابتدا به نقطه‌ی B می‌رسد، بنابراین در بازتاب نیز، ابتدا برمی‌گردد و در سمت چپ تپ قرار می‌گیرد. با این توضیحات، گزینه‌ی (۳) تپ بازتابیده است.



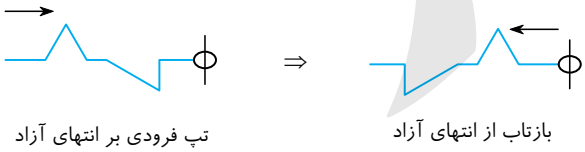
A **۱۶۸۵- گزینه‌ی ۴** در بازتاب از انتهای آزاد، وارونگی اتفاق نمی‌افتد.

تست: در شکل روبه‌رو یک تپ سینوسی در یک محیط کشسان در حال پیشروی است. تپ بازتابیده از انتهای آزاد کدام گزینه‌ی زیر است؟

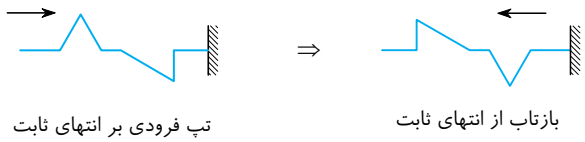


پاسخ: در بازتاب از انتهای آزاد وارونگی وجود ندارد. به همین علت وقتی فرورفتگی تپ به مانع برخورد کرده و بازتاب می‌شود، همچنان فرورفتگی باقی می‌ماند. سپس برآمدگی به مانع می‌رسد و برآمدگی برمی‌گردد. در این صورت در تپ بازتابیده فرورفتگی در جهت پیشروی تپ جلوتر از برآمدگی قرار دارد. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۱۶۸۶- گزینه‌ی ۱** در بازتاب تپ از انتهای آزاد، تپ بازتابیده وارونگی ندارد.



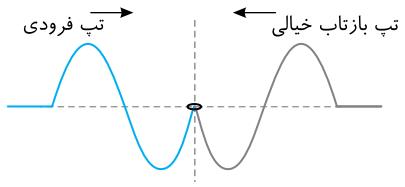
در بازتاب تپ از انتهای ثابت، تپ بازتابیده وارونگی دارد.



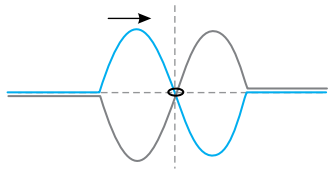
B **۱۶۸۷- گزینه‌ی ۲** در مدت ۰/۱s پیشروی تپ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = ۲\times ۰/۱ = ۰/۲m = ۲۰cm$$

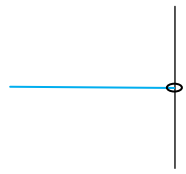
برای راحتی در درک این نوع مسائل به جای تپ بازتاب یک تپ تخیلی که از راست بـه چپ به مانع نزدیک می‌شـود رسـم می‌کنیم. البته می‌دانیم کـه روی انتهای آزاد وارونگی رخ نمی‌دهد بنابراین ابتدا خواهیم داشت:



۰/۱ ثانیه بعد هر کدام به اندازه‌ی ۲۰cm جلو می‌آیند:



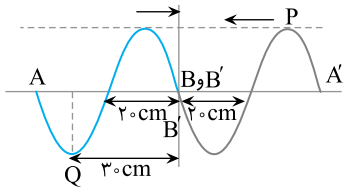
دقـت کنید دو تپ فرودی و بازتاب برهم‌نهی ویرانگـر دارند و تپ برهم‌نهاده مطابق شکل روبه‌رو خواهد شد:



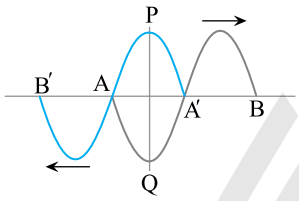
C **۱۶۸۸- گزینه‌ی ۱** ابتدا مقدار پیشروی موج در مدت ۰/۲s را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = ۱/۵\times ۰/۲ = ۰/۳m = ۳۰cm$$

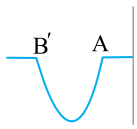
مطابق شـکل یک تپ بازتاب تخیلی که همزمان با تپ اصلی به انتهای ثابت می‌رسـد را رسـم می‌کنیم تپ بازتاب از انتهای ثابت وارونگی دارد از این رو تپ بازتاب تخیلی به شکل مقابل است.



بعد از ۰/۲s موج رفت و موج بازتاب به اندازه‌ی ۳۰cm پیشروی کرده و مطابق شکل روبه‌رو قرار می‌گیرند.



در این صورت دو تپ AP و AQ یک‌دیگر را خنثی کرده و تنها تپ AB′ باقی می‌ماند.



A **۱۶۸۹- گزینه‌ی ۳** تمام نقطه‌های محیط با یک بسامد نوسان می‌کنند و نقطه‌های بین دو گره‌ی متوالی با هم بالا و پایین می‌روند، پس هم‌فاز هستند، اما دامنه‌ی آن‌ها متفاوت است.

B **۱۶۹۰- گزینه‌ی ۴** در موج ایستاده، هر نقطه (ذره) از محیط با دامنه‌ی ثابتی نوسان می‌کند، هر چند که دامنه‌ی نقاط مختلف محیط یکسان نیست.

تست: از برهم‌نهی دو موج هم‌بسـامد، هم‌دامنه و هم‌راسـتا که در دو سـوی مخالف در طول یک سیم نازک منتشر می‌شوند، موج ایستاده تشکیل می‌شود. کدام‌یک از موارد زیر درباره‌ی این موج نادرست است؟

۱) اختلاف فاز دو موجی که موج ایستاده را به‌وجود آورده‌اند، در یک نقطه همواره ثابت است.

۲) برهم‌نهی دو موج در گره‌ها ویرانگر و در شکم‌ها سازنده است.

۳) جای گره‌ها و شکم‌ها در طول سیم ثابت است.

۴) دامنه‌ی ارتعاش هر نقطه از سیم، با گذشت زمان تغییر می‌کند.

پاسخ: در تشکیل امواج ایستاده، در هر نقطه از سیم، اختلاف فاز دو موج ثابت است. در محل گره‌ها دو موج در فاز مخالف بوده، برهم‌نهی ویرانگر و در محل شـکم‌ها دو موج هم‌فاز بوده و برهم‌نهی سـازنده می‌باشد و جای گره‌ها و شکم‌ها تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینه‌های (۱) تا (۳) درست هستند. از طرفی دامنه‌ی یک نقطه از محیط، مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

B **۱۶۹۱- گزینه‌ی ۴** هنگام تشکیل موج ایستاده در یک طناب، بازه‌ی زمانی که در آن دو بار متوالی طناب به‌صورت تخت درمی‌آید، نصف دوره است.

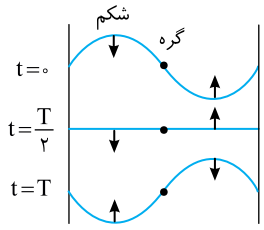
$$\frac{T}{۲}=۰/۲۵s \Rightarrow T=۰/۵s \quad , \quad \lambda=vT=۴۰\times ۰/۵=۲۰m$$

A **۱۶۹۲- گزینه‌ی ۴** گزینه‌ی (۱) نادرست است، زیرا در محل مانع نرم (انتهای آزاد)، شکم و در محل مانع سخت (انتهای ثابت)، گره تشکیل می‌شود.

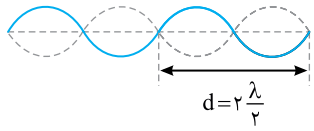
گزینه‌ی (۲) نادرست است، زیرا امواج طولی و همچنین امواج عرضی می‌توانند امواج ایستاده تشکیل دهند.

گزینه‌ی (۳) نادرست است، زیرا یکی از شرط‌های اصلی تشکیل امواج ایستاده است.

گزینه‌ی (۴) درست است، در پدیده‌ی تداخل، دامنه‌ی نقطه‌های مختلف محیط متفاوت است. در نقاطی که دو موج هم‌فاز هستند، دامنه بیشینه $(A_{T_{max}}=A_۱+A_۲)$ و در نقاطی که دو موج در فاز مخالف هستند، دامنه کمینه $(A_{T_{min}}=|A_۱-A_۲|)$ است و در بقیه‌ی نقاط، دامنه بین این دو مقدار است.

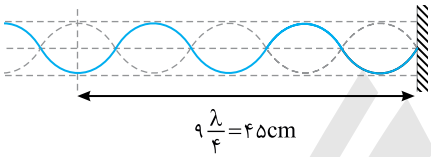


B **۱۶۹۳- گزینه‌ی ۴** گزینه‌ی (۱) قطعاً نادرست است، زیرا یک قسمت طناب نمی‌تواند در یک زمان هم برآمدگی و هم فرورفتگی داشته باشد. در شکل روبه‌رو موج ایستاده در سه لحظه‌ی $t=۰$، $t=\frac{T}{۲}$ و $t=T$ برای یک طناب نشان داده شده است که مشخص می‌کند گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.



A **۱۶۹۴- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی هر دو گره‌ی متوالی در موج ایستاده برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است. با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$d=\frac{۲\lambda}{۲}=\lambda$$



A **۱۶۹۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل موج ایستاده‌ای که رسم شده است، به سادگی طول موج به‌دست می‌آید.

$$\frac{۹\lambda}{۴}=۴۵ \Rightarrow \lambda=۲۰\,cm$$

اکنون می‌توان بسامد را حساب کرد:

$$f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow f=\frac{۳۶}{۰/۲} \Rightarrow f=۱۸۰\,Hz$$

A **۱۶۹۶- گزینه‌ی ۲** هنگام برهم‌نهی دو موج هم‌دوره، بسامد موج تغییر نمی‌کند.

$$\omega=۲\pi f \Rightarrow ۱۰۰\pi=۲\pi f \Rightarrow f=۵۰Hz$$

B **۱۶۹۷- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی نزدیک‌ترین گره تا نقطه‌ی ثابت برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است. بنابراین طول موج در حالت اول برابر است با:

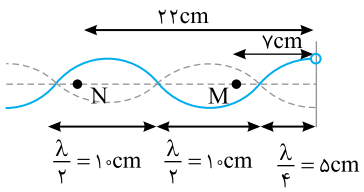
$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰ \Rightarrow \lambda_۱=۴۰cm$$

چون سرعت موج $(v=f\lambda)$ در این تار ثابت است، بنابراین:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{\lambda_۲}{۴۰}=\frac{۲۰}{۱۰} \Rightarrow \lambda_۲=۸۰cm$$

فاصله‌ی شکم‌ها از انتهای ثابت برابر است با مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$:

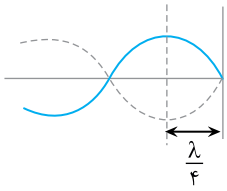
$$x=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴} \Rightarrow x=۲۰, ۶۰, ۱۰۰, ۱۴۰, \ldots$$



B **۱۶۹۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{۶۰}{۳۰۰}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow \lambda=۲۰\,cm$$

با توجه به شکل روبه‌رو، دو نقطه‌ی M و N در دو طرف یک گره بوده و در فاز مخالف قرار دارند و اختلاف فاز آن‌ها π است.



B ۱۶۹۹- گزینه‌ی (۲) **راه‌حل اول**: ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{20}{62/5}\Rightarrow\lambda=0/32m=32cm$$

در این صورت فاصله‌ی نقطه‌ی M از انتهای ثابت برابر خواهد بود با: $\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{8}{32}\Rightarrow\Delta x=\frac{\lambda}{4}$

در امواج ایستاده فاصله‌ی اولین شکم از انتهای ثابت برابر $\frac{\lambda}{4}$ است و نقطه‌ی M شکم بوده و دو موج هم‌فازند و اختلاف فاز آن‌ها مضرب زوج π است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

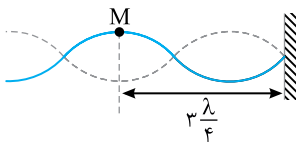
راه‌حل دوم: موج با تأخیر فاز $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ به مانع می‌رسد:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{32}\times8\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}\,rad$$

روی انتهای ثابت، موج فرودی و موج بازتاب در فاز مخالف بوده موج بازتاب با تأخیر فاز $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$، از مانع به نقطه‌ی M می‌رسد.

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\frac{2\pi}{32}\times8\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}\,rad$$

بنابراین موج رفت در نقطه‌ی M به اندازه‌ی $\frac{\pi}{2}+\pi+\frac{\pi}{2}=2\pi\,rad$ نسبت به موج رفت تأخیر فاز دارد.



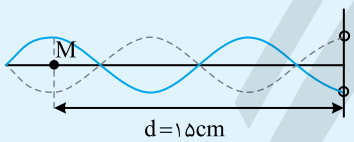
B ۱۷۰۰- گزینه‌ی (۲) با توجه به شکل نقطه‌ی M شکم است و فاصله‌ی آن از انتهای ثابت $3\frac{\lambda}{4}$ است.

از طرفی بسامد زاویه‌ای نوسان $\omega=60\pi\frac{rad}{s}$ می‌باشد: $\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow60\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{1}{30}s$

طول موج برابر خواهد شد با: $\lambda=vT\Rightarrow\lambda=12\times\frac{1}{30}\Rightarrow\lambda=0/4\,m$

فاصله‌ی M از انتهای ثابت $=3\frac{\lambda}{4}=3\times\frac{0/4}{4}=0/3\,m$

تست: در شکل روبه‌رو، یک موج ایستاده در یک طناب رسم شده است. اگر معادله‌ی نوسان نقطه‌ی M که در فاصله‌ی ۱۵cm انتهای آزاد است به‌صورت $y_M=0/02\sin(40\pi t+\frac{\pi}{3})$ باشد، سرعت انتشار موج در طناب چند متر بر ثانیه است؟



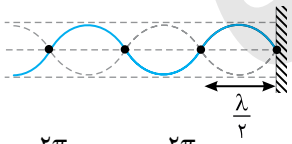
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: با توجه به شکل، می‌توان نوشت:

$$d=3\frac{\lambda}{2}\Rightarrow15=3(\frac{\lambda}{2})\Rightarrow\lambda=10cm$$

$$\omega=2\pi f\Rightarrow40\pi=2\pi f\Rightarrow f=20Hz\quad,\quad v=f\lambda=20\times\frac{10}{100}=2\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



B ۱۷۰۱- گزینه‌ی (۱) در بازتاب از انتهای ثابت طناب و تشکیل امواج ایستاده، در محل انتهای ثابت گره تشکیل می‌شود و فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی از هم $\frac{\lambda}{2}$ است و فاصله‌ی گره‌ها از انتهای ثابت برابر است با: $l=n\frac{\lambda}{2}$. ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow10\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=0/2\,m\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=0/1\,m$$

بنابراین، فاصله‌ی گره‌ها از انتهای ثابت برابر خواهد شد با: $l=n\frac{\lambda}{2}\Rightarrow l=0/1n$

تست: در امواج ایستاده، اختلاف فاز دو موج در محل گره‌ها کدام است؟

۱) $(2n-1)\frac{\pi}{2}$ ۲) $n\frac{\pi}{2}$ ۳) $2n\pi$ ۴) $(2n-1)\pi$

پاسخ: دو موج در محل گره‌ها در فاز مخالف هستند و اختلاف فاز آن‌ها مضرب فرد π است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۷۰۲- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی گره‌ها از هم مضرب صحیح نصف طول موج است. با کاهش بسامد دیاپازون و ثابت بودن سرعت انتشار موج در تار، طول موج افزایش می‌یابد و فاصله‌ی گره‌ها از هم زیاد می‌شود.

Ⓐ **۱۷۰۳- گزینه‌ی ۳** در یک تار مرتعش طول تار همواره مضرب درستی از نصف طول موج است.

$$l=n\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow n=\frac{l}{\frac{\lambda}{۲}} \Rightarrow n=\frac{۱}{\frac{\lambda}{۲}}$$

گزینه‌ها را در رابطه‌ی بالا قرار می‌دهیم اگر عدد صحیح به دست آمد آن گزینه قابل قبول است.

(۱) گزینه‌ی: $n=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۳}} \Rightarrow n=\frac{۳}{۲}$ غ‌ق‌ق

(۲) گزینه‌ی: $n=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}} \Rightarrow n=\frac{۴}{۳}$ غ‌ق‌ق

(۳) گزینه‌ی: $n=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}}=۳$ ق‌ق

(۴) گزینه‌ی: $n=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۲}}=\frac{۴}{۵}$ غ‌ق‌ق

Ⓐ **۱۷۰۴- گزینه‌ی ۳** طول تار مرتعش مضرب صحیحی از نصف طول موج است $(l=n\frac{\lambda}{۲})$ بنابراین کافی است اعداد گزینه‌ها را بر $\frac{\lambda}{۲}$ تقسیم کنیم خارج قسمت هر کدام که عدد صحیح باشد آن عدد می‌تواند طول تار باشد.

$$n=\frac{l}{\frac{\lambda}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۹۲}{۸}=۱۱/۵ & \text{غ‌ق‌ق} \\ \frac{۴۶}{۸}=۵/۷۵ & \text{غ‌ق‌ق} \\ \frac{۲۴}{۸}=۳ & \text{ق‌ق} \\ \frac{۱۲}{۸}=۱/۵ & \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

Ⓐ **۱۷۰۵- گزینه‌ی ۱** هرگاه بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت را از هم کم کنیم، بسامد هماهنگ اصلی به‌دست می‌آید.

$$f_{n+۱}-f_n=(n+۱)f_۱-nf_۱=f_۱ \Rightarrow f_۱=۲۵۰-۲۰۰=۵۰Hz$$

Ⓐ **۱۷۰۶- گزینه‌ی ۳** در طول طناب چهار گره تشکیل شده است از این‌رو $n=۴-۱=۳$ بنابراین بسامد طناب برابر است با:

$$f_n=\frac{nv}{۲l} \Rightarrow f=\frac{۳\times۲۴۰}{۲\times۰/۶} \Rightarrow f=۶۰۰Hz$$

Ⓐ **۱۷۰۷- گزینه‌ی ۲** بسامد تار با دو انتهای بسته برابر $f_n=\frac{nv}{۲l}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار بوده و $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ می‌باشد.

$$\begin{cases} n=۱ \Rightarrow f_۱=\frac{۱}{۲l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ n=۲ \Rightarrow f_۲=\frac{۲}{۲l}\sqrt{\frac{۲F}{\mu}} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱}=۲\sqrt{۲}$$

تست: اگر نیروی کشش یک تار مرتعش را چهار برابر و طول تار را نصف کنیم، بسامد صوت اصلی آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۱ **۲)** ۲ **۳)** ۴ **۴)** ۸

پاسخ: اگر نیروی کشش تار چهار برابر شود، سرعت انتشار موج در آن، دو برابر می‌شود.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow[\mu'=\mu]{F'=۴F} v'=۲v$$

در این صورت بسامد صوت اصلی چهار برابر خواهد شد:

$$\begin{cases} f=\frac{v}{۲l} \\ f'=\frac{v'}{۲l'} \end{cases} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\cdot\frac{l}{l'} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{۲v}{v}\cdot\frac{l}{\frac{l}{۲}} \Rightarrow \frac{f'}{f}=۴$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست: نیروی کشش تار مرتعشی با دو انتهای ثابت را آن‌قدر تغییر داده‌ایم که بسامد صوت اصلی تار ۳ برابر شده است. در این صورت نیرو را .....

۱) $\sqrt{۳}$ برابر بزرگ کرده‌ایم. **۲)** ۳ برابر بزرگ کرده‌ایم. **۳)** ۳ برابر کوچک کرده‌ایم. **۴)** ۹ برابر بزرگ کرده‌ایم.

پاسخ: بسامد هماهنگ‌های یک تار با دو انتهای ثابت از رابطه‌ی $f_n=\frac{nv}{۲l}$ به‌دست می‌آید و بسامد اصلی آن برابر $f_۱=\frac{v}{۲l}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار و برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ می‌باشد. در این صورت:

$$f'_۱=۳f_۱\Rightarrow\frac{v'}{۲l}=۳\frac{v}{۲l}\Rightarrow\sqrt{\frac{F'}{\mu}}=۳\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow F'=۹F$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۷۰۸- گزینه‌ی ۲** در تار با دو انتهای ثابت، شماره‌ی هماهنگ (n) از تعداد گره‌ها یک واحد کم‌تر است.

$n=۵-۱=۴$

$$f_n=\frac{nv}{۲l}\Rightarrow ۴۰۰=\frac{۴v}{۲\times ۰/۴}\Rightarrow v=۸۰\frac{m}{s}$$

تست: تاری با دو انتهای ثابت به‌طول ۱۰۰cm با بسامد ۲۰۰Hz در حال ارتعاش است. اگر در طول تار فقط دو شکم تشکیل شده باشد، سرعت انتشار امواج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ **۲)** ۴۰۰ **۳)** ۵ **۴)** ۲۰۰

پاسخ: در تار مرتعش با دو انتهای ثابت، بسامد برابر $f_n=\frac{nv}{۲l}$ است که در آن n شماره‌ی بسامد و هماهنگ تار و با تعداد شکم‌ها برابر است.

$$f_n=\frac{nv}{۲l}\xrightarrow{n=۲}۲۰۰=\frac{۲\times v}{۲\times ۱}\Rightarrow v=۲۰۰\frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۷۰۹- گزینه‌ی ۳** بسامد هماهنگ یک تار با دو انتهای ثابت برابر $f_n=\frac{nv}{۲l}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار است.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$$

سرعت انتشار موج در تار با قطر تار نسبت وارون دارد، در این صورت بسامد تار نیز با قطر تار نسبت وارون دارد.

$$\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{D_۲}{D_۱}\Rightarrow\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{۱}{۲}$$

تست: دو سیم هم‌جنس با قطر مقطع برابر به طول‌های $l_۱$ و $l_۲$ دارای صوت اصلی هم بسامد می‌باشند. نسبت نیروی کشش سیم اول به نیروی کشش سیم دوم یعنی $\frac{F_۱}{F_۲}$ برابر است با:

۱) $\frac{l_۱}{l_۲}$ **۲)** $\frac{l_۲}{l_۱}$ **۳)** $(\frac{l_۱}{l_۲})^۲$ **۴)** $(\frac{l_۲}{l_۱})^۲$

پاسخ: سرعت انتشار موج در تار برابر $v=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ است. در صورت پرسش بیان شده که قطر دو سیم برابر و دو سیم هم‌جنس هستند. بنابراین:

$$\frac{v_۱}{v_۲}=\sqrt{\frac{F_۱}{F_۲}}$$

دو سیم دارای بسامد اصلی یکسان هستند.

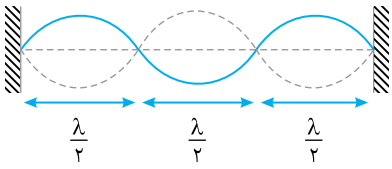
$$f_۱=f_۲\Rightarrow\frac{v_۱}{۲l_۱}=\frac{v_۲}{۲l_۲}\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{l_۱}{l_۲}\Rightarrow\sqrt{\frac{F_۱}{F_۲}}=\frac{l_۱}{l_۲}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=(\frac{l_۱}{l_۲})^۲$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۱۷۱۰- گزینه‌ی ۲** رابطه‌ی بسامد یک تار مرتعش به شکل زیر است:

$$f=\frac{nv}{2l}\Rightarrow f=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow f=\frac{2}{2\times 0/2}\sqrt{\frac{120}{12\times 10^{-3}}}\Rightarrow f=500Hz$$

Ⓑ **۱۷۱۱- گزینه‌ی ۳** شکل تار در هماهنگ سوم مطابق شکل روبه‌رو است و طول تار برابر $\frac{3\lambda}{2}$ بوده و تعداد گره‌ها در تار برابر ۴ است.



$$l=3\frac{\lambda}{2}\Rightarrow 60=3\frac{\lambda}{2}\Rightarrow \frac{\lambda}{2}=20cm$$

Ⓐ **۱۷۱۲- گزینه‌ی ۳** در یک تار مرتعش طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج است. بنابراین خارج قسمت طول تار به نصف طول موج باید عددی صحیح شود $(\frac{l}{\frac{\lambda}{2}}=n)$. حال اعداد داده شده در گزینه‌ها را طبق این شرط امتحان می‌کنیم:

$$\frac{l}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{120}{8}=15 \text{ ق ق} \quad , \quad \frac{l}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{60}{8}=7/5 \text{ غ ق ق} \quad , \quad \frac{l}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{40}{8}=5 \text{ ق ق} \quad , \quad \frac{l}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{24}{8}=3 \text{ ق ق}$$

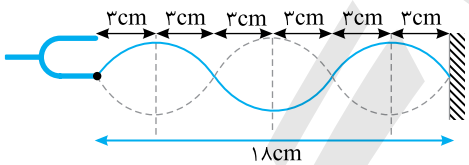
در نتیجه طول داده شده در گزینه‌ی (۳) نمی‌تواند طول تار باشد.

Ⓑ **۱۷۱۳- گزینه‌ی ۳** در یک تار با دو انتهای ثابت، بسامد هماهنگ‌های تار برابر $f_n=\frac{nv}{2l}$ است که در آن $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ می‌باشد.

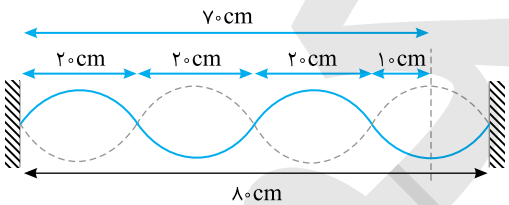
هنگامی که سیم را دو لا می‌کنیم، طول آن نصف $(l'=\frac{l}{2})$ و سطح مقطع آن دو برابر $(A'=2A)$ می‌شود. جنس سیم و نیروی کشش تغییر نکرده است.

$$\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\times\frac{l}{l'}\xrightarrow{\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}}}\frac{f'}{f}=\sqrt{\frac{A}{A'}}\times\frac{l}{l'}=\sqrt{\frac{A}{2A}}\times\frac{l}{\frac{l}{2}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\sqrt{2}$$

Ⓑ **۱۷۱۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل در طول تار، سه شکم و چهار گره تشکیل می‌شود.



Ⓐ **۱۷۱۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به‌صورت پرسش، شکل موج ایستاده در طناب را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، فاصله‌ی اولین گره تا آخرین شکم برابر ۷۰cm می‌شود.



Ⓑ **۱۷۱۶- گزینه‌ی ۳** تار هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است، بنابراین $n=5$ می‌باشد و بسامد اصلی تار خواهد شد:

$$f_5=5f_1\Rightarrow 450=5f_1\Rightarrow f_1=90Hz$$

با چهار برابر شدن نیروی کشش، سرعت انتشار موج در تار دو برابر می‌شود.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow[\mu'=\mu]{F'=4F}v'=2v$$

در این صورت، بسامد صوت اصلی تار دو برابر می‌شود.

$$f_1=\frac{v}{2l}\xrightarrow{v'=2v}f_1'=2f_1\Rightarrow f_1'=2\times 90=180Hz$$

Ⓐ **۱۷۱۷- گزینه‌ی ۴** چون شماره‌ی هماهنگ در تار مرتعش با دو انتهای ثابت از رابطه‌ی (۱− تعداد گره‌ها) به‌دست می‌آید، بنابراین تار، هماهنگ پنجم خود را انجام می‌دهد. با استفاده از رابطه‌ی بسامد تار مرتعش با دو انتهای ثابت طول تار (l) به راحتی قابل محاسبه است:

$$f_n=\frac{nv}{2l}\Rightarrow f_5=\frac{5v}{2l}\Rightarrow l=\frac{5v}{2f_5}=\frac{5\times 300}{2\times 750}=1m=100cm$$

B **۱۷۱۸- گزینه‌ی ۲** طول سیم ۴ برابر شده است، در این صورت سطح مقطع سیم، $\frac{1}{4}$ حالت اول می‌شود.

$$l'=4l \xrightarrow[V=Al]{\text{حجم ثابت است}} A'=\frac{1}{4}A$$

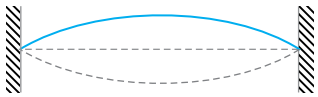
سرعت انتشار موج در تار خواهد شد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{A}{\frac{A}{4}}} \Rightarrow \frac{v'}{v}=2$$

بسامد اصلی تار برابر با $f=\frac{v}{2l}$ است، بنابراین:

$$f=\frac{v}{2l} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\times\frac{l}{l'} \Rightarrow \frac{f'}{f}=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

B **۱۷۱۹- گزینه‌ی ۲** در تار با دو انتهای ثابت، در هماهنگ اول، فاصله‌ی دو گره از هم برابر است با:



$$l=\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1=2l$$

و با تغییر نیروی کشش، در مقدار λ_1 تغییر حاصل نمی‌شود.

A **۱۷۲۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی طول موج در تارهای مرتعش $(l=n\frac{\lambda}{2})$، طول موج تنها به طول لوله و شماره‌ی هماهنگ بستگی دارد و با ثابت ماندن این دو مقدار، طول موج نیز ثابت می‌ماند.

B **۱۷۲۱- گزینه‌ی ۱** تار دارای دو انتهای ثابت است، زیرا هماهنگ زوج تولید کرده است.
طول موج تابعی از طول لوله و شماره‌ی هماهنگ است و به نیروی کشش بستگی ندارد.

طول موج در حالت اول:

$$l=n\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{n=1} l=\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1=2l$$

طول موج در حالت دوم:

$$n=2 \Rightarrow l=2\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2=l$$

بنابراین طول موج نصف حالت اول می‌شود.

B **۱۷۲۲- گزینه‌ی ۴** طول موج در تار مرتعش، تابعی از طول لوله و شماره‌ی هماهنگ است. در این پرسش، طول تار و همچنین شماره‌ی هماهنگ ثابت مانده است، بنابراین طول موج هماهنگ اصلی تغییر نمی‌کند.

B **۱۷۲۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که دو انتهای تار ثابت است، فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2}=10cm \Rightarrow \lambda=20cm=0/2m$$

با استفاده از رابطه‌ی سرعت انتشار موج داریم:

$$v=\lambda f=0/2\times 500=100\frac{m}{s}$$

چون در تار با دو انتهای ثابت، شماره‌ی هماهنگ برابر (۱− تعداد گره‌ها) می‌باشد، تار هماهنگ چهارم خود را ایجاد می‌کند. حال با استفاده از رابطه‌ی طول موج تار با دو انتهای ثابت، می‌توان نوشت:

$$l=n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow l=4\times\frac{0/2}{2}=0/4m$$

A **۱۷۲۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت انتشار موج در تار را به دست می‌آوریم:

$$f_n=\frac{nv}{2l} \Rightarrow 200=\frac{1\times v}{2\times 0/5} \Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

اکنون نیروی کشش تار را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 200\times 200=\frac{F}{5\times 10^{-3}} \Rightarrow F=200N$$

B **۱۷۲۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به این‌که در دو نقطه‌ی O و M گره ایجاد می‌شود، با یک طناب با دو انتهای ثابت مواجه هستیم. در طناب با دو انتهای ثابت، تعداد شکم‌ها برابر شماره‌ی هماهنگ است. بنابراین، طبق رابطه‌ی بسامد طناب با دو انتهای ثابت $(f_n=\frac{nv}{2l})$ و با توجه به ثابت بودن بسامد دیاپازون (f) و طول طناب (l)، چون n از ۳ به ۱ تغییر کرده است، باید v (سرعت انتشار موج) ۳ برابر شود. طبق رابطه‌ی سرعت انتشار موج $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$ و با ثابت بودن μ، باید F، ۹ برابر شود.

بنابراین:

$$\frac{F_2}{F_1}=9 \Rightarrow \frac{m_2 g}{m_1 g}=9 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1}=9 \Rightarrow m_2=9m_1 \Rightarrow m_2-m_1=8m_1$$

پس، ۸ برابر جرم وزنه‌ی اولیه باید به آن بیفزاییم.

C **۱۷۲۶- گزینه‌ی ۴** طول موج در تار تابعی از طول تار و شماره‌ی هماهنگ است که هیچ کدام تغییر نکرده و طول موج برابر $\lambda_1 = 4L$ است. اما بسامد صوت حاصل به دلیل افزایش نیروی کشش تغییر می‌کند.

$$\frac{f_1'}{f_1}=\frac{\frac{v'}{2l}}{\frac{v}{2l}}\Rightarrow\frac{f_1'}{f_1}=\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow\frac{f_1'}{f_1}=\frac{\sqrt{mg\sin 2\alpha}}{\sqrt{mg\sin\alpha}}\Rightarrow\frac{f_1'}{f_1}=\frac{\sqrt{2\sin\alpha\cos\alpha}}{\sqrt{\sin\alpha}}=\sqrt{2\cos\alpha}$$

بنابراین بسامد صوت در هوا نسبت به حالت قبل $\sqrt{2\cos\alpha}$ برابر می‌شود و با ثابت بودن سرعت صوت در هوا خواهیم داشت:

$$\frac{f_1'}{f_1}=\frac{\frac{v}{\lambda_1'}}{\frac{v}{\lambda_1}}\Rightarrow\frac{f_1'}{f_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_1'}\Rightarrow\frac{\lambda_1'}{\lambda_1}=\frac{f_1}{f_1'}\Rightarrow\frac{\lambda_1' \text{ در هوا}}{\lambda_1 \text{ در هوا}}=\frac{1}{\sqrt{2\cos\alpha}}$$

B **۱۷۲۷- گزینه‌ی ۱** در یک تار با دو انتهای بسته، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر بسامد اصلی است. وقتی یک گره یا یک شکم اضافه می‌شود، یعنی بسامد هماهنگ بعدی رخ داده است، پس به بسامد تار به اندازه‌ی بسامد اصلی اضافه می‌شود. طول موج هماهنگ اصلی برابر است با:

$$l=\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=2m$$

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{100}{2}=50Hz$$

A **۱۷۲۸- گزینه‌ی ۱** در پدیده‌ی تداخل اختلاف فاز دو موج در نقاط کمینه‌ی دامنه مضرب فرد π است بنابراین عبارت (الف) نادرست است.

در پدیده‌ی تداخل اختلاف فاصله‌ی نقاط کمینه‌ی دامنه از دو چشمه مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ است و عبارت (ب) درست است.

روی عمودمنصف دو چشمه‌ی همسان دو موج همفاز بوده و دامنه‌ی نقاط، بیشینه است بنابراین عبارت (پ) درست است.

در نقاط بیشینه دامنه دو موج همفاز بوده و اختلاف فاز دو موج مضرب زوج π است بنابراین عبارت (ت) درست است.

در تداخل امواج بسامد نوسان تمام نقاط محیط یکسان و برابر بسامد چشمه است بنابراین عبارت (ث) نادرست است.

درنتیجه سه جمله درست است.

A **۱۷۲۹- گزینه‌ی ۳** در نقاطی که اختلاف راه از دو چشمه مضرب زوج $\frac{\lambda}{2}$ است، دامنه بیشینه است و در نقاطی که اختلاف راه از دو چشمه مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ است، دامنه کمینه است.

d_2-d_1 را بر $\frac{\lambda}{2}$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{d_2-d_1}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{52-48}{\frac{10}{2}}=\frac{4}{5}\Rightarrow\delta=\frac{2}{5}\lambda$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) پاسخ مسأله است.

A **۱۷۳۰- گزینه‌ی ۴** بسامد را به دست می‌آوریم:

$$\omega=2\pi f\Rightarrow 40\pi=2\pi f\Rightarrow f=20Hz$$

طول موج برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{5}{20}\Rightarrow\lambda=\frac{1}{4}m=25cm$$

اختلاف راه بر حسب طول موج برابر است با:

$$\frac{d_2-d_1}{\frac{\lambda}{2}}=\frac{50-12/5}{\frac{25}{2}}\Rightarrow\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}=3\Rightarrow\delta=3\frac{\lambda}{2}$$

بنابراین دو موج در فاز مخالف به نقطه‌ی M می‌رسند و برهم‌نهی ویرانگر است.

B **۱۷۳۱- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاز دو موج برابر است با:

$$\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi}{\lambda}d_2-\frac{2\pi}{\lambda}d_1=\frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)$$

طول موج را از رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$ به‌دست آورده و در رابطه‌ی بالا قرار می‌دهیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{20}{40}\Rightarrow\lambda=0/5m$$

$$\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi}{0/5}\times(0/5-0/25)\Rightarrow\Delta\varphi=\pi\,rad$$

Ⓐ ۱۷۳۲- گزینه‌ی ۲ هنگامی که دو موج با بسامدهای یکسان f با هم تلاقی کرده و تداخل صورت می‌گیرد، بسامد موج حاصل از برهم‌نهی آن‌ها همچنان f است.

$$\omega=2\pi f \Rightarrow 100\pi=2\pi f \Rightarrow f=50Hz$$

تست: دو دیاپازون مشابه هریک به تنهایی با بسامد ۳۰۰ هرتز ارتعاش می‌کنند. اگر این دو دیاپازون را با هم به ارتعاش درآوریم چه بسامدی تولید خواهد شد؟

۱) ۶۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) $300\sqrt{2}$

پاسخ: هرگاه دو چشمه‌ی موج همسان در یک محیط، موج منتشر کنند، تغییر مکان هر ذره از محیط، حاصل بر هم نهی دو موج است، اما بسامد نوسان هر ذره با بسامد یکسان چشمه‌ها برابر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ ۱۷۳۳- گزینه‌ی ۱ نقاطی که اختلاف راه آن‌ها از دو چشمه، مضرب فرد نصف طول موج است، دارای کم‌ترین دامنه‌ی نوسان هستند. ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{4}{40}=0/1m=10cm$$

$$|d_2-d_1|=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\begin{cases}n=1\Rightarrow|d_2-d_1|=5cm\\ n=2\Rightarrow|d_2-d_1|=15cm\\ n=3\Rightarrow|d_2-d_1|=25cm\\ \vdots\end{cases}$$

Ⓐ ۱۷۳۴- گزینه‌ی ۳

$$\Delta\varphi=kx=\frac{\omega x}{v}\Rightarrow\Delta\varphi_1=\frac{340\pi\times3}{340}=3\pi,\ \Delta\varphi_2=\frac{340\pi\times4}{340}=4\pi$$

Ⓐ ۱۷۳۵- گزینه‌ی ۱ دو موج در فاز مخالف هستند، بنابراین خواهیم داشت:

$$d_2-d_1=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow3/2-2/6=\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=1/2\,m$$

Ⓑ ۱۷۳۶- گزینه‌ی ۴ در پدیده‌ی تداخل، دو موج رسیده به نقاطی که اختلاف راه آن‌ها از دو چشمه مضرب صحیح λ است هم‌فاز بوده و این نقاط دارای بیشینه دامنه هستند. طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}m$$

از طرفی:

$$|d_2-d_1|=n\lambda\Rightarrow n=\frac{|d_2-d_1|}{\lambda}\Rightarrow n=\frac{|d_2-d_1|}{\frac{3}{4}}\Rightarrow n=\frac{4}{3}|d_2-d_1|\Rightarrow n=\frac{4}{3}|1/2-d_1|$$

حال گزینه‌ها را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم اگر n عدد صحیح به دست آمد پاسخ قابل قبول است.

گزینه‌ی (۱): $n=\frac{4}{3}|(1/2-0/6)|\Rightarrow n=\frac{4}{3}\times0/6=0/8$ غ‌ق‌ق

گزینه‌ی (۲): $n=\frac{4}{3}|1/2-1/5|\Rightarrow n=\frac{4}{3}\times(0/3)=0/4$ غ‌ق‌ق

گزینه‌ی (۳): $n=\frac{4}{3}|1/2-0/3|\Rightarrow n=\frac{4}{3}\times0/9\Rightarrow n=1/2$ غ‌ق‌ق

گزینه‌ی (۴): $n=\frac{4}{3}|1/2-2/7|\Rightarrow n=\frac{4}{3}\times1/5\Rightarrow n=2$ ق‌ق

Ⓑ ۱۷۳۷- گزینه‌ی ۳ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند، بنابراین: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{2}{D_2}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}}{\frac{2}{D_1}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{D_1}{D_2}\Rightarrow\frac{40}{\lambda_1}=\frac{D_1}{2D_1}\Rightarrow\lambda_1=80cm$$

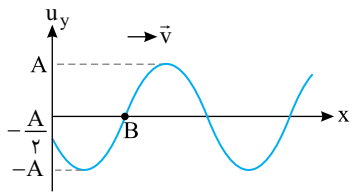
Ⓐ ۱۷۳۸- گزینه‌ی ۳ در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد و دوره‌ی موج که از خصوصیات چشمه‌ی موج هستند، تغییر نمی‌کند.

B **۱۷۳۹- گزینه‌ی ۳** کشش طناب در نقاط نزدیک محل آویز از کشش در نقطه‌های پایینی، بزرگ‌تر است، زیرا وزن بیش‌تری را تحمل می‌کند.

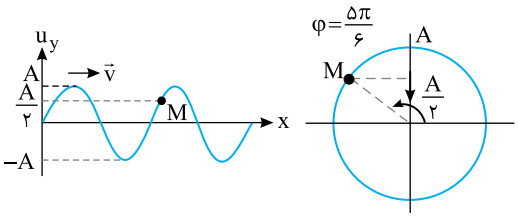
$$F_{\text{بالا}} > F_{\text{پایین}} \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} v_{\text{بالا}} > v_{\text{پایین}} \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \lambda_{\text{بالا}} > \lambda_{\text{پایین}}$$

B **۱۷۴۰- گزینه‌ی ۲** هنگامی که تعداد قطرات آب ریخته شده بیش‌تر می‌شود دوره‌ی موج ایجاد شده کم‌تر شده و بسامد افزایش می‌یابد. اما سرعت انتشار موج تابع شرایط فیزیکی محیط است و تا هنگامی که شرایط محیط تغییر نکرده باشد، سرعت انتشار موج ثابت است. از طرفی طول موج برابر $\lambda=\frac{v}{f}$ بوده با افزایش بسامد، طول موج کاهش می‌یابد.

B **۱۷۴۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل، B از مرکز نوسان در حال حرکت رو به پایین می‌باشد و فاز اولیه‌ی آن، برابر با π است. نقطه‌ی B دارای حرکت هماهنگ ساده است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

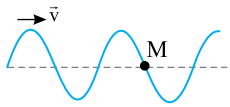


C **۱۷۴۲- گزینه‌ی ۲** نقطه‌ی M از مکان $+\frac{A}{2}$ در حال حرکت رو به پایین است و به سمت مرکز نوسان در حال حرکت است. بنابراین فاز نقطه‌ی M در لحظه‌ی نشان داده شده $(t=0)$، در ربع دوم مثلثاتی است و برابر $\frac{5\pi}{6}$ است.



$$v=v_m\cos(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow{t=0} v_0=v_m\cos\varphi_0=-\frac{\sqrt{3}}{2}v_m$$

C **۱۷۴۳- گزینه‌ی ۴** هر نقطه، حرکت نقطه‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند. نقطه‌ی قبل از M بالاتر از M است، پس M رو به بالا در حرکت است و فاز اولیه‌ی M صفر است. در حرکت هماهنگ ساده‌ی نقطه‌ی M، شتاب، π رادیان از بُعد جلوتر است.



A **۱۷۴۴- گزینه‌ی ۳** تیغه‌ی فلزی در حکم چشمه‌ی موج است که نوسان‌های آن در طناب موج سینوسی ساده ایجاد می‌کند.

A **۱۷۴۵- گزینه‌ی ۳**

$$\begin{cases} v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ \mu_1=\mu_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}=\sqrt{\frac{m_A g}{m_B g}}=\sqrt{\frac{20}{40}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

B **۱۷۴۶- گزینه‌ی ۴** در هر نوسان کامل، نوسانگر (هر ذره از محیط انتشار موج) مسافتی برابر با ۴A را می‌پیماید. بنابراین این نوسانگر در هر نوسان $4\times2=8cm$ مسافت طی می‌کند و $40cm$ مسافت طی شده برابر با $\frac{40}{8}=5$ نوسان است.

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{5}{5}=1s \quad , \quad \lambda=vT\Rightarrow\lambda=20\times1=20m$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow k=\frac{2\pi}{20}\Rightarrow k=\frac{\pi}{10}\frac{rad}{m}$$

A **۱۷۴۷- گزینه‌ی ۳** اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط مقدار ثابتی است. طول را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{\lambda}(1/5)\Rightarrow\lambda=18m$$

A **۱۷۴۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی $v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ باید D (قطر) کوچک‌تر شود تا سرعت زیاد شود.

B **۱۷۴۹- گزینه‌ی ۴** فاصله‌ی دو نقطه از هم $\Delta x=\frac{3\lambda}{2}$ است و دو نقطه در فاز مخالف‌اند. برای آن‌که دو نقطه هم‌فاز شوند، باید $\Delta x=n\lambda'$ باشد:

$$n=1\Rightarrow \Delta x=\lambda'=\frac{3\lambda}{2}\Rightarrow f'=\frac{2}{3}f$$

ولی در این حالت بسامد را باید کاهش داد. پس حالت بعدی یعنی $\Delta x=2\lambda'$ را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{3\lambda}{2}=2\lambda'\Rightarrow \lambda'=\frac{3}{4}\lambda\Rightarrow f'=\frac{4}{3}f$$

$$\frac{150}{f'}=\frac{3}{4}\Rightarrow f'=200Hz\Rightarrow \Delta f=200-150=50Hz$$

B **۱۷۵۰- گزینه‌ی ۳** اختلاف فاز دو نقطه‌ی هم‌فاز، مضرب زوجی از π است و اختلاف راه آن‌ها مضرب زوج نصف طول موج است.

$$\varphi_B-\varphi_A=2n\pi\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}d_B-\frac{2\pi}{\lambda}d_A=2n\pi\Rightarrow d_B-d_A=2n\frac{\lambda}{2}$$

$$|d_B-d_A|=n\lambda \qquad , \qquad d_B+d_A=50$$

اگر $n=0$، آن‌گاه $d_A=d_B=25cm$ و اگر $n=1$، آن‌گاه $d_A=37/5cm$ و $d_B=12/5\,cm$ و یا $d_B=37/5cm$ و $d_A=12/5\,cm$.

اگر $n\geq 2$، آن‌گاه نقطه‌های A و B برای این‌که دارای فاصله‌ی $50\,cm$ از هم بوده و هم‌فاز باشند، باید در یک طرف چشمه قرار گیرند.

A **۱۷۵۱- گزینه‌ی ۱** هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر سرعت انتشار موج تغییر می‌کند، اما دوره و بسامد که از ویژگی‌های چشمه‌ی موج است ثابت می‌ماند.

با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار موج $(v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}})$ و با توجه به یکسان بودن جنس دو سیم و نیروی کشش و بیش‌تر بودن قطر B نسبت به A، سرعت انتشار موج کاهش می‌یابد.

حال، طبق رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$ و با توجه به ثابت بودن بسامد و کاهش سرعت انتشار موج، می‌توان گفت طول موج نیز کاهش می‌یابد.

A **۱۷۵۲- گزینه‌ی ۱** سرعت انتشار موج در سیم مسی را به دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{89}{8900\times 9\times 10^{-6}}}=\frac{100}{3}\frac{m}{s}$$

طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow \lambda=\frac{\frac{100}{3}}{50}\Rightarrow \lambda=\frac{2}{3}m$$

کمینه فاصله بین برآمدگی و فرورفتگی یک موج عرضی، $\frac{\lambda}{2}$ است:

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}m$$

C **۱۷۵۳- گزینه‌ی ۲** تمام نقاط محیط نسبت به چشمه‌ی موج تأخیر فاز دارند. بنابراین چشمه‌ی موج نسبت به نقاط محیط $\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}x$ تقدم فاز دارد. یعنی ابتدا چشمه‌ی موج نوسان می‌کند، سپس ذرات مرتعش می‌شوند.

ابتدا معادله‌ی چشمه را به‌دست می‌آوریم:

$$y_O=6\sin(100\pi t+\frac{2\pi}{21}\times 20)=6\sin(100\pi t+\frac{40}{21}\pi)$$

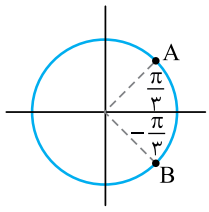
حال با کاستن تأخیر فاز $\frac{2\pi}{\lambda}x$، معادله‌ی نقطه‌ی B را به‌دست می‌آوریم:

$$y_B=6\sin(100\pi t+\frac{40\pi}{21}-\frac{2\pi}{21}\times 48)=6\sin(100\pi t-\frac{56}{21}\pi)=6\sin(100\pi t-\frac{8\pi}{3})\Rightarrow y_B=6\sin(100\pi t-\frac{2\pi}{3})$$

B **۱۷۵۴- گزینه‌ی ۴** به ازای هر نقطه‌ی هم‌فاز، 2π رادیان به اختلاف فاز دو نقطه اضافه می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow(\frac{\pi}{6}-(-\frac{\pi}{6}))+4\pi=\frac{50\pi}{50}\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{13}{3}m$$

B ۱۷۵۵- گزینه‌ی ۳

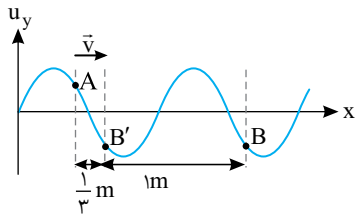


$$\omega=2\pi f \Rightarrow 20\pi=2\pi f \Rightarrow f=10Hz$$

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{10}{10}=1m$$

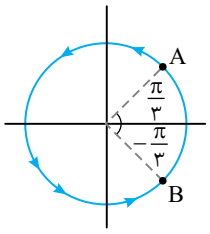
$$|\Delta\varphi|=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \left|-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right|=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{3}m$$

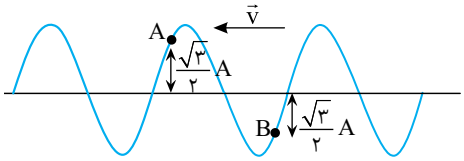
چون یک نقطه‌ی هم‌فاز با B وجود دارد، بنابراین:



$$AB=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}m$$

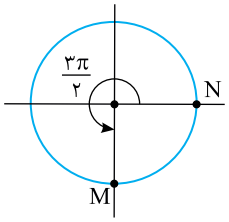
C ۱۷۵۶- گزینه‌ی ۱ در صورت تست بیان شده است که موج در حال پیشروی از B به A است. پس نقطه‌ی A با گذشت زمان باید حرکت B را تکرار کند، در واقع A نسبت به B تأخیر فاز دارد. با توجه به دو شکل روبه‌رو، می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف فاز A و B از π بیش‌تر است:





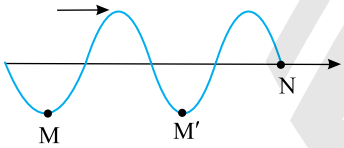
$$\begin{cases}\Delta\varphi=\frac{4\pi}{3}\\ \Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\end{cases} \Rightarrow \frac{4\pi}{3}=\frac{20\pi}{10}\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{2}{3}m$$

C ۱۷۵۷- گزینه‌ی ۴ اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی M و N برابر است با:



$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{2\pi}{20}\times 35 \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{7\pi}{2}=2\pi+\frac{3\pi}{2}$$

در واقع یک نقطه‌ی هم‌فاز با M بین دو نقطه وجود دارد که معادل 2π رادیان اختلاف فاز است. اختلاف فاز بین M و N روی دایره مثلثاتی $\frac{3\pi}{2}$ است. انتشار موج در محیط، شبیه شکل روبه‌رو است و N در مدت $\frac{T}{4}$ به بیشینه‌ی بُعد خود می‌رسد.



A ۱۷۵۸- گزینه‌ی ۳ برای به دست آوردن معادله‌ی نقطه‌ی موردنظر کافی است مقدار kx را از فاز معادله‌ی چشمه کم کنیم:

$$y=0/02\sin(5\pi t-kx)$$

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{5\pi}{20}\Rightarrow k=\frac{\pi}{4}\frac{rad}{m}$$

$$y=0/02\sin(5\pi t-\frac{\pi}{4}\times 0/25)\Rightarrow y=0/02\sin(5\pi t-\frac{\pi}{16})$$

برای به دست آوردن معادله‌ی شتاب زمان دو بار از معادله‌ی مکان زمان مشتق می‌گیریم:

$$v=\frac{dy}{dt} \Rightarrow v=0/1\pi\cos(5\pi t-\frac{\pi}{16}) \quad , \quad a=\frac{dv}{dt} \Rightarrow a=-0/5\pi^2\sin(5\pi t-\frac{\pi}{16})$$

B ۱۷۵۹- گزینه‌ی ۴ دوره‌ی نوسان ذرات محیط و چشمه را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=vT\Rightarrow T=\frac{1}{20}=0/05s$$

زمان رسیدن موج از سر طناب (چشمه) به نقطه‌ی P را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=vt\Rightarrow t=\frac{3/2}{20}=0/16s$$

در مدت $0/3s$ نقطه‌ی P به مدت $0/3-0/16=0/14s$ در نوسان بوده و حرکت سر طناب را تکرار می‌کند از طرفی سر طناب دارای حرکت هماهنگ ساده است و در هر دوره حرکت خود را تکرار می‌کند. بنابراین وضعیت نقطه‌ی P در لحظه‌ی $0/14s$، $0/14-0/05=0/09s$ و $0/09-0/05=0/04s$ شبیه سر طناب است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

C **۱۷۶۰- گزینه‌ی ۴** هنگامی که بین دو نقطه‌ی M و N، نقطه‌ی هم‌فازی با هیچ‌یک از آن‌ها وجود نداشته باشد، فاصله‌ی M و N کم‌ترین است. در این صورت به کمک رابطه‌ی $\Delta\varphi = k\Delta x$ فاصله‌ی بین M و N را به‌دست می‌آوریم:

$$|\Delta\varphi| = k|\Delta x| \xrightarrow{k=\frac{\omega}{v}} \frac{\pi}{۲} = \frac{۵\pi}{۱۰}\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۱m$$

حال اگر بین دو نقطه، نقاطی هم‌فاز با M یا N وجود داشته باشد به ازای هر نقطه‌ی هم‌فاز به کم‌ترین فاصله‌ی M تا N یک طول موج اضافه می‌کنیم.

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{۵\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{k=\frac{۲\pi}{\lambda}} \frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = ۴m$$

بنابراین فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی M و N می‌تواند یکی از مقادیر زیر باشد:

$$\Delta x = ۱m$$
$$\Delta x = ۱ + \lambda = ۱ + ۴ = ۵m$$
$$\Delta x = ۱ + ۲\lambda = ۱ + ۸ = ۹m$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\Delta x = ۱ + n\lambda = ۱ + ۴n$$

بنابراین $\Delta x = ۸m$ نمی‌تواند فاصله‌ی بین M و N باشد.

A **۱۷۶۱- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار موج در طناب $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ بوده و با ۹ برابر شدن نیروی کشش، سرعت انتشار موج $v' = ۳v$ می‌شود. اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط برابر است با: $\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{\omega}{v}\Delta x$

$$\Delta\varphi' = \frac{\omega'}{v'}\Delta x \xrightarrow[v'=۳v]{f'=\frac{۱}{۲}f \;\Rightarrow\; \omega'=\frac{۱}{۲}\omega} \Delta\varphi' = \frac{\frac{۱}{۲}\omega}{۳v}\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta\varphi' = \frac{۱}{۶}\frac{\omega}{v}\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta\varphi' = \frac{۱}{۶}\Delta\varphi$$
$$\Delta\varphi' = \frac{۱}{۶}\times\frac{۵\pi}{۶} \;\Rightarrow\; \Delta\varphi' = \frac{۵}{۳۶}\pi$$

B **۱۷۶۲- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** در انتشار موج در محیط تمام ذره‌های محیط نسبت به چشمه دارای تأخیر فاز هستند. به‌عبارت بهتر اگر معادله‌ی چشمه‌ی موج به‌صورت $y_O = A\sin(\omega t + \varphi_\circ)$ باشد، معادله‌ی هر ذره به فاصله‌ی x از چشمه به‌صورت $y = A\sin(\omega t + \varphi_\circ - kx)$ خواهد بود یعنی از فاز معادله‌ی چشمه عبارت kx را باید کم کرد. هرگاه معادله‌ی یک ذره از محیط را در اختیار داشته باشیم برای نوشتن معادله‌ی چشمه باید عبارت kx را به فاز آن معادله اضافه کنیم.

اکنون عبارت kx را به معادله‌ی حرکت ذره‌ی A اضافه می‌کنیم، معادله‌ی نوسان چشمه‌ی O به‌دست می‌آید:

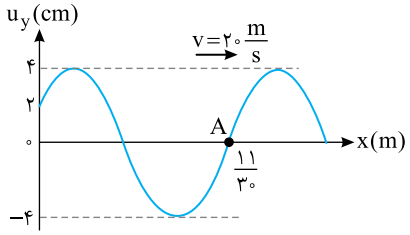
$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{۵\circ\pi}{۲\circ\circ} = \frac{\pi}{۴}\frac{rad}{m}$$
$$y_O = \circ/\circ۲\sin[۵\circ\pi t - \frac{۷\pi}{۶} + \frac{\pi}{۴}\times(۳)] \Rightarrow y_O = \circ/\circ۲\sin(۵\circ\pi t - \frac{۵\pi}{۱۲})$$

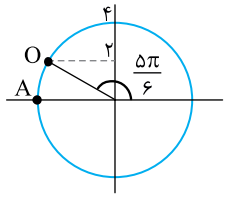
برای نوشتن معادله‌ی نوسان ذره‌ی A، از معادله‌ی چشمه عبارت kx را کم می‌کنیم.

$$y_B = \circ/\circ۲\sin[۵\circ\pi t - \frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۴}\times(۲)] \Rightarrow y_B = \circ/\circ۲\sin(۵\circ\pi t - \frac{۱۱\pi}{۱۲})$$

راه‌حل دوم: اختلاف فاز ذره‌ی A با چشمه $\Delta\varphi_A = kx = \frac{۳\pi}{۴}$ و اختلاف فاز ذره‌ی B با چشمه $\Delta\varphi_B = kx = \frac{\pi}{۲}$ است. بنابراین کافی است به فاز معادله‌ی نوسان ذره‌ی A، به اندازه‌ی $\frac{۳\pi}{۴} - \frac{\pi}{۲} = \frac{\pi}{۴}$ اضافه گردد تا معادله‌ی نوسان ذره‌ی B به‌دست آید:

$$y_B = \circ/\circ۲\sin(۵\circ\pi t - \frac{۷\pi}{۶} + \frac{\pi}{۴}) \Rightarrow y_B = \circ/\circ۲\sin(۵\circ\pi t - \frac{۱۱\pi}{۱۲})$$





C **۱۷۶۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به جهت پیشروی موج، نقطه‌ی O در حال حرکت رو به پایین است و فاز آن در ربع دوم مثلثاتی و برابر با $\frac{۵\pi}{۶}$ است و فاز نقطه‌ی A نیز برابر با π است.

برای یافتن اختلاف فاز بین A و O از نقطه‌ی A در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی O می‌رویم، در این صورت:

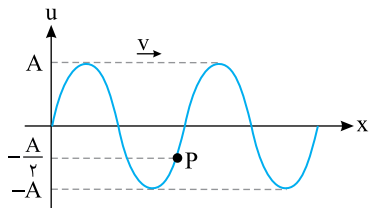
$$\Delta\varphi=\pi+\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۱۱\pi}{۶}$$

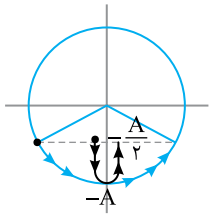
$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{۱۱\pi}{۶}=k(\frac{۱۱}{۳۰})\Rightarrow k=۵\pi\frac{rad}{m}$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega=kv=۵\pi\times۲۰=۱۰۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$u=۰/۰۴\sin(۱۰۰\pi t+\frac{۵\pi}{۶}-۵\pi x)$$



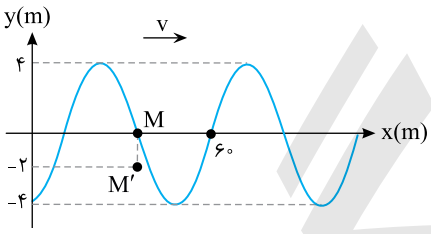


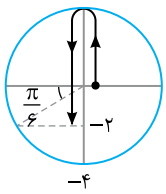
B **۱۷۶۴- گزینه‌ی ۱** هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. نقطه‌ی P دارای بُعد منفی است و با توجه به جهت پیشروی موج در حال حرکت رو به پایین بوده و فاز آن در لحظه‌ی نشان داده شده در ربع سوم مثلثاتی است.

در لحظه‌ای که سرعت $\frac{\sqrt{۳}}{۲}v_m$ است طبق رابطه‌ی $\frac{x^۲}{A^۲}+\frac{v^۲}{v_m^۲}=۱$، مکان نوسانگر $\pm\frac{A}{۲}$ است. طبق شکل روبه‌رو $\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۳}$ است، در این صورت:

۲π	T
$\frac{۲\pi}{۳}$	Δt

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۳}$$



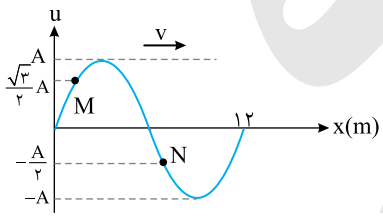


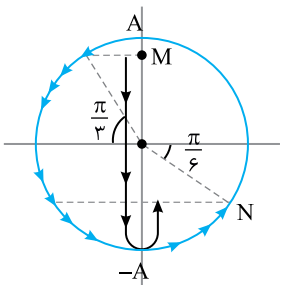
B **۱۷۶۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به جهت پیشروی موج، ذره‌ی M از حالت تعادلش در حال حرکت رو به بالا و به سوی دامنه است. این ذره دارای حرکت هماهنگ ساده بوده و برای رسیدن به مکان M′، ابتدا از مکان $u=۰$ به مکان $u=+۴$ رفته و سپس به مکان $u=-۲$ می‌رود. بنابراین با توجه به شکل مثلثاتی رسم شده فاز این نقطه به اندازه‌ی $\frac{۷\pi}{۶}$ تغییر می‌کند و موج در این مدت به اندازه‌ی $\frac{۷\lambda}{۱۲}$ در محیط پیشروی می‌کند.

با توجه به نقش موج، طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda+\frac{\lambda}{۴}=۶۰cm\Rightarrow\frac{۵\lambda}{۴}=۶۰\Rightarrow\lambda=۴۸cm$$

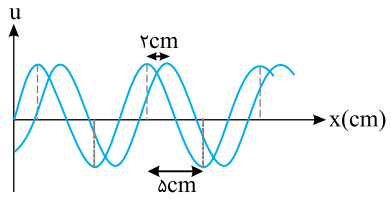
مقدار پیشروی موج $\Delta x=\frac{۷\lambda}{۱۲}\Rightarrow\Delta x=\frac{۷\times۴۸}{۱۲}=۲۸cm$





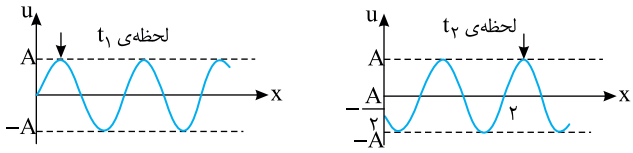
C **۱۷۶۶- گزینه‌ی ۳** با توجه به نقش موج و جهت پیش روی، باید نقطه‌ی M از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ به مکان $-A$ رفته، سپس به مکان $-\frac{A}{۲}$ برود تا به وضعیت مشابه نقطه‌ی N برسد. یعنی فاز نقطه‌ی M باید به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}=\frac{۷\pi}{۶}$ تغییر کند.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۷\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۷T}{۱۲}$$



A **۱۷۶۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل، $\frac{\lambda}{۲}=۵cm$ و $\lambda=۱۰cm$ است. در این صورت:

$$\frac{۱۰cm}{۲cm}=\frac{۳۶۰^\circ}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta\varphi=۷۲^\circ$$

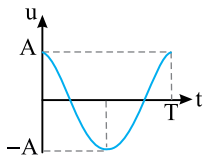


C **۱۷۶۸- گزینه‌ی ۱** فلش روی قله‌ی موج، یک نقطه از موج در حال پیشروی را نشان می‌دهد که در لحظه‌ی $t_۱$، با مبدأ $\frac{\lambda}{۴}$ فاصله دارد و در لحظه‌ی $t_۲$ فاصله‌ی آن از مبدأ $\lambda+\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۶}=\frac{۵\lambda}{۳}$ است. در این صورت:

$$\Delta x=\frac{۵\lambda}{۳}-\frac{\lambda}{۴}=\frac{۱۷}{۱۲}\lambda$$

موج، هر طول موج را در یک دوره طی می‌کند. بنابراین:

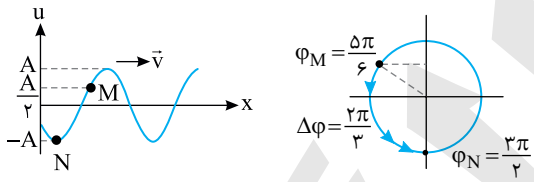
$$\Delta t=\frac{۱۷}{۱۲}T \Rightarrow \Delta t=\frac{۱۷}{۱۲}\times\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱۷}{۲۴۰}s$$



C **۱۷۶۹- گزینه‌ی ۱** موج در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است، بنابراین ذره‌ای که در $x=\frac{\lambda}{۴}$ است، نسبت به ذره‌ای که در $x=\lambda$ است، به اندازه‌ی $\frac{۳T}{۴}$ تأخیر زمانی دارد، بنابراین $\frac{۳\pi}{۲}$ تأخیر فاز دارد.

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\times(\frac{۳\lambda}{۴})=\frac{۳\pi}{۲}$$

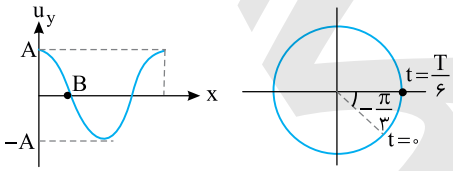
در واقع نمودار را باید $\frac{۳T}{۴}$ به طرف راست برد.



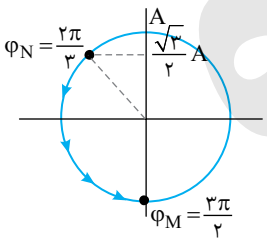
C **۱۷۷۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا با توجه به شکل، اختلاف فاز بین M و N را مشخص می‌کنیم. نقطه‌ی M نسبت به N تأخیر فاز دارد. بنابراین:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow \varphi_N-\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow \varphi_N=\frac{۴\pi}{۳}$$

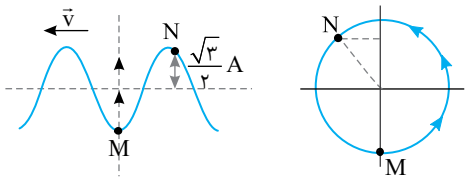
اگر فاز M، $\frac{۲\pi}{۳}$ شود، فاز N، $\frac{۴\pi}{۳}$ خواهد بود.



B **۱۷۷۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل، نقطه‌ی B در فاصله‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ از مبدأ است. در لحظه‌ی $t=\frac{T}{۶}$ فاز آن صفر است، زیرا در مرکز نوسان و در حال حرکت رو به بالا است. بنابراین $\frac{T}{۶}$ ثانیه قبل فاز آن در ربع چهارم و برابر $\frac{۵\pi}{۳}$ است.



B **۱۷۷۲- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاز بین M و N را در لحظه‌ی $t_۱$ به‌دست می‌آوریم. اختلاف فاز دو نقطه‌ی M و N در هر لحظه، برابر با اختلاف فاز در لحظه‌ی $t_۱$ است. فاز نقطه‌ی M در لحظه‌ی $t_۱$ برابر با $\frac{۳\pi}{۲}$ و فاز نقطه‌ی N برابر با $\frac{۲\pi}{۳}$ است، زیرا بُعد N، $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و دارای حرکت تندشونده است، بنابراین فاز نقطه‌ی N در ربع دوم است.

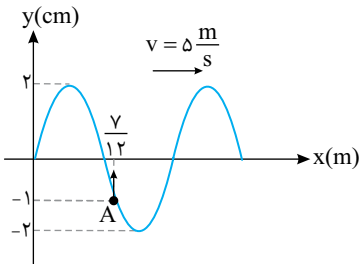


اگر موج در حال پیشروی از M به N باشد، N دارای تأخیر فاز نسبت به M است و اختلاف فاز بین آن‌ها برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{۳\pi}{۲}-\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۹\pi-۴\pi}{۶}=\frac{۵\pi}{۶}$$

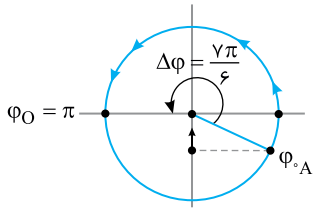
اگر موج در حال پیشروی از N به M باشد، M نسبت به N تأخیر فاز دارد، یعنی M باید حرکت N (فاز N) را تکرار کند، به شکل دقت کنید:

$$\Delta\varphi=\frac{۷\pi}{۶}rad$$



C ۱۷۷۳- گزینه‌ی ۱ ذره‌ی A در لحظه‌ی $t=۰$ در حال حرکت رو به بالاست. (دقت کنید که در انتشار موج، هر ذره حرکت ذره‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند، از طرفی برآمدگی موج در حال نزدیک شدن به ذره‌ی A است.) مکان ذره‌ی A منفی و در حال حرکت رو به بالاست، بنابراین فاز نقطه‌ی A در $t=۰$ در ربع چهارم مثلثاتی و برابر است با:

$$\sin\varphi_{۰A}=\frac{y_{۰A}}{A}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_{۰A}=\frac{۱۱\pi}{۶}$$

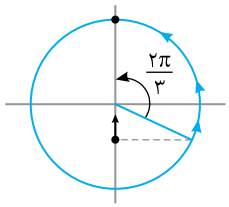


فاز نقطه‌ی O با توجه به نقش موج و حرکت رو به پایین O برابر با $\varphi_O=\pi$ می‌شود.

برای یافتن اختلاف فاز A با O از نقطه‌ی دورتر یعنی A در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی نزدیک‌تر O می‌رویم.

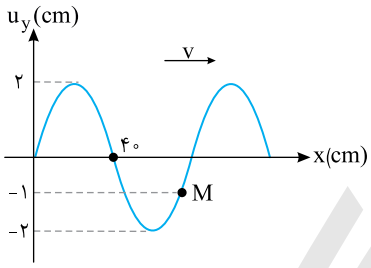
$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۶}+\pi=\frac{۷\pi}{۶}$$

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{۷\pi}{۶}=\frac{\omega}{۵}\times\frac{۷}{۱۲}\Rightarrow\omega=۱۰\pi\,\frac{rad}{s}$$



ذره‌ی A وقتی به مکان $y=+۲m$ می‌رسد، تغییر جهت می‌دهد و در این بازه فاز نقطه‌ی A به اندازه‌ی $(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۳})$ تغییر می‌کند.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۲\pi}{۳}=۱۰\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۱۵}s$$

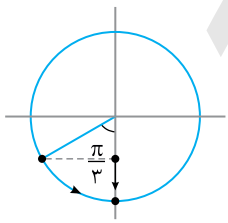


C ۱۷۷۴- گزینه‌ی ۱ با توجه به نقش موج:

$$\frac{\lambda}{۲}=۴۰cm\Rightarrow\lambda=۸۰cm$$

$$\lambda=vT\Rightarrow\frac{۸۰}{۱۰۰}=۱۰T\Rightarrow T=\frac{۸}{۱۰۰}s$$

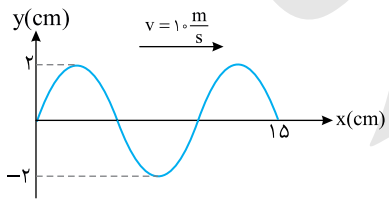
در انتشار موج سینوسی در محیط، هر ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است و حرکت ذره‌ی قبل از خودش را در جهت پیشروی موج تکرار می‌کند. پس ذره‌ی M در حال حرکت رو به پایین است، بنابراین ذره‌ی M از مکان $x=-۱cm$ رو به پایین و به سمت انتهای مسیر نوسانش در حرکت است و حرکت آن در این بازه‌ی زمانی کندشونده است و هنگامی که از انتهای مسیر به سوی مرکز نوسانش می‌رود، حرکتش تندشونده خواهد بود.



زمان حرکت ذره‌ی M از $x=-۱cm$ تا $x=-۲cm$ را به‌دست می‌آوریم: $\Delta\varphi=\omega\Delta t$

$$\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۶}=\frac{۰/۰۸}{۶}=\frac{۸}{۶۰۰}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۷۵}s$$

بنابراین در بازه‌ی صفر تا $\frac{۱}{۷۵}s$ حرکت ذره‌ی M کندشونده است.



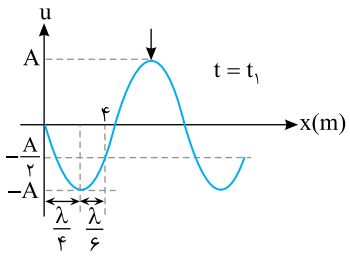
B ۱۷۷۵- گزینه‌ی ۱ با توجه به نقش موج:

$$\frac{۳\lambda}{۲}=۱۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm$$

دوره‌ی موج برابر است با:

$$\lambda=vT\Rightarrow۰/۱۰=۱۰T\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰۰}s$$

در بازه‌ی زمانی صفر تا $\frac{۱}{۴۰۰}s$، که معادل $\frac{۱}{۴}T$ است، موج به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ پیشروی می‌کند. دقت کنید که در لحظه‌ی $t=۰$ نقطه‌ی O در حال حرکت رو به پایین است و در مدت $\frac{T}{۴}$ به مکان $y=-۲cm$ می‌رسد.



B **۱۷۷۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۶}=۴\Rightarrow\frac{۵\lambda}{۱۲}=۴\Rightarrow\lambda=۹/۶m$$

فاصله‌ی قله (نقطه‌ی موج) مشخص شده در $t=t_۱$ از مبدأ برابر $x_۱=۳\frac{\lambda}{۴}$ است.

در نمودار $t=t_۲$ فاصله‌ی قله موج مورد نظر تا مبدأ برابر است با: $x_۲=\frac{\lambda}{۶}+۲\lambda=\frac{۱۳\lambda}{۶}$

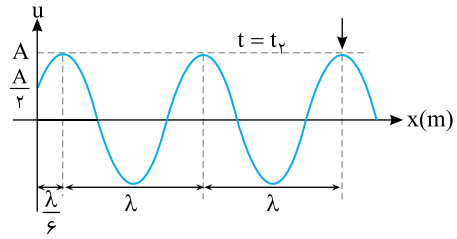
در این صورت مقدار پیشروی موج در این بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$\Delta x=\frac{۱۳\lambda}{۶}-\frac{۳\lambda}{۴}=\frac{۲۶\lambda-۹\lambda}{۱۲}=\frac{۱۷}{۱۲}\lambda$$

$$\Delta x=\frac{۱۷}{۱۲}\times۹/۶\Rightarrow\Delta x=۱۳/۶m$$

در نتیجه:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow۱۳/۶=۲۰\Delta t\Rightarrow\Delta t=۰/۶۸s$$



B **۱۷۷۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به تقسیم‌بندی شکل:

$$\frac{\lambda}{۱۲}+\frac{\lambda}{۴}=۲\Rightarrow\frac{۴\lambda}{۱۲}=۲\Rightarrow\lambda=۶m$$

دوره‌ی حرکت برابر است با:

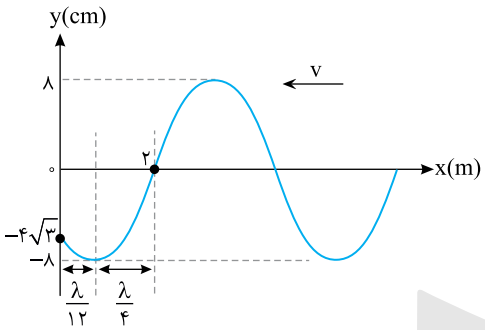
$$\lambda=vT\Rightarrow۶=۱۲T\Rightarrow T=۰/۵s$$

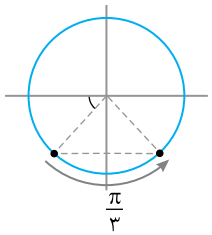
بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۵}\Rightarrow\omega=۴\pi\frac{rad}{s}$$

برای سادگی حرکت نقطه‌ی O را پس از مدت $t=\frac{۱}{۱۲}s$ بررسی می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=۴\pi\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{\pi}{۳}rad$$





با توجه به جهت پیشروی موج، نقطه‌ی O در حال حرکت از مکان $-۴\sqrt{۳}cm$ به سوی دامنه (-۸) است بنابراین فاز آن در $t=۰$ در ربع سوم مثلثاتی است و تغییر فاز $\frac{\pi}{۳}$، فاز را از ربع سوم به ربع چهارم در همان مکان می‌برد. یعنی مکان نقطه‌ی O باید $-۴\sqrt{۳}cm$ باشد و در حال حرکت رو به مرکز نوسان باشد. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

A **۱۷۷۸- گزینه‌ی ۳** در انتشار موج در دو بعد و یا سه بعد با دور شدن از چشمه، دامنه کاهش می‌یابد.

A **۱۷۷۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا بسامد را به‌دست می‌آوریم:

$$f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۰/۲۵}\Rightarrow f=۴Hz$$

با توجه به رابطه‌ی توان متوسط انتقال انرژی خواهیم داشت:

$$\overline{P}=۲\pi^۲A^۲f^۲\mu v\Rightarrow۲۸/۸=۲\times۱۰\times۲۲۵\times۱۰^{-۴}\times۱۶\times۰/۲\times v\Rightarrow v=۲۰\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان نیروی کشش را به‌دست آورد:

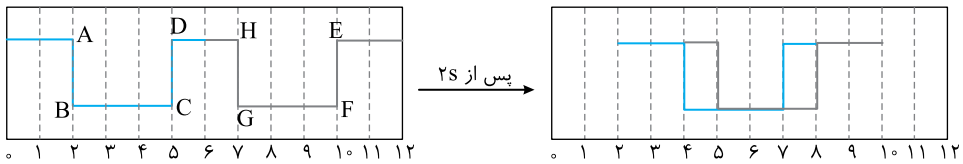
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow۲۰=\sqrt{\frac{F}{۰/۲}}\Rightarrow F=۸۰N$$

A **۱۷۸۰- گزینه‌ی ۳** بنا بر تعریف چگالی انرژی صوتی خواهیم داشت:

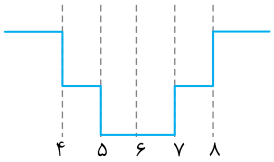
$$\text{چگالی انرژی صوتی}=\frac{\text{انرژی}}{\text{سطح}}$$

از طرفی جبهه‌های موج صوتی، کروی بوده و سطح این کره‌ها برابر $۴\pi r^۲$ است که r فاصله از چشمه‌ی صوت می‌باشد. بنابراین با دو برابر شدن شعاع جبهه‌ی موج، سطح جبهه چهار برابر و چگالی انرژی صوتی $\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

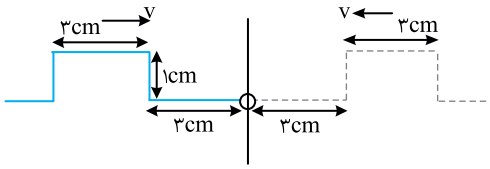
C **۱۷۸۱- گزینه‌ی ۲** پس از ۲s تپ ABCD و تپ EFGH هر کدام ۲cm به جلو می‌روند.



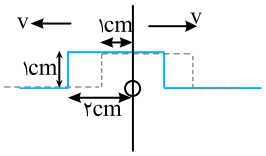
بین ۵ تا ۷، بر هم‌نهی سازنده رخ می‌دهد و دامنه دو برابر می‌شود. بین ۴ تا ۵، محیط تنها تحت تأثیر تپ ABCD است و به اندازه‌ی یک دامنه پایین می‌آید و بین ۷ تا ۸ نیز محیط تحت تأثیر تپ EFGH یک دامنه پایین می‌آید و شکل به صورت زیر می‌شود:



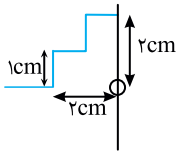
C **۱۷۸۲- گزینه‌ی ۱** می‌توان دو موج در نظر گرفت که به سوی هم در حرکت هستند.



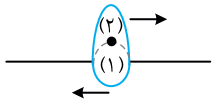
پس از ۲s هر موج ۵cm پیشروی می‌کند و مطابق شکل با هم تلاقی می‌کنند.



از برهم نهی دو موج، شکل زیر به‌دست می‌آید:



B **۱۷۸۳- گزینه‌ی ۱** تپ (۱) پس از بازتاب باز می‌گردد و مطابق شکل با تپ (۲) برهم نهی ویرانگر انجام می‌دهد.



$$A_T = ۸ - ۵ = ۳cm$$

B **۱۷۸۴- گزینه‌ی ۲** بنا بر اصل برهم‌نهی امواج:

$$u = u_۱ + u_۲ + u_۳ \Rightarrow u = ۴\sin ۱۰۰\pi t + ۴\sin(۱۰۰\pi t + \frac{\pi}{۲}) + \sin(۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۲})$$

با توجه به رابطه‌ی مثلثاتی $\sin(\alpha+\pi) = -\sin\alpha$ می‌توان نوشت:

$$u = ۴\sin ۱۰۰\pi t + ۴\sin(۱۰۰\pi t + \frac{\pi}{۲}) - \sin(۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۲} + \pi)$$

$$u = ۴\sin ۱۰۰\pi t + ۴\sin(۱۰۰\pi t + \frac{\pi}{۲}) - \sin(۱۰۰\pi t + \frac{\pi}{۲})$$

$$u = ۴\sin ۱۰۰\pi t + ۳\sin(۱۰۰\pi t + \frac{\pi}{۲}) \Rightarrow u = ۴\sin ۱۰۰\pi t + ۳\cos ۱۰۰\pi t$$

در ریاضی خوانده‌ایم که بیشینه مقدار تابع $y = a\sin\alpha + b\cos\alpha$ برابر $y_m = \sqrt{a^۲ + b^۲}$ است. بنابراین دامنه خواهد شد:

$$A = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵\,cm$$

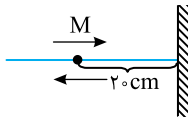
B **۱۷۸۵- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاز دو موج در مکان $x = +۰/۰۵m$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi = \varphi_۲ - \varphi_۱ = ۴۰\pi t + ۵\pi x + \frac{\pi}{۲} - (۴۰\pi t - ۵\pi x)$$

$$\Delta\varphi = ۱۰\pi x + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{x = +۰/۰۵m} \Delta\varphi = \pi$$

دو موج در این نقطه در فاز مخالف بوده در این صورت:

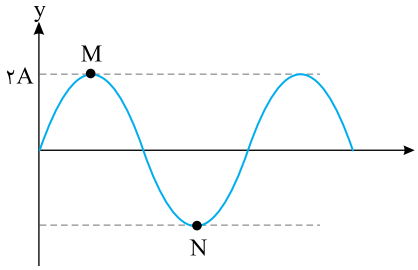
$$A_T = |A_۲ - A_۱| = ۰/۰۲ - ۰/۰۱ = ۰/۰۱m = ۱cm$$



B ۱۷۸۶- گزینه‌ی ۱ موج فرودی بر انتهای ثابت با موج در نقطه‌ی M به اندازه‌ی $\Delta\varphi_1=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ تأخیر فاز دارد.

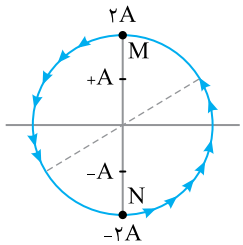
موج بازتاب از انتهای ثابت و موج فرودی بر انتهای ثابت نیز $\Delta\varphi_2=\pi$ رادیان اختلاف فاز دارند. موج برگشتی در نقطه‌ی M نیز با موج بازتاب از مانع به اندازه‌ی $\Delta\varphi_3=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ اختلاف فاز دارد. بنابراین موج رفت و برگشت در M در مجموع $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x+\pi+\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ اختلاف فاز دارند:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{50}\times 20+\pi+\frac{2\pi}{50}\times 20=\frac{13\pi}{5}\ \text{rad}$$

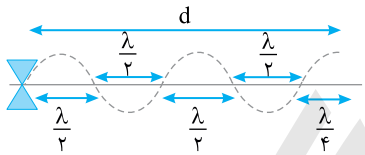


B ۱۷۸۷- گزینه‌ی ۳ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است. در مدت $\frac{1}{120}s$ تغییر فاز نقاط را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=2\pi(40)\times\frac{1}{120} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}$$



مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو نقطه‌ی M از مکان $+2A$ با تغییر فاز $\frac{2\pi}{3}$ به مکان $y_M=-A$ می‌رود و نقطه‌ی N از مکان $-2A$ به مکان $y_N=+A$ می‌رود.



B ۱۷۸۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل روبه‌رو طول تیغه (d) برابر است با:

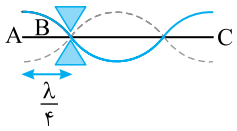
$$d=\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4} \Rightarrow d=\frac{9\lambda}{4}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $v=f\lambda$ طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$100=500\times\lambda\Rightarrow\lambda=0/2m=20cm$$

بنابراین طول تیغه خواهد شد:

$$d=\frac{9\times 20}{4}=45cm$$



C ۱۷۸۹- گزینه‌ی ۴ در دو سر آزاد A و C شکم و در محل B گره تشکیل می‌شود. کم‌ترین بسامد دارای بلندترین طول موج است، در این صورت بین نقطه‌های A و B، گره یا شکم دیگری وجود ندارد.

$$\frac{\lambda}{4}=4\Rightarrow\lambda=16\ cm \quad , \quad f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{2000}{0/16}=12500\ Hz$$

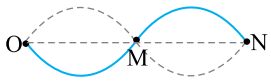
B ۱۷۹۰- گزینه‌ی ۴ بسامد دیاپازون در دو حالت یکسان و تعداد گره‌ها یکی بیش‌تر از شکم‌ها است. از طرفی نیروی کشش تار برابر نیروی وزن وزنه‌ها است. بنابراین:

$$f_1=f_2\Rightarrow\frac{n_1}{2l}\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}=\frac{n_2}{2l}\sqrt{\frac{F_2}{\mu}}\Rightarrow 1\times\sqrt{mg}=2\sqrt{m'g}\Rightarrow m=4m'\Rightarrow m'=\frac{m}{4}\Rightarrow\Delta m=m-\frac{m}{4}=\frac{3m}{4}$$

C ۱۷۹۱- گزینه‌ی ۲ هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد ثابت می‌ماند و سرعت تغییر می‌کند.

$$\frac{\lambda_{Fe}}{\lambda_{Al}}=\frac{v_{Fe}}{v_{Al}}=\sqrt{\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Fe}}}=\sqrt{\frac{2/6}{7/8}}=\sqrt{\frac{1}{3}}\Rightarrow\lambda_{Al}=\sqrt{3}\lambda_{Fe}\Rightarrow\lambda_{Al}=1/7\lambda_{Fe}$$

چون حداقل تعداد گره‌ها مورد پرسش است و در محل O، M و N گره تشکیل می‌شود. همچنین نسبت طول تار آهنی به طول تار آلومینیمی برابر $\frac{l_{Al}}{l_{Fe}}=\frac{85}{50}=1/7$ است که برابر نسبت طول موج‌ها است. به همین دلیل شکل زیر به‌وجود می‌آید و سه گره در تار دیده می‌شود.



B ۱۷۹۲- گزینه‌ی ۱

$l_1 = 98\ cm \quad , \quad l_2 = 97\ cm$

با کاهش طول تار، بسامد تار افزایش می‌یابد:

$$f = \frac{nv}{2l} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow \frac{f_1+4}{f_1} = \frac{98}{97} \Rightarrow 97f_1 + 388 = 98f_1 \Rightarrow f_1 = 388\ Hz$$

A ۱۷۹۳- گزینه‌ی ۱ تار دارای دو انتها ثابت است. در دو حالت رابطه‌ی بسامد را می‌نویسیم و برهم تقسیم می‌کنیم:

$$f = \frac{nv}{2l} = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}\cdot\frac{l}{l'}\cdot\sqrt{\frac{F'}{F}}\cdot\sqrt{\frac{\mu}{\mu'}} \Rightarrow 1 = 1\times\frac{0/5}{l'}\times\sqrt{\frac{16}{4}}\times 1 \Rightarrow 1 = \frac{0/5}{l'}\times 2 \Rightarrow l' = 1m$$

B ۱۷۹۴- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل، گره‌ها در فاصله‌ی $2n\frac{\lambda}{4}$ از انتهای بسته هستند.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0/2m \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 0/05$$

$$\Delta x = 2n(0/05) = 0/1\,n$$

B ۱۷۹۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{40}s = 0/025s$$

اختلاف زمانی رسیدن دو موج به نقطه‌ی M را حساب می‌کنیم:

$$t_2 - t_1 = 0/075 - 0/025 = 0/05s$$

اختلاف فاز برابر خواهد شد با:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0/025}\times 0/05 = 4\pi\ rad$$

B ۱۷۹۶- گزینه‌ی ۳ تمام نقاط واقع بر این مکان هندسی، دارای اختلاف راه ثابت تا دو چشمه هستند.

$d_2 - d_1 = a =$ ثابت

B ۱۷۹۷- گزینه‌ی ۳ در پدیده‌ی تداخل، نقاطی که اختلاف فاصله‌ی آن‌ها از دو چشمه مضرب زوج $\frac{\lambda}{2}$ است، دارای بیشینه‌ی دامنه هستند.

$$(1) \qquad \delta = d_2 - d_1 = 2n\frac{\lambda}{2}\ ,\ \Delta\varphi = 2n\pi$$

و در نقاطی که اختلاف فاصله‌ی آن‌ها از دو چشمه مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ است، دارای کمینه‌ی دامنه هستند.

$$(2) \qquad \delta = d_2 - d_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2}\ ,\ \Delta\varphi = (2n-1)\pi$$

رابطه‌ی (۱) و (۲) در ریاضی، مکان‌های هندسی به نام هذلولی هستند.

نسبت $\frac{d_2 - d_1}{\frac{\lambda}{2}}$ را به‌دست می‌آوریم؛ اگر زوج باشد، نقطه روی هذلولی بیشینه و اگر فرد باشد، نقطه روی هذلولی کمینه قرار دارد.

$$\frac{d_2 - d_1}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{5-4}{\frac{0/5}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$$

نقطه‌ی M روی دومین هذلولی بیشینه قرار دارد.

B ۱۷۹۸- گزینه‌ی ۴ چشمه‌ی صوت، امواجی در محیط گسیل می‌کند که به دیوار برخورد کرده و امواج بازتابیده از دیوار با امواج گسیلی از چشمه تداخل کرده، امواج ایستاده تشکیل می‌گردد، در نقاطی که دو موج رفت و برگشت در فاز مخالف قرار دارند، برهم نهی ویرانگر بوده، دامنه کمینه است و در نقاطی که دو موج هم‌فاز هستند، برهم نهی سازنده بوده، دامنه بیشینه است. فاصله‌ی دو نقطه‌ی کمینه (گره) متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{320}{160} = 2m \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 1m$$

C ۱۷۹۹- گزینه‌ی ۴ اگر نسبت $\frac{d_2 - d_1}{\frac{\lambda}{2}}$ عدد فرد شود، ذره‌ی موردنظر روی هذلولی‌های کمینه و اگر نسبت $\frac{d_2 - d_1}{\frac{\lambda}{2}}$ عدد زوج شود، ذره‌ی موردنظر روی هذلولی‌های بیشینه قرار دارد.

$$\frac{d_2 - d_1}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{1/2 - 0/6}{\frac{0/4}{2}} = \frac{0/6}{0/2} = 3 \Rightarrow (2n-1) = 3 \Rightarrow n = 2$$

ذره‌ی M روی هذلولی کمینه‌ی دوم قرار دارد.

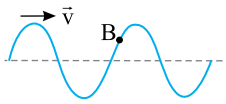
Ⓐ ۱۸۰۰- گزینه‌ی ۳ نقطه‌ی N روی اولین هذلولی بیشینه قرار دارد. $\delta_N = \lambda$

نقطه‌ی M روی دومین هذلولی کمینه قرار دارد. $\delta_M = (۲\times۲-۱)\frac{\lambda}{۲}$

$$\frac{\delta_M}{\delta_N} = \frac{۳\frac{\lambda}{۲}}{\lambda} = \frac{۳}{۲}$$

آزمون پاسخنامه‌ی فصل چهارم

۱- در شکل روبه‌رو، یک موج عرضی در یک طناب در حال پیشروی است. در لحظه‌ی نشان داده شده در شکل، نوع حرکت ذره‌ی B از محیط چگونه است؟



۱) به سمت راست، با سرعت ثابت
۲) به سمت چپ، با سرعت ثابت
۳) رو به پایین، تندشونده
۴) رو به بالا، کندشونده

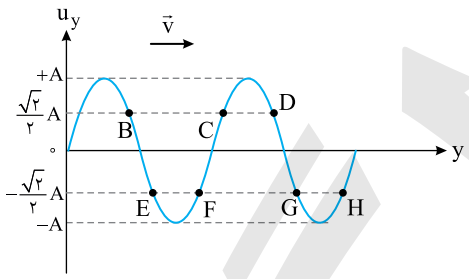
۲- دو سیم هم‌قطر A و B به ترتیب از جنس نقره و آلومینیم، با نیروهای مساوی کشیده شده‌اند. اگر چگالی نقره و آلومینیم به ترتیب ۱۰/۶ و ۲/۶۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد، نسبت سرعت انتشار موج‌های عرضی در سیم A به سیم B کدام است؟ (آزاد ریاضی)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۳- یک چشمه‌ی موج سینوسی در یک محیط همگن با بسامد معینی نوسان می‌کند. اگر دوره و دامنه‌ی چشمه را زیاد کنیم، طول موج و سرعت انتشار موج در محیط به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد ـ افزایش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد - ثابت می‌ماند.
۳) کاهش می‌یابد - ثابت می‌ماند.
۴) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.

۴- شکل زیر انتشار موج در یک طناب را در لحظه‌ی t نشان می‌دهد. کدام ذره‌ها با ذره‌ی C در فاز مخالف هستند؟



۱) D , B
۲) F , G
۳) E , G
۴) E , H

۵- طناب همگن و سنگینی به طول l از سقف آویزان است و در آن توسط چشمه‌ی موجی، موج گسیل می‌شود، سرعت انتشار موج در وسط طناب چند برابر سرعت انتشار موج در فاصله‌ی $\frac{l}{۴}$ از محل آویز طناب است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۶- تابع موجی که در یک طناب در راستای محور x ها منتشر می‌شود، به‌صورت $u = ۰/۲\sin(۱۰۰\pi t - \frac{\pi}{۵}x)$ است، سرعت انتشار موج در محیط چند متر بر ثانیه است؟ (یکاها در SI)

۱) ۵ ۲) ۵۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۵۰π

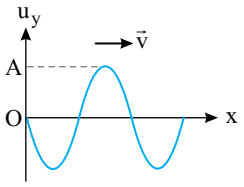
۷- موجی در یک محیط کشسان درحال انتشار است. نزدیک‌ترین فاصله بین دو نقطه در راستای انتشار موج با اختلاف فاز $\frac{\pi}{۵}$ برابر ۴۰ cm است. طول موج چند متر است؟

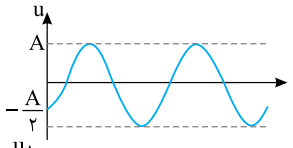
۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۴

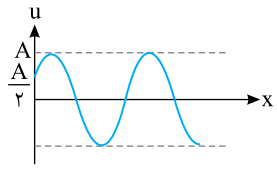
۸- چشمه‌ی موجی به سر یک طناب متصل است و امواجی با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ و طول موج ۲ m در طناب گسیل می‌کند. وضعیت نوسان نقطه‌ی M که در فاصله‌ی $x = ۵/۵\,m$ از سر طناب است، در لحظه‌ی $t = ۱s$ مشابه نوسان سر طناب در کدام لحظه‌ی قبل است؟

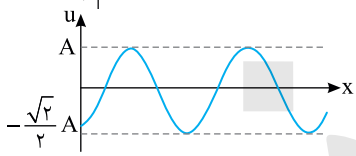
۱) $t = ۰/۴۵s$ ۲) $t = ۰/۲۵s$ ۳) $t = ۰/۰۵s$ ۴) هر سه گزینه درست هستند.

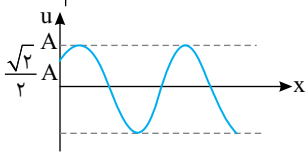
۹- موجی مطابق شکل در حال انتشار است و دوره‌ی آن T است. پس از $\frac{3T}{8}$ از لحظه‌ی نشان داده شده در شکل، کدام گزینه نقش موج را درست نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۰- چشمه‌ی موج نقطه‌ای با بسامد $20Hz$ در یک محیط که سرعت انتشار موج در آن $200\frac{m}{s}$ است، نوسان‌هایی طولی ایجاد می‌کند. اگر دامنه‌ی نوسان‌ها $6cm$ باشد، تابع موجی که در جهت منفی محور y ها منتشر می‌شود، کدام گزینه‌ی زیر است؟

۱) $u_y = 0/06\sin(40\pi t + \frac{\pi}{5}y)$

۲) $u_y = 0/06\sin(20\pi t - \frac{\pi}{5}x)$

۳) $u_x = 0/06\sin(40\pi t - \frac{\pi}{5}y)$

۴) $u_x = 0/06\sin(40\pi t - \frac{\pi}{5}x)$

۱۱- یک موج عرضی با معادله‌ی $u_x = 0/02\sin(10\pi t - \frac{\pi}{4}y)$ در طنابی در حال پیشروی است، فاصله‌ی یک ذره از محیط از حالت تعادلش در یک متری مبدأ در لحظه‌ی $t = \frac{1}{4}s$ را بیابید؟ (یکاها در سیستم SI)

۱) $\frac{\sqrt{2}}{50}$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{100}$

۳) $100\sqrt{2}$

۴) صفر

۱۲- تابع یک موج عرضی که در یک سیم همگن منتشر می‌شود، در SI به‌صورت $u_y = 0/3\sin(10\pi t - \frac{\pi}{4}x)$ می‌باشد. اگر چگالی این سیم $3\frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع آن $1mm^2$ باشد، نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

۱) ۹۶

۲) ۱/۲۰

۳) ۴۸

۴) ۴/۸

۱۳- تابع موجی که در یک محیط همگن منتشر می‌شود در SI به‌صورت $u_y = 0/2\sin(2\pi t - 2\pi x)$ است. نسبت بیشینه‌ی سرعت ارتعاش ذرات محیط به سرعت انتشار موج کدام است؟

۱) ۰/۲

۲) $0/2\pi$

۳) ۰/۴

۴) $0/4\pi$

۱۴- تابع موجی در SI به‌صورت $u = 10^{-2}\sin(100\pi t - 40\pi x)$ است. مسافتی که این موج در مدت $2s$ می‌پیماید، چند متر است؟

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۷)

۱) ۲

۲) ۲/۵

۳) ۴

۴) ۵

۱۵- معادله‌ی نوسانی نقطه‌ی O در SI به‌صورت $u_O = 3\times10^{-2}\sin 200\pi t$ و معادله‌ی نقطه‌ی A به فاصله‌ی x از آن $u_A = 3\times10^{-2}\sin 2\pi(100t - \frac{x}{0/1})$ می‌باشد. سرعت انتشار امواج در محیط چند متر بر ثانیه است؟ (آزاد ریاضی - ۸۷)

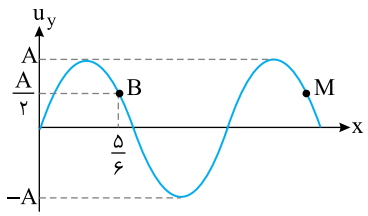
۱) ۲۰

۲) ۴۰

۳) ۱۰۰

۴) ۱۰

۱۶- شکل روبه‌رو، نقش موجی را در یک لحظه نمایش می‌دهد. اگر در این لحظه نقطه‌ی M از محیط، در حال پایین آمدن باشد، موج در ..... محور x منتشر می‌شود و طول موج آن ..... متر است.



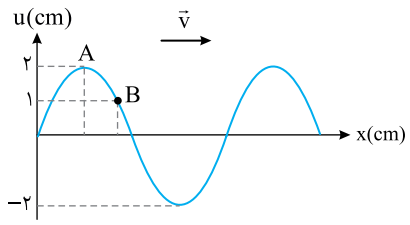
۱) جهت، ۲

۲) جهت، ۴

۳) خلاف جهت، ۲

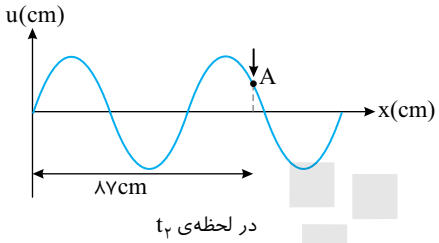
۴) خلاف جهت، ۴

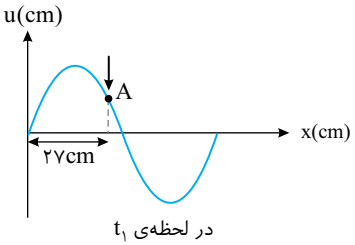
۱۷- شکل روبه‌رو، انتشار موج را در یک طناب نشان می‌دهد. اختلاف فاز دو نقطه‌ی A و B چند رادیان است؟ (سراسری ریاضی - ۸۶)



۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{\pi}{۶}$

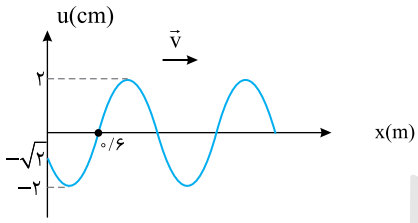
۱۸- شکل‌های زیر، نقش یک موج را که در یک محیط همگن و در جهت مثبت محور x ها منتشر می‌شود، در دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ نشان می‌دهند. علامت پیکان، یک نقطه از موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد. اگر $t_۲ - t_۱ = ۰/۰۳s$ باشد، بسامد موج چند هرتز است؟





۱) $\frac{۵۰}{۳}$ ۲) $\frac{۱۰۰}{۳}$ ۳) $\frac{۲۰۰}{۳}$ ۴) ۱۰۰

۱۹- شکل روبه‌رو نقش موجی را در لحظه‌ی $t=۰$ نشان می‌دهد. موج با سرعت $۲۰۰\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها در حرکت است. سرعت ارتعاش ذره‌ی M که در مکان $x=۸۰cm$ از مبدأ قرار دارد، در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۵۰۰}s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $-\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۳) $+\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

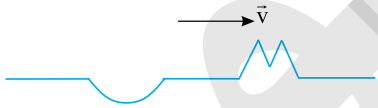
۲۰- انرژی که توسط موج حمل می‌شود با مجذور دامنه و مجذور بسامد موج به‌ترتیب چه نسبتی دارد؟

۱) مستقیم، مستقیم ۲) معکوس، مستقیم ۳) مستقیم، معکوس ۴) معکوس، معکوس

۲۱- در یک طناب بلند که جرم واحد طول آن $۵۰\frac{g}{m}$ و کشش وارد بر آن ۲۰N است، موجی با بسامد ۴۰Hz می‌فرستیم. دامنه‌ی نوسان چند سانتی‌متر باشد تا انرژی با آهنگ متوسط ۸۰W در طناب منتقل شود؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

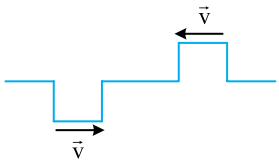
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۱

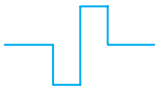
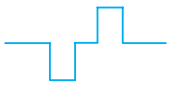
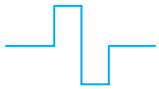
۲۲- تپی مطابق شکل روبه‌رو به مانع سختی (انتهای ثابت) برخورد می‌کند. کدام‌یک از تپ‌های زیر موج بازتابش آن را از انتهای ثابت، درست نشان می‌دهد؟



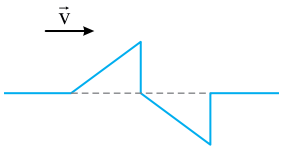
۱)
۲)
۳)
۴)

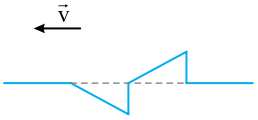
۲۳- مطابق شکل دو تپ عرضی مشابه، به طرف یک‌دیگر در حال حرکت هستند. هنگامی که نیمی از تپ‌ها مقابل یک‌دیگر قرار گیرد، کدام گزینه شکل تپ برآیند را نشان می‌دهد؟

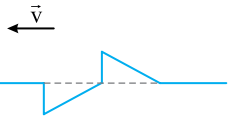


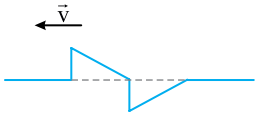
۱)
۲) 
۳) 
۴) 

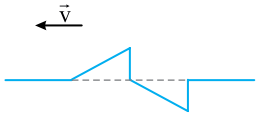
۲۴- در شکل روبه‌رو یک تپ فرضی در یک محیط کشسان در حال پیشروی است. کدام‌یک از تپ‌های زیر می‌تواند در یک لحظه تپ اول را خنثی کند؟



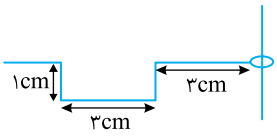
۱) 

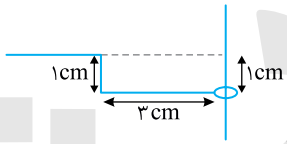
۲) 

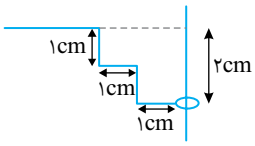
۳) 

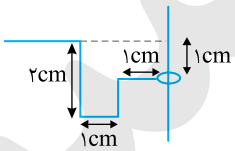
۴) 

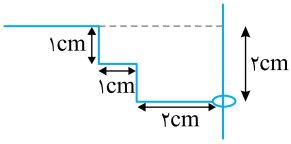
۲۵- در شکل روبه‌رو یک تپ با سرعت $۲\frac{cm}{s}$ در محیط کشسانی در حال پیشروی است. دو ثانیه پس از لحظه‌ی نشان داده شده، شکل تپ چگونه است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۶- دو موج با معادله‌های $u_۱ = ۰/۰۴\sin[۲\pi(۵x - ۵۰t)]$ و $u_۲ = ۰/۰۴\sin[۲\pi(۵x + ۵۰t)]$، در SI، روی ریسمانی حرکت می‌کنند. فاصله‌ی بین دو گره‌ی متوالی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{۱۰}{\pi}$ ۴) ۵

۲۷- یک تار مرتعش به طول ۸۰cm صوت اصلی خود را تولید و در هر ثانیه ۲۰۰ نوسان می‌کند. سرعت انتشار موج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است؟ (دو انتهای تار ثابت است.) (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

۱) ۱۶۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۴۰

۲۸- وقتی در یکی از سیم‌های ویولن که جرم آن ۸۰۰ میلی‌گرم و طول آن ۲۰ سانتی‌متر است، دو گره ایجاد شود صوتی با بسامد ۹۰۰ هرتز تولید می‌شود. نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی-۹۱)

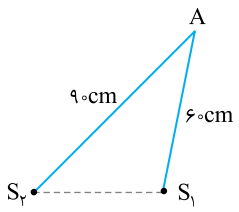
۱) ۳۶۵/۲ ۲) ۱۲۹/۶ ۳) ۴۳۷/۸ ۴) ۵۱۸/۴

۲۹- دو چشمه موج همسان در یک محیط کشسان موج منتشر می‌کنند. نقطه‌ی M به‌ترتیب به فاصله‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ و $\frac{۷\lambda}{۴}$ از دو چشمه قرار دارد. دو موج در نقطه‌ی M ..... است.

۱) دارای اختلاف فاز $\frac{\pi}{۲}$ هستند. ۲) هم‌فاز هستند.

۳) دارای اختلاف فاز $\frac{\pi}{۴}$ هستند. ۴) در فاز متقابل هستند.

۳۰- با توجه به شکل روبه‌رو، اگر اختلاف فاز دو موج رسیده از دو چشمه‌ی همسان $S_۱$ و $S_۲$ به نقطه‌ی A برابر $\frac{\pi}{۳}$ rad باشد، طول موج حاصل از هر چشمه چند سانتی‌متر است؟



۱) ۳۰ ۲) ۱۸۰

۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

فصل پنجم
صوت

فصل پنجم: صوت

پاسخ‌های تشریحی

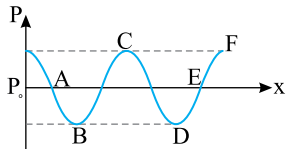
Ⓐ ۱۸۰۱- گزینه‌ی ۳ صوت موج است و در انتشار موج، ذره‌های محیط در مسیر حرکت موج، در جای خود مرتعش می‌شوند. از طرفی صوت، موج طولی بوده و به‌صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی در هوا منتشر می‌شوند.

Ⓐ ۱۸۰۲- گزینه‌ی ۳ امواج صوتی از نوع امواج طولی هستند و سرعت انتشار صوت در جامدها از مایع‌ها بیش‌تر است.

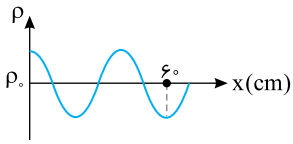
Ⓐ ۱۸۰۳- گزینه‌ی ۳ سرعت انتشار صوت در آب از سرعت انتشار صوت در هوا بیش‌تر است و هنگام گذر صوت از هوا به آب، بسامد ثابت می‌ماند، اما با زیاد شدن سرعت انتشار صوت، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

Ⓐ ۱۸۰۴- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ وقتی صوت از هوای سرد وارد هوای گرم می‌شود، سرعت آن افزایش می‌یابد. بسامد هر موج در تمام محیط‌ها ثابت است. بنابراین از رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$ درمی‌یابیم که طول موج و در نتیجه فاصله‌ی جبهه‌های موج هم‌فاز از یک‌دیگر افزایش می‌یابد.

Ⓐ ۱۸۰۵- گزینه‌ی ۳ موج‌های صوتی به‌صورت تپ‌های تراکمی (پرفشار) و تپ‌های انبساطی (کم‌فشار) در محیط منتشر می‌شوند. در شکل روبه‌رو، نقاط B و D مشخص کننده‌ی تپ‌های انبساطی (کم‌فشار) و نقاط C و F مشخص کننده‌ی تپ‌های تراکمی (پرفشار) هستند.



Ⓐ ۱۸۰۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\lambda+\frac{\lambda}{۲}=۶۰\Rightarrow ۳\frac{\lambda}{۲}=۶۰\Rightarrow \lambda=۴۰cm$$

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۳۳۰}{۰/۴}=۸۲۵Hz$$

Ⓐ ۱۸۰۷- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی صوت بستگی ندارد، بنابراین سرعت انتشار این دو صوت در محیط برابر است.

$$\begin{cases}\lambda_۱=\frac{v}{f_۱}\\ \lambda_۲=\frac{v}{f_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{f_۲}{f_۱}$$

Ⓑ ۱۸۰۸- گزینه‌ی ۱ بسامد صوت در محیط‌های مختلف یکسان است، بنابراین:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}$$

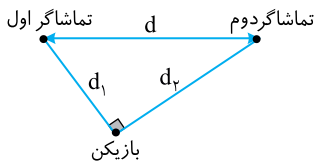
از طرفی سرعت صوت در آهن از سرعت صوت در آب بیش‌تر و سرعت صوت در آب از سرعت صوت در اکسیژن بیش‌تر است.

$$v_۱>v_۳>v_۲\quad\Rightarrow\quad\lambda_۱>\lambda_۳>\lambda_۲$$

Ⓐ ۱۸۰۹- گزینه‌ی ۴ هنگام گذر صوت از آب به هوا، بسامد آن ثابت می‌ماند.

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\Rightarrow\frac{۱۴۰۰}{۳۵۰}=\frac{۰/۵}{\lambda_۱}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۱}{۸}m=۱۲/۵\,cm$$

Ⓑ ۱۸۱۰- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل رسم شده، d را به‌دست می‌آوریم:



$$d_۱=vt_۱=۳۶۰\times۰/۷۵=۲۷۰\,m$$

$$d_۲=vt_۲=۳۶۰\times۱=۳۶۰\,m$$

$$d=\sqrt{۲۷۰^۲+۳۶۰^۲}=۴۵۰\,m$$

Ⓐ **۱۸۱۱- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار صوت از ویژگی‌های محیط است که تغییر نمی‌کند و گزینه‌ی (۱) نادرست است. بسامد صوت از ویژگی‌های چشمه‌ی صوت بوده و در بازتاب موج (صوت) از مانع تغییری نمی‌کند و گزینه‌ی (۲) نادرست است. با ثابت ماندن v و f، طول موج نیز ثابت می‌ماند بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است. اما با کاهش انرژی صوت، دامنه‌ی صوت کاهش می‌یابد زیرا انرژی موج با مجذور دامنه‌ی آن متناسب است بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۱۸۱۲- گزینه‌ی ۴** در انتشار صوت در محیط هر سه پدیده می‌تواند رخ دهد، زیرا شرایط فیزیکی محیط می‌تواند متغیر باشد.

Ⓐ **۱۸۱۳- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار از خصوصیات محیط است. اما بسامد، هنگام انتشار در یک محیط و یا گذر از یک محیط به محیط دیگر، ثابت است.

Ⓐ **۱۸۱۴- گزینه‌ی ۴** با توجه به تعریف طول موج:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{۳۳۰}{۳/۳\times۱۰^{-۳}}=۱۰۰۰۰Hz$$

Ⓑ **۱۸۱۵- گزینه‌ی ۴** سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی موج مانند بسامد، دوره، انرژی موج و... بستگی ندارد از این‌رو سرعت انتشار موج‌های صوتی A و B در یک محیط با هم برابرند. بنابراین:

$$\begin{cases}\lambda_A=\frac{v}{f_A}\\ \lambda_B=\frac{v}{f_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{f_B}{f_A}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۸۰۰}{۶۰۰}=\frac{۴}{۳}$$

Ⓐ **۱۸۱۶- گزینه‌ی ۱** سرعت صوت در جامدها به دلیل تراکم مولکولی از مایع‌ها و گازها بیش‌تر است.

Ⓐ **۱۸۱۷- گزینه‌ی ۱** سرعت صوت (یا هر موج دیگری) در یک محیط همگن و همسانگرد مقدار ثابتی است و به ویژگی‌های چشمه‌ی صوت مانند زیر و بمی صوت و یا بلندی صوت بستگی ندارد.

محیط همسانگرد به محیطی گفته می‌شود که شرایط فیزیکی در آن در همه‌ی جهت‌ها یکسان است.

Ⓐ **۱۸۱۸- گزینه‌ی ۴** علت شنیدن دو صدای مختلف، تفاوت سرعت صوت در فلز و هوا است، یک صوت توسط فلز و با سرعت بیش‌تر و صوت دیگر توسط هوا و با سرعت کم‌تر منتقل می‌شود.

زمان انتشار صوت توسط هوا $\Delta x=v_۱t_۱\Rightarrow ۱۴۰=۳۵۰t_۱\Rightarrow t_۱=۰/۴s$

زمان عبور صوت از فلز $t_۲=۰/۴-۰/۳۲=۰/۰۸s$

$$\Delta x=v_۲t_۲\Rightarrow ۱۴۰=v_۲\times(۰/۰۸)\Rightarrow v_۲=۱۷۵۰\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۸۱۹- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار صوت در گازها از رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ به‌دست می‌آید که نشان می‌دهد سرعت انتشار صوت به بسامد صوت، شکل امواج صوتی و فشار گاز بستگی ندارد و به دمای مطلق گاز، جرم مولکولی گاز و تعداد اتم‌های تشکیل دهنده‌ی مولکول گاز بستگی دارد.

Ⓐ **۱۸۲۰- گزینه‌ی ۴** سرعت انتشار صوت به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار صوت بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه‌ی صوت مانند بسامد، شکل موج، دامنه و... بستگی ندارد. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است، زیرا بخار آب موجود در هوا از شرایط فیزیکی محیط می‌باشد.

Ⓐ **۱۸۲۱- گزینه‌ی ۱** بنا بر رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها:

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}=\sqrt{۱/۴\times\frac{\frac{۲۵}{۳}\times۶۰۰}{۲۸\times۱۰^{-۳}}}\Rightarrow v=۵۰۰\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۸۲۲- گزینه‌ی ۴** سرعت صوت با جذر جرم مولکولی گاز، نسبت وارون دارد.

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۲}=\sqrt{\frac{M_۲}{M_۱}}\Rightarrow\frac{M_۲}{M_۱}=(\frac{۱۴۰۰}{۳۵۰})^۲=۱۶$$

Ⓐ **۱۸۲۳- گزینه‌ی ۱** سرعت انتشار صوت در یک گاز معین با جذر دمای گاز نسبت مستقیم دارد و با ثابت بودن دما، سرعت انتشار صوت نیز ثابت می‌ماند.

Ⓐ ۱۸۲۴- گزینه‌ی ۲ وقتی در حجم ثابت، فشار گاز $\frac{۴}{۹}$ برابر می‌شود بنا بر قانون گازها، دمای گاز نیز $\frac{۴}{۹}$ برابر می‌شود:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱}{T_۱}=\frac{\frac{۴}{۹}P_۱}{T_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۴}{۹}T_۱$$

نسبت سرعت‌های انتشار صوت خواهد شد:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sqrt{\gamma\frac{RT_۲}{M}}}{\sqrt{\gamma\frac{RT_۱}{M}}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}=\sqrt{\frac{۴}{۹}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۲}{۳}$$

Ⓐ ۱۸۲۵- گزینه‌ی ۲ جرم مولکولی گاز به جنس گاز بستگی دارد و به دمای گاز بستگی ندارد، بنابراین جرم مولکولی گاز ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار صوت با جذر دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$ و با پایین آمدن دما، سرعت انتشار صوت در آن کاهش می‌یابد.

Ⓐ ۱۸۲۶- گزینه‌ی ۲ سرعت صوت در یک گاز با جذر دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد.

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\Rightarrow\frac{v}{v_۰}=\sqrt{\frac{T}{T_۰}}\Rightarrow\frac{v}{v_۰}=\sqrt{\frac{۲۷۳+۲۷۳}{۲۷۳+۰}}\Rightarrow v=v_۰\sqrt{۲}$$

Ⓐ ۱۸۲۷- گزینه‌ی ۳ بنا بر رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}v'=\sqrt{\frac{\gamma RT'}{M}}\\ v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\end{cases}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{۲۷۳+۲\theta}{۲۷۳+\theta}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{۱+\frac{\theta}{۲۷۳+\theta}}\Rightarrow ۱<\frac{v'}{v}<\sqrt{۲}$$

Ⓑ ۱۸۲۸- گزینه‌ی ۳ جرم مولکولی گاز اکسیژن $M_{O_۲}=۳۲\frac{g}{mol}$ است. هوا از گاز نیتروژن با جرم مولکولی $۲۸\frac{g}{mol}$ و گاز اکسیژن و مقدار کمی از گازهای دیگر تشکیل شده است، بنابراین جرم مولکولی هوا از گاز اکسیژن کم‌تر می‌باشد. به همین دلیل اگر به جای هوا، جوّ زمین فقط از اکسیژن تشکیل شده بود، سرعت انتشار صوت در آن کم‌تر بود.

$$\downarrow v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M\uparrow}}$$

Ⓑ ۱۸۲۹- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گاز $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$، برای یک گاز می‌توان گفت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}$$

$$T_۱=\theta_۱+۲۷۳=۸۷+۲۷۳=۳۶۰\ K\quad,\quad T_۲=\theta_۲+۲۷۳=۲۱۷+۲۷۳=۴۹۰\ K$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}=\sqrt{\frac{۴۹۰}{۳۶۰}}=\frac{۷}{۶}\Rightarrow\frac{v_۲-v_۱}{v_۱}=\frac{۷-۶}{۶}\Rightarrow\frac{\Delta v}{v_۱}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{۱۰۰}{v_۱}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow v_۱=۶۰۰\ \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۷}{۶}\Rightarrow\frac{v_۲}{۶۰۰}=\frac{۷}{۶}\Rightarrow v_۲=۷۰۰\ \frac{m}{s}$$

Ⓑ ۱۸۳۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$ می‌توان گفت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}$$

$$T_۱=\theta_۱+۲۷۳=-۴۸+۲۷۳=۲۲۵\ K\quad,\quad T_۲=\theta_۲+۲۷۳=۱۶+۲۷۳=۲۸۹\ K$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}=\sqrt{\frac{۲۸۹}{۲۲۵}}=\frac{۱۷}{۱۵}\Rightarrow\frac{v_۲}{۳۰۰}=\frac{۱۷}{۱۵}\Rightarrow v_۲=۳۴۰\ \frac{m}{s}$$

B **۱۸۳۱- گزینه‌ی ۳** سرعت صوت در یک گاز با دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد.

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow\frac{v'}{۳۴۰}=\sqrt{\frac{۳۳۰}{۳۰۰}}\Rightarrow v'=۳۴۰\times\sqrt{۱/۱}$$

$$v'=۳۴۰(۱+۰/۱)^{\frac{۱}{۲}}=۳۴۰(۱+\frac{۱}{۲}\times۰/۱)=۳۴۰(۱+۰/۰۵)\Rightarrow v'=۳۴۰+۳۴۰\times۰/۰۵=۳۴۰+۱۷=۳۵۷\ \frac{m}{s}$$

در حل این تست از تقریب $(۱\pm\varepsilon)^n=۱\pm n\varepsilon$ استفاده کرده‌ایم.

A **۱۸۳۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها ($v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$)، برای یک گاز می‌توان نوشت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow\frac{v_۱+۰/۲v_۱}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}=\frac{۱/۲v_۱}{v_۱}=۱/۲\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۱/۴۴\Rightarrow\frac{T_۲-T_۱}{T_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}=۰/۴۴$$

تست: دمای مطلق هوای درون یک لوله‌ی صوتی را چند درصد افزایش دهیم تا سرعت صوت در هوای درون لوله، ۵۰ درصد افزایش یابد؟

۱) ۲۵٪ **۲)** ۵۰٪ **۳)** ۱۰۰٪ **۴)** ۱۲۵٪

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها داریم:

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\xrightarrow{\text{برای یک گاز}}\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow\frac{v_۱+۰/۵v_۱}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow۱/۵=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۲/۲۵$$

بنابراین درصد افزایش سرعت صوت خواهد شد:

$$\frac{T_۲-T_۱}{T_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}=۱/۲۵=۱۲۵٪$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۱۸۳۳- گزینه‌ی ۱** سرعت انتشار صوت در یک گاز با جذر دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد.

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow\frac{۳۳۱}{۱/۱}=\sqrt{\frac{T'}{۲۷۳}}\Rightarrow\frac{۱}{۱/۱}=\sqrt{\frac{T'}{۲۷۳}}$$

$$\frac{۱}{۱/۲۱}=\frac{T'}{۲۷۳}\Rightarrow\frac{۱}{۱/۲۱}=\frac{۲۷۳+\theta}{۲۷۳}\Rightarrow۱/۲۱\times۲۷۳+۱/۲۱\theta=۲۷۳\Rightarrow۱/۲۱\theta=-۰/۲۱(۲۷۳)\Rightarrow\theta=\frac{-۰/۲۱}{۱/۲۱}(۲۷۳)\simeq-۵۰^\circ C$$

A **۱۸۳۴- گزینه‌ی ۴** سرعت انتشار صوت در گازها برابر $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ است.

گاز اکسیژن و گاز هیدروژن هردو، دو اتمی هستند و ضریب اتمیسیته‌ی آن‌ها با هم برابر است.

$$\frac{v_{O_۲}}{v_{H_۲}}=\sqrt{\frac{T_{O_۲}}{T_{H_۲}}\times\frac{M_{H_۲}}{M_{O_۲}}}=\sqrt{\frac{۲۷۳+۸۷}{۲۷۳+(-۲۳)}\times\frac{M_{H_۲}}{۱۶M_{H_۲}}}\Rightarrow\frac{v_{O_۲}}{v_{H_۲}}=\frac{۶}{۵}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۱۰}$$

B **۱۸۳۵- گزینه‌ی ۲** سرعت نور $c=۳\times۱۰^۸\ \frac{m}{s}$ است و این سرعت به حدی زیاد است که فاصله‌ی ابر تا سطح زمین را در زمان بسیار کوتاهی که قابل حس نیست طی می‌کند، اما سرعت صوت در هوا حدود $۳۴۰\ \frac{m}{s}$ است، به همین دلیل فاصله‌ی ابر تا سطح زمین برابر است با:

$$d=vt=۳۴۰\times۲۰=۶۸۰۰m\simeq۷km$$

B **۱۸۳۶- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار صوت در گاز برابر $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ است، بنابراین سرعت انتشار صوت در یک گاز با جذر دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T+۰/۶۹T}{T}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{۱/۶۹T}{T}}$$

$$v'=۱/۳v\Rightarrow\Delta v=۰/۳v$$

بنابراین سرعت انتشار صوت ۳۰٪ افزایش می‌یابد.

B ۱۸۳۷- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار صوت در گاز از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید: $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

گاز اکسیژن و گاز هیدرون هر دو، دو اتمی هستند و ضریب اتمیسیته‌ی آن‌ها یکی است، بنابراین:

$$\frac{v_{H_۲}}{v_{O_۲}}=\sqrt{\frac{T_{H_۲}}{T_{O_۲}}\times\frac{M_{O_۲}}{M_{H_۲}}}\Rightarrow ۲\sqrt{۲}=\sqrt{\frac{۲۷۳+(-۲۳)}{T_{O_۲}}\times\frac{۳۲}{۲}}$$

$$۸=\frac{۲۵۰}{T_{O_۲}}\times ۱۶\Rightarrow T_{O_۲}=۵۰۰K\Rightarrow ۵۰۰=\theta+۲۷۳\Rightarrow\theta=۲۲۷^\circ C$$

تست: سرعت صوت در هیدروژن ۲۷ درجه‌ی سلسیوس، $\sqrt{۸}$ برابر سرعت صوت در اکسیژن θ درجه‌ی سلسیوس است. در این صورت θ چند درجه‌ی سلسیوس است؟

۱) ۵۴ **۲)** ۳۲۷ **۳)** ۶۲۷ **۴)** ۶۵۴

پاسخ: سرعت انتشار صوت در گاز $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ است، بنابراین:

$$\frac{v_{H_۲}}{v_{O_۲}}=\sqrt{\frac{T_{H_۲}}{T_{O_۲}}}\times\sqrt{\frac{M_{O_۲}}{M_{H_۲}}}\Rightarrow\sqrt{۸}=\sqrt{\frac{۳۰۰}{T_{O_۲}}}\times\sqrt{\frac{۳۲}{۲}}\Rightarrow ۸=\frac{۳۰۰}{T_{O_۲}}\times ۱۶$$

$$T_{O_۲}=۶۰۰K\Rightarrow ۲۷۳+\theta=۶۰۰\Rightarrow\theta=۳۲۷^\circ C$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A ۱۸۳۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به سؤال داریم:

$$v_{\text{متان}}=v_{\text{هوا}}\Rightarrow\gamma_{\text{متان}}\frac{RT_{\text{متان}}}{M_{\text{متان}}}=\gamma_{\text{هوا}}\frac{RT_{\text{هوا}}}{M_{\text{هوا}}}\Rightarrow ۱/۲\times\frac{T}{۱۶}=۱/۴\times\frac{۳۰۰}{۲۸}\Rightarrow T=۲۰۰K$$

B ۱۸۳۹- گزینه‌ی ۳ سرعت صوت در یک گاز با جذر دمای مطلق گاز، نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}\Rightarrow\frac{v_۲}{۳۶۳}=\sqrt{\frac{۲۷۳+۲۷}{۲۷۳+۹۰}}\Rightarrow\frac{v_۲}{۳۶۳}=\sqrt{\frac{۱}{۱/۲۱}}\Rightarrow v_۲=\frac{۳۶۳}{۱/۱}\Rightarrow v_۲=۳۳۰\frac{m}{s}\Rightarrow\Delta v=۳۳۰-۳۶۳=-۳۳\frac{m}{s}$$

A ۱۸۴۰- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار صوت در گازها از رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ به‌دست می‌آید.

گازهای اکسیژن و هیدروژن، گازهای دو اتمی بوده و ضریب اتمیسیته‌ی آن‌ها یکی است.

$$\frac{v_{H_۲}}{v_{O_۲}}=\sqrt{\frac{T_{H_۲}}{T_{O_۲}}\times\frac{M_{O_۲}}{M_{H_۲}}}\Rightarrow\frac{v_{H_۲}}{v_{O_۲}}=\sqrt{\frac{۲\times۲۷۳}{۲۷۳}}\times\sqrt{\frac{۳۲}{۲}}=۴\sqrt{۲}$$

A ۱۸۴۱- گزینه‌ی ۲ طول موج برابر $\lambda=\frac{v}{f}$ است، بنابراین طول موج صوت به بسامد چشمه‌ی موج و سرعت انتشار موج در محیط $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ بستگی دارد، پس طول موج به دمای گاز و جرم مولکولی گاز بستگی دارد و به دامنه‌ی ارتعاش صوت بستگی ندارد.

A ۱۸۴۲- گزینه‌ی ۳ در صورتی که قطر لوله در مقایسه با طول موج صوت کوچک باشد انتهای باز آن شبیه مانع عمل کرده در آن‌جا شکم ایجاد شده و سبب ایجاد امواج ایستاده در لوله می‌شود.

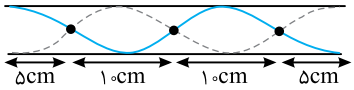
A ۱۸۴۳- گزینه‌ی ۱ سرعت انتشار صوت در هوای درون لوله ثابت می‌ماند و با زیاد شدن n، بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

A ۱۸۴۴- گزینه‌ی ۲ در یک لوله‌ی صوتی باز (با دو انتهای باز) که هماهنگ سوم خود را تولید می‌کند، طول لوله برابر $۳\frac{\lambda}{۲}$ است.

$$l=۳\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow ۴۵=۳\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۱۵\,cm$$

فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی نیز $\frac{\lambda}{۲}$ بوده، بنابراین برابر ۱۵ cm می‌باشد.

Ⓐ **۱۸۴۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل



$l=۳۰cm$

تست: طول لوله‌ی صوتی که هر دو انتهای آن باز است، برابر ۸۰ سانتی‌متر می‌باشد. اگر فاصله‌ی گره تا شکم متوالی آن ۱۰ سانتی‌متر باشد، این لوله هماهنگ چندم خود را ایجاد می‌کند؟

۱) ششم ۲) سوم ۳) چهارم ۴) پنجم

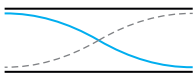
پاسخ: صوت تولیدشده در لوله‌های صوتی ناشی از تشکیل امواج ایستاده است که در انتهای باز لوله، شکم و در انتهای بسته‌ی آن، گره تشکیل می‌شود. فاصله‌ی یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{۴}$ است و فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی یا دو شکم متوالی از هم $\frac{\lambda}{۲}$ است.

در این پرسش لوله دارای دو انتهای باز است. در لوله‌ی باز طول لوله مضرب صحیح $\frac{\lambda}{۲}$ است $(l=n\frac{\lambda}{۲})$. از طرفی فاصله‌ی یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{۴}=۱۰\,cm$ بوده و طول لوله $۸۰cm$ است.

$$\frac{\lambda}{۴}=۱۰\,cm\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۲۰\,cm \quad , \quad l=n\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow ۸۰=n(۲۰)\Rightarrow n=۴$$

لوله هماهنگ چهارم خود را تولید می‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۱۸۴۶- گزینه‌ی ۴** طول موج صوت تولید شده در لوله‌های صوتی تابعی از طول لوله است. در یک لوله‌ی صوتی باز، طول موج هماهنگ اول برابر خواهد شد با:



$$l=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\lambda_۱=۲l$$

و فاصله‌ی گره از شکم مجاورش برابر $\frac{\lambda}{۴}$ یعنی برابر $\frac{l}{۲}$ خواهد بود و با تغییر دمای گاز و ثابت ماندن طول لوله، طول موج و فاصله‌ی گره از شکم مجاورش ثابت می‌ماند.

Ⓐ **۱۸۴۷- گزینه‌ی ۲** بسامد صوت یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز برابر $f_n=\frac{nv}{۲l}$ است که در آن n شماره‌ی صوت و شماره‌ی هماهنگ است و برابر تعداد گره‌ها و یا یک واحد کم‌تر از تعداد شکم‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$f_n=\frac{nv}{۲l}=\frac{۲\times۳۴۰}{۲\times۰/۸۵}=۴۰۰\,Hz$$

Ⓐ **۱۸۴۸- گزینه‌ی ۴** بسامد هماهنگ‌های لوله با دو انتهای باز از رابطه‌ی $f_n=\frac{nv}{۲l}$ به‌دست می‌آید.

$$f_۳=۳\times\frac{۳۲۰}{۲\times۰/۴}\Rightarrow f_۳=۱۲۰۰\,Hz$$

Ⓐ **۱۸۴۹- گزینه‌ی ۱** بسامد لوله‌ی صوتی با طول لوله نسبت وارون دارد.

$$f_n=\frac{nv}{۲l}\xrightarrow[n=۱]{l'=\frac{l}{۲}}f'_۱=۲f_۱$$

از طرفی سرعت انتشار موج در محیط از ویژگی‌های فیزیکی محیط است که تغییر نکرده است. بنابراین سرعت صوت در هوای محیط ثابت می‌ماند.

Ⓑ **۱۸۵۰- گزینه‌ی ۱** طول لوله‌ی صوتی باز مضرب صحیحی از نصف طول موج است.

$$l=n\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow{\lambda_n-\lambda_{n+۱}=۱۸۰}\frac{۲l}{n}-\frac{۲l}{n+۱}=۱۸=\frac{۳۶۰}{n}-\frac{۳۶۰}{n+۱}=۱۸۰$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{n}-\frac{۲}{n+۱}=۱\Rightarrow n^۲+n-۲=۰\Rightarrow\begin{cases}n=۱\\ n=-۲ \text{ غ ق ق}\end{cases}$$

$$\Rightarrow n=۱ \quad , \quad n+۱=۲$$

طول موج کوتاه‌تر مربوط به هماهنگ دوم است.

B **۱۸۵۱- گزینه‌ی ۱** در لوله‌ی دو انتهای باز شماره‌ی صوت و شماره‌ی هماهنگ برابر بوده و بسامد از رابطه‌ی $f=\frac{nv}{2l}$ به‌دست می‌آید. چون در سؤال، بسامد صوت اصلی ذکر شده است، در نتیجه $n=1$.

$$200=\frac{1\times v}{2l}\Rightarrow 400=\frac{v}{l}$$

با توجه به رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

مطابق صورت سؤال $(T_2=T_1+0/44T_1)$ است. پس:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_1\times 1/44}{T_1}}=1/2\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=1/2$$

حال برای به‌دست آوردن بسامد صوت جدید از رابطه‌ی $f=\frac{nv}{2l}$ استفاده می‌کنیم:

$$f_2=\frac{v_2}{2l}\Rightarrow f_2=\frac{1/2\,v_1}{2l}\Rightarrow f_2=0/6\frac{v_1}{l}\xrightarrow{\frac{v_1}{l}=400}\Rightarrow f_2=0/6\times 400=240Hz$$

B **۱۸۵۲- گزینه‌ی ۳** بسامد ٪۲۰ افزایش یافته است، بنابراین:

$$f'=f+0/2f=1/2f$$

$$\frac{f'}{f}=\frac{\frac{nv'}{2l}}{\frac{nv}{2l}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{\frac{\gamma RT'}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow 1/2=\sqrt{\frac{T'}{300}}\Rightarrow 1/44=\frac{T'}{300}\Rightarrow T'=432K$$

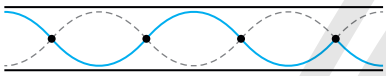
$$\Delta T=432-300=132K=132^\circ C$$

B **۱۸۵۳- گزینه‌ی ۲** بسامد تار مرتعش با جذر نیروی کشش تار، نسبت مستقیم دارد.

$$f_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\quad,\quad f_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

و بسامد لوله‌ی صوتی با جذر دمای مطلق گاز، نسبت مستقیم دارد.

A **۱۸۵۴- گزینه‌ی ۱** در لوله‌ی صوتی باز، شماره‌ی صوت (n) برابر تعداد گره‌ها و یک واحد کم‌تر از تعداد شکم‌هاست.



$l=4\frac{\lambda}{2}=2\lambda$

$n=5-1=4$

شماره‌ی هماهنگ این لوله، چهار است و طول لوله دو برابر λ می‌باشد.

B **۱۸۵۵- گزینه‌ی ۱** بسامد یک لوله‌ی صوتی با سرعت انتشار صوت در گاز درون لوله، نسبت مستقیم دارد $(f_n=\frac{nv}{2l})$.

سرعت انتشار صوت در گاز با جذر دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$.

بنابراین با افزایش دمای گاز درون لوله، بسامد هماهنگ‌های آن افزایش می‌یابد و صوت حاصل برای یک هماهنگ معین زیرتر می‌شود. پس گزینه‌ی (۱) درست است.

گزینه‌ی (۲) کاملاً عبارتی نامفهوم است و نادرست می‌باشد.

با زیاد شدن بسامد، دوره کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

طول موج یک هماهنگ معین به طول لوله‌ی صوتی بستگی دارد و با تغییر دما، تغییر نمی‌کند، پس گزینه‌ی (۴) نادرست است.

B **۱۸۵۶- گزینه‌ی ۱** در یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، شماره‌ی هماهنگ از تعداد شکم‌ها یک واحد کم‌تر است. پس لوله هماهنگ دوم خود را تولید کرده است.

$n=3-1=2$

با چهار برابر شدن دمای هوای درون لوله، سرعت انتشار صوت $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$ دو برابر می‌شود.

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\xrightarrow{T'=4T}v'=2v$$

بنا به فرض پرسش، بسامد در حالت جدید، همان بسامد اولی است.

$$f'=f\Rightarrow\frac{n'v'}{2l}=2\frac{v}{2l}\xrightarrow{v'=2v}n'=1\Rightarrow \text{تعداد شکم‌ها}=1+1=2$$

B **۱۸۵۷- گزینه‌ی ۱** در واقع صوت اصلی لوله ۲۰۰Hz و پس از افزایش دما صوت اصلی آن ۲۰۲Hz است، به این ترتیب:

$$\begin{cases} f=n\frac{v}{2l} \\ f'=n\frac{v'}{2l} \end{cases} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{v'}{v} \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}} \frac{202}{200}=\sqrt{\frac{T'}{273}} \Rightarrow \frac{101}{100}=\sqrt{\frac{273+\theta}{273}} \Rightarrow 1+\frac{1}{100}=(1+\frac{\theta}{273})^{\frac{1}{2}}$$

با توجه به تقریب ریاضی $(1+\varepsilon)^n=1+n\varepsilon$ می‌توان نوشت:

$$1+\frac{1}{100}=1+\frac{1}{2}\times\frac{\theta}{273} \Rightarrow \theta=5/46^\circ C$$

A **۱۸۵۸- گزینه‌ی ۲** لوله دارای دو انتهای باز است، بنابراین:

$$n=3-1=2$$

فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی $\frac{\lambda}{2}=25cm$ بوده و طول لوله برابر است با:

$$l=n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow l=2\times 25=50cm$$

بسامد صوت اصلی خواهد شد:

$$f_n=n\frac{v}{2l} \Rightarrow f_1=\frac{340}{2\times 0/5} \Rightarrow f_1=340Hz$$

A **۱۸۵۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت صوت در گاز درون لوله را به دست می‌آوریم:

دقت کنید جرم مولی باید برحسب $\frac{kg}{mol}$ باشد.

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} \Rightarrow v=\sqrt{1/4\times\frac{8\times 324}{28\times 10^{-3}}} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{8\times 324}{2\times 10^{-2}}} \Rightarrow v=\sqrt{400\times 324}=20\times 18 \Rightarrow v=360\frac{m}{s}$$

طول موج صوت درون لوله را حساب می‌کنیم.

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{360}{900}=0/4m=40cm$$

فاصله‌ی دو گره متوالی برابر نصف طول موج است از این رو:

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{40}{2}=20cm$$

A **۱۸۶۰- گزینه‌ی ۴**

$$f=\frac{n}{2l}v=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

با جایگزین کردن CO_2 به جای هوا، جرم مولکولی گاز (M) افزایش و بسامد کاهش می‌یابد. اگر یکی از دو سر لوله را ببندیم، لوله‌ی باز تبدیل به لوله‌ی بسته‌ی هم طول با آن می‌شود.

بنابراین بسامد کاهش می‌یابد.

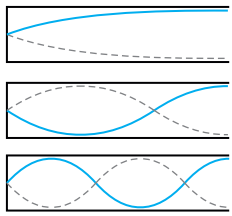
$$\frac{f_c}{f_o}=\frac{\frac{v}{4l}}{\frac{v}{2l}}=\frac{1}{2} \Rightarrow f_c=\frac{1}{2}f_o$$

A **۱۸۶۱- گزینه‌ی ۳** لوله‌ی صوتی بسته هماهنگ زوج تولید نمی‌کند و شماره‌ی صوت آن n و شماره‌ی هماهنگ آن $2n-1$ است. بنابراین سومین صوت لوله‌ی صوتی بسته $(n=3)$، هماهنگ پنجم $(2n-1=2\times 3-1=5)$ می‌باشد.

A **۱۸۶۲- گزینه‌ی ۱** در لوله‌های صوتی بسته (یک انتهای باز و یک انتهای بسته)، طول لوله مضرب فردی از یک چهارم طول موج است.

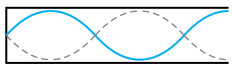
$$l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

$$l=3\frac{\lambda}{4}$$



A **۱۸۶۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو، این لوله هماهنگ پنجم صوت اصلی را ایجاد کرده است. از طرفی شماره‌ی هماهنگ در لوله‌ی بسته $(2n-1)$ است که در آن n برابر تعداد گره‌ها یا تعداد شکم‌ها است.

$$(2n-1)=(2\times 3-1)=5$$

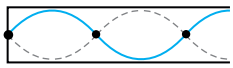


$l=5\frac{\lambda}{4}$

۱۸۶۴- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** در لوله با یک انتهای بسته، طول لوله برابر $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ است، که n برابر تعداد گره‌ها یا تعداد شکم‌ها است.

$$l=(2\times3-1)\frac{\lambda}{4}=\frac{5}{4}\lambda$$

راه‌حل دوم: می‌توان شکل موج ایستاده در لوله را رسم کرد. در انتهای باز، شکم و در انتهای بسته، گره تشکیل می‌شود و فاصله‌ی هر گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ است.



با توجه به شکل مشخص است که $l=5\frac{\lambda}{4}$ است.

۱۸۶۵- گزینه‌ی ۳ لوله‌های صوتی بسته، هماهنگ زوج تولید نمی‌کنند و شماره‌ی هماهنگ آن‌ها همواره عدد فرد است، یعنی صوت اول آن‌ها صوت اصلی، صوت دوم آن‌ها هماهنگ سوم، صوت سوم آن‌ها هماهنگ پنجم و ... است.
در لوله‌ی صوتی بسته n تعداد گره‌ها یا تعداد شکم‌ها و شماره‌ی صوت بوده و $2n-1$ شماره‌ی هماهنگ است. بنابراین:

$$2n-1=5\Rightarrow n=3$$

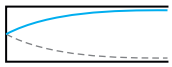
۱۸۶۶- گزینه‌ی ۱ در لوله‌ی صوتی با یک انتهای باز و یک انتهای بسته (لوله‌ی صوتی بسته) بسامد هر هماهنگ برابر است با:

$$f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l}\xrightarrow{\text{صوت اصلی } n=1} f_1=\frac{v}{4l}\ ,\ f_{2n-1}=(2n-1)f_1\Rightarrow f_5=5f_1=5\times200=1000\ Hz$$

۱۸۶۷- گزینه‌ی ۳ در لوله‌های صوتی بسته، بسامد از رابطه‌ی $f_{2n-1}=(2n-1)f_1$ به‌دست می‌آید که در آن $(2n-1)$ شماره‌ی هماهنگ است. بنابراین:

$$\begin{cases} f_7=7f_1 \\ f_5=5f_1 \end{cases}\Rightarrow\frac{f_7}{f_5}=\frac{7}{5}\Rightarrow\frac{210}{f_5}=\frac{7}{5}\Rightarrow f_5=150\ Hz$$

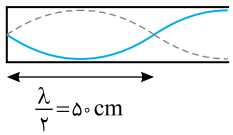
۱۸۶۸- گزینه‌ی ۴ تشکیل یک گره و یک شکم یعنی لوله صوت اصلی خود را تولید کرده است.



$$l=\frac{\lambda}{4}\Rightarrow\lambda=4l$$

۱۸۶۹- گزینه‌ی ۴ صوت تولید شده در لوله‌های صوتی ناشی از تشکیل امواج ایستاده در این لوله‌ها است. در انتهای باز، شکم و در انتهای بسته، گره تشکیل می‌شود. در امواج ایستاده فاصله‌ی دو گره متوالی یا دو شکم متوالی برابر نصف طول موج است. بنابراین:

$$l=\frac{3\lambda}{4}\Rightarrow l=3\times\frac{50}{2}\Rightarrow l=75\ cm$$



بسامد لوله‌های صوتی بسته از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l}\xrightarrow[2n-1=3]{n=2} f_3=3\times\frac{340}{4\times0/75}=340\ Hz$$

۱۸۷۰- گزینه‌ی ۳ در یک لوله‌ی صوتی بسته، طول لوله مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ است.

$$l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}\xrightarrow{l=\frac{5}{4}\lambda}\frac{5}{4}\lambda=(2n-1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow 2n-1=5$$

بنابراین، لوله هماهنگ پنجم خود را تولید می‌کند.

۱۸۷۱- گزینه‌ی ۴ در لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته، هماهنگ زوج وجود ندارد و بسامد هماهنگ‌ها از رابطه‌ی $f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l}$ به‌دست می‌آید.

$$f_5=5\times\frac{340}{4l}\Rightarrow1700=5\times\frac{340}{4l}\Rightarrow l=\frac{1}{4}\ m$$

در لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته، طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{4}$ است و از رابطه‌ی $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ به‌دست می‌آید که در آن $(2n-1)$ شماره‌ی هماهنگ است، بنابراین طول موج هماهنگ هفتم برابر است با:

$$l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow l=7\frac{\lambda}{4}\Rightarrow\lambda=\frac{4}{7}l\xrightarrow{l=\frac{1}{4}m}\lambda=\frac{1}{7}\ m$$

دقت کنید در حل این پرسش بسامد یکی از هماهنگ‌های سوم و پنجم برای حل پرسش کافی بود.

Ⓐ **۱۸۷۲- گزینه‌ی ۱** در لوله‌های صوتی بسته (با یک انتهای باز و یک انتهای بسته) تفاضل دو هماهنگ متوالی دو برابر هماهنگ اصلی است.

$$f_۷-f_۵=۲f_۱\Rightarrow ۱۰۰=۲f_۱\Rightarrow f_۱=۵۰\ Hz$$

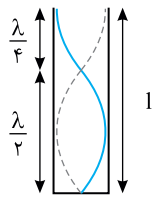
بسامد هماهنگ سوم، سه برابر بسامد هماهنگ اصلی است.

$$f_۳=۳f_۱\Rightarrow f_۳=۳\times ۵۰=۱۵۰\ Hz$$

Ⓐ **۱۸۷۳- گزینه‌ی ۲** بسامد هماهنگ‌های یک لوله‌ی صوتی بسته (با یک انتهای بسته) از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{۲n-۱}=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}\Rightarrow ۸۵۰=۵\times\frac{۳۴۰}{۴\times l}\Rightarrow l=\frac{۱}{۲}m=۵۰\ cm$$

Ⓐ **۱۸۷۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، لوله‌ی صوتی هماهنگ سوم خود را انجام می‌دهد.



$$l=۳\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow ۶۰=۳\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow \lambda=۸۰\ cm=۰/۸\ m$$

حال، با استفاده از رابطه‌ی $(f=\frac{v}{\lambda})$ و با معلوم بودن v (سرعت انتشار صوت) و λ (طول موج)، بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{۳۲۰}{۰/۸}=۴۰۰\ (Hz)$$

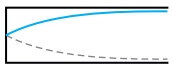
Ⓐ **۱۸۷۵- گزینه‌ی ۲** در یک لوله با یک انتهای بسته و یک انتهای باز، بسامد هماهنگ‌ها مضرب فرد بسامد اصلی است.

$$f_{(۲n-۱)}=(۲n-۱)f_۱\Rightarrow f_۳=۳f_۱\Rightarrow f_۳=۳\times ۳۶۰=۱۰۸۰\ Hz$$

اکنون می‌توان طول موج هماهنگ سوم را به‌دست آورد:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow \lambda=\frac{۳۲۴}{۱۰۸۰}=۰/۳\ m\Rightarrow \lambda=۳۰\ cm$$

Ⓑ **۱۸۷۶- گزینه‌ی ۳** در لوله‌های صوتی، طول موج یک هماهنگ معین تابعی از طول لوله است. طول موج هماهنگ اصلی لوله‌ی صوتی بسته برابر است با:



$$l=\frac{\lambda_۱}{۴}\Rightarrow \lambda_۱=۴l$$

و فاصله‌ی گره از شکم تولید شده برابر طول لوله بوده و با بالا بردن دما و ثابت ماندن طول لوله، این فاصله تغییر نمی‌کند.

Ⓐ **۱۸۷۷- گزینه‌ی ۴** در لوله‌ی بسته هنگام تولید صوت اصلی، یک گره و یک شکم ایجاد می‌شود. با اضافه شدن دو گره‌ی دیگر، تعداد گره‌ها برابر ۳ می‌شود و لوله هماهنگ پنجم خود را تولید می‌کند که بسامد آن ۵ برابر بسامد صوت اصلی و طول موج آن $\frac{۱}{۵}$ طول موج صوت اصلی لوله است.

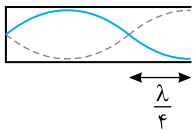
Ⓑ **۱۸۷۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به رابطه‌ی بسامد لوله‌ی صوتی با یک انتهای باز و یک انتهای بسته $f_{۲n-۱}=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}$ می‌توان گفت:

$$f_{۲n-۱}=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}\xrightarrow{n=۲}f_۳=\frac{۳\times v}{۴\times ۱}\Rightarrow ۳۰۰=\frac{۳v}{۴}\Rightarrow v=۴۰۰\frac{m}{s}$$

حال، با توجه به رابطه‌ی $(v=\lambda f)$، λ را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\lambda f\Rightarrow ۴۰۰=\lambda\times ۳۰۰\Rightarrow \lambda=\frac{۴}{۳}m$$

با توجه به این‌که در انتهای باز لوله‌ی صوتی، شکم ایجاد می‌شود، فاصله‌ی بین نزدیک‌ترین گره تا انتهای باز برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است:



$$\frac{\lambda}{۴}=\frac{\frac{۴}{۳}}{۴}=\frac{۱}{۳}m$$

Ⓐ **۱۸۷۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که شماره‌ی صوت با n تعیین می‌شود، می‌توان گفت:

$$n=۴\Rightarrow ۲n-۱=۲(۴)-۱=۷$$

بنابراین، صوت چهارم لوله‌ی صوتی بسته، معادل هماهنگ هفتم آن می‌باشد.

حال، با استفاده از رابطه‌ی بسامد لوله‌های صوتی بسته $(f_k=(۲n-۱)f_۱)$ داریم:

$$\begin{cases} f_۷=۷f_۱ \\ f_۳=۳f_۱ \end{cases}\Rightarrow \frac{f_۷}{f_۳}=\frac{۷}{۳}\Rightarrow \frac{۴۲۰}{f_۳}=\frac{۷}{۳}\Rightarrow f_۳=۱۸۰Hz$$

Ⓐ **۱۸۸۰- گزینه‌ی ۲** بسامد لوله‌ی بسته با طول لوله نسبت وارون دارد.

$$\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{l_۲}{l_۱}\Rightarrow \frac{f_۱}{f_۲}=\frac{۷۰}{۷۵}\Rightarrow f_۲=\frac{۷۵}{۷۰}f_۱$$

با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:

$$f_۲-f_۱=۸\Rightarrow \frac{۷۵}{۷۰}f_۱-f_۱=۸\Rightarrow f_۱=\frac{۷۰\times ۸}{۵}\Rightarrow f_۱=۱۴\times ۸=۱۱۲Hz$$

Ⓐ **۱۸۸۱- گزینه‌ی ۴** چون تعداد گره‌ها و شکم‌های تولید شده برابر است، لوله‌ی بسته (با یک انتهای باز و یک انتهای بسته) است و لوله هماهنگ پنجم $(۲\times۳-۱=۵)$ خود را تولید می‌کند.

$$f_{۲n-۱}=(۲n-۱)f_۱ \Rightarrow ۳۰۰=۵f_۱ \Rightarrow f_۱=۶۰Hz$$

وقتی در لوله دو گره تشکیل می‌شود، لوله هماهنگ سوم خود را تولید می‌کند.

$$f_۳=۳\times۶۰=۱۸۰Hz$$

Ⓐ **۱۸۸۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا دو بسامد را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۳۲۵}{۲۶۰}=\frac{۶۵}{۵۲}=\frac{۵}{۴}$$

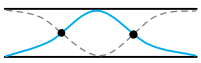
نسبت دو عدد صحیح متوالی به‌دست آمد، بنابراین لوله دارای دو انتهای باز (لوله‌ی صوتی باز) است و بسامدهای مورد نظر، هماهنگ‌های چهارم و پنجم لوله هستند.

Ⓑ **۱۸۸۳- گزینه‌ی ۳** طول لوله را بر $\frac{\lambda}{۴}$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} l=۱۲۰\,cm \\ \frac{\lambda}{۲}=۸۰\,cm\,,\ \frac{\lambda}{۴}=۴۰\,cm \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{\frac{\lambda}{۴}}=\frac{۱۲۰}{۴۰}=۳$$

چون عدد فرد به‌دست آمده است، لوله‌ی صوتی بسته است و هماهنگ سوم خود را تولید کرده است.

Ⓐ **۱۸۸۴- گزینه‌ی ۳** چون $l=\lambda$ یا $l=۲\frac{\lambda}{۲}$ است، بنابراین لوله‌ی صوتی باز است و هماهنگ دوم خود را تولید می‌کند.



Ⓑ **۱۸۸۵- گزینه‌ی ۱**

$$\begin{cases} l=n\frac{\lambda}{۲} & \text{اگر لوله دو انتهای باز داشته باشد:} \\ l=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴} & \text{اگر یک انتهای باز و یک انتهای بسته داشته باشد:} \end{cases} \xrightarrow{\frac{\lambda}{۲}=۲۴\ ,\ \frac{\lambda}{۴}=۱۲} \begin{matrix} \frac{۷۲}{۲۴}=۳ & (l=۳\frac{\lambda}{۲}) \\ \frac{۷۲}{۱۲}=۶ & (l=۶\frac{\lambda}{۴}) \end{matrix}$$

دو انتهای لوله باز است، زیرا اگر یک انتها بسته باشد باید نسبت طول لوله به $\frac{\lambda}{۴}$ عدد فرد شود که این‌گونه نیست.

Ⓐ **۱۸۸۶- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** ابتدا باید مشخص کرد که لوله باز است یا بسته.

فرض می‌کنیم لوله باز است، پس باید تفاضل دو بسامد متوالی برابر بسامد اصلی لوله‌ی باز باشد، در این صورت بسامد اصلی ۲۲۰Hz است و باید بسامدهای ۵۵۰Hz و ۳۳۰Hz ضریب درست ۲۲۰Hz باشند در حالی که این طور نیست و بنابراین لوله نمی‌تواند با دو انتهای باز باشد.

اگر لوله بسته باشد، تفاضل دو بسامد متوالی دو برابر بسامد اصلی است.

$$۲f_۱=۵۵۰-۳۳۰ \Rightarrow f_۱=۱۱۰Hz$$

۵۵۰ Hz، ۵ برابر ۱۱۰ Hz و ۳۳۰ Hz، ۳ برابر ۱۱۰ Hz است، بنابراین بسامدها هماهنگ پنجم و سوم لوله هستند و لوله بسته است.

راه‌حل دوم (روش ساده‌تر): برای مشخص کردن نوع لوله، بسامدها را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۵۵۰}{۳۳۰}=\frac{۵}{۳}$$

نسبت، دو عدد فرد متوالی به‌دست آمد. بنابراین لوله‌ی صوتی دارای یک انتهای باز و یک انتهای بسته است و این بسامدها هماهنگ پنجم و هماهنگ سوم آن هستند.

تست: بسامدهای دو صوت متوالی یک لوله‌ی صوتی ۱۳۵Hz و ۲۲۵Hz است. این بسامدها به‌ترتیب صوت‌های چندم لوله هستند؟

۱) سوم و پنجم ۲) دوم و سوم ۳) سوم و چهارم ۴) چهارم و پنجم

پاسخ: ابتدا بسامدها را بر هم تقسیم می‌کنیم، اگر حاصل نسبت دو عدد صحیح متوالی شد، لوله دارای دو انتهای باز (لوله‌ی صوتی باز) است و اگر حاصل نسبت دو عدد فرد متوالی شد، لوله دارای یک انتهای باز (لوله‌ی صوتی بسته) می‌باشد.

لوله‌ی صوتی، لوله‌ی بسته‌ای است که بسامدهای مورد نظر، بسامد هماهنگ‌های سوم و پنجم آن است.

$$\frac{۲۲۵}{۱۳۵}=\frac{۵}{۳} \Rightarrow \begin{cases} ۲n-۱=۵ \Rightarrow n=۳ \\ ۲n-۱=۳ \Rightarrow n=۲ \end{cases}$$

بنابراین بسامدهای مورد نظر صوت دوم و سوم این لوله هستند. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۱۸۸۷- گزینه‌ی ۲** چون تعداد گره‌ها با تعداد شکم‌ها برابر نیست، لوله دارای دو انتهای باز است که لوله هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است.

$$f_n = nf_1 \Rightarrow 990 = 5f_1 \Rightarrow f_1 = 198Hz$$

Ⓐ **۱۸۸۸- گزینه‌ی ۳** بسامد یک لوله‌ی صوتی باز (با دو انتهای باز) از رابطه‌ی $f_n = n\frac{v}{2l}$ و بسامد یک لوله‌ی صوتی بسته (با یک انتهای باز و یک انتهای بسته) از رابطه‌ی $f_{2n-1} = (2n-1)\frac{v}{4l}$ به‌دست می‌آید.

در صورت پرسش بیان شده بسامد هماهنگ سوم لوله‌ی باز یعنی $n=3$ و بسامد هماهنگ پنجم لوله‌ی بسته یعنی $2n-1=5$ با هم برابرند، در این صورت:

$$f_{3o} = f_{5c} \Rightarrow 3\frac{v}{2l_o} = 5\frac{v}{4l_c} \Rightarrow l_o = \frac{6}{5}l_c$$

(اندیس o برای لوله‌ی باز و اندیس c برای لوله‌ی بسته انتخاب شده است.)

تست: بسامد هماهنگ سوم یک لوله‌ی صوتی که یک انتهای آن بسته است برابر بسامد هماهنگ دوم یک لوله‌ی صوتی هر دو انتها باز می‌باشد. نسبت طول لوله‌ی صوتی یک انتها بسته به طول لوله‌ی صوتی هر دو انتها باز کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: بسامد لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته برابر $f_{2n-1} = (2n-1)\frac{v}{4l}$ و بسامد لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز برابر $f_n = n\frac{v}{2l}$ است. (اندیس o را برای لوله‌ی باز و اندیس c را برای لوله‌ی بسته اختیار کرده‌ایم.)

$$f_{3c} = f_{2o} \Rightarrow 3\frac{v}{4l_c} = 2\frac{v}{2l_o} \Rightarrow \frac{l_c}{l_o} = \frac{3}{4}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ **۱۸۸۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به صورت پرسش، $l_c = 2l_o$ است. (اندیس o برای لوله‌ی باز و اندیس c برای لوله‌ی بسته انتخاب شده است.)

$$\begin{cases} \text{بسامد صوت اصلی لوله‌ی باز}: f_o = \frac{v}{2l_o} \\ \text{بسامد صوت اصلی لوله‌ی بسته}: f_c = \frac{v}{4l_c} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_o}{f_c} = \frac{2l_c}{l_o} \Rightarrow \frac{240}{f_c} = \frac{2(2l_o)}{l_o} \Rightarrow f_c = 60\,Hz$$

Ⓑ **۱۸۹۰- گزینه‌ی ۲** بسامد هماهنگ‌های لوله‌ای با دو انتهای باز (لوله‌ی صوتی باز) و لوله‌ای با یک انتهای باز (لوله‌ی صوتی بسته)، به‌ترتیب $f_n = \frac{nv}{2l}$ و $f_{2n-1} = (2n-1)\frac{v}{4l}$ است. در پرسش بیان شده طول لوله‌ی بسته $\frac{3}{4}$ برابر طول لوله‌ی صوتی باز است $(l_c = \frac{3}{4}l_o)$.

$$f_o = f_c \Rightarrow \frac{n_o v}{2l_o} = 3\frac{v}{4l_c} \Rightarrow \frac{n_o}{2l_o} = \frac{3}{4(\frac{3}{4}l_o)} \Rightarrow n_o = 2$$

(اندیس o برای لوله‌ی باز و اندیس c برای لوله‌ی بسته انتخاب شده است.)

Ⓑ **۱۸۹۱- گزینه‌ی ۳** این لوله‌ها ممکن است دارای یک انتهای باز و یک انتهای بسته باشند. زیرا در لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز هرگز یک شکم تولید نمی‌شود و کم‌ترین تعداد شکم‌ها در لوله‌ی صوتی باز برابر دو شکم است که هنگام تولید صوت اصلی ایجاد می‌شود.

اگر هر دو لوله دارای یک انتهای بسته باشند:

$$f_{2n-1} = (2n-1)\frac{v}{4l} \begin{cases} \xrightarrow{n=1} f_A = \frac{v}{4l} \\ \xrightarrow{n=2} f_B = (2\times2-1)\frac{v}{4l} = \frac{3v}{4l} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{3}$$

پاسخ به‌دست آمده در گزینه‌ها نیست. بنابراین یکی از لوله‌ها (لوله‌ی A) دارای یک انتهای بسته بوده و دیگری (لوله‌ی B) دارای دو انتهای باز است و هر دو لوله، صوت اصلی خود را ایجاد می‌کنند.

$$\begin{cases} f_A = (2n-1)\frac{v}{4l} \xrightarrow{n=1} f_A = \frac{v}{4l} \\ f_B = n\frac{v}{2l} \xrightarrow{n=1} f_B = \frac{v}{2l} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2}$$

B **۱۸۹۲- گزینه‌ی ۴** در لوله‌های صوتی دو انتها باز شماره‌ی صوت و شماره‌ی هماهنگ با هم برابر بوده ولی در لوله‌های صوتی با یک انتهای بسته شماره‌ی صوت n و شماره‌ی هماهنگ $(۲n-۱)$ می‌باشد و با توجه به فرض سؤال: $(f_۱=f_۲)$

حال می‌دانیم:

$$f_۱=f_۲\Rightarrow\frac{n_۱v_۱}{۲l_۱}=\frac{(۲n_۲-۱)v_۲}{۴l_۲}\xrightarrow{l_۱=l_۲}\frac{۲v_۱}{۲l}=\frac{۹v_۲}{۴l}\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

A **۱۸۹۳- گزینه‌ی ۳** در لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، شماره‌ی هماهنگ (n) برابر تعداد گره‌ها است و در لوله‌ی صوتی با یک انتهای باز و یک انتهای بسته شماره‌ی صوت (n) برابر تعداد گره‌ها بوده و شماره‌ی هماهنگ $(۲n-۱)$ است.

$$\frac{f_o}{f_c}=\frac{\frac{n_ov}{۲l_o}}{\frac{(۲n_c-۱)v}{۴l_c}}\xrightarrow{n_o=n_c=۲}\frac{f_{۲o}}{f_{۳c}}=\frac{\frac{۲v}{۲l_o}}{\frac{(۲\times۲-۱)v}{۴l_c}}\xrightarrow{l_o=l_c}\frac{f_{۲o}}{f_{۳c}}=\frac{۴}{۳}$$

A **۱۸۹۴- گزینه‌ی ۳** بسامد لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، برابر $f_o=\frac{nv}{۲l}$ و بسامد لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته، برابر $f_c=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}$ است.

$$\frac{f_c}{f_o}=\frac{(۲n-۱)\frac{v}{۴l}}{\frac{nv}{۲l}}\xrightarrow{n=۲}\frac{(۲\times۲-۱)\frac{v}{۴l_c}}{۲\frac{v}{۲l_o}}=\frac{۳}{۴}\frac{l_o}{l_c}\xrightarrow{l_o=۲l_c}\frac{f_c}{f_o}=\frac{۳}{۴}(\frac{۲l_c}{l_c})\Rightarrow\frac{f_c}{f_o}=\frac{۳}{۲}$$

B **۱۸۹۵- گزینه‌ی ۲** در ابتدا طول موج درون لوله اگر لوله بسته باشد $\lambda=۴l$ و اگر باز باشد $\lambda=۲l$ است. با تغییر گاز درون لوله و تشکیل هماهنگ اول مجدداً طول موج در گاز درون لوله $\lambda=۴l$ بوده و تغییر نمی‌کند. اما سرعت صوت در گاز درون لوله و بسامد هماهنگ اول آن با تغییر گاز درون لوله تغییر می‌کند.

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{M}{M'}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{M}{\frac{۴}{۹}M}}=\frac{۳}{۲}\quad,\quad\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow f'=\frac{۳}{۲}f$$

این بسامد جدید $f'=\frac{۳}{۲}f$ وارد هوا می‌شود. سرعت صوت در هوای محیط در حالت اول و دوم یکسان است، از این‌رو:

$$\begin{cases}\lambda'=\frac{v}{f'}\\ \lambda=\frac{v}{f}\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{f}{f'}\Rightarrow\lambda'=\frac{۲}{۳}\lambda$$

یعنی طول موج صوت منتشر شده در هوا $\frac{۲}{۳}$ طول موج حالت قبل است.

A **۱۸۹۶- گزینه‌ی ۲** بسامد لوله‌ی صوتی باز، برابر $f_n=\frac{nv}{۲l}$ و بسامد لوله‌ی صوتی بسته، برابر $f_{۲n-۱}=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}$ است که در آن‌ها v سرعت انتشار صوت در گاز بوده و برابر $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ می‌باشد، در این صورت:

$$\frac{f_{باز}}{f_{بسته}}=\frac{\frac{v_{H_۲}}{۲l}}{\frac{v_{O_۲}}{۴\times\frac{l}{۲}}}=\frac{v_{H_۲}}{v_{O_۲}}=\sqrt{\frac{M_{O_۲}}{M_{H_۲}}}=\sqrt{\frac{۳۲}{۲}}=۴$$

B **۱۸۹۷- گزینه‌ی ۴** طول لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز و طول لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته که ایجاد شده‌اند، با هم برابر است و نصف طول لوله‌ی بسته‌ی حالت اول است.

$$l'=l''=\frac{۱}{۲}l$$

$$\begin{cases}\text{صوت اصلی}\ f_c=\frac{v}{۴l}\xrightarrow{l''=\frac{۱}{۲}l}f''=۲f\\ \frac{f''}{f'}=\frac{\frac{v}{۴l''}}{\frac{v}{۲l'}}\xrightarrow{l'=l''}f''=\frac{۱}{۲}f'\Rightarrow f'=۲f''\end{cases}\Rightarrow f'=۲f''=۴f\Rightarrow ۴f=f'=۲f''$$

B **۱۸۹۸- گزینه‌ی ۱** بسامد اصلی دو لوله با هم برابر است، در نتیجه:

$$f_{1c}=f_{1o}\Rightarrow\frac{v}{4l_c}=\frac{v}{2l_o}\Rightarrow l_o=2l_c$$

اگر دو لوله را به هم متصل کنیم، طول لوله‌ی بسته‌ی بزرگ‌تر برابر خواهد شد با:

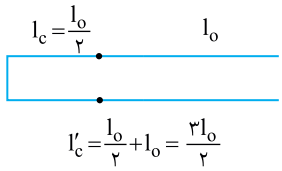
$$l'_c=l_o+l_c=2l_c+l_c\Rightarrow l'_c=3l_c$$

بسامد اصلی این لوله برابر می‌شود با:

$$\frac{f'_{1c}}{f_{1c}}=\frac{l_c}{l'_c}\Rightarrow\frac{f'_{1c}}{600}=\frac{l_c}{3l_c}\Rightarrow f'_{1c}=200\ Hz$$

B **۱۸۹۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به فرض مسأله و شکل روبه‌رو، طول لوله‌ی صوتی بسته‌ی جدید، $\frac{3}{2}$ برابر طول لوله‌ی صوتی باز می‌شود.

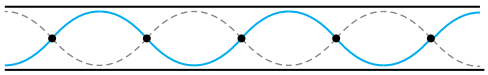
(اندیس o برای لوله‌ی صوتی باز و اندیس c برای لوله‌ی صوتی بسته به‌کار رفته است.)



$$\frac{f'_c}{f_o}=\frac{\frac{v}{4l'_c}}{\frac{v}{2l_o}}=\frac{l_o}{2l'_c}=\frac{l_o}{2\times\frac{3}{2}l_o}\Rightarrow\frac{f'_c}{f_o}=\frac{1}{3}$$

A **۱۹۰۰- گزینه‌ی ۲** در لوله‌ی صوتی با یک انتهای آزاد و یک انتهای بسته، تعداد گره‌ها و تعداد شکم‌ها با هم برابر بوده و برابر شماره‌ی صوت (n) است، اما شماره‌ی هماهنگ برابر $(2n-1)$ می‌باشد، یعنی شماره‌ی هماهنگ با تعداد شکم‌ها یا گره‌ها یکی نیست.

B **۱۹۰۱- گزینه‌ی ۲** لوله باید دارای دو انتهای باز باشد زیرا در لوله‌ی دارای دو انتهای باز ممکن است که یک گره در وسط لوله ایجاد شود و تعداد گره‌ها مطابق شکل $n=5$ بوده و لوله بسامد صوت پنجم خود را تولید کرده است. بنابراین:



$$f_n=nf_1\Rightarrow f_5=5f_1\Rightarrow 600=5f_1\Rightarrow f_1=120Hz$$

و بسامد دوم لوله خواهد شد:

$$f_2=2f_1=240Hz$$

A **۱۹۰۲- گزینه‌ی ۳** طول دو لوله با هم برابر است. اندیس o برای لوله‌ی باز و اندیس c را برای لوله‌ی بسته به کار می‌بریم:

$$\frac{f_o}{f_c}=\frac{\frac{n_o v}{2l_o}}{(2n_c-1)\frac{v}{4l_c}}\Rightarrow\frac{f_o}{f_c}=\frac{4}{3}$$

B **۱۹۰۳- گزینه‌ی ۴** تشدید رخ داده است بنابراین بسامد دیاپازون و بسامد تولید شده توسط لوله‌ی صوتی برابر است.

$$f=\frac{18000}{60}=300Hz$$

در لوله دو گره ایجاد شده است و فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی $30cm$ است یعنی $\frac{\lambda}{2}=30cm$ بوده و خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda}{2}=30\Rightarrow\lambda=60cm$$

سرعت صوت در هوای درون لوله برابر خواهد شد با:

$$v=f\lambda=300\times0/6=180\frac{m}{s}$$

B **۱۹۰۴- گزینه‌ی ۴** در لوله‌ی صوتی یک انتها بسته، تعداد گره‌ها برابر تعداد شکم‌ها است. می‌دانیم که شماره‌ی هماهنگ از رابطه‌ی $(2n-1)$ به‌دست می‌آید (تعداد گره = تعداد شکم = n)، همچنین می‌دانیم که بسامد از رابطه‌ی $f_{2n-1}=\frac{(2n-1)v}{4l}$ به‌دست می‌آید.

در حالت اول:

$$f_1=\frac{(2\times2-1)v}{4l}=\frac{3v}{4l}$$

در حالت دوم:

$$f_2=\frac{(2\times4-1)v}{4l}=\frac{7v}{4l}$$

کافی است دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{f_2}{f_1}=\frac{7}{3}$$

B **۱۹۰۵- گزینه‌ی ۱** هماهنگ اول (بم‌ترین صوت) لوله‌ی باز و هماهنگ سوم لوله‌ی بسته هم‌بسامد هستند زیرا هر دو صدای یک دیاپازون را تشدید می‌کنند. از این رو:

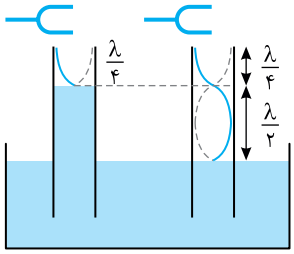
(اندیس o برای لوله‌ی باز و اندیس c برای لوله بسته به‌کار برده شده است.)

$$f_o=f_c\Rightarrow\frac{n_o v_o}{۲l_o}=(۲n_c-۱)\frac{v_c}{۴l_c}\xrightarrow{l_o=l_c}v_o=۳\frac{v_c}{۲}$$

با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها:

$$\sqrt{\frac{\gamma RT_o}{M_o}}=\frac{۳}{۲}\sqrt{\frac{\gamma RT_c}{M_c}}\Rightarrow\frac{۲۸۰}{\frac{۴}{۹}M_c}=\frac{۹}{۴}\frac{T_c}{M_c}\Rightarrow T_c=۲۸۰K\Rightarrow\theta=۷^\circ C$$

B **۱۹۰۶- گزینه‌ی ۲** وقتی لوله با دو انتهای باز را وارد آب می‌کنیم و آن را به آرامی از آب بیرون می‌آوریم در واقع یک لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته و یک انتهای باز در اختیار داریم. (سطح آب شبیه انتهای بسته عمل می‌کند.)



با توجه به شکل‌های روبه‌رو، به ازای هر $\frac{\lambda}{۲}$ افزایش طول لوله، تشدید بعدی رخ می‌دهد. بنابراین $\frac{\lambda}{۲}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۲۰}{۶۴۰}=۰/۵\ m=۵۰\ cm\Rightarrow\frac{\lambda}{۲}=۲۵\ cm$$

تست: یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، صدای یک چشمه‌ی صوت را تشدید می‌کند. سرعت انتشار صوت در هوای بیرون و درون لوله، $۳۳۰\frac{m}{s}$ است، اگر بتوان طول این لوله را ۱۲ cm افزایش داد، مجدداً تشدید رخ خواهد داد، بسامد صدای چشمه‌ی صوت چند هرتز است؟

۱) ۱۳۷۵ ۲) ۲۷۵۰ ۳) ۵۵۰۰ ۴) ۳۵۰۰

پاسخ: طول یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، مضرب صحیحی از نصف طول موج است $(l=n\frac{\lambda}{۲})$. بنابراین برای رخ دادن تشدید بعدی باید طول لوله به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۲}$ افزایش یافته باشد.

$$\frac{\lambda}{۲}=۱۲\Rightarrow\lambda=۲۴\ cm$$

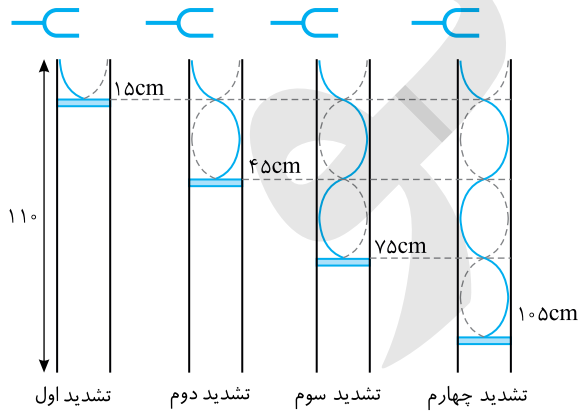
این طول موج، طول موج صوت ناشی از صدای چشمه است، پس:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow۰/۲۴=\frac{۳۳۰}{f}\Rightarrow f=۱۳۷۵\ Hz$$

B **۱۹۰۷- گزینه‌ی ۳** ابتدا طول موج صوت منتشر شده توسط دیاپازون را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۶۰}{۶۰۰}=۰/۶\ m=۶۰\ cm$$

مطابق شکل‌های زیر، اولین تشدید وقتی رخ می‌دهد که طول لوله‌ی بسته (سطح آب شبیه انتهای بسته عمل می‌کند) برابر $\frac{\lambda}{۴}$ باشد و به ازای هر $\frac{\lambda}{۲}$ افزایش طول لوله، تشدید بعدی رخ می‌دهد:



تشدید اول $l=\frac{\lambda}{۴}=\frac{۶۰}{۴}=۱۵\ cm$

تشدید دوم $l=\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۳۰=۴۵\ cm$

تشدید سوم $l=\frac{\lambda}{۴}+۲\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۶۰=۷۵\ cm$

تشدید چهارم $l=\frac{\lambda}{۴}+۳\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۹۰=۱۰۵\ cm$

بنابراین تشدید چهارم رخ می‌دهد.

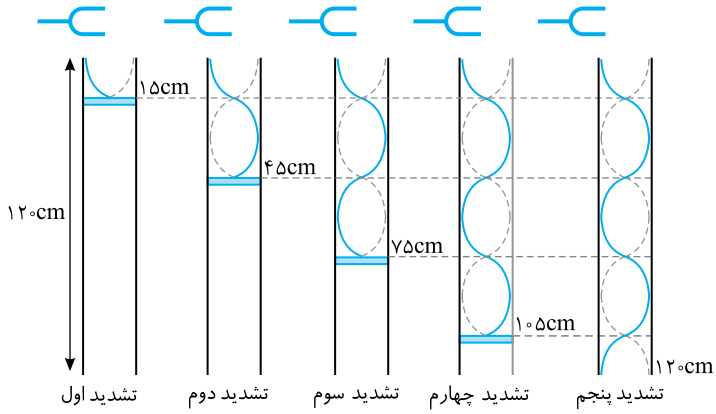
اما باید بررسی کرد که وقتی لوله به‌طور کامل از آب خارج شود ممکن است لوله‌ی دو انتهای باز ایجاد تشدید کند یا نه؟ برای این منظور باید بسامد لوله‌ی صوتی باز را با بسامد دیاپازون برابر قرار داد، اگر برای n عدد صحیح حاصل شود تشدید رخ می‌دهد و در غیر این‌صورت تشدید رخ نمی‌دهد.

$$f_n=\frac{nv}{۲l}\Rightarrow۶۰۰=\frac{n(۳۶۰)}{۲\times۱/۱}\Rightarrow n=\frac{۱۱}{۳}$$

n عدد صحیح نشد، بنابراین در این حالت تشدیدی رخ نمی‌دهد.

۱۹۰۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا طول موج صوت منتشر شده توسط دیاپازون را به‌دست می‌آوریم: $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۶۰}{۶۰۰}=۰/۶\,m\Rightarrow\lambda=۶۰\,cm$

مطابق شکل‌های زیر، اولین تشدید هنگامی رخ می‌دهد که لوله‌ی صوتی به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ از آب خارج شود و به ازای هر $\frac{\lambda}{۲}$ دیگر که لوله از آب خارج می‌شود، تشدید بعدی رخ می‌دهد.



تشدید اول $l=\frac{\lambda}{۴}=\frac{۶۰}{۴}=۱۵\,cm$

تشدید دوم $l=\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۳۰=۴۵\,cm$

تشدید سوم $l=\frac{\lambda}{۴}+۲\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۶۰=۷۵\,cm$

تشدید چهارم $l=\frac{\lambda}{۴}+۳\frac{\lambda}{۲}=۱۵+۹۰=۱۰۵\,cm$

بنابراین چهار تشدید در حالتی رخ می‌دهد که یک انتهای لوله باز و یک انتهای لوله بسته است. اما وقتی لوله به‌طور کامل از آب خارج شود، ممکن است تشدید رخ دهد. $f_n=\frac{nv}{۲l}\Rightarrow۶۰۰=\frac{n(۳۶۰)}{۲(۱/۲)}\Rightarrow n=۴$

n عدد صحیح شد. در واقع هماهنگ چهارم لوله‌ی صوتی باز نیز ایجاد تشدید می‌کند. بنابراین جمعاً ۵ تشدید رخ می‌دهد.

۱۹۰۹- گزینه‌ی ۲ تشدید اول وقتی رخ می‌دهد که طول لوله‌ی با یک انتهای بسته برابر $\frac{\lambda}{۴}$ باشد. سپس به ازای هر $\frac{\lambda}{۲}$ افزایش طول لوله، تشدید بعدی رخ می‌دهد. $l=\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow۱۸=\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow\lambda=۷۲\,cm$

تشدید دوم $l=\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۲}=۱۸+۳۶=۵۴\,cm$ ، تشدید سوم $l=\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۲}=۱۸+۳۶+۳۶=۹۰\,cm$

اگر $\frac{\lambda}{۲}$ دیگر به طول لوله اضافه شود، طول لوله از ۹۵ cm بیش‌تر می‌شود، بنابراین ۳ تشدید رخ می‌دهد.

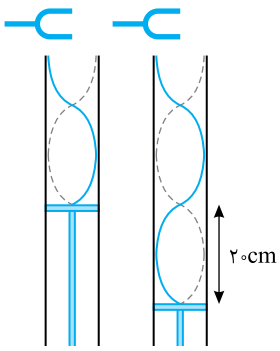
اما با خروج کامل لوله از آب، ممکن است که لوله با دو انتهای باز صدای دیاپازون را تشدید کند. در این صورت طول لوله باید مضرب صحیح $\frac{\lambda}{۲}$ شود که این اتفاق نمی‌افتد و همان سه تشدید شنیده می‌شود. $\frac{l}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۹۵}{۱۸}$

۱۹۱۰- گزینه‌ی ۴ همواره اولین تشدید در فاصله‌ی $\frac{\lambda}{۴}$ تولید می‌شود و تشدیدهای بعدی با فاصله‌ی $\frac{\lambda}{۲}$ تولید می‌شوند، چون در صورت سؤال، فاصله‌ی بین اولین تشدید و دومین تشدید را خواسته لذا طبق توضیحات بالا مقدار $\frac{\lambda}{۲}$ خواسته شده است.

$v=\lambda f\Rightarrow۳۴۰=\lambda\times۲۰۰\Rightarrow\lambda=۱/۷m\Rightarrow\lambda=۱۷۰\,cm$

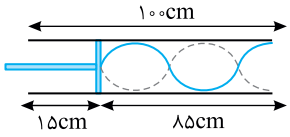
فاصله‌ی اولین و دومین تشدید $=\frac{\lambda}{۲}=\frac{۱۷۰}{۲}=۸۵\,cm$

۱۹۱۱- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل‌های رسم شده، طول موج منتشر شده در محیط برابر است با:



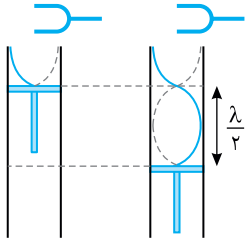
$\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۴۰\,cm$

$v=f\lambda\Rightarrow۳۲۰=f(۰/۴)\Rightarrow f=۸۰۰\,Hz$



B **۱۹۱۲- گزینه‌ی ۴** پدیده‌ی تشدید هنگامی رخ می‌دهد که بسامد دیاپازون با بسامد هماهنگ پنجم لوله یکی باشد. پیستون ۱۵ cm جابه‌جا شده و طول لوله‌ی بسته ۸۵ سانتی‌متر است. بنابراین:

$$f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l}\Rightarrow f=5\times\frac{340}{4\times0/85}\Rightarrow f=500\ Hz$$



B **۱۹۱۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل‌های رسم شده، تغییر طول لوله در دو تشدید متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{360}{300}=1/2\ m\Rightarrow\frac{\lambda}{2}=\frac{1/2}{2}=0/6\ m$$

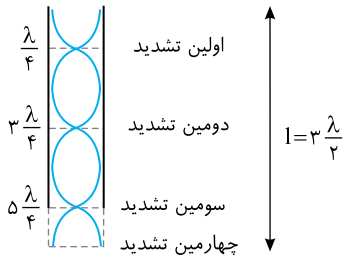
بنابراین زمان بین دو تشدید متوالی خواهد شد:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow0/6=0/2\Delta t\Rightarrow\Delta t=3s$$

A **۱۹۱۴- گزینه‌ی ۱** چون یک سر لوله در آب وارد شده است، لوله صوتی یک لوله‌ی بسته محسوب می‌شود. صوت دوم لوله هم‌بسامد صوت دیاپازون است و طول لوله‌ی بسته ۱۰۰−۱۰=۹۰cm است. از این‌رو:

$$f_{(2n-1)}=(2n-1)\frac{v}{4l}\xrightarrow{n=2}f_3=3\times\frac{330}{4\times0/9}\Rightarrow f_3=275Hz$$

بنابراین بسامد دیاپازون نیز ۲۷۵Hz است.

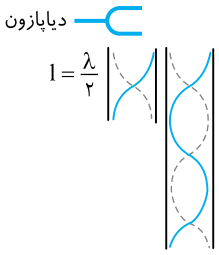


B **۱۹۱۵- گزینه‌ی ۳** یک سر لوله در آب است و لوله‌ی صوتی لوله‌ی بسته است و در این صورت هرگاه طول لوله مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ باشد لوله صدای دیاپازون را تشدید می‌کند (λ طول موج صدای دیاپازون است).

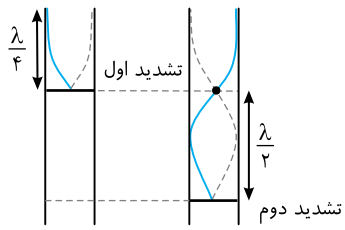
مطابق شکل در حالتی که طول لوله $\frac{\lambda}{4}$، $3\frac{\lambda}{4}$ و $5\frac{\lambda}{4}$ است تشدید رخ می‌دهد و وقتی لوله به طور کامل از آب خارج شود آن‌گاه یک لوله‌ی صوتی باز خواهیم داشت و بنا بر فرض مسأله $l=3\frac{\lambda}{2}$ بوده و این بار نیز تشدید رخ می‌دهد پس جمعاً چهار بار تشدید رخ می‌دهد.

B **۱۹۱۶- گزینه‌ی ۴** تشدید رخ داده است، بنابراین بسامد تار و بسامد لوله برابر هستند.

$$f_1=f_2\Rightarrow(2n_1-1)\frac{v}{4l}=\frac{n_2}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow\frac{3\times320}{4l}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{80}{0/002}}\Rightarrow l=0/8m=80\ cm$$



C **۱۹۱۷- گزینه‌ی ۲** در واقع طول موج صوت منتشر شده در محیط برابر $\lambda=\frac{v}{f}$ است که f بسامد صوت دیاپازون و v سرعت انتشار صوت در هوای بیرون و درون لوله است. لوله‌هایی می‌توانند این صوت را تشدید کنند که طول آن‌ها مضرب درستی از نصف طول موج باشد، بنابراین λ ثابت است.



B **۱۹۱۸- گزینه‌ی ۲** وقتی تشدید اول رخ می‌دهد که پیستون از دهانه $\frac{\lambda}{4}$ دور شده باشد. تشدید دوم نیز هنگامی رخ می‌دهد که پیستون $\frac{\lambda}{2}$ دیگر از دهانه دور شده باشد.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{320}{400}=0/8\ m$$

$$\Delta x_1=\frac{\lambda}{4}=\frac{0/8}{4}=0/2\ m\quad,\quad\Delta t_1=\frac{\Delta x_1}{v}=\frac{0/2}{0/5}=0/4\ s$$

$$\Delta x_2=\frac{\lambda}{2}=\frac{0/8}{2}=0/4\ m\quad,\quad\Delta t_2=\frac{0/4}{0/5}=0/8\ s$$

B **۱۹۱۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا طول موج صوت منتشر شده توسط دیاپازون را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۵۰}{۷۰۰}=۰/۵\ m\Rightarrow\lambda=۵۰\ cm$$

در یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، هنگام ایجاد صوت، در دو انتهای باز شکم تشکیل می‌شود. کوتاه‌ترین لوله‌ی صوتی که می‌تواند صدای این دیاپازون را تشدید کند برابر $\frac{\lambda}{۲}=۲۵\ cm$ است. تشدید بعدی وقتی رخ می‌دهد که طول لوله $۲\frac{\lambda}{۲}=۵۰\ cm$ باشد. کوتاه‌ترین طول این لوله‌ها برابر $۶۰\ cm$ است، آن هم وقتی لوله‌ی درونی به‌طور کامل در لوله‌ی بیرونی جای گیرد. بنابراین تشدیدهای یاد شده برای این لوله رخ نمی‌دهد.

تشدید بعدی هنگامی رخ می‌دهد که طول لوله $۳\frac{\lambda}{۲}=۷۵\ cm$ باشد و تشدید بعدی هنگامی رخ می‌دهد که طول لوله $۴\frac{\lambda}{۲}=۱۰۰\ cm$ شود. تشدید دیگری رخ نمی‌دهد، زیرا برای رخ دادن تشدید دیگر باید طول لوله $۵\frac{\lambda}{۲}=۱۲۵\ cm$ باشد که بیشینه‌ی طول این لوله $۶۰+۶۰=۱۲۰\ m$ است، بنابراین تنها دو تشدید رخ می‌دهد.

B **۱۹۲۰- گزینه‌ی ۲** ابتدا طول موج صدای دیاپازون را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۴۰}{۶۸۰}\Rightarrow\lambda=۰/۵\ m=۵۰\ cm$$

اگر هنگام تشدید در طول لوله سه شکم ایجاد شود، طول لوله‌ی یک انتها بسته برابر است با:

$$l=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow l=(۲\times۳-۱)\times\frac{۵۰}{۴}\Rightarrow l=۶۲/۵\ cm$$

در این صورت باید طول لوله‌ی یک انتها بسته از $۶۵cm$ به $۶۲/۵cm$ برسد و برای این منظور می‌توان ارتفاع آب در هر یک از دو سمت لوله را $۲/۵\ cm$ افزایش داد. یعنی جمعاً $۵cm$ آب باید به لوله‌ها اضافه شود که حجم این مقدار آب با توجه به سطح مقطع لوله $(A=۱cm^۲)$ برابر است با:

$$\Delta V=A(\Delta h)\Rightarrow\Delta V=۱\times۵=۵\ cm^۳$$

B **۱۹۲۱- گزینه‌ی ۲** هرگاه لوله‌ی بسته صدای دیاپازون را تشدید کند طول لوله مضرب فردی از $\frac{\lambda}{۴}$ است، از این رو ابتدا طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳۴۰}{۸۵۰}=۰/۴m\Rightarrow\lambda=۴۰cm$$

$$l=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴}\xrightarrow{n=۳}l=(۲\times۳-۱)\times\frac{۴۰}{۴}\Rightarrow l=۵۰cm$$

بنابراین ارتفاع آب را باید $۱۰cm$ افزایش داد تا طول لوله‌ی بسته $۵۰cm$ شود.

B **۱۹۲۲- گزینه‌ی ۴** چون پدیده‌ی تشدید رخ داده است، بسامدهای لوله‌ی باز و لوله‌ی بسته برابر است. با توجه به شکل در لوله‌ی باز دو گره دیده می‌شود، پس لوله‌ی باز صوت دوم خود را تولید می‌کند، در لوله‌ی بسته سه شکم ایجاد شده است، بنابراین لوله‌ی بسته، صوت سوم یعنی هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است.

$$f_{باز}=f_{بسته}\Rightarrow\frac{nv}{۲l}=\frac{(۲n'-۱)v}{۴l'}\Rightarrow\frac{۲}{۲\times۶۰}=\frac{۵}{۴l'}\Rightarrow l'=۷۵\ cm$$

A **۱۹۲۳- گزینه‌ی ۱** بنا به تعریف مقدار انرژی صوتی را که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد شدت صوت می‌نامند.

A **۱۹۲۴- گزینه‌ی ۲** شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد.

$$I=\frac{E}{A.t}=\frac{P}{A}\ (\frac{W}{m^۲})$$

در رابطه‌ی بالا A سطحی است که صوت در آن توزیع می‌شود. صوت به‌صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شود و سطح جبهه‌های کروی صوت با مجذور فاصله نسبت مستقیم دارند $(A=۴\pi r^۲)$. بنابراین شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

Ⓐ ۱۹۲۵- گزینه‌ی ۳ به مقدار انرژی صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت در واحد زمان شدت صوت گویند.

یکای شدت صوت برابر $\frac{W}{m^2}$ است $\Rightarrow I=\frac{P}{A} \xrightarrow{P=\frac{E}{A}} I=\frac{E}{A.t}$

Ⓐ ۱۹۲۶- گزینه‌ی ۴ شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یک سطح عمود بر راستای پیشروی موج می‌گذرد.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد $(I\propto\frac{1}{r^2})$، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. شدت صوت برابر $I=\frac{E}{A.t}$ است و به انرژی امواج صوتی بستگی دارد، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد. به عنوان نمونه لوله‌ی اگزوز اتومبیل شدت صوت صدای موتور را با جذب انرژی صوتی کاهش می‌دهد. همچنین هنگام انتشار صوت در هوا صداهایی که دارای بسامد بالا هستند، بیش‌تر جذب می‌شوند، پس شدت صوت به محیط بستگی دارد.

Ⓐ ۱۹۲۷- گزینه‌ی ۲ شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم و با مجذور فاصله، نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{A'}{A})^2\times(\frac{r}{r'})^2=(25\times4)^2=10^4$$

Ⓐ ۱۹۲۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow I=\frac{P}{4\pi r^2}\Rightarrow I=\frac{60}{4\times3\times10^6}=5\times10^{-6}\frac{W}{m^2}=5\mu\frac{W}{m^2}$$

Ⓐ ۱۹۲۹- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار صوت در محیط به بسامد بستگی ندارد.

Ⓐ ۱۹۳۰- گزینه‌ی ۴ برای تقویت صوت از بلندگو استفاده می‌شود و بلندگو با افزایش دامنه‌ی ارتعاش صوت، انرژی صوت (و همچنین شدت صوت) را افزایش می‌دهد.

Ⓐ ۱۹۳۱- گزینه‌ی ۳ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{4}{9}=\frac{d^2}{(d+3)^2}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{d}{d+3}\Rightarrow2d+6=3d\Rightarrow d=6\,m$$

Ⓐ ۱۹۳۲- گزینه‌ی ۱ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I'}{I}=(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{1}{5}=(\frac{2}{r'})^2\Rightarrow r'=2\sqrt{5}\xrightarrow{\sqrt{5}=2/2}r'=4/4\,m$$

$$\Delta r=r'-r=4/4-2=2/4\,m$$

Ⓐ ۱۹۳۳- گزینه‌ی ۲ شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای انتشار موج می‌گذرد.

$$I=\frac{E}{A.t}\xrightarrow{P=\frac{E}{t}}I=\frac{P}{A}$$

از طرفی، جبهه‌های موج صوتی، کروی هستند و مساحت این جبهه‌های صوت $A=4\pi r^2$ است که r برابر فاصله از چشمه‌ی صوت است.

$$I=\frac{P}{4\pi r^2}\Rightarrow10^{-3}=\frac{4\pi\times10^{-3}}{4\pi r^2}\Rightarrow r=1\,m$$

Ⓑ ۱۹۳۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا شدت صوت در محل میکروفون را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow I=\frac{8\times10^{-12}}{2\times10^{-4}\times2}=2\times10^{-8}\frac{W}{m^2}$$

اکنون تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta=10\log\frac{2\times10^{-8}}{10^{-12}}\Rightarrow\beta=10\log(2\times10^{+4})\Rightarrow\beta=10[\log2+\log10^4]=10(0/3+4)=43\,dB$$

Ⓐ ۱۹۳۵- گزینه‌ی ۴ امواجی که بسامد آن‌ها کم‌تر از ۲۰Hz است را امواج فروصوت گویند. طول موج این امواج از طول موج امواج صوتی بلندتر است، پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.

هنگام تغییر محیط، بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه است ثابت می‌ماند، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

در امواج صوتی، فاصله‌ی دو لایه‌ی تراکمی یا دو لایه‌ی انبساطی برابر طول موج است، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

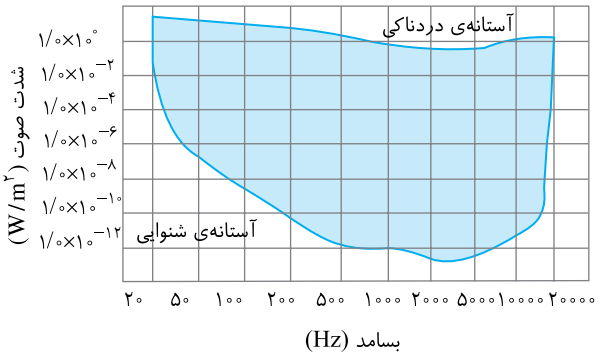
بسامد امواج فراصوت از ۲۰۰۰۰Hz بیش‌تر بوده و طول موج آن از امواج صوتی کوتاه‌تر است و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۱۹۳۶- گزینه‌ی ۴** شدت صوت آستانه‌ی شنوایی بسامد ۱۰۰۰Hz برابر $10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$ است که به آن شدت صوت مبنا گویند.

Ⓐ **۱۹۳۷- گزینه‌ی ۴** شدت صوت آستانه‌ی شنوایی و شدت صوت آستانه‌ی دردناکی برای بسامدهای مختلف متفاوت است، بنابراین گزینه‌ی (۱) و (۲) نادرست و گزینه‌ی (۴) درست است.

هرگاه شدت صوت ۱۰ برابر شود، احساس بلندی صوت افزایش می‌یابد اما ۱۰ برابر نمی‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

Ⓐ **۱۹۳۸- گزینه‌ی ۴** شدت صوت آستانه‌ی شنوایی یعنی ضعیف‌ترین صدایی که گوش می‌تواند بشنود، شدت صوت آستانه‌ی شنوایی گوش سالم برای بسامدهای کم و بسامدهای خیلی زیاد، بالا است و برای بسامدهایی بین ۲۰۰۰Hz تا ۴۰۰۰Hz کم‌تر از بقیه‌ی بسامدها است. بنابراین گزینه‌ی (۴) مطابق شکل روبه‌رو درست است.



Ⓐ **۱۹۳۹- گزینه‌ی ۴** بنا بر تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta=10\log\frac{10^{4}\times10^{-6}}{10^{-12}}\Rightarrow\beta=10\log10^{10}\Rightarrow\beta=100dB$$

Ⓑ **۱۹۴۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\beta=10\log\frac{3/2\times10^{-3}}{10^{-12}}=10\log3/2\times10^{9}=10(\log32+\log10^{8})$$

$$\beta=10(\log2^{5}+\log10^{8})=10(5\log2+8)=10(5\times0/3+8)=95dB$$

Ⓐ **۱۹۴۱- گزینه‌ی ۳** بنا بر تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow15=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow1/5=\log\frac{I}{I_0}$$

$$5\times0/3=\log\frac{I}{I_0}\xrightarrow{\log2=0/3}5\log2=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\log2^{5}=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\frac{I}{I_0}=2^{5}\Rightarrow\frac{I}{I_0}=32$$

Ⓑ **۱۹۴۲- گزینه‌ی ۱** تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow26=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow2/6=\log\frac{I}{10^{-12}}\ ,\ 2+0/6=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به‌جای عدد ۲، $\log10^{2}$ و به جای عدد ۰/۶، $2\log2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log10^{2}+2\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\log(2^{2}\times10^{2})=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow2^{2}\times10^{2}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=4\times10^{-10}\ \frac{W}{m^2}$$

Ⓑ **۱۹۴۳- گزینه‌ی ۱** رابطه‌ی تراز شدت صوت را می‌نویسیم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow66=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow6/6=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۶/۶ مقدار $\log10^{6}+2\log2$ را قرار می‌دهیم:

$$\log10^{6}+2\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow4\times10^{6}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=4\times10^{-6}\ \frac{W}{m^2}$$

دقت کنید در حل این تست نباید به جای عدد ۶/۶ مقدار $22\times0/3$ یا $22\times\log2$ را قرار داد زیرا خواهیم داشت:

$$22\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=2^{22}\times10^{-12}$$

که در گزینه‌ها نیست و نیز در روش اول ما دو بار از تقریب $\log2=0/3$ استفاده کرده‌ایم در حالی که در روش دوم ۲۲ بار این تقریب به‌کار برده شده پس جواب در حالت اول به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

B **۱۹۴۴- گزینه‌ی ۳** تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا بر تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 37=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 3/7=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 3+0/7=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

به‌جای عدد ۳، $\log 10^3$ و به جای عدد ۰/۷، $\log 5$ را قرار می‌دهیم.

$$\log 10^3+\log 5=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow \log(5\times 10^3)=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=5\times 10^{-9}\ \frac{W}{m^2}$$

B **۱۹۴۵- گزینه‌ی ۳** شدت صوت، با مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2=(25)(2)^2=100$$

تراز شدت صوت به صورت $\beta=10\log\frac{I}{I_0}$ تعریف می‌شود.

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log 100=10\log 10^2\Rightarrow \beta_2-\beta_1=20\ dB$$

بنابراین شدت صوت ۲۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

B **۱۹۴۶- گزینه‌ی ۳** ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 90=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 10^9=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-3}\ \frac{W}{m^2}$$

امواج صوتی به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح جبهه‌های کروی صوت $A=4\pi r^2$ است که r فاصله از چشمه‌ی صوت است.

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow I=\frac{P}{4\pi r^2}\Rightarrow 10^{-3}=\frac{120}{4\times 3\times r^2}\Rightarrow r^2=10^4\Rightarrow r=100m$$

B **۱۹۴۷- گزینه‌ی ۱** تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر $\beta=10\log\frac{I}{I_0}$ است.

$$\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_0}-10\log\frac{I_B}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_A}{I_0}}{\frac{I_B}{I_0}}\Rightarrow \beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B}\ ,\ 40=10\log\frac{I_A}{I_B}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=10^4$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله‌ی شنونده از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_A}{I_B}=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2\Rightarrow 10^4=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=100$$

B **۱۹۴۸- گزینه‌ی ۴** تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow \beta_B-\beta_A=10\log\frac{I_B}{I_0}-10\log\frac{I_A}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_B}{I_0}}{\frac{I_A}{I_0}}\Rightarrow \beta_B-\beta_A=10\log\frac{I_B}{I_A}$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2\Rightarrow\frac{I_B}{I_A}=\left(\frac{6}{3}\right)^2\Rightarrow\frac{I_B}{I_A}=2^2\ ,\ \beta_B-\beta_A=10\log 2^2=20\log 2\Rightarrow \beta_B-\beta_A=20\times 0/3=6dB$$

B ۱۹۴۹- گزینه‌ی ۲ امـواج صوتـی در یـک فضای باز به صورت جبهه‌های کروی در محیط منتشـر می‌شـوند و سـطح این جبهه‌ها $A=4\pi r^2$ است که در آن r فاصله از چشمه‌ی صوت است.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{100}$$

تراز شدت صوت بنا به تعریف برابر $\beta=10\log\frac{I}{I_0}$ می‌باشد.

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{1}{100}=10\log 10^{-2} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=-20dB$$

تراز شدت صوت ۲۰dB کاهش می‌یابد.

B ۱۹۵۰- گزینه‌ی ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log 2\sqrt{10} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10(\log 2+\log\sqrt{10})=10(0/3+0/5) \Rightarrow \beta_2-\beta_1=8dB$$

تراز شدت صوت ۸ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

B ۱۹۵۱- گزینه‌ی ۳ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$47-27=10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20=10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1}=2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=100$$

A ۱۹۵۲- گزینه‌ی ۱ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$36-30=10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1}=0/6 \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1}=2\times 0/3=2\log 2 \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1}=\log 2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=4$$

A ۱۹۵۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا شدت صوت رسیده به گوش شخص را به دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 60=10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^6=\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I=10^{-6}\frac{W}{m^2}$$

با توجه به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$I=\frac{E}{A.t} \Rightarrow E=I.A.t=10^{-6}\times 40\times 10^{-6}\times 30$$

$$E=1200\times 10^{-12} \Rightarrow E=1/2\times 10^{-9}J=1/2nJ$$

Ⓑ ۱۹۵۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی تراز شدت صوت $(\beta=10\log\frac{I}{I_0})$ می‌توان گفت: $40(dB)=4B$

$$\begin{cases}\beta=\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta-4=\log\frac{I_2}{I_0}\end{cases}\Rightarrow\log\frac{I_1}{I_0}=\log\frac{I_2}{I_0}+4\Rightarrow\log\frac{I_1}{I_0}-\log\frac{I_2}{I_0}=\log\frac{I_1}{I_2}=4\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=10^4\Rightarrow(\frac{r_2}{r_1})^2=10^4$$

$$\Rightarrow\frac{r_2}{r_1}=100\Rightarrow\frac{r_2}{10}=100\Rightarrow r_2=1000m\Rightarrow r_2-r_1=1000-10=990m$$

Ⓑ ۱۹۵۵- گزینه‌ی ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow12=10\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow1/2=\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow4\times0/3=\log(\frac{d_1}{d_2})^2$$

$$\Rightarrow4\log2=\log(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow2^4=(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow2^2=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow2^2=\frac{8}{d_2}\Rightarrow d_2=2m$$

بنابراین باید $8-2=6m$ به چشمه نزدیک شود.

Ⓒ ۱۹۵۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض پرسش هنگامی که $I'=2I$ شده است، تراز شدت صوت ۳ برابر شده است.

$$\beta'=3\beta\Rightarrow\log\frac{I'}{I_0}=3\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\log\frac{2I}{I_0}=\log(\frac{I}{I_0})^3$$

$$\frac{2I}{I_0}=(\frac{I}{I_0})^3\Rightarrow(\frac{I}{I_0})^2=2\Rightarrow\frac{I}{I_0}=\sqrt{2}$$

Ⓑ ۱۹۵۷- گزینه‌ی ۲ هنگامی که بیان می‌شود، «صدا به زحمت شنیده می‌شود» به این مفهوم است که تراز شدت صوت صفر شود و شدت صوت برابر شدت صوت آستانه‌ی شنوایی $I_0=10^{-12}\frac{W}{m^2}$ شود.

ابتدا شدت صوت را در فاصله‌ی ۲ متری چشمه به دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow40=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=10^4\Rightarrow I=10^{-8}\frac{W}{m^2}$$

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{10^{-12}}{10^{-8}}=(\frac{2}{r_2})^2\Rightarrow10^{-2}=\frac{2}{r_2}\Rightarrow r_2=200m$$

Ⓥ ۱۹۵۸- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\beta_A-\beta_B=5\\ \beta_C-\beta_A=15\end{cases}\Rightarrow\beta_C-\beta_B=5+15=20$$

اکنون به کمک تعریف تراز شدت صوت، مسأله را پاسخ می‌دهیم.

$$\beta_C-\beta_B=10\log\frac{I_C}{I_0}-10\log\frac{I_B}{I_0}\Rightarrow\beta_C-\beta_B=10\log\frac{I_C}{I_B}\Rightarrow20=10\log\frac{I_C}{I_B}\Rightarrow\frac{I_C}{I_B}=10^2=100$$

Ⓐ ۱۹۵۹- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_2=5\beta_1\Rightarrow\log\frac{I_2}{I_0}=5\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\log\frac{16I_1}{I_0}=\log(\frac{I_1}{I_0})^5\Rightarrow\frac{16I_1}{I_0}=(\frac{I_1}{I_0})^5\Rightarrow16=(\frac{I_1}{I_0})^4\Rightarrow I_1=2I_0\Rightarrow I_1=2\times10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

Ⓑ ۱۹۶۰- گزینه‌ی ۴ وقتی از ۵ بلندگو استفاده می‌شود، شدت صوت ۵ برابر می‌شود، بنابراین:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\beta_2-45=10\log\frac{5I_1}{I_1}\Rightarrow\beta_2-45=10\log\frac{10}{2}$$

$$\beta_2-45=10(\log10-\log2)\Rightarrow\beta_2-45=10(1-0/3)\Rightarrow\beta_2=52dB\Rightarrow\beta_2-\beta_1=7\,dB$$

Ⓑ ۱۹۶۱- گزینه‌ی ۴ بنا بر تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\beta_1=10\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta_2=10\log\frac{I_2}{I_0}\end{cases}\Rightarrow\ \beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}=10\log\frac{500}{100}$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{10}{2}=10(\log 10-\log 2)\Rightarrow\beta_2-\beta_1=10(1-0/3)=7dB$$

Ⓐ ۱۹۶۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا تراز شـدت صوت ۲۰dB از تراز شـدت صوت آستانه‌ی دردناکی بیش‌تر و سپس ۲۰dB کم‌تر است، یعنی $\beta_1-\beta_2=40dB$ است، از این‌رو:

$$\begin{cases}\beta_1=10\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta_2=10\log\frac{I_2}{I_0}\end{cases}\Rightarrow\beta_1-\beta_2=10\log\frac{I_1}{I_2}\xrightarrow{\frac{I_1}{I_2}=(\frac{d_2}{d_1})^2}\beta_1-\beta_2=10\log(\frac{d_2}{d_1})^2$$

$$40=10\log(\frac{d_2}{d_1})^2\Rightarrow(\frac{d_2}{10})^2=10^4\Rightarrow\frac{d_2}{10}=100\Rightarrow d_2=1000m$$

Ⓐ ۱۹۶۳- گزینه‌ی ۳ شدت صوت را در محل پرده‌ی گوش شخص به دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 50=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-7}\frac{W}{m^2}$$

انرژی در مدت ۵۰ ثانیه برابر است با:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow E=IAt\Rightarrow E=10^{-7}\times 60\times 10^{-6}\times 50=3\times 10^{-10}J=3\times 10^{-4}\mu J$$

Ⓒ ۱۹۶۴- گزینه‌ی ۳ صوت، موج مکانیکی و طولی است و تمام موج‌ها می‌توانند موج ایستاده تشکیل دهند. در مورد گزینه‌ی (۳) دقت کنید که یک مول گاز هیدروژن و یک مول گاز اکسیژن در دمای $0^\circ C$ و فشار ۱atm، ۲۲/۴ لیتر حجم دارد اما جرم گاز اکسیژن بیش‌تر است، پس چگالی آن بیش‌تر بوده و از گاز هیدروژن غلیظ‌تر است. اما سرعت صوت در آن بنا بر رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ کم‌تر است.

Ⓑ ۱۹۶۵- گزینه‌ی ۲ هر چه صوت بالاتر می‌رود، چون هوا سردتر می‌شود، سرعت انتشار صوت کاهش می‌یابد. $\downarrow\lambda=\frac{v\downarrow}{f}$

Ⓐ ۱۹۶۶- گزینه‌ی ۳ سرعت صوت در یک گاز به فشار بستگی ندارد.

Ⓐ ۱۹۶۷- گزینه‌ی ۱

$$f=\frac{1}{T}\Rightarrow f=\frac{1}{0/08}=\frac{100}{8}=12/5Hz$$

موج‌های صوتی با فرکانس زیر ۲۰Hz را فروصوت گویند.

Ⓑ ۱۹۶۸- گزینه‌ی ۲ موج صوتی موج مکانیکی و طولی است، بنابراین گزاره (الف) درست است. با افزایش غلظت محیط سرعت امواج صوتی همواره افزایش نمی‌یابد. به‌طور مثال سـرعت صوت در گاز هیدروژن در شـرایط متعارفی از سرعت صوت در گاز اکسیژن در شـرایط متعارفی بیش‌تر اسـت، در حالی‌که گاز هیدروژن در این شرایط چگالی کم‌تری دارد و گزاره (ب) نادرست است. تمام امواج از جمله امواج صوتی می‌توانند امواج ایستاده تشکیل دهند، پس گزاره (پ) درست است.

هر گاه صوت از هوا وارد آب شود، بسامد آن ثابت می‌ماند و گزاره‌ی (ث) نادرست است اما سرعت و طول موج آن افزایش می‌یابد بنابراین گزاره‌ی (ت) درست است. در این صورت ۳ گزاره‌ی (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

Ⓑ ۱۹۶۹- گزینه‌ی ۴ صدای انفجار، یک بار توسط آب و بار دیگر توسط هوا به گوش شخص می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta x_1=\Delta x_2\ \Rightarrow\ 1540t_1=350(t_1+1/7)\ \Rightarrow 4/4t_1=t_1+1/7\Rightarrow t_1=0/5$$

$$t_2=1/7+0/5=2/2s\ ,\ \Delta x=vt=350\times 2/2=770m$$

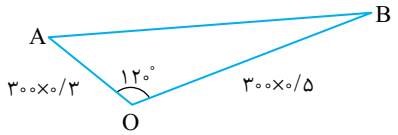
Ⓑ ۱۹۷۰- گزینه‌ی ۲ سرعت صوت در یک گاز با جذر دمای مطلق گاز، متناسب است.

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\Rightarrow 1/25=\sqrt{\frac{T_1+100}{T_1}}\Rightarrow\frac{5}{4}=\sqrt{\frac{T_1+100}{T_1}}\Rightarrow\frac{25}{16}=\frac{T_1+100}{T_1}\Rightarrow 25T_1=16T_1+1600\Rightarrow T_1=\frac{1600}{9}K\simeq 180K$$

B ۱۹۷۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا فاصله‌ی بازیکن از هر تماشاچی را حساب می‌کنیم:

$d_1 = vt_1 \Rightarrow d_1 = 300\times 0/3 = 90m \ , \ d_2 = vt_2 \Rightarrow d_2 = 300\times 0/5 = 150m$

با توجه به شکل روبه‌رو، فاصله‌ی دو تماشاگر از هم (AB) را به‌دست می‌آوریم:



$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2(OA)(OB)\cos 120^\circ$

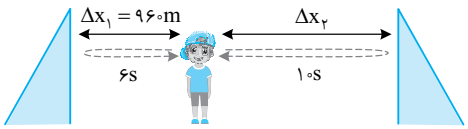
$AB^2 = 90^2 + 150^2 - 2(90)(150)(-\frac{1}{2}) = 90^2 + 150^2 + (90\times 150)$

$AB^2 = 30^2(3^2 + 5^2 + 3\times 5) = 30^2(49) \Rightarrow AB = 30\times 7 = 210m$

A ۱۹۷۲- گزینه‌ی ۲ اختلاف زمانی در رفت و برگشت برابر خواهد شد با:

$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{2\times 16}{320} = 0/1s$

B ۱۹۷۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل روبه‌رو، صوت فاصله‌ی ۹۶۰m تا صخره‌ی نزدیک‌تر را در $\frac{6}{2} = 3s$ می‌پیماید، بنابراین:



$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{960}{3} = 320 \frac{m}{s}$

$\Delta x_2 = v\Delta t = 320\times 5 = 1600 \ m$

فاصله‌ی دو صخره $= 1600 + 960 = 2560 \ m$

C ۱۹۷۴- گزینه‌ی ۳ صوت به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی (لایه‌های پر فشار و کم فشار) در محیط منتشر می‌شود. در نواحی که فشار و چگالی کم است، ذرات از این نقاط کاملاً دور شده‌اند و در نواحی که فشار و چگالی زیاد است، ذرات ساکن بوده و این نواحی پذیرای مولکول‌های نواحی کم فشار هستند یعنی در مناطق پر فشار، جابه‌جایی مولکول‌ها کم و در نواحی کم فشار، جابه‌جایی مولکول‌ها زیاد است. در واقع فشار و جابه‌جایی ذرات محیط $\frac{\pi}{2}$ با هم اختلاف فاز دارند.

A ۱۹۷۵- گزینه‌ی ۱

$\frac{3}{2}\lambda = 0/6m \Rightarrow \lambda = 0/4m \quad , \quad v = \lambda f = 0/4\times 850 = 340 \frac{m}{s}$

B ۱۹۷۶- گزینه‌ی ۲

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma RT'}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{273+3\theta}{273+\theta}} \Rightarrow \theta = 273^\circ C \Rightarrow T = 273 + 273 = 546 \ K$$

B ۱۹۷۷- گزینه‌ی ۲ در لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، طول لوله مضرب زوجی از $\frac{\lambda}{4}$ و در لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته، طول لوله مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ است. پس ابتدا $\frac{\lambda}{4}$ را محاسبه می‌کنیم، سپس طول لوله را به $\frac{\lambda}{4}$ تقسیم می‌کنیم:

$\frac{\lambda}{4} = \frac{96}{4} = 24cm$

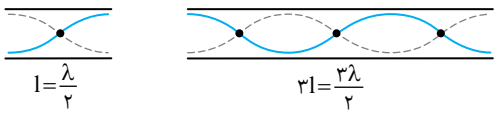
$\frac{l}{\frac{\lambda}{4}} = \frac{72}{24} = 3 \Rightarrow 2n - 1 = 3 \Rightarrow n = 2$

لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته است که هماهنگ سوم یعنی صوت دوم خود را تولید می‌کند.

B ۱۹۷۸- گزینه‌ی ۱ تار، هماهنگ سوم و همچنین لوله نیز هماهنگ سوم خود را تولید می‌کند و چون تشدید رخ داده است، پس هماهنگ سوم لوله با هماهنگ سوم تار برابر است. در این صورت بسامد صوت اصلی آن‌ها نیز یکی است.

$f_3 = f'_3 \Rightarrow 3f_1 = 3f'_1 \Rightarrow f_1 = f'_1$

B ۱۹۷۹- گزینه‌ی ۲ در حالت اول بسامد صدای لوله و تار، یکی است زیرا تشدید رخ داده است. در حالت دوم نیز بسامد لوله و تار برابر است. بنابراین بسامد صدای لوله در دو حالت یکسان است و سرعت انتشار صوت نیز ثابت است و طول موج ثابت می‌ماند.



$$\begin{cases} f_1 = f_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda_1 = \lambda_2$$

C **۱۹۸۰- گزینه‌ی ۳** طول موج در یک لوله‌ی صوتی تابعی از طول لوله و شماره هماهنگ است و برابر است با:

$$l=n\frac{\lambda}{۲}$$

در حالت اول که در طول لوله چهار گره تشکیل شده است، $n_۱=۴$ و در حالت دوم که در طول آن سه شکم تشکیل شده $n_۲=۳-۱=۲$ است. بنابراین:

$$n_۱\frac{\lambda_۱}{۲}=n_۲\frac{\lambda_۲}{۲}\Rightarrow ۴\lambda_۱=۲\lambda_۲\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=۲$$

A **۱۹۸۱- گزینه‌ی ۱**

$$f_o=۲f_c\Rightarrow\frac{v}{۲l_o}=۲\frac{v}{۴l_c}\Rightarrow l_o=l_c$$

وقتی دو لوله را به هم وصل کنیم، لوله‌ی بسته‌ای ایجاد می‌شود که طول آن دو برابر لوله‌ی بسته‌ی اول است.

$$l'_c=l_o+l_c=l_c+l_c\Rightarrow l'_c=۲l_c\Rightarrow f'_c=\frac{۱}{۲}f_c\Rightarrow f'_c=\frac{۱}{۲}\times ۵۰=۲۵Hz$$

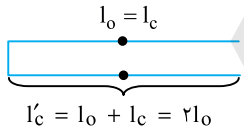
C **۱۹۸۲- گزینه‌ی ۳** چون دو گاز دو اتمی هستند، γ برای هر دو یکی است.

$$\frac{f_o}{f_c}=\frac{\frac{nv}{۲l_o}}{(۲n-۱)\frac{v}{۴l_c}}=\frac{\frac{v}{۲l}}{\frac{v'}{۴\frac{l}{۲}}}=\frac{v}{v'}=\sqrt{\frac{M_{O_۲}}{M_{H_۲}}}=\sqrt{\frac{۳۲}{۲}}=۴$$

B **۱۹۸۳- گزینه‌ی ۲**

$$\frac{f'}{f}=\frac{\frac{v'}{۲l}}{\frac{v}{۴l}}=۲\frac{v'}{v}=۲\frac{\sqrt{\gamma\frac{RT}{M_{Ne}}}}{\sqrt{\gamma\frac{RT}{M_{Ar}}}}=۲\sqrt{\frac{M_{Ar}}{M_{Ne}}}\xrightarrow{M_{Ar}=۲M_{Ne}}۲\sqrt{۲}$$

A **۱۹۸۴- گزینه‌ی ۲** مطابق شکل، وقتی دو لوله را به هم می‌چسبانیم لوله‌ی صوتی بسته‌ای ایجاد می‌شود که طول آن دو برابر طول لوله‌ی باز (یا لوله‌ی بسته‌ی) اول است.



$$\frac{f'_c}{f_o}=\frac{\frac{v}{۴l'_c}}{\frac{v}{۲l_o}}\Rightarrow\frac{f'_c}{۲۰۰}=\frac{l_o}{۲l'_c}=\frac{l_o}{۴l_o}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow f'_c=۵۰Hz$$

A **۱۹۸۵- گزینه‌ی ۱** سرعت صوت در یک گاز از رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ پیروی می‌کند. بنابراین در دمای ثابت سرعت ثابت می‌ماند و با کاهش دما سرعت کاهش می‌یابد، پس جمله‌ی (الف) نادرست و جمله‌ی (ب) درست است. از طرفی هر چه جرم مولی گاز افزایش یابد سرعت انتشار صوت کاهش می‌یابد، بنابراین جمله‌ی (پ) درست و جمله‌ی (ت) نادرست است. باز و بسته بودن لوله در سرعت انتشار صوت در گاز درون لوله تأثیری ندارد و جمله‌ی (ث) نادرست است. در نتیجه دو جمله‌ی (ب) و (پ) درست است.

C **۱۹۸۶- گزینه‌ی ۳** بسامد با طول لوله نسبت وارون دارد، پس بسامد قطعه‌ی بزرگ‌تر، کم‌تر است. بسامد لوله‌ی کوتاه‌تر را $f_۱$ و بسامد لوله‌ی بزرگ‌تر را $f_۲$ می‌نامیم.

$$\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{\frac{v}{۲\frac{۳l}{۴}}}{\frac{v}{۲\frac{l}{۴}}}\Rightarrow\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{۱}{۳}\ ,\ f_۱-f_۲=۸۸\Rightarrow f_۱-\frac{۱}{۳}f_۱=۸۸\Rightarrow\frac{۲}{۳}f_۱=۸۸\Rightarrow f_۱=۱۳۲Hz\quad ,\quad \frac{f}{f_۱}=\frac{\frac{v}{۲l}}{\frac{v}{۲\frac{l}{۴}}}\Rightarrow\frac{f}{f_۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow f=\frac{۱۳۲}{۴}=۳۳Hz$$

B ۱۹۸۷- گزینه‌ی ۲

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{250}{360}}\Rightarrow v_2=\frac{5}{6}v_1$$

با توجه به فرض مسأله $v_1-v_2=100\frac{m}{s}$ است، زیرا با کاهش دما سرعت نیز کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases}v_1-v_2=100\\ v_2=\frac{5}{6}v_1\end{cases}\Rightarrow v_1-\frac{5}{6}v_1=100\Rightarrow v_1=600\frac{m}{s}\ ,\ v_2=500\frac{m}{s}$$

برای به‌دست آوردن سرعت در دمای $27^\circ C$، دوباره رابطه‌ی زیر را می‌نویسیم:

$$\frac{v_3}{v_1}=\sqrt{\frac{T_3}{T_1}}\Rightarrow\frac{v_3}{600}=\sqrt{\frac{300}{360}}\Rightarrow v_3=100\sqrt{30}\frac{m}{s}$$

C ۱۹۸۸- گزینه‌ی ۲ در محلی که شکم جابه‌جایی ذره‌های محیط وجود دارد، ذره‌های محیط از آن ناحیه دور شده‌اند، بنابراین فشار در آن ناحیه کم است و در محلی که گره‌ی جابه‌جایی وجود دارد، ذره‌های محیط ساکن هستند. ذره‌های محیط از ناحیه‌ی شکم به آن‌جا هجوم می‌آورند و در این محل‌ها فشار و چگالی بیشینه است. پس در محل گره‌ی جابه‌جایی، شکم فشار و چگالی و در محل شکم جابه‌جایی، گره‌ی فشار و چگالی وجود دارد.

C ۱۹۸۹- گزینه‌ی ۱ در محل گره‌ی جابه‌جایی، شکم فشار ایجاد می‌شود، یعنی در گره، فشار گاز بیش‌تر است. بنابراین ارتفاع شعله در گره‌ها بیش‌تر است.

A ۱۹۹۰- گزینه‌ی ۴ رابطه‌ی صوت اصلی را برای دو لوله نوشته از هم کم می‌کنیم.

$$f_1-f_2=\frac{v}{2l_1}-\frac{v}{2l_2}=3\Rightarrow\frac{v}{0/75}-\frac{v}{0/76}=6\Rightarrow v\left(\frac{0/01}{0/76\times0/75}\right)=6\Rightarrow v=342\frac{m}{s}$$

A ۱۹۹۱- گزینه‌ی ۳ حنجره شبیه یک لوله‌ی صوتی است. سرعت صوت در هلیوم در دمای معین $(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}})$ به دلیل کوچک‌تر بودن جرم مولکولی هلیوم نسبت به جرم مولکولی هوا، بیش‌تر است و سبب می‌گردد که صوت حاصل دارای بسامد بیش‌تری شده و صدای شخص زیرتر شود.

B ۱۹۹۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا سرعت موج در تار را به‌دست می‌آوریم و سپس بسامد تار و بسامد لوله را برابر قرار می‌دهیم، زیرا تشدید رخ داده است.

$$\mu=\frac{m}{l}\Rightarrow\mu=\frac{2\times10^{-3}}{0/5}=4\times10^{-3}\frac{kg}{m}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{40}{4\times10^{-3}}}\Rightarrow v=100\frac{m}{s}$$ سرعت موج در تار

$$f_{\text{تار}}=f_{\text{لوله}}\Rightarrow\frac{nv}{2l}=\frac{n'v'}{2l'}\Rightarrow\frac{2\times100}{0/5}=\frac{320}{l'}\Rightarrow l'=0/8m=80cm$$

B ۱۹۹۳- گزینه‌ی ۳ در لوله‌های صوتی با یک انتهای باز و یک انتهای بسته (لوله‌ی صوتی بسته) اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، دو برابر هماهنگ اصلی لوله است. از این رو: $2f_1=100\Rightarrow f_1=50\ Hz$

از طرفی شماره‌ی هماهنگ برابر $(2n-1)$ است که در آن n برابر تعداد گره‌ها یا تعداد شکم‌ها است.

$$f_{(2n-1)}=(2n-1)f_1\xrightarrow{n=3}f_5=(2\times3-1)\times50=250\ Hz$$

بنابراین بسامد چشمه در حالت اول برابر $250\ Hz$ است و طول موج آن برابر است با: $\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{350}{250}=1/4\ m$

B ۱۹۹۴- گزینه‌ی ۲ هرگاه طول لوله‌ی صوتی مضرب زوج $\frac{\lambda}{4}$ باشد، لوله دارای دو انتهای باز (لوله‌ی صوتی باز) است و اگر طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{4}$ باشد، لوله دارای یک انتهای باز (لوله‌ی صوتی بسته) می‌باشد. در مسأله بیان شده فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی ۳۶ سانتی‌متر است، بنابراین $\frac{\lambda}{2}$ برابر ۳۶ سانتی‌متر و $\frac{\lambda}{4}$ برابر $18\ cm$ می‌باشد. طول لوله را بر $\frac{\lambda}{4}$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{l}{\frac{\lambda}{4}}=\frac{90}{18}=5\Rightarrow$$ لوله‌ی صوتی دارای یک انتهای باز است و هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است.

B ۱۹۹۵- گزینه‌ی ۳ لوله‌ی صوتی، یک لوله با انتهای بسته است. اولین تشدید در $l=\frac{\lambda}{4}$ رخ می‌دهد و تشدیدهای بعدی در $l=3\frac{\lambda}{4}$، $l=5\frac{\lambda}{4}$ و ... رخ می‌دهد.

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{360}{900}=0/4m\Rightarrow\frac{\lambda}{4}=10cm$$

با توجه به شکل مسأله، تشدید اول رخ داده است و تشدیدهای بعدی در $3\frac{\lambda}{4}=30cm$ و $5\frac{\lambda}{4}=50cm$ و $7\frac{\lambda}{4}=70cm$ رخ می‌دهد، پس سه تشدید رخ می‌دهد.

C ۱۹۹۶- گزینه‌ی ۱ با افزایش دما بسامد هماهنگ اصلی لوله افزایش می‌یابد و دیگر بسامد هماهنگ‌های لوله نمی‌تواند با بسامد چشمه‌ی صوت برابر شود و تشدید رخ نمی‌دهد.

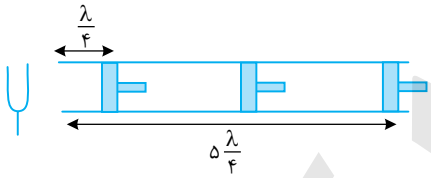
C ۱۹۹۷- گزینه‌ی ۲ در این لوله، هرگاه طول لوله $\frac{\lambda}{4}$، $\frac{3\lambda}{4}$، $\frac{5\lambda}{4}$ و ... (λ طول موج صوت تار مرتعش در هوا است) باشد، تشدید رخ می‌دهد.

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{300}{500}=\frac{3}{5}=0/6m$$

$$\frac{\lambda}{4}=\frac{0/6}{4}=0/15m\quad,\quad\frac{3\lambda}{4}=0/45m\quad,\quad\frac{5\lambda}{4}=0/75m\quad,\quad\frac{7\lambda}{4}=1/05m$$

اگر طول لوله را $105-98=7cm$ افزایش دهیم، تشدید رخ می‌دهد. بنابراین می‌توان پیستون را $7cm$ پایین آورد.

B ۱۹۹۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل، محل تشدید سوم در فاصله‌ی $5\frac{\lambda}{4}$ و محل تشدید اول در فاصله‌ی $\frac{\lambda}{4}$ از دهانه‌ی سمت دیاپازون رخ می‌دهد، بنابراین:



$$t_3=5t_1=5\times0/5=2/5s$$

C ۱۹۹۹- گزینه‌ی ۴ تشدیدها زمانی رخ می‌دهند که طول لوله، مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ باشد. بنابراین تشدید اول پس از $\frac{\lambda}{4}$ جابه‌جایی و تشدید پنجم پس از $9\frac{\lambda}{4}$ جابه‌جایی رخ می‌دهد.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\begin{cases}\frac{\lambda}{4}=\frac{1}{2}at_1^2\\ \frac{9\lambda}{4}=\frac{1}{2}at_2^2\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{9}=\frac{t_1^2}{t_2^2}\Rightarrow t_2=3t_1$$

C ۲۰۰۰- گزینه‌ی ۲ ابتدا طول موج صوت دیاپازون را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{340}{850}\Rightarrow\lambda=0/4m=40cm$$

چون لوله دو سر باز است، وقتی طول لوله برابر مقدارهای زیر است، تشدید رخ می‌دهد:

$$\frac{\lambda}{2}=20cm\quad,\quad2\frac{\lambda}{2}=40cm\quad,\quad3\frac{\lambda}{2}=60cm\quad,\quad4\frac{\lambda}{2}=80cm$$

اما دو بار تشدید رخ می‌دهد، زیرا حداقل طول این لوله‌ی مرکب $45cm$ و بیشینه طول آن $90cm$ است.

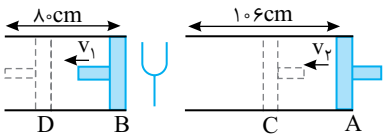
B ۲۰۰۱- گزینه‌ی ۱ پدیده‌ی تشدید هنگامی رخ می‌دهد که بسامد لوله‌ها با بسامد دیاپازون‌ها برابر باشد در این صورت بسامد صوت دوم لوله‌ی بسته ۵۰۰ هرتز از بسامد صوت اصلی لوله‌ی باز بیش‌تر است.

$$f_c-f_o=500\Rightarrow(2\times2-1)\frac{v}{4l_c}-\frac{v}{2l_o}=500\xrightarrow{l_c=\frac{1}{4}l_o}\frac{3v}{4(\frac{l_o}{4})}-\frac{v}{2l_o}=500\Rightarrow\frac{5\times340}{2l_o}=500\Rightarrow l_o=170cm$$

Ⓒ **۲۰۰۲- گزینه‌ی ۳** هنگامی که طول لوله‌ی صوتی با یک انتهای بسته برابر $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ باشد، در آن تشدید رخ می‌دهد. بنابراین با توجه به طول موج و طول لوله‌ی صوتی می‌توان گفت در طول‌های $l=\frac{\lambda}{4}=5\,cm$ و $l=3\frac{\lambda}{4}=15\,cm$ تشدید رخ می‌دهد. هنگامی که پیستون را از لوله خارج کنیم، با یک لوله‌ی با دو انتهای باز مواجه هستیم که در طول‌های $(l=n\frac{\lambda}{2})$ در آن تشدید اتفاق می‌افتد. بنابراین یک بار دیگر در طول $l=20\,cm$ تشدید ایجاد شده و در مجموع ۳ بار تشدید شنیده می‌شود.

Ⓒ **۲۰۰۳- گزینه‌ی ۳** ابتدا طول موج چشمه‌ی صوت را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{320}{800}\Rightarrow\lambda=40cm$$



در لوله‌های صوتی بسته شرط تشدید این است که $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ باشد. پس در لوله‌ی سمت چپ، بار اول در $\frac{\lambda}{4}=10cm$ و بار دوم در $3\frac{\lambda}{4}=30cm$ تشدید رخ می‌دهد، بنابراین $BD=30cm$ است.

اما در لوله‌ی سمت راست که پیستون از انتهای لوله شروع به حرکت می‌کند در محل‌های زیر تشدید رخ می‌دهد:

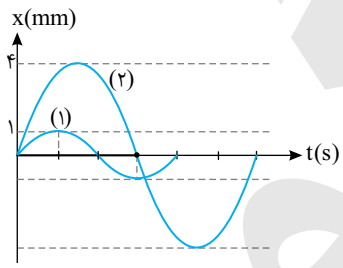
$$\frac{\lambda}{4}=10cm\,,\,3\frac{\lambda}{4}=30cm\,,\,\frac{5\lambda}{4}=50cm\,,\,\frac{7\lambda}{4}=70cm\,,\,9\frac{\lambda}{4}=90cm$$

بنابراین وقتی پیستون به سمت چپ می‌رود برای اولین بار پس از $106-90=16cm$ و برای بار دوم پس از $106-70=36cm$ جابه‌جایی پیستون، تشدید رخ می‌دهد یعنی $AC=36cm$ است در این صورت:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\frac{AC}{t}}{\frac{BD}{t}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{36}{30}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=1/2$$

Ⓑ **۲۰۰۴- گزینه‌ی ۲** شدت صوت آستانه‌ی شنوایی، به حساسیت گوش و بسامد صوت بستگی دارد.

Ⓑ **۲۰۰۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار



$$\frac{T_2}{2}=\frac{3}{4}T_1\Rightarrow T_2=\frac{3}{2}T_1\Rightarrow f_2=\frac{2}{3}f_1\Rightarrow f_1=\frac{3}{2}f_2$$

شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از این رو:

$$\frac{I_1}{I_2}=(\frac{f_1}{f_2})^2\times(\frac{A_1}{A_2})^2\times(\frac{d_2}{d_1})^2\Rightarrow\frac{9}{4}=(\frac{3}{2})^2\times(\frac{1}{4})^2\times(\frac{d_2}{d_1})^2\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=4$$

Ⓑ **۲۰۰۶- گزینه‌ی ۱** آستانه‌ی شنوایی، کم‌ترین شدت صوتی است که برای یک بسامد معین گوش می‌تواند بشنود.

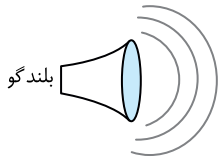
$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow10^{-8}=\frac{\frac{\pi}{100}}{4\pi r^2}\Rightarrow r^2=\frac{10^6}{4}\Rightarrow r=\frac{1000}{2}=500m$$

Ⓑ **۲۰۰۷- گزینه‌ی ۴** شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه متناسب است. در همه گزینه‌ها حاصل ضرب مجذور دامنه و مجذور بسامد یکسان است.

گزینه‌ی (۱): $2^2\times(4\pi)^2=64\pi^2$, گزینه‌ی (۲): $(8\pi)^2=64\pi^2$, گزینه‌ی (۳): $(0/5)^2(16\pi)^2=64\pi^2$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B ۲۰۰۸- گزینه‌ی ۳ صوت در نیمکره‌ی جلوی بلندگو گسـیل شده است. پس سطحی که روی آن انرژی توزیع می‌شود، نیمکره بوده و مساحت آن $(A=\frac{4\pi r^2}{2}=2\pi r^2)$ است.



$$I=\frac{P}{A}=\frac{1/5}{2\times3\times50^2}=10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$$

$$\beta=\log\frac{I}{I_0}=\log\frac{10^{-4}}{10^{-12}}=\log10^8\Rightarrow\beta=8B$$

B ۲۰۰۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{P}{A}=\frac{10\pi\times10^{-6}}{4\pi(0/5)^2}=10^{-5}\ \frac{W}{m^2}\ ,\ I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow10^{-5}=\frac{E}{10\times10^{-4}\times60}\Rightarrow E=6\times10^{-7}J$$

B ۲۰۱۰- گزینه‌ی ۳

$$\frac{I'}{I}=(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{I'}{500}=(\frac{2}{4})^2\Rightarrow I'=125\ \frac{W}{m^2}$$

چون ٪۵۰ انرژی جذب هوا شده است:

$$\frac{50}{100}\times125=62/5\ \frac{W}{m^2}$$

B ۲۰۱۱- گزینه‌ی ۴

$$\beta_A-\beta_B=10\log(\frac{I_A}{I_B})=10\log(\frac{d_B}{d_A})^2=10\log3^2\Rightarrow\beta_A-\beta_B=20\log3=20\times0/5=10dB$$

چون جذب انرژی در هوا قابل ملاحظه است، بنابراین تراز شدت صوت در نقطه‌ی B، کاهش بیش‌تری خواهد داشت. در نتیجه:

$$\beta_A-\beta_B>10dB$$

B ۲۰۱۲- گزینه‌ی ۳ آستانه‌ی دردناکی ۱۲۰dB است.

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow120-100=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow20=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow2=\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=100$$

باید شدت صوت ۱۰۰ برابر شود. بنابراین ۱۰۰ زن باید با هم جیغ بکشند تا شما به آستانه‌ی دردناکی برسید.

A ۲۰۱۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار، آستانه شنوایی شخص A کم‌تر از بقیه بوده پس او دارای گوش تیزتری است.

B ۲۰۱۴- گزینه‌ی ۴ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow159=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow15/9=\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow15+0/9=\log\frac{I}{I_0}$$

به جای عدد ۱۵، مقدار $\log10^{15}$ و به جای عدد ۰/۹ مقدار $3\log2$ را قرار می‌دهیم:

$$\log10^{15}+3\log2=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=2^3\times10^{15}\Rightarrow I=8000\ \frac{W}{m^2}$$

C ۲۰۱۵- گزینه‌ی ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow28=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow2/8=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

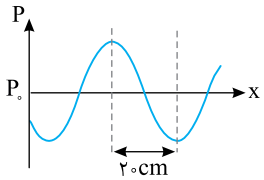
$$4\times0/7=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow4(1-0/3)=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow4(\log10-\log2)=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow4\log\frac{10}{2}=\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow5^4=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=6/25\times10^{-10}\ \frac{W}{m^2}$$

خسته نباشید البته حل این تست بیش‌تر کاربرد ریاضی در حل فیزیک است.

آزمون پاسخنامه‌ی فصل پنجم

۱- در هوای درون یک لوله‌ی بلند که در راستای محور xها قرار گرفته است، صوتی با بسامد ۸۰۰Hz منتشر می‌شود. نمودار فشار برحسب مکان آن در لحظه‌ی معین t مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت انتشار صوت در هوای درون لوله چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳۲۰ ۲) ۱۶۰
۳) ۳۴۰ ۴) ۱۷۰

۲- موج صوتی از یک محیط وارد محیط دیگری شده که سرعت انتشارش در آن‌جا نسبت به محیط اول زیادتر است. در این صورت کدام مطلب در مورد آن موج صوتی درست است؟

۱) طول موج آن ثابت می‌ماند. ۲) طول موج آن کوتاه می‌شود.
۳) بسامد آن زیاد می‌شود. ۴) بسامد آن ثابت می‌ماند.

۳- به یک طرف لوله‌ی فلزی به طول ۷۰۰ متر ضربه‌ای می‌زنیم و از طرف دیگر لوله دو صوت به فاصله‌ی زمانی ۱/۸۶ ثانیه شنیده می‌شود. اگر سرعت صوت در هوا $۳۵۰\frac{m}{s}$ باشد، سرعت صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۷۵۰۰ ۴) ۳۵۰۰

۴- سرعت انتشار صوت در دمای $۱۵^\circ C$ برابر v است. اگر دما به $۳۰^\circ C$ برسد، سرعت انتشار صوت چگونه تغییر می‌کند؟

۱) نصف می‌شود. ۲) دو برابر می‌شود.
۳) $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود. ۴) افزایش می‌یابد اما $\sqrt{۲}$ برابر نمی‌شود.

۵- سرعت صوت در هیدروژن در دمای $۳۲۷^\circ C$ تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ $(R=\frac{۲۵}{۳}\frac{J}{mol.K} \quad , \quad \gamma=۱/۴)$

۱) $۵۰۰\sqrt{۱۴}$ ۲) $۵\sqrt{۱۴۰}$ ۳) $۵۰\sqrt{۱۴}$ ۴) $۵\sqrt{۱۴}$

۶- بلندگو سبب می‌گردد .....

۱) بسامد صوت افزایش یابد و صدا در فواصل دورتری شنیده شود.
۲) صدا بم‌تر شود تا صدا در فواصل دورتری شنیده شود.
۳) دامنه‌ی موج افزایش یابد تا صدا در فواصل دورتری شنیده شود.
۴) طول موج بلندتر شود تا صدا به فواصل دورتری برسد.

۷- در فاصله‌ی معین از یک چشمه‌ی صوت، شدت صوت ۶۰dB است. در مدت ۱۰ ثانیه چقدر انرژی از مساحت $۲m^۲$ می‌گذرد؟ $(I_۰=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲})$

۱) ۲۰ میکرو ژول ۲) ۶۰ میلی ژول ۳) ۴۰ ژول ۴) ۵۰ کیلو ژول

۸- چشمه‌ی صوتی به طور یکنواخت امواج کروی منتشر می‌کند. در فاصله‌ی ۲۰ متری منبع، تراز شدت صوت ۶۰dB است. اگر جذب انرژی صوتی در هوا قابل صرف‌نظر کردن باشد، در چه فاصله‌ای از این چشمه، صوت به زحمت قابل شنیدن است؟ $(I_۰=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲})$

۱) ۲۰ m ۲) ۲۰۰ m ۳) ۲ km ۴) ۲۰ km

۹- شنونده‌ای در فاصله‌ی ۴ متری از چشمه‌ی صوتی قرار دارد. چند متر دیگر از چشمه دور شود تا تراز شدت صوت ۴۰dB کاهش یابد؟ (با فرض عدم جذب انرژی صوتی در محیط)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۶ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۱۰- طول لوله‌ی دو انتها بازی، ۴۰ سانتی‌متر و سرعت صوت در هوای درون آن $۳۲۰\frac{m}{s}$ است. بسامد هماهنگ سوم صوت اصلی آن چند هرتز است؟ (سراسری تجربی - ۸۵)

۱) ۳۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۱۲۰۰

۱۱- اگر طول یک لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز، $\frac{۸}{۳}$ برابر طول لوله‌ی صوتی دیگری با یک انتهای بسته باشد، بسامد هماهنگ چهارم لوله‌ی صوتی با دو انتهای باز با صوت چندم لوله‌ی صوتی یک انتها بسته برابر است؟ (دمای هوای درون لوله‌ها یکسان است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۱۲- یک لوله‌ی صوتی باز به طول $۱۱۰\,cm$ را به‌طور کامل در ظرف آبی فرومی‌بریم و بالای آن دیاپازونی با بسامد $۵۰۰\,Hz$ را به ارتعاش درمی‌آوریم. لوله را به تدریج از آب خارج می‌کنیم. در این صورت چند بار صدای صوت دیاپازون توسط لوله‌ی صوتی تشدید می‌شود؟ (سرعت انتشار صوت در هوای درون لوله $۳۰۰\frac{m}{s}$ است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

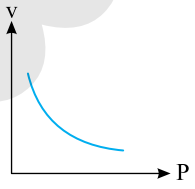
۱۳- صوت A، ۱۰ بل بلندتر از صوت B و صوت B، ۱۴ بل کوتاه‌تر از صوت C است. در این صورت:

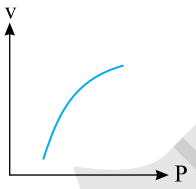
۱) دامنه‌ی صوت C، ۱۰۰ برابر دامنه‌ی صوت A است.
۲) دامنه‌ی صوت A، ۱۰۰ برابر دامنه‌ی صوت C است.
۳) شدت صوت C، ۱۰ برابر شدت صوت A است.
۴) شدت صوت A، ۱۰ برابر شدت صوت C است.

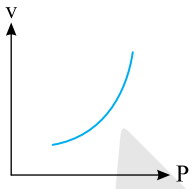
۱۴- نسبت بیشینه طول موج به کمینه طول موجی که گوش سالم قادر به شنیدن آن است کدام گزینه می باشد؟

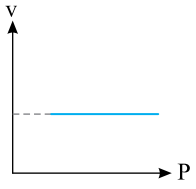
۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱ ۴) ۱۰

۱۵- در دمای ثابت، نمودار سرعت انتشار صوت برحسب فشار گاز کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۷۴)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

نشر الكو

فصل ششم
موج‌های الکترومغناطیسی

فصل ششم: موج‌های الکترومغناطیسی

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ ۲۰۱۶- گزینه‌ی ۲ بنابر نظریه‌ی ماکسول، هرگاه ذره‌ی باردار دارای حرکت شتابدار شود از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند.

Ⓐ ۲۰۱۷- گزینه‌ی ۲ امواج الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره و عمود بر هم که در خلأ (هوا) هم‌فاز هستند تشکیل شده است.

Ⓐ ۲۰۱۸- گزینه‌ی ۴ موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌دوره و عمود بر هم تشکیل شده است که در خلأ در همه‌ی نقاط فضا هم‌فاز هستند و سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است. زیرا طول موج، فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی متوالی از موج است که در آن دو نقطه میدان‌های الکتریکی (و یا مغناطیسی) هم‌فازند.

تست: کدام‌یک از ویژگی‌های زیر از ویژگی‌های امواج الکترومغناطیسی است؟

۱) عرضی هستند. **۲)** انرژی را از محلی به محل دیگر منتقل می‌کنند.

۳) برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند. **۴)** هر سه گزینه درست هستند.

پاسخ: هر سه ویژگی در مورد امواج الکترومغناطیسی درست است، بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

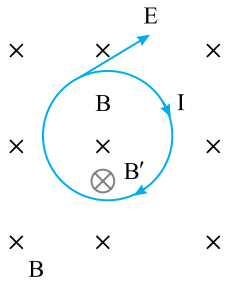
Ⓐ ۲۰۱۹- گزینه‌ی ۴ موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، هم‌فاز و عمود بر هم تشکیل شده‌اند. بنابراین طول موج و دوره‌ی این دو میدان یکی است.

Ⓐ ۲۰۲۰- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ی (۱) طبق نظریه‌ی فارادی درست است، نه ماکسول. در گزینه‌ی (۲) باید بیان می‌شد که بار دارای حرکت شتابدار است. گزینه‌ی (۳) بنابر قانون لنز درست است، نه ماکسول. گزینه‌ی (۴) بیان مستقیم ماکسول است. پس گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۲۰۲۱- گزینه‌ی ۱ سرعت تمام پرتوهای الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است.

Ⓐ ۲۰۲۲- گزینه‌ی ۲ بنا به نظریه‌ی ماکسول، تغییر هر کدام از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با زمان، میدان دیگری را ایجاد می‌کند.

Ⓒ ۲۰۲۳- گزینه‌ی ۱ اگر در محل دایره‌های رسم شده، یک حلقه‌ی رسانا تصور کنید، میدان الکتریکی مماس بر این حلقه، در حلقه یک جریان ساعتگرد ایجاد می‌کند و این جریان با توجه به قاعده‌ی دست راست برای حلقه‌ی حامل جریان، یک میدان مغناطیسی درونسو (B') ایجاد کرده که با میدان مغناطیسی درونسوی B هم‌جهت است. بنابراین بنا به قانون لنز، میدان مغناطیسی در حال کاهش است.



Ⓐ ۲۰۲۴- گزینه‌ی ۳ هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر بسامد نور ثابت مانده و سرعت انتشار نور و طول موج آن به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند که به این پدیده شکست نور گویند. بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

Ⓐ ۲۰۲۵- گزینه‌ی ۲ موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، هم‌فاز و عمود بر هم تشکیل شده‌اند، این امواج حامل انرژی بوده و حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند، این امواج عرضی هستند و سرعت آن‌ها در خلأ با هم برابر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ ۲۰۲۶- گزینه‌ی ۴ موج‌های الکترومغناطیسی در تمام محیط‌ها حتی در خلأ منتشر می‌شوند.

Ⓐ ۲۰۲۷- گزینه‌ی ۳ در یک موج الکترومغناطیسی، نوسان‌های میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی دارای بسامد یکسان بوده و سرعت انتشار آن‌ها یکی است، در نتیجه طول موج آن‌ها نیز برابر است.

Ⓐ ۲۰۲۸- گزینه‌ی ۴ در اطراف سیم حامل جریان برق میدان مغناطیسی وجود دارد. هنگامی‌که خازن باردار تخلیه می‌شود، میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد شده که می‌تواند میدان مغناطیسی به‌وجود آورد، بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

A ۲۰۲۹- گزینه‌ی ۴ ذره‌ی باردار که دارای حرکت شتابدار است، موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. هنگام تخلیه‌ی خازن، یک میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد می‌شود که می‌تواند به‌طور لحظه‌ای موج الکترومغناطیسی گسیل کند. همچنین جریان متناوب با بسامد بالا نیز به‌دلیل تغییر دائمی میدان مغناطیسی آن با زمان می‌تواند موج الکترومغناطیسی ایجاد کند. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

A ۲۰۳۰- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$، $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ از جنس سرعت است.

A ۲۰۳۱- گزینه‌ی ۱ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است.

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\Rightarrow c^2=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Rightarrow \varepsilon_0\mu_0=c^{-2}\Rightarrow k=-2$$

A ۲۰۳۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به فرض مسأله و رابطه‌ی $\lambda=\frac{c}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\lambda_A-\lambda_B=4\Rightarrow\frac{3\times10^8}{f_A}-\frac{3\times10^8}{f_B}=4\Rightarrow 3\times10^8\left(\frac{1}{f_A}-\frac{1}{5f_A}\right)=4\Rightarrow 3\times10^8\times\left(\frac{5-1}{5f_A}\right)=4\Rightarrow f_A=6\times10^7\,Hz\Rightarrow f_B=3\times10^8\,Hz$$

B ۲۰۳۳- گزینه‌ی ۳ طول موج پرتو A، ۱۲۰ نانومتر از طول موج پرتوی B، کم‌تر است. $\lambda_B=\lambda_A+120$

بسامد A، ۱/۲۵ برابر بسامد B است. $f_A=f_B+0/25f_B\Rightarrow f_A=1/25f_B$

در یک محیط، طول موج با بسامد نسبت وارون دارد.

$$\frac{f_A}{f_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\Rightarrow 1/25=\frac{\lambda_A+120}{\lambda_A}\Rightarrow 1/25\lambda_A=\lambda_A+120\Rightarrow 0/25\lambda_A=120\Rightarrow\lambda_A=480\,nm\Rightarrow\lambda_A=0/48\,\mu m$$

$$\lambda_B=\lambda_A+120\Rightarrow\lambda_B=600\,nm\Rightarrow\lambda_B=0/6\,\mu m$$

A ۲۰۳۴- گزینه‌ی ۴ موج در جهت منفی محور xها در حال پیشروی است، زیرا فاز آن $(\omega t+kx)$ است که x راستای پیشروی موج است و علامت مثبت نشان‌دهنده‌ی انتشار موج در جهت منفی محور xها است. با توجه به $\vec{E}=E_m\sin(\omega t+kx)\vec{j}$ مشخص است که میدان الکتریکی در امتداد محور yها است (به‌وجود بردار یکه‌ی محور yها در معادله دقت کنید). میدان مغناطیسی موج باید بر میدان الکتریکی و راستای پیشروی موج عمود باشد، پس میدان مغناطیسی در راستای محور zها است.

A ۲۰۳۵- گزینه‌ی ۴ میدان مغناطیسی موج با میدان الکتریکی آن هم‌فاز و هم‌دوره است، از این‌رو گزینه‌ی (۴) درست است.

A ۲۰۳۶- گزینه‌ی ۲ در موج الکترومغناطیسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی برهم عمود و بر راستای پیشروی موج عمودند، پس پیشروی موج در راستای محور z است.

B ۲۰۳۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به معادله‌ی $B=B\sin(\omega t-ky)$ این موج در حال پیشروی در جهت مثبت محور yها است. در موج الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج بر راستای پیشروی موج عمودند، پس هیچ‌کدام در راستای محور yها نخواهد بود و گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست است.

$$v=\frac{\omega}{k}=\frac{3\times10^{23}}{10^{15}}=3\times10^8\,\frac{m}{s}$$

A ۲۰۳۸- گزینه‌ی ۴ در طیف موج‌های الکترومغناطیسی:

رادیویی ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو x ← پرتو گاما

امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیش‌ترین بسامد را دارد.

تست: در طیف امواج الکترومغناطیسی از فرابنفش تا فروسرخ، طول موج ..... بسامد ..... می‌یابد.

۱) افزایش- کاهش ۲) افزایش یافته- نیز افزایش ۳) کاهش- افزایش ۴) کاهش یافته- نیز کاهش

پاسخ: در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، فروسرخ، نور مرئی، پرتو فرابنفش، پرتو X و پرتو γ) از راست به چپ، بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

A ۲۰۳۹- گزینه‌ی ۱ در نور مرئی (قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی، بنفش) از راست به چپ، بسامد زیاد می‌شود.

A ۲۰۴۰- گزینه‌ی ۲ گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش طول موج و افزایش بسامد به قرار زیر است:

رادیویی ← فروسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو گاما

بنابراین ناحیه‌ی O مربوط به اشعه‌ی ایکس و ناحیه Q مربوط به نور مرئی است.

Ⓐ ۲۰۴۱- گزینه‌ی ۳ در معادله‌ی $B_x = A\sin(\omega t + \frac{۲\pi}{۵}\times ۱۰^{۷} y)$، ضریب y، عدد موج است.

$$k = \frac{۲\pi}{\lambda} = \frac{۲\pi}{۵}\times ۱۰^{۷} \Rightarrow \lambda = ۵\times ۱۰^{-۷} m = ۰/۵\mu m$$

با توجه به داده‌های کتاب درسی، موج مورد نظر در ناحیه‌ی نور مرئی است.

Ⓐ ۲۰۴۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی بین طول موج، بسامد و سرعت انتشار موج می‌توان نوشت:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۰/۶\times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow f = ۵\times ۱۰^{۱۴} Hz$$

Ⓐ ۲۰۴۳- گزینه‌ی ۱ حرکت موج یک حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است. $\Delta x = vt \Rightarrow ۳۰۰\times ۱۰^{۳} = ۳\times ۱۰^{۸} t \Rightarrow t = ۱۰^{-۳} s$

Ⓐ ۲۰۴۴- گزینه‌ی ۲ بسامد نور هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر تغییر نمی‌کند، بنابراین کافی است بسامد نور را در هوا به‌دست آوریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۶\times ۱۰^{-۷}} = ۵\times ۱۰^{۱۴} Hz$$

Ⓐ ۲۰۴۵- گزینه‌ی ۲ ترتیب پرتوهای الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش بسامد به قرار زیر است:

گاما ← ایکس ← فرابنفش ← نور مرئی ← فرو سرخ ← رادیویی (LW ← MW ← SW ← VHF ← UHF)

تست: ..... **پرتو ایکس از فروسرخ** ..... **است.**

۱) طول موج - بلندتر ۲) دوره - کم‌تر ۳) سرعت انتشار - بیش‌تر ۴) قدرت نفوذ - کم‌تر

پاسخ: در گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی، طول موج پرتو ایکس از پرتو فروسرخ کوتاه‌تر، دوره‌ی آن کم‌تر و بسامد آن بیش‌تر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓐ ۲۰۴۶- گزینه‌ی ۲ نور مرئی در سیستم‌های مخابراتی (لیزر و تارهای نوری) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

Ⓐ ۲۰۴۷- گزینه‌ی ۳ وسیله‌ی آشکارسازی پرتوهای فروسرخ، فیلم‌های مخصوص عکاسی است.

تست: لیزر، چشمه‌ی کدام یک از موج‌های الکترومغناطیسی است؟

۱) ایکس ۲) گاما ۳) فروسرخ ۴) نور مرئی

پاسخ: لیزر یکی از چشمه‌های نور مرئی است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۲۰۴۸- گزینه‌ی ۴ چشمه‌ی پرتو گاما، هسته‌ی عنصرهای رادیو اکتیو و پرتوهای کیهانی است و یکی از کاربردهای آن پیدا کردن ترک در فلزها است.

Ⓐ ۲۰۴۹- گزینه‌ی ۳ در موج الکترومغناطیسی، نور مرئی چشم را تحت تأثیر قرار داده و دیده می‌شود.

Ⓐ ۲۰۵۰- گزینه‌ی ۴ چشمه‌ی تولید پرتو فرابنفش، خورشید، جسم‌های خیلی داغ، جرقه‌ی الکتریکی و لامپ بخار جیوه است.

Ⓐ ۲۰۵۱- گزینه‌ی ۴ گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی به‌ترتیب افزایش طول موج به قرار زیر است:

گاما ← ایکس ← فرابنفش ← بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز ← فروسرخ ← رادیویی

Ⓐ ۲۰۵۲- گزینه‌ی ۲ برای آشکارسازی پرتوهای ایکس از فیلم عکاسی و صفحه‌ی فلوئورسان استفاده می‌شود.

Ⓐ ۲۰۵۳- گزینه‌ی ۳ در اجاق‌های مایکروویو از پرتوهای رادیویی برای آشپزی استفاده می‌شود.

Ⓐ ۲۰۵۴- گزینه‌ی ۳ از پرتو گاما برای ضدعفونی کردن وسایل و تجهیزات بیمارستانی و بهداشتی استفاده می‌شود.

Ⓐ ۲۰۵۵- گزینه‌ی ۱ برای آشکارسازی پرتوهای گاما از شمارش‌گر گایگر - مولر استفاده می‌شود.

Ⓐ ۲۰۵۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به جدول کتاب درسی که در این کتاب نیز به چاپ رسیده است، برای آشکارسازی پرتوهای فرابنفش، گاما و ایکس می‌توان از فیلم عکاسی استفاده کرد، اما برای آشکارسازی امواج رادیویی، باید آنتن گیرنده‌ی امواج رادیویی و تلویزیونی را به‌کار برد.

Ⓐ ۲۰۵۷- گزینه‌ی ۳ چشمه‌ی تولید موج‌های فروسرخ، خورشید و جسم‌های گرم و داغ و چشمه‌ی تولید پرتوهای گاما، هسته‌ی مواد رادیواکتیو (پرتوزا) و پرتوهای کیهانی است.

Ⓐ ۲۰۵۸- گزینه‌ی ۱ برای پیدا کردن ترک در استخوان از پرتوهای ایکس و برای پیدا کردن ترک در فلزات از پرتوهای گاما استفاد می‌کنند.

Ⓐ ۲۰۵۹- گزینه‌ی ۴ وقتی موج الکترومغناطیسی از هوا وارد آب شود، سرعت آن کاهش $(v = \frac{c}{n})$ و طول موج آن نیز کاهش $(\lambda' = \frac{\lambda}{n})$ می‌یابد و بسامد آن ثابت می‌ماند $(f' = f)$.

۲۰۶۰- گزینه‌ی ۴ وقتی نور از هوا وارد محیط شفافی به ضریب شکست n می‌شود، طول موج و سرعت نور $\frac{1}{n}$ می‌شود.

۲۰۶۱- گزینه‌ی ۲ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامد آن ثابت می‌ماند اما طول موج و سرعت انتشار نور تغییر می‌کند و رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{0/45}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}}\Rightarrow\lambda_2=0/4\mu m$$

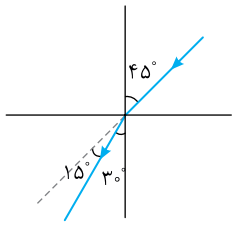
۲۰۶۲- گزینه‌ی ۴ سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است و هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامد آن ثابت می‌ماند، اما سرعت و طول موج آن تغییر می‌کند.

$$v=\frac{c}{n}\Rightarrow v=\frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}{\frac{4}{3}}\Rightarrow v=\frac{3}{4\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

۲۰۶۳- گزینه‌ی ۲ هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، سرعت و طول موج آن به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند اما بسامد آن ثابت می‌ماند، این پدیده را شکست نور گویند.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{2/25\times10^8}{3\times10^8}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{4}{3}$$

۲۰۶۴- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل روبه‌رو، زاویه‌ی تابش 45° و زاویه‌ی شکست 30°، است، بنابراین ضریب شکست محیط برابر است با:



$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow n=\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\Rightarrow n=\sqrt{2}$$

اکنون می‌توان طول موج پرتو مورد نظر را در محیط شفاف جدید به‌دست آورد:

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow\lambda'=\frac{700}{\sqrt{2}}\Rightarrow\lambda'=350\sqrt{2}nm\Rightarrow\lambda'=\frac{7\sqrt{2}}{20}\mu m$$

۲۰۶۵- گزینه‌ی ۴ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت و سرعت انتشار موج و طول موج آن تغییر می‌کند. هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط دیگر خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}}\Rightarrow\lambda_1=\frac{8}{9}\lambda_2$$

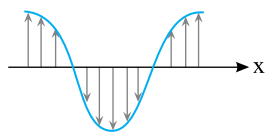
۲۰۶۶- گزینه‌ی ۳ رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد و هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط دیگر، بسامد و رنگ نور ثابت می‌ماند.

۲۰۶۷- گزینه‌ی ۱ هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر، دوره و بسامد موج ثابت و سرعت انتشار، طول موج، امتداد و شدت موج (نور) تغییر می‌کنند.

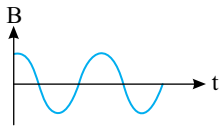
۲۰۶۸- گزینه‌ی ۳ بنا به رابطه‌ی عدد موج می‌توان نوشت:

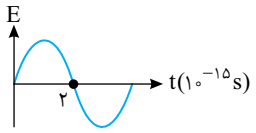
$$\frac{k_{ش}}{k_{خلأ}}=\frac{\frac{2\pi}{\lambda_{ش}}}{\frac{2\pi}{\lambda_{خلأ}}}=\frac{\lambda_{خلأ}}{\lambda_{ش}}=\frac{v}{v_{ش}}=\frac{3\times10^8}{2\times10^8}=\frac{3}{2}$$

۲۰۶۹- گزینه‌ی ۳ در بازه‌ی زمانی $t=0$ تا $t=T$ یک نوسان کامل صورت می‌گیرد و موج به اندازه‌ی یک طول موج پیشروی می‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۳) پاسخ درست است.



۲۰۷۰- گزینه‌ی ۲ در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌فاز بوده و طول موج و دوره‌ی یکسانی دارند.

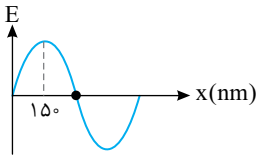




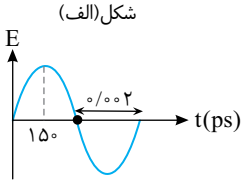
A **۲۰۷۱- گزینه‌ی ۳** طول موج میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است. با توجه به نمودار:

$$\frac{T}{۲}=۲\times۱۰^{-۱۵}\Rightarrow T=۴\times۱۰^{-۱۵}s$$

$$\lambda=cT\Rightarrow\lambda=۳\times۱۰^{۸}\times۴\times۱۰^{-۱۵}=۱۲\times۱۰^{-۷}m=۱/۲\mu m$$



شکل(الف)



شکل (ب)

A **۲۰۷۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل (الف) می‌توان طول موج را به‌دست آورد:

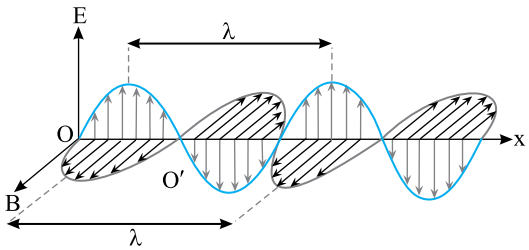
$$\frac{\lambda}{۴}=۱۵۰\Rightarrow\lambda=۶۰۰nm$$

و با توجه به شکل (ب)، دوره به‌دست می‌آید:

$$\frac{T}{۲}=۰/۰۰۲\Rightarrow T=۰/۰۰۴ps$$

بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط برابر است با:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}{۰/۰۰۴\times۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow v=\frac{۶\times۱۰^{-۷}}{۴\times۱۰^{-۱۵}}\Rightarrow v=۱/۵\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$



B **۲۰۷۳- گزینه‌ی ۲** نمودار میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برحسب مکان به صورت روبه‌رو است.

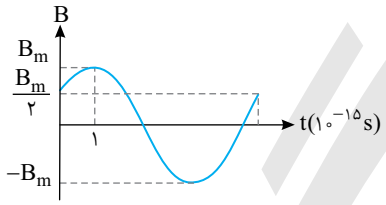
فاصله‌ی O تا O′، $\frac{\lambda}{۲}$ است و این دو نقطه در فاز مخالف بوده و اختلاف فاز آن‌ها π است، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند.

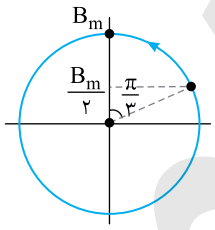
طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲\times۱۰^{۶}}=۱۵۰m$$

فاصله‌ی O از O′، $\frac{\lambda}{۲}$ است، در نتیجه:

$$OO'=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow OO'=\frac{۱۵۰}{۲}=۷۵m$$



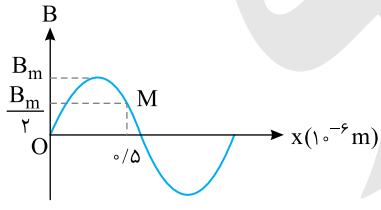


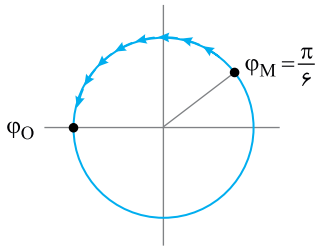
B **۲۰۷۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار در بازه‌ی $۱۰^{-۱۵}s$ میدان مغناطیسی از مقدار $\frac{B_m}{۲}$ به مقدار B_m رسیده است و فاز میدان در این نقطه $\frac{\pi}{۳}$ تغییر کرده است، در این صورت:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\times۱۰^{-۱۵}\Rightarrow T=۶\times۱۰^{-۱۵}s$$

طول موج برابر خواهد شد با:

$$\lambda=cT\Rightarrow\lambda=۳\times۱۰^{۸}\times۶\times۱۰^{-۱۵}=۱۸\times۱۰^{-۷}=۱/۸\mu m$$

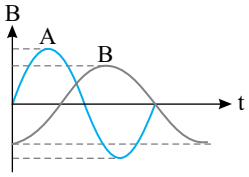




B **۲۰۷۵- گزینه‌ی ۲** شبیه به نقش موج عمل می‌کنیم. فاز نقطه‌ی O و M را به دست آورده روی دایره‌ی مثلثاتی نمایش می‌دهیم و از نقطه‌ی دورتر در مسیر موج در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی نزدیک می‌رویم سپس با توجه به نمودار و به کمک دایره‌ی مثلثاتی می‌توان طول موج را به‌دست آورد:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{\lambda}(۰/۵\times۱۰^{-۶})\Rightarrow\lambda=۱/۲\times۱۰^{-۶}m$$

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۱/۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow f=۲/۵\times۱۰^{۱۴}Hz$$



B ۲۰۷۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل، رابطه‌ی زیر بین دوره‌ی موج الکترومغناطیسی B و دوره‌ی موج الکترومغناطیسی A برقرار است:

$$T_A=\frac{۳}{۴}T_B \xrightarrow{\lambda=cT} \lambda_A=\frac{۳}{۴}\lambda_B$$

A ۲۰۷۷- گزینه‌ی ۲ پهنای هر نوار در آزمایش یانگ برابر با $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ است که با طول موج و فاصله‌ی پرده‌ی نوارها از صفحه‌ی شکاف‌ها (D) نسبت مستقیم و با فاصله‌ی دو شکاف از هم (a) نسبت وارون دارد. بنابراین برای پهن‌تر شدن نوارهای تداخلی می‌توان فاصله‌ی پرده‌ی نوارها از صفحه‌ی دو شکاف را افزایش داد.

A ۲۰۷۸- گزینه‌ی ۳ در آزمایش یانگ فاصله‌ی بین نوارهای تاریک و روشن با طول موج نور مورد آزمایش نسبت مستقیم و با بسامد نور مورد آزمایش نسبت وارون دارد، بنابراین برای بیش‌تر شدن فاصله‌ی بین نوارها باید نور مورد آزمایش با بسامد کم انتخاب شود. از طرفی فاصله‌ی بین نوارها با فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی شکاف‌ها $(x=\frac{n\lambda D}{a})$ نسبت مستقیم دارد و برای بیش‌تر شدن فاصله‌ی نوارها می‌توان فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی شکاف‌ها را افزایش داد.

A ۲۰۷۹- گزینه‌ی ۳ پهنای نوارها در آزمایش یانگ برابر با $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ می‌باشد و طول موج نور سبز از طول موج نور قرمز کوتاه‌تر است. بنابراین پهنای نوارها در آزمایش اول کم‌تر است.

A ۲۰۸۰- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی بین دو نوار تاریک (یا دو نوار روشن متوالی) برابر $x_\circ=\frac{\lambda D}{a}$ است. با کاهش فاصله‌ی بین دو شکاف، فاصله‌ی دو نوار تاریک متوالی افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است. با افزایش فاصله‌ی پرده از شکاف‌ها (D)، فاصله‌ی دو نوار تاریک متوالی $(x_\circ)$ افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است. طول موج نور قرمز از طول موج نور سبز بیش‌تر است، فاصله‌ی دو نوار تاریک متوالی $(x_\circ)$ با کاربرد نور قرمز به جای سبز، افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است. طول موج نور بنفش از طول موج نور سبز کم‌تر است و اگر به جای نور سبز از نور بنفش استفاده شود، فاصله‌ی دو نوار تاریک متوالی کاهش می‌یابد.

A ۲۰۸۱- گزینه‌ی ۳ پرتو نور از دو رنگ سبز و قرمز تشکیل شده است. هر یک از رنگ‌ها جداگانه پدیده‌ی تداخل را انجام می‌دهند و نوارهای تاریک و روشن خاص خود را به‌وجود می‌آورند و وسط نوار روشن مرکزی که دو نوار مرکزی سبز و قرمز بر آن واقع است، زردرنگ دیده می‌شود.

A ۲۰۸۲- گزینه‌ی ۳ شدت نور به‌کار رفته در پهنای نوار تأثیری ندارد $(I=\frac{\lambda D}{۲a})$.

A ۲۰۸۳- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی در آزمایش یانگ برابر $x_\circ=\frac{\lambda D}{a}$ است. اگر فاصله‌ی دو شکاف نصف $(a'=\frac{۱}{۲}a)$ و فاصله‌ی پرده از شکاف‌ها دو برابر $(D'=۲D)$ شود، فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر خواهد شد با:

$$\frac{x'_\circ}{x_\circ}=\frac{\frac{\lambda(۲D)}{\frac{a}{۲}}}{\frac{\lambda D}{a}}=۴$$

A ۲۰۸۴- گزینه‌ی ۳ نور خورشید از هفت رنگ قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی و بنفش تشکیل شده است. هر طول موج جداگانه پدیده‌ی تداخل را انجام می‌دهد و نوارهای تداخلی ویژه‌ی خود را ایجاد می‌کند و روی پرده‌ی نوارها، نوارهای رنگی دیده می‌شود و وسط نوار مرکزی که نوار روشن مرکزی تمام رنگ‌ها است، سفید دیده می‌شود.

A ۲۰۸۵- گزینه‌ی ۳ پهنای نوار برابر $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ و طول موج برابر $\lambda=\frac{c}{f}$ است.

$$\begin{cases} a'=\frac{۱}{۲}a \\ f'=۲f \end{cases} \xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}} \lambda'=\frac{۱}{۲}\lambda \Rightarrow \frac{I'}{I}=\frac{\frac{\lambda' D}{۲a'}}{\frac{\lambda D}{۲a}}=\frac{\frac{\frac{۱}{۲}\lambda D}{۲\times\frac{۱}{۲}a}}{\frac{\lambda D}{۲a}}=۱$$

از این‌رو اگر فاصله‌ی دو شکاف را نصف و بسامد را دو برابر کنیم پهنای نوارها تغییر نمی‌کند.

A ۲۰۸۶- گزینه‌ی ۲ در وسط نوارهای روشن، اختلاف فاز دو موج مضرب زوج π و در وسط نوارهای تاریک، اختلاف فاز دو موج مضرب فرد π است. ۵π، مضرب فرد π بوده، بنابراین نوار مورد نظر تاریک است. $\Delta\varphi=(۲n-۱)\pi\Rightarrow ۵\pi=(۲n-۱)\pi\Rightarrow n=۳$

A ۲۰۸۷- گزینه‌ی ۳ اختلاف فاز دو موج در نقطه‌ی P برابر است با: $\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}(d_۲-d_۱)\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۱/۲\times۱۰^{-۷}}\times(۴/۸\times۱۰^{-۷})=۸\pi$

A ۲۰۸۸- گزینه‌ی ۴ اگر فاصله‌ی وسط یک نوار از وسط نوار روشن مرکزی مضرب زوج پهنای یک نوار (I) باشد، نوار روشن بوده و اگر مضرب فرد پهنای یک نوار باشد، نوار تاریک است. در این پرسش، این فاصله مضرب زوج پهنای یک نوار است.

$x=۲nI \quad , \quad ۴I=۲nI\Rightarrow n=۲$

نوار مورد نظر نوار دوم روشن است. بنابراین: $\Delta\varphi=۲n\pi\Rightarrow\Delta\varphi=۴\pi$

B ۲۰۸۹- گزینه‌ی ۴ در تداخل موج‌ها در یک محیط، اختلاف فاز دو موج در هر نقطه از محیط تابعی از اختلاف فاصله‌ی آن نقطه از دو چشمه و طول موج بوده و برابر با مقدار زیر است:

$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}(d_۲-d_۱)\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۰/۴۲\times۱۰^{-۴}}(۸۰-۷۹/۹۹۹۹۹۳) \quad , \quad \Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۴۲\times۱۰^{-۶}}(۷\times۱۰^{-۶})\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}$

A ۲۰۹۰- گزینه‌ی ۳ آزمایش یانگ یعنی تداخل امواج نور و در پدیده‌ی تداخل، اختلاف فاز دو موج رسیده به یک نقطه برابر است با:

$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}(d_۲-d_۱)\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}(\frac{\lambda}{۳})=\frac{۲\pi}{۳}$

A ۲۰۹۱- گزینه‌ی ۳ اختلاف فاز دو موج رسیده از دو شکاف به نقطه‌ی P برابر است با:

$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=(۲\pi f)\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=۲\pi\times۵\times۱۰^{۱۴}\times۵\times۱۰^{-۱۶}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}$

A ۲۰۹۲- گزینه‌ی ۲ هرگاه اختلاف فاز دو موج مضرب فرد π باشد، نوار تاریک است. $\Delta\varphi=(۲m-۱)\pi\Rightarrow ۳\pi=(۲m-۱)\pi\Rightarrow m=۲$

هرگاه اختلاف فاز دو موج مضرب زوج π باشد، نوار روشن است. $\Delta\varphi=۲n\pi\Rightarrow ۶\pi=۲n\pi\Rightarrow n=۳$

در فاصله‌ی وسط نوار روشن nام از وسط نوار روشن مرکزی، ۲n پهنای نوار وجود دارد. $n=۳\Rightarrow x=۲\times۳\times I\Rightarrow x=۶I$

در فاصله‌ی وسط نوار تاریک mام از وسط نوار روشن مرکزی، ۲m−۱ پهنای نوار وجود دارد. $m=۲\Rightarrow x'=(۲\times۲-۱)I\Rightarrow x'=۳I$

بنابراین: $x-x'=۶I-۳I=۳I$

A ۲۰۹۳- گزینه‌ی ۱ اختلاف فاصله‌ی وسط نوار تاریک nام از دو شکاف، مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است، بنابراین:

$\delta=d_۲-d_۱=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\delta=(۲\times۵-۱)\times\frac{۰/۶}{۲}\Rightarrow\delta=۲/۷\mu m=۲/۷\times۱۰^{-۶}m$

A ۲۰۹۴- گزینه‌ی ۳ در آزمایش یانگ اختلاف راه نوارهای روشن از دو شکاف، مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$ است.

$d_۲-d_۱=۲n\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow{n=۵}\Delta x=۵\lambda$

و اختلاف راه نوارهای تاریک از دو شکاف، مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است. $d_۲-d_۱=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow{n=۵}\Delta x'=(۲\times۵-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\Delta x'=\frac{۹}{۲}\lambda$

بنابراین:

$\frac{\Delta x'}{\Delta x}=\frac{\frac{۹}{۲}\lambda}{۵\lambda}\Rightarrow\frac{\Delta x'}{\Delta x}=\frac{۹}{۱۰}$

A ۲۰۹۵- گزینه‌ی ۱ اختلاف فاصله‌ی وسط نوارهای روشن از دو شکاف مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$ و برای نوارهای تاریک مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است.

اگر $(d_۲-d_۱)$ را بر $\frac{\lambda}{۲}$ تقسیم کنیم، چنان‌چه عدد حاصل زوج شود، نوار روشن و اگر عدد حاصل فرد شود، نوار تاریک است.

$\frac{d_۲-d_۱}{\frac{\lambda}{۲}}=\frac{۰/۹}{۰/۳}=۳\xrightarrow{\text{۳ فرد است}}۲n-۱=۳\Rightarrow n=۲$

بنابراین اختلاف فاصله‌ی نوار دوم تاریک از دو شکاف در این آزمایش برابر ۹۰۰ نانومتر است.

A ۲۰۹۶- گزینه‌ی ۳ اختلاف فاصله‌ی نوار تاریک از دو شکاف، مضرب فرد نصف طول موج است.

$S_۱P-S_۲P=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow ۵۰-۴۹/۹۹۳=(۲\times۴-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\lambda=۰/۰۰۲cm=۲۰\mu m$

B **۲۰۹۷- گزینه‌ی ۲** در فاصله‌ی بین وسط نوار nام روشن از وسط نوار روشن مرکزی ۲n پهنای نوار وجود دارد، یعنی تعداد پهنای نوار عدد زوج است و در فاصله‌ی بین وسط نوار mام تاریک از وسط نوار روشن مرکزی (۲m−۱) پهنای نوار وجود دارد، یعنی تعداد پهنای نوار عدد فرد است. در این پرسش، فاصله‌ی وسط نوار مورد نظر پنج برابر پهنای یک نوار است، بنابراین نوار تاریک و ۲m−۱=۵ است. بنابراین اختلاف فاصله از دو شکاف برابر است با:

$$\delta=d_۲-d_۱=(۲m-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\delta=۵\frac{\lambda}{۲}$$

A **۲۰۹۸- گزینه‌ی ۱** اختلاف فاصله‌ی نوار روشن nام از دو شکاف برابر است با:

$$\delta=۲n\frac{\lambda}{۲}\begin{matrix}\xrightarrow{n=۳}\delta=۳\lambda\\ \xrightarrow{n=۵}\delta=۵\lambda\end{matrix}\Rightarrow ۵\lambda-۳\lambda=۰/۶\Rightarrow\lambda=۰/۳\mu m=۳۰۰nm$$

A **۲۰۹۹- گزینه‌ی ۱** در آزمایش یانگ اختلاف فاصله‌ی نوارهای روشن از دو شکاف، مضرب صحیح λ یا مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$ و برای نوارهای تاریک مضرب فرد $\frac{\lambda}{۲}$ است. با توجه به آن‌چه در صورت مسأله بیان شده است:

$$\delta=d_۲-d_۱=۳\lambda\Rightarrow\delta=۶\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow n=۳$$

بنابراین این نقطه روی نوار سوم روشن واقع است.

B **۲۱۰۰- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر فاصله‌ی اولین نوار روشن از نوار روشن مرکزی است.

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\xrightarrow{n=۱}x_۰=\frac{\lambda D}{a}\Rightarrow ۱/۲=\frac{\lambda\times۱۰۰۰}{۰/۵}\Rightarrow\lambda=۰/۶\times۱۰^{-۳}mm=۰/۶\mu m$$

اختلاف فاصله‌ی وسط نوار پنجم روشن از دو شکاف برابر است با:

$$\delta=d_۲-d_۱=n\lambda\Rightarrow\delta=۵\times۰/۶\Rightarrow\delta=۳\mu m$$

B **۲۱۰۱- گزینه‌ی ۳** اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به وسط نوارهای تاریک مضرب فرد نصف دوره است. بنابراین:

$$\Delta t=(۲n-۱)\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t=(۲\times۹-۱)\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t=۱۷\frac{T}{۲}$$

A **۲۱۰۲- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی اولین نوار روشن از نوار مرکزی برابر است با:

$$d_۲-d_۱=\lambda\xrightarrow{d=vt}v(t_۲-t_۱)=\lambda\Rightarrow\Delta t=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow\Delta t=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۶}}{۳\times۱۰^{۸}}\Rightarrow\Delta t=۲\times۱۰^{-۱۵}s$$

A **۲۱۰۳- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاصله‌ی نوار nام تاریک از دو شکاف برابر است با:

$$\delta=d_۲-d_۱=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow[\lambda=vT]{d=vt}vt_۲-vt_۱=(۲n-۱)\frac{vT}{۲}\quad,\quad\Delta t=(۲n-۱)\frac{T}{۲}$$

اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به نوار nام تاریک مضرب فرد نصف دوره است، بنابراین باید دوره را به دست آورد:

$$T=\frac{\lambda}{c}\Rightarrow T=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۶}}{۳\times۱۰^{۸}}=۲\times۱۰^{-۱۵}s\quad,\quad\Delta t=(۲\times۳-۱)\frac{۲\times۱۰^{-۱۵}}{۲}\Rightarrow\Delta t=۵\times۱۰^{-۱۵}s$$

A **۲۱۰۴- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاصله‌ی نوارهای روشن از دو شکاف مضرب صحیح λ (مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$) است.

$$\delta=d_۲-d_۱=(۲n)\frac{\lambda}{۲}\xrightarrow[\lambda=vT]{d=vt}vt_۲-vt_۱=۲n\frac{(vT)}{۲}\Rightarrow\Delta t=۲n\frac{T}{۲}$$

بنابراین اختلاف زمانی رسیدن موج از دو شکاف به نوارهای روشن مضرب صحیح دوره (مضرب زوج نصف دوره) است. ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{\lambda}{c}\Rightarrow T=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۶}}{۳\times۱۰^{۸}}\Rightarrow T=۲\times۱۰^{-۱۵}s\ ,\ \Delta t=nT\xrightarrow{n=۵}\Delta t=۵\times۲\times۱۰^{-۱۵}\Rightarrow\Delta t=۱۰^{-۱۴}s$$

A **۲۱۰۵- گزینه‌ی ۱** اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به نوار روشن nام و نوار تاریک mام به‌ترتیب مضرب زوج نصف دوره و مضرب فرد نصف دوره است.

$$\begin{cases}\Delta t'=(۲m-۱)\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t'=(۲\times۵-۱)\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t'=\frac{۹T}{۲}\\ \Delta t=۲n\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t=۳T\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta t'}{\Delta t}=\frac{۳}{۲}$$

B **۲۱۰۶- گزینه‌ی ۲** اگر فاصله‌ی وسط یک نوار از وسط نوار روشن مرکزی مضرب زوج پهنای یک نوار (I) باشد، نوار، روشن بوده و اگر مضرب فرد پهنای یک نوار باشد، نوار، تاریک است. در این پرسش، فاصله‌ی نوار مورد نظر مضرب فرد پهنای یک نوار بوده، پس نوار مورد نظر نوار تاریک است. بنابراین:

$$x=(۲m-۱)I\Rightarrow ۷I=(۲m-۱)I\Rightarrow m=۴$$

اکنون اختلاف زمان رسیدن دو موج از دو شکاف به نوار چهارم تاریک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t=(۲m-۱)\frac{T}{۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{۷T}{۲}\Rightarrow\Delta t=۳/۵T$$

Ⓐ ۲۱۰۷- گزینه‌ی ۴ اختلاف زمان رسیدن نور به نوار m ام تاریک برابر است با:

$$t_2-t_1=(2m-1)\frac{T}{2}\Rightarrow 6\times10^{-15}=(2\times5-1)\frac{T}{2}\Rightarrow T=\frac{4}{3}\times10^{-15}s$$

طول موج برابر است با:

$$\lambda=vT\Rightarrow\lambda=3\times10^{8}\times\frac{4}{3}\times10^{-15}\Rightarrow\lambda=4\times10^{-7}m\Rightarrow\lambda=400nm$$

Ⓑ ۲۱۰۸- گزینه‌ی ۴ اختلاف فاصله‌ی وسط نوار تاریک n ام از دو شکاف برابر است با:

$$d_2-d_1=(2n-1)\frac{\lambda}{2}\xrightarrow[\lambda=vT]{d=vt}vt_2-vt_1=(2n-1)\frac{vT}{2}\Rightarrow\Delta t=(2n-1)\frac{T}{2}$$

ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{4650\times10^{-10}}{3\times10^{8}}\Rightarrow T=1550\times10^{-18}s=1/55\times10^{-15}s$$

حال اختلاف زمانی رسیدن موج از دو شکاف به وسط نوار سوم تاریک را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta t=(2\times3-1)\times\frac{T}{2}=5\times\frac{1/55\times10^{-15}}{2}=5\times0/775\times10^{-15}=3/875\times10^{-15}s\Rightarrow\Delta t=3/875\times10^{-3}ps$$

Ⓐ ۲۱۰۹- گزینه‌ی ۴ نوار روشن است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow x=\frac{2\times600\times10^{-6}\,mm(500a)}{a}\Rightarrow x=0/6mm$$

Ⓑ ۲۱۱۰- گزینه‌ی ۳ در آزمایش یانگ فاصله‌ی وسط نوار روشن n ام از وسط نوار روشن مرکزی برابر است با:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow x=\frac{1\times0/6\times10^{-3}mm\times800}{0/4}=1/2mm$$

Ⓐ ۲۱۱۱- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی آزمایش یانگ برای نوارهای روشن می‌توان نوشت:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}$$

$$\begin{cases}n=5\Rightarrow6=\dfrac{5\times0/6\times10^{-3}(mm)D}{a}\\ n=1\Rightarrow x_0=\dfrac{0/4\times10^{-3}(mm)D}{a}\end{cases}\Rightarrow\frac{6}{x_0}=\frac{5\times0/6}{0/4}\Rightarrow x_0=0/8mm$$

Ⓐ ۲۱۱۲- گزینه‌ی ۴ در آزمایش یانگ فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر با فاصله‌ی وسط نوار روشن اول از وسط نوار روشن مرکزی است.

$$\left.\begin{array}{l}x=\dfrac{n\lambda D}{a}\xrightarrow{n=1}x_0=\dfrac{\lambda D}{a}\\ x_0'=\dfrac{(2\lambda)D}{\frac{1}{2}a}=4\dfrac{\lambda D}{a}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{x_0'}{x_0}=4$$

Ⓐ ۲۱۱۳- گزینه‌ی ۱ در آزمایش یانگ فاصله‌ی نوار n ام روشن از نوار روشن مرکزی برابر است با:

$$x=n\frac{\lambda D}{a}\xrightarrow{n=5}x=5\frac{\lambda D}{a}$$

و فاصله‌ی نوار m ام تاریک از نوار روشن مرکزی برابر است با:

$$x'=(2m-1)\frac{\lambda D}{2a}\Rightarrow x'=(2\times3-1)\frac{\lambda D}{2a}\Rightarrow x'=\frac{5}{2}\frac{\lambda D}{a}$$

بنابراین:

$$\frac{x}{x'}=\frac{\frac{5\lambda D}{a}}{\frac{5\lambda D}{2a}}\Rightarrow\frac{x}{x'}=2$$

Ⓐ ۲۱۱۴- گزینه‌ی ۳ در آزمایش یانگ فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر با فاصله‌ی اولین نوار روشن از نوار روشن مرکزی است.

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\xrightarrow{n=1}x_0=\frac{\lambda D}{a}\Rightarrow4=\frac{\lambda D}{a}\qquad(1)$$

فاصله‌ی نوارهای تاریک از نوار روشن مرکزی نیز برابر است با:

$$x=(2m-1)\frac{\lambda D}{2a}\Rightarrow x=(2\times10-1)\frac{\lambda D}{2a}\Rightarrow x=\frac{19\lambda D}{2a}\qquad(2)$$

از دو رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$x=19\frac{\lambda D}{2a}\xrightarrow{4=\frac{\lambda D}{a}}x=\frac{19}{2}\times4\Rightarrow x=38mm$$

Ⓐ **۲۱۱۵- گزینه‌ی ۱** در فاصله‌ی بین نوار mام تاریک از وسط نوار مرکزی، $۲m-۱$ پهنای نوار (I) وجود دارد.

$$x=(۲m-۱)I=(۲\times۴-۱)I=۷I$$

از طرفی در فاصله‌ی بین نوار nام روشن از وسط نوار مرکزی $۲n$ پهنای نوار (I) وجود دارد. $x'=۲nI=(۲\times۲)I=۴I$

بنابراین فاصله‌ی وسط نوار چهارم تاریک یک طرف نوار مرکزی از وسط نوار دوم روشن سمت دیگر آن برابر است با:

$$x+x'=۷I+۴I\Rightarrow ۳/۳=۱۱I\Rightarrow I=۰/۳mm$$

Ⓐ **۲۱۱۶- گزینه‌ی ۴** اگر دو نوار را در یک طرف نوار روشن مرکزی در نظر بگیریم، در فاصله‌ی وسط نوار روشن سوم از وسط نوار روشن پنجم، چهار پهنای نوار وجود دارد. $\Delta x=۴\times۰/۳\Rightarrow\Delta x=۱/۲mm$, تعداد پهنای نوار $۲\times۵-۲\times۳=۴$

اگر دو نوار را در دو طرف نوار روشن مرکزی در نظر بگیریم، در فاصله‌ی وسط نوار روشن سوم از وسط نوار روشن پنجم، $۲\times۳+۲\times۵=۱۶$ پهنای نوار وجود دارد. $\Delta x=۱۶\times۰/۳\Rightarrow\Delta x=۴/۸mm$

Ⓐ **۲۱۱۷- گزینه‌ی ۲** در آزمایش دو شکاف یانگ فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر $x_۰=\frac{\lambda D}{a}$ است. بنابراین:

$$x_۰=x_۰'\Rightarrow\frac{\lambda D}{a}=\frac{\lambda' D'}{a}\Rightarrow ۰/۶۳\times۱۰^{-۶}D=۴۲۰\times۱۰^{-۹}D'\Rightarrow\frac{D'}{D}=\frac{۶۳}{۴۲}\Rightarrow\frac{D'}{D}=\frac{۳}{۲}$$

Ⓑ **۲۱۱۸- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی نوار تاریک mام از نوار مرکزی برابر $x=(۲m-۱)\frac{\lambda D}{۲a}$ و فاصله‌ی نوار روشن nام از نوار مرکزی برابر $x=\frac{n\lambda D}{a}$ است. وقتی نوار دو طول موج بر هم منطبق می‌شوند که فاصله‌ی وسط نوارهای مورد نظر از نوار روشن مرکزی با هم برابر باشند.

$$x'=x\Rightarrow(۲\times۳-۱)\frac{\lambda' D}{۲a}=n\frac{\lambda D}{a}\Rightarrow\frac{۵}{۲}\times\frac{۶}{۵}\lambda=n\lambda\Rightarrow n=۳$$

بنابراین وسط نوار سوم روشن طول موج λ بر وسط نوار سوم تاریک طول موج λ' منطبق می‌شود.

Ⓑ **۲۱۱۹- گزینه‌ی ۱** با توجه فرض پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A=x_B\xrightarrow{x=\frac{n\lambda D}{a}}\frac{۵\lambda_A D}{a}=\frac{۴\lambda_B D}{a}\Rightarrow\lambda_A=\frac{۴}{۵}\lambda_B$$

از طرفی تفاضل دو طول موج ۱۲۰۰ آنگستروم است، بنابراین:

$$\lambda_B-\lambda_A=۱۲۰۰\Rightarrow\lambda_B-\frac{۴}{۵}\lambda_B=۱۲۰۰\Rightarrow\lambda_B=۶۰۰۰A^\circ\quad,\quad\lambda_A=\frac{۴}{۵}\times۶۰۰۰=۴۸۰۰A^\circ$$

Ⓐ **۲۱۲۰- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی وسط نوار nام روشن تا وسط نوار مرکزی برابر $x=۲nI$ و فاصله‌ی وسط نوار mام تاریک از وسط نوار مرکزی برابر $x'=(۲m-۱)I$ بوده که I پهنای هر نوار است و برابر $\frac{\lambda D}{۲a}$ می‌باشد. چون دو نوار در یک طرف نوار مرکزی بوده، x و x' را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{cases}n=۵\Rightarrow x=۱۰\frac{\lambda D}{۲a}\\ m=۷\Rightarrow x'=(۲\times۷-۱)\frac{\lambda D}{۲a}\end{cases}\Rightarrow x'-x=\frac{۳\lambda D}{۲a}$$

Ⓐ **۲۱۲۱- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی در آزمایش یانگ برابر با $x_۰=\frac{\lambda D}{a}$ است.

$$\begin{cases}x_۰=\frac{\lambda D}{a}\\ x_۰'=\frac{\lambda' D}{a}\end{cases}\Rightarrow x_۰'-x_۰=\frac{\lambda' D}{a}-\frac{\lambda D}{a}\Rightarrow ۰/۲۵=(\lambda'-\lambda)۸۰۰\Rightarrow\lambda'-\lambda=\frac{۰/۲۵}{۸۰۰}\Rightarrow\lambda'-\lambda=۳/۱۲۵\times۱۰^{-۴}mm=۳۱۲/۵nm$$

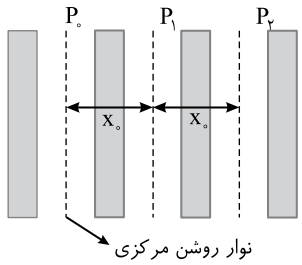
Ⓑ **۲۱۲۲- گزینه‌ی ۱** رابطه‌ی آزمایش یانگ را در دو آزمایش با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$x_۱=x_۲\Rightarrow n\lambda_۲\frac{D}{a}=(۲m-۱)\lambda_۱\frac{D}{۲a}$$

$$\Rightarrow ۴\lambda_۲=۹\frac{\lambda_۱}{۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۹}{۸}\xrightarrow{\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f_۲}}\frac{f_۱}{f_۲}=\frac{۹}{۸}\Rightarrow\frac{۷/۵\times۱۰^{۱۴}}{f_۲}=\frac{۹}{۸}\Rightarrow f_۲=\frac{۷/۵\times۱۰^{۱۴}\times۸}{۹}\Rightarrow f_۲=\frac{۲}{۳}\times۱۰^{۱۵}Hz$$

Ⓐ **۲۱۲۳- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** فاصله‌ی وسط نوار تاریک m ام از وسط نوار روشن مرکزی برابر است با:

$$x=\frac{(2m-1)\lambda D}{2a}\Rightarrow x_5=\frac{9\lambda D}{2a} \qquad (1)$$



مطابق شکل پهنای هر نوار برابر نصف فاصله‌ی نوار روشن اول از نوار روشن مرکزی است. (پهنای هر نوار را با حرف I نمایش داده‌ایم.)

$$\begin{cases} I=\frac{x_0}{2} \\ x_0=\frac{\lambda D}{a} \end{cases}\Rightarrow I=\frac{\lambda D}{2a} \qquad (2)$$

اکنون رابطه‌ی (۱) را بر رابطه‌ی (۲) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x_5}{I}=\frac{\frac{9\lambda D}{2a}}{\frac{\lambda D}{2a}}\Rightarrow\frac{x_5}{I}=9$$

راه‌حل دوم: در فاصله‌ی بین وسط نوار تاریک n ام از وسط نوار روشن مرکزی، $(2n-1)$ پهنای نوار وجود دارد، بنابراین:

$$x=(2n-1)I \quad , \quad x_5=(2\times5-1)I\Rightarrow x_5=9I$$

Ⓐ **۲۱۲۴- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاصله‌ی وسط نوارهای تاریک از دو شکاف مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ است. از این‌رو:

$$\delta=(2m-1)\frac{\lambda}{2}\xrightarrow{m=1}300=(2\times1-1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=600nm$$

فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر است با:

$$x_0=\frac{\lambda D}{a}=\frac{600\times10^{-6}\times1000}{1}=0/6mm$$

Ⓐ **۲۱۲۵- گزینه‌ی ۲** هر گاه نور از هوا وارد محیط شفافی با ضریب شکست n شود، طول موج $\frac{1}{n}$ حالت اول می‌شود، بنابراین پهنای هر نوار نیز $\frac{1}{n}$ می‌شود.

$$\begin{cases} \lambda'=\frac{\lambda}{n} \\ I=\frac{\lambda D}{2a} \end{cases}\Rightarrow I'=\frac{I}{n}$$

Ⓑ **۲۱۲۶- گزینه‌ی ۲** در آزمایش یانگ پهنای هر نوار (I) نصف فاصله‌ی نوار روشن اول از نوار مرکزی (x_0) است.

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\xrightarrow{n=1}x_0=\frac{\lambda D}{a} \quad , \quad I=\frac{x_0}{2}\Rightarrow I=\frac{\lambda D}{2a}$$

وقتی آزمایش با همان پرتو در آب انجام می‌شود، طول موج در محیط آب برابر خواهد شد با:

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\xrightarrow{I=\frac{\lambda D}{2a}}I'=\frac{I}{n}$$

بنابراین:

$$I_{آب}=\frac{I_{هوا}}{\frac{4}{3}}\Rightarrow\frac{I_{هوا}}{I_{آب}}=\frac{4}{3}$$

Ⓑ **۲۱۲۷- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی نوار n ام روشن از نوار مرکزی برابر است با:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\xrightarrow{n=3}x=\frac{3\lambda D}{a} \qquad (1)$$

هنگامی که نور از هوا وارد آب به ضریب شکست $n=\frac{4}{3}$ می‌شود، طول موج و سرعت آن تغییر می‌کند.

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow\lambda'=\frac{3}{4}\lambda$$

بنابراین هنگام آزمایش با همان پرتو در آب، طول موج برابر با $\frac{3}{4}$ طول موج در هوا است، بنابراین:

$$x'=n'\frac{\lambda' D}{a}\Rightarrow x'=\frac{4\times\frac{3}{4}\lambda D}{a}\Rightarrow x'=\frac{3\lambda D}{a}$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{x'}{x}=\frac{\frac{3\lambda D}{a}}{\frac{3\lambda D}{a}}=1$$

B ۲۱۲۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا طول موج پرتو را در آب به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow ۱/۵\times ۱۰^{-۳}=\frac{۳\times\lambda\times ۱}{۰/۸\times ۱۰^{-۳}}\Rightarrow\lambda=۰/۴\times ۱۰^{-۶}m\Rightarrow\lambda=۴۰۰nm$$

اکنون می‌توان ضریب شکست محیط شفاف را به دست آورد:

$$n=\frac{\lambda}{\lambda'}\Rightarrow n=\frac{۴۸۰}{۴۰۰}\Rightarrow n=\frac{۶}{۵}\Rightarrow n=۱/۲$$

B ۲۱۲۹- گزینه‌ی ۲ پهنای هر نوار برابر با $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ است. طول موج پرتو در آب را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\lambda D}{۲a}\Rightarrow ۰/۵\times ۱۰^{-۳}=\frac{\lambda\times ۱}{۲\times ۰/۳\times ۱۰^{-۳}}\Rightarrow\lambda=۳\times ۱۰^{-۷}m$$

اکنون می‌توان طول موج پرتو در هوا را به‌دست آورد و سپس بسامد پرتو را حساب کرد.

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow ۳\times ۱۰^{-۷}=\frac{\lambda}{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow\lambda=۴\times ۱۰^{-۷}m\quad,\quad f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۴\times ۱۰^{-۷}}\Rightarrow f=۷/۵\times ۱۰^{۱۴}\ Hz$$

B ۲۱۳۰- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی وسط نوار دوم روشن در آزمایش اول را برابر با فاصله‌ی وسط نوار سوم تاریک آزمایش دوم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow x=\frac{۲\lambda D}{a} \\ x'=(۲m-۱)\frac{\lambda' D}{۲a}\Rightarrow x'=(۲\times ۳-۱)\frac{\lambda' D}{۲a}\end{cases}\xrightarrow{x=x'}\frac{۲\lambda D}{a}=۵\frac{\lambda' D}{۲a}\Rightarrow\lambda'=\frac{۴}{۵}\lambda$$

از طرفی می‌دانیم $\lambda'=\frac{\lambda}{n}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases}\lambda'=\frac{\lambda}{n} \\ \lambda'=\frac{۴}{۵}\lambda\end{cases}\Rightarrow\frac{\lambda}{n}=\frac{۴}{۵}\lambda\Rightarrow n=\frac{۵}{۴}$$

A ۲۱۳۱- گزینه‌ی ۳ اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به نوار تاریک nام مضرب فردی از نصف دوره است. می‌دانیم دوره و بسامد یک پرتو در محیط‌های شفاف مختلف، یکسان می‌باشد. از این رو اختلاف زمانی رسیدن نور در دو آزمایش به محل تاریک سوم یکسان است.

A ۲۱۳۲- گزینه‌ی ۳ امواج الکترومغناطیسی حامل بار الکتریکی نیستند و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

A ۲۱۳۳- گزینه‌ی ۴ گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) ویژگی‌های مشترک تمام امواج الکترومغناطیسی می‌باشند، اما تنها نور مرئی توسط چشم قابل دیدن است.

A ۲۱۳۴- گزینه‌ی ۴ سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی تنها در خلأ یکسان است نه در همه‌ی محیط‌ها.

A ۲۱۳۵- گزینه‌ی ۳ سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ برابر است. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست بوده و از طرفی بنا به رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$، گزینه‌ی (۳) درست است.

B ۲۱۳۶- گزینه‌ی ۳ سرعت امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های شفاف غیر از خلأ با هم برابر نیست و پرتو با طول موج بزرگ‌تر، در محیط شفاف دارای سرعت بیش‌تری است.

$$\lambda_A>\lambda_B\Rightarrow n_A<n_B\Rightarrow\frac{c}{v_A}<\frac{c}{v_B}\Rightarrow v_A>v_B$$

B ۲۱۳۷- گزینه‌ی ۱ هرگاه نور وارد محیط شفافی شود، طول موج‌های کوتاه‌تر بیش‌تر منحرف می‌شوند و نور پاشیدگی پیدا می‌کند.

B ۲۱۳۸- گزینه‌ی ۳ در برخورد الکترون با یک صفحه‌ی فلزی، هنگام کاهش سرعت برای توقف، حرکت الکترون شتاب‌دار است که بنا به نظریه‌ی ماکسول، ذرات باردار شتاب‌دار از خود تابش گسیل می‌کنند.

B ۲۱۳۹- گزینه‌ی ۱ برای آشکارسازی پرتو گاما از شمارش‌گر گایگر - مولر و فیلم عکاسی استفاده می‌شود و جمله‌ی «الف» نادرست است.
برای آشکارسازی امواج رادیویی از رادیو و تلویزیون استفاده می‌شود و جمله‌ی «ب» نادرست است.
برای فیلم‌برداری در مه، پرتوهای فروسرخ به کار می‌رود و جمله‌ی «پ» نادرست است.
پرتو X در پرتونگاری (عکس‌برداری از بدن) استفاده می‌شود و جمله‌ی «ت» درست است.
پرتو فرابنفش توسط شیشه جذب می‌شود و جمله‌ی «ث» نادرست است.

A ۲۱۴۰- گزینه‌ی ۳ رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد، به همین دلیل وقتی لامپ نور قرمز را در آب یا هوا مشاهده کنید قرمز دیده می‌شود و می‌دانیم بسامد در هر دو محیط یکسان است.

Ⓐ **۲۱۴۱- گزینه‌ی ۳** ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیش‌تر است. بنابراین:

$$\lambda_G>\lambda_u>\lambda_\gamma \Rightarrow \frac{c}{v_G}<\frac{c}{v_u}<\frac{c}{v_\gamma} \Rightarrow v_G>v_u>v_\gamma$$

Ⓑ **۲۱۴۲- گزینه‌ی ۳** در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر راستای پیشروی موج عمودند.

Ⓑ **۲۱۴۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به فاز موج $(\omega t+kx)$، موج در جهت منفی محور xها در حال پیشروی است و با توجه به اندیس y در B_y، نوسان میدان مغناطیسی در راستای محور yها است. چون میدان الکتریکی بر B و v عمود است، باید در راستای محور zها باشد.

Ⓐ **۲۱۴۴- گزینه‌ی ۴** نحوه‌ی تولید و آشکارسازی پرتوهای الکترومغناطیسی با هم متفاوت است.

Ⓐ **۲۱۴۵- گزینه‌ی ۳** موج‌های فروسرخ را پرتوهای گرمایی نیز می‌گویند.

Ⓐ **۲۱۴۶- گزینه‌ی ۱** در معادله‌ی $B_x=A\sin(\omega t+\frac{\pi}{2}y)$، ضریب y، عدد موج است. $k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=4m$

با توجه به داده‌های کتاب درسی، شاخص طول موج امواج رادیویی ۳ متر می‌باشد، بنابراین موج مورد نظر در ناحیه‌ی امواج رادیویی است.

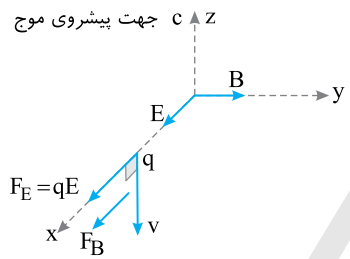
Ⓐ **۲۱۴۷- گزینه‌ی ۳** نیرویی که میدان الکتریکی بر بار وارد می‌کند برابر $F=qE$ است از این‌رو:

$$F_{max}=qE_{max} \Rightarrow F=2\times2\times10^{-3}=4\times10^{-3}N$$

Ⓑ **۲۱۴۸- گزینه‌ی ۳** بیشینه نیرویی که میدان الکتریکی بر بار وارد می‌کند برابر است با: $F_E=qE_{max}=10^{-3}\times3000=3N$

بیشینه نیرویی که میدان مغناطیسی می‌تواند بر بار وارد کند هنگامی است که میدان مغناطیسی موج بر راستای سرعت بار الکتریکی عمود باشد که در این مسأله این گونه است، زیرا میدان مغناطیسی به راستای پیشروی موج که بار در امتداد آن در حرکت است، عمود است.

$$F_B=qvB=10^{-3}\times4\times10^{6}\times10^{-5}=0/04N$$



این دو نیرو باید با هم جمع‌برداری شوند، یعنی جهت آن‌ها مهم است حال فرض کنید که جهت پیشروی موج در جهت مثبت محور zها و جهت میدان الکتریکی در لحظه‌ی معین در جهت مثبت محور xها است. در این صورت جهت میدان مغناطیسی در آن لحظه در جهت مثبت محور yها خواهد بود (بنا بر قاعده‌ی دست راست). اگر جهت حرکت بار الکتریکی خلاف جهت پیشروی موج باشد، آن‌گاه چون نیروی میدان الکتریکی همواره در جهت میدان است، نیروی میدان مغناطیسی عمود بر میدان و جهت حرکت بار (v) است. در این حالت F_E و F_B هم‌جهت شده و با هم جمع می‌شوند و نیروی وارد بر بار، بیشینه می‌گردد. هنگامی که این دو نیرو هم‌جهت باشند، بیش‌ترین نیرو بر بار الکتریکی وارد می‌شود.

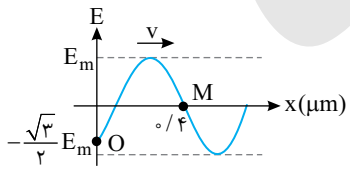
$$F_t=F_E+F_B=3/04N$$

Ⓐ **۲۱۴۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به مسیر پرتو، زاویه‌ی حد محیط شفاف برابر $90^\circ-60^\circ=30^\circ$ است. $\sin c=\frac{1}{n}\Rightarrow\sin30^\circ=\frac{1}{n}\Rightarrow n=2$

هنگام گذر پرتو الکترومغناطیسی از یک محیط به محیط دیگر، بسامد ثابت می‌ماند و طول موج و سرعت انتشار تغییر می‌کند و رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:

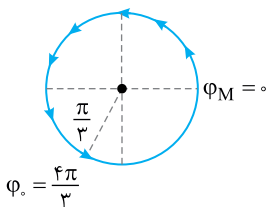
$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}\Rightarrow\lambda'=\frac{0/5}{2}\Rightarrow\lambda'=0/25\mu m$$

Ⓑ **۲۱۵۰- گزینه‌ی ۲** ضریب شکست یک محیط برای طول موج‌های مختلف موج‌های الکترومغناطیسی، متفاوت و برای طول موج‌های بلندتر، کم‌تر است و این پرتوها هنگام گذر از منشور کم‌تر منحرف می‌شوند. پرتو B از دو پرتو دیگر کم‌تر منحرف شده است. بنابراین طول موج پرتو B از بقیه بیش‌تر و بسامد آن از بقیه کم‌تر است.



Ⓒ **۲۱۵۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به جهت پیشروی موج، فاز O برابر $\frac{4\pi}{3}$ و فاز نقطه‌ی M برابر صفر است و طبق دایره‌ی مثلثاتی رسم‌شده اختلاف فاز دو نقطه برابر $\frac{4\pi}{3}$ است:

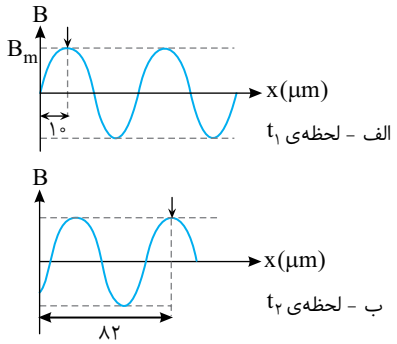
$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\frac{4\pi}{3}=\frac{2\pi}{\lambda}\times0/4\Rightarrow\lambda=0/6\mu m$$



طول موج در این محیط شفاف ۰/۶ میکرومتر است. اکنون طول موج در خلأ را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{3\times10^{8}}{5\times10^{14}}\Rightarrow\lambda=0/6\times10^{-6}m=0/6\mu m$$

طول موج در خلأ و طول موج در محیط شفاف برابر است، بنابراین ضریب شکست محیط $n=1$ است.



B **۲۱۵۲- گزینه‌ی ۱** در مدت ۰/۳۶ پیکو ثانیه، موج به اندازه‌ی $۸۲-۱۰=۷۲\mu m$ پیشروی کرده است. بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط شفاف برابر است با:

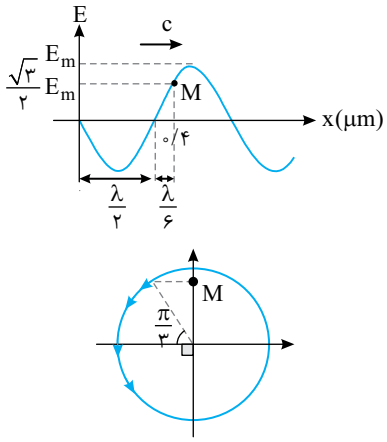
$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{۷۲\times۱۰^{-۶}}{۰/۳۶\times۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow v=۲\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$$

با توجه به شکل الف، طول موج برابر است با:

$$\frac{\lambda}{۴}=۱۰\Rightarrow\lambda=۴۰\mu m$$

اکنون می‌توان بسامد نور را به‌دست آورد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{۲\times۱۰^{۸}}{۴۰\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow f=۵\times۱۰^{۱۲}Hz$$



B **۲۱۵۳- گزینه‌ی ۴** **راه‌حل اول:** با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{۲}+\frac{\lambda}{۶}=۰/۴\ \Rightarrow\ \frac{۲\lambda}{۳}=۰/۴\ \Rightarrow\ \lambda=۰/۶\mu m$$

دوره را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{\lambda}{c}\ \Rightarrow\ T=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۶}}{۳\times۱۰^{۸}}\ \Rightarrow\ T=۲\times۱۰^{-۱۵}s$$

با توجه به شکل میدان نقطه‌ی M در حال کاهش و رفتن به سمت صفر و سپس بیشینه‌ی منفی است.

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۶}$$

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\ \Rightarrow\ \frac{۵\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۲\times۱۰^{-۱۵}}\Delta t\ \Rightarrow\ \Delta t=\frac{۵}{۶}\times۱۰^{-۱۵}s$$

B **۲۱۵۴- گزینه‌ی ۳** میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌فاز هستند. بنابراین هنگامی که میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز بیشینه است.

قاعده‌ی دست راست برای موج الکترومغناطیسی:

چهار انگشت: جهت میدان الکتریکی

کف دست: جهت میدان مغناطیسی

انگشت شست: راستای پیشروی موج

با توجه به قاعده‌ی دست راست، میدان مغناطیسی برونسو است.

A **۲۱۵۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به اثبات رابطه‌های آزمایش یانگ باید $D>>a$ باشد که بتوان رابطه‌ی $x=\frac{n\lambda D}{a}$ را به‌دست آورد.

B **۲۱۵۶- گزینه‌ی ۳** چون ضریب شکست هوا نسبت به خلأ اندکی بزرگ‌تر از یک است، پس طول موج در خلأ اندکی بزرگ‌تر از طول موج در هوا است. پس طبقه رابطه‌ی $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ پهنای نوارهای تداخلی اندکی افزایش می‌یابد.

B **۲۱۵۷- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی نوارها را در دو آزمایش، برابر قرار می‌دهیم:

$$x'=x\Rightarrow n'\frac{\lambda' D}{a}=(۲n-۱)\frac{\lambda D}{۲a}\Rightarrow ۳(\lambda+۰/۴)=۹\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow ۲\lambda+۰/۸=۳\lambda\Rightarrow\lambda=۰/۸\mu m$$

B **۲۱۵۸- گزینه‌ی ۱**

$$x_۱=x_۲\Rightarrow n_۱\frac{\lambda_۱ D}{a}=n_۲\frac{\lambda_۲ D}{a}\Rightarrow n_۱\times۶۰۰=n_۲\times۸۰۰\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۶۰۰}{۸۰۰}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۳}{۴}$$

نوار روشن سوم طول موج $\lambda_۲$، و نوار روشن چهارم طول موج $\lambda_۱$ برهم منطبق می‌شوند:

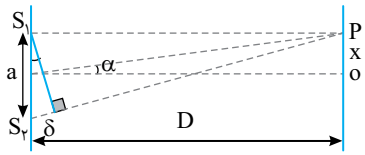
$$x_۱=۴\times\frac{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۳}}=۲۴۰۰\times۱۰^{-۶}=۲/۴\times۱۰^{-۳}m=۲/۴\ mm$$

B **۲۱۵۹- گزینه‌ی ۴** وقتی دو چشمه همسان هستند، نوار مرکزی روشن است، زیرا دو موج رسیده به نقاط روی عمود منصف، هم فاز بوده و تداخل سازنده است و نوار مرکزی روشن می‌باشد. اما وقتی دو چشمه از ابتدا دارای اختلاف فاز π هستند، دو موج رسیده به محل نوار مرکزی روی عمود منصف دو شکاف دارای اختلاف فاز π بوده و تداخل ویرانگر و نوار مرکزی تاریک می‌شود. مانند این است که محل نوارهای تاریک و روشن با هم عوض می‌شود و نوار روشن مرکزی به اندازه‌ی پهنای یک نوار جابه‌جا می‌شود.

C **۲۱۶۰- گزینه‌ی ۱** وقتی اختلاف فاز پرتوهای دو شکاف π باشد، دو موج رسیده به نوار مرکزی در فاز مخالف‌اند، نوار مرکزی تاریک می‌شود و مانند این است که نوار روشن مرکزی به محل اولین نوار تاریک رفته و تمام نوارها به اندازه‌ی پهنای یک نوار جابه‌جا شده‌اند:

$$x=\frac{\lambda D}{2a}=\frac{4\times10^{-7}\times0/8}{2\times0/8\times10^{-3}}=2\times10^{-4}\,m=0/2\,mm$$

C **۲۱۶۱- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی $\frac{x}{D}=\frac{\delta}{a}$ و با توجه به شکل، $\frac{x}{D}$ برابر $\tan\alpha$ است.



بنابراین:

$$\tan\alpha=\frac{\delta}{a}$$

چون α بسیار کوچک است، $\tan\alpha$ برابر α برحسب رادیان است. یعنی:

$$\tan\alpha=\alpha=0/004\,rad$$

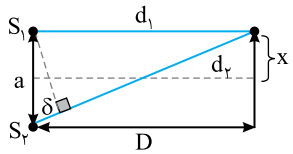
از طرفی اختلاف فاصله‌ی نوارهای تاریک از دو شکاف، مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ است.

$$0/004=\frac{(2\times3-1)\frac{\lambda}{2}}{1}\Rightarrow\lambda=\frac{0/008}{5}\,mm=1/6\,\mu m$$

A **۲۱۶۲- گزینه‌ی ۱** چهارمین نوار روشن در مایع، در محل سومین نوار تاریک در هوا تشکیل شده است. بنابراین:

$$x'=x\Rightarrow n'\frac{\lambda' D}{a}=(2n-1)\frac{\lambda D}{2a}\Rightarrow 4\frac{\lambda}{n}=5\frac{\lambda}{2}\Rightarrow n=1/6$$

B **۲۱۶۳- گزینه‌ی ۳** در آزمایش یانگ بین فاصله‌ی دو شکاف (a)، فاصله‌ی پرده‌ی نوارها از صفحه‌ی شکاف‌ها (D)، فاصله‌ی یک نقطه روی پرده‌ی نوارها از وسط نوار روشن مرکزی (x) و اختلاف فاصله‌ی آن نقطه از دو شکاف $(\delta=d_2-d_1)$، رابطه‌ی $\frac{x}{D}=\frac{\delta}{a}$ برقرار است.



$$\frac{x}{D}=\frac{\delta}{a}\Rightarrow\frac{2/4}{800}=\frac{\delta}{0/4}\Rightarrow\delta=1/2\times10^{-3}\,mm=1/2\times10^{-6}\,m$$

اختلاف فاز دو موج رسیده به نقطه‌ی P برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{5\times10^{-7}}\times1/2\times10^{-6}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{24\pi}{5}\,rad$$

B **۲۱۶۴- گزینه‌ی ۱** اختلاف فاز دو موج در هر نقطه واقع بر پرده‌ی نوارها برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)\Rightarrow\frac{9\pi}{4}=\frac{2\pi}{480\times10^{-9}}(\delta)\Rightarrow\delta=540\times10^{-9}\,m$$

در آزمایش دو شکاف یانگ رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:

$$\frac{x}{D}=\frac{\delta}{a}\Rightarrow\frac{x}{800a}=\frac{540\times10^{-9}}{a}\Rightarrow x=432000\times10^{-9}\,m$$

$$x=0/432\times10^{-3}\,m=0/432\,mm$$

A **۲۱۶۵- گزینه‌ی ۱** اختلاف فاز رسیدن دو موج از دو شکاف برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=(2\pi f)(\Delta t)\Rightarrow\Delta\varphi=2\pi\times2\times10^{14}\times5\times10^{-15}=2\pi$$

اختلاف فاز دو موج برابر 2π شده است. بنابراین نقطه‌ی P روی نوار روشن اول واقع است.

A **۲۱۶۶- گزینه‌ی ۲** نوار تاریک و نوار روشن بر هم منطبق شده‌اند، بنابراین:

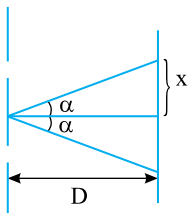
$$x_1=x_2\Rightarrow\frac{n\lambda_1 D}{a}=(2m-1)\frac{\lambda_2 D}{2a}\Rightarrow n\times600=(2m-1)\frac{400}{2}\Rightarrow n=\frac{(2m-1)}{3}$$

حال به n مقدارهای صحیح می‌دهیم تا زمانی که m نیز عدد صحیح شود:

$$n=1\Rightarrow1=\frac{2m-1}{3}\Rightarrow m=2$$

B **۲۱۶۷- گزینه‌ی ۳** در فاصله‌ی وسط نوار mام تاریک از وسط نوار روشن مرکزی $(2m-1)$ پهنای نوار وجود دارد از این‌رو:

$$x=(2m-1)I\Rightarrow x=5\times0/5\Rightarrow x=2/5\,mm$$



با توجه به شکل:

$$\tan\alpha=\frac{x}{D}=\frac{2/5\times10^{-3}}{1/25}=2\times10^{-3}$$

در زوایای کوچک تانژانت زاویه با مقدار زاویه برحسب رادیان برابر است: $\alpha=2\times10^{-3}\,rad$

و زاویه‌ی بین دو پاره خط خواهد شد: $2\alpha=4\times10^{-3}\,rad$

B **۲۱۶۸- گزینه‌ی ۲** اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به وسط نوار روشن nام برابر است با: $\Delta t=2n\frac{T}{2}\xrightarrow{n=3}t_1=3T$

اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به وسط نوار تاریک nام برابر است با: $\Delta t=(2n-1)\frac{T}{2}\xrightarrow{n=3}t_2=\frac{5T}{2}$

نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ برابر خواهد شد با: $\frac{t_1}{t_2}=\frac{3T}{\frac{5T}{2}}\Rightarrow\frac{t_1}{t2}=\frac{6}{5}$

دقت شود که چون $T=\frac{1}{f}$ است و بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند پس مهم نیست که آزمایش‌ها در آب، هوا و یا هر محیط دیگر باشند و نسبت در هر حالت $\frac{6}{5}$ به دست می‌آید.

B **۲۱۶۹- گزینه‌ی ۲** پهنای نوارها در محیط اول کم‌تر است و با توجه به رابطه‌ی پهنای نوار در یک محیط شفاف $\frac{\lambda D}{n(2a)}$ که در آن n ضریب شکست محیط است می‌توان نتیجه گرفت که: $I_1<I_2 \Rightarrow n_1>n_2 \Rightarrow$ n_1 محیط غلیظ‌تر

از طرفی با توجه به طرح تداخلی دو آزمایش، پهنای ۸ نوار آزمایش اول معادل پهنای ۶ نوار آزمایش دوم است:

$$8I_1=6I_2 \Rightarrow 8(\frac{\lambda D}{n_1(2a)})=6(\frac{\lambda D}{n_2(2a)}) \Rightarrow \frac{n_1}{n_2}=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{3}{4}$$

B **۲۱۷۰- گزینه‌ی ۲** نوار A باید نوار تاریک باشد، زیرا اختلاف فاز دو موج در محل این نوار مضرب فرد π است:

$(2n-1)\pi=5\pi\Rightarrow n=3$

نوار A نوار سوم تاریک است. نوار B باید نوار روشن باشد، زیرا اختلاف فاز دو موج در محل این نوار مضرب زوج π شده است:

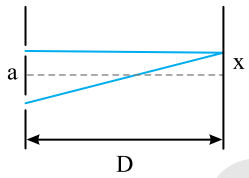
$2n\pi=8\pi\Rightarrow n=4$

نوار B نوار چهارم روشن است.

در فاصله‌ی وسط نوار سوم تاریک از وسط نوار مرکزی ۵ نوار $(2\times3-1)$ و در فاصله‌ی وسط نوار چهارم روشن از وسط نوار مرکزی $2n=2\times4=8$ نوار وجود دارد. اگر دو نوار در یک طرف نوار روشن مرکزی باشند، فاصله‌ی آن‌ها از هم برابر پهنای ۳ نوار $(8-5)$ و اگر در دو طرف نوار روشن مرکزی باشند، فاصله‌ی آن‌ها از هم برابر پهنای ۱۳ نوار $(8+5)$ است. در این صورت:

$$\frac{\Delta x_{max}}{\Delta x_{min}}=\frac{\text{پهنای نوار}\times13}{\text{پهنای نوار}\times3}\Rightarrow\frac{\Delta x_{max}}{\Delta x_{min}}=\frac{13}{3}$$

C **۲۱۷۱- گزینه‌ی ۴** وقتی دو چشمه‌ی نور همفازند، نوار روشن مرکزی روی عمود منصف دو شکاف تشکیل می‌شود، در اثر ایجاد اختلاف فاز نوار روشن مرکزی جابه‌جا می‌شود. زیرا وقتی دو موج روی عمود منصف به هم می‌رسند، $\frac{\pi}{2}$ اختلاف فاز دارند:



$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\lambda}(\delta)\Rightarrow\delta=\frac{\lambda}{4}=\frac{5000\times10^{-10}}{4}\Rightarrow\delta=1250\times10^{-10}$$

با توجه به رابطه‌ی زیر که در مراحل اثبات روابط یانگ به‌دست می‌آید، مسأله قابل حل است:

$$\frac{x}{D}=\frac{\delta}{a}\Rightarrow\frac{x}{1/2}=\frac{1250\times10^{-10}}{2\times10^{-3}}\Rightarrow x=750\times10^{-7}m\Rightarrow x=0/075\ mm$$

B **۲۱۷۲- گزینه‌ی ۳** در ترتیب طول موج‌های نور سفید، طول موج قرمز از طول موج زرد بلندتر و پهنای نوارهای آن نیز بیش‌تر است.

$$x_r-x_y=\frac{1}{5}x_r\Rightarrow x_y=\frac{4}{5}x_r\Rightarrow\frac{\lambda_y D}{a}=\frac{4}{5}(\frac{\lambda_r D}{a})\Rightarrow\lambda_y=\frac{4}{5}\lambda_r\Rightarrow\lambda_y=\frac{4}{5}\times750=600nm$$

آزمون پاسخنامه‌ی فصل ششم

۱- در امواج الکترومغناطیسی، دوره‌ی نوسان میدان الکتریکی نسبت به دوره‌ی نوسان میدان مغناطیسی چه حالتی دارد؟

۱) بزرگ‌تر
۲) کوچک‌تر
۳) برابر
۴) با توجه به محیط انتشار، هر یک از گزینه‌ها می‌تواند درست باشد.

۲- **اگر طول موج برای امواج واقع در ناحیه‌ی امواج رادیویی را با λ_1 و برای پرتوی γ را با λ_2 و برای ناحیه‌ی نور مرئی را با λ_3 نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟**

۱) $\lambda_1>\lambda_3>\lambda_2$ ۲) $\lambda_2>\lambda_3>\lambda_1$ ۳) $\lambda_2>\lambda_1>\lambda_3$ ۴) $\lambda_3>\lambda_1>\lambda_2$

۳- **کدام گزینه نادرست است؟**

۱) میدان مغناطیسی، علاوه بر آهن‌ربا توسط سیم حامل جریان الکتریکی هم تولید می‌شود.

۲) میدان الکتریکی متغیر نسبت به مکان می‌تواند میدان مغناطیسی تولید کند.

۳) میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌فاز هستند.

۴) دوره‌ی نوسان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با هم برابر است.

۴- **کدام گزینه درست است؟**

۱) گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی، گسسته است.

۲) نحوه‌ی تولید و آشکارسازی امواج الکترومغناطیسی، یکسان است.

۳) بیش‌ترین بسامد گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی مربوط به پرتوهای گاما است.

۴) کم‌ترین بسامد گستره‌ی امواج الکترومغناطیسی مربوط به پرتوهای گاما است.

۵- **طول موج پرتوی الکترومغناطیسی در آب ۰/۴۵ میکرومتر است. بسامد آن چند مگاهرتز (MHz) است؟ ($c=3\times10^8\ \frac{m}{s}$ و $n_{آب}=\frac{4}{3}$)**

۱) 5×10^{14} ۲) 5×10^{8} ۳) $6/67\times10^{8}$ ۴) 10^{9}

۶- **در موج الکترومغناطیسی .....**

۱) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\frac{\pi}{2}$ اختلاف فاز دارند.

۲) تغییر میدان مغناطیسی با مکان باعث ایجاد میدان الکتریکی می‌شود.

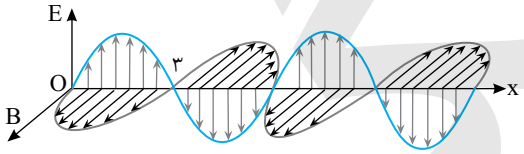
۳) تغییر میدان الکتریکی با زمان، باعث ایجاد میدان مغناطیسی می‌شود.

۴) تنها تغییر میدان مغناطیسی با زمان باعث ایجاد میدان الکتریکی می‌شود.

۷- **شمارش‌گر گایگر - مولر برای آشکارسازی کدام موج الکترومغناطیسی مناسب است؟** (سراسری ریاضی - ۸۷)

۱) گاما ۲) امواج فروسرخ ۳) پرتوی فرابنفش ۴) امواج رادیویی و مخابراتی

۸- **شکل مقابل نمودار مکان - زمان یک موج الکترومغناطیسی را در خلأ نشان می‌دهد. بسامد آن چند مگاهرتز است؟ ($c=3\times10^8\ \frac{m}{s}$)**



(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۹- **بسامد یک موج الکترومغناطیسی با طول موج λ در خلأ کدام گزینه است؟ (ε_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ و μ_0 تراوایی مغناطیسی خلأ است.)**

۱) $\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ ۲) $\frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\lambda}$ ۳) $\frac{1}{\lambda\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ ۴) $\lambda\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

۱۰- **اگر میدان الکتریکی برای یک موج الکترومغناطیسی به‌صورت $\vec{E}=E_m\sin(\omega t-ky)\vec{i}$ باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند میدان مغناطیسی آن باشد؟**

۱) $\vec{B}=B_m\sin(\omega t-kz)\vec{i}$ ۲) $\vec{B}=B_m\sin(\omega t-ky)\vec{k}$ ۳) $\vec{B}=B_m\sin(\omega t-ky)\vec{i}$ ۴) $\vec{B}=B_m\sin(\omega t-kx)\vec{k}$

۱۱- **در آزمایش یانگ نقطه‌ی P روی پرده‌ی نوارها به‌ترتیب به فاصله‌ی ۸۰cm و ۸۰/۱۸cm از دو شکاف واقع است. اگر طول موج مورد آزمایش ۱۲۰۰ میکرومتر باشد، نقطه‌ی P روی کدام نوار واقع است؟**

۱) دومین نوار روشن ۲) دومین نوار تاریک ۳) سومین نوار روشن ۴) سومین نوار تاریک

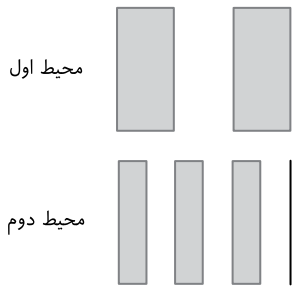
۱۲- در آزمایش یانگ از پرتوی تک‌رنگی با طول موج $۶۰۰nm$ استفاده شده است. اگر سرعت نور $۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$ باشد، اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به وسط نوار تاریک دوم چند ثانیه است؟

۱) ۳×۱۰^{-۱۵} ۲) $۱/۵\times۱۰^{-۱۴}$ ۳) ۵×۱۰^{-۱۴} ۴) ۳×۱۰^{-۱۴}

۱۳- در آزمایش یانگ، اگر طول موج نور مورد آزمایش ۶۰۰ نانومتر باشد، فاصله‌ی دهمین نوار روشن از نوار مرکزی ۱۲ میلی‌متر است. اگر آزمایش را با نور تک‌رنگ دیگری انجام دهیم، فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی یک میلی‌متر می‌شود. طول موج این نور چند نانومتر است؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۷۲۰

۱۴- با یک دستگاه آزمایش یانگ و یک پرتوی نور تک‌رنگ، در دو محیط شفاف متفاوت آزمایش کردیم و طرح نوارهای تداخلی مطابق شکل زیر به‌دست آمده است. در این صورت ضریب شکست محیط اول نسبت به محیط دوم ..... یک است.



۱) کم‌تر از
۲) بیش‌تر از
۳) برابر با
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

۱۵- آزمایش دو شکاف یانگ را با نور تک‌رنگ زرد انجام داده‌ایم، برای آن‌که پهنای نوارها را افزایش دهیم، می‌توانیم .....

۱) به جای نور زرد از نور تک‌رنگ بنفش استفاده کنیم.
۲) فاصله‌ی دو شکاف را افزایش دهیم.
۳) به جای نور زرد از نور تک‌رنگ قرمز استفاده کنیم.
۴) فاصله‌ی پرده از شکاف‌ها را کاهش دهیم.

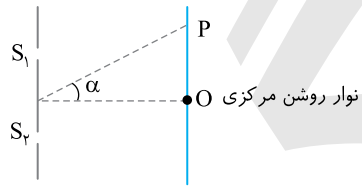
۱۶- در آزمایش یانگ اگر فاصله‌ی چهارمین نوار تاریک از نوار روشن مرکزی برابر ۳/۵ میلی‌متر باشد، عرض هر نوار تاریک یا روشن چند میلی‌متر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۷- در آزمایش یانگ، یک پرتو نور مرکب از طول موج‌های ۴۵۰ نانومتر و ۷۲۰ نانومتر به‌کار رفته است. اگر فاصله‌ی پرده‌ی نوارها از دو شکاف ۱ متر و فاصله‌ی دو شکاف از هم ۰/۴ میلی‌متر باشد، فاصله‌ی محلی که برای اولین بار وسط دو نوار روشن این دو طول موج بر هم منطبق می‌شود از وسط نوار روشن مرکزی چند میلی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۸ ۴) ۱۲

۱۸- شکل روبه‌رو آزمایش یانگ را نشان می‌دهد که در آن P وسط پنجمین نوار روشن است. فاصله‌ی دو شکاف از هم $۰/۵mm$ و $\alpha=۰/۰۰۴rad$ است. طول موج نور مورد آزمایش چند نانومتر است؟



۱) ۴۰۰ ۲) ۲۰۰
۳) ۳۰۰ ۴) ۷۰۰

۱۹- در یک آزمایش یانگ، اگر فاصله‌ی دومین نوار تاریک تا چهارمین نوار روشن که در طرفین نوار روشن مرکزی قرار دارند برابر با $۱۱m$ باشد، پهنای هر نوار در این آزمایش چند میلی‌متر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۲/۲ ۴) ۴/۴

۲۰- در آزمایش یانگ اگر فاصله‌ی دو شکاف را ۱/۲ برابر و فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی دو شکاف را ۰/۸ برابر کنیم ولی طول موج نور تغییر نکند، پهنای هر یک از نوارها چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی - ۹۴)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

نشر الكو

فصل هفتم
آشنایی با فیزیک اتمی

فصل هفتم: آشنایی با فیزیک اتمی

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ ۲۱۷۳- گزینه‌ی ۳ در هر دمایی از سطح جسم، موج‌های الکترومغناطیس گسیل می‌شود که به آن تابش گرمایی جسم گویند.

Ⓐ ۲۱۷۴- گزینه‌ی ۳ یک جسم در هر دمایی می‌تواند پرتوهای الکترومغناطیسی را جذب و یا گسیل کند.

Ⓐ ۲۱۷۵- گزینه‌ی ۱ تمام فلزات (و اجسام جامد) مانند طلا، آهن و مس که رنگ‌های متفاوتی دارند، هنگامی‌که داغ می‌شوند ابتدا به رنگ قرمز دیده می‌شوند.

Ⓐ ۲۱۷۶- گزینه‌ی ۴ طیف جامدهای گداخته و مایع‌های حاصل از ذوب آن‌ها طیف نشری (گسیلی) پیوسته است.

Ⓐ ۲۱۷۷- گزینه‌ی ۱ آب جوش، گرما گسیل می‌کند که همان پرتوهای فروسرخ است.

Ⓐ ۲۱۷۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی $I=\frac{P}{A}$ شدت تابشی برابر توان تابشی گسیل‌شده از یکای سطح است.

Ⓐ ۲۱۷۹- گزینه‌ی ۲ به مقدار انرژی گسیل‌شده در یکای زمان از یکای سطح با طول موج‌های بین λ و $\lambda+\Delta\lambda$، تابندگی در آن طول موج گویند.

Ⓐ ۲۱۸۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به تعریف شدت تابشی:

$$A=6\times(100\times10^{-4})=6\times10^{-2}\,m^2$$

$$I=\frac{P}{A}=\frac{\frac{E}{t}}{A}=\frac{E}{t.A}=\frac{3600}{60\times6\times10^{-2}}=1000\,\frac{W}{m^2}$$

Ⓑ ۲۱۸۱- گزینه‌ی ۱ مساحت هر وجه این ورقه‌ی نازک فلزی برابر است با:

$$\text{مساحت هر وجه}=\pi r^2=\pi\times(0/1)^2=\frac{\pi}{100}\,m^2$$

این ورقه دارای دو وجه است، بنابراین مساحت کل آن برابر می‌شود با:

$$S=2\times\frac{\pi}{100}=\frac{\pi}{50}\,m^2$$

در نتیجه انرژی تابشی گسیل شده از آن در هر دقیقه برابر خواهد شد با:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow E=IAt=40\times\frac{\pi}{50}\times60=48\pi J$$

Ⓐ ۲۱۸۲- گزینه‌ی ۴ شدت تابش برابر مقدار کل انرژی تابشی گسیل شده در مدت یک ثانیه از یکای سطح جسم $(1m^2)$ است. بنابراین به ابعاد سطح بستگی ندارد و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ ۲۱۸۳- گزینه‌ی ۱ با نصف شدن سطح، انرژی تابشی گسیل شده از سطح در مدت یک ثانیه نصف می‌شود.

Ⓑ ۲۱۸۴- گزینه‌ی ۴ شدت تابشی تابعی از دما و خصوصیات سطح خارجی دو جسم است که دو جسم هم‌جنس و هم‌رنگ و هم‌دما بوده، بنابراین شدت تابشی هر دو یکسان است، اما سطح جسم A دو برابر سطح جسم B است، بنابراین توان تابشی A دو برابر توان تابشی B است.

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow P=I.A\xrightarrow[I_A=I_B]{A_A=2A_B}P_A=2P_B$$

Ⓑ ۲۱۸۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا مقدار انرژی را که جسم در یک ثانیه از دست می‌دهد به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{E}{At}\Rightarrow E=IAt=10^4\times400\times10^{-4}\times1\Rightarrow E=400J$$

اکنون کاهش دمای جسم را حساب می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow400=0/2\times400\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=5^\circ C$$

Ⓐ ۲۱۸۶- گزینه‌ی ۳ بنا بر قانون جابه‌جایی وین برای تابندگی جسم، با افزایش دمای جسم، طول موجی که دارای بیشینه‌ی تابندگی است به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر میل می‌کند و رابطه‌ی $\lambda_{max}=\frac{2/9\times10^{-3}}{T}$ برای آن برقرار است، بنابراین طول موج دارای بیشینه‌ی تابندگی با دمای مطلق جسم نسبت وارون دارد.

Ⓐ **۲۱۸۷- گزینه‌ی ۳** با کاهش دمای جسم بنا بر قانون جابه‌جایی وین، طول موج دارای بیشینه‌ی تابندگی به سمت طول موج‌های بلندتر میل می‌کند، می‌دانیم طول موج‌های بنفش، سبز و آبی از طول موج زرد کوتاه‌تر بوده و طول موج قرمز از طول موج نور زرد بلندتر است.

Ⓐ **۲۱۸۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به قانون جابه‌جایی وین داریم:

$$\lambda_{max}T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{۲/۹\times۱۰^{-۳}}{۲۷۳+۳۷}\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{۲/۹}{۳۱۰}\times۱۰^{-۳}=\frac{۲۹}{۳۱}\times۱۰^{-۵}\simeq۹\mu m$$

Ⓐ **۲۱۸۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به $\lambda_{max}.T=۲/۹\times۱۰^{-۳}$، خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۲۷۳+۱۲۷}{۲۷۳+۲۷}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۴۰۰}{۳۰۰}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۴}{۳}$$

Ⓐ **۲۱۹۰- گزینه‌ی ۲** هرچه دمای یک جسم بالاتر رود، بیشینه‌ی تابندگی به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر می‌رود. طول موج فرابنفش از طول موج سبز، کوتاه‌تر است. بنابراین $T_۲$ از $T_۱$ بیش‌تر است.

Ⓐ **۲۱۹۱- گزینه‌ی ۳** بنا بر قانون جابه‌جایی وین با افزایش دمای جسم طول موج دارای بیشینه تابندگی به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر میل می‌کند. پس:

$$\lambda_۱-\lambda_۲=۱۰۰ \qquad (۱)$$

از طرفی:

$$\lambda_۱T_۱=\lambda_۲T_۲\Rightarrow\lambda_۱T_۱=\lambda_۲(۱/۱T_۱)\Rightarrow\lambda_۱=۱/۱\lambda_۲ \qquad (۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲):

$$۱/۱\lambda_۲-\lambda_۲=۱۰۰\Rightarrow۰/۱\lambda_۲=۱۰۰\Rightarrow\lambda_۲=۱۰۰۰A^\circ$$

در این صورت:

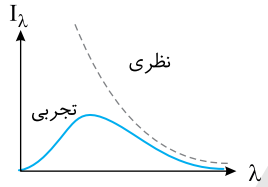
$$\lambda_۱-۱۰۰۰=۱۰۰\Rightarrow\lambda_۱=۱۱۰۰A^\circ$$

Ⓐ **۲۱۹۲- گزینه‌ی ۳** هرچه دمای جسم بالاتر می‌رود، بسامد دارای بیشینه‌ی تابندگی به سوی بسامدهای بالاتر می‌رود. (قانون جابه‌جایی)

Ⓐ **۲۱۹۳- گزینه‌ی ۴** بنا بر قانون جابه‌جایی وین:

$$\lambda_{max}T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\lambda_۱T_۱=\lambda_۲T_۲\Rightarrow۱۱۰۰\times۲/۴=۲T_۲\Rightarrow T_۲=۱۳۲۰K\Rightarrow\theta_۲=۱۳۲۰-۲۷۳=۱۰۴۷^\circ C$$

Ⓐ **۲۱۹۴- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار $I_\lambda-\lambda$ در شکل روبه‌رو در طول موج‌های بلند نمودارهای تجربی و نظری هم‌خوانی دارند.



Ⓑ **۲۱۹۵- گزینه‌ی ۱** ابتدا طول موج دارای بیشینه‌ی تابندگی را به دست می‌آوریم.

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۷/۵\times۱۰^{۱۴}}\Rightarrow\lambda=۴\times۱۰^{-۷}m$$

اکنون با استفاده از قانون جابه‌جایی وین، دما را حساب می‌کنیم:

$$\lambda_{max}.T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۷}\times T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow T=\frac{۲/۹\times۱۰^{-۳}}{۴\times۱۰^{-۷}}\Rightarrow T=۷۲۵۰K$$

$$\theta=۷۲۵۰-۲۷۳\Rightarrow\theta=۶۹۷۷^\circ C$$

Ⓐ **۲۱۹۶- گزینه‌ی ۳** اجسام در هر دمایی از خود تابش گسیل می‌کنند. در دماهای پایین بیشینه‌ی تابندگی مربوط به طول موج‌های ناحیه‌ی فروسرخ است. می‌توان با توجه به قانون جابه‌جایی وین این مطلب را نشان داد:

$$\lambda_{max}.T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{۲/۹\times۱۰^{-۳}}{۴}\Rightarrow\lambda_{max}=۰/۷۲۵\times۱۰^{-۳}m=۷۲۵\times۱۰^{-۶}m=۷۲۵\mu m$$

این طول موج در ناحیه‌ی مرئی نیست زیرا ناحیه‌ی مرئی بین $۰/۴\mu m$ و $۰/۷\mu m$ است. این طول موج بلندتر از طول موج‌های قرمز $(۰/۷\mu m)$ بوده، بنابراین در ناحیه‌ی فروسرخ است.

فراموش نکنیم امواج رادیویی توسط آنتن فرستنده‌های رادیویی و تلویزیونی تولید می‌شوند.

Ⓐ **۲۱۹۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به قانون جابه‌جایی ویلهلم وین برای طول موج بیشینه‌ی تابندگی خواهیم داشت:

$$\lambda_{max}.T=۲/۹\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۰/۴}{۰/۶}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۲}{۳}$$

Ⓐ **۲۱۹۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به انرژی فوتون $E=hf$ یکای ثابت پلانک، ژول.ثانیه است.

Ⓐ **۲۱۹۹- گزینه‌ی ۳** هر الکترون ولت معادل $1/6\times10^{-19}J$ است. از این رو:

$$h=6/6\times10^{-34}J.s=\frac{6/6\times10^{-34}}{1/6\times10^{-19}}eV.s\Rightarrow h=\frac{33}{8}\times10^{-15}eV.s$$

Ⓑ **۲۲۰۰- گزینه‌ی ۴** در نظریه‌ی پلانک، انرژی تابشی گسیلی از سطح جسم، کمیتی گسسته و همواره مضربی از یک مقدار پایه‌ی hf است، بنابراین h حد پایین انرژی را برای یک پرتو نشان می‌دهد.

Ⓐ **۲۲۰۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به نظریه‌ی ذره‌ای بودن تابش داریم:

$$E=nhf\Rightarrow E=nh\frac{c}{\lambda}\Rightarrow 3/3=n\times6/6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-9}}\Rightarrow n=5\times10^{16}$$

Ⓐ **۲۲۰۲- گزینه‌ی ۴** تعداد فوتون‌های گسیلی نور زرد از بقیه بیش‌تر است.

گزینه‌ی (۱) نادرست است، زیرا یک جامد ملتهب دارای طیف پیوسته است.

گزینه‌ی (۲) نادرست است، زیرا طول موج نور زرد از پرتوهای سبز و آبی، بلندتر است.

گزینه‌ی (۳) نادرست است، زیرا فوتون‌های نور آبی و بنفش از فوتون‌های نور زرد، پرانرژی‌تر هستند.

Ⓐ **۲۲۰۳- گزینه‌ی ۱**

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=4/14\times10^{-15}\times\frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-7}}=2/07\ eV$$

Ⓐ **۲۲۰۴- گزینه‌ی ۱** طول موج نور سبز از طول موج نور قرمز کم‌تر و انرژی هر فوتون آن (hf) از انرژی هر فوتون نور قرمز بیش‌تر است. چون تعداد فوتون‌ها در هر ثانیه برای هر دو یکی است بنابراین انرژی تابشی گسیل شده در هر ثانیه توسط منبع A $(n_A hf_A)$ از انرژی تابشی گسیل شده در هر ثانیه توسط منبع B $(n_B hf_B)$ بیش‌تر است و توان تابشی منبع A از توان تابشی منبع B بیش‌تر است.

Ⓐ **۲۲۰۵- گزینه‌ی ۳** انرژی فوتون $E=hf$ است که با بسامد نسبت مستقیم دارد.

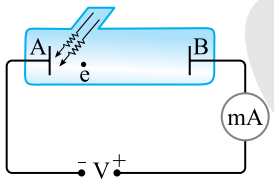
۲۲۰۶- گزینه‌ی ۲ نور نارنجی دارای بیش‌ترین طول موج در چهار گزینه است، بنابراین فوتون‌های آن دارای کم‌ترین انرژی هستند.

Ⓑ **۲۲۰۷- گزینه‌ی ۱** طبق رابطه‌ی $K=hf-W_0$، انجام پدیده‌ی فوتوالکتریک به بسامد نور فرودی بستگی دارد.

Ⓐ **۲۲۰۸- گزینه‌ی ۳** بسامد و در نتیجه انرژی فوتون از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، تغییر نمی‌کند.

Ⓐ **۲۲۰۹- گزینه‌ی ۳** موج‌های الکترومغناطیسی از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند. موج‌های الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده اما بدون بار الکتریکی هستند و سرعت همه‌ی آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است. سرعت آن‌ها در خلأ به بسامد آن‌ها بستگی ندارد، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۲۲۱۰- گزینه‌ی ۴** از دیدگاه فیزیک کلاسیک، موج الکترومغناطیسی (تابش) فرودی بر سطح فلز دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده و میدان الکتریکی بر الکترون سطح فلز نیروی الکتریکی $(F=qE\Rightarrow F=eE)$ را وارد می‌کند و چنان‌چه این نیرو به اندازه‌ی کافی قوی باشد الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر موج فرودی بر فلز نتواند الکترون را جدا کند، می‌توان بدون تغییر بسامد نور تنها با افزایش شدت نور سبب افزایش میدان الکتریکی تابش فرودی شده تا الکترون از سطح فلز جدا شود. در واقع فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند که رخ دادن پدیده‌ی فوتوالکتریک را می‌توان با هر بسامدی انجام داد و تنها باید شدت نور مناسب انتخاب شود. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



Ⓐ **۲۲۱۱- گزینه‌ی ۳** بسامد قطع کم‌ترین بسامدی است که می‌تواند الکترون‌های سطح یک فلز معین را از آن جدا کند و بستگی به جنس فلز دارد و به بسامد پرتوهای فرودی بر فلز بستگی ندارد.

Ⓐ **۲۲۱۲- گزینه‌ی ۲** بنا بر نظریه‌ی اینشتین در پدیده‌ی فوتوالکتریک، هر الکترون تنها با یک فوتون بر هم‌کنش دارد. هرچه طول موج نور فرودی کم‌تر (بسامد نور فرودی بیش‌تر) باشد، بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد $(\uparrow K_{max}=h\frac{c}{\lambda\downarrow}-W_0)$.

Ⓐ **۲۲۱۳- گزینه‌ی ۱** اگر بسامد نور از بسامد قطع کم‌تر شود $(\frac{f_1}{2}<f_0)$ پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است. چنان‌چه پس از نصف شدن بسامد نور، همچنان پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ دهد $(\frac{f_1}{2}\geq f_0)$ در این صورت با توجه به رابطه‌ی $K_{max}=eV_0=hf-W_0$، بیشینه‌ی انرژی فوتوالکترون‌ها از نصف نیز کم‌تر می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست است.

Ⓐ **۲۲۱۴- گزینه‌ی ۳** با کاهش طول موج تابش فرودی بر فلز، انرژی هر فوتون $(E=h\frac{c}{\lambda})$ افزایش می‌یابد و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $(K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_0)$ افزایش می‌یابد. گزینه‌ی (۳) درست است. فراموش نکنید تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

Ⓑ **۲۲۱۵- گزینه‌ی ۳** با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌هایی که بر سطح فلز فرود می‌آید افزایش می‌یابد، اما انرژی هر فوتون (hf) ثابت می‌ماند و چون تابع کار فلز ثابت است انرژی الکترون‌های خروجی تغییر نمی‌کند. دقت کنید در پدیده‌ی فوتوالکتریک، جدا شدن الکترون در اثر برهم کنش یک فوتون و یک الکترون است و به دلیل زیاد شدن تعداد فوتون‌ها، تعداد الکترون‌های جدا شده در یکای زمان (آهنگ خروج الکترون‌ها) افزایش می‌یابد.

Ⓐ **۲۲۱۶- گزینه‌ی ۳** در پدیده‌ی فوتوالکتریک، هر فوتون با یک الکترون برهم‌کنش دارد. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها افزایش می‌یابد اما انرژی هر فوتون ثابت می‌ماند. بنابراین بیشینه‌ی انرژی فوتوالکترون‌ها و سرعت آن‌ها ثابت است.

Ⓐ **۲۲۱۷- گزینه‌ی ۳** برای جدا شدن الکترون از سطح فلز، کم‌ترین مقدار انرژی W_0 است که به جنس فلز بستگی دارد، بنابراین بلندترین طول موجی که سبب جدا شدن این الکترون می‌شود به جنس فلز بستگی دارد. $(W_0=\frac{hc}{\lambda_0})$

Ⓑ **۲۲۱۸- گزینه‌ی ۱** با افزایش شدت نور $(E=nhf)$ تعداد فوتون‌ها زیاد می‌شود و آهنگ خروج الکترون‌ها افزایش می‌یابد و با افزایش بسامد، انرژی هر فوتون افزایش یافته، انرژی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

Ⓐ **۲۲۱۹- گزینه‌ی ۴** تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

Ⓐ **۲۲۲۰- گزینه‌ی ۲** اگر فوتون نور تک‌رنگی نتواند پدیده‌ی فوتوالکتریک را انجام دهد افزایش شدت نور آن تنها تعداد فوتون‌های آن پرتو را افزایش داده و بر انرژی یک فوتون تأثیری نداشته و افزایش شدت نور باعث جدا شدن الکترون از سطح فلز نمی‌شود. بنابراین برای آن که پدیده رخ دهد باید انرژی فوتون نور فرودی بر فلز را افزایش دهیم. برای این منظور باید بسامد پرتو را افزایش و یا طول موج پرتو را کاهش دهیم و یا این‌که از فلزی استفاده کنیم که تابع کار آن (W_0) از انرژی نور تک رنگ با طول موج λ کم‌تر باشد. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

Ⓑ **۲۲۲۱- گزینه‌ی ۱** در پدیده‌ی فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون برابر با $K_m=hf-W_0$ است. اگر با ثابت ماندن W_0، بسامد نور فرودی دو برابر شود، K_m بیش‌تر از ۲ برابر می‌شود.

$$f'=2f \xrightarrow{K_m=hf-W_0} K'_m>2K_m \Rightarrow \frac{K'_m}{K_m}>2 \Rightarrow K>2$$

برای درک ساده‌ی این مطلب فرض کنید در ابتدا K_m برابر $K_m=2-1=1$ باشد و سپس برابر $K_m=(2\times2)-1=3$ شود کاملاً مشخص است که عدد ۳ از دو برابر عدد ۱ نیز بیش‌تر است.

Ⓐ **۲۲۲۲- گزینه‌ی ۴** انرژی پرتوهای نور برابر است با:

$$E=nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow 120=n\times6/6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{6/6\times10^{-7}} \Rightarrow n=40\times10^{19} \Rightarrow n=4\times10^{20}$$

Ⓐ **۲۲۲۳- گزینه‌ی ۴** رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E_x}{E}=\frac{\frac{hc}{\lambda_x}}{\frac{hc}{\lambda}}=\frac{\lambda}{\lambda_x}=\frac{0/4\times10^{-6}}{20\times10^{-9}}=20$$

Ⓐ **۲۲۲۴- گزینه‌ی ۳** انرژی کل $E=nhf$ را با $E=Pt$ مساوی قرار می‌دهیم:

$$nhf=Pt \Rightarrow n\times2=\frac{100\times16}{1/6\times10^{-19}} \Rightarrow n=5\times10^{21}$$

Ⓐ **۲۲۲۵- گزینه‌ی ۴** دو رابطه‌ی انرژی را مساوی قرار می‌دهیم:

$$Pt=n\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow ۶۰\times ۶۰=n\times\frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۴۰۰\times ۱۰^{-۹}}\Rightarrow n=\frac{۸}{۱۱}\times ۱۰^{۲۲}\ \text{فوتون}$$

تعجب‌آور اســت. تعداد فوتون‌ها عدد صحیح نشــد پس حتماً مسأله نادرست است. اما این‌طور نیست. به عدد $\frac{۸}{۱۱}\times ۱۰^{۲۲}$ دقت کنید، این عدد چنان بزرگ است که در هر ثانیه حدود $۱۰^{۲۰}$ فوتون از لامپ خارج می‌شود. در واقع آن یک فوتون قبل یا بعد از اتمام یک دقیقه گسیل می‌شود که این قبل و بعد حدود $۱۰^{-۲۲}s$ است که مدت زمان سپری شده‌ی یک دقیقه را تغییر نمی‌دهد.

Ⓐ **۲۲۲۶- گزینه‌ی ۳** انرژی فوتون برابر است با:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۰/۵\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow E=۲/۴۸۴eV$$

Ⓐ **۲۲۲۷- گزینه‌ی ۲** در طیف امواج الکترومغناطیســی از ناحیه‌ی فرابنفش به ســوی ناحیه‌ی قرمز طول موج افزایش می‌یابد و انرژی فوتون وابسته به آن کاهش می‌یابد $(E\downarrow=\frac{hc}{\lambda\uparrow})$.

Ⓐ **۲۲۲۸- گزینه‌ی ۴** تابع کار فلز برابر حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز است.

$$W_{۰}=hf_{۰}\Rightarrow W_{۰}=۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۱۰^{۱۵}\Rightarrow W_{۰}=۴eV$$

Ⓐ **۲۲۲۹- گزینه‌ی ۱** طبق رابطه‌ی تابع کار با طول موج داریم:

$$W_{۰}=\frac{hc}{\lambda_{۰}}\Rightarrow ۳/۳\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=\frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{\lambda_{۰}}\Rightarrow \lambda_{۰}=\frac{۶}{۱/۶}\times ۱۰^{-۷}\Rightarrow \lambda_{۰}=۳/۷۵\times ۱۰^{-۷}m=۳۷۵۰A^{\circ}$$

Ⓑ **۲۲۳۰- گزینه‌ی ۱** بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}mv_{m}^{۲}=K_{m}\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۹\times ۱۰^{-۳۱}\times v_{m}^{۲}=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۷/۲\Rightarrow v_{m}=۱/۶\times ۱۰^{۶}\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۲۲۳۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی بیشینه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_{۰}\Rightarrow K_{max}=\frac{۴/۱\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۱۰۰\times ۱۰^{-۹}}-۵=۷/۳\ eV$$

Ⓑ **۲۲۳۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی بیشینه می‌توان نوشت:

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_{۰}\Rightarrow K_{max}=۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۲۷۰\times ۱۰^{-۹}}-۲=۴/۶-۲=۲/۶eV$$

Ⓐ **۲۲۳۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا تابع کار فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{۰}=h\frac{c}{\lambda_{۰}}\Rightarrow W_{۰}=\frac{۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۳۰۰\times ۱۰^{-۹}}\Rightarrow W_{۰}=۴eV$$

اکنون بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را به دست می‌آوریم:

$$K_{m}=h\frac{c}{\lambda}-W_{۰}\Rightarrow K_{m}=\frac{۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۲۰۰\times ۱۰^{-۹}}-۴\Rightarrow K_{m}=۶-۴\Rightarrow K_{m}=۲eV$$

تست: در آزمایش فوتوالکتریک تابع کار فلزی $۴eV$ است. هنگامی که طول موج نور به کار رفته $۲۰۰nm$ است، بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون - ولت است؟ ($h=۴\times ۱۰^{-۱۵}eV.s\ ,\ c=۳\times ۱۰^{۸}m/s$) (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

۱) ۱/۵ **۲)** ۲ **۳)** ۴ **۴)** ۱۰

پاسخ: با توجه به نظریه‌ی اینشتین برای اثر فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_{۰}\Rightarrow K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_{۰}\Rightarrow K_{max}=\frac{۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{۲۰۰\times ۱۰^{-۹}}-۴\Rightarrow K_{max}=۶-۴=۲eV$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۲۲۳۴- گزینه‌ی ۱** ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_0=\frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow W_0=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{320\times10^{-9}} \Rightarrow W_0=3/75eV$$

انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $K_m=eV_0=0/25eV$ است.

اکنون طول موج پرتو فرودی بر فلز را به دست می‌آوریم:

$$K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_0 \Rightarrow 0/25=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}-3/75 \Rightarrow \lambda=3\times10^{-7}m \Rightarrow \lambda=0/3\mu m$$

B **۲۲۳۵- گزینه‌ی ۲**

$$f=3f_0 \Rightarrow hf=3hf_0 \Rightarrow hf=3W_0 \Rightarrow hf=3\times1=3\,eV$$

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow K_{max}=3-1=2eV$$

B **۲۲۳۶- گزینه‌ی ۲** طول موج قطع، بلندترین طول موجی است که می‌تواند پدیده‌ی فوتوالکتریک را برای فلز معینی انجام دهد.

$$W_0=h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow 4=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0=3\times10^{-7}m=300nm$$

بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر $K_m=8eV$ است. اکنون می‌توان طول موج پرتو فرودی بر فلز را به دست آورد:

$$K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_0 \Rightarrow 8=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}-4 \Rightarrow \lambda=10^{-7}m=100nm$$

B **۲۲۳۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی اینشتین برابر پدیده‌ی فوتوالکتریک:

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow \begin{cases}2=\frac{hc}{0/4}-W_0\\1=\frac{hc}{0/6}-W_0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2+W_0=\frac{hc}{0/4}\\1+W_0=\frac{hc}{0/6}\end{cases} \Rightarrow \frac{2+W_0}{1+W_0}=\frac{6}{4} \Rightarrow 4+2W_0=3+3W_0 \Rightarrow W_0=1eV$$

A **۲۲۳۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به نظریه‌ی اینشتین برای اثر فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow 4\times10^{-15}\times8/5\times10^{14}-2/5=3/4-2/5 \Rightarrow K_{max}=0/9eV$$

A **۲۲۳۹- گزینه‌ی ۴** باید انرژی فوتون طول موج $\lambda=600nm$ را به دست آوریم. در صورتی که انرژی فوتون از تابع کار فلز (یعنی حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز) بیش‌تر یا با آن مساوی باشد $hf\geq W_0$، پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$E=h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow E=\frac{4/14\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{600\times10^{-9}}=2/07eV$$

انرژی الکترون از تابع کار هر سه فلز کم‌تر است و هیچ‌یک از سه فلز فوتوالکترون گسیل نمی‌کنند.

B **۲۲۴۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_0=h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow W_0=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{500\times10^{-9}} \Rightarrow W_0=2/4eV$$

اکنون بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$K_m=hf-W_0 \Rightarrow K_m=4\times10^{-15}\times7/5\times10^{14}-2/4 \Rightarrow K_m=0/6eV$$

B **۲۲۴۱- گزینه‌ی ۲** انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $4eV$ است. اکنون به کمک رابطه‌ی اینشتین برای اثر فوتوالکتریک، طول موج نور فرودی را به دست می‌آوریم:

$$K_m=hf-W_0 \Rightarrow 4=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}-2 \Rightarrow 6=\frac{12\times10^{-7}}{\lambda} \Rightarrow \lambda=2\times10^{-7}m \Rightarrow \lambda=200nm$$

تست: تابع کار فلزی $4eV$ است. اگر بیشینه‌ی انرژی فوتوالکترون‌های گسیل شده $8eV$ باشد، بسامد پرتو فرودی به این فلز چند برابر بسامد قطع است؟ (سراسری تجربی - ۸۸)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱۲

پاسخ: با توجه به نظریه‌ی اینشتین برای پدیده‌ی فوتوالکتریک، وقتی که فوتون نور سبب جدا شدن الکترون از فلز می‌شود، بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون (W_0) شده و باقی انرژی آن به صورت انرژی جنبشی فوتوالکترون درمی‌آید. بنابراین:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow 8 = hf - 4 \Rightarrow hf = 12eV$$

از طرفی تابع کار فلز $W_0 = hf_0$ برابر $4eV$ بوده و خواهیم داشت:

$$\frac{hf}{hf_0} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{f}{f_0} = 3$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

A **۲۲۴۲- گزینه‌ی ۳** در پدیده‌ی فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم‌کنش دارد. چون تعداد فوتون‌ها در ثانیه تغییر نکرده تعداد الکترون‌های جدا شده نیز تغییری نمی‌کند.

B **۲۲۴۳- گزینه‌ی ۳** ابتدا بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از الکترود A را به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max_A} = hf - W_0 = 4\times10^{-15}\times4\times10^{15} - 6 = 16 - 6 = 10eV$$

در اثر اختلاف پتانسیل مثبت بین A و B، انرژی جنبشی الکترون‌ها افزایش می‌یابد:

$$K_B - K_A = eV \Rightarrow K_B - 10 = 5 \Rightarrow K_B = 15eV$$

B **۲۲۴۴- گزینه‌ی ۲**

$$eV_0 = h\frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow eV_0 = 4\times10^{-15}\times\frac{3\times10^{8}}{0/06\times10^{-6}} - 2/5 \Rightarrow eV_0 = 20 - 2/5 = 17/5eV$$

ولتاژ متوقف‌کننده برابر $17/5V$ است. برای آن‌که جریان صفر شود، باید ولتاژ از $5V$ به $17/5V$ برسد، بنابراین باید $12/5V$ افزایش یابد.

B **۲۲۴۵- گزینه‌ی ۴** ابتدا بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از الکترود A را به‌دست می‌آوریم:

$$K_A = hf - W_0 = 4\times10^{-15}\times2\times10^{15} - 6 = 8 - 6 = 2eV \Rightarrow K_m = 2eV$$

بنابراین ولتاژ منفی $5V$ مانع رسیدن الکترون به الکترود B می‌شود.

B **۲۲۴۶- گزینه‌ی ۱** بنا بر رابطه‌ی انیشتین برای اثر فوتوالکتریک داریم:

$$K_m = hf - W_0 \xrightarrow{K'_m = 4K_m} hf' - W_0 = 4(hf - W_0)$$

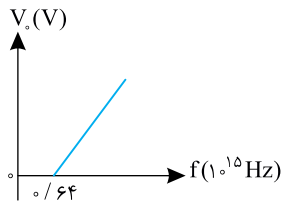
$$hf' = 4hf - 3W_0 \xrightarrow{f' = kf} khf = 4hf - 3W_0$$

$$k = 4 - \frac{3W_0}{hf} \Rightarrow 1 < k < 4$$

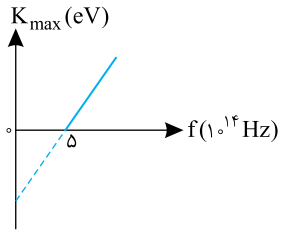
A **۲۲۴۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای پدیده‌ی فوتوالکتریک:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow h = \text{شیب خط}, \quad -W_0 = \text{عرض از مبدأ}$$

A **۲۲۴۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار، بسامد قطع فلز برابر $f_0 = 0/64\times10^{15}Hz$ است، بنابراین:

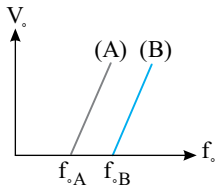


$$W_0 = hf_0 = \frac{6/6\times10^{-34}\times0/64\times10^{15}}{1/6\times10^{-19}} = 2/64eV$$

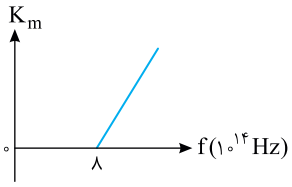


Ⓐ **۲۲۴۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار، بسامد قطع، برابر 5×10^{14} هرتز است، بنابراین:

$$\lambda_0=\frac{c}{f_0}\Rightarrow\lambda_0=\frac{3\times10^{8}}{5\times10^{14}}=0/6\times10^{-6}m=600nm$$



Ⓐ **۲۲۵۰- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، بسامد قطع A از بسامد قطع B کم‌تر است، بنابراین تابع کار فلز A $(W_0=hf_0)$ نیز از تابع کار فلز B کم‌تر است.



Ⓐ **۲۲۵۱- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی $K_m=hf-W_0$، شیب خط برابر h و عرض از مبدأ آن برابر $-W_0$ می‌باشد. محل تلاقی نمودار با محور f نیز برابر بسامد قطع فلز است.

بنابراین، بسامد قطع $f_0=8\times10^{14}Hz$ است و تابع کار فلز برابر است با:

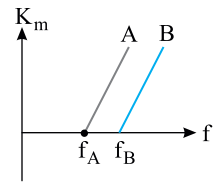
$W_0=hf_0=4\times10^{-15}\times8\times10^{14}\Rightarrow W_0=3/2eV\Rightarrow$ گزینه‌ی (۱) درست است.

درباره‌ی گزینه‌ی (۲) دقت کنید که K_m با بسامد نور فرودی رابطه‌ی خطی دارد و با آن متناسب نیست یعنی با دو برابر شدن بسامد نور فرودی، K_m دو برابر نمی‌شود و گزینه‌ی (۲) نادرست است. طول موج قطع فلز برابر است با:

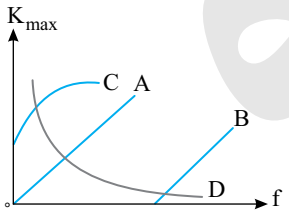
$$\lambda_0=\frac{c}{f_0}\Rightarrow\lambda_0=\frac{3\times10^{8}}{8\times10^{14}}\Rightarrow\lambda_0=3/75\times10^{-7}m=375nm$$

بنابراین اگر طول موج از مقدار ۳۷۵nm بیش‌تر باشد، انرژی فوتون از تابع کار فلز کم‌تر شده پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

همچنین با کم‌تر شدن بسامد نور فرودی از مقدار $f_0=8\times10^{14}Hz$، انرژی فوتون از تابع کار فلز کم‌تر شده، پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

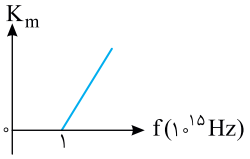


Ⓑ **۲۲۵۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل بسامد قطع فلز A از بسامد قطع فلز B کم‌تر بوده بنابراین تابع کار فلز A $(W_0=hf_0)$ از تابع کار فلز B کم‌تر و طول موج قطع فلز A از طول موج قطع فلز B $(\lambda_0=\frac{c}{f_0})$ بیش‌تر است.



Ⓑ **۲۲۵۳- گزینه‌ی ۲** در پدیده‌ی فوتوالکتریک، هرگاه یک فوتون موج الکترومغناطیسی به سطح جسم (فلز) بتابد، اگر انرژی فوتون (hf) از تابع کار فلز W_0 بیش‌تر باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود و انرژی اضافی فوتون $(hf-W_0)$ به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود، بنابراین $K_m=hf-W_0$ بوده و انرژی جنبشی تابع درجه‌ی اول از بسامد خواهد بود و نمودار B پاسخ درست است.

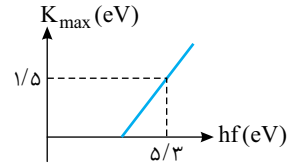
در مورد گزینه‌ی (۱) یعنی نمودار A باید خاطر نشان کرد که نمودار انرژی جنبشی بر حسب بسامد دارای عرض از مبدأ منفی است در حالی که نمودار A دارای عرض از مبدأ صفر است و نمی‌تواند گزینه‌ی درست باشد.



Ⓐ **۲۲۵۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار، بسامد قطع فلز برابر $f_0=10^{15}Hz$ است.

$$W_0=hf_0\Rightarrow W=4\times10^{-15}\times10^{15}\Rightarrow W_0=4eV$$

$$K_m=hf-W_0\Rightarrow2=4\times10^{-15}\times f-4\Rightarrow f=1/5\times10^{15}Hz$$

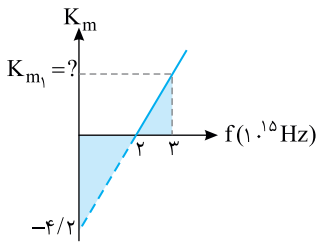


B **۲۲۵۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی $K_{max}=hf-W_0$ و همچنین نمودار، می‌توان تابع کار را به دست آورد:

$$1/5=5/3-W_0 \Rightarrow W_0=3/8\,eV$$

هرگاه فوتونی با بسامد $1/7\times10^{15}\,Hz$ بر سطح این فلز بتابد:

$$K_m=hf-W_0 \Rightarrow K_m=1/7\times10^{15}\times4\times10^{-15}-3/8 \Rightarrow K_m=3\,eV$$



B **۲۲۵۶- گزینه‌ی ۴** در پدیده‌ی فوتوالکتریک ولتاژ متوقف‌کننده برابر $K_m=hf-W_0$ بوده که در آن $-W_0$، عرض از مبدأ است. بنابراین در این نمودار عرض از مبدأ برحسب الکترون - ولت برابر ۴/۲ می‌باشد. با توجه به تشابه دو مثلث هاشور خورده روی شکل می‌توان نوشت:

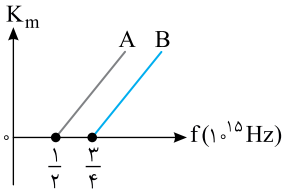
$$\frac{K_{m_1}}{4/2}=\frac{1}{2} \Rightarrow K_{m_1}=2/1\,eV$$

B **۲۲۵۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودارهای سؤال خواهیم داشت:

$$f_{0A}<f_{0B} \xrightarrow{W_0=hf_0} W_{0A}<W_{0B} \qquad (1)$$

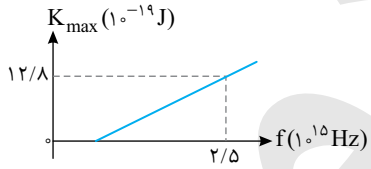
نور با بسامد $1/5\times10^{15}\,Hz$ باعث پدیده‌ی فوتوالکتریک برای فلز B شده است. از این‌رو:

$$hf \geq W_{0B} \Rightarrow 4\times10^{-15}\times1/5\times10^{15} \geq W_{0B} \Rightarrow W_{0B} \leq 6\,eV \xrightarrow{(1)} W_{0A}<6\,eV$$



B **۲۲۵۸- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار، بسامد قطع فلزهای A و B به ترتیب $f_{0A}=\frac{1}{2}\times10^{15}\,Hz$ و $f_{0B}=\frac{3}{4}\times10^{15}\,Hz$ است. رابطه‌ی اثر فوتوالکتریک را برای دو فلز می‌نویسیم:

$$K_m=hf-W_0=hf-hf_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{m_A}=4\times10^{-15}\times10^{15}-4\times10^{-15}\times\frac{1}{2}\times10^{15}=2\,eV \\ K_{m_B}=4\times10^{-15}\times10^{15}-4\times10^{-15}\times\frac{3}{4}\times10^{15}=1\,eV \end{cases} \Rightarrow \frac{K_{m_A}}{K_{m_B}}=2$$



B **۲۲۵۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار هرگاه بسامد $2/5\times10^{15}$ به فلز بتابد، بیشینه انرژی فوتو الکترون‌ها برابر $12/8\times10^{-19}$ ژول است از این‌رو:

$$K_m=hf-W_0 \Rightarrow \frac{12/8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=4\times10^{-15}\times2/5\times10^{15}-W_0$$

$$8=10-W_0 \Rightarrow W_0=10-8=2\,eV$$

(دقت کنید تقسیم بر $1/6\times10^{-19}$ برای تبدیل J به eV صورت گرفته است.)

اگر نوری با بسامد $8\times10^{14}\,Hz$ بر فلز بتابد ولتاژ متوقف کننده برابر خواهد شد با:

$$K_m=hf-W_0 \Rightarrow K_m=4\times10^{-15}\times8\times10^{14}-2 \Rightarrow K_m=1/2\,eV$$

A **۲۲۶۰- گزینه‌ی ۲** گازها و بخار عنصرها وقتی که تحریک می‌شوند دارای طیف نشری خطی هستند.

A **۲۲۶۱- گزینه‌ی ۲** نور گسیل شده از یک قطعه تنگستن گداخته دارای طیف پیوسته است اما وقتی این نور از گاز نئون می‌گذرد و در طیف‌نما تشکیل می‌شود، رنگین‌کمانی با یک سری خطوط تاریک دیده می‌شود که به این طیف، طیف جذبی خطی عنصر (گاز نئون) می‌گویند.

A **۲۲۶۲- گزینه‌ی ۱** طیف خورشید در طیف‌نما یک طیف پیوسته است که دارای تعداد زیادی خطوط تاریک جذبی است. طیف نورسفید را که در آن خطوط تاریک جذبی دیده می‌شود، طیف جذبی خطی گویند.

A **۲۲۶۳- گزینه‌ی ۳** طیف اتمی عناصر، خطی (گسسته) و منحصر به فرد است.

A **۲۲۶۴- گزینه‌ی ۴** هرگاه جسم جامدی ملتهب شود و از خود نور گسیل، چنان‌چه نور آن را به یک منشور بتابانیم، یک رنگین‌کمان خواهیم دید که تمام طول موج بدون فاصله در کنار هم قرار دارند که به آن طیف نشری (گسیلی) پیوسته گویند. اگر این آزمایش را برای هر جسم جامد مانند آهن با رنگ تیره، طلا با رنگ زد، شیشه‌ی بدون رنگ و ... تکرار کنیم، نتیجه یکسان است، بنابراین با استفاده از طیف نشری (گسیلی) پیوسته نمی‌توان به نوع عنصر پی برد.

اما هرگاه بخار عنصر و یا عنصر در حالت گازی را تحریک کنیم (آن را گرم کنیم، یا از آن جریان الکتریکی بگذرانیم و یا آن را به ولتاژ بالا متصل کنیم) از خود موج‌های الکترومغناطیسی و نور گسیل می‌کند، اگر این نور را به یک منشور بتابانیم برخلاف جسم جامد، در طیف بخار عنصر، خط‌های روشن و گسسته دیده می‌شود که آن را طیف گسیلی (نشری) خطی عنصر گویند. که برای هر عنصر منحصربه‌فرد بوده و در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

از طرفی اگر به یک بخار عنصر یا گاز نور سفید بتابانیم و نور عبوری از بخار عنصر را به یک طیف‌نما بتابانیم، رنگین‌گمان هفت‌رنگ نور سفید دیده می‌شود که در آن چند خط تاریک وجود دارد که این خط‌های تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط عنصر جذب شده است. به طیف نور سفید با خط‌های تاریک، طیف جذبی خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصربه‌فرد است، این طیف نیز در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

A **۲۲۶۵- گزینه‌ی ۳** در سال ۱۸۱۴ فرانهوفر برای اولین بار در طیف نور خورشید، خطوط تاریکی را مشاهده کرد. امروزه می‌دانیم طول موج‌هایی از نور خورشید هنگام عبور نور از جو خورشید و جو زمین جذب می‌شوند که در طیف خورشید، این خط‌های تاریک جذبی را ایجاد می‌کنند. به کمک این خط‌های تاریک و مقایسه‌ی آن‌ها با طیف جذبی خطی عنصرهای شناخته شده، می‌توان به عنصرهای موجود در اتمسفر زمین و اتمسفر خورشید پی برد.

A **۲۲۶۶- گزینه‌ی ۳** در الگوی اتمی تامسون و الگوی اتمی رادرفورد نمی‌توان خطی و منحصربه‌فرد بودن طیف عنصرها را توجیه کرد. در الگوی اتمی بور با فرض گسسته بودن انرژی الکترون در ترازهای انرژی و این که الکترون در این ترازها تابش گسیل نمی‌کند و تنها زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌رود، می‌توان خطی بودن طیف اتمی را توجیه کرد از طرفی چون هر اتم دارای ترازهای انرژی ویژه‌ی خود است بنابراین بنا بر الگوی اتمی بور هر عنصر تابش منحصر به خود را خواهد داشت.

B **۲۲۶۷- گزینه‌ی ۳** بنا بر مبانی فیزیک کلاسیک، تابشی فرودی بر فلز دارای میدان الکتریکی است و این میدان الکتریکی بر الکترون‌های سطح فلز نیروی الکتریکی $(F=qE=eE)$ را وارد می‌کند و اگر این نیرو به اندازه‌ی کافی قوی باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود، بنابراین فیزیک کلاسیک قادر است، جدا شدن الکترون از سطح فلز در اثر تابشی فرودی بر فلز را توجیه کند.

با توجه به مبانی فیزیک کلاسیک، هرگاه جسم را گرم کنیم، ذره‌های باردار جسم با دریافت انرژی شروع به جنبش کرده و در اثر حرکت شتابدار از خود تابش گسیل می‌کنند، بنابراین گسیل تابش از سطح اجسام گداخته توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه است، هرچند که بررسی نمودارهای تابندگی جسم توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه نیست.

هرگاه بر جسم نور فرود آید، میدان الکتریکی آن باعث جنبش ذره‌های باردار جسم می‌شود و این ذره‌ها از نور فرودی انرژی دریافت می‌کنند و تابش را جذب می‌کنند.

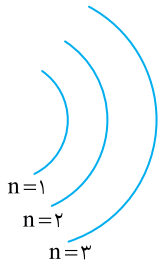
پس گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه است.

اما منحصربه فرد بودن طیف اتمی عنصرها توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه نبوده بلکه فیزیک کلاسیک برای طیف اتمی، طیف یکسانی برای همه‌ی عنصرها پیش‌بینی می‌کند.

A **۲۲۶۸- گزینه‌ی ۱** آزمایش رادرفورد وجود هسته در ناحیه‌ی مرکزی اتم با بار مثبت را مشخص کرد که اطراف آن را الکترون‌ها با بار منفی، در فاصله‌ی زیاد احاطه کرده‌اند.

A **۲۲۶۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به الگوی اتمی رادرفورد، الکترون در حال گردش به گرد هسته، چون دارای حرکت شتابدار است از خود تابش گسیل کرده و با از دست دادن تدریجی انرژی، بر هسته سقوط می‌کند.

A **۲۲۷۰- گزینه‌ی ۲** با توجه به الگوی اتمی بور اگر شعاع اولین مدار حرکت الکترون به گرد هسته‌ی اتم هیدروژن را با a_0 نمایش دهیم، شعاع بقیه‌ی مدارها برابر $r_n=n^2a_0$ می‌شود که در آن n شماره‌ی مدار است.



$$n=1 \Rightarrow r_1=a_0$$
$$n=2 \Rightarrow r_2=4a_0 \quad \Rightarrow \quad r_2-r_1=3a_0$$
$$n=3 \Rightarrow r_3=9a_0 \quad \Rightarrow \quad r_3-r_2=5a_0$$
$$n=4 \Rightarrow r_4=16a_0 \quad \Rightarrow \quad r_4-r_3=7a_0$$

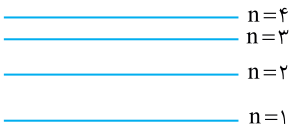
بنابراین در الگوی اتمی بور با افزایش شماره‌ی مدار فاصله‌ی مدارها از هم افزایش می‌یابد.

Ⓐ **۲۲۷۱- گزینه‌ی ۳** فرض اول بور که در آن نیروی الکتریکی بین هسته و الکترون را به عنوان نیروی مرکزگرا در نظر می‌گیرد، قسمت کلاسیکی مدل بور است و سه فرض دیگر، غیرکلاسیکی (کوانتومی) هستند.

Ⓐ **۲۲۷۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n=-\frac{E_R}{n^2}$ بوده که در آن $E_R=13/6eV$ است.

$$\begin{cases} n=1\Rightarrow E_1=-E_R \\ n=2\Rightarrow E_2=-\frac{E_R}{4} \\ n=3\Rightarrow E_3=-\frac{E_R}{9} \end{cases} \quad \begin{matrix} E_2-E_1=-\frac{E_R}{4}-(-E_R)=\frac{3}{4}E_R \\ E_3-E_2=-\frac{E_R}{9}-(-\frac{E_R}{4})=\frac{5}{36}E_R \end{matrix} \Rightarrow E_3-E_2<E_2-E_1$$

بنابراین با افزایش شماره‌ی تراز، اختلاف انرژی ترازها از یک‌دیگر کاهش می‌یابد.



Ⓑ **۲۲۷۳- گزینه‌ی ۴** ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع مدار چرخش الکترون چند برابر می‌شود:

$$r_n=n^2a_0\Rightarrow\frac{r_3}{r_2}=\frac{3^2}{2^2}\Rightarrow\frac{r_3}{r_2}=\frac{9}{4}$$

نیروی الکتریکی با مجذور فاصله نسبت وارون دارد از این‌رو:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow\frac{F_3}{F_2}=(\frac{r_2}{r_3})^2=(\frac{4}{9})^2=\frac{16}{81}$$

Ⓐ **۲۲۷۴- گزینه‌ی ۳** بور با بیان چهار اصل موضوع خود توانست بیان کند که الکترون‌ها در مدارهایی با شعاع معین به گرد هسته می‌گردند و انرژی آن‌ها در این مدارها گسسته و دارای مقدار معینی است و الکترون در این مدارها (ترازها) تابشی گسیل نمی‌کند و توانست پایداری اتم را توجیه کند. همچنین بیان کرد اتم زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز با انرژی بالاتر به تراز با انرژی پایین‌تر برود و چون انرژی ترازها گسسته و برای هر عنصر ویژه‌ی آن عنصر بوده طول موج‌های گسیلی نیز گسسته و طیف خطی و برای هر عنصر منحصربه‌فرد است و اگر الکترون در اتم با جذب انرژی یک فوتون با طول موج مشخص از یک تراز به تراز انرژی بالاتر برود با گسیل همان طول موج، از تراز بالاتر به تراز پایین می‌رود یعنی الگوی اتمی بور توانست توجیه کند که چرا طول موج‌های طیف نشری خطی و طیف جذبی خطی عنصر یکسان است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) نارسایی‌های الگوی اتمی بور نبوده و گزینه‌ی (۳) نارسایی این الگو است زیرا الگوی اتمی بور تنها برای اتم‌های تک الکترونی مانند هیدروژن، هلیم یک مرتبه یونیده و ... دارای دقت کافی است.

Ⓐ **۲۲۷۵- گزینه‌ی ۴** در الگوی اتمی بور انرژی جنبشی الکترون برابر قرینه‌ی انرژی کل الکترون است. یعنی:

$$K=-E\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow v\propto\frac{1}{n}$$

در این صورت سرعت الکترون با شماره‌ی مدار نسبت وارون دارد:

$$\frac{v_4}{v_2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Ⓐ **۲۲۷۶- گزینه‌ی ۴** در اتم هیدروژن برای انرژی جنبشی رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$K=-E\Rightarrow K=-(-\frac{E_R}{n^2})\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(\frac{n_1}{n_2})^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(2)^2=4$$

Ⓑ **۲۲۷۷- گزینه‌ی ۲**

$$\begin{cases} U=-k\frac{e^2}{r} \\ K=+k\frac{e^2}{2r} \\ E=-k\frac{e^2}{2r}=-\frac{E_R}{n^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U=-2\frac{E_R}{n^2} \\ K=\frac{E_R}{n^2} \end{cases} \xrightarrow{n=3} \begin{matrix} U=-\frac{2}{9}E_R \\ K=\frac{E_R}{9} \end{matrix}$$

Ⓐ **۲۲۷۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی $E=-\frac{ke^2}{2r}$، انرژی الکترون $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

B **۲۲۷۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به روابط زیر با افزایش شعاع مدار الکترون، انرژی پتانسیل الکترون افزایش و انرژی جنبشی الکترون کاهش می‌یابد.

$$U=-k\frac{e^{۲}}{r} \quad , \quad K=\frac{ke^{۲}}{۲r}$$

B **۲۲۸۰- گزینه‌ی ۳** ترازی که در آن انرژی بستگی الکترون (انرژی یونش) $۰/۸۵\ eV$ است، تراز چهارم است که تعداد گذارهای ممکن در آن شش‌گذار است. $۴\to۱$, $۴\to۲$, $۳\to۱$, $۴\to۳\to۲\to۱$

B **۲۲۸۱- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول:** در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیه‌ی نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج $۶۵۶nm$ ، سبز با طول موج $۴۸۶nm$، آبی با طول موج $۴۳۴nm$ و بنفش با طول موج $۴۱۰nm$ که همگی مربوط به سری طول موج‌های بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۲$ می‌رود. طول موج $۶۶۰nm$ از بقیه‌ی طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کم‌تر می‌باشد به همین دلیل الکترون از تراز $n=۳$ به تراز $n'=۲$ می‌رود.

راه‌حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می‌کنیم.

$$E=h\frac{c}{\lambda}=\frac{۴/۱۳۶\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۰\times۱۰^{-۹}} \Rightarrow E=۱/۸۸eV$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=۳$ و $n'=۲$ یکسان است: $E_{۳}-E_{۲}=-۱/۵۱-(-۳/۳۹)\Rightarrow E_{۳}-E_{۲}=۱/۸۸eV$

B **۲۲۸۲- گزینه‌ی ۲** نور مرئی مربوط به رشته‌ی بالمر است که در آن $n'=۲$ بوده و الکترون از ترازهای بالاتر به تراز ۲ برمی‌گردد. بلندترین طول موج وقتی گسیل می‌شود که الکترون از یک تراز بالاتر به تراز مجاور پایین برمی‌گردد. بنابراین گذار الکترون از تراز ۳ به تراز ۲ است.

B **۲۲۸۳- گزینه‌ی ۴** انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}$ است. از این‌رو انرژی بستگی الکترون در هر تراز $\frac{E_R}{n^{۲}}$ است:

$$۰/۸۵=\frac{۱۳/۶}{n^{۲}}\Rightarrow n^{۲}=۱۶\Rightarrow n=۴$$

بنابراین تراز $n+۱=۵$ است و انرژی الکترون در این تراز برابر است با:

$$E_n=\frac{E_R}{n^{۲}}\Rightarrow E_n=\frac{۱۳/۶}{۲۵}\Rightarrow E_{۵}=۰/۵۴۴eV$$

$$E_n-E_{n+۱}=۰/۸۵-۰/۵۴۴=۰/۳۰۶\ eV$$

A **۲۲۸۴- گزینه‌ی ۴** اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیه‌ی گذارها کم‌تر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کم‌ترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.

B **۲۲۸۵- گزینه‌ی ۴** کم‌انرژی‌ترین فوتون بالمر دارای بلندترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=۳$ به $n=۲$ می‌رود.

$$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۳^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۵}{۳۶})\Rightarrow\lambda=\frac{۳۶}{۵R_H}$$

پرانرژی‌ترین فوتون براکت دارای کوتاه‌ترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=\infty$ به $n=۴$ می‌رود.

$$\frac{۱}{\lambda'}=R_H(\frac{۱}{۴^{۲}}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda'}=R_H(\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow\lambda'=\frac{۱۶}{R_H}$$

$$\frac{E_{\text{بالمر}}}{E_{\text{براکت}}}=\frac{h\frac{c}{\lambda}}{h\frac{c}{\lambda'}}=\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{\frac{۱۶}{R_H}}{\frac{۳۶}{۵R_H}}=\frac{۲۰}{۹}$$

A **۲۲۸۶- گزینه‌ی ۳** $n'=۳$ است، بنابراین الکترون‌ها از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ می‌آیند. خطوط این طیف مربوط به رشته‌ی پاشن و طول موج‌های گسیل‌شده در ناحیه‌ی فروسرخ است.

B **۲۲۸۷- گزینه‌ی ۴** در رابطه‌ی داده شده، الکترون در تراز $n=۳$ قرار دارد و می‌تواند به تراز $n=۲$ برود، سپس به تراز $n'=۱$ برود و یا مستقیماً از $n=۳$ به $n'=۱$ پرش کند. بنابراین یک فوتون در ناحیه‌ی مرئی بالمر و دو فوتون در ناحیه‌ی فرابنفش رشته‌ی لیمان را ممکن است گسیل کند.

Ⓐ ۲۲۸۸- گزینه‌ی ۲ بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن مربوط به سری بالمر است، هنگامی که الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ برود.

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=R_H(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}) \Rightarrow \lambda=\frac{36}{5R_H}=\frac{7/2}{R_H}$$

Ⓐ ۲۲۸۹- گزینه‌ی ۱ وقتی در رابطه‌ی $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$، $n'=2$ باشد، سری طول موج‌های گسیلی مربوط به سری بالمر بوده که دارای چهار طول موج گسیلی مرئی و یک طول موج گسیلی در ناحیه‌ی فرابنفش است.

Ⓐ ۲۲۹۰- گزینه‌ی ۴ در سری طول موج‌های اتم هیدروژن، سری‌های پاشن، براکت و پفوند دارای طول موج‌های گسیلی در ناحیه‌ی فروسرخ هستند.

Ⓑ ۲۲۹۱- گزینه‌ی ۱

$$K=\frac{ke^2}{2r}\Rightarrow\frac{1}{16}E_R=\frac{ke^2}{2r}\Rightarrow\frac{E_R}{8}=\frac{ke^2}{r}$$

حال در رابطه‌ی انرژی پتانسیل به جای $\frac{ke^2}{r}$ مقدار مساوی آن $\frac{E_R}{8}$ را می‌گذاریم: $U=-\frac{ke^2}{r}\Rightarrow U=-\frac{E_R}{8}=-\frac{13/6}{8}=-1/7eV$

Ⓐ ۲۲۹۲- گزینه‌ی ۳ انرژی ترازها را به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow E_4-E_2=-\frac{E_R}{16}+\frac{E_R}{4}=-0/85+3/4=2/55\,eV$$

Ⓐ ۲۲۹۳- گزینه‌ی ۱ در رشته‌ی بالمر پرتوهای فرابنفش و مرئی وجود دارند.

Ⓐ ۲۲۹۴- گزینه‌ی ۱ در رشته‌ی پفوند بسامدها از پاشن، بالمر و لیمان کم‌تر است.

Ⓐ ۲۲۹۵- گزینه‌ی ۲ با مقایسه‌ی رابطه‌ی ریدبرگ $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ و رابطه‌ی بور $\frac{1}{\lambda}=\frac{E_R}{hc}(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ مشخص می‌شود که $R_H=\frac{E_R}{hc}$ است.

Ⓐ ۲۲۹۶- گزینه‌ی ۳ با توجه به الگوی اتمی بور در مورد شعاع مدار چرخش الکترون:

$$r_n=n^2a_0\Rightarrow r_3=9a_0\Rightarrow r_3-r_1=8a_0$$

Ⓐ ۲۲۹۷- گزینه‌ی ۱

$6\to5\to4\to3\to2\to1$ پنج نوع فوتون

Ⓐ ۲۲۹۸- گزینه‌ی ۴ نیروی ربایش بین هسته و الکترون طبق رابطه‌ی $F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$، با مجذور فاصله رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{F_2}{F_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2=(\frac{a_0}{4a_0})^2=\frac{1}{16}$$

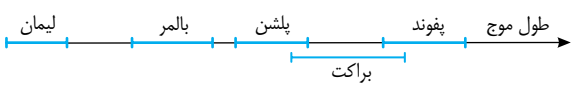
Ⓐ ۲۲۹۹- گزینه‌ی ۴ در رشته‌ی طول موج‌های طیف اتم هیدروژن، در رشته‌ی لیمان، همه‌ی طول موج‌های گسیلی در ناحیه‌ی فرابنفش قرار دارند.

Ⓐ ۲۳۰۰- گزینه‌ی ۳ الکترون در تراز $n=2$ قرار دارد و تنها زمانی موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به تراز $n'=1$ برود در این صورت بلندترین طول موج گسیلی رشته‌ی لیمان را در ناحیه‌ی فرابنفش گسیل می‌کند.

Ⓐ ۲۳۰۱- گزینه‌ی ۳ مقصد الکترون تراز $n'=4$ است بنابراین، طول موج‌های گسیلی مربوط به رشته‌ی براکت بوده و در ناحیه‌ی فروسرخ طیف موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارند.

Ⓑ ۲۳۰۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{4^2})$، مبدأ الکترون تراز $n=4$ است، بنابراین می‌تواند به تراز $n'=3$ پرش و طول موج فروسرخ رشته‌ی پاشن گسیل کند و یا به تراز $n'=2$ پرش و طول موج مرئی (رنگ سبز) سری بالمر گسیل کند و یا به تراز $n'=1$ پرش و طول موج فرابنفش رشته‌ی لیمان را گسیل کند.

Ⓑ ۲۳۰۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ همواره n و n' عدد طبیعی بوده و $n>n'$ است، در صورت پرسش $n=1$ بوده و الکترون در تراز پایه است، بنابراین تابش گسیل نمی‌کند و گزینه‌ی (۴) درست است.

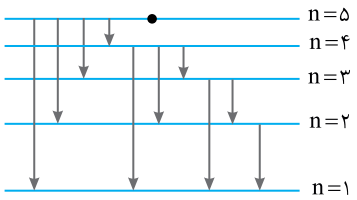


B **۲۳۰۴- گزینه‌ی ۴** بـا توجه بـه نمودار طـول موج گسـیلی روبه‌رو، گزینه‌ی (۴) درست است.

A **۲۳۰۵- گزینه‌ی ۴** در اتم هیدروژن، طول موج‌های گسیلی در رشته‌ی لیمان $(n'=1)$ فرابنفش و در رشته‌ی بالمر $(n'=2)$ فرابنفش و مرئی و در رشته‌های پاشن $(n'=3)$، براکت $(n'=4)$ و پفوند $(n'=5)$ فروسرخ است.

A **۲۳۰۶- گزینه‌ی ۳** الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n=1$ رفته است. هرگاه مقصد الکترون تراز $n=1$ باشد، آن رشته، رشته‌ی لیمان است و طول موج گسیلی در ناحیه‌ی فرابنفش طیف موج‌های الکترومغناطیسی می‌باشد.

B **۲۳۰۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به رابطـه‌ی ریدبرگ $\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{5^2})$، تراز مبدأ الکترون $n=5$ بوده که از این تراز به ترازهای پایین‌تر پرش می‌کند.



راه‌حل اول: با توجه به پرش‌های شکل روبه‌رو ۱۰ نوع فوتون مختلف می تواند گسیل شود.

در مجموع ۱۰ فوتون $\Rightarrow$

- ۴ نوع فوتون با $\Delta n=1$: $5\to4\to3\to2\to1$
- ۳ نوع فوتون با $\Delta n=2$: $5\to3$, $4\to2$, $3\to1$
- ۲ نوع فوتون با $\Delta n=3$: $5\to2$, $4\to1$
- ۱ نوع فوتون با $\Delta n=4$: $5\to1$

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه‌ی ترکیب در ریاضیات:

$$\binom{5}{2}=\frac{5!}{(5-2)!\,2!}=\frac{5\times4\times3!}{(3!)\times(2\times1)}=10$$ ۱۰ نوع فوتون مختلف

A **۲۳۰۸- گزینه‌ی ۳** پرانرژی‌تریـن فوتـون دارای کوتاه‌ترین طول موج بوده و الکترون در اتـم هیدروژن وقتی از دورترین تراز به تراز $n'=2$ برود این فوتون را گسـیل می‌کند (وقتی بیان می‌شـود رشته‌ی بالمر یعنی مقصد الکترون تراز $n'=2$ است). اکنون به کمک رابطه‌ی ریدبرگ برای اتم هیدروژن داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/01\,(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty}) \Rightarrow \lambda=400\,nm$$

B **۲۳۰۹- گزینه‌ی ۲** کم‌انرژی‌ترین فوتون در رشـته‌ی براکت هنگامی گسـیل می‌شود که الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=4$ پرش کنـد. بنـا بر الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تـراز n برابر $E_n=-\frac{E_R}{n^2}$ بوده و هرگاه الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می‌کند از این رو انرژی فوتون گسیلی خواهد شد:

$$E_5-E_4=-\frac{E_R}{25}-(-\frac{E_R}{16})=\frac{(25-16)}{400}E_R=\frac{9}{400}E_R$$ انرژی فوتون گسیلی

A **۲۳۱۰- گزینه‌ی ۱** مقصد الکترون تراز $n'=2$ بوده، بنابراین این طول موج مربوط به رشـته‌ی بالمر اسـت، اکنون به کمک رابطه‌ی ریدبرگ برای اتم هیدروژن، n را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{720}=0/01\,(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{7/2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{7/2} \Rightarrow \frac{1}{n^2}=\frac{1}{9} \Rightarrow n=3$$

A **۲۳۱۱- گزینه‌ی ۴** هنگامی‌که بیان می‌شود رشته‌ی بالمر یعنی مقصد الکترون تراز انرژی $n'=2$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}) \Rightarrow \lambda=\frac{3600}{5} \Rightarrow \lambda=720\,nm \Rightarrow \lambda=720\times10^{-9}=7/2\times10^{-7}\,m$$

B **۲۳۱۲- گزینه‌ی ۴** بنا بر الگوی اتمی بور، الکترون وقتی فوتون گسـیل می‌کند که از یک تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین‌تر پرش کند. الکترون در تراز $n=4$ است و هنگامی که به تراز $n'=1$ پرش کند، پرانرژی‌ترین فوتون خود را گسیل می‌کند.

$$E=E_n-E_{n'}=-\frac{E_R}{n^2}-(-\frac{E_R}{n'^2})=E_R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \Rightarrow E=E_R(\frac{1}{1}-\frac{1}{16}) \Rightarrow E=\frac{15}{16}E_R$$

Ⓐ **۲۳۱۳- گزینه‌ی ۲** انرژی الکترون در تراز $n=۱$ و $n=۵$ را به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$E_n=\frac{-E_R}{n^۲}\Rightarrow\begin{cases}n=۱\Rightarrow E_۱=-E_R\\ n=۵\Rightarrow E_۵=-\frac{E_R}{۲۵}\end{cases}\Rightarrow E_۵-E_۱=-\frac{E_R}{۲۵}-(-E_R)\Rightarrow E_۵-E_۱=\frac{۲۴}{۲۵}E_R=۰/۹۶E_R$$

Ⓐ **۲۳۱۴- گزینه‌ی ۱** انرژی بستگی الکترون برابر مقدار انرژیی است که برای خارج کردن الکترون از اتم باید به الکترون داده شود که به آن انرژی یونش نیز می‌گویند.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\xrightarrow{n=۲}E_۲=-\frac{۱۳/۶}{۲^۲}\Rightarrow E_۲=-۳/۴eV$$

بنابراین انرژی بستگی الکترون $۳/۴eV$ است.

Ⓑ **۲۳۱۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا انرژی فوتون‌های نور را به دست می‌آوریم:

$$E=hf\Rightarrow E=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow E=۱۲eV$$

انرژی الکترون با دریافت این فوتون خواهد شد:

$$-۱۳/۵+۱۲=-۱/۵eV$$

اکنون باید مشخص کنیم که الکترون به کدام تراز انرژی می‌رود:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_۱=-۱۳/۵eV$$

$$\frac{E_n}{E_۱}=\frac{-۱/۵}{-۱۳/۵}\Rightarrow ۹=\frac{۱}{n^۲}\Rightarrow n=۳$$

در این صورت الکترون به تراز $n=۳$ می‌رود و در بازگشت ۳ نوع فوتون می‌تواند گسیل کند.

Ⓑ **۲۳۱۶- گزینه‌ی ۳** بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن‌که الکترون از تراز $n=۱$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n=۲$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیه‌ی فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\xrightarrow{n=۱}E_۱=-۱۳/۶eV$$

انرژی فوتون باید برابر $۱۳/۶eV$ باشد از این‌رو:

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow ۱۳/۶=۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^۸}{\lambda}\Rightarrow\lambda\simeq۰/۸۸۲\times۱۰^{-۷}m\Rightarrow\lambda\simeq۸۸/۲nm$$

بنابراین طول موج در ناحیه‌ی فرابنفش است.

Ⓑ **۲۳۱۷- گزینه‌ی ۴** بنا بر الگوی اتمی بور، انرژی الکترون برابر نصف انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون است.

$$E=-\frac{ke^۲}{۲r}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}U$$

$$U=-\frac{ke^۲}{r}$$

از طرفی انرژی الکترون در هر تراز دارای مقدار مشخصی بوده و برابر مقدار مقابل است:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}$$

هرگاه الکترون از تراز $n=۱$ به تراز $n=۲$ برود، خواهیم داشت:

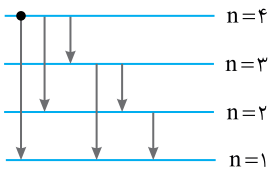
$$\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۱^۲}{۲^۲}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۴}U_۱$$

Ⓑ **۲۳۱۸- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول**: با توجه به شکل روبه‌رو، ۶ نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل کند.

ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=۱$ را می‌شماریم: $۴\to۳\to۲\to۱$ سه نوع فوتون

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=۲$ را می‌شماریم: $۴\to۲$, $۳\to۱$ دو نوع فوتون

سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=۳$ را می‌شماریم: $۴\to۱$ یک نوع فوتون



راه‌حل دوم: استفاده از ترکیب ۲ از ۴

$$\binom{۴}{۲}=\frac{۴!}{(۴-۲)!۲!}=\frac{۴\times۳\times۲\times۱}{۲\times۱\times۲\times۱}=۶$$ نوع فوتون

Ⓐ ۲۳۱۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل، مبدأ الکترون تراز $n=5$ و مقصد آن تراز $n=2$ بوده بنابراین الکترون طول موج مرئی رشته‌ی بالمر را گسیل می‌کند.

Ⓐ ۲۳۲۰- گزینه‌ی ۱ بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن شعاع مدار الکترون برابر است با: $r_n=n^2r_1 \Rightarrow 16r_1=n^2r_1 \Rightarrow n=4$
طول موج گسیل شده از پرش الکترون از هر ترازی به تراز پایه $n=1$ مربوط به سری لیمان است.

Ⓐ ۲۳۲۱- گزینه‌ی ۱ در طیف اتمی هیدروژن در سری‌های پاشن، براکت و پفوند تمام طول موج‌های گسیل شده در ناحیه‌ی فروسرخ بوده و در سری لیمان تمام طول موج‌ها در ناحیه‌ی فرابنفش و در سری بالمر، فرابنفش و مرئی هستند.

Ⓐ ۲۳۲۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به الگوی اتمی بور:

$$r_n=n^2a_0 \xrightarrow{n=3} r_3=9a_0 \Rightarrow r_3=9r_1$$

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=3} E_3=\frac{-E_R}{9} \Rightarrow E_3=\frac{1}{9}E_1$$

Ⓐ ۲۳۲۳- گزینه‌ی ۲ گسیل القایی اساس کار لیزر است که در آن رابطه‌ی «۲ فوتون + اتم → فوتون + *اتم» برقرار است.

Ⓑ ۲۳۲۴- گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} E=nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow n\frac{hc}{\lambda}=Pt \Rightarrow n=\frac{4/5\times 660\times 10^{-9}}{6/6\times 10^{-34}\times 3\times 10^{8}} \Rightarrow n=1/5\times 10^{19} \\ E=Pt \end{cases}$$

Ⓐ ۲۳۲۵- گزینه‌ی ۱ لیزر باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم انرژی است.

Ⓐ ۲۳۲۶- گزینه‌ی ۳ در لیزر انرژی فوتونی که سبب گسیل القایی می‌شود با اختلاف انرژی تراز پایه و تراز برانگیخته برابر است.

Ⓑ ۲۳۲۷- گزینه‌ی ۳ این پدیده اساس کار دستگاه لیزر است.

Ⓐ ۲۳۲۸- گزینه‌ی ۲ در واقع اتم در حالت اول برانگیخته است که با گسیل خودبه‌خودی یک فوتون که انرژی‌اش با اختلاف انرژی دو تراز برابر است به حالت پایه می‌رود.

Ⓐ ۲۳۲۹- گزینه‌ی ۴ طیف جامدات ملتهب و مایعات حاصل از ذوب آن‌ها پیوسته است.

Ⓐ ۲۳۳۰- گزینه‌ی ۱ با افزایش دمای یک جسم، شدت تابشی کل گسیل‌شده افزایش می‌یابد و همچنین بیشینه‌ی تابندگی به سمت بسامدهای بیش‌تر میل می‌کند.

Ⓐ ۲۳۳۱- گزینه‌ی ۳ سطح زیر نمودار تابندگی بر حسب طول موج، بیانگر شدت تابشی کل است.
سطح محصور نمودار $S=I_\lambda.\lambda=I$

Ⓑ ۲۳۳۲- گزینه‌ی ۴ رنگ یک جسم کدر نشان می‌دهد که آن جسم برای آن رنگ خاص، جذب‌کننده‌ی خوبی نیست و آن‌را باز می‌تاباند در حالی که رنگ‌های دیگر را به خوبی جذب می‌کند. اگر نور سفید به یک جسم قرمزرنگ تابانده شود، جسم تمامی طول موج‌های نور سفید به‌جز قرمز را به‌خوبی جذب می‌کند، اما قرمز را باز می‌تاباند و جسم، قرمز دیده می‌شود.
هنگامی که به جسم قرمزرنگ، نور با رنگ دیگری تابانده شود، جسم آن رنگ را جذب می‌کند، به همین علت تیره دیده می‌شود.

Ⓐ ۲۳۳۳- گزینه‌ی ۱ بیشینه‌ی تابش گرمایی اجسام در دماهای معمولی، در ناحیه‌ی فروسرخ است.

Ⓑ ۲۳۳۴- گزینه‌ی ۲ توان تابشی هر دو یکی است، از طرفی توان، انرژی تابشی گسیلی در یکای زمان است، در این صورت:

$$P_A=P_B \Rightarrow \frac{E_A}{t}=\frac{E_B}{t} \Rightarrow n_Ah\frac{c}{\lambda_A}=n_Bh\frac{c}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{n_A}{0/6}=\frac{n_B}{0/4} \Rightarrow n_A=\frac{3}{2}n_B$$

Ⓑ ۲۳۳۵- گزینه‌ی ۳ در نور مرئی، نور قرمز دارای بیش‌ترین طول موج است و انرژی فوتون‌های آن کم‌ترین است. اگر تعداد فوتون‌هایی که هر دو چشمه در یکای زمان گسیل می‌کنند برابر باشد، داریم:

$$\begin{cases} E=nh\frac{c}{\lambda} \\ n_r=n_y \\ \lambda_r>\lambda_y \end{cases} \Rightarrow E_r<E_y \xrightarrow{P=\frac{E}{t}} P_r<P_y$$

بنابراین توان تابشی چشمه‌ی A با نور قرمز کم‌تر از توان تابشی چشمه‌ی B با نور زرد است.

Ⓐ ۲۳۳۶- گزینه‌ی ۲ گسیل تابش از اجسام تیره بیش‌تر است.

Ⓑ ۲۳۳۷- گزینه‌ی ۴ هرچه دمای جسم بالاتر برود، طول موجی که دارای تابندگی بیشینه است به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر میل می‌کند.

Ⓐ ۲۳۳۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به تعریف شدت تابشی:

$$I=\frac{P}{A}=\frac{P}{4\pi R^2}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{10\pi\times10^{-3}}{4\pi\times R^2}\Rightarrow R^2=10^{-2}\Rightarrow R=0/1m=10cm$$

Ⓐ ۲۳۳۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به قانون جابه‌جایی ویلهلم وین برای تابندگی جسم، هرچه دما بالاتر رود، طول موج دارای بیشینه‌ی تابندگی به سمت صفر می‌رود $(\lambda_{max}=\frac{2/9\times10^{-3}}{T})$ بنابراین نمودار λ_m-T هموگرافیک است.

Ⓑ ۲۳۴۰- گزینه‌ی ۳ با توجه به قانون جابه‌جایی وین با افزایش دما، طول موج بیشینه‌ی تابندگی به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر می‌رود، بنابراین بسامد بیشینه‌ی تابندگی افزایش می‌یابد.

$$\lambda_m.T=2/9\times10^{-3}\Rightarrow\frac{c}{f_m}.T=2/9\times10^{-3}\Rightarrow f_m=\frac{c.T}{2/9\times10^{-3}}$$

که در این رابطه c سرعت نور و T دما بر حسب کلوین است. بنابراین f بر حسب T یک تابع خطی بوده و نمودار $f-T$ خط راست با شیب مثبت است.

Ⓑ ۲۳۴۱- گزینه‌ی ۲ پلانک برای بررسی تابش گرمایی جسم و توجیه نمودارهای $I_\lambda-\lambda$ که توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه نبود، با یک نظریه‌ی غیرکلاسیک توانست این پدیده را بررسی کند. بنا بر نظریه‌ی پلانک، انرژی موج‌های الکترومغناطیسی گسیل شده از سطح جسم گسسته بوده و این انرژی همواره مضربی از یک مقدار پایه است که آن را کوانتوم انرژی نامید. مقدار انرژی کوانتوم برابر $E=hf$ بوده بنابراین کوچک‌ترین مقدار انرژی یک پرتو با بسامد f، برابر hf است و h بیانگر حد پایینی برای انرژی است، پس گزینه‌ی (۱) نادرست و گزینه‌ی (۲) درست است. با این فرض پلانک نمودارهای تابندگی که در آن‌ها تابندگی در طول موج‌های کوتاه به سمت صفر می‌رود را توجیه کرد، پس گزینه‌ی (۳) نادرست است.

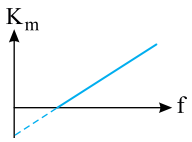
انرژی یک فوتون نور قرمز از انرژی یک فوتون نور بنفش کم‌تر است اما دلیلی ندارد که کل انرژی پرتوهای نور قرمز (nhf) از کل انرژی پرتوهای نور بنفش (nhf) کم‌تر باشد زیرا ممکن است تعداد کوانتوم‌های انرژی نور قرمز از نور بنفش بیش‌تر بوده و تابندگی نور قرمز از تابندگی نور بنفش بیش‌تر شود بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓒ ۲۳۴۲- گزینه‌ی ۳ بنا بر تعریف، تابندگی مقدار انرژی تابشی گسیل شده از یکای سطح در مدت یک ثانیه با طول موج‌های بین λ و $\lambda+\Delta\lambda$ است، بنابراین اگر تابندگی $0/5\frac{W}{cm^2\mu m}$ باشد در مدت 1s از $1cm^2$ جسم، انرژی برابر 0/5J گسیل می‌شود در نتیجه از سطحی برابر $3cm^2$ در مدت 20s، انرژی تابشی گسیل شده برابر می‌شود با:

$$E=0/5\times20\times3\Rightarrow E=30J$$

Ⓑ ۲۳۴۳- گزینه‌ی ۲ بعضی از الکترون‌ها محکم‌تر و بعضی از الکترون‌ها شُل‌تر به سطح فلز چسبیده‌اند و برای جدا شدن، انرژی متفاوتی لازم دارند. الکترونی که محکم‌تر به سطح چسبیده است، هنگام جدا شدن، انرژی جنبشی کم‌تری خواهد داشت.

Ⓐ ۲۳۴۴- گزینه‌ی ۳ طبق رابطه‌ی $K_m=hf-W_0$ خواهیم داشت: $K_m=hf-W_0$



در این صورت شیب خط، همواره مقدار ثابت h است که h ثابت پلانک است.

Ⓑ ۲۳۴۵- گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases}\text{برای لیتیم } K_{max}=hf-W_0\Rightarrow K_{max}=hf-2/3\\ \text{برای تنگستن } K'_{max}=hf-W'_0\Rightarrow K'_{max}=hf-4/5\end{cases}\xrightarrow{K_{max}=eV_0}K_m-K'_m=4/5-2/3=2/2eV$$

Ⓐ ۲۳۴۶- گزینه‌ی ۳

$$K_{max}=hf-W_0=\frac{6/6\times10^{-34}\times2\times10^{15}}{1/6\times10^{-19}}-5=8/25-5=3/25\,eV$$

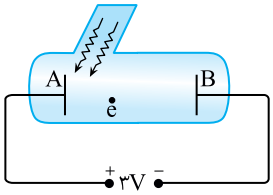
Ⓑ ۲۳۴۷- گزینه‌ی ۲

$$E_B=3E_A\Rightarrow\frac{hc}{\lambda_B}=3\frac{hc}{\lambda_A}\Rightarrow\begin{cases}\lambda_A=3\lambda_B\\ \lambda_A-\lambda_B=4\end{cases}\Rightarrow\lambda_A=6nm\ ,\ \lambda_B=2nm$$

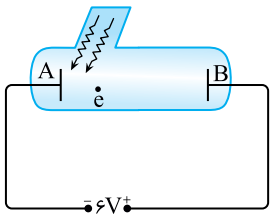
Ⓒ ۲۳۴۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل، تابع کار فلز 15 eV است:

$$W_0=hf_0\Rightarrow f_{0b}=\frac{15\times1/6\times10^{-19}}{6\times10^{-34}}=4\times10^{15}$$

$$\frac{\lambda_{0a}}{\lambda_{0b}}=\frac{f_{0b}}{f_{0a}}=\frac{4\times10^{15}}{3\times10^{15}}=\frac{4}{3}$$



Ⓐ **۲۳۴۹- گزینه‌ی ۳** فوتوالکترون‌های جدا شـده از الکترود A، از پرتوهای نور، انرژی جنبشی دریافت می‌کنند. فوتوالکترون‌هایی که کم‌ترین انرژی را برای جدا شدن لازم دارند، هنگام جدا شدن از الکترود A، انرژی جنبشی آن‌ها بیشینه است. الکترود B به پایانه‌ی منفی مولد (منبع تغذیه) متصل بوده و با حرکت الکترون‌ها به سوی B مخالفت کرده، سرعت و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را کاهش می‌دهد. بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌هاهنگام برخورد به الکترود B برابر ۵ الکترون - ولت است، بنابراین بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون در جدا شدن از الکترود A برابر $K_{mA}=۵+۳=۸eV$ می‌باشد.



Ⓑ **۲۳۵۰- گزینه‌ی ۱** بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتون الکترون هنگام برخورد به الکترود B برابر ۶eV بوده و ولتاژ بین A و B $(V_B-V_A=۶V)$ است، بنابراین بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از الکترود A برابر است با:

$$K_B=K_A+eV \xrightarrow[K_B=۶eV]{V=۶V} K_A=۰$$

فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از الکترود A انرژی جنبشی به دست نیاورده‌اند، پس:

$$W_۰=hf \Rightarrow ۴=۴\times۱۰^{-۱۵}f \Rightarrow f=۱۰^{۱۵}Hz$$

Ⓒ **۲۳۵۱- گزینه‌ی ۴** با دو برابر شدن توان تعداد فوتون‌های نور دو برابر شده و میزان گسیل فوتوالکترون‌ها دو برابر می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرسـت اسـت. با دو برابر شدن طول موج ممکن اسـت انرژی فوتون $(E=h\frac{c}{\lambda})$ از تابع کار فلز $(W_۰)$ کم‌تر شده و پدیده متوقف شود. بنابراین گزینه‌ی (۲) در حالت کلی نادرست است.

با ثابت ماندن P و نصف شدن طول موج، انرژی هر فوتون $(E=h\frac{c}{\lambda})$ دو برابر می‌شود و برای ثابت ماندن $P=\frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t}$ باید n نصف شده بنابراین فوتوالکترون‌های جدا شده نصف می‌شود و گزینه‌ی (۳) نادرست است. اگر توان دو برابر و طول موج نصف شود در این صورت:

$$P=\frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t} \xrightarrow[\lambda'=\frac{\lambda}{۲}]{P'=۲P} n'=n$$

یعنی تعداد فوتون‌ها در یکای زمان ثابت مانده و تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده نیز ثابت می‌ماند و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ **۲۳۵۲- گزینه‌ی ۳** انرژی کل الکترون برابر است با:

$$E=-k\frac{e^۲}{۲r}=-۹\times۱۰^۹\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۲\times۰/۴۸\times۱۰^{-۹}}=-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱/۵J=-۱/۵eV$$

البته از ابتدا می‌توانستید برای آن‌که جواب برحسب الکترون - ولت به‌دست آید، E را بر e تقسیم کنید.

$$E=-\frac{ke}{۲r}$$ برحسب الکترون - ولت

Ⓑ **۲۳۵۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به الگوی اتمی بور، انرژی پتانسـیل و انرژی جنبشـی الکترون در مداری به شـعاع r، از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$U=-k\frac{e^۲}{r}=-۹\times۱۰^۹\times\frac{(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})^۲}{۰/۴۸\times۱۰^{-۹}}J=-۹\times۱۰^۹\times\frac{(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})^۲}{۰/۴۸\times۱۰^{-۹}}\times\frac{۱}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}eV \Rightarrow U=-۳eV$$

$$K=\frac{ke^۲}{۲r}=\frac{-۱}{۲}U \Rightarrow K=-\frac{۱}{۲}\times(-۳)=۱/۵eV$$

Ⓑ **۲۳۵۴- گزینه‌ی ۱** نورمرئی مربوط به رشته‌ی بالمر است که در آن $n'=۲$ بوده و الکترون از ترازهای بالاتر از ۲ گذار می‌کند. گسیل طول موج ۴۳۴/۰nm مربوط به گذار از تراز ۵ به تراز ۲ است.

Ⓐ **۲۳۵۵- گزینه‌ی ۴** در رشته‌ی لیمان و بالمر، طول موج‌های گسیلی در ناحیه‌ی فرابنفش وجود دارد.

Ⓐ ۲۳۵۶- گزینه‌ی ۲ خطوط فرانهوفر در طیف خورشید بیانگر طول موج‌های جذب شده توسط عناصر موجود در جو خورشید و زمین است، بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

هر عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که اگر به اندازه‌ی کافی تحریک شود آن‌ها را گسیل می‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

طیف گازهای رقیق طیف اتمی عنصر است، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

گسیل نور توسط اتم در اثرگذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر است، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓑ ۲۳۵۷- گزینه‌ی ۲ در نظریه‌ی بور، نیروی الکتریکی $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ بین الکترون $(-e)$ و هسته با بار مثبت e، نقش نیروی مرکزگرا را دارد:

$$k\frac{e^2}{r^2}=m_e\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=e\sqrt{\frac{k}{m_e r}}$$

Ⓐ ۲۳۵۸- گزینه‌ی ۴ در دماهای پایین گسیل هیدروژن در ناحیه‌ی فروسرخ (رشته‌ی پفوند) و در دماهای بالا در ناحیه‌ی فرابنفش (رشته‌ی لیمان) خواهد بود.

Ⓐ ۲۳۵۹- گزینه‌ی ۱ در الگوی اتمی بور، با افزایش شماره‌ی مدار و دور شدن از هسته، فاصله‌ی مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته بیش‌تر می‌شود.

Ⓑ ۲۳۶۰- گزینه‌ی ۲ رشته‌ی پاشن به معنی گذار الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=3$ است و بلندترین آن هنگامی است که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ پرش کند. در این صورت:

$$\frac{r_3}{r_4}=\frac{3^2a_0}{4^2a_0}=\frac{9}{16}\quad,\quad\frac{v_3}{v_4}=\frac{n_4}{n_3}=\frac{4}{3}$$

Ⓑ ۲۳۶۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل مسأله الکترون با جذب انرژی یک فوتون از تراز E_2 به تراز E_5 رفته است. بنابراین:

$$E_n-E_{n'}=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow -\frac{E_R}{n^2}-\frac{-E_R}{n'^2}=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{E_R}{hc}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{25}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}\left(\frac{25-4}{100}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{13/6}{1240}\times\frac{21}{100}\Rightarrow\lambda=\frac{1240\times100}{13/6\times21}\Rightarrow\lambda\simeq434nm$$

Ⓐ ۲۳۶۲- گزینه‌ی ۲ در الگوی اتمی بور انرژی الکترون در مداری به شعاع r برابر $E=-\frac{ke^2}{2r}$ و انرژی پتانسیل الکترون برابر $U=-\frac{ke^2}{r}$ است، یعنی $E=\frac{1}{2}U$ خواهد بود. بنابراین:

$$E=\frac{1}{2}U\Rightarrow E=\frac{1}{2}\left(-\frac{2E_R}{9}\right)\Rightarrow E=-\frac{1}{9}E_R$$

از طرفی انرژی الکترون در مدار nاُم برابر است با:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow-\frac{1}{9}E_R=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow n=3$$

Ⓑ ۲۳۶۳- گزینه‌ی ۲ طول موج $1125A^\circ$ برابر ۱۱۲/۵ نانومتر و از طول موج پرتوهای بنفش نور مرئی (۴۰۰nm) کوتاه‌تر است بنابراین مربوط به ناحیه‌ی فرابنفش می‌باشد.

در اتم هیدروژن گسیل فرابنفش در رشته‌ی بالمر از $n=7$ به $n'=2$ صورت می‌گیرد و همچنین در رشته‌ی لیمان پرتوهای گسیلی فرابنفش هستند. به همین علت باید گزینه‌های (۲) و (۴) را مورد ارزیابی قرار دهیم.

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{32}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{8}{9}\right)\Rightarrow\lambda=\frac{900}{8}=112/5nm=1125A^\circ$$

Ⓑ ۲۳۶۴- گزینه‌ی ۱ در سری پاشن، براکت و پفوند، نور گسیلی در ناحیه‌ی فروسرخ است که انرژی فوتون‌های آن از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر که فرابنفش است کم‌تر بوده و پدیده‌ی فوتوالکتریک صورت نمی‌گیرد. اما در سری لیمان فوتون‌های گسیلی در ناحیه‌ی فرابنفش بوده از طرفی بلندترین طول موج سری لیمان از کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر، کوتاه‌تر بوده و انرژی فوتون‌های آن بیش‌تر است و ممکن است پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ بدهد.

B ۲۳۶۵- گزینه‌ی ۳ این یک اتم فرضی بوده و الکترون در تراز $n=۲$ دارای انرژی $E_۲=-۲eV$ است.

ابتدا انرژی فوتون تابیده شده به اتم را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۸۰۰\times۱۰^{-۹}} \Rightarrow E=۱/۵eV$$

حال فرض می‌کنیم که الکترون این فوتون را جذب می‌کند، در این صورت انرژی الکترون برابر خواهد شد با: $E_{n'}=-۲+۱/۵=-۰/۵eV$

اکنون باید بررسی کنیم آیا ترازی با انرژی $-۰/۵eV$ برای این الکترون وجود دارد یا نه؟

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{n^۲}{n'^۲}\Rightarrow\frac{-۰/۵}{-۲}=\frac{۲^۲}{n'^۲}\Rightarrow n'=۴$$

برای n' یک عدد طبیعی به دست آمده ، بنابراین تراز $n'=۴$ دارای انرژی $-۰/۵ev$ بوده و الکترون با دریافت انرژی از تراز $n=۲$ به تراز $n'=۴$ می‌رود.

B ۲۳۶۶- گزینه‌ی ۱ در حل این نوع پرسش‌ها ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E=h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow E=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۰/۷۲\times۱۰^{-۶}}=\frac{۵}{۳}eV$$

حال فرض می‌کنیم این فوتون توسط الکترون جذب شود. انرژی الکترون پس از جذب فوتون برابر می‌شود با:

$$E_{n'}=-۳+\frac{۵}{۳}\Rightarrow E_{n'}=-\frac{۴}{۳}eV$$

اکنون بررسی می‌کنیم، آیا ترازی با این انرژی وجود دارد یا نه؟

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^۲}}{\frac{-E_R}{n^۲}}\Rightarrow\frac{\frac{-۴}{۳}}{-۳}=\frac{(۲)^۲}{n'^۲}\Rightarrow n'=۳$$

بنابراین الکترون با دریافت انرژی فوتون از تراز $n=۲$ به تراز $n'=۳$ برانگیخته می‌شود.

C ۲۳۶۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E=hf\Rightarrow E=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow E=۹eV$$

اگر الکترون این فوتون را جذب کند انرژی آن برابر $-۳+۹=+۶eV$ می‌شود در حالی که در ترازهای اتمی، انرژی الکترون منفی بوده، بنابراین فوتون برای رفتن به ترازهای بالاتر این فوتون را جذب نمی‌کند و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است.

فرض می‌کنیم که الکترون با گسیل یک فوتون با انرژی $۹eV$ به تراز پایین‌تر برود در این صورت انرژی الکترون در تراز پایین‌تر برابر $-۳-۹=-۱۲eV$ خواهد شد. اکنون باید بررسی کرد که انرژی الکترون در تراز $n'=۱$ چند الکترون - ولت است:

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^۲}}{\frac{-E_R}{n^۲}}\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{۲^۲}{۱^۲}\Rightarrow\frac{E_۱}{-۳}=۴\Rightarrow E_۱=-۱۲eV$$

در این صورت الکترون تحت تأثیر فوتون، گسیل القایی انجام داده و به تراز پایه‌ی $n'=۱$ می‌رود.

C ۲۳۶۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E=hf=۴\times۱۰^{-۱۵}\times۶\times۱۰^{۱۴}\Rightarrow E=۲/۴eV$$

اگر الکترون این فوتون را جذب کند، انرژی آن برابر $-۱/۵+۲/۴=۰/۹eV$ می‌گردد می‌دانیم انرژی الکترون در ترازهای اتمی منفی است و الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند و به ترازهای بالاتر اتمی نمی‌رود، بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

اگر الکترون تحت تأثیر این فوتون، گسیل القایی انجام دهد، با گسیل یک فوتون با انرژی $۲/۴eV$ به تراز پایین می‌رود و انرژی الکترون برابر $-۱/۵-۲/۴=-۳/۹eV$ می‌شود. اکنون باید مشخص کرد که ترازی با این انرژی وجود دارد یا نه:

$$\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{\frac{-E_R}{n'^۲}}{\frac{-E_R}{n^۲}}\Rightarrow\frac{E_{n'}}{E_n}=\frac{n^۲}{n'^۲}\Rightarrow\frac{-۳/۹}{-۱/۵}=\frac{۳^۲}{n'^۲}\Rightarrow n'^۲=۳/۴۶$$

کاملاً مشخص است که n' عدد طبیعی نیست بنابراین گسیل القایی رخ نمی‌دهد و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است.

در نتیجه با تاباندن این فوتون اتفاقی رخ نمی‌دهد.

آزمون پاسخنامه‌ی فصل هفتم

۱- **کدام گزینه‌ی زیر نادرست است؟**

۱) جامدهای گداخته و مایع‌های حاصل از ذوب آن‌ها طیف گسیلی پیوسته دارند.

۲) از سطح همه‌ی اجسام در هر دمایی موج‌های الکترومغناطیس گسیل می‌شود.

۳) تابش گسیل شده از هر جسم به دمای آن و برخی از ویژگی‌های سطح آن بستگی دارد.

۴) یخ $0^\circ C$ تابشی (موج الکترومغناطیسی) گسیل نمی‌کند.

۲- **فلزات در حال التهاب چگونه طیفی تشکیل می‌دهند؟**

۱) گسیلی پیوسته ۲) گسیلی خطی ۳) جذبی پیوسته ۴) جذبی خطی

۳- **طیف ناشی از تابش یک قطعه زغال ملتهب و سرخ .....**

۱) پیوسته است. ۲) دارای خطوط ناپیوسته است.

۳) فقط از نور مرئی تشکیل شده است. ۴) فقط از یک طول موج به رنگ سرخ تشکیل شده است.

۴- **طبق محاسبات کلاسیکی، تابندگی با طول موج‌های بسیار کوتاه باید ..... باشد، اما در نمودارهای تجربی، مقدار تابندگی ..... است.**

۱) بسیار کوچک – نامتناهی ۲) نامتناهی – بسیار کوچک ۳) صفر – دارای مقدار معین ۴) دارای مقدار معین – صفر

۵- **طول موج بیشینه‌ی انرژی تابشی یک منبع در دمای $17^\circ C$ برابر λ_1 و در دمای $162^\circ C$ برابر λ_2 است. نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ برابر است با .....** (آزاد ریاضی – ۸۹)

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۶- **انرژی فوتون با بسامد آن چه رابطه‌ای دارد؟** (آزاد ریاضی – ۸۶)

۱) با آن نسبت مستقیم دارد. ۲) با آن نسبت معکوس دارد.

۳) به بسامد بستگی ندارد. ۴) با مجذور آن نسبت مستقیم دارد.

۷- **چند فوتون با بسامد 5×10^{15} هرتز باید جذب یک محیط شود تا انرژی درونی آن $0/663J$ افزایش یابد؟** $(h=6/63\times10^{-34}\,J.s)$ (آزاد ریاضی ـ ۸۶)

۱) 2×10^{19} ۲) 2×10^{18} ۳) 2×10^{17} ۴) 2×10^{16}

۸- **کدام عبارت درباره‌ی پدیده‌ی فوتوالکتریک درست نیست؟** (خارج از کشور تجربی – ۸۹)

۱) K_m به شدت نور فرودی بستگی ندارد.

۲) بسامد قطع به جنس الکترودی که به آن نور می‌تابد بستگی دارد.

۳) با افزایش بسامد نور فرودی، K_m به همان نسبت افزایش می‌یابد.

۴) اگر بسامد نور فرودی کم‌تر از بسامد قطع باشد، پدیده‌ی فوتو الکتریک رخ نمی‌دهد.

۹- **تابع کار فلزی $4eV$ است. بلندترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون از این فلز می‌شود، چند میکرون است؟**

$(h=4\times10^{-15}eV.s\ ,\ c=3\times10^{8}\frac{m}{s})$ (سراسری تجربی – ۸۶)

۱) ۰/۳ ۲) ۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۶

۱۰- **در یک آزمایش فوتوالکتریک طول موج قطع $0/2\mu m$ است. اگر نوری با طول موج $0/1\mu m$ به کار رود، بیشینه‌ی انرژی جنبشی الکترون‌ها هنگام جدا شدن از فلز چند الکترون – ولت خواهد شد؟** $(c=3\times10^{8}\frac{m}{s}, h=4\times10^{-15}eV.s)$ (سراسری ریاضی – ۸۵)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۱- **اگر بسامد نور فرودی بر سطح فلز نصف شود، انرژی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح آن چند برابر می‌شود؟ (فرض کنید در هر دو حالت پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ می‌دهد.)**

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) کم‌تر از $\frac{1}{2}$ ۳) بیش‌تر از $\frac{1}{2}$ ۴) ثابت می‌ماند.

۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر نور از هوا وارد شیشه شود، طول موج آن کاهش یافته و انرژی وابسته به هر فوتون ثابت می‌ماند.

۲) طول موج مربوط به بیشینه‌ی تابندگی یک جسم با افزایش دمای جسم کاهش می‌یابد.

۳) انرژی که جسم به‌صورت تابش گسیل می‌کند همواره مضرب درستی از یک مقدار پایه است.

۴) وقتی نور سفید از یک گاز عبور کند و وارد طیف‌نما شود، طیف را طیف گسیلی خطی گویند.

۱۳- اختلاف انرژی الکترون در مدارهای مجاور در اتم هیدروژن .....

۱) مقدار ثابتی است.

۲) با افزایش n ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش n، کاهش می‌یابد.

۴) با افزایش n، افزایش می‌یابد.

۱۴- بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن، هرگاه الکترون از مدار $n=۱$ به مدار $n=۳$ برود، انرژی الکترون چند ریدبرگ تغییر می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ریدبرگ افزایش می‌یابد.

۲) $\frac{۱}{۹}$ ریدبرگ کاهش می‌یابد.

۳) $\frac{۸}{۹}$ ریدبرگ افزایش می‌یابد.

۴) $\frac{۸}{۹}$ ریدبرگ کاهش می‌یابد.

۱۵- در اتم هیدروژن الکترون از مدار $n=۳$ به مدار $n=۴$ می‌رود. شعاع مدار و انرژی آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟ (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۵)

۱) $\frac{۹}{۱۶}, \frac{۱۶}{۹}$

۲) $\frac{۳}{۴}, \frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۹}{۱۶}, \frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}, \frac{۱۶}{۹}$

۱۶- در اتم هیدروژن اگر الکترون از تراز $n_۱=۱$ به تراز $n_۲=۴$ برود، انرژی آن تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ٪۹۴ , کاهش

۲) ٪۶ , افزایش

۳) ٪۹۴ , افزایش

۴) ٪۶ , کاهش

۱۷- بیشینه‌ی بسامد تابشی رشته‌ی لیمان چند برابر کم‌ترین بسامد تابشی آن است؟

۱) $\frac{۸}{۵}$

۲) $\frac{۵}{۳}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۹}{۵}$

۱۸- کدام‌یک از موارد زیر، گسیل القایی را نشان می‌دهد؟ (* نشانه‌ی اتم برانگیخته است.) (سراسری ریاضی ـ ۸۸)

۱) فوتون + اتم $\rightarrow$ ۲ فوتون + *اتم

۲) فوتون + اتم $\rightarrow$ *اتم

۳) *اتم $\rightarrow$ فوتون + اتم

۴) ۲ فوتون + اتم $\rightarrow$ فوتون + *اتم

۱۹- پرتوهای لیزر در مقایسه با نور مرئی یک لامپ .....

۱) دارای فوتون‌هایی با انرژی بالاتر هستند.

۲) دارای طول موج بلندتر هستند.

۳) دارای شدت نور بیش‌تر هستند.

۴) دارای فوتون‌های هم‌انرژی، هم‌فاز و هم‌جهت هستند.

۲۰- توان باریکه‌ی نور خروجی از یک لیزر گازی $۹mW$ و توان ورودی آن $۲۰W$ است. بازده این لیزر چند درصد است؟

۱) ۴۵×۱۰^{-۵}

۲) ۴۵×۱۰^{-۳}

۳) ۹×۱۰^{-۳}

۴) ۴۵

نشر الكو

فصل هشتم
ساختار هسته

فصل هشتم: ساختار هسته

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ ۲۳۶۹- گزینه‌ی ۳ برای نمایش یک عنصر از نماد $^{A}_{Z}X$ استفاده می‌شود که Z عدد اتمی عنصر و برابر با تعداد پروتون‌ها است و A عدد جرمی که برابر با مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته می‌باشد.

Ⓐ ۲۳۷۰- گزینه‌ی ۲ تعداد نوکلئون‌ها همان عدد جرمی است.

Ⓐ ۲۳۷۱- گزینه‌ی ۳ نیروی هسته‌ای، قوی اما کوتاه برد است. به همین علت وقتی هسته سنگین و ابعاد آن بزرگ است، نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها دور از هم بسیار ناچیز اما نیروی دافعه‌ی کولنی بین پروتون‌ها همچنان باقی و قابل ملاحظه است که سبب ناپایداری هسته‌های سنگین می‌شود، به همین علت ابعاد هسته‌های پایدار دارای یک حد است.

Ⓐ ۲۳۷۲- گزینه‌ی ۴ نیروی هسته‌ای، یک نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های هسته است.

Ⓐ ۲۳۷۳- گزینه‌ی ۴ نیروی هسته‌ای یک نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های هسته است. این نیرو کوتاه بُرد بوده و نسبت به نیروی الکتریکی رانشی پروتون‌ها بسیار قوی‌تر می‌باشد به همین علت آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند.

Ⓐ ۲۳۷۴- گزینه‌ی ۲ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند.

ایزوتوپ‌ها به دلیل داشتن ساختار ترازهای الکترونی یکسان دارای خواص شیمیایی یکسان و خاصیت‌های هسته‌ای متفاوت هستند. بار هسته‌ی آن‌ها یکسان و تعداد نوکلئون‌هایشان متفاوت است. از این رو انرژی بستگی هسته‌شان متفاوت است و گزینه‌ی (۲) نادرست است.

Ⓐ ۲۳۷۵- گزینه‌ی ۲ عناصر دارای عدد اتمی بالاتر از ۹۲ که به‌طور مصنوعی در آزمایشگاه ساخته می‌شوند را عنصرهای فرا اورانیمی گویند.

Ⓐ ۲۳۷۶- گزینه‌ی ۳ عدد اتمی عنصرهای طبیعی موجود در طبیعت $1 \le Z \le 92$ است. عنصرها با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۹۲ به طور مصنوعی در آزمایشگاه تولید می‌شوند و به آن‌ها «عنصرهای فرا اورانیمی» گویند. همچنین عدد نوترونی عنصرهای موجود در طبیعت $0 \le N \le 146$ است. بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

Ⓐ ۲۳۷۷- گزینه‌ی ۲ در هسته‌های سبک، حدود عنصر ۳۰ جدول، تعداد نوترون‌ها برابر تعداد پروتون‌های هسته است و نسبت $\frac{N}{Z}$ حدود ۱ است. در هسته‌های نیمه سنگین این نسبت حدود، $\frac{N}{Z} \simeq 1/2$ و در هسته‌های سنگین این نسبت $\frac{N}{Z} \simeq 1/5$ است. بنابراین اگر از سبک‌ترین اتم به سوی سنگین‌ترین آن‌ها برویم، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

Ⓐ ۲۳۷۸- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم تعداد پروتون‌های دو ایزوتوپ یکسان و تعداد نوترون‌های آن‌ها مختلف است. بنابراین با توجه به نمودار دو عنصر C و E همچنین دو عنصر D و A ایزوتوپ هم هستند.

Ⓐ ۲۳۷۹- گزینه‌ی ۱ نیروهای هسته‌ای کوتاه بُرد هستند و گزینه‌ی (۲) نادرست است. جرم هسته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌ی آن کم‌تر است و گزینه‌ی (۳) نادرست است. هر چه هسته‌ی عناصر سنگین‌تر می‌شود، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد و برای هسته‌های مختلف یکسان نیست و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ ۲۳۸۰- گزینه‌ی ۲ ابعاد هسته‌ی اتم حدود $10^{-15}m$ (یک فمتومتر یا یک فرمی) و ابعاد اتم حدود 10^{-10} متر (یک آنگستروم) است.

Ⓐ ۲۳۸۱- گزینه‌ی ۲ نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها است و دارای بُرد کوتاه بوده اما بسیار قوی‌تر از نیروی الکتریکی است.

Ⓐ **۲۳۸۲- گزینه‌ی ۳** جرم هر اتم از مجموع جرم ذره‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن کم‌تر است، همچنین جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های آن کم‌تر است. بنابراین جرم هسته‌ی هلیم که دارای دو پروتون و دو نوترون است از مجموع جرم دو نوترون و دو پروتون کم‌تر است.

Ⓐ **۲۳۸۳- گزینه‌ی ۳** آزمایش نشان می‌دهد، جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن کم‌تر است. طبقه رابطه‌ی اینشتین $(E=\Delta mC^2)$ این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود که آن را انرژی بستگی می‌نامند.

Ⓐ **۲۳۸۴- گزینه‌ی ۳** جرم هسته‌ی اتم از جرم نوکلئون‌های آن کم‌تر است. این تفاوت جرم، به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل شده است.

Ⓐ **۲۳۸۵- گزینه‌ی ۴** در واکنش‌های هسته‌ای، با تبدیل جرم به انرژی سر و کار داریم که مقدار این جرم بسیار کوچک بوده به همین دلیل در فیزیک هسته‌ای به جای یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی استفاده می‌شود که عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ که جرم هر اتم کربن ۱۲ را برابر $12/000000\,u$ در نظر می‌گیرند.

Ⓐ **۲۳۸۶- گزینه‌ی ۳** جرم هر مول یعنی $6/022\times10^{23}$ اتم کربن ۱۲g است، بنابراین:

$$1u=\frac{1}{12}\times\left(\frac{12}{1000}\right)\left(\frac{1}{6/02\times10^{23}}\right)=1/66\times10^{-27}kg$$

این تست را با مراجعه به گزینه‌ها نیز می‌توان پاسخ داد: گزینه‌ی (۴) عدد بسیار بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه‌ی (۱) نیز برای یکای جرم اتمی عدد بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه‌ی (۲) نیز بار الکتریکی الکترون و از طرفی ضریب تبدیل یکای انرژی الکترون - ولت به ژول است.

Ⓑ **۲۳۸۷- گزینه‌ی ۱** اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد، جرم هسته‌ی اتم از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌ی آن کم‌تر است. در واقع برای تشکیل هسته، مقداری انرژی لازم است که از تبدیل بخش کوچکی از جرم نوکلئون‌ها به انرژی تأمین می‌شود که به آن انرژی بستگی هسته گویند.

$$B=\Delta Mc^2\Rightarrow B=[(NM_n+ZM_p)-M_x]c^2$$

بنابراین هرچه اختلاف مجموع جرم نوکلئون‌ها با جرم هسته بیش‌تر باشد، انرژی بستگی هسته بیش‌تر بوده و هسته پایدارتر است.

Ⓐ **۲۳۸۸- گزینه‌ی ۲** بنا بر نظریه‌ی اینشتین، جرم و انرژی صورت‌های مختلف یک کمیت فیزیکی هستند و رابطه‌ی $E=mc^2$ بین آن‌ها برقرار است که در آن c سرعت نور می‌باشد.

$$E=mc^2\Rightarrow 7/2\times10^{12}=m\times(3\times10^8)^2\Rightarrow m=\frac{7/2\times10^{12}}{9\times10^{16}}=0/8\times10^{-4}\ kg\Rightarrow m=0/08\ g$$

Ⓐ **۲۳۸۹- گزینه‌ی ۴** انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی برابر است با:

$$E=mc^2\Rightarrow E=4\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2\Rightarrow E=36\times10^{13}\ J$$

هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مقدار انرژی زیر را مصرف می‌کند:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=100\times20\times3600\Rightarrow E=7/2\times10^6\ J$$

بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر است با:

$$n=\frac{36\times10^{13}}{7/2\times10^6}\Rightarrow n=5\times10^7=50000000$$

Ⓑ **۲۳۹۰- گزینه‌ی ۲** انرژی بستگی هسته برابر است با:

$$B=\Delta Mc^2\Rightarrow B=[(ZM_p+NM_n)-M_x]c^2$$

$$4/5\times10^{-10}=[(14\times1/67\times10^{-27}+14\times1/68\times10^{-27})-M_x](3\times10^8)^2$$

$$\frac{4/5\times10^{-10}}{9\times10^{16}}=14\times3/35\times10^{-27}-M_x$$

$$M_x=14\times3/35\times10^{-27}-5\times10^{-27}\Rightarrow M_x=41/9\times10^{-27}\ kg$$

Ⓐ ۲۳۹۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی $E=mc^2$ داریم:

$$\begin{cases} E=1u\times c^2=1/66\times10^{-27}\times9\times10^{16}=1/49\times10^{-10}J \\ 1J=6/25\times10^{18}eV=6/25\times10^{12}MeV \end{cases} \Rightarrow E=1/49\times10^{-10}\times6/25\times10^{12}=931/5MeV$$

نکته: این تبدیل باید به خاطر سپرده شود که انرژی معادل جرم $1u$ برابر است با: $931/5MeV$

Ⓐ ۲۳۹۲- گزینه‌ی ۳ در فرآیندهای هسته‌ای اصل پایستگی جرم و اصل پایستگی انرژی به تنهایی برقرار نیستند؛ بلکه در این فرآیندها مجموع جرم و انرژی در بر هم‌کنش، پایسته می‌ماند.

Ⓐ ۲۳۹۳- گزینه‌ی ۴ هنگامی که از یک هسته ذره‌ی α گسیل می‌شود، از عدد اتمی آن ۲ واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود.

Ⓐ ۲۳۹۴- گزینه‌ی ۲ پرتو گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و هنگامی که یک هسته‌ی برانگیخته با گسیل پرتو گاما به هسته‌ی حالت پایه تبدیل می‌شود، عدد جرمی و عدد اتمی آن تغییر نمی‌کند. $^{A}_{Z}X^{*}\rightarrow{}^{A}_{Z}X+{}^{0}_{0}\gamma$

Ⓐ ۲۳۹۵- گزینه‌ی ۱ ذره‌ی آلفا هسته‌ی هلیم است و دارای دو نوترون و دو پروتون می‌باشد. هرگاه هسته‌ی عنصر پرتوزا، آلفا گسیل کند از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هر کدام دو واحد کم می‌شود.

تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های $^{238}_{92}U$ به ترتیب $Z=92$ و $N=238-92=146$ است، بنابراین: $Z'=92-2=90$

$N'=146-2=144$

Ⓐ ۲۳۹۶- گزینه‌ی ۱ در واکنش هسته‌ای مجموع عدد جرمی و همچنین مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش با هم برابر است. در نتیجه:

$$^{1}_{0}n+{}^{10}_{5}B\rightarrow{}^{7}_{3}Li+{}^{A'}_{Z'}x\Rightarrow\begin{cases}1+10=7+A'\Rightarrow A'=4\\0+5=3+Z'\Rightarrow Z'=2\end{cases}$$

بنابراین x یک ذره‌ی آلفا $(^{4}_{2}He)$ است.

Ⓐ ۲۳۹۷- گزینه‌ی ۳ در واپاشی بتای منفی $(^{0}_{-1}e)$، عدد جرمی بدون تغییر می‌ماند و به عدد اتمی یک واحد افزوده می‌شود.

در واقع یک نوترون در هسته‌ی عنصر پرتوزا واپاشیده شده و به یک پروتون و یک الکترون (بتای منفی) تبدیل می‌شود، که بتا از هسته خارج می‌گردد. بنابراین مجموع نوکلئون‌ها $(A=Z+N)$ ثابت می‌ماند، اما به تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود.

Ⓐ ۲۳۹۸- گزینه‌ی ۱ در واکنش‌های هسته‌ای مجموع بار الکتریکی و عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان است:

$$^{32}_{15}P\rightarrow{}^{32}_{16}S+{}^{a}_{b}X\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases}\Rightarrow(^{0}_{-1}e)$$ ذره‌ی گسیل شده بتای منفی است.

Ⓐ ۲۳۹۹- گزینه‌ی ۱ طبق قوانین پایستگی داریم:

$$^{239}_{92}U^{*}\rightarrow{}^{a}_{b}x+{}^{239}_{93}Np\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases}\Rightarrow{}^{0}_{-1}e$$

Ⓐ ۲۴۰۰- گزینه‌ی ۳ هرگاه یک هسته، پرتو گاما گسیل کند، عدد اتمی و عدد جرمی آن تغییر نمی‌کند.

Ⓐ ۲۴۰۱- گزینه‌ی ۱ طبق قوانین پایستگی داریم:

$$^{14}_{7}N+{}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{17}_{8}O+{}^{1}_{1}H\Rightarrow\begin{cases}14+A=17+1\Rightarrow A=4\\7+Z=8+1\Rightarrow Z=2\end{cases}\Rightarrow{}^{4}_{2}He$$

می‌بینید که با بمباران هسته‌های نیتروژن با ذره‌های آلفا $^{4}_{2}He$ می‌توان یکی از ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن را ایجاد کرد.

Ⓑ ۲۴۰۲- گزینه‌ی ۱

$$^{207}_{82}Pb\rightarrow{}^{197}_{79}Au+2{}^{1}_{0}n+a{}^{4}_{2}He+b{}^{0}_{-1}e\Rightarrow\begin{cases}207=197+2+4a+0\Rightarrow a=2\\82=79+0+2a-b\Rightarrow 3=2\times2-b\Rightarrow b=1\end{cases}$$

دو ذره‌ی آلفا و یک ذره‌ی بتای منفی گسیل شده است.

Ⓐ ۲۴۰۳- گزینه‌ی ۳

$$^{8}_{3}Li\rightarrow{}^{A'}_{Z'}X+{}^{4}_{2}He+{}^{0}_{-1}e\Rightarrow\begin{cases}8=A'+4+0\Rightarrow A'=4\\3=Z'+2+(-1)\Rightarrow Z'=2\end{cases}$$

بنابراین هسته به اتم هلیم $^{4}_{2}He$ تبدیل می‌شود.

Ⓐ ۲۴۰۴- گزینه‌ی ۲

$$^{1}_{0}n+^{235}_{92}U\rightarrow^{141}_{55}Cs+^{93}_{37}Rb+\cdots\cdots\Rightarrow\begin{cases}1+235=141+93+a\Rightarrow a=2\\0+92=55+37+b\Rightarrow b=0\end{cases}\Rightarrow 2\,^{1}_{0}n$$

Ⓐ ۲۴۰۵- گزینه‌ی ۲

$$^{12}_{6}C+^{A}_{Z}X\rightarrow^{4}_{2}He+^{10}_{5}B\Rightarrow\begin{cases}12+A=4+10\Rightarrow A=2\\6+Z=2+5\Rightarrow Z=1\end{cases}$$

بنابراین هسته‌ی ایزوتوپ $^{2}_{1}H$ یعنی دوتریم، واکنش را کامل می‌کند.

Ⓐ ۲۴۰۶- گزینه‌ی ۱

$$^{11}_{6}C\rightarrow^{A}_{Z}X+(^{0}_{+1}e)\Rightarrow\begin{cases}11=A+0\Rightarrow A=11\\6=Z+1\Rightarrow Z=5\end{cases}\Rightarrow^{11}_{5}B$$

Ⓐ ۲۴۰۷- گزینه‌ی ۴

$$^{241}_{95}A_m\rightarrow^{237}_{Z}Np+^{4}_{2}He\Rightarrow 95=Z+2\Rightarrow Z=93$$

بنابراین تعداد نوترون‌های نپتونیم برابر خواهد شد با: $N=A-Z\Rightarrow N=237-93\Rightarrow N=144$

Ⓐ ۲۴۰۸- گزینه‌ی ۲ تنها در گزینه‌ی (۲) پایستگی بار الکتریکی و عدد جرمی برقرار است.

Ⓐ ۲۴۰۹- گزینه‌ی ۲ نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا، تنها تابع نوع هسته‌ی واپاشیده است و عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن ندارند و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

در اثر پرتوزایی بتازا، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد $(^{A}_{Z}X\rightarrow^{A}_{Z+1}Y+^{0}_{-1}e)$ بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

هر چه انرژی بستگی هسته بیش‌تر باشد، یعنی برای جدا کردن نوکلئون از هسته، انرژی بیش‌تری لازم است و هسته پایدارتر است، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

آلفا هسته‌ی هلیم بوده و دارای دو پروتون و دو نوترون است. هرگاه هسته‌ی پرتوزا، آلفا گسیل کند، عدد اتمی آن دو واحد و عدد جرمی آن ۴ واحد کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ ۲۴۱۰- گزینه‌ی ۳ نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا به جنس هسته‌ی آن بستگی دارد و با فشار، دما یا زمان تغییر نمی‌کند.

Ⓐ ۲۴۱۱- گزینه‌ی ۳ اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند.

ایزوتوپ‌ها دارای خاصیت‌های شیمیایی یکسان و انرژی بستگی هسته‌ای و خواص هسته‌ای متفاوت هستند.

Ⓐ ۲۴۱۲- گزینه‌ی ۱ عنصرهایی که عدد اتمی آن‌ها از ۸۳ بزرگ‌تر است، به‌طور طبیعی ناپایدار هستند.

Ⓐ ۲۴۱۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به تعریف نیمه‌عمر عنصر پرتوزا خواهیم داشت:

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow N=\frac{N_0}{2^3}=\frac{1}{8}N_0\Rightarrow\frac{N}{N_0}=12/5\%$$

Ⓑ ۲۴۱۴- گزینه‌ی ۱ با توجه به تعریف نیمه‌عمر یک ماده‌ی پرتوزا:

$$\begin{cases}\text{جرم اولیه}: M\xrightarrow{t}\frac{M}{2}\xrightarrow{t}\frac{M}{4}\xrightarrow{t}\frac{M}{8}\ \text{جرم باقی‌مانده}\\ \text{جرم واپاشیده}: M-\frac{M}{8}=\frac{7}{8}M\end{cases}\Rightarrow\frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی‌مانده}}=\frac{\frac{7}{8}M}{\frac{M}{8}}=7$$

Ⓐ ۲۴۱۵- گزینه‌ی ۱ با توجه به تعریف نیمه‌عمر:

$$\text{جرم اولیه}\ M\xrightarrow{10h}\frac{M}{2}\xrightarrow{10h}\frac{M}{4}\xrightarrow{10h}\frac{M}{8}\xrightarrow{10h}\frac{M}{16}$$

$$\text{جرم عنصر پرتوزای باقی‌مانده}=\text{جرم اولیه}-\text{جرم واپاشیده}\Rightarrow\frac{M}{16}=M-15\Rightarrow\frac{15M}{16}=15\Rightarrow M=16\,g$$

B ۲۴۱۶- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** استفاده از تعریف:

$$m \xrightarrow{\text{۵ روز}} \frac{m}{۲} \xrightarrow{\text{۵ روز}} \frac{m}{۴} \xrightarrow{\text{۵ روز}} \frac{m}{۸} \xrightarrow{\text{۵ روز}} \frac{m}{۱۶} \text{ باقی‌مانده}$$

بنابراین $\frac{۱۵}{۱۶}$ مقدار اولیه واپاشیده شده است.

$$m-\frac{m}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}m=۷۵g \Rightarrow m=۸۰\,g$$

در مدت ۲۰ شبانه روز، از $۸۰\,g$، ۵ گرم باقی‌مانده است و پس از گذشت یک نیمه‌عمر دیگر یعنی گذشت ۵ شبانه‌روز دیگر، $\frac{۵}{۲}=۲/۵\,g$ از آن باقی می‌ماند.

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه‌های نیمه عمر است. در این رابطه‌ها n تعداد نیمه عمرها و M، جرم ماده‌ی پرتوزای اولیه و m جرم ماده پرتوزای باقی‌مانده است.

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow n=\frac{۲۰}{۵}=۴$$

$$m=\frac{M}{۲^n} \Rightarrow M-۷۵=\frac{M}{۲^۴} \Rightarrow M-۷۵=\frac{M}{۱۶} \Rightarrow M=۸۰\,g$$

$$m=\frac{M}{۲^n} \Rightarrow ۲/۵=\frac{۸۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n=۳۲ \Rightarrow n=۵$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۵=\frac{t}{۵} \Rightarrow t=۲۵ \text{ شبانه‌روز}$$

B ۲۴۱۷- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' برابر دو نیمه‌عمر بوده و $۲\times۸=۱۶$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$$۲۰۰۰ \xrightarrow{\text{۸ روز}} ۱۰۰۰ \xrightarrow{\text{۸ روز}} ۵۰۰ \xrightarrow{\text{۸ روز}} ۲۵۰ \xrightarrow{\text{۸ روز}} N=۱۲۵$$

راه‌حل دوم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۳۲}{۸}=۴ \quad , \quad N=\frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow N=\frac{N_۰}{۲^۴} \Rightarrow N=\frac{۲۰۰۰}{۱۶} \Rightarrow N=۱۲۵$$

A ۲۴۱۸- گزینه‌ی ۲ ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی‌مانده است، بنابراین:

$$N=\frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}N_۰=\frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n=۸ \Rightarrow n=۳$$

۳ نیمه‌عمر ۹ سال شده است، پس یک نیمه‌عمر $\frac{۹}{۳}=۳$ سال است.

A ۲۴۱۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به تعریف نیمه عمر:

$$N=\frac{N_۰}{۲^n} \xrightarrow{n=۵} N=\frac{N_۰}{۳۲}$$

$$\text{هسته‌های واپاشیده}=N_۰-\frac{N_۰}{۳۲}=\frac{۳۱}{۳۲}N_۰=٪۹۷\,N_۰$$

A ۲۴۲۰- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف نیمه‌عمر، ابتدا تعداد نیمه عمرهای سپری شده را به دست می‌آوریم:

$$m=\frac{m_۰}{۲^n} \Rightarrow ۰/۱۲۵=\frac{۲}{۲^n} \Rightarrow ۲^n=\frac{۲}{۰/۱۲۵} \Rightarrow ۲^n=۱۶ \Rightarrow n=۴$$

اکنون می‌توان زمان سپری شده را به دست آورد:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۴=\frac{t}{۲۸} \Rightarrow t=۱۱۲ \text{ سال}$$

A ۲۴۲۱- گزینه‌ی ۴ ایزوتوپ‌های پرتوزا با گذشت زمان واپاشیده می‌شوند. احتمال واپاشی یک هسته‌ی پرتوزا در یک ثانیه با ثابت واپاشی λ مشخص می‌شود. ثابت واپاشی تنها تابع نوع هسته است و به عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بستگی ندارد.

A ۲۴۲۲- گزینه‌ی ۲ در واکنش شکافت، جرم پاره‌های شکافت از جرم اورانیم اولیه کم‌تر بوده و بخشی از جرم به انرژی قابل ملاحظه‌ای تبدیل می‌شود.

Ⓐ ۲۴۲۳- گزینه‌ی ۴ در غنی‌سازی اورانیم، برای بالا بردن درجه‌ی خلوص اورانیم $^{235}_{92}U$ از دو روش پخش و سانتریفیوژ گازی استفاده می‌شود.

Ⓐ ۲۴۲۴- گزینه‌ی ۲ جرم فوق بحرانی، جرمی است که در آن واکنش زنجیره‌ای به‌صورت انفجاری رشد می‌کند.

Ⓐ ۲۴۲۵- گزینه‌ی ۱ برای استفاده از اورانیوم در نیروگاه‌های هسته‌ای، باید درصد فراوانی ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ را افزایش داد.

Ⓐ ۲۴۲۶- گزینه‌ی ۳ برای استفاده‌ی اورانیوم در رآکتورهای هسته‌ای باید از ^{235}U استفاده کرد. زیرا ^{238}U واکنش زنجیره‌ای انجام نمی‌دهد. بخش بزرگی از اورانیوم طبیعی خالص ^{238}U است، بنابراین برای استفاده از اورانیوم در نیروگاه‌های هسته‌ای باید فراوانی ^{235}U را به صورت مصنوعی زیاد کرد که این کار را غنی‌سازی می‌گویند.

Ⓐ ۲۴۲۷- گزینه‌ی ۴ به کمک فرآیند پخش و یا سانتریفیوژ گازی فراوانی ^{235}U را افزایش می‌دهند.

Ⓐ ۲۴۲۸- گزینه‌ی ۱ برای استفاده در نیروگاه‌های برق، غنی‌سازی ۳ درصد اورانیوم لازم است.

Ⓐ ۲۴۲۹- گزینه‌ی ۱ دانشمندان فیزیک تجربی متوجه شدند که اگر اورانیوم به قطعه‌های کوچک‌تر تقسیم شود و در بین این قطعه‌ها ماده‌ای قرار گیرد که نوترون‌های حاصل از شکافت را کُند و احتمال جذب آن‌ها در اورانیوم را زیاد سازد، می‌توان با استفاده از اورانیوم طبیعی واکنش زنجیره‌ای به‌وجود آورد.

Ⓐ ۲۴۳۰- گزینه‌ی ۲ در راکتور با خارج کردن و فرو بردن میله‌های کنترل درون آن، جذب نوترون را کنترل کرده، آهنگ واکنش را تنظیم می‌کنند.

Ⓑ ۲۴۳۱- گزینه‌ی ۴ راکتور هسته‌ای دارای سوخت هسته‌ای، کندکننده، میله‌های کنترل و شاره‌ای برای خارج ساختن گرما است.

Ⓐ ۲۴۳۲- گزینه‌ی ۳ جرمی که برای آن هر شکافت به طور میانگین شکافت دیگری را به وجود آورد، جرم بحرانی گویند و جرمی که در آن واکنش زنجیره‌ای ادامه نمی‌یابد را جرم زیر بحرانی و جرمی که در آن واکنش زنجیره‌ای به صورت انفجاری رشد می‌کند را جرم فوق بحرانی گویند.

Ⓐ ۲۴۳۳- گزینه‌ی ۴ با استفاده از انرژی هسته‌ای می‌توان برق زیادی تولید کرد و به جای سوخت‌های فسیلی مانند نفت، زغال‌سنگ و گاز طبیعی از انرژی هسته‌ای استفاده کرد. سوخت‌های فسیلی با تولید گازهای گلخانه‌ای مانند دی‌اکسیدکربن و مواد سمی دیگر مانند دی‌اکسیدگوگرد به محیط زیست آسیب می‌رسانند و علاوه بر آن سوخت‌های فسیلی دارای مولکول‌های آلی بوده که می‌توان در صنایعی مانند پتروشیمی از آن‌ها استفاده کرد، که با استفاده از انرژی هسته‌ای، سوخت‌های فسیلی از چرخه‌ی تولید برق خارج می‌شوند.

Ⓐ ۲۴۳۴- گزینه‌ی ۳ در واکنش شکافت مانند واکنش $^{236}_{92}U \rightarrow ^{91}_{36}Kr + ^{142}_{56}Ba + 3\,^{1}_{0}n$ ، نسبت نوترون‌ها به پروتون‌های هسته‌های پسماندهای شکافت بالا بوده و این هسته‌ها با بتازایی به هسته‌های پایدار تبدیل می‌شوند.

Ⓐ ۲۴۳۵- گزینه‌ی ۳ هسته‌ی اورانیوم با جذب نوترون با فرآیند شکافت، ترکیب‌های مختلفی از هسته‌های کوچک‌تر را ایجاد می‌کند که یک نمونه‌ی آن به صورت روبه‌رو است:

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{91}_{36}Kr + ^{142}_{56}Ba + 3(^{1}_{0}n)$$

نقطه‌ی ضعف اصلی واکنش بالا، تولید پسماندهای پرتوزای $^{91}_{36}Kr$ و $^{142}_{56}Ba$ است که نسبت نوترون به پروتون $(\frac{N}{Z})$ در آن‌ها از حالت پایدار آن‌ها بیش‌تر است و این هسته‌ها با واپاشی بتازا و تبدیل نوترون به پروتون به سوی هسته‌های پایدار می‌روند که این پرتوهای بتای گسیلی بسیار خطرناک‌اند.

Ⓐ ۲۴۳۶- گزینه‌ی ۴ مجموع کل جرم و انرژی در برهم‌کنش‌های هسته‌ای ثابت است.

Ⓐ ۲۴۳۷- گزینه‌ی ۳ هسته همانند اتم دارای تراز انرژی است که نوکلئون‌ها در این ترازها قرار دارند. برای هسته‌های سنگین، انرژی این ترازها حدود چند $10keV$ است و برای هسته‌های سبک، حدود چند $10MeV$ است. هرگاه نوکلئون انرژی کافی دریافت کند به ترازهای بالاتر می‌رود و هسته برانگیخته می‌شود. با توجه به نکات گفته شده گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست و گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ ۲۴۳۸- گزینه‌ی ۴ با گسیل پوزیترون، عدد اتمی یک واحد کاهش و عدد نوترونی یک واحد افزایش می‌یابد، بنابراین در سوی فلش (۱) منتقل می‌شود.

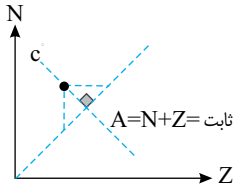
Ⓑ ۲۴۳۹- گزینه‌ی ۳ با گسیل بتا، عدد اتمی، یک واحد افزایش و عدد نوترونی، یک واحد کاهش می‌یابد، بنابراین در سوی فلش (۳) منتقل می‌شود.

Ⓑ ۲۴۴۰- گزینه‌ی ۴ با گسیل آلفا، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام دو واحد کاهش می‌یابند، بنابراین در سوی فلش (۴) منتقل می‌شود.

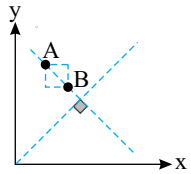
Ⓐ ۲۴۴۱- گزینه‌ی ۳ هر پروتون دارای بار $+e$ است، بنابراین تعداد پروتون‌ها برابر است با: $Z = \frac{Q}{e}$

B ۲۴۴۲- گزینه‌ی ۴ در واپاشی بتازا، عدد اتمی عنصر یعنی تعداد پروتون‌ها کاهش می‌یابد.

A ۲۴۴۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به نمودار عنصرهای روی خط c (خط عمود بر نیمساز) دارای عدد جرمی $A=Z+N$ یکسان هستند.



در صفحه‌ی xoy، جمع مختصات $(x+y)$ تمام نقطه‌های روی خط عمود بر نیمساز عدد ثابتی است. به‌طور مثال اگر از A به B برویم به همان اندازه که x زیاد می‌شود، y کم شده و $x+y$ ثابت می‌ماند.



B ۲۴۴۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا با کم کردن جرم دو الکترون از جرم اتم هلیم $^{4}_{2}He$، جرم هسته‌ی آن را به دست آوریم:

$$M(^{4}_{2}He)=4/00260۳-2\times0/000549=4/00260۳-0/001098=4/001505\ u$$

اکنون تفاوت جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌ی هسته را به دست می‌آوریم:

$$\Delta M=2M_p+2M_n-M(^{4}_{2}He)$$

$$\Delta M=2(1/008665+1/007276)-4/001505=4/031882-4/001505=0/030377u$$

اکنون کافی است اختلاف جرم دو طرف واکنش را در عدد ۹۳۱/۵ ضرب کرده و انرژی بستگی هسته‌ی هلیم را به دست آوریم:

$$B=0/030377\times931/5=28/296175\ MeV\simeq28/3\ MeV$$

A ۲۴۴۵- گزینه‌ی ۳ هرگاه بخواهیم نوکلئون‌های یک هسته را از هم جدا کنیم باید به آن انرژی بدهیم، بنابراین هنگام تشکیل یک هسته‌ی پایدار، انرژی آزاد می‌شود.

A ۲۴۴۶- گزینه‌ی ۳ هرگاه انرژی‌ای که نوکلئون دریافت می‌کند از انرژی بستگی آن بیش‌تر باشد، هسته واپاشیده می‌شود.

B ۲۴۴۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا جرم هسته‌ی دوتریم را به‌دست می‌آوریم. برای این کار باید از جرم اتم دوتریم، جرم یک الکترون آن را کم کنیم، سپس به کمک رابطه‌ی اینشتین انرژی بستگی هسته را حساب کنیم:

$M(^{2}H)=2/014102-0/000549=2/013553u$ جرم هسته‌ی دوتریم

$$B=[M_n+M_P-M(^{2}H)]c^{2}\Rightarrow B=(1/008665+1/007276-2/013553)\times931/5=2/22MeV$$

B ۲۴۴۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی اینشتین، برای انرژی بستگی هسته می‌توان نوشت:

$$B=\Delta mc^{2}\Rightarrow B=(ZM_p+NM_n-M_x)c^{2}\Rightarrow B=[m+2(1/1m)-2m]c^{2}\Rightarrow B=1/2mc^{2}$$

B ۲۴۴۹- گزینه‌ی ۴ ابتدا اختلاف جرم را در دو سوی واکنش $^{12}_{6}C\rightarrow3\,^{4}_{2}He$ به‌دست می‌آوریم، سپس Δm را که برحسب یکای جرم اتمی است در عدد ۹۳۱/۵ ضرب می‌کنیم تا انرژی برحسب MeV به‌دست آید:

$$\Delta m=3\times4/0026-12/0000=0/0078u$$

$$E=0/0078\times931/5=7/27MeV$$

B ۲۴۵۰- گزینه‌ی ۲ نوترون چون بدون بار است از مسیر خود منحرف نمی‌شود. آلفا دارای بار مثبت است، بنابراین با توجه به قاعده‌ی دست راست به سمت بالا منحرف می‌شود. بتا دارای بار منفی است پس با توجه به قاعده‌ی دست راست به سمت پایین منحرف می‌شود.

A ۲۴۵۱- گزینه‌ی ۱ در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$\begin{cases}235+1=140+94+1+x\Rightarrow x=1\\92+0=54+38+0+y\Rightarrow y=0\end{cases}\Rightarrow\ ^{1}_{0}n$$

B ۲۴۵۲- گزینه‌ی ۳

$$^{A}_{Z}X \rightarrow \frac{a}{۲}(^{۴}_{۲}He)+a(^{۰}_{-۱}e)+^{A'}_{Z'}Y \Rightarrow \begin{cases} A=۲a+۰+A' \Rightarrow A'=A-۲a \\ Z=a+(-a)+Z' \Rightarrow Z'=Z \end{cases}$$

بنابراین عدد جرمی کاهش می‌یابد و عدد اتمی ثابت می‌ماند.

D ۲۴۵۳- گزینه‌ی ۱ می‌دانیم که هر مول از ماده دارای $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ اتم است، بنابراین:

$$\begin{matrix} ۹۰g & ۶\times۱۰^{۲۳} \\ ۱g & N \end{matrix} \Rightarrow N=۶/۷\times۱۰^{۲۱} \text{ اتم}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t}=\lambda N=۷/۵\times۱۰^{-۱۰}\times۶/۷\times۱۰^{۲۱}=۵\times۱۰^{۱۲}\ \frac{۱}{s}$$

در هر واپاشی، یک ذره‌ی بتا گسیل می‌شود، بنابراین در هر ثانیه حدود ۵×۱۰^{۱۲} ذره‌ی بتا گسیل خواهد شد.

D ۲۴۵۴- گزینه‌ی ۴ واپاشی نوترون به صورت روبه‌رو است:

$$^{۱}_{۰}n \rightarrow ^{۱}_{۱}P+ ^{۰}_{-۱}e$$

$$\Delta M=M_n-(M_p+M_e)=۱/۰۰۸۶۶-(۱/۰۰۷۲۸+۰/۰۰۰۵۴۹)$$

جرمی که به انرژی جنبشی تبدیل شده است: $\Delta M=۰/۰۰۰۸۳۱u$

در واقع پروتون که از الکترون خیلی سنگین‌تر است ساکن یا تقریباً ساکن می‌ماند، بنابراین بیشینه انرژی جنبشی ذره‌های بتا برابر است با:

$$E=۰/۰۰۰۸۳۱\times۹۳۱/۵=۰/۷۷۴MeV$$

D ۲۴۵۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا تعداد هسته‌های ^{۱۳۱}I در ۱/۳۱ میلی‌گرم را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} ۱۳۱g & ۶\times۱۰^{۲۳} \text{ اتم} \\ ۱/۳۱\times۱۰^{-۳}g & N_۰ \end{matrix} \Rightarrow N_۰=\frac{۶\times۱۰^{۲۳}\times۱۳۱\times۱۰^{-۵}}{۱۳۱}=۶\times۱۰^{۱۸}$$

$$N=\frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow N=\frac{۶\times۱۰^{۱۸}}{۲^{\frac{۲۴}{۸}}} \Rightarrow N=\frac{۶\times۱۰^{۱۸}}{۸}=۷/۵\times۱۰^{۱۷}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t}=\lambda N=۱۰^{-۶}\times۷/۵\times۱۰^{۱۷}=۷/۵\times۱۰^{۱۱}$$ واپاشی در ثانیه

A ۲۴۵۶- گزینه‌ی ۴ ایزوتوپ فسفر با گسیل بتای منفی، باید در جدول تناوبی به عنصر خانه‌ی بعدی تبدیل شود، فسفر در گروه ۵ و آلومینیم در گروه ۳ و گوگرد در گروه ۶ جدول تناوبی است و آرگون نیز گاز نجیب بوده، پس فسفر به گوگرد تبدیل می‌شود.

$$^{۳۲}_{۱۵}P \rightarrow ^{۳۲}_{۱۶}S+^{۰}_{-۱}e$$

A ۲۴۵۷- گزینه‌ی ۳ سدیم عنصر شماره‌ی ۱۱ جدول و Ne عنصر شماره‌ی ۱۰ جدول است، بنابراین عدد اتمی یک واحد کاهش یافته و عدد جرمی بدون تغییر است، پس پوزیترون گسیل شده است.

$$^{۲۲}_{۱۱}Na \rightarrow ^{۲۲}_{۱۰}Ne+ ^{۰}_{+۱}e$$

A ۲۴۵۸- گزینه‌ی ۴ در واکنش گزینه‌ی (۱) مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(۲+۵\neq۶+۰)$، بنابراین این واکنش ممنوع است. در واکنش گزینه‌ی (۲) مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(۱+۲۷\neq۲۷+۴)$، بنابراین این واکنش نیز ممنوع است.

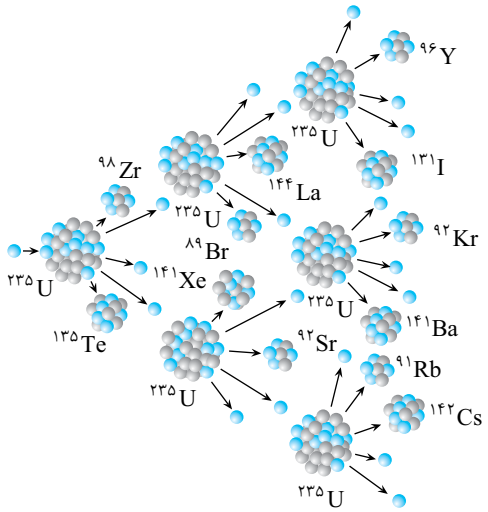
C ۲۴۵۹- گزینه‌ی ۳ اگر یک ذره‌ی آلفا گسیل کند از عدد نوترونی و همچنین عدد اتمی آن دو واحد کاسته می‌شود. از طرفی هنگام گسیل بتا از تعداد نوترون یک واحد کاسته و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود، در نتیجه با گسیل یک آلفا و یک بتای منفی جمعاً ۳ واحد از عدد نوترونی و یک واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.

Ⓐ ۲۴۶۰- گزینه‌ی ۲ برای هر یک از دو عنصر هسته‌های فعال P و Q را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} N_{\circ P} \xrightarrow{20\,min} \frac{N_{\circ P}}{2} \xrightarrow{20\,min} \frac{N_{\circ P}}{4} \xrightarrow{20\,min} \frac{N_{\circ P}}{8} \\ N_{\circ Q} \xrightarrow{30\,min} \frac{N_{\circ Q}}{2} \xrightarrow{30\,min} \frac{N_{\circ Q}}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_P}{N_Q} = \frac{\frac{N_{\circ P}}{8}}{\frac{N_{\circ Q}}{4}} = \frac{1}{2}$$

Ⓐ ۲۴۶۱- گزینه‌ی ۴ در فرآیند شکافت، ترکیب‌های مختلفی از هسته‌های کوچک‌تر به وجود می‌آید که یکی از آن‌ها به صورت زیر است:

$${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{91}_{36}Kr + {}^{142}_{56}Ba + 3({}^{1}_{0}n)$$



واکنش شکافت

Ⓑ ۲۴۶۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل مسأله، نیمه‌عمر B از همه کوتاه‌تر و سرعت واپاشی آن از بقیه بیش‌تر است.

Ⓑ ۲۴۶۳- گزینه‌ی ۱

$m({}^{7}Li) = 7/01601 - 3(0/00055) = 7/01436u$

$B = [3(1/0072) + 4(1/0087) - 7/01436] \times 931/5 = 39/2MeV$

برای هر نوکلئون $B = \frac{39/2}{7} = 5/6MeV$

آزمون پاسخنامه‌ی فصل هشتم

۱- **کدام گزینه نادرست است؟**

۱) اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته‌های سبک حدود چند MeV است.

۲) اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته‌های سنگین حدود چند keV است.

۳) در واکنش‌های شیمیایی گرمازا، هسته‌ها برانگیخته می‌شوند.

۴) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته گسسته و کوانتیده است.

۲- **اگر یک پروتون به جرم تقریبی $1/6 \times 10^{-27} kg$ کاملاً به انرژی تبدیل شود، چند مگا الکترون - ولت انرژی تولید می‌کند؟**

$(c = 3 \times 10^{8} \frac{m}{s}, e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

۱) $1/44 \times 10^{-10}$ ۲) 9×10^{8} ۳) $1/44 \times 10^{-4}$ ۴) 9×10^{2}

۳- **عدد اتمی هسته‌ای که فقط نوترون گسیل کرده است، چند واحد کاهش می‌یابد؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴- **اگر یک عنصر پرتوزا دو ذره‌ی آلفا و دو ذره‌ی بتا گسیل کند، به‌ترتیب عدد اتمی و عدد جرمی آن چه تغییری می‌کند؟** (آزاد ریاضی - ۸۶)

۱) ۱ واحد کاسته می‌شود، ۴ واحد کاسته می‌شود.

۲) ۲ واحد کاسته می‌شود، ۸ واحد کاسته می‌شود.

۳) ۱ واحد افزایش می‌یابد، ۸ واحد کاسته می‌شود.

۴) ۲ واحد افزایش می‌یابد، ۴ واحد کاسته می‌شود.

۵- **نیمه‌عمر یک ماده‌ی پرتوزا ۱۴ روز می‌باشد. اگر پس از ۷۰ روز یک گرم از این عنصر به صورت فعال باقی بماند، مقدار اولیه‌ی آن چند گرم است؟** (آزاد ریاضی- ۸۶)

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۱۲ ۴) ۳۴

۶- **در یک واکنش هسته‌ای ۰/۰۲ گرم ماده به انرژی تبدیل شده است. انرژی تولید شده چند ژول است؟ (سرعت انتشار نور در خلأ $۳\times۱۰^{۵}\ \frac{km}{s}$ است.)** (آزاد ریاضی- ۸۷)

۱) $۱/۸\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۱/۸\times۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱/۸\times۱۰^{۶}$ ۴) $۱/۸\times۱۰^{۵}$

۷- **کدام‌یک از گزینه‌های زیر از جنس پرتو گاما است؟**

۱) آلفا ۲) نوترون ۳) نوکلئون ۴) نور مرئی

۸- **در واکنش شکافت، در چه جرمی واکنش زنجیره‌ای رخ می‌دهد؟**

۱) جرم بحرانی ۲) جرم فوق بحرانی ۳) جرم زیر بحرانی ۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

۹- **جرم هسته‌ی لیتیم $^{۷}_{۳}Li$ برابر $۶/۹۴\ u$ است، انرژی بستگی هسته‌ی آن برحسب مگا الکترون ولت به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (جرم پروتون $۱/۰۰۷\ u$ و جرم نوترون را $۱/۰۰۸\ u$ در نظر بگیرید.)**

۱) ۲۰۷ ۲) ۵۲ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۷۵

۱۰- **عنصرهای فرا اورانیمی دارای عدد اتمی بیش از ..... هستند.**

۱) ۹۲ ۲) ۸۳ ۳) ۶۴ ۴) ۳۲

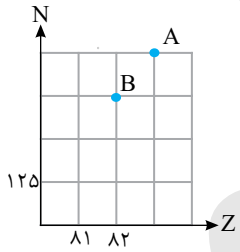
۱۱- **نقطه ضعف اساسی واکنش شکافت آن است که .....**

۱) در عمل بسیار دشوار و پرهزینه است.
۲) انرژی در مدت کم، دمای محیط را بسیار افزایش می‌دهد.
۳) محصولات واپاشی، پرتوزا و خطرناک هستند.
۴) قابل کنترل نیست.

۱۲- **ایزوتوپ $^{۸}_{۳}Li$ پس از گسیل یک ذره‌ی α و یک ذره‌ی β، به چه عنصری تبدیل می‌شود؟**

۱) $^{۸}_{۴}Be$ ۲) $^{۷}_{۳}Li$ ۳) $^{۴}_{۲}He$ ۴) $^{۶}_{۳}Li$

۱۳- **در شکل روبه‌رو بخشی از نمودار زنجیره‌ای واپاشی $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ نمایش داده شده است. در تبدیل عنصر A به عنصر B کدام پرتوها می‌تواند گسیل شده باشد؟**



۱) یک نوترون
۲) یک پروتون
۳) هسته‌ی دوتریم
۴) هسته‌ی تریتیم

۱۴- **کدام گزینه درباره‌ی سه عنصر $^{۶۱}_{۲۶}X$، $^{۶۱}_{۲۵}Y$ و $^{۵۹}_{۲۵}Z$ نادرست است؟**

۱) X و Y را می‌توان با روش شیمیایی از هم جدا کرد.
۲) X و Z را می‌توان با روش شیمیایی از هم جدا کرد.
۳) Y و Z را می‌توان با روش شیمیایی از هم جدا کرد.
۴) Y و Z را می‌توان با روش فیزیکی از هم جدا کرد.

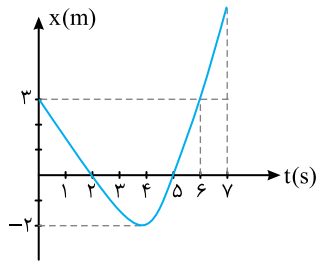
۱۵- **در حادثه‌ی انفجار چرنوبیل یکی از ایزوتوپ‌هایی که مشکل آلودگی مواد غذایی را به وجود آورد، ید $^{۱۳۱}_{۵۳}I$ بود، که نیمه عمر آن ۸ روز و جرم اتمی آن $۱۳۱\ \frac{g}{mol}$ و ثابت واپاشی آن $\lambda=۱۰^{-۶}\ \frac{۱}{s}$ است. اگر مقدار ۶۵۵ میکروگرم از آن توسط آب وارد یک گیاه شود بعد از گذشت ۴۰ روز از حادثه در هر ثانیه چند واپاشی صورت می‌گیرد؟ (عدد آووگادرو را $N_A=۶\times۱۰^{۲۳}$ در نظر بگیرید.)**

۱) $۹/۳۷۵\times۱۰^{۱۰}$ ۲) $۴/۷۳\times۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰/۴۵\times۱۰^{۱۰}$ ۴) $۴/۷۳\times۱۰^{۱۰}$

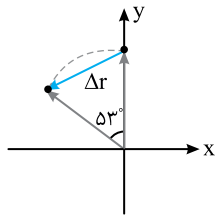
نشر الكو

پاسخ تشریحی آزمون‌ها

آزمون ۱



۱- گزینه‌ی ۱ بـا توجه به نمـودار در بازه‌ی ۲s تا ۶s متحـرک از مکان $x=0$ به مکان $x=-2m$ و سپس به مکان $x=3m$ می‌رود. پس جابه‌جایی آن $\Delta x=3m$ و مسافت طی‌شده توسط آن برابر $d=2+2+3=7m$ است.



۲- گزینه‌ی ۳ با توجه به صورت مسأله، مسیر دایره‌ای به شعاع ۴ متر است. بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند. در این صورت:

$$\Delta r^2=R^2+R^2-2(R)(R)\cos 53^\circ$$

$$\Delta r^2=2R^2(1-\cos 53^\circ)\Rightarrow \Delta r^2=2\times 16(1-0/6)$$

$$\Delta r^2=2\times 16(0/4)\Rightarrow \Delta r^2=16\times\frac{4}{5}\Rightarrow \Delta r=4\times 2\times\frac{\sqrt{5}}{5}\Rightarrow \Delta r=\frac{8\sqrt{5}}{5}\,m$$

۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط بردار سرعت متوسط هم جهت با بردار جابه‌جایی است. $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

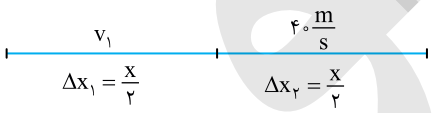
۴- گزینه‌ی ۱ دقت کنید که سـرعت متحرک در جابه‌جایی $-\vec{x}$ برابر $-30\frac{m}{s}$ اسـت. حال با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}\Rightarrow \bar{v}=\frac{3x+(-x)}{\frac{3x}{60}+\frac{-x}{-30}}=\frac{2x}{\frac{5x}{60}}\Rightarrow \bar{v}=24\,\frac{m}{s}$$

۵- گزینه‌ی ۲ متحرک روی خط راست در یک جهت حرکت کرده است، بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}\Rightarrow \bar{v}=\frac{\bar{v}_1\Delta t_1+\bar{v}_2\Delta t_2+\bar{v}_3\Delta t_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}\Rightarrow \bar{v}=\frac{5\times 3+5\times 10+20\times 7}{3+5+7}\Rightarrow \bar{v}=\frac{205}{15}\Rightarrow \bar{v}=\frac{41}{3}\,\frac{m}{s}$$

۶- گزینه‌ی ۳ در حل این نوع مسأله‌ها که در آن‌ها مسیر تکه‌تکه شده است، باید در هر تکه از مسیر، بازه‌ی زمانی پیمودن آن تکه مشخص شود، بنابراین:



$$\Delta t_1=\frac{\frac{x}{2}}{v_1}=\frac{x}{2v_1}\quad,\quad \Delta t_2=\frac{\frac{x}{2}}{40}=\frac{x}{80}$$

اکنون می‌توان سرعت متوسط v_1 را به‌دست آورد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{x}{\frac{x}{2v_1}+\frac{x}{80}}\Rightarrow 16=\frac{160v_1}{80+2v_1}\Rightarrow 10v_1=80+2v_1\Rightarrow v_1=10\,\frac{m}{s}$$

۷- گزینه‌ی ۳ کافی اسـت در معادله‌ی حرکت $t=1s$ را قرار داد و بردار مکان را به دسـت آورد، سپس اندازه‌ی بردار مکان را حساب کرد:

$$t=1s\Rightarrow \vec{r}=3\vec{i}+4\vec{j}\Rightarrow |\vec{r}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

۸- گزینه‌ی ۱ سرعت متوسط جابه‌جایی در یکای زمان است و جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. بنابراین:

$$|\Delta\vec{r}|=AC=\sqrt{(15-3)^2+(11-2)^2}\Rightarrow |\Delta\vec{r}|=15m\quad,\quad \vec{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{15}{3+7}=1/5\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۹- گزینه‌ی ۱** مکان متحرک را در $t=1s$ و $t=3s$ به‌دست می‌آوریم.

$$t=1s \Rightarrow x_1=0 \Rightarrow t=3s \Rightarrow x_2=-27+1=-26m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

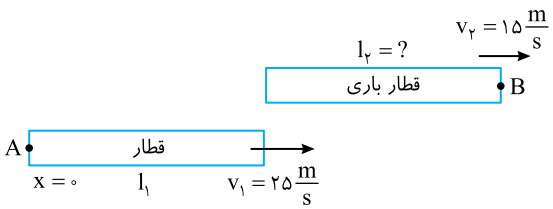
$$\vec{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}=\frac{-26-0}{3-1} \Rightarrow \vec{v}=-13\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۰- گزینه‌ی ۳** شناگر در مدت $t=\frac{50}{5}=10s$، طول استخر را طی کرده و در مدت $14-10=4s$ در مسیر برگشت است و در مدت ۴ ثانیه، $5\times4=20m$ باز می‌گردد. بنابراین جابه‌جایی شناگر در مدت $14s$ برابر $30m$ است و اندازه‌ی سرعت متوسط حرکت او در $14s$ برابر است با:

$$\vec{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}=\frac{30}{14}=\frac{15}{7}\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۱- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** استفاده از معادله‌ی حرکت:

معادله‌ی حرکت انتهای قطار اول و ابتدای قطار باری را نسبت به مبدأ دلخواه می‌نویسیم:



$$\begin{cases} x_A=v_1t_1+x_0 \Rightarrow x_A=25t \\ x_B=v_2t_2+x_0 \Rightarrow x_B=15t+(200+l_2) \end{cases}$$

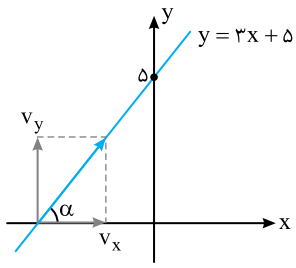
$$\xrightarrow[x_A=x_B]{t=40s} 25\times40=15\times40+200+l_2 \Rightarrow l_2=200m$$

راه‌حل دوم: استفاده از سرعت نسبی:

$$\Delta x=v_{\text{نسبی}}\Delta t \Rightarrow l_1+l_2=(v_1-v_2)\Delta t \Rightarrow 200+l_2=(25-15)\times40 \Rightarrow l_2=200m$$

Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به معادله‌ی $y=3x+5$، شیب این خط $\tan\alpha=3$ است.

به شکل دقت کنید.



$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=3 \Rightarrow v_y=3v_x$$

در صورت پرسش بیان شده که بزرگی سرعت $\sqrt{10}\frac{m}{s}$ است.

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \Rightarrow \sqrt{10}=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \Rightarrow v_x^2+(3v_x)^2=10$$

$$v_x=1\frac{m}{s} \quad , \quad v_y=3\frac{m}{s}$$

بنابراین بردار سرعت برابر خواهد شد با: $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$

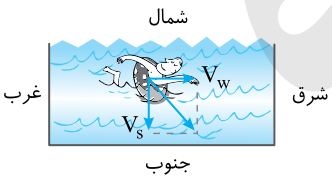
Ⓑ **۱۳- گزینه‌ی ۳** هنگام حرکت دو متحرک به سوی هم یک بار قبل از رسیدن دو متحرک به هم فاصله‌ی آن‌ها از هم می‌تواند ۱۲۰ متر باشد و بار دیگر پس از گذشتن از کنار هم.

سرعت نسبی دو متحرک برابر $v_1+v_2=10+30=40\frac{m}{s}$ است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\Delta x=v_{\text{نسبی}}t \Rightarrow \begin{cases} 480-120=40t \Rightarrow t=9s \\ 480+120=40t \Rightarrow t=15s \end{cases}$$

که در گزینه‌ها تنها $15s$ وجود دارد، پس گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ۱** کوتاه‌ترین زمان هنگامی است که شخص عمود بر جهت جریان آب شنا کند، یعنی به سوی جنوب. در این حالت سرعت جریان آب در زمان رسیدن شناگر به ساحل نقشی ندارد و تنها شخص را در همان زمان در جهت شرق مقداری جابه‌جا می‌کند.



Ⓑ **۱۵- گزینه‌ی ۱** وقتی قایق هم‌جهت جریان آب حرکت می‌کند، اندازه‌ی سرعتش نسبت به ساحل برابر است با: $v=v_B+v_W$

(v_W سرعت جریان آب و v_B سرعت قایق روی آب ساکن است.)

وقتی قایق در خلاف جهت جریان آب حرکت می‌کند، اندازه‌ی سرعتش نسبت به ساحل برابر است با: $v=v_B-v_W$

در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{هنگام رفت } \Delta x=(v_B+v_W)t \\ \text{هنگام برگشت } \Delta x=(v_B-v_W)\frac{7}{3}t \end{cases} \Rightarrow (v_B+v_W)t=(v_B-v_W)\frac{7}{3}t \Rightarrow \frac{4}{3}v_B=\frac{10}{3}v_W \Rightarrow \frac{v_B}{v_W}=\frac{10}{4} \Rightarrow \frac{v_B}{v_W}=2/5$$

آزمون ۲

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا با مشتق‌گیری، معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=۳t^۲-۵$$

در لحظه‌ی $t=۲s$ و $t=۳s$ سرعت را حساب می‌کنیم.

$$t=۲s\Rightarrow v_۱=۳\times۴-۵=۷\frac{m}{s}$$

$$t=۳s\Rightarrow v_۲=۲۷-۵=۲۲\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط خواهد شد:

$$\bar{a}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow\bar{a}=\frac{۲۲-۷}{۳-۲}\Rightarrow\bar{a}=۱۵\frac{m}{s^۲}$$

Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۳** در حرکت روی خط راست ممکن است متحرک تغییر جهت دهد، بنابراین گزینه‌ی (۱) و (۲) نادرست است. در حرکت روی خط راست ممکن است بزرگی شتاب ثابت باشد و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

در حرکت روی خط راست، بردار سرعت و بردار شتاب هم‌راستا هستند، پس گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۳- گزینه‌ی ۱** ثانیه‌ی چهارم، بازه‌ی زمانی بین $t=۳s$ و $t=۴s$ است، از این‌رو:

$$\begin{cases}t_۱=۳s\Rightarrow x_۱=۲۷-۲۷=۰\\ t_۲=۴s\Rightarrow x_۲=۶۴-۱۲=۵۲m\end{cases}\Rightarrow\Delta x=۵۲m$$

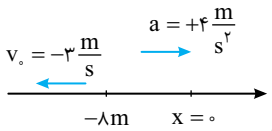
ثانیه‌ی اول بازه‌ی زمانی بین $t=۰$ و $t=۱s$ است.

$$\begin{cases}t'=۰\Rightarrow x'_۱=۰\\ t'_۲=۱s\Rightarrow x'_۲=۱-۳\times۱=-۲m\end{cases}\Rightarrow\Delta x'=-۲m$$

اکنون نسبت اندازه‌ی جابه‌جایی‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{|\Delta x|}{|\Delta x'|}=\frac{|۵۲|}{|-۲|}=+۲۶$$

Ⓐ **۴- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت $a=+۴\frac{m}{s^۲}$، سرعت اولیه $-۳\frac{m}{s}$ و مکان اولیه $-۸m$ است.

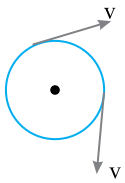


معادله‌ی سرعت – زمان و لحظه‌ی تغییر جهت حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=۴t-۳=۰\Rightarrow t=\frac{۳}{۴}s$$

بنابراین متحرک ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و در لحظه‌ی $t=\frac{۳}{۴}s$ متوقف شده و در جهت مثبت محور حرکت می‌کند سپس از مبدأ می‌گذرد پس بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

Ⓐ **۵- گزینه‌ی ۲** در مسیر دایره‌ای در هر لحظه بردار سرعت بر مسیر مماس است. وقتی اندازه‌ی سرعت ثابت است به دلیل تغییر جهت بردار سرعت، تغییرات سرعت صفر نمی‌شود و حرکت شتاب‌دار است، پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.



سرعت دوچرخه سوار $۳۰\frac{km}{h}$ است و در هر دقیقه مسافت زیر را طی می‌کند:

$$d=vt=۳۰\times\frac{۱}{۶۰}=\frac{۱}{۲}km=۵۰۰m$$

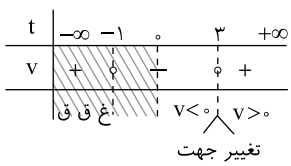
بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی هم‌اندازه‌ی سرعت لحظه‌ای نیست؛ به طور مثال در یک دور کامل سرعت متوسط صفر است. $(\Delta r=۰\Rightarrow\bar{v}=۰)$ اما سرعت لحظه‌ای صفر نیست. پس گزینه‌ی (۳) نادرست است.

در یک دور کامل جابه‌جایی صفر اما مسافت طی شده برابر محیط دایره است پس $\Delta x\neq d$ و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓑ **۶- گزینه‌ی ۳** وقتی متحرک در جهت منفی محور در حرکت است، سرعت آن نیز منفی است، بنابراین باید معادله‌ی سرعت- زمان را تعیین علامت کرد. برای این منظور ابتدا ریشه‌های معادله را به‌دست می‌آوریم.

$$t^۲-۲t-۳=۰\Rightarrow(t-۳)(t+۱)=۰\Rightarrow t=-۱\,,\,t=۳s$$



به کمک جدول روبه‌رو علامت سرعت را مشخص می‌کنیم.

بنابراین در بازه‌ی ۰ تا ۳s سرعت منفی است.

Ⓐ ۷- گزینه‌ی ۴ بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ بگذرد.

$$t^2+t+1=0 \Rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}$$ بدون جواب

بنابراین این متحرک از مبدأ نمی‌گذرد و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ ۸- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: استفاده از معادله‌ی مستقل از شتاب است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t \Rightarrow 9=\frac{0+v_0}{2}\times 1/5 \Rightarrow v_0=12\frac{m}{s}$$

بنابراین شتاب خواهد شد:

$$a=\frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a=\frac{0-12}{1/5} \Rightarrow a=-8\frac{m}{s^2}$$

راه‌حل دوم: کافی است متحرکی را فرض کنیم که از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در آمده است و در مدت $1/5s$ جابه‌جایی ۹ متر را طی کرده است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 9=\frac{1}{2}a(1/5)^2 \Rightarrow a=8\frac{m}{s^2}$$

Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۳ کافی است معادله‌ی حرکت را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم کنیم:

$$\begin{cases} 3x=\frac{1}{2}at'^2 \\ x=\frac{1}{2}at^2 \end{cases} \Rightarrow 3=\frac{t'^2}{t^2} \Rightarrow t'=\sqrt{3}t$$

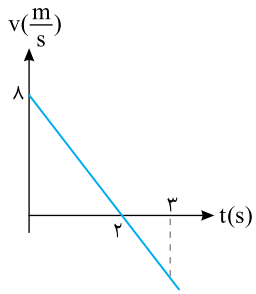
Ⓐ ۱۰- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: معادله‌ی سرعت- زمان و شتاب- زمان را به‌دست آورده، تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=-4t+8 \xrightarrow{v=0} t=2s$$

$$a=\frac{dv}{dt} \Rightarrow a=-4\frac{m}{s^2}$$

سرعت در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۲s مثبت و در بازه‌ی ۲s تا ۳s منفی است، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده $(av<0)$ و سپس حرکت تندشونده $(av>0)$ است.

راه‌حل دوم: کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم. مشخص است که در بازه‌ی ۰ تا ۲s سرعت کاهش یافته و صفر شده سپس از ۲s تا ۳s بزرگی سرعت افزایش می‌یابد و گزینه‌ی (۱) درست است.



Ⓐ ۱۱- گزینه‌ی ۴ برای آن‌که متحرک تغییر جهت دهد باید سرعتش صفر شود و علامت سرعت تغییر کند. از این‌رو ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=3(t-2)^2 \xrightarrow{v=0} t-2=0 \Rightarrow t=2s$$

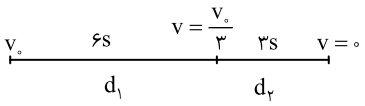
اما اگر دقت کنید عبارت $3(t-2)^2$ همواره نامنفی است و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد یعنی در $t=2s$ به‌طور لحظه‌ای می‌ایستد سپس به حرکت خود در همان جهت ادامه می‌دهد.

Ⓐ ۱۲- گزینه‌ی ۲ کافی است لحظه‌ی گذر از مکان $x_0=-3m$ با سرعت $v_0=1/5\frac{m}{s}$ را مبدأ زمان $(t=0)$ بگیریم و سپس به کمک معادله‌ی حرکت مسأله را حل کنیم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x=\frac{1}{2}\times 2\times(4)^2+1/5\times 4+(-3)=16+6-3 \Rightarrow x=19m$$

۱۳- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم. سرعت در لحظه‌ی $t=۶s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۰-v_۰}{۹}\Rightarrow a=\frac{-v_۰}{۹}$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-\frac{v_۰}{۹}\times ۶+v_۰\Rightarrow v=\frac{v_۰}{۳}$$

به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب مسأله به‌راحتی قابل حل است.

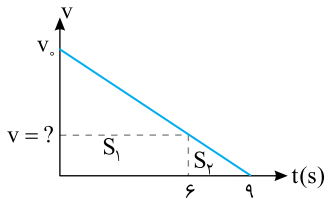
$$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t$$

$$\begin{cases} d_۱=\dfrac{\frac{v_۰}{۳}+v_۰}{۲}\times ۶=\dfrac{۴v_۰}{۳}\times ۳=۴v_۰ \\ d_۲=\dfrac{۰+\frac{v_۰}{۳}}{۲}\times ۳=\dfrac{v_۰}{۲} \end{cases}\Rightarrow \frac{d_۱}{d_۲}=۸$$

راه‌حل دوم: استفاده از نمودار سرعت- زمان.

با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{۳}{۹}=\frac{v}{v_۰}\Rightarrow v=\frac{v_۰}{۳}$$



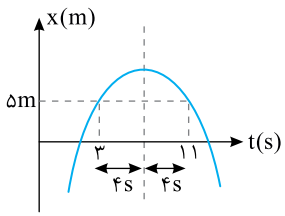
سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. از این‌رو:

$$\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{\dfrac{v_۰+\frac{v_۰}{۳}}{۲}\times ۶}{\dfrac{\frac{v_۰}{۳}\times ۳}{۲}}=۸$$

۱۴- گزینه‌ی ۳ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط $\bar{v}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ است. در ثانیه‌ی دوم حرکت یعنی در بازه‌ی بین $t=۱s$ و $t=۲s$ سرعت متوسط $۸\frac{m}{s}$ است پس سرعت در لحظه‌ی $t=۱/۵s$ برابر $۸\frac{m}{s}$ خواهد بود. با همین استدلال سرعت در لحظه‌ی $۳/۵s$ برابر $۱۶\frac{m}{s}$ است از این‌رو شتاب خواهد شد:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۶-۸}{۳/۵-۱/۵}=۴\frac{m}{s^۲}$$

۱۵- گزینه‌ی ۲ در حرکت با شتاب ثابت معادله‌ی مکان- زمان تابع درجه ۲ است $(x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰)$ و نمودار سهمی است و خط گذرنده از رأس سهمی خط تقارن سهمی است.



در $t=۷s$ مکان بیشینه است یعنی $t=۷s$ رأس سهمی است و در فاصله‌های زمانی یکسان از $t=۷s$ مکان‌ها یکسان است، پس در $t=۳s$ و $t=۱۱s$ مکان $+۵m$ است (به شکل سهمی دقت کنید).

۱۶- گزینه‌ی ۲ ابتدا مکان در لحظه‌های $t=1s$ و $t=3s$ را به‌دست می‌آوریم.

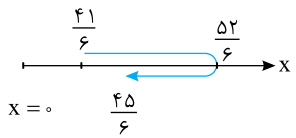
$$t=1s \Rightarrow x=\frac{1}{3}-\frac{7}{2}+10=\frac{41}{6}\,m$$

$$t=3s \Rightarrow x=\frac{27}{3}-\frac{7}{2}\times 9+10\times 3=\frac{54-189+180}{6}=\frac{45}{6}\,m$$

حال بررسی می‌کنیم که در این بازه‌ی زمانی متحرک تغییر جهت داده است یا نه؟

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=t^2-7t+10=0 \Rightarrow (t-5)(t-2)=0 \Rightarrow t=5s\ ,\ t=2s$$

سرعت تابع درجه ۲ است و توابع درجه ۲ در دو طرف ریشه تغییر علامت می‌دهند پس در $t=2s$ و $t=5s$ تغییر جهت صورت می‌گیرد که $t=2s$ در بازه‌ی زمانی $1s$ تا $3s$ است. مکان را در $t=2s$ به‌دست می‌آوریم.



$$x=\frac{8}{3}-\frac{28}{2}+20=\frac{16-84+120}{6}=\frac{52}{6}\,m$$

$$d=(\frac{52}{6}-\frac{41}{6})+(\frac{52}{6}-\frac{45}{6})$$

$$d=\frac{11}{6}+\frac{7}{6}=\frac{18}{6}=3m$$

۱۷- گزینه‌ی ۴ جابه‌جایی در ثانیه‌ی اول برابر است با:

$$\Delta x=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0 \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}a+v_0 \Rightarrow \frac{1}{2}a+v_0=5 \Rightarrow a+2v_0=10 \qquad (1)$$

جابه‌جایی در دو ثانیه‌ی دوم را از رابطه‌ی جابه‌جایی در مدت n ثانیه به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x=\frac{n}{2}a(2t-n)+nv_0 \Rightarrow 18=\frac{2}{2}a(2\times 4-2)+2v_0 \Rightarrow 18=6a+2v_0 \qquad (2)$$

دو رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم.

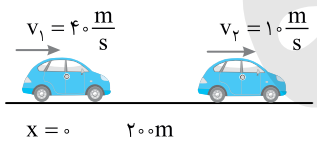
$$8=5a \Rightarrow a=1/6\,\frac{m}{s^2}$$

۱۸- گزینه‌ی ۴ برای آن‌که معادله‌ی $v=\frac{-\sqrt{-2x}}{4}$ صحیح باشد باید زیر رادیکال مثبت باشد. از این رو مقدارهای x باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی باشد. از طرفی $v^2=\frac{-x}{8}$ بوده و در $x=0$ ، $v=0$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان در جهت منفی محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار x، سرعت نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

البته می‌توان با مقایسه‌ی این تابع با معادله‌ی مستقل از زمان، شتاب را به‌دست آورد.

$$\begin{cases} v^2=2ax \\ v^2=-\frac{x}{8} \end{cases} \Rightarrow 2a=-\frac{1}{8} \Rightarrow a=-\frac{1}{16}\,\frac{m}{s^2}$$

۱۹- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی حرکت هر دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.



$$x_1=x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2+40t=10t+200 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2+30t-200=0$$

اگر این معادله جواب نداشته باشد برخوردی صورت نمی‌گیرد برای این منظور باید $\Delta<0$ باشد.

$$\Delta<0 \Rightarrow 900+400a<0 \Rightarrow a<-\frac{9}{4} \Rightarrow |a|>\frac{9}{4}$$

بنابراین کمینه (حداقل) مقدار a برابر $\frac{9}{4}\,\frac{m}{s^2}$ است.

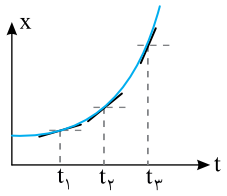
۲۰- گزینه‌ی ۱ شتاب، مشتق معادله‌ی سرعت- زمان نسبت به زمان است. معادله‌ی شتاب در این مسأله به صورت $a=1/2t-5$ است. بنابراین معادله‌ی سرعت- زمان معادله‌ای است که مشتق آن شبیه این عبارت شود. $v=0/6t^2-5t+v_0$

با توجه به فرض مسأله که $v_0=0$ است معادله‌ی سرعت خواهد شد:

$$v=0/6t^2-5t \xrightarrow{t=10s} v=60-50=10\,\frac{m}{s}$$

آزمون ۳

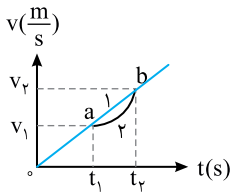
Ⓐ ۱- گزینه‌ی ۳ چون نمودار مکان- زمان سهمی است، پس معادله‌ی مکان- زمان تابع درجه ۲ بوده و حرکت با شتاب ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط برابر است با:



$$\bar{v}=\frac{v_1+v_2}{2}$$

از سویی شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان، بیانگر سرعت متحرک است که با توجه به شکل $v_3>v_2>v_1$ است، زیرا شیب در لحظه‌ی t_3 از شیب در لحظه‌ی t_2 و t_1 بیش‌تر است. بنابراین میانگین عدد v_2 و v_3 از بقیه‌ی حالت‌ها بزرگ‌تر بوده و با گذشت زمان و افزایش سرعت، سرعت متوسط زیاد می‌شود.

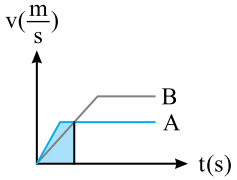
Ⓑ ۲- گزینه‌ی ۲ چون نمودار منحنی است، پس حرکت با شتاب متغیر می‌باشد. بنابراین $\bar{v}\neq\frac{v_1+v_2}{2}$ خواهد بود. زیرا فقط در حرکت با شتاب ثابت $\bar{v}=\frac{v_1+v_2}{2}$ و نمودار سرعت- زمان خط راست است.



از طرفی سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر تغییر مکان متحرک است و سطح زیر نمودار (۲) در بازه‌ی t_1 تا t_2 از سطح زیر نمودار یک حرکت فرضی با شتاب ثابت مانند نمودار (۱) کم‌تر است، پس سرعت متوسط در نمودار (۲) از سرعت متوسط در نمودار (۱) کم‌تر خواهد بود.

$$S_2<S_1\Rightarrow\Delta x_2<\Delta x_1\Rightarrow\bar{v}_2<\bar{v}_1\Rightarrow\bar{v}<\frac{v_1+v_2}{2}$$

Ⓑ ۳- گزینه‌ی ۱ در لحظه‌ای که سرعت هر دو متحرک یکسان است، سطح زیر نمودار متحرک A از سطح زیر نمودار متحرک B بیش‌تر است.

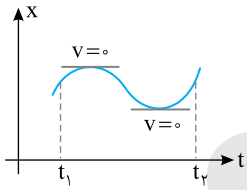


$$S_A>S_B\Rightarrow\Delta x_A>\Delta x_B$$

Ⓐ ۴- گزینه‌ی ۴ شیب خط قاطع نمودار مکان- زمان در بازه‌ی $t=3s$ و $t=9s$ برابر با سرعت متوسط متحرک در آن بازه‌ی زمانی است.

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\bar{v}=\frac{18-12}{9-3}=1\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۳ در نقطه‌های اکسترمم نمودار مکان- زمان، سرعت صفر است. با توجه به شکل روبه‌رو دو بار سرعت صفر شده است و در همان لحظه‌ها نیز تغییر جهت داده است.



Ⓐ ۶- گزینه‌ی ۲ شیب خط قاطع نمودار x-t برابر سرعت متوسط است از این‌رو:

$$\bar{v}=\tan\alpha=\tan 53^\circ\Rightarrow\bar{v}=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}\frac{m}{s}$$

از طرفی نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است از این‌رو:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}$$

در لحظه‌ی $t=0$ نمودار بر محور زمان مماس بوده و سرعت اولیه صفر است. بنابراین:

$$\frac{4}{3}=\frac{v+0}{2}\Rightarrow v=\frac{8}{3}\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۷- گزینه‌ی ۳ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر با جابه‌جایی جسم است.

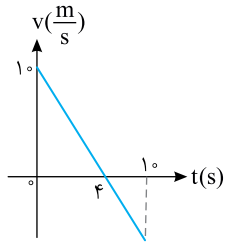
$$\Delta x=\frac{-10\times5}{2}+\frac{30\times15}{2}=-25+225=200\,m$$

سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{200}{20}=10\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۸- گزینه‌ی ۴ در بازه‌ی زمانی ۰ تا t_2 شیب نمودار سرعت- زمان مثبت و شتاب متحرک ثابت و مثبت است. در بازه‌ی t_2 تا t_3، سرعت ثابت، شتاب صفر و نمودار شتاب بر محور زمان منطبق می‌باشد. در بازه‌ی t_3 تا t_4 شیب نمودار سرعت- زمان منفی و شتاب ثابت و منفی است. بنابراین، گزینه‌ی (۴) پاسخ درست است. دقت کنید که اندازه‌ی شتاب در بازه‌ی t_1 تا t_2 با اندازه‌ی شتاب در بازه‌ی t_3 تا t_4 برابر است.

Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۲ شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{0-10}{4}=-2/5\,\frac{m}{s^2}$$

مکان را حساب می‌کنیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x=\frac{1}{2}(-2/5)(100)+10\times10+2\Rightarrow x=-125+100+2\Rightarrow x=-23m$$

Ⓑ ۱۰- گزینه‌ی ۲ ابتدا شتاب حرکت را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a=\frac{-9-12}{21}=-1\,\frac{m}{s^2}$$

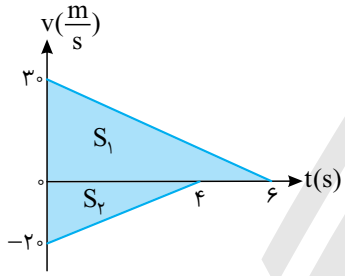
سرعت را در لحظه‌ی $t=6s$ و $t=12s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\begin{cases}t=6s\Rightarrow v_1=-1\times6+12=6\,\frac{m}{s}\\ t=12s\Rightarrow v_2=-1\times12+12=0\end{cases}$$

جابه‌جایی را به کمک رابطه‌ی مستقل از شتاب به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{v_2+v_1}{2}\Delta t\Rightarrow \Delta x=\frac{0+6}{2}\times(12-6)\Rightarrow \Delta x=18m$$

Ⓐ ۱۱- گزینه‌ی ۲ سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است.

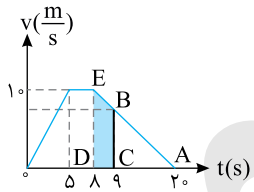


$$\Delta x_1=S_1=\frac{30\times6}{2}=90\,m$$

$$\Delta x_2=S_2=\frac{-20\times4}{2}=-40\,m$$

دو متحرک در حال حرکت به سوی هم بوده‌اند، بنابراین تا لحظه‌ی توقف به اندازه‌ی $90+40=130\,m$ به سوی هم حرکت کرده‌اند و فاصله‌ی آن‌ها برابر $200-130=70\,m$ است.

Ⓑ ۱۲- گزینه‌ی ۳ باید مساحت سطح رنگی را به‌دست آورید. قاعده‌ی بزرگ این ذوزنقه ۱۰ است. باید قاعده‌ی کوچک آن را به کمک تشابه به‌دست آورد.



$$\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{ADE}$$

$$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{12}{11}=\frac{10}{BC}\Rightarrow BC=\frac{110}{12}$$

$$S=\frac{10+\frac{110}{12}}{2}\times1=\frac{230}{2\times12}=\frac{115}{12}\,m$$

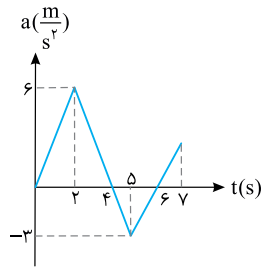
Ⓐ ۱۳- گزینه‌ی ۲ ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t=8s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=-5\times8=-40\,\frac{m}{s}$$

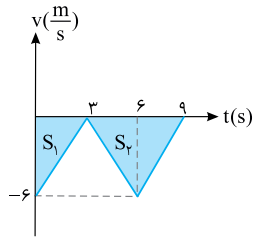
این سرعت برای قسمت بعدی، در حکم سرعت اولیه است، حال بررسی می‌کنیم متحرک با شتاب $10\,\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $-40\,\frac{m}{s}$ در چه مدتی می‌ایستد:

$$v=at+v_0\Rightarrow0=10\times t-40\Rightarrow t=4s$$

بنابراین در لحظه‌ی $t=8+4=12\,s$، متحرک می‌ایستد.



B **۱۴- گزینه‌ی ۴** متحرکی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند جهت حرکت و بردار شتابش یکی است. یعنی این متحرک که در ابتدا شتابش مثبت بوده در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده تا لحظه‌ی $t=۴s$ که شتاب مثبت و سرعت مثبت است در حال دور شدن از مبدأ است. در $t=۴s$ سرعتش $\Delta v=S=\frac{۶\times۴}{۲}=۱۲\frac{m}{s}$ است. از این لحظه به بعد شتاب منفی می‌شود و از سرعت می‌کاهد اما سرعت را به صفر نمی‌رساند زیرا در بازه‌ی ۴s تا ۶s تغییر سرعت $\Delta v=S=\frac{-۳\times۲}{۲}=-۳\frac{m}{s}$ بوده در لحظه‌ی $t=۶s$ سرعت همچنان مثبت است $(v_۲=۱۲+(-۳)=۹\frac{m}{s})$ و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه‌ی $t=۶s$ شتاب مجدداً مثبت شده و بر سرعت در جهت مثبت محور می‌افزاید و متحرک همچنان در حال دور شدن از مبدأ است. بنابراین در $t=۷s$ متحرک بیش‌ترین فاصله از مبدأ را دارد.



B **۱۵- گزینه‌ی ۲** سرعت در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۳s$ و $t=۶s$ و $t=۹s$ را به‌دست آورده و نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم:

$$t=۰\Rightarrow v_۰=-۶\frac{m}{s}$$

$$t=۳s\Rightarrow v=a_۱t_۱+v_۰\Rightarrow v=۲\times۳+(-۶)=۰$$

$$t=۶s\Rightarrow v=(-۲\times۳)+۰=-۶\frac{m}{s}$$

$$t=۹s\Rightarrow v=(۲\times۳)+(-۶)=۰$$

مسافت طی شده برابر است با: $d=|S_۱|+|S_۲|\Rightarrow d=|\frac{(-۶)\times۳}{۲}|+|\frac{۶\times(-۶)}{۲}|\Rightarrow d=۹+۱۸=۲۷m$

آزمون ۴

A **۱- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول**: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه‌ی tام حرکت برابر است با:

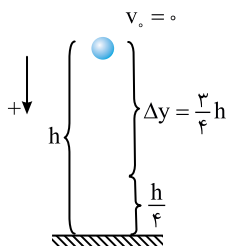
$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow \Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_۰$$

جسم هنگام سقوط تغییر جهت نمی‌دهد و مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است:

$$\left.\begin{array}{l} t=۲s\Rightarrow d_۲=\frac{۱}{۲}g(۲\times۲-۱)+v_۰\Rightarrow d_۲=\frac{۳}{۲}g+v_۰ \\ t=۱s\Rightarrow d_۱=\frac{۱}{۲}g(۲\times۱-۱)+v_۰\Rightarrow d_۱=\frac{۱}{۲}g+v_۰ \end{array}\right\}\Rightarrow d_۲-d_۱=g$$

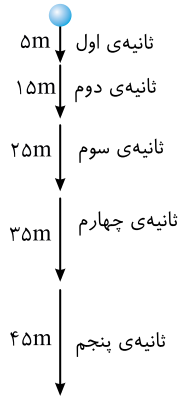
راه‌حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن برابر شتاب حرکت است. بنابراین $d_۲-d_۱$ برابر شتاب حرکت یعنی g است.

A **۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی مستقل از زمان خواهیم داشت:



$$v^۲-v_۰^۲=۲g\Delta y\Rightarrow v^۲-۰=۲g(\frac{۳}{۴}h)\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$$

Ⓐ ۳- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: با استفاده از تصاعد با توجه به شکل روبه‌رو جابه‌جایی در ۳s آخر برابر است با:



$$۲۵+۳۵+۴۵=۱۰۵m$$

راه‌حل دوم: در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۵s$ سرعت را به‌دست آورده و به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، مسأله را حل می‌کنیم.

$$v=gt+v_۰\begin{cases} t=۲s\Rightarrow v_۱=۱۰\times۲=۲۰\frac{m}{s} \\ t=۵s\Rightarrow v_۲=۱۰\times۵=۵۰\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$\Delta y=\frac{v_۲+v_۱}{۲}\Delta t=\frac{۵۰+۲۰}{۲}\times۳=۱۰۵m$$

راه‌حل سوم: استفاده از معادله‌ی حرکت:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\begin{cases} t=۲s\Rightarrow \Delta y=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۴=۲۰m \\ t=۵s\Rightarrow \Delta y=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۲۵=۱۲۵m\end{cases}$$

اکنون جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی آخر برابر است با:

$$۱۲۵-۲۰=۱۰۵m$$

راه‌حل چهارم: استفاه از جابه‌جایی در n ثانیه:

$$\Delta y=\frac{n}{۲}g(۲t-n)+nv_۰\Rightarrow \Delta y=\frac{۳}{۲}\times۱۰(۲\times۵-۳)+۳\times۰\Rightarrow \Delta y=۱۰۵m$$

Ⓑ ۴- گزینه‌ی ۳ ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow ۳۶۰=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times t^۲\Rightarrow t=۶\sqrt{۲}s$$

در نتیجه هر بازه‌ی زمانی برابر با $\frac{۶\sqrt{۲}}{۳}=۲\sqrt{۲}s$ است.

جابه‌جایی در بازه‌ی اول:

$$\Delta y_۱=\frac{۱}{۲}gt^۲=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۲\sqrt{۲})^۲\Rightarrow \Delta y=۴۰\,m$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی (۳) پاسخ درست است.

اما ادامه‌ی حل پرسش:

$$\Delta y_۲=\frac{۱}{۲}gt^۲=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۲\times۲\sqrt{۲})^۲=۱۶۰\,m$$

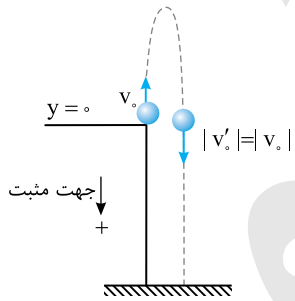
بنابراین در بازه‌ی دوم جابه‌جایی برابر است با:

$$۱۶۰-۴۰=۱۲۰\,m$$

و در بازه‌ی سوم:

$$۳۶۰-۱۶۰=۲۰۰\,m$$

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۲ وقتی مطابق شکل گلوله به محل پرتاب برمی‌گردد، سرعت آن هم‌اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی پرتاب است. برای سادگی، قسمتی از مسیر حرکت یعنی از محل پرتاب تا سطح زمین را به عنوان یک حرکت مستقل بررسی می‌کنیم.



$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow ۴۰=۵\times(۲)^۲+v_۰(۲)\Rightarrow v_۰=۱۰\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار در لحظه‌ی $t=۲/۵s$، سرعت صفر شده است یعنی زمان رسیدن به اوج ۲/۵s است. بنابراین:

$$t_{اوج}=\frac{v_۰}{g}\Rightarrow ۲/۵=\frac{v_۰}{۱۰}\Rightarrow v_۰=۲۵\frac{m}{s}$$

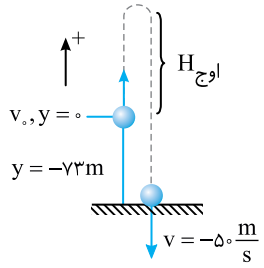
ارتفاع اوج خواهد شد:

$$H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۶۲۵}{۲۰}\Rightarrow H=۳۱/۲۵m$$

در نتیجه مسافت رفت و برگشت برابر است با:

$$d=۲\times۳۱/۲۵=۶۲/۵\,m$$

Ⓐ ۷- گزینه‌ی ۲ زمان رسیدن به اوج برابر $t=\frac{v_۰}{g}$ است و با دو برابر شدن $v_۰$، زمان اوج نیز ۲ برابر می‌شود. ارتفاع اوج برابر $H_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}$ است و با دو برابر شدن $v_۰$، ارتفاع اوج ۴ برابر می‌شود.



A **۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی مستقل از زمان داریم:

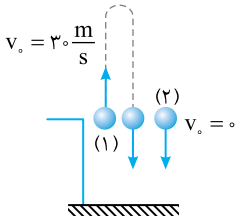
$$v^۲-v_\circ^۲=-۲g\Delta y\Rightarrow(-۵\circ)^۲-v_\circ^۲=-۲\circ\times(-۷۳)\Rightarrow v_\circ^۲=۱\circ۴\circ$$

ارتفاع اوج گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$H_{اوج}=\frac{v_\circ^۲}{۲g}=\frac{۱\circ۴\circ}{۲\circ}=۵۲m$$

فاصله‌ی گلوله از سطح زمین برابر خواهد شد با:

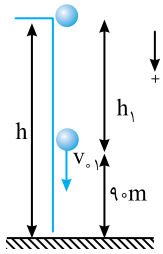
$$۵۲+۷۳=۱۲۵m$$



B **۹- گزینه‌ی ۱** زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول به محل پرتاب را به‌دست می‌آوریم.

$$t=\frac{۲v_\circ}{g}\Rightarrow t=\frac{۲\times۳\circ}{۱\circ}=۶s$$

بنابراین هنگام رها شدن گلوله‌ی دوم از ارتفاع h، گلوله‌ی اول با سرعت $۳\circ\frac{m}{s}$ از آن نقطه رو به پایین می‌گذرد و چون سرعتش بیش‌تر است، زودتر به زمین می‌رسد.



B **۱۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت گلوله را در ارتفاع ۹۰ متری از سطح زمین به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=+\frac{۱}{۲}gt^۲+v_\circ t\Rightarrow۹\circ=\frac{۱}{۲}\times۱\circ\times۴+v_{\circ۱}\times۲\Rightarrow v_{\circ۱}=۳۵\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک فرمول مستقل از زمان، $h_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲g\Delta y\Rightarrow۳۵^۲-۱۵^۲=۲\circ h_۱\Rightarrow(۳۵-۱۵)(۳۵+۱۵)=۲\circ h_۱\Rightarrow h_۱=۵\circ m$$

بنابراین مقدار h خواهد شد:

$$h=۵\circ+۹\circ=۱۴\circ m$$

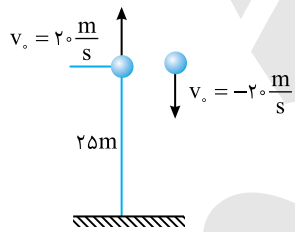
دقت کنید که جهت پرتاب سرعت اولیه در حل این مسأله تأثیری ندارد.

A **۱۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا زمان سقوط گلوله‌ی اول را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_\circ t\Rightarrow-۸\circ=-۵t^۲\Rightarrow t^۲=۱۶\Rightarrow t_A=۴s$$

اکنون سرعت اولیه‌ی گلوله‌ی B را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_\circ t\Rightarrow-۴\circ=-۵\times۱۶+v_{\circ B}\times۴\Rightarrow v_{\circ B}=۱\circ\frac{m}{s}$$



A **۱۲- گزینه‌ی ۳** زمان رسیدن گلوله‌ی دوم به زمین را به‌دست می‌آوریم.

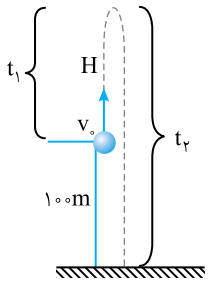
$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_\circ t\Rightarrow-۲۵=-۵t^۲-۲\circ t\Rightarrow t^۲+۴t-۵=\circ$$
$$\Rightarrow(t-۱)(t+۵)=\circ\Rightarrow t=۱s$$

بنابراین هیچ‌یک از گلوله‌ها در $t=\circ/۸s$ به زمین نمی‌رسند.

حرکت دو گلوله نسبت به هم یکنواخت است، از این رو:

$$\Delta y=v_{نسبی}t=(|v_۱|+|v_۲|)t\Rightarrow\Delta y=|۲\circ+۲\circ|\times\circ/۸\Rightarrow\Delta y=۳۲m$$

همچنین می‌توانیم مکان هر دو جسم را در لحظه‌ی $\circ/۸s$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم.



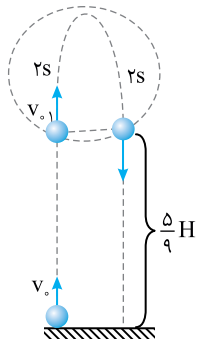
B **۱۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به فرض مسأله $t_۲=۱/۵t_۱$ ، زمان رسیدن به اوج برابر است با: $t_۱=\frac{v_\circ}{g}$

پایین آمدن گلوله:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow-(H+۱\circ\circ)=-\frac{۱}{۲}gt_۲^۲$$

$$\frac{v_\circ^۲}{۲g}+۱\circ\circ=\frac{۱}{۲}g\times(۱/۵)^۲\times\frac{v_\circ^۲}{g^۲}\Rightarrow\frac{v_\circ^۲}{۲g}+۱\circ\circ=۲/۲۵\frac{v_\circ^۲}{۲g}\Rightarrow۱/۲۵\underbrace{\frac{v_\circ^۲}{۲g}}_{H}=۱\circ\circ\Rightarrow H=\frac{۱\circ\circ}{۱/۲۵}=۸\circ m$$

بنابراین فاصله از سطح زمین برابر ۱۸۰m است.



B ۱۴- گزینه‌ی ۳ گلوله در بازه‌ی زمانی ۴s از یک نقطه دو بار گذشته است. در واقع می‌توان این قسمت حرکت را که در شکل با خط‌چین مشخص کرده‌ایم، یک حرکت مستقل فرض کرد که در آن جسم با سرعت اولیه‌ی v_{01} رو به بالا پرتاب شده است:

$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_{01}}{g}\Rightarrow 2=\frac{v_{01}}{10}\Rightarrow v_{01}=20\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی مستقل از زمان v_0 را به‌دست می‌آوریم:

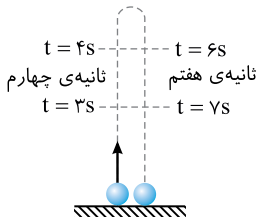
$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y\Rightarrow 20^2-v_0^2=-2g\left(\frac{5}{9}\frac{v_0^2}{2g}\right)\Rightarrow 20^2=\frac{4}{9}v_0^2\Rightarrow 20=\frac{2}{3}v_0\Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

A ۱۵- گزینه‌ی ۱ زمان رسیدن گلوله‌ی اول به اوج برابر است با:

$$t_{\text{اوج}}=\frac{v_0}{g}=\frac{30}{10}=3s$$

بنابراین وقتی گلوله‌ی اول در اوج است، گلوله‌ی دوم رها شده است و با هم به زمین رسیده‌اند. بنابراین محل رها شدن گلوله‌ی دوم، ارتفاع اوج گلوله‌ی اول است.

$$H_{\text{اوج}}=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{900}{20}=45m$$



B ۱۶- گزینه‌ی ۲ مطابق شکل وقتی جابه‌جایی در ثانیه‌ی چهارم و جابه‌جایی در ثانیه‌ی هفتم هم‌اندازه باشد، گلوله در ثانیه‌ی چهارم در حال حرکت رو به بالا و در ثانیه‌ی هفتم در حال حرکت رو به پایین و در لحظه‌ی $t=4s$ و $t=6s$ در یک مکان قرار دارد و زمان رسیدن به اوج میانگین عددی این دو زمان است.

$$t_{\text{اوج}}=\frac{4+6}{2}=5s$$

سرعت اولیه برابر است با:

$$t=\frac{v_0}{g}\Rightarrow 5=\frac{v_0}{10}\Rightarrow v_0=50\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اوج را به‌دست آورده و در عدد ۲ ضرب می‌کنیم تا مسافت طی شده در کل حرکت به‌دست آید.

$$d=2H_{\text{اوج}}=2\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow d=250m$$

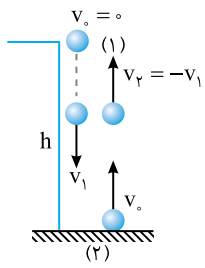
B ۱۷- گزینه‌ی ۱ معادله‌ی حرکت دو گلوله را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$y=\frac{-1}{2}gt^2+v_0t+y_0\xrightarrow{y_1=y_2}-5t_1^2+20t_1+0=-5(t_1-1)^2-10(t_1-1)+35$$

$$\Rightarrow -5t_1^2+20t_1=-5t_1^2+10t_1-5-10t_1+10+35\Rightarrow 20t_1=40\Rightarrow t_1=2s$$

اکنون می‌توان سرعت گلوله‌ی اول را به‌دست آورد:

$$v=-gt_1+v_{01}\quad\Rightarrow\quad v=-10\times 2+20=0$$



B ۱۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل روبه‌روگلوله‌ی دوم از محل تلاقی تا اوجش به اندازه‌ی گلوله‌ی اول از محل رها شدن تا محل تلاقی جابه‌جا می‌شود و ارتفاع اوج گلوله‌ی دوم برابر h خواهد بود.

$$H_{\text{اوج}}=h$$

B ۱۹- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** به کمک معادله‌ی مکان- زمان سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 75=-5\times 9+v_0\times 3\Rightarrow v_0=40\frac{m}{s}$$

اکنون زمان رسیدن گلوله به ارتفاع ۷۵ متری را حساب می‌کنیم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow 75=-5t^2+40t\Rightarrow t^2-8t+15=0\Rightarrow(t-3)(t-5)=0\begin{cases}t=3s\\t=5s\end{cases}$$

که $t=5s$ پاسخ این مسأله است.

راه‌حل دوم: هرگاه گلوله‌ای که در شـرایط خلأ در راسـتای قائم پرتاب می‌شـود و در لحظه‌های t_1 و t_2 از مکان h نسبت به محل پرتاب می‌گذرد، رابطه‌ی زیر بین h، t_1 و t_2 برقرار است:

$$h=\frac{1}{2}gt_1t_2 \Rightarrow 75=\frac{1}{2}\times 10\times 3\times t_2 \Rightarrow t_2=5s$$

B ۲۰- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$y_1=y_2 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2+40t=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+30 \xrightarrow{t=3s} 120=3v_0+30 \Rightarrow 90=3v_0 \Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: روش نسبی

حرکت دو متحرک نسبت به هم یکنواخت و معادله‌ی حرکت آن‌ها نیز نسبت به هم یکنواخت است.

$$\Delta y=v_{\text{نسبی}}t \Rightarrow 30=(40-v_0)\times 3 \Rightarrow v_0=30\frac{m}{s}$$

A ۲۱- گزینه‌ی ۴ سرعت اولیه‌ی جسم برابر سرعت بالن است. به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان)، سرعت برخورد جسم به زمین را به‌دست می‌آوریم:

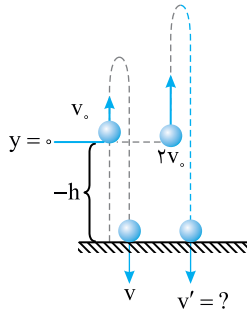
$$v^2-v_0^2=-2g(y-y_0) \Rightarrow v^2-400=-20\times(0-105) \Rightarrow v^2=2500 \Rightarrow v=50\frac{m}{s}$$

دقت کنید در حل این پرسش جهت حرکت بالن نقشی ندارد.

B ۲۲- گزینه‌ی ۳

$$v^2-v_0^2=-2g\Delta y \Rightarrow v^2-v_0^2=-2g(-h) \Rightarrow v=\sqrt{v_0^2+2gh}$$

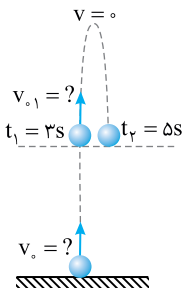
$$v'=\sqrt{(2v_0)^2+2gh}=\sqrt{4v_0^2+2gh}$$



کاملاً مشخص است که v' از v بزرگ‌تر است اما به دو برابر آن نمی‌رسد، زیرا:

$$2v=2\sqrt{v_0^2+2gh}=\sqrt{4v_0^2+8gh}>\sqrt{4v_0^2+2gh} \Rightarrow v<v'<2v$$

B ۲۳- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** با توجه به شکل روبه‌رو، گلوله در بازه‌ی t_1 تا t_2 به اوج می‌رود و برمی‌گردد.



$$t_2-t_1=\frac{2v_{01}}{g} \Rightarrow 2=\frac{2v_{01}}{10} \Rightarrow v_{01}=10\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان سرعت اولیه را حساب کرد:

$$v_{01}=-gt_1+v_0 \Rightarrow 10=-10\times 3+v_0 \Rightarrow v_0=40\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم:

$$v_0=\frac{1}{2}g(t_1+t_2) \Rightarrow v_0=5(5+3)=40\frac{m}{s}$$

A ۲۴- گزینه‌ی ۱ به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، سرعت برخورد سنگ به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=-2gy \Rightarrow v^2-100=-2\times 10(-15) \Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

A ۲۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به معادله‌ی مستقل از زمان $v^2-v_0^2=-2gy$، سرعت برخورد به زمین برابر است با: $v^2=v_0^2-2gy$

اندازه‌ی سرعت اولیه و ارتفاع دو گلوله از سطح زمین یکسان است، بنابراین سرعت برخورد دو گلوله به زمین با هم برابر است.

آزمون ۵

A ۱- گزینه‌ی ۱ با دو بار مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان مشخص می‌شود که شتاب حرکت برابر صفر است.

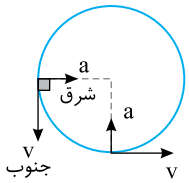
$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v}=2\vec{i} \quad , \quad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow a=0$$

A ۲- گزینه‌ی ۴ با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان، معادله‌ی سرعت را به‌دست می‌آوریم:

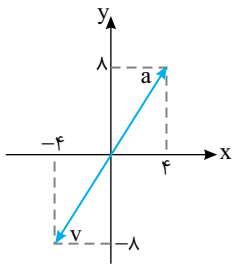
$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j} \Rightarrow \vec{v}=(-2\sin 2t)\vec{i}+(2\cos 2t)\vec{j}$$

با جای‌گذاری $t=\frac{\pi}{4}s$، سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=(-2\sin\frac{\pi}{2})\vec{i}+(2\cos\frac{\pi}{2})\vec{j} \Rightarrow \vec{v}=-2\vec{i} \Rightarrow |\vec{v}|=2\frac{m}{s}$$



B ۳- گزینه‌ی ۴ در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازه‌ی سرعت و اندازه‌ی شتاب ثابت بوده اما بردار شتاب به دلیل تغییر جهت آن در حال تغییر است. از طرفی بردار سرعت و بردار شتاب بر هم عمودند بنابراین هر سه حالت ممکن است.



B ۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{dr}{dt}\Rightarrow \vec{v}=(4t-4)\vec{i}+(8t-8)\vec{j}\xrightarrow{t=0}\vec{v}=-4\vec{i}-8\vec{j}$$

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow \vec{a}=+4\vec{i}+8\vec{j}$$

با توجه به شکل روبه‌رو زاویه‌ی بین دو بردار 180° است.

B ۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان- زمان بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=6t\vec{i}+3t^2\vec{j}$$

$$t=2s\Rightarrow \vec{v}=12\vec{i}+12\vec{j}$$

زاویه‌ای که بردار سرعت با محور xها می‌سازد برابر است با:

$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}\Rightarrow \tan\alpha=\frac{12}{12}=1\Rightarrow \alpha=45^\circ$$

A ۶- گزینه‌ی ۳ بردار سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=6\vec{i}+3\vec{j}$$

بنابراین بردار سرعت ثابت است و حرکت یکنواخت و روی خط راست است.

A ۷- گزینه‌ی ۱ بردار سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است.

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\Rightarrow 4\vec{i}+5\vec{j}=\frac{4\vec{i}-\beta\vec{j}-\alpha\vec{i}+4\vec{j}}{3-1}\Rightarrow 4\vec{i}+5\vec{j}=(\frac{4-\alpha}{2})\vec{i}+(\frac{-\beta+4}{2})\vec{j}$$

هنگامی دو بردار با هم برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$\begin{cases}\frac{4-\alpha}{2}=4\Rightarrow 4-\alpha=8\Rightarrow \alpha=-4\\ \frac{-\beta+4}{2}=5\Rightarrow -\beta+4=10\Rightarrow \beta=-6\end{cases}\Rightarrow \frac{\beta}{\alpha}=\frac{3}{2}$$

A ۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا با گرفتن مشتق از مکان، معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=(3t^2+2)\vec{i}-8t\vec{j}$$

بردار سرعت را در لحظه‌های $t=0$ و $t=2s$ حساب می‌کنیم:

$$t_1=0\Rightarrow \vec{v}_1=2\vec{i}$$

$$t_2=2s\Rightarrow \vec{v}_2=14\vec{i}-16\vec{j}$$

شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است:

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}=\frac{14\vec{i}-16\vec{j}-2\vec{i}}{2-0}\Rightarrow \bar{\vec{a}}=6\vec{i}-8\vec{j}$$

A ۹- گزینه‌ی ۳ با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان، معادله‌ی سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=6\vec{i}+(-10t-8)\vec{j}$$

سرعت متحرک در مبدأ زمان $(t=0)$ را سرعت اولیه می‌گویند، بنابراین:

$$t=0\Rightarrow \vec{v}_0=6\vec{i}-8\vec{j}\Rightarrow |\vec{v}_0|=\sqrt{6^2+8^2}=10\frac{m}{s}$$

A ۱۰- گزینه‌ی ۱ برای به‌دست آوردن معادله‌ی مسیر کافی است زمان (t) را از مؤلفه‌های افقی و قائم مکان حذف کنیم:

$$x=2t-1\Rightarrow t=\frac{x+1}{2}$$

$$y=4t^2\Rightarrow y=4(\frac{x+1}{2})^2\Rightarrow y=(x+1)^2$$

A ۱۱- گزینه‌ی ۱ مسیر حرکت $(y=2x+1)$ خط راست است و امتداد بردار سرعت متحرک روی همین خط است بنابراین شیب بردار سرعت با شیب این خط یکی است.

$$\frac{v_y}{v_x}=2$$

B **۱۲- گزینه‌ی ۱** برای آن‌که مسیر حرکت خط راست باشد باید بردار سرعت و بردار شتاب هم‌راستا باشند. معادله‌ی سرعت- زمان و معادله‌ی شتاب- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=8t-5\quad,\quad v_y=\frac{dy}{dt}\Rightarrow v_y=2\alpha t+\beta$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow a_x=8\frac{m}{s^2}\quad,\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow a_y=2\alpha$$

برای هم‌راستا بودن دو بردار، شیب آن‌ها باید یکسان باشد.

$$\frac{v_y}{v_x}=\frac{a_y}{a_x}\Rightarrow\frac{2\alpha t+\beta}{8t-5}=\frac{2\alpha}{8}\Rightarrow 16\alpha t+8\beta=16\alpha t-10\alpha\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=\frac{8}{-10}\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=-\frac{4}{5}$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۲** حرکت روی محور xها یکنواخت با سرعت ثابت $6\frac{m}{s}$ است و سرعت حرکت روی محور yها برابر $v_y=10t+4$ است که واضح است با گذشت زمان و افزایش t، v_y همواره در حال افزایش می‌باشد، بنابراین این حرکت تندشونده است.

A **۱۴- گزینه‌ی ۱** معادله‌ی مسیر را به‌دست می‌آوریم:

$$x=t^2-4t+3$$

$$y=t^2-4t+5\Rightarrow y=t^2-4t+3+2\Rightarrow y=x+2$$

بنابراین مسیر حرکت خط راست افقی است که از مبدأ نمی‌گذرد.

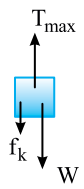
A **۱۵- گزینه‌ی ۳** جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. جهت حرکت متحرک هم‌جهت با شتاب آن است و بردار شتاب ثابت است، از این رو مسیر حرکت خط راست است.

آزمون ۶

A **۱- گزینه‌ی ۴** چون نیرو در خلاف جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شود، ابتدا جسم متوقف شده و سپس تحت تأثیر همان نیرو در خلاف جهت محور، سرعت می‌گیرد. اگر ابتدا تکانه $P_1=5\times3=15\ kg\frac{m}{s}$ باشد، آن‌گاه $P_2=-15\ kg\frac{m}{s}$ خواهد بود.

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow -6=\frac{-15-15}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{-30}{-6}=5\ s$$

A **۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو، رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\sum F=ma)$ را برای جسم می‌نویسیم:



$$W=mg\Rightarrow 5=m\times10\Rightarrow m=0/5kg$$

$$T_{max}-W-f_k=ma\Rightarrow 10-5-1=0/5a\Rightarrow a=8\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta y=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\Delta y=\frac{1}{2}\times8(1)^2\Rightarrow\Delta y=4m$$

A **۳- گزینه‌ی ۱** بنا به تعریف تکانه $\vec{P}=m\vec{v}$، اگر تکانه طبق نمودار با زمان دارای رابطه‌ی خطی باشد، سرعت متحرک نیز دارای رابطه‌ی خطی بوده به همین دلیل سرعت در حال افزایش و شتاب جسم ثابت است $(v=at+v_0)$.

B **۴- گزینه‌ی ۱** نیروی وارد بر طناب از دو طرف یکسان بوده، پس برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین طناب ساکن و یا دارای سرعت ثابت است. حال قطعه‌ی AB از طناب را در نظر می‌گیریم:

$$\sum F=0\Rightarrow T_A=T_B$$

هر قطعه از طناب را که در نظر بگیریم، کشش در طول طناب یکسان به‌دست می‌آید.

۵- گزینه‌ی ۳ نیروی وزن یک جسم در سطح یک سیاره، همان نیروی گرانشی است که از طرف سیاره به جسم وارد می‌شود. بنابراین:

$$\begin{cases} F_A = G\dfrac{M_A m}{R_A^2} \\ F_B = G\dfrac{M_B m}{R_B^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow 12 = \frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \quad (1)$$

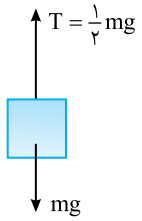
بنابه فرض مسأله:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{M_A}{V_A}}{\frac{M_B}{V_B}} \xrightarrow[\frac{\rho_A}{\rho_B}=6]{V=\frac{4}{3}\pi R^3} 6 = \frac{M_A}{M_B}\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \quad (2)$$

با تقسیم رابطه‌ی (۲) بر رابطه‌ی (۱):

$$\frac{6}{12} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 2$$

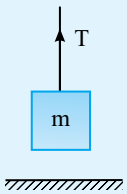
۶- گزینه‌ی ۴ برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:



$$\sum F = mg - \frac{1}{2}mg = ma \Rightarrow a = \frac{g}{2}$$

بنابراین اندازه‌ی شتاب $\frac{g}{2}$ است. اما جهت حرکت و همچنین نوع حرکت مشخص نیست. در واقع این جسم می‌تواند با حرکت کندشونده‌ی رو به بالا یا حرکت تندشونده‌ی رو به پایین در حرکت باشد. زیرا در این دو حالت $W > T$ است.

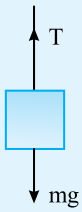
تست: اگر در شکل مقابل، اندازه‌ی نیروی کشش نخ $\frac{1}{3}$ وزن جسم باشد، شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی- ۸۹)



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

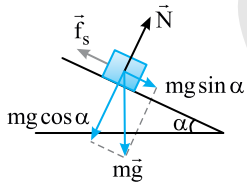
پاسخ: شکل ساده‌ای از موضوع مسأله رسم کرده و نیروهای وارد بر جسم را نمایش می‌دهیم. بنا بر قانون دوم نیوتون:



$$mg - T = ma \Rightarrow mg - \frac{1}{3}mg = ma \Rightarrow \frac{2}{3}mg = ma \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

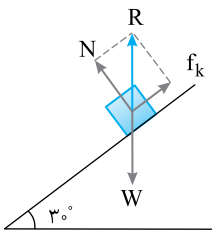
۷- گزینه‌ی ۲ دقت کنید در ابتدا که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک برابر $\mu_k mg\cos\alpha$ نخواهد بود بلکه:



$$\sum F = 0 \Rightarrow f_s = mg\sin\alpha$$

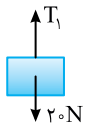
با افزایش α، f_s نیز افزایش می‌یابد، تا در آستانه‌ی حرکت اصطکاک به مقدار بیشینه می‌رسد. اما وقتی جسم به حرکت می‌افتد، همان‌گونه که قبلاً بیان شد، اصطکاک کاهش می‌یابد. $f_k < f_{s_{max}}$

۸- گزینه‌ی ۲ شکل مسأله را رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهیم.

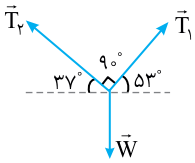


سرعت جسم ثابت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. دو نیرو بر جسم وارد می‌شود، یکی نیروی وزن که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود و $20N$ است و دیگری نیرویی است که سطح بر جسم وارد می‌کند که آن هم باید $R = 20$ باشد تا جسم با سرعت ثابت آزادانه به پایین بلغزد. دقت کنید f_k و N مؤلفه‌های نیروی R هستند.

B **۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل $T_1 = 20N$ است.



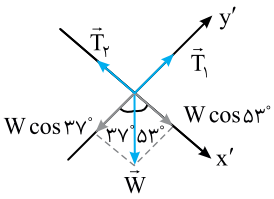
راه‌حل اول: استفاده از قانون سینوس‌ها:



$$\frac{W}{\sin 90^\circ} = \frac{T_1}{\sin(90^\circ + 37^\circ)}$$

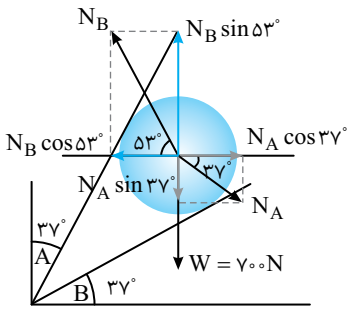
$$\Rightarrow \frac{W}{1} = \frac{20}{\cos 37^\circ} \Rightarrow W = \frac{20}{0/8} = 25N$$

راه‌حل دوم: استفاده از دستگاه مختصات غیرمعمول $x'oy'$ است. با توجه به شکل، T_1 و T_2 بر هم عمودند. امتداد T_1 را محور y'ها و امتداد T_2 محور x'ها در نظر می‌گیریم.



$$\Sigma F_{y'} = 0 \Rightarrow T_1 = W\cos 37^\circ \Rightarrow 20 = W \times 0/8 \Rightarrow W = 25N$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_A \cos 37^\circ = N_B \cos 53^\circ \Rightarrow N_A = \frac{3}{4} N_B \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_B \sin 53^\circ = 700 + N_A \sin 37^\circ \end{cases}$$

$$N_B(0/8) = 700 + \frac{3}{4} N_B \times (0/6) \Rightarrow 0/35 N_B = 700 \Rightarrow N_B = 2000N$$

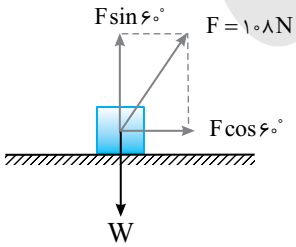
$$N_A = \frac{3}{4} N_B \Rightarrow N_A = \frac{3}{4} \times 2000 = 1500N$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۲** در حل بعضی مسائل دیده‌اید که جهت مثبت محور xها را هنگام بالا رفتن روبه بالا و هنگام برگشت رو به پایین درنظر گرفته‌ایم. اما در حل این مسأله باید جهت مثبت محور را هنگام رفت و برگشت تغییر ندهیم. مثلاً جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنیم. در این صورت شتاب پایین آمدن برابر $a = -g(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)$ است درنتیجه:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{-g(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)}{-g(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$$

و اگر مطالب بالا را رعایت نکنیم نسبت ۲- به‌دست می‌آید که نادرست است. دقت کنید که هنگام بالا رفتن و هنگام پایین آمدن شتاب رو به پایین بوده و در دو حالت شتاب‌ها هم‌علامتند.

A **۱۲- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت جسم را به کمک معادله‌ی مکان - زمان به‌دست می‌آوریم:



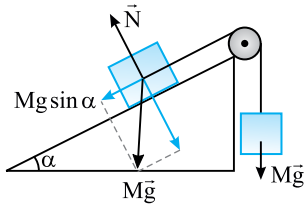
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$75 = \frac{1}{2} a(25) \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

بنا به قانون دوم نیوتون:

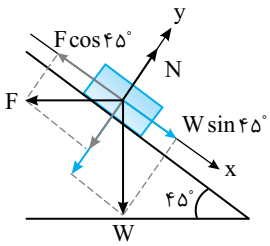
$$F\cos 60^\circ = ma \Rightarrow 108 \times \frac{1}{2} = m(6) \Rightarrow m = 9kg$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۴** هنگامی‌که جسم تندشونده رو به بالا در حرکت است نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) از نیروی وزن وارد بر جسم بیش‌تر است $(N > W)$. هرگاه جسم با همان شتاب دارای حرکت کندشونده رو به پایین شود مجدداً $N > W$ خواهد بود. یعنی حرکت تندشونده رو به بالا و حرکت کندشونده رو به پایین از نظر برآیند نیروها و شتاب حرکت معادل هم هستند و در هر دو حرکت جهت شتاب و برآیند نیروها رو به بالا است.



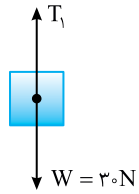
Ⓐ ۱۴- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی اساسی دینامیک $\Sigma F = ma$ را برای دستگاه می‌نویسیم:

$$Mg - Mg\sin\alpha = (M+M)a \Rightarrow ۱۰ - ۱۰\sin\alpha = ۲\times۴ \Rightarrow \sin\alpha = ۰/۲$$



Ⓑ ۱۵- گزینه‌ی ۴ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروها را بر دو راستای محور x و y تجزیه می‌کنیم. دستگاه در تعادل است، بنابراین:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow \sum F_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۴۵^\circ = W\sin ۴۵^\circ \Rightarrow F = W\tan ۴۵^\circ \Rightarrow F = ۱۰N$$

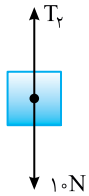


Ⓐ ۱۶- گزینه‌ی ۴ شتاب حرکت دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow ۳۰ - ۲۰ = (۳+۱+۱)a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

برای به دست آوردن کشش نخ $T_۱$ می‌توان رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای وزنه ۳kg نوشت:

$$W - T_۱ = ma \Rightarrow ۳۰ - T_۱ = ۳\times۲ \Rightarrow T_۱ = ۲۴N$$



و برای به دست آوردن کشش نخ $T_۲$ می‌توان رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای وزنه ۱kg پایینی نوشت:

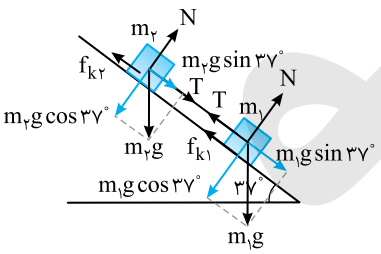
$$T_۲ - ۱۰ = ۱\times۲ \Rightarrow T_۲ = ۱۲N$$

Ⓑ ۱۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا بنا به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - f_s = ma \Rightarrow ۱۸ - ۱۶ = ۱۰a \Rightarrow a = ۰/۲\frac{m}{s^۲}$$

حال چون شتاب جسم ۶ کیلوگرمی را نیروی کشش نخ ایجاد می‌کند و بنا به قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - f_k = ma \Rightarrow T - ۸ = ۶\times۰/۲ \Rightarrow T = ۹/۲N$$



Ⓑ ۱۸- گزینه‌ی ۴ نیروهای وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم.

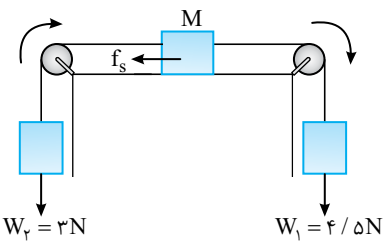
رابطه‌ی اساسی دینامیکی را برای دستگاه می‌نویسیم:

$$m_۱g\sin ۳۷^\circ + m_۲g\sin ۳۷^\circ - \mu_{k۱}m_۱g\cos ۳۷^\circ - \mu_{k۲}m_۲g\cos ۳۷^\circ = (m_۱+m_۲)a$$

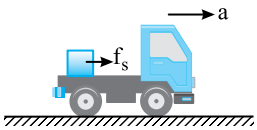
$$۱۲ + ۱۸ - \frac{۱}{۸}(۱۶) - \frac{۱}{۴}(۲۴) = ۵a \Rightarrow ۳۰ - ۲ - ۶ = ۵a \Rightarrow a = ۴/۴\frac{m}{s^۲}$$

اکنون T را به دست می‌آوریم.

$$m_۱g\sin ۳۷^\circ - T - f_{k۱} = m_۱a \Rightarrow ۱۲ - T - ۲ = ۲\times۴/۴ \Rightarrow T = ۱/۲N$$



Ⓑ ۱۹- گزینه‌ی ۲ $W_۲ = ۳N$ و $W_۱ = ۴/۵N$ و دستگاه در تعادل و برآیند نیروها صفر است. نیروی وزن می‌خواهد جسم را در جهت نشان داده شده حرکت دهد و نیروی وزن مانع حرکت است. بنابراین باید اصطکاک بین M و سطح میز برابر با $f_s = ۴/۵ - ۳ = ۱/۵N$ باشد.



A ۲۰- گزینه‌ی ۲ عامل حرکت بار به همراه تریلی، نیروی اصطکاک بین کف تریلی و بار است که به بار شتاب می‌دهد. $\sum F = Ma \Rightarrow \mu_s Mg = Ma' \Rightarrow a' = \mu_s g$

اما بنا به فرض سؤال، شتاب حرکت تریلی $a > \mu_s g$ است. بنابراین $a > a'$ بوده و بار نسبت به جاده با شتاب کم‌تری در جهت حرکت تریلی جابه‌جا می‌شود. اما بار نسبت به تریلی رو به عقب حرکت می‌کند.

آزمون ۷

A ۱- گزینه‌ی ۲ در حرکت دایره‌ای یکنواخت معادله‌ی مکان زاویه‌ای - زمان به صورت زیر است:

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{3} \\ t=2s \Rightarrow \theta = \pi \end{array}\right\} \xrightarrow{\theta=\omega t+\theta_0} \pi = \omega \times 2 + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

$$\theta = \omega t + \theta_0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}$$

A ۲- گزینه‌ی ۳ بسامد برابر است با:

$$f = \frac{90}{60} \Rightarrow f = 1/5Hz$$

سرعت زاویه‌ای پره برابر خواهد شد با:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

در این صورت سرعت لبه‌ی پره برابر است با:

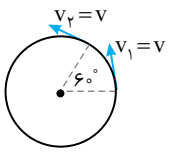
$$v = R\omega \Rightarrow v = \frac{4}{2} \times 3\pi \Rightarrow v = 6\pi \frac{m}{s}$$

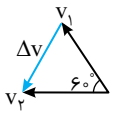
A ۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا سرعت زاویه‌ای متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} \xrightarrow{\pi=3} \omega = \frac{3}{4}\frac{rad}{s}$$

شتاب حرکت متحرک همان شتاب مرکزگرا است:

$$a = r\omega^2 \xrightarrow{v=r\omega} \Rightarrow a = v\omega \Rightarrow a = 20\sqrt{2} \times \frac{3}{4} \Rightarrow a = 15\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$





B ۴- گزینه‌ی ۲ انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و با ثابت بودن اندازه‌ی سرعت مقدار انرژی جنبشی تغییر نکرده و تغییر انرژی جنبشی صفر است. اما دوره ۰/۶s است و در مدت ۰/۱s گلوله، $\frac{1}{6}$ محیط دایره یعنی کمان ۶۰° را طی می‌کند. هم‌سنگ دو بردار سرعت را از یک نقطه رسم می‌کنیم.

در این صورت مطابق شکل اندازه‌ی تغییر سرعت نیز $2\frac{m}{s}$ خواهد شد.

A ۵- گزینه‌ی ۱ در هر ۱۰s متحرک یک دور می‌زند، بنابراین T=۱۰s و نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F = mr\omega^2 = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow F = 5 \times 5 \times \frac{4 \times 10}{100} = 10\,N$$

A ۶- گزینه‌ی ۴ بنا به قانون اول نیوتون، اجسام متحرک تمایل دارند بر خط راست حرکت کنند. با پاره شدن نخ و حذف نیروی مرکزگرا گلوله مماس بر مسیر حرکت کرده و در امتداد سرعت لحظه‌ی پاره شدن نخ به حرکت خود ادامه می‌دهد. مقدار سرعت نیز برابر است با:

$$v = R\omega \Rightarrow v = 1 \times (2\pi f) \Rightarrow v = 1 \times 2 \times 3 \times 2 = 12\frac{m}{s}$$

A ۷- گزینه‌ی ۴ $18\frac{km}{h}$ برابر $5\frac{m}{s}$ است. از طرفی نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده، نیروی مرکزگرا است.

$$f_{s\,max} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow f_{s\,max} = 800\frac{(5)^2}{\frac{10}{3}} \Rightarrow f_s = 6000N$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی وزن اتومبیل است.

$$N = W \Rightarrow N = 800 \times 10 = 8000N$$

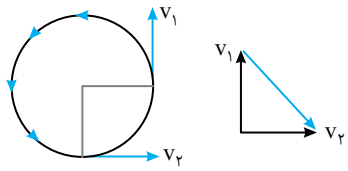
بنابراین نیرویی که جاده بر اتومبیل وارد می‌کند برابر است با:

$$R = \sqrt{N^2 + W^2} = \sqrt{6000^2 + 8000^2} \Rightarrow R = 10^4\,N$$

Ⓐ ۸- گزینه‌ی ۱ نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا است.

$$F=f_s \Rightarrow mr\omega^2=\mu_s mg \Rightarrow r=\frac{\mu_s g}{\omega^2}$$

Ⓑ ۹- گزینه‌ی ۲ مطابق شکل روبه‌رو، ابتدا هم‌سنگ بردارهای سرعت را رسم می‌کنیم.



$$\Delta v=2v\sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \Delta v=2v\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}v$$

تغییر تکانه برابر است با:

$$\Delta P=m\Delta v=m(\sqrt{2}v) \Rightarrow \Delta P=\sqrt{2}mv$$

Ⓐ ۱۰- گزینه‌ی ۱ نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانشی است که زمین به ماهواره وارد می‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓑ ۱۱- گزینه‌ی ۴ نیروی گرانش وارد بر ماهواره نیروی مرکزگرا است.

$$G\frac{M_e m}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}} \qquad (1)$$

از طرفی شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با:

$$g=G\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e=R_e^2 g \qquad (2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$v=R_e\sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v=6400\times10^3\sqrt{\frac{9/8}{7200\times10^3}}$$

$$v=6400\times10^3\sqrt{\frac{4/9}{3600\times10^3}} \Rightarrow v=6400\times10^3\,\frac{7}{6\times10^3}=\frac{6400\times7}{6}\,\frac{m}{s}$$

$$v=\frac{7}{6}\times6400\times\frac{10^{-3}\,km}{\frac{1}{3600}\,h} \Rightarrow v=7\times6400\times10^{-3}\times\frac{3600}{6} \Rightarrow v=7\times64\times60 \Rightarrow v=2688\,\frac{km}{h}$$

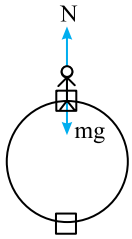
Ⓐ ۱۲- گزینه‌ی ۳ نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به گرد زمین بگردد، نیروی گرانش بین ماهواره و کره‌ی زمین است که برابر نیروی مرکزگراست.

$$F=G\frac{M_e m}{r^2}=mr\omega^2 \Rightarrow \frac{GM_e}{r^3}=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

r فاصله‌ی ماهواره از مرکز زمین است. بنابراین:

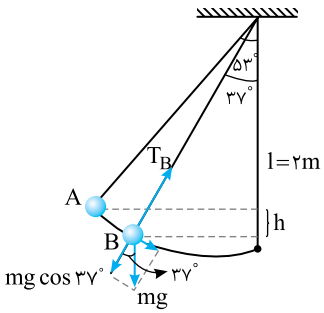
$$\frac{T_B}{T_A}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{(R_e+7R_e)^3}{GM_e}}}{2\pi\sqrt{\frac{(R_e+R_e)^3}{GM_e}}}=\frac{\sqrt{(8R_e)^3}}{\sqrt{(2R_e)^3}}=\sqrt{4^3}=4\sqrt{4}=8$$

Ⓑ ۱۳- گزینه‌ی ۱ در بالاترین نقطه‌ی مسیر نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم:



$$mg-N=ma \Rightarrow mg-N=m\frac{v^2}{r} \Rightarrow N=mg-m\frac{v^2}{r} \Rightarrow N=500-50\times\frac{16}{10}=420N$$

Ⓑ ۱۴- گزینه‌ی ۳ ابتدا به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله را در نقطه‌ی B به‌دست می‌آوریم:



$$E_A=E_B$$

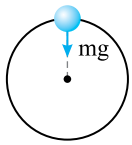
$$mgh=\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2=2gh \xrightarrow{h=l\cos37^\circ-l\cos53^\circ}$$

$$v_B^2=20(2\times0/8-2\times0/6)=20(1/6-1/2)=8$$

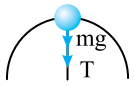
اکنون به کمک قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای کشش نخ را به دست می‌آوریم:

$$T_B-mg\cos37^\circ=m\frac{v_B^2}{l} \Rightarrow T_B-2\times10\times0/8=2\times\frac{8}{2} \Rightarrow T_B=24N$$



B **۱۵- گزینه‌ی ۳** برای آن که گلوله بتواند مسیر دایره‌ای قائم را طی کند باید در بالاترین نقطه‌ی مسیر دارای یک کمینه سرعت باشد و این کمینه سرعت هنگامی اتفاق می‌افتد که در بالاترین نقطه‌ی مسیر تنها نیروی وارد بر گلوله، وزن آن باشد و نیروی وزن، نیروی مرکزگرا خواهد بود و شتاب لحظه‌ای جسم $a=g$ است. در این صورت: $mg=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{Rg}$

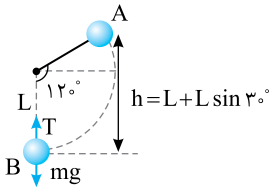
از بالاترین نقطه‌ی مسیر رو به پایین در هر نقطه‌ای سرعت گلوله بیش‌تر از $v_{min}=\sqrt{Rg}$ بوده و شتاب گلوله $a=\frac{v^2}{R}$ از شتاب گرانش بزرگ‌تر خواهد بود.



A **۱۶- گزینه‌ی ۴** نیروهای وارد بر گلوله را در بالاترین نقطه‌ی مسیر رسم می‌کنیم، با توجه به فرض مسأله $T=mg$ و از طرفی برآیند نیروی وزن و نیروی کشش نخ برابر نیروی مرکزگرا است، بنابراین:

$$T+mg=m\frac{v^2}{R}\xrightarrow{T=mg}2mg=m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow v^2=2Rg\Rightarrow v=\sqrt{2\times0/5\times10}\Rightarrow v=\sqrt{10}\,\frac{m}{s}$$



B **۱۷- گزینه‌ی ۱** قانون پایستگی انرژی را برای دو نقطه‌ی A و B می‌نویسیم:

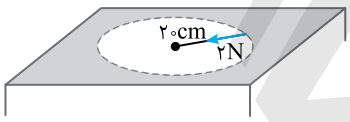
$$E_A=E_B$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v^2=2gh\Rightarrow v^2=2g(\frac{3}{2}L)\Rightarrow v^2=3gL \qquad (1)$$

هنگام گذر جسم از امتداد قائم نیروی $T-mg$ نیروی مرکزگرا است. $T-mg=m\frac{v^2}{L}$

از رابطه‌ی (۱) به جای v^2 مقدار $3gL$ را قرار می‌دهیم:

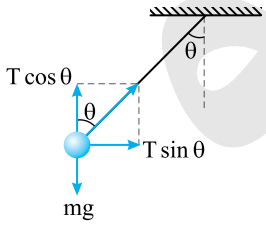
$$T-mg=m\frac{3gL}{L}\Rightarrow T=4mg\Rightarrow T=39/2N$$



B **۱۸- گزینه‌ی ۱** نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است.

$$F=mr\omega^2$$

$$2=0/4\times0/2\omega^2\Rightarrow\omega^2=25\Rightarrow\omega=5\,\frac{rad}{s}$$



B **۱۹- گزینه‌ی ۲** همان‌گونه که هنگام گذر سریع اتومبیل از یک پیچ، سرنشینان درون اتومبیل به سمت خارج پیچ متمایل می‌شوند، این وزنه نیز به سمت بیرون پیچ منحرف می‌شود. نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم.

برآیند نیروها روی محور yها صفر است. $T\cos\theta=mg \qquad (1)$

و مؤلفه‌ی $T\sin\theta$ نیروی مرکزگرا است. $T\sin\theta=m\frac{v^2}{R} \qquad (2)$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$\tan\theta=\frac{v^2}{Rg}\Rightarrow\tan\theta=\frac{400}{100\times10}\Rightarrow\tan\theta=0/4$$

($72\,\frac{km}{h}$ معادل $20\,\frac{m}{s}$ است.)

B **۲۰- گزینه‌ی ۲**

$$\begin{cases}N\cos\alpha=m\frac{v^2}{r}\\ N\sin\alpha=mg\end{cases}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{v^2}{rg}\Rightarrow\tan45^\circ=\frac{100^2}{r\times10}\Rightarrow r=1000\,m$$

آزمون ۸

A **۱- گزینه‌ی ۱** به کمک جای‌گذاری $x=-1cm$ در معادله‌ی مکان زمان مسأله را حل می‌کنیم.

$$x=0/02\sin(\frac{5}{2}\pi t)\Rightarrow -0/01=0/02\sin\frac{5}{2}\pi t\Rightarrow \sin\frac{5}{2}\pi t=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2}\pi t=\frac{7\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{7}{15}s \text{ بار اول} \quad , \quad \frac{5}{2}\pi t=\frac{11\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{11}{15}s \text{ بار دوم}$$

نوسانگر از مبدأ مکان $x=0$ به راه افتاده است و بار اول در لحظه‌ی $t=\frac{7}{15}s$ و بار دوم در لحظه‌ی $t=\frac{11}{15}s$ مکان نوسانگر $x=-1cm$ است و گزینه‌ی (۱) درست است.

B **۲- گزینه‌ی ۳** ابتدا معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده را مرتب کرده و ضریب x را برابر با $-\omega^2$ قرار می‌دهیم:

$$4\frac{d^2x}{dt^2}+25\pi^2x=0\Rightarrow\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{25}{4}\pi^2x\Rightarrow\omega^2=\frac{25}{4}\pi^2\Rightarrow\omega=\frac{5}{2}\pi\frac{rad}{s} \quad , \quad \omega=2\pi f\Rightarrow\frac{5}{2}\pi=2\pi f\Rightarrow f=1/25\,Hz$$

A **۳- گزینه‌ی ۱** نوسانگر در هر دوره دو بار از مکان‌های $+A$ و یا $-A$ می‌گذرد. بنابراین در مدت یک ثانیه تعداد نوسان‌ها برابر $N=\frac{5}{2}=2/5$ است.

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{1}{2/5}\Rightarrow T=0/4s$$

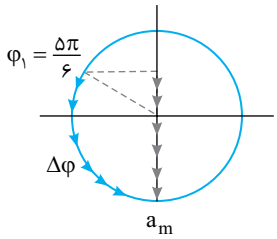
از طرفی در مدت ۸ ثانیه تعداد نوسان‌ها برابر است با:

$$N=\frac{t}{T}=\frac{8}{0/4}=20 \text{ نوسان}$$

در هر نوسان مسافت طی شده برابر $4A$ است در این صورت مسافت طی شده برابر خواهد شد با:

$$d=20\times4A=80A$$

A **۴- گزینه‌ی ۲** در انتهای مسیر شتاب بیشینه است. کافی است فاز را در لحظه‌ی t_1 روی دایره‌ی مثلثاتی مطابق شکل نشان دهیم. سپس بررسی می‌کنیم وقتی برای اولین بار شتاب صفر می‌شود تغییر فاز نوسانگر چند رادیان است. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی خواهیم داشت:

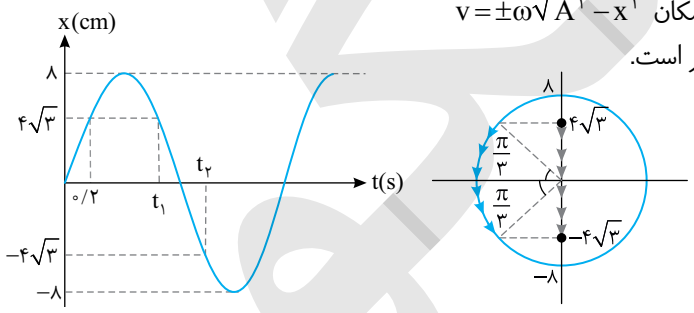


$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{3}$$

اکنون زمان را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{2\pi}{3}=20\pi t\Rightarrow t=\frac{1}{30}s$$

A **۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل روبه‌رو و معادله‌ی سرعت ـ مکان $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$ سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 برابر بوده و شتاب متوسط صفر است.



A **۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی بسامد زاویه‌ای با بسامد و همچنین تغییر فاز، f را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\omega=2\pi f\\ \omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\end{cases}\Rightarrow 2\pi f=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow 2\pi f=\frac{\frac{\pi}{5}}{\frac{1}{12}}\Rightarrow 2\pi f=\frac{12\pi}{5}\Rightarrow f=1/2Hz$$

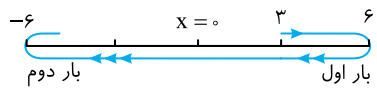
A **۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی $F=kx$، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$F=kx\Rightarrow 3=k(1/5\times10^{-2})\Rightarrow k=200\frac{N}{m}$$

دامنه‌ی نوسان برابر مقدار انحراف وزنه و رها کردن آن است. $A=1/5\,cm$

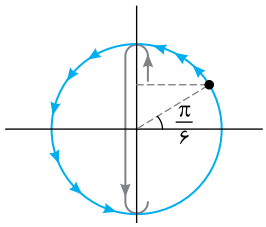
بیشینه سرعت وزنه برابر است با:

$$v_m=A\omega\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}v_m=1/5\times10^{-2}\times\sqrt{\frac{200}{0/02}}\Rightarrow v_m=1/5\frac{m}{s}$$



A **۸- گزینه‌ی ۲** دامنه‌ی حرکت برابر نصف طول مسیر است. $A=\frac{۱۲}{۲}=۶cm$

شتاب در مرکز نوسان صفر و در دو انتهای مسیر بیشینه است، بنابراین وقتی شتاب در حال افزایش است نوسانگر در حال نزدیک شدن به انتهای مسیر است.



بنابراین مطابق شکل ذره از مکان $x=+۳cm$ به مکان $A=+۶cm$ رفته برای اولین بار تغییر جهت می‌دهد سپس به مکان $A=-۶cm$ می‌رود و برای بار دوم تغییر جهت می‌دهد

در این صورت: $\Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}+\pi=\frac{۴\pi}{۳}$, $\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۰/۶}\Delta t\Rightarrow\Delta t=۰/۴s$

A **۹- گزینه‌ی ۴** در انتهای مسیر، شتاب بیشینه است:

$$a_m=۱۲\frac{cm}{s^۲}$$

در مرکز نوسان، سرعت بیشینه است:

$$v_m=۶\frac{cm}{s}$$

$$a_m=v_m\omega\Rightarrow ۱۲=۶\omega\Rightarrow\omega=۲\frac{rad}{s}\quad,\quad v_m=A\omega\Rightarrow ۶=A\times ۲\Rightarrow A=۳cm$$

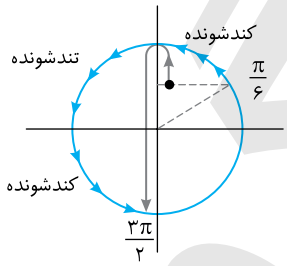
در هر دوره، نوسانگر مسافتی برابر با $۴A$ را طی می‌کند.

$$۴\times ۳=۱۲cm$$

A **۱۰- گزینه‌ی ۴** دوره‌ی دستگاه جرم- فنر به دامنه بستگی ندارد اما با چهار برابر شدن جرم وزنه، دوره $(T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ دو برابر می‌شود. در این صورت:

$$\begin{cases}T'=\frac{t'}{N'}\\ T=\frac{t}{N}\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم}}۲=\frac{\frac{۱}{N'}}{\frac{۶۰}{۴۵}}\Rightarrow ۲=\frac{۳}{۴N'}\Rightarrow N'=\frac{۳}{۸}$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۱** کافی است تغییر فاز را در این مدت بیابیم. در ربع دوم و ربع چهارم حرکت تندشونده است.



$$\varphi=\omega t\Rightarrow\varphi_۱=۵\pi\times\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow\varphi_۱=\frac{\pi}{۶}$$

$$\varphi=\omega t\Rightarrow\varphi_۲=۵\pi\times\frac{۳}{۱۰}\Rightarrow\varphi_۲=\frac{۳\pi}{۲}$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو در مدت $\frac{T}{۴}$ حرکت تندشونده است.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۵\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۴s\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۴}=۰/۱s$$

B **۱۲- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی سرعت زمان را به صورت آن‌چه در کتاب است در می‌آوریم:

$$v=۰/۲\sin(۲۰\pi t+\frac{\pi}{۲})\xrightarrow{\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲})=\cos\alpha}v=۰/۲\cos ۲۰\pi t$$

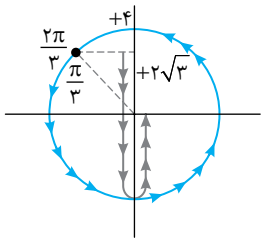
با توجه به فرض مسأله $U=۳K$ در این صورت:

$$\frac{U}{K}=\tan^۲\varphi\Rightarrow ۳=\tan^۲\varphi\Rightarrow\tan\varphi=\pm\sqrt{۳}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۳},\varphi=\frac{۲\pi}{۳},\varphi=\frac{۴\pi}{۳},\varphi=\frac{۵\pi}{۳}$$

در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۶۰}s$ فاز حرکت برابر $\varphi=۲۰\pi\times\frac{۱}{۶۰}=\frac{\pi}{۳}$ است و دومین بار پس از این لحظه فاز حرکت $۴\frac{\pi}{۳}$ خواهد شد.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}=۲۰\pi(\Delta t)\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۱۵}s$$

Ⓐ **۱۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به صورت مسأله، دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو را رسم می‌کنیم. حرکت در مکان $x=+2\sqrt{3}cm$ تندشونده بوده و فاز حرکت در ربع دوم مثلثاتی است.



$$x=A\sin\varphi \Rightarrow +2\sqrt{3}=4\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \varphi=\frac{2\pi}{3}$$

از این لحظه تا لحظه‌ای که برای بار دوم شتاب صفر می‌شود تغییر فاز خواهد شد:

$$\Delta\varphi=2\pi-\frac{2\pi}{3}\Rightarrow \Delta\varphi=\frac{4\pi}{3}$$

بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{4\pi}{3}}{\frac{4}{150}}\Rightarrow \omega=50\pi\frac{rad}{s} \quad , \quad v_m=A\omega\Rightarrow v_m=\frac{4}{100}\times 50\pi\Rightarrow v_m=2\pi\frac{m}{s}$$

معادله‌ی سرعت - زمان خواهد شد:

$$v=2\pi\cos 50\pi t$$

Ⓐ **۱۴- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی سرعت ـ مکان خواهیم داشت:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow |v|=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{50}}\sqrt{4-3}\Rightarrow v=100\frac{cm}{s}=1\frac{m}{s}$$

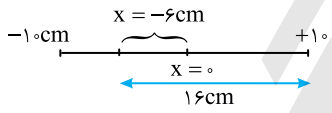
Ⓐ **۱۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار دامنه‌ی نوسان $A=5cm$ است. بیشینه سرعت نوسانگر برابر است با:

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=A(2\pi f)\Rightarrow v_m=0/05(2\pi\times 5)\Rightarrow v_m=\frac{\pi}{2}\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- مکان، سرعت در مکان $x=3cm$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1\Rightarrow(\frac{3}{5})^2+(\frac{v}{\frac{\pi}{2}})^2=1\Rightarrow(\frac{2v}{\pi})^2=1-\frac{9}{25}\Rightarrow(\frac{2v}{\pi})^2=\frac{16}{25}\Rightarrow\frac{2v}{\pi}=\frac{4}{5}\Rightarrow v=\frac{2\pi}{5}\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۱۶- گزینه‌ی ۲** مطابق شکل روبه‌رو دامنه $10cm$ است و مکان می‌تواند $+6cm$ یا $-6cm$ باشد بنابراین:

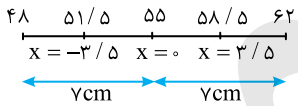


$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow v=\pm(2\pi f)\sqrt{A^2-x^2}$$

$$\Rightarrow v=\pm 40\pi\sqrt{100-36}=\pm 320\pi\frac{cm}{s}\Rightarrow v=3/2\pi\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۷- گزینه‌ی ۱** ابتدا دوره‌ی نوسان دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{0/2}{500}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{1}{2500}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{25}s$$

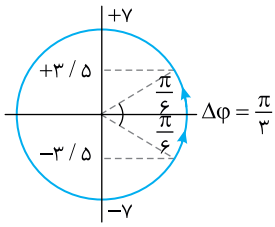


دامنه‌ی نوسان برابر نصف طول مسیر است:

$$L_{max}-L_{min}=2A\Rightarrow 62-48=2A\Rightarrow A=7cm$$

وقتی طول فنر از ۵۱/۵ تا ۵۸/۵ تغییر می‌کند متحرک در واقع از مکان $-\frac{A}{2}=-3/5$ به مکان $+\frac{A}{2}=+3/5cm$ می‌رود.

بنابراین با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو، تغییر فاز برابر $\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}$ خواهد شد و در نتیجه:



$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{25}}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{\pi}{150}s$$

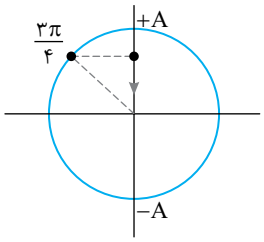
Ⓐ **۱۸- گزینه‌ی ۱** در لحظه‌ی $t=\frac{1}{40}s$ فاز حرکت برابر است با:

$$\varphi=\omega t=10\pi\times\frac{1}{40}=\frac{\pi}{4}$$

از طرفی داریم:

$$\frac{K}{U}=\cot^2\varphi\Rightarrow\frac{K}{U}=1$$

Ⓑ **۱۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا به کمک معادله‌ی شتاب زمان، بسامد زاویه‌ای حرکت را به‌دست می‌آوریم:

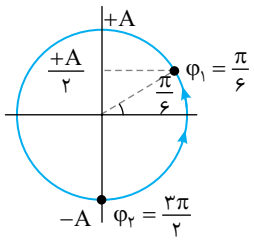


$$a=-a_m\sin\omega t\Rightarrow-\frac{\sqrt{2}}{2}a_m=-a_m\sin 0/6\omega\Rightarrow\sin 0/6\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\begin{cases}0/6\omega=\frac{\pi}{4}\\0/6\omega=\frac{3\pi}{4}\end{cases}$$

در لحظه‌ی $t=0/6s$ شتاب در حال صفر شدن است. بنابراین فاز در ربع دوم مثلثاتی و $\frac{3\pi}{4}$ قابل قبول است.

$$0/6\omega=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow\omega=\frac{3\pi}{2/4}\Rightarrow\omega=\frac{5\pi}{4}\frac{rad}{s}$$

اکنون تغییر فاز و از آن‌جا تغییر مکان نوسانگر در بازه‌ی زمانی $t=\frac{2}{15}s$ تا $t=\frac{6}{5}s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$t_1=\frac{2}{15}s\Rightarrow\varphi_1=\omega\Delta t\Rightarrow\varphi_1=\frac{5\pi}{4}\times\frac{2}{15}\Rightarrow\varphi_1=\frac{\pi}{6}\Rightarrow x=+\frac{A}{2}$$

$$t_2=\frac{6}{5}s\Rightarrow\varphi_2=\omega\Delta t\Rightarrow\varphi_2=\frac{5\pi}{4}\times\frac{6}{5}\Rightarrow\varphi_2=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow x=-A$$

مطابق دایره مثلثاتی روبه‌رو مسافت طی شده خواهد شد:

$$d=\frac{A}{2}+2A\Rightarrow d=\frac{5A}{2}=\frac{5}{2}\times5=12/5cm$$

Ⓑ **۲۰- گزینه‌ی ۲** انرژی مکانیکی نوسانگر برابر $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ و نیروی وارد بر نوسانگر در دو انتهای مسیر یعنی بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر $F_{max}=mA\omega^2$ است. از این رو:

$$\frac{E}{F_{max}}=\frac{\frac{1}{2}mA^2\omega^2}{mA\omega^2}\Rightarrow\frac{E}{F_m}=\frac{1}{2}A\Rightarrow E=\frac{1}{2}AF_m\qquad(1)$$

دامنه‌ی حرکت نوسانگر نصف طول مسیر آن است.

$$A=\frac{9}{2}=4/5cm\qquad(2)$$

اکنون F_m را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{1}{2}AF_m\Rightarrow0/18=\frac{1}{2}\times4/5\times10^{-2}F_m\Rightarrow F_m=8N$$

Ⓑ **۲۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\frac{K}{K_m}=\frac{K}{E}\Rightarrow\frac{K}{E}=1-(\frac{x}{A})^2\Rightarrow\frac{0/09}{0/36}=1-(\frac{x}{A})^2\Rightarrow(\frac{x}{A})^2=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{x}{A}=\frac{\sqrt{3}}{2}\xrightarrow{x=\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{A}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow A=2cm$$

حال بررسی می‌کنیم در چه فاصله‌ای از مبدأ انرژی جنبشی سه برابر انرژی پتانسیل است:

$$K=3U\Rightarrow\frac{1}{2}k(A^2-x^2)=3(\frac{1}{2}kx^2)\Rightarrow A^2-x^2=3x^2\Rightarrow A=4x^2\Rightarrow x=\pm\frac{A}{2}$$

در نتیجه در فاصله‌ی $\frac{A}{2}=\frac{2}{2}=1cm$ از مرکز نوسان $K=3U$ است.

Ⓑ **۲۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار و رابطه‌ی انرژی جنبشی زمان در حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت:

$$K=K_m\cos^2\omega\Rightarrow\frac{K_m}{2}=K_m\cos^2\omega t\Rightarrow\cos^2\omega t=\frac{1}{2}\Rightarrow\cos\omega t=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\omega t=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}$$

لحظه‌ی t_1 لحظه‌ای است که برای بار دوم $K=\frac{K_m}{2}$ شده یعنی فاز در ربع دوم مثلثاتی است. در این صورت:

$$\omega t=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow20\pi t_1=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow t_1=\frac{3}{80}s$$

Ⓑ **۲۳- گزینه‌ی ۴** هنگامی که موشک با شتاب $a=g$ رو به پایین در حرکت است برای اجسام درون موشک حالت بی‌وزنی رخ می‌دهد و آونگی که از راستای قائم منحرف کرده رها می‌کنیم نوسان نمی‌کند.

B ۲۴- گزینه‌ی ۱ دوره‌ی آونگ ساده برابر است با: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}}\Rightarrow T=2s$

در هر ۲s، یک نوسان انجام می‌دهد، بنابراین در ۶۰s، ۳۰ نوسان انجام خواهد داد.

A ۲۵- گزینه‌ی ۳ در انتهای مسیر، فنر دارای بیشینه‌ی تغییر طول است و به طور لحظه‌ای سرعت صفر است و تمام انرژی مکانیکی جسم به‌صورت انرژی پتانسیل در فنر ذخیره شده است و $E=U_m=\frac{1}{2}kA^2$ می‌باشد. هنگامی‌که جرم m' برداشته شود، دامنه و انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند، اما دوره $(T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$ به دلیل کم شدن جرم، کاهش می‌یابد.

C ۲۶- گزینه‌ی ۲ عامل حرکت و نوسان وزنه‌ی یک کیلوگرمی به همراه وزنه‌ی دو کیلوگرمی، نیروی اصطکاک ایستایی بین دو وزنه است. برای آن‌که دو وزنه در تمام مسیر با هم نوسان کنند، باید شتاب حرکت دستگاه در دو انتهای مسیر با بیشینه‌ی شتاب ناشی از اصطکاک برابر باشد.

$$f_s=ma\Rightarrow\mu_s mg=ma\Rightarrow\mu_s g=a\Rightarrow\mu_s g=A\omega^2\Rightarrow\mu_s\times10=0/05\times\frac{300}{3}\Rightarrow\mu_s=\frac{1}{2}$$

A ۲۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به معادله‌ی سرعت نوسانگر خواهیم داشت:

$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\frac{v}{v_m}\qquad(1)$$

از طرفی معادله‌ی نیرو برابر است با:

$$F=-F_m\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{F}{F_m}\qquad(2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1\Rightarrow\frac{F^2}{F_m^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1\Rightarrow\frac{F^2}{(5\sqrt{2})^2}+(\frac{1}{2})^2=1$$

$$\frac{F^2}{50}+\frac{1}{4}=1\Rightarrow\frac{F^2}{50}=\frac{3}{4}\Rightarrow F^2=\frac{150}{4}\Rightarrow F=\frac{5\sqrt{6}}{2}N$$

A ۲۸- گزینه‌ی ۱ دوره‌ی نوسان دستگاه جرم - فنری که جرم آن m و ثابت فنر آن k است، همواره برابر با $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است، بنابراین $\frac{T'}{T}=1$ می‌شود.

A ۲۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی آونگ:

$$\frac{T'}{T}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}=2\Rightarrow T'=2T$$

A ۳۰- گزینه‌ی ۱ دوره و بسامد به دامنه بستگی ندارند.

آزمون ۹

B ۱- گزینه‌ی ۲ هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده، هرگاه ذره در انتهای مسیرش و بُعد بیشینه باشد، شتاب بیشینه است.

A ۲- گزینه‌ی ۳ سرعت انتشار موج در سیم برابر است با: $v=f\lambda\Rightarrow v=40\times1/2\Rightarrow v=48\frac{m}{s}$

بیشینه سرعت ارتعاش ذرات محیط برابر است با: $v_m=A\omega\Rightarrow v_m=\frac{2}{100}(2\pi\times40)\Rightarrow v_m=1/6\pi\frac{m}{s}$

A ۳- گزینه‌ی ۳ موج طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است.

سرعت انتشار موج در سیم $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ با جذر نیروی کشش نسبت مستقیم دارد بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

موج عرضی و موج طولی هر دو می‌توانند در فنر منتشر شوند و گزینه‌ی (۳) درست است.

در موج عرضی راستای نوسان ذرات محیط بر راستای پیشروی موج عمود است بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ ۴- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی بین دو قله‌ی متوالی در موج عرضی برابر یک طول موج است بنابراین:

$$\begin{cases}\lambda=0/1\,m\\ v=5\,\frac{m}{s}\end{cases}\xrightarrow{f=\frac{v}{\lambda}} f=\frac{5}{0/1}=50\,Hz$$

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۴ سرعت انتشار موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد. بنابراین سرعت موج ثابت می‌ماند. اما توان متوسط انتقال انرژی برابر است با:

$$\bar{P}=2\pi^2A^2f^2\mu v\xrightarrow[f_2=2f_1]{A_2=2A_1}\bar{P}_2=16\bar{P}_1$$

Ⓐ ۶- گزینه‌ی ۱ فاصله‌ی بین هر دو نقطه در فاز مخالف از محیط انتشار موجی همواره مضرب فردی از نصف طول موج است $(\delta=(2n-1)\frac{\lambda}{2})$. بنابراین فاصله‌ی هر دو نقطه در فاز مخالف برابر $\frac{\lambda}{2}$ نیست مگر آن‌که دو نقطه در فاز مخالف، متوالی باشند.

Ⓑ ۷- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی در حالت اول داده شده یعنی $\lambda=8cm$ است. در حالت دوم فاصله‌ی دو نقطه‌ی متوالی در فاز مخالف $8cm$ شده است بنابراین طول موج $\lambda'=2\times8=16cm$ شده است. نسبت سرعت انتشار موج در سیم را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\frac{v'}{v}=\frac{f'}{f}.\frac{\lambda'}{\lambda}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\frac{2f}{f}\times\frac{16}{8}\Rightarrow\frac{v'}{v}=4$$

از طرفی سرعت انتشار در سیم برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است از این رو:

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow 4=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow F'=16F$$

Ⓐ ۸- گزینه‌ی ۲ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega=kv\Rightarrow\omega=0/2\times10^2\times25\Rightarrow\omega=500\,\frac{rad}{s}$$

$$u_y=A\sin(\omega t-kx)\Rightarrow u_y=0/04\sin(500t-20x)$$

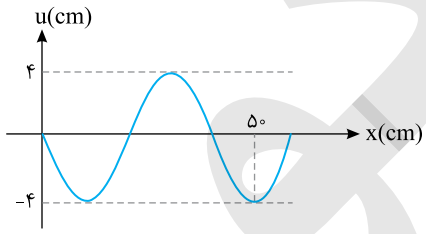
Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۴ در انتشار موج، فاصله‌ی نقاطی که در فاز مخالف هستند مضرب فردی از نصف طول موج است.

Ⓐ ۱۰- گزینه‌ی ۴ سرعت موج در یک تار برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ جرم یکای طول است:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}\Rightarrow\frac{110}{100}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}\Rightarrow(1/1)^2=\frac{F_2}{F_1}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=1/21$$

$$\Delta F=F_2-F_1=1/21F_1-F_1=0/21F_1$$

Ⓐ ۱۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به نقش موج طول موج برابر است با:



$$5\frac{\lambda}{4}=50\Rightarrow\lambda=40cm$$

نسبت v_m به v را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_m}{v}=\frac{A\omega}{f\lambda}=\frac{A(2\pi f)}{f\lambda}\Rightarrow\frac{v_m}{v}=2\pi\frac{A}{\lambda}\Rightarrow\frac{v_m}{v}=2\pi(\frac{4}{40})\Rightarrow\frac{v_m}{v}=\frac{\pi}{5}$$

Ⓑ ۱۲- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** اختلاف فاز بین نقطه‌ی P و Q را به دست می‌آوریم:

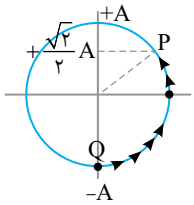
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=2\pi\times60\times\frac{1}{160}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{3\pi}{4}$$

راه دیگری برای به دست آوردن اختلاف فاز استفاده از هم‌ترازی λ و 2π و T است به این گونه که:

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta t}{T}$$

$$\begin{array}{c|c}2\pi & T\\ \hline \Delta\varphi & \Delta t\end{array}\Rightarrow\begin{array}{c|c}2\pi & \frac{1}{60}\\ \hline \Delta\varphi & \frac{1}{160}\end{array}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{3\pi}{4}$$

اما ادامه‌ی حل مسأله:

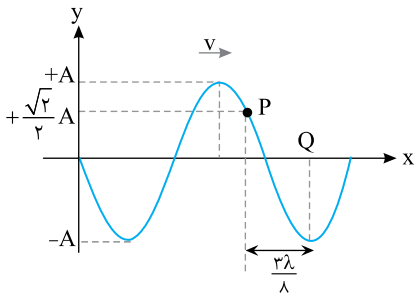


موج ابتدا به نقطه‌ی P سپس به نقطه‌ی Q می‌رسد بنابراین فاز P نسبت به Q به اندازه‌ی $\frac{۳\pi}{۴}$، جلوتر است.

بُعد نقطه‌ی Q، $-A$ و فاز آن $-\frac{\pi}{۲}$ است و فاز P به اندازه‌ی $\frac{۳\pi}{۴}$، جلوتر است یعنی: $\varphi_P=-\frac{\pi}{۲}+\frac{۳\pi}{۴}=\frac{\pi}{۴}$

در این صورت: $y_P=A\sin\varphi \Rightarrow y_P=A\sin\frac{\pi}{۴}=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$

راه‌حل دوم: فاصله‌ی P و Q را به دست می‌آوریم.



$$\begin{array}{c|c} T & \lambda \\ \hline \Delta t & \Delta x \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|c} \frac{۱}{۶۰} & \lambda \\ \hline \frac{۱}{۱۶۰} & \Delta x \end{array} \Rightarrow \Delta x=\frac{۳}{۸}\lambda$$

نقطه‌ی Q در مکان $-A$ است بنابراین نقطه‌ی P که در $\frac{۳\lambda}{۸}$ قبل‌تر از آن قرار دارد در مکان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است.

۱۳- گزینه‌ی ۲ (B) اختلاف فاز نقطه‌های Q و P را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta\varphi|=k|\Delta x|\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\omega}{v}\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۱۰\pi}{۲۰}\times\frac{۱۵۰}{۱۰۰}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۳\pi}{۴}$$

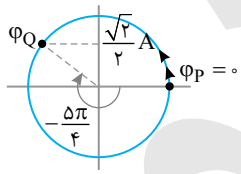
بنابراین نقطه‌ی Q، $\frac{۳\pi}{۴}$ نسبت به نقطه‌ی P تقدم فاز دارد. $y_Q=۰/۰۲\sin(۱۰\pi t+\frac{\pi}{۶}+\frac{۳\pi}{۴})\Rightarrow y_Q=۰/۰۲\sin(۱۰\pi t+\frac{۱۱\pi}{۱۲})$

۱۴- گزینه‌ی ۴ (B) ابتدا اختلاف فاز نقطه‌ی P و Q را به دست می‌آوریم.

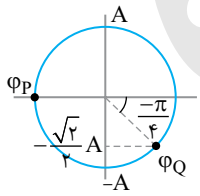
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۱۰}}\times۶۲/۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\Delta\varphi=۱/۲۵\pi\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۵\pi}{۴}$$

بنابراین نقطه‌ی Q که موج دیرتر به آن می‌رسد نسبت به نقطه‌ی P، $\frac{۵\pi}{۴}$ فازش عقب‌تر است (تأخیر فاز دارد).

و وقتی نقطه‌ی P دارای بیشینه سرعت است یعنی در حال گذر از مرکز نوسان است و فاز آن صفر یا π است. اگر فاز P برابر صفر باشد، فاز نقطه‌ی Q برابر خواهد شد با: $\varphi_Q=۰-\frac{۵\pi}{۴}=-\frac{۵\pi}{۴}=\frac{۳\pi}{۴}$



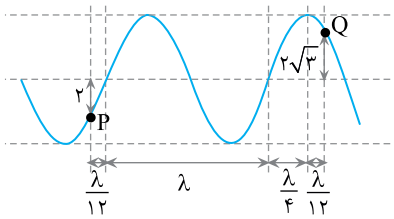
در این صورت مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو $y_Q=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است.



اگر $\varphi_P=\pi$ باشد فاز Q برابر است با: $\varphi_Q=\pi-\frac{۵\pi}{۴}=\frac{-\pi}{۴}$

و بُعد Q برابر $y_Q=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ خواهد بود.

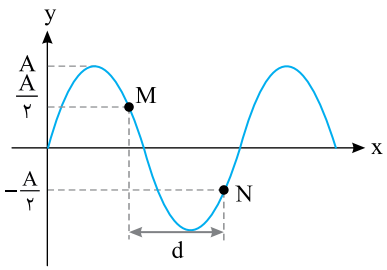
۱۵- گزینه‌ی ۴ (B) طول موج را به دست می‌آوریم:



$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۶}{۵۰}=۰/۱۲m\Rightarrow\lambda=۱۲cm$$

با توجه به تقسیم‌بندی روی شکل:

$$\Delta x=\frac{\lambda}{۱۲}+\lambda+\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۱۲}=\frac{۱+۱۲+۳+۱}{۱۲}\lambda \Rightarrow \Delta x=\frac{۱۷}{۱۲}\times۱۲=۱۷cm$$



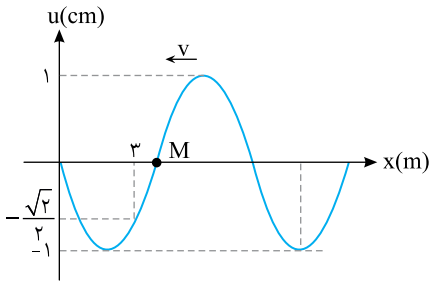
B ۱۶- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** ذره‌ی M در هر ثانیه ۱۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، یعنی بسامد موج ۱۰ هرتز است. در این صورت طول موج برابر است با: $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲m$

با توجه به نمودار، فاصله‌ی MN برابر است با: $d=\frac{\lambda}{۱۲}+\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۶}=\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow d=\frac{۱}{۲}\times ۲=۱m$

در نتیجه خواهیم داشت: $d=vt\Rightarrow ۱=۲۰t\Rightarrow t=\frac{۱}{۲۰}s$

راه‌حل دوم: فاصله‌ی MN برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است که موج این فاصله را در $\frac{T}{۲}$ طی می‌کند پس:

$$t=\frac{T}{۲}\Rightarrow t=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{۲}=\frac{۱}{۲۰}s$$



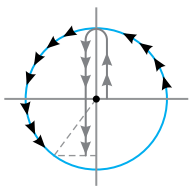
B ۱۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل روبه‌رو:

$$\frac{\lambda}{۴}+\frac{\lambda}{۸}=۳\Rightarrow\frac{۳\lambda}{۸}=۳\Rightarrow\lambda=۸m$$

دوره را به دست می‌آوریم: $\lambda=vT\Rightarrow ۸=۲۰T\Rightarrow T=۰/۴s$

هر ذره از محیط انتشار موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است و هر ذره حرکت ذره‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند بنابراین نقطه‌ی M از مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالا است. تغییر فاز M را در بازه‌ی $\frac{۴}{۱۵}s$ به دست می‌آوریم:

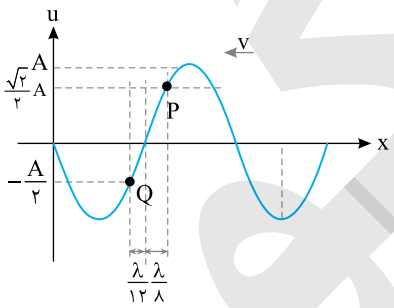
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{۲\pi}{۰/۴}\times\frac{۴}{۱۵}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۴\pi}{۳}$$



با توجه به دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو و معادله‌ی سرعت - زمان حرکت هماهنگ ساده سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=A\omega\cos\varphi\Rightarrow v=۰/۰۱\times\frac{۲\pi}{۰/۴}\cos\frac{۴\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow v=\frac{\pi}{۲۰}\cos(\pi+\frac{\pi}{۳})\Rightarrow v=-\frac{\pi}{۴۰}\frac{m}{s}$$



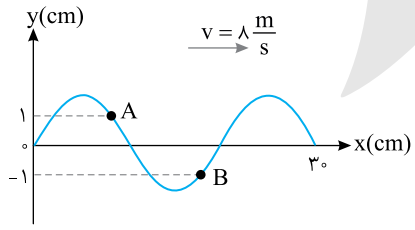
B ۱۸- گزینه‌ی ۱ موج ابتدا به نقطه‌ی P و سپس به نقطه‌ی Q می‌رسد یعنی نوسانات نقطه‌ی Q نسبت به نوسانات نقطه‌ی P تأخیر فاز دارد. ابتدا اختلاف فاز بین P و Q را مشخص می‌کنیم.

$$\Delta x=\frac{\lambda}{۱۲}+\frac{\lambda}{۸}=\frac{۲\lambda+۳\lambda}{۲۴}=\frac{۵\lambda}{۲۴}$$

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\times\frac{۵\lambda}{۲۴}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۵\pi}{۱۲}$$

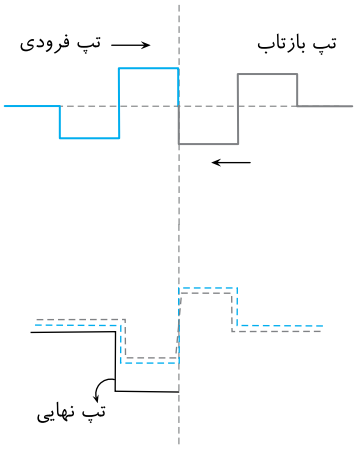
در این صورت معادله‌ی نوسان Q خواهد شد:

$$y_Q=A\sin(\omega t-\frac{\pi}{۴}-\frac{۵\pi}{۱۲})\Rightarrow y_Q=A\sin(\omega t-\frac{۲\pi}{۳})$$



A ۱۹- گزینه‌ی ۱ هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حرکت هماهنگ ساده $a=-\omega^۲y$ است. بسامد (زاویه‌ای) تمام ذره‌ها یکی است و با توجه به شکل $y_A=|y_B|$ است، پس بزرگی شتاب هر دو یکسان است.

A ۲۰- گزینه‌ی ۱ تپ بازتابیده از انتهای ثابت وارونگی دارد. دقت کنید، قسمتی از تپ که زودتر به مانع می‌رسد، زودتر نیز برمی‌گردد. فرورفتگی ابتدا به مانع می‌رسد و وارونه شده تبدیل به برآمدگی می‌شود و در جلوی پیشروی موج قرار می‌گیرد، بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.



B ۲۱- گزینه‌ی ۲ در مدت ۰/۱s، تپ به اندازه‌ی $\Delta x = vt = ۲\times ۰/۰۱ = ۰/۰۲m$ پیشروی می‌کند و از روی مانع باز تابیده می‌شود در این بازه‌ی زمانی نیم‌تپ بالایی وارونه شده و با تپ پایینی که به مانع می‌رسد بر هم نهاده شده و شکل تپ مطابق گزینه‌ی (۲) است.

A ۲۲- گزینه‌ی ۱ پس از تشکیل امواج ایستاده تمام نقطه‌های بین دو گره‌ی متوالی هم‌فاز بوده و از طرفی تمام نقاط محیط با یک بسامد نوسان می‌کنند.

A ۲۳- گزینه‌ی ۴ در امواج ایستاده، تمام نقاط بین دو گره با هم بالا و پایین می‌روند پس هم‌فازند اما دامنه‌ی این نقاط از گره تا شکم در حال افزایش است. پس گزینه‌های (۱) و (۲) نیز نادرست است. از طرفی تمام نقاط محیط با بسامد موج در نوسان بوده و بسامد آن‌ها یکسان است و گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است. سرعت هر نقطه هنگام گذر از وضع تعادلش برابر $v_m = A\omega$ بوده که نقطه‌ی A دارای دامنه‌ی بزرگ‌تری است پس سرعتش بیش‌تر است.

A ۲۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی تار مرتعش داریم:

$$f = \frac{nv}{۲l} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۱\times v}{۲\times ۰/۴} \Rightarrow v = ۱۲۰\frac{m}{s}$$

اکنون کشش نخ را با استفاده از رابطه‌ی سرعت موج در تار به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow ۱۲۰\times ۱۲۰ = \frac{F}{\frac{۲۰\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۲}}} \Rightarrow F = ۲۸۸۰۰\times ۱۰^{-۳} = ۲۸/۸N$$

A ۲۵- گزینه‌ی ۲ بسامد تار مرتعش برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{۲l} \xrightarrow{\text{تعداد شکم‌ها}\ n=۱} f_۱ = \frac{v}{۲l}$$

v سرعت انتشار موج در تار و برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است و با چهار برابر شدن نیروی کشش خواهیم داشت: $F' = ۴F \Rightarrow v' = ۲v$

در این صورت:

$$f' = \frac{n'v'}{۲l} \Rightarrow ۸f = \frac{n'(۲v)}{۲l} \Rightarrow ۸f = ۲n'f \Rightarrow n' = ۴$$

در طول تار ۴ شکم تولید می‌شود.

B ۲۶- گزینه‌ی ۳ به کمک رابطه‌ی تار مرتعش با دو انتهای بسته سرعت موج در تار را به‌دست آورد:

$$f_n = \frac{nv}{۲l} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۳v}{۲\times ۰/۶} \Rightarrow v = ۶۰\frac{m}{s}$$

از طرفی جرم یکای طول تار برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{۲\times ۱۰^{-۳}}{۶۰\times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow \mu = \frac{۱}{۳}\times ۱۰^{-۲}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، نیروی کشش را حساب می‌کنیم:

$$۶۰ = \sqrt{\frac{F}{\frac{۱}{۳}\times ۱۰^{-۲}}} \Rightarrow F = ۱۲N$$

این نیروی کشش به خاطر جرم متصل به تار است:

$$F = mg \Rightarrow ۱۲ = m\times ۱۰ \Rightarrow m = ۱/۲kg = ۱۲۰۰g$$

Ⓐ ۲۷- گزینه‌ی ۱ ابتدا سرعت موج در طناب را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} \Rightarrow v=\frac{۲}{۱۰^{-۳}}\times\sqrt{\frac{۳۰}{۳\times۴\times۱۰^{۳}}} \Rightarrow v=۲۰۰۰\times\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow v=۱۰۰\frac{m}{s}$$

حال بسامد اصلی را حساب می‌کنیم:

$$f_n=\frac{nv}{۲l}\xrightarrow{n=۱}f_۱=\frac{۱۰۰}{۲\times۰/۴} \Rightarrow f_۱=۱۲۵Hz$$

Ⓑ ۲۸- گزینه‌ی ۳ با دو برابر شدن زاویه‌ی سطح شیبدار با افق نیروی کشش تار افزایش یافته و بسامد نیز افزایش می‌یابد.

$$\frac{f'}{f}=\frac{n'\frac{v'}{۲l}}{n\frac{v}{۲l}}\xrightarrow{n=n'=۱}\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\sqrt{\frac{F'}{F}}$$

نیروی کشش تار برابر با $F=mg\sin\alpha$ است از این رو:

$$\frac{f'}{f}=\sqrt{\frac{mg\sin ۲\alpha}{mg\sin\alpha}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{\sqrt{۲\sin\alpha\cos\alpha}}{\sqrt{\sin\alpha}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\sqrt{۲\cos\alpha}$$

Ⓐ ۲۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{۲۰}{۱۰۰}=۰/۲m \Rightarrow \lambda=۲۰cm$$

نقاطی که فاصله‌ی آن‌ها از چشمه‌ی موج مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$ است با چشمه هم‌فازند.

$\Delta x_A=۴۰cm=۴(۱۰)=۴\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow$ A با چشمه هم‌فاز است.

$\Delta x_B=۳۰cm=۳\times۱۰=۳\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow$ B با چشمه در فاز مخالف است.

بنابراین A و B در فاز مخالف هستند و گزینه‌ی (۳) درست است. اما در مورد گزینه‌ی (۱) فاصله‌ی A تا C از هم ۸۰cm است اما مشخص نیست که A و C در یک جهت پیشروی موج قرار دارند یا نه؟ بنابراین در مورد وضعیت آن‌ها نسبت به هم نمی‌توان اظهار نظر کرد و گزینه‌ی (۱) نادرست است. دو نقطه‌ی A و B در فاز مخالف‌اند و نمی‌توانند روی یک جبهه‌ی موج باشند، پس گزینه‌ی (۲) نادرست است. در انتشار موج در دو بُعد با دور شدن از چشمه‌ی موج، دامنه کاهش می‌یابد زیرا هر ذره از محیط انرژی دریافتی‌اش را به تعدادی ذره بعد از خود منتقل کرده و انرژی ذرات دورتر، کم‌تر شده و دامنه کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ ۳۰- گزینه‌ی ۱ اختلاف فاز دو موج در نقطه‌ی Q برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}(d_۲-d_۱)$$

از این رو ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=vT \Rightarrow \lambda=۲۰\times۰/۰۳ \Rightarrow \lambda=۰/۶m$$

در این صورت:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۰/۶}(۰/۵-۰/۴) \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}$$

آزمون ۱۰

Ⓐ ۱- گزینه‌ی ۳ در گذر موج (صوت) از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و شما بسامد ۴۰۰Hz را می‌شنوید.

Ⓐ ۲- گزینه‌ی ۳

$$۳\frac{\lambda}{۲}=۰/۶\Rightarrow\lambda=۰/۴m\ ,\ f=\frac{v}{\lambda}=\frac{۳۴۰}{۰/۴}=۸۵۰Hz$$

Ⓑ ۳- گزینه‌ی ۳ اختلاف زمانی در رفت و برگشت ۲s است. علت این اختلاف زمانی اختلاف سرعت صوت در آب و هوا است که سرعت صوت در آب بیش‌تر است. بنابراین اختلاف زمانی در رفت برابر ۱s است و خواهیم داشت:

$$t_{هوا}-t_{آب}=\frac{\Delta x}{v_{هوا}}-\frac{\Delta x}{v_{آب}}=۱\Rightarrow\frac{\Delta x}{۳۰۰}-\frac{\Delta x}{۵\times۳۰۰}=۱\Rightarrow\Delta x=\frac{۱۵۰۰}{۴}\Rightarrow\Delta x=۳۷۵m$$

B ۴- گزینه‌ی ۲

$$\frac{v}{v_\circ}=\frac{\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}{\sqrt{\frac{\gamma RT_\circ}{M}}}\Rightarrow\frac{v}{v_\circ}=\sqrt{\frac{T}{T_\circ}}\Rightarrow v=v_\circ\left(\frac{۲۷۳+\theta}{۲۷۳}\right)^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow v=v_\circ\left(۱+\frac{\theta}{۲۷۳}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

با توجه به تقریب ریاضی می‌توان نوشت:

$$v=v_\circ\left(۱+\frac{\theta}{۵۴۶}\right)\qquad(۱)$$

در این صورت:

$$۳۴۰=۳۳۰\left(۱+\frac{\theta}{۵۴۶}\right)\Rightarrow ۱۰=\frac{۳۳۰\theta}{۵۴۶}\Rightarrow\theta=\frac{۵۴۶}{۳۳}\Rightarrow\theta\simeq ۱۶/۵^\circ C$$

به کمک رابطه‌ی (۱) می‌توان رابطه‌ی مقابل را نوشت:

$$\Delta v=\frac{v_\circ\Delta\theta}{۵۴۶}\qquad(۲)$$

و به‌طور تقریبی با قرار دادن سرعت صوت در دمای صفر درجه یعنی در رابطه‌ی (۲)، رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{\Delta v\simeq ۰/۶۱\Delta\theta}$$

به عبارت بهتر، به ازای هر درجه‌ی سلسیوس (یا هر کلوین) تغییر دما، سرعت صوت در هوا حدود $۰/۶۱\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند. **پس برای هوا و در دماهای معمولی** می‌توان نوشت:

$$\boxed{v=v_\circ+۰/۶۱\theta}$$

B ۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها $\left(v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\right)$ داریم:

$$T=۲۷۳+\theta=۲۷۳+۱۷=۲۹۰K$$

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}=\sqrt{\frac{۱/۴\times۸\times۲۹۰}{۲۹\times۱۰^{-۳}}}=۴۰\times\sqrt{۷۰}=۴۰\times۸/۳=۳۳۲m$$

حال، با استفاده از رابطه‌ی $(\Delta x=v\Delta t)$، فاصله‌ی ناظر از محل ایجاد رعد و برق به راحتی قابل محاسبه است:

$$\Delta x=v\Delta t=۳۳۲\times۱۰=۳۳۲۰m=۳/۳۲km$$

A ۶- گزینه‌ی ۴ وقتی که یک صدای معین بلندتر شنیده می‌شود یعنی انرژی صوت بیش‌تر شده یعنی دامنه افزایش یافته است.

A ۷- گزینه‌ی ۱ به دلیل تراکم مولکولی در جامدها، سرعت صوت در جامدها از بقیه بیش‌تر است. صوت در خلأ منتشر نمی‌شود.

A ۸- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی بسامد صوت برای لوله‌های باز و بسته را برای هماهنگ‌های گفته شده برابر قرار می‌دهیم:

$$f_o=f_c\Rightarrow\frac{v}{۲l_o}=۳\frac{v}{۴l_c}\Rightarrow\frac{l_o}{l_c}=\frac{۲}{۳}$$

B ۹- گزینه‌ی ۲ بنا بر رابطه‌ی بسامد لوله‌ی بسته $\left(f=(۲n-۱)\frac{v}{۴l}\right)$ خواهیم داشت:

(بسامد لوله‌ی اول را با f و بسامد لوله‌ی دوم را با f' نمایش می‌دهیم)

$$\left.\begin{aligned}f_۲&=(۲\times۲-۱)\frac{v_{O_۲}}{۴l}=\frac{۳}{۴}\frac{v_{O_۲}}{l}\\ f'_۳&=(۲\times۳-۱)\frac{v_{H_۲}}{۴l}=\frac{۵}{۴}\frac{v_{H_۲}}{l}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{f_۲}{f'_۳}=\frac{۳}{۵}\frac{v_{O_۲}}{v_{H_۲}}\qquad(۱)$$

نسبت سرعت صوت در گاز اکسیژن به سرعت صوت در گاز هیدروژن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_{O_۲}}{v_{H_۲}}=\sqrt{\frac{M_{H_۲}}{M_{O_۲}}}\times\sqrt{\frac{T_{O_۲}}{T_{H_۲}}}=\sqrt{\frac{۲}{۳۲}}\times\sqrt{\frac{۲۷۳+۴۵۵}{۲۷۳}}\Rightarrow\frac{v_{O_۲}}{v_{H_۲}}=\frac{\sqrt{۶}}{۶}\qquad(۲)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{f_۲}{f'_۳}=\frac{۳}{۵}\times\frac{\sqrt{۶}}{۶}\Rightarrow\frac{f_۲}{f'_۳}=\frac{\sqrt{۶}}{۱۰}$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۲** در لوله‌های صوتی بسته، شماره‌ی هماهنگ از رابطه‌ی $(۲n-۱)$ به‌دست می‌آید که n، برابر تعداد گره‌ها (یا تعداد شکم‌ها) است. بنابراین:

حالت اول : $۲(۳)-۱=۵$

حالت دوم : $۲(۵)-۱=۹$

در لوله‌های صوتی با یک انتهای بسته طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ است. بنابراین:

حالت اول: $l=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴}\Rightarrow l=۵\frac{\lambda}{۴}$

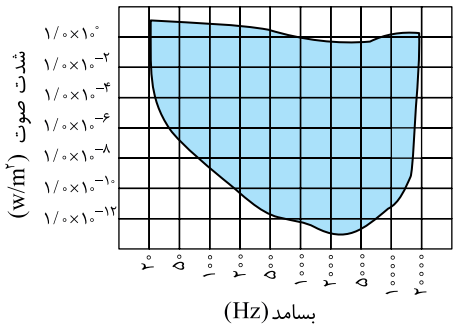
حالت دوم: $l=۹\frac{\lambda'}{۴}$

$$\Rightarrow \frac{۵\lambda}{۴}=\frac{۹\lambda'}{۴}\Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{۵}{۹}$$

A **۱۱- گزینه‌ی ۱** هنگام انتشار موج (صوت) در محیط، بسامد که از ویژگی‌های چشمه‌ی موج (صوت) است تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. از طرفی سرعت انتشار صوت در یک گاز، برابر $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ است که با ثابت ماندن دما، ثابت می‌ماند.

B **۱۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار شکل روبه‌رو تغییرات شدت صوت آستانه‌ی شنوایی نسبت به بسامد زیاد و تغییرات شدت صوت آستانه‌ی دردناکی نسبت به بسامد کم است و جمله‌های (۱) و (۵) درست است و جمله‌ی (۴) نادرست است. آستانه‌ی شنوایی برای بسامدهای مختلف مطابق نمودار بوده و با کاهش بسامد از ۲۰۰۰۰Hz تا ۲۰Hz آستانه شنوایی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و جمله‌ی (۲) نادرست است. آستانه‌ی شنوایی برای گوش سالم افراد مختلف متفاوت است و هم‌چنین برای بسامدهای گوناگون فرق می‌کند و جمله‌ی (۳) درست است.

بنابراین سه جمله‌ی (۱)، (۳) و (۵) درست هستند.



A **۱۳- گزینه‌ی ۱** شدت صوت بنا به تعریف برابر است با مقدار انرژی صوتی در یکای زمان (توان) که عمود بر یکای سطح می‌گذرد.

$$I=\frac{E}{A.t}\xrightarrow{P=\frac{E}{t}}I=\frac{P}{A}$$

جبهه‌های امواج صوتی، کروی بوده و سطح این جبهه‌ها برابر $A=۴\pi r^۲$ می‌باشد.

$$I=\frac{P}{۴\pi r^۲}\Rightarrow ۱۰^{-۴}=\frac{P}{۴\times ۳\times ۲۵}\Rightarrow P=۳\times ۱۰^{-۲}W$$

C **۱۴- گزینه‌ی ۲** با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_o-\beta_c=۱۶\Rightarrow ۱۰\log\frac{I_o}{I_c}=۱۶\Rightarrow \log\frac{I_o}{I_c}=۱/۶=۱+۲\times ۰/۳\Rightarrow \log\frac{I_o}{I_c}=\log ۱۰+۲\log ۲=\log ۱۰\times ۲^۲\Rightarrow \frac{I_o}{I_c}=۴۰$$

شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد، از این‌رو:

$$\frac{I_o}{I_c}=(\frac{f_o}{f_c})^۲\Rightarrow \frac{f_o}{f_c}=\sqrt{۴۰}\Rightarrow \frac{\frac{v_o}{۲l_o}}{\frac{v_c}{۴l_c}}=\sqrt{۴۰}\Rightarrow \frac{۲l_c}{l_o}=\sqrt{۴۰}\Rightarrow \frac{l_c}{l_o}=\sqrt{۱۰}\Rightarrow \frac{l_o}{l_c}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۴** در دو حالت بسامد لوله باید با بسامد دیاپازون برابر شود، بنابراین بسامد لوله در دو حالت یکسان است:

$$f'=f\Rightarrow \frac{v'}{۲l'}=\frac{v}{۲l}\Rightarrow l'=\frac{v'}{v}l$$

با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت در گازها می‌توان نوشت:

$$l'=\sqrt{\frac{M}{M'}}l\Rightarrow l'=\sqrt{\frac{۲۵}{۳۶}}\times ۳۰\Rightarrow l'=\frac{۵}{۶}\times ۳۰=۲۵cm$$

در این حالت باید لوله را ۲۵cm از آب خارج کرد.

B **۱۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow ۷۶=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow ۷+۰/۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

$$\log ۱۰^۷+۲\log ۲=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow ۱۰^۷\times ۲^۲=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۴\times ۱۰^{-۵}\frac{W}{m^۲}$$

Ⓐ ۱۷- گزینه‌ی ۱ تراز شدت صوت را در دو حالت می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}\Rightarrow\beta_2-65=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون و با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد.

$$\beta_2-65=10\log(\frac{A_2}{A_1})^2\times(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\beta_2-65=10\log(\frac{1}{4})\times4$$

$$\Rightarrow\beta_2-65=10\log1\Rightarrow\beta_2-65=0\Rightarrow\beta_2=65dB$$

Ⓑ ۱۸- گزینه‌ی ۱

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\Rightarrow\frac{v_1+50}{v_1}=\sqrt{\frac{400}{324}}\Rightarrow\frac{v_1+50}{v_1}=\frac{20}{18}\Rightarrow\frac{v_1+50}{v_1}=\frac{10}{9}\Rightarrow9v_1+450=10v_1\Rightarrow v_1=450\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۱۹- گزینه‌ی ۲ طول موج در لوله‌های صوتی، تابعی از طول لوله اســت و برای صوت اصلی یک لوله‌ی باز، $\lambda=2l$ است. بنابراین طول موج ثابت می‌ماند، اما بسامد افزایش می‌یابد.

$$\frac{f'}{f}=\frac{\frac{v'}{2l}}{\frac{v}{2l}}\Rightarrow\frac{f'}{f}=\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}=\sqrt{2}$$

Ⓐ ۲۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار شدت صوت برحسب بسامد، گزینه‌ی (۴) درست است.

آزمون ۱۱

Ⓐ ۱- گزینه‌ی ۲ در گستره‌ی موج‌های الکترومغناطیسی زیر، به ترتیب از راست به چپ طول موج در حال کاهش است.

رادیویی ← فروسرخ ← مرئی ← پرتو فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو γ

بنابراین طول موج امواج رادار که در ناحیه‌ی رادیویی هستند، از طول موج‌های فروسرخ و پرتو ایکس بلندتر است.

Ⓐ ۲- گزینه‌ی ۲ از امواج رادیویی برای ردیابی هواپیماها به کمک رادار استفاده می‌شود.

Ⓐ ۳- گزینه‌ی ۴ امواج رادیویی دارای طول موج بین یک متر تا چند صد کیلومتر هستند.

Ⓐ ۴- گزینه‌ی ۴ سرعت نور و تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است از این رو k برابر $-\frac{1}{2}$ خواهد شد.

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۱ تخلیه‌ی ناگهانی خازن سبب حرکت شتابدار بار الکتریکی و ایجاد موج‌های الکترومغناطیسی می‌شود.

Ⓐ ۶- گزینه‌ی ۳ با توجه به مقایسه با تابع موج مشخص است که عدد موج برابر $k=\frac{2\pi}{6}\frac{rad}{m}$ است. از این رو:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\frac{2\pi}{6}=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=6m$$

این پرتو در ناحیه‌ی امواج رادیویی است.

Ⓑ ۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا بسامد زاویه‌ای موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow\frac{\pi}{6}\times10^7=\frac{\omega}{3\times10^8}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{2}\times10^{15}\frac{rad}{s}$$

میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیس در خلأ هم‌فاز هستند. میدان الکتریکی E نیز باید در راستای z باشد.

Ⓐ ۸- گزینه‌ی ۳ میدان‌های الکتریکی و مغناطیســی موج الکترومغناطیس هم‌فاز، هم‌دوره و عمود بر هم می‌باشــند که بر راســتای پیشروی موج عمودند.

Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۱ گستره‌ی امواج الکترومغناطیس به‌ترتیب کاهش بسامد به قرار زیر است:

گاما ← ایکس ← فرابنفش ← بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز ← فروسرخ ← رادیویی

۱۰- گزینه‌ی ۳ بسامد نور در خلأ با طول موج نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\begin{cases} f_B - f_A = ۱۰۰ \\ \dfrac{f_B}{f_A} = \dfrac{\lambda_A}{\lambda_B} = \dfrac{۶}{۵} \end{cases} \Rightarrow f_B - \frac{۵}{۶} f_B = ۱۰۰ \Rightarrow \frac{f_B}{۶} = ۱۰۰ \Rightarrow f_B = ۶۰۰\,MHz$$

۱۱- گزینه‌ی ۴ اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به نوار تاریک اول برابر است با:

$$\Delta t = (۲n-۱)\frac{T}{۲} \xrightarrow{n=۱} \Delta t = \frac{T}{۲}$$

اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف به دومین نوار تاریک برابر است با:

$$\Delta t' = (۲n-۱)\frac{T}{۲} \xrightarrow{n=۲} \Delta t' = \frac{۳T}{۲}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۳\frac{T}{۲}}{\frac{T}{۲}} = ۳$$

۱۲- گزینه‌ی ۳ هرگاه نور وارد آب شود، طول موج آن تغییر می‌کند:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \lambda' = \frac{۳}{۴}\lambda$$

بنابراین فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی نیز تغییر می‌کند:

$$x = \frac{n\lambda D}{a} \xrightarrow{n=۱} d = \frac{\lambda D}{a} \xrightarrow{\lambda' = \frac{۳}{۴}\lambda} d' = \frac{۳}{۴} d$$

۱۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی آزمایش یانگ خواهیم داشت:

$$\frac{x}{x'} = \frac{\frac{\lambda D}{۲a}}{\frac{\lambda' D}{۲a}} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{f'}{f} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{۱}{۱/۵} = \frac{۲}{۳}$$

۱۴- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی وسط نوار از وسط نوار مرکزی پنج برابر (عدد فرد) پهنای هر نوار است بنابراین این نوار تاریک است.

$$x = (۲m-۱)I \Rightarrow ۵I = (۲m-۱)I \Rightarrow m = ۳$$

در این صورت اختلاف راه خواهد شد:

$$\delta = (۲m-۱)\frac{\lambda}{۲} = ۵\frac{\lambda}{۲} = ۲/۵\lambda$$

۱۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا طول موج نور به کار رفته را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۷/۵\times۱۰^{۱۴}} \Rightarrow \lambda = ۴\times۱۰^{-۷}\,m$$

اکنون به کمک رابطه‌ی اختلاف فاز در پدیده‌ی تداخل مسأله را حل می‌کنیم.

$$\Delta\varphi = \frac{۲\pi}{\lambda}(d_۲ - d_۱) \Rightarrow \frac{۵\pi}{۴} = \frac{۲\pi}{۴\times۱۰^{-۷}}\delta \Rightarrow \delta = ۲/۵\times۱۰^{-۷}\,m = ۰/۲۵\mu m$$

۱۶- گزینه‌ی ۴ طول موج نور به کار رفته را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{ax}{nD} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۰^{-۳}\times۴\times۱۰^{-۳}}{۸\times۱} \Rightarrow \lambda = ۵\times۱۰^{-۷}\,m$$

دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۷} = ۳\times۱۰^{۸}T \Rightarrow T = \frac{۵}{۳}\times۱۰^{-۱۵}\,s$$

اختلاف زمانی رسیدن به هشتمین نوار روشن خواهد شد:

$$\Delta t = nT \Rightarrow \Delta t = ۸\times\frac{۵}{۳}\times۱۰^{-۱۵} \Rightarrow \Delta t = \frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۱۴}\,s$$

۱۷- گزینه‌ی ۲ اختلاف راه وسط نوارهای روشن از دو شکاف مضرب زوج $\frac{\lambda}{۲}$ است.

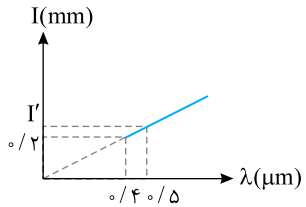
$$\delta = ۲n\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow ۱۵۰۰ = ۳\lambda \Rightarrow \lambda = ۵۰۰\,nm$$

بسامد خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۵۰۰\times۱۰^{-۹}} = ۶\times۱۰^{۱۴}\,Hz$$

Ⓐ ۱۸- گزینه‌ی ۴ در آزمایش یانگ پهنای هر نوار برابر $I=\frac{\lambda D}{2a}$ اســت که برای کاهش I می‌توان D (فاصله‌ی پرده از دو شــکاف) را کاهش داد، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است. می‌توان a (فاصله‌ی دو شکاف) را افزایش داد بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است. می‌توان از پرتو با طول موج کوتاه‌تر یا بسامد بیش‌تر استفاده کرد بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓑ ۱۹- گزینه‌ی ۲ پهنای هر نوار برابر $I=\frac{\lambda D}{2a}$ است. بنابراین نمودار پهنای هر نوار بر حسب طول موج نموداری مطابق شکل روبه‌رو است. به کمک تناسب می‌توان پهنای هر نوار را با طول موج $0/5\mu m$ به‌دست آورد.



$$\frac{I'}{0/5}=\frac{0/2}{0/4}\Rightarrow I'=0/25mm$$

در فاصله‌ی وسط نوار روشن پنجم از وسط نوار مرکزی $2\times5=10$ نوار وجود دارد. از این رو:

$$x=2nI'=2\times5\times0/25\Rightarrow x=2/5mm$$

Ⓑ ۲۰- گزینه‌ی ۱ اختلاف زمانی رسیدن نور از دو شکاف نوار n ام روشن مضرب زوج نصف دوره $(2n\frac{T}{2})$ و برای نوار n ام تاریک مضرب فرد نصف دوره $(2n-1)\frac{T}{2}$ است. از طرفی دوره و بسامد یک نور معین در محیط‌های مختلف یکسان است. از این رو T ثابت بوده و اختلاف زمانی نیز تغییر نمی‌کند و گزینه‌ی (۱) درست است.

آزمون ۱۲

Ⓑ ۱- گزینه‌ی ۲ شدت تابشی برابر مقدار کل انرژی موج‌های الکترومغناطیسی است که در یک ثانیه از واحد سطح جسم گسیل می‌شود.

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow 10=\frac{60\times10^{-3}}{A\times60}\Rightarrow A=10^{-4}m^2\Rightarrow A=1cm^2$$

دقت کنید یک ورقه دارای دو وجه است. مساحت هر وجه $=\frac{1}{2}cm^2$

Ⓐ ۲- گزینه‌ی ۲ بنا بر قانون جابه‌جایی ویلهلم وین، با افزایش دمای جســم، طول موج دارای بیشــینه‌ی تابندگی به ســمت طول موج‌های کوتاه‌تر میل می‌کند.

Ⓐ ۳- گزینه‌ی ۳ توان تابشی برابر انرژی تابشی در واحد زمان است از این رو:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow P=\frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t}\Rightarrow P=10^{18}\times6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{600\times10^{-9}}\Rightarrow P=3\times10^{-1}=0/3W$$

Ⓒ ۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow E=\frac{6/6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{660\times10^{-9}}\Rightarrow E=3\times10^{-19}J$$

تعداد فوتون‌ها با توان 15W برابر است با:

$$E_{کل}=Pt\xrightarrow{E_{کل}=nh\frac{c}{\lambda}}n\times3\times10^{-19}=15\times1\Rightarrow n=5\times10^{19}\ \text{فوتون}$$

این تعداد فوتون از سطح کره‌ای به شعاع ۱۰ متر می‌گذرد پس تعداد فوتون‌های گذرنده از مردمک چشم خواهد شد:

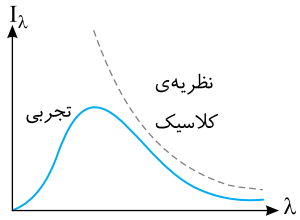
$$\frac{\text{مساحت کره}\ \pi R^2}{\text{مساحت مردمک}\ \pi r^2}\left|\frac{5\times10^{19}}{N}\right.\Rightarrow\frac{\pi\times10^{2}}{\pi\times(1\times10^{-3})^2}\left|\frac{5\times10^{19}}{N}\right.\Rightarrow N=5\times10^{11}$$

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۲ بنا بر قانون جابه‌جایی ویلهلم وین:

$$\lambda_{max}T=C\Rightarrow\lambda_{max}\times(5727+273)=3\times10^{-3}\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{3\times10^{-3}}{6000}=5\times10^{-7}\Rightarrow\lambda_{max}=500nm$$

B ۶- گزینه‌ی ۲ فیزیک کلاسیک نمی‌تواند خطی و منحصر به فرد بودن طیف اتمی عنصر را توجیه کند زیرا در دستگاه فیزیک کلاسیک هرگاه جسم تحریک شود، الکترون‌های درون آن به نوسان در آمده و از خود تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که این تابش باید پیوسته و برای تمام عناصر یکسان باشد زیرا الکترون درون همه‌ی اجسام شبیه به هم است. بنابراین گزینه‌ی (۱) و (۳) نادرست است. از دیدگاه فیزیک کلاسیک، امواج الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی بوده و این میدان الکتریکی می‌تواند بر الکترون نیروی الکتریکی $(F=eE)$ را وارد کرده و سبب جدا شدن الکترون شود بنابراین فیزیک کلاسیک در توجیه جدا شدن الکترون از سطح فلز مشکلی ندارد و گزینه‌ی (۲) درست است.

از دیدگاه فیزیک کلاسیک تابندگی در طول موج‌های کوتاه به سمت بی‌نهایت می‌رود و برای نمودار I_λ مقدار بیشینه پیش‌بینی نمی‌کند بنابراین قانون وین در فیزیک کلاسیک جایگاهی ندارد و گزینه‌ی (۴) نادرست است.



A ۷- گزینه‌ی ۳ هر چه شدت نور بیش‌تر می‌شود تعداد فوتون‌های نور در هر ثانیه افزایش یافته پس تعداد فوتوالکترون‌های خارج شده از سطح فلز افزایش می‌یابد.

A ۸- گزینه‌ی ۴ تابع کار فلز خواهد شد:

$$W_\circ = hf_\circ \Rightarrow W_\circ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۱/۲\times۱۰^{۱۵} \Rightarrow W_\circ = ۴/۸eV$$

A ۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی تابع کار فلز با طول موج قطع می‌توان نوشت:

$$W_\circ = h\frac{c}{\lambda_\circ} \Rightarrow ۴ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = ۳\times۱۰^{-۷}m \Rightarrow \lambda = ۳۰۰nm$$

A ۱۰- گزینه‌ی ۲ تابع کار فلز برابر است با:

$$W_\circ = h\frac{c}{\lambda_\circ} \Rightarrow W_\circ = ۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۰/۵\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow W_\circ = ۳/۹۶\times۱۰^{-۱۹}J$$

انرژی فوتون تابیده شده برابر است با:

$$E = hf = ۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۵\times۱۰^{۱۴} = ۳/۳\times۱۰^{-۱۹}J$$

چون انرژی فوتون از تابع کار فلز کوچک‌تر است، پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

B ۱۱- گزینه‌ی ۳

$$K_{max} = hf - W_\circ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۳\times۱۰^{-۸}} - ۴/۵ = ۴۰ - ۴/۵ = ۳۵/۵\,eV$$

چون ولتاژ دو سر منبع تغذیه مانع حرکت فوتوالکترون‌ها است، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها کاهش می‌یابد:

$$K_B - K_A = eV \Rightarrow K_B - ۳۵/۵ = -۱۰ \Rightarrow K_B = ۲۵/۵\,eV$$

B ۱۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی پدیده‌ی فوتوالکتریک ابتدا K_m را به دست می‌آوریم:

$$K_m = hf - W_\circ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۲\times۱۰^{۱۵} - ۲ = ۶eV$$

در حالت دوم K'_m را به دست می‌آوریم:

$$K'_m = hf' - W_\circ \Rightarrow K'_m = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۱\times۱۰^{۱۵} - ۲ = ۲eV$$

در این صورت:

$$\frac{K'_m}{K_m} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

A ۱۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض مسأله داریم:

$$f = ۴f_\circ \Rightarrow hf = ۴hf_\circ = ۴W_\circ$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی پدیده‌ی فوتوالکتریک داریم:

$$K_m = hf - W_\circ = ۴W_\circ - W_\circ = ۳W_\circ = ۳\times۲ = ۶eV$$

اکنون الکترون - ولت را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$K_m = ۶\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۹/۶\times۱۰^{-۱۹}J$$

A ۱۴- گزینه‌ی ۱ در تابش اتم هیدروژن، پرتوهای وابسته به رشته‌های پفوند، براکت و پاشن در ناحیه‌ی فروسرخ است.

Ⓐ ۱۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$$

در رشته‌ی بالمر $n'=2$ است، بنابراین:

$$\frac{1}{450}=\frac{1}{100}(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{4/5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}\Rightarrow\frac{1}{n^2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4/5}\Rightarrow\frac{1}{n^2}=\frac{4/5-4}{18}\Rightarrow n^2=36\Rightarrow n=6$$

Ⓐ ۱۶- گزینه‌ی ۲ یکای تابندگی در SI، $\frac{W}{m^2.m}$ یا $\frac{W}{m^3}$ است.

Ⓐ ۱۷- گزینه‌ی ۳ بلندترین طول موج وقتی جذب می‌شود که الکترون از تراز ۱ به تراز ۲ برود. در این صورت:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01(1-\frac{1}{4})=\frac{3}{400}\Rightarrow\lambda=\frac{400}{3}\,nm$$

دقت کنید رابطه‌ی ریدبرگ و بالمر برای طول موج‌های گسیلی است. می‌دانیم یک عنصر همان طول موج‌هایی را جذب می‌کند که می‌تواند گسیل کند. از این‌رو به جای گذار از تراز ۱ به ۲ و جذب طول موج، گذار از تراز ۲ به ۱ و گسیل طول موج را به دست آورده‌ایم.

Ⓐ ۱۸- گزینه‌ی ۳ کم‌ترین بسامد یعنی بلندترین طول موج رشته‌ی براکت وقتی است که الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=4$ برود. بنا بر رابطه‌ی ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}(\frac{1}{16}-\frac{1}{25})\Rightarrow\lambda=\frac{40000}{9}\,nm$$

این طول موج در ناحیه‌ی فروسرخ است. بسامد آن خواهد شد:

$$f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{3\times10^8}{\frac{40000}{9}\times10^{-9}}\Rightarrow f=\frac{27}{4}\times10^{13}\Rightarrow f=6/75\times10^{13}\,Hz$$

Ⓐ ۱۹- گزینه‌ی ۱ انرژی الکترون در حالت $n=1$ و $n=2$ را به دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم تا انرژی فوتونی که باید توسط الکترون جذب شود تا از تراز $n=1$ به تراز بالاتر $n=2$ برود به دست آوریم.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\begin{cases}n=1 \Rightarrow E_1=-13/6\,eV\\ n=2 \Rightarrow E_2=\frac{-13/6}{4}=-3/4\,eV\end{cases}\Rightarrow \Delta E=E_2-E_1=-3/4-(-13/6)=10/2\,eV$$

Ⓑ ۲۰- گزینه‌ی ۴ در الگوی اتمی بور داریم:

$$E=-K=\frac{1}{2}U$$

در تراز $n=2$ انرژی الکترون خواهد شد:

$$E=-\frac{E_R}{n^2}\Rightarrow E=-\frac{E_R}{4}\Rightarrow K=\frac{E_R}{4}\quad,\quad U=-\frac{E_R}{2}$$

Ⓑ ۲۱- گزینه‌ی ۲ فوتون گسیل‌شده زمانی دارای بیش‌ترین انرژی است که الکترون از تراز $n=3$ به تراز پایه‌ی $n'=1$ برود. با توجه به اصل اول الگوی اتمی بور، انرژی الکترون در تراز n برابر انرژی جنبشی الکترون است.

$$E_n=-K_n\Rightarrow-\frac{E_R}{n^2}=-\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v\propto\frac{1}{n}\Rightarrow\frac{v_3}{v_1}=\frac{1}{3}$$

Ⓑ ۲۲- گزینه‌ی ۲ انرژی کل الکترون در مدار مانا به شعاع r از رابطه‌ی $E=\frac{ke^2}{2r}$ به‌دست می‌آید، که این انرژی برحسب ژول است. برای تبدیل ژول به الکترون - ولت، باید آن را بر $e=1/6\times10^{-19}$ تقسیم کنیم، مانند این است که در فرمول انرژی، یکی از e ها را نادیده بگیریم.

$$E_{eV}=\frac{ke}{2r}\Rightarrow r=\frac{ke}{2E_{eV}}=\frac{9\times10^9\times1/6\times10^{-19}}{2\times14/4}=\frac{1}{2}\times10^{-10}m=0/5\,A^\circ$$

Ⓑ **۲۳- گزینه‌ی ۱** بلندترین طول موج زمانی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز $n'=n-۱$ برود.

$$\begin{cases}\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\\ n=۴ \rightarrow n'=۳\end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶}) \Rightarrow \lambda_{max}=\frac{۱۴۴}{۷R_H}$$

کوتاه‌ترین طول موج زمانی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز پایه‌ی $n'=۱$ برود.

$$\begin{cases}\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\\ n=۴ \rightarrow n'=۱\end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۱۶}) \Rightarrow \lambda_{max}=\frac{۱۶}{۱۵R_H}$$

Ⓐ **۲۴- گزینه‌ی ۳** هر چه انرژی الکترون افزایش یابد و از حالت پایه دورتر شود، انرژی لازم برای جدا کردن آن از اتم کم‌تر شده و انرژی بستگی الکترون کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۱) نادرست است.

اگر به یک اتم برانگیخته، یک فوتون که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز اتم باشد بتابد ممکن است در اثر گسیل القایی الکترون از تراز بالا به تراز پایه برود بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است و گزینه‌ی (۳) درست است.

در اتم هیدروژن بنا بر الگوی اتمی بور هر چه شعاع مدار الکترون بزرگ‌تر شود سرعت الکترون در آن مدار کم‌تر می‌شود $(v \propto \frac{۱}{n})$ و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

آزمون ۱۳

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۴** رفتار شیمیایی تمام ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل ساختمان یکسان اتمی (که دارای الکترون‌های یکسان هستند) شبیه به هم است و گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۴** در واکنش‌های هسته‌ای قانون پایستگی جرم و انرژی برقرار است و جرم محصولات واکنش و جرم اولیه یکسان نیست و گزینه‌ی (۱) نادرست است. قانون پایستگی بار الکتریکی و قانون پایستگی عدد جرمی در واپاشی‌های هسته‌ای برقرار است از این‌رو گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۳- گزینه‌ی ۳** در یک هسته‌ی پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌ی هسته از جرم هسته بیش‌تر است.

Ⓐ **۴- گزینه‌ی ۲** در گسیل پوزیترون یک پروتون به یک نوترون تبدیل می‌شود بنابراین تعداد نوکلئون‌ها تغییر نمی‌کند و گزینه‌ی (۱) نادرست است. در واپاشی پروتون به یک نوترون و گسیل پوزیترون بار الکتریکی هسته به اندازه‌ی $+e$ کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۳) نادرست است. با گسیل پوزیترون هسته پایدارتر می‌شود از این‌رو گزینه‌ی (۲) درست است، زیرا برای افزایش پایداری باید نیروی هسته‌ای قوی افزایش یافته باشد. با کاهش یک پروتون نیروی رانشی الکتریکی کاهش می‌یابد، از طرفی بین نوکلئون‌های هسته اصولاً ربایش الکتریکی وجود ندارد. بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

Ⓐ **۵- گزینه‌ی ۱** اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل دهنده‌اش اندکی کم‌تر است. این موضوع در مورد اتم‌ها نیز درست است. به طوری که جرم اتم هم از مجموع جرم هسته و الکترون‌های آن کم‌تر است اما این تفاوت جرم برای هسته بیش‌تر است. اگر بخواهیم، نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌ی هسته را از هم جدا کنیم، باید به هسته انرژی بدهیم، بنابراین هنگام تشکیل هسته، مقداری انرژی آزاد شده است که به آن انرژی بستگی هسته گویند. برای تأمین این انرژی بخشی از جرم نوکلئون‌ها $(\Delta M=ZM_p+NM_n-M_x)$ به انرژی تبدیل می‌شود $B=\Delta Mc^۲$. در نتیجه هر چه اختلاف جرم بیش‌تر باشد، انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌ها بیش‌تر است. پس نشان دهنده‌ی بزرگی انرژی بستگی هسته است.

Ⓐ **۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به داده‌های مسأله:

$$\Delta M=(ZM_p+NM_n)-M_x=۰/۰۰۲u=۰/۰۰۲\times۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷}kg$$

در این صورت به کمک رابطه‌ی اینشتین مسأله را حل می‌کنیم:

$$B=\Delta Mc^۲ \Rightarrow B=۲\times۱۰^{-۳}\times۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷}\times(۳\times۱۰^۸)^۲ \Rightarrow B=۲/۹۸۸\times۱۰^{-۱۳}J$$

Ⓐ **۷- گزینه‌ی ۴** هسته‌ی $^{۲۳۱}_{۹۱}Pa$ دارای ۹۱ پروتون و $۲۳۱-۹۱=۱۴۰$ نوترون است. وقتی این هسته آلفا گسیل می‌کند از تعداد نوترون و پروتون هر کدام دو واحد کم می‌شود و تعداد پروتون‌ها ۸۹ و نوترون‌ها ۱۳۸ می‌شود.

۸- گزینه‌ی ۴ در واکنش هسته‌ای، مجموع بار الکتریکی در دو طرف واکنش و همچنین مجموع عدد جرمی با هم برابر است.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A'}_{Z'}Y + a\,^{4}_{2}He + b\,^{0}_{-1}e$$

با توجه به فرض پرسش، از عدد جرمی ۴ واحد کم شده $(A'=A-4)$ و عدد اتمی ثابت مانده است $(Z=Z')$ بنابراین:

$$A=A'+4a \xrightarrow{A'=A-4} A=A-4+4a \Rightarrow a=1$$ یک ذره‌ی آلفا

$$Z=Z'+2a-b \xrightarrow[a=1]{Z=Z'} 0=2-b \Rightarrow b=2$$ دو ذره‌ی بتا

۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی بین جرم و انرژی می‌توان نوشت:

$$E=mc^2 \Rightarrow E=2\times10^{-6}\times(3\times10^{8})^2 \Rightarrow E=18\times10^{10}\,J$$

هر $1kWh$ برابر $3/6\times10^{6}\,J$ است، از این‌رو:

$$E=\frac{18\times10^{10}}{3/6\times10^{6}} \Rightarrow E=5\times10^{4}\,kWh$$

۱۰- گزینه‌ی ۲ در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$^{243}_{95}X \rightarrow ^{223}_{91}Y + a\,^{4}_{2}He + b\,^{0}_{-1}e \Rightarrow \begin{cases} 4a=20 \Rightarrow a=5 \\ 2a-b=4 \Rightarrow b=6 \end{cases}$$

۱۱- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** بعد از هر نیمه عمر، نیمی از هسته‌های اولیه فعال باقی می‌ماند در این صورت با یک نمودار ساده می‌توان مسأله را پاسخ داد:

$$1600 \xrightarrow{6h} 800 \xrightarrow{6h} 400 \xrightarrow{6h} 200 \Rightarrow t=3\times6=18h$$

راه‌حل دوم: تعداد گذشت نیمه عمرها را به دست می‌آوریم:

$$N=\frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 200=\frac{1600}{2^n} \Rightarrow 2^n=8 \Rightarrow n=3$$

زمان کل واپاشی خواهد شد:

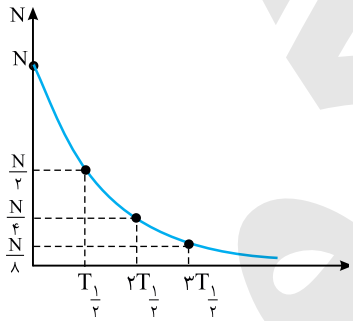
$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3=\frac{t}{6} \Rightarrow t=18h$$

۱۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی واپاشی هسته‌های رادیواکتیو خواهیم داشت:

$$N=\frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N=\frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N=\frac{N_0}{32}$$

$$\Delta N=N_0-N=\frac{31N_0}{32} \Rightarrow \Delta N=\%97N_0$$

۱۳- گزینه‌ی ۲ نیمه‌عمر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از هسته‌های عنصر پرتوزا واپاشیده شود، بنابراین تغییرات تعداد هسته‌های موجود (N) برحسب زمان مانند شکل روبه‌رو است:



۱۴- گزینه‌ی ۱ ذره‌ی گسیل شده از هسته یک ذره‌ی بتای منفی (الکترون) است. بنابراین عدد اتمی (تعداد پروتون‌های هسته) یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

۱۵- گزینه‌ی ۳ چون نسبت نوترون‌های پاره‌های شکافت به پروتون‌های آن‌ها زیاد است، با واپاشی بتازا نوترون‌های اضافی خود را از دست می‌دهند.

آزمون‌های آزمایشی

آزمون فصل اول

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+2\vec{F}_3=0\Rightarrow\vec{F}_1+\vec{F}_2=-2\vec{F}_3$$

اکنون اندازه‌ی بردار خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{F}_1+\vec{F}_2-\vec{F}_3|=|-2\vec{F}_3-\vec{F}_3|=|-3\vec{F}_3|=3\times7=21$$

Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۳** ابتدا زمان‌های طی شدن مسافت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$t_1=\frac{\Delta x_1}{v_1}\Rightarrow t_1=\frac{40}{4}\Rightarrow t_1=10\,s\quad,\quad t_2=\frac{\Delta x_2}{v_2}\Rightarrow t_2=\frac{30}{3}\Rightarrow t_2=10\,s\quad,\quad t_3=\frac{\Delta x_3}{v_3}\Rightarrow t_3=\frac{-5}{-1}\Rightarrow t_3=5\,s$$

جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. جابه‌جایی متحرک برابر $40+30-5=65\,m$ است، در این صورت سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\bar{v}=\frac{65}{10+10+5}\Rightarrow\bar{v}=2/6\,\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۳- گزینه‌ی ۲** معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A=2t\ ,\ x_B=-3t+100$$

اکنون دو رابطه را از هم کم می‌کنیم و برابر ۲۰ قرار می‌دهیم:

$$|x_A-x_B|=20\Rightarrow|2t+3t-100|=20\Rightarrow\begin{cases}5t-100=20\Rightarrow t=24\,s\\5t-100=-20\Rightarrow t=16\,s\end{cases}$$

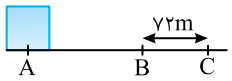
در مسأله گفته شده برای اولین بار، پس $t=16\,s$ را انتخاب می‌کنیم. در این صورت: $\Delta x_B=v_Bt\Rightarrow\Delta x_B=16\times3=48\,m$

حل به کمک سرعت نسبی: دو متحرک به سوی هم در حرکت هستند و سرعت نسبی آن‌ها $v_{نسبی}=3+2=5\,\frac{m}{s}$ خواهد بود. وقتی فاصله‌ی آن‌ها ۲۰ متر می‌شود، یعنی جابه‌جایی دو متحرک جمعاً $100-20=80\,m$ است:

$$t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{80}{5}=16\,s\xrightarrow{\Delta x=v_Bt}\Delta x=16\times3=48\,m$$

Ⓐ **۴- گزینه‌ی ۴** در حرکت یکنواخت روی خط راست، v مقدار ثابتی است. بنابراین نمودار (c) درست است. از طرفی معادله‌ی مکان - زمان این حرکت تابع درجه یک از زمان است. بنابراین نمودار مکان - زمان این حرکت خط راست مایل است و نمودار a می‌تواند درست باشد (با فرض $x_0=0$). در نتیجه گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۵- گزینه‌ی ۳** سرعت متحرک در نقطه‌ی B، $v_B=32\,\frac{m}{s}$ است و متحرک فاصله‌ی B تا C را با شتاب ثابت در مدت ۲s طی کرده است. در این صورت:



$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow72=\frac{1}{2}\times a\times4+32\times2\Rightarrow a=4\,\frac{m}{s^2}$$

اکنون فاصله‌ی A تا B را به کمک معادله‌ی مستقل از زمان (معادله‌ی سرعت - مکان) به‌دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow(32)^2=2\times4\times\Delta x\Rightarrow\Delta x=4\times32=128\,m$$

Ⓐ **۶- گزینه‌ی ۳** حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله‌ی داده شده در واقع رابطه‌ای بین سرعت و مکان، یعنی رابطه‌ی مستقل از زمان است:

$$|v_x|=\sqrt{4\Delta x+36}\Rightarrow v_x^2-36=4\Delta x\xrightarrow{v^2-v_0^2=2a\Delta x}\begin{cases}v_0^2=36\Rightarrow v_0=6\,\frac{m}{s}\\2a=4\Rightarrow a=2\,\frac{m}{s^2}\end{cases}$$

جابه‌جایی در ۲ ثانیه‌ی اول خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}\times2\times(2)^2+6\times2\Rightarrow\Delta x=16\,m$$

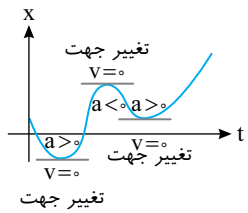
Ⓒ **۷- گزینه‌ی ۳** به کمک معادله‌ی مستقل از شتاب می‌توان نوشت:

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}t\Rightarrow\begin{cases}BC=\frac{v_C+v_B}{2}t\Rightarrow 134-78=\frac{v_C+v_B}{2}\times(5-3)\Rightarrow v_C+v_B=56 \quad (1)\\ AB=\frac{v_B+v_A}{2}t\Rightarrow 78-30=\frac{v_B+v_A}{2}\times(3-1)\Rightarrow v_B+v_A=48 \quad (2)\\ AC=\frac{v_C+v_A}{2}t\Rightarrow 134-30=\frac{v_C+v_A}{2}\times(5-1)\Rightarrow v_C+v_A=52 \quad (3)\end{cases}$$

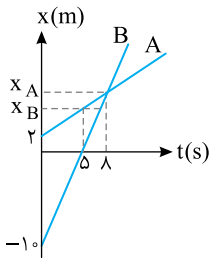
v_A و v_B را از دو رابطه‌ی اول به‌دست آورده و در رابطه‌ی (۳) قرار می‌دهیم:

$$v_C+v_A=52\Rightarrow 56-v_B+48-v_B=52\Rightarrow -2v_B=-52\Rightarrow v_B=26\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل جهت حرکت ۳ بار عوض می‌شود و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است. جهت تقعر نمودار بیانگر علامت شتاب است و مطابق شکل، جهت و علامت شتاب دو بار تغییر کرده است و گزینه‌ی (۲) درست است.



Ⓑ **۹- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل به کمک تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:

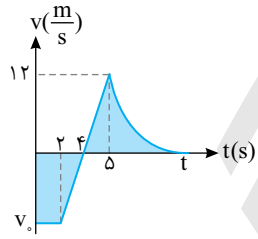


$$\frac{x_A}{10}=\frac{8-5}{5-0}\Rightarrow x_A=6\ m$$

$$\frac{x_A-x_B}{x_B-2}=\frac{8-5}{5-0}\Rightarrow\frac{6-x_B}{x_B-2}=\frac{3}{5}\Rightarrow 30-5x_B=3x_B-6\Rightarrow 36=8x_B\Rightarrow x_B=4/5\ m$$

Ⓑ **۱۰- گزینه‌ی ۳** شتاب در بازه‌ی ۲s تا ۵s برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{12-0}{5-4}=12\,\frac{m}{s^2}$$



سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

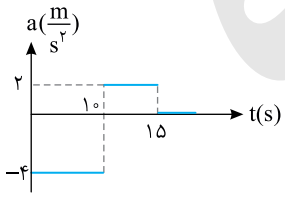
$$v=at+v_0\Rightarrow 12=12\times(5-2)+v_0\Rightarrow v_0=-24\,\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک برابر سطح زیر نمودار است، از این رو:

$$\Delta x=S\Rightarrow(\frac{4+2}{2})\times(-24)+(\frac{12\times1}{2})+15=-51m$$

$$\Delta x=x-x_0\Rightarrow -51=x-(-5)\Rightarrow x=-56\ m$$

Ⓑ **۱۱- گزینه‌ی ۳** متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین در بازه‌ی صفر تا ۱۰s قطعاً حرکت آن تندشونده و در جهت منفی محور بوده است. در لحظه‌ی $t=10\ s$ جهت شتاب تغییر کرده و شتاب مثبت شده است. در این لحظه حرکت کندشونده می‌شود. سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت است، از این رو:



$$0\rightarrow 10\ s:\Delta v=-4\times10=-40\,\frac{m}{s}\Rightarrow v_{(10)}=-40\,\frac{m}{s}$$

$$10s\rightarrow 15\ s:\Delta v=2\times(15-10)=10\,\frac{m}{s}$$

در این صورت از $t=10s$ تا $t=15\ s$ حرکت کندشونده بوده و سرعت از $-40\,\frac{m}{s}$ به $-30\,\frac{m}{s}$ کاهش یافته است.

B **۱۲- گزینه‌ی ۱** از لحظه‌ی رها شدن A فاصله‌ی دو سنگ در حال افزایش است. زمان رسیدن A به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 80=\frac{1}{2}\times 10\times t^2 \Rightarrow t_A=4s$$

در این صورت زمان حرکت B وقتی A به زمین رسیده برابر است با:

$$t_B=4-1=3\,s$$

در مدت ۳s جابه‌جایی B را حساب می‌کنیم:

$$y_B=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_B=5\times 9=45\,m$$

بیش‌ترین فاصله‌ی A از B برابر است با:

$$AB_{max}=80-45=35\,m$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۱** سرعت اولیه‌ی پرتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow -25=-5\times 25+v_0\times 5 \Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

ارتفاع اوج سنگ را حساب می‌کنیم:

$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{400}{20}=20\,m$$

بیش‌ترین فاصله از سطح زمین برابر $25+20=45\,m$ می‌باشد.

B **۱۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت بالون و سنگ پس از ۲s را به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=5\times 2=10\frac{m}{s}$$

ارتفاع بالن از سطح زمین را در این لحظه حساب می‌کنیم:

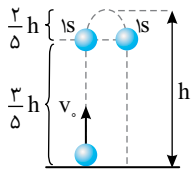
$$\Delta y=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta y_1=\frac{1}{2}\times 5\times 4 \Rightarrow \Delta y_1=10\,m$$

وقتی سنگ در ارتفاع ۱۰ متری از دست پسر رها می‌شود، سنگ دارای سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ رو به بالا است. در این صورت ارتفاع بالارفتن و توقف سنگ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y_2=H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{100}{20}=5\,m$$

بیش‌ترین فاصله‌ی سنگ از سطح زمین $10+5=15\,m$ است.

B **۱۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، گلوله از اوج جابه‌جایی $\frac{2}{5}h$ را در مدت ۱s طی کرده است. در این صورت:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{2}{5}h=\frac{1}{2}\times 10\times 1 \Rightarrow h_{اوج}=12/5\,m$$

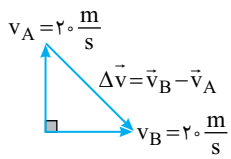
B **۱۶- گزینه‌ی ۲** دو گلوله در فاصله‌ی یکسان از مبدأ پرتاب قرار دارند، پس یکی بالا و دیگری زیر مبدأ است: $\Delta y_1=-\Delta y_2$

$$-\frac{1}{2}gt^2+35t=-(-\frac{1}{2}gt^2-15t) \Rightarrow -5t^2+35t=-(-5t^2-15t) \Rightarrow 10t^2-20t=0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2\,s \end{cases}$$

زمان $t=0$ لحظه‌ای است که دو متحرک در مبدأ در کنار هم هستند. بنابراین $t=2\,s$ جواب است. اکنون کافی است Δy یکی را به‌دست آورده و در ۲ ضرب کنیم:

$$\Delta y=-5\times(2)^2+35\times 2=50m \Rightarrow 50\times 2=100\,m$$

A **۱۷- گزینه‌ی ۲** تغییرات سرعت را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta v=\sqrt{(20)^2+(20)^2}=20\sqrt{2}\,m$$

شتاب متوسط خواهد شد:

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \bar{a}=\frac{20\sqrt{2}}{40} \Rightarrow \bar{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s^2}$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۴** بردار مکان را در لحظه‌ی $t=0$ و $t=4\,s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}=(t^2+5t+1)\vec{i}+(t^2-10t)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} t=0: \vec{r}_1=\vec{i} \\ t=4: \vec{r}_2=37\vec{i}-24\vec{j} \end{cases}$$

بردار سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}=\frac{37\vec{i}-24\vec{j}-\vec{i}}{4-0} \Rightarrow \bar{\vec{v}}=9\vec{i}-6\vec{j}$$

Ⓐ **۱۹- گزینه‌ی ۴** بردار سرعت را به کمک مشتق‌گیری به‌دست می‌آوریم:

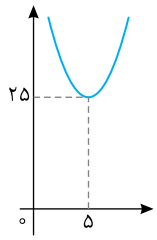
$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=(2t-20)\vec{i}+2t\vec{j}$$

اندازه‌ی بردار سرعت را حساب می‌کنیم:

$$|\vec{v}|=\sqrt{(2t-20)^2+(2t)^2}\Rightarrow |\vec{v}|^2=(2t-20)^2+(2t)^2=4t^2-80t+400+4t^2$$

$$|\vec{v}|^2=8t^2-80t+400\Rightarrow |\vec{v}|^2=8(t^2-10t+50)$$

برای آن که مشخص کنیم حرکت کندشونده و یا تندشونده است، باید مشخص کرد که اندازه‌ی سرعت در حال کاهش یا در حال افزایش است. برای این منظور باید نمودار عبارت $t^2-10t+50$ را رسم کنیم.



نمودار $t^2-10t+50$ یک سهمی است که مختصات نقطه‌ی مینیمم آن برابر است با:

$$t=5s \quad , \quad t^2-10t+50=25$$

بنابراین این عبارت از $t=0$ تا $t=5s$ در حال کاهش است پس اندازه‌ی سرعت در حال کاهش است و حرکت کندشونده است و در ادامه از $t=5s$ تا $t=6s$ عبارت $t^2-10t+50$ در حال افزایش است، پس اندازه‌ی سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

Ⓑ **۲۰- گزینه‌ی ۱** برای رسیدن دو متحرک به هم باید در آن لحظه مؤلفه‌های آن‌ها با هم برابر باشند:

$$x_A=x_B\Rightarrow 2t+3=t^2-4t+11\Rightarrow t^2-6t+8=0\Rightarrow (t-2)(t-4)=0\Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=4s \end{cases}$$

$$y_A=y_B\Rightarrow t^2-t+3=t+3\Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=0 \end{cases}$$

بنابراین در $t=2s$ دو متحرک به هم می‌رسند. اکنون مکان را از یکی از معادله‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=2\times 2+3=7m \quad , \quad y_A=2^2-2+3=5m$$

Ⓑ **۲۱- گزینه‌ی ۴** بردار سرعت و بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow \vec{v}=10\vec{i}-(5t)\vec{j} \quad , \quad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\Rightarrow \vec{a}=-5\vec{j}$$

بردار شتاب روی محور yها است، بنابراین بردار سرعت باید با محور yها و xها زاویه‌ی 45° بسازد. پس مؤلفه‌های v_x و v_y باید هم‌اندازه باشند:

$$|v_x|=|v_y|\Rightarrow 10=5t\Rightarrow t=2s$$

Ⓐ **۲۲- گزینه‌ی ۲** شکل نشان داده شده در سؤال مسیر حرکت را نشان می‌دهد. بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است. بنابراین گزینه‌ی ۲ درست است.

Ⓑ **۲۳- گزینه‌ی ۴** با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان معادله‌های سرعت - زمان و شتاب - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

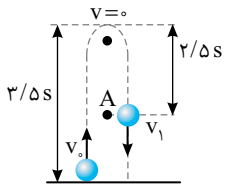
$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2+2t-5=(t-1)(3t+5) \ , \ V=0\Rightarrow (t-1)(3t+5)=0\Rightarrow t=1s \ , \ t=-\frac{5}{3} \text{ غ‌ق‌ق}$$

$$a=\frac{dV}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=6t+2$$

معادله‌ی سرعت - زمان و شتاب - زمان را تعیین علامت می‌کنیم و شتاب برای تمام لحظه‌های $t>0$ مثبت است.

با توجه به جدول روبه‌رو، نوع حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی $t=0/5s$ تا $t=1s$ کندشونده و از $t=1s$ تا $t=1/5s$ تندشونده می‌باشد.

	$t=0$		$1s$	
	$0/5s$		$1/5s$	
$v=3t^2+2t-5$	−	−	+	+
$a=6t+2$	+	+	+	+
$(a.v)$	−	−	+	+
نوع حرکت	کندشونده		تندشونده	



B ۲۴- گزینه‌ی ۳ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$t_{\text{کل}}=\frac{۲v_۰}{g}=۷\Rightarrow v_۰=\frac{۷\times۱۰}{۲}=۳۵\,\frac{m}{s}$$

گلوله از نقطه‌ی اوج سقوط آزاد انجام می‌دهد.

مکان جسم در لحظه‌ی $t=۳/۵+۲/۵=۶s$ را به دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۶^۲+۳۵\times۶=-۱۸۰+۲۱۰\Rightarrow y=۳۰m$$

B ۲۵- گزینه‌ی ۴ به کمک معادله‌ی مکان - زمان، مسأله قابل حل است.

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow\frac{۷}{۱۶}H=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\xrightarrow{H=\frac{v_۰^۲}{۲g}}\frac{۷}{۱۶}\frac{v_۰^۲}{۲g}=-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow gt^۲-۲v_۰t+\frac{۷}{۱۶}\frac{v_۰^۲}{g}=۰$$

$$\Rightarrow t=\frac{v_۰\pm\sqrt{v_۰^۲-\frac{۷}{۱۶}v_۰^۲}}{g}\Rightarrow t=\frac{v_۰\pm\frac{۳}{۴}v_۰}{g}\Rightarrow t_۱=\frac{v_۰}{۴g}\ ,\ t_۲=\frac{۷v_۰}{۴g}$$

که در گزینه‌ها تنها $\frac{۷v_۰}{۴g}$ وجود دارد.

آزمون فصل دوم

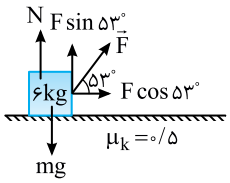
A ۱- گزینه‌ی ۲ بنا به تعریف شتاب متوسط:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(۶\vec{i}+۹\vec{j})-۰}{۳}=۲\vec{i}+۳\vec{j}$$

بنا به قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را برابر $m\vec{a}$ قرار می‌دهیم:

$$\sum\vec{F}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۲(۲\vec{i}+۳\vec{j})\Rightarrow۳\vec{i}-۴\vec{j}-۶\vec{i}+۵\vec{j}+\vec{F}_۳=۴\vec{i}+۶\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_۳=۷\vec{i}+۵\vec{j}$$

A ۲- گزینه‌ی ۲ نیروهای خارجی وارد بر چترباز سه نیروی وزن، مقاومت هوا و کشش طناب‌های چتر نجات هستند. نیروی وزن توسط کره‌ی زمین بر چترباز وارد می‌شود و واکنش آن توسط چترباز بر کره‌ی زمین اعمال می‌شود. نیروی مقاومت هوا توسط هوا بر چترباز وارد می‌شود و واکنش آن توسط چترباز بر هوا وارد می‌شود. نیروی کشش طناب‌ها توسط طناب‌ها به شخص وارد می‌شود و واکنش آن نیز نیرویی است که شخص بر طناب‌ها وارد می‌کند.



B ۳- گزینه‌ی ۴ نیروی واکنش سطح برابر است با:

$$R=\frac{\sqrt{۵}}{۵}mg=\frac{\sqrt{۵}}{۵}\times۶۰=۱۲\sqrt{۵}N$$

از طرفی نیروی واکنش سطح برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی تکیه‌گاه است:

$$\begin{cases}R=\sqrt{N^۲+f^۲}\\ f=\mu_k\end{cases}\Rightarrow R=\sqrt{N^۲+\mu_k^۲N^۲}\Rightarrow۱۲\sqrt{۵}=N\sqrt{۱+(۰/۵)^۲}\Rightarrow N=\frac{۱۲\sqrt{۵}}{۰/۵\times\sqrt{۵}}=۲۴\ N$$

با توجه به شکل:

$$N=mg-F\sin۵۳^\circ\Rightarrow۲۴=۶۰-F\times۰/۸\Rightarrow F=۴۵\ N$$

B ۴- گزینه‌ی ۲ دقت کنید گلوله در هوا پرتاب شده است و مقاومت هوا را نمی‌توان نادیده گرفت. از این رو:

$$\begin{cases}\text{هنگام بالا رفتن، نیروی مقاومت هوا به طرف پایین است}: mg+f=ma_۱\\ \text{هنگام پایین آمدن، نیروی مقاومت هوا رو به بالاست}: mg-f=ma_۲\end{cases}\Rightarrow|a_۱|>|a_۲|$$

در هر نقطه، اندازه‌ی سرعت هنگام پایین آمدن کم‌تر از هنگام بالا رفتن است (اصطکاک در مسیر رفت و برگشت باعث کاهش انرژی جنبشی جسم می‌شود). پس مدت زمان بازگشت طولانی‌تر است.

Ⓐ ۵- گزینه‌ی ۴ بنا به قانون دوم نیوتون اگر برآیند نیروها صفر باشد، آن‌گاه:

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}=0\Rightarrow \Delta P=0\Rightarrow P_1=P_2$$

تغییر تکانه صفر است و گزینه‌ی (۱) نادرست می‌باشد.

در هر حرکت دایره‌ای و در مسیر خمیده برآیند نیروهای وارد بر جسم مخالف صفر است و گزینه‌ی (۲) نادرست می‌باشد.

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست، اما اندازه‌ی سرعت ثابت است و گزینه‌ی (۳) نادرست می‌باشد.

هنگام حرکت روی خط راست، راستای نیرو و سرعت یکسان است و اگر حرکت تندشونده باشد، نیرو و سرعت هم‌جهت بوده و گزینه‌ی (۴) درست است.

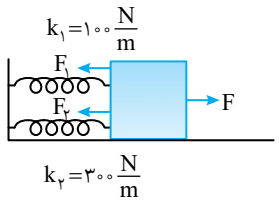
Ⓑ ۶- گزینه‌ی ۴ اندازه‌ی تکانه‌ی دو ماهواره برابر است، از این رو:

$$P_A=P_B\Rightarrow m_Av_A=m_Bv_B\xrightarrow{m_A=1/4m_B}v_B=1/4v_A$$

از طرفی سرعت حرکت ماهواره از رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ به‌دست می‌آید، از این رو:

$$\sqrt{\frac{GM_e}{r_B}}=1/4\sqrt{\frac{GM_e}{r_A}}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{25}{49}$$

Ⓑ ۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل، اگر وزنه را به اندازه‌ی Δl به سمت راست بکشیم، تغییر طول هر فنر نیز برابر Δl می‌شود $(\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l)$. جسم در تعادل است، از این رو:



$$\sum F=0\Rightarrow F=F_1+F_2\Rightarrow F=k_1\Delta l+k_2\Delta l$$

$$\Rightarrow F=(k_1+k_2)\Delta l\Rightarrow 40=400\Delta l\Rightarrow \Delta l=0/1\,m$$

$$F_1=k_1\Delta l=100\times 0/1=10\,N$$

$$F_2=k_2\Delta l=300\times 0/1=30\,N$$

Ⓑ ۸- گزینه‌ی ۴ هنگامی که آسانسور رو به پایین شروع به حرکت می‌کند، $mg>T$ است، در این صورت:

$$mg-T_1=ma_1\Rightarrow T_1=m(g-a_1)\Rightarrow k(l_1-l_0)=m(g-a_1)\quad(1)$$

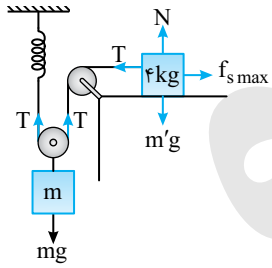
هنگامی که آسانسور رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، $T>mg$ است و خواهیم داشت:

$$T_2-mg=ma_2\Rightarrow T_2=m(g+a_2)\Rightarrow k(l_2-l_0)=m(g+a_2)\quad(2)$$

رابطه‌ی (۱) را از (۲) کم می‌کنیم:

$$k(l_2-l_0)-k(l_1-l_0)=m(g+a)-m(g-a)\Rightarrow k(l_2-l_1)=2ma\Rightarrow k=\frac{2ma}{l_2-l_1}=\frac{2\times2\times2}{(16-14)\times10^{-2}}\Rightarrow k=400\frac{N}{m}$$

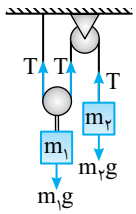
Ⓐ ۹- گزینه‌ی ۲ نیروی کشسانی فنر برابر نیروی کشش ریسمان است. جسم ۴kg در آستانه‌ی حرکت است، پس $T=f_{s\,max}$ خواهد بود:



$$T=f_{s\,max}=\mu_s m'g=0/3\times40\Rightarrow T=12\,N$$

$$F=k\Delta l\Rightarrow 12=60\Delta l\Rightarrow \Delta l=\frac{1}{5}\,m=20\,cm$$

Ⓑ ۱۰- گزینه‌ی ۳ شتاب حرکت وزنه‌ی متصل به قرقره‌ی متحرک (m_1) نصف شتاب حرکت وزنه‌ی m_2 است. از این رو:



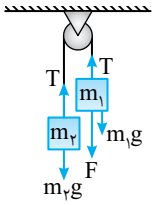
$$a_1=\frac{1}{2}a_2\Rightarrow a_1=\frac{1}{2}\times2\Rightarrow a_1=1\frac{m}{s^2}$$

قانون دوم نیوتون را برای وزنه‌های m_1 و m_2 می‌نویسیم:

$$T-m_2g=m_2a_2\Rightarrow T-50=5\times2\Rightarrow T=60\,N$$

$$m_1g-2T=m_1a_1\Rightarrow m_1g-120=m_1\times1\Rightarrow 9m_1=120\Rightarrow m_1=\frac{40}{3}\,kg$$

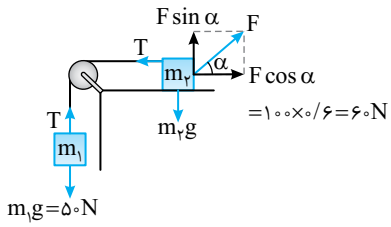
Ⓐ **۱۱- گزینه‌ی ۳** برای هر جسم جداگانه رابطه‌ی اساسی دینامیک را براساس قانون دوم نیوتون می‌نویسیم:



$$m_2: T - m_2g = m_2a \Rightarrow 120 - 100 = 10a \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

$$m_1: F + m_1g - T = m_1a \Rightarrow F + 50 - 120 = 5\times 2 \Rightarrow F = 80\ N$$

Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۳** نیروی وزن m_1، ۵۰N و نیروی $F\cos\alpha = 60\ N$ است. پس m_2 به سمت راست می‌رود و m_1 را به سوی بالا حرکت می‌دهد. شتاب حرکت دستگاه خواهد شد:

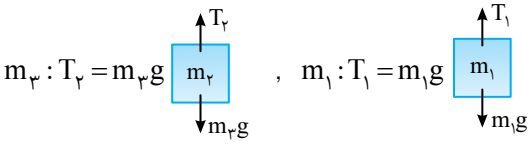


$$F\cos\alpha - m_1g = (m_1+m_2)a \Rightarrow 60 - 50 = 10a \Rightarrow a = 1\frac{m}{s^2}$$

رابطه‌ی اساسی دینامیک را برای m_1 می‌نویسیم:

$$T - m_1g = m_1a \Rightarrow T - 50 = 5\times 1 \Rightarrow T = 55\ N$$

Ⓒ **۱۳- گزینه‌ی ۳** دستگاه ساکن است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر هر جسم صفر می‌باشد:

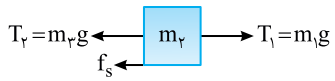


نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت بین m_2 و سطح میز خواهد شد:

$$f_{s\,max} = \mu_s mg = 0/3\times 10\times 10 = 30\ N$$

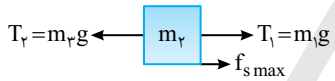
m_2 برای وزنه‌ی : $f_{s\,max} = m_2g\mu_s = 100\times 0/3 = 30\ N$

اگر m_3 کم‌تر از m_1 باشد و m_2 بخواهد به سمت راست حرکت کند، اصطکاک به سمت چپ است:



$$m_3g + f_s = m_1g \Rightarrow m_3g = m_1g - f_s$$

اگر m_3 بیش‌تر از m_1 باشد، m_2 در صورت حرکت به سمت چپ می‌رود و اصطکاک به سمت راست است:



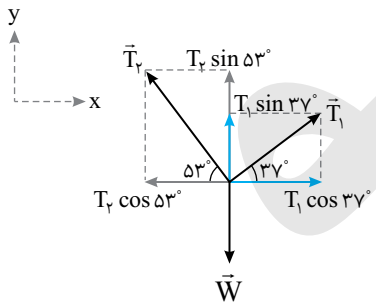
$$m_3g = m_1g + f_s$$

پس مقادیر مجاز برای m_3 به ترتیب مقابل به‌دست می‌آید:

$$m_1g - f_{s\,max} \le m_3g \le m_1g + f_{s\,max} \Rightarrow 100 - 30 \le 10m_3 \le 100 + 30 \Rightarrow 7kg \le m_3 \le 13kg$$

تنها گزینه‌ی بین ۷kg و ۱۳kg گزینه‌ی (۳) یعنی ۹kg است.

Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ۲** نکته‌ی مهم در حل این تست این است که بدانیم کشش نخ در دو طرف شخص برابر نیست. به همین دلیل باید مشخص شود کدام کشش بزرگ‌تر است تا بتوان آن را برابر بیشینه‌ی مقدار کشش یعنی ۶۰۰N قرار دهیم، بنابراین ابتدا نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم. شخص در حال تعادل است و برآیند نیروهای وارد بر او در دو راستای x و y برابر صفر می‌باشد:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1\cos 37^\circ = T_2\cos 53^\circ$$

$$\Rightarrow T_1\times 0/8 = T_2\times 0/6 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{4}{3}T_1 \Rightarrow T_2 > T_1$$

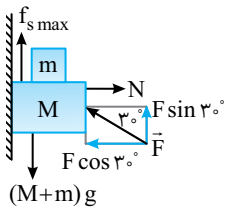
بنابراین مقدار T_2 برابر حداکثر نیروی کشش قابل تحمل توسط طناب است:

$$T_2 = 600\ N \xrightarrow{\frac{T_1}{T_2}=\frac{3}{4}} T_1 = 450\ N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1\sin 37^\circ + T_2\sin 53^\circ = W \Rightarrow 450\times 0/6 + 600\times 0/8 = W$$

$$\Rightarrow W = 750\ N \Rightarrow m = \frac{W}{g} \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{W=750N} m = \frac{750}{10} = 75\ kg$$

C **۱۵- گزینه‌ی ۳** نیروی وزن می‌خواهد دو جسم را به پایین بکشد و اصطکاک بین M و دیوار مانع است. در آستانه‌ی حرکت، اصطکاک بیشینه $(f_{s\,max})$ است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:



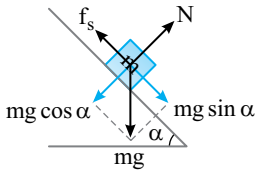
$$\sum F=0 \Rightarrow \sum F_x=0 \Rightarrow N=F\cos 30^\circ$$

$$\sum F_y=0 \Rightarrow Mg+mg-F\sin 30^\circ-\mu_s F\cos 30^\circ=0$$

$$\Rightarrow (M+m)g=F(\sin 30^\circ+\mu_s\cos 30^\circ) \Rightarrow (m+1/5)\times 10=20\times(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\Rightarrow m+1/5=2\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}) \Rightarrow m+1/5=2 \Rightarrow m=0/5\ kg=500\ g$$

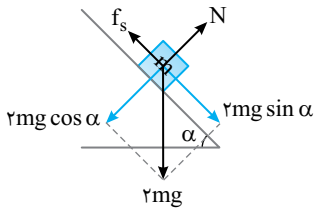
B **۱۶- گزینه‌ی ۱** در حالت A نیروی اصطکاک برابر است با:



شکل A

$$f_s=mg\sin\alpha \Rightarrow mg\sin\alpha=\mu_s mg\cos\alpha$$
$$\Rightarrow \mu_s=\tan\alpha$$

در حالت B:

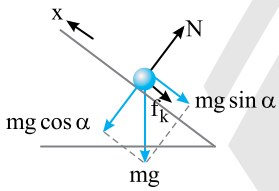


شکل B

$$2mg\sin\alpha-\mu_s(2mg\cos\alpha)=2ma \Rightarrow g\sin\alpha-\tan\alpha(g\cos\alpha)=a$$
$$\Rightarrow g\sin\alpha-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\times g\cos\alpha=a \Rightarrow a=0$$

بنابراین جعبه‌ی شکل B نیز ساکن می‌ماند.

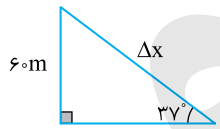
B **۱۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، شتاب را به‌دست می‌آوریم:



$$-mg\sin\alpha-\mu_k mg\cos\alpha=ma \Rightarrow a=-g(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha)$$

$$\xrightarrow[\mu_k=0/25]{\alpha=37^\circ} a=-10\times(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{4}{5})=-8\frac{m}{s^2}$$

به کمک مثلثات، اندازه‌ی جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را تا لحظه‌ی توقف به‌دست می‌آوریم:



$$\sin 37^\circ=\frac{60}{\Delta x} \Rightarrow 60=\frac{3}{5}\Delta x \Rightarrow \Delta x=100\ m$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا جسم مسافت ۱۰۰m را طی کند، برابر است با:

$$|\Delta x|=|\frac{1}{2}at^2+v_0t| \xrightarrow[a=-8\frac{m}{s^2}]{\Delta x=100\ m} 100=\frac{1}{2}\times 8\times t^2+0 \Rightarrow t=5\ s$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

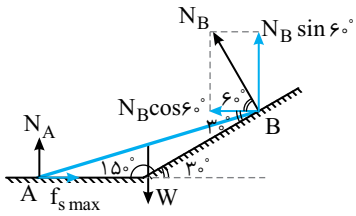
$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{100}{5}=20\frac{m}{s}$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۱** شتاب حرکت دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$\sum F=ma \Rightarrow F-mg=ma \Rightarrow 120-(2+3+2+0/5+0/5)\times 10=(2+3+3+0/5+0/5)a \Rightarrow 120-80=8a \Rightarrow a=5\frac{m}{s^2}$$

به کمک قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر وزنه‌ی وسطی خواهد شد:

$$\sum F=ma \Rightarrow 3\times 5=15\ N$$



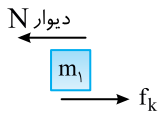
C **۱۹- گزینه‌ی ۳** دیوار مایل بدون اصطکاک است و نیرویی که بر میله وارد می‌کند، نیروی عمودی تیکه‌گاه N است. با توجه به شکل: $f_{s\,max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s\,max}=0/1\,N$

از روی شکل و خاصیت خطوط موازی و مورب می‌توان زاویه‌ی بین N_B و محور افقی را 60° به‌دست آورد:

$$\sum F=0 \Rightarrow \sum F_x=0 \Rightarrow f_{s\,max}=N_B\cos 60^\circ \Rightarrow 0/1N_A=\frac{1}{2}N_B \Rightarrow N_B=0/2\,N_A$$

$$\sum F_y=0 \Rightarrow N_A+N_B\sin 60^\circ=W \Rightarrow N_A+0/2N_A\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10 \Rightarrow N_A=\frac{100}{10+\sqrt{3}}\,N$$

$$\Rightarrow N_B=\frac{20}{10+\sqrt{3}}\,N$$



B **۲۰- گزینه‌ی ۲** نیرویی که عامل حرکت m_1 است، نیروی اصطکاک جنبشی بین m_1 و m_2 است و نیرویی که مانع حرکت m_1 می‌شود، نیرویی است که توسط دیوار بر آن وارد می‌شود. این دو نیرو یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و m_1 ساکن می‌ماند. بنابراین:

$$N_{دیوار}=f_k=\mu_k m_1 g \Rightarrow N_{دیوار}=0/5\times 10\times 10=50\,N$$

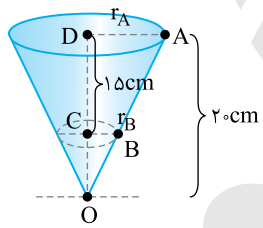
B **۲۱- گزینه‌ی ۲** حرکت دو قرقره توسط تسمه به هم منتقل می‌شود و تمام نقاط روی تسمه از جمله تمام نقاط محیط دو دایره دارای سرعت خطی برابر هستند. اما قطعاً سرعت زاویه‌ای قرقره‌ی بزرگ‌تر، کم‌تر است. قرقره‌ی کوچک در هر دقیقه ۹۰ دور می‌چرخد، بنابراین:

$$f_1=\frac{90}{60}=\frac{3}{2}\,Hz$$

$$v_1=v_2 \Rightarrow R_1\omega_1=R_2\omega_2 \Rightarrow R_1(2\pi f_1)=R_2(2\pi f_2) \Rightarrow 10\times\frac{3}{2}=30\times f_2 \Rightarrow f_2=\frac{1}{2}\,Hz \Rightarrow \omega_2=2\pi f_2=\pi\,\frac{rad}{s}$$

تمام نقاط واقع بر یک قرقره با هم می‌چرخند و دارای سرعت زاویه‌ای یکسان هستند، بنابراین سرعت زاویه‌ای M نیز $\pi\,\frac{rad}{s}$ است:

$$v=R\omega \Rightarrow v_m=0/2\times\pi=\frac{\pi}{5}\,\frac{m}{s}$$

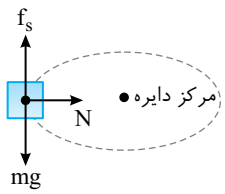


B **۲۲- گزینه‌ی ۱** تمام نقاط واقع بر مخروط با سرعت زاویه‌ای یکسان می‌چرخند. در این صورت:

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{r_A\omega}{r_B\omega} \xrightarrow{\overset{\Delta}{OBC}\sim\overset{\Delta}{ODA}} \frac{v_A}{v_B}=\frac{OD}{OC}=\frac{20}{20-15} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=4$$

B **۲۳- گزینه‌ی ۲** استوانه در هر دقیقه (60s)، ۵۰ دور می‌چرخد. بنابراین بسامد آن $f=\frac{50}{60}\,Hz$ می‌باشد. بسامد زاویه‌ای چرخش را حساب می‌کنیم:

$$\omega=2\pi f=2\pi\times\left(\frac{50}{60}\right)=\frac{5\pi}{3}\,\frac{rad}{s}$$

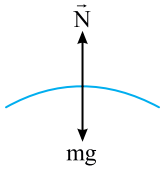


نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. جسم در امتداد قائم ساکن است، پس:

$$F_y=0 \Rightarrow f_s=mg \Rightarrow f_s=45\,N$$

نیروی مرکزگرا توسط نیروی عمودی تکیه‌گاه N تأمین می‌شود:

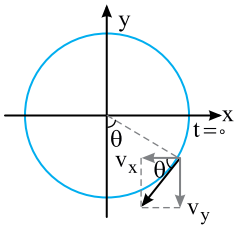
$$N=mR\omega^2 \Rightarrow N=4/5\times 0/4\times\frac{25\pi^2}{9} \xrightarrow{\pi^2=10} N=50\,N$$



B **۲۴- گزینه‌ی ۱** برآیند نیروهای وزن و نیروی عمودی سطح، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند:

$$mg-N=m\frac{v^2}{R}\xrightarrow[N=0]{\text{در آستانه‌ی جدا شدن از تپه}}mg=m\frac{v_{max}^2}{R}$$

$$\Rightarrow v_{max}=\sqrt{Rg}\Rightarrow v_{max}=\sqrt{250\times10}\Rightarrow v_{max}=50\frac{m}{s}$$



C **۲۵- گزینه‌ی ۲** سوی حرکت ذره ساعتگرد است و بردار سرعت بر مسیر مماس است با توجه به علامت مؤلفه‌های سرعت $v_x=-\frac{\pi}{2}$ و $v_y=-\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$، باید بردار سرعت در ناحیه‌ی چهارم بر دایره مماس شده باشد (مطابق شکل). زاویه‌ی θ را به دست می‌آوریم تا محل ذره مشخص شود.

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\pi}{\frac{\pi}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}$$

اندازه‌ی سرعت را حساب می‌کنیم:

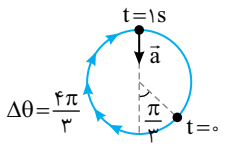
$$|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(-\frac{\pi}{2})^2+(-\frac{\sqrt{3}}{2}\pi)^2}=\pi\frac{m}{s}$$

سرعت زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$v=r\omega\xrightarrow{r=75cm=\frac{3}{4}m}\pi=\frac{3}{4}\omega\Rightarrow\omega=\frac{4}{3}\pi\frac{rad}{s}$$

اکنون می‌توان زاویه‌ی طی شده در مدت ۱s ثانیه را حساب کرد:

$$\Delta\theta=\omega\Delta t=\frac{4\pi}{3}\times1=\frac{4\pi}{3}$$



بنابراین متحرک در لحظه‌ی t=1s در بالاترین نقطه مسیر می‌باشد و چون شتاب حرکت دایره‌ای در راستای شعاع به سمت مرکز دوران است، می‌توان نتیجه گرفت مولفه افقی شتاب جسم صفر است و مقدار شتاب با مولفه قائم آن برابر است، پس: $a=r\omega^2\Rightarrow|\vec{a}|=\frac{3}{4}\times(\frac{4}{3}\pi)^2=\frac{4}{3}\pi^2\Rightarrow\vec{a}=-\frac{4}{3}\pi^2\vec{j}$

آزمون فصل سوم

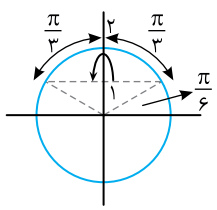
A **۱- گزینه‌ی ۲** در دو انتهای مسیر حرکت هماهنگ ساده، سرعت صفر و شتاب (و نیرو) بیشینه و در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب (و نیرو) صفر است. از طرفی، شتاب و مکان هم‌علامت نیستند. در نقطه‌ی M شتاب منفی و در نقطه‌ی N شتاب مثبت است. در این صورت جمله‌های «الف» و «ب» درست و جمله‌های «پ» و «ت» نادرست است.

A **۲- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی حرکت را به شکل کلاسیک آن درمی‌آوریم:

$$4\frac{d^2x}{dt^2}+36\pi^2x=0\Rightarrow\frac{d^2x}{dt^2}=-9\pi^2x$$

در این رابطه $9\pi^2$ برابر ω^2 است، در این صورت:

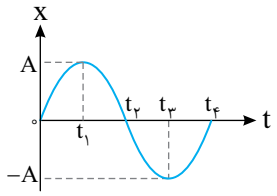
$$\omega=3\pi\Rightarrow2\pi f=3\pi\Rightarrow f=\frac{3}{2}Hz$$



B **۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا تغییر فاز را در این مدت دلخواه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}\times\frac{4}{3}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}$$

کم‌ترین مسافت وقتی است که سرعت کم باشد. در این صورت باید در دو انتهای مسیر که سرعت کم است، دنبال پاسخ بود. بازه‌ی تغییر فاز را به دو قسمت مساوی $\frac{\pi}{3}$ تقسیم می‌کنیم. مطابق دایره‌ی مثلثاتی شکل مقابل، کم‌ترین مسافت هنگام رفتن از ۱ تا ۲ و برگشت به ۱ است. در این صورت کم‌ترین مسافت طی شده ۱+۱=۲ cm می‌باشد.



A ۴- گزینه‌ی ۴ در مکان‌های منفی، شتاب مثبت است. پس در بازه‌ی t_2 تا t_4 شتاب مثبت است. در مرکز نوسان انرژی جنبشی بیشینه است و در انتهای مسیر صفر می‌باشد. بنابراین در حرکت از انتهای مسیر به سوی مرکز نوسان، انرژی جنبشی در حال افزایش است. یعنی در بازه‌های t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 انرژی جنبشی در حال افزایش است. در نتیجه در بازه‌ی t_3 تا t_4، انرژی جنبشی در حال افزایش و شتاب نیز مثبت است.

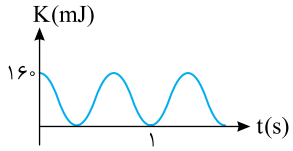
B ۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض مسأله، انرژی جنبشی بیشینه‌ی دو نوسانگر برابر است. از این رو:

$$K_1=K_2\Rightarrow\frac{P_1^2}{2m_1}=\frac{P_2^2}{2m_2}\xrightarrow{P_2=2P_1}\frac{P_1^2}{m_1}=\frac{(2P_1)^2}{m_2}\Rightarrow m_2=4m_1$$

اکنون با توجه به تعریف تکانه، نسبت بیشینه‌ی سرعت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$P_2=2P_1\Rightarrow m_2v_{2m}=2(m_1v_{1m})\xrightarrow{m_2=4m_1}4m_1v_{2m}=2m_1v_{1m}\Rightarrow v_{1m}=2v_{2m}$$

$$\Rightarrow A_1\omega_1=2A_2\omega_2\xrightarrow{A_1=A_2}\omega_1=2\omega_2\Rightarrow\frac{2\pi}{T_1}=2\frac{2\pi}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=2$$



B ۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار می‌توان دوره را به‌دست آورد:

$$\frac{3T}{4}=1\Rightarrow T=\frac{4}{3}\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=\frac{2\pi}{\frac{4}{3}}\Rightarrow\omega=\frac{3\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

انرژی مکانیکی نوسانگر با بیشینه‌ی انرژی جنبشی آن برابر است، در نتیجه:

$$\sin^2\varphi=\frac{U}{E}=\frac{U}{K_{max}}\Rightarrow\sin^2\varphi=\frac{120}{160}\Rightarrow\sin\varphi=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$$

سومین بار یعنی $\varphi=\frac{4\pi}{3}$، در این صورت:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{4\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{8}{9}s$$

B ۷- گزینه‌ی ۱ در حرکت هماهنگ ساده در دو انتهای مسیر جهت حرکت عوض می‌شود و در هر دوره نوسانگر دو بار از انتهای مسیر می‌گذرد. بنابراین ۲۴۰ مرتبه تغییر جهت برابر ۱۲۰ نوسان و مدت آن ۱۲۰ دوره است:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=4\pi\frac{rad}{s}$$

با توجه به رابطه‌ی شتاب - مکان می‌توان نوشت:

$$a=|-\omega^2x|\xrightarrow{x=5-2=3mm}a=|-16\pi^2\times3\times10^{-3}|\xrightarrow{\pi^2=10}a=0/48\frac{m}{s^2}$$

B ۸- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان $(x=0)$ انرژی جنبشی بیشینه و در لحظه‌ای که نوسانگر در دو انتهای مسیر $(x=\pm A)$ است، انرژی جنبشی صفر است. در این صورت:

$$K=0/5-200x^2\Rightarrow\begin{cases}x=0:K_{max}=0/5\,J\\K=0:0=0/5-200A^2\Rightarrow A^2=\frac{1}{400}\Rightarrow A=\frac{1}{20}m=5\,cm\end{cases}$$

بیشینه‌ی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_{max}=\frac{1}{2}mv_m^2\xrightarrow{v_m=A\omega}0/5=\frac{1}{2}\times\frac{4}{10}\times\frac{1}{400}\times\omega^2$$

$$\Rightarrow\omega=10\sqrt{10}\frac{rad}{s}\xrightarrow{\omega=2\pi f}10\sqrt{10}=2\pi f\xrightarrow{\pi=\sqrt{10}}f=5Hz$$

B **۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا بسامد زاویه‌ای دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۵۰}{۰/۲}}\Rightarrow\omega=\sqrt{۲۵۰}=۵\sqrt{۱۰}\,\frac{rad}{s}$$

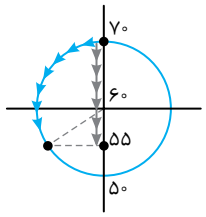
دامنه‌ی نوسان برابر مقدار انحراف از وضع تعادل تا رها شدن وزنه است. از این رو:

$$A=۷۰-۶۰=۱۰\,cm$$

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو، تغییر فاز نوسانگر برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۲\pi}{۳}=۵\sqrt{۱۰}\Delta t\xrightarrow{\pi=\sqrt{۱۰}}\Delta t=\frac{۲}{۱۵}\,s$$



B **۱۰- گزینه‌ی ۳** دامنه‌ی نوسان در دوره و بسامد بدون تأثیر است، بنابراین در تعداد نوسان‌ها تأثیری ندارد:

$$\begin{cases}T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\\ N=\frac{t}{T}\Rightarrow\frac{N'}{N}=\frac{T}{T'}\end{cases}\Rightarrow\frac{N'}{N}=\frac{T}{T'}=\sqrt{\frac{m}{m'}}\times\sqrt{\frac{k'}{k}}\Rightarrow\frac{N'}{N}=\sqrt{\frac{۱}{\frac{۱}{۳}}}\times\sqrt{\frac{\frac{۳}{۴}}{۱}}\Rightarrow\frac{N'}{N}=\sqrt{\frac{۹}{۴}}=\frac{۳}{۲}$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان در واقع برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است:

$$K_{max}=E=\frac{۱}{۲}kA^۲\xrightarrow[k_۲=\frac{۳}{۴}k_۱]{A_۲=۲A_۱}E_۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۴}k_۱)(۲A_۱)^۲\Rightarrow E_۲=۳(\frac{۱}{۲}k_۱A_۱^۲)\Rightarrow E_۲=۳E_۱\Rightarrow K_{max_۲}=۳K_{max_۱}$$

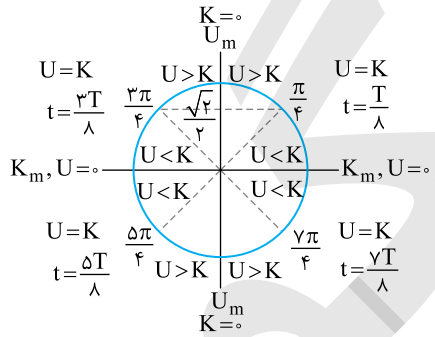
B **۱۱- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده در دو انتهای مسیر که سرعت صفر است $(v=۰)$، نیرو بیشینه می‌باشد و در مرکز نوسان که نیرو صفر است $(F=۰)$، سرعت بیشینه می‌باشد. در این صورت:

$$F^۲=۱۰۰-۱۰v^۲\Rightarrow\begin{cases}v=۰:F_{max}^۲=۱۰۰\Rightarrow F_{max}=۱۰\,N\\ F=۰:۰=۱۰۰-۱۰v_{max}^۲\Rightarrow v_{max}=\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}\end{cases}$$

با توجه به رابطه‌ی بیشینه‌ی نیرو با دامنه و بیشینه‌ی سرعت با دامنه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}F_{max}=mA\omega^۲\\ v_{max}^۲=A^۲\omega^۲\end{cases}\Rightarrow F_{max}=\frac{mA^۲\omega^۲}{A}\Rightarrow F_{max}=\frac{mv_{max}^۲}{A}\Rightarrow ۱۰=\frac{۰/۰۱\times۱۰}{A}\Rightarrow A=۰/۰۱m=۱\,cm$$

B **۱۲- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان در $t=۰$، انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است و هر چه از مبدأ به سوی دامنه می‌رویم، انرژی جنبشی کاهش و انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. به شکل روبه‌رو دقت کنید. دوره را به‌دست می‌آوریم:



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰}\,s$$

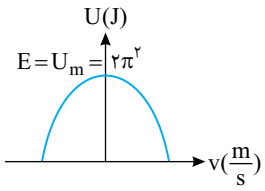
$$t_۱=\frac{T}{۸}=\frac{۱}{۸۰}\,s\quad,\quad t_۲=\frac{۳T}{۸}=\frac{۳}{۸۰}\,s$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۴** نقطه‌ی M وسط OA بوده، پس $x_{max}=\frac{A}{۲}$ است، در این صورت:

$$\frac{K}{U}=\frac{\frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲)}{\frac{۱}{۲}m\omega^۲x^۲}=\frac{A^۲-\frac{A^۲}{۴}}{\frac{A^۲}{۴}}=۳$$

A **۱۴- گزینه‌ی ۳** در حرکت هماهنگ ساده بنا به پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E=U_{max}=K_{max}\xrightarrow[K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲]{U_{max}=۲\pi^۲}۲\pi^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰۰}\times v_{max}^۲\Rightarrow v_{max}=۲۰\pi\,\frac{m}{s}$$



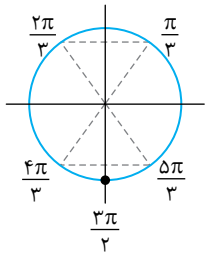
اکنون دامنه را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{max}=A\omega\Rightarrow۲۰\pi=۰/۱\times(۲\pi f)\Rightarrow f=۱۰۰\,Hz$$

Ⓒ **۱۵- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌ای که اندازه‌ی سرعت $v=\frac{1}{2}A\omega$ است، فاز را حساب می‌کنیم:

$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow\pm\frac{1}{2}A\omega=A\omega\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$$

در این صورت مکان نوسانگر مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو می‌تواند باشد و چهار حالت برای رفتن به مکان $x=-A$ $(\varphi=\frac{3\pi}{2})$ ممکن است اتفاق بیفتد:



حالت اول : $\varphi=\frac{\pi}{3}\rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{2}$

حالت دوم : $\varphi=\frac{2\pi}{3}\rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{2}$

حالت سوم : $\varphi=\frac{4\pi}{3}\rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{2}$

حالت چهارم : $\varphi=\frac{5\pi}{3}\rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{2}$

در حالت اول و دوم، جابه‌جایی از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-A$ بوده و با هم برابر است. اما زمان حرکت حالت دوم کم‌تر و بنابراین سرعت متوسط آن بیش‌تر است $\bar{v}_2>\bar{v}_1$.

در حالت سوم و چهارم نیز همین‌گونه است و جابه‌جایی از $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-A$ برابر بوده، اما زمان در حالت سوم کوتاه‌تر و بنابراین سرعت متوسط بیش‌تر است $\bar{v}_3>\bar{v}_4$.

اما بین $\bar{v}_3$ و $\bar{v}_2$ کدام بیش‌تر است؟ در بازه‌ی $\frac{2\pi}{3}$ تا $\frac{4\pi}{3}$ سرعت بسیار بیش‌تر از $\frac{4\pi}{3}$ تا $\frac{3\pi}{2}$ است. به همین علت سرعت متوسط $\bar{v}_2$ بیش‌تر از $\bar{v}_3$ است. اکنون $\bar{v}_2$ را حساب می‌کنیم. زمان حرکت از $\frac{2\pi}{3}$ تا $\frac{3\pi}{2}$ برابر است با:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{3\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow t=\frac{5T}{12}\quad,\quad\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-A-\frac{\sqrt{3}}{2}A}{5\times\frac{T}{12}}\Rightarrow\bar{v}=\frac{6A(2+\sqrt{3})}{5T}$$

Ⓑ **۱۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی $U-t$، می‌توان نوشت:

$$U=U_{max}\sin^2\omega t\xrightarrow{E=U_{max}}U=E\sin^2\omega t$$

$$\xrightarrow{U=\frac{4}{10}\pi^2\sin^2(10\pi t)}E=\frac{4}{10}\pi^2\xrightarrow{E=\frac{1}{2}mv_{max}^2}\frac{4}{10}\pi^2=\frac{1}{2}\times0/2\times v_{max}^2\xrightarrow{\pi^2=10}v_{max}=2\sqrt{10}\,\frac{m}{s}$$

تکانه برابر است با:

$$P=mv\Rightarrow P=m(v_{max}\cos\omega t)\Rightarrow P=\frac{2}{10}\times2\sqrt{10}\times\cos(10\pi t)\Rightarrow P=0/4\sqrt{10}\cos10\pi t$$

Ⓑ **۱۷- گزینه‌ی ۱** دوره‌ی هر آونگ را حساب می‌کنیم:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow\begin{cases}T_1=\frac{60}{20}=3\,s\\T_2=\frac{60}{15}=4\,s\end{cases}$$

طول آونگ را بر حسب دوره به‌دست می‌آوریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow l=\frac{g}{4\pi^2}T^2\Rightarrow\begin{cases}l_1=\frac{g}{4\pi^2}T_1^2\\l_2=\frac{g}{4\pi^2}T_2^2\end{cases}$$

اکنون دوره‌ی آونگی با طول $l=l_1+l_2$ را حساب می‌کنیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l_1+l_2}{g}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{\frac{g}{4\pi^2}(T_1^2+T_2^2)}{g}}\Rightarrow T=\sqrt{T_1^2+T_2^2}\Rightarrow\sqrt{3^2+4^2}=5\,s$$

تعداد نوسان در هر دقیقه خواهد شد:

$$N=\frac{t}{T}\Rightarrow N=\frac{60}{5}=12\ \text{نوسان}$$

Ⓐ **۱۸- گزینه‌ی ۱** شتاب گرانش در سطح کره‌ی ماه از شتاب گرانش در سطح کره‌ی زمین کم‌تر است $(g_m=\frac{1}{6}g_e)$. در این صورت دوره‌ی آونگ در سطح کره‌ی ماه $(\uparrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\downarrow}})$ طولانی‌تر است و ساعت عقب می‌افتد.

Ⓐ **۱۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به روابط شتاب بیشینه و سرعت بیشینه می‌توان نوشت:

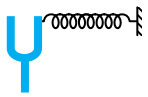
$$\begin{cases} a_{max}=A\omega^2 \\ v_{max}=A\omega \end{cases} \Rightarrow v_{max}=\frac{a_{max}}{\omega} \xrightarrow{\omega=2\pi f=8\pi} v_{max}=\frac{0/2\pi^2}{8\pi}=\frac{\pi}{40}\frac{m}{s}=2/5\pi\frac{cm}{s}$$

Ⓑ **۲۰- گزینه‌ی ۲** طول آونگ B از طول آونگ A بزرگ‌تر است و دوره‌ی آونگ B از دوره‌ی آونگ A بیش‌تر است:

$$l_B>l_A \xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} T_B>T_A$$

برای رخ دادن تشدید باید $T_A=T_B$ شود. یعنی طول دو آونگ برابر شود. در این صورت یا باید طول آونگ A را افزایش و یا طول آونگ B را کاهش داد. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. حال قرار دادن آهن‌ربا زیر آونگ‌ها را بررسی می‌کنیم. با قرار دادن آهن‌ربا نیرویی رو به پایین که هم‌جهت نیروی وزن است، بر آونگ وارد می‌شود و سبب می‌گردد که نیروی برگرداننده‌ی آونگ قوی‌تر شده، شتاب و سرعت برگشت افزایش یابد و دوره کم شود. بنابراین با قرار دادن آهن‌ربا زیر آونگ B و کاهش دوره‌ی B می‌توان T_B را با T_A برابر کرد که سبب می‌گردد تشدید رخ دهد.

آزمون فصل چهارم



Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، راستای نوسان حلقه‌های فنر با راستای پیشروی موج از دیاپازون تا مانع بر هم منطبق بوده و موج طولی است. سرعت انتشار به بسامد چشمه بستگی ندارد و ثابت می‌ماند.

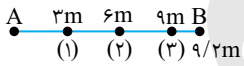
Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۱** مسافتی که موج در هر دوره طی می‌کند، برابر طول موج است. در این صورت فاصله‌ی ۱۲ متر که در مدت دو دوره طی شده است، مشخص می‌کند که: $2\lambda=12\Rightarrow\lambda=6\ m$

فاصله‌ی نقاطی که در فاز مخالف از یک‌دیگر هستند، مضرب فرد نصف طول موج است و در گزینه‌ی (۱) فاصله‌ی دو نقطه برابر طول موج است. بنابراین گزینه‌ی (۱) نمی‌تواند فاصله‌ی دو نقطه در فاز مخالف باشد.

Ⓐ **۳- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول**: طول موج را حساب می‌کنیم. ابتدا از روی تابع موج به کمک بسامد زاویه‌ای، بسامد را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=2\pi f\Rightarrow 120\pi=2\pi f\Rightarrow f=60\ Hz$$

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{180}{60}\Rightarrow\lambda=3\ m$$



اختلاف فاصله‌ی نقاط هم‌فاز از هم، مضرب صحیح طول موج است $(\delta=n\lambda)$:
مطابق شکل سه نقطه‌ی هم‌فاز وجود دارد.

راه‌حل دوم: استفاده از تابع جزء صحیح است:

$$[\frac{\delta}{\lambda}]=[\frac{9/2}{3}]=3$$

Ⓐ **۴- گزینه‌ی ۲** فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی برابر طول موج است. بنابراین باید نسبت طول موج را در دو حالت حساب کنیم. از این رو ابتدا به سراغ نسبت سرعت انتشار موج در دو طناب می‌رویم:

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} \xrightarrow{\rho_1=\rho_2} \frac{v_2}{v_1}=\frac{D_1}{D_2}\times\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=4\times\sqrt{\frac{1}{4}}=2$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\times\frac{f_1}{f_2}=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

A **۵- گزینه‌ی ۴** ابتدا سرعت انتشار موج در تار را از روی تابع موج به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{۲۰\pi}{\pi}=۲۰\frac{m}{s}$$

به کمک رابطه‌ی سرعت انتشار موج در تار، جرم یکای طول تار را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow ۲۰=\sqrt{\frac{۵۰}{\mu}}\Rightarrow \mu=\frac{۵۰}{۴۰۰}\Rightarrow \mu=\frac{۱}{۸}\frac{kg}{m}$$

جرم طولی برابر یک طول موج خواسته شده است. طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow \pi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow \lambda=۲m\Rightarrow l=۲m$$

$$\mu=\frac{m}{l}\Rightarrow \frac{۱}{۸}=\frac{m}{۲}\Rightarrow m=\frac{۱}{۴}kg=۲۵۰g$$

A **۶- گزینه‌ی ۳** از روی تابع موج $u_y=۰/۸\sin(۱۰۰\pi t-۴\pi x)$ بسامد را حساب می‌کنیم:

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow ۱۰۰\pi=۲\pi f\Rightarrow f=۵۰Hz$$

بسامد موج در حالت دوم ۲۵Hz بیش‌تر است:

$$f'=f+۲۵=۵۰+۲۵=۷۵Hz$$

سرعت موج را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

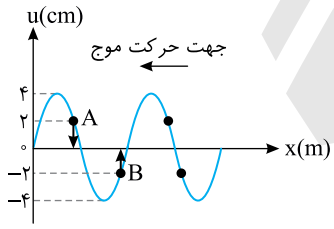
$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{۱۰۰\pi}{۴\pi}=۲۵\frac{m}{s}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow \frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{F'}{F}}\Rightarrow \frac{v'}{۲۵}=\sqrt{\frac{۴F}{F}}\Rightarrow v'=۵۰\frac{m}{s}$$

طول موج و عدد موج در حالت دوم خواهد شد:

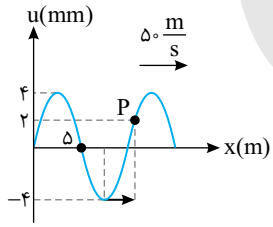
$$\lambda'=\frac{v'}{f'}=\frac{۵۰}{۷۵}=\frac{۲}{۳}m \quad , \quad k'=\frac{۲\pi}{\lambda'}=\frac{۲\pi}{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow k'=۳\pi\frac{rad}{m}$$

A **۷- گزینه‌ی ۱** مکان دو نقطه‌ی A و B قرینه و A در حال حرکت رو به بالا و B در حال حرکت رو به پایین است. پس A و B در فاز مخالف بوده و فاصله‌ی آن‌ها از هم $\frac{\lambda}{۲}$ بوده و موج در مدت $\frac{T}{۲}$ از A به B می‌رود. در این صورت:



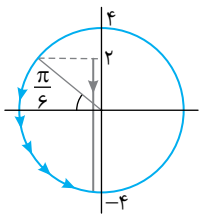
$$\frac{T}{۲}=۰/۱\Rightarrow T=۰/۲s\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{۰/۲}=۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

B **۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار می‌توان نوشت:



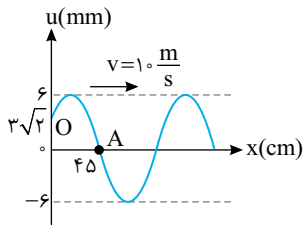
$$\frac{\lambda}{۲}=۵\Rightarrow \lambda=۱۰m$$

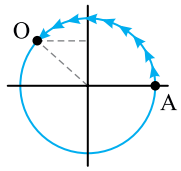
نقطه‌ی P از مکان $u=۲mm$ رو به پایین در حرکت است و می‌خواهیم به مکان $u=-۴mm$ برود. P دارای حرکت هماهنگ ساده است و تغییر فاز آن از ۲mm به ۴mm- برابر $\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{۳}$ است. دوره را به کمک λ به‌دست می‌آوریم:



$$T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{۱۰}{۵۰}=۰/۲s$$

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow \frac{۲\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۰/۲}\times\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{۱}{۱۵}s$$





C **۹- گزینه‌ی ۱** ابتدا فاز نقطه‌ی O و A را به‌دست می‌آوریم. نقطه‌ی O در مکان $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ دامنه در حال حرکت رو به پایین است. پس فاز آن در ربع دوم و $\varphi_O=\frac{۳\pi}{۴}$ است. نقطه‌ی A از مبدأ در حال حرکت رو به بالا است، پس فاز آن $\varphi_A=۰$ می‌باشد. روی دایره‌ی مثلثاتی هر دو نقطه را نشان داده و از نقطه‌ی A که دورتر است در جهت مثلثاتی به نقطه‌ی O می‌رویم:

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۳\pi}{۴}\xrightarrow{\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x}\frac{۳\pi}{۴}=\frac{۲\pi}{\lambda}\times۰/۴۵\Rightarrow\lambda=۱/۲\,m$$

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{۱۰}{۱/۲}\Rightarrow f=\frac{۲۵}{۳}\,Hz$$

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۲\pi\times\frac{۲۵}{۳}\Rightarrow\omega=\frac{۵۰\pi}{۳}\,\frac{rad}{s}$$

اکنون به بررسی نقطه‌ی M می‌پردازیم. نقطه‌ی M در فاصله‌ی ۶۰cm مبدأ (O) قرار دارد، یعنی نصف طول موج یعنی M در فاز مخالف با نقطه‌ی O است. یعنی در $t=t_۱$ نقطه‌ی M در مکان $-۳\sqrt{۲}cm$ است و فاز آن $-\frac{\pi}{۴}$ می‌باشد. تغییر فاز در مدت ۰/۰۳s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{۵۰\pi}{۳}\times۰/۰۳=\frac{\pi}{۲}$$

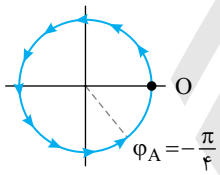
پس فاز نقطه‌ی M از $-\frac{\pi}{۴}$ با $\frac{\pi}{۲}$ تغییر به $+\frac{\pi}{۴}$ می‌رسد و سرعت آن خواهد شد:

$$v=A\omega\cos\varphi=v=۶\times۱۰^{-۳}\times\frac{۵۰\pi}{۳}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow v=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲۰}\,\frac{m}{s}$$

C **۱۰- گزینه‌ی ۴** تابع موج به صورت $u=۰/۰۲\sin(۱۰۰\pi t+۵\pi x)$ است. در این صورت موج در حال پیشروی در خلاف جهت محور xهاست و نقطه‌ی A باید در حال حرکت رو به بالا باشد. پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. طول موج را حساب می‌کنیم:

$$k=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow۵\pi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۰/۴\,m$$

همین‌جا با توجه به شکل گزینه‌ها چون فاصله‌ی A از مبدأ از $\lambda=۴۰cm$ کم‌تر است می‌توان گفت گزینه‌ی (۴) درست است. اما روش به‌دست آوردن گزینه‌ی صحیح به شرح زیر است:



هر نقطه از محیط از جمله نقطه‌ی A دارای حرکت هماهنگ ساده است. فاز نقطه‌ی A را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\sin\varphi\Rightarrow-\sqrt{۲}=۲\sin\varphi\Rightarrow\varphi=\pm\frac{\pi}{۴}$$

A رو به بالا در حرکت است و فاز آن در ربع چهارم است. فاز مبدأ مختصات نیز $\varphi_O=۰$ است. از نقطه‌ی O به سوی نقطه‌ی A در جهت مثلثاتی حرکت می‌کنیم:

$$\Delta\varphi=\frac{۷\pi}{۴}\xrightarrow{\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x}\frac{۷\pi}{۴}=\frac{۲\pi}{۰/۴}\Delta x\Rightarrow\Delta x=۰/۳۵\,m\Rightarrow\Delta x=۳۵\,cm$$

A **۱۱- گزینه‌ی ۳** جبهه‌ی موج سه بعدی کره‌های هم‌مرکزی به مرکز چشمه‌ی نقطه‌ای هستند و گزینه‌ی (۱) نادرست است. جبهه‌ی موج مکان هندسی نقاطی است که فاز تابع موج در آن‌ها یکسان است. بنابراین گزینه‌ی (۲) و (۴) نیز نادرست و گزینه‌ی (۳) درست می‌باشد.

B **۱۲- گزینه‌ی ۱** مقدار متوسط توان انتقال انرژی از یک نقطه‌ی طناب برابر $\bar{P}=۲\pi^۲A^۲f^۲\mu v$ است. بنابراین باید بسامد دو موج و سرعت انتشار دو موج را بیابیم:

$$\omega_A=۴۰\pi\Rightarrow۲\pi f_A=۴۰\pi\Rightarrow f_A=۲۰Hz\quad,\quad v_A=\frac{\omega_A}{k_A}=\frac{۴۰\pi}{۴\pi}=۱۰\,\frac{m}{s}$$

$$\omega_B=۱۰۰\pi\Rightarrow۲\pi f_B=۱۰۰\pi\Rightarrow f_B=۵۰\,Hz\quad,\quad v_B=\frac{\omega_B}{k_B}=\frac{۱۰۰\pi}{۲\pi}=۵۰\,\frac{m}{s}$$

اکنون $\bar{P}$ را برای دو موج نوشته و بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B}=\frac{۲\pi^۲A_A^۲f_A^۲\mu_A v_A}{۲\pi^۲A_B^۲f_B^۲\mu_B v_B}\xrightarrow[\mu_A=\mu_B]{A_A=۰/۵\,m,\,A_B=۰/۲\,m}\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B}=\frac{(۰/۵)^۲\times(۲۰)^۲\times۱۰}{(۰/۲)^۲\times(۵۰)^۲\times۵۰}\Rightarrow\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B}=\frac{۱}{۵}$$

Ⓒ **۱۳- گزینه‌ی ۳** **راه‌حل اول:** منبع موج در محیط موج منتشر می‌کند. نقاط محیط نسبت به منبع تأخیر زمانی و تأخیر فاز دارند و نقاط دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند. در این صورت همه‌ی نقاط محیط با هم به نوسان درنمی‌آیند. موج به ذره‌ای که در فاصله‌ی $x=\frac{۱}{۳۰}m$ منبع قرار دارد، پس از مدت $\Delta t=\frac{x}{v}=\frac{\frac{۱}{۳۰}}{۴}=\frac{۱}{۱۲۰}s$ می‌رسد و در این مدت ذره‌ی مورد نظر که آن را M می‌نامیم ساکن است و حرکتی ندارد $(y=۰)$. مکان ذره‌ی M در $t=\frac{۱}{۲۰}s$ برابر مکان منبع در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۱۲۰}$ ثانیه است. بنابراین برای به‌دست آوردن مکان ذره‌ی M باید در معادله‌ی منبع مقدار $\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۱۲۰}$ را قرار داد:

$$y_M=۰/۰۲\sin ۲۰\pi(\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۱۲۰})\Rightarrow y_M=۰/۰۲\sin(\pi-\frac{\pi}{۶})\Rightarrow y_M=۰/۰۱m$$

سرعت متوسط نقطه‌ی M در بازه‌ی صفر تا $\frac{۱}{۲۰}s$ خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{۰/۰۱-۰}{\frac{۱}{۲۰}}\Rightarrow \bar{v}=۰/۲\frac{m}{s}$$

راه‌حل دوم: زمان رسیدن موج به نقطه‌ی مورد نظر (M) برابر $\Delta t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۱}{۱۲۰}s$ است. پس در مدت $۰<t<\frac{۱}{۱۲۰}s$ نقطه‌ی M در مرکز نوسانش است $(y_M=۰)$. معادله‌ی حرکت نقطه‌ی M را به‌دست می‌آوریم:

$$y_M=۰/۰۲\sin(۲۰\pi t-\frac{\omega}{v}x)=۰/۰۲\sin(۲۰\pi t-\frac{۲۰\pi}{۴}\times\frac{۱}{۳۰})\Rightarrow y_M=۰/۰۲\sin(۲۰\pi t-\frac{\pi}{۶})$$

در $t=\frac{۱}{۲۰}s$ مکان M را حساب می‌کنیم:

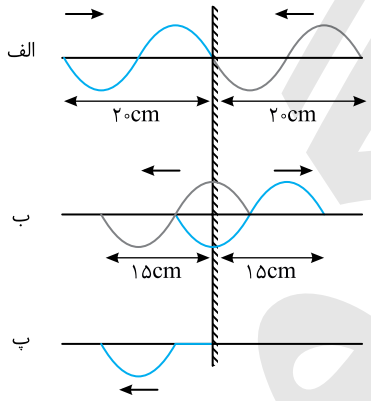
$$t=\frac{۱}{۲۰}>\frac{۱}{۱۲۰}\Rightarrow y_M=۰/۰۲\sin(۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۰}-\frac{\pi}{۶})=۰/۰۱m$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{۰/۰۱-۰}{\frac{۱}{۲۰}}=۰/۲\frac{m}{s}$$

Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ۴** در حل این مسائل به جای تپ بازتاب می‌توان فرض کرد یک تپ از راست به چپ در حال پیشروی است و با علم به این که انتهای ثابت حرکتی ندارد، باید این تپ مطابق شکل نشان داده شده باشد (شکل الف). در مدت ۶s مقدار پیشروی هر تپ را مشخص می‌کنیم:

$$\Delta x=v\Delta t=۲/۵\times۶=۱۵\,cm$$

در شکل (ب) پیشروی هر تپ را رسم کرده‌ایم. در شکل (پ)، تپ بر هم نهاده‌ای که در محیط پس از ۶s دیده می‌شود، رسم شده است.



Ⓐ **۱۵- گزینه‌ی ۳** جرم ثابت مانده، اما طول، k برابر شده است. بنابراین با توجه به رابطه‌ی $\mu=\frac{m}{l}$ جرم یکای طول $\frac{۱}{k}$ می‌شود. با ثابت بودن نیروی کشش تار با توجه به رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ خواهیم داشت:

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}=\sqrt{\frac{\mu}{\frac{۱}{k}\mu}}\Rightarrow v'=\sqrt{k}v$$

اکنون نسبت بسامد اصلی تار در دو حالت را حساب می‌کنیم:

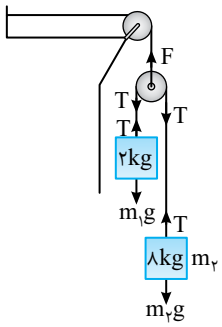
$$\frac{f'_۱}{f_۱}=\frac{\frac{v'}{۲l'}}{\frac{v}{۲l}}=\frac{v'}{v}\times\frac{l}{l'}=\sqrt{k}\times\frac{۱}{k}\Rightarrow\frac{f'_۱}{f_۱}=\frac{\sqrt{k}}{k}$$

Ⓐ **۱۶- گزینه‌ی ۲** بسامدهای دو تار برابر شده‌اند، از این رو:

$$f_A = f_B \Rightarrow \frac{n_A v_A}{2l_A} = \frac{n_B v_B}{2l_B}$$

رابطه‌ی سرعت انتشار موج در طناب بر حسب قطر آن $\left(v = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\right)$ را در رابطه‌ی بالا قرار می‌دهیم:

$$l_A = l_B \Rightarrow n_A v_A = n_B v_B \Rightarrow 2\times\frac{2}{D_A}\sqrt{\frac{F_A}{\pi\rho}} = 4\times\frac{2}{D_B}\sqrt{\frac{4F_A}{\pi\rho}} \Rightarrow D_B = 4D_A \Rightarrow r_A = \frac{1}{4}r_B$$



Ⓑ **۱۷- گزینه‌ی ۱** مسأله خیلی خوبی است، زیرا مدت زمان اجرای این آزمایش بسیار کوتاه است. با فرض رها شدن وزنه‌های ماشین آتوود در مدت کمی وزنه‌ی دو کیلوگرمی به قرقره می‌رسد و مسأله عوض می‌شود. اما حل مسأله:

قانون دوم نیوتون را برای وزنه‌ها می‌نویسیم:

$$\begin{cases} m_2g - T = m_2a \\ T - m_1g = m_1a \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2g - T}{T - m_1g} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{80 - T}{T - 20} = \frac{8}{2} = 4$$

$$80 - T = 4T - 80 \Rightarrow 160 = 5T \Rightarrow T = 32\ N$$

کشش طناب افقی برابر است با:

$$F = 2T \Rightarrow F = 2\times 32 = 64\ N$$

بسامد اصلی تار خواهد شد:

$$f = \frac{v}{2l} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\times 0/4}\times\sqrt{\frac{64}{\frac{0/1}{0/4}}} \Rightarrow f = \frac{10}{8}\times 16 = 20\ Hz$$

Ⓐ **۱۸- گزینه‌ی ۳** اختلاف فاز نقطه‌ی مورد نظر را با هر منبع حساب می‌کنیم:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{v}\Delta x \Rightarrow \begin{cases} \Delta\varphi_1 = \frac{340\pi}{340}\times 6 = 6\pi \\ \Delta\varphi_2 = \frac{340\pi}{340}\times 7 = 7\pi \end{cases}$$

اختلاف فاز نقطه‌ی مورد نظر با یکی از چشمه‌ها مضرب زوج π (6π) شده است و با آن چشمه هم‌فاز است و با چشمه‌ی دیگر مضرب فرد π (7π) شده است و با این چشمه در فاز مخالف است.

Ⓑ **۱۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{10}\ m = 50\ cm$$

نقاط دارای بیشینه‌ی دامنه، نقاطی هستند که اختلاف فاصله‌های آن‌ها از دو چشمه مضرب صحیح λ باشد:

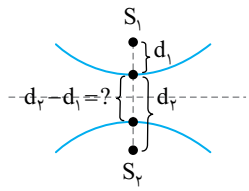
$$|d_2 - 180| = 50n \Rightarrow d_2 = \pm 50n + 180 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \Rightarrow d_2 = 180\ cm \\ n = 1 \Rightarrow d_2 = 330\ cm \\ n = 2 \Rightarrow d_2 = 280\ cm \end{cases}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) می‌تواند پاسخ باشد.

Ⓐ **۲۰- گزینه‌ی ۴** کم‌ترین فاصله‌ی این دو مکان هندسی مطابق شکل روبه‌رو است که برابر λ است.

با توجه به شکل:

$$d_2 - d_1 = \lambda$$



آزمون فصل پنجم

Ⓐ ۱- گزینه‌ی ۲ در فشار ثابت، حجم گاز ۷۵ درصد کاهش یافته است. بنا به قانون گازها خواهیم داشت:

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_1V_1}{T_1}\xrightarrow[V_2=\frac{1}{4}V_1]{P_2=P_1}T_2=\frac{1}{4}T_1$$

نسبت سرعت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\Rightarrow v_2=\frac{1}{2}v_1$$

در این صورت:

$$\frac{\Delta v}{v_1}=\frac{\frac{1}{2}v_1-v_1}{v_1}=-50\%$$

Ⓐ ۲- گزینه‌ی ۲ کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین A و B برابر نصف طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{\frac{v}{f}}{2}=\frac{\frac{340}{500}}{2}=\frac{34}{100}\,m=34\,cm$$

Ⓑ ۳- گزینه‌ی ۲ بنا به قانون گازها خواهیم داشت:

$$PV=nRT\Rightarrow RT=\frac{PV}{n}\xrightarrow{V_{max}=\frac{V}{n}}RT=PV_{max}$$

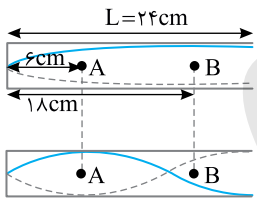
منظور از V_{max}، حجم یک مول گاز است. رابطه‌ی سرعت را می‌نویسیم:

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{\gamma PV_{max}}{M}}\xrightarrow{\rho=\frac{M}{V_{max}}}v=\sqrt{\gamma\frac{P}{\rho}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{7}{5}\times\frac{343\times10^3}{2}}\Rightarrow v=\sqrt{7\times(49\times7)\times100}\Rightarrow v=490\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ ۴- گزینه‌ی ۱ با توجه به فرض مسأله، $L_c=2L_o$ است:

$$\frac{f_{o_3}}{f_{c_3}}=\frac{\frac{3v_{O_2}}{2L_o}}{\frac{3v_{H_2}}{4L_c}}=\frac{v_{O_2}}{v_{H_2}}\times\frac{2L_c}{L_o}\xrightarrow{L_c=2L_o}\frac{f_{o_3}}{f_{c_3}}=\frac{v_{H_2}}{v_{O_2}}\times4\xrightarrow[T=\text{ثابت}]{v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}\frac{f_{o_3}}{f_{c_3}}=\sqrt{\frac{M_{H_2}}{M_{O_2}}}\times4=\sqrt{\frac{2}{32}}\times4=1$$

Ⓑ ۵- گزینه‌ی ۴ صدای تولید شده توسط لوله‌های صوتی ناشی از تشکیل امواج ایستاده است. طول موج در حالت اول خواهد شد:



$$\frac{\lambda}{4}=24\,cm\Rightarrow\lambda=96\,cm$$

در حالت اول A و B هر دو یک طرف گره بوده و همفازند.

در حالت دوم اگر بخواهیم A و B دارای اختلاف فاز π شوند، باید A و B در دو طرف یک گره باشند، مطابق شکل:

$$L=(2n-1)\frac{\lambda'}{4}\Rightarrow24cm=(2\times2-1)\frac{\lambda'}{4}\Rightarrow\frac{3\lambda'}{4}=24\,cm\Rightarrow\lambda'=32cm$$

کاهش طول موج برابر $96-32=64\,cm$ باید باشد.

Ⓐ ۶- گزینه‌ی ۴ هماهنگ هفتم لوله با هماهنگ چهارم تار برابر است:

$$f_{\text{لوله}}=f_{\text{تار}}\Rightarrow7\times\frac{v_{\text{لوله}}}{4L_{\text{لوله}}}=4\times\frac{v_{\text{تار}}}{2L_{\text{تار}}}\Rightarrow7\times\frac{v_{\text{لوله}}}{2L_{\text{لوله}}}=4\times\frac{2v_{\text{لوله}}}{L_{\text{تار}}}\Rightarrow\frac{L_{\text{لوله}}}{L_{\text{تار}}}=\frac{7}{16}$$

C ۷- گزینه‌ی ۱ طول موج دیاپازون را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۲۰}{۸۰۰}\Rightarrow\lambda=۰/۴m=۴۰\,cm$$

هرگاه طول لوله‌ی بسته مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ شود، لوله صدای دیاپازون را تشدید می‌کند و در صورت سؤال گفته شده دو شکم ایجاد شود، در این صورت:

$$L=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۴}\xrightarrow{n=۲}L=\frac{۳\lambda}{۴}=۳۰\,cm$$

بنابراین با توجه به شکل باید در سمت راست لوله سطح جیوه ۱۲cm بالا رود. در این صورت جیوه در سمت چپ ۱۲cm پایین می‌رود. یعنی اختلاف سطح تراز در دو طرف لوله ۲۴cm تغییر می‌کند. یعنی فشار گاز باید ۲۴ cmHg افزایش یابد.

B ۸- گزینه‌ی ۴ هرگاه طول لوله‌ی بسته مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ شود، تشدید رخ می‌دهد. از این رو ابتدا طول موج صوت را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳۲۰}{۶۴۰}\Rightarrow\lambda=۰/۵\,m$$

اولین تشدید در $\frac{\lambda}{۴}$ رخ می‌دهد و پیستون باید با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$، $\frac{\lambda}{۴}$ را طی کند:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow\frac{\lambda}{۴}=\frac{۱}{۲}\times۱\times t^۲\Rightarrow\frac{۰/۵}{۴}=\frac{۱}{۲}t^۲\Rightarrow t=\frac{۱}{۲}s$$

A ۹- گزینه‌ی ۱ بسامد صوت، بسامد تولیدی توسط دیاپازون است و بنابراین ثابت می‌باشد. سرعت صوت در گاز درون لوله از رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ به‌دست می‌آید که چون دما و نوع گاز ثابت است، بنابراین سرعت انتشار صوت در گاز هم ثابت است. طول موج از رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$ به‌دست می‌آید. در نتیجه طول موج صوت داخل لوله ثابت و بدون تغییر می‌ماند.

B ۱۰- گزینه‌ی ۲ شدت صوت در فاصله‌ی ۱۰ متری را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۱۱۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۱۰^{-۱}\frac{W}{m^۲}$$

توان رسیده به جبهه‌ی موج کروی به شعاع ۱۰ متر را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{P}{A}\Rightarrow۱۰^{-۱}=\frac{P}{۴\pi(۱۰)^۲}\xrightarrow{\pi=۳}P=۱۲۰\,W$$

در طول مسیر از ۲۰۰W توان تولیدی، ۱۲۰W به ۱۰ متری چشمه‌ی صوت رسیده و ۸۰W تلف شده است. بنابراین درصد جذب انرژی توسط محیط خواهد شد:

$$\frac{۸۰}{۲۰۰}\times۱۰۰=۴۰\%$$

A ۱۱- گزینه‌ی ۱ گوش انسان بسامدهای بین ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz را می‌شنود. بنابراین بیش‌ترین بسامدی که شخص می‌تواند بشنود ۲۰۰۰۰Hz است. اکنون شماره هماهنگی را که لوله می‌تواند تولید کند، به‌دست می‌آوریم:

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow۲۰۰۰۰=\frac{n\times۳۲۰}{۲\times\frac{۸}{۱۰۰}}\Rightarrow n=۱۰$$

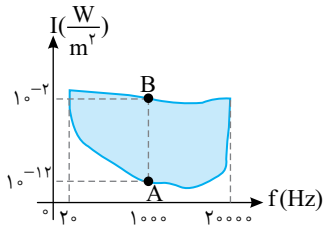
B ۱۲- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار $\lambda_۲=۳\lambda_۱$ است. دو صوت در یک محیط در حال انتشار هستند و طول موج با بسامد رابطه‌ی وارون دارد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\xrightarrow{v=\text{ثابت}}\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}\Rightarrow f_۲=\frac{۱}{۳}f_۱$$

اختلاف تراز شدت صوت را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}=۱۰\log(\frac{f_۱}{f_۲})^۲\times(\frac{d_۲}{d_۱})^۲\times(\frac{A_۱}{A_۲})^۲$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=۱۰\log(۳)^۲\times(۴)^۲\times(\frac{۱}{۶})^۲=۱۰\log(۲)^۲=۲۰\log۲\Rightarrow\Delta\beta=۲۰\times۰/۳=۶dB$$



۱۳- گزینه‌ی ۴ تراز شدت صوت آستانه‌ی دردناکی را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=10\log\frac{10^{-2}}{10^{-12}}=10\log(10)^{10}=100\,db$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است. چون شدت این صوت بین شدت صوت دو نقطه‌ی A و B قرار دارد، پس بدون آن که گوش فرد اذیت شود، شنیده می‌شود و گزینه‌ی (۲) درست است. با توجه به نمودار، A آستانه‌ی شنوایی و B آستانه‌ی دردناکی است و گزینه‌ی (۳) درست است. صوت‌هایی که شدت آن‌ها بالاتر از $10^{-2}\frac{W}{m^2}$ باشد، شنیده می‌شوند، ولی گوش را اذیت خواهند کرد. بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۱۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا شدت صوتی را که به گوش شخص می‌رسد، به‌دست می‌آوریم:

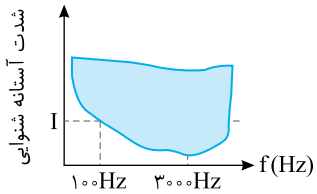
$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=120\Rightarrow\log\frac{I}{10^{-12}}=12\Rightarrow I=1\frac{W}{m^2}$$

با توجه به تعریف شدت صوت می‌توان نوشت:

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow E=IAt=1\times4\times10^{-5}\times(5\times60)=1/2\times10^{-2}\,J$$

۱۵- گزینه‌ی ۳ جمعاً ۵ چشمه‌ی صوت در حال ایجاد صوت بوده، در این صورت $I_2=5I_1$ و خواهیم داشت:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}=10\log5=10\times0/7=7\,dB$$



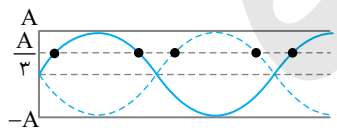
۱۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار، شدت آستانه‌ی شنوایی بر حسب بسامد صوت آستانه‌ی شنوایی گوش معمولی در بسامدهای حدود ۲۰۰۰ تا ۳۰۰۰ هرتز پایین‌تر از سایر بسامدها است. یعنی حساسیت گوش انسان در این بسامدها از سایر بسامدها بیش‌تر است. بنابراین اگر بسامد $f_1=100\,Hz$ شنیده شود، قطعاً بسامد $f_2=3000\,Hz$ که آستانه‌ی شنوایی آن پایین‌تر است، توسط شخص شنیده می‌شود.

۱۷- گزینه‌ی ۴ محدوده شنوایی گوش سالم بسامدهای بین ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz است. موج‌های صوتی با بسامد پایین‌تر از ۲۰Hz و بالاتر از ۲۰۰۰۰Hz شنیده نمی‌شوند.

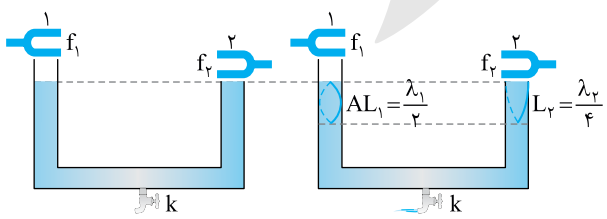
بسامد اصلی لوله صوتی (f_1) برای انسان قابل شنیدن بوده اما بسامد هماهنگ پنجم $(5f_1)$ برای انسان با شنوایی معمولی قابل شنیدن نیست یعنی $5f_1$ از ۲۰۰۰۰Hz بیش‌تر است.

$$\begin{cases}20Hz<f_1<20000Hz\\5f_1>20000\end{cases}\Rightarrow 4000Hz<f_1<20000Hz$$

در نتیجه با توجه به گزینه‌ها تنها بسامد ۶۰۰۰Hz است که در محدوده بین ۴۰۰۰Hz و ۲۰۰۰۰Hz می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



۱۸- گزینه‌ی ۳ وقتی در لوله‌ی صوتی یک انتها بسته هماهنگ پنجم ایجاد شده است، سه گره و سه شکم خواهیم داشت. در این حالت مطابق شکل پنج نقطه خواهیم داشت که با دامنه‌ای برابر $\frac{1}{3}$ دامنه شکم‌ها نوسان کنند.



شکل (الف) شکل (ب)

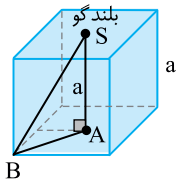
۱۹- گزینه‌ی ۲ هوا در لوله‌ی سمت چپ در حال تشدید است. با باز کردن شیر، آب در دو لوله با سرعت یکسان تخلیه می‌شود و ارتفاع آب در لوله‌ها به طور یکسان کم می‌شود. بنابراین در لوله سمت چپ برای تشدید بعدی لازم است سطح آب به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ پایین بیاید (فاصله دو تشدید متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است) ولی سطح آب در لوله اول باید به اندازه $\frac{\lambda}{4}$ (تشدید اول) پایین برود.

در لوله‌های صوتی بسته، تشدید هنگامی رخ می‌دهد که طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{4}$ باشد. یعنی $L=\frac{\lambda}{4}$ ، $L=\frac{3\lambda}{4}$ ، $L=\frac{5\lambda}{4}$ و ...

بنابراین به ازای $\frac{\lambda}{2}$ افزایش طول لوله تشدید بعدی رخ می‌دهد. با بازشدن شیر k، سطح آب در دو لوله پایین می‌آید. در لوله‌ی سمت راست تشدید برای اولین‌بار و در $L_2=\frac{\lambda_2}{4}$ رخ می‌دهد و در لوله‌ی سمت چپ چون تشدید بعدی رخ داده است $\Delta L_1=\frac{\lambda_1}{2}$ است، مطابق شکل ب، طول لوله‌ی صوتی یک انتها بسته‌ی سمت راست با تغییر طول لوله‌ی صوتی یک انتها بسته‌ی سمت چپ برابر است در نتیجه:

$$L_2=\Delta L_1 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{4}=\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1}=2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2}=2 \Rightarrow f_1=2f_2$$

C ۲۰- گزینه‌ی ۱ مورچه‌ای که در نقطه‌ی A دقیقاً زیر بلندگو قرار دارد در کم‌ترین فاصله از بلندگو بوده و بیش‌ترین شدت صوت را دریافت می‌کند و مورچه‌ای که در کف اتاق در کُنج (B) قرار دارد در بیش‌ترین فاصله از بلندگو قرار دارد و کم‌ترین شدت صوت را دریافت می‌کند.



$$\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B}=10\log(\frac{d_B}{d_A})^2 \Rightarrow \beta_A-\beta_B=10\log(\frac{SB}{SA})^2 \qquad (1)$$

اکنون SB و SA را به دست می‌آوریم، با توجه به شکل:

$$SA=a \quad , \quad SB=\sqrt{AB^2+SA^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2+a^2}=\sqrt{\frac{3}{2}}a \quad , \quad SB=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{2}}$$

اکنون در رابطه‌ی (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\beta_A-\beta_B=10\log(\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}a}{a})^2=10(\log 3-\log 2)=10(0/4-0/3)=1dB$$

آزمون فصل ششم

A ۱- گزینه‌ی ۲ الف) سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ است، پس جمله‌ی «الف» درست می‌باشد.

ب) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی القایی در موج‌های الکترومغناطیسی هم‌فازند. یعنی در هر نقطه هر دو میدان هم‌زمان با هم کمینه یا بیشینه می‌شوند و عبارت «ب» نادرست می‌باشد.

پ) موج‌های الکترومغناطیسی عرضی هستند و در آن‌ها میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر راستای انتشار عمود هستند و جمله‌ی «پ» درست است.

ت) موج‌های الکترومغناطیسی هم در محیط‌های مادی و هم در خلأ منتشر می‌شوند و جمله‌ی «ت» نادرست می‌باشد.

بنابراین دو جمله از چهار جمله درست است.

B ۲- گزینه‌ی ۴ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega=2\pi f=\frac{\pi}{2}\times 10^9 \ \frac{rad}{s}$$

اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{\pi}{2}\times 10^9\times 10^{-9}=\frac{\pi}{2}rad$$

در امواج الکترومغناطیسی منظور از اختلاف فاز میان دو نقطه، اختلاف فاز میان میدان‌های الکتریکی (E) دو نقطه است که همان اختلاف فاز میان میدان‌های مغناطیسی (B) دو نقطه است. ضمناً در هر نقطه، میدان‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ هم‌فاز هستند.

A ۳- گزینه‌ی ۳ بنابر رابطه‌ی ماکسول، برای سرعت انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ داریم:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \Rightarrow \varepsilon_0\mu_0=\frac{1}{c^2}$$

دو طرف را در f^2 ضرب می‌کنیم:

$$f^2\varepsilon_0\mu_0=\frac{f^2}{c^2} \xrightarrow{c=\lambda f} f^2\varepsilon_0\mu_0=(\frac{1}{\lambda})^2=\frac{1}{m^2}$$

متر مربع یکای مساحت است، پس $f^2\varepsilon_0\mu_0$ از جنس وارون مساحت است.

B **۴- گزینه‌ی ۴** با توجه به تابع موج میدان الکتریکی $\vec{E}=E_{max}\sin(۲\pi\times۱۰^{۱۹}t-\frac{۲\pi}{۳}\times۱۰^{۱۱}x)\vec{j}$ مشخص می‌شود که موج در جهت مثبت محور xها در حال پیشروی است و میدان الکتریکی با توجه به بردار یکه‌ی $\vec{j}$ در امتداد محور yها است. بنابراین امتداد میدان مغناطیسی موج در امتداد محور zهاست. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. گزینه‌های (۳) و (۴) در مورد محدوده‌ی این موج است، از این رو طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k=\frac{۲\pi}{۳}\times۱۰^{۱۱}=\frac{۲\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۳\times۱۰^{-۱۱}m=۰/۰۳\,nm$$

در نور مرئی، طول موج قرمز ۷۰۰nm و طول موج بنفش ۴۰۰nm است. این طول موج از طول موج بنفش بسیار کم‌تر است. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۵- گزینه‌ی ۳** در امواج الکترومغناطیسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر راستای پیشروی موج عمودند. در گزینه‌های (۱) و (۲) موج در جهت مثبت محور xها در حال پیشروی است و میدان با توجه به بردار یکه‌ی i در امتداد محور xهاست. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند و گزینه‌های (۳) و (۴) می‌توانند درست باشند، زیرا راستای پیشروی موج و راستای میدان مغناطیسی بر هم عمودند. اما کدام درست است؟ باید سرعت انتشار موج را به‌دست آوریم:

گزینه‌ی (۳):

$$v=\frac{\omega}{k}=\frac{۶\pi\times۱۰^{۷}}{\frac{\pi}{۵}}=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}=c$$

گزینه‌ی (۴):

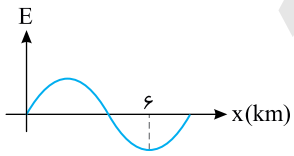
$$v=\frac{\omega}{k}=\frac{۶\pi\times۱۰^{۷}}{\frac{\pi}{۱۰}}=۶\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}>c$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۶- گزینه‌ی ۲** سرعت نور و سپس ضریب شکست در این محیط را به‌دست می‌آوریم:

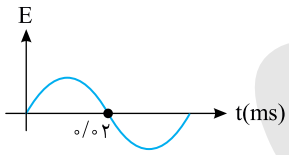
$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{۱}{\frac{۵}{۴}\sqrt{\varepsilon_{۰}\mu_{۰}}}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_{۰}\mu_{۰}}}=\frac{۴}{۵}c\xrightarrow{v=\frac{c}{n}}n=\frac{c}{v}=\frac{۵}{۴}$$

A **۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودارها خواهیم داشت:



$$\begin{cases}۳\frac{\lambda}{۴}=۶km\Rightarrow\lambda=۸km=۸\times۱۰^{۳}m\\ \frac{T}{۲}=۰/۰۲ms\Rightarrow T=۴\times۱۰^{-۵}s\end{cases}\Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=\frac{۸\times۱۰^{۳}}{۴\times۱۰^{-۵}}\Rightarrow v=۲\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$

ضریب شکست محیط خواهد شد:



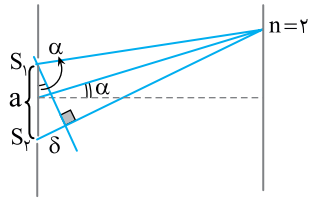
$$n=\frac{c}{v}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲\times۱۰^{۸}}=\frac{۳}{۲}$$

A **۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به اطلاعات کتاب درسی، گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴)درست است. محدوده‌ی طول موج‌های مرئی از ۰/۴μm برای نور بنفش تا ۰/۷μm برای نور قرمز است و گزینه‌ی (۲) نادرست می‌باشد.

A **۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به اطلاعات کتاب درسی، گزینه‌ی (۳) نادرست است. برای مطالعه‌ی ساختار بلورها از پرتو ایکس استفاده می‌شود.

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** طبق جدول کتاب درسی، جرقه‌ی الکتریکی از چشمه‌های تولید امواج فرابنفش (UV) با طول موج در حدود ۱۰nm می‌باشد.

A **۱۱- گزینه‌ی ۲** در محیط غیر از خلأ یا هوا، طول موج نور تغییر می‌کند، اما رنگ نور ثابت می‌ماند. با تغییر طول موج، پهنای نوارها و فاصله‌ی نوارها از هم و محل نوارها به جز نوار روشن مرکزی تغییر می‌کند.



B **۱۲- گزینه‌ی ۱** اختلاف راه وسط یک نوار روشن از دو شکاف، مضرب صحیح طول موج است:

$$\delta = n\lambda \Rightarrow \delta = ۲\times ۴۸۰ = ۹۶۰\ nm$$

با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha = \sin\alpha = \frac{\delta}{a} \xrightarrow{\tan\alpha=\alpha} \frac{۱}{۱۰۰۰} = \frac{۹۶۰}{a} \Rightarrow a = ۹۶۰\times ۱۰^{۳}\ nm$$

$$\Rightarrow a = ۹۶۰\times ۱۰^{۳}\times ۱۰^{-۹}\ m = ۰/۹۶\ mm$$

B **۱۳- گزینه‌ی ۲** شرط انطباق دو نوار این است که فاصله‌ی وسط هر دو نوار تا وسط نوار روشن مرکزی با هم برابر باشد. فرض می‌کنیم m امین نوار تاریک در هوا بر چهارمین نوار روشن در مایع منطبق باشد. طول موج نور مورد آزمایش در هر محیط با ضریب شکست آن محیط نسبت وارون دارد، بنابراین داریم:

$$\frac{\text{هوا}}{\text{خلأ}}: \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{n'}{n} = \frac{\frac{۸}{۵}}{۱} = \frac{۸}{۵} \Rightarrow \lambda' = \frac{۵}{۸}\lambda$$

$$x_m = x'_۴ \Rightarrow \frac{(۲m-۱)\lambda D}{۲a} = \frac{۴\lambda' D}{a} \Rightarrow \frac{۲m-۱}{۲} = ۴\frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \frac{۲m-۱}{۲} = ۴\times\frac{۵}{۸} \Rightarrow m = ۳$$

در نتیجه سومین نوار تاریک در هوا بر چهارمین نوار روشن در مایع شفاف منطبق می‌شود.

B **۱۴- گزینه‌ی ۳** در آزمایش یانگ، فاصله‌ی وسط نوار روشن n ام از وسط نوار روشن مرکزی از رابطه‌ی $x_n = \frac{n\lambda D}{a}$ و فاصله‌ی نوار تاریک m ام از نوار روشن مرکزی از رابطه‌ی $x_m = \frac{(۲m-۱)\lambda D}{۲a}$ به‌دست می‌آید. نوار دوم روشن آزمایش اول و نوار دوم تاریک آزمایش دوم در یک محل تشکیل شده‌اند، از این رو:

$$x_۲ = x'_۲ \Rightarrow \frac{۲\lambda D}{a} = \frac{(۲\times ۲-۱)\lambda' D}{۲a} \Rightarrow ۲\lambda = \frac{۳}{۲}\lambda' \Rightarrow \lambda' = \frac{۴}{۳}\lambda$$

با توجه به فرض مسأله:

$$\lambda' = \lambda + ۱۵۰ \Rightarrow \frac{۴}{۳}\lambda = \lambda + ۱۵۰ \Rightarrow \lambda = ۴۵۰\ nm$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۲** اختلاف راه وسط نوارهای روشن از دو شکاف مضرب صحیح طول موج است. در وسط نوار روشن سوم خواهیم داشت:

$$\delta = n\lambda \Rightarrow ۱/۸ = ۳\lambda \Rightarrow \lambda = ۰/۶\ \mu m = ۶\times ۱۰^{-۷}\ m$$

دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} \Rightarrow T = \frac{۶\times ۱۰^{-۷}}{۳\times ۱۰^{۸}} \Rightarrow T = ۲\times ۱۰^{-۱۵}\ s$$

اختلاف زمان رسیدن نور به وسط نوارهای روشن مضرب صحیح دوره است. از طرفی دوره و بسامد نور در گذر از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر تغییر نمی‌کند:

$$\Delta t = nT \Rightarrow \Delta t = ۳\times ۲\times ۱۰^{-۱۵} \Rightarrow \Delta t = ۶\times ۱۰^{-۱۵}\ s$$

A **۱۶- گزینه‌ی ۳** نوار روشن مرکزی برای هر طول موج (رنگی) از نور، روی عمود منصف دو چشمه‌ی همسان تشکیل می‌شود و به طول موج بستگی ندارد. پهنای هر نوار $(I = \frac{\lambda D}{۲a})$ برای نور آبی کم‌تر است:

$$\lambda_B < \lambda_R \Rightarrow I_B < I_R$$

B **۱۷- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی وسط هر نوار تاریک از وسط نوار روشن مرکزی مضرب فرد پهنای هر نوار است:

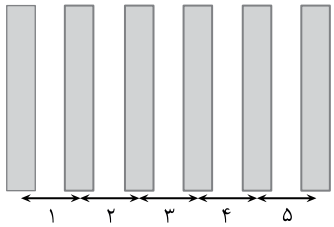
$$x = (۲m-۱)I$$

بنابراین فاصله‌ی وسط دو نوار تاریک متوالی از نوار مرکزی را اگر بر هم تقسیم کنیم، باید نسبت دو عدد فرد متوالی به‌دست آید که در مورد گزینه‌ی (۳) چنین است.

Ⓐ **۱۸- گزینه‌ی ۴** نوار تاریک سوم آزمایش دوم بر نوار روشن دوم آزمایش اول منطبق شده است:

$$x_2 = x_1 \Rightarrow ((2\times3)-1)\frac{\lambda_2 D}{2a} = 2\frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{5}{4}$$

Ⓑ **۱۹- گزینه‌ی ۳** ابتدا طول موج در محیط شفاف جدید را نسبت به خلأ به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} v = \frac{4}{5} v_{\text{خلأ}} \\ \frac{v}{v_{\text{خلأ}}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{خلأ}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{خلأ}}} \Rightarrow \lambda_{\text{خلأ}} = \frac{5}{4}\lambda$$

$$I = \frac{\lambda D}{2a} \xrightarrow{\lambda_{\text{خلأ}} = \frac{5}{4}\lambda} I_{\text{خلأ}} = \frac{5}{4} I = 0/5\,mm$$

پهنای هر نوار در محیط اول را نسبت به محیط دوم (خلأ) حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\lambda D}{2a} \xrightarrow{\lambda_2 = \frac{4}{5}\lambda} I_2 = \frac{5}{4} I_1 = 0/5\ mm$$

فاصله‌ی دو نوار تاریک یا روشن متوالی دو برابر پهنای هر نوار است:

$$x_0 = 2\times0/5 = 1\ mm$$

فاصله‌ی ۶ نوار تاریک متوالی خواهد بود:

$$x = 5x_0 = 5\times1 = 5\ mm$$

Ⓑ **۲۰- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر فاصله‌ی وسط نوار روشن اول از نوار مرکزی است. با توجه به فرض مسأله:

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{5}x_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1 D}{a} - \frac{\lambda_2 D}{a} = \frac{1}{5}\frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{1}{5}\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{5}\lambda_1 = \frac{4}{5}\times800 \Rightarrow \lambda_2 = 640\ nm$$

آزمون فصل هفتم

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۴** طیف حاصل از جامدات ملتهب و مایعات حاصل از ذوب آن‌ها طیف پیوسته و طیف بخار عناصر و گازها خطی است. بنابراین طیف لامپ بخار جیوه پیوسته نیست و گزینه‌ی (۴) درست است.

Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به قانون جابه‌جایی وین، طول موج مربوط به ماکزیمم تابش را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$\lambda_{max}.T = 2/9\times10^{-3} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{2/9\times10^{-3}}{1160} = 2/5\times10^{-6}\,m$$

این طول موج متعلق به طیف فروسرخ است.

Ⓑ **۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا دمای جسم را بعد از دریافت ۲۰۰ ژول گرما به‌دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow 200 = \frac{1}{10}\times400\times(T_2 - 395) \Rightarrow T_2 = 400\ K$$

بنابراین دمای این گلوله‌ی مسی با گرفتن این مقدار گرما، از ۳۹۵ کلوین به ۴۰۰ کلوین خواهد رسید. طبق قانون جابه‌جایی وین، درصد تغییرات طول موجی که بیشینه‌ی تابندگی در آن رخ می‌دهد، برابر است با:

$$\lambda_{m_1}T_1 = \lambda_{m_2}T_2 \Rightarrow \frac{\lambda_{m_2}}{\lambda_{m_1}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{\lambda_{m_2} - \lambda_{m_1}}{\lambda_{m_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_m}{\lambda_{m_1}} = \frac{-\Delta T}{T_2} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_m}{\lambda_{m_1}} = \frac{-5}{400} = -1/25\%$$

Ⓒ **۴- گزینه‌ی ۲** با توجه به قانون جابه‌جایی وین در اثر افزایش دما، طول موج دارای بیشینه‌ی تابندگی کوتاه‌تر می‌شود. از این‌رو:

$$\lambda_{m_1}T_1 = \lambda_{m_2}T_2 \Rightarrow \lambda_{m_1}\times T_1 = (\lambda_{m_1} - 0/5\times10^{-6})\times(T_1 + 300) \Rightarrow \lambda_{m_1}T_1 = \lambda_{m_1}T_1 - 0/5\times10^{-6}T_1 + 300\lambda_{m_1} - 150\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow 300\lambda_{m_1} - 0/5\times10^{-6}T_1 = 150\times10^{-6} \xrightarrow{\lambda_{m_1} = \frac{0/003}{T_1}} 300\times\frac{0/003}{T_1} - 0/5\times10^{-6}T_1 - 150\times10^{-6} = 0$$

دو طرف را در T_1 ضرب می‌کنیم:

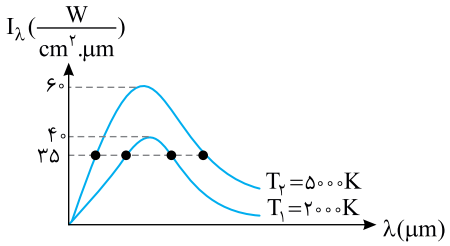
$$5\times10^{-7}T_1^2+150\times10^{-6}T_1-0/9=0$$

دو طرف را بر 5×10^{-7} تقسیم می‌کنیم:

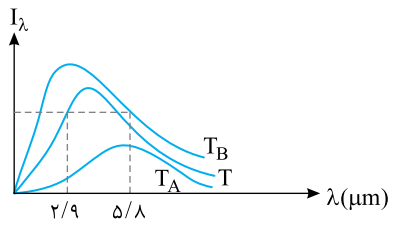
$$T_1^2+300T_1-18\times10^5=0$$

$$\Rightarrow T_1=\frac{-300\pm\sqrt{9\times10^4+72\times10^5}}{2}=\frac{-300\pm\sqrt{9\times10^4(1+80)}}{2}\Rightarrow T_1=\frac{-300\pm(300\times9)}{2}=\frac{-300\pm2700}{2}\Rightarrow T_1=1200\,K$$

B ۵- گزینه‌ی ۱ بیشینه‌ی تابندگی در دمای $2000K$ ، ۴۰ واحد و در دمای $5000K$ ، ۶۰ واحد است. تابندگی ۳۵ واحد زیر بیشینه‌ی تابندگی‌ها بوده و هر نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند و جمعاً ۴ نقطه (طول موج) با این تابندگی به‌دست می‌آید.



B ۶- گزینه‌ی ۲ دما برای بیشینه‌ی تابندگی طول موج‌های λ_A و λ_B را به‌دست می‌آوریم:



$$\lambda T=2/9\times10^{-3}\Rightarrow2/9\times10^{-6}\times T_B=2/9\times10^{-3}\Rightarrow T_B=1000K$$

$$5/8\times10^{-6}\times T_A=2/9\times10^{-3}\Rightarrow T_A=2000K$$

در این صورت $1000K<T<2000K$ خواهد بود.

A ۷- گزینه‌ی ۳ وضعیت نشان داده شده در شکل حالت $V>0$ است (قطب منفی باتری به صفحه‌ای متصل است که پرتو بر آن می‌تابد). پس اگر بسامد (طول موج) پرتو مناسب باشد، حتی با شدت کم باید جریان در مدار برقرار شود (فوتوالکترون‌ها گسیل شوند). پس این که جریان در مدار برقرار نشده است نشان‌دهنده‌ی آن است که بسامد پرتو کم‌تر از بسامد قطع است $(f<f_0)$.

اگر بسامد پرتو کم‌تر از بسامد قطع باشد، تغییر شدت نور نمی‌تواند باعث گسیل فوتوالکترون‌ها شود. پس باید بسامد پرتو افزایش یابد (طول موج کم شود).

B ۸- گزینه‌ی ۳ جنس دو فلز یکسان نیست، در نتیجه تابع کار آن‌ها متفاوت است. حال طبق رابطه‌ی $eV_0=hf-W_0$، چون ولتاژ متوقف کننده‌ی آن‌ها برابر است، می‌توان نوشت:

$$hf_1-W_{01}=hf_2-W_{02}$$

چون $W_{01}\neq W_{02}$ است، بنابراین باید $f_1\neq f_2$ باشد.

B ۹- گزینه‌ی ۳ بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از الکترود A را به کمک رابطه‌ی اینشتین به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max}=hf-W_0=hf-hf_0\Rightarrow K_{max_A}=4\times10^{-15}\times10^{15}-4\times10^{-15}\times5\times10^{14}=2eV$$

دقت کنید پتانسیل B از پتانسیل A بیش‌تر است و سبب می‌گردد انرژی جنبشی الکترون‌ها افزایش یابد:

$$K_{max_B}=2+3=5eV$$

B ۱۰- گزینه‌ی ۱

$$K_{max}=hf-W_0=hf-h\frac{c}{\lambda_0}=4\times10^{-15}\times1/8\times10^{15}-4\times10^{-15}\times\frac{3\times10^8}{200\times10^{-9}}=1/2\,eV$$

بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌ها هنگام خروج از الکترود A:

$$K_B-K_A=e(V_B-V_A)\Rightarrow0/5-1/2=V_B-V_A\Rightarrow V_B-V_A=-0/7V$$

Ⓐ **۱۱- گزینه‌ی ۴** شرط برقراری جریان آن است که انرژی فوتون تابش فرودی بر فلز A از تابع کار فلز بیش‌تر یا با آن مساوی باشد از این‌رو:

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶\times۱۰^{-۷}}=۲\,eV<W_{\circ}$$

بنابراین جریان برقرار نمی‌شود و باید از فوتون‌های پرانرژی‌تر، یعنی طول موج‌های کوتاه‌تر استفاده کنیم.

Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای پدیده‌ی فوتوالکتریک K_m را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} K'_{max}=\dfrac{hc}{\frac{\lambda}{۳}}-W_{\circ}\Rightarrow K'_{max}=۳hf-\frac{۱}{۳}hf=\frac{۸}{۳}hf \\ K_{max}=hf-W_{\circ}\Rightarrow K_{max}=hf-\frac{۱}{۳}hf=\frac{۲}{۳}hf \end{cases}\Rightarrow\frac{K'_{max}}{K_{max}}=\frac{\frac{۸}{۳}hf}{\frac{۲}{۳}hf}=۴\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۲}mv'^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv^{۲}}=۴\Rightarrow\frac{v'}{v}=۲$$

Ⓑ **۱۳- گزینه‌ی ۲** با گذار از تراز $n_۱=۶$ به $n_۲=۳$، یک فوتون گسیل می‌شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز است:

$$\text{انرژی فوتون}=E_۱-E_۲=-\frac{E_R}{۶^۲}-(-\frac{E_R}{۳^۲})=E_R(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۳۶})=E_R(\frac{۴-۱}{۳۶})=\frac{E_R}{۱۲}$$

Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ۴** بنا بر الگوی اتمی بور، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل الکترون در مداری به شعاع r برابر است با:

$$K=-E=\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow\frac{K_۴}{K_۲}=\frac{۲^۲}{۴^۲}=\frac{۱}{۴}\quad,\quad U=۲E=-۲\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow\frac{U_۴}{U_۲}=\frac{۲^۲}{۴^۲}=\frac{۱}{۴}$$

اما باید دقت کرد که انرژی جنبشی کاهش می‌یابد، اما انرژی پتانسیل که مقدارش منفی است، افزایش می‌یابد.

Ⓑ **۱۵- گزینه‌ی ۲** انرژی فوتون با طول موج نسبت وارون دارد، در این صورت:

$$\frac{E_{L\,max}}{E_{B\,max}}=\frac{\frac{hc}{\lambda_L}}{\frac{hc}{\lambda_B}}\xrightarrow{\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})}\frac{E_{L\,max}}{E_{B\,max}}=\frac{R_H(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{\infty})}{R_H(\frac{۱}{۴^۲}-\frac{۱}{\infty})}=۱۶$$

Ⓐ **۱۶- گزینه‌ی ۱** با استفاده از رابطه‌ی ریدبرگ، n را به‌دست می‌آوریم و در ضمن چون $n'=۲$ است، بنابراین گسیل در رشته‌ی بالمر می‌باشد:

$$\frac{۱}{\lambda}=R_H(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\xrightarrow[\lambda=۷۲۰\,nm,n'=۲]{R_H=۰/۰۱\,nm^{-۱}}\frac{۱}{۷۲۰}=۰/۰۱\times(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow n=۳$$

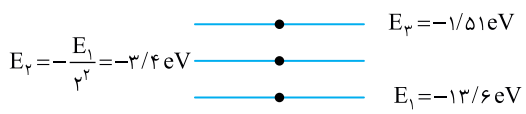
Ⓐ **۱۷- گزینه‌ی ۳** در سری پاشن، الکترون‌ها از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ گذار انجام می‌دهند و در این رشته بیش‌ترین بسامد مربوط به حالتی است که الکترون از تراز $n=\infty$ به این تراز گذار انجام دهد:

$$\frac{۱}{\lambda_{min}}=R_H(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda_{min}}=۰/۰۱\times(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{\infty})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda_{min}}=\frac{۱}{۹۰۰}\Rightarrow\lambda_{min}=۹۰۰\,nm=۹\times۱۰^{-۷}m$$

$$f_{max}=\frac{c}{\lambda_{min}}\Rightarrow f_{max}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۹\times۱۰^{-۷}}=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{۱۵}Hz=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{۱۲}kHz$$

Ⓑ **۱۸- گزینه‌ی ۴** گذار ۱ و ۳، گذار از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ است که مربوط به سری پاشن است که در این سری، طول موج‌ها در ناحیه‌ی فروسرخ هستند. گذار ۲، گذار از تراز $n=۵$ به تراز $n'=۴$ یعنی مربوط به سری براکت است که در این سری نیز طول موج در ناحیه‌ی فروسرخ است و بسامد از بقیه‌ی گذارها کم‌تر است. بنابراین جمله‌ی «الف» و «پ» درست است. گذار ۴ مربوط به سری لیمان است که در ناحیه‌ی فرابنفش است. بنابراین جمله‌ی «ب» نیز درست می‌باشد. در گذار ۱، الکترون از $n=۵$ به $n'=۳$ می‌رود و در گذار ۳ الکترون از $n=۴$ به $n'=۳$ می‌رود. بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار ۱ از انرژی فوتون گسیلی در گذار ۳ بیش‌تر است و طول موج در آن کم‌تر است و جمله‌ی «ت» نادرست است. بنابراین جمعاً ۳ جمله درست می‌باشد.

Ⓐ **۱۹- گزینه‌ی ۳** لیزر یک باریکه از فوتون‌های هم‌فاز، هم‌جهت و هم‌انرژی است که براساس گسیل القایی تولید می‌شود. لیزر نور مرئی است و سرعت آن در خلأ با سرعت نور برابر است. از این رو گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) درست و گزینه‌ی (۳) نادرست می‌باشد.



B ۲۰- گزینه‌ی ۳ الکترون در تراز $n=2$ قرار دارد و برای رفتن به ترازهای بالاتر باید فوتونی دریافت کند که انرژی فوتون با اختلاف انرژی ترازها برابر باشد که کاملاً مشخص است انرژی فوتون $10/2eV$ از اختلاف انرژی ترازهای بالاتر بیش‌تر است. اما انرژی فوتون با اختلاف انرژی تراز دوم و تراز اول $-3/4-(-13/6)=10/2eV$ برابر است. در این صورت گسیل القایی رخ می‌دهد و الکترون از تراز ۲ به تراز پایه رفته و یک فوتون با انرژی $10/2eV$ گسیل می‌کند و جمعاً ۲ فوتون خواهیم داشت و گزینه‌ی (۳) درست است. منظور طراح از این تست این است که در نهایت ۲ فوتون خواهیم داشت، نه این که ۲ فوتون گسیل می‌شود. زیرا یک فوتون را ما به اتم تابانده‌ایم و یک فوتون را اتم گسیل می‌کند.

آزمون فصل هشتم

A ۱- گزینه‌ی ۱ نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها نسبت به نیروی دافعه‌ی کولنی بین پروتون‌ها در هسته بسیار قوی‌تر بوده، از این رو آن را نیروی قوی گویند. اما نیروی هسته‌ای کوتاه برد است و در هسته‌های سنگین که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها زیاد شده و ابعاد هسته بزرگ می‌شود، نیروی دافعه‌ی کولنی نقش پررنگ‌تری خواهد داشت.

B ۲- گزینه‌ی ۱ این پدیده برخورد ماده و ضد ماده بوده که در آن تمام جرم به انرژی تبدیل می‌شود. با توجه به رابطه‌ی اینشتین، انرژی هر فوتون خواهد شد:

$$E=mc^2 \Rightarrow E=(9\times10^{-31})\times(3\times10^8)^2 \Rightarrow E=81\times10^{-15}J=\frac{81\times10^{-15}}{1/62\times10^{-19}}=500000eV=500keV$$

A ۳- گزینه‌ی ۱ ابتدا با استفاده از رابطه‌ی اینشتین، انرژی حاصل از تبدیل ۱ میلی‌گرم جرم به انرژی را به‌دست می‌آوریم:

$$m=1mg=1\times10^{-3}g=1\times10^{-6}kg$$

$$E=mc^2=(1\times10^{-6})\times(3\times10^8)^2=9\times10^{10}J=9\times10^7kJ$$

حال مقدار نفت مورد نیاز برای تولید 9×10^7kJ انرژی را محاسبه می‌کنیم:

نفت	انرژی
$1g$	$50kJ$
m'	9×10^7kJ

$$\Rightarrow m'=\frac{9\times10^7}{50}=18\times10^5g$$

A ۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا به کمک رابطه‌ی اینشتین، اختلاف جرم هسته و نوکلئون‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\Delta mc^2 \Rightarrow 4/5\times10^{-10}=\Delta m\times(3\times10^8)^2 \Rightarrow \Delta m=5\times10^{-27}kg$$

اکنون جرم هسته‌ی $^{28}_{14}Si$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta m=(Zm_p+Nm_n)-m_x \Rightarrow 5\times10^{-27}=(14\times1/67\times10^{-27}+14\times1/68\times10^{-27})-m_x$$

$$\Rightarrow 5\times10^{-27}=14\times10^{-27}\times(1/67+1/68)-m_x \Rightarrow m_x=46/9\times10^{-27}-5\times10^{-27} \Rightarrow m_x=41/9\times10^{-27}kg$$

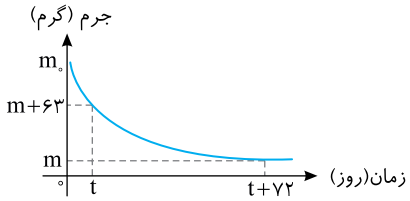
A ۵- گزینه‌ی ۱ تفاوت جرم به انرژی تبدیل می‌شود. تفاوت جرم را بر حسب kg به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta m=0/002\times1/66\times10^{-27}=3/32\times10^{-30}kg$$

$$E=\Delta mc^2 \Rightarrow E=3/32\times10^{-30}\times(3\times10^8)^2 \Rightarrow E=2/988\times10^{-13}J$$

A ۶- گزینه‌ی ۳ با توجه به قانون‌های پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$^{231}_{91}Pa \rightarrow ^{207}_{81}Tl+A\,^{4}_{2}He+B\,^{0}_{-1}e \Rightarrow \begin{cases} 231=207+4A+0 \Rightarrow A=6 \\ 91=81+2\times6+(-1)\times B \Rightarrow B=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{B}=\frac{6}{2}=3$$



B ۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به نمودار داریم:

$$m_\circ \xrightarrow{t} m+۶۳ \xrightarrow{t+۷۲} m$$

۷۲ روز معادل $\frac{۷۲}{۲۴}=۳$ نیمه عمر است و در این مدت ۶۳ گرم واپاشیده شده است:

$$m=\frac{m+۶۳}{۲^۳}\Rightarrow ۸m=m+۶۳\Rightarrow m=۹g$$

از t+۷۲ تا t+۱۲۰ روز، ۴۸ روز می‌گذرد که معادل دو نیمه عمر است، از این رو:

$$۹g \xrightarrow{T=۲۴\,d} ۴/۵\,g \xrightarrow{۲۴d} ۲/۲۵\,g$$

B ۸- گزینه‌ی ۳ تعداد ذره‌های تولید شده‌ی Y برابر تعداد ذره‌های واپاشیده‌ی X است از این‌رو:

$$N_Y=\Delta N_X\Rightarrow N_Y=N_{\circ X}-N_X\Rightarrow N_X+N_Y=N_{\circ X}$$

با توجه به فرض مسأله N_Y، هفت برابر N_X است.

$$N_X+۷N_X=N_{\circ X}\Rightarrow N_X=\frac{N_{\circ X}}{۸}$$

در این صورت تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$۲^n=۸\Rightarrow n=۳$$

بنابراین عمر قطعه سنگ برابر می‌شود با سه نیمه عمر:

$$t=۱/۴\times۱۰^۹\times۳=۴/۲\times۱۰^۹ \text{ سال}=۴/۲ \text{ میلیارد سال}$$

A ۹- گزینه‌ی ۳ در برخورد نوترون با گرافیت، نوترون بخش قابل ملاحظه‌ای از انرژی خود را از دست داده و به نوترون کند تبدیل می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است. میله‌های کنترل که از جنس بور و کادمیم هستند، با جذب نوترون، آهنگ واکنش در راکتور را تنظیم می‌کنند و گزینه‌ی (۲) درست است. در راکتور دو محفظه‌ی آب وجود دارد. یکی حاوی آب تحت فشار زیاد در اطراف قلب راکتور و دیگری حاوی آبی که گرمای راکتور را دریافت کرده و انرژی گرمایی را به توربین‌ها می‌برد که بخشی از انرژی به کار مکانیکی تبدیل می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست و گزینه‌ی (۴) درست می‌باشد.

A ۱۰- گزینه‌ی ۱ ثابت واپاشی احتمال واپاشیدن یک هسته در مدت یک ثانیه است و ثابت واپاشی تنها به نوع هسته بستگی دارد و به عوامل فیزیکی مانند فشار، دما و ... بستگی ندارد و گزینه‌ی (۲) نادرست است.

از این‌رو برای ایزوتوپ‌های مختلف ثابت واپاشی متفاوت است و گزینه‌ی (۱) درست است.

با افزایش ثابت واپاشی، احتمال واپاشی افزایش و نیمه عمر کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۳) نادرست است.

در مورد گزینه‌ی (۴) نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد و این گزینه نادرست است زیرا برای ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر ثابت واپاشی متفاوت است.

ضمیمه

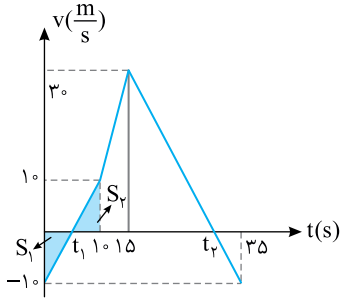
کنکور ۹۵

کنکور ۹۵

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۳** با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\vec{\bar{a}}=\frac{\vec{v}_۲-\vec{v}_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow\vec{\bar{a}}=\frac{۱۰\vec{i}-۱۶\vec{j}+۶\vec{i}-۴\vec{j}}{۴-۰}=۴\vec{i}-۵\vec{j}$$

Ⓒ **۲- گزینه‌ی ۳** سرعت اولیه‌ی متحرک $v_۰=-۱۰\frac{m}{s}$ است و شتاب ابتدا مثبت و متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است، تا لحظه‌ای که سرعت آن صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم.



$$v_۰=-۱۰\frac{m}{s}\quad,\quad v_۱=at+v_۰=۲\times۱۰+(-۱۰)=۱۰\frac{m}{s}$$

$$v_۲=a_۲\Delta t_۲+v_۱=۴\times۵+۱۰=۳۰\frac{m}{s}\quad,\quad v_۳=a_۳\Delta t_۳+v_۲=-۲\times۲۰+۳۰=-۱۰\frac{m}{s}$$

لحظه‌هایی که سرعت صفر می‌شود را مشخص می‌کنیم:

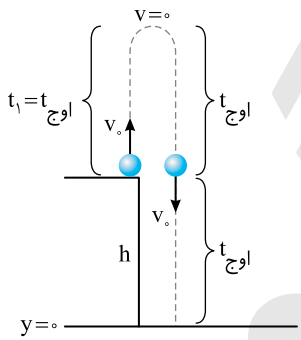
$$v=at+v_۰\Rightarrow۰=۲t_۱+(-۱۰)\Rightarrow t_۱=۵\,s$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow۰=-۲(t_۲-۱۵)+۳۰\Rightarrow۰=-۲t_۲+۳۰+۳۰\Rightarrow t_۲=۳۰\,s$$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه‌ی $t=۱۰s$ متحرک به مکان اولیه بازمی‌گردد $(S_۱=S_۲)$، یعنی در مبدأ است. از این لحظه $(t=۱۰s)$ تا لحظه‌ی $t_۲=۳۰s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و باید این جابه‌جایی را حساب کرد:

$$\Delta x=\frac{۱۰+۳۰}{۲}\times۵+\frac{۳۰\times۱۵}{۲}\Rightarrow\Delta x=۱۰۰+۲۲۵=۳۲۵\,m$$

Ⓒ **۳- گزینه‌ی ۲** زمان کل حرکت گلوله سه برابر زمان رسیدن به اوج است. از این رو:



$$-\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+h=۰\Rightarrow-\frac{۱}{۲}g(۳\frac{v_۰}{g})^۲+v_۰(\frac{۳v_۰}{g})+h=۰$$

$$\Rightarrow-h=-\frac{۹v_۰^۲}{۲g}+\frac{۳v_۰^۲}{g}\Rightarrow h=\frac{۳v_۰^۲}{۲g}$$

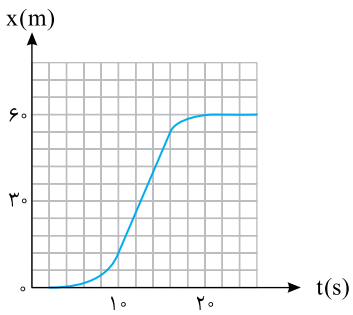
ارتفاع اوج برابر است با:

$$H=\frac{v_۰^۲}{۲g}$$

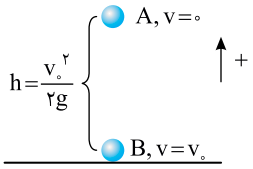
در این صورت مسافت طی شده برابر است با:

$$d=H+H+h=\frac{v_۰^۲}{۲g}+\frac{v_۰^۲}{۲g}+\frac{۳v_۰^۲}{۲g}=\frac{۵v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow\frac{d}{h}=\frac{۵\times\frac{v_۰^۲}{۲g}}{\frac{۳v_۰}{۲g}}=\frac{۵}{۳}$$

Ⓑ **۴- گزینه‌ی ۳** در نمودار $x-t$، سرعت برابر با شیب خط مماس در هر لحظه است. پس در نمودار هر چه شیب تندتر باشد، در آن نقطه سرعت بیش‌تر است. با توجه به نمودار، در بازه‌ی زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه شیب نمودار که به صورت خطی نیز هست از سایر بازه‌ها بیش‌تر و برابر است با:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰}=\frac{۴۲}{۶}\Rightarrow v=۷\frac{m}{s}$$



B ۵- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول:** برای جسم A که با سرعت v_0 در راستای قائم پرتاب می‌شود، داریم:

$$h=\frac{v_0^2}{2g}$$

چون سرعت در نقطه‌ی اوج برابر با صفر است، می‌توانیم فرض کنیم که از لحظه‌ی $t=0$، گلوله‌ی A از ارتفاع $\frac{v_0^2}{2g}$ رها می‌شود و هم‌زمان گلوله‌ی B از سطح زمین با سرعت v_0 به سمت بالا پرتاب می‌شود. حال معادله‌ی مکان - زمان را برای هر دو گلوله‌ی A و B می‌نویسیم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0\Rightarrow\begin{cases}A:\xrightarrow[v=0]{y_0=\frac{v_0^2}{2g}}y_A=-\frac{1}{2}gt^2+\frac{v_0^2}{2g}\\ B:\xrightarrow[y_0=0]{v_0=v_0}y_B=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\end{cases}$$

معادله‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$y_A=y_B\Rightarrow-\frac{1}{2}gt^2+\frac{v_0^2}{2g}=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow t=\frac{v_0}{2g}$$

زمان رسیدن دو گلوله به هم را به‌دست آوردیم. حال ارتفاع رسیدن به هم این دو گلوله را با قرار دادن t به‌دست آمده در یکی از معادلات مکان - زمان A یا B به‌دست می‌آوریم:

$$y_B=-\frac{1}{2}g(\frac{v_0}{2g})^2+v_0\times(\frac{v_0}{2g})\Rightarrow y_B=-\frac{1}{2}\times\frac{v_0^2}{4g}+\frac{v_0^2}{2g}=-\frac{v_0^2}{8g}+\frac{v_0^2}{2g}=\frac{3v_0^2}{8g}$$

راه‌حل دوم: استفاده از حرکت نسبی؛ گلوله در اوج در ارتفاع $\frac{v_0^2}{2g}$ است. هم‌زمان گلوله‌ی دوم از سطح زمین پرتاب شده است. حرکت دو گلوله نسبت به هم یکنواخت با سرعت v_0 است، از این رو:

$$h=v_0t\Rightarrow\frac{v_0^2}{2g}=v_0t\Rightarrow t=\frac{v_0}{2g}$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow y=-\frac{1}{2}g(\frac{v_0}{2g})^2+v_0(\frac{v_0}{2g})\Rightarrow y=\frac{3v_0^2}{8g}$$

B ۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا معادله‌ی شتاب متحرک را با دو بار مشتق گرفتن از معادله‌ی مکان - زمان به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{r}=10t^2\vec{i}+(-5t^3+15t)\vec{j}\Rightarrow\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=20t\vec{i}+(-15t^2+15)\vec{j}\Rightarrow\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=20\vec{i}+(-30t)\vec{j}$$

همان‌طور که از معادله معلوم است، شتاب در راستای x ثابت و بدون تغییر است، پس حداقل بزرگی شتاب برای زمانی است که در راستای y شتاب نداشته باشیم:

$$30t=0\Rightarrow t=0\ ,\ \vec{a}=20\vec{i}$$

در لحظه‌ی $t=0$ بردار سرعت برابر است با:

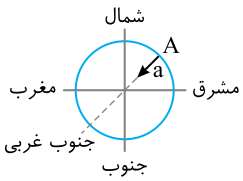
$$\vec{v}=(20t)\vec{i}+(-15t^2+15)\vec{j}\xrightarrow{t=0}v=15\vec{j}$$

شتاب در راستای محور xها و سرعت در راستای y هاست، پس بردار شتاب بر بردار سرعت عمود است.

A ۷- گزینه‌ی ۱ نیروی F وزنه‌های $m+2m+3m=6m$ و نیروی F' وزنه‌های $2m+3m=5m$ و نیروی F'' وزنه‌ی 3m را به حرکت درمی‌آورد و وزنه‌ها هم با شتاب یکسان در حال حرکت‌اند، بنابراین:

$$F>F'>F''$$

A ۸- گزینه‌ی ۱ شتاب مرکزگرا و در هر نقطه رو به مرکز است. بنابراین در نقطه‌ی A شتاب به سمت جنوب غربی است.



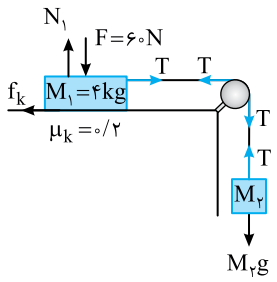
B **۹- گزینه‌ی ۲** سرعت وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\Rightarrow ۲۲/۵=\frac{۱}{۲}\times(۲+۳)\times v^{۲}\Rightarrow v=۳\,\frac{m}{s}$$

بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی:

$$\Delta K=\Delta U\Rightarrow ۲۲/۵+\frac{۱}{۲}m_{۳}(۳)^{۲}=m_{۳}\times ۱۰\times ۰/۹\Rightarrow m_{۳}=\frac{۲۲/۵}{۴/۵}\Rightarrow m_{۳}=۵\,kg$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۱** در حالت اول، سیستم با سرعت ثابت شروع به حرکت می‌کند، پس برآیند تمام نیروها و شتاب برابر صفر می‌شود:



$$N_{۱}=F+M_{۱}g=۱۰۰\,N$$

$$f_k=\mu_k N=۰/۲\times ۱۰۰=۲۰\,N$$

برای هر جسم برآیند نیروها را نوشته و با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases}M_{۲}g-T=M_{۲}a\\ T-f_k=M_{۱}a\end{cases}\Rightarrow M_{۲}g-f_k=(M_{۱}+M_{۲})a$$

$$\xrightarrow{a=۰}M_{۲}g=f_k\Rightarrow ۱۰M_{۲}=۲۰\Rightarrow M_{۲}=۲\,kg$$

در حالت دوم نیروی F حذف می‌شود، پس داریم:

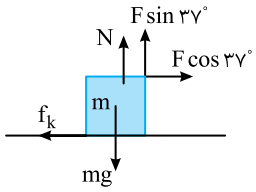
$$N_{۱}=M_{۱}g\Rightarrow N_{۱}=۴۰\,N$$

$$f_k=\mu_k N=۴۰\times ۰/۲=۸\,N$$

و برای کل سیستم می‌توان نوشت:

$$M_{۲}g-f_k=(M_{۱}+M_{۲})a\Rightarrow ۲۰-۸=۶a\Rightarrow a=۲\,\frac{m}{s^{۲}}$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۲** جسم در حال حرکت افقی است پس برآیند نیروها در راستای قائم صفر است:



$$N+F\sin ۳۷^{\circ}=mg\Rightarrow N=۵۵-۰/۶F$$

نیروی اصطکاک برابر است با:

$$f_k=\mu_k N_{۱}=\frac{۱}{۲}(۵۵-۰/۶F)\qquad (۱)$$

سرعت ثابت است، از این رو:

$$F\cos ۳۷^{\circ}=f_k\Rightarrow ۰/۸F=f_k\Rightarrow ۰/۸F=۲۷/۵-۰/۳F\Rightarrow ۱/۱F=۲۷/۵\Rightarrow F=۲۵\,N$$

$$\xrightarrow{(۱)}f_k=\frac{۱}{۲}(۵۵-۰/۶\times ۲۵)=۲۰N$$

در حالت دوم نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

$$N'+۲F\sin ۳۷^{\circ}=mg\Rightarrow N'=۵۵-۱/۲F\Rightarrow N'=۵۵-۱/۲\times ۲۵\Rightarrow N'=۵۵-۳۰=۲۵\,N$$

$$\Rightarrow f'_k=\mu_k N'=\frac{۱}{۲}\times ۲۵=۱۲/۵N$$

پس نسبت نیروهای اصطکاک برابر است با:

$$\frac{f'_k}{f_k}=\frac{۱۲/۵}{۲۰}=\frac{۱۲۵}{۲۰۰}=\frac{۵}{۸}$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۲** چون ماهواره‌ی A در شبانه‌روز تنها یک بار دیده می‌شود، پس:

$$T_A=۲۴h$$

حال برای ماهواره‌ی B که شعاع گردش آن ۹ برابر ماهواره‌ی A است، داریم:

$$T=\frac{۲\pi}{R_e}\sqrt{\frac{r^{۳}}{g}}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{r_A^{۳}}{r_B^{۳}}}\Rightarrow\frac{۲۴}{T_B}=\frac{۱}{۲۷}\Rightarrow T_B=۶۴۸\,h$$

Ⓐ ۱۳- گزینه‌ی ۳ زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{۱}{۴}$ دوره است:

$$\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow T=۱s\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow \omega=۲\pi\,\frac{rad}{s}$$

دامنه نصف پاره‌خط مسیر است:

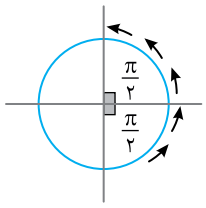
$$A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,cm$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان خواهد شد:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times(۰/۱)^۲\times(۲\pi)^۲\Rightarrow K=۰/۰۲\,J=۲۰\,mJ$$

Ⓐ ۱۴- گزینه‌ی ۲ در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و هرگاه شتاب مثبت است، مکان الزاماً منفی است.

Ⓑ ۱۵- گزینه‌ی ۱ تغییر فاز یک نوسانگر در مدت نیم دوره برابر است با:



$$\frac{T}{\frac{T}{۲}}=\frac{۲\pi}{\Delta\varphi}\Rightarrow \Delta\varphi=\pi$$

بیش‌ترین جابه‌جایی برای زمانی است که نوسانگر $\frac{\pi}{۲}$ قبل از نقطه‌ی تعادل و $\frac{\pi}{۲}$ بعد از نقطه‌ی تعادل طی کرده باشد. بنابراین داریم:

$$۲A=۱۰cm\Rightarrow A=۵\,cm$$

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲=\frac{۱}{۲}\times k\times ۲۵\times ۱۰^{-۴}=۱/۲۵\times ۱۰^{-۲}\pi^۲\Rightarrow k=۱۰\pi^۲$$

اکنون بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۱۰\pi^۲}{۰/۱}}=\sqrt{۱۰۰\pi^۲}=۱۰\pi\,\frac{rad}{s}$$

معادله‌ی سرعت - زمان برابر است با:

$$v=A\omega\cos(\omega t)=\frac{۵}{۱۰۰}\times ۱۰\pi\cos(۱۰\pi t)\Rightarrow v=۰/۵\pi\cos(۱۰\pi t)$$

Ⓐ ۱۶- گزینه‌ی ۳ در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد، پس:

$$T=\frac{۰/۴}{۲}=۰/۲\,s$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=۱۰\pi\,\frac{rad}{s}$$

با توجه به رابطه‌ی شتاب بیشینه داریم:

$$a_{max}=A\omega^۲=A\times ۱۰۰\pi^۲\Rightarrow A\times ۱۰^۳=۲۰\Rightarrow A=۲\times ۱۰^{-۲}m=۲\,cm$$

چون N و M دو سر پاره‌خط نوسان هستند پس طول MN برابر می‌شود با:

$$MN=۲A=۴\,cm$$

Ⓐ ۱۷- گزینه‌ی ۱ سرعت موج از ویژگی‌های محیط است، بنابراین سرعت انتشار دو موج در محیط یکسان است:

$$v=f\lambda\Rightarrow\frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}\Rightarrow\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۱}{۴}$$

Ⓐ ۱۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا سرعت موج در سیم را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{۳۱۲}{۷۸۰۰\times ۱۰^{-۶}}}\Rightarrow v=۲۰۰\,\frac{m}{s}$$

فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است، از این‌رو:

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۰/۴\,m$$

$$v=f\lambda\Rightarrow ۲۰۰=f\times ۰/۴\Rightarrow f=۵۰۰\,Hz$$

Ⓑ ۱۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به رابطه‌ی توان متوسط انتقال انرژی داریم:

$$\bar{P}=۲\pi^۲\mu v f^۲A^۲=۲\times ۱۰\times ۰/۲\times v\times(۵)^۲\times(۱۰^{-۱})^۲$$

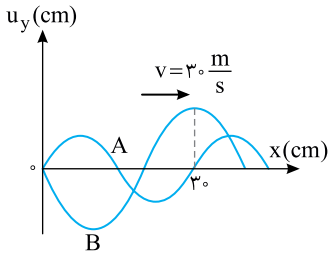
پس باید سرعت را به‌دست آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{۳۲۰}{۰/۲}}=۴۰\,\frac{m}{s}$$

سرعت را در رابطه‌ی توان قرار می‌دهیم:

$$\bar{P}=۲\times ۱۰\times ۰/۲\times ۴۰\times ۲۵\times ۱۰^{-۲}=۴۰\,W$$

۲۰- گزینه‌ی ۴ (B) با توجه به شکل داریم:



$$\lambda_A = 30cm = 0/3m$$

$$\frac{3}{4}\lambda_B = 30 \Rightarrow \lambda_B = 0/4\ m$$

حال با توجه به رابطه‌ی $v=\frac{\lambda}{T}$، دوره‌ی هر موج را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\lambda_A}{T_A} \Rightarrow 30=\frac{0/3}{T_A} \Rightarrow T_A = 0/01s$$

$$v=\frac{\lambda_B}{T_B} \Rightarrow 30=\frac{0/4}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{4}{3}\times 10^{-2}\ s$$

حال با توجه به این که $T=\frac{t}{n}$، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت ۲۰s به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 0/01=\frac{20}{n_A} \Rightarrow n_A = 2000 \\ \frac{4}{3}\times 10^{-2} = \frac{20}{n_B} \Rightarrow n_B = 1500 \end{cases} \Rightarrow n_A - n_B = 500 \text{ نوسان}$$

۲۱- گزینه‌ی ۳ (A) بنا بر تعریف شدت صوت:

$$I=\frac{E}{A.t} \Rightarrow I=\frac{1/5\times 10^{-11}}{3\times 10^{-4}\times 5} \Rightarrow I=10^{-8}\ \frac{W}{m^2} = 0/01\ \frac{\mu W}{m^2}$$

۲۲- گزینه‌ی ۲ (A) سرعت صوت در محیط را به‌دست می‌آوریم:

$$v=f\lambda \Rightarrow v=40\times 10^3 \times 8/75\times 10^{-3} \Rightarrow v=350\ \frac{m}{s}$$

زمان رفت صوت $\frac{0/4}{2}=0/2s$ است، از این رو:

$$d=vt=350\times 0/2=70\ m$$

۲۳- گزینه‌ی ۱ (A) اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با:

$$\beta_2-\beta_1=0/3 \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_0}-\log\frac{I_1}{I_0}=0/3 \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1}=\log 2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=2$$

۲۴- گزینه‌ی ۲ (A) طول موج نور مورد آزمایش را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{n\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda=\frac{ax}{nD}=\frac{2\times 10^{-3}\times 0/6\times 10^{-3}}{2\times 1}=0/6\times 10^{-6}m$$

انرژی فوتون برابر است با:

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{4\times 10^{-15}\times 3\times 10^8}{0/6\times 10^{-6}} \Rightarrow E=2\ eV$$

۲۵- گزینه‌ی ۲ (B) با توجه به رابطه‌ی زیر، برای آزمایش یانگ داریم:

$$\delta=\frac{ax}{D}$$

$$\begin{cases} D=120\ cm=1/2\ m \\ a=1\ mm=10^{-3}m \\ x=3\ mm=3\times 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \delta=\frac{10^{-3}\times 3\times 10^{-3}}{12\times 10^{-1}}=\frac{1}{4}\times 10^{-5}m=0/25\times 10^{-5}\times 10^3 mm=2/5\times 10^{-3}mm$$

۲۶- گزینه‌ی ۱ (B) با توجه به رابطه‌ی ریدبرگ:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{112/5}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}=\frac{100}{112/5}=\frac{8}{9} \Rightarrow \frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n'=1 \\ n=3 \end{cases}$$

۲۷- گزینه‌ی ۴ (A) با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای پدیده‌ی فوتوالکتریک داریم:

$$K_m=h\frac{c}{\lambda}-W_0 \Rightarrow \frac{4\times 10^{-19}}{1/6\times 10^{-19}}=\frac{4\times 10^{-15}\times 3\times 10^8}{\lambda}-2/5$$

$$\Rightarrow 2/5=\frac{12\times 10^{-7}}{\lambda}-2/5 \Rightarrow 5=\frac{12\times 10^{-7}}{\lambda} \Rightarrow \lambda=2/4\times 10^{-7}m=240\ nm$$

۲۸- گزینه‌ی ۳ (B) انرژی الکترون در مدارهای مختلف اتم هیدروژن برابر است با $\frac{-E_R}{n^2}$، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_R=\frac{21/76\times10^{-19}J}{1/6\times10^{-19}}=13/6\,eV$$

$$E_{n'}-E_n=\frac{16/32\times10^{-19}J}{1/6\times10^{-19}}=10/2\,eV$$

$$\frac{E_R}{n'^2}-\frac{E_R}{n^2}=10/2\,eV\Rightarrow 13/6(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=10/2$$

$$(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=\frac{3}{4}=1-\frac{1}{4}\Rightarrow n'=1\ ,\ n=2$$

۲۹- گزینه‌ی ۲ (B) با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای پدیده‌ی فوتو الکتریک داریم:

$$K'_m=3K_m\Rightarrow 2hf_1-W_0=3(hf_1-W_0)\Rightarrow 2hf_1-W_0=3hf_1-3W_0\Rightarrow 2W_0=hf_1\Rightarrow 2hf_0=hf_1\Rightarrow f_1=2f_0\Rightarrow f_0=\frac{f_1}{2}$$

۳۰- گزینه‌ی ۳ (A) با توجه به فرض مسأله:

$$^{A}_{Z}X\rightarrow {}^{208}_{81}Tl+{}^{0}_{-1}e+{}^{4}_{2}He\Rightarrow\begin{cases}A=208+0+4\Rightarrow A=212\\ Z=81+1+2\Rightarrow Z=84\end{cases}$$

۳۱- گزینه‌ی ۲ (A) تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

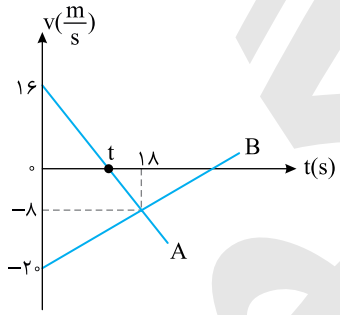
$$\Delta M=M_{Ra}-(M_{Rn}+M_{He})\Rightarrow\Delta M=223/018-(219/009+4/003)\Rightarrow\Delta M=223/018-223/012=0/006u$$

$$E=0/006\times931/5=5/589MeV=5/589\times1/6\times10^{-19}\times10^{6}=8/9424\times10^{-13}J$$

۳۲- گزینه‌ی ۱ (A) کافی است مؤلفه‌ی مکان متحرک را روی محورها به کمک معادله‌ی مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت به‌دست آوریم:

$$\begin{cases}x=\frac{1}{2}a_xt^2+v_{0x}t+x_0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\times1\times(4)^2+0+0=8\,m\\ y=\frac{1}{2}a_yt^2+v_{0y}t+y_0\Rightarrow y=\frac{1}{2}\times2\times(4)^2+0+0=16\,m\end{cases}\Rightarrow\vec{r}=8\vec{i}+16\vec{j}$$

۳۳- گزینه‌ی ۲ (B) در بـازه‌ی صفر تا t ثانیه حرکت A در جهت محور xها بوده اسـت. ابتدا زمان t را به کمک تشابه مثلث به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{16}{8}=\frac{t}{18-t}\Rightarrow 2=\frac{t}{18-t}\Rightarrow 36-2t=t\Rightarrow t=12s$$

شتاب حرکت B را حساب می‌کنیم:

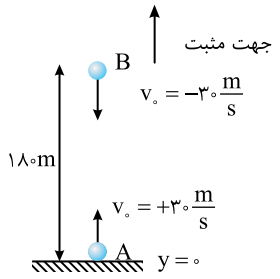
$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow a_B=\frac{-8-(-20)}{18}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی B در مدت $t=12s$ خواهد شد:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x_B=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times(12)^2+(-20)\times12\Rightarrow\Delta x_2=48-240\Rightarrow\Delta x_2=-192\,m$$

بنابراین بزرگی جابه‌جایی B برابر ۱۹۲ متر است.

۳۴- گزینه‌ی ۴ (B) معادله‌ی حرکت دو گلوله را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:



$$y_A=y_B\Rightarrow-\frac{1}{2}gt^2+30t=-\frac{1}{2}gt^2-30t+180\Rightarrow t=3s$$

جابه‌جایی هر گلوله را حساب می‌کنیم:

$$y_A=-\frac{1}{2}gt^2+30t=-5\times9+30\times3=45\,m$$

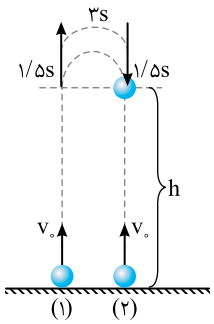
بنابراین گلوله‌ی B، $\Delta y_B=180-45=135\,m$ جابه‌جا شده است:

$$\frac{\Delta y_A}{\Delta y_B}=\frac{45}{135}=\frac{1}{3}$$

Ⓐ **۳۵- گزینه‌ی ۴** متحرکی که از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، مسیر حرکتش خط راست است. مؤلفه‌ی جابه‌جایی متحرک روی هر محور را به کمک معادله‌ی مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت به‌دست می‌آوریم:

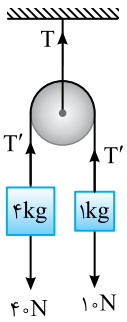
$$\begin{cases}\Delta x=\frac{1}{2}a_x t^2+v_{0x}t=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4\ m\\ \Delta y=\frac{1}{2}a_y t^2+v_{0y}t=\frac{1}{2}\times(-1/5)\times 4=-3\ m\end{cases}\xrightarrow{\Delta r=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}\Delta r=\sqrt{3^2+4^2}=5\ m$$

Ⓐ **۳۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل قطعاً گلوله‌ی اول در مسیر برگشت و گلوله‌ی دوم در مسیر رفت در ارتفاع h به هم می‌رسند. مطابق شکل، ۳s اختلاف زمانی برابر زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول به ارتفاع h است. حساب می‌کنیم در مدت ۱/۵s گلوله‌ی اول، از اوج چه مقدار جابه‌جا می‌شود تا به محل تلاقی برسد که این مقدار همان مجهول سؤال است:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 10\times(1/5)^2=11/25\ m$$

Ⓐ **۳۷- گزینه‌ی ۱** شتاب حرکت وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

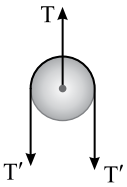


$$\sum F=ma\Rightarrow 40-10=(4+1)a\Rightarrow a=6\frac{m}{s^2}$$

کشش نخ متصل به وزنه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$40-T'=4a\Rightarrow 40-T'=4\times 6\Rightarrow T'=16\ N$$

نیروی کشش T خواهد شد:



$$T=2T'\Rightarrow T=2\times 16=32\ N$$

Ⓑ **۳۸- گزینه‌ی ۴** شتاب حرکت وزنه‌های A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F=ma\Rightarrow\begin{cases}\mu_{k_A}m_A g=m_A a_A\Rightarrow a_A=\mu_{k_A}g\\ \mu_{k_B}m_B g=m_B a_B\Rightarrow a_B=\mu_{k_B}g\end{cases}\xrightarrow{\mu_{k_A}=2\mu_{k_B}}\frac{a_A}{a_B}=2$$

سرعت اولیه‌ی هر دو یکسان است. به کمک معادله‌ی مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow{v=0}\Delta x=\frac{v_0^2}{-2a}\Rightarrow\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{a_B}{a_A}=\frac{1}{2}$$

Ⓑ **۳۹- گزینه‌ی ۳** در حالت اول، جسم در آستانه‌ی حرکت رو به پایین است، بنابراین:

$$\sum F=0\Rightarrow W=f_{s\,max}=f_1=\mu_s N=\mu_s F_1\qquad(1)$$

در حالت دوم جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد:

$$\sum F=0\Rightarrow W=f_k=f_2=\mu_k N=\mu_k F_2\qquad(2)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$f_1=f_2\Rightarrow\mu_s F_1=\mu_k F_2\xrightarrow{\mu_s>\mu_k}F_1<F_2$$

Ⓐ **۴۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا سرعت را بر حسب متر بر ثانیه می‌نویسیم:

$$۵۴\,\frac{km}{h}\times\frac{۱۰۰۰\,m}{۱\,km}\times\frac{۱\,h}{۳۶۰۰\,s}=\frac{۵۴}{۳/۶}=۱۵\,\frac{m}{s}$$

با توجه به پیچ عرضی جاده خواهیم داشت:

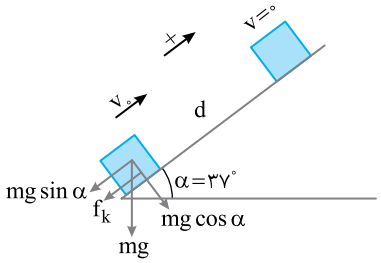
$$\tan\alpha=\frac{v^۲}{Rg}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۱۵\times۱۵}{R\times۱۰}\Rightarrow R=۳۰\,m$$

Ⓐ **۴۱- گزینه‌ی ۳** هرگاه p کاهش یابد، یعنی سرعت کاهش یافته و حرکت کندشونده است. و هرگاه p افزایش یابد، یعنی سرعت افزایش یافته و حرکت تندشونده است. مؤلفه‌ی افقی تکانه $۵\,\frac{kg.m}{s}$ بوده و مقدار ثابتی است. بنابراین کند شونده و تند شونده بودن حرکت توسط مؤلفه‌ی قائم تکانه بررسی می‌شود:

$$p_y=-۳t+۶=۰\Rightarrow t=۲\,s$$

از صفر تا ۲s ، p_y به سمت صفر می‌رود و پس از ۲s شروع به افزایش می‌کند. بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

Ⓒ **۴۲- گزینه‌ی ۴** شتاب بالا رفتن جسم:



$$-mg\sin\alpha-\mu_k mg\cos\alpha=ma\Rightarrow a=-g(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha)$$

شتاب برگشت جسم:

$$-mg\sin\alpha+\mu_k mg\cos\alpha=ma'\Rightarrow a'=-g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$$

جابه‌جایی هر حالت را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$d=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow d=\frac{۱}{۲}g(\sin a+\mu_k\cos\alpha)t^۲\quad(۱)$$

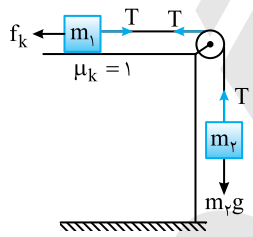
هنگام برگشت:

$$d=\frac{۱}{۲}a't'^۲\Rightarrow d=\frac{۱}{۲}g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)t'^۲\quad(۲)$$

$$\xrightarrow[t'=۲t]{(۱),(۲)}\frac{۱}{۲}g(\sin a+\mu_k\cos\alpha)t^۲=\frac{۱}{۲}g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)(۲t)^۲\Rightarrow\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha=۴(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow۵\mu_k\cos\alpha=۳\sin\alpha\Rightarrow\mu_k=\frac{۳}{۵}\times\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{۳}{۵}\times\frac{۰/۶}{۰/۸}\Rightarrow\mu_k=\frac{۹}{۲۰}$$

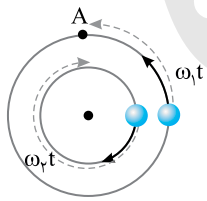
Ⓑ **۴۳- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت وزنه‌ها را حساب می‌کنیم:



$$m_۲g-\mu_k m_۱g=(m_۱+m_۲)a\xrightarrow{\mu_k=۱}a=\frac{m_۲-m_۱}{m_۱+m_۲}g$$

$$d=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow d=\frac{۱}{۲}\left(\frac{m_۲-m_۱}{m_۱+m_۲}\right)g\Delta t^۲\Rightarrow\Delta t=\left(۲d\times\frac{m_۱+m_۲}{(m_۲-m_۱)g}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

Ⓐ **۴۴- گزینه‌ی ۲** فرض کنیم دو متحرک پس از گذشت زمان t، در نقطه‌ی A از کنار هم بگذرند، متحرک اول به اندازه‌ی $\Delta\theta_۱=\omega_۱t$ و متحرک دوم به اندازه‌ی $\Delta\theta_۲=\omega_۲t$ حرکت کرده‌اند و طبق شکل مجموع زوایای طی شده برابر ۲π است:



$$\Delta\theta_۱+\Delta\theta_۲=\omega_۱t+\omega_۲t=۴\omega_۲t+\omega_۲t=۵\omega_۲t=۲\pi\Rightarrow t=\frac{۲\pi}{۵\omega_۲}$$

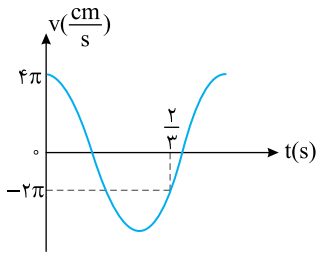
Ⓐ **۴۵- گزینه‌ی ۱** ابتدا بسامد زاویه‌ای دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}}\Rightarrow\omega=۲۰\,\frac{rad}{s}$$

به کمک معادله‌ی سرعت - مکان، سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow v=\pm۲۰\sqrt{(۵\times۱۰^{-۲})^۲-(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=\pm۲۰\times۴\times۱۰^{-۲}\Rightarrow v=\pm۰/۸\,\frac{m}{s}$$

۴۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به نمودار و معادله‌ی سرعت - زمان حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت:



$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow -2\pi=4\pi\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=-\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{2\pi}{3}\\ \varphi=\frac{4\pi}{3}\end{cases}$$

با توجه به نمودار، سرعت در حال کاهش است. بنابراین فاز نوسانگر در $t=\frac{2}{3}s$ در ربع سوم است، بنابراین $\varphi=\frac{4\pi}{3}$ جواب معادله‌ی بالا می‌باشد:

$$\varphi=\frac{4\pi}{3}\xrightarrow[t=\frac{2}{3}s]{\varphi=\omega t}\omega\times\frac{2}{3}=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow\omega=2\pi\frac{rad}{s}$$

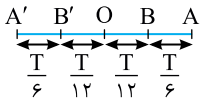
شتاب بیشینه را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{max}=v_{max}\omega\Rightarrow a_{max}=4\pi\times2\pi\Rightarrow a_{max}=8\pi^2\frac{m}{s^2}$$

نوسانگر از مبدأ شروع به حرکت کرده، بنابراین ابتدا شتاب آن منفی است، در نتیجه:

$$a=-a_{max}\sin\omega t\Rightarrow -4\pi^2=-8\pi^2\sin2\pi t\Rightarrow\sin2\pi t=\frac{1}{2}\Rightarrow2\pi t=\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{1}{12}s$$

۴۷- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** با توجه به شکل روبه‌رو:



$$\frac{T}{12}=\frac{1}{300}\Rightarrow T=\frac{4}{100}s\Rightarrow f=\frac{1}{T}=25\,Hz$$

راه‌حل دوم:

$$x=A\sin\omega t\Rightarrow\frac{A}{2}=A\sin(2\pi f)t\Rightarrow2\pi ft=\frac{\pi}{6}\Rightarrow2\pi f\times\frac{1}{300}=\frac{\pi}{6}\Rightarrow f=\frac{300}{12}=25\,Hz$$

۴۸- گزینه‌ی ۱ در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان می‌گذرد، سرعت بیشینه است:

$$x=0\Rightarrow v_m^2=\frac{\pi^2}{400}\Rightarrow v_m=\frac{\pi}{20}\frac{m}{s}=5\pi\frac{cm}{s}$$

در دو انتهای مسیر، سرعت صفر است:

$$v=0\Rightarrow0=\frac{\pi^2}{400}-\frac{\pi^2}{4}A^2\Rightarrow\frac{\pi^2}{400}=\frac{\pi^2}{4}A^2\Rightarrow A^2=\frac{1}{100}\Rightarrow A=0/1\,m$$

دوره را حساب می‌کنیم:

$$v_m=A\omega\Rightarrow\frac{\pi}{20}=\frac{1}{10}\times\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=4\,s$$

۴۹- گزینه‌ی ۲ اختلاف فاز نقاط محیط از دو چشمه‌ی موج برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=\frac{2\pi}{20}(80-50)\Rightarrow\Delta\varphi=3\pi$$

در نقاطی که اختلاف فاز مضرب فرد π باشد، دو موج در فاز مخالف بوده و بر هم‌نهی ویرانگر است.

۵۰- گزینه‌ی ۳ سرعت انتشار موج در سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow v=\frac{30}{1/5}\Rightarrow v=20\frac{m}{s}$$

نیروی کشش سیم خواهد شد:

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}\Rightarrow20=\frac{2}{2\times10^{-3}}\times\sqrt{\frac{F}{3\times8\times10^3}}\Rightarrow4\times10^{-4}=\frac{F}{3\times8\times10^3}\Rightarrow F=9/6\,N$$

۵۱- گزینه‌ی ۲ بسامد تمام نقاط محیط یکسان است و دامنه‌ی نقاط مختلف برای یک موج عرضی که در یک بُعد در حال انتشار است، با صرف نظر از اتلاف انرژی نیز برای تمام نقاط یکسان است. دقت کنید که فاصله‌ی M تا N مضرب زوج یا مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ نیست، پس این دو نقطه هم‌فاز و یا در فاز مخالف نیستند و گزینه‌ی (۳) و (۴) نادرست است. از طرفی وقتی دو نقطه هم‌فاز نیستند، ممکن نیست که در تمام لحظه‌ها دارای سرعت یکسان باشند و گزینه‌ی (۱) نادرست است.

۵۲- گزینه‌ی ۳ در طول تار ۳ شکم ایجاد شده است و تار، هماهنگ سوم خود را تولید کرده است:

$$f_n=\frac{nv}{2l}\Rightarrow f_3=\frac{3\times180}{2\times0/45}\Rightarrow f_3=600\,Hz$$

Ⓐ **۵۳- گزینه‌ی ۳** ابتدا معادله‌ی نوسانی ذره‌ی مورد نظر را به‌دست آورده و از آن مشتق می‌گیریم:

$$u_y = ۰/۲\sin(۱۵\pi t - \pi x) \xrightarrow{x=\frac{۱}{۶}m} u_y = ۰/۲\sin(۱۵\pi t - \frac{\pi}{۶})$$

$$v = \frac{du_y}{dt} \Rightarrow v = ۳\pi\cos(۱۵\pi t - \frac{\pi}{۶}) \xrightarrow{t=\frac{۱}{۳۰}s} v = ۳\pi\cos(\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶}) \Rightarrow v = \frac{۳}{۲}\pi \xrightarrow{\pi=۳} v = ۴/۵\,\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۵۴- گزینه‌ی ۲** بُعد دو ذره‌ی M و N از محیط یکسان و قرینه است. پس اندازه‌ی سرعت در آن نقطه‌ها برابر بوده و در نتیجه گزینه‌ی (۲) درست می‌باشد. M در حال حرکت کند شونده و رو به بالا و N در حال حرکت کند شونده رو به پایین است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست می‌باشند. فاصله‌ی دو نقطه از $\frac{\lambda}{۴}$ بیش‌تر است و اختلاف فاز آن‌ها از $\frac{\pi}{۲}$ بزرگ‌تر است و گزینه‌ی (۴) نادرست می‌باشد.

Ⓑ **۵۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} = ۱۰\log(\frac{A_۲}{A_۱})^۲ \xrightarrow{A_۲=۴A_۱} \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log ۱۶ = ۴۰\log ۲ = ۴۰\times ۰/۳ = ۱۲dB$$

با توجه به فرض مسأله $\beta_۲ = ۱/۳\beta_۱$ می‌توان نوشت:

$$۱/۳\beta_۱ - \beta_۱ = ۱۲ \Rightarrow ۰/۳\beta_۱ = ۱۲ \Rightarrow \beta_۱ = \frac{۱۲۰}{۳} = ۴۰\,dB$$

دقت کنید که در صورت مسأله بیان شده «در این حالت تراز شدت صوت»، بنابراین:

$$\beta_۲ = ۱/۳\beta_۱ = ۱/۳\times ۴۰ = ۵۲\,dB$$

Ⓑ **۵۶- گزینه‌ی ۲** هنگام تشدید، طول لوله‌ی یک انتها بسته مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ است. در این صورت:

$$L = (۲n-۱)\frac{\lambda}{۴} \Rightarrow \lambda = \frac{۴L}{۲n-۱} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{۲n_۱ - ۱}{۲n_۲ - ۱}$$

با توجه به شکل $۲n_۱ - ۱ = ۳$، در این صورت:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{۳}{۲n_۲ - ۱} \Rightarrow \begin{cases} n_۲ = ۱ \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = ۳ \\ n_۲ = ۲ \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = ۱ \\ n_۲ = ۳ \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{۳}{۵} \\ n_۲ = ۴ \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{۳}{۷} \end{cases}$$

البته با توجه به این که صورت ۳ است و مخرج باید فرد باشد، از همان ابتدا می‌توان گفت گزینه‌ی (۲) درست است و نیاز به عددگذاری نیست.

Ⓑ **۵۷- گزینه‌ی ۱** لوله‌ی صوتی بسته وقتی به تشدید درمی‌آید که طول لوله مضرب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ باشد:

$$l = (۲n-۱)\frac{\lambda}{۴} = (۲n-۱)\frac{v}{۴f}$$

در دو حالت در لوله تشدید رخ داده است، پس:

$$(۲n-۱)\frac{v}{۴f} = (۲n'-۱)\frac{v}{۴f'} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{۲n'-۱}{۲n-۱}$$

n و n′ اگر برابر یک باشند، $f = f'$ می‌شود که در جواب‌ها نیست، اما نسبت $\frac{f'}{f}$ باید نسبت دو عدد فرد باشد. از این رو گزینه‌ی (۱) درست است.

B ۵۸- گزینه‌ی ۳ با توجه به فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\beta'=1/3\beta \Rightarrow \log\frac{I'}{I_0}=1/3\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log\frac{8I}{I_0}=1/3\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 8+\log\frac{I}{I_0}=1/3\log\frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 3\log 2=0/3\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log\frac{I}{I_0}=3$$

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=10\times 3=30\ dB$$

A ۵۹- گزینه‌ی ۱ امواج الکترومغناطیسی از قوانین یکسانی پیروی کرده و سرعت انتشار آن‌ها در خلأ یکسان است.

A ۶۰- گزینه‌ی ۲ اختلاف فاصله‌ی دو شکاف از وسط نوار تاریک m ام برابر است با:

$$\delta=(2m-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1500=(2\times 3-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda=600\ nm$$

اکنون اختلاف فاصله‌ی دو شکاف از وسط نوار روشن n ام را به‌دست می‌آوریم:

$$\delta=n\lambda \Rightarrow \delta=2\times 600 \Rightarrow \delta=1200\ nm$$

A ۶۱- گزینه‌ی ۴ آلفا، بتا و پوزیترون ذره و گاما و ایکس موج الکترومغناطیسی هستند.

A ۶۲- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول:** فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی دو برابر پهنای یک نوار است:

$$\text{پهنای هر نوار}=\frac{3\times 10^{-4}}{2}=1/5\times 10^{-4}\ m$$

فاصله‌ی نوار n ام تاریک از نوار روشن مرکزی $(2n-1)$ برابر پهنای هر نوار است:

$$x=(2n-1)I=(2\times 5-1)\times 1/5\times 10^{-4} \Rightarrow x=13/5\times 10^{-4}\ m=1/35\ mm$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{x'}{x}=\frac{(2n-1)\times\frac{\lambda D}{2a}}{n\times\frac{\lambda D}{a}} \Rightarrow \frac{x'}{3\times 10^{-4}}=\frac{(2\times 5-1)}{1\times 2} \Rightarrow x'=13/5\times 10^{-4}\ m=1/35\ mm$$

A ۶۳- گزینه‌ی ۴ انرژی پتانسیل الکترون در میدان الکتریکی هسته برابر $U=-\frac{ke^2}{r}$ است.

A ۶۴- گزینه‌ی ۱ بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتو الکترون‌ها برابر است با:

$$K_{max}=eV_0 \Rightarrow K_{max}=1/5eV$$

تابع کار فلز را حساب می‌کنیم:

$$W_0=\frac{hc}{\lambda_0}=\frac{4\times 10^{-15}\times 3\times 10^{8}}{480\times 10^{-9}}=2/5eV$$

با توجه به رابطه‌ی اینشتین:

$$K_{max}=hf-W_0 \Rightarrow 1/5=\frac{4\times 10^{-15}\times 3\times 10^{8}}{\lambda}-2/5 \Rightarrow \lambda=\frac{12\times 10^{-7}}{4} \Rightarrow \lambda=\frac{1200}{4}\ nm=300\ nm$$

A ۶۵- گزینه‌ی ۴ انرژی فوتون برابر است با:

$$E=\frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 2\times 10^{3}=\frac{4\times 10^{-15}\times 3\times 10^{8}}{\lambda} \Rightarrow \lambda=6\times 10^{-10}\ m \Rightarrow \lambda=0/6\ nm$$

به تبدیل یکاها دقت کنید.

A ۶۶- گزینه‌ی ۱ به کمک تابع کار فلز، بسامد قطع را به‌دست می‌آوریم:

$$W_0=hf_0 \Rightarrow 2=4\times 10^{-15}\times f_0 \Rightarrow f_0=5\times 10^{14}\ Hz \Rightarrow f_0=5\times 10^{2}\times 10^{12}\ Hz \Rightarrow f_0=500\ THz$$

پس نمودار گزینه‌ی (۱) پاسخ درست است.

Ⓐ ۶۷- گزینه‌ی ۴ بنا بر تعریف نیمه‌عمر:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۲^{\frac{۳۲}{۸}}}\Rightarrow N=\frac{N_\circ}{۱۶}=۶/۲۵\%\,N_\circ$$

بنابراین تعداد هسته‌های واپاشیده خواهد شد:

$$\Delta N=N_\circ-۶/۲۵\%\,N_\circ\Rightarrow \Delta N=۹۳/۷۵\%\,N_\circ$$

Ⓐ ۶۸- گزینه‌ی ۳ بنا بر قانون پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}۱۳۷=۱۳۷+A_X\Rightarrow A_X=\circ\\ ۵۵=۵۶+Z_X\Rightarrow Z_X=-۱\end{cases}\Rightarrow {}^{\circ}_{-۱}X={}^{\circ}_{-۱}e$$

بنابراین X ، بتای منفی است. اختاف جرم را بر حسب kg به‌دست می‌آوریم و در رابطه‌ی اینشتین جای‌گذاری می‌کنیم:

$$E=mc^۲\Rightarrow E=\circ/\circ\circ۱\times۱/۷\times۱\circ^{-۲۷}\times(۳\times۱\circ^۸)^۲\Rightarrow E=۱۵/۳\times۱\circ^{-۱۴}J=۱/۵۳\times۱\circ^{-۱۳}J$$

Ⓑ ۶۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به نمودار، نیمه عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه عمر عنصر A است:

$$N=\frac{N_\circ}{۲^۳}\Rightarrow N=\frac{۱\circ\circ\circ}{۲^۳}=۱۲۵\ \text{هسته}$$

برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو:

$$N_B=\frac{N_{\circ B}}{۲^n}\Rightarrow ۱۲۵=\frac{۱\circ\circ\circ}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

نیمه عمر عنصر B خواهد شد:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۳}{۳}=۱\ \text{روز}$$

$$N=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow \frac{N_\circ}{۳۲}=\frac{N_\circ}{۲^n}\Rightarrow n=۵$$

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow ۱=\frac{t}{۵}\Rightarrow t=۵\ \text{روز}$$

نشر الكو

ضمیمه
کنکور ۹۶

کنکور ۹۶

Ⓑ **۱- گزینه‌ی ۴** ابتدا جابه‌جایی خودرو را در مدتی که با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیه‌ی $۱۰۸\frac{km}{h}$ با حرکت کندشونده می‌ایستد، به‌دست می‌آوریم.

$$v_۰=۱۰۸\frac{km}{h}=۱۰۸\times\frac{۱۰۰۰m}{۳۶۰۰s}=۳۰\frac{m}{s}\quad,\quad v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x_۲\Rightarrow ۰-۹۰۰=۲(-۳)\Delta x\Rightarrow \Delta x_۲=۱۵۰m$$

در بازه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز را فشار می‌دهد، جابه‌جایی خودرو برابر است با:

$$\Delta x_۱=۱۶۵-۱۵۰=۱۵m$$

اکنون زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_۱=v_۱\Delta t\Rightarrow ۱۵=۳۰t_۱\Rightarrow t_۱=۰/۵s$$

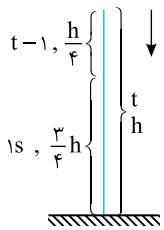
$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow ۱۵۰=\frac{۱}{۲}(-۳)(t_۲^۲)+۳۰t_۲\Rightarrow ۵۰=-\frac{۱}{۲}t_۲^۲+۱۰t_۲\Rightarrow t_۲^۲-۲۰t_۲+۱۰۰=۰\Rightarrow (t_۲-۱۰)^۲\Rightarrow t_۲=۱۰s$$

البته برای محاسبه‌ی $t_۲$ می‌توانستیم حرکت اتومبیل را از حال سکون تندشونده با شتاب $+۳\frac{m}{s^۲}$ در نظر بگیریم:

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}at_۲^۲\Rightarrow ۱۵۰=\frac{۱}{۲}\times ۳t_۲^۲\Rightarrow t_۲=۱۰s$$

در این صورت $\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{۱۰}{۰/۵}=۲۰$.

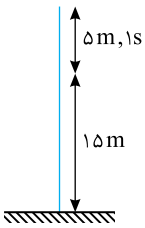
Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۱** روش اول: به کمک معادله‌ی حرکت می‌توان نوشت:



$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲\begin{cases}\frac{h}{۴}=\frac{۱}{۲}g(t-۱)^۲\\ h=\frac{۱}{۲}gt^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{(t-۱)^۲}{t^۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{t-۱}{t}\Rightarrow t=۲t-۲\Rightarrow t=۲s$$

در این صورت h خواهد شد:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲^۲=۲۰m$$



روش دوم: استفاده از مفهوم تصاعد حسابی در حل مسایل شتاب ثابت:
جسمی که در شرایط خلأ رها می‌شود در ثانیه‌ی اول، ۵m، در ثانیه‌ی دوم ۵+۱۰=۱۵m و در ثانیه‌ی سوم، ۱۵+۱۰=۲۵m ... جابه‌جا می‌شود. با توجه به فرض مسأله که سقوط قسمت دوم، ۳ برابر قسمت اول است، متحرک ۵m و سپس ۱۵m متر سقوط کرده است که جمعاً ۵+۱۵=۲۰m می‌شود.

Ⓒ **۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به مشتق توابع مرکب از طرفین معادله‌ی مسیر مشتق می‌گیریم:

$$\begin{matrix}x=f(t)\\ y=g(x)\end{matrix}\Rightarrow\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dt}\Rightarrow\frac{dy}{dt}=(-\frac{۲}{۵}x+۳)(\frac{dx}{dt})\Rightarrow v_y=(-\frac{۲}{۵}x+۳)(v_x)$$

در فرض مسأله بیان شده v_x عدد ثابت $۵\frac{m}{s}$ است از این‌رو در مکان $x=۵$، مؤلفه‌ی y سرعت خواهد شد:

$$v_y=(-\frac{۲}{۵}\times ۵+۳)(۵)\Rightarrow v_y=۵\frac{m}{s}$$

سرعت در نقطه‌ی M برابر است با:

$$v=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}=\sqrt{۵^۲+۵^۲}=۵\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

روشی دیگر: حرکت روی محور xها حرکت یکنواخت با سرعت ثابت $v_x = 5\frac{m}{s}$ و شروع حرکت از $x=0$ بوده است از این رو:

$$x = v_x t \Rightarrow x = 5t$$

اکنون x را در معادله‌ی مسیر قرار می‌دهیم.

$$y = -\frac{1}{5}(5t)^2 + 3(5t) \Rightarrow y = -5t^2 + 15t$$

از طرفی زمان رسیدن به نقطه‌ی M را می‌توان به‌راحتی به‌دست آورد.

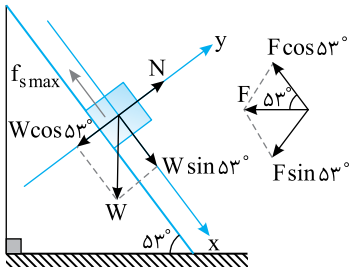
$$x = 5t \xrightarrow{x_m = 5m} 5 = 5t \Rightarrow t = 1s$$

$$y = -5t^2 + 15t \Rightarrow v_y = -10t + 15 \xrightarrow{t=1s} v_y = 5\frac{m}{s}$$

در این صورت سرعت خواهد شد:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

C ۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و در امتداد محورهای x و y انتخابی تصویر می‌کنیم. اما درباره‌ی جهت نیروی اصطکاک ایستایی باید فکر کنیم، در صورت مسأله بیان شده که حداقل مقدار F چه اندازه باشد تا جسم ساکن بماند یعنی به پایین نلغزد بنابراین جهت $f_{s\,max}$ باید روبه بالای سطح شیب‌دار باشد.



$$F_T = 0 \Rightarrow F_{T_y} = 0 \Rightarrow N = W\cos 53^\circ + F\sin 53^\circ \Rightarrow F_{T_x} = 0 \Rightarrow F\cos 53^\circ + f_{s\,max} = W\sin 53^\circ$$

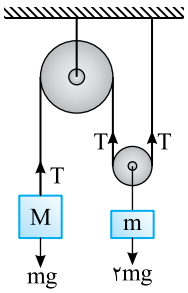
$$\Rightarrow F\cos 53^\circ + \mu_s(W\cos 53^\circ + F\sin 53^\circ) = W\sin 53^\circ \Rightarrow 0/6F + 1\times(0/6W + 0/8F) = 0/8W$$

$$1/4F = 0/2W \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{0/2}{1/4} = \frac{1}{7}$$

A ۵- گزینه‌ی ۳ شتاب گرانشی (گرانی) سیاره خواهد شد:

$$\begin{cases} g = G\dfrac{M}{R^2} \\ g_e = G\dfrac{Me}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e}\times\frac{R_e^2}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{g_e} = \frac{1}{4}\left(\frac{R_e}{\frac{1}{2}R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g}{g_e} = 1$$

C ۶- گزینه‌ی ۴ اگر دستگاه ساکن باشد،



$$mg = 2T \Rightarrow T = \frac{24000}{2} = 12000N$$

$$Mg = T \Rightarrow T = 20000N$$

یعنی کشش نخ در محل M، ۲۰۰۰۰N و در محل m، ۱۲۰۰۰N است. اکنون به حل مسأله می‌پردازیم:

شتاب جرم متصل به قرقره‌ی متحرک نصف شتاب جرم دیگر است.

$$a_m = \frac{1}{2}a_M$$

معادله‌ی اساسی دینامیک را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} Mg - T = Ma_M \\ 2T - mg = ma_m \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 2Mg - 2T = 2Ma_M \\ 2T - mg = m(\frac{1}{2}a_M) \end{cases}$$

$$2Mg - mg = (2M + \frac{1}{2}m)a_M$$

$$40000 - 24000 = (4000 + 1200)a_M$$

$$a_M = \frac{16000}{5200} \approx 3\frac{m}{s^2}$$

با توجه به این که در ابتدا جهت حرکت M را رو به پایین درنظر گرفتیم و در نهایت شتاب مثبت شد، پس یعنی جهت حرکت را درست در نظر گرفته بودیم.

Ⓐ **۷- گزینه‌ی ۳** برای نوشتن معادله‌ی مسیر، زمان را از معادله حرکت روی محور xها به‌دست آورده و در معادله‌ی حرکت روی محور yها قرار می‌دهیم.

$$x=۲t-۲\Rightarrow t=\frac{x+۲}{۲}$$

$$y=۴t^۲-۴t+۲\Rightarrow y=۴(\frac{x+۲}{۲})^۲-۴(\frac{x+۲}{۲})+۲$$

$$y=x^۲+۴x+۴-۲x-۴+۲\Rightarrow y=x^۲+۲x+۲$$

Ⓑ **۸- گزینه‌ی ۴** سرعت جسم هنگام برخورد به زمین $۶۰\frac{m}{s}$ است در مدت $۱/۵\,s$، تغییر سرعت $\Delta v=gt=۱/۵\times۱۰=۱۵\frac{m}{s}$ بوده یعنی سرعت $۱/۵\,s$ قبل از برخورد $۶۰-۱۵=۴۵\frac{m}{s}$ بوده است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$\bar{v}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۴۵+۶۰}{۲}\Rightarrow\bar{v}=\frac{۱۰۵}{۲}\Rightarrow\bar{v}=۵۲/۵\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v=at+v_۰\Rightarrow\begin{cases}۱۰=at+v_۰\\۲۲=(a+۱/۵)t+v_۰\end{cases}\xrightarrow{v_۰=۰}\begin{cases}۱۰=at\\۲۲=at+۱/۵t\end{cases}\Rightarrow۲۲=۱۰+۱/۵t\Rightarrow t=\frac{۱۲}{۱/۵}=۸s$$

Ⓑ **۱۰- گزینه‌ی ۲** ابتدا سرعت گلوله را هنگام برخورد به زمین به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲gh\Rightarrow v^۲-۰=۲\times۱۰\times۴۵\Rightarrow v=۳۰\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط جسم را هنگام برخورد به زمین به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۰-۳۰}{۰/۳}\Rightarrow a=-۱۰۰\frac{m}{s^۲}$$

نیروی متوسط وارد بر جسم هنگام برخورد برابر است با:

$$\begin{matrix}|F|=|ma|=m\times۱۰۰\\W=mg=۱۰m\end{matrix}\Rightarrow\frac{|F|}{W}=۱۰$$

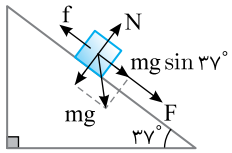
Ⓑ **۱۱- گزینه‌ی ۲** نیرویی که سبب توقف جعبه می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بین جعبه و کف کامیون است. در صورت مسأله بیان شده حداقل مسافت یعنی بیشینه مقدار شتاب توقف در این صورت اصطکاک ایستایی باید برابر اصطکاک در آستانه‌ی حرکت $f_{s\,max}$ باشد.

$$\mu_s mg=|ma|\Rightarrow|a|=\mu_s g\Rightarrow|a|=۰/۵\times۱۰\Rightarrow|a|=۵\frac{m}{s^۲}$$

به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان (معادله‌ی سرعت - مکان) جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم. $(v_۰=۷۲\frac{km}{h}=۲۰\frac{m}{s})$

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow۰-۲۰^۲=۲\times(-۵)\Delta x\Rightarrow\Delta x=۴۰m$$

Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۲** حداقل مقدار F برابر خواهد شد با:



$$f_{s\,max}=F+mg\sin۳۷^\circ$$

$$\mu_s mg\cos۳۷^\circ=F+mg\sin۳۷^\circ$$

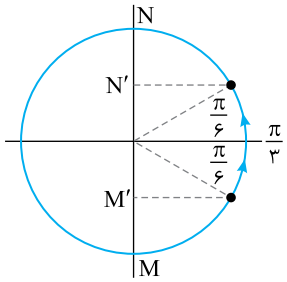
$$۰/۹\times۱۰۰\times۰/۸=F+۱۰۰\times۰/۶$$

$$F=۷۲-۶۰=۱۲N$$

در ادامه‌ی حرکت اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار از نوع اصطکاک جنبشی است از این‌رو:

$$F+mg\sin۳۷^\circ-f_k=ma$$

$$۱۲+۱۰۰\times۰/۶-۰/۶\times۱۰۰\times۰/۸=۱۰a\Rightarrow a=۲/۴\frac{m}{s^۲}$$



B ۱۳- گزینه‌ی ۱ بـا توجه به شـکل و به کمک دایـره‌ی مثلثاتی تغییر فـاز در بازه‌ی $t=\frac{۱}{۲}s$ در جابه‌جایی از نقطه‌ی M' به N' را به‌دست می‌آوریم: $\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\omega\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۳}\frac{rad}{s}$

به کمک معادله‌ی سرعت - مکان، سرعت را در مکان $N'(x=+\frac{A}{۲})$ حساب می‌کنیم:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow v=\pm\frac{۲\pi}{۳}\sqrt{A^۲-\frac{A^۲}{۴}}\Rightarrow v=\pm\frac{۲\pi}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\Rightarrow|v|=\frac{\pi\sqrt{۳}}{۳}\times۳$$

$$\Rightarrow|v|=\pi\sqrt{۳}\frac{cm}{s}$$

B ۱۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی $a=\frac{-\pi^۲}{۴}x$ می‌توان بسامد زاویه‌ای را به‌دست آورد:

$$\omega^۲=\frac{\pi^۲}{۴}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

فاز حرکت در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۳}s$ را به‌دست می‌آوریم:

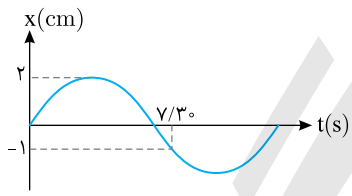
$$\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{\pi}{۶}$$

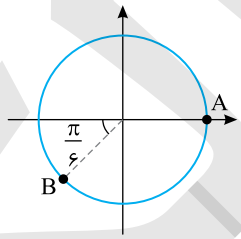
اکنون نسبت $\frac{K}{E}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv_m^۲}=\frac{v_m^۲\cos^۲\varphi}{v_m^۲}=\cos^۲\varphi\Rightarrow\frac{K}{E}=\cos^۲\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{K}{E}=\frac{۳}{۴}$$

A ۱۵- گزینه‌ی ۲ با توجه به معادله‌ی سرعت - مکان $v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}$ قطعاً در رابطه‌ی $v=۲۵۰۰\sqrt{Z^۲-x^۲}$ ، Z برابر دامنه است.

B ۱۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به نمودار $x-t$ روبه‌رو داریم:

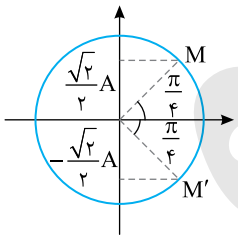




$$\omega=\frac{\Delta\varphi_{AB}}{\Delta t}=\frac{\frac{۷\pi}{۶}}{\frac{۷}{۳۰}}=۵\pi$$

$$۵\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۴s$$

بیش‌ترین سـرعت متوسط زمانی است که در اطراف نقطه‌ای که سرعت متحرک بیشینه می‌شود جابه‌جا می‌شویم یعنی زمانی که در اطراف مبدأ نوسان در حال جابه‌جایی هستیم.



$$\Delta\varphi_{MM'}=\omega\Delta t=۵\pi\times\frac{T}{۴}=\frac{\pi}{۲}$$

$\Delta\varphi_{AM}$ با $\Delta\varphi_{M'A}$ با هم یکسان و برابر $\frac{\Delta\varphi_{MM'}}{۲}$ می‌باشد.

$$\Delta x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A-(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A)=\sqrt{۲}A=\sqrt{۲}\times\frac{۲}{۱۰۰}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱۰۰}m$$

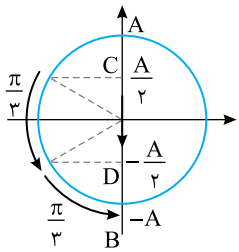
$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{۱۰۰}}{\frac{۱}{۱۰}}=\frac{\sqrt{۲}}{۵}\frac{m}{s}$$

A ۱۷- گزینه‌ی ۱ انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ی موردنظر برابر است با:

$$K=E-U=۲۰-۱۵\Rightarrow K=۵mJ=۵\times۱۰^{-۳}J$$

سرعت نوسانگر خواهد شد:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow۵\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times v^۲\Rightarrow v^۲=۱۰^{-۱}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}\frac{m}{s}\Rightarrow v=۱۰\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$$



A ۱۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو را رسم می‌کنیم در حرکت از C به D تغییر فاز $\frac{\pi}{3}$ و از D تا B نیز تغییر فاز $\frac{\pi}{3}$ است. در این صورت:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi_1=\Delta\varphi_2\Rightarrow t_1=t_2$$

A ۱۹- گزینه‌ی ۳ هر نقطه از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است، از این‌رو تغییر فاز هر نقطه از محیط خواهد شد:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=(2\pi f)\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=2\pi\times50\times2/5\times10^{-3}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{4}\,rad$$

دقت کنید سرعت داده شده در صورت سوال اطلاعات اضافی می‌باشد و در حل سوال تأثیری ندارد.

A ۲۰- گزینه‌ی ۴ با کاهش جرم وزنه، کشش ریسمان کاهش می‌یابد در نتیجه سرعت انتشار موج در تار $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ کاهش می‌یابد و با ثابت بودن بسامد دیاپازون، طول موج افزایش و تعداد شکم‌ها افزایش می‌یابد.

B ۲۱- گزینه‌ی ۴ حداقل فاصله‌ی بین دو نقطه در فاز مخالف برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

$$\frac{\lambda}{2}=0/2\Rightarrow\lambda=0/4m\Rightarrow k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0/4}\Rightarrow k=5\pi\,\frac{rad}{s}$$

بسامد نوسان ذرات محیط خواهد شد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{4}{0/4}=10\,Hz$$

دامنه‌ی حرکت ذرات را حساب می‌کنیم:

$$a_m=A\omega^2\xrightarrow[\omega=20\pi]{\omega=2\pi f}320=A(400\times10)\Rightarrow A=0/08m\Rightarrow A=8cm$$

تابع موج را کامل می‌کنیم:

$$u=0/08\sin(20\pi t-5\pi x)$$

$$u=0/08\sin(20\pi\times0/05-5\pi\times0/1)$$

$$u=0/08\sin(\pi-0/5\pi)=0/08\sin\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=0/08m\Rightarrow u=8cm$$

B ۲۲- گزینه‌ی ۴ در دو حالت بسامد یکسان است.

$$f_1=f_2\Rightarrow\frac{v_1}{\lambda_1}=\frac{v_2}{\lambda_2}\qquad(1)$$

با توجه به فرض مسئله ابتدا در طول تار سه شکم و سپس ۵ شکم ایجاد شده است از این‌رو:

$$\begin{aligned}l&=3\frac{\lambda_1}{2}\\ l&=5\frac{\lambda_2}{2}\end{aligned}\Rightarrow\frac{3\lambda_1}{2}=5\frac{\lambda_2}{2}\Rightarrow\lambda_2=\frac{3}{5}\lambda_1\qquad(2)$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{V_1}{\lambda_1}=\frac{V_2}{\frac{3}{5}\lambda_1}\Rightarrow V_2=\frac{3}{5}V_1\Rightarrow\sqrt{\frac{F_0}{\mu}}=\frac{3}{5}\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}\Rightarrow W_2=\frac{9}{25}W_1\Rightarrow m_2g=\frac{9}{25}m_1g\Rightarrow m_2=\frac{9}{25}m_1$$

$$m_2=0/36m_1\Rightarrow\Delta m=-0/64m_1$$

A ۲۳- گزینه‌ی ۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=(\frac{A_2}{A_1})^2}\beta_2-\beta_1=10\log(\frac{A_2}{A_1})^2\Rightarrow\Delta\beta=10\log(\frac{0/8A_1}{A_1})^2=10\log0/64$$

$$\Delta\beta=10\log\frac{64}{100}=10(\log64-\log100)\Rightarrow\Delta\beta=10(\log2^6-\log100)\Rightarrow\Delta\beta=10(6\log2-2)=10(6\times0/3-2)\Rightarrow\Delta\beta=-2dB$$

Ⓑ **۲۴- گزینه‌ی ۲** ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow 80=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 10^{8}=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$$

توان در محل شنونده را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P'}{A}\Rightarrow I=\frac{P'}{4\pi R^2}\Rightarrow 10^{-4}\ \frac{P'}{4\times 3\times(20)^2}$$

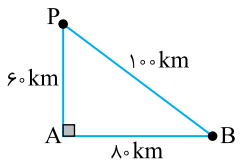
$$P'=4800\times 10^{-4}\,W=4800\times 10^{-4}\times 10^{3}\,mW\Rightarrow P'=480\,W$$

توان جذب شده توسط محیط برابر است با:

$\Delta P=480-500=-20$ میلی وات

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{20}{500}=\frac{40}{1000}=0/04=4\%$$

Ⓐ **۲۵- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی ایستگاه رادیویی B را از گیرنده‌ی P حساب می‌کنیم:



$$PB^2=60^2+80^2\Rightarrow PB=100\,km$$

اختلاف راه A و B از P به‌دست می‌آوریم:

$$\delta=PB-PA=100-60=40\,km$$

اختلاف زمانی رسیدن سیگنال به P برابر است با:

$$\Delta x=vt\Rightarrow t=\frac{\delta}{v}=\frac{40\times 10^{3}}{3\times 10^{8}}=\frac{4}{3}\times 10^{-4}\,s$$

Ⓑ **۲۶- گزینه‌ی ۳** ابتدا فاصله‌ی نوار سوم روشن را از نوار مرکزی به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow x=\frac{3\lambda D}{a}$$

فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی دو شکاف $\frac{D}{5}$ افزایش یافته در این صورت اگر P محل تشکیل نوار روشن باشد:

$$x'=x\Rightarrow\frac{n'\lambda\frac{6}{5}D}{a}=\frac{3\lambda D}{a}\Rightarrow n'=\frac{5}{2}$$

n' باید عدد صحیح باشد بنابراین P محل تشکیل نوار روشن نخواهد بود. اکنون محل P را در محل نوارهای تاریک بررسی می‌کنیم

$$x'=x\Rightarrow\frac{(2m-1)\lambda\frac{6}{5}D}{2a}=\frac{3\lambda D}{a}\Rightarrow m=3$$

بنابراین P محل تشکیل نوار تاریک سوم است.

Ⓐ **۲۷- گزینه‌ی ۱** بسامد در محیط‌های مختلف برای یک پرتو مقدار ثابتی است از این‌رو:

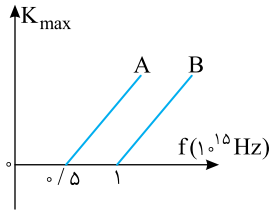
$$v=f\lambda\Rightarrow 3\times 10^{8}=f\times 0/6\times 10^{-6}\Rightarrow f=5\times 10^{14}\,Hz$$

Ⓑ **۲۸- گزینه‌ی ۲** اگر p روی نوار روشن جدید قرار بگیرد در این صورت:

$$x=x'\Rightarrow(2m-1)\frac{\lambda D}{2a}=n'\frac{\lambda D'}{a}\Rightarrow\frac{9\times 2}{2}=n'\times 1/8\Rightarrow n'=\frac{9}{1/8}\Rightarrow n'=\frac{1}{0/2}\Rightarrow n'=5$$

بنابراین نقطه‌ی p روی پنجمین نوار روشن قرار می‌گیرد. البته دیگر نیازی به بررسی حالتی که p روی نوار تاریک قرار می‌گیرد وجود ندارد.

B ۲۹- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای اثر فوتوالکتریک و داده‌های روی شکل خواهیم داشت:



$$\left.\begin{array}{l} K_m = hf - W_0 = hf - hf_0 \\ f_{0A} = 0/5\times10^{15} \\ f_{0B} = 1\times10^{15} \\ K_{mA} = K_{mB} \end{array}\right\} \Rightarrow f_B > f_A$$

دقت کنید بسامد قطع B از بسامد قطع A بیش‌تر است برای آن‌که بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر باشد قطعاً بسامد پرتوی تابیده به B باید بزرگ‌تر باشد $f_B > f_A$ و تنها در گزینه‌ی (۱) $\frac{f_B}{f_A}$ بزرگ‌تر از ۱ است.

B ۳۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا طول موج پرتو گسیل‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3\times10^8}{562/5\times10^{12}} \approx \frac{3}{600}\times10^{-4} = \frac{1}{200}\times10^{-4} = 5\times10^{-3}\times10^{-4} = 500\,nm$$

λ در محدوده‌ی نور مرئی به‌دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=2$ صدق می‌کند بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A ۳۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا تابع کار فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$K_m = h\frac{c}{\lambda} - W_0 \xrightarrow{K_m = 0/5eV} 0/5 = \frac{4\times10^{-15}\times3\times10^8}{300\times10^{-9}} - W_0$$

$$W_0 = 3/5\,eV$$

اکنون طول موج فرودی جدید بر فلز را حساب می‌کنیم.

$$K'_m = \frac{hc}{\lambda'} - W_0 \xrightarrow{K'_m = 1/5\,eV} 1/5 = \frac{4\times10^{-15}\times3\times10^8}{\lambda'} - 3/5$$

$$5 = \frac{12\times10^{-7}}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \frac{12}{5}\times10^{-7} = 2/4\times10^{-7}\,m$$

$$\lambda' = 240\,nm$$

کاهش طول موج خواهد شد:

$$300 - 240 = 60\,nm$$

A ۳۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به الگوی اتمی بور:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -\frac{1}{16}E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n = 4$$

با توجه به رابطه‌ی ریدبرگ برای اتم هیدروژن:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\frac{1600}{15}} = \frac{1}{100}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow n' = 1$$

B ۳۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض‌های مسأله می‌توان نوشت:

$$N_A = 4N_B \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^{n_A}} = 4\frac{N_{0B}}{2^{n_B}} \xrightarrow{N_{0A} = N_{0B}} \frac{2^{n_B}}{2^{n_A}} = 4 \Rightarrow 2^{n_B - n_A} = 2^2 \Rightarrow n_B - n_A = 2$$

A ۳۴- گزینه‌ی ۴ ۸۷/۵ درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته‌های اولیه باقی مانده است.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{12/5}{100}N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2^n}$$

$$n = 3$$

در مدت ۲۴h، سه نیمه عمر طی شده است.

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{24}{3} = 8h$$

Ⓐ **۳۵- گزینه‌ی ۳** برای به دست آوردن شتاب متوسط ابتدا باید معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست آورد.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\Rightarrow\vec{v}=(2t)\vec{i}+(4t-8)\vec{j}$$

$$t_1=2s\Rightarrow\vec{v}_1=4\vec{i}+(8-8)\vec{j}\Rightarrow\vec{v}_1=4\vec{i}\ ,\ t_2=4s\Rightarrow\vec{v}_2=8\vec{i}+(16-8)\vec{j}\Rightarrow\vec{v}_2=8\vec{i}+8\vec{j}$$

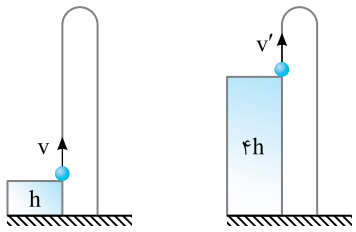
شتاب متوسط برابر است با:

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\vec{a}=\frac{8\vec{i}+8\vec{j}-4\vec{i}}{4-2}\Rightarrow\vec{a}=2\vec{i}+4\vec{j}$$

بزرگی شتاب متوسط خواهد شد:

$$a=\sqrt{2^2+4^2}\Rightarrow a=2\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۳۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به معادله‌ی مکان - زمان می‌توان نوشت:



$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}h=-5\times25+5v\\4h=-5\times100+10v'\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$4=\frac{-500+10v'}{-125+5v}\Rightarrow-500+20v=-500+10v'\Rightarrow\frac{v'}{v}=\frac{20}{10}\Rightarrow\frac{v'}{v}=2$$

Ⓑ **۳۷- گزینه‌ی ۳** حرکت در خلاف جهت محور x است، پس سرعت منفی است. بنابراین معادله‌ی سرعت - زمان را به‌دست می‌آوریم و تعیین علامت می‌کنیم.

$$x=2t^3-12t^2+10/5t\xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}}v=6t^2-24t+10/5$$

$$6t^2-24t+10/5=0\Rightarrow t^2-4t+1/75=0\Rightarrow t=\frac{(2\pm\sqrt{4-1/75})\times2}{2}$$

$$t=2\pm\sqrt{2/25}\Rightarrow t=2\pm1/5\Rightarrow\begin{cases}t_1=0/5\,s\\t_2=3/5\,s\end{cases}$$

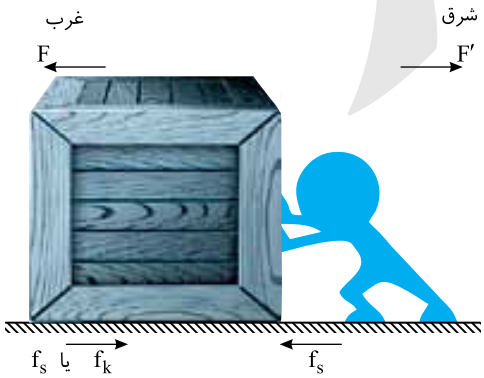
سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

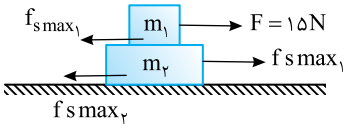
	۰		۰/۵		۳/۵		$+\infty$
		+		−		+	

البته نیازی به رسم جدول نیست، علامت بین دو ریشه مخالف علامت ضریب t^2 است، بنابراین در مدت $3/5-2=1/5\,s$ سرعت منفی و حرکت در خلاف جهت محور xها است.

Ⓐ **۳۸- گزینه‌ی ۱** به جعبه به سمت غرب نیرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک به سمت شرق است. البته اگر جعبه به حرکت درآمده باشد، نیروی اصطکاک، جنبشی است و اگر جعبه ساکن باشد نیروی اصطکاک، ایستایی است. که به سمت شرق است.

شخص جعبه را به غرب هل می‌دهد، بنابر قانون سوم نیوتن جعبه به شخص نیروی F' را رو به شرق وارد می‌کند بنابراین باید اصطکاک وارد بر شخص رو به غرب باشد تا شخص لیز نخورد.





B **۳۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا نیروی اصطکاک آستانه‌ی حرکت $f_{s\,max}$ را برای هر جسم به‌دست می‌آوریم.

$$f_{s\,max_1}=\mu_s W_1=\frac{1}{2}\times 20=10\,N$$

$$f_{s\,max_2}=\mu_s(W_1+W_2)=\frac{1}{2}\times(20+30)=25N$$

عامل حرکت وزنه‌ی m_2 نیروی اصطکاک بین m_1 و m_2 است اما $10\,N<25N$ است یعنی وزنه‌ی m_2 ساکن می‌ماند. اما نیروهای وارد بر m_1، $F=15N$ و بیشینه اصطکاک $f_{s\,max_1}=10\,N$ است. بنابراین: $F>f_{s\,max_1}$ بوده و m_1 بر m_2 می‌لغزد.

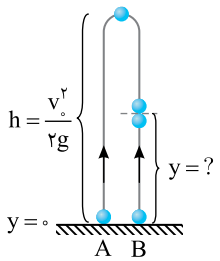
A **۴۰- گزینه‌ی ۲** برای یافتن شتاب کافی است از معادله‌ی مکان - زمان دو بار مشتق گرفته شود.

$$\begin{cases} x=4t^2+t \\ y=\frac{1}{6}t^3+t^2+5 \end{cases} \xrightarrow{v=\frac{dr}{dt}} \begin{cases} v_x=8t+1 \\ v_y=\frac{1}{2}t^2+2t \end{cases} \xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}} \begin{cases} a_x=8 \\ a_y=t+2 \end{cases} \xrightarrow{t=4s} \vec{a}=8\vec{i}+6\vec{j}$$

اکنون اندازه‌ی شتاب قابل محاسبه است.

$$a=\sqrt{8^2+6^2}=10\frac{m}{s^2}$$

B **۴۱- گزینه‌ی ۴** h برابر ارتفاع اوج گلوله است:



$$h=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow v_0^2=2gh$$

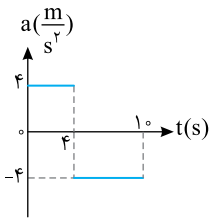
دو گلوله زمانی به هم می‌رسند که مکان آن‌ها برابر باشد. فرض می‌کنیم که گلوله‌ی A از ارتفاع h رها شده و گلوله‌ی B از سطح زمین با سرعت v_0 روبه بالا پرتاب شده است.

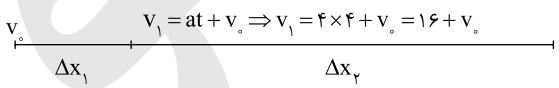
$$y_A=y_B\Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2+h=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow t=\frac{h}{v_0}$$

اکنون محل برخورد را به‌دست می‌آوریم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\xrightarrow{t=\frac{h}{v_0}}y=-\frac{1}{2}g\frac{h^2}{v_0^2}+v_0\times\frac{h}{v_0}\Rightarrow y=-\frac{1}{2}g\frac{h^2}{2gh}+h\Rightarrow y=-\frac{h}{4}+h=\frac{3}{4}h$$

B **۴۲- گزینه‌ی ۳** حرکت از دو مرحله‌ی با شتاب ثابت تشکیل شده است.





$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\Delta x_1=\frac{1}{2}\times4\times16+4v_0\Rightarrow\Delta x_1=32+4v_0$$

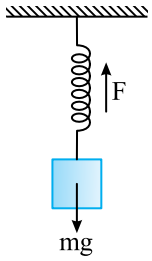
سرعت انتهایی مرحله‌ی اول برابر سرعت اولیه مرحله‌ی دوم حرکت است.

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}at^2+v_1t\Rightarrow\Delta x_2=\frac{1}{2}(-4)\times36+6v_1\Rightarrow\Delta x_2=-72+6(16+v_0)\Rightarrow\Delta x_2=24+6v_0$$

جابه‌جایی کل برابر ۱۵۶ متر است از این رو:

$$\Delta x_t=\Delta x_1+\Delta x_2\Rightarrow156=32+4v_0+24+6v_0\Rightarrow v_0=10\frac{m}{s}$$

A **۴۳- گزینه‌ی ۲** هنگام بالا رفتن آسانسور با شتاب تند شونده خواهیم داشت:



$$F_1 > mg \Rightarrow F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 - mg = m\times 2$$

$$F_1 = 12m \quad (1)$$

هنگام پایین آمدن آسانسور با شتاب تند شونده می‌توان نوشت:

$$F_2 < mg \Rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow mg - F_2 = m\times 2$$

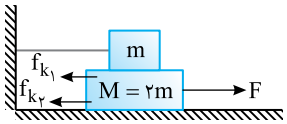
$$F_2 = 8m \quad (2)$$

اکنون نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

البته بدون حل با توجه به اینکه $F_1 > mg$ و $F_2 > mg$ است و تنها نسبت کوچک‌تر از ۱، در گزینه‌ی (۲) است می‌توان گزینه‌ی درست را به دست آورد.

B **۴۴- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر M را رسم می‌کنیم سپس هر یک را حساب می‌کنیم:



$$F - f_{k_1} - f_{k_2} = Ma \Rightarrow F - \mu_k mg - \mu_k(3mg) = Ma$$

$$F - \mu_k(4m)g = Ma \xrightarrow{M=2m} F - \mu_k(2M)g = Ma$$

$$F = M(a + 2\mu_k g)$$

A **۴۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا سرعت زاویه‌ای جسم را در لحظه‌ی $t = 1s$ حساب می‌کنیم:

$$\theta = 4t^2 + 12t \xrightarrow{\omega = \frac{d\theta}{dt}} \omega = 8t + 12 \xrightarrow{t=1s} \omega = 20\frac{rad}{s}$$

نیروی مرکزگرا خواهد شد:

$$F = mr\omega^2 \Rightarrow F = 0/5\times 0/4\times 20^2 \Rightarrow F = 80N$$

B **۴۶- گزینه‌ی ۳** دامنه‌ی حرکت $A = \frac{10}{2} = 5\,cm$ است و بسامد زاویه‌ای آن خواهد شد:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{20}{0/2}} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$$

سرعت را در مکان $x = 2\,cm$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v = \pm 10\sqrt{(25-4)\times 10^{-4}} \Rightarrow v^2 = 21\times 10^{-2}$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 0/2\times 21\times 10^{-2} \Rightarrow K = 21\times 10^{-3}J = 21\,mJ$$

A **۴۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به معادله‌ی سرعت - مکان $\frac{25}{\pi^2}v^2 + 2500x^2 = 1$ می‌توان نوشت:

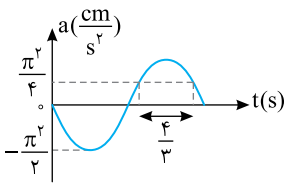
$$x = 0 \Rightarrow \frac{25}{\pi^2}v_m^2 = 1 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{5}\frac{m}{s}$$

$$v = 0 \Rightarrow 2500A^2 = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{50}m = 0/02\,m = 2cm$$

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{5} = 0/02\left(\frac{2\pi}{T}\right) \Rightarrow T = 0/2s = \frac{2}{10}s \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{20}s$$

در این صورت نمودار گزینه (۴) درست است.

B **۴۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به معادله‌ی شتاب - زمان:



$$a=-a_m\sin\varphi\Rightarrow\frac{\pi^2}{4}=-\frac{\pi^2}{2}\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=-\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{matrix}\varphi=\frac{7\pi}{6}\\ \varphi=\frac{11\pi}{6}\end{matrix}$$

با توجه به نمودار در مدت $\Delta t=\frac{4}{3}s$ تغییر فاز نوسانگر برابر است با:

$$\Delta\varphi=\frac{11\pi}{6}-\frac{7\pi}{6}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}\,rad$$

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow\omega=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{4}{3}}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

دامنه‌ی حرکت را به دست می‌آوریم:

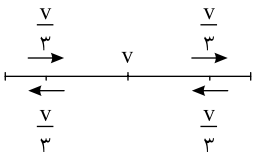
$$a_m=A\omega^2\Rightarrow\frac{\pi^2}{2}=A(\frac{\pi^2}{4})\Rightarrow A=2cm$$

معادله‌ی حرکت را می‌نویسیم:

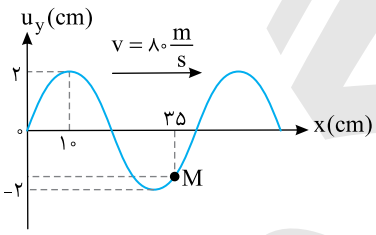
$$x=A\sin\omega t\Rightarrow x=2\sin\frac{\pi}{2}t\xrightarrow{t=\frac{4}{3}s}x=2\sin\frac{\pi}{2}\times\frac{4}{3}\Rightarrow x=2\sin\frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\sqrt{3}cm$$

A **۴۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل روبرو در هر دوره چهار بار اندازه‌ی سرعت $\frac{v}{3}$ خواهد شد.



B **۵۰- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل:



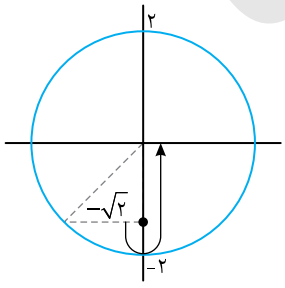
$$\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=40cm=0/4m$$

بسامد خواهد شد:

$$f=\frac{v}{\lambda}\Rightarrow f=\frac{80}{0/4}\Rightarrow f=200Hz$$

اختلاف فاز نقطه‌ی M با چشمه: $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{2\pi}{0/4}\times0/35\Rightarrow\Delta\varphi_m=\frac{7\pi}{4}$

مکان نقطه‌ی M برابر است با: $u_y=A\sin\varphi\Rightarrow u_y=2\sin\frac{7\pi}{4}\Rightarrow u_y=-\sqrt{2}\,cm$



اکنون نقطه‌ی M را شبیه یک ذره دارای حرکت هماهنگ ساده بررسی می‌کنیم.
سرعت نقطه‌ی M قرار است $+8\pi$ شود.
سرعت بیشینه برابر است با:

$$v_m=A\omega=0/02\times2\pi\times200=+8\pi\frac{m}{s}$$

بنابراین در بازه‌ی زمانی خواسته شده باید فاز M به اندازه‌ی $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{4}$ تغییر کند.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{3\pi}{4}=2\pi\times200\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{3}{1600}s$$

Ⓐ **۵۱- گزینه‌ی ۱** وقتی تشـــدید رخ می‌دهد که بسامد نوسان‌کننده با بسامد یکی از هماهنگ‌های سیم ویولن برابر باشد. بسامدهای ۶۰۰ Hz و ۹۰۰ Hz بسامدهای دو هماهنگ متوالی این تار هستند.

در این صورت بسامد اصلی تار خواهد شد: $f_1 = ۹۰۰ - ۶۰۰ \Rightarrow f_1 = ۳۰۰\ Hz$

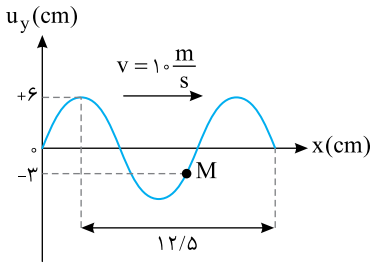
$$f_1 = \frac{v}{۲L} \Rightarrow ۳۰۰ = \frac{v}{۲\times ۰/۲۵} \Rightarrow v = ۱۵۰\ \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow ۱۵۰\times ۱۵۰ = \frac{F}{\frac{۰/۵\times ۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}} \Rightarrow F = ۴۵\ N$$

Ⓐ **۵۲- گزینه‌ی ۴** ابتدا سرعت انتشار موج در تار را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} \Rightarrow v = \frac{۲}{۰/۵\times ۱۰^{-۳}}\sqrt{\frac{۶۰}{۳\times ۸۰۰۰}} \Rightarrow v = ۴\times ۱۰^{۳}\left(\frac{۱}{۲۰}\right) \Rightarrow v = ۲۰۰\ \frac{m}{s} \Rightarrow f_n = \frac{nv}{۲l} \xrightarrow{n=۴-۱} f_n = \frac{۳\times ۲۰۰}{۲\times ۰/۳} = ۱۰۰۰ Hz$$

Ⓑ **۵۳- گزینه‌ی ۴** با توجه به نمودار:



$$\frac{۵\lambda}{۴} = ۱۲/۵ \Rightarrow \lambda = ۱۰ cm$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{۱۰}{۰/۱} \Rightarrow f = ۱۰۰ Hz$$

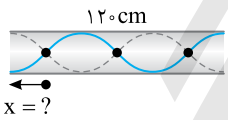
$$\omega = ۲\pi f \Rightarrow \omega = ۲۰۰\pi\ \frac{rad}{s}$$

نقطه‌ی M از مکان $-۳cm$ روبه پایین در حال حرکت است، سرعت M را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^۲ - x^۲} \Rightarrow v = \pm ۲۰۰\pi\sqrt{۶^۲ - ۳^۲}$$

$$v = \pm ۶۰۰\pi\sqrt{۳}\ \frac{cm}{s} \Rightarrow v = -۶\pi\sqrt{۳}\ \frac{m}{s}$$

Ⓐ **۵۴- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی اولین گره از انتهای لوله $\frac{\lambda}{۴}$ است.



$$L = ۲n\frac{\lambda}{۴} \Rightarrow ۱۲۰ = ۲\times ۳\frac{\lambda}{۴}$$

$$\frac{\lambda}{۴} = \frac{۱۲۰}{۶} \Rightarrow x = ۲۰\ cm$$

Ⓑ **۵۵- گزینه‌ی ۱** نسبت دو بسامد طبیعی متوالی A برابر ۱/۲ یعنی $\frac{۶}{۵}$ است که نسبت دو عدد صحیح متوالی است بنابراین لوله‌ی A دارای دو انتهای باز اســت. اما نســبت دو بسامد طبیعی B برابر ۱/۴ یعنی $\frac{۷}{۵}$ است که نسبت دو عدد فرد متوالی است در نتیجه لوله‌ی B لوله‌ی یک انتها بسته است.

Ⓑ **۵۶- گزینه‌ی ۳** فاصله‌ی وسط نوار روشن سوم تا تار مرکزی را با فاصله‌ی وسط نوار تاریک سوم طرف دیگر تا وسط نوار مرکزی را به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم تا فاصله‌ی AB به‌دست آید.

$$AB = (۲m-۱)\frac{\lambda D}{۲a} + n\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow ۳/۳\times ۱۰^{-۳} = (۲\times ۳-۱)\frac{\lambda\times ۱/۲}{۲\times ۱۰^{-۳}} + ۳\times\frac{\lambda\times ۱/۲}{۱۰^{-۳}}$$

$$۳/۳\times ۱۰^{-۳} = ۳\times ۱۰^{۳}\lambda + ۳/۶\times ۱۰^{۳}\lambda \Rightarrow ۳/۳\times ۱۰^{-۳} = ۶/۶\times ۱۰^{۳}\lambda \Rightarrow \lambda = ۵\times ۱۰^{-۷} m$$

بسامد خواهد شد: $v = f\lambda \Rightarrow ۳\times ۱۰^{۸} = f\times ۵\times ۱۰^{-۷} \Rightarrow f = ۶\times ۱۰^{۱۴} Hz$

Ⓐ **۵۷- گزینه‌ی ۳** برای برش فلزات از لیزر استفاده می‌شود.

Ⓐ **۵۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به فرض مسئله:

$$x = x' \Rightarrow (۲m-۱)\frac{\lambda D}{۲a} = \frac{n\lambda' D}{a} \Rightarrow (۲\times ۵-۱)\times\frac{۶۰۰}{۲} = ۴\lambda' \Rightarrow \lambda' = ۶۷۵ nm$$

Ⓐ ۵۹- گزینه‌ی ۱ توان برابر است با:

$$P=\frac{E}{t}\xrightarrow{E=nhf}Pt=nhf\Rightarrow ۴/۸\times ۱۰^{۴}\times ۱=n(۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹})\times ۷۵\times ۱۰^{۶}\Rightarrow n=۱۰^{۳۰}$$

Ⓐ ۶۰- گزینه‌ی ۲ بسامد قطع فلز خواهد شد:

$$W_{\circ}=hf_{\circ}\Rightarrow ۲/۵=۴\times ۱۰^{-۱۵}f_{\circ}\Rightarrow f_{\circ}=۰/۶۲۵\times ۱۰^{۱۵}$$

$$f_{\circ}=۶۲۵\times ۱۰^{۱۲}Hz\Rightarrow f_{\circ}=۶۲۵THz$$

Ⓑ ۶۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌ی اینشتین درباره‌ی فوتو الکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{max}=hf-W_{\circ}\Rightarrow K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}$$

$$\begin{cases}۸\times ۱۰^{-۱۹}=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}\\ ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=\frac{hc}{۲\lambda}-W_{\circ}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۸\times ۱۰^{-۱۹}+W_{\circ}=\frac{hc}{\lambda}\\ ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}+W_{\circ}=\frac{hc}{۲\lambda}\end{cases}\Rightarrow\frac{۸\times ۱۰^{-۱۹}+W_{\circ}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}+W_{\circ}}=۲\Rightarrow ۸\times ۱۰^{-۱۹}+W_{\circ}=۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}+۲W_{\circ}$$

$$\Rightarrow W_{\circ}=۴/۸\times ۱۰^{-۱۹}J$$

اکنون ژول را به الکترون ولت تبدیل می‌کنیم.

$$W_{\circ}=\frac{۴/۸\times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=۳eV$$

Ⓐ ۶۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{۱}_{\circ}n+{}^{۲۳۵}_{۹۲}U\Rightarrow{}^{۱۴۱}_{۵۶}B_a+{}^{A}_{Z}X+۳({}^{۱}_{\circ}n)\Rightarrow\begin{cases}۱+۲۳۵=۱۴۱+A+۳\Rightarrow A=۹۲\\ \circ+۹۲=۵۶+z\Rightarrow z=۳۶\end{cases}$$

اما تعداد نوترون‌ها برابر است با:

$$A=Z+N\Rightarrow ۹۲=۳۶+N\Rightarrow N=۵۶$$

Ⓐ ۶۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{۴}_{۲}He+{}^{۲۷}_{۱۳}Al\Rightarrow{}^{A}_{Z}X+{}^{۱}_{\circ}n\Rightarrow\begin{matrix}۴+۲۷=A+۱\Rightarrow A=۳۰\\ ۲+۱۳=Z+\circ\Rightarrow Z=۱۵\end{matrix}$$